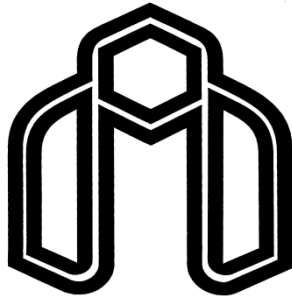


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه تبدیل انرژی

بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی و انتقال جرم در  
یک ماده‌ی متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی و در  
حضور نانوسیال

دانشجو:

اشکان معظمی گودرزی

استاد راهنما:

دکتر محمد محسن شاه مردان

استاد مشاور:

دکتر محسن نظری

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

زمستان ۱۳۹۱



مدیریت تحصیلات تکمیلی  
فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره :  
تاریخ :  
ویرایش :

فرم صورتجلسه دفاع پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر ( عج ) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای اشکان معظمی گودرزی رشته مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی وانتقال جرم در یک ماده ی متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی و در حضور نانوسیال که در تاریخ ۱۳۹۱/۱۱/۳۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح زیر است :

قبول ( با درجه : خوب امتیاز ۱۷,۲۵ )  دفاع مجدد  مردود

۱- عالی ( ۲۰ - ۱۹ )

۲- بسیار خوب ( ۱۸ - ۱۸/۹۹ )

۳- خوب ( ۱۶ - ۱۷/۹۹ )

۴- قابل قبول ( ۱۴ - ۱۵/۹۹ )

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	استادیار	دکتر محمد محسن شاه مردان	۱- استاد راهنما
	استادیار	دکتر سید مجید هاشمیان	۲- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	استادیار	دکتر محمود نوروزی	۳- استاد ممتحن
	استادیار	دکتر پوریا اکبر زاده	۴- استاد ممتحن
	استادیار	دکتر محسن نظری	۵- استاد مشاور

تأیید رئیس دانشکده :



تقدیم به

پدر مهربان

و

مادر دلسوزم

## تشکر و قدردانی

ضمن سپاس بیکران خداوند، لازم می‌دانم از تمامی اساتیدی که در این مدت افتخار شاگردی ایشان را داشتم، به‌ویژه اساتید محترم آقای دکتر محمد محسن شاه‌مردان و آقای دکتر محسن نظری که با راهنمایی‌های مدیرانه، نظارت و سرپرستی این پایان‌نامه را به عهده داشتند، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم.

## تعهد نامه

اینجانب اشکان معظمی گودرزی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک- گرایش تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان "بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی و انتقال جرم در یک ماده‌ی متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی و در حضور نانوسیال" تحت راهنمایی دکتر محمد محسن شاه‌مردان و دکتر محسن نظری متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده‌است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده‌است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده‌است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده‌است.

### تاریخ

### امضای دانشجو

### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

## چکیده

در این پایان نامه، لایه‌های مرزی مختلف جابجایی آزاد از روی یک دیوار تخت عمودی در محیط متخلخل و در حضور نانوسیال برای سیالات مختلف دو پخشی و تک پخشی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای محیط متخلخل فرض عدم تعادل حرارتی در نظر گرفته شده است و صفحه‌ی عمودی با دو شرط مرزی بررسی می‌شود. در حالت اول دما و سایر پارامترهای مورد بررسی بر روی دیوار عمودی، به صورت تابعی توانی، از فاصله نسبت به پای دیوار در نظر گرفته می‌شوند و در حالت دوم، شارهای وارد بر دیوار به این صورت در نظر گرفته می‌شوند. استفاده از نانوسیال موجب ورود اثرات مربوط به دو ترم حرکت برونی و ترموفورسیس در مسئله می‌گردد. معادلات انرژی و غلظت به صورت ترکیبی به کار برده می‌شوند؛ بنابراین اثرات سورت و دوفور در معادلات دخیل می‌شوند. با استفاده از قانون داریسی و تقریب بوزینسک، معادله‌ی اندازه حرکت خطی در محیط متخلخل مدل می‌شود. در ادامه با تعریف یک پارامتر تشابهی خاص برای هر کدام از شرایط مرزی موجود بر روی دیوار، معادلات حاکم به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و با استفاده از روش تفاضل محدود حل می‌شوند. نتایج حاصل از حل عددی نشان دهنده‌ی این مطلب است که استفاده از نانو سیال موجب افزایش ضخامت لایه مرزی حرارتی خواهد شد و عدد شرودر مربوط به نانو ذره را به شدت کاهش می‌دهد. همچنین نتایج نشان می‌دهند که با افزایش دو پارامتر بی بعد ضریب انتقال حرارت و نسبت هدایت حرارتی، محیط متخلخل به شرایط تعادل حرارتی نزدیک می‌شود.

**کلمات کلیدی:** جابجایی طبیعی، محیط متخلخل، عدم تعادل حرارتی، نانوسیال، دوپخشی.

## فهرست مطالب

فصل ۱. مقدمه	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- جریان سیال در محیط متخلخل	۲
۳-۱- جابجایی طبیعی	۴
۴-۱- نانوسیال، محیط جدید انتقال حرارت	۵
۵-۱- مروری بر تحقیقات پیشین	۶
۶-۱- معرفی تحقیق حاضر و جایگاه آن	۱۴
فصل ۲. تئوری محیط‌های متخلخل	۱۵
۱-۲- مقدمه	۱۶
۲-۲- تخلخل	۱۶
۳-۲- سرعت داری و معادله پیوستگی	۱۷
۴-۲- معادله اندازه حرکت خطی و قانون داری	۱۸
۵-۲- تعمیم‌های قانون داری	۲۰
۶-۲- تقریب اوبریک-بوزینسک	۲۳
۷-۲- انتقال حرارت و جرم مرکب	۲۳
۸-۲- معادله انرژی در محیط متخلخل غیر تعادلی	۲۵
فصل ۳. معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت، جرم و نانوذره	۲۷
۱-۳- مقدمه	۲۸
۲-۳- معادلات حاکم در حالت دمای دیواره تابع قانون توانی	۲۸
۳-۲-۱- شرایط مرزی مسأله در حالت دمای دیواره تابع قانون توانی	۳۱
۳-۲-۲- پارامترهای بی‌بعد جریان برای شرایط دمای دیواره تابع قانون توانی	۳۱
۳-۳- معادلات حاکم برای شرایط دیواره‌ی شار ثابت	۳۴
۳-۳-۱- شرایط مرزی مسأله برای دیواره‌ی شار ثابت	۳۴
۳-۳-۲- پارامترهای بی‌بعد جریان برای دیواره‌ی شار ثابت	۳۵
فصل ۴. روش عددی	۳۸
۱-۴- مقدمه	۳۹
۲-۴- شکل گسسته معادلات حاکم	۳۹
۳-۴- شرایط مرزی	۴۰
۴-۴- پایداری عددی	۴۲



۴۲	..... ۴-۵- الگوریتم حل عددی
۴۴	..... فصل ۵. بررسی نتایج
۴۵	..... ۱-۵- مقدمه
۴۵	..... ۲-۵- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه
۴۷	..... ۳-۵- ارزیابی صحت نتایج
۴۷	..... ۴-۵- بررسی نتایج
۴۷	..... ۵-۵- نتایج مربوط به دیوار تابع قانون توان
۶۱	..... ۶-۵- نتایج مربوط به دیوار شار ثابت
۷۴	..... فصل ۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها
۷۵	..... ۱-۶- نتیجه‌گیری
۷۶	..... ۲-۶- پیشنهادها
۷۷	..... پیوست
۷۸	..... پیوست ۱
۸۲	..... پیوست ۲
۸۴	..... مراجع

## فهرست اشکال

- شکل (۱-۱) یک ماده‌ی متخلخل. .... ۳
- شکل (۲-۱) لایه مرزی جابجایی آرام بر روی یک سطح قائم. .... ۴
- شکل (۱-۲) انتقال از رژیم داریسی به فورچهمیر در جریان یک سویه، درون یک محیط متخلخل  
دما ثابت. .... ۲۲
- شکل (۱-۳) نحوه قرار گرفتن محورهای مختصات و لایه مرزی در شرایط شار دیواره ثابت. .... ۲۸
- شکل (۱-۵) منحنی تغییرات عدد ناسلت فاز مایع نسبت به تعداد گره‌های شبکه برای دیوار دما  
ثابت. .... ۴۶
- شکل (۲-۵) منحنی تغییرات عدد ناسلت فاز مایع نسبت به تعداد گره‌های شبکه برای دیوار شار  
ثابت. .... ۴۶
- شکل (۳-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $n$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی  
برای یک نانوسیال دو پخشی. .... ۴۹
- شکل (۴-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $n$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی  
برای یک سیال عادی دو پخشی. .... ۵۰
- شکل (۵-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $n$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی  
برای یک نانوسیال تک پخشی. .... ۵۱
- شکل (۶-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $n$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی  
برای یک سیال عادی تک پخشی. .... ۵۲
- شکل (۷-۵) اثر تغییرات نسبت هدایت حرارتی  $\gamma$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهیده برای  
یک نانوسیال دوپخشی. .... ۵۳
- شکل (۸-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $n$  بر عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز سیال برای  
حالات مختلف. .... ۵۴
- شکل (۹-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $n$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهیده برای یک  
نانوسیال دوپخشی. .... ۵۵
- شکل (۱۰-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $n$  بر عدد شروود کاهیده‌ی مربوط به محلول برای  
حالات مختلف. .... ۵۶

شکل (۵-۱۱) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر عدد شروع کاهیده‌ی مربوط به نانوذره برای حالات مختلف.....	۵۷
شکل (۵-۱۲) اثر تغییرات پارامتر $N_1$ بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی.....	۵۸
شکل (۵-۱۳) اثر تغییرات پارامتر $N_2$ بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی.....	۵۸
شکل (۵-۱۴) اثر تغییرات پارامتر $Nb$ بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی.....	۵۹
شکل (۵-۱۵) اثر تغییرات پارامتر $Nd$ بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی.....	۵۹
شکل (۵-۱۶) اثر تغییرات پارامتر $Nt$ بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی.....	۶۰
شکل (۵-۱۷) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک نانوسیال دو پخشی .....	۶۲
شکل (۵-۱۸) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک سیال عادی دو پخشی .....	۶۳
شکل (۵-۱۹) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک نانوسیال تک پخشی .....	۶۴
شکل (۵-۲۰) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک سیال عادی تک پخشی .....	۶۵
شکل (۵-۲۱) اثر تغییرات نسبت هدایت حرارتی $\gamma$ بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی .....	۶۶
شکل (۵-۲۲) اثر تغییرات نسبت هدایت حرارتی $\gamma$ بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی .....	۶۷
شکل (۵-۲۳) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز سیال برای سیالات مختلف.....	۶۸
شکل (۵-۲۴) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز جامد برای سیالات مختلف.....	۶۸
شکل (۵-۲۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر عدد شروع کاهیده‌ی مربوط به محلول برای سیالات مختلف.....	۶۹
شکل (۵-۲۶) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان $\lambda$ بر عدد شروع کاهیده‌ی مربوط به نانوذره برای سیالات مختلف.....	۷۰

- شکل (۲۷-۵) اثر تغییرات پارامتر  $N_I$  بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی..... ۷۱
- شکل (۲۸-۵) اثر تغییرات پارامتر  $N_2$  بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی..... ۷۱
- شکل (۲۹-۵) اثر تغییرات پارامتر  $N_b$  بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی..... ۷۲
- شکل (۳۰-۵) اثر تغییرات پارامتر  $N_d$  بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی..... ۷۲
- شکل (۳۱-۵) اثر تغییرات پارامتر  $N_t$  بر اعداد ناسلت و شروع محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی..... ۷۳

## فهرست جداول

- جدول (۱-۱) ضرایب رگرسیون خطی و حد خطای نسبی در تقریب عدد ناسلت کاهیده..... ۱۱
- جدول (۲-۱) ضرایب رگرسیون خطی و حد خطای نسبی در تقریب عدد ناسلت کاهیده..... ۱۲
- جدول (۱-۲) خواص برخی از مواد متخلخل معمول..... ۱۷
- جدول (۱-۵) مقادیر عدد ناسلت کاهیده برای یک دیوار دما ثابت با شرایط  $Le_1=10, Le_2=10$ ..... ۴۷
- جدول (۲-۵) مقادیر عدد ناسلت کاهیده برای یک دیوار دما ثابت با شرایط  $Le_1=10, Le_2=10$  در چهار حالت مختلف برای مدل تعادل حرارتی..... ۵۳
- جدول (۳-۵) ضرایب رگرسیون دو بعدی در تخمین اعداد ناسلت و شروع کاهیده و مقادیر خطای نسبی آنها..... ۶۱

## علائم و اختصارات

غلظت محلول ( $\text{kg/m}^3$ )	$C$
ظرفیت حرارتی ویژه ( $\text{kJ/kg k}$ )	$c$
ضریب پخش برونی ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$D_B$
پخش شوندگی نوع دوفور ( $\text{m}^5 \text{ k/kg s}$ )	$D_{Df}$
پخش شوندگی حالت محلول ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$D_{Sm}$
پخش شوندگی نوع سورت ( $\text{kg/s m k}$ )	$D_{Sr}$
ضریب پخش ترموفورتیک ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$D_T$
تابع جریان بی بعد	$f$
شتاب گرانش ( $\text{m/s}^2$ )	$g$
ضریب انتقال حرارت حجمی ( $\text{w/m}^3 \text{ k}$ )	$h$
ضریب بی بعد انتقال حرارت	$H$
نفوذپذیری مخصوص ( $\text{m}^2$ )	$K$
ضریب هدایت حرارتی جامد ( $\text{w/m k}$ )	$k_s$
ضریب هدایت حرارتی سیال ( $\text{w/m k}$ )	$k_f$
عدد لوییس محلول دوفور	$Ld$
عدد لوییس معمولی	$Le_1$
عدد لوییس نانوسیال	$Le_2$
پارامتر حرکت برونی	$Nb$
پارامتر دوفور اصلاح شده	$Nd$
پارامتر ترموفورسیس	$Nt$
نسبت شناوری معمولی دوپخشی	$N_1$
نسبت شناوری	$N_2$
عدد ناسلت فاز سیال	$Nu_f$
عدد ناسلت فاز جامد	$Nu_s$
عدد ناسلت کاهیده فاز سیال	$Nur_f$
عدد ناسلت کاهیده فاز جامد	$Nur_s$
فشار ( $\text{kg/m s}^2$ )	$p$
نسبت حجمی نانوذره	$P$
شار حرارتی دیوار ( $\text{w/m}^2$ )	$q_w$
شار گرمی محلول دیوار ( $\text{m}^2 \text{ s/kg}$ )	$q_m$

شار گرمی نانوذره دیوار (s/m)	$q_{np}$
عدد ریلی موضعی	$Ra_x$
غلظت بی بعد محلول	$S$
عدد شروود موضعی محلول	$Sh_x$
عدد شروود موضعی نانوذره	$Sh_{x,n}$
عدد شروود کاهیده محلول	$Shr$
عدد شروود کاهیده نانوذره	$Shrn$
دما (k)	$T$
سرعت دارسی (m/s)	$V_m$
سرعت سیال (m/s)	$V_f$
سرعت (m/s)	$v$
بعد مکانی در جهت صفحه (m)	$x$
بعد مکانی عمود بر صفحه (m)	$y$

#### علائم یونانی

ضریب پخش حرارتی محیط متخلخل ( $m^2/s$ )	$\alpha_m$
ضریب انبساط حجمی محلول سیال ( $m^3/kg$ )	$\beta_c$
ضریب انبساط حرارتی حجمی سیال (1/k)	$\beta_T$
نسبت هدایت حرارتی	$\gamma$
تخلخل	$\varepsilon$
متغیر تشابهی	$\eta$
تابع جریان	$\psi$
دمای بی بعد	$\theta$
اندیس توان	$\lambda$
لزجت سیال (kg/ms)	$\mu$
چگالی سیال ( $kg/m^3$ )	$\rho_f$

## فصل ۱. مقدمه



## ۱-۱- مقدمه

در این فصل ابتدا مقدمه‌ی مختصری درباره‌ی محیط متخلخل، جابجایی طبیعی و نانوسیالات و همچنین اهمیت هر یک از آنها آورده شده است و سپس به مرور تحقیقات پیشین صورت گرفته توسط سایر پژوهشگران در زمینه‌ی جابجایی آزاد در محیط متخلخل با حضور نانوسیال و بدون آن، پرداخته می‌شود و در انتها تحقیق حاضر معرفی می‌شود.

## ۱-۲- جریان سیال در محیط متخلخل

انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل یکی از موضوعاتی است که در میان تحقیقات مربوط به انتقال حرارت رشد ناگهانی داشته است. مکانیک حرکت سیال در یک محیط متخلخل برای بیش از یک قرن محققان را به خود مشغول کرده و در چند دهه‌ی گذشته مطالعات مربوط به انتقال حرارت در این محیط‌ها خود به شاخه‌ای جدید تبدیل شده است. از این میان مسئله‌ی جابجایی طبیعی بر روی سطح عمودی و در محیط متخلخل، به دلیل کاربردهای گسترده‌ی آن، یک مسئله‌ی کلاسیک و با اهمیت انتقال حرارت به شمار می‌رود و تحقیقات گسترده‌ای در این زمینه انجام شده است.

محیط متخلخل به محیطی جامد اطلاق می‌شود که دارای خلل و فرج به هم پیوسته باشد. معمولاً این محیط یا ماتریس جامد، صلب فرض می‌شود. پیوستگی فضاهای خالی یا حفره‌ها اجازه‌ی جریان یافتن یک یا چند سیال مختلف از میان ماتریس جامد را می‌دهد.

در ساده‌ترین حالت فضاهای خالی توسط یک سیال تنها پر می‌شوند (جریان یک فازی) ولی می‌توان شرایطی را در نظر گرفت که این فضاها توسط مخلوطی از مایع و گاز پر شوند (جریان دو فازی). در یک محیط متخلخل طبیعی توزیع حفره‌ها از نظر شکل و اندازه نامنظم است. ماسه ساحلی، ماسه-سنگ، سنگ آهک، چوب و ریه‌ی انسان مثال‌هایی از انواع محیط‌های متخلخل طبیعی هستند. اگر بخواهیم جریان سیال در درون محیط متخلخل را برای فضاهای بسیار کوچک بررسی کنیم در آن

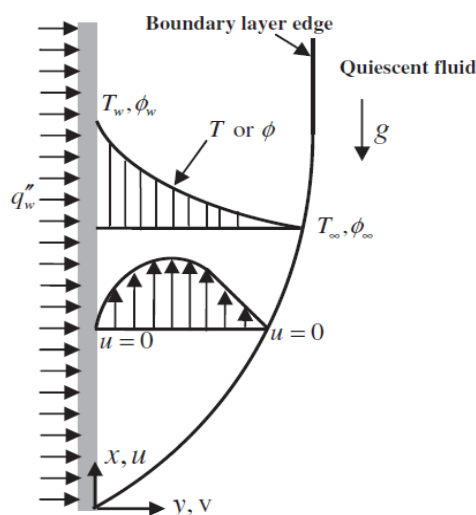
صورت به دلیل اینکه هر یک از این فضاهای خالی که در درون محیط متخلخل وجود دارند و در بالا توضیح داده شد از نظر شکل و اندازه یکسان نیستند با یک جریان پیچیده از نظر شکل و هندسه‌ی جریان سروکار خواهیم داشت که البته معادلات جریان، همان معادلات مرسوم جریان سیال یعنی همان معادلات بقایای رایج خواهند بود ولی اگر بخواهیم جریان سیال را در درون محیط متخلخل برای ابعاد بزرگ مطالعه و بررسی کنیم باید از روشی شبیه به متوسط گیری برای حجم مورد نظر استفاده کرد که به آن حجم پایه نمایانگر<sup>۱</sup> (r.e.v) گفته می‌شود که در این روش حجم مورد نظر انتخاب شده باید آنقدر بزرگ باشد که مطالعه جریان در درون محیط مورد نظر مستقل از شکل و اندازه‌ی این روزنه‌های خالی باشد. معادلات جریانی که از این روش بدست می‌آیند با معادلات مرسوم متفاوت خواهند بود و در عوض این حسن را خواهند داشت که می‌توان یک مدل پیوسته بزرگ برای حجم مورد نظر از محیط متخلخل ارائه کرد.



شکل (۱-۱) یک ماده‌ی متخلخل.

### ۱-۳- جابجایی طبیعی

انتقال حرارت جابجایی آزاد یا طبیعی، انتقال حرارت بین یک سطح و یک سیال متحرک روی آن است که حرکت سیال، کاملاً توسط نیروهای شناوری ناشی از تغییرات چگالی که نتیجه‌ی تغییرات دما در جریان است، اتفاق می‌افتد. جریان‌های جابجایی طبیعی مثل همه‌ی جریان‌های ویسکوز می‌توانند آرام یا متلاطم باشند. با این حال با توجه به سرعت‌های کمی که معمولاً در جریان‌های جابجایی طبیعی وجود دارد، جریان‌های جابجایی طبیعی آرام در عمل بیشتر از جریان‌های جابجایی اجباری آرام روی می‌دهند.



شکل (۱-۲) لایه مرزی جابجایی آرام بر روی یک سطح قائم

اغلب جریان‌های جابجایی آزاد بر اثر تغییرات چگالی در حضور میدان نیروی گرانشی شکل می‌گیرند. با این حال، جریان‌های مشابه می‌توانند در میدان‌های نیروی دیگر نیز شکل بگیرند. گاهی اوقات یک تفاوت بین جابجایی طبیعی و آزاد قائل می‌شوند، عنوان جابجایی طبیعی به جریان‌های ناشی از میدان نیروی گرانشی و عنوان جابجایی آزاد به جریان‌های ناشی از حضور هر میدان نیروی گرانشی می‌گردد. با این حال امروزه هر دو عنوان معمولاً برای توصیف هر جریان ناشی از تغییرات چگالی وابسته به تغییرات دما در یک میدان نیروی گرانشی به کار می‌روند. در این پایان نامه از هر دو عنوان

استفاده شده است.

## ۱-۴- نانوسیال، محیط جدید انتقال حرارت

کاربرد وسیع انتقال حرارت در صنایع گوناگون سبب گردیده است که افزایش راندمان دستگاه های حرارتی در اولویت طراحان واحدهای صنعتی قرار گیرد. تلاش های زیاد محققان در سال های گذشته جهت افزایش انتقال حرارت به ابداع روش های مختلف در این راستا منجر شده است. افزایش راندمان و بهبود عملکرد دستگاه های حرارتی از یک سو سبب صرفه جویی در انرژی شده و از طرف دیگر می-تواند کوچک شدن ابعاد دستگاهها و در نتیجه کاهش هزینه مواد و ساخت دستگاه را به دنبال داشته باشد. متأسفانه بسیاری از روش های مذکور با ازدیاد سطح در واحد حجم دستگاه امکان پذیر است که این مسئله سبب افزایش افت فشار می شود و با توجه به نیاز به پمپ قویتر هزینه لازم جهت انتقال سیال بیشتر می گردد.

پیشرفت در فناوری نانو در دو دهه اخیر و استفاده از نانو سیال بعنوان محیط جدید و مناسبی برای انتقال حرارت افق جدیدی را فرا روی پژوهشگران ایجاد کرده است. از آنجا که سیالاتی که معمولاً در صنایع نقش منتقل کننده حرارت را ایفا می کنند، سیالانی از قبیل آب، اتیلن گلیکول و روغن هستند و این دسته از سیالات، از ضریب هدایت حرارتی کمی در مقایسه با فلزات و اکسیدهای فلزی برخوردارند، می توان با افزودن مواد جامد با مشخصه های حرارتی بهتر، عملکرد حرارتی سیالات فوق را بهبود بخشید. بحث افزودن ذرات جامد با اندازه میکرو به سیالات پایه از دهه ها سال قبل مطرح گردیده است ولی از آنجا که سوسپانسیون حاصل به سرعت ته نشین می شود، گرفتگی معابر و لوله های عبوری را در پی دارد. از طرف دیگر وجود ذرات با اندازه میکرو سبب سایش جداره لوله ها شده و به پمپ ها و وسایل انتقال نیز آسیب جدی وارد می کند. در نانو سیالات بدلیل وجود ذرات با اندازه نانو در داخل سیال پایه مشکلات مربوط به ته نشینی، گرفتگی لوله ها و سایش قابل ملاحظه ای خواهد

داشت. از مزیت‌های مهم نانوسیالات افزایش شدید ضریب هدایت حرارتی و همچنین ضریب جابجایی انتقال حرارت، بدون افزایش قابل توجه در افت فشار می‌باشد. پژوهش‌های مختلف انجام شده بیانگر بهبود وسیع شاخصه‌های انتقال حرارت نانوسیالات است، اگر چه در برخی موارد نیز اطلاعات منفی گزارش شده است.

در صورت کاربردی شدن استفاده از نانوسیال یکی از مشکلات اصلی صنایع که انتقال حرارت ناکافی دستگاهها و سیالات مختلف است برطرف می‌گردد و در مواردی می‌توان با بهبود عملکرد حرارتی سیال، ظرفیت دستگاههای موجود را افزایش داد که این خود منجر به افزایش ظرفیت واحد عملیاتی می‌شود. در برخی از دستگاهها مثل کوره‌ها در صورت افزایش قدرت جذب حرارت توسط سیال داخل لوله، می‌توان از سوخت کمتری استفاده کرد که سبب کاهش آلودگی محیط زیست می‌گردد.

## ۱-۵- مروری بر تحقیقات پیشین

انتقال حرارت جابجایی در محیط متخلخل در سال‌های اخیر به دلیل اهمیتش در کاربردهای ژئوفیزیکی و سیستم‌های انرژی، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. این کاربردها شامل سیستم‌های ژئوترمال، آنالیز آلودگی آب‌های زیر زمینی، اکتشاف میدان‌های نفتی و گازی، مبدل‌های حرارتی فشرده، استفاده از مواد فیبری در عایق کاری ساختمان‌ها و تجهیزات، ذخیره‌ی مواد زائد هسته‌ای رادیواکتیو، ذخیره‌سازی حبوبات و ریخته‌گری فلزات و . . . هستند. این موارد به صورت جزئی و گسترده توسط نیلد و بیجن<sup>۱</sup> [۱]، اینگهام و پاپ<sup>۲</sup> [۲]، ناکایاما<sup>۳</sup> [۳]، وفایی<sup>۱</sup> [۴]، اینگهام و همکاران<sup>۲</sup>

- 
1. Nield and Bejan
  2. Ingham and Pop
  3. Nakayama

[۵] مرور و مورد بحث قرار گرفته است.

حل مسئله جابجایی طبیعی بر روی سطوح عمودی، افقی و مایل در مجاورت محیط متخلخل از مسائل کلاسیکی است که مقالات زیادی را به خود اختصاص داده است. از طرفی حل عددی معادلات دیفرانسیل کامل برای جابجایی در یک ناحیه بی مرز، هزینه بر است بنابراین، حل‌های تقریبی در این زمینه مهم هستند و برای مقادیر کوچک عدد رایلی، از این روش حل استفاده می‌شود. این در حالی است که در رایلی‌های بزرگ، لایه مرزی حرارتی تشکیل شده و تئوری لایه مرزی روشی آشکار برای بررسی و تحقیق است. مورد دوم بیشترین سهم از مطالب این بخش را به خود اختصاص می‌دهد. مسأله‌ی جابجایی طبیعی از روی یک صفحه‌ی تخت عمودی در محیط متخلخل، یک مسأله‌ی کلاسیک است که برای اولین بار توسط چنگ و مینکویچ<sup>۳</sup> [۶] مورد بررسی قرار گرفت. آنها دمای محیط را یکنواخت و دمای سطح را یک تابع توانی از فاصله نسبت به ابتدای صفحه در نظر گرفتند و مسئله را به صورت تشابهی حل کرده و عبارتی را برای ضخامت لایه مرزی و عدد ناسلت به دست آوردند. همچنین حل این مسأله چه در شرایط دمای صفحه ثابت و چه در شرایط شار صفحه ثابت، در کتابی که توسط بیجن<sup>۴</sup> [۷] تألیف شده، آمده است. پس از حل فوق، پژوهش‌گران دیگر به حل مسائل پیچیده‌تر با تغییر شرایط مرزی روی سطح و نیز محیط متخلخل پرداختند که در زیر به تعدادی از مقالات آنها اشاره شده است. بجن و خیر<sup>۵</sup> [۸] این مسأله را با در نظر گرفتن انتقال حرارت و انتقال جرم به طور همزمان و با استفاده از روش تشابهی حل کرده و به این ترتیب آن را گسترش دادند. یک مطالعه بر روی مسئله گذرا در حالتی که دمای دیواره به صورت  $x^2$  تغییر می‌کرد، توسط اینگهام و

- 
1. Vafai
  2. Ingham
  3. Cheng and Minkowycz
  4. Bejan
  5. Bejan and Khair

برون<sup>۱</sup> [۹] انجام شد. آنها دریافتند که برای  $\lambda < -1/2$  هیچ حلی برای معادلات لایه مرزی ناپایدار ممکن نیست، و برای  $1 < \lambda < -1/2$  معادله دیفرانسیل حاکم بر جریان تکین می‌شود. همچنین برای  $-1/3 < \lambda < -1/2$  سرعت به مقدار ماکزیموم خود درون لایه مرزی ( و نه روی مرز) می‌رسد. برای حالت  $\lambda = 0$ ، هاک و مولیگان<sup>۲</sup> [۱۰] مسئله معادلات لایه مرزی ناپایدار را به صورت عددی، انتگرال گیری کردند. نتایج آنها نشان داد که در یک سیال داری، عدد ناسلت محلی با زمان به صورت یکنواخت کاهش می‌یابد تا به مقدار حالت پایدارش برسد. پوستلنیکو و پاپ<sup>۳</sup> [۱۱] حل تشابهی را برای مسئله لایه مرزی جابجایی آزاد روی سطوح قائم و افقی در محیط متخلخل ارائه دادند. در مسئله آنها تولید حرارت داخلی به صورت نمایی محو می‌شد و توزیع دمای دیواره متناسب با  $x^2$  بود. در هر دو مورد حل آنها یک جهش را در پروفایل‌های سرعت و دما برای  $\lambda < 0$  نشان می‌داد. همچنین در حالت قائم مقدار عدد ناسلت بزرگتری را نسبت به حالت عدم حضور تولید حرارت محاسبه کردند.

ریس و همکاران<sup>۴</sup> [۱۲] تاثیر اتلاف ویسکوز روی گسترش جریان لایه مرزی از یک سطح قائم در یک محیط متخلخل داری را بررسی کردند و دریافتند که جریان به تدریج از فرم چنگ-مینکوویچ کلاسیک به فرم پروفایل اتلاف مجانبی که یک جریان موازی است، میل می‌کند.

اندرو و همکارانش<sup>۵</sup> [۱۳] به بررسی جریان لایه مرزی القا شده توسط یک سطح قائم، هنگامی که شتاب گرانش به صورت پرئودیک با زمان تغییر می‌کند پرداختند. آنها فرض کردند که دامنه این تغییرات با شتاب گرانش متوسط قابل مقایسه است. نتایج حاصل از حل معادلات غیر تشابهی نشان داد که تاثیر عمده بی ثباتی شتاب گرانش بیشتر به ناحیه نزدیک لبه پیشرو محدود شده و در نواحی

- 
1. Ingham and Brown
  2. Haq and Mulligan
  3. Postelnicu and Pop
  4. Rees
  5. Andrew

دورتر از لبه پیشرو ضعیف می‌گردد.

بدرودین و همکاران<sup>۱</sup> [۱۴] به بررسی جابجایی طبیعی با حضور و عدم حضور تشعشع بر روی یک سطح قائم که دمای آن به صورت توانی تغییر می‌کند پرداختند. آنها دریافتند که برای یک سطح دما ثابت، عدد ناسلت محلی در نزدیکی لبه پیشرو به تندی با ارتفاع صفحه کاهش می‌یابد. برای تغییر خطی دمای دیواره عدد ناسلت محلی نزدیک لبه پیشرو افزایش یافته و برای حالت شار ثابت عدد ناسلت برای ۹۰٪ ارتفاع صفحه ثابت می‌ماند.

مگیاری و ریس<sup>۲</sup> [۱۵] به مطالعه تاثیر اتلاف ویسکوز روی جریان لایه مرزی جابجایی طبیعی داری، از یک سطح قائم با توزیع توانی دمای دیواره پرداختند. مطالعه‌ی آنها شامل جریان رو به پایین بر روی سطح سرد معطوف بود. آنها دریافتند که اگر اتلاف ویسکوز قابل اغماض باشد، دو حالت از لحاظ فیزیکی هم ارز هستند اما حرارت ایجاد شده توسط اصطکاک ویسکوز هم ارزی مذکور را از بین می‌برد.

مقالات مختلف نوشته شده درباره‌ی موضوع انتقال حرارت جابجایی در نانوسیال در دهه‌ی گذشته به طور گسترده رشد پیدا کرده‌اند. با این حال تعداد تحقیقات تحلیلی درباره‌ی جابجایی طبیعی در نانوسیال در مقایسه با جابجایی اجباری، به نسبت کمتر است. خانافر و همکاران<sup>۳</sup> [۱۶] در یک تحقیق، مسئله‌ی جابجایی طبیعی نانوسیال درون یک محفظه را بررسی کرد و دریافت که به ازای هر عدد گراشوف<sup>۴</sup> داده شده، نرخ انتقال حرارت، با افزایش نسبت حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. بر خلاف آنان، پوترا و همکاران<sup>۵</sup> [۱۷] و همچنین ون و دینگ<sup>۱</sup> [۱۸] در تحقیقات تجربی خود به این

- 
1. Badruddin
  2. Magyari and Rees
  3. Khanafer
  4. Grashof number
  5. Putra



نتایج رسیدند که ضریب انتقال حرارت با افزایش غلظت نانوذرات نه تنها افزایش نمی‌یابد بلکه کاهش هم می‌یابد. تفاوت در نتایج تحلیلی خانافر و همکاران<sup>۲</sup> [۱۶] با نتایج تجربی پوترا و همکاران<sup>۳</sup> [۱۷] و همچنین ون و دینگ<sup>۴</sup> [۱۸] ممکن است به دلیل مفروضات استفاده شده در مرجع [۱۶] در توسعه‌ی مدل‌های تحلیلی باشد. در پنج سال گذشته مقالات کمی به بررسی مسئله‌ی اساسی انتقال حرارت جابجایی خارجی در نانوسیال پرداخته‌اند. کوزنتسوف و نیلد<sup>۵</sup> [۱۹] مسئله‌ی جابجایی طبیعی یک سیال عادی از روی یک صفحه‌ی عمودی دما ثابت را به جریان یک نانوسیال توسعه دادند. آنها از مدل بونگیارنو<sup>۶</sup> [۲۰] که اثرات نفوذی حرکت برونی را همزمان با اثرات ترموفورسیس در نظر می‌گرفت، برای نوشتن معادلات انتقال یافته استفاده کردند. در روش تشابهی آنها چهار پارامتر عدد برونی، عدد ترموفورسیس، عدد لوییس و نسبت شناوری در معادلات انتقال یافته تعیین شدند. برای اعداد پرانتل و لوییس مساوی و برابر ۱۰ نتایج عددی آنها نشان داد که عدد ناسلت کاهیده با افزایش هر یک از پارامترهای عدد برونی، عدد ترموفورسیس و نسبت شناوری، کاهش می‌یابد. بعد از آن سایر محققان پژوهش‌ها را به محیط متخلخل اشباع از نانوسیال توسعه دادند.

اولین بار مسأله جابجایی آزاد روی یک دیوار تخت عمودی با دما و سایر شرایط ثابت و با حضور نانوسیال در محیط متخلخل توسط نیلد و کوزنتسوف<sup>۷</sup> [۲۱] مورد بررسی قرار گرفت. آنها در تحقیق خود معادله‌ی مربوط به غلظت محلول  $C$  را در نظر نگرفتند و با استفاده از مدل داریسی برای محیط متخلخل، معادلات بی‌بعد را از معادلات تعمیم داده شده استخراج کرده و با در نظر گرفتن یک متغیر

- 
1. Wen and Ding
  2. Khanafer
  3. Putra
  4. Wen and Ding
  5. Kuznetsov and Nield
  6. Buongiorno
  7. Nield and kuznetsov

تشابهی مناسب، اقدام به حل عددی سه معادله‌ی مربوط به جریان، انتقال حرارت و نسبت حجمی نانوذره نمودند. در این تحقیق چهار پارامتر بی‌بعد تأثیر گذار وجود دارد که عبارتند از: عدد لوییس  $Le$ ، نسبت شناوری  $Nr$ ، پارامتر حرکت برونی  $Nb$  و پارامتر ترموفورسیس  $Nt$ . تغییرات هر یک از این پارامترها، بر عدد ناسلت  $Nu$  و عدد شروود نانوذره  $Sh_n$  اثر گذار است که در این تحقیق فقط اثر آنها بر عدد ناسلت  $Nu$  بررسی شده است. با استفاده از رگرسیون خطی، جدول (۱-۱) به منظور سنجیدن تأثیرات هر یک از پارامترها، بر عدد ناسلت  $Nu$  تهیه شده است. علامت منفی ضرایب  $C_r$ ،  $C_b$  و  $C_t$  به این معناست که افزایش  $Nr$ ،  $Nb$  و  $Nt$  اثری معکوس بر عدد ناسلت کاهیده  $Nur$  خواهد گذاشت.

جدول (۱-۱) ضرایب رگرسیون خطی و حد خطای نسبی در تقریب عدد ناسلت کاهیده. در اینجا  $C_r$ ،  $C_b$  و  $C_t$  ضرایبی هستند برای

تقریب فرمول  $Nu_{est}/Ra^{1/2} = 0.444 + C_r Nr + C_b Nb + C_t Nt$  که برای  $Nr$ ،  $Nb$  و  $Nt$  هر کدام در حیطه‌ی تغییرات  $[0, 0.5]$

کاربردی است و  $\varepsilon$  ماکزیموم خطای نسبی است که از فرمول  $\varepsilon = [(Nu_{est} - Nu) / Nu]$  بدست می‌آید.

$\varepsilon$	$C_r$	$C_b$	$C_t$	$Le$
0.154	-0.309	-0.060	-0.166	1
0.147	-0.230	-0.129	-0.162	2
0.126	-0.148	-0.209	-0.152	5
0.119	-0.111	-0.245	-0.150	10
0.114	-0.086	-0.268	-0.149	20
0.110	-0.064	-0.288	-0.149	50
0.108	-0.053	-0.298	-0.148	100
0.107	-0.045	-0.304	-0.148	200
0.106	-0.039	-0.310	-0.148	500
0.107	-0.036	-0.313	-0.148	1000

پس از این تحقیق، نیلد و کوزنتسف<sup>۱</sup> اقدام به گسترش کار خود نمودند و با در نظر گرفتن یک نانوسیال دوپخشی معادله‌ی غلظت محلول را هم به معادلات کوپله‌ی قبلی اضافه کردند [۲۲]. با این

1. Nield and Kuznetsov

گسترش تعداد پارامترهای بی بعد تأثیر گذار به هشت عدد افزایش می یابد که عبارتند از: عدد لوییس معمولی  $Le$ ، عدد لوییس نانوسیال  $Ln$ ، عدد لوییس دوفور محلول  $Ld$ ، نسبت شناوری نانوسیال  $Nr$ ، پارامتر حرکت برونی  $Nb$ ، پارامتر ترموفورسیس  $Nt$ ، شناوری دوپخشی معمولی  $Nc$  و پارامتر اصلاح شده ی دوفور  $Nd$ . در این تحقیق معلوم شد که افزایش  $Nr$ ،  $Nb$ ،  $Nt$  و  $Nd$  موجب کاهش عدد ناسلت و در نتیجه افزایش ضخامت لایه مرزی حرارتی شده و افزایش  $Nc$  به افزایش عدد ناسلت می انجامد. در جدول (۲-۱) ضرایب لازم برای تخمین عدد ناسلت کاهیده با استفاده از پارامترهای بی بعد آمده است. در صورتی که عدد لوییس  $Le$  بیشتر از ۱۰ شود نتایج بدست آمده از رگرسیون خطی اعتبار خود را از دست می دهند زیرا مقدار عدد ناسلت را منفی پیش بینی می کنند که از نظر فیزیکی اشتباه است.

جدول (۲-۱) ضرایب رگرسیون خطی و حد خطای نسبی در تقریب عدد ناسلت کاهیده. در اینجا  $C_r$ ،  $C_b$ ،  $C_t$ ،  $C_c$  و  $C_d$  ضرایبی هستند برای تقریب فرمول  $Nu_{est}/Ra^{1/2} = 0.444 + C_r Nr + C_b Nb + C_t Nt + C_c Nc + C_d Nd$  که برای  $Nr$ ،  $Nb$ ،  $Nt$ ،  $Nc$  و  $Nd$  هر کدام در حیطه ی تغییرات [0.05, 0.1, 0.15, 0.2] کاربردی است و  $\epsilon$  ماکزیموم خطای نسبی است که از فرمول  $\epsilon = [(Nu_{est} - Nu) / Nu]$  بدست می آید.

Le	Ln	Ld	$C_r$	$C_b$	$C_t$	$C_c$	$C_d$	$\varepsilon$
1.0	1.0	1.0	-0.259	-0.117	-0.180	0.242	-0.069	0.095
3.0	1.0	1.0	-0.238	-0.098	-0.173	0.134	-0.463	0.111
10	1.0	1.0	-0.182	-0.073	-0.162	0.029	-1.334	0.328
1.0	3.0	1.0	-0.151	-0.240	-0.174	0.231	-0.081	0.037
3.0	3.0	1.0	-0.128	-0.219	-0.164	0.127	-0.465	0.046
10	3.0	1.0	-0.073	-0.186	-0.153	0.024	-1.326	0.119
1.0	10	1.0	-0.077	-0.325	-0.172	0.224	-0.091	0.019
3.0	10	1.0	-0.063	-0.292	-0.162	0.123	-0.465	0.022
10	10	1.0	-0.018	-0.239	-0.155	0.020	-1.305	0.115
1.0	1.0	3.0	-0.285	-0.216	-0.230	0.377	0.525	0.086
3.0	1.0	3.0	-0.222	-0.150	-0.178	0.229	-0.233	0.521
10	1.0	3.0	-0.093	-0.043	-0.103	0.116	-1.747	2.051
1.0	3.0	3.0	-0.155	-0.365	-0.221	0.373	0.416	0.063
3.0	3.0	3.0	-0.104	-0.288	-0.169	0.227	-0.294	0.554
10	3.0	3.0	0.018	-0.165	-0.097	0.114	-1.762	3.375
1.0	10	3.0	-0.051	-0.482	-0.209	0.377	0.306	0.108
3.0	10	3.0	-0.024	-0.384	-0.162	0.229	-0.350	0.126
10	10	3.0	0.072	-0.225	-0.102	0.109	-1.747	3.253

خان و عزیز<sup>۱</sup> [۲۳] در مقاله‌ای اقدام به حل مسأله‌ای کردند که پیشتر در مرجع [۲۱] توسط سایر محققین انجام شده بود. تنها وجه تمایز کار آنها شرایط مرزی بر روی دیواره بود که موجب عوض شدن متغیر تشابهی لازم برای حل مسأله شد. آنها نیز در این مقاله اقدام به حل عددی سه معادله‌ی مربوط به جریان، انتقال حرارت و نسبت حجمی نانوذره نمودند. در این تحقیق پنج پارامتر بی‌بعد تأثیر گذار وجود دارد که عبارتند از:  $Le$ ،  $Nr$ ،  $Nb$ ،  $Nt$  و عدد پرانتل  $Pr$ . این دو محقق سپس کار خود را با در نظر گرفتن یک سیال دوپخش‌ی تعمیم دادند [۲۴]. در مقاله-ی اخیر همان هشت پارامتر بی‌بعد تأثیر گذار مرجع [۲۲] بعلاوه‌ی یک ضریب  $\lambda$  مربوط به مرتبه‌ی توان در فرمول شارهای گرمایی، غلظت محلول و غلظت نانوذره وجود دارد.

## ۱-۶- معرفی تحقیق حاضر و جایگاه آن

در ادامه‌ی تحقیقات انجام شده‌ی قبلی، پروژه‌ی حاضر معرفی گردیده است. با توجه به اهمیت موضوع جابجایی طبیعی در محیط متخلخل غیر تعادلی و کاربرد آن در بحث خنک کردن راکتورهای هسته-ای پیشرفته، در تحقیق حاضر، محیط متخلخل، با فرض عدم تعادل حرارتی در نظر گرفته شده است. از طرفی استفاده‌ی روز افزون از نانوسیالات به عنوان محیط جدید انتقال حرارت و نقش ویژه‌ی آن در افزایش انتقال حرارت و کوچک کردن ابعاد مبدل‌های حرارتی، موجب شد تا این نوع سیال، در تحقیق حاضر به عنوان سیال عامل در بحث جابجایی آزاد در نظر گرفته شود.

پروژه‌ی حاضر به دو بخش کلی تقسیم می‌شود. در بخش اول مسئله‌ی جابجایی آزاد از روی یک صفحه‌ی تخت عمودی، در محیط متخلخل غیر تعادلی، با فرض اینکه دما و سایر پارامترها بر روی صفحه‌ی عمودی، تابعی توانی از فاصله نسبت به ابتدای صفحه باشند، بررسی می‌شود. در این بخش با ارائه‌ی یک حل تشابهی، تاثیر پارامترهای بی‌بعد مختلف بر روی لایه‌های مرزی و اعداد ناسلت و شروود محلی، کاوش می‌شود. این بخش از پروژه در ادامه‌ی پژوهش‌های انجام شده در مراجع [۲۱] و [۲۲] مطرح شده است. در بخش دوم، همان مسئله‌ی قبل در نظر گرفته می‌شود ولی این بار در شرایطی که شارهای حرارتی و غلظتی بر روی صفحه، تابعی توانی از فاصله نسبت به ابتدای صفحه باشند. این بخش از تحقیق نیز توسعه‌ی از تحقیقات انجام شده در مراجع [۲۳] و [۲۴] می‌باشد.

## فصل ۲. تئوری محیط‌های متخلخل

## ۲-۱- مقدمه

در این فصل شرایط کلی حاکم بر یک سیال در محیط متخلخل و روابط و اصطلاحات موجود در این باب معرفی می‌شوند.

## ۲-۲- تخلخل

تخلخل  $\varepsilon$ ، جزء کسری از کل حجم محیطی است که توسط فضاهای خالی اشغال می‌شود بنابراین می‌توان گفت  $\varepsilon$ -۱، جزء کسری است که توسط جامد پر می‌شود.

در یک محیط همگن، تخلخل سطحی برابر است با نسبت سطح خالی به کل سطح در یک سطح مقطع نمونه، و به طور معمول برابر  $\varepsilon$  خواهد بود. در تعریف  $\varepsilon$  به این روش فرض می‌شود که همه‌ی فضاهای خالی به هم وصل هستند. در صورتی که محیطی در نظر گرفته شود که در آن بعضی از حفره‌ها به بقیه وصل نباشند باید یک تخلخل مؤثر را تعریف کرد که به صورت نسبت حجم فضاهای خالی متصله به کل حجم محیط متخلخل تعریف می‌شود.

در محیط‌های متخلخل طبیعی،  $\varepsilon$  از  $0/6$  تجاوز نمی‌کند. در بسترهای شامل مواد جامد کروی با قطر یکنواخت،  $\varepsilon$  می‌تواند بین مقادیر  $0/2595$  تا  $0/4764$  تغییر کند. غیر یکنواخت بودن اندازه‌ی دانه‌های جامد منجر به کم شدن تخلخل نسبت به شرایطی می‌شود که این دانه‌ها یکنواخت باشند، زیرا ذرات کوچکتر، حفره‌های ایجاد شده در بین ذرات بزرگتر را پر می‌کنند.

برای مواد دست ساخت بشر مانند بعضی از فوم‌های فلزی،  $\varepsilon$  می‌تواند به مقدار ۱ بسیار نزدیک شود. جدول (۱-۲) پاره‌ای از اطلاعات گردآوری شده در مورد تخلخل و سایر خواص بعضی از مواد متخلخل را نشان می‌دهد.

جدول (۱-۲) خواص برخی از مواد متخلخل معمول [۱].

Material	Porosity $\phi$	Permeability $K$ [cm <sup>2</sup> ]	Surface per unit volume [cm <sup>-1</sup> ]
Agar-agar		$2 \times 10^{-10}$ – $4.4 \times 10^{-9}$	
Black slate powder	0.57–0.66	$4.9 \times 10^{-10}$ – $1.2 \times 10^{-9}$	$7 \times 10^3$ – $8.9 \times 10^3$
Brick	0.12–0.34	$4.8 \times 10^{-11}$ – $2.2 \times 10^{-9}$	
Catalyst (Fischer-Tropsch, granules only)	0.45		$5.6 \times 10^5$
Cigarette		$1.1 \times 10^{-5}$	
Cigarette filters	0.17–0.49		
Coal	0.02–0.12		
Concrete (ordinary mixes)	$\sim 0.1$		
Concrete (bituminous)		$1 \times 10^{-9}$ – $2.3 \times 10^{-7}$	
Copper powder (hot-compacted)	0.09–0.34	$3.3 \times 10^{-6}$ – $1.5 \times 10^{-5}$	
Cork board		$2.4 \times 10^{-7}$ – $5.1 \times 10^{-7}$	
Fiberglass	0.88–0.93		560–770
Granular crushed rock	0.45		
Hair (on mammals)	0.95–0.99		
Hair left		$8.3 \times 10^{-6}$ – $1.2 \times 10^{-5}$	
Leather	0.56–0.59	$9.5 \times 10^{-10}$ – $1.2 \times 10^{-9}$	$1.2 \times 10^4$ – $1.6 \times 10^4$
Limestone (dolomite)	0.04–0.10	$2 \times 10^{-11}$ – $4.5 \times 10^{-10}$	
Sand	0.37–0.50	$2 \times 10^{-7}$ – $1.8 \times 10^{-6}$	150–220
Sandstone ("oil sand")	0.08–0.38	$5 \times 10^{-12}$ – $3 \times 10^{-8}$	
Silica grains	0.65		
Silica powder	0.37–0.49	$1.3 \times 10^{-10}$ – $5.1 \times 10^{-10}$	$6.8 \times 10^3$ – $8.9 \times 10^3$
Soil	0.43–0.54	$2.9 \times 10^{-9}$ – $1.4 \times 10^{-7}$	
Spherical packings (well shaken)	0.36–0.43		
Wire crimps	0.68–0.76	$3.8 \times 10^{-5}$ – $1 \times 10^{-4}$	29–40



## ۳-۲- سرعت دارسی و معادله‌ی پیوستگی

با توضیحات داده شده در مورد نحوه بدست آوردن معادلات بقای جریان، در درون محیط متخلخل با استفاده از روش حجم پایه نمایانگر که در بخش قبل در مورد آن توضیح داده شد، باید توجه داشت که وقتی المان انتخاب شده برای مطالعه جریان به این روش انجام گیرد تفاوتی بین سرعت در المان در حالت مرسوم با سرعت جریان برای المان در نظر گرفته شده در این حالت به وجود می‌آید. اگر سرعت انتخاب شده در این حالت را برای المانی که شامل بخش جامد و سیال است با  $V_m$ ، و سرعت جریان برای حالتی که تنها شامل سیال می‌باشد را با  $V_f$  نمایش دهیم این دو سرعت بر طبق رابطه-ی دیوپویت-فورچهیمر<sup>۱</sup> طبق زیر به هم مرتبط می‌شوند:

$$V_m = \varepsilon V_f \quad (1-2)$$

در رابطه بالا  $\varepsilon$  همان ضریب تخلخل است که پیش از این معرفی شد. از این پس هر جا از نماد  $v$  در معادلات استفاده شود منظور همان  $V_m$  است. از این سرعت در منابع مختلف با عبارات مختلفی یاد می‌شود که سرعت نفوذ، سرعت فیلتراسیون، سرعت ظاهری، سرعت دارسی و شار چگالی حجمی از آن جمله اند. در این پایان نامه از عبارت سرعت دارسی که ملموس‌تر و ساده‌تر است استفاده شده است.

## ۴-۲- معادله اندازه حرکت خطی و قانون دارسی

در اینجا فرم معادله اندازه حرکت خطی در محیط متخلخل که شبیه معادله‌ی نویر- استوکس است ارائه خواهد شد. از نیروهای حجمی مانند جاذبه در ابتدا صرف نظر شده است که عبارت متناسب آن بعداً قابل اضافه کردن است.

---

1. Dupuit-Forchheimer

اولین کسی که برای جریان در محیط متخلخل رابطه‌ای پیشنهاد کرد داریسی<sup>۱</sup> بود. مطالعات وی درباره‌ی آب‌شناسی و آزمایشات او روی جریان پایای یک سوپه در یک محیط متخلخل یکنواخت رابطه‌ی بین اختلاف فشار اعمالی و نرخ جریان (دبی) را آشکار کرد که در نگارش جدید به شکل زیر بیان می‌شود:

$$u = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2-2)$$

که در اینجا  $\frac{\partial P}{\partial x}$  گرادیان فشار در جهت جریان و  $\mu$  لزجت دینامیکی سیال است و ضریب  $K$  به نوع و ماهیت سیال وابسته نیست بلکه فقط به هندسه‌ی محیط متخلخل وابسته است و یکای آن طول به توان دو است و نفوذپذیری مخصوص<sup>۲</sup> یا نفوذپذیری ذاتی<sup>۳</sup> محیط متخلخل نامیده می‌شود. معادله داریسی در حالت سه بعدی به صورت زیر تعمیم داده می‌شود:

$$v = \mu^{-1} \bar{K} \cdot \nabla P \quad (3-2)$$

که در اینجا  $\bar{K}$  در حالت کلی یک تانسور مرتبه دوم است و در حالتی که محیط متخلخل همگن باشد؛ نفوذپذیری تبدیل به کمیتی اسکالر می‌شود. معادله (۳-۲) با در نظر گرفتن اثرات ناشی از جاذبه به صورت زیر ساده می‌شود:

$$v = -\frac{K}{\mu} (\nabla P - \rho g \nabla D) \quad (4-2)$$

که در آن  $\rho$  چگالی سیال،  $g$  شتاب گرانش و  $D$  معرف عمق می‌باشد و تابع دلخواهی از سیستم مختصات می‌باشد. مقادیر  $K$  برای مواد طبیعی در گستره‌ی وسیعی متغیر است که به طور نمونه

- 
1. Darcy (1865)
  2. specific permeability
  3. intrinsic permeability

مقدار آن برای شن شسته<sup>۱</sup> ۱۰<sup>-۹</sup>-۱۰<sup>-۷</sup>، ماسه شسته<sup>۲</sup> ۱۰<sup>-۱۲</sup>-۱۰<sup>-۹</sup>، خاک تورب‌دار یا ذغال‌سنگ<sup>۳</sup> ۱۰<sup>-۱۳</sup>-۱۰<sup>-۱۱</sup>، خاک رس<sup>۴</sup> ۱۰<sup>-۱۶</sup>-۱۰<sup>-۱۳</sup> و برای (unweathered clay) ۱۰<sup>-۲۰</sup>-۱۰<sup>-۱۶</sup> است. دانشمندانی که در زمینه‌ی ژئوفیزیک کار می‌کنند اغلب از داری به عنوان یک واحد برای اندازه‌گیری نفوذپذیری استفاده می‌کنند که یک واحد آن برابر با  $۱۰^{-۱۲} \times ۰/۹۸۷$  متر مربع است.

قانون داری توسط آزمایشات فراوانی مورد تأیید قرار گرفته است. همچنین این قانون از راه تحلیلی و با استفاده از مدل‌های جبری (برای مثال تئوری کارمن-کوزنی<sup>۵</sup>) و مدل‌های آماری [۲۵]-[۲۷] اثبات شده است.

## ۲-۵- تعمیم‌های قانون داری

با وجود اینکه قانون داری برای تحلیل جریان سیال در درون محیط متخلخل برای مسائل زیادی معتبر است ولی گسترش کاربردهای محیط متخلخل و افزایش تحقیقاتی که بر روی این نوع از مواد صورت گرفت، نشان داد که رابطه داری محدودیت‌هایی دارد که امکان استفاده از آن را در بسیاری از جریان‌ات درون محیط متخلخل، محدود می‌کند. یکی از محدودیت‌های این رابطه این است که این رابطه تنها برای تحلیل جریان‌های با سرعت پایین معتبر است؛ یعنی برای جریان‌هایی که عدد رینولدز بر حسب اندازه خلل و فرج، کمتر از واحد باشد و یا برای جریان‌هایی که در آن ترم جابجایی ضعیف باشد.

پیرو [۲۸] بسیاری از مؤلفین اولیه در موضوع جابجایی محیط متخلخل از تعمیم معادله (۲-۴) که

- 
1. clean gravel
  2. clean sand
  3. peat
  4. stratified clay
  5. Carman-Kozney Theorem

به صورت زیر است، استفاده کردند:

$$\rho_f \left[ \frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla)V \right] = -\nabla P - \frac{\mu}{K} v \quad (5-2)$$

اما پس از آن محققین مختلف در مقالاتی نسبت به وجود ترم  $(V \cdot \nabla)V$  ایراداتی گرفتند [۲۹] و [۳۰].

در سال ۱۹۰۱ فروچهیمر<sup>۱</sup> ترمی غیر خطی به رابطه داریسی افزود تا به وسیله‌ی آن نیروی درگ بین جریان سیال و ماتریس جامد را محاسبه کند که با افزوده شدن این ترم به رابطه داریسی معادله به دست آمده در گستره‌ی بیشتری قابلیت استفاده پیدا کرد و امروزه هم در بسیاری از کاربردها از این رابطه استفاده می‌شود. بعدها برینکمن پیشنهاد داد تا ترم جدیدی تحت عنوان ترم ویسکوز به رابطه داریسی افزوده گردد (مشابه ترم لاپلاسیین سرعت در معادله کلاسیک نویر استوکس) و تفاوت عمده آن با ترم ویسکوز در معادله کلاسیک نویر استوکس این است که در آن از ویسکوزیته مؤثر به جای ویسکوزیته استفاده می‌شود. بر اساس مطالعات انجام شده استفاده از ترم ویسکوزیته برینکمن<sup>۲</sup> برای ضریب تخلخل بیشتر از ۰/۶ مناسب است و برای مقادیر کمتر از آن تأثیر چندانی نخواهد داشت. با این حال همچنان این رابطه یکی از مهمترین روابط در زمینه مدلسازی جریان درون محیط متخلخل است و به گستردگی در مراجع و تحقیقات مختلف استفاده می‌گردد.

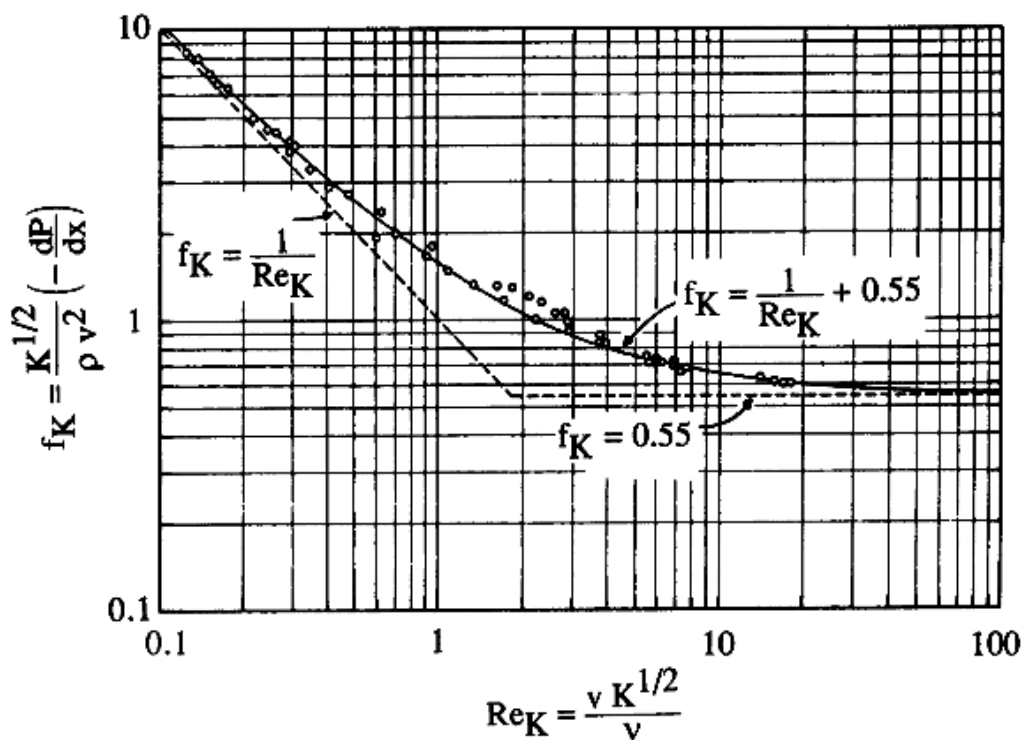
طبق [۳۱] اصلاح مناسب برای فرمول داریسی به صورت زیر است :

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} v - c_f K^{-1/2} \rho_f |v| v \quad (6-2)$$

که  $c_f$  یک ثابت بی بعد پسای مربوط به شکل است. معادله (۶-۲) در واقع همان معادله‌ی

1. Forchheimer
2. Brinkman

دیوپیت و فورچهیمر<sup>۱</sup> اصلاح شده است [۳۲]. چگونگی انتقال از رژیم داری به رژیم فورچهیمر در شکل (۱-۲) به نمایش در آمده است. اطلاعات این شکل مربوط به یک جریان دما ثابت یک سویه با سرعت نفوذ  $v$  در جهت  $x$  است. محور عمودی در این شکل نشان دهنده ضریب اصطکاک است. تا قبل از رینولدز برابر یک، رژیم داری حاکم است و از رینولدز یک تا رینولدز حدود ۱۰ ناحیهی گذار قرار دارد و برای رینولدزهای بالاتر از ۱۰ جریان آشفته بوده و رابطه‌ی فورچهیمر حاکم خواهد بود.



شکل (۱-۲) انتقال از رژیم داری به فورچهیمر در جریان یک سویه‌ی درون یک محیط متخلخل دما ثابت.

فرمول دیگری که می‌تواند به جای فرمول‌های داری<sup>۲</sup> و فورچهیمر<sup>۳</sup> به کار رود فرمول برینکمن<sup>۱</sup>

- 
1. Dupuit and Forchheimer
  2. Darcy
  3. Forchheimer

است که با از قلم انداختن ترم‌های اینرسی به شکل زیر آورده شده است :

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K}v - \tilde{\mu}\nabla^2 v \quad (7-2)$$

در معادله (7-2) دو ترم ویسکوز به چشم می‌خورند که یکی همان ترم معمولی داریسی است و دیگری مشابه ترم لاپلاسی در معادله‌ی نویر-استوکس است. ضریب  $\tilde{\mu}$  ویسکوزیته‌ی مؤثری است که برینکمن آن را برابر با ویسکوزیته‌ی معمولی در نظر گرفت ولی در واقع با آن اختلاف دارد و در مقالات مختلفی نحوه‌ی مدل کردن آن آورده شده است.

## ۲-۶- تقریب اوبربک-بوزینسک

برای آنکه جابجایی حرارتی اتفاق بیافتد باید چگالی سیال تابعی از دما باشد واز این رو نیاز به یک معادله حالت برای کامل کردن معادلات جرم، مومنتوم، انرژی و غلظت حس می‌شود. ساده‌ترین معادله حالت قابل تعریف به صورت زیر است:

$$\rho_f = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0)] \quad (8-2)$$

که  $\rho_0$  چگالی سیال در دمای مرجع  $T_0$  و  $\beta_T$  ضریب انبساط حرارتی است. به منظور ساده سازی تحلیل‌های بعدی، می‌توان از تقریب بوزینسک<sup>۲</sup> در جایی که مناسب است، استفاده کرد. این تقریب شامل قرار دادن مقادیر ثابت برای همه‌ی خواص محیط متخلخل می‌شود و فقط ترم اساسی شناوری شامل  $\beta_T$  در معادله مومنتوم باقی می‌ماند. به عنوان یک نتیجه منطقی، معادله‌ی پیوستگی به  $\nabla \cdot v = 0$  کاهش می‌یابد (فقط برای یک سیال غیر قابل تراکم). درست بودن تقریب بوزینسک مقرر می‌دارد که تغییرات چگالی  $\Delta\rho$  در مقایسه با  $\rho_0$  در سراسر ناحیه‌ی جریان کوچک است و همچنین مقرر می‌دارد که تغییرات دما برای آنکه موجب اختلاف معنی دار خواص گوناگون محیط متخلخل

1. Brinkman
2. Oberbeck and Boussinesq

نسبت به مقادیر متوسط آنها شود، ناکافیست.

## ۷-۲- انتقال حرارت و جرم مرکب

در بیشتر شرایط عادی انتقال جرم و حرارت مستقیماً کوپله نیستند ولی در جابجایی دوپخششی کوپله شدن اتفاق می افتد زیرا چگالی مخلوط سیال هم به دما و هم به غلظت وابسته است. البته در حالت کلی تر به فشار هم وابسته است. در شرایطی که تغییرات دما و غلظت به قدر کافی کوچک باشند و فشار نیز ثابت فرض شود، چگالی مخلوط سیال تابعی خطی از دما و غلظت بوده و به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\rho_f = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)] \quad (9-2)$$

که زیرنویس صفر دلالت بر حالت مرجع، و  $\beta_T$  ضریب انبساط حرارتی حجمی است که از رابطه‌ی زیر بدست می آید:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial T} \right)_{P,C} \quad (10-2)$$

همچنین  $\beta_C$  ضریب انبساط غلظت حجمی است و از رابطه‌ی زیر بدست می آید:

$$\beta_C = -\frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial C} \right)_{T,P} \quad (11-2)$$

هر دوی  $\beta_C$  و  $\beta_T$  در شرایط مرجع اندازه‌گیری شده‌اند.

در بعضی شرایط کوپله شدن مستقیم وجود دارد و آن وقتی است که اثرات سورت و دوفور<sup>۱</sup> (cross-diffusion) قابل نظر نباشند. اثر سورت بر شار جرمی ایجاد شده در اثر اختلاف دمایی و اثر دوفور بر شار حرارتی ایجاد شده در اثر اختلاف غلظت دلالت دارند. در حالتی که هیچ منبع

تولید جرم یا حرارتی نداشته باشیم معادلات انرژی و غلظت به صورت زیر در خواهند آمد:

$$\frac{(\rho c)_m}{(\rho c)_f} \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T = \nabla \cdot (D_T \nabla T + D_{TC} \nabla C) \quad (12-2)$$

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + v \cdot \nabla C = \nabla \cdot (D_C \nabla C + D_{CT} \nabla T) \quad (13-2)$$

که  $D_T (= K_m / (\rho C_p)_f)$  ضریب پخش حرارتی،  $D_C (= D_m)$  ضریب پخش جرم،  $D_{TC} / D_T$  ضریب دوفور و  $D_{CT} / D_C$  ضریب دوفور و اثرات سورت و دوفور معمولاً در مدل‌های ساده‌ی انتقال حرارت و جرم کوچک و قابل‌نظر هستند. بر طبق پلترن و لگروس<sup>۱</sup> [۳۳] در بیشتر مخلوط‌های مایع، اثر دوفور غیر مؤثر است ولی این در مورد گازها اتفاق نمی‌افتد. همچنین در [۳۴] با اشاره به این نکته که در مایعات ضریب دوفور از نظر مرتبه‌ی بزرگی، کوچکتر از اثر سورت است بار دیگر این نکته اثبات شده است و همچنین در این مقاله اینگونه نتیجه‌گیری شده است که در محیط متخلخل اشباع، پدیده‌ی دوپخشی به خاطر برهم‌کنش بین سیال و ماتریس متخلخل و همچنین بخاطر اینکه مقادیر صحیح ضرایب دو پخشی در دست نیست بسیار پیچیده است. اثرات جالب در جابجایی دو پخشی برخاسته از این حقیقت است که حرارت سریعتر از مواد حل‌شده پخش می‌شود.

## ۲-۸- معادله انرژی در محیط متخلخل غیر تعادلی

اگر چه در اکثر تحقیقات انجام شده، محیط متخلخل در شرایط تعادل حرارتی محلی مورد بررسی قرار گرفته است، ولی در بسیاری از موقعیت‌های واقعی مانند مبدل‌های حرارتی فلزی متخلخل یا میله‌های هسته‌ای متحرک در فضایی پر از سیال مبرد [۳۵] ما با شرایط عدم تعادل حرارتی روبه‌رو



هستیم. یعنی به جای آنکه دما را در هر نقطه از محیط متخلخل یکتا در نظر بگیریم، با دو دما سر و کار داریم؛ یکی دمای مربوط به فاز سیال و دیگری دمای مربوط به فاز جامد.

وقتی که دمای محلی سیال و جامد مجزا حساب شوند، دو معادله انرژی برای نمایش دو فاز استخراج می‌شود. با یک بررسی در مقالات مختلف مشخص می‌شود که این مدل از جابجایی در محیط متخلخل اولین بار توسط کمبارنس<sup>۱</sup> [۳۶] در نظر گرفته شد و پس از او توسط سایر محققین در مقالات دیگری به کار برده شد [۳۷]. در این شرایط معادله انرژی به دو بخش تقسیم می‌شود یکی مربوط به فاز سیال و دیگری مربوط به فاز جامد [۱].

$$(1-\varepsilon)(\rho c_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c_p)_f v \cdot \nabla T_f = \varepsilon \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k'_f \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) \right] + h(T_s - T_f) \quad (14-2)$$

$$(1-\varepsilon)(\rho c_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} + (\rho c_p)_s v \cdot \nabla T_s = \varepsilon \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k'_s \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) \right] + h(T_f - T_s) \quad (15-2)$$

در معادلات بالا  $h$  ضریب انتقال حرارت است و اندیس‌های  $f$  و  $s$  به ترتیب بر سیال و جامد دلالت دارند.

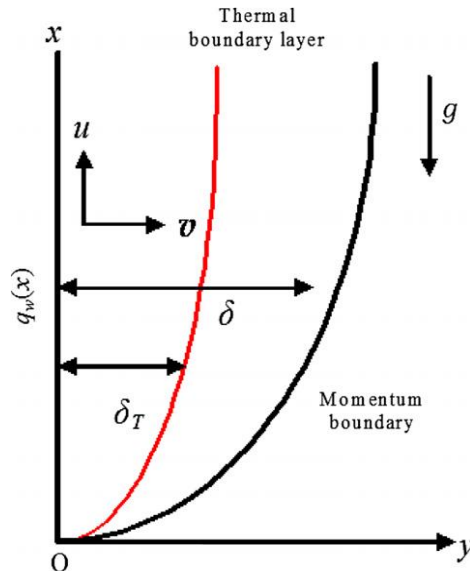
فصل ۳. معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت، جرم و نانوذره

### ۳-۱- مقدمه

در این بخش معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت و انتقال جرم برای یک نانوسیال، در حین جابجایی طبیعی از روی یک صفحه‌ی عمودی در محیط متخلخل غیر تعادلی ارائه شده است. در تحقیق حاضر، همه متغیرهای جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم به صورت بی‌بعد و با استفاده از متغیر تشابهی بررسی شده‌اند. معادلات حاکم ارائه شده در این بخش، برای حل عددی جریان استفاده و نتایج به دست آمده در فصل پنجم ارائه شده‌اند.

### ۳-۲- معادلات حاکم در حالت دمای دیواره تابع قانون توانی

در این تحقیق فرض شده است که نانوذرات به طور مناسب در درون نانوسیال حل شده‌اند و در نتیجه دچار نشست، ته‌نشینی و انباشتگی درون نانوسیال نخواهند شد. مسأله دو بعدی در نظر گرفته شده- است و محورهای مختصات کارتزین و لایه مرزی شماتیک به مانند شکل (۳-۱) خواهند بود.



شکل (۱-۳) نحوه قرار گرفتن محورهای مختصات و لایه مرزی در شرایط شار دیواره ثابت.

با استفاده از تقریب اوبریک-بوزینسک و فرض همگن بودن محیط متخلخل و غیر قابل تراکم بودن نانوسیال معادلات بقای جرم، اندازه حرکت خطی، انرژی در حالت غیر تعادلی و نانوذره برای به دست آوردن دما  $T$ ، غلظت محلول  $C$  و نسبت حجمی نانوذرات  $\phi$  به صورت زیر خواهند بود:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1-3)$$

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla \bar{p} - \frac{\mu}{K} \vec{v} + \left[ \phi \rho_p + (1-\phi) \left\{ \rho_f (1 - \beta_T (T_f - T_\infty) - \beta_C (C - C_\infty)) \right\} \right] \quad (2-3)$$

$$\varepsilon (\rho c)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c)_f \vec{v} \cdot \nabla T_f = \varepsilon k_f \nabla^2 T_f + \sigma D_{Df} \nabla^2 C + h (T_s - T_f) + \varepsilon (\rho c)_p [D_B \nabla \phi \cdot \nabla T_f + (D_T / T_\infty) \nabla T_f \cdot \nabla T_f] \quad (3-3)$$

$$(1-\varepsilon) (\rho c)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1-\varepsilon) k_s \nabla \cdot \nabla T_s + h (T_f - T_s) \quad (4-3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \vec{v} \cdot \nabla C = D_{Sm} \nabla^2 C + D_{Sr} \nabla^2 T_f \quad (5-3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \vec{v} \cdot \nabla \phi = D_B \nabla^2 \phi + (D_T / T_\infty) \nabla^2 T_f \quad (6-3)$$

در روابط بالا  $\vec{v}$  سرعت داری،  $\varepsilon$  تخلخل و  $K$  نفوذپذیری مربوط به محیط متخلخل می‌باشند. همچنین  $\rho, c, k$  به ترتیب ضریب هدایت حرارتی، ظرفیت ویژه حرارتی فشار ثابت و چگالی را نشان می‌دهند که اندیس  $s$  بر جامد و اندیس  $f$  بر سیال دلالت می‌کند.  $\bar{g}$  نشان دهنده‌ی شتاب جاذبه‌ای است. ضرایب  $D_{Df}$ ،  $D_{Sr}$ ،  $D_{Sm}$ ،  $D_T$ ،  $D_B$  که در روابط بالا ظاهر شده‌اند به ترتیب ضریب پخش برونی، ضریب پخش ترموفورتیک، پخش‌شوندگی حالت محلول، پخش‌شوندگی نوع سورت و پخش‌شوندگی نوع دوفور می‌باشند.  $h$  ضریب جابجایی و  $\bar{p}$  بردار فشار است.  $\beta_C$  و  $\beta_T$  به ترتیب ضریب انبساط حرارت حجمی و ضریب انبساط غلظت حجمی (که معمولاً منفی است زیرا غلظت محلول از حلال بیشتر است) می‌باشند و از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p,C} \quad (7-3)$$

$$\beta_C = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{p,T} \quad (8-3)$$

که هر دو در شرایط مرجع به دست می‌آیند.  $\sigma$  نیز از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{(\rho c_p)_m}{(\rho c_p)_f} \quad (9-3)$$

که در آن  $(\rho c_p)_m$  معرفی کننده‌ی ظرفیت حرارتی مؤثر است. اگر جریان را دائم در نظر بگیریم با

تحلیل مرتبه‌ی بزرگی معادلات بالا به شکل زیر ساده خواهد شد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10-3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{(1-\phi_\infty)\rho_{f\infty}gK}{\mu} \left( \beta_T \frac{\partial T_f}{\partial y} + \beta_C \frac{\partial C}{\partial y} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \quad (11-3)$$

$$u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} = \varepsilon \alpha_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} + \frac{h}{(\rho c_p)_f} (T_s - T_f) + \sigma D_{Df} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \varepsilon \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f} \left[ D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left( \frac{\partial T_f}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (12-3)$$

$$(1-\varepsilon) k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} + h (T_f - T_s) = 0 \quad (13-3)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \varepsilon D_{Sm} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \varepsilon D_{Sr} \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \quad (14-3)$$

$$u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \varepsilon D_B \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \quad (15-3)$$

که در معادلات بالا  $u$  و  $v$  به ترتیب سرعت در راستای صفحه و سرعت در راستای عمود بر صفحه

می‌باشند و  $\beta_\phi$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\beta_\phi = \frac{(\rho_p - \rho_{f\infty})}{\rho_{f\infty} (1 - \phi_\infty)} \quad (16-3)$$

حال با تعریف تابع جریان به صورتی که در زیر آمده است معادله‌ی پیوستگی خود به خود ارضا

شده و از بین می‌رود:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (17-3)$$

حال معادلات را با استفاده از مفهوم تابع جریان بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{(1 - \phi_\infty) \rho_{f\infty} g K}{\mu} \left( \beta_T \frac{\partial T_f}{\partial y} + \beta_C \frac{\partial C}{\partial y} - \beta_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \quad (18-3)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T_f}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T_f}{\partial y} = \varepsilon \alpha_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} + \frac{h}{(\rho c_p)_f} (T_s - T_f) + \sigma D_{Df} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \varepsilon \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f} \left[ D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left( \frac{\partial T_f}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (19-3)$$

$$(1-\varepsilon)k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} + h(T_f - T_s) = 0 \quad (20-3)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial y} = \varepsilon D_{sm} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \varepsilon D_{sr} \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \quad (21-3)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \varepsilon D_B \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \quad (22-3)$$

### ۳-۲-۱- شرایط مرزی مسأله در حالت دمای دیواره تابع قانون توانی

$$T_f = T_w, \quad T_s = T_w, \quad C = C_w, \quad \phi_f = \phi_w, \quad v = 0 \quad \text{at } y = 0 \quad (23-3)$$

$$T_f = T_\infty, \quad T_s = T_\infty, \quad C = C_\infty, \quad \phi_f = \phi_\infty, \quad u = v = 0 \quad \text{as } y \rightarrow \infty \quad (24-3)$$

### ۳-۲-۲- پارامترهای بی بعد جریان برای شرایط دمای دیواره تابع قانون توانی

برای این شرایط مرزی عدد ریلی محلی به صورت زیر تعریف شده است:

$$Ra_x = \frac{(1-\phi_\infty) \rho_{f\infty} g K \beta_T x}{\mu \varepsilon \alpha_f} (T_w - T_\infty) \quad (25-3)$$

این پارامتر نشان دهندهی نسبت شدت مؤلفه‌های طولی نیروی شناوری به مؤلفه‌های عمودی آن

در درون لایه مرزی است. متغیر تشابهی در این شرایط مرزی به شکل زیر تعریف شده است:

$$\eta = \frac{y}{x} Ra_x^{1/2} \quad (26-3)$$

سایر پارامترهای بی بعد نیز به صورت زیر تعریف شده است:

$$\theta_f = \frac{T_f - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad \theta_s = \frac{T_s - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

$$S = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty} \quad P = \frac{\phi - \phi_\infty}{\phi_w - \phi_\infty} \quad (27-3)$$

$$f = \frac{\psi}{\alpha_m Ra_x^{1/2}} \quad N_1 = \frac{\beta_C (C_w - C_\infty)}{\beta_T (T_w - T_\infty)}$$

$$N_2 = \frac{\beta_\phi (\phi_w - \phi_\infty)}{\beta_T (T_w - T_\infty)} \quad Nb = \frac{(\rho c_p)_p D_B (\phi_w - \phi_\infty)}{\alpha_f (\rho c_p)_f}$$

$$Nt = \frac{(\rho c_p)_p D_T (T_w - T_\infty)}{\alpha_f (\rho c_p)_f T_\infty} \quad Nd = \frac{\sigma D_{Df} (C_w - C_\infty)}{\alpha_f (T_w - T_\infty)}$$

$$Le_1 = \frac{\alpha_f}{D_{sm}} \quad Le_2 = \frac{\alpha_f}{D_B}$$

$$Ld = \frac{D_{Sr} (T_w - T_\infty)}{D_{sm} (C_w - C_\infty)} \quad \gamma = \frac{\varepsilon k_f}{k_s (1 - \varepsilon)}$$

$$H = \frac{hx^2}{\varepsilon k_f Ra_x}$$

از میان پارامترهای ارائه شده‌ی بالا پارامترهای  $\theta_f$ ،  $\theta_s$ ،  $P$ ،  $S$  و  $f$  تابع  $\eta$  می‌باشند.  $N_1$ ،  $N_2$ ،  $Nb$  و  $Nd$  به ترتیب نسبت شناوری دو پخشی معمولی، نسبت شناوری نانوسیال، پارامتر حرکت برونی، پارامتر ترموفورسیس و پارامتر دوفور اصلاح شده نامیده می‌شوند. علاوه بر آن  $Le_1$ ،  $Le_2$  و  $Ld$  به ترتیب عدد لوییس معمول، عدد لوییس نانوسیال و عدد لوییس محلول دوفور می‌باشند.  $H$  ضریب انتقال حرارت بی‌بعد و  $\gamma$  نسبت هدایت حرارتی است. برای دمای دیواره، غلظت محلول و نسبت حجمی نانوذرات تابعی توانی به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$T_w = T_\infty + Ax^\lambda$$

$$S_w = S_\infty + Bx^\lambda$$

$$P_w = P_\infty + Cx^\lambda \quad (28-3)$$

که در این تحقیق  $\lambda$  را به صورت یک عدد مثبت در نظر گرفته‌ایم. اکنون معادلات را با استفاده از

پارامترهای بی‌بعدی که تعریف شد به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:



$$f'' = \theta_f' + N_1 S' - N_2 P' \quad (29-3)$$

$$\theta_f'' + H(\theta_s - \theta_f) = \lambda f' \theta_f' - \frac{1+\lambda}{2} f \theta_f'' - NdS'' - NbP' \theta_f' - Nt \theta_f'^2 \quad (30-3)$$

$$\theta_s'' + H\gamma(\theta_f - \theta_s) = 0 \quad (31-3)$$

$$S'' + Le_1 \left( \frac{1+\lambda}{2} f S' - \lambda f' S \right) + Ld \theta_f'' = 0 \quad (32-3)$$

$$P'' + Le_2 \left( \frac{1+\lambda}{2} f P' - \lambda f' P \right) + \frac{Nt}{Nb} \theta_f'' = 0 \quad (33-3)$$

تعداد علامت پرایم بالای هر پارامتر به معنی دفعات مشتق گیری از آن پارامتر نسبت به  $\eta$  است.

و شرایط مرزی جدید نیز به شکل زیر در می آید:

$$\theta_f = 1, \quad \theta_s = 1, \quad S = 1, \quad P = 1, \quad f = 0 \quad \text{at} \quad \eta = 0 \quad (34-3)$$

$$\theta_f = 0, \quad \theta_s = 0, \quad S = 0, \quad P = 0, \quad f' = 0 \quad \text{as} \quad \eta \rightarrow \infty \quad (35-3)$$

کمیت‌های مورد علاقه در این تحقیق عدد ناسلت فاز سیال، عدد ناسلت فاز جامد، عدد شروود

محلول و عدد شروود مربوط به نانوسیال می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Nu_{f,x} = \frac{xq_{w,f}(x)}{k_f(T_{f,w} - T_{f,\infty})} \quad (36-3)$$

$$Nu_{s,x} = \frac{xq_{w,s}(x)}{k_s(T_{s,w} - T_{s,\infty})} \quad (37-3)$$

$$Sh_x = \frac{xq_m(x)}{D_{Sm}(C_w - C_\infty)} \quad (38-3)$$

$$Sh_{x,n} = \frac{xq_{np}(x)}{D_B(\phi_w - \phi_\infty)} \quad (39-3)$$

بر طبق [۲۲] مقادیر عدد ناسلت کاهیده، عدد شروود کاهیده و عدد شروود کاهیده‌ی مربوط به

نانوسیال بر روی دیوار به شکل زیر خواهند بود:

$$Nur_f = Nu_{x,f} / Ra_x^{1/2} = -\theta'_f(0) \quad (40-3)$$

$$Nur_s = Nu_{x,s} / Ra_x^{1/2} = -\theta'_s(0) \quad (41-3)$$

$$Shr = Sh_x / Ra_x^{1/2} = -S'(0) \quad (42-3)$$

$$Shr_n = Sh_{x,n} / Ra_x^{1/2} = -P'(0) \quad (43-3)$$

### ۳-۳- معادلات حاکم برای شرایط دیواره‌ی شار ثابت

معادلات حاکم اساسی برای این شرایط مرزی همان معادلات (۱۸-۳) تا (۲۲-۳) است.

#### ۳-۳-۱- شرایط مرزی مسئله برای دیواره‌ی شار ثابت

$$-k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} = q_{w,f}(x), \quad -k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} = q_{w,s}(x), \quad (44-3)$$

$$-D_{sm} \frac{\partial C}{\partial y} = q_m(x), \quad -D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} = q_{mp}(x), \quad v = 0 \quad \text{at} \quad y = 0$$

$$T_f = T_\infty \quad T_s = T_\infty \quad C = C_\infty \quad \phi_f = \phi_\infty \quad u = v = 0 \quad \text{as} \quad y \rightarrow \infty \quad (45-3)$$

عدد ریلی محلی را برای دیواره‌ی شار ثابت به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$Ra_x = \frac{(1 - \phi_\infty) \rho_f \infty g K \beta_T x}{\mu \epsilon \alpha_f} (q_w x / k) \quad (46-3)$$

متغیر تشابهی را هم برای دیواره‌ی شار ثابت به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\eta = \frac{y}{x} Ra_x^{1/3} \quad (47-3)$$

#### ۳-۳-۲- پارامترهای بی‌بعد جریان برای دیواره‌ی شار ثابت

پارامترهای بی‌بعد برای دیواره‌ی شار ثابت به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}
\theta_f &= \frac{T_f - T_\infty}{q_{w,f} x / k_f} Ra_x^{1/3} & \theta_s &= \frac{T_s - T_\infty}{q_{w,s} x / k_s} Ra_x^{1/3} \\
S &= \frac{C - C_\infty}{q_m x / D_{Sm}} Ra_x^{1/3} & P &= \frac{\phi - \phi_\infty}{q_{np} x / D_B} Ra_x^{1/3} \\
f &= \frac{\psi}{\alpha_m Ra_x^{1/3}} & N_1 &= \frac{\beta_C (q_m / D_{Sm})}{\beta_T (q_w / k_f)} \\
N_2 &= \frac{\beta_\phi (q_{np} / D_B)}{\beta_T (q_w / k_f)} & Nb &= \frac{(\rho c_p)_p D_B (q_{np} x / D_B)}{\alpha_f (\rho c_p)_f} \\
Nt &= \frac{(\rho c_p)_p D_T (q_w x / k_f)}{\alpha_f (\rho c_p)_f T_\infty Ra_x^{1/3}} & Nd &= \frac{\sigma D_{Df} (q_m / D_{Sm})}{\alpha_f (q_w / k_f)} \\
Le_1 &= \frac{\alpha_f}{D_{sm}} & Le_2 &= \frac{\alpha_f}{D_B} \\
Ld &= \frac{D_{Sr} (q_w / k_f)}{D_{sm} (q_m / D_{Sm})} & \gamma &= \frac{\varepsilon k_f}{k_s (1 - \varepsilon)} \\
H &= \frac{hx^2}{\varepsilon k_f Ra_x^{2/3}} & &
\end{aligned} \tag{۴۸-۳}$$

در معادلات بالا  $q_{w,f}$ ،  $q_{w,s}$ ،  $q_m$  و  $q_{np}$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$q_{w,f} = A_{w,f} x^\lambda, \quad q_{w,s} = A_{w,s} x^\lambda, \quad q_m = A_m x^\lambda, \quad q_{np} = A_{np} x^\lambda \tag{۴۹-۳}$$

با استفاده از مفهوم تابع جریان و همچنین پارامترهای بدون بعد (۴۸-۳) معادلات حاکم اساسی

برای دیواره‌ی شار ثابت را باز نویسی می‌کنیم:

$$f'' = \theta'_f + N_1 S' - N_2 P' \tag{۵۰-۳}$$

$$\begin{aligned}
\theta_f'' + H(\theta_s - \theta_f) &= \frac{1+2\lambda}{3} f' \theta_f' - \frac{2+\lambda}{3} f \theta_f' - \\
&NdS'' - NbP'\theta_f' - Nt\theta_f'^2
\end{aligned} \tag{۵۱-۳}$$

$$\theta_s'' + H\gamma(\theta_f - \theta_s) = 0 \quad (52-3)$$

$$S'' + Le_1\left(\frac{2+\lambda}{3}f S' - \frac{1+2\lambda}{3}f' S\right) + Ld\theta_f'' = 0 \quad (53-3)$$

$$P'' + Le_2\left(\frac{2+\lambda}{3}f P' - \frac{1+2\lambda}{3}f' P\right) + \frac{Nt}{Nb}\theta_f'' = 0 \quad (54-3)$$

و شرایط مرزی جدید برای دیواره‌ی شار ثابت به شکل زیر در خواهد آمد:

$$\theta_f' = -1, \quad \theta_s' = -1, \quad S' = -1, \quad P' = -1, \quad f = 0 \quad \text{at} \quad \eta = 0 \quad (55-3)$$

$$\theta_f = 0, \quad \theta_s = 0, \quad S = 0, \quad P = 0, \quad f' = 0 \quad \text{as} \quad \eta \rightarrow \infty \quad (56-3)$$

کمیت‌های مورد علاقه در این تحقیق عدد ناسلت کاهیده فاز سیال، عدد ناسلت کاهیده فاز جامد،

عدد شروود کاهیده محلول و عدد شروود کاهیده‌ی مربوط به نانوسیال بر طبق [۲۴] به صورت زیر

تعریف می‌شوند:

$$Nur_f = Ra_x^{1/3} Nu_{f,x} = \frac{1}{\theta_f(0)} \quad (57-3)$$

$$Nur_s = Ra_x^{1/3} Nu_{s,x} = \frac{1}{\theta_s(0)} \quad (58-3)$$

$$Shr = Ra_x^{1/3} Sh_x = \frac{1}{S(0)} \quad (59-3)$$

$$Shr_n = Ra_x^{1/3} Sh_{x,n} = \frac{1}{P(0)} \quad (60-3)$$

## فصل ۴. روش عددی

#### ۴-۱- مقدمه

در این تحقیق، از روش تفاضل محدود برای تحلیل معادلات حاکم بر جریان استفاده شده است و کلیه مشتقات موجود در معادلات حاکم با استفاده از روش تقریب مرکزی مرتبه دوم جایگزین شده‌اند. این فصل، شامل مباحثی در مورد روش عددی مورد استفاده، صورت گسسته معادلات حاکم (برای جریان و انتقال حرارت و جرم) و نحوه‌ی اعمال شرایط مرزی می‌باشد.

#### ۴-۲- شکل گسسته معادلات حاکم

در این قسمت شکل گسسته معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت و جرم و نانوذره ارائه شده است. ابتدا شکل گسسته‌ی معادلات حاکم به دست آمده برای دیواره‌ی تابع قانون توان، به شکل ذیل آورده شده است.

$$\frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} = \frac{\theta_{f_{i+1}} - \theta_{f_{i-1}}}{2h} + N_1 \frac{S_{i+1} - S_{i-1}}{2h} - N_2 \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2h} \quad (1-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{f_{i+1}} - 2\theta_{f_i} + \theta_{f_{i-1}}}{h^2} = & -H(\theta_{s_i} - \theta_{f_i}) + \lambda \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \theta_{f_i} - \\ & \frac{1 + \lambda}{2} f_i \frac{\theta_{f_{i+1}} - \theta_{f_{i-1}}}{2h} - Nd \frac{S_{i+1} - 2S_i + S_{i-1}}{h^2} - \\ & Nb \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2h} \frac{\theta_{f_{i+1}} - \theta_{f_{i-1}}}{2h} - Nt \left( \frac{\theta_{f_{i+1}} - \theta_{f_{i-1}}}{2h} \right)^2 \end{aligned} \quad (2-4)$$

$$\frac{\theta_{s_{i+1}} - 2\theta_{s_i} + \theta_{s_{i-1}}}{h^2} + H\gamma(\theta_{f_i} - \theta_{s_i}) = 0 \quad (3-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{S_{i+1} - 2S_i + S_{i-1}}{h^2} + Le_1 \left( \frac{1 + \lambda}{2} f_i \frac{S_{i+1} - S_{i-1}}{2h} - \lambda \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} S_i \right) \\ + Ld \frac{\theta_{f_{i+1}} - 2\theta_{f_i} + \theta_{f_{i-1}}}{h^2} = 0 \end{aligned} \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_{i+1} - 2P_i + P_{i-1}}{h^2} + Le_2 \left( \frac{1 + \lambda}{2} f_i \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2h} - \lambda \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} P_i \right) \\ + \frac{Nt}{Nb} \frac{\theta_{f_{i+1}} - 2\theta_{f_i} + \theta_{f_{i-1}}}{h^2} = 0 \end{aligned} \quad (5-4)$$

معادلات بالا شکل گسسته شده‌ی معادلات حاکم در شرایطی است که دما، غلظت محلول و غلظت نانوذرات بر روی دیواره از معادله‌ی (۳-۲۸) استخراج شوند.

شکل گسسته‌ی معادلات حاکم در مورد دیواره‌ی شار ثابت نیز به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} = \frac{\theta_{f_{i+1}} - \theta_{f_{i-1}}}{2h} + N_1 \frac{S_{i+1} - S_{i-1}}{2h} - N_2 \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2h} \quad (6-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{f_{i+1}} - 2\theta_{f_i} + \theta_{f_{i-1}}}{h^2} = & -H(\theta_{s_i} - \theta_{f_i}) + \frac{2\lambda+1}{3} \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \theta_{f_i} - \\ & \frac{\lambda+2}{3} f_i \frac{\theta_{f_{i+1}} - \theta_{f_{i-1}}}{2h} - Nd \frac{S_{i+1} - 2S_i + S_{i-1}}{h^2} - \\ & Nb \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2h} \frac{\theta_{f_{i+1}} - \theta_{f_{i-1}}}{2h} - Nt \left( \frac{\theta_{f_{i+1}} - \theta_{f_{i-1}}}{2h} \right)^2 \end{aligned} \quad (7-4)$$

$$\frac{\theta_{s_{i+1}} - 2\theta_{s_i} + \theta_{s_{i-1}}}{h^2} + H\gamma(\theta_{f_i} - \theta_{s_i}) = 0 \quad (8-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{S_{i+1} - 2S_i + S_{i-1}}{h^2} + Le_1 \left( \frac{\lambda+2}{3} f_i \frac{S_{i+1} - S_{i-1}}{2h} - \frac{2\lambda+1}{3} \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} S_i \right) \\ + Ld \frac{\theta_{f_{i+1}} - 2\theta_{f_i} + \theta_{f_{i-1}}}{h^2} = 0 \end{aligned} \quad (9-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_{i+1} - 2P_i + P_{i-1}}{h^2} + Le_2 \left( \frac{\lambda+2}{3} f_i \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2h} - \frac{2\lambda+1}{3} \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} P_i \right) \\ + \frac{Nt}{Nb} \frac{\theta_{f_{i+1}} - 2\theta_{f_i} + \theta_{f_{i-1}}}{h^2} = 0 \end{aligned} \quad (10-4)$$

### ۳-۴- شرایط مرزی

در حالت کلی هندسه‌ی مسئله‌ی حاضر دو بعدی می‌باشد که شامل یک مرز دیواره و سه مرز آزاد است که با استفاده از متغیر تشابهی به مسئله‌ای یک بعدی شامل یک مرز دیواره و یک مرز آزاد و بسیار دور از دیواره تبدیل می‌شود. با توجه به استفاده از تقریب مرکزی مرتبه دوم برای گسسته سازی معادلات حاکم و با در نظر گرفتن اینکه خطای این تقریب از مرتبه‌ی دو است برای گسسته سازی شرط مرزی روی دیواره از تقریب پیشرو مرتبه دوم و برای گسسته سازی شرط مرزی دور از دیواره از تقریب پس رو مرتبه دوم استفاده می‌کنیم.

با توجه به توضیحات بالا فرم گسسته شده‌ی شرایط مرزی (۳-۳) و (۳-۳) برای دیواره‌ی تابع

قانون توانی به شکل زیر است:

$$\theta_f(1)=1, \quad \theta_s(1)=1, \quad S(1)=1, \quad P(1)=1, \quad f(1)=0 \quad (11-4)$$



$$\theta_f(n)=0, \quad \theta_s(n)=0, \quad S(n)=0, \quad P(n)=0,$$

$$f(n)=\frac{4f(n-1)-f(n-2)}{3} \quad (12-4)$$

در روابط فوق عدد داخل پرانتز نشانگر شماره‌ی گره مورد نظر بوده و شماره‌ی یک گره بر روی دیوار و شماره‌ی  $n$  آخرین گره در فاصله‌ای دور از دیوار می‌باشد.

فرم گسسته‌ی شرایط مرزی (۵۵-۳) و (۵۶-۳) برای دیواره‌ی شار ثابت هم به صورت زیر خواهند بود:

$$\theta_f(1)=\frac{-\theta_f(3)+4\theta_f(2)+2\omega}{3}, \quad \theta_s(1)=\frac{-\theta_s(3)+4\theta_s(2)+2\omega}{3},$$

$$S(1)=\frac{-S(3)+4S(2)+2\omega}{3}, \quad P(1)=\frac{-P(3)+4P(2)+2\omega}{3}, \quad (13-4)$$

$$f(1)=0.$$

$$\theta_f(n)=0, \quad \theta_s(n)=0, \quad S(n)=0, \quad P(n)=0,$$

$$f(n)=\frac{4f(n-1)-f(n-2)}{3}. \quad (14-4)$$

در روابط بالا متغیر  $\omega$  نشانگر طول گام در دامنه‌ی محاسباتی است.

در اینجا ذکر این نکته ضروریست که با توجه به اینکه متغیر  $Nb$  در معادلات (۳۳-۳) و (۵۴-۳) در مخرج قرار می‌گیرد لذا در مواردی که مقدار این متغیر باید صفر قرار داده شود، به منظور قابل انجام بودن محاسبات از عدد بسیار کوچک  $10^{-12}$  به جای آن استفاده شده است.

#### ۴-۴- پایداری عددی

حل معادلات حاکم دارای محدودیت‌هایی است که موجب گران شدن محاسبات می‌شود. در [۲۲] اشاره شده است که برای مقادیر زیاد  $Le_1$  و  $Le_2$  معادلات دیفرانسیل اصطلاحاً خیلی راق<sup>۱</sup> شده و

مقدار زمان مورد نیاز پردازشگر برای تولید نتایج بسیار زیاد و به عبارتی هزینه‌ی محاسبات گران می‌شود. در هیچ یک از تحقیقات صورت گرفته پیش از این چه در شرایط دمای دیوار ثابت [۲۱] و [۲۲] و چه در شرایط شار دیوار ثابت [۲۳] و [۲۴]، معادلات با مقادیر  $Le_1$  و  $Le_2$  بزرگتر از ۱۰ حل نشده‌اند. در تحقیق حاضر به دلیل افزایش پارامترهای بی‌بعد و روش حل عددی حتی این محدودیت بیشتر است و برای مقادیر بزرگتر از پنج، هزینه‌ی محاسبات گران می‌شود.

#### ۴-۵- الگوریتم حل عددی

در این بخش الگوریتم برنامه CFD جهت مطالعه جریان و انتقال حرارت، جرم و نانوذره تشریح می‌شود. به‌طور خلاصه در اینجا از الگوریتم زیر برای حل عددی معادلات حاکم استفاده شده است:

۱. مشخص نمودن طول دامنه‌ی محاسباتی، تعداد گره‌های محاسباتی، اندازه‌ی هر یک از اعداد

بی‌بعد و سایر متغیرهای لازم برای حل مانند ضریب توان  $n$  و غیره.

۲. اعمال یک حدس اولیه برای متغیرهای قابل حل شامل تابع جریان، دمای سیال، دمای

جامد، غلظت محلول و کسر حجمی نانو ذره.

۳. حل معادله‌ی جریان با استفاده از روش گاوس-سایدل و بدست آوردن مقادیر جدید تابع

جریان.

۴. حل معادله‌ی غیر خطی مربوط به انرژی فاز سیال با استفاده از یافتن ماتریس ژاکوبین و

بدست آوردن مقادیر جدید دمای سیال.

۵. حل معادله‌ی انرژی مربوط به فاز جامد با استفاده از روش گاوس-سایدل و بدست آوردن

مقادیر جدید دمای فاز جامد.

۶. حل معادله‌ی مربوط به غلظت محلول با استفاده از روش گاوس-سایدل و بدست آوردن

مقادیر جدید آن.

۷. حل معادله‌ی مربوط به کسر حجمی نانوذره با استفاده از روش گاوس- سایدل و بدست آوردن مقادیر جدید آن.

۸. تکرار مراحل سه تا هفت تا وقتی که باقیمانده‌ها به مقادیر مد نظر برسند.

الگوریتم گفته شده‌ی بالا هم برای دیوار تابع قانون توان و هم برای دیوار شار ثابت استفاده می‌شود.

## فصل ۵. بررسی نتایج

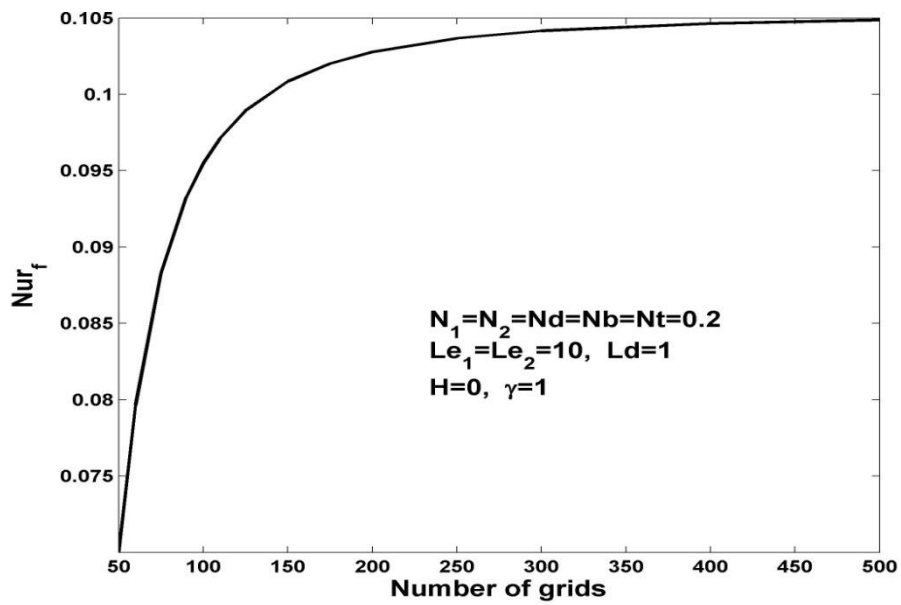
## ۵-۱- مقدمه

در این فصل، نتایج حاصل از حل عددی برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت، انتقال جرم و انتقال نانوذره ارائه شده است. همانطور که در فصل اول به آن اشاره شد، مسئله‌ی جابجایی آزاد دوپخشی در محیط متخلخل و در حضور نانوسیال چه در شرایط دیوار دما ثابت و چه در شرایط دیوار شار ثابت به تازگی توسط محققینی مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج در گراف‌های مختلفی آورده شده است ولی این مسئله در شرایط غیر تعادلی تا کنون مورد تحلیل قرار نگرفته است. علاوه بر آن در این تحقیق دیوار دما ثابت به دیوار تابع قانون توانی تعمیم یافته است.

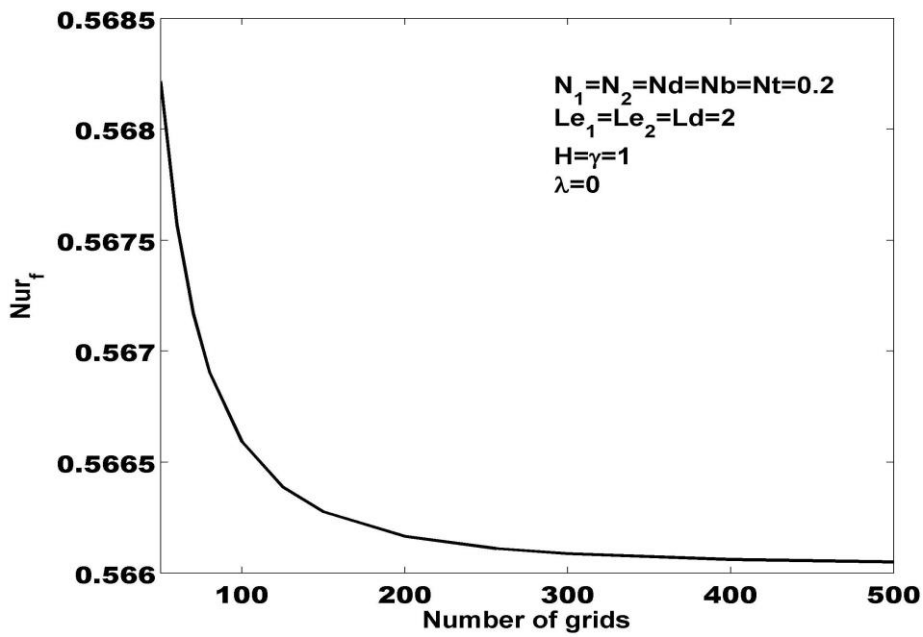
در ابتدای این فصل، استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی بررسی و صحت نتایج حاصل از حل عددی ارزیابی می‌شود. جهت ارزیابی صحت نتایج عددی، این نتایج با نتایج مطالعات قبلی مقایسه شده است. در قسمت‌های بعدی نیز، نتایج مربوط به حل عددی به صورت نمودارها و جداولی ارائه شده است.

## ۵-۲- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه

در این بخش، استقلال برنامه CFD مورد استفاده بررسی شده است. شکل (۵-۱) میزان تغییرات عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز مایع نسبت به تعداد گره‌های دامنه‌ی محاسباتی را برای یک دیوار دما ثابت یا به عبارتی با  $\lambda = 0$  را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است با افزایش گره‌های محاسباتی عدد ناسلت هم افزایش می‌یابد تا آنکه در گره حدود ۵۰۰ به یک مقدار ثابت همگرا می‌شود. شکل (۵-۲) نیز نشان دهنده‌ی میزان تغییرات عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز مایع نسبت به تعداد گره‌های دامنه‌ی محاسباتی برای یک دیوار شار ثابت است. در این حالت عدد ناسلت از گره حدود ۴۰۰ به بعد تقریباً ثابت می‌ماند.



شکل (۵-۱) منحنی تغییرات عدد ناسلت فاز مایع نسبت به تعداد گره‌های شبکه برای دیوار دما ثابت.



شکل (۵-۲) منحنی تغییرات عدد ناسلت فاز مایع نسبت به تعداد گره‌های شبکه برای دیوار شار ثابت.

### ۵-۳- ارزیابی صحت نتایج

در این قسمت، صحت نتایج حاصل از حل عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مورد دیوار تابع قانون توانی می‌توان به جدول (۵-۱) استناد کرد که نشانگر صحیح بودن حل عددی است. همانطور که مشخص است مقادیر عدد ناسلت کاهیده‌ی ( $Nurf = Nu/Rax^{1/2}$ ) به دست آمده از حل عددی به روش تفاضل محدود تطابق خوبی با نتایج عددی بدست آمده توسط نایلد و کوزنتسف [۲۲] دارد.

جدول (۵-۱) مقادیر عدد ناسلت کاهیده برای یک دیوار دما ثابت با شرایط  $Le_1=10, Le_2=10, Ld=1$  در چهار حالت مختلف

برای مدل تعادل حرارتی

Present	Nield and Kuznetsov [22]	Case
0.4439	0.4439	$(N_2 = Nb = Nt = N_1 = Nd = 0)$ MDRF
0.1765	0.1770	$(N_2 = Nb = Nt = 0, N_1 = Nd = 0.2)$ DDRF
0.3343	0.3343	$(N_2 = Nb = Nt = 0.2, N_1 = Nd = 0)$ MDNF
0.1049	0.1053	$(N_2 = Nb = Nt = N_1 = Nd = 0.2)$ DDNF

### ۵-۴- بررسی نتایج

در این بخش ابتدا جداول و نمودارهای مربوط به حل معادلات حاکم بر لایه‌های مرزی برای یک دیوار تابع قانون توان آورده شده است و در مورد آنها بحث شده و سپس به توضیح جداول و نمودارهای مربوط به دیوار شار ثابت پرداخته شده است.

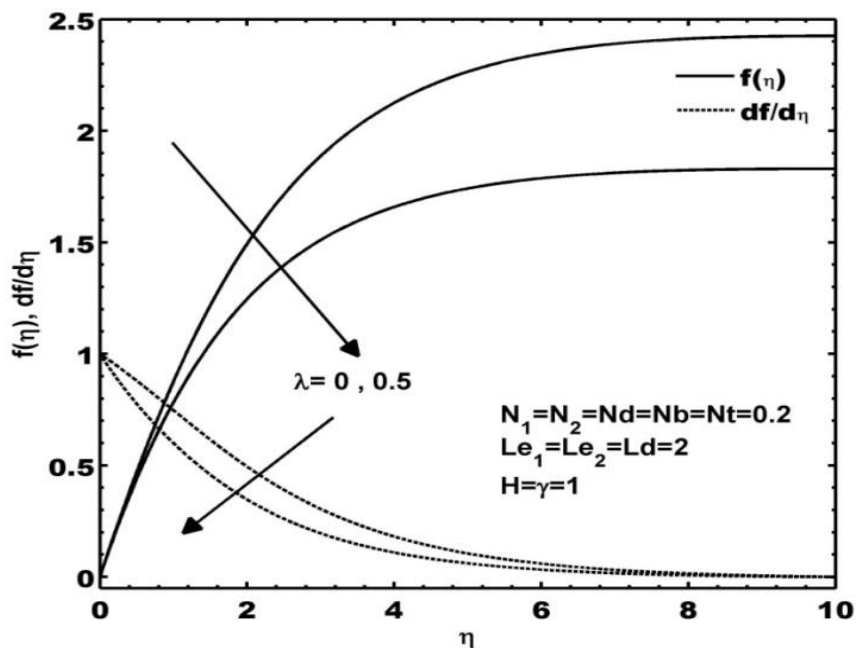
### ۵-۵- نتایج مربوط به دیوار تابع قانون توان

در ابتدا توضیح این نکته ضروری است که با توجه به گستردگی تحقیق حاضر و حضور پارامترهای بسیار زیاد، که هر یک به نوبه‌ی خود بر لایه‌های مرزی تأثیر گذار هستند، در این تحقیق سعی شده

است که بیشتر به اثرات ناشی از تغییر پارامترهای مورد بررسی پرداخته شود که از نظر نویسنده بیشتر حائز اهمیت هستند.

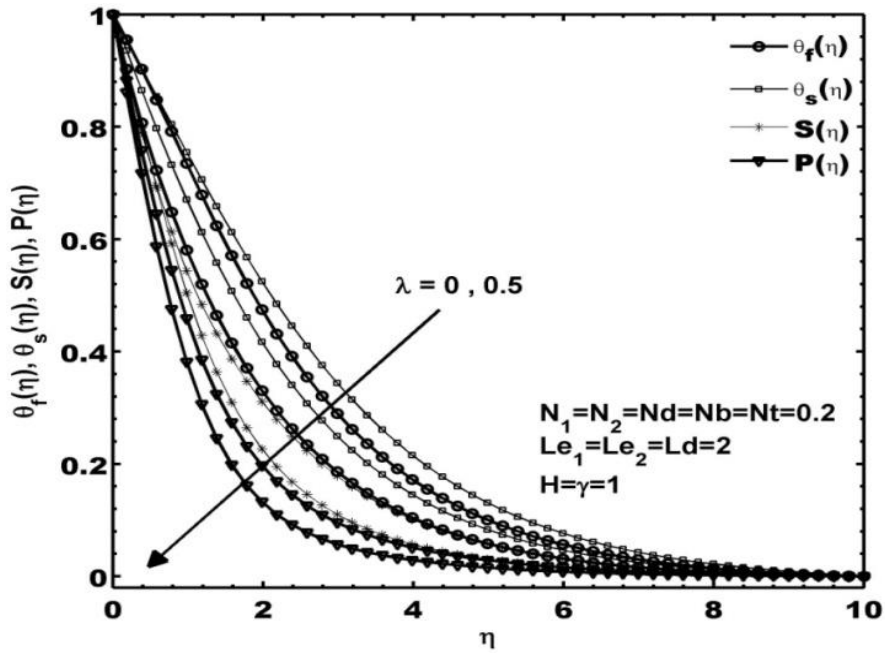
در شکل (۳-۵) نحوه‌ی تغییر پارامترهای مختلف لایه مرزی و همچنین چگونگی تغییرات آنها با ضریب مرتبه‌ی توان  $\lambda$  برای یک نانوسیال دوپخشی  $DDNF$  آورده شده است. همانطور که در شکل مشخص است لایه مرزی مربوط به دمای فاز جامد،  $\theta_s$  ضخیم‌ترین لایه را تشکیل می‌دهد و پس از آن به ترتیب لایه مرزی‌های دمای فاز مایع  $\theta_f$ ، غلظت محلول  $S$  و کسر حجمی نانوذره  $P$  قرار می‌گیرند.

در شکل (۳-۵)، پروفیل  $df/d\eta$  آورده شده است که نشان دهنده‌ی مؤلفه‌ی طولی سرعت  $u$  است. با افزایش ضریب مرتبه‌ی توان  $\lambda$  تمامی لایه‌های مرزی دچار افت ضخامت می‌شوند. شکل‌های (۴-۵) تا (۶-۵) گویای این مطلب هستند که تمام خصوصیات فوق برای حالات  $MDNF$ ،  $DDRF$  و  $MDRF$  عیناً تکرار می‌شوند.



(الف)

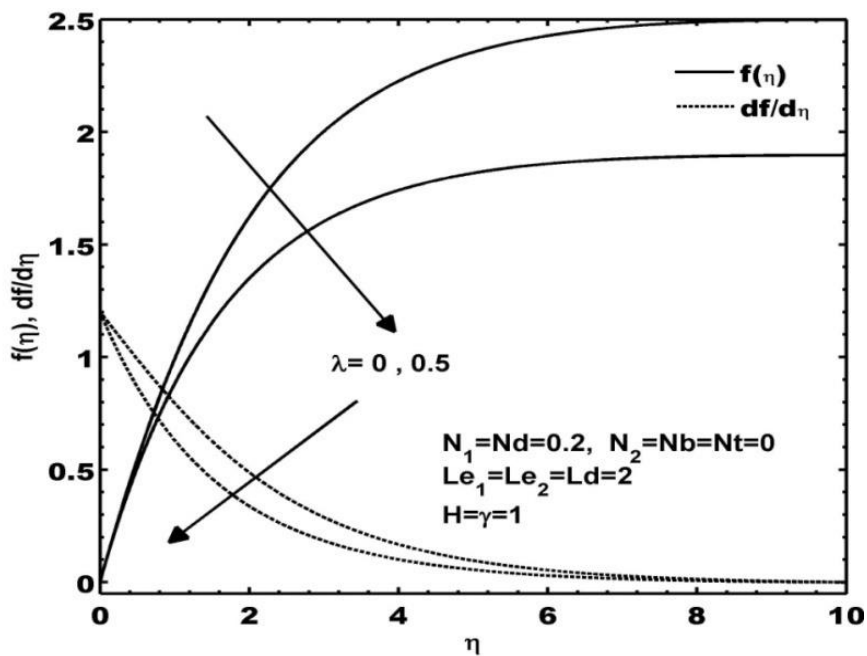




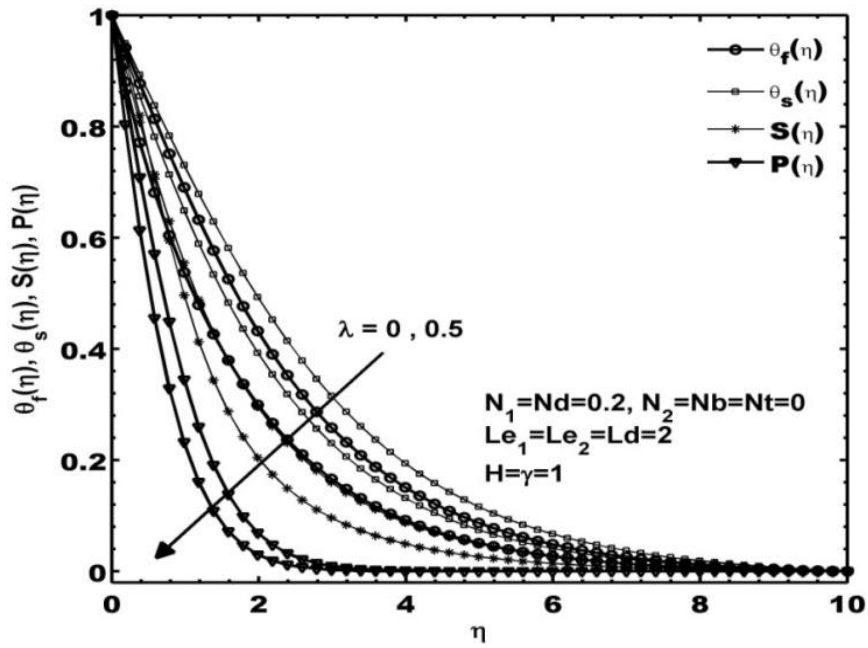
(ب)

شکل (۳-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک نانوسیال

دو پخشی.

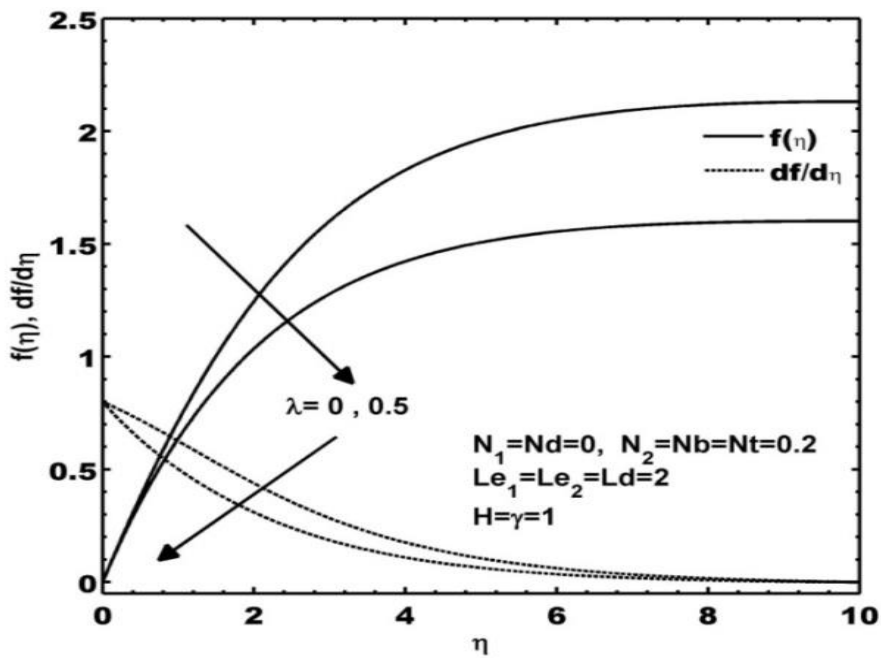


(الف)

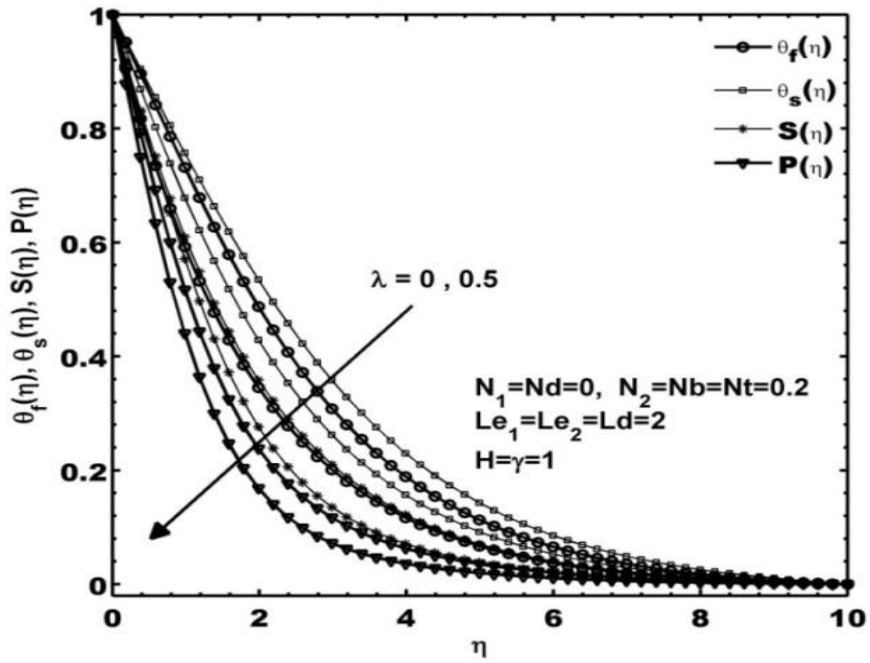


(ب)

شکل (۴-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک سیال عادی دو پخششی.

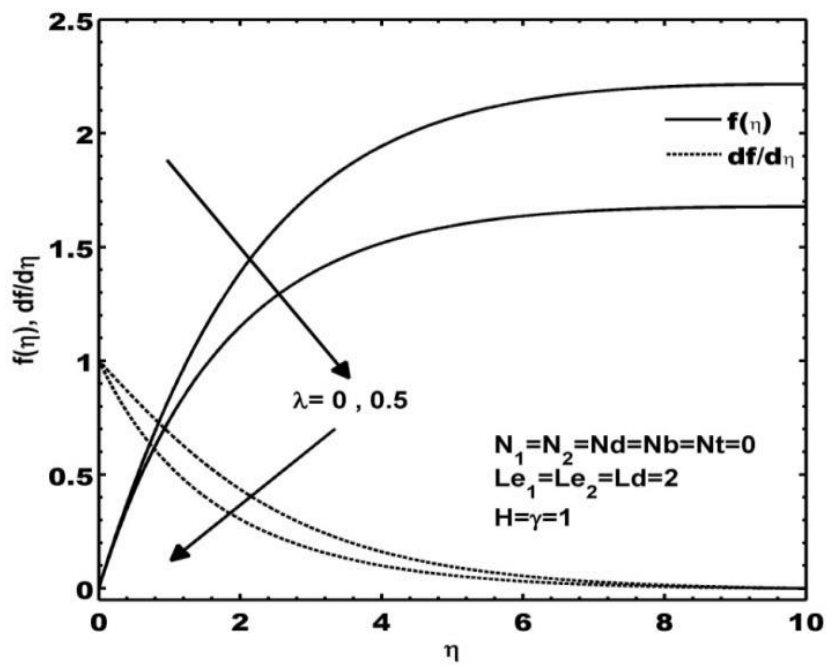


(الف)

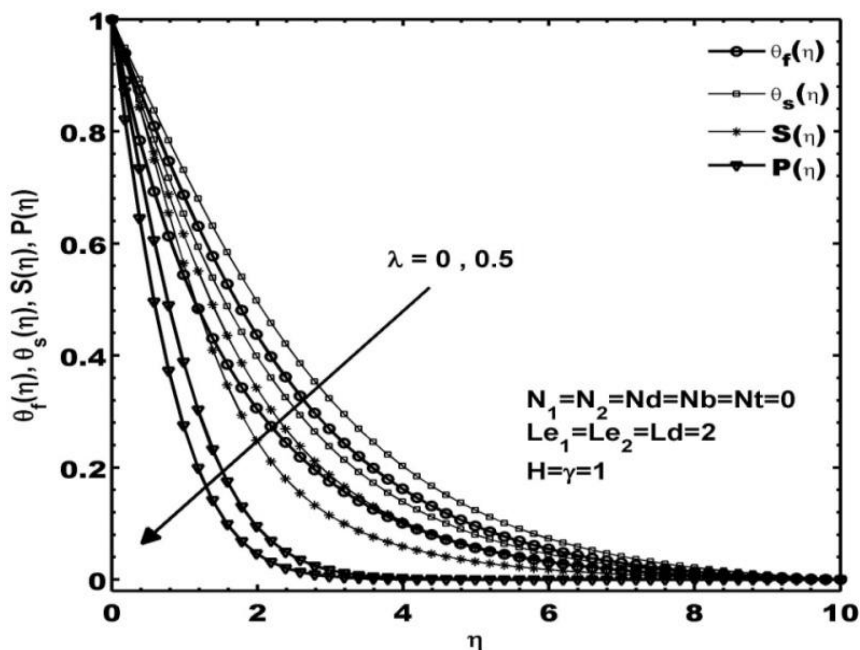


(ب)

شکل (۵-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک نانوسیال تک پخششی.



(الف)



(ب)

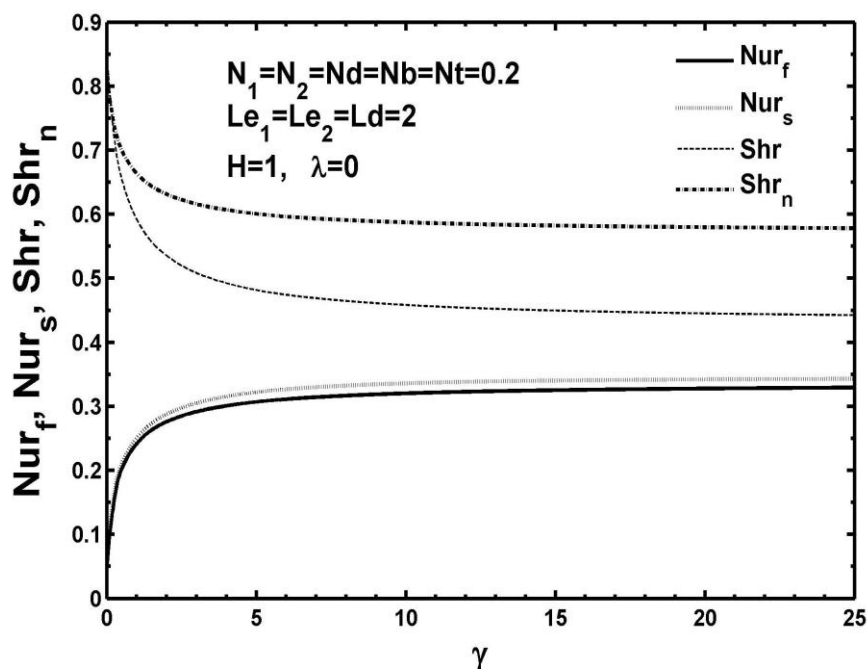
شکل (۵-۶) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک سیال

عادی تک پخشی.

بامقایسه‌ی بیشتر بین شکل‌های بالا، این نکته استنباط می‌شود که مقدار مولفه‌ی طولی سرعت یا سرعت سیال در راستای صفحه، در نانوسیال کاهش یافته است. این می‌تواند تاثیر مستقیمی بر مقدار عدد ناسلت، که بیانگر نسبت جابجایی حرارتی به هدایت حرارتی است گذاشته و موجب کاهش آن شود که در شکل (۵-۸) میزان این تغییرات آورده شده است.

شکل (۵-۷) نشان‌دهنده‌ی نحوه‌ی تغییرات اعداد ناسلت و شروود محلی کاهیده در یک نانوسیال دو پخشی، نسبت به پارامتر  $\gamma$  است. با افزایش نسبت هدایت حرارتی  $\gamma$  اعداد شروود مربوط به محلول و نانوذره کاهش و اعداد ناسلت مربوط به فازهای سیال و جامد افزایش می‌یابند. با افزایش  $\gamma$  اعداد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز سیال و جامد با نرخ بسیار آهسته‌ای به هم نزدیک می‌شوند تا آنکه در بی‌نهایت به یک عدد خاص می‌رسند. در شرایط مورد بررسی شکل (۵-۷) این عدد برابر  $0.3355$  است و این به معنای این است که در نسبت‌های هدایت حرارتی بسیار بالا، لایه‌های مرزی

مربوط به فاز جامد و سیال بر هم منطبق می‌شوند.



شکل (۷-۵) اثر تغییرات نسبت هدایت حرارتی  $\gamma$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهیده برای یک نانوسیال

دوپخششی.

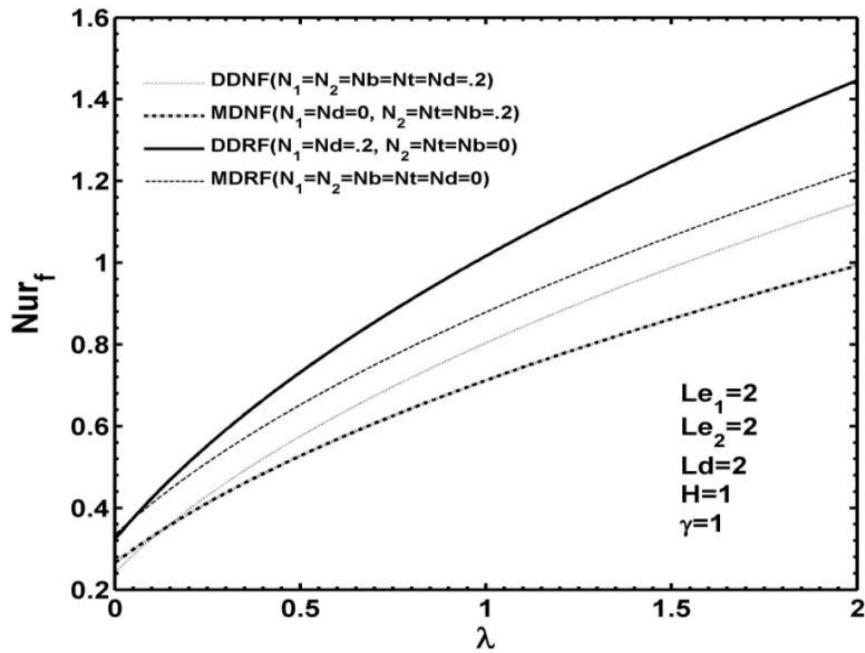
تغییرات اعداد ناسلت و شروود کاهیده‌ی موضعی نسبت به ضریب انتقال حرارت بی‌بعد  $H$  بسیار ناچیز است. جدول (۲-۵) گویای این مطلب است. در اینجا هم با میل کردن ضریب انتقال حرارت بی‌بعد  $H$  به سمت بی‌نهایت لایه‌های مرزی مربوط به فاز جامد و سیال بر هم منطبق می‌شوند.

جدول (۲-۵) مقادیر عدد ناسلت کاهیده برای یک دیوار دما ثابت با شرایط  $Le_1=10, Le_2=10, Ld=1$  در چهار حالت

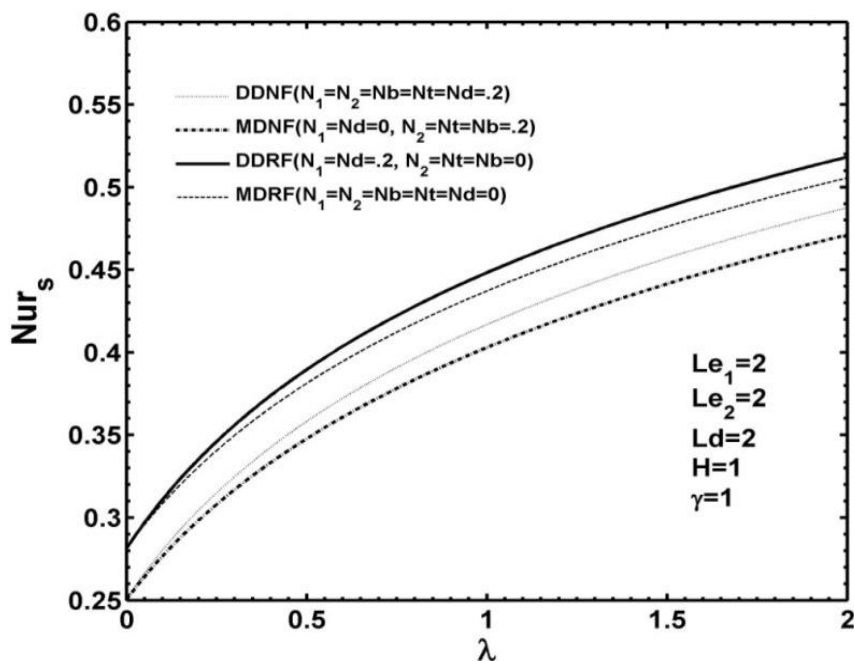
مختلف برای مدل تعادل حرارتی.

$Nur_f$	$Nur_s$	$Shr$	$Shr_n$	$H$
0.2577	0.2066	0.5651	0.6487	0.2
0.2417	0.2508	0.5920	0.6639	1
0.2509	0.2553	0.5718	0.6543	100
0.2529	0.2541	0.5677	0.6523	1000

شکل (۸-۵) نحوه‌ی تغییرات عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز سیال  $Nur_f$  نسبت به ضریب مرتبه توان  $\lambda$  در حالات مختلف مورد بررسی را نشان می‌دهد. حالت  $DDRF$  بیشترین مقدار عدد ناسلت را دارا می‌باشد و بعد از آن حالات  $MDRF$ ،  $DDNF$  و  $MDNF$  قرار می‌گیرند. همانطور که قبلاً توضیح داده شد به دلیل کاهش سرعت طولی سیال در راستای صفحه‌ی عمودی در صورت استفاده از نانوسیال، مقدار جابجایی سیال کاهش یافته و موجب کم شدن مقادیر عدد ناسلت می‌شود. با افزایش  $\lambda$  مقدار عدد ناسلت  $Nur_f$  در تمامی حالات زیاد می‌شود. تمامی شرایط بالا برای منحنی تغییرات عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز جامد  $Nur_s$  که در شکل (۹-۵) نشان داده شده نیز صدق می‌کنند.



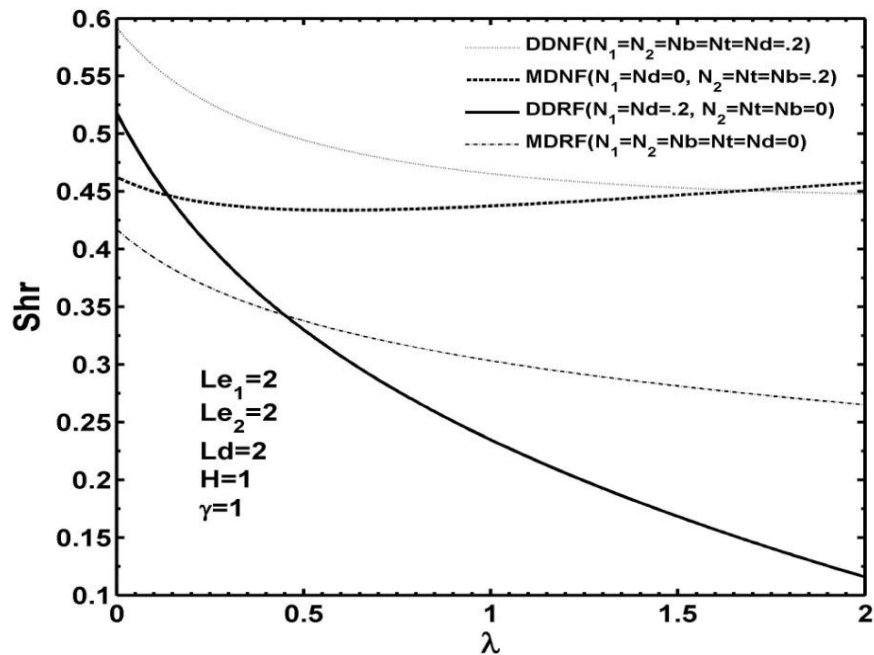
شکل (۸-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز سیال برای حالات مختلف.



شکل (۹-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی.

با مقایسه‌ی بیشتر دو شکل (۹-۵) و (۸-۵) این نکته استنباط می‌شود که برای تمام انواع سیالات مورد بررسی، عدد ناسلت فاز جامد کوچکتر از عدد ناسلت فاز سیال است. این نتیجه کاملاً قابل انتظار است چون همیشه سیال متحرک نقش بیشتری را در جابجایی ایفا می‌کند و لذا مقدار عدد ناسلت هم برای سیال، بیشتر از جامد خواهد بود.

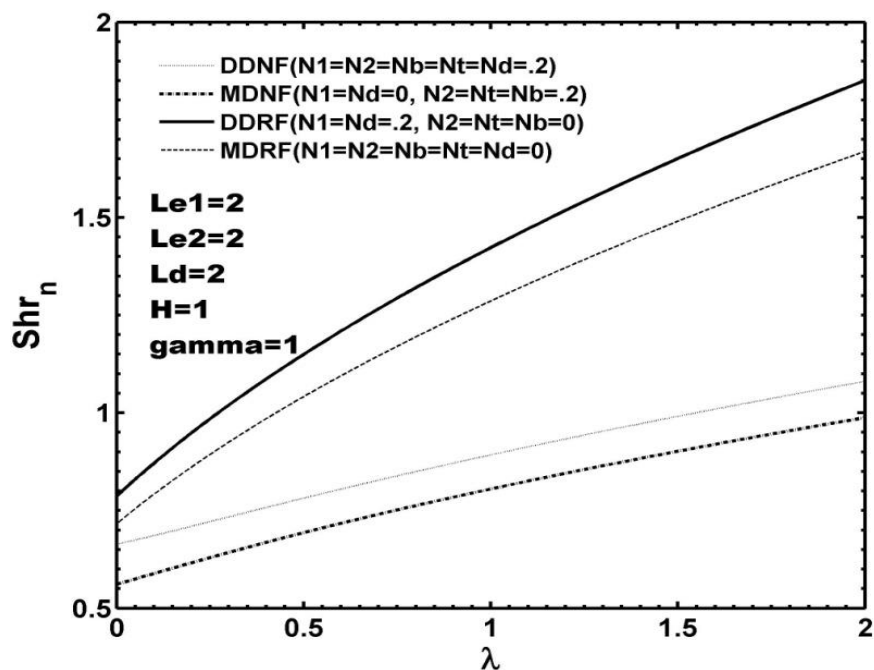
شکل (۱۰-۵) نحوه‌ی تغییرات عدد شروود کاهیده‌ی محلول  $Shr$  با ضریب مرتبه توان  $\lambda$  در حالات مختلف مورد بررسی را نشان می‌دهد. در بازه‌ی مورد بررسی فقط حالت  $MDNF$  ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد و در سایر حالات با افزایش  $\lambda$  عدد شروود کاهش می‌یابد. این رفتار عجیب، به دلیل اثر پارامتر  $\lambda$  در معادلات و همچنین نقش آن در عدد شروود می‌باشد. این نکته اثبات شده است که افزایش عدد شروود منجر به کاهش ضخامت لایه مرزی مربوط به غلظت محلول می‌شود.



شکل (۵-۱۰) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر عدد شرودکاهیده‌ی مربوط به محلول برای حالات مختلف.

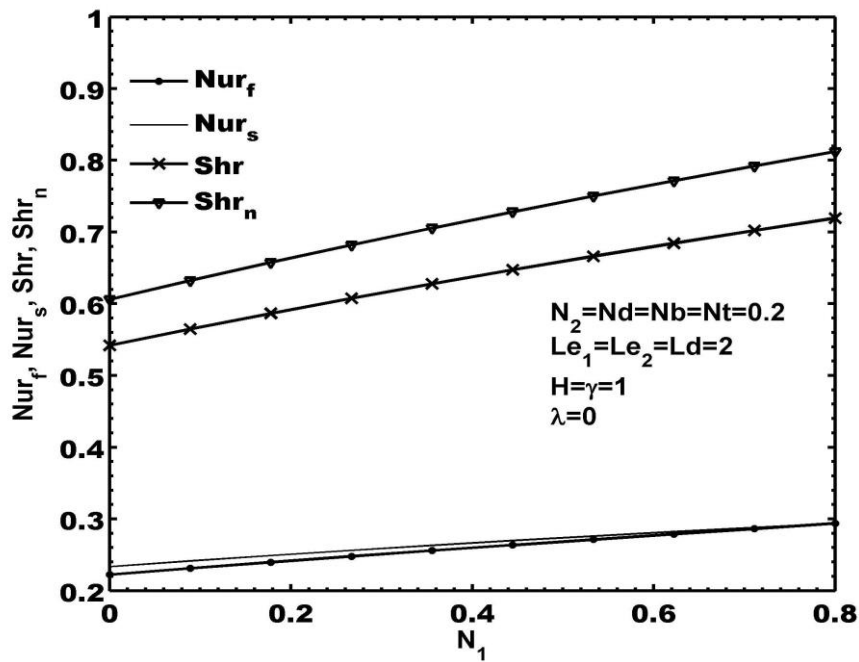
شکل (۵-۱۱) نحوه‌ی تغییرات عدد شرودکاهیده‌ی نانوذره  $Shr_n$  با ضریب مرتبه توان  $\lambda$  در حالات مختلف مورد بررسی را نشان می‌دهد. افزایش  $\lambda$  تأثیر مستقیم بر عدد شرودکاهیده‌ی نانوذره در تمام حالات مورد بررسی می‌گذارد. با مقایسه بین دو حالت  $DDNF$  و  $DDRF$  این نکته درک می‌شود که استفاده از نانوسیال موجب کاهش زیادی در مقدار عدد شرودکاهیده‌ی نانوذره  $Shr_n$  می‌شود و با مقایسه بین دو حالت  $MDNF$  و  $MDRF$  نیز این نکته تأیید می‌شود.



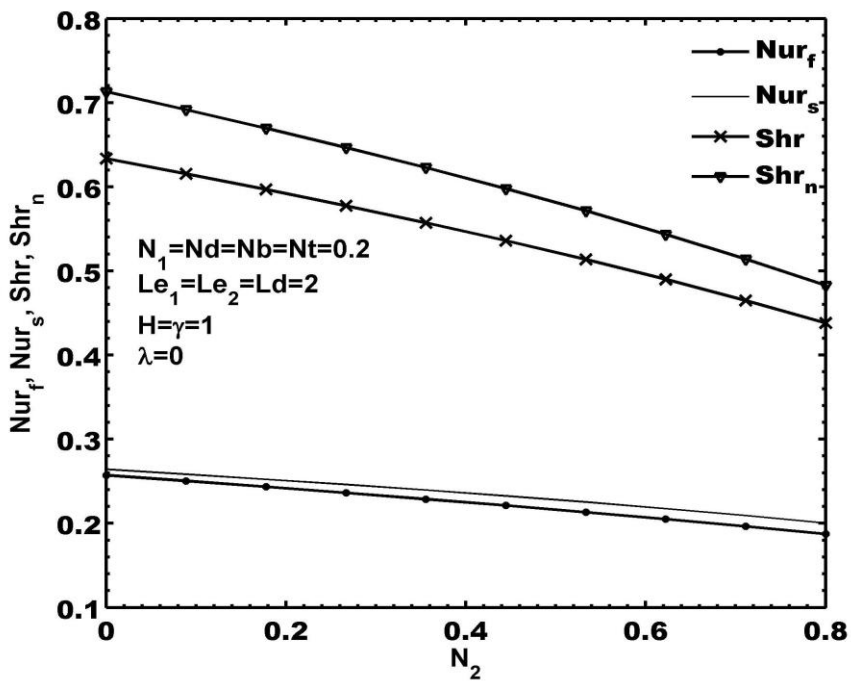


شکل (۵-۱۱) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر عدد شروع کاهیده‌ی مربوط به نانوذره برای حالات مختلف.

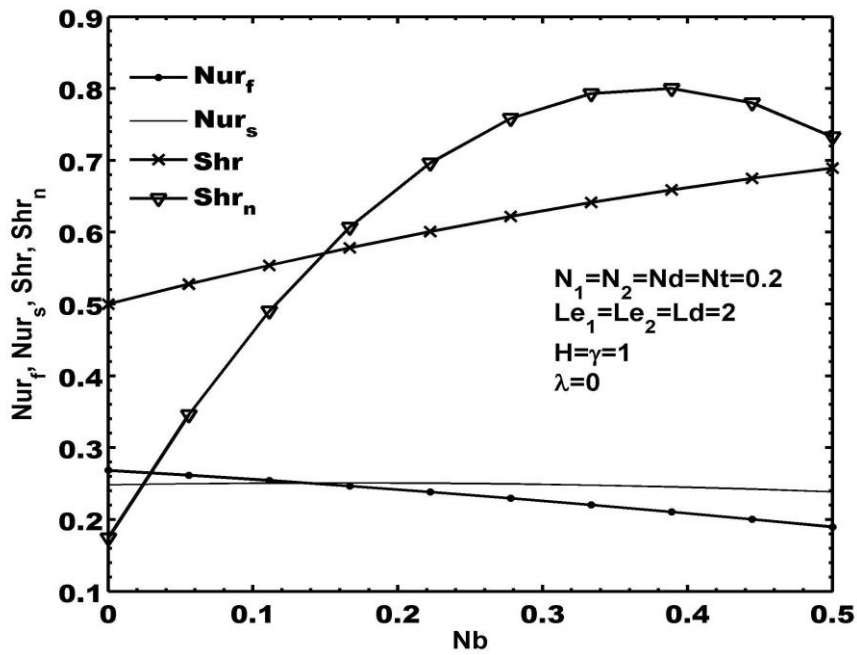
شکل‌های (۵-۱۲) تا (۵-۱۸) نحوه‌ی تغییرات اعداد ناسلت و شروع کاهیده را به ترتیب نسبت به هر کدام از پارامترهای بی‌بعد  $N_1, N_2, N_b, N_t$  و  $N_d$  نشان می‌دهند. همانطور که در شکل‌ها مشخص است اعداد ناسلت فازهای جامد و سیال فقط با  $N_1$  نسبت عکس دارند و با سایر پارامترها نسبت مستقیم دارند. مشابه این نتایج در [۲۲] و [۲۴] نیز آمده است ولی به دلیل افزایش پارامترهای بی‌بعد و در نظر گرفتن محدوده‌ی بیشتری برای بررسی پارامترهای بی‌بعد نمی‌توان به ایجاد فرمولی برای تخمین اعداد ناسلت و شروع بر حسب این پارامترها با استفاده از رگرسیون خطی دست زد و این کار با خطای زیادی همراه است که فرمول بدست آمده از رگرسیون خطی برای تخمین عدد ناسلت را غیر معتبر می‌کند.



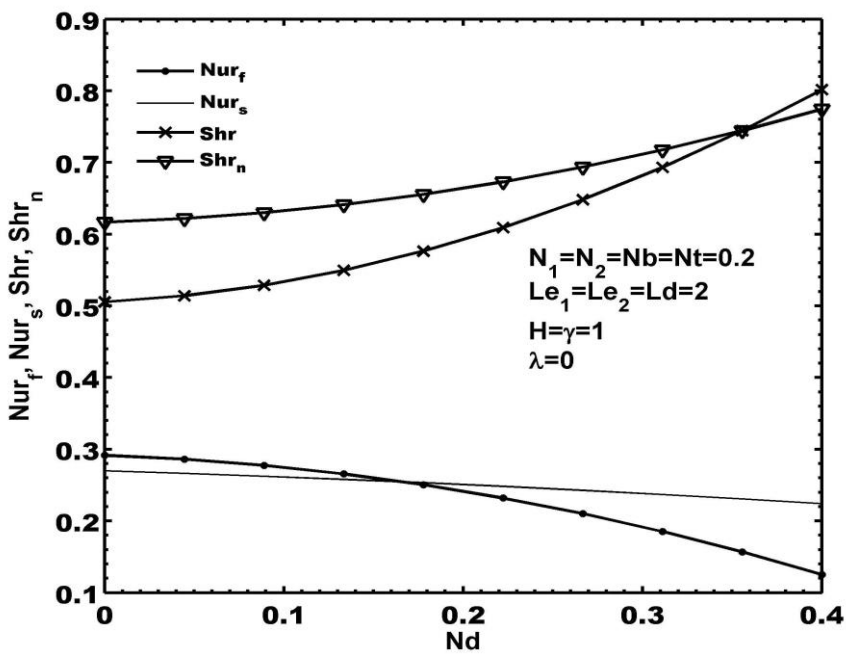
شکل (۵-۱۲) اثر تغییرات پارامتر  $N_1$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهشده برای یک نانوسیال دوپخشی.



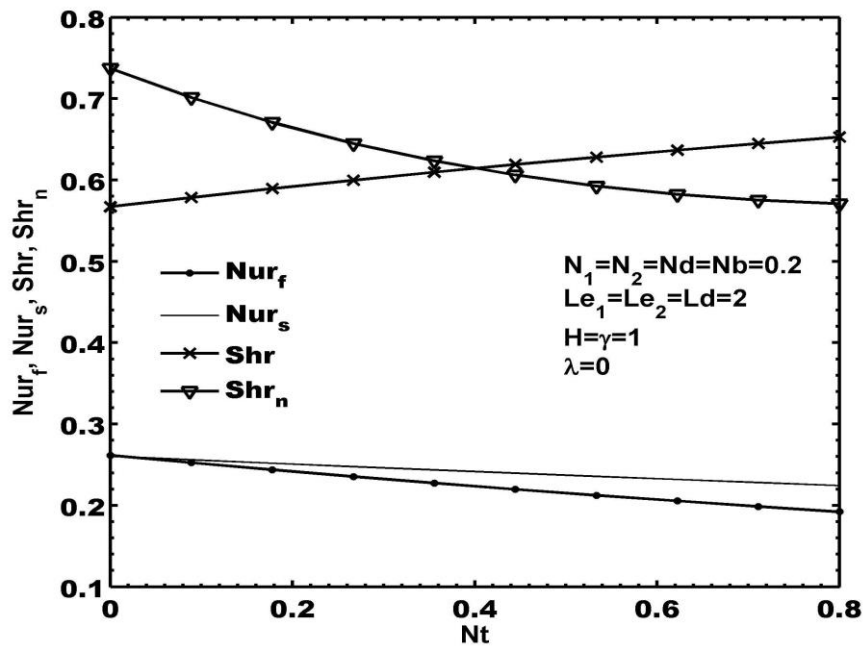
شکل (۵-۱۳) اثر تغییرات پارامتر  $N_2$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهشده برای یک نانوسیال دوپخشی.



شکل (۵-۱۴) اثر تغییرات پارامتر  $Nb$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهشدهنده برای یک نانوسیال دوپخششی.



شکل (۵-۱۵) اثر تغییرات پارامتر  $Nd$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهشدهنده برای یک نانوسیال دوپخششی.



شکل (۵-۱۶) اثر تغییرات پارامتر  $Nt$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهشدهنده برای یک نانوسیال دوپخششی.

در [۳۰ و ۳۱] نویسنده با استفاده از رگرسیون خطی اقدام به ایجاد یک فرمول برای تخمین عدد ناسلت بر حسب پارامترهای بی بعد نموده است که دارای خطاهای نسبی قابل قبولی هستند. در تحقیق حاضر به دلیل افزایش متغیرهای بی بعد، استفاده از رگرسیون خطی منجر به خطاهای زیاد و غیر قابل قبولی در تخمین اعداد ناسلت و اعداد شروود می شود به همین دلیل با استفاده از رگرسیون درجه دوم چند بعدی و در یک حالت خاص مورد بررسی، داده های جدول (۵-۳) برای تخمین اعداد ناسلت و شروود به وجود آمده اند.

$$\begin{aligned}
 L.R.N = & A + C_1 N_1 + C_{q1} N_1^2 + C_2 N_2 + C_{q2} N_2^2 + C_d Nd + C_{qd} Nd^2 + \\
 & C_b Nb + C_{qb} Nb^2 + C_t Nt + C_{qt} Nt^2 + C_{12} N_1 N_2 + C_{1d} N_1 Nd + \\
 & C_{1b} N_1 Nb + C_{1t} N_1 Nt + C_{2d} N_2 Nd + C_{2b} N_2 Nb + C_{2t} N_2 Nt + \\
 & C_{db} Nd Nb + C_{dt} Nd Nt + C_{bt} Nb Nt.
 \end{aligned}
 \tag{۵-۱}$$

با قرار دادن داده های جدول (۵-۳) در معادله (۵-۱) می توان مقدار هر کدام از پارامترهای بی -

بعد  $L.R.N$  که شامل اعداد ناسلت و شروود کاهیده می‌شوند را پیدا کرد. در معادله (۵-۱) هر یک از پارامترهای بی‌بعد  $Nd$  و  $Nt$ ،  $Nb$ ،  $N_2$ ،  $N_1$  در محدوده  $[0.08/0.1]$  قرار داشته و  $Le_1$ ،  $Le_2$  و  $Ld$  همگی برابر دو و  $H$  و  $\gamma$  نیز برابر یک قرار داده شده‌اند. دیوار دما ثابت بوده، لذا  $\lambda = 0$  است. لازم به ذکر است که برای تولید این فرمول از نرم‌افزار Maple کمک گرفته شده و از وجود بیش از ۱۰۰ داده‌ی محاسباتی بهره گرفته شده است.

جدول (۵-۳) ضرایب رگرسیون دو بعدی در تخمین اعداد ناسلت و شروود کاهیده و مقادیر خطای نسبی آنها.

A	C <sub>1</sub>	C <sub>q1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>q2</sub>	C <sub>d</sub>	C <sub>qd</sub>	C <sub>b</sub>	C <sub>qb</sub>	C <sub>t</sub>	C <sub>qt</sub>	
0.344	0.146	0.011	-0.122	-0.069	-0.054	-0.81	-0.198	0.063	-0.136	0.045	<b>Nur<sub>f</sub></b>
0.277	0.106	-0.019	-0.077	-0.046	-0.07	-0.071	-0.018	-0.021	-0.055	0.01	<b>Nur<sub>s</sub></b>
0.385	0.219	-0.094	-0.208	-0.005	0.078	1.599	0.486	-0.262	0.181	-0.071	<b>Shr</b>
0.532	0.42	-0.11	-0.48	0.153	-0.142	1.417	1.056	-1.104	-0.555	0.146	<b>Shr<sub>n</sub></b>
C <sub>12</sub>	C <sub>1d</sub>	C <sub>1b</sub>	C <sub>1t</sub>	C <sub>2d</sub>	C <sub>2b</sub>	C <sub>2t</sub>	C <sub>db</sub>	C <sub>dt</sub>	C <sub>bt</sub>	$\bar{\varepsilon}$	
0.012	-0.257	-0.099	-0.023	0.316	0.109	0.012	-0.176	-0.013	0.089	0.086	<b>Nur<sub>f</sub></b>
0.041	-0.064	-0.026	-0.006	0.058	0.041	-0.017	-0.032	-0.018	0.04	0.015	<b>Nur<sub>s</sub></b>
0.152	0.254	0.096	0.017	-0.443	-0.021	-0.083	0.275	-0.008	-0.076	0.017	<b>Shr</b>
0.154	-0.128	0.124	-0.218	-0.366	0.131	0.066	-0.477	0.912	0.448	0.07	<b>Shrn</b>

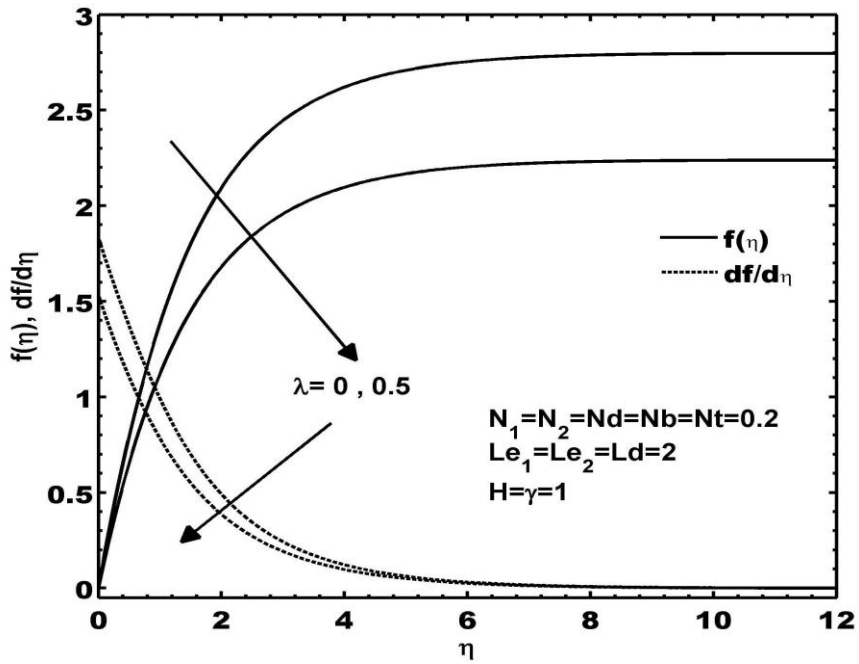
## ۵-۶- نتایج مربوط به دیوار شار ثابت

در شکل (۵-۱۷) نحوه‌ی تغییر پارامترهای مختلف لایه مرزی و همچنین چگونگی تغییرات آنها با ضریب مرتبه‌ی توان  $\lambda$  برای یک نانوسیال دوپخشی  $DDNF$  آورده شده است. همانطور که در شکل مشخص است همانند دیوار تابع قانون توان در اینجا نیز لایه مرزی مربوط به دمای فاز جامد،  $\theta_s$  ضخیم‌ترین لایه را تشکیل می‌دهد و پس از آن به ترتیب لایه مرزی‌های دمای فاز مایع  $\theta_f$ ، غلظت محلول  $S$  و کسر حجمی نانوذره  $P$  قرار می‌گیرند.

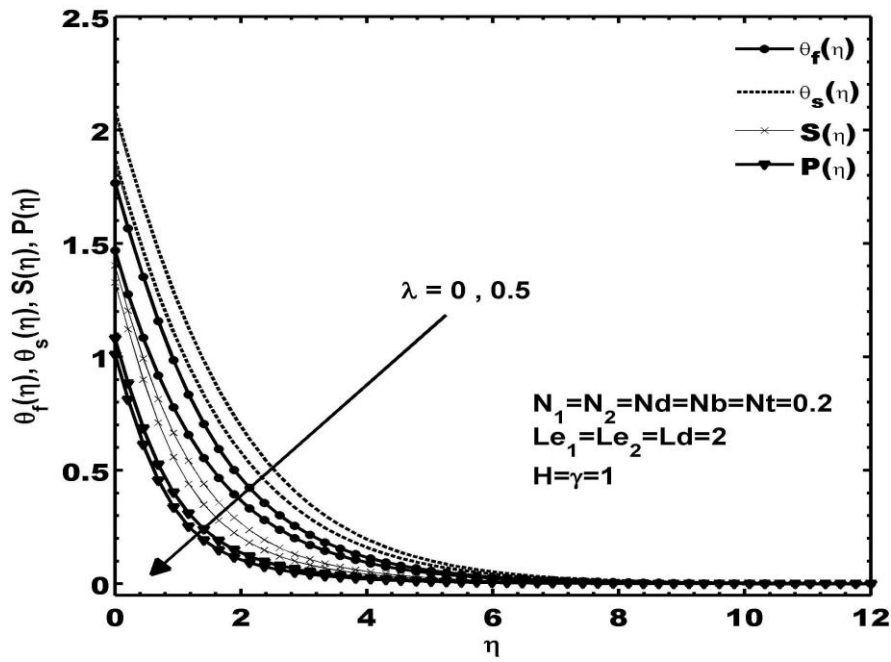
شکل‌های (۵-۱۸) تا (۵-۲۰) گویای این مطلب هستند که تمام خصوصیات فوق برای

### 1. Local reduced number

حالات  $MDNF$ ،  $DDRF$  و  $MDRF$  عیناً تکرار می‌شوند.



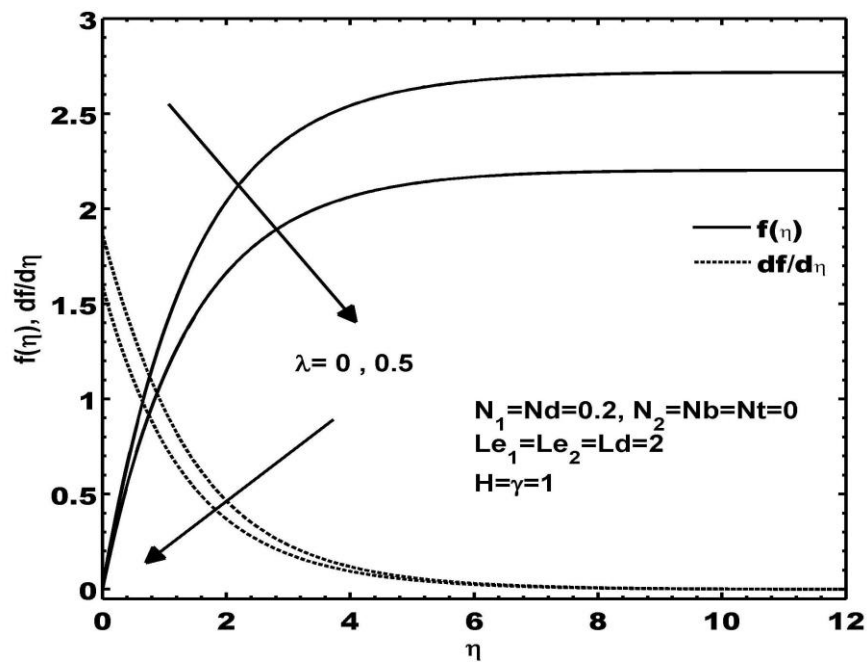
(الف)



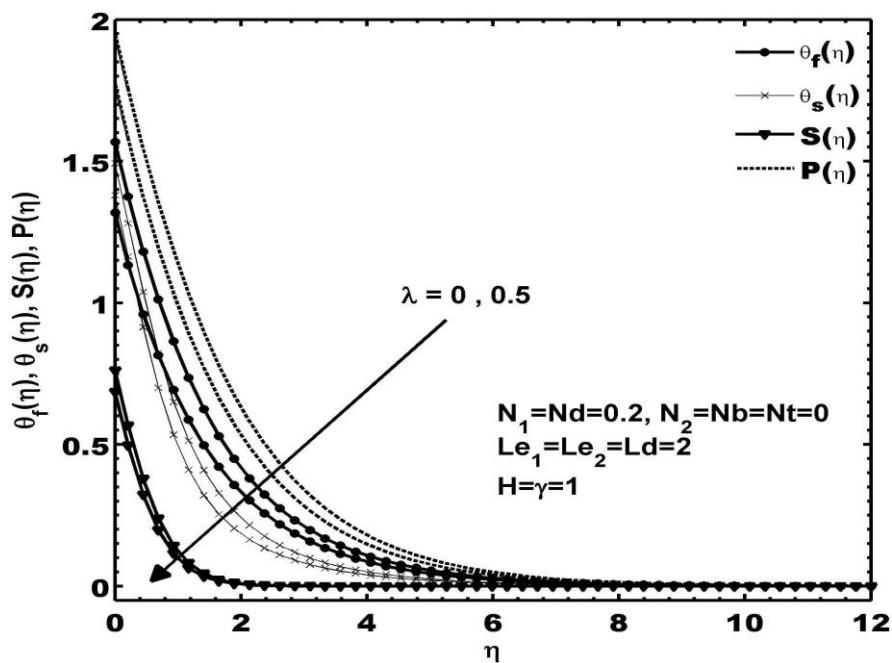
(ب)

شکل (۵-۱۷) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک نانوسیال

دو پخشی.



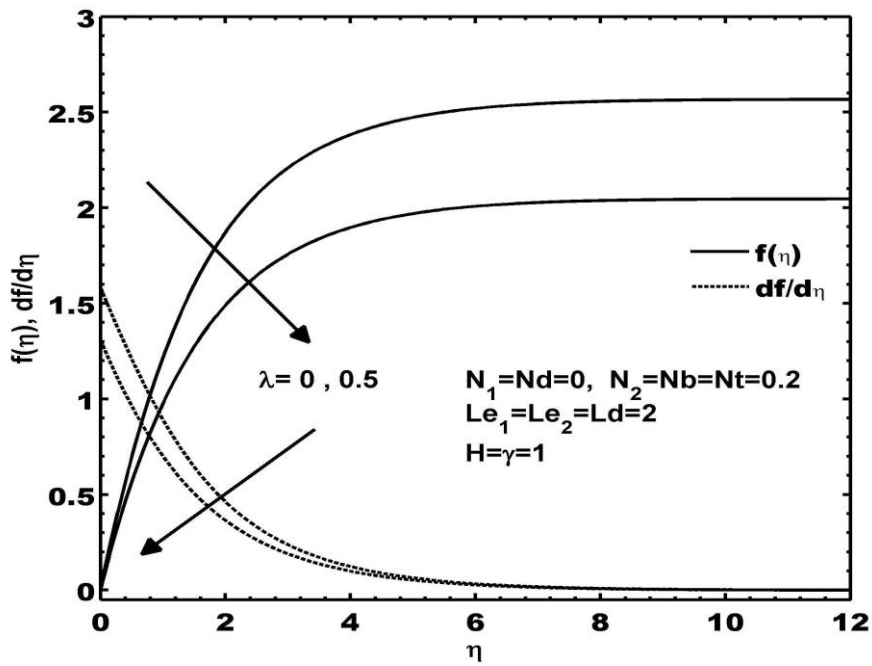
(الف)



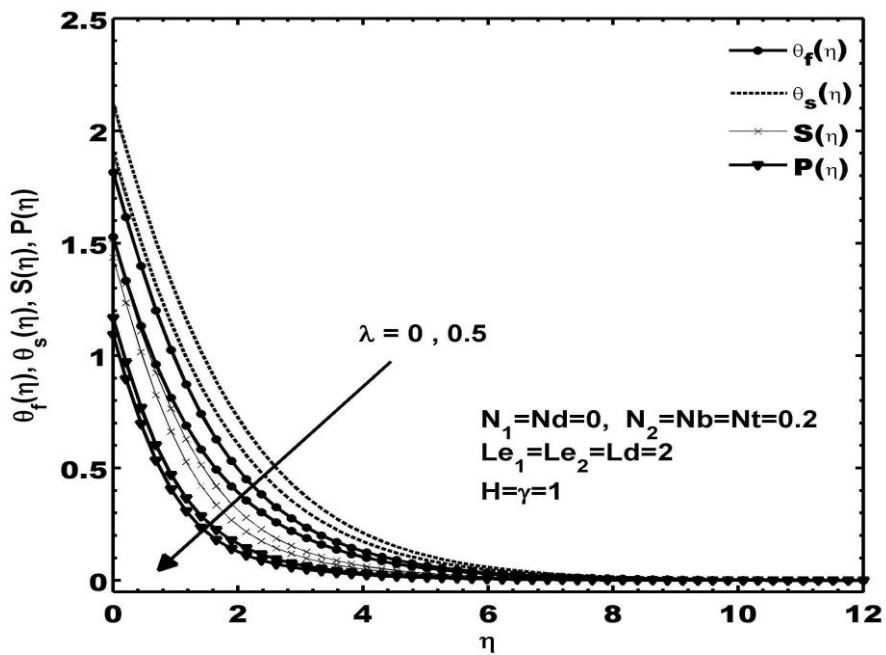
(ب)

شکل (۵-۱۸) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک سیال

عادی دو پخشی.



(الف)

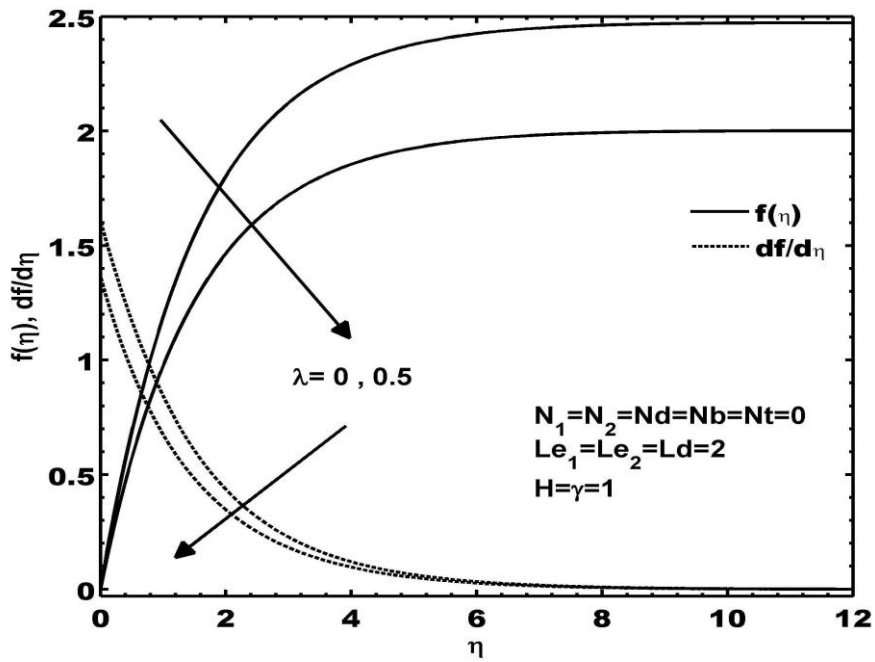


(ب)

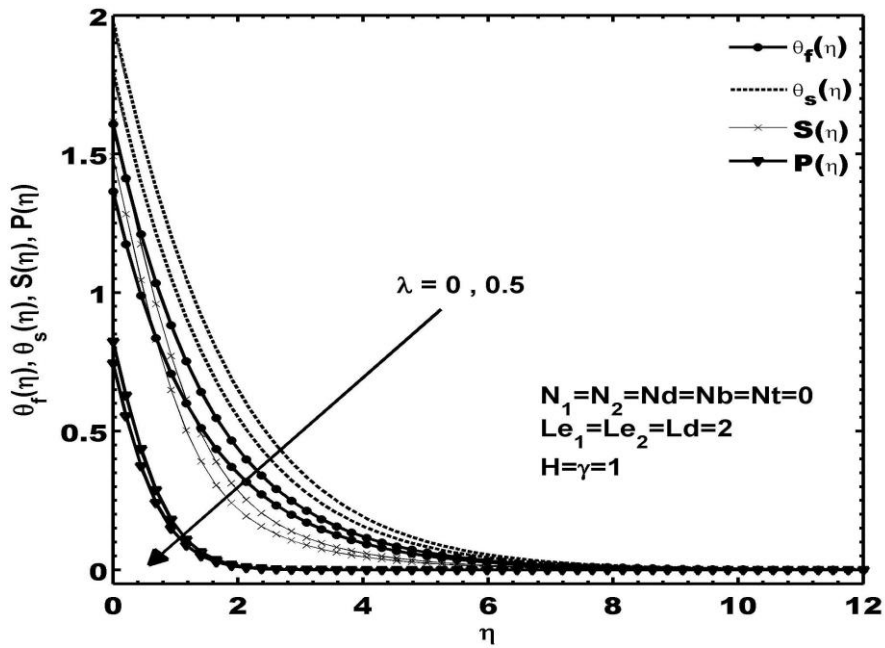
شکل (۵-۱۹) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک نانوسیال

تک پخششی.





(الف)

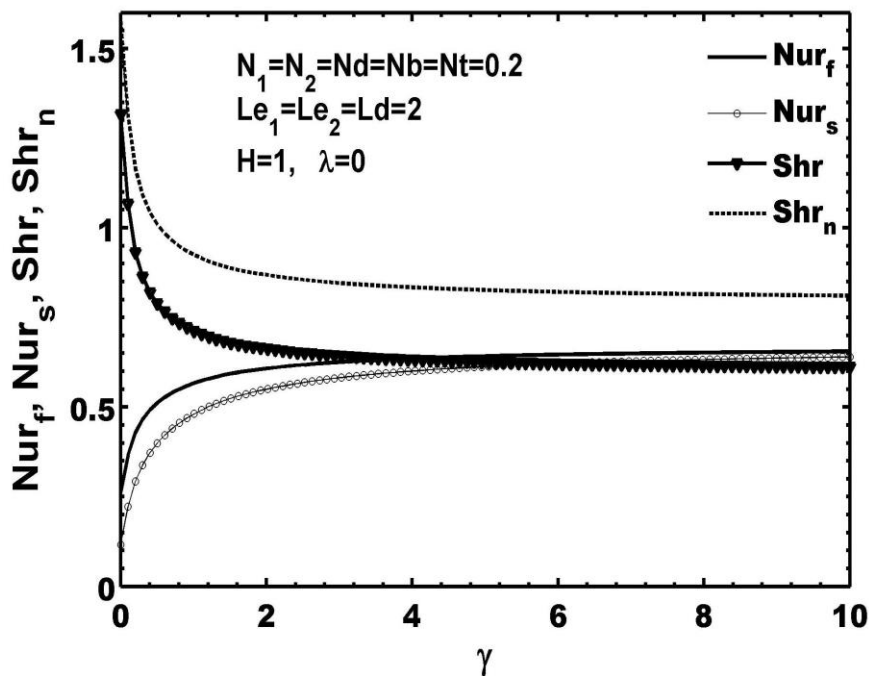


(ب)

شکل (۵-۲۰) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر پارامترهای مختلف مورد محاسبه در لایه مرزی برای یک سیال

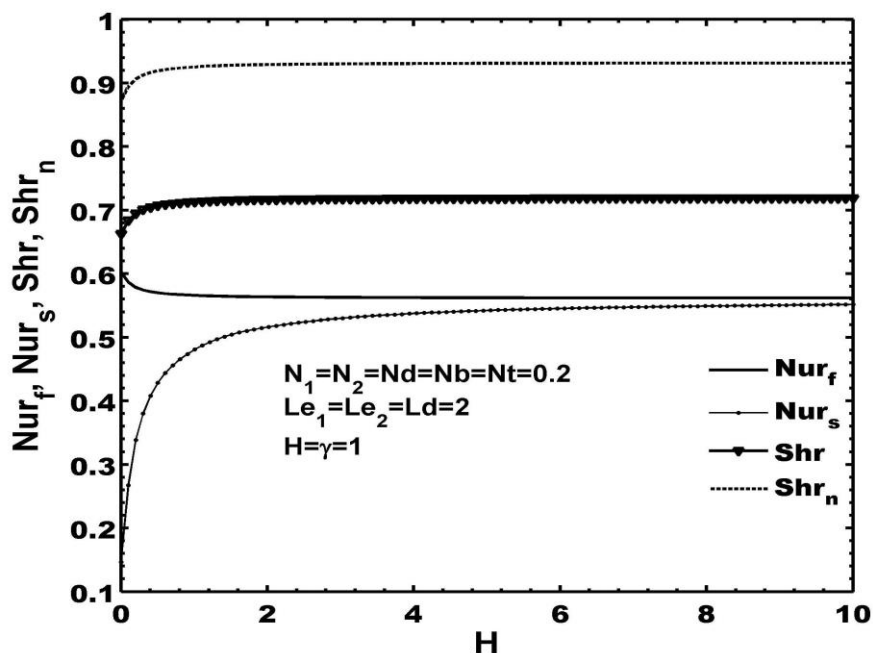
عادی تک پخشی.

شکل (۵-۲۱) نشان‌دهنده‌ی نحوه‌ی تغییرات اعداد ناسلت و شروود محلی کاهیده در یک نانوسیال دو پخشی نسبت به پارامتر  $\gamma$  است. در اینجا نیز مانند دیوار تابع قانون توان با افزایش نسبت هدایت حرارتی  $\gamma$  اعداد شروود مربوط به محلول و نانوذره کاهش و اعداد ناسلت مربوط به فازهای سیال و جامد افزایش می‌یابند. با میل پیدا کردن  $\gamma$  به سمت بی‌نهایت اعداد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز سیال و جامد هم نزدیک می‌شوند و به یک عدد خاص می‌رسند. و این به معنای این است که در نسبت‌های هدایت حرارتی بسیار بالا، لایه‌های مرزی مربوط به فاز جامد و سیال بر هم منطبق می‌شوند.



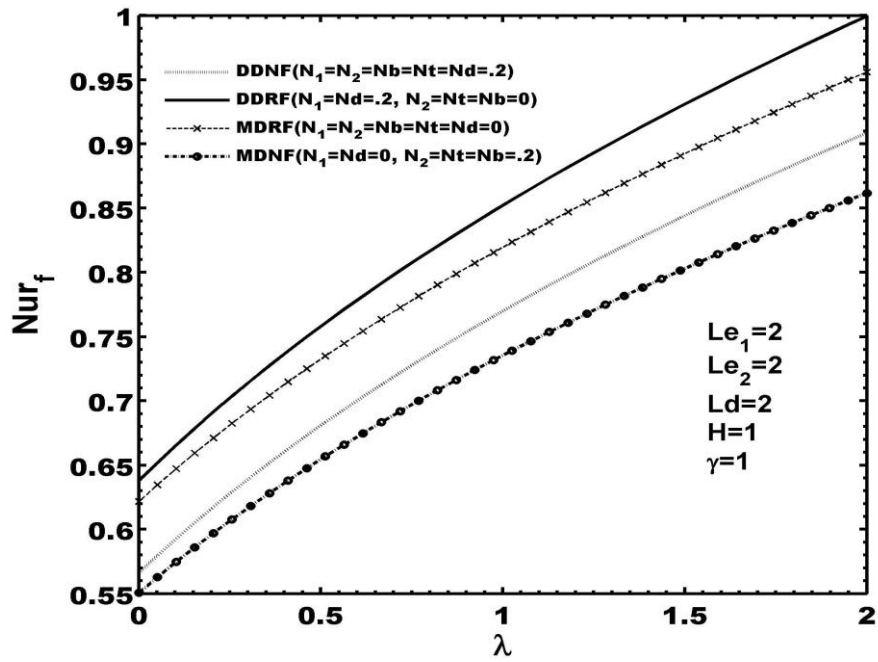
شکل (۵-۲۱) اثر تغییرات نسبت هدایت حرارتی  $\gamma$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی.

شکل (۵-۲۲) بیانگر این مطلب است که با میل پیدا کردن ضریب بی‌بعد انتقال حرارت  $H$  به بی‌نهایت  $Nur_f$  و  $Nur_s$  هم به هم می‌رسند یا به عبارت دیگر لایه‌های مرزی مربوط به فاز جامد و سیال بر هم منطبق می‌شوند.

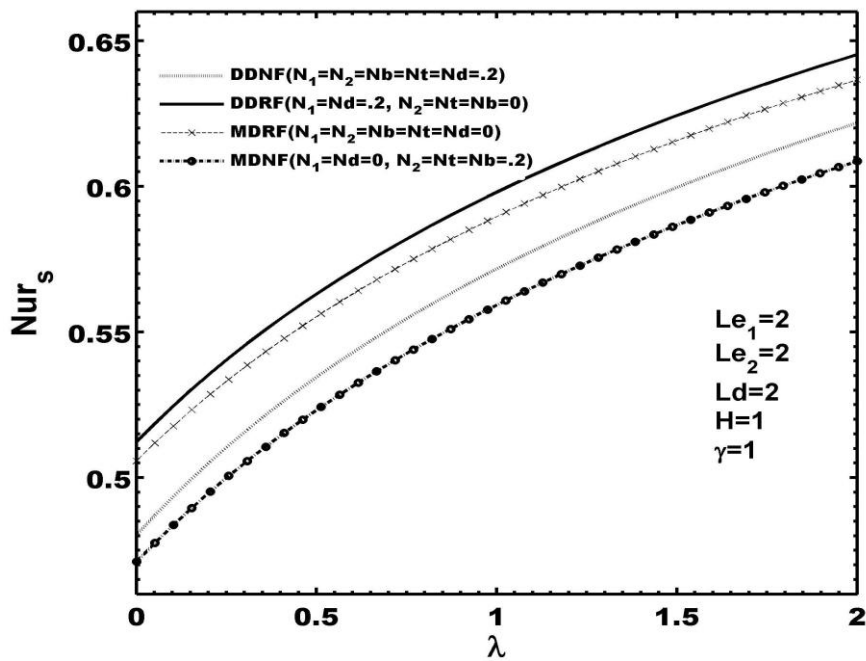


شکل (۵-۲۲) اثر تغییرات نسبت هدایت حرارتی  $\gamma$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخشی.

شکل (۵-۲۳) نحوه تغییرات عدد ناسلت کاهیده مربوط به فاز سیال  $Nur_f$  با ضریب مرتبه توان  $\lambda$  در حالات مختلف مورد بررسی را نشان می‌دهد. در اینجا نیز به مانند دیوار تابع قانون توان حالت  $DDRF$  بیشترین مقدار عدد ناسلت را دارا می‌باشد و بعد از آن حالات  $MDRF$ ،  $DDNF$  و  $MDNF$  قرار می‌گیرند ضمن اینکه با افزایش  $\lambda$  مقدار عدد ناسلت  $Nur_f$  در تمامی حالات زیاد می‌شود و این امری قابل انتظار است زیرا بر خلاف دیوار تابع قانون توان که در آن نمی‌شد رابطه‌ی صریحی بین افزایش مقدار  $\lambda$  و  $Nur_f$  پیدا کرد، در اینجا افزایش ضریب توان  $\lambda$  طبق رابطه‌ی (۳-۴۹) موجب افزایش مقادیر  $q_{w,f}$  و  $q_{w,s}$  می‌شود و در نتیجه طبق روابط (۳-۳۶) و (۳-۳۷)، مقادیر مربوط به  $Nur_f$  و  $Nur_s$  زیاد می‌شوند. تمامی شرایط بالا برای منحنی تغییرات عدد ناسلت کاهیده مربوط به فاز جامد  $Nur_s$  که در شکل (۵-۲۴) نشان داده شده صدق می‌کند.



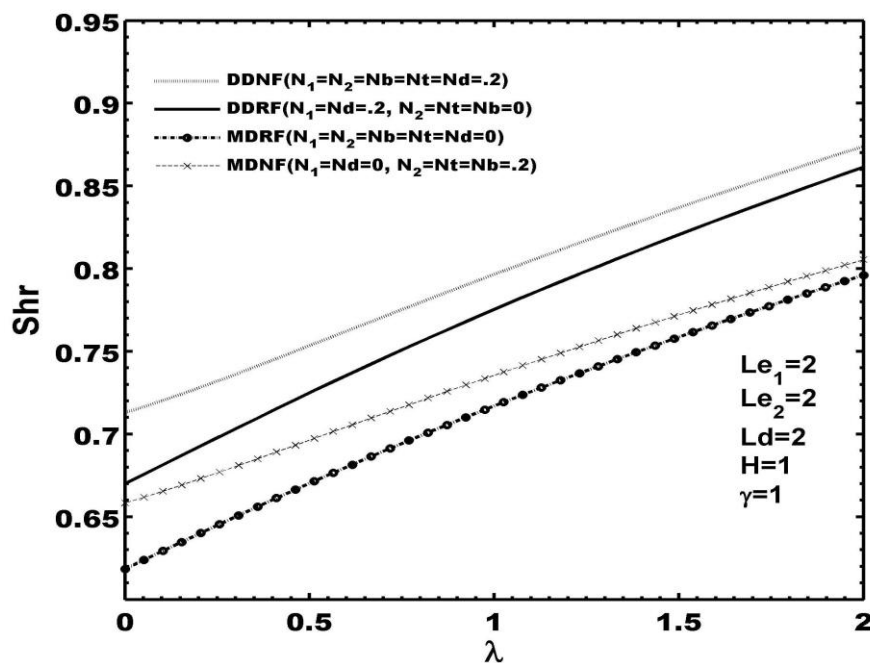
شکل (۲۳-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز سیال برای سیالات مختلف.



شکل (۲۴-۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر عدد ناسلت کاهیده‌ی مربوط به فاز جامد برای سیالات مختلف.

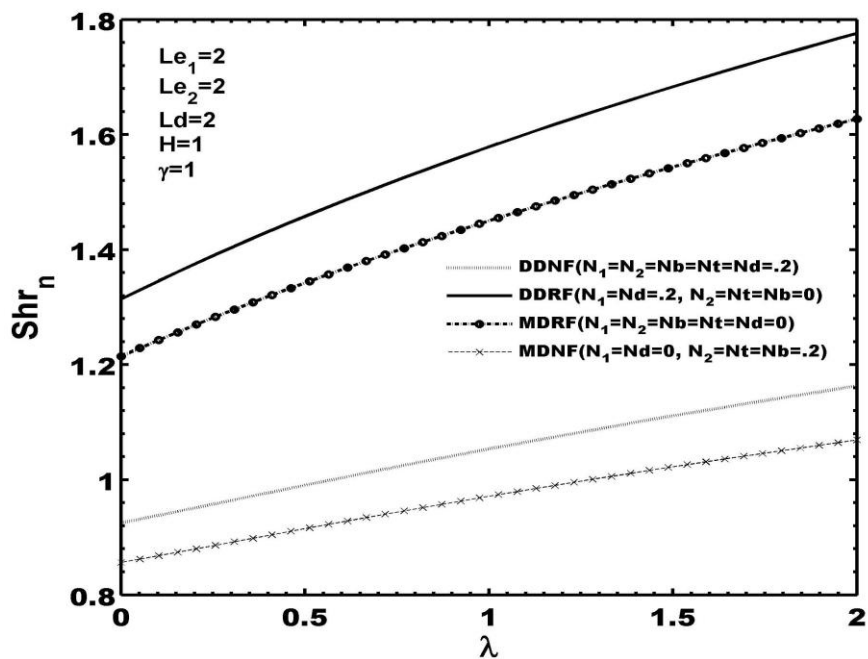
در اینجا نیز به مانند دیوار تابع قانون توان مشاهده می‌شود که عدد ناسلت فاز سیال بیشتر از عدد ناسلت مربوط به فاز جامد است و این به دلیل نقش بیشتر سیال در جابجایی طبیعی است.

در شکل (۵-۲۵) که مختص نمایش چگونگی تغییرات  $Shr$  بر حسب  $\lambda$  است یک تفاوت عمده با دیوار تابع قانون توان دیده می‌شود و آن تغییرات منظم  $Shr$  است به صورتی که همگی با افزایش ضریب  $\lambda$  زیاد می‌شوند و این امر کاملاً پیش‌بینی شده است زیرا با زیاد شدن ضریب  $\lambda$  شار غلظتی محلول  $q_m$  نیز فزونی می‌یابد و طبق رابطه‌ی (۳-۳۸)،  $q_m$ ، نسبت مستقیم با  $Shr$  دارد و موجب افزایش آن می‌گردد.



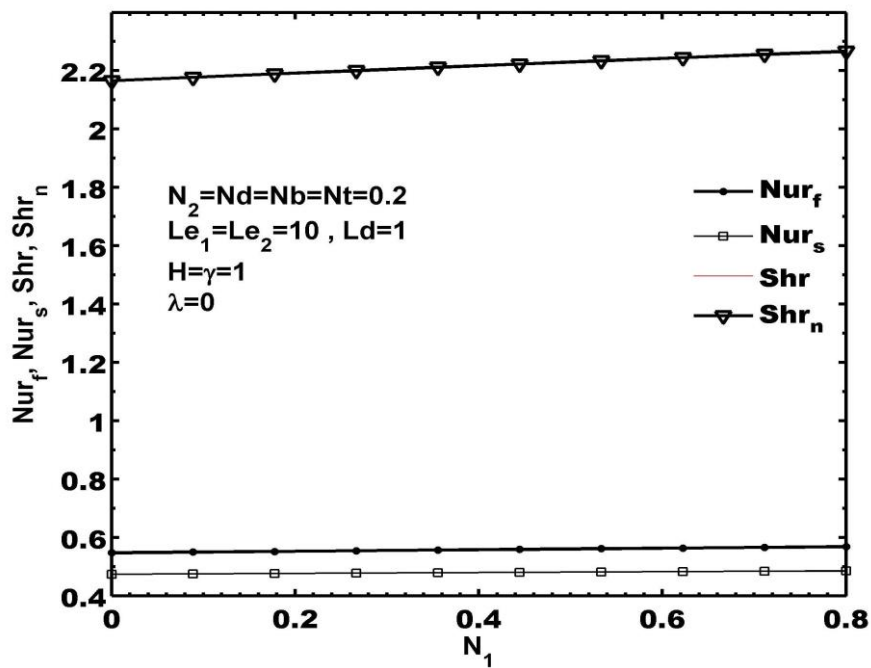
شکل (۵-۲۵) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر عدد شروود کاهیده‌ی مربوط به محلول برای سیالات مختلف.

در دیوار شار ثابت هم بمانند دیوار تابع قانون توان استفاده از نانوسیال موجب کاهش معنی‌دار در مقدار  $Shr_n$  می‌شود.

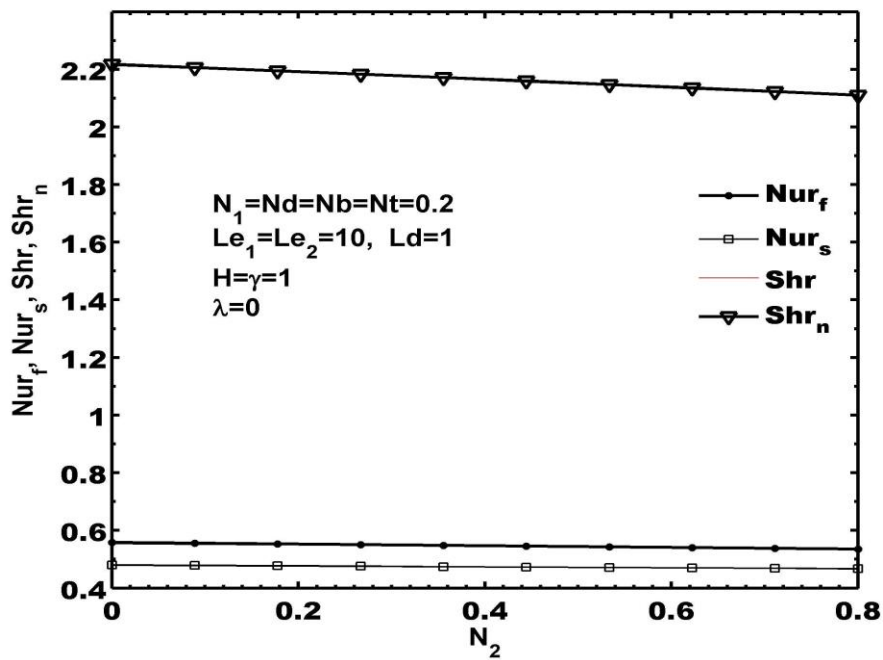


شکل (۵-۲۶) اثر تغییرات مرتبه‌ی توان  $\lambda$  بر عدد شروود کاهیده‌ی مربوط به نانوذره برای سیالات مختلف.

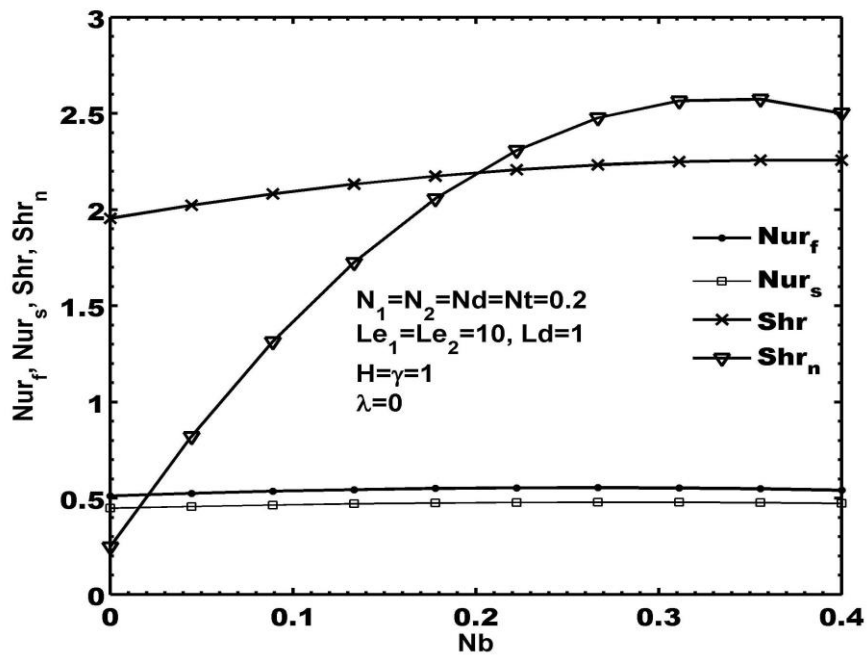
شکل‌های (۵-۲۷) تا (۵-۳۱) نحوه‌ی تغییرات اعداد ناسلت و شروود کاهیده را برای دیوار شار ثابت به ترتیب نسبت به هر کدام از پارامترهای بی‌بعد  $N_1, N_2, Nb, Nt$  و  $Nd$  نشان می‌دهند. اعداد ناسلت فازهای جامد و سیال با  $N_1$  و  $N_2$  نسبت عکس دارند و با سایر پارامترها نسبت مستقیم دارند.



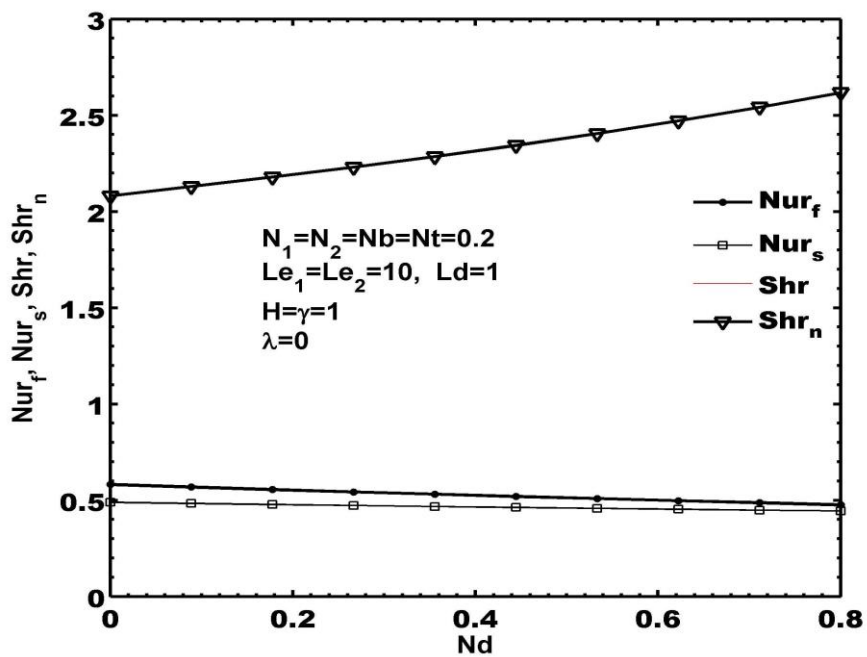
شکل (۲۷-۵) اثر تغییرات پارامتر  $N_1$  بر اعداد ناسلت و شروط محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخششی.



شکل (۲۸-۵) اثر تغییرات پارامتر  $N_2$  بر اعداد ناسلت و شروط محلی کاهیده برای یک نانوسیال دوپخششی.

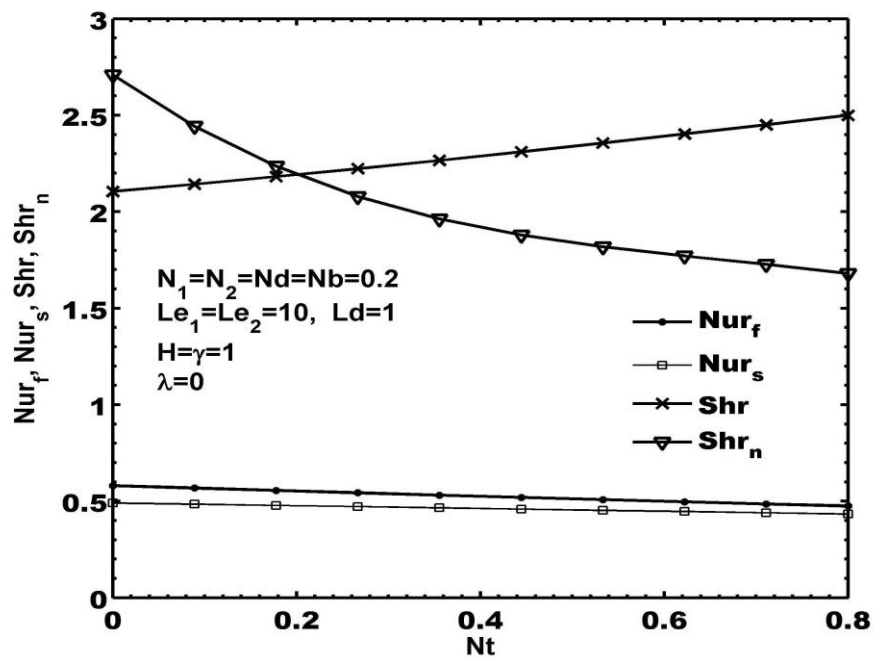


شکل (۵-۲۹) اثر تغییرات پارامتر Nb بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهشده برای یک نانوسیال دوپخشی.



شکل (۵-۳۰) اثر تغییرات پارامتر Nd بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهشده برای یک نانوسیال دوپخشی.





شکل (۵-۳۱) اثر تغییرات پارامتر  $Nt$  بر اعداد ناسلت و شروود محلی کاهشدهنده برای یک نانوسیال دوپخششی.

## فصل ۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

## ۱-۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مسأله‌ی جابجایی طبیعی از روی یک صفحه تخت عمودی در محیط متخلخل و در شرایط عدم تعادل حرارتی مورد بررسی قرار گرفت. استفاده از نانوسیال به عنوان سیال عامل موجب ورود دو ترم مربوط به حرکت برونی و اثر ترموفورسیس در معادلات حاکم شد. شرط مرزی روی دیوار نیز در دو حالت بررسی شد. در حالت اول دما و سایر پارامترهای مورد بررسی بر روی دیوار به صورت تابعی توانی از فاصله نسبت به ابتدای دیوار در نظر گرفته شدند و در حالت دوم شار حرارتی و جرمی و نانوذره‌ای بر روی دیوار، ثابت فرض شدند. به منظور بررسی معادله‌ی اندازه حرکت خطی در محیط متخلخل از مدل داریسی استفاده شد و معادلات انتقال حرارت و انتقال جرم به صورت ترکیبی به کار رفتند. در فصل چهارم، روش عددی مورد استفاده تشریح و معادلات حاکم در این تحقیق، با استفاده از روش تفاضل محدود به صورت صریح گسسته‌سازی شده‌اند. در فصل نتایج، ابتدا استقلال حل از شبکه، مورد بررسی قرار گرفت و سپس صحت نتایج حل با مطالعات قبلی مقایسه شد. در این فصل، به ذکر نتایج حاصل از این تحقیق می‌پردازیم.

- ترتیب ضخامت لایه‌های مرزی به گونه‌ایست که در همه‌ی حالات مورد بررسی ابتدا لایه مرزی دمای فاز جامد به عنوان ضخیم‌ترین لایه قرار گرفته و بعد از آن به ترتیب لایه‌های مرزی دمای فاز سیال، غلظت محلول و غلظت نانوذره قرار می‌گیرند.
- با افزایش اندیس توانی  $n$ ، ضخامت تمامی لایه‌های مرزی در تمام حالات مورد بررسی کاهش می‌یابد.
- با افزایش نسبت هدایت حرارتی  $\gamma$ ، اعداد ناسلت فاز سیال و جامد افزایش یافته و در بی-نهایت به هم می‌رسند.
- اعداد ناسلت مربوط به فاز سیال در تمام حالات نسبت به اعداد ناسلت فاز جامد بزرگ‌تر هستند.

- با افزایش نسبت هدایت حرارتی  $\gamma$ ، اعداد شروود محلول و نانوذره کاهش می‌یابند.
- تغییرات ضریب انتقال حرارت بی‌بعد  $H$ ، اثر چندانی بر مقدار اعداد ناسلت و شروود نمی‌گذارد هرچند که با میل کردن آن به سمت بی‌نهایت لایه‌های مرزی مربوط به دمای فاز سیال و دمای فاز جامد بر هم منطبق می‌شوند.
- برای هر دو شرایط دیوار تابع قانون توان و دیوار شار ثابت، حالت  $DDRF$  بیشترین مقدار اعداد ناسلت را داشته و بعد از آن حالات  $MDRF$ ،  $DDNF$  و  $MDNF$  بیشترین مقدار اعداد ناسلت را به خود اختصاص می‌دهند.
- برای هر دو شرایط دیوار تابع قانون توان و دیوار شار ثابت، حالت  $DDRF$  بیشترین مقدار اعداد ناسلت فاز جامد و فاز سیال و عدد شروود نانوذره را داشته و بعد از آن حالات  $MDRF$ ،  $DDNF$  و  $MDNF$  بیشترین مقادیر را به خود اختصاص می‌دهند.
- استفاده از نانوسیال موجب کاهش زیادی در مقدار عدد شروود کاهیده‌ی نانوذره  $Shr_n$  می‌شود.
- برای دیوار شار ثابت، حالت  $DDNF$  بیشترین مقادیر عدد شروود محلول را در  $\lambda$  های مختلف دارد و پس از آن حالات  $DDRF$ ،  $MDRF$  و  $MDNF$  قرار می‌گیرند ولی برای دیوار تابع قانون توان باید در هر  $\lambda$  جداگانه بررسی شود.

## ۲-۶- پیشنهادها

در آینده به منظور تعمیم هر چه بیشتر کار می‌توان اثرات مغناطیسی را نیز به معادلات اضافه کرد. همچنین به منظور بسط دادن مسئله، می‌توان این مسئله را در حالت جابجایی مرکب و همچنین در حالتی که جریان رو به پایین از روی یک دیوار سرد شکل گرفته باشد؛ بررسی کرد.

# پیوست

## پیوست ۱

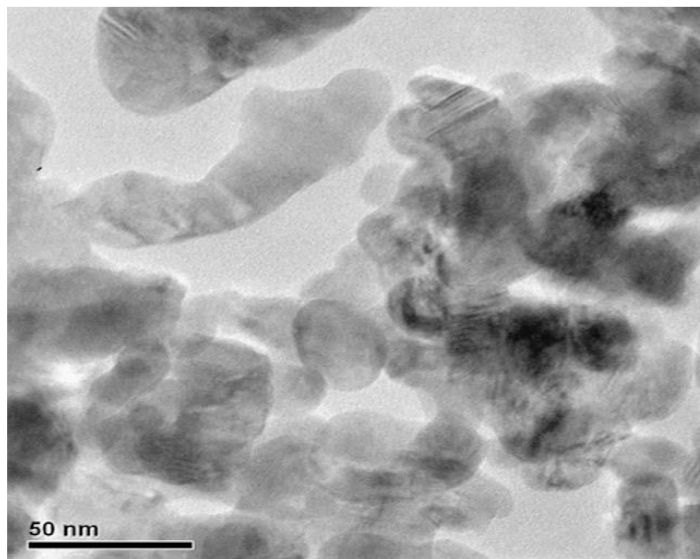
### نانوسیالات

در صد سال اخیر دانشمندان و مهندسان تلاشهای زیادی نموده‌اند تا هدایت حرارتی پایین مایعات را با افزودن ذرات جامد بهبود بخشند. چون جامد فلزی ضریب هدایت حرارتی بیشتری نسبت به سیال پایه دارد انتظار می‌رود که تعلیق ذرات ریز جامد فلزی در سیال، هدایت حرارتی آن را افزایش دهد. در سال ۱۸۷۳ ماکسول<sup>۱</sup> تئوری خود را برای پیش بینی هدایت حرارتی مخلوط‌های مایع-جامد ارائه کرد [۳۸]. پس از ماکسول مطالعات تجربی و تئوری زیادی روی هدایت حرارتی مخلوط‌های شامل ذرات جامد انجام شد. البته این مطالعات به مخلوط‌های حاوی ذرات جامد در ابعاد میلی متر یا میکرو متر محدود شده بود. این روش مرسوم دو مشکل فنی عمده داشت. اولاً ذرات جامد در ابعاد میلی متر یا میکرو متر به سرعت در سیال ته نشین می‌شدند ثانیاً بهبود هدایت حرارتی مخلوط‌ها در غلظت‌های کم ذرات بسیار اندک بود و افزون بر این ذرات ریز جامد در سیستم‌های بسیار کوچک باعث مسدود شدن کانل‌ها می‌شدند. پیشرفت‌های اخیر تکنولوژی مواد امکان تولید ذرات فلزی یا غیرفلزی با اندازه متوسط کمتر از ۱۰۰ نانومتر را فراهم کرده است. کوچکترین نانوذرات با قطر فقط چند نانومتر، چند صد اتم را شامل می‌شوند. برای داشتن تصویری از این مقیاس لازم به ذکر است که موی انسان دارای قطر ۱۰۰۰۰ تا ۵۰۰۰۰ نانومتر، یک گلبول قرمز خونی دارای قطر حدود ۵۰۰۰ نانومتر و ابعاد یک ویروس بین ۱۰ تا ۱۰۰ نانومتر است. با کاهش اندازه ذرات، نسبت تعداد اتم‌های سطحی به اتم‌های داخلی افزایش می‌یابد. به عنوان مثال درصد اتم‌های سطحی یک ذره با اندازه ۳۰ نانومتر، پنج درصد است در حالی که این نسبت برای یک ذره با اندازه سه نانومتر، ۵۰ درصد می‌باشد. بنابراین نانوذرات

---

1. Maxwell

در مقایسه با ذرات بزرگتر نسبت سطح به وزن بسیار بزرگتری دارند. با کاهش اندازه ذرات به یک دهم نانومتر یا کمتر، اثرات کوانتومی پدیدار می‌شوند و این اثرات می‌توانند به مقدار زیادی ویژگی‌های نوری، مغناطیسی و الکتریکی مواد را تغییر دهند.



شکل ۱. یک نانوسیال.

از طریق پی‌گیری ساختار مواد در مقیاس نانو، امکان طراحی و ساخت مواد جدید با ویژگی‌های کاملاً نو به وجود می‌آید. تنها با کاهش اندازه و ثابت نگه داشتن نوع ماده، ویژگی‌های اساسی از قبیل هدایت الکتریکی، رنگ، استحکام و نقطه ذوب ماده می‌تواند تغییر کند. همه مکانیزم‌های فیزیکی یک مقیاس طولی بحرانی دارند که در اندازه‌های کمتر از آن خواص فیزیکی مواد تغییر می‌کند بنابراین ذرات کمتر از ۱۰۰ نانومتر خواص متفاوتی با مواد معمولی نشان می‌دهند. خواص مکانیکی، الکتریکی، اپتیکی، مغناطیسی و حرارتی نانوذرات نسبت به مواد با ساختار درشت دانه بسیار ممتاز است [۳۹]. یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد نانوذرات مربوط به نسبت بسیار بالای سطح به حجم آنهاست. نخستین بار چوی<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۵ از این ویژگی ممتاز برای به کارگیری تکنولوژی نانو در مهندسی حرارت استفاده کرد. او با معلق کردن نانوذرات در مایع نسل جدیدی از سیالات انتقال دهنده‌ی

1. Choi

حرارت را معرفی کرد [۴۰]. سیالاتی که در آنها ذرات معلق در ابعاد نانو وجود دارد، نانوسیال نامیده می‌شوند. نانوذراتی که برای ساختن نانوسیالات استفاده می‌شوند از مواد گوناگونی مانند اکسیدهای سرامیک، نیتريد های سرامیک، کربید های سرامیک، فلزات، اکسید های فلزات، نانوتیوب های کربن، مواد کامپوزیتی و مواد پلیمری ساخته شده‌اند. سیالات پایه‌ای که استفاده می‌شوند غالباً آب، روغن، استن، دسن و اتیلن گلیکول هستند [۴۱].

### تولید نانوسیالات

نانوذرات به دو روش عمده‌ی فرایند فیزیکی و فرایند شیمیایی تولید می‌شوند. از آنجا که سنتز و تعلیق نانوذرات با کمترین میزان انباشتگی در مایع کلید بهبود هدایت حرارتی نانوسیالات است. مطالعات زیادی روی چگونگی تهیه‌ی نانوذرات و روش پراکنده سازی آنها در سیال پایه انجام شده است. نانوسیالات پایدار و با هدایت حرارتی بالا با روش‌های یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای تولید می‌شوند. یکی از مشکلات موجود در هرکدام از این روش‌ها به هم چسبیدن و توده‌ای شدن نانوذرات است. در روش دو مرحله‌ای تولید نانوسیالات، ابتدا نانوذرات با یکی از روش‌های مذکور تولید می‌شوند سپس در مرحله بعد آنها را در سیال معلق می‌کنند. بیشتر نانوسیالاتی که حاوی نانوذرات اکسیدهای فلزی و یا نانوتیوب‌های کربن هستند با روش دو مرحله‌ای تولید می‌شوند. روش دو مرحله‌ای دارای مزایای اقتصادی بالقوه‌ای است و شرکت‌های زیادی توانایی تهیه نانوپودرها در مقیاس صنعتی را دارند. هنگامی که نانوذرات به صورت پودر خشک تهیه می‌شوند احتمال به هم چسبیدن ذرات در اثر نیروهای جاذبه‌ی قوی واندروالس بین آنها وجود دارد. بنابراین ساختن نانوسیالات با استفاده از روش دو مرحله‌ای با این مشکل روبه‌رو است که ذرات قبل از پراکنش به هم می‌چسبند و سپس ذرات به هم چسبیده در مایع ته نشین می‌شوند. مخلوط‌های کاملاً پایدار نانو ذرات هنگامی تولید می‌شوند که توده‌های به هم چسبیده نانوذرات در سیال به طور کامل از بین بروند. در بسیاری از نانوسیالاتی که با



روش دو مرحله‌ای تولید شده‌اند توده‌های به هم چسبیده نانوذرات به طور کامل از هم جدا نمی‌شوند. برای دستیابی به بهبود قابل توجهی در خواص حرارتی نانوسیالات بایستی توده‌های به هم چسبیده نانو ذرات به طور کامل از بین بروند [۴۲]. زان و روتزل<sup>۱</sup> [۴۳] روش‌هایی برای از بین بردن توده‌های متراکم نانوذرات و تولید مخلوط پایدار پیشنهاد کردند.

یکی از مهم‌ترین خصوصیات نانوسیال افزایش هدایت حرارتی است؛ پدیده‌ای که توسط ماسودا و دیگران<sup>۲</sup> [۴۴] مشاهده شد. این خاصیت نانو سیال را برای بسیاری از کاربردهای مهندسی که شامل سرمایش و تبدیل حرارت شوند، مناسب می‌کند که از جمله آنها سیستم‌های پیشرفته‌ی هسته‌ای است [۴۵].

تحقیق کاملی بر روی موضوع انتقال جابجایی در نانوسیالات توسط بوانگیارنو<sup>۳</sup> [۲۰] انجام شده است که در آن توضیح مناسبی برای افزایش غیر عادی هدایت حرارتی و لزجت در نانوسیالات آورده شده است. محققین دیگری پیش از او دلایلی برای این افزایش آورده بودند مانند افزایش در اثر استهلاک نانوذرات معلق یا ایجاد نوعی آشفستگی به خاطر وجود نانوذرات یا چرخش ذره که تمام این دلایل از نظر او نمی‌توانست این افزایش انتقال حرارت را توجیه کند. با رد شدن این دلایل وی یک مدل جدید که بر پایه‌ی مکانیک سرعت نسبی نانوذره - سیال پایه شکل گرفته بود را پیشنهاد داد. او ذکر کرد که سرعت مطلق نانوذره می‌تواند به صورت جمع سرعت سیال پایه و یک سرعت نسبی که او آن را سرعت لغزش نامید، دیده شود. سپس وی هفت مکانیزم لغزش را در نظر گرفت و نتیجه گرفت که در نبود اثرات آشفستگی، این اثرات پخش برونی و اثر ترموفورسیس هستند که از میان آن هفت مکانیزم بیشترین تأثیر را بر افزایش انتقال حرارت خواهند گذاشت.

---

<sup>1</sup> Xuan and Roetzel

<sup>2</sup> Masuda

<sup>3</sup> Buongiorno

## پیوست ۲

### حل تشابهی

حل تشابهی یک راه حل دقیق برای مسأله‌ی لایه مرزی است که اولین بار توسط دو تن از شاگردان پرانتل ارائه شد. بلازیوس<sup>۱</sup> [۴۶] مسأله‌ی جریان و پل هاوسن<sup>۲</sup> [۴۷] مسأله‌ی انتقال حرارت را حل کردند. این روش دارای این مزیت است که تغییرات میدان جریان و دما در راستای عمود بر صفحه را تعریف می‌کند.

اندیشه اصلی که این روش حل از آن نشأت گرفته این نکته است که نیمرخ تغییرات دما و سرعت در تمام نقاط  $x$  با یکدیگر متشابه هستند و نام حل تشابهی نیز به همین علت انتخاب شده است. هندسه، تشابه، الگو و طراحی در هسته‌ی علم قرار دارند [۴۸]. شکل ۱ نشان می‌دهد که اگرچه با افزایش  $x$  سیال بیشتر و بیشتری دچار کاهش سرعت می‌شود، اما سرعت طولی یعنی سرعت در راستای  $x$  همواره در نزدیکی دیواره برابر صفر و در فاصله‌ای به اندازه کافی دور از دیواره برابر  $U_\infty$  است. فرض کنید دو نیمرخ  $u_1(y)$  و  $u_2(y)$  توسط هنرمندی از روی نیمرخ اصلی نشان داده شده در شکل ۱ کشیده شده‌اند؛ این نیمرخ اصلی می‌تواند مانند یک بند فلزی ساعت انعطاف پیدا کرده تا بر نیمرخ‌های اصلی در نقاط  $x_1$  و  $x_2$  منطبق شود. از دیدگاه ریاضی، این تغییر شکل نیمرخ اصلی معادل رابطه‌ی زیر است:

$$\frac{u}{U_\infty} = f(\eta) \quad (1-1)$$

$\eta$  متناسب با  $y$  بوده و ضریب تناسب به  $X$  وابسته است. از قوانین تحلیل مقیاسی می‌دانیم که  $\eta$

---

<sup>1</sup> Blasius

<sup>2</sup> Pohlhausen

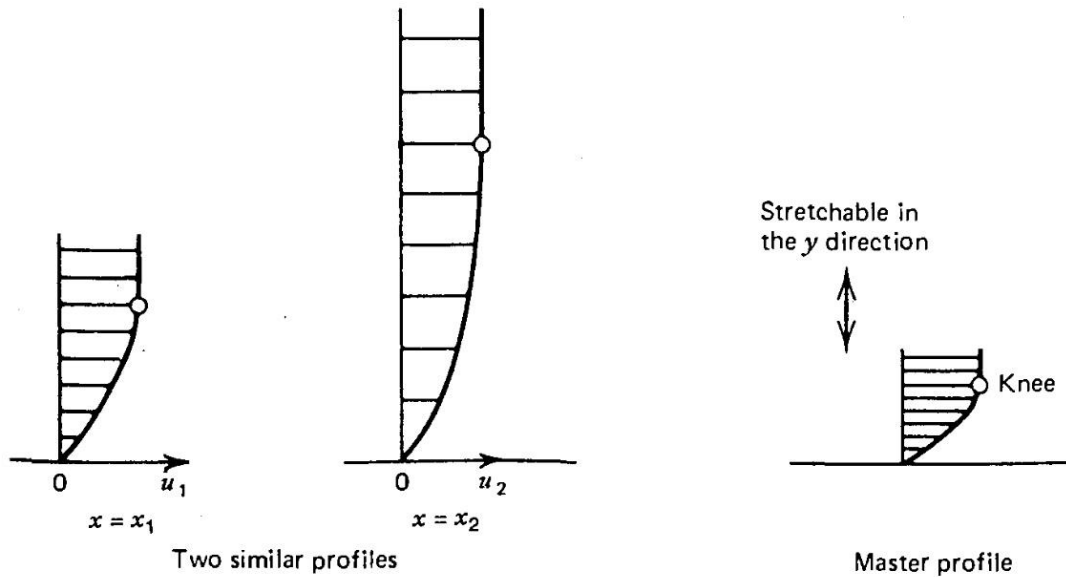
متناسب با  $y / \delta x$  است که  $\delta \cong x Ra_x^{1/2}$  است. بنابراین فرض می‌کنیم که

$$\frac{u}{U_\infty} = f'(\eta) \quad (2-1)$$

9

$$\eta = \frac{y}{x} Ra_x^{1/2} \quad (3-1)$$

رابطه‌ی بالا در واقع پارامتر تشابه‌ی است که برای این مسئله‌ی خاص به‌دست آمده و این پارامتر در مسائل دیگر می‌تواند متفاوت باشد.



شکل ۱. ایجاد نیمرخ‌های مشابه در لایه مرزی.

- [١] Nield D.A., Bejan A. (2006), "Convection in Porous Media", third ed, Springer, New York.
- [٢] Ingham D.B., Pop I. (2005), "Transport Phenomena in Porous Media", third ed, Springer, New York.
- [٣] Nakayama A. (1995), "PC-aided Numerical Heat Transfer and Convective Flow", CRC Press, Tokyo.
- [٤] Vafai K. (2005), "Handbook of Porous Media", second ed, Taylor and Francis, New York.
- [٥] Ingham D.B., Bejan A., Mamut E., Pop I. (2004), "Emerging Technologies and Techniques in Porous media", Kluwer, Dordrecht.
- [6] Cheng P., Minkowycz W.J. (1977), "Free convection about a vertical flat plate embedded in a porous medium with application to heat transfer from a dike", J. Geophys. Res. 82, pp. 2040–2044.
- [7] Bejan A. (2004), "Convection Heat Transfer", third ed, Wiley, Hoboken, pp. 586–591.
- [8] Bejan A., Khair K.R. (1985), "Heat and mass transfer by natural convection in a porous medium", Int. J. Heat Mass Transfer, 28, pp. 909-919.
- [٩ ] Ingham D.B., Brown S.N. (1986), "Flow past a suddenly heated vertical plate in a porous medium", Proc. Roy. Soc. London Ser. A, 403, pp. 51-80.
- [١٠] Haq S., Mulligan J.C. (1990), "Transient free convection about a vertical flat plate embedded in a saturated porous medium", Numer. Heat Transfer A, 18, pp. 227-242.
- [١١] Postelnicu A., Pop I. (1999), "Similarity solution of free convection boundary layers over vertical and horizontal surfaces in porous medium with internal heat generation", Int. Commun. Heat Mass Transfer, 26, pp. 1183-1191.

- [12] Rees D.A.S., Magyari E., Keller B. (2003), “The Development of the Asymptotic Viscous Dissipation Profile in a Vertical Free Convective Boundary Layer Flow in a Porous Medium”, *Transp. In Porous Media*, 53, pp. 347-355.
- [13] Andrew D., Rees S., Pop I. (2003), “ the effect of large –amplitude g-jitter vertical free convection boundary layer flow in porous media”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46, pp. 1097-1102.
- [14] Badruddin I.A., Zainal Z.A., Aswatha Narayana P.A., Seetharamu K.N., Siew L.W. (2006), “Free convection and radiation for a vertical wall with varying temperature embedded in a porous medium”, *Int. J. Thermal Science*, 45, pp. 487-493.
- [15] Magyari E, Rees D.A.S. (2006), “Effect of viscous dissipation on the Darci free convection boundary-layer flow over a vertical plate with exponential temperature distribution in a porous medium”, *Fluid Dynamics Research*, 38, pp. 405-429.
- [16] Khanafer K., Vafai K., Lightstone M. (2003), “Buoyancy-driven heat transfer enhancement utilizing nanofluids”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46, pp. 3639-3653.
- [17] Putra N., Roetzel W, Das S.K. (2003), “Natural convection in nanofluids”, *Heat and Mass Transfer*, 39, pp. 775-784.
- [18] Wen D, Ding Y., “Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer application”, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 26, pp. 855-864.
- [19] Kuznetsov A.V., Nield D.A. (2010), “Natural convective boundary-layer flow of a nanofluid past a vertical plate”, *Int. J. Thermal Sci*, 49, pp. 243-247.
- [20] Buongiorno J. (2006), “Convective transport in nanofluids”, *J. Heat Transfer*. 128, pp. 240-250.
- [21] Nield D.A., Kuznetsov A.V. (2009), “The Cheng–Minkowycz problem for natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated by ananofluid”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 52, pp. 5792–5795.
- [22] Nield D.A., Kuznetsov A.V, “The Cheng–Minkowycz problem for the double diffusive natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 54, pp. 374–378.

- [23] Khan W.A., Aziz A. (2011), “Natural convection flow of a nanofluid over a vertical plate with uniform surface heat flux”, *Int. J. Thermal Sci*, 50, pp. 1207–1214.
- [24] Khan W.A., Aziz A. (2011), “Double-diffusive natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated with a nanofluid over a vertical plate: Prescribed surface heat, solute and nanoparticle fluxes”, *Int. J. Thermal Sci*, 50, pp. 2154–2160.
- [25] Ene H.I. (2004), “Modeling the flow through Porous Media”. In *Emerging Techniques in Porous Media* (D.B. Ingham, A. Bejan, E. Mamut and I. pop, ads), Kluwer Academic Dordrecht, pp. 25-41. [1.4.3].
- [26] Whitaker S. (1986), “Flow in Porous Media J: A theoretical derivation of Darcy’s law”. *Transport in Porous Media* **1**, pp. 3-25. [1.4.3].
- [27] Mei C.C., Auriault J.L., Ng C.O. (1996), “Some applications of the homogenization theory”, *Adv. Appl. Mech*, 32, pp. 278-348. [1.4.4].
- [28] Wooding R.A. (1957), “Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium”. *J. Fluid Mech*, 2, pp. 273-285. [1.5.1]
- [29] Beck J.L. (1972), “Convection in a box of porous material saturated with fluid”. *Phys Fluid*, 15, pp. 1373-1383. [1.5.1, 6.15.1]
- [30] Nield D.A. (1994), “Modelling high speed flow of a compressible fluid in a saturated porous medium”. *Transport in Porous Media*, 14, pp. 85-88. [1.5.1]
- [31] Joseph D.D., Nield D.A., Papanicolaou G. (1982), “Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium”. *Water Resources Res*, 18, pp. 1049- 1052 and 19, 591. [1.5.2]
- [32] Lage J.L. (1998), “The fundamental theory of flow through permeable media: from Darcy to turbulence”. *Transport Phenomena in Porous Media* (eds. D.B. Ingham and I. Pop), Elsevier, Oxford, pp. 1-30. [1.5.2, 1.8]
- [33] Platten J.K., Legros J.C. (1984), “*Convection in Liquids*”, Springer, New York. [3.3]

- [34] Mojtabi A., Charrier-Mojtabi M.C. (2000), “Double-diffusive convection in porous media”, *Handbook of Porous Media* (K. Vafai, ed.), Marcel Dekker, New York, pp. 559–603. [3.3,9]
- [35] Al-Amiri A.M. (2000), “Analysis of momentum and energy transfer in a lid-driven cavity filled with a porous medium”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43, pp. 3513–3527.
- [36] Combarous M. (1972), “Description du transfert de chaleur par convection naturelle dans une couche poreuse horizontale à l’aide d’un coefficient de transfert solide-fluide”, *C. R. Acad. Sci. Paris A 275*, pp. 1375–1378.
- [37] Cihat Baytas A, Pop I.(2002), “Free convection in a square porous cavity using a thermal nonequilibrium model”, *Int. J. Thermal Sci*, 41, pp. 861–870.
- [38] Maxwell J.C. (1873), “*Treatise on Electricity and Magnetism*”, Clarendon Press, Oxford.
- [39] Wang X., Xu X., Choi S. (1999), “Thermal conductivity of nanoparticle–fluid mixture”, *J. Therm Phys Heat Transfer*, 13, pp. 474–80.
- [40] Choi S. (1995), “Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles”, in: Siginer D A. and Wang H P., (Eds.), *Developments and Applications of Non-Newtonian Flows*, ASME FED, Vol. 231/MD-Vol. 66, pp. 99-105.
- [41] Vassallo P., Kumar R., Amico SD. (2004), “Pool boiling heat transfer experiments in silica–water nano-fluids”. *Int J Heat Mass Transfer*, 47, pp. 407–11.
- [42] Das S.K., Choi S.U.S., Yu W., Pradeep T. (2007), “*Nanofluids*”, JOHN WILEY & SONS, INC., PUBLICATION.
- [43] Xuan Y., Roetzel W. (2000), “Conception for heat transfer correlation of nanofluids”, *Int J Heat Mass Transfer*, 43, pp. 3701–7.
- [44] Masuda H., Ebata A., Teramae K., Hishinuma N. (1993), “Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles”, *Netsu Bussei*, 7, pp. 227–233.
- [45] Buongiorno J., Hu W. (2005), “Nanofluid coolants for advanced nuclear power plants”, in: *Proceedings of ICAPP '05*, Paper no. 5705, Seoul, May 15–19.

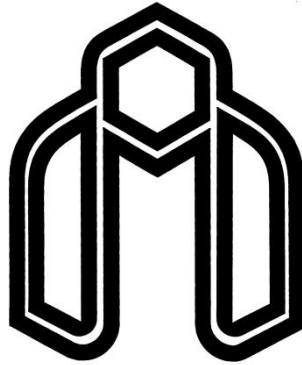
- [46] Blasius H. (1908), "Grenzschichten in Flüssigkeiten mit Kleiner Reibung", Z. Math Phys, Vol 56,p. 1; also NACA TM 1256.
- [47] Pohlhausen E. (1921), "Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung and kleiner Wärmeleitung", Z. Angew. Math. Mech., Vol. 1, pp. 115-121.
- [48] Bejan A. (2000), "Shape and Structure, from Engineering to Nature", Cambridge University Press, Cambridge.



## **Abstract**

In this thesis, different natural convection boundary layers flow for both double-diffusive and mono-diffusive fluids over a vertical flat plate in a saturated porous medium and in the presence of a nanofluid are studied. Non thermal equilibrium model is assumed in the porous medium. The vertical plate in two boundary conditions would studied. In the first case the temperature and other studied parameters on the wall are a power law function of distance from the bottom of the wall. In the other case all fluxes throughout the wall vary exponentially. Use of nanofluid give rise to entering effects of Brownian motion and Thermophoresis effect to the problem and with considering Double-diffusion; Soret and Dofour effects are accounted in the governing equations. Combined heat and mass transfer is applied. Darcy law and Boussinesq approximation are used to model momentum equation in porous medium. Following the case case a similarity parameter for any wall boundary conditions is defined and with aid of that the governing equations transported to ordinary differential equations and solved by finite difference method. The results show that using of nanofluid as operating fluid, increases thermal boundary layer thickness and cause to nanoparticle Sherwood number abate considerably. Also results show temperature boundary layer of solid phase and fluid phase will be coincide as heat transfer coefficient  $H$  and thermal conductivity ratio  $\gamma$  tend to infinite or in other state solid phase and fluid phase attend to thermal equilibrium state.

**Keywords:** Natural Convection; Porous Medium; Thermal Non-Equilibrium; Nanofluid; Double Diffusive.



**Shahrood University of Technology**  
**Faculty of Mechanical Engineering**

**Numerical investigation of convective heat and  
mass transfer in a non-equilibrium porous  
medium and in the presence of nanofluid**

Thesis  
Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of  
Master of Science (M.Sc)

**Ashkan Moazzami Goodarzi**

Supervisors

**Dr. M. M. Shahmardan**

**Dr. M. nazari**

**Date: February 2013**