

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک
گروه حرارت و سیالات

حل عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه حاوی ماده متخلخل به روش شبکه بولتزمن

دانشجو: آلاله انارکی حاجی باقری

استاد راهنما:
دکتر محمد حسن کیهانی

استاد مشاور:
دکتر محسن نظری

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد
بهمن ۱۳۹۱



دانشگاه علمی کاربردی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره :
تاریخ :
ویرایش :

فرم صور تجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم آلاله انارکی حاجی باقری رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان حل عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه حاوی ماده متخلخل به روش شبکه بولنژمن که در تاریخ ۹۱/۱۱/۲۹ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

<input type="checkbox"/> مردود	<input type="checkbox"/> دفاع مجدد	<input checked="" type="checkbox"/> عالی (امتیاز ۲۰)
--------------------------------	------------------------------------	------------------------------------------------------

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۱۹ - ۲۰)

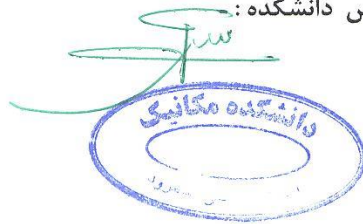
۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	دانشیار	دکتر محمد حسن کیهانی	۱- استاد راهنما
	استادیار	دکتر محسن نظری	۲- استاد مشاور
	استادیار	دکتر مجید هاشمیان	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	استادیار	دکتر محمد محسن شاهمردان	۴- استاد ممتحن
	استادیار	دکتر محمود نوروزی	۵- استاد ممتحن

رئیس دانشکده:



تقدیم به

خانواده ام

و

تمام عزیزانی

که من را در این مسیر همراهی کردند.

شکر و قدردانی

سپاس خدا بیکر که آدم را به نعمت تفکر آراست و اساتید فرزانه را
چون دکتر محمد مصباح کیهانر و دکتر مصباح نظر را در مسیر راهم قرار
داد تا از اندیشه نابشاخ بهره گیرم و دانش و بینششاخ را ره توشه خودیتر
سازم. پاسم درم اندیشه بلندشاخ را و ارج مرزبم همک و لایشاخ را.

تشکر مرنمایم از همسر مهربانم و پدر و مادر یگانه ام، که وجودشاخ
تقدیه گاهر برار تمام لحظه هار صفا مع و دعاها یشاخ تنها سرماییه بال
گشودنم بسور خوشبختر است.

تعهد نامه

اینجانب آلاله انارکی حاجی باقری دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک- گرایش تبدیلی انرژی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه حل عددی انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه حاوی ماده متخلخل به روش شبکه بولنژمن تحت راهنمایی آقای دکتر محمد حسن کی بهانی متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ: ۹۱/۱۱/۲۹

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

بررسی جریان سیال و انتقال حرارت در مواد متخلخل دارای کاربردهای متنوعی در زمینه‌های مختلف صنعتی می‌باشد. برای مدلسازی صحیح جریان در داخل ماده متخلخل، مدل‌های مختلفی ارائه شده است. بر همین اساس علاوه بر تحقیقات آزمایشگاهی در این زمینه، تحلیل‌های تحلیلی و عددی بسیاری در این خصوص بر این مدل‌ها صورت گرفته است. در این تحقیق، جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه دارای لایه متخلخل مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از پژوهش حاضر، بررسی الگوی جریان و انتقال حرارت در موقعیت‌های مختلف لایه متخلخل و نیز اثر ضخامت لایه متخلخل بر انتقال حرارت می‌باشد. برای این منظور، مدل تعمیم یافته ناویر-استوکس به کار گرفته شده است تا اثر تمام نیروهای وارد بر سیال از طرف ماده متخلخل در نظر گرفته شود.

بر خلاف اکثر تحقیقات گذشته که در حل عددی خود از روش‌های رایج دینامیک سیالات محاسباتی استفاده کرده‌اند، در این پژوهش از روش شبکه بولترمن استفاده شده است. از جمله مزایای این روش می‌توان به تولید شبکه آسان و کم هزینه، سرعت همگرایی مناسب در مقایسه با سایر روش‌های عددی و توانایی این روش در مدلسازی صحیح جریان در مرز بین سیال و لایه متخلخل اشاره کرد. در کد عددی حاضر پس از بررسی استقلال از شبکه محاسباتی، به بررسی صحت نتایج حاصل از حل عددی پرداخته شد. به این منظور، نتایج بدست آمده در سه حالت مختلف با نتایج عددی گزارش شده در این زمینه مقایسه شدند. مقایسه نتایج این پژوهش با نتایج عددی منتشر شده قبلی نشان می‌دهد که این روش از دقت بالایی برخوردار می‌باشد. سپس به بررسی اثر موقعیت و ضخامت لایه متخلخل بر الگوی جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد پرداخته شده و اثر پارامترهایی نظیر عدد رایلی، عدد دارسی، ضریب تخلخل ماده متخلخل مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد، لایه متخلخل به مقدار زیادی بر میزان حرارت منتقل شده از محفظه تأثیر می‌گذارد. همچنین با تغییر عدد دارسی و یا به عبارتی عدد رایلی اصلاح شده در لایه متخلخل، رژیم‌های مختلف انتقال حرارت در این لایه مشاهده می‌شود. بعلاوه با مقایسه موقعیت‌های مختلف لایه

متخلخل در حالت‌های افقی و عمودی در محفظه نشان داده شده که بیشترین مقدار انتقال حرارت برای لایه متخلخل افقی برای حالتی است که لایه متخلخل در قسمت بالای محفظه و یا به عبارتی در کنار دیواره عایق قرار دارد. همچنین برای حالتی که محفظه دارای لایه متخلخل عمودی می‌باشد، در حالتی که لایه متخلخل در قسمت میانی محفظه قرار دارد، بیشترین مقدار انتقال حرارت از محفظه منتقل می‌شود. همچنین با بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل عمودی در وسط محفظه می‌توان به اثرات ناشی از ضخامت لایه متخلخل پی برد. از جمله این اثرات می‌توان به روند کاهشی میزان انتقال حرارت با افزایش ضخامت لایه متخلخل و نیز اثرات همزمان ضریب تخلخل و ضخامت لایه متخلخل و مشاهده $(\frac{S}{L})_{cr}$ در عدد رایلی اصلاح شده متوسط اشاره کرد.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت جابجایی آزاد، محفظه، لایه متخلخل، حل عددی، روش شبکه بولترمن.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	۱- مقدمه
۲	۱-۱- مقدمه
۲	۱-۲- مروری بر تحقیقات گذشته.....
۱۲	۱-۳- تحقیق حاضر
۱۲	۱-۳-۱- مشخصات کلی
۱۳	۲-۳-۱- ساختار کلی.....
۱۵	۲- معادلات حاکم
۱۶	۲-۱- مقدمه
۱۶	۲-۲- مدلسازی جریان در ماده متخلخل.....
۱۸	۳-۲- پارامترهای موثر در محیط متخلخل.....
۱۸	۱-۳-۲- ضریب تخلخل.....
۱۸	۲-۳-۲- سرعت واقعی، سرعت متوسط واقعی و سرعت داریسی.....
۲۰	۴-۲- معادلات حاکم
۲۰	۱-۴-۲- معادله پیوستگی.....
۲۱	۲-۴-۲- معادلات اندازه حرکت.....
۲۱	۱-۲-۴-۲- معادله داریسی
۲۳	۲-۲-۴-۲- معادله فورچیمر
۲۴	۳-۲-۴-۲- معادله برینکمن
۲۵	۴-۲-۴-۲- معادله تعمیم یافته ناویر- استوکس
۲۶	۳-۴-۲- معادله انرژی
۲۸	۵-۲- معرفی پارامترهای بی بعد
۳۰	۳- روش عددی
۳۱	۱-۳- مقدمه
۳۱	۲-۳- روند روآوری به روش شبکه بولتزمن
۳۱	۱-۲-۳- دیدگاه ماکروسکوپیک
۳۲	۲-۲-۳- دیدگاه میکروسکوپیک
۳۳	۳-۲-۳- روش‌های شبکه‌ای.....
۳۴	۳-۳- روش شبکه گاز
۳۸	۴-۳- روش شبکه بولتزمن

۳۸ ۳-۴-۱- تابع توزیع
۳۸ ۳-۵- معادله انتقال بولتزمن
۳۹ ۳-۵-۱- تقریب BGKW
۴۱ ۳-۵-۲- آرایش شبکه
۴۲ ۳-۶- معادله بولتزمن برای مدلسازی سرعت
۴۳ ۳-۷- معادله بولتزمن برای مدلسازی دما
۴۴ ۳-۸- شرایط مرزی
۴۵ ۳-۸-۱- شرط مرزی برای جریان
۴۵ ۳-۸-۱-۱- شرط مرزی عدم لغزش
۴۶ ۳-۸-۲- شرایط مرزی برای دما
۴۶ ۳-۸-۲-۱- شرط مرزی آدیاباتیک
۴۷ ۳-۸-۲-۲- شرط مرزی دیوار با دمای مشخص
۴۷ ۳-۹- الگوریتم تحلیل
۴۹ ۳-۱۰- مزایای روش شبکه بولتزمن
۴۹ ۳-۱۱- جزئیات حل عددی
۵۲ ۴- نتایج عددی
۵۳ ۴-۱- مقدمه
۵۳ ۴-۲- هندسه مورد بررسی
۵۴ ۴-۳- شرایط و الگوی همگرایی
۵۶ ۴-۴- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی
۵۸ ۴-۵- ارزیابی صحت نتایج
۵۹ ۴-۵-۱- حالت اول: انتقال حرارت و جریان سیال در یک محفظه متخلخل
۶۲ ۴-۵-۲- حالت دوم: انتقال حرارت و جریان سیال در محفظه در غیاب ماده متخلخل
 ۴-۵-۳- حالت سوم: انتقال حرارت و جریان سیال در یک محفظه دارای دو لایه متخلخل
۶۶ افقی
۶۹ ۴-۶- بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌های دارای لایه متخلخل
۶۹ ۴-۶-۱- اثر موقعیت لایه متخلخل
۸۰ ۴-۶-۲- اثر ضخامت لایه متخلخل
۸۸ ۵- نتیجه گیری و پیشنهادات
۸۹ ۵-۱- مقدمه
۸۹ ۵-۲- نتیجه گیری
۹۲ ۵-۳- پیشنهادات

فهرست اشکال

صفحه	عنوان
۳	شکل (۱-۱) هندسه محفظه مورد بررسی شکل (۲-۱) مقایسه مقادیر عدد ناسلت متوسط بر اساس مدل‌های مختلف در $\text{Pr}=4$ ، $\varepsilon=0.4$
۵ [۱۶] $Ra^* = 5.333$
۸	شکل (۳-۱) هندسه مورد بررسی در تحقیق بکرمن و همکاران [۱۹]
۹	شکل (۴-۱) هندسه مورد بررسی در تحقیق چن و همکاران [۲۶]
۱۲	شکل (۵-۱) هندسه مورد بررسی در تحقیق رانگ و همکاران [۳۸]
۱۳	شکل (۶-۱) هندسه مورد بررسی محفظه مربعی دارای یک لایه متخلخل عمودی به ضخامت S
۱۶	شکل (۱-۲) نمونه هایی از مواد متخلخل طبیعی (الف) شن، (ب) چوب و (ج) شش انسان [۱۵].....
۱۷	شکل (۲-۲) ارتباط المان با اندازه ناحیه سیال و ناحیه متخلخل در المان حجم مشخص در مقیاس متوسط حجمی [۱۵].....
۲۰	شکل (۳-۲) توزیع سرعت در محیط متخلخل (الف) سرعت داریسی (ب) سرعت متوسط واقعی (ج) سرعت واقعی
۲۰	شکل (۴-۲) المان مورد بررسی از ماده متخلخل
۲۲	شکل (۵-۲) آزمایش داریسی و سه مدل ممکن برای تخمین K [۱۵]
۲۷	شکل (۶-۲) جریان یک بعدی در محیط متخلخل همگن [۱۵]
۳۶	شکل (۱-۳) روشهای مختلف شبیه سازی جریان [۴۹]
۳۷	شکل (۲-۳) شبکه FHP در روش شبکه گاز [۲۹]
۴۲	شکل (۳-۳) مؤلفه های سرعت موضعی ذرات در شبکه D_2Q_9 [۲۹]
۴۶	شکل (۴-۳) مقادیر مجهول توابع توزیع (خطوط هاشور خورده) در ناحیه محاسباتی [۴۹]
۴۶	شکل (۵-۳) شرط مرزی بازگشت به عقب کامل
۵۲	شکل (۶-۳) فلوجارت الگوریتم روش شبکه بولتزمن
۵۵	شکل (۱-۴) هندسه مورد بررسی و نحوه قرارگیری لایه متخلخل در محفظه و دستگاه مختصات مربوطه
۵۶	شکل (۲-۴) نمونه ای از تاریخچه همگرایی در $\text{Pr}=1$ ، $Da=10^{-2}$ ، $Ra=10^5$ و $\varepsilon=0.6$
۵۷	شکل (۳-۴) نمونه ای از همگرایی کد عددی در $\text{Pr}=1$ ، $Da=10^{-2}$ ، $Ra=10^5$ و $\varepsilon=0.6$ مقدار خطای نسبی عدد ناسلت متوسط نسبت به مقادیر ژو و ژائو [۳۶] (ب) مقدار عدد ناسلت متوسط

- شکل (۴-۴) مقادیر خطای نسبی عدد ناسلت متوسط در شبکه های مختلف نسبت به شبکه
 ۵۹ 212×212
- شکل (۵-۴) مقایسه خطوط جریان و همدمما (الف) تحقیق حاضر (ب) ژو و ژائو [۳۶] در $Ra = 10^5$
 ۶۱ $\epsilon = 0/4$ و $Pr = 1, Da = 10^{-2}$
- شکل (۶-۴) مقایسه (الف) دمای بی بعد (ب) سرعت عمودی بی بعد در مقطع میانی محفظه در
 ۶۲ $\epsilon = 0/4$ و $Pr = 1, Da = 10^{-2}, Ra = 10^5$
- شکل (۷-۴) مقایسه خطوط جریان و همدمما (الف) تحقیق حاضر (ب) دیگزیت و بابو [۳۲] در
 ۶۴ $Pr = 0/71, Ra = 10^4$
- شکل (۸-۴) مقایسه خطوط جریان و همدمما (الف) تحقیق حاضر (ب) دیگزیت و بابو [۳۲] در
 ۶۵ $Pr = 0/71, Ra = 10^5$
- شکل (۹-۴) نمودار دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه در غیاب ماده متخلخل
 ۶۶
 شکل (۱۰-۴) مقایسه خطوط جریان و همدمما (الف) تحقیق حاضر (ب) مرجع [۲۶] در $Ra = 10^5$
 ۶۸ $Pr = 1$ و $\epsilon = 0/4, Da = 10^{-5}$
- شکل (۱۱-۴) مقایسه خطوط جریان و همدمما (الف) تحقیق حاضر (ب) مرجع [۲۶] در $Ra = 10^5$
 ۶۹ $Pr = 1$ و $\epsilon = 0/4, Da = 10^{-1}$
- شکل (۱۲-۴) مقایسه مقادیر عدد ناسلت در دیواره سرد برای حل عددی حاضر و نتایج چن و
 همکاران [۲۶]
 ۷۰
 شکل (۱۳-۴) خطوط جریان برای $Ra = 10^5, Da = 10^{-6}, \epsilon = 0/4$ و $Pr = 1$ (الف) لایه متخلخل
 عمودی در حالت ۲ (ب) لایه متخلخل افقی در حالت ۵
 ۷۱
 شکل (۱۴-۴) خطوط جریان و همدمما در $Ra = 10^5, Da = 10^{-4}, \epsilon = 0/4$ و $Pr = 1$ در حالت (الف) ۱ (ب)
 ۷۳ ۳ (ج) ۲
 شکل (۱۵-۴) خطوط جریان و همدمما در $Ra = 10^5, Da = 10^{-4}, \epsilon = 0/4$ و $Pr = 1$ در حالت (الف) ۴ (ب)
 ۷۴ ۶ (ج) ۵
 شکل (۱۶-۴) خطوط جریان و همدمما در $Ra = 10^5, Da = 10^{-2}, \epsilon = 0/4$ و $Pr = 1$ در حالت (الف) ۱ (ب) ۲
 ۷۵ ۳ (ج)
 شکل (۱۷-۴) خطوط جریان و همدمما در $Ra = 10^5, Da = 10^{-2}, \epsilon = 0/4$ و $Pr = 1$ در حالت (الف) ۴ (ب)
 ۷۶ ۶ (ج) ۵
 ۷۹ (ب)
- شکل (۱۸-۴) نمودار (الف) سرعت بی بعد عمودی (ب) دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه در
 راستای محور X ها در $Ra = 10^5, Da = 10^{-2}, \epsilon = 0/4$ و $Pr = 1$
 ۷۹
 شکل (۱۹-۴) خطوط جریان و همدمما در $Ra = 10^5, \frac{S}{L} = \frac{4}{6}, \epsilon = 0/4$ و $Pr = 1$ (الف) $Da = 10^{-2}$ (ب)
 ۸۲ $Da = 10^{-4}$ (ج) $Da = 10^{-2}$

شکل (۴-۲۰) تاثیر ضخامت لایه متخلخل بر مقادیر عدد ناسلت متوسط (الف) $Ra = 10^4$ (ب)

۸۶ $Ra = 10^5$

شکل (۴-۲۱) خطوط جریان و همدمای در $Pr = 1$ ، $\varepsilon = 0.4$ ، $\frac{S}{L} = 1$ (الف) $Ra = 10^4$ و $Da = 10^{-3}$ (ب)

۸۷ $Ra = 10^5$ و $Da = 10^{-3}$

شکل (۴-۲۲) نمودار (الف) سرعت عمودی بی بعد (ب) دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه در

۸۸ $\frac{S}{L} = 1$ ، $\varepsilon = 0.4$ ، $Pr = 1$

فهرست جداول

صفحه	عنوان
۶.....	جدول (۱-۱) مقایسه عدد ناسلت متوسط بر اساس مدل برینکمن و بررسی اثر ترم جابجایی در معادله مومنوم [۱۶].....
۵۸.....	جدول (۱-۴) مقادیر عدد ناسلت متوسط در شبکه‌های مختلف در $Ra = 10^5$ ، $\varepsilon = 0/6$ و $Pr = 1$
۵۹.....	جدول (۲-۴) شبکه‌های مختلف استفاده شده در تحقیق حاضر.....
۶۲.....	جدول (۳-۴) مقایسه عدد ناسلت متوسط در داخل محفظه متخلخل.....
۶۶.....	جدول (۴-۴) مقادیر عدد ناسلت متوسط در غیاب ماده متخلخل.....
۷۸.....	جدول (۵-۴) مقادیر عدد ناسلت متوسط در موقعیت‌های مختلف لایه متخلخل.....
۸۳.....	جدول (۶-۴) اثر ضخامت لایه متخلخل بر مقادیر عدد ناسلت متوسط در $Ra = 10^4$ و $Pr = 1$
۸۴.....	جدول (۷-۴) اثر ضخامت لایه متخلخل بر مقادیر عدد ناسلت متوسط در $Ra = 10^5$ و $Pr = 1$

فهرست علائم اختصاری

A	مساحت (m^2)
c	سرعت در مقیاس شبکه بولتزمن
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه
c_s	سرعت صوت در مقیاس شبکه بولتزمن
Da	عددی دارسی
\vec{e}_i	سرعت موضعی ذرات در روش شبکه بولتزمن
f_i	تابع توزیع سرعت
\vec{F}	نیروی خارجی (N)
F_i	ترم نیرو در روش شبکه بولتزمن
F_ε	تابع هندسی
g_i	تابع توزیع دما
\vec{g}	شتاب جاذبه (m/s^2)
K	نفوذپذیری ماده متخلخل
\overline{Nu}	عدد ناسلت متوسط در محفظه
P	فشار (Pa)
Ra	عدد رایلی
Ra_m	عدد رایلی اصلاح شده
t	زمان (s)
T_0	دمای مرجع (K)
T	دما (K)
\vec{u}	بردار سرعت دارسی (m/s)
u	مولفه افقی سرعت (m/s)
\bar{u}	مولفه افقی سرعت دارسی (m/s)
v	مولفه عمودی سرعت (m/s)
\bar{v}	مولفه عمودی سرعت دارسی (m/s)
x	مؤلفه افقی مکان (m)

y	مؤلفه عمودی مکان (m)
نمادهای یونانی	
α	ضریب پخش حرارتی (m^2/s)
β	ضریب انبساط حجمی هوا ($1/K$)
δ_t	گام زمانی در شبکه بولتزمن
δ_x	گام مکانی در شبکه بولتزمن
ε	ضریب تخلخل
θ	دمای بی بعد
ρ	جرم حجمی (kg/m^3)
σ	نسبت ظرفیت گرمایی فاز جامد به فاز سیال در ماده متخلخل
τ	زمان آرامش مربوط به سرعت در روش شبکه بولتزمن
τ'	زمان آرامش مربوط به دما در روش شبکه بولتزمن
μ	ویسکوزیته دینامیکی ($kg/m.s$)
ν	ویسکوزیته سینماتیکی (m^2/s)
ω	ضریب وزنی
زیر نویس ها	
c	سرد
eff	مؤثر
f	سیال
h	گرم
i	اندیس جهت حرکت ذره در شبکه بولتزمن
$Real$	واقعی
s	جامد
بالانویس ها	
eq	تعادلی
*	مقادیر بی بعد

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

بررسی جریان سیال در ماده متخلخل از مباحث نسبتاً قدیمی مکانیک سیالات به شمار می‌آید. ایده اصلی در این شاخه از مکانیک سیالات، از قرن نوزدهم در ارتباط با مهندسی منابع طبیعی و مدلسازی جریان در ماده متخلخل مانند سفره‌های آب زیر زمینی و مهندسی سیستم‌های آبیاری، توسط داریسی^۱ شکل گرفته‌است [۱]. همچنین به دلیل کاربردهای فراوان مواد متخلخل در صنعت، نیاز به بررسی انتقال حرارت در مواد متخلخل، روز به روز گسترش یافته است. در این تحقیق به بررسی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه بسته دارای لایه متخلخل پرداخته می‌شود. هدف از این تحقیق بررسی اثر لایه متخلخل در موقعیت‌های مختلف و نیز اثر ضخامت لایه متخلخل بر الگوی جریان و میزان انتقال حرارت می‌باشد.

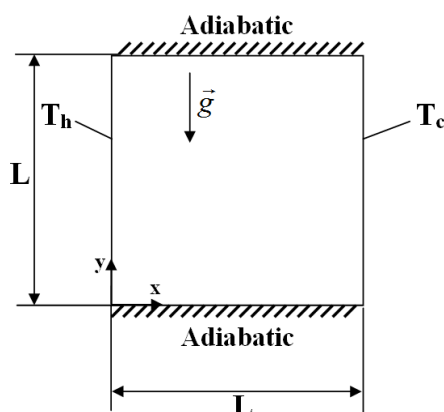
در این فصل مروری بر تحقیقات گذشته در خصوص مدلسازی جریان سیال و انتقال حرارت در حضور ماده متخلخل صورت می‌گیرد. به این ترتیب ضمن بیان تاریخچه مربوط به تحقیقات پیشین و بررسی روش‌های مختلف مدلسازی جریان در محیط متخلخل، ویژگی‌های مطالعه اخیر آشکارتر می‌گردد. همچنین در پایان این فصل، تحقیق حاضر معرفی شده و مشخصات کلی و اهداف آن مورد بحث قرار می‌گیرد. در پایان مروری اجمالی بر ساختار کلی این پژوهش صورت می‌گیرد.

۱-۲- مروری بر تحقیقات گذشته

بررسی انتقال حرارت و جریان سیال در مواد متخلخل به دلیل کاربردهای فراوان صنعتی مانند تکنولوژی عایق‌های حرارتی، طراحی مبدل‌های حرارتی، صنایع ریخته‌گری [۲] و نیز مدلسازی جریان در سیستم‌های بیولوژیک، همواره مورد توجه بوده است. در طیف وسیعی از کاربردهای ذکر شده سیستم فیزیکی به صورت یک محفظه که از ماده متخلخل همگن پر شده‌است، مدل می‌شود.

¹ Darcy

این محفظه دو بعدی که دیواره‌های بالا و پایین آن عایق بوده و دیواره‌های کناری در دمای یکنواخت گرم (T_h) و سرد (T_c) قرار دارند، در شکل (۱-۱) نشان داده شده است [۳].



شکل (۱-۱) هندسه محفظه مورد بررسی

به دلیل اهمیت نحوه مدلسازی جریان و انتقال حرارت در مواد متخلخل و کاربرد گسترده این موضوع در بسیاری از زمینه‌های مهندسی، مدل‌های مختلفی جهت مدلسازی جریان سیال در محیط متخلخل گزارش شده بطوریکه این مدل‌ها به مرور زمان گسترش یافتند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل دارسی^۱ در سال ۱۸۵۶ اشاره کرد [۱]. سپس فورچایمر^۲ در سال ۱۹۰۱ با اضافه کردن جمله درگ غیرخطی^۳ به مدل دارسی توانست این مدل را جهت مدلسازی صحیح جریان در سرعت‌های بالا بهبود بخشد [۴]. همچنین در سال ۱۹۴۷ برینکمن^۴ با اضافه نمودن جمله تنش‌های ویسکوز^۵ به مدل دارسی موفق شد، شرط عدم لغزش را بر روی ماتریس جامد^۶ اعمال نموده و اثرات لایه مرزی ایجاد شده در این ناحیه را وارد معادله مومنوم کرده و مدل مذکور را بهبود بخشد [۵ و ۶]. در بسیاری از مطالعات عددی جهت مدلسازی جریان در ماده متخلخل مدل‌های دارسی، دارسی-برینکمن و دارسی-فورچایمر مورد استفاده قرار گرفتند [۷-۱۴]. سرانجام مدل ناویر-استوکس

¹ Darcy model

² Forchheimer

³ Non-linear drag

⁴ Brinkman

⁵ Viscous stresses

⁶ Solid matrix

تعمیم یافته^۱ یا به عبارتی مدل برینکمن- فورچیمر^۲ بعنوان مدلی کامل که اثرات تمام نیروهای وارد بر سیال در حضور ماده متخلخل را در معادله مومنوم وارد می کند، معرفی گردید [۱۵]. نیتیارژ^۳ و همکاران [۱۶]، با استفاده از این مدل، به بررسی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه متخلخل همگن مطابق شکل (۱-۱) پرداختند. آن‌ها در این مطالعه با استفاده از روش المان محدود به بررسی اثر پارامترهای بی بعد، بر مقادیر عدد ناسلت^۴ پرداختند. همچنین نتایج بدست آمده از حل عددی خود را با نتایج آزمایشگاهی موجود [۱۷] مقایسه کردند. بعلاوه جهت مقایسه مدل‌های مختلف مدلسازی جریان سیال در ماده متخلخل، نتایج عددی بدست آمده از مدل تعمیم یافته ناویر- استوکس را با نتایج عددی بدست آمده از مدل‌های دیگر مانند مدل برینکمن و فورچیمر مقایسه کردند. قسمتی از نتایج گزارش شده توسط آن‌ها در شکل (۲-۱) نشان داده شده است. در اعداد داری بسیار پایین ($Da = 10^{-6}$) درگ شکلی^۵ در مقایسه با درگ ویسکوز^۶ قابل چشم پوشی است و برای مدلسازی جریان می توان معادله داری را به عنوان معادله حاکم بر مسأله در نظر گرفت. این رژیم، رژیم داری نامیده می شود. آن‌ها در مطالعه خود نشان دادند، هر چند در رژیم داری، مقادیر عدد ناسلت متوسط بر اساس مدل‌های مختلف و نتایج آزمایشگاهی گذشته [۱۷] تطابق خوبی با یکدیگر دارند اما با افزایش عدد داری ($Da \geq 10^{-4}$) دیگر نمی توان از سهم درگ شکلی نسبت به درگ ویسکوز چشم پوشی کرد. در این رژیم، که رژیم غیر داری نامیده می شود، مقادیر عدد ناسلت متوسط بدست آمده بر اساس مدل تعمیم یافته ناویر- استوکس اختلاف زیادی با نتایج بدست آمده بر اساس مدل‌های ساده شده دیگر مانند مدل برینکمن و مدل فورچیمر دارد.

^۱ Generalized Navier-stoke model

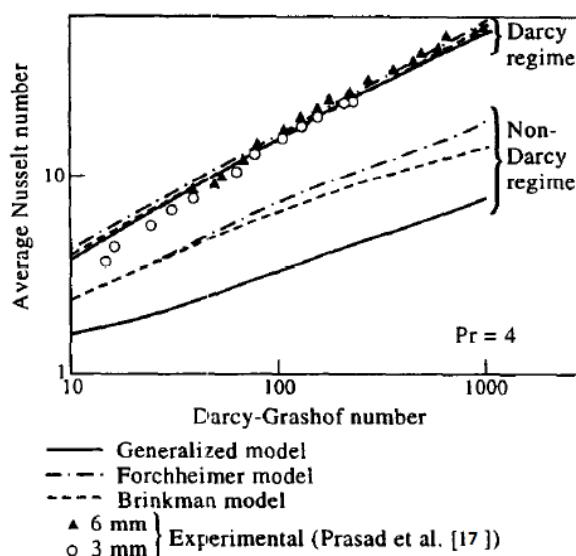
^۲ Brinkmann-Forchheimer extended Dacy model

^۳ Nithiarasu

^۴ Nusselt number

^۵ Form drag

^۶ Viscous drag



شکل (۲-۱) مقایسه مقادیر عدد ناسلت متوسط بر اساس مدل‌های مختلف در $Pr = 4$ ، $\varepsilon = 0.4$ و $Ra^* = 5.333$ [۱۶]

همچنین آن‌ها در این مطالعه به بررسی اثر وجود ترم جابجایی در معادله مومنتوم بر دقت نتایج حل عددی پرداختند. آن‌ها در این مطالعه با استفاده از مدل برینکمن به مقایسه مقادیر عدد ناسلت متوسط در دو حالت پرداخته‌اند. مطابق جدول (۱-۱) در حالت اول از ترم جابجایی در مدل برینکمن صرف‌نظر شده‌است و در حالت دوم نتایج با در نظر گرفتن ترم جابجایی در مدل برینکمن گزارش شده‌است. نتایج نشان داد که در رژیم داریسی، اثر ترم جابجایی بر مقادیر عدد ناسلت متوسط قابل ملاحظه نبوده اما با افزایش عدد داریسی و به عبارتی در رژیم غیر داریسی، اثر این ترم قابل ملاحظه می‌باشد. به طور کلی گزارش شد با در نظر گرفتن ترم جابجایی، مقادیر عدد ناسلت متوسط، مقادیر پایین‌تری را نشان می‌دهد.

در عمل، در بسیاری از کاربردهای مهندسی ماده متخلخل در داخل محفظه همگن نبوده و شامل لایه‌های مختلفی از ماده متخلخل می‌باشد. برای مثال، جهت کاهش میزان انتقال حرارت و هزینه از عایق‌های حرارتی متخلخل استفاده می‌گردد، بطوریکه با قرارگیری این عایق‌ها بین دو دیوار و عبور جریان سیال از میان آن‌ها میزان حرارت منتقل شده تحت تأثیر قرار خواهد گرفت.

جدول (۱-۱) مقایسه عدد ناسلت متوسط بر اساس مدل برینکمن و بررسی اثر ترم جابجایی در معادله مومنتوم [۱۶]

Sl. no.	Da	Ra	Nu (present)			Nu ref. [18]
			Without convective terms and porosity effect	With convective terms and porosity effect		
				$\varepsilon = 0.4$	$\varepsilon = 0.9$	
1	10^{-6}	10^7	1.080	1.08	1.08	1.07
	10^{-6}	10^8	3.004	2.99	3.01	3.06
	10^{-6}	10^9	12.25	12.0	12.2	13.2
2	10^{-2}	10^3	1.023	1.02	1.02	1.02
	10^{-2}	10^4	1.708	1.69	1.70	1.70
	10^{-2}	10^5	4.26	3.80	4.19	4.26
	10^{-2}	5×10^5	7.25	6.20	7.06	7.10

همچنین نفوذ سیال در یک محیط متخلخل در فرآیندهای ریخته‌گری نیز مورد توجه می‌باشد. در این فرآیندها در حین سردسازی و انجماد مواد مذاب، ناحیه‌ای که بطور همزمان شامل ماده مذاب و آلیاژ سرد شده می‌باشد، تشکیل می‌گردد که به مرور در ناحیه آلیاژ مذاب پیشروی می‌کند. این ناحیه را می‌توان مانند یک لایه متخلخل در کنار سیال مذاب مدل‌سازی کرد. چگونگی جریان سیال بین این دو ناحیه، خواص قطعه آلیاژی موردنظر را تغییر می‌دهد. بنابراین بررسی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی بین این دو ناحیه برای دست یافتن به خواص موردنظر مهم می‌باشد. بنابراین برای مدل‌سازی موارد ذکر شده، می‌بایست به بررسی جریان سیال و انتقال حرارت یک لایه متخلخل در کنار ناحیه سیال پرداخته شود [۳ و ۱۹]. در این حالت می‌بایست سیستم فیزیکی به صورت یک محفظه که بطور همزمان دارای لایه متخلخل و لایه سیال می‌باشد، مدل شود. جهت مدل‌سازی این مسأله ابتدا معادلات مناسب را برای هر لایه به طور مجزا شناسایی می‌گردد. مطالعات عددی و آزمایشگاهی زیادی در این زمینه صورت گرفته است که در اکثر آن‌ها از مدل‌های ساده شده برینکمن و فورچیمر به جای مدل تعمیم یافته ناویر-استوکس استفاده شده است [۱۵]. به عبارتی نویسندگان زیادی اثر لایه متخلخل بر انتقال حرارت و جریان سیال را در موقعیت‌ها و شرایط مختلف با استفاده از مدل‌های داری و دو مدل تعمیم یافته آن (مدل برینکمن و فورچیمر) بخصوص با استفاده از مدل برینکمن بررسی کرده‌اند [۲۰-۲۳]. همچنین شایان ذکر است که متناسب با معادلات در نظر گرفته شده برای لایه متخلخل می‌بایست شرایط مرزی مناسب جهت مدل‌سازی صحیح جریان و انتقال حرارت در مرز بین سیال و لایه متخلخل در نظر گرفته شود. برای مثال در

حالتی که معادله حاکم بر لایه متخلخل از قانون دارسی پیروی می کند، می توان از شرط مرزی لغزش سیال^۱ که توسط بیورس و جوزف^۲ [۲۴] ارائه شده است، استفاده کرد. این شرط مرزی به صورت زیر ارائه شده است:

$$U^n = U_D^n$$

$$\frac{\partial U^t}{\partial n} + \frac{\partial U^n}{\partial t} = \frac{\gamma}{\sqrt{K}} (U^t - U^D) \quad (1-1)$$

$$-P + 2\mu \frac{\partial U^n}{\partial n} = -P_D$$

در رابطه فوق، بالانویس n و t به ترتیب نشان دهنده جهت عمود و مماس بر فصل مشترک سیال و لایه متخلخل می باشد. همچنین U و P به ترتیب نشان دهنده سرعت و فشار در ناحیه سیال می باشد. همچنین U_D و P_D نشان دهنده سرعت و فشار دارسی در لایه متخلخل می باشد. همچنین K نشان دهنده نفوذ پذیری سیال و γ از مشخصات لایه متخلخل می باشد و از رابطه زیر پیروی می کند:

$$\gamma = \left(\frac{\mu_{eff}}{\mu} \right)^{0.5} \quad (2-1)$$

نیل و نادر^۳ [۲۵] با تصحیح شرط مرزی بیورس و جوزف [۲۴]، شرط مرزی دیگری را ارائه دادند. این شرط مرزی زمانی مناسب می باشد که معادله حاکم بر لایه متخلخل از معادله برینکمن پیروی کند. بر طبق این شرط مرزی، مقادیر ماکروسکوپیک تنش برشی در لایه متخلخل با تنش برشی در ناحیه سیال برابر است. این شرط مرزی به شرح زیر است:

$$U^n = U_D^n, U^t = U_D^t$$

$$\mu \left(\frac{\partial U^t}{\partial n} + \frac{\partial U^n}{\partial t} \right) = \mu_{eff} \left(\frac{\partial U_D^t}{\partial n} + \frac{\partial U_D^n}{\partial t} \right) \quad (3-1)$$

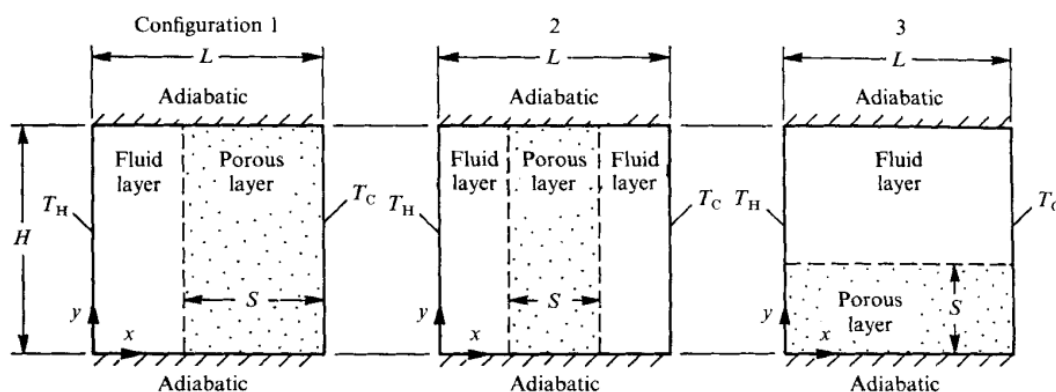
$$-P + 2\mu \frac{\partial U^n}{\partial n} = -P_D + 2\mu_{eff} \frac{\partial U_D^n}{\partial n}$$

¹ Slip-flow

² Beavers and Joseph

³ Neal and Nader

از جمله مطالعات انجام شده در زمینه مدلسازی جریان و انتقال حرارت در یک محفظه دارای لایه متخلخل می‌توان به مطالعه بکرمن^۱ و همکاران [۱۹] اشاره کرد. در این مطالعه به بررسی اثر لایه متخلخل با ضخامت ثابت، بر الگوی جریان و میزان انتقال حرارت در موقعیت‌های نشان داده شده مطابق شکل (۳-۱) پرداخته شده‌است.



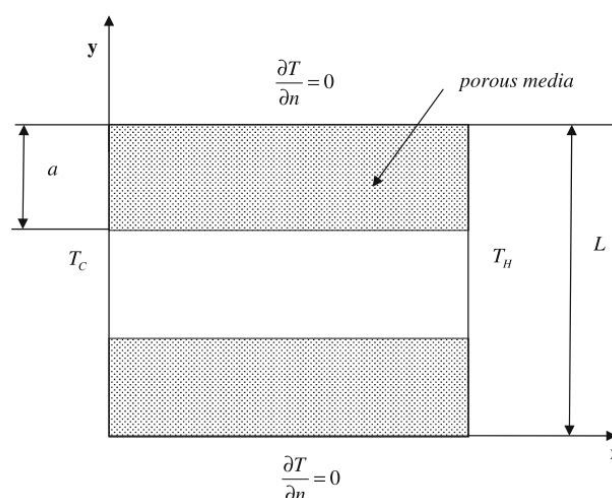
شکل (۳-۱) هندسه مورد بررسی در تحقیق بکرمن و همکاران [۱۹]

در مطالعه مذکور نتایج بدست آمده از حل عددی به روش حجم محدود با نتایج آزمایشگاهی مشاهده شده مقایسه شده‌است. در این مطالعه خطوط جریان و همدمای جهت بررسی اثر عدد رایلی، داریسی، پرانتل و در مقادیر مختلف نسبت ضرایب هدایت حرارتی ماده متخلخل به سیال گزارش شده‌است. همچنین این نکته قابل ذکر است که کلیه نتایج گزارش شده در مطالعه مذکور، در اعداد داریسی کوچک برای لایه متخلخل (اعداد رایلی اصلاح شده پایین) گزارش شده‌است و به همین دلیل در این مطالعه مکانیزم حرارتی غالب مشاهده شده در لایه متخلخل به صورت هدایت حرارتی می‌باشد. بعلاوه جهت بررسی انتقال حرارت در موقعیت‌های مختلف لایه متخلخل در محفظه، عدد ناسلت به عنوان پارامتری مهم در بررسی انتقال حرارت ذکر نشده و در نتیجه میزان انتقال حرارت از محفظه در حالت‌های مختلف قرارگیری لایه متخلخل بررسی نشده‌است. همچنین شایان ذکر است در حل عددی ارائه شده در این مطالعه، معادله ناویر-استوکس برای لایه سیال و معادله ناویر-

^۱ Beckermann

استوکس تعمیم یافته بدون در نظر گرفتن ترم جابجایی در معادله مومنتوم مربوط به لایه متخلخل به کار گرفته شده است. در این مطالعه در مرز بین سیال و لایه متخلخل از شرط مرزی نیل و نادر [۲۵] استفاده شده است.

همچنین چن و همکاران^۱ [۲۶] در یک مطالعه عددی با استفاده از روش حجم محدود بر اساس معادلات تعمیم یافته ناویر-استوکس به بررسی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه درارای دو لایه متخلخل افقی مطابق شکل (۴-۱) پرداختند.



شکل (۴-۱) هندسه مورد بررسی در تحقیق چن و همکاران [۲۶]

آن‌ها در این مطالعه جهت مدلسازی صحیح جریان سیال در فصل مشترک بین سیال و لایه متخلخل، علاوه بر در نظر گرفتن شرط پیوستگی سرعت و تنش نرمال در مرز بین دو لایه، از شرط مزی پرش تنش^۲ که توسط اوچائو-تیپیا و ویتاکر^۳ [۲۷] ارائه شده بود، استفاده کردند. در این شرط مرزی اثرات اینرسی و ویسکوزیته در نظر گرفته شده است. این شرط مرزی به شرح زیر است:

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial u_t}{\partial n} \Big|_{\text{porous}} - \frac{\partial u_t}{\partial n} \Big|_{\text{fluid}} = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{Da}} u_t \Big|_{\text{interface}} + \beta_2 \frac{1}{Pr} u_t^2 \quad (۴-۱)$$

¹ Chen et al.

² Stress jump

³ Ochoa-Tapia and Whitaker

در رابطه فوق، ε ، Da ، Pr و u_i به ترتیب ضریب تخلخل و عدد دارسی، عدد پرانتل و مولفه سرعت بی بعد در راستای مماس بر سطح می‌باشد. همچنین n نشان دهنده جهت عمود بر سطح می‌باشد. همچنین با حل تحلیلی که توسط اوچائو-تیپیا و ویتاکر ارائه شد، نشان داده شد که دو پارامتر β_1 و β_2 می‌توانند مقداری بین ۱ تا ۱- داشته باشند. چن و همکاران [۲۶] با استفاده از شرایط مرزی مذکور، به بررسی اثر عدد رایلی، عدد دارسی و ضخامت لایه متخلخل بر روی الگوی جریان و عدد ناسلت بر روی دیواره سرد پرداختند. بعلاوه در این مطالعه گزارش شد که مقادیر مختلف دو پارامتر β_1 و β_2 تأثیر چندانی بر روی مقادیر عدد ناسلت متوسط نداشته و با تغییر این پارامتر، مقادیر عدد ناسلت حداکثر حدود ۵٪ با یکدیگر اختلاف دارند.

نکته قابل توجه این که در کلیه مطالعات مذکور از روش‌های رایج در دینامیک سیالات محاسباتی از جمله حجم محدود^۱، المان محدود^۲ و تفاضل محدود^۳ استفاده شده است. همان‌طور که ذکر شد، در این روش‌ها نیاز به گسسته‌سازی معادلات حاکم و در نظر گرفتن شرایط مرزی متناسب با هندسه و معادلات حاکم بر مسأله می‌باشند که گاهی این شرایط پیچیده بوده و اعمال آن‌ها با دشواری‌هایی روبرو می‌باشد. اخیراً روش شبکه بولتزمن^۴ بعنوان ابزاری قدرتمند در شبیه‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت توسعه یافته است [۲۸، ۲۹ و ۳۰]. برخلاف روش‌های متداول دینامیک سیالات محاسباتی که براساس دیدگاه ماکروسکوپی می‌باشند، روش شبکه بولتزمن بر مبنای مدل‌های میکروسکوپی و معادله جنبشی (دیدگاه مزوسکوپی^۵) استوار است که در آن رفتار جمعی ذرات تشکیل‌دهنده محیط سیال برای شبیه‌سازی رفتار سیستم (به عنوان یک محیط پیوسته) مورد بررسی قرار می‌گیرد. این روش بطور موفقیت آمیزی برای مدلسازی جریان سیال تراکم ناپذیر [۳۱ و

^۱ Finite volume method

^۲ Finite element method

^۳ Finite difference method

^۴ Lattice Boltzmann method

^۵ Mesoscopic

[۳۲]، جریان‌های چند فازی [۳۳]، جریان با واکنش شیمیایی [۳۴] و همچنین مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت در محیط متخلخل به کار گرفته شد [۳۵، ۳۶ و ۳۷]. از جمله برتری‌های این روش نسبت به سایر روش‌های متداول دینامیک سیالات محاسباتی می‌توان به تولید شبکه آسان، هزینه محاسباتی کم، سرعت همگرایی مناسب در مقایسه با سایر روش‌های محاسباتی، پایداری مناسب این روش و به کارگیری آسان این روش در مواجهه با معادلات پیچیده اشاره کرد [۳۷]. به طور کلی در روش شبکه بولتزمن دو رویکرد کلی برای مدل‌سازی جریان سیال در محیط متخلخل به کار می‌رود که عبارتند از مقیاس حفره^۱ و مقیاس متوسط حجمی^۲. در مقیاس حفره که مقیاس کوچکتری می‌باشد، محیط متخلخل به صورت بلوک‌های جامدی در داخل سیال مدل‌سازی شده و شرط مرزی عدم لغزش بر روی مرز بلوک‌های جامد اعمال می‌شود. هر چند اعمال این روش ساده می‌باشد اما این روش با کاستی‌هایی روبرو می‌باشد. از جمله آن‌ها می‌توان به ناتوانی این روش در ساختن هندسه ماده متخلخل، حجم محاسبات بالا در این روش و واگرایی آن در مقادیر بالای سرعت متوسط حجمی سیال [۳۵] اشاره کرد. گوا و ژائو^۳ [۳۵ و ۳۶] با استفاده از معادلات ناوی-استوکس تعمیم یافته در مقیاس متوسط حجمی، معادلات شبکه بولتزمن را برای مدل‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت در محیط متخلخل ارائه کردند که تطابق خوبی با حل‌های عددی گذشته داشت. همچنین از جمله ویژگی جالب توجه روش شبکه بولتزمن نسبت به سایر روش‌های رایج در دینامیک سیالات محاسباتی، توانایی این روش در مدل‌سازی صحیح جریان سیال در فصل مشترک بین لایه سیال و لایه متخلخل می‌باشد [۳۶]. در این رابطه رانگ^۴ و همکاران [۳۸] جهت مدل‌سازی جریان سیال بر روی یک سیلندر پوشیده شده از ماده متخلخل در داخل یک کانال مطابق شکل (۱-۵) نشان دادند که برای مدل‌سازی جریان با استفاده از روش شبکه بولتزمن تنها کافی است

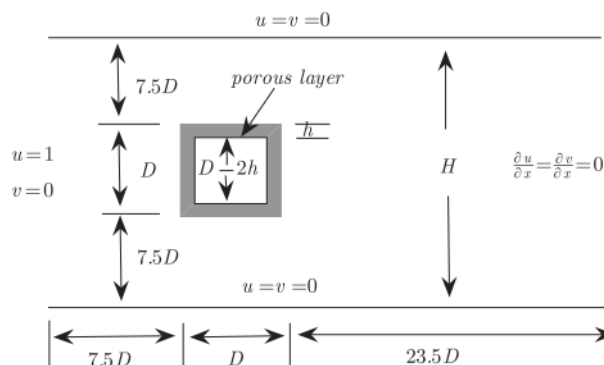
^۱ Pore scale

^۲ Representative elementary volume

^۳ Guo and Zhao

^۴ Rong

ناحیه سیال به عنوان یک لایه متخلخل دارای نفوذپذیری بسیار بالا و ضریب تخلخل نزدیک به یک مدلسازی شود.



شکل (۵-۱) هندسه مورد بررسی در تحقیق رانگ و همکاران [۳۸]

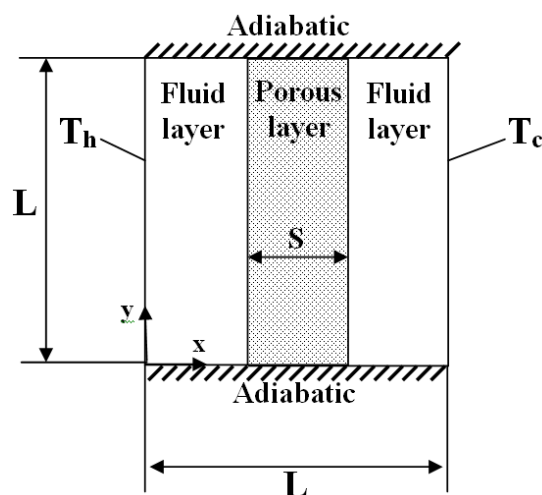
۳-۱- تحقیق حاضر

در این بخش، پژوهش اخیر معرفی شده و مشخصات کلی و اهداف آن مورد بحث قرار می گیرد. در پایان مروری اجمالی بر ساختار کلی تحقیق حاضر صورت می گیرد.

۳-۱-۱- مشخصات کلی

در این تحقیق جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در داخل یک محفظه در حضور یک لایه متخلخل، بررسی می گردد. جهت مدلسازی صحیح جریان، معادلات ناویر- استوکس تعمیم یافته با فرض تراکم ناپذیر بودن جریان سیال در نظر گرفته شده تا اثرات تمام نیروهای وارد بر سیال در معادله مومنوم وارد شود. همچنین معادله انرژی جهت بررسی انتقال حرارت با فرض تعادل حرارتی به کار گرفته شده است. بر خلاف اکثر تحقیقات پیشین که از روش‌های رایج در دینامیک سیالات محاسباتی استفاده شده است، در این مطالعه از روش عددی شبکه بولتزن جهت حل معادلات مذکور استفاده شده است. از جمله مزایای این روش در پژوهش حاضر، توانایی این روش در مدلسازی صحیح مرز بین سیال و لایه متخلخل می باشد. بنابراین جهت مدلسازی به روش شبکه بولتزن، از معادلات

ارائه شده توسط گوا و ژائو^۱ [۳۵ و ۳۶] که تطابق خوبی با حل‌های عددی گذشته دارد، استفاده می‌گردد. شکل (۶-۱) شماتیک هندسه مورد نظر در حالتی که محفظه دارای لایه متخلخل عمودی به ضخامت S می‌باشد را نشان داده‌است. هدف از این مطالعه بررسی اثر موقعیت و ضخامت لایه متخلخل بر میزان انتقال حرارت به دلیل کاربردهای صنعتی این موضوع مانند مدلسازی جریان و انتقال حرارت در عایق‌های حرارتی و ساختمانی و نیز بهینه‌سازی انتقال حرارت در صنایع به کمک ماده متخلخل می‌باشد. بطور خلاصه در این تحقیق، اثر پارامترهایی نظیر عدد رابلی، عدد دارسی و ضریب تخلخل لایه متخلخل بر میدان جریان و انتقال حرارت محفظه در حالتی که لایه متخلخل در موقعیت‌های مختلف عمودی و افقی قرار می‌گیرد، مورد بررسی قرار گرفته تا میزان تأثیر موقعیت لایه متخلخل بر انتقال حرارت بررسی گردد. هندسه مورد بررسی به طور کامل در فصل چهارم تشریح شده‌است. همچنین اثر ضخامت لایه متخلخل عمودی بر الگوی جریان و میزان انتقال حرارت در فصل چهارم مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل (۶-۱) هندسه مورد بررسی محفظه مربعی دارای یک لایه متخلخل عمودی به ضخامت S

۱-۳-۲- ساختار کلی

به طور خلاصه ساختار کلی تحقیق حاضر از قرار زیر است:

^۱ Guo and Zhao

- در فصل دوم، مدل‌های مختلف مدلسازی جریان در ماده متخلخل بررسی شده و معایب و مزایای هر یک به طور مختصر توضیح داده شده‌است. همچنین معادله انرژی مربوطه جهت مدلسازی میدان دما ارائه شده‌است. پس از بررسی روابط فیزیکی حاکم بر مسأله، در پایان این فصل پارامترهای بی بعد حاکم بر مسأله جهت ارائه نتایج عددی در فصل چهارم معرفی شده‌است.
- در فصل سوم دیدگاه‌های مختلف جهت بررسی جریان سیال معرفی می‌شود در مورد مزایا و معایب هر روش به طور مختصر بحث می‌شود. همچنین روش شبکه بولتزمن به عنوان روش عددی به کار گرفته شده در پژوهش حاضر معرفی می‌شود و در مورد شرایط مرزی به کار گرفته شده در این روش و نیز الگوریتم حل عددی بحث می‌شود.
- در فصل چهارم پس از تشریح کامل هندسه مورد بررسی، نتایج حاصل از حل عددی ارائه شده‌است. در این فصل در ابتدا صحت نتایج حاصل از حل عددی ارزیابی شده و استقلال پاسخ‌های عددی از شبکه تحقیق می‌شود. در ادامه اثر پارامترهایی نظیر عدد رایلی، عدد دارسی و ضریب تخلخل لایه ماده متخلخل و همچنین اثر موقعیت و ضخامت لایه متخلخل بر میدان جریان و میزان انتقال حرارت مورد بررسی قرار می‌گیرد.
- در فصل پنجم نتیجه‌گیری از تحقیق اخیر و پیشنهادات جهت ادامه تحقیق حاضر ارائه می‌شود.

فصل دوم

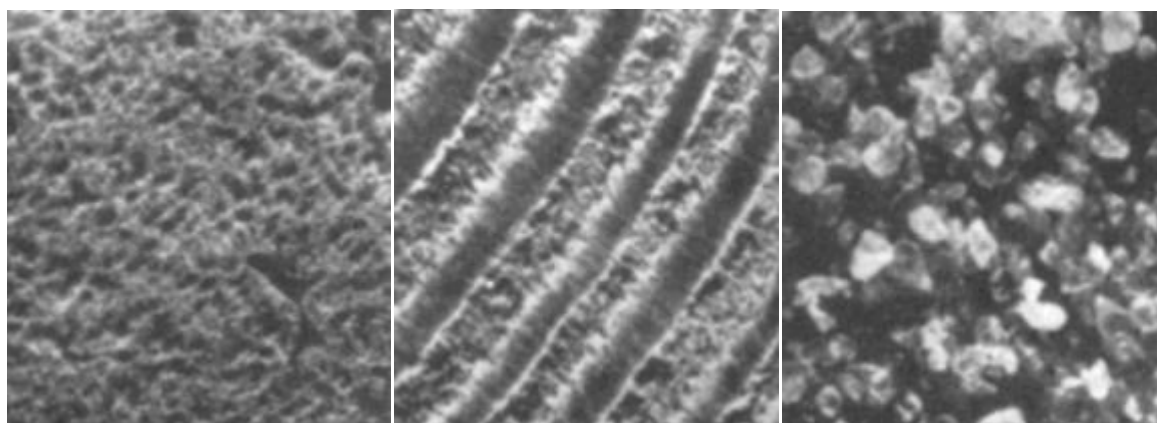
معادلات حاکم

۲-۱- مقدمه

در این فصل، معادلات حاکم بر محیط متخلخل معرفی می‌شود. قبل از بررسی معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد در محیط متخلخل، به بررسی نحوه مدلسازی جریان در ماده متخلخل و دیدگاه‌های مختلفی که در این زمینه وجود دارد، پرداخته می‌شود. در انتها نیز پارامترهای بی بعد حاکم بر مسأله معرفی شده‌است. معادلات و روابط فیزیکی ارائه شده در این فصل به همراه پارامترهای بی بعد حاکم بر مسأله، برای مطالعه عددی جریان و انتقال حرارت در یک محفظه دارای لایه متخلخل به کار گرفته شده‌اند که نتایج حاصل از آنها در فصل چهارم آمده است.

۲-۲- مدلسازی جریان در ماده متخلخل

ماده متخلخل در واقع ماده‌ای ساخته شده از یک ماتریس جامد به همراه حفره‌هایی^۱ است که سیال می‌تواند از میان آن‌ها جریان داشته باشد. در طبیعت مواد متخلخل زیادی وجود دارد که اندازه و شکل حفره‌ها در این مواد متخلخل از قاعده خاصی پیروی نمی‌کند. از جمله آن‌ها می‌توان به شن، چوب و شش انسان اشاره کرد. نمونه‌هایی از مواد ذکر شده در شکل (۲-۱) نشان داده شده‌است.



(ج)

(ب)

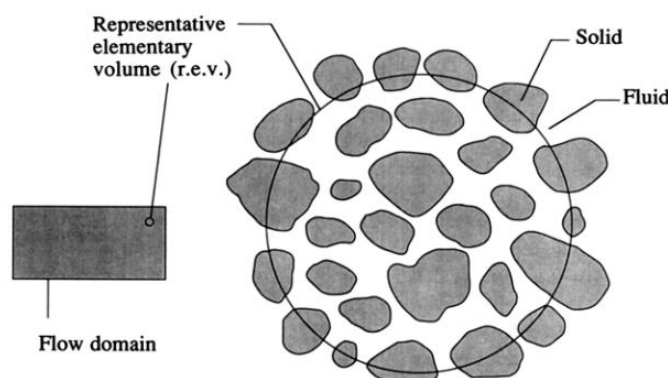
(الف)

شکل (۲-۱) نمونه‌هایی از مواد متخلخل طبیعی (الف) شن، (ب) چوب و (ج) شش انسان [۱۵]

همانطور که در فصل اول نیز ذکر شد، دو دیدگاه کلی برای مدلسازی جریان در محیط متخلخل

^۱ Pores

وجود دارد که عبارتند از مقیاس حفره و مقیاس متوسط حجمی. در مقیاس حفره که در واقع مقیاس میکروسکوپی می‌باشد، حجم کنترل در نظر گرفته شده تنها شامل تعداد کمی از حفره‌ها به همراه سیالی است که از آن‌ها عبور می‌کند. در این دیدگاه توزیع سرعت، فشار و غیره کاملاً غیر منظم و پیچیده می‌باشد. اما در اکثر آزمایش‌ها مقادیر متوسط جریان مانند سرعت و فشار بر روی سطحی که شامل تعداد زیادی از حفره‌ها می‌باشد، اندازه‌گیری می‌شود. به بیانی دیگر در این روش، متغیرهای ماکروسکوپی به صورت متوسط روی یک المان حجمی مشخص^۱ تعریف شده و همچنین فرض می‌شود که این مقادیر مستقل از اندازه حجم المان می‌باشد. همانطور که در شکل (۲-۲) نشان داده شده‌است، در این مقیاس طول المان خیلی بزرگتر از طول خلل و فرج‌ها بوده، ولی از طول ماکروسکوپی ناحیه جریان^۲ خیلی کمتر می‌باشد.



شکل (۲-۲) ارتباط المان با اندازه ناحیه سیال و ناحیه متخلخل در المان حجم مشخص در مقیاس متوسط حجمی [۱۵]

بنابراین در این مقیاس، مقادیر ماکروسکوپی به صورت متوسط حجمی اندازه‌گیری شده و همچنین برای تحلیل جریان، از پارامترهای موثر محیط متخلخل مانند ضریب تخلخل، نفوذپذیری ماده متخلخل^۳ و غیره استفاده می‌شود. معادلات حاکم بر حرکت سیال در ماده متخلخل نیز با یکدیگر

^۱ Representative elementary volume (r.e.v.)

^۲ Flow domain

^۳ Permeability

متفاوت می‌باشند. برخی محققین از سرعت متوسط واقعی سیال^۱ جهت مدلسازی جریان در محیط متخلخل استفاده می‌کنند و برخی دیگر از سرعت دارسی^۲ استفاده کرده و معادلات حاکم را بر اساس آن استخراج می‌کنند، بطوریکه شکل معادلات در این دو دیدگاه یکسان نمی‌باشد. در ادامه به معرفی پارامترهای موثر بر محیط متخلخل پرداخته و سپس معادلات حاکم بر محیط متخلخل بررسی می‌شود.

۳-۲-۳- پارامترهای موثر در محیط متخلخل

۳-۲-۱- ضریب تخلخل

با توجه به شکل (۲-۲) ضریب تخلخل^۳، ε به عنوان بخشی از حجم کل محیط متخلخل به حجم فضای خالی V_f که توسط سیال اشغال شده است، تعریف می‌شود. بنابراین $(1-\varepsilon)$ نیز به عنوان حجمی از ماده متخلخل که به وسیله فضای جامد V_s اشغال شده، تعریف می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\varepsilon = \frac{V_f}{V} = \frac{V_f}{V_f + V_s} \quad (1-2)$$

در مطالعه حاضر ماده متخلخل ایزوتروپ فرض شده بنابراین ضریب تخلخل در هر لایه متخلخل، در تمام راستاها یکسان می‌باشد.

۳-۲-۲- سرعت واقعی، سرعت متوسط واقعی و سرعت دارسی

در این قسمت به تعریف سرعت واقعی، سرعت متوسط واقعی سیال و سرعت دارسی مطابق شکل (۲-۲) در حالت یک بعدی، در راستای محور x ها پرداخته می‌شود. سرعت متوسط واقعی سیال u_f به

¹ Intrinsic average velocity

² Darcy velocity

³ Porosity

صورت حاصل تقسیم دبی عبوری سیال از یک سطح مقطع مشخص به مساحت عبوری سیال A_f تعریف می‌شود:

$$u_f = \frac{1}{A_f} \int u_{Real} dA \quad (2-2)$$

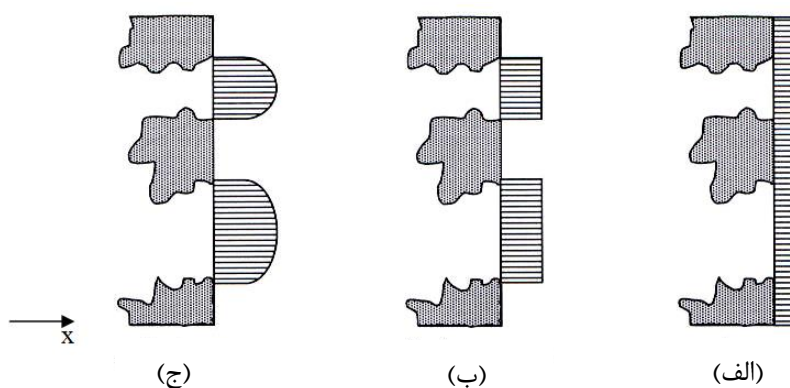
در رابطه فوق، u_{Real} سرعت واقعی سیال را نشان می‌دهد. سرعت دارسی \bar{u} به صورت حاصل تقسیم دبی عبوری سیال از یک سطح مقطع مشخص به کل مساحت سطح مقطع A تعریف می‌شود:

$$\bar{u} = \frac{1}{A} \int u_{Real} dA \quad (3-2)$$

در رابطه فوق $A = A_f + A_s$ می‌باشد که A_s مساحتی است که توسط فاز جامد اشغال شده است. با توجه به تعریف ضریب تخلخل در بخش ۲-۳-۱، دو سرعت u_f و \bar{u} توسط رابطه دوپیت-فورچیمیر^۱ به صورت زیر به هم مربوط می‌شوند [۱۵]:

$$\bar{u} = \epsilon u_f \quad (4-2)$$

تفاوت بین سرعت واقعی سیال درون محیط متخلخل u_{Real} با سرعت متوسط واقعی u_f و سرعت دارسی \bar{u} در شکل (۳-۲) به وضوح نشان داده شده است.



¹ Dupuit-Forchheimer

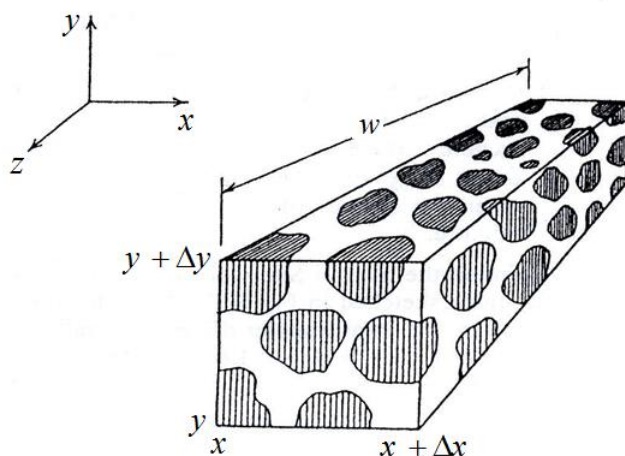
شکل (۳-۲) توزیع سرعت در محیط متخلخل (الف) سرعت دارسی (ب) سرعت متوسط واقعی (ج) سرعت واقعی

البته این نکته شایان ذکر است که دبی عبوری از مقطع نشان داده شده در هر سه بخش شکل (۳-۲) یکسان است.

بنابراین با توجه به تعاریف ذکر شده، برای یک جریان دو بعدی در داخل ماده متخلخل می‌توان رابطه دوپیت-فورچیمر را بصورت زیر نوشت:

$$\bar{u} = \epsilon u_f, \quad \bar{v} = \epsilon v_f \quad (۵-۲)$$

مطابق شکل (۴-۲) در رابطه فوق u_f و v_f به ترتیب سرعت متوسط واقعی سیال در راستای محور x ها و محور y ها می‌باشد. همچنین \bar{u} و \bar{v} به ترتیب معرف سرعت دارسی در راستای محور x ها و محور y ها می‌باشد.



شکل (۴-۲) المان مورد بررسی از ماده متخلخل

۴-۲- معادلات حاکم

۴-۲-۱- معادله پیوستگی

شکل (۴-۲) المانی به حجم $w \Delta x \Delta y$ بطوریکه $w \gg \Delta x, \Delta y$ می‌باشد، را نشان می‌دهد. با این فرض جریان در راستای x, y و در صفحه‌های $w \Delta x$ و $w \Delta y$ بیشتر از جریان در راستای z و در

صفحه $\Delta x \Delta y$ می‌باشد. بنابراین می‌توان جریان را به صورت دو بعدی در نظر گرفت. بنابراین اگر المانی با عمق واحد در راستای محور z ها در نظر بگیریم، برای حجم کنترلی به اندازه $\Delta x \Delta y 1$ ، سطحی که سیال در راستای محور x ها از آن عبور می‌کند برابر است با $\Delta y 1$. بنابراین معادله پیوستگی در حالت پایا برای سیال تراکم ناپذیر را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$(u_f \varepsilon \Delta y)_{|x+\Delta x} - (u_f \varepsilon \Delta y)_{|x} + (v_f \varepsilon \Delta x)_{|y+\Delta y} - (v_f \varepsilon \Delta x)_{|y} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f \varepsilon \Delta x \Delta y) = 0 \quad (6-2)$$

معادله فوق، با توجه به معادله (5-2) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (7-2)$$

بنابراین معادله پیوستگی با فرضیات ذکر شده، در شکل برداری به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (8-2)$$

در رابطه فوق $\vec{u} = (\bar{u}, \bar{v})$ بردار سرعت داری می‌باشد.

۲-۴-۲- معادلات اندازه حرکت

در این بخش معادلات اندازه حرکت بر اساس مدل‌های مختلف ارائه شده در داخل ماده متخلخل بررسی می‌شود تا بهترین فرم معادله موجود شناسایی شود. در ابتدا از اثرات نیروهای حجمی صرف نظر می‌گردد زیرا می‌توان آن‌ها به آسانی به معادلات مومنتوم اضافه کرد.

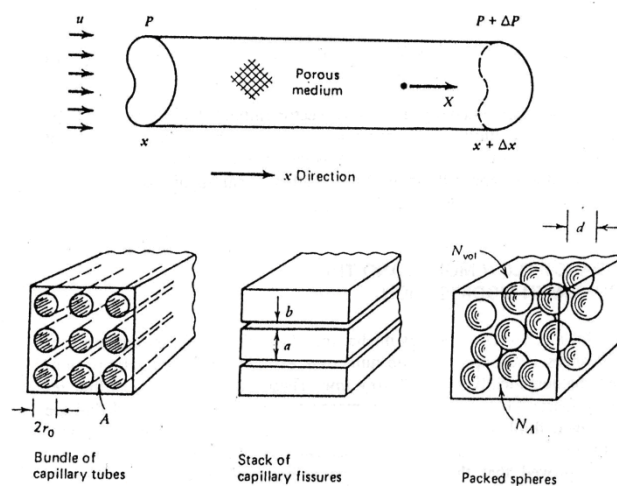
۲-۴-۲-۱- معادله داری

معادلات مومنتوم یا تعادل نیروها در محیط متخلخل به صورت ریاضی و در ساده ترین شکل توسط قانون داری بیان می‌شود که پایه و اساس آن مشاهدات تجربی است. این مشاهدات اولین بار توسط داری گزارش شد. داری [۱] بر اساس آزمایش‌هایی که بر روی جریان یک بعدی و پایا در داخل ستونی از مواد متخلخل همگن انجام داد، مشاهده کرد که سرعت متوسط سیال (سرعت داری) در

یک ستون از مواد متخلخل با گرادیان فشار همان ستون متناسب می‌باشد. آزمایش‌های بعدی نشان داد که سرعت متوسط سیال با ویسکوزیته دینامیکی سیال (μ_f) رابطه معکوس دارد. طبق مشاهدات داری برای یک جریان اجباری یک بعدی که طرحش در شکل (۵-۲) آمده، می‌توان بیان کرد:

$$\bar{u} = \frac{K}{\mu_f} \left(-\frac{dP}{dx} \right) \quad (9-2)$$

در رابطه فوق، $\frac{dP}{dx}$ گرادیان فشار در جهت جریان سیال می‌باشد. K نیز یک ثابت تجربی است که قابلیت نفوذپذیری نامیده می‌شود و نشان دهنده میزان نفوذ سیال در محیط متخلخل می‌باشد.



شکل (۵-۲) آزمایش داری و سه مدل ممکن برای تخمین K [۱۵]

معادله (۹-۲) در شکل برداری به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{u} = \frac{K}{\mu_f} (-\vec{\nabla}P) \quad (10-2)$$

در رابطه فوق، $\vec{u} = (\bar{u}, \bar{v})$ بردار سرعت داری می‌باشد و عبارت $\vec{\nabla}P$ در دو بعد از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\vec{\nabla}P = \frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} \quad (11-2)$$

در رابطه فوق، \vec{i} و \vec{j} به ترتیب بردار یکه در راستای محور x و y می‌باشد. از معادله (۹-۲) که پایه و اساس تعریف قابلیت نفوذپذیری است، می‌توان بعد K را بدست آورد:

$$[K] = \frac{[\mu_f][\bar{u}]}{\left[-\frac{dP}{dx}\right]} = (\text{length})^2 \quad (12-2)$$

در واقع معادله (۹-۲) بیانگر این نکته است که جریان داری جلوه ماکروسکوپیک از جریانی با ویسکوزیته بالا از میان منافذ یک ساختار نفوذپذیر است و مقیاس طولی $K^{\frac{1}{2}}$ نشان دهنده تأثیر قطر مؤثر منفذ است.

با استفاده از $K^{\frac{1}{2}}$ به عنوان مقیاس طول، عدد ری‌نولدز را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$Re = \frac{\bar{u}K^{\frac{1}{2}}}{\nu_f} \quad (13-2)$$

در رابطه فوق ν_f ویسکوزیته سینماتیکی سیال است. همچنین ضریب اصطکاک برابر است با:

$$f = \frac{\left(-\frac{dP}{dx}\right)K^{\frac{1}{2}}}{\rho_f \bar{u}^2} \quad (14-2)$$

با بازنویسی قانون داری (معادله (۹-۲)) خواهیم داشت:

$$f = \frac{1}{Re} \quad (15-2)$$

آزمایش‌ها نشان می‌دهند که معادلات (۹-۲) و (۱۵-۲) برای Re از مرتبه یک معتبرند [۱۵]. بنابراین در سرعت‌های بالاتر مدلسازی جریان با قانون داری صحیح نبوده و می‌بایست از معادلات کامل‌تری برای مدلسازی جریان در محیط متخلخل استفاده کرد.

۲-۲-۴-۲ معادله فورچیمر

معادله داری (معادله (۱۰-۲)) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\bar{\nabla}P = -\frac{\mu_f}{K}\vec{u} \quad (16-2)$$

همان طور که مشاهده می‌شود، معادله فوق یک معادله خطی نسبت به ترم سرعت داری بوده و تنها درگ ناشی از اصطکاک بین سیال و جامد در نظر گرفته می‌شود. آزمایشات بعدی نشان داد که این معادله تنها در سرعت‌های پایین نتایج قابل قبولی را ارائه می‌دهد و با افزایش سرعت سیال، افت فشار در محیط متخلخل از حالت خطی خارج شده و به صورت مرتبه دو ظاهر می‌گردد. زیرا با افزایش سرعت سیال سهم درگ شکلی ناشی از وجود ماده متخلخل در مقابل جریان در مقایسه با درگ ناشی از اصطکاک قابل ملاحظه می‌باشد. بنابراین معادله داری به صورت زیر اصلاح شد:

$$\bar{\nabla}P = -\frac{\mu_f}{K}\vec{u} - \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}}\rho_f|\vec{u}|\vec{u} \quad (17-2)$$

در رابطه فوق، K ضریب نفوذپذیری و F_ε تابع هندسی^۱ می‌باشند که با توجه به نتایج آزمایشگاهی ارگن^۲ [۳۹] به ضریب تخلخل ε وابسته‌اند. او این مقادیر را با تقریب خوبی به صورت زیر بیان کرد [۴۰]:

$$F_\varepsilon = \frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon^3}} \quad (18-2)$$

$$K = \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{150(1-\varepsilon)^2} \quad (19-2)$$

در رابطه فوق، d_p نشان دهنده قطر ذرات جامد می‌باشد.

۳-۲-۴-۲ معادله برینکمن

هنگامی که سیال در داخل ماده متخلخل حرکت می‌کند، در اطراف ماتریس جامد لایه مرزی ایجاد می‌شود. به همین منظور، جمله برینکمن به معادله داری اضافه گردید [۶]:

^۱ Geometric function

^۲ Ergun

$$\bar{\nabla} P = -\frac{\mu_f}{K} \bar{u} + \mu_{eff} \nabla^2 \bar{u} \quad (20-2)$$

در رابطه فوق، μ_{eff} ویسکوزیته مؤثر است. حال دو جمله ویسکوزیته وجود دارد، جمله اول، جمله داری و جمله دوم مشابه جمله لاپلاس در معادله ناویر استوکس است. در حالت کلی مقدار μ_{eff} با μ_f برابر نمی‌باشد ولی برینکمن آن دو را مساوی با هم قرار داد [۱۵]. همچنین نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که با تقریب خوبی می‌توان این دو مقدار را مساوی با یکدیگر قرار داد [۱۹].

۲-۴-۲-۴ معادله تعمیم یافته ناویر-استوکس

سرانجام وفایی و تین^۱ [۴۱] و سو و چانگ^۲ [۴۲] معادله تعمیم یافته ناویر-استوکس و یا به عبارتی معادله برینکمن و فورچیمر را به صورت زیر ارائه دادند:

$$\rho_f \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} ((\bar{u} \cdot \bar{\nabla}) \left(\frac{\bar{u}}{\varepsilon} \right)) \right] = -\bar{\nabla} P + \frac{\mu_{eff}}{\varepsilon \rho_f} \nabla^2 \bar{u} - \frac{\mu_f}{K} \bar{u} + \frac{F_\varepsilon \rho_f}{\sqrt{K}} |\bar{u}| \bar{u} \quad (21-2)$$

همانطور که در معادله فوق مشاهده می‌شود، اثرات اینرسی، تنش ویسکوز و درگ‌های اصطکاکی و شکلی وارد بر سیال در حضور ماده متخلخل در این معادله وارد شده‌است.

تا این قسمت از اثرات نیروهای حجمی صرف‌نظر شده‌است. بنابراین می‌بایست نیروی شناوری^۳ $(\rho_f - \rho_0) \bar{g}$ به طرف دوم معادله (۲۱-۲) اضافه شود. بوزینسک^۴ [۴۳] عبارت زیر را برای تقریب مقدار چگالی سیال پیشنهاد داد:

$$(\rho_f - \rho_0) = \rho_f \beta (T - T_0) \quad (22-2)$$

¹ Vafai and Tien

² Hsu and Chang

³ Buoyancy force

⁴ Boussinesq

در رابطه فوق، β ضریب انبساط گرمایی، ρ_f چگالی سیال و ρ_0 چگالی سیال در دمای مرجع T_0 می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$T_0 = \frac{T_h + T_c}{2} \quad (23-2)$$

بنابراین با جایگذاری معادله (22-2) و (23-2) در معادله (21-2) معادله ناویر- استوکس تعمیم یافته در انتقال حرارت جابجایی آزاد به صورت زیر ساده می شود:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + ((\vec{u} \cdot \nabla) \left(\frac{\vec{u}}{\varepsilon} \right)) = -\frac{1}{\rho_f} \nabla (\varepsilon P) + v_{eff} \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \quad (24-2)$$

در رابطه فوق، \vec{F} برآیند نیروهای وارد بر سیال می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\vec{F} = -\frac{\varepsilon v_f}{K} \vec{u} + \frac{\varepsilon F_\varepsilon}{\sqrt{K}} \left| \vec{u} \right| \vec{u} - \varepsilon \vec{g} \beta (T - T_0) \quad (25-2)$$

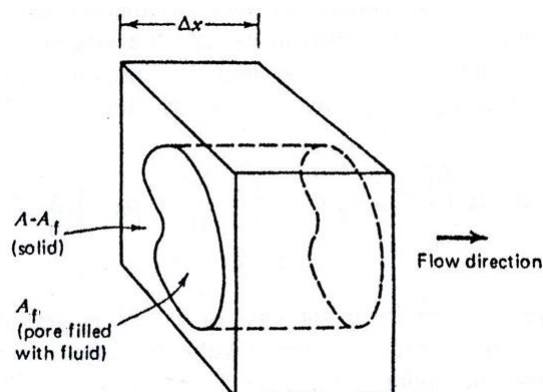
سمت راست معادله فوق، به ترتیب نشان دهنده ترم دارسی (درگ خطی)، ترم فورچیمر (درگ غیر خطی) و نیز نیروی شناوری می باشد.

همچنین این نکته قابل ذکر است، با جای گذاری $\varepsilon \rightarrow 1$ و $Da \rightarrow \infty$ در معادله (24-2)، معادله ناویر- استوکس در ناحیه سیال بدست می آید.

۲-۴-۳- معادله انرژی

جهت استخراج معادله انرژی در محیط متخلخل، جریان سیال و انتقال حرارت را در یک المان مطابق

شکل (2-6) مورد بررسی قرار می گیرد:



شکل (۲-۶) جریان یک بعدی در محیط متخلخل همگن [۱۵]

فضای خالی که در المان حجمی $A \Delta x$ قرار دارد، برابر با $A_f \Delta x$ است. به همین ترتیب، حجم اشغال شده توسط فاز جامد برابر با $(A - A_f) \Delta x$ می‌باشد. ابتدا معادله انرژی برای فاز جامد و سیال نوشته می‌شود تا در نهایت معادله انرژی به صورت متوسط برای کل محیط بدست آید. همچنین با در نظر گرفتن فرض تعادل حرارتی بین فاز جامد و سیال می‌توان نوشت:

$$T = T_s = T_f \quad (۲۶-۲)$$

معادله انرژی در فاز جامد، بدون در نظر گرفتن منبع حرارتی به صورت زیر قابل بیان است:

$$\Delta x (A - A_f) \rho_s c_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = \Delta x (A - A_f) k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (۲۷-۲)$$

که $(\rho, c_p, k)_s$ خواص ساختار جامد می‌باشد. همچنین معادله انرژی در فاز سیال، به صورت زیر می‌باشد:

$$\Delta x A_f (\rho c_p)_f \frac{\partial T}{\partial t} + \Delta x A_f (\rho c_p)_f u_f \frac{\partial T}{\partial x} = \Delta x A_f k_f \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (۲۸-۲)$$

با توجه به تعریف ضریب تخلخل ماده متخلخل و نیز رابطه دوپیت-فورچیمر روابط (۲۷-۲) و (۲۸-۲) به ترتیب به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\Delta x A (1 - \varepsilon) \rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = \Delta x A (1 - \varepsilon) k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (۲۹-۲)$$

$$\Delta x A \varepsilon (\rho c_p)_f \frac{\partial T}{\partial t} + \Delta x A (\rho c_p)_f \bar{u} \frac{\partial T}{\partial x} = \Delta x A \varepsilon k_f \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (30-2)$$

با ترکیب روابط (29-2) و (30-2) می توان نوشت:

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_{eff} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (31-2)$$

در رابطه فوق، α_{eff} و σ به ترتیب ضریب رسانندگی ماده متخلخل و نسبت ظرفیت گرمایی فاز جامد به فاز سیال می باشد، که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\alpha_{eff} = \frac{(1-\varepsilon)k_s + \varepsilon k_f}{(\rho c_p)_f} \quad (32-2)$$

$$\sigma = \varepsilon + \frac{(1-\varepsilon)(\rho c)_s}{(\rho c_p)_f} \quad (33-2)$$

بنابراین معادله انرژی در شکل برداری به صورت زیر می باشد:

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \cdot \bar{\nabla} T = \bar{\nabla} \cdot (\alpha_{eff} \bar{\nabla} T) \quad (34-2)$$

2-5- معرفی پارامترهای بی بعد

در این بخش، پارامترهای بی بعد مورد استفاده در پژوهش حاضر معرفی می گردند. پارامترهای بی بعد در تحقیق حاضر عبارتند از:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L} & y^* &= \frac{y}{L} & t^* &= \frac{t}{L^2/\alpha} \\ u^* &= \frac{\bar{u}}{\alpha/L} & v^* &= \frac{\bar{v}}{\alpha/L} & P^* &= \frac{P}{\rho_f \alpha^2 / L^2} \\ T^* &= \frac{T - T_c}{T_h - T_c} & Ra &= \frac{g \beta (T_h - T_c) L^3}{\nu \alpha} & Pr &= \frac{\nu}{\alpha} \\ Da &= \frac{K}{L^2} & Je_\nu &= \frac{\nu_{eff}}{\nu} & Je_\alpha &= \frac{\alpha_{eff}}{\alpha} \end{aligned} \quad (19-2)$$

از دیگر پارامترهای مهم بی بعد حاکم بر مسأله، می‌توان به عدد رایلی اصلاح شده و عدد ناسلت متوسط اشاره کرد.

عدد رایلی اصلاح شده^۱ یا به عبارتی دیگر عدد رایلی-داریسی در ماده متخلخل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Ra_m = Ra \cdot Da \quad (۳۵-۲)$$

در یک محفظه مطابق شکل (۱-۱)، میزان حرارت منتقل شده از هر سطح مقطع با مساحت کل A موازی با محور y ها، بطوریکه دو سطح عایق در بالا و پایین را به هم متصل کنند، با یکدیگر برابر است. اگر این مقدار با q_x نشان داده شود، می‌توان نوشت:

$$q_x = \int_0^L \left[(\rho c_p)_f \varepsilon u_f T - k_{eff} \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right] dy \quad (۳۶-۲)$$

با توجه به تعریف ضریب تخلخل ماده متخلخل و نیز رابطه دوپیت-فورچیمیر می‌توان رابطه فوق را به صورت زیر نوشت:

$$q_x = \int_0^L \left[(\rho c_p)_f \bar{u} T - k_{eff} \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right] dy \quad (۳۷-۲)$$

جهت افزایش دقت حل عددی، می‌توان از رابطه فوق میانگین‌گیری کرد [۴۴]. بنابراین می‌توان نوشت:

$$q = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\int_0^L \left[(\rho c_p)_f \bar{u} T - k_{eff} \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right] dy \right) dx \quad (۳۸-۲)$$

همچنین داریم:

$$q = \bar{h} L (T_h - T_c) \quad (۳۹-۲)$$

^۱ Modified Reyleigh number

اگر عدد ناسلت متوسط در کل محفظه به صورت زیر تعریف شود:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h}L}{k_{eff}} \quad (40-2)$$

بنابراین [37]:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L(T_h - T_c)} \int_0^L \left(\int_0^L \left[\frac{\overline{u}T}{\alpha_{eff}} - \frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right] dy \right) dx \quad (41-2)$$

فصل سوم

روش عددی

۳-۱- مقدمه

در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن به عنوان یک طرح عددی مطلوب جهت شبیه‌سازی جریان سیال و بررسی انتقال حرارت توسعه یافته‌است. برخلاف روش‌های رایج در دینامیک سیالات محاسباتی که بر پایه گسسته‌سازی معادلات بقایی ماکروسکوپی است، روش شبکه بولتزمن با بهینه‌سازی مدل‌های میکروسکوپی و به کمک مباحث مکانیک آماری به مدلسازی جریان سیال در مقیاس مزوسکوپیک^۱ می‌پردازد بطوریکه خواص ماکروسکوپیک حاصل از این مدل‌ها از معادلات ماکروسکوپیک حاکم بر مسأله تبعیت می‌کند. در این تحقیق از روش شبکه بولتزمن بر اساس معادلات ناویر-استوکس تعمیم یافته برای مدلسازی میدان جریان و تحلیل انتقال حرارت در داخل یک محفظه دارای یک لایه متخلخل استفاده شده است.

در این فصل ضمن تشریح روش عددی به کار گرفته شده و روند روآوری به آن، نحوه اعمال شرایط مرزی و الگوریتم عددی تحلیل نیز بحث شده‌است.

۳-۲- روند روآوری به روش شبکه بولتزمن

برای تحلیل میدان جریان و بررسی انتقال حرارت روش‌های عددی متنوعی وجود دارد. بطور کلی دو رویکرد اصلی در خصوص شبیه‌سازی معادلات انتقال (حرارت، جرم و مومنتوم) به کار گرفته می‌شوند که عبارتند از دیدگاه ماکروسکوپیک و دیدگاه میکروسکوپیک. در ادامه روش‌های مختلف به اختصار توصیف و مقایسه‌ای اجمالی بر روی آن‌ها انجام خواهد شد و روند روآوری به روش شبکه بولتزمن جهت بررسی ضرورت و مزایای این روش بیان خواهد شد.

۳-۲-۱- دیدگاه ماکروسکوپیک

در دیدگاه ماکروسکوپیک همواره فرض مهم پیوسته بودن محیط سیال در نظر گرفته می‌شود و به

^۱ Mesoscopic

جزئیات رفتاری هر مولکول یا ذره به تنهایی توجهی نمی‌شود. در واقع در این دیدگاه معادلات دیفرانسیل جزئی یا معمولی را با اعمال قانون بقاء انرژی، جرم و اندازه حرکت در یک حجم کنترل بسیار کوچک که شامل تعداد زیادی از ذرات (شامل مولکول و یا اتم) بدست می‌آید. به دلیل پیچیدگی شکل این معادلات، همواره نمی‌توان با استفاده از روش‌های تحلیلی به حل آن‌ها پرداخت. بنابراین برای حل این معادلات، از روش‌هایی مانند تفاضل محدود، حجم محدود و المان محدود برای تبدیل معادلات دیفرانسیل به سیستم معادلات جبری استفاده می‌شود [۴۳]. بطور کلی می‌توان گفت در این دیدگاه پس از شناسایی معادلات حاکم، دامنه حل به حجم کنترل، شبکه یا المان مطابق با روش حل معادله حاکم تجزیه می‌شود بطوریکه هر بخش حجمی یا گره و یا المان شامل مجموعه بزرگی از ذرات می‌باشد. سپس این معادلات جبری به طور مکرر حل می‌شود تا همگرایی حاصل شده و کمیت‌های ماکروسکوپیک مانند فشار، دما و سرعت در هر گره از شبکه محاسباتی مشخص شوند. اما ناکارآمدی روش‌های سنتی ذکر شده در حل مسائلی مانند مدل‌سازی جریان‌های چند فازی و مدل‌سازی سیال در مرزهای پیچیده نمایان است. همچنین حل معادلات پیچیده حاکم بر مسأله بدون در نظر گرفتن تقریب جهت ساده‌سازی شکل این معادلات، مانند معادلات حاکم بر محیط متخلخل از جمله مواردی بودند که اعمال این روش‌ها با مشکلاتی مانند عدم دقت و پیچیدگی‌های اعمال مواجه بودند.

۳-۲-۲- دیدگاه میکروسکوپیک

به منظور حل مشکلات ذکر شده در دیدگاه ماکروسکوپیک، روش‌های جدیدی که بر اساس دیدگاه میکروسکوپیک بودند، مطرح شد. در این دیدگاه فرض پیوسته بودن سیال نادیده گرفته شد و فرض شد که سیال از ذرات کوچک (اتم، مولکول) تشکیل شده‌است. از اینرو، باید نیروی بین ذرات (بین مولکولی) در نظر گرفته شود و یک معادله دیفرانسیل ساده مطابق قانون دوم نیوتن (بقاء اندازه حرکت) حل شود. بنابراین به کمک بررسی حرکت و برخورد این ذرات می‌توان جریان سیال را شبیه-

سازی کرد. به عبارتی در هر گام زمانی، باید موقعیت و سرعت ذرات در هر لحظه بررسی شود و خط سیر هر ذره را شناسایی کرد. به عنوان مثال در این سطح، خواص ترمودینامیکی مانند دما و فشار به ترتیب به انرژی سینتیک ذرات (جرم و سرعت) و فرکانس برخورد ذرات به مرزها مربوط می‌شوند. این روش، شبیه سازی دینامیک مولکولی^۱ نام دارد و اغلب در تحقیقات زیست شناسی و علوم بیولوژیک مورد استفاده قرار می‌گیرد [۴۶، ۴۷ و ۴۸]. اما نکته قابل توجه در این روش تعداد ذرات تشکیل دهنده سیال است که باید رصد شوند. به عنوان مثال هوا در شرایط اتاق دارای $(\frac{\text{molecule}}{\text{cm}^3}) \times 10^{22} \times 3$ می‌باشد [۴۹]. بنابراین تحلیل میکروسکوپیک چنین سیستمی با این تعداد ذرات تقریباً غیرممکن است. همچنین باید به این نکته توجه کرد که آیا سرعت و موقعیت تمام ذرات، جهت مدلسازی با استفاده از روش دینامیک مولکولی مهم است یا خیر؟ به عنوان مثال، در این اتاق میلیاردها مولکول وجود دارند که با سرعت بالای $400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به ما برخورد می‌کنند. اما ما آن‌ها را احساس نمی‌کنیم؛ زیرا جرم (اندازه حرکت) آن‌ها بسیار کوچک است. بنابراین اثر ناشی از حرکت آن‌ها قابل چشم پوشی می‌باشد. بنابراین رفتار هر ذره به تنهایی موضوع مهمی در مقیاس ماکروسکوپی نیست بلکه آثار حاصل از آن رفتار جمعی ذرات مهم می‌باشد [۴۹]. بنابراین هرچند روش دینامیک مولکولی روش ساده‌ای است و می‌تواند مسائل دارای تغییر فاز و شکل‌های هندسی پیچیده را بدون مشکل تحلیل کند اما یکی از مشکلات آن رصد تمام ذرات و در نتیجه هزینه محاسباتی بالای آن است.

۳-۲-۳- روش‌های شبکه‌ای

در سال ۱۹۸۶، فریش، هاسلاچر و پومئو^۲ موضوعی شگفت انگیز را بیان کردند: ایجاد یک ماشین سلولی ساده که از هیچ چیزی بجز قوانین بقا در سطح میکروسکوپی پیروی نمی‌کند و قادر به بازسازی جریان سیال واقعی است [۲۹]. این کشف موجب تحولی بزرگ در بحث دینامیک سیال شده

¹ Molecular dynamics simulations

² Frish, Hasslacher and Pomean

و روش‌های جدیدی مانند روش شبکه گاز و روش شبکه بولتزن بر همین اساس شکل گرفتند. در دو روش ذکر شده برای کاهش هزینه محاسباتی در روش دینامیک مولکولی دو راه پیشنهاد شده است. اول اینکه به جای رصد تک تک ذرات در دیدگاه میکروسکوپی، سیال را محیطی تشکیل شده از تعداد زیادی بسته‌های کوچک مولکولی که دارای دما و سرعت تقریباً یکسانی هستند، در نظر گرفته شود. این دیدگاه که دیدگاهی بین مقیاس میکروسکوپی و مقیاس ماکروسکوپی می‌باشد، دیدگاه مزوسکوپی نام دارد. در واقع این بسته‌های کوچک مولکولی نماینده ذرات مجازی می‌باشند. دومین راه برای کاهش هزینه محاسباتی در روش دینامیک مولکولی، محدود کردن درجات آزادی حرکت ذرات مجازی می‌باشد. به عبارتی این ذرات تنها می‌توانند بر روی مسیرهای مشخصی حرکت کنند. نوع ذرات و قواعد برخورد در سطح میکروسکوپی منطبق بر واقعیت فیزیکی نیست و تنها قانون بقای جرم و بقای مومنتوم را ارضا می‌کنند ولی الگوریتم‌های آن‌ها در سطح ماکروسکوپی منجر به ارضای معادلات بقای جرم و مومنتوم می‌گردند. روش شبکه بولتزن بر اساس روش شبکه گاز بوده که با استفاده از مباحث مکانیک آماری و تئوری‌های جنبشی ارتقا یافته است [۵۰ و ۵۱].

به این ترتیب برای شبیه سازی جریان سیال و بررسی انتقال حرارت سه دیدگاه متفاوت به کار گرفته می‌شود که عبارتند از:

۱- روش دینامیک مولکولی در مقیاس میکروسکوپی

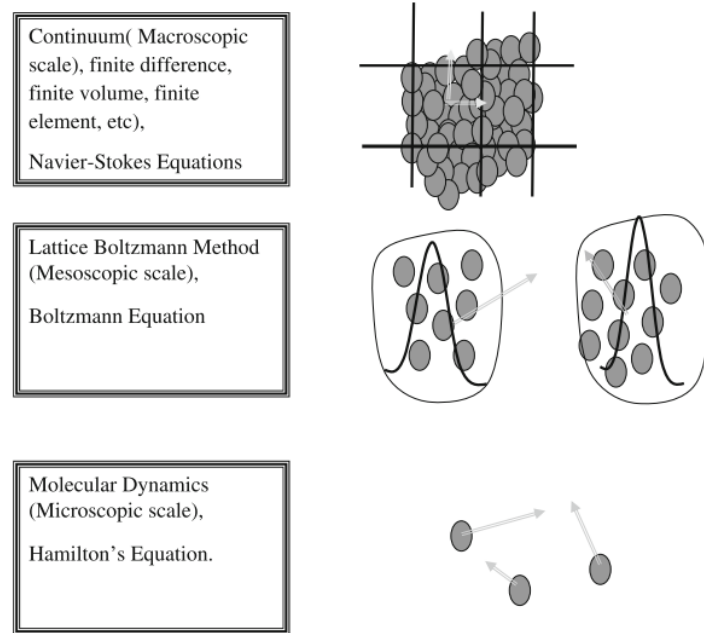
۲- روش شبکه بولتزن در مقیاس مزوسکوپی

۳- روش‌های تفاضل محدود، حجم محدود و المان محدود و ... در سطح ماکروسکوپی.

در شکل (۱-۳) شماتیک روش‌های مختلف شبیه سازی جریان نشان داده شده است.

۳-۳- روش شبکه گاز

مدل شبکه بولتزن بر اساس روش شبکه گاز شکل گرفته است [۵۲]. روش شبکه گاز مدل‌هایی از برخورد ذرات مجازی در سطح مزوسکوپی (در ادامه برای سادگی آن‌ها را ذرات می‌نامیم)، بر روی



شکل (۱-۳) روش‌های مختلف شبیه‌سازی جریان [۴۹]

یک شبکه منظم را به نحوی مدل می‌کند که این ذرات در مسی‌رهای خاصی در شبکه حرکت کرده و با استفاده از الگوریتم‌های موضعی، ساده و تکرار شونده به شبیه‌سازی جریان سیال در سطح ماکروسکوپی می‌پردازد [۵۳ و ۵۴]. به عبارتی در این روش ذرات در جهات خاصی (متناسب با مدل مورد نظر) حرکت کرده و حضور و یا عدم حضور ذرات در این جهات رصد می‌شود. حضور و یا عدم حضور ذرات در مکانی خاص از شبکه، با استفاده از عدد اقامت بولین^۱ به صورت زیر نشان داده می‌شود [۲۸]:

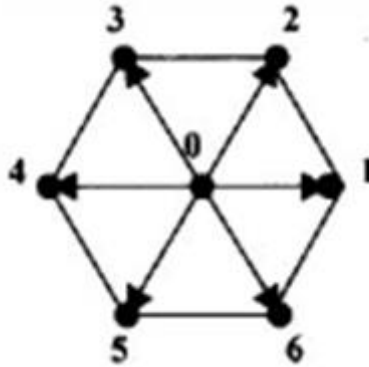
$$n_i(\vec{x}, t) = 1 \quad \text{حضور ذره} \quad (۱-۳)$$

$$n_i(\vec{x}, t) = 0 \quad \text{عدم حضور ذره} \quad (۲-۳)$$

در رابطه فوق، $n_i(\vec{x}, t)$ عدد اقامت بولین نامیده می‌شود و نشان دهنده حضور یا عدم حضور ذره در مکان \vec{x} ، زمان t و مسیر i ام در شبکه می‌باشد. بعنوان مثال در شبکه‌ای مطابق شکل (۲-۳)، ذره در هر گره می‌تواند در شش مسیر حرکت کند و یا در جای خود ثابت بماند. اگر ناظری در مکان \vec{x} و زمان t در شبکه قرار گیرد می‌تواند رصد کند که آیا از مسیر i ام ذره‌ای به ناظر می‌رسد یا خیر. اگر از

^۱ Boolean occupation numbers

مسیر i ام ذره به ناظر برسد عدد اقامت بولین برابر با یک و در غیر این صورت عدد بولین برابر با صفر خواهد بود.



شکل (۳-۲) شبکه FHP در روش شبکه گاز [۲۹]

حال این ذرات در شبکه حرکت کرده و به یکدیگر برخورد می‌کنند و آرایش جدیدی پیدا خواهند کرد. بنابراین الگوریتم شبکه گاز شامل دو مرحله است که عبارتند از مرحله برخورد^۱ و مرحله جاری شدن^۲. مرحله برخورد از یک زمان بی‌نهایت کوچک قبل از برخورد ذرات شروع شده و تا یک زمان بی‌نهایت کوچک پس از برخورد آنها ادامه می‌یابد. مرحله جاری شدن بلافاصله بعد از مرحله برخورد شروع شده و هر ذره در راستای سرعتش به نزدیکترین گره مجاور حرکت می‌کند و ذرات آرایش جدیدی پیدا خواهند کرد. جهت مدلسازی صحیح دو مرحله برخورد و جاری شدن باید قوانین بقای جرم و بقای مومنتوم ارضا شود.

در این روش، قانون بقای جرم و مومنتوم به ترتیب به صورت زیر قابل بیان است:

$$\sum_i n_i(\bar{x} + \bar{e}_i \delta_i, t + \delta_t) = \sum_i n_i(\bar{x}, t) \quad (۳-۳)$$

$$\sum_i \bar{e}_i n_i(\bar{x} + \bar{e}_i \delta_i, t + \delta_t) = \sum_i \bar{e}_i n_i(\bar{x}, t) \quad (۴-۳)$$

در رابطه فوق $i = 0, 1, \dots, M$ که \bar{e}_i سرعت موضعی ذره روی مسیر i ام، M تعداد مسیرهای سرعت ذره در هر گره می‌باشد. همچنین تغییرات عدد بولین از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

¹ Collision

² Streaming

$$n_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_i, t + \delta_i) = n_i(\vec{x}, t) + \Omega_i(n_i(\vec{x}, t)) \quad (5-3)$$

که در رابطه فوق Ω_i عملگر برخورد است.

هرچند ممکن است ساختار شبکه مورد استفاده و همچنین قواعد برخورد ذرات در مدل‌های مختلف شبکه گاز با هم متفاوت باشند، ولی موارد زیر در کلیه مدل‌های شبکه گاز مشترک است [۲۹، ۵۳ و ۵۴]:

- در کلیه برخوردها قوانین بقای جرم و مومنتوم ارضا می‌گردد.
- ذرات بر روی مسیرهای شبکه^۱ حرکت می‌کنند.
- در هر لحظه بر روی هر مسیر، فقط یک ذره مجاز به حرکت در یک جهت معین است (اصل منع ورود^۲)
- تمام برخوردها در مراکز شبکه یعنی در گره‌ها^۳ رخ می‌دهد.
- تمام برخوردها به طور همزمان صورت می‌گیرند.
- هر برخورد فقط توزیع ذرات در گره‌های مجاور را تحت تأثیر قرار می‌دهد. به بیان دیگر الگوریتم شبکه گاز موضعی^۴ است.

با توجه به اینکه در یک سیستم از ذرات فیزیکی واقعی، برخوردها غیرهمزمان بوده و مسیرهای ذرات کاملاً متفاوت است، از این رو مدل شبکه گاز را نمی‌توان برای بررسی رفتار میکروسکوپی سیال مورد استفاده قرار داد. با این حال این روش در سطح ماکروسکوپی و برای اعداد ماخ کوچک منجر به ارضای معادله پیوستگی و ناویر-استوکس می‌گردد [۵۳ و ۵۵]. هر چند در روش شبکه گاز مدل-های مختلفی جهت مدلسازی صحیح جریان سیال ارائه شده‌است [۵۶ و ۵۷] تا این روش را بهبود

¹ Links

² Exclusion principle

³ Nodes

⁴ Local

بخشند. اما این روش از مشکلاتی مانند وابستگی غیر عادی سرعت به فشار، اغتشاشات آماری (وابسته به نوع شبکه) و همگرایی این روش در اعداد رینولدز پایین رنج می‌برد [۵۸].

۳-۴- روش شبکه بولتزمن

۳-۴-۱- تابع توزیع

همانطور که توضیح داده شد، در روش شبکه گاز حضور و یا عدم حضور تک تک ذرات در مقیاس مزوسکوپی در مسیرهای مشخصی توسط عدد بولین مورد بررسی قرار می‌گیرد. در سال ۱۸۵۹، ماکسول^۱ متوجه شد که قاعده‌مند کردن نحوه برخورد با تعداد زیادی از این ذرات مجازی حتی با مشخص بودن معادله حاکم (قانون دوم نیوتن) امری دشوار است. بنابراین او تصمیم گرفت که بجای رصد تک تک ذرات از ایده میانگین‌گیری استفاده کند. بر اساس ایده ماکسول، دانستن سرعت و موقعیت هر ذره در هر لحظه زمانی مهم نیست و تابع توزیع را به عنوان پارامتری مهم برای مشخص کردن اثر ذرات، معرفی کرد. تابع توزیع نشان می‌دهد که سرعت چه درصدی از ذرات در یک محل مشخص، در زمانی معین در بازه مشخصی می‌باشد. برای مثال مولکول‌های گاز با محدوده وسیعی از سرعت با یکدیگر برخورد می‌کنند و مولکول‌های سریع اندازه حرکت را به مولکول‌های کند منتقل می‌کنند. نتیجه برخورد این است که اندازه حرکت حفظ می‌شود [۴۹].

۳-۵- معادله انتقال بولتزمن

لودویگ ادوارد بولتزمن^۲ فیزیکدان اتریشی، که مهمترین دستاورد وی در زمینه توسعه مکانیک آماری بود، با استفاده از مباحث مکانیک آماری توانست خواص ماکروسکوپیک مانند ویسکوزیته، هدایت گرمایی و ضریب نفوذ را با مدلسازی صحیح خواص میکروسکوپیک تعیین کند [۴۹]. همچنین او

^۱ Maxwell

^۲ Ludwig Eduard Boltzmann

توانست با استفاده از تابع توزیع احتمال (احتمال یافتن ذرات با سرعت مشخص، در موقعیت مشخص در شبکه و زمان معلوم) از حجم زیاد محاسبات در روش دینامیک مولکولی بکاهد. بنابراین تابع توزیع احتمال $f(\vec{x}, \vec{e}, t)$ تابعی از مکان و سرعت ذره در یک زمان مشخص می‌باشد. در این پژوهش برای ساده سازی از جایگزینی نوشتاری $f(\vec{x}, t)$ به جای $f(\vec{x}, \vec{e}, t)$ استفاده می‌کنیم.

همانند روش شبکه گاز، این روش نیز از قانون بقای جرم و بقای مومنتوم پیروی می‌کند که به

صورت زیر قابل بیان هستند:

$$\sum_i f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = \sum_i f_i(\vec{x}, t) \quad (6-3)$$

$$\sum_i \vec{e}_i f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = \sum_i \vec{e}_i f_i(\vec{x}, t) \quad (7-3)$$

همانند قبل در رابطه فوق $i = 0, 1, \dots, M$ که \vec{e}_i سرعت موضعی ذره روی مسیر i ام، M تعداد مسیر-های سرعت ذره در هر گره می‌باشد.

برای مدلسازی صحیح جریان در این روش، باید دو مرحله برخورد و جاری شدن به درستی مدل شوند. بر همین اساس معادله انتقال بولتزمان در غیاب نیروی خارجی ($\vec{F} = 0$) وارد بر ذرات به شرح زیر است [۴۹]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{e} \cdot \vec{\nabla} f = \Omega \quad (8-3)$$

در رابطه فوق، Ω انتگرال برخورد نام دارد که تابعی از تابع توزیع احتمال f می‌باشد. یکی از مشکلات معادله فوق فرم انتگرالی-دیفرانسیلی آن می‌باشد.

۳-۵-۱- تقریب BGKW

حل معادله بولتزمان به دلیل شکل پیچیده انتگرال برخورد، بسیار دشوار است. باتنگر^۱، گراس^۲ و

¹ Bhatnagar

² Gross

کروک^۱ در سال ۱۹۵۴ مدل ساده شده ای را برای انتگرال برخورد معرفی کردند. همزمان، ولاندر^۲ به طور مستقل مدل مشابهی را معرفی کرد و انتگرال برخورد به صورت زیر جایگزین شد [۴۹]:

$$\Omega = \omega(f^{eq} - f) = \frac{1}{\tau}(f^{eq} - f) \quad (۹-۳)$$

در رابطه فوق، ω فرکانس برخورد^۳، τ فاکتور آسودگی^۴ و f^{eq} تابع توزیع تعادلی نام دارد. بنابراین معادله انتقال بولتزمن (معادله (۸-۳)) به صورت زیر ساده سازی می شود [۴۹]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{e} \cdot \vec{\nabla} f = \frac{1}{\tau}(f^{eq} - f) \quad (۱۰-۳)$$

در روش شبکه بولتزمن، فرض می شود که این معادله در امتداد تمام مسیرهایی که ذرات می توانند بر روی آن حرکت کنند معتبر است. بنابراین معادله بولتزمن در یک جهت خاص به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{e}_i \cdot \vec{\nabla} f = \frac{1}{\tau}(f_i^{eq} - f_i) \quad (۱۱-۳)$$

در نهایت فرم کاملا گسسته معادله بولتزمن بدون در نظر گرفتن نیروی خارجی وارد بر سیستم به شکل زیر قابل بیان است [۴۹]:

$$\underbrace{f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t)}_{\text{Streaming}} = \underbrace{f_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{\tau} [f_i^{eq}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)]}_{\text{Collision}} \quad (۱۲-۳)$$

مطابق رابطه فوق، حل معادله بولتزمن در دو مرحله برخورد ((۱۳-۳)) و جاری شدن ((۱۴-۳)) مطابق معادلات زیر انجام می شود:

$$\tilde{f}_i(\vec{x}, t) = f_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{\tau}(f_i^{eq}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)) \quad (۱۳-۳)$$

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = \tilde{f}_i(\vec{x}, t) \quad (۱۴-۳)$$

^۱ Krook

^۲ Welander

^۳ Collision frequency

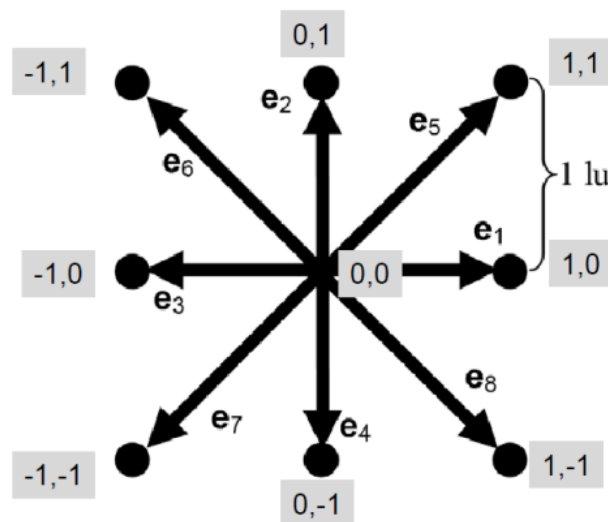
^۴ Relaxation factor

در حالت کلی که نیروی خارجی وارد بر سیستم صفر نمی‌باشد ($\bar{F} \neq 0$)، معادله (۳-۱۲) با اضافه شدن ترم نیرو^۱ (F_i) به صورت زیر تصحیح می‌گردد [۳۵]:

$$f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \delta t, t + \delta t) - f_i(\bar{x}, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\bar{x}, t) - f_i^{eq}(\bar{x}, t)] + \delta_i F_i \quad (۳-۱۵)$$

۳-۵-۲- آرایش شبکه

همانطور که ذکر شد، در روش شبکه بولتزمن ذرات تنها می‌توانند بر روی مسیرهای خاصی حرکت کنند. بر همین اساس آرایش‌های مختلفی برای شبکه مورد نظر در این روش به کار می‌رود. یکی از آرایش‌هایی که در جریان‌های دو بعدی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد، مدل D_2Q_9 می‌باشد که در شکل (۳-۳) نشان داده شده‌است. در این مدل D_2 نشان دهنده دو بعدی بودن مسأله و Q_9 نشان دهنده این است که ذره می‌تواند در ۸ مسیر حرکت کند و یا در جای خود ثابت بماند.



شکل (۳-۳) مؤلفه‌های سرعت موضعی ذرات در شبکه D_2Q_9 [۲۹]

در این مدل \bar{e}_i نشان دهنده سرعت موضعی ذرات است و به صورت زیر بیان می‌شود:

^۱ Force term

$$\vec{e}_i = \begin{cases} [0, 0] & i=0 \\ c[\cos(\frac{(i-1)\pi}{2}), \sin(\frac{(i-1)\pi}{2})] & i=1-4 \\ \sqrt{2}c[\cos(\frac{(i-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}), \sin(\frac{(i-1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4})] & i=5-8 \end{cases} \quad (16-3)$$

در رابطه فوق، $c = \frac{\delta_x}{\delta_t}$ و δ_x و δ_t به ترتیب مقادیر ثابت طول و زمان در شبکه هستند.

۳-۶- معادله بولتزمن برای مدل سازی سرعت

جهت مدل سازی جریان در ماده متخلخل به روش شبکه بولتزمن، می بایست معادله انتقال بولتزمن (معادله ۳-۱۵) حل گردد. تابع توزیع تعادلی f_i^{eq} و نیز ترم F_i در رابطه (۳-۱۵) به صورت زیر تعریف می شود [۳۶]:

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left[1 + \frac{\vec{e}_i \cdot \vec{u}}{c_s^2} + \frac{(\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2}{2\epsilon c_s^4} - \frac{u^2}{2\epsilon c_s^2} \right] \quad (17-3)$$

$$F_i = \omega_i \rho \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) \left[\frac{\vec{e}_i \cdot \vec{F}}{c_s^2} + \frac{\vec{u} \vec{F} : (\vec{e}_i \vec{e}_i - c_s^2 I)}{\epsilon c_s^4} \right] \quad (18-3)$$

در رابطه فوق، \vec{F} نیروی حجمی وارد بر سیال در حضور ماده متخلخل می باشد که از رابطه (۲-۲۵) پیروی می کند. همچنین در عبارت $\vec{u} \vec{F} : (\vec{e}_i \vec{e}_i - c_s^2 I)$ علامت : نشان دهنده ضرب عددی دو تانسور^۱ $\vec{u} \vec{F}$ و $(\vec{e}_i \vec{e}_i - c_s^2 I)$ می باشد. مقدار فاکتور آسودگی (τ) جهت مدل سازی میدان سرعت از رابطه زیر بدست می آید:

$$\tau = \frac{V_e}{c_s^2 \delta_t} + 0.5 \quad (19-3)$$

در روابط فوق، $c_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$ سرعت صوت در شبکه می باشد. همچنین مقادیر ضرایب وزنی ω_i ^۲، چگالی ρ

¹ The scalar product of two tensors

² Weight coefficient

و سرعت \vec{u} از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & i=0 \\ \frac{1}{9} & i=1-4 \\ \frac{1}{36} & i=5-8 \end{cases} \quad (20-3)$$

$$\rho = \sum_i f_i \quad (21-3)$$

$$\rho \vec{u} = \sum_i \vec{e}_i f_i + \frac{\delta_t}{2} \rho \vec{F} \quad (22-3)$$

در رابطه فوق، \vec{F} نیروی حجمی وارد بر سیال در حضور ماده متخلخل می‌باشد که از رابطه (2-25)

بدست می‌آید. همچنین مقدار فشار ماکروسکوپیک از رابطه $P = \frac{c_s^2 \rho}{\varepsilon}$ پیروی می‌کند. با توجه به اینکه

در عبارت \vec{F} ، بردار سرعت \vec{u} نیز وجود دارد، بنابراین با ساده‌سازی رابطه (22-3) می‌توان نوشت:

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{c_0^2 + \sqrt{c_0^2 + c_1^2 \vec{V}}} \quad (23-3)$$

در رابطه (23-3) سرعت کمکی \vec{V}^1 ، از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\rho \vec{V} = \sum_i \vec{e}_i f_i - \frac{\delta_t}{2} \varepsilon \rho g \beta (T - T_0) \quad (24-3)$$

که T_0 دمای مرجع می‌باشد که از رابطه (2-23) پیروی می‌کند. همچنین پارامترهای c_0 و c_1 از روابط

زیر بدست می‌آیند:

$$c_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \varepsilon \frac{\delta_t}{2} \frac{\nu}{K} \right), \quad c_1 = \varepsilon \frac{\delta_t}{2} \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}} \quad (25-3)$$

۳-۷- معادله بولتزمن برای مدل‌سازی دما

در سال‌های اخیر حل معادله انتقال حرارت در ماده متخلخل با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد

توجه قرار گرفته‌است [۳۵]. بعد از حل معادله بولتزمن جهت محاسبه سرعت \vec{u} با استفاده از تابع

¹ Auxiliary velocity

توزیع سرعت $(f_i(\vec{x}, t))$ ، به حل معادله بولتزمن انتقال حرارت جهت بدست آوردن توزیع دما با استفاده از تابع توزیع دما $g_i(\vec{x}, t)$ پرداخته می‌شود. فرم گسسته معادله بولتزمن جهت مدل‌سازی میدان دما در ماده متخلخل به صورت زیر است [۳۶]:

$$g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) - g_i(\vec{x}, t) = -\frac{1}{\tau'} [g_i(\vec{x}, t) - g_i^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (۲۶-۳)$$

در رابطه فوق، فاکتور آسودگی (τ') جهت مدل‌سازی دما از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$\tau' = \frac{\alpha_m}{\sigma c_s^2 \delta_t} + 0.5 \quad (۲۷-۳)$$

همچنین تابع توزیع تعادلی دما g_i^{eq} در رابطه (۲۶-۳) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$g_i^{eq} = \omega_i T \left[1 + \frac{3\vec{e}_i \cdot \vec{u}}{c^2} \right] \quad (۲۸-۳)$$

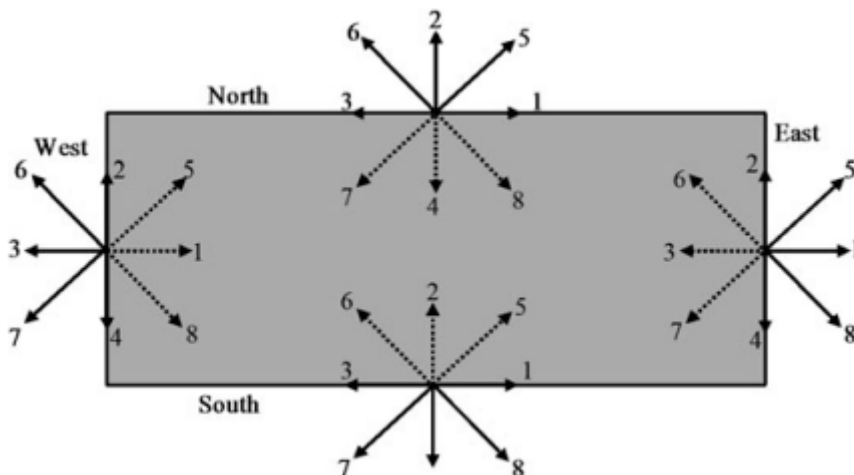
مقدار دما (T) ، از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\sigma T = \sum_i g_i \quad (۲۹-۳)$$

۳-۸- شرایط مرزی

با توجه به اینکه روش شبکه بولتزمن، روش عددی در مقیاس مزوسکوپیک می‌باشد و خواص ماکروسکوپیک نظیر سرعت و فشار از توابع توزیع که دارای معادلات مربوط به خود می‌باشند بدست می‌آید، بنابراین نمی‌توان مانند روش‌های مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)، شرایط مرزی را توسط کمیت‌های ماکروسکوپیک اعمال کرد. به عنوان مثال شرط مرزی عدم لغزش در CFD با صفر قرار دادن سرعت ماکروسکوپی در دیوار اعمال می‌گردد اما در روش شبکه بولتزمن می‌بایست تابع توزیع ذره در دیواره طوری تعیین گردد که منجر به صفر شدن سرعت ماکروسکوپی در دیواره گردد. با توجه به اینکه در روش شبکه بولتزمن، در مرحله جاری شدن تنها توابع توزیع به سمت خارج محدوده حل می‌شوند، بنابراین مقادیر توابع توزیع به سمت داخل ناحیه محاسباتی مجهول می‌باشند. به طور مثال همانطور که در شکل (۳-۴) نشان داده شده است، در مرز شمالی توابع توزیع f_4 و f_7

f_9 مجهول می‌باشند. در این شکل توابع توزیع مجهول با خط چین نشان داده شده‌است. در این بخش به بررسی شرایط مرزی متناسب با روش شبکه بولتزمن می‌پردازیم تا مقادیر مجهول تابع توزیع در مرزها به درستی تعیین شوند.

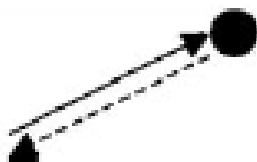


شکل (۳-۴) مقادیر مجهول توابع توزیع (خطوط هاشور خورده) در ناحیه محاسباتی [۴۹]

۳-۸-۱- شرط مرزی برای جریان

۳-۸-۱-۱- شرط مرزی عدم لغزش

برای اعمال شرط مرزی عدم لغزش در دیواره‌ها در روش شبکه بولتزمن طرح‌های متفاوتی به کار گرفته شده‌است. زمانی که دیوار روی گره‌های شبکه قرار دارد، از طرح بازگشت به عقب^۱ استفاده می‌شود [۴۹]. بر اساس این طرح، تابع توزیع ذره که از گره سیال، در امتداد لینک شبکه جریان می‌یابد بعد از برخورد با گره دیوار در همان امتداد در جهت مخالف بازمی‌گردد (شکل (۳-۵)).



شکل (۳-۵) شرط مرزی بازگشت به عقب کامل

¹ Bounce back scheme

برای گره‌های واقع بر مرز به جای اعمال رابطه‌ی معمول برخورد، شرط بازگشت به عقب اعمال می‌شود. می‌توان این طرح را به شکل ماتریسی بیان کرد [۲۹]. به عنوان مثال برای مرز شمالی در شکل (۳-۴)، می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} f_7(x, y) \\ f_4(x, y) \\ f_8(x, y) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} f_5(x, y) \\ f_2(x, y) \\ f_6(x, y) \end{bmatrix} \quad (۳۰-۳)$$

این انعکاس کامل، صفر شدن هر دو مؤلفه‌ی عمودی و مماسی سرعت روی مرز را نشان می‌دهد، یعنی:

$$\rho u = (f_1 + f_5 + f_8) - (f_6 + f_3 + f_7) = (f_1 - f_3) = 0 \quad (۳۱-۳)$$

$$\rho v = (f_5 + f_6 + f_2) - (f_4 + f_7 + f_8) = 0 \quad (۳۲-۳)$$

که تساوی اول با در نظر گرفتن شرایط اولیه $f_1 = f_3$ در زمان صفر حاصل می‌شود. این شرط اولیه در طول گام‌های زمانی بعد تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد و همواره برقرار خواهد بود. تساوی دوم نیز با توجه به انعکاس کامل توابع توزیع برقرار است.

هرچند این طرح به دلیل خصوصیت یک طرفه بودن عملگر جاری شدن روی مرز، دقت مرتبه اول دارد [۲۹] اما به دلیل استقلال از سرعت‌های گسسته \bar{e}_i و سادگی بیان آن، برای حالت‌هایی که هندسه‌ی مسأله پیچیده است به راحتی قابل استفاده است. این موضوع یکی از مزایای مهم روش شبکه بولتزمن است. این طرح ساده حتی برای جریان‌های با اعداد رینولدز بالا نیز کاملاً پایدار است.

۳-۸-۲- شرایط مرزی برای دما

۳-۸-۲-۱- شرط مرزی آدیاباتیک

برای دیواره‌های آدیاباتیک نیز شرط مرزی برگشت به عقب به کار می‌رود [۴۹]. اگر دیواره پایینی در شکل (۳-۴) آدیاباتیک باشد، تابع توزیع دما در جهات مجهول ۵، ۶ و ۲ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$g_5 = g_7 \quad (۳۳-۳)$$

$$g_2 = g_4$$

$$g_6 = g_8$$

۳-۸-۲-۲- شرط مرزی دیوار با دمای مشخص

شرایط مرزی مربوط به دیواره‌های سمت چپ و راست با دمای ثابت T_h و T_c به صورت زیر بیان می‌شود [۴۹]:

✓ شرط مرزی برای دیواره با دمای ثابت T_h :

$$g_1 = T_h (\omega_1 + \omega_3) - g_3$$

$$g_5 = T_h (\omega_5 + \omega_7) - g_7 \quad (۳۴-۳)$$

$$g_8 = T_h (\omega_8 + \omega_6) - g_6$$

✓ شرط مرزی برای دیواره با دمای ثابت T_c :

$$g_3 = T_c (\omega_1 + \omega_3) - g_1$$

$$g_7 = T_c (\omega_5 + \omega_7) - g_5 \quad (۳۵-۳)$$

$$g_6 = T_c (\omega_8 + \omega_6) - g_8$$

۳-۹- الگوریتم تحلیل

اولین قدم در تحلیل هر جریان، بیان هندسه مسأله، شرایط جریان و انتخاب شبکه مناسب برای هندسه موردنظر می‌باشد. قبل از بیان الگوریتم اصلی، با توجه به هندسه مسأله و نوع جریان، لازم است اعداد بی بعد حاکم بر مسأله به عنوان پارامترهای ورودی به درستی شناسایی شوند. از جمله پارامترهای ورودی در بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در داخل محفظه متخلخل می‌توان به اعداد داری، رایلی، پرانتل و ضریب تخلخل اشاره کرد. سپس با انتخاب مقداری برای لزجت در شبکه، زمان آسودگی نیز قابل محاسبه می‌باشد. در انتخاب مقدار مناسب برای لزجت باید به دو نکته توجه داشت. اول با توجه به اینکه در این مطالعه از روش شبکه بولتزن با زمان آرامش واحد (تقریب

(BGKW) استفاده می‌گردد، مقدار انتخابی برای لزجت با توجه به رابطه (۳-۱۹) باید از 0.5 بزرگتر شود. همچنین باید شرط تراکم ناپذیری جریان سیال مدنظر قرار گیرد، بطوریکه مقدار عدد ماخ کمتر از 0.3 گردد. در این روش عدد ماخ از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد [۴۹]:

$$Ma = \sqrt{\frac{Ra \nu^2}{M^2 Pr c_s^2}} \quad (3-36)$$

در رابطه فوق، Ma عدد رایلی، ν ویسکوزیته سینماتیکی سیال، Pr عدد پرانتل و $c = \frac{\delta_x}{\delta_t}$ سرعت در شبکه می‌باشد. در مطالعه حاضر برای برقراری شرط تراکم ناپذیری سیال، $Ma = 0.1$ در نظر گرفته شده‌است.

پس از مشخص شدن ورودی‌های مورد نیاز برنامه به بررسی الگوریتم اصلی پرداخته می‌شود. در الگوریتم اصلی برنامه، برای هر گره در هر گام زمانی مراحل زیر انجام می‌شود:

۱. محاسبه تابع توزیع تعادلی f_i^{eq} در هر گره در آن گام زمانی با استفاده از رابطه (۳-۱۷).
۲. محاسبه تابع توزیع تعادلی g_i^{eq} در هر گره در آن گام زمانی با توجه به رابطه (۳-۲۸) جهت مدل‌سازی میدان دما.
۳. محاسبه ترم نیرو F_i در هر مسیر در هر گره با استفاده از رابطه (۳-۱۸).
۴. مدل‌سازی مرحله برخورد: با استفاده از روابط زیر توابع توزیع پس از برخورد $(\tilde{f}_i(\vec{x}, t))$ و $(\tilde{g}_i(\vec{x}, t))$ برای هر مسیر در هر گره تعیین می‌شود.

$$\tilde{f}_i(\vec{x}, t) = f_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)) + \delta_i F_i \quad (3-37)$$

$$\tilde{g}_i(\vec{x}, t) = g_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{\tau} (g_i^{eq}(\vec{x}, t) - g_i(\vec{x}, t)) \quad (3-38)$$

۵. مدل‌سازی مرحله جاری شدن: در این مرحله هر ذره در راستای سرعتش به نزدیکترین نقطه همسایه می‌رود. بنابراین:

$$\tilde{f}_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_i, t + \delta_t) = f_i(\vec{x}, t) \quad (3-39)$$

$$\vec{g}_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_i, t + \delta_i) = g_i(\vec{x}, t) \quad (40-3)$$

۶. اعمال شرایط مرزی: با توجه به هندسه مسأله شرط مرزی مورد نیاز می‌بایست در این مرحله

اعمال گردد. شرایط مرزی مورد استفاده در این پژوهش در بخش (۳-۸-۱) بحث شده‌است.

۷. محاسبه مقادیر ماکروسکوپی: در این مرحله مقادیر ρ ، \bar{u} و T از روابط (۳-۲۱)، (۳-۲۳)

و (۳-۲۹) محاسبه می‌شود.

۸. تعیین همگرایی برنامه: شرایط و الگوی همگرایی در فصل ۴ بحث خواهد شد. بعد از طی

تکرارهای لازم جهت همگرا شدن مسأله، در نهایت نتایج بدست آمده از حل عددی، بی بعد

سازی می‌شوند.

الگوریتم شبکه بولتزمن به صورت فلوجارت در شکل (۳-۶) نشان داده شده‌است.

۳-۱۰- مزایای روش شبکه بولتزمن

از جمله مزایای روش شبکه بولتزمن نسبت به حلگر ناویر- استوکس می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

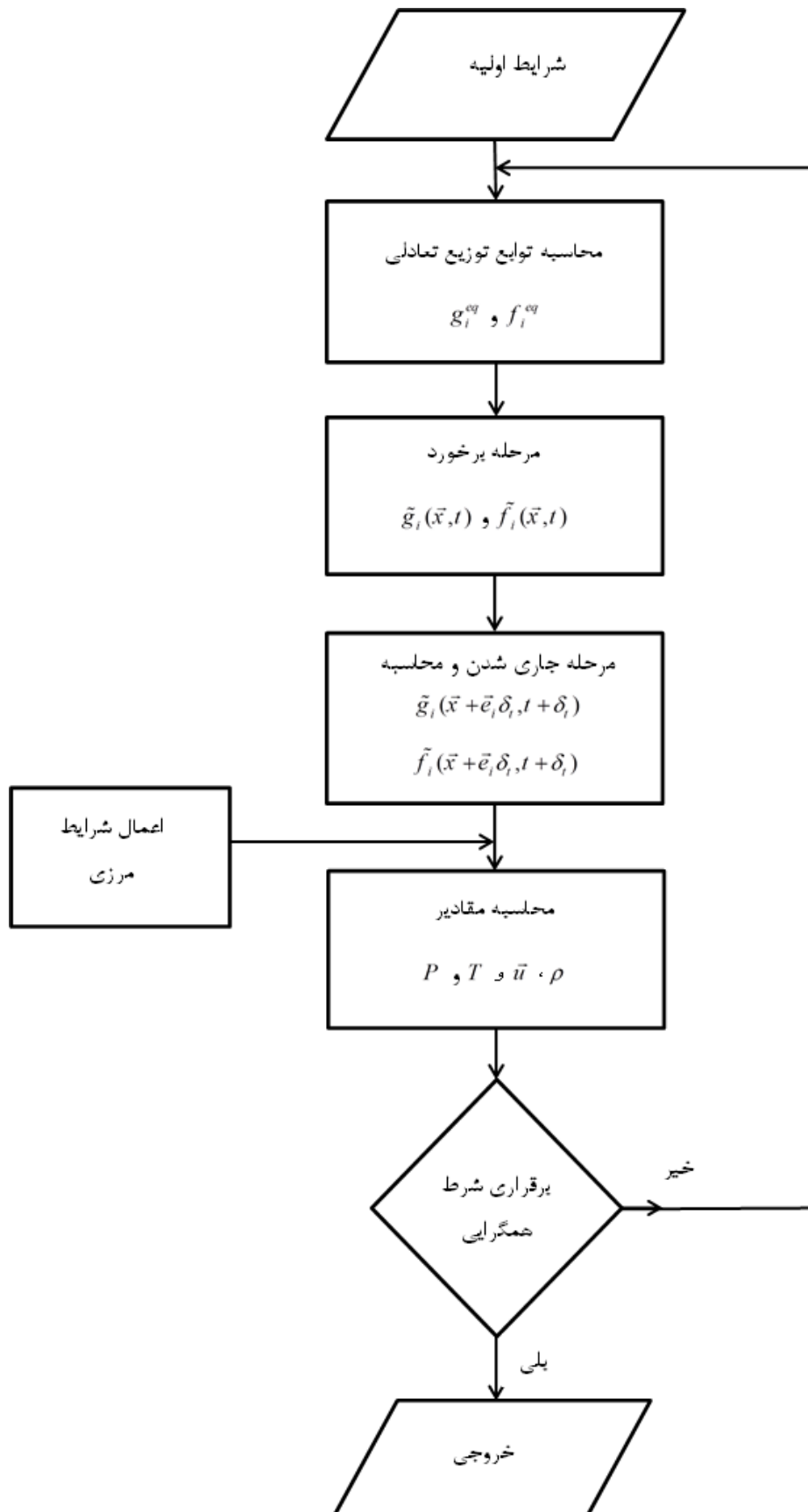
- معادلات ناویر- استوکس، معادلات دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم می‌باشند ولی شکل گسسته معادله بولتزمن، شامل یک معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه اول می‌باشد.
- حلگر ناویر- استوکس، باید عبارت غیر خطی جابجایی را حل کند، اما در روش شبکه بولتزمن عبارت جابجایی خطی است.
- برای جریان‌های غیر قابل تراکم غیر دائم، حلگر ناویر- استوکس نیازمند حل معادله پواسون برای بدست آوردن فشار می‌باشد، اما در روش شبکه بولتزمن فشار به راحتی به کمک معادله حالت به دست می‌آید.

۳-۱۱- جزئیات حل عددی

در این پژوهش از روش شبکه بولتزمن با زمان آرامش منفرد بر اساس معادلات ناویر- استوکس تعمیم

یافته که معادلات حاکم بر آن در بخش ۳-۶ و ۳-۷ گردید، استفاده می‌شود. همچنین با توجه به

نتایج آزمایشگاهی در زمینه بررسی جریان و انتقال حرارت می‌توان با تقریب خوبی ν برابر ν_{eff} قرار داد [۱۹]. بعلاوه همانند تحقیقات گذشته در زمینه بررسی جریان و انتقال حرارت در داخل محفظه متخلخل $\alpha_{eff} = \alpha$ و $\sigma = 1$ قرار داده شده‌است [۱۶، ۳۶ و ۳۷]. همچنین برای برقراری شرط تراکم ناپذیری سیال عدد ماخ برابر با $0/1$ قرار داده شده‌است.



شکل (۳-۶) فلوجارت الگوریتم روش شبکه بولتزمن

فصل چهارم

نتیج حدودی

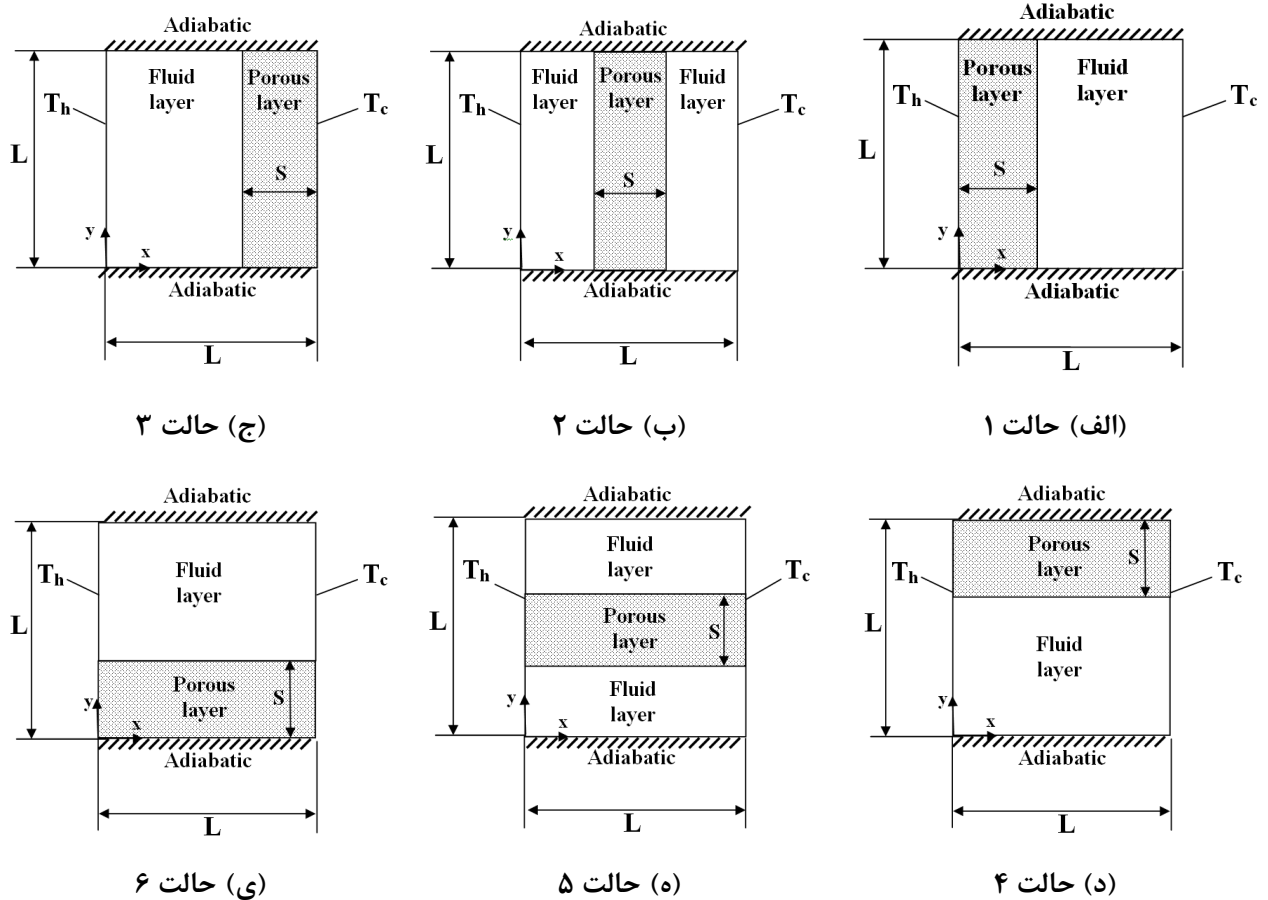
۴-۱- مقدمه

در این فصل، نتایج حاصل از حل عددی برای شبیه سازی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه حاوی ماده متخلخل ارائه می‌شود. در حقیقت، این فصل مهمترین بخش پژوهش حاضر محسوب می‌شود که در آن بر اساس نتایج حاصل از حل عددی، بر روی فیزیک این مسأله و اثر پارامترهای مختلف بر نرخ انتقال حرارت بحث می‌شود.

در ابتدای این فصل پس از تشریح هندسه مورد بررسی، استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی بررسی شده و صحت نتایج حاصل از حل عددی در سه حالت حدی ارزیابی می‌شود. در ادامه، اثر لایه متخلخل بر الگوی جریان سیال و انتقال حرارت در موقعیت‌های مختلف بررسی می‌گردد. همچنین اثر پارامترهای مختلفی نظیر عدد رایلی، عدد دارسی، میزان تخلخل لایه متخلخل و در نهایت اثر ضخامت لایه متخلخل بر الگوی جریان مورد بررسی قرار می‌گیرد و در مورد مکانیزم اثر هر یک از این پارامترها بر میزان انتقال حرارت نیز بحث خواهد شد.

۴-۲- هندسه مورد بررسی

در بررسی حاضر، جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه شامل یک لایه متخلخل مورد بررسی قرار گرفته‌است. محفظه بصورت مربعی به ابعاد $L \times L$ در نظر گرفته شده‌است. دیواره‌های کناری در دمای یکنواخت T_h و T_c قرار دارند بطوریکه $T_h > T_c$ می‌باشد. همچنین دیواره‌های بالایی و پایینی آدیاباتیک در نظر گرفته شده‌اند. این محفظه به همراه موقعیت‌های مختلف قرارگیری لایه متخلخل در آن در شکل (۴-۱) نشان داده شده است.



شکل (۴-۱) هندسه مورد بررسی و نحوه قرارگیری لایه متخلخل در محفظه و دستگاه مختصات مربوطه

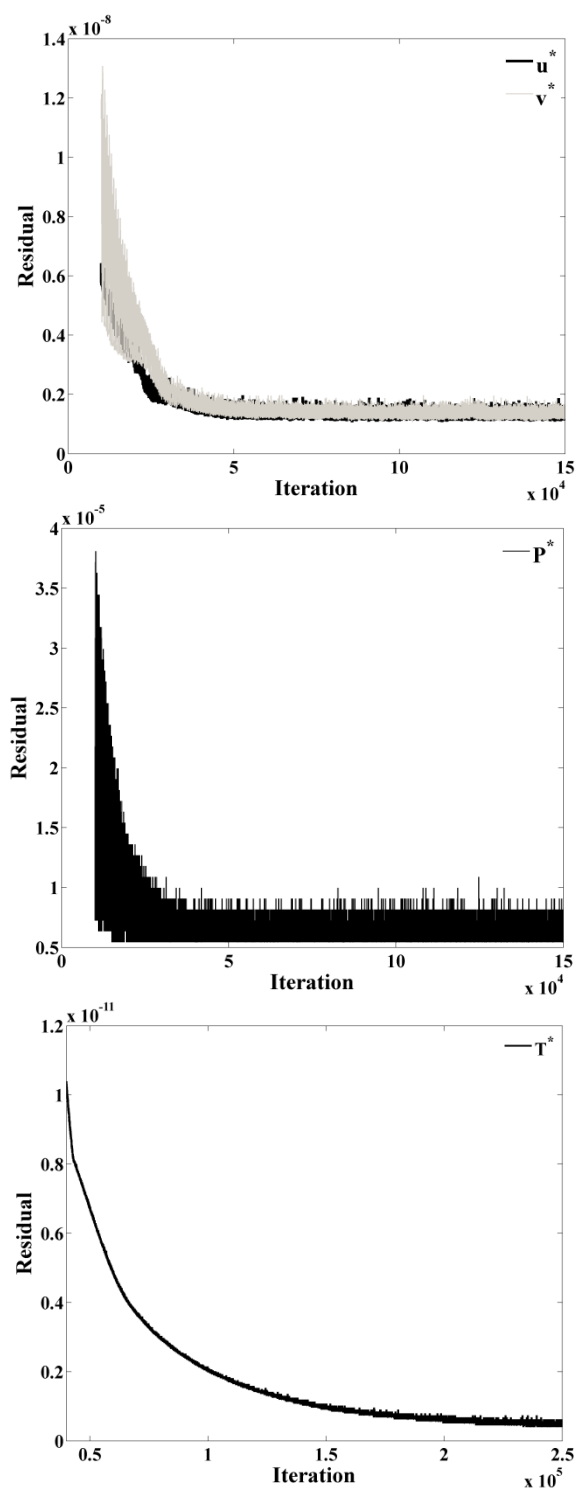
۳-۴- شرایط و الگوی همگرایی

همان طور که در فصل سوم ذکر شد، در پژوهش حاضر از روش شبکه بولتزمن با زمان آرامش منفرد استفاده شده است. این مدل هنگامی پایدار است که زمان‌های آرامش جریان و گرما بزرگتر از ۰/۵ باشند. فرآیند تکرار می‌بایست تا زمانی ادامه یابد که تغییرات در مقادیر ماکروسکوپیک مانند سرعت، دما و فشار نسبت به مرحله قبل تغییر چندانی نداشته باشند. در تحقیق حاضر باقیمانده مقادیر ماکروسکوپیک بی بعد به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$R_\phi = \max \left\{ \left| \frac{\phi^{(n+1)} - \phi^{(n)}}{\Delta t} \right| \right\} \quad (۱-۵)$$

در رابطه فوق، R_ϕ باقیمانده مقادیر ماکروسکوپیک بی بعد ϕ ، مانند مولفه‌های سرعت بی بعد در راستای x و y ، فشار و دمای بی بعد می‌باشد. همچنین بالانویس هر پارامتر (مقادیر n و $n+1$) نیز

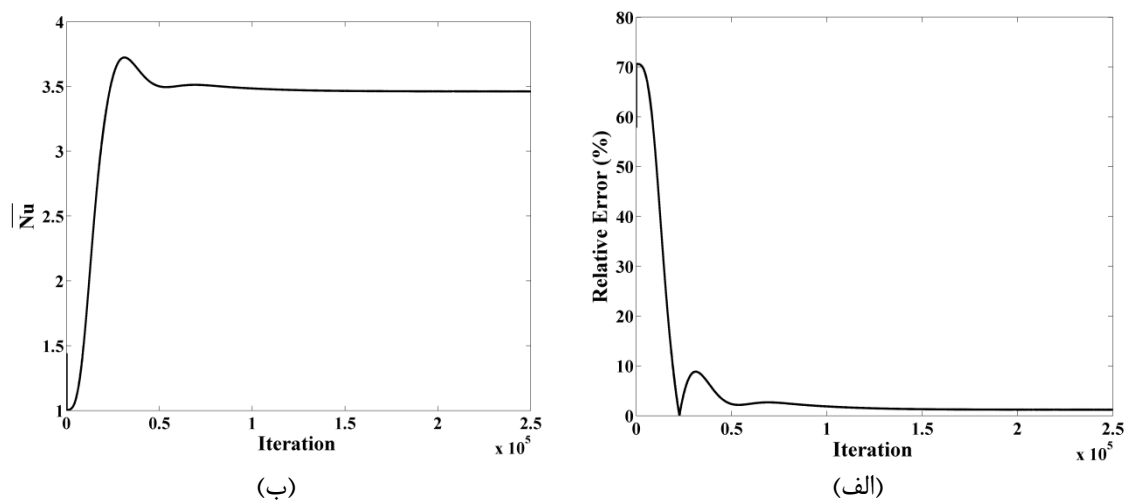
معرف شماره گام زمانی است. برای نمونه در اینجا از نتایج بدست آمده در یک محفظه متخلخل برای مقادیر $Da = 10^{-2}$ ، $Ra = 10^5$ و $\varepsilon = 0.6$ استفاده شده است. در شکل (۲-۴) تاریخچه همگرایی در این حالت نشان داده شده است.



شکل (۲-۴) نمونه‌ای از تاریخچه همگرایی در $Da = 10^{-2}$ ، $Ra = 10^5$ و $Pr = 1$ و $\varepsilon = 0.6$

همانطور که در این شکل مشاهده می‌گردد، پس از گذشت تعداد گام محاسباتی کافی، مقادیر باقیمانده‌ها ثابت شده و به سمت مقدار ثابت بسیار کوچکی میل می‌کند. شایان ذکر است، مقادیر باقیمانده‌ها برای مؤلفه‌های سرعت بی بعد به عدد بسیار کوچکی از مرتبه 10^{-9} ، برای فشار بی بعد از مرتبه 10^{-6} و دمای بی بعد از مرتبه 10^{-13} میل می‌کند.

همچنین جهت مقایسه بیشتر، تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب تعداد تکرار و نیز خطای نسبی نسبت به مقادیر گزارش شده توسط ژو و ژائو [۳۶] در شکل (۳-۴) نشان داده شده‌است. همانطور که در این نمودار دیده می‌شود، مقدار عدد ناسلت متوسط در تعداد تکرارهای بیشتر از $10^5 \times 1/5$ تغییر چندانی نداشته و مقدار خطای نسبی کمتر از ۲٪ می‌باشد.



شکل (۳-۴) نمونه‌ای از همگرایی کد عددی در $Ra = 10^5$ ، $Da = 10^{-2}$ ، $Pr = 1$ و $\varepsilon = 0/6$ (الف) مقدار خطای نسبی عدد ناسلت متوسط نسبت به مقادیر ژو و ژائو [۳۶] (ب) مقدار عدد ناسلت متوسط

۴-۴- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی

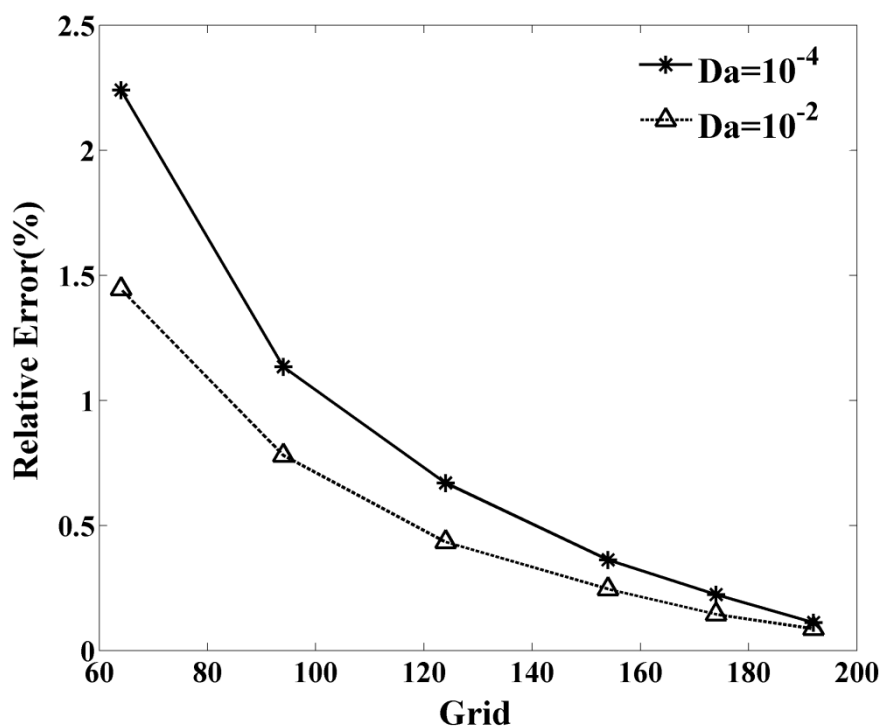
در این بخش استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، حل عددی جریان و انتقال حرارت در یک محفظه متخلخل همگن برای مقادیر $\varepsilon = 0/6$ و $Ra = 10^5$ در $Da = 10^{-2}$ و $Da = 10^{-4}$ بررسی شده‌است. در جدول (۱-۴) مقادیر عدد ناسلت در شبکه‌های

مختلف یکنواخت مربعی گزارش شده است که در آن N_x و N_y به ترتیب تعداد گره‌های شبکه محاسباتی در راستاهای x و y می باشد.

جدول (۱-۴) مقادیر عدد ناسلت متوسط در شبکه‌های مختلف در $Ra = 10^5$ ، $\varepsilon = 0.06$ و $Pr = 1$

$N_x \times N_y$							
212×212	192×192	174×174	154×154	124×124	94×94	64×64	Da
۱/۰۷۶	۱/۰۷۷	۱/۰۷۸	۱/۰۷۹۷	۱/۰۸۳	۱/۰۸۸	۱/۱۰۰	10^{-4}
۳/۴۶۰	۳/۴۶۳	۳/۴۶۵	۳/۴۶۹	۳/۴۷۵	۳/۴۸۷	۳/۵۱۰	10^{-2}

همچنین برای مقایسه بیشتر، مقادیر خطای نسبی عدد ناسلت در شکل (۴-۴) نشان داده شده است. در اینجا، برای محاسبه خطای نسبی از یک شبکه یکنواخت مربعی شکل به ابعاد 212×212 $N_x \times N_y$ به عنوان یک حالت مرجع استفاده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌گردد، در $Da = 10^{-2}$ به ازای تعداد سلول‌های بیشتر از 154×154 میزان خطای نسبی کمتر از ۰/۳٪ می‌باشد، در حالیکه در $Da = 10^{-4}$ به ازای سلول‌های بیشتر از 174×174 میزان خطای نسبی به کمتر از ۰/۳٪ می‌رسد و بنابراین می‌توان ادعا نمود که در این تعداد سلول‌ها، حل عددی مستقل از شبکه محاسباتی می‌باشد. به عبارتی در حالتیکه نفوذپذیری لایه متخلخل کم می‌باشد، برای استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی نیاز به سلول‌های بیشتری می‌باشد. بنابراین جهت اجتناب از هرگونه وابستگی تحلیل به شبکه، در این تحقیق کلیه محاسبات مربوط به $Ra = 10^5$ از شبکه 192×192 استفاده می‌گردد. به همین ترتیب، در جدول (۲-۴) شبکه‌های مورد استفاده در تحقیق حاضر، برای رایلی‌های مختلف ارائه شده است.



شکل (۴-۴) مقادیر خطای نسبی عدد ناسلت متوسط در شبکه های مختلف نسبت به شبکه 212×212

جدول (۴-۲) شبکه های مختلف استفاده شده در تحقیق حاضر

10^5	10^4	10^3	Ra
192×192	130×130	130×130	$N_x \times N_y$

۴-۵- ارزیابی صحت نتایج

در این بخش صحت نتایج حاصل از حل عددی مورد بررسی قرار می گیرد. برای این منظور، نتایج به دست آمده از حل عددی حاضر به روش شبکه بولتزمن، در سه حالت با نتایج موجود در این زمینه مقایسه شده است. مواردی که حل عددی مورد ارزیابی قرار می گیرد، عبارتند از:

۱. انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه متخلخل همگن مطابق شکل (۱-۱)
۲. انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه متخلخل مطابق شکل (۱-۱) در غیاب ماده متخلخل

۳. انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه دارای دو لایه متخلخل افقی در بالا و پایین

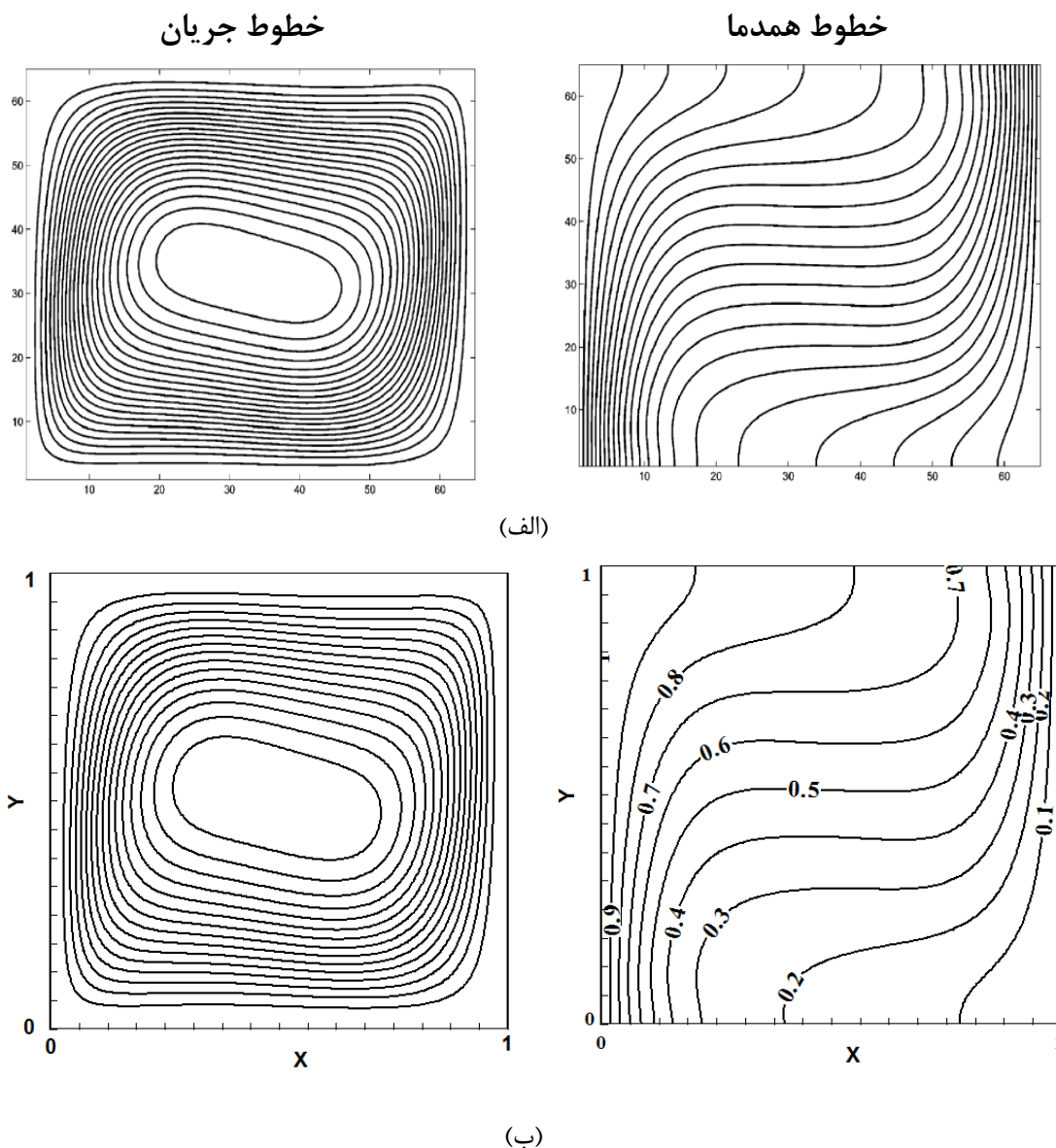
مطابق شکل (۱-۴)

۴-۵-۱- حالت اول: انتقال حرارت و جریان سیال در یک محفظه متخلخل

در این قسمت انتقال حرارت جابجایی آزاد درون محفظه زمانی بررسی می‌گردد که ضخامت لایه متخلخل در شکل (۱-۴) برابر با طول محفظه مربعی بوده و ماده متخلخل همگن تمام محفظه را در بر می‌گیرد. در این مرحله نتایج در بازه $10^2 \leq Ra \leq 10^5$ ، $10^{-4} \leq Da \leq 10^{-2}$ و ضرایب تخلخل $\varepsilon = 0.4, 0.6, 0.9$ بررسی شده است.

شکل (۴-۵) نشان دهنده خطوط همدمای و خطوط جریان در $Pr = 1$ ، $Da = 10^{-2}$ ، $Ra = 10^5$ و $\varepsilon = 0.4$ برای حل عددی حاضر و نتایج ارائه شده توسط ژو و ژائو [۳۶] می‌باشد. همانطور که در این شکل مشهود است، تطابق مناسبی بین خطوط همدمای و جریان در قسمت‌های (الف) و (ب) برقرار است. با توجه به خطوط همدمای در کناره دیواره‌های سرد و گرم که بصورت عمودی می‌باشند، لایه مرزی حرارتی در نزدیک این دو دیواره تشکیل شده و رژیم غالب انتقال حرارت بصورت هدایت حرارتی است. با دور شدن از این ناحیه و در قسمت مرکزی محفظه، مکانیزم غالب انتقال حرارت به صورت جابجایی بوده و خطوط همدمای به صورت افقی می‌باشند [۳۶].

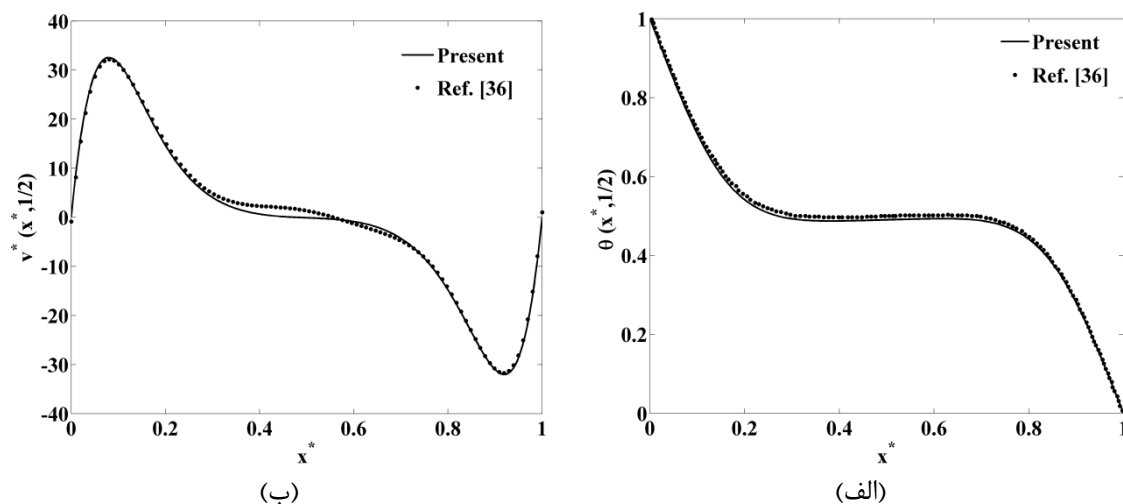
همچنین برای مقایسه بیشتر، نمودار سرعت عمودی بی بعد و دمایی بی بعد در مقطع میانی محفظه در شکل (۴-۶) رسم شده و با نتایج ارائه شده توسط ژو و ژائو [۳۶] مقایسه شده است. در این شکل مقدار مولفه سرعت عمودی در نزدیکی دیواره گرم دارای به یک ماکزیمم مقدار و در نزدیکی دیواره سرد به مینیمم مقدار خود رسیده و در قسمت مرکزی محفظه دارای مقادیر نسبتاً کوچکی می‌باشد. همچنین با توجه به نمودار دمایی بی بعد در این شکل، مشاهده می‌گردد که توزیع دما در نزدیکی لایه مرزی حرارتی به سرعت به دمایی مرجع (T_0) میل کرده و در مرکز محفظه تقریباً ثابت می‌گردد [۳۶].



شکل (۴-۵) مقایسه خطوط جریان و همدمای (الف) ژو و ژائو [۳۶] (ب) تحقیق حاضر در $Da = 10^{-3}$, $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0/4$ و $Pr = 1$

در جدول (۳-۴) عدد ناسلت متوسط در اعداد رایلی، دارسی و ضرایب تخلخل مختلف با نتایج ارائه شده توسط ویشنامپت و همکاران^۱ [۳۷] و نیز نیتیارژ و همکاران [۱۶] مقایسه شده است. همانطور که در این جدول مشاهده می‌شود، خطای نسبی محاسبه شده نسبت به مرجع [۱۶] کمتر از ۳٪ می‌باشد.

^۱ Vishnampet et al.



شکل (۴-۶) مقایسه (الف) دمای بی بعد (ب) سرعت عمودی بی بعد در مقطع میانی محفظه در $Ra = 10^5$.

$$\varepsilon = 0.4 \text{ و } Pr = 1, Da = 10^{-2}$$

جدول (۳-۴) مقایسه عدد ناسلت متوسط در داخل محفظه متخلخل

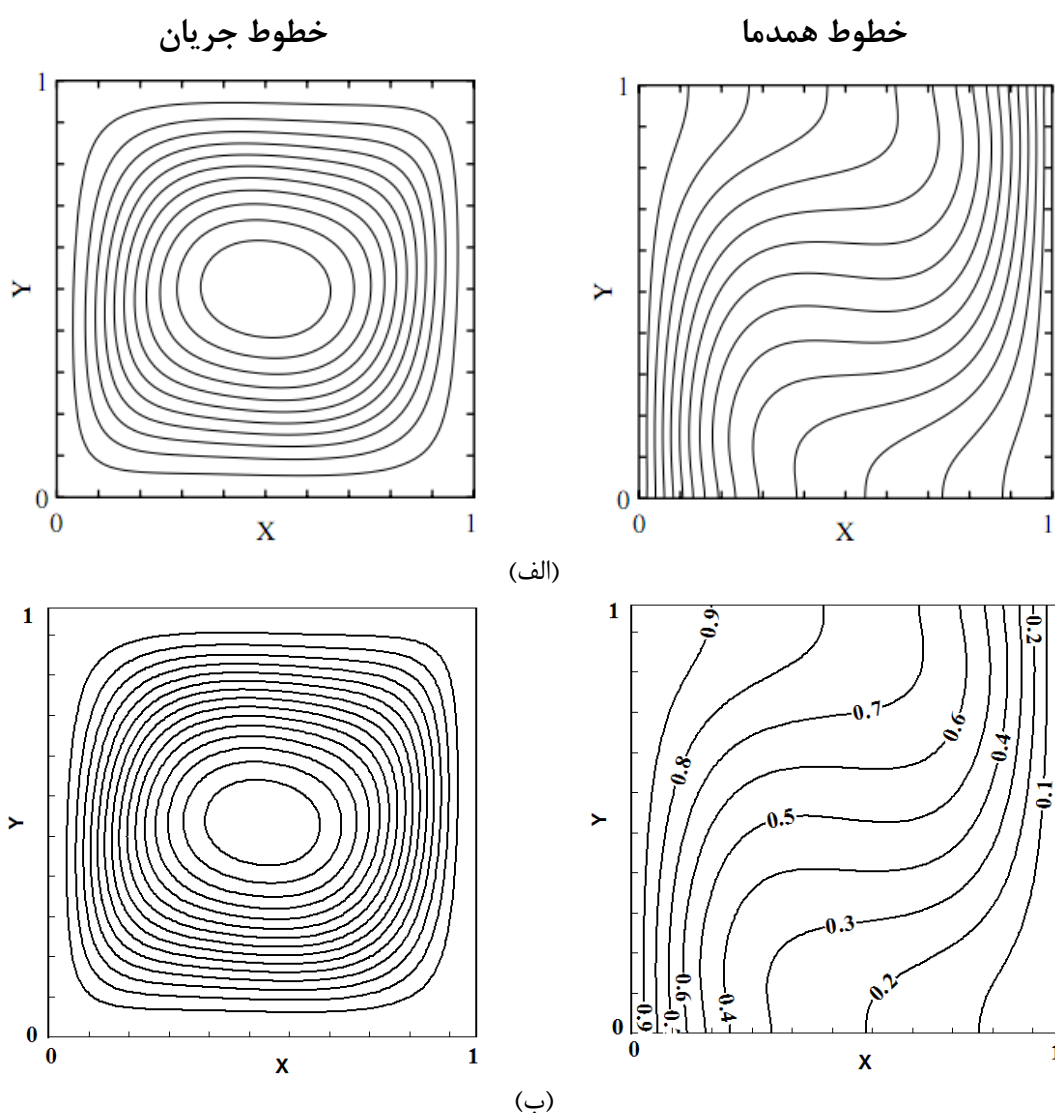
10^3			10^2			10			Ra_m	Da
۰/۹	۰/۶	۰/۴	۰/۹	۰/۶	۰/۴	۰/۹	۰/۶	۰/۴	ε	
۳/۹	-	-	۱/۶۲۱	-	-	۱/۰۱۲	-	-	مرجع [۳۷]	10^{-2}
۳/۹۱	۳/۵۵۵	۲/۹۸۳	۱/۶۴۰	۱/۵۳۰	۱/۴۰۸	۱/۰۲۳	۱/۰۱۵	۱/۰۱	مرجع [۱۶]	
۳/۹۴۶	۳/۴۶۳	۳/۰۱۴	۱/۶۵۱	۱/۵۱۰	۱/۳۷۸	۱/۰۳۳	۱/۰۲۸	۱/۰۲۳	تحقیق حاضر	
۰/۹۲۱	۲/۵۸۸	۱/۰۳۹	۰/۶۷۱	۱/۳۰۷	۲/۱۳۱	۰/۹۷۸	۱/۲۸۱	۱/۲۸۷	درصد خطا*	
-	-	-	-	-	-	۱/۰۶۵	۱/۰۶۳	۱/۰۶۰	مرجع [۳۷]	10^{-4}
-	-	-	-	-	-	۱/۰۷۲	۱/۰۷۱	۱/۰۶۷	مرجع [۱۶]	
-	-	-	-	-	-	۱/۰۷۹	۱/۰۷۷	۱/۰۷۴	تحقیق حاضر	
-	-	-	-	-	-	۰/۱۶۵۳	۰/۱۵۶۰	۰/۱۶۵۶	درصد خطا*	

۴-۵-۲- حالت دوم: انتقال حرارت و جریان سیال در محفظه در غیاب ماده متخلخل

در این بخش، انتقال حرارت و جریان سیال زمانی بررسی می‌گردد که ضخامت لایه متخلخل در شکل (۴-۱) برابر با صفر باشد. در واقع در این حالت انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه در غیاب ماده متخلخل بررسی می‌گردد. در این مرحله نیز نتایج در بازه $10^2 \leq Ra \leq 10^5$ بررسی شده است. همان طور که در فصل دوم نیز ذکر شد، در حالتی که $\varepsilon \rightarrow 1$ و $Da \rightarrow \infty$ معادله تعمیم یافته ناوراستوکس در محیط متخلخل به معادله ناوراستوکس در غیاب ماده متخلخل تقلیل می‌یابد. بر همین اساس، جهت مدلسازی جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد محفظه در غیاب ماده متخلخل می‌توان از معادلات شبکه بولتزمن در حالتی که $\varepsilon = 0/9999$ و $Da = 10^7$ می‌باشد، استفاده کرد [۲۶]. در شکل (۴-۷) و شکل (۴-۸) خطوط جریان و همدمای به ترتیب در 10^4 و 10^5 در $Pr = 0/71$ با نتایج ارائه شده توسط دیگزیت و بابو [۳۲] مقایسه شده است. همانطور که در قسمت های (الف) و (ب) شکل‌های (۴-۷) و (۴-۸) مشهود است، خطوط جریان و همدمای حاصل از تحقیق حاضر تطابق خوبی با نتایج دیگزیت و بابو [۳۲] دارد. با توجه به شکل‌های مذکور، با افزایش عدد رایلی ضخامت لایه مرزی حرارتی در نزدیکی دیواره‌های سرد و گرم کم شده و مانند حالت قبل مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در مرکز محفظه شدت می‌گیرد و خطوط همدمای افقی تر می‌گردد. همچنین برای مقایسه بیشتر، در شکل (۴-۹) نمودار دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه در راستای محور x ها با نتایج گزارش شده توسط دیگزیت و بابو [۳۲] مقایسه شده است. این شکل تطابق خوبی را بین نتایج حاصل از تحقیق حاضر و مطالعه مذکور نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، در اعداد رایلی پایین (10^2) مکانیزم غالب انتقال حرارت شبیه به هدایت حرارتی بوده و در نتیجه توزیع دما در مقطع میانی بین دیواره‌های سرد و گرم به صورت خطی می‌باشد. با افزایش عدد رایلی، مکانیزم انتقال حرارت جابجایی شدت گرفته و توزیع دما از حالت خطی خارج می‌شود و گرادیان دما در

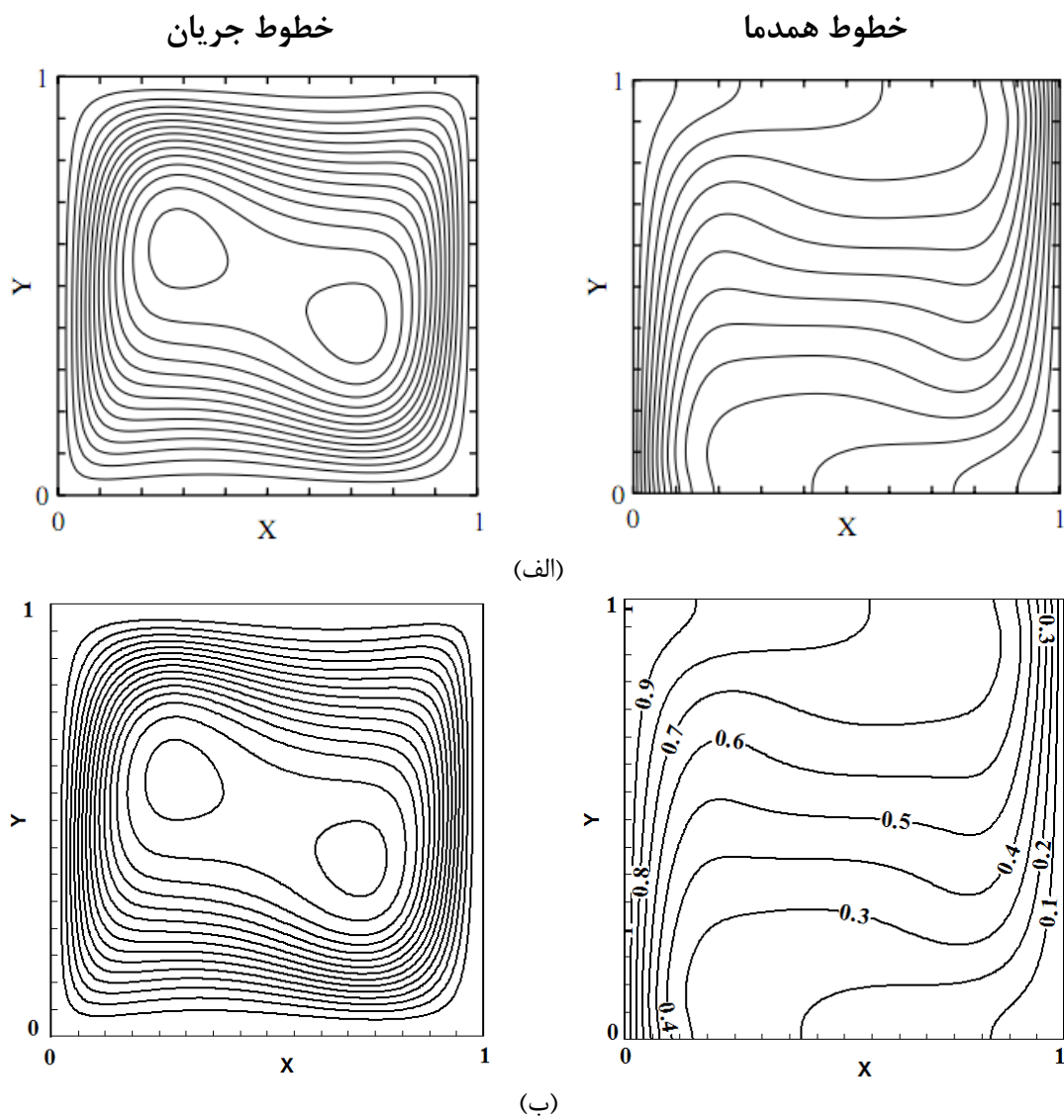
¹ Dixit and Babu

نزدیکی دیواره افزایش می‌یابد. در ادامه برای بررسی بیشتر، عدد ناسلت متوسط بدست آمده از حل عددی حاضر در دو حالت $Pr = 1$ و $Pr = 0.71$ با نتایج عدد ارائه شده توسط دیگزیت و بابو [۳۲]، ویشنامپت و همکاران [۳۷] و دیویس [۴۴] در جدول (۴-۴) مقایسه شده‌است. همانطور که مقادیر این جدول نشان می‌دهد ماکزیمم مقدار خطای نسبی تحقیق حاضر کمتر از ۲٪ بوده که نشان از تطابق خوب عدد ناسلت متوسط در تحقیق حاضر با منابع ذکر شده دارد.



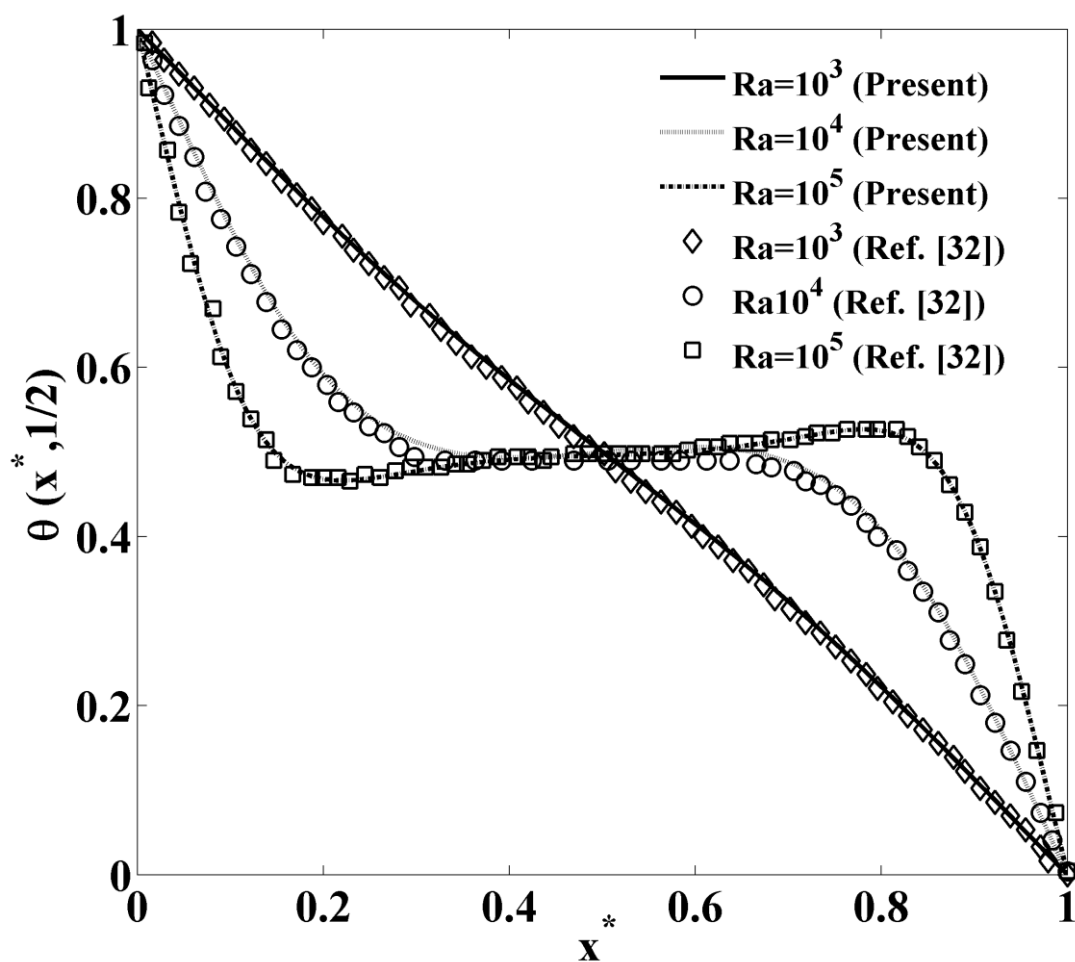
شکل (۴-۷) مقایسه خطوط جریان و همدمای (الف) دیگزیت و بابو [۳۲] (ب) تحقیق حاضر در $Pr = 0.71$ ، $Ra = 10^4$

$$Pr = 0.71$$



شکل (۸-۴) مقایسه خطوط جریان و همدم (الف) دیگزیت و بابو [۳۲] (ب) تحقیق حاضر در $Ra = 10^5$ ،

$$Pr = 0.71$$



شکل (۴-۹) نمودار دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه در غیاب ماده متخلخل

جدول (۴-۴) مقادیر عدد ناسلت متوسط در غیاب ماده متخلخل

							Ra
Pr = ۱			Pr = ۰/۷۱				
درصد خطا	تحقیق حاضر	مرجع [۳۷]	درصد خطا*	تحقیق حاضر	مرجع [۳۲]	مرجع [۴۴]	
۱/۵۲۰	۱/۱۳۴	۱/۱۱۷	۱/۱۶۰	۱/۱۳۴	۱/۱۲۱	۱/۱۱۸	۱۰ ^۳
۱/۷۴	۲/۲۸۲	۲/۲۴۳	۰/۷	۲/۲۷	۲/۲۸۶	۲/۲۴۳	۱۰ ^۴
۱/۰۷	۴/۶۲۸	۴/۵۷۹	۰/۰۸	۴/۵۵	۴/۵۴۶	۴/۵۱۹	۱۰ ^۵

* خطای نسبی نسبت به مرجع [۴۴] گزارش شده است.

۴-۵-۳- حالت سوم: انتقال حرارت و جریان سیال در یک محفظه دارای دو لایه متخلخل

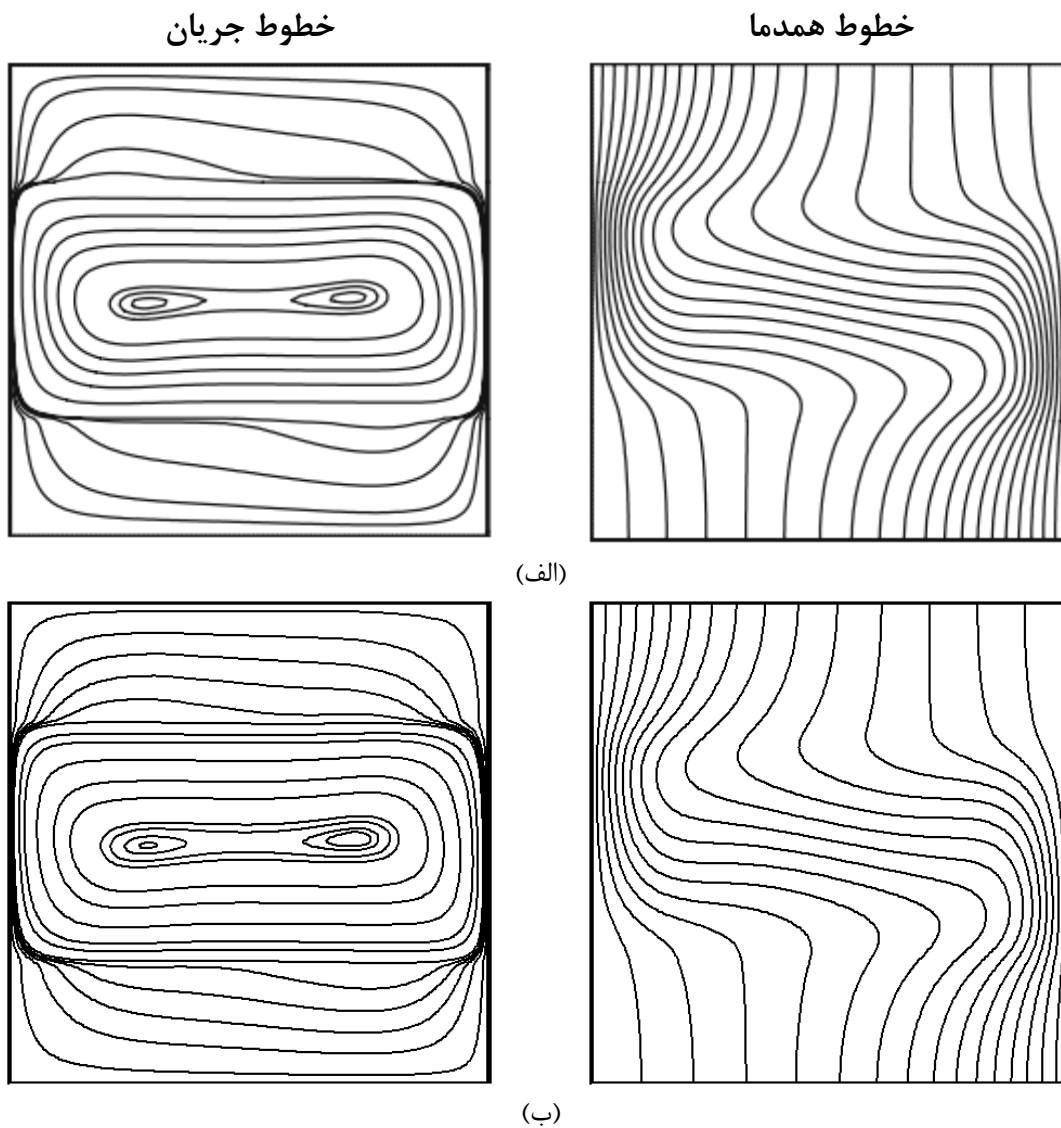
افقی

در این حالت، میدان جریان و انتقال حرارت در داخل یک محفظه که دارای دو لایه متخلخل افقی در قسمت بالایی و پایینی می‌باشد، بررسی شده‌است تا توانایی روش شبکه بولتزنم در مدلسازی صحیح انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه که بطور موضعی از ماده متخلخل پر شده‌است، نشان داده شود. همانطور که در فصل اول نیز ذکر شد، یکی از ویژگی‌های قابل توجه روش شبکه بولتزنم توانایی این روش در مدلسازی صحیح رفتار سیال در فصل مشترک لایه سیال و لایه متخلخل می‌باشد. برای آزمودن این ویژگی، ابتدا به معتبرسازی نتایج تحقیق چن و همکاران [۲۶] مطابق هندسه رسم شده در شکل (۴-۱) در حالتی که مقدار $\frac{a}{L} = 0.25$ است، پرداخته می‌شود. در شکل‌های (۴-۱۰) و (۴-۱۱) خطوط همدمای و جریان بدست آمده از حل عددی حاضر به روش شبکه بولتزنم با نتایج چن و همکارانش [۲۶] برای $Ra = 10^5$ ، $Pr = 1$ و $\varepsilon = 0.4$ در مقادیر مختلف عدد دارسی ($Da = 10^{-5}$ و $Da = 10^{-1}$) مقایسه شده‌است. همانطور که در این شکل‌ها نشان داده شده‌است نتایج حاصل از حل عددی حاضر از تطابق خوبی با نتایج منتشر شده برخوردار است.

با توجه به این شکل، در اعداد دارسی پایین ($Da = 10^{-5}$) که لایه متخلخل نفوذپذیری کمی دارد، سیال در قسمتی از محفظه که لایه متخلخل وجود ندارد، محصور شده و رژیم غالب انتقال حرارت در لایه متخلخل به صورت هدایت حرارتی می‌باشد. با افزایش عدد دارسی، میزان نفوذپذیری سیال در لایه متخلخل افزایش یافته و مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در آن شدت می‌گیرد.

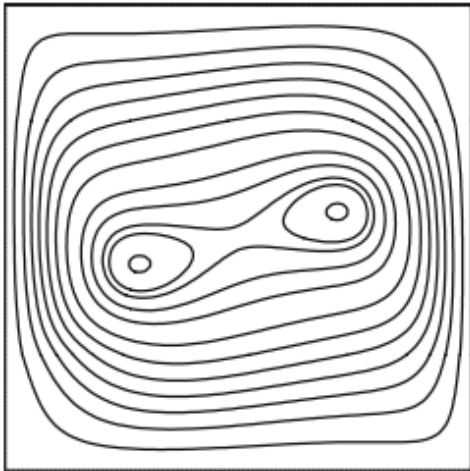
در ادامه برای بررسی بیشتر، مقادیر عدد ناسلت بر روی دیواره سرد بدست آمده از حل عددی حاضر با نتایج چن و همکاران [۲۶] در $Ra = 10^5$ ، $Pr = 1$ و $\varepsilon = 0.4$ در مقادیر مختلف عدد دارسی ($10^{-6} \leq Da \leq 10^{-1}$) مقایسه شده‌است. ماکزیمم مقدار خطای نسبی تحقیق حاضر کمتر از ۰.۶٪ می‌باشد. همانطور که در این مطالعه ذکر شده‌است، به دلیل نوع شرط مرزی اعمال شده در مرز بین لایه متخلخل و سیال، عدد ناسلت بدست آمده در تحقیق آنها با دقت ۰.۵٪ گزارش شده‌است که این یکی از

علت‌های افزایش خطای نسبی با تحقیق حاضر به شمار می‌رود. (بخش (۲-۱) را ببینید).

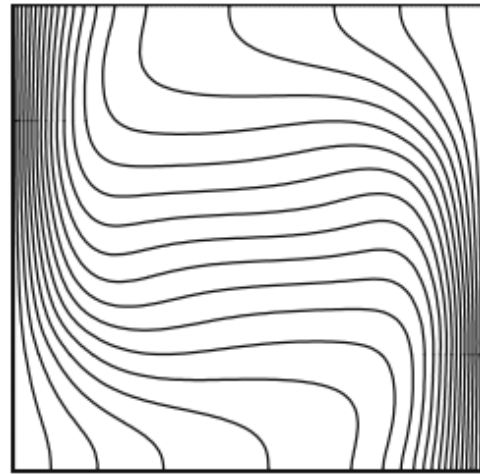


شکل (۴-۱۰) مقایسه خطوط جریان و همدم (الف) نتایج چن و همکاران [۲۶] (ب) تحقیق حاضر در $Ra = 10^5$ ، $Pr = 1$ و $\epsilon = 0/4$ ، $Da = 10^{-5}$

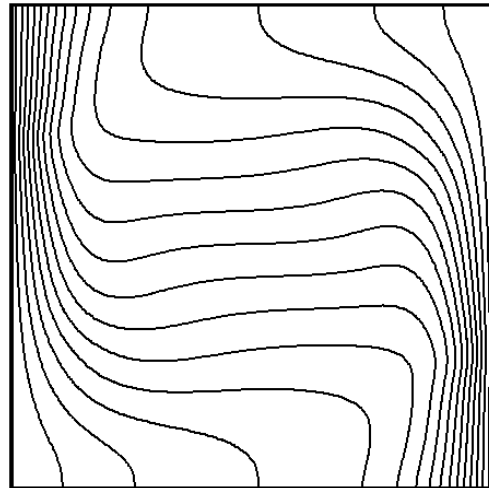
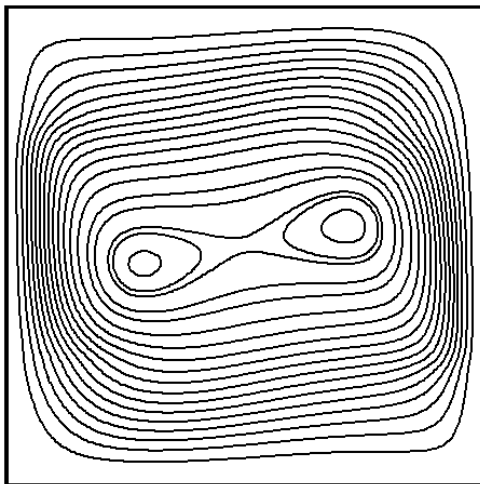
خطوط جریان



خطوط همدمما

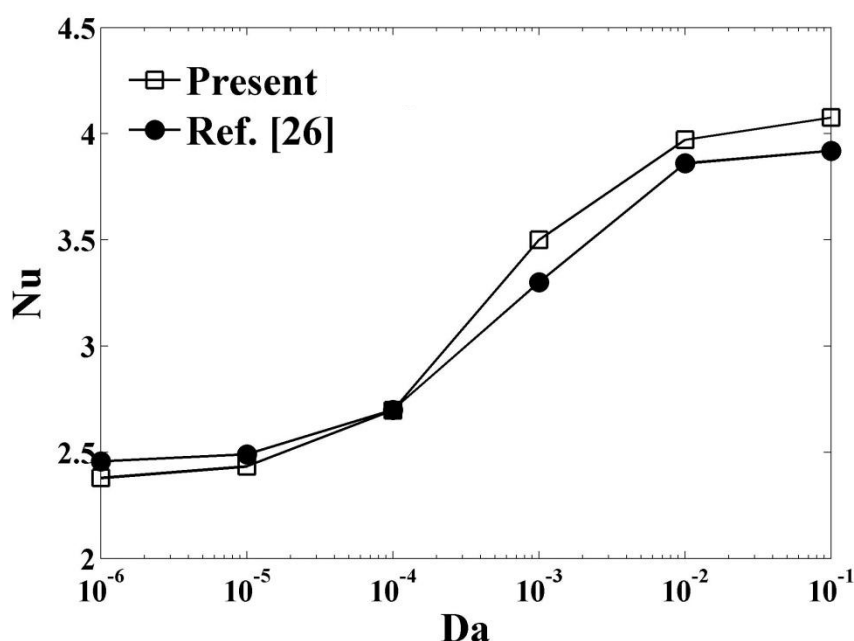


(الف)



(ب)

شکل (۴-۱۱) مقایسه خطوط جریان و همدمما (الف) نتایج چن و همکاران [۲۶] (ب) تحقیق حاضر در $Ra = 10^5$ ، $Pr = 1$ و $\varepsilon = 0.4$ ، $Da = 10^{-1}$



شکل (۴-۱۲) مقایسه مقادیر عدد ناسلت در دیواره سرد برای حل عددی حاضر و نتایج چن و همکاران [۲۶]

۴-۶- بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌ای دارای لایه متخلخل

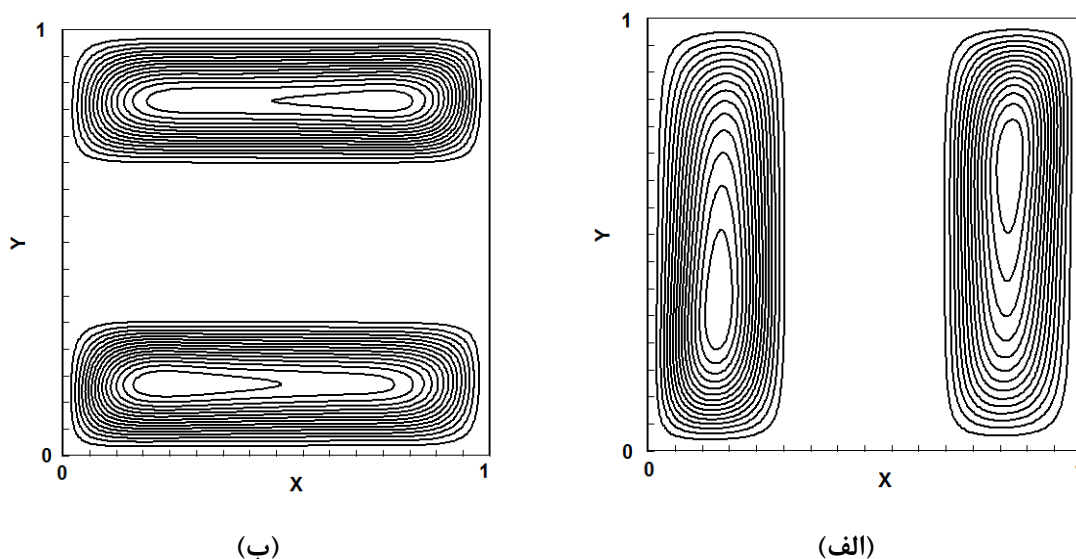
در این بخش به بررسی اثر لایه متخلخل در داخل محفظه، بر الگوی جریان سیال و انتقال حرارت پرداخته می‌شود. نتایج به طور کلی برای دو حالت گزارش شده است. در حالت اول به بررسی اثر موقعیت لایه متخلخل و بعد از آن به بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل در اعداد رایلی، داریسی و ضریب تخلخل مختلف پرداخته می‌شود.

۴-۶-۱- اثر موقعیت لایه متخلخل

در این قسمت اثر موقعیت لایه متخلخل مطابق شکل (۴-۱) بر الگوی جریان و میزان انتقال حرارت بررسی می‌گردد. نتایج بدست آمده در این قسمت، در اعداد رایلی 10^3 ، 10^4 و 10^5 به ترتیب بر اساس شبکه یکنواخت 132×132 ، 132×132 و 192×192 گزارش شده‌است.

از جمله پارامترهایی که میزان نفوذپذیری سیال در داخل لایه متخلخل را مشخص می‌کند، عدد داریسی می‌باشد. همانطور که انتظار می‌رود، هرچه عدد داریسی کمتر باشد، لایه متخلخل در مقابل جریان سیال، از خود مقاومت بالاتری نشان داده و در نتیجه میزان نفوذپذیری سیال در داخل لایه

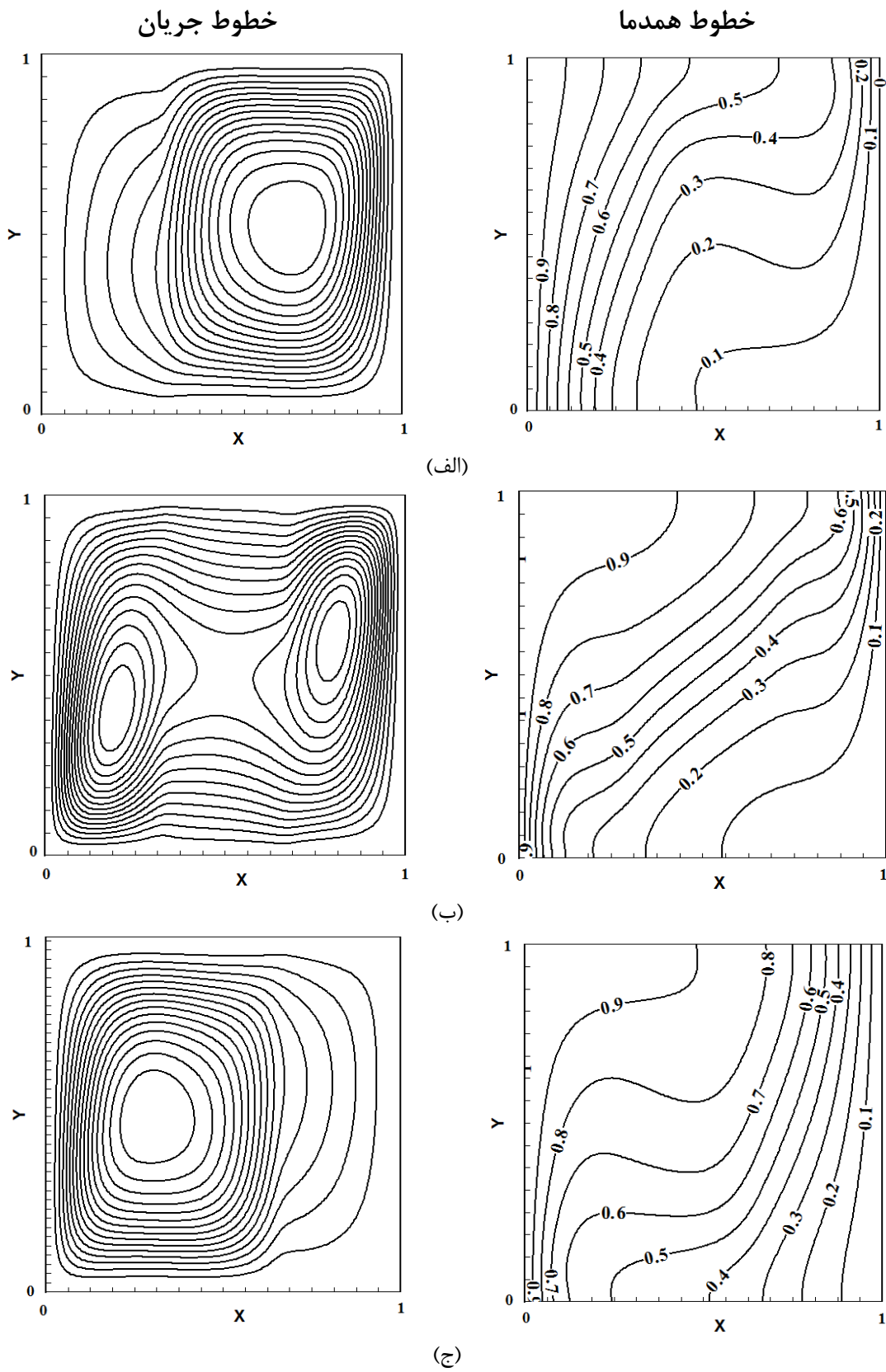
متخلخل کمتر می‌باشد. همان طور که در شکل (۴-۱۳) نشان داده شده‌است، در اعداد دارسی بسیار کوچک ($Da = 10^{-6}$) نفوذ سیال در داخل لایه متخلخل بسیار ناچیز بوده بطوریکه می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. در این حالت جریان سیال در ناحیه سیال محصور شده و لایه مرزی ایجاد شده در مرز بین سیال و لایه متخلخل کاملاً مشهود است. البته شایان ذکر است که در این حالت عدد رایلی اصلاح شده در لایه متخلخل نیز بسیار پایین می‌باشد ($Ra_m = 10^{-1}$)، بطوریکه سیال برای نفوذ و جریان در داخل لایه متخلخل نیروی کافی برای غلبه بر مقاومت لایه متخلخل را دارا نمی‌باشد.



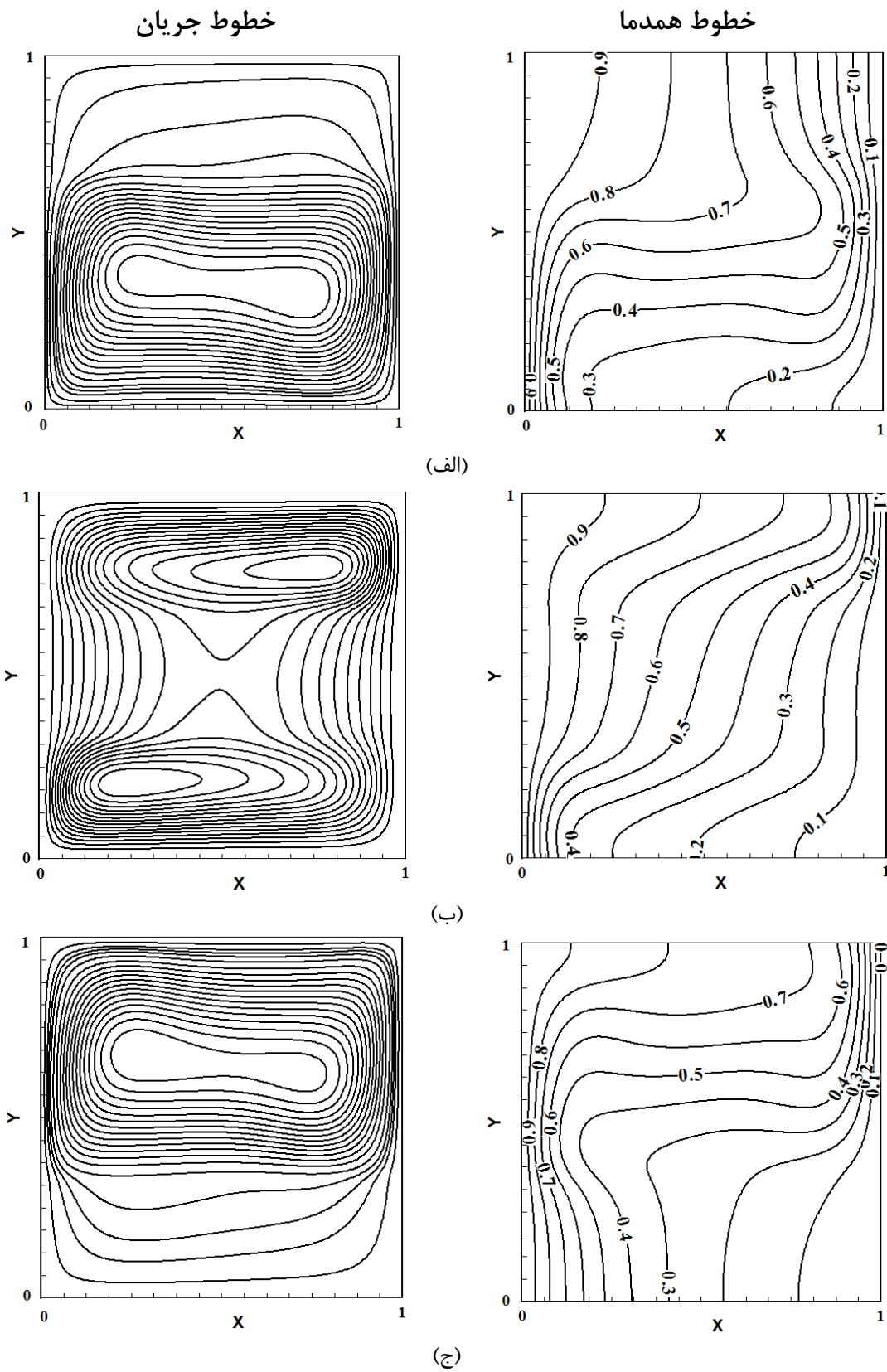
شکل (۴-۱۳) خطوط جریان برای $Pr = 1$ و $\varepsilon = 0/4$ ، $Da = 10^{-6}$ ، $Ra = 10^5$ (الف) لایه متخلخل عمودی در حالت ۲ (ب) لایه متخلخل افقی در حالت ۵

با کمی افزایش در عدد دارسی ($Da = 10^{-4}$) و در عدد رایلی اصلاح شده پایین ($Ra_m = 10$) سیال شروع به نفوذ در داخل لایه متخلخل می‌کند. در شکل (۴-۱۴) و شکل (۴-۱۵) خطوط جریان و خطوط همدمما در مقادیر $Pr = 1$ ، $Da = 10^{-4}$ ، $Ra = 10^5$ و $\varepsilon = 0/4$ در وضعیت‌های مختلف لایه متخلخل مطابق شکل (۴-۱) نشان داده شده‌است. با توجه به شکل (۴-۱۴) در حالتیکه محفظه دارای لایه متخلخل عمودی می‌باشد، در اعداد دارسی پایین ($Da = 10^{-4}$)، نفوذ سیال در داخل لایه متخلخل کم بوده و به دلیل مقاومت نسبتاً زیاد لایه متخلخل، سیال در این ناحیه با سرعت کمی جریان دارد.

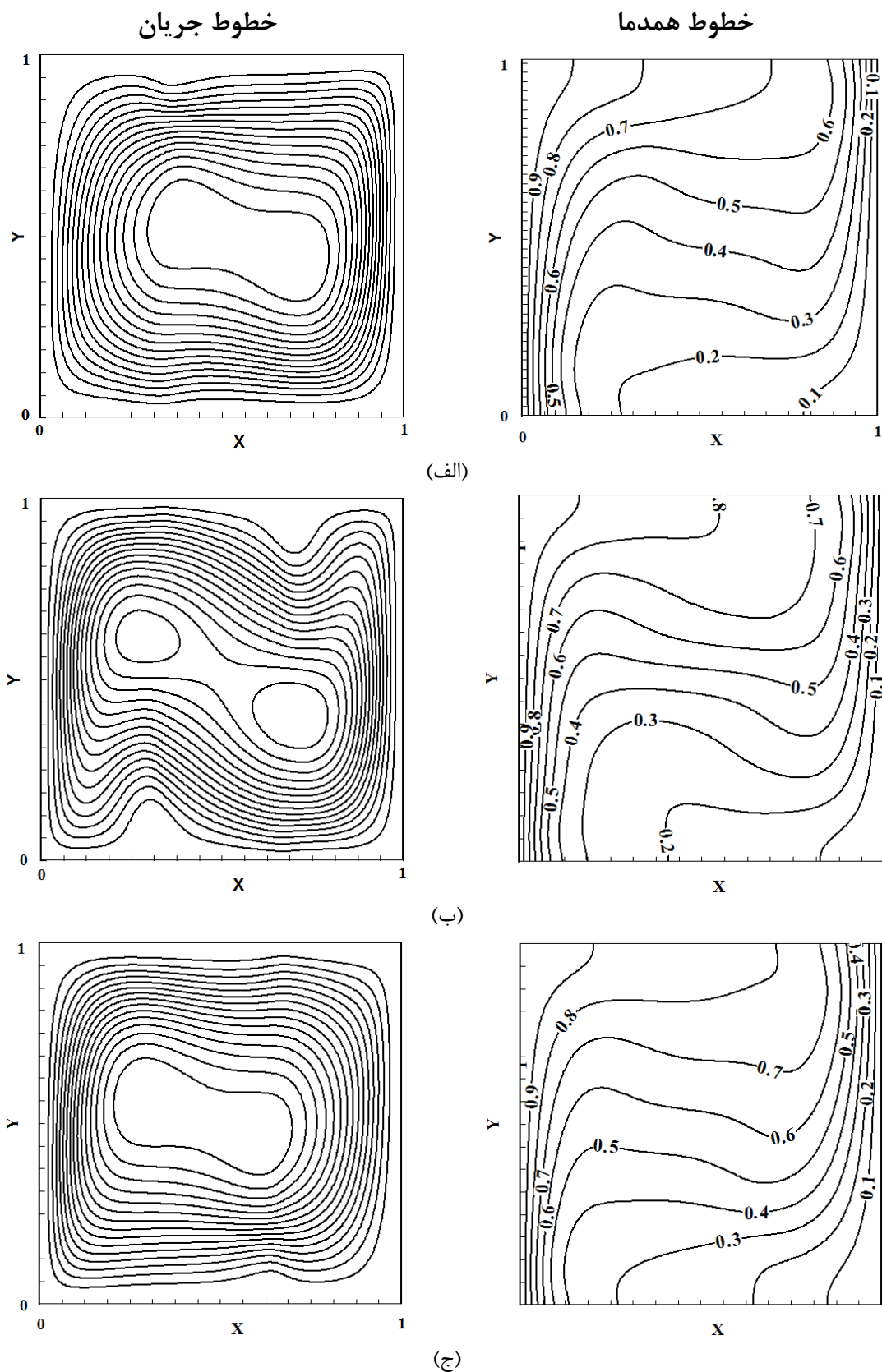
به همین دلیل رژیم غالب در لایه متخلخل به صورت هدایت حرارتی می‌باشد و سهم انتقال حرارت جابجایی ناچیز می‌باشد. همچنین در این حالت خطوط همدم در لایه متخلخل به صورت پروفیل خطی می‌باشد که نشان دهنده این نکته است که رژیم غالب در این ناحیه بصورت هدایت حرارتی می‌باشد. خطوط جریان و همدم در حالتی که محفظه دارای لایه متخلخل افقی می‌باشد در شکل (۴-۱۵) نشان داده شده‌است. در این حالت نیز رفتاری مشابه حالت قبل دیده می‌شود. نکته قابل توجه اینکه با مقایسه شکل‌های (۴-۱۴ الف) و (۴-۱۵ الف) مشاهده می‌شود که در شرایط یکسان (اعداد بی بعد یکسان)، میزان نفوذ سیال در داخل لایه متخلخل افقی کمتر از میزان نفوذ سیال در لایه متخلخل عمودی در داخل محفظه می‌باشد زیرا در حالتی که لایه متخلخل افقی در داخل محفظه قرار دارد، سیال برای انتقال حرارت از دیواره گرم به سمت دیواره سرد راهی را برمیگزیند که با کمترین مقاومت روبرو می‌باشد. به همین دلیل نفوذ سیال در لایه متخلخل کمتر بوده و سیال با حرکت از دیواره گرم به دیواره سرد، با عبور ناچیز از لایه متخلخل، حرارت را منتقل می‌کند. با افزایش عدد دارسی ($Da = 10^{-2}$) و در اعداد رایلی اصلاح شده بالا ($Ra_m = 10^2$) میزان مقاومت لایه متخلخل در مقابل نفوذ سیال کاهش یافته و به تبع آن سیال به راحتی در لایه متخلخل نفوذ می‌کند. چنین روندی با مقایسه خطوط جریان در شکل (۴-۱۴) با شکل (۴-۱۶) برای لایه متخلخل عمودی و نیز شکل (۴-۱۵) با شکل (۴-۱۷) برای لایه متخلخل افقی قابل مشاهده است. بنابراین در حالتیکه لایه متخلخل نفوذپذیری بالایی دارد، سیال به راحتی از داخل لایه متخلخل عبور کرده و دارای سرعت بالایی می‌باشد که این امر باعث می‌شود که انتقال حرارت جابجایی آزاد در داخل لایه متخلخل و به تبع آن در کل محفظه شدت گیرد. برای نمونه با توجه به خطوط همدم در شکل (۴-۱۴) و شکل (۴-۱۶) می‌توان مشاهده کرد که پروفیل خطی در کانتور دما مربوط به لایه متخلخل با نفوذپذیری کم که حاکی از رژیم هدایت حرارتی در این ناحیه بودند، به پروفیل غیر خطی (خطوط افقی) تبدیل شده‌است که حاکی از شدت گرفتن مکانیزم جابجایی در این ناحیه می‌باشد.



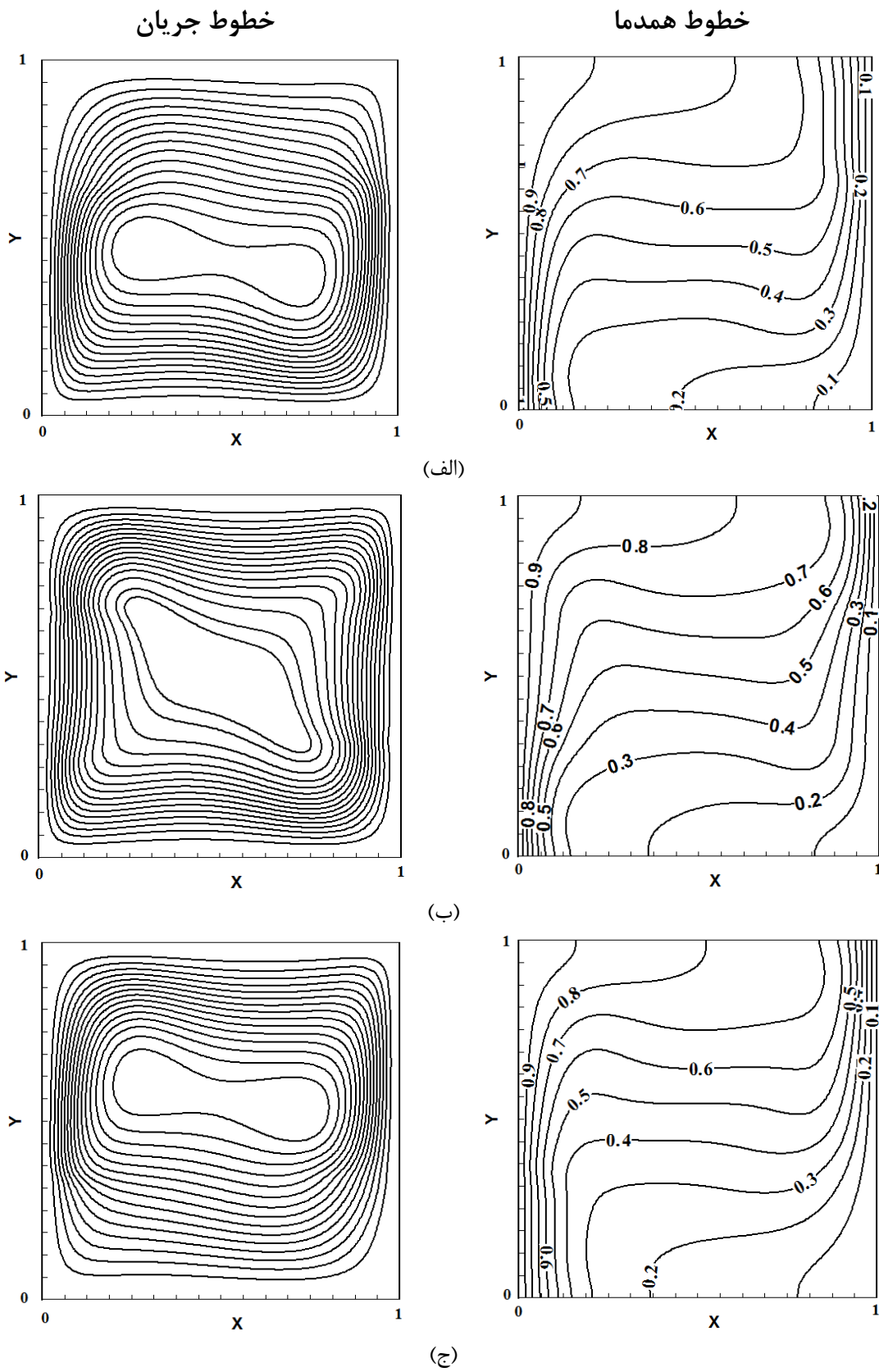
شکل (۴-۱۴) خطوط جریان و همدم در $Pr=1$ و $\varepsilon=0.4$ ، $Da=10^{-4}$ ، $Ra=10^5$ در حالت (الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳



شکل (۴-۱۵) خطوط جریان و همدم در $Pr=1$ و $\varepsilon=0.4$ ، $Da=10^{-4}$ ، $Ra=10^5$ در حالت (الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶



شکل (۴-۱۶) خطوط جریان و همدمای در $Pr=1$ و $\varepsilon=0.4$ ، $Da=10^{-2}$ ، $Ra=10^5$ در حالت (الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳



شکل (۴-۱۷) خطوط جریان و همدم در $Pr=1$ و $\varepsilon=0.4$ ، $Da=10^{-2}$ ، $Ra=10^5$ در حالت (الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶

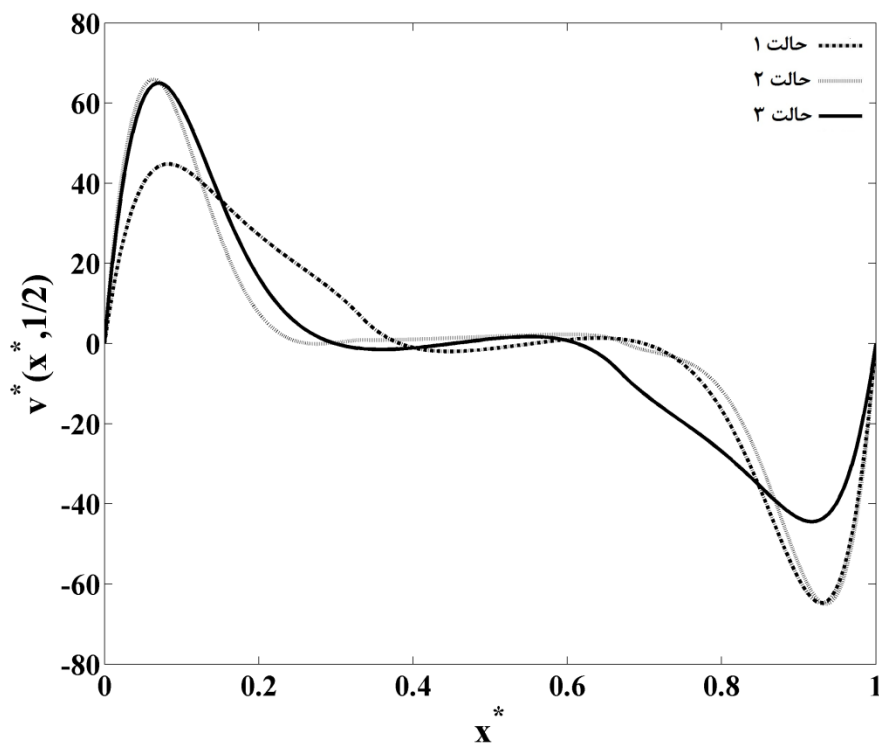
در جدول (۴-۵) عدد ناسلت متوسط محفظه در موقعیت‌های مختلف لایه متخلخل مطابق با شکل (۴-۱) در اعداد رایلی و دارسی مختلف گزارش شده است. با مقایسه مقادیر موجود در این جدول می‌توان مشاهده کرد، در حالتی که محفظه دارای یک لایه متخلخل عمودی است (حالت‌های ۱ و ۲ و ۳ در شکل (۴-۱)) زمانی که لایه متخلخل عمودی در وسط محفظه قرار دارد (حالت ۲ در شکل (۴-۱)) عدد ناسلت متوسط و به تبع آن میزان انتقال حرارت به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد زیرا در حالت کلی سرعت سیال در مجاورت دیواره گرم بالا بوده و در نتیجه قدرت انتقال حرارت جابجایی آزاد در این ناحیه بالا می‌باشد. بنابراین هنگامی که لایه متخلخل در کناره دیواره گرم قرار می‌گیرد، با ایجاد مقاومت در برابر حرکت سیال در امتداد دیواره گرم باعث کاهش سرعت سیال و در نتیجه کاهش میزان انتقال حرارت و عدد ناسلت متوسط می‌گردد. همانطور که در شکل (۴-۱۸) نیز مشاهده می‌گردد، با قرارگیری لایه متخلخل در کناره دیواره گرم و یا سرد سرعت سیال کاهش یافته و باعث افت شیب گرادیان دما در نزدیکی دیواره می‌گردد.

همچنین با توجه به اعداد ناسلت متوسط در جدول (۴-۵) زمانی که محفظه دارای لایه متخلخل افقی در موقعیت‌های مختلف می‌باشد (حالت‌های ۴ و ۵ و ۶ در شکل (۴-۱))، در حالتی که لایه متخلخل در قسمت بالا و یا پایینی محفظه قرار دارد (حالت‌های ۴ و ۶ در شکل (۴-۱))، عدد ناسلت متوسط و به تبع آن نرخ انتقال حرارت بالاتر می‌باشد. برای تفسیر این موضوع به بررسی روند تغییرات میدان جریان با توجه به عدد دارسی لایه متخلخل پرداخته می‌شود. مطابق شکل (۴-۱۵-ب)، زمانیکه لایه متخلخل افقی با نفوذپذیری پایین در وسط محفظه قرار گرفته است (موقعیت ۵ در شکل (۴-۱)) دو گردابه در قسمت بالایی و پایینی لایه متخلخل دیده می‌شود. بدین معنا که در این حالت به دلیل مقاومتی که لایه متخلخل در مقابل جریان از خود نشان می‌دهد، سیال برای انتقال گرما از دیواره گرم به سمت دیواره سرد از مسیرهای بالایی و پایینی لایه متخلخل که سیال با مقاومت کمتر در آنجا حضور دارد، استفاده می‌کند. بنابراین در این حالت انتقال حرارت مانند انتقال حرارت در دو محفظه کوچکتر به اندازه ضخامت سیال می‌باشد که سطح انتقال حرارت کوچکتری با دیواره‌های سرد و گرم

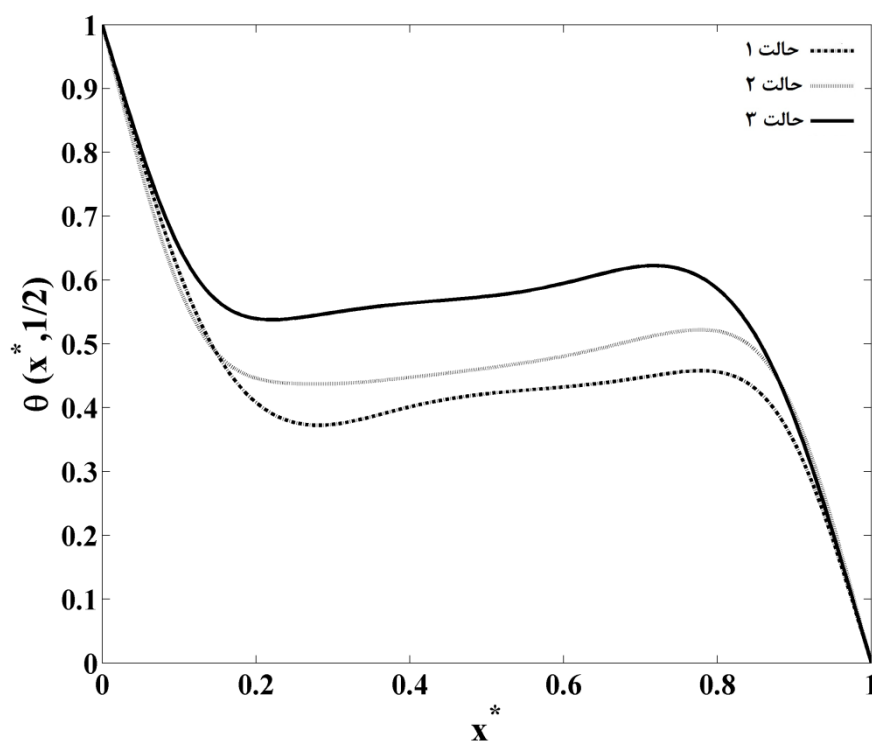
دارد که این باعث کاهش عدد ناسلت می‌گردد. بعلاوه با افزایش عدد دارسی لایه متخلخل همانطور که در شکل (۴-۱۷) دیده می‌شود، سیال به راحتی در داخل لایه متخلخل نفوذ می‌کند. در این حالت نیز عدد ناسلت در حالت‌های ۴ و ۶ در شکل (۴-۱) از حالت ۵ بالاتر می‌باشد زیرا بطور کلی در انتقال حرارت در داخل یک محفظه، سیال در کناره دیواره گرم شروع به گرم شدن و به سمت بالا حرکت می‌کند بطوریکه در مقطع وسط دیوار گرم، این سرعت به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد. بنابراین در حالتی که لایه متخلخل در وسط محفظه قرار می‌گیرد باعث ایجاد مقاومت در مقابل جریان سیال شده و همین امر از میزان انتقال حرارت در محفظه می‌کاهد.

جدول (۴-۵) مقادیر عدد ناسلت متوسط در موقعیت‌های مختلف لایه متخلخل

10^2		10^2	10	Re_m	Da	
$0/9$	$0/4$	$0/4$	$0/4$	ε		
۴/۳۱۲	۳/۹۴۰	۱/۹۱۳	۱/۰۶۶	حالت ۱	10^{-2}	لایه متخلخل عمودی
۴/۵۳۸	۴/۲۶۶	۲/۱۱۵	۱/۰۸۵	حالت ۲		
۴/۳۱۲	۳/۹۴۲	۱/۹۱۴	۱/۰۶۷	حالت ۳		
-	-	-	۲/۱۷۷	حالت ۱	10^{-4}	
-	-	-	۲/۹۲۸	حالت ۲		
-	-	-	۲/۱۹۶	حالت ۳		
۴/۴۱۰	۴/۱۷۰	۲/۰۴۱	۱/۰۸۵	حالت ۴	10^{-2}	لایه متخلخل افقی
۴/۳۶۰	۴/۰۶۴	۱/۸۳۵	۱/۰۵۰	حالت ۵		
۴/۴۱۰	۴/۱۷۰	۲/۰۴۰	۱/۰۸۵	حالت ۶		
-	-	-	۳/۳۹۷	حالت ۴	10^{-4}	
-	-	-	۲/۳۶۱	حالت ۵		
-	-	-	۳/۴۰۵	حالت ۶		



(الف)



(ب)

شکل (۴-۱۸) نمودار (الف) سرعت بی بعد عمودی (ب) دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه در راستای محور x ها

در $Pr=1$ و $\varepsilon=0.4$ ، $Da=10^{-7}$ ، $Ra=10^5$

همانطور که در جدول (۴-۵) دیده می‌شود، در اعداد رایلی اصلاح شده بالا ($Ra_m = 10^3$) با افزایش ضریب تخلخل لایه متخلخل عدد ناسلت در داخل محفظه به دلیل افزایش سرعت در این لایه بالا می‌رود.

همچنین مقادیر این جدول نشان می‌دهد که عدد ناسلت متوسط در حالت های ۱ با ۳ برای لایه متخلخل عمودی و همچنین در حالت های ۴ با ۶ برای لایه متخلخل افقی تقریباً با هم برابرند. همچنین برای حالت‌های ذکر شده، خطوط همدمای و جریان در شکل های (۴-۱۴) تا (۴-۱۷) روند یکسانی را از خود نشان می‌دهند.

یکی از کاربردهای تحقیق اخیر بررسی این موضوع است که در حالتیکه بتوان لایه متخلخل را بصورت عمودی و یا افقی در وسط محفظه قرار داد، کدام حالت حرارت بیشتری را از محفظه منتقل می‌کند. برای این منظور در این قسمت به مقایسه میزان انتقال حرارت در حالتی که لایه متخلخل به صورت افقی و عمودی در وسط محفظه قرار دارد پرداخته می‌شود.

با توجه به جدول (۴-۵) در اعداد رایلی، داری و ضریب تخلخل ثابت، مقدار عدد ناسلت متوسط در حالتی که لایه متخلخل میانی به صورت عمودی در محفظه قرار گرفته (حالت ۲) همواره بیشتر از لایه متخلخل میانی افقی (حالت ۵) می‌باشد. برای تفسیر این مشاهده به مقایسه نتایج در عدد رایلی و ضریب تخلخل ثابت با تغییر عدد داری می‌پردازیم. در ابتدا حالتی را در نظر می‌گیریم که عدد داری کوچک باشد ($Da = 10^{-4}$). همانطور که ذکر شد، در این حالت به دلیل کوچک بودن عدد داری نفوذپذیری سیال در داخل لایه متخلخل کم بوده و سیال برای عبور از لایه متخلخل با مقاومت زیادی روبرو می‌شود و بیشتر جریان سیال و انتقال حرارت در ناحیه سیال صوت می‌گیرد. همچنین مطابق شکل (۴-۱۵-ب) دو گردابه در قسمت بالایی و پایینی لایه متخلخل افقی ایجاد می‌گردد. بنابراین انتقال حرارت مانند انتقال حرارت در دو محفظه به اندازه ضخامت سیال می‌باشد. البته با توجه به اینکه در حالتی که لایه متخلخل عمودی در وسط محفظه قرار دارد، سطح انتقال حرارت لایه سیال به دلیل مجاورت با دیواره گرم و سرد، بیشتر می‌باشد. در حالتیکه لایه متخلخل افقی در

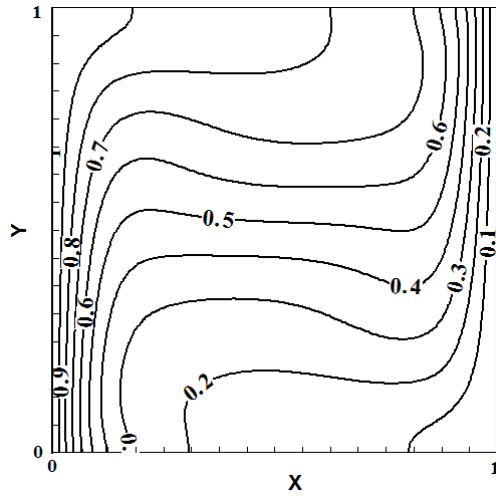
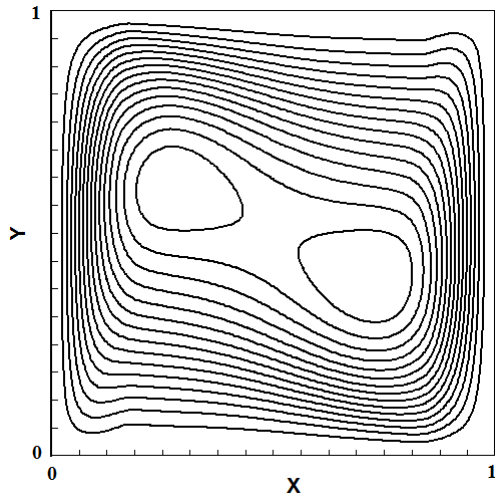
محفظه قرار (حالت ۵) دارد، تنها سطح کوچکی از سیال در مجاورت دیواره گرم و سرد قرار گرفته و سیال حرارت را از دیواره گرم به دیواره سرد منتقل می‌کند. در اعداد داریسی بالاتر نفوذ سیال در داخل لایه متخلخل بالا می‌رود. در این حالت نیز انتقال حرارت بری لایه متخلخل عمودی در حالت ۲ بیشتر می‌باشد زیرا لایه متخلخل با قرارگیری در وسط محفظه باعث ایجاد مقاومت در برابر حرکت سیال در کناره دیواره‌ها و کاهش سرعت سیال در این نواحی (که میزان قدرت انتقال حرارت به دلیل سرعت زیاد سیال، بالا می‌باشد) نمی‌شود.

۴-۶-۲- اثر ضخامت لایه متخلخل

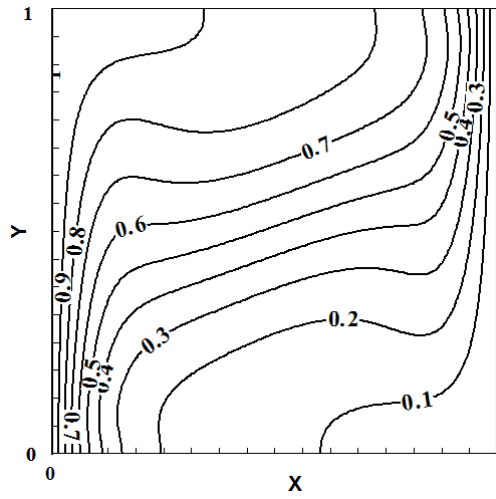
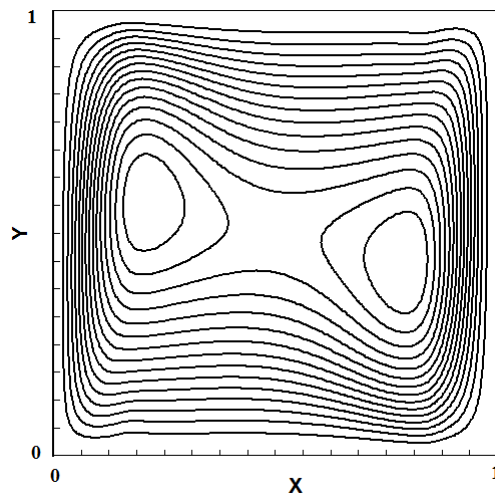
در ادامه اثر ضریب تخلخل و نیز اثر ضخامت لایه متخلخل بر الگوی جریان سیال و میزان انتقال حرارت در لایه متخلخل بررسی می‌شود. برای این منظور انتقال حرارت در حالتی که لایه متخلخل عمودی میانی در محفظه قرار دارد (وضعیت ۲ در شکل (۴-۱))، بررسی می‌شود.

با توجه به شکل (۴-۱۹) در ضخامت دیگری از لایه متخلخل، با افزایش عدد داریسی در یک رایلی مشخص، مکانیزم‌های غالب بر لایه متخلخل مانند حالت قبل از هدایت حرارتی برای داریسی‌های کوچک ($Da = 10^{-4}$) تا جابجایی برای داریسی‌های بزرگتر ($Da = 10^{-2}$) تغییر می‌کند.

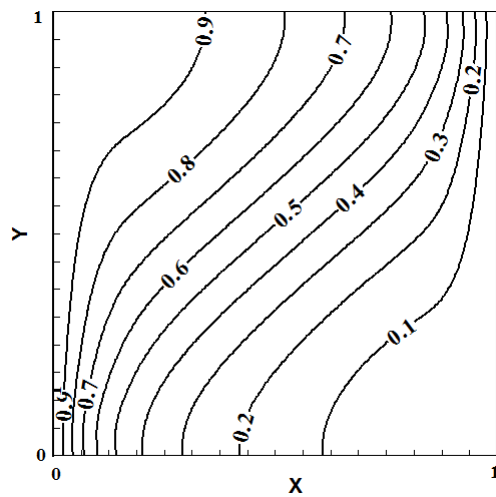
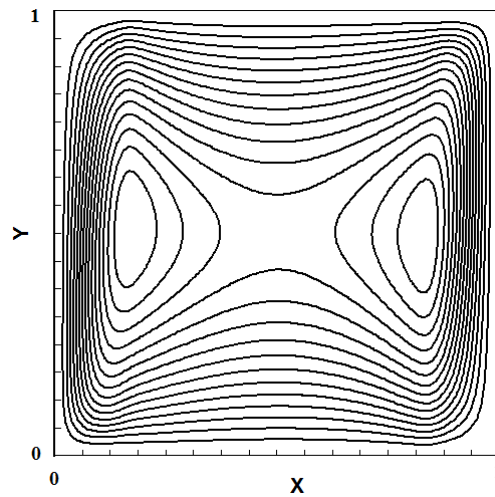
برای بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل بر میزان حرارت منتقل شده از محفظه، مقادیر عدد ناسلت متوسط در ضخامت‌های مختلف لایه متخلخل در جدول‌های (۴-۶) و (۴-۷) گزارش شده‌است و برای مقایسه بهتر، این مقادیر در شکل (۴-۲۰) رسم شده‌است. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی در یک مقدار ضخامت لایه متخلخل و عدد داریسی خاص، افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش ضخامت لایه متخلخل در یک عدد رایلی، داریسی و ضریب تخلخل مشخص، میزان انتقال حرارت به دلیل افزایش نیروهای درگ وارد شده بر سیال از طرف لایه متخلخل، معمولاً روند کاهشی را نشان می‌دهد. نکته قابل توجه اثر ضریب تخلخل و ضخامت لایه متخلخل بر میزان حرارت منتقل شده و عدد ناسلت متوسط می‌باشد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۴-۱۹) خطوط جریان و همدمای در $Ra = 10^5$ ، $\frac{S}{L} = \frac{4}{6}$ ، $\varepsilon = 0.4$ و $Pr = 1$ (الف) $Da = 10^{-7}$ (ب) $Da = 10^{-7}$ (ج)

در اعداد رایلی اصلاح شده پایین (در محدوده $10^{-1} - 10^4$) با توجه به اینکه رژیم غالب بر انتقال حرارت در لایه متخلخل شبیه به هدایت حرارتی می‌باشد، با افزایش ضریب تخلخل تنها سطح انتقال حرارت بین سیال و ماده متخلخل کم شده و همین امر باعث کاهش میزان حرارت منتقل شده می‌شود. بنابراین همانطور که در شکل (۴-۲۰) دیده می‌شود با افزایش ضریب تخلخل مقدار عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد.

جدول (۴-۶) اثر ضخامت لایه متخلخل بر مقادیر عدد ناسلت متوسط در $Pr = 1$ و $Ra = 10^4$

$Da = 10^{-4}$	$Da = 10^{-2}$	$Da = 10^{-1}$	ε	S/L
۲/۲۸۱	۲/۲۸۱	۲/۲۸۱	-	۰
۱/۱۶۹	۲/۱۷۴	۲/۲۴۹	۰/۴	۰/۲
۱/۱۱۸	۲/۱۵۸	۲/۲۴۷	۰/۶	
۱/۰۸۶	۲/۱۳۸	۲/۲۵۵	۰/۹	
۱/۰۶۲	۲/۰۸۷	۲/۲۱۷	۰/۴	۰/۴
۱/۰۴۱	۲/۰۶۳	۲/۲۲۱	۰/۶	
۱/۰۳	۲/۰۲۸	۲/۲۳۳	۰/۹	
۱/۰۳۷	۱/۹۵۷	۲/۱۴۶	۰/۴	۰/۶
۱/۰۲۶	۱/۹۴	۲/۱۷۲	۰/۶	
۱/۰۲۱	۱/۹۱۲	۲/۲۰۶	۰/۹	
۱/۰۲۳	۱/۶۲۲	۱/۸۷	۰/۴	۰/۸
۱/۰۲	۱/۶۸۳	۲/۰۰۱	۰/۶	
۱/۰۱۸	۱/۷۴	۲/۱۴۲	۰/۹	
۱/۰۱۶	۱/۳۷۸	۱/۶	۰/۴	۱
۱/۰۱۶	۱/۵۱	۱/۱۴۳	۰/۶	
۱/۰۱۶	۱/۶۵۱	۲/۰۹۱	۰/۹	

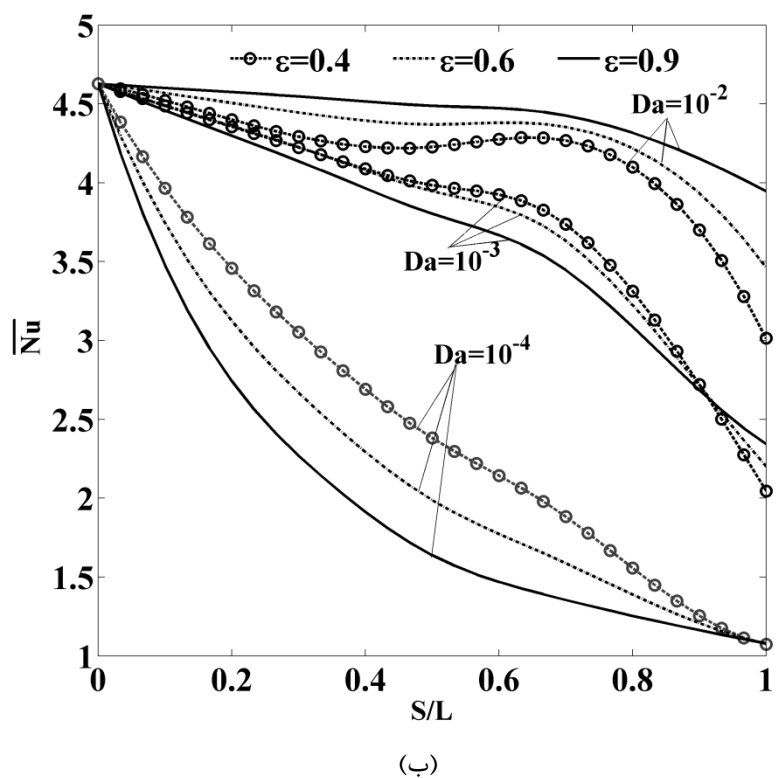
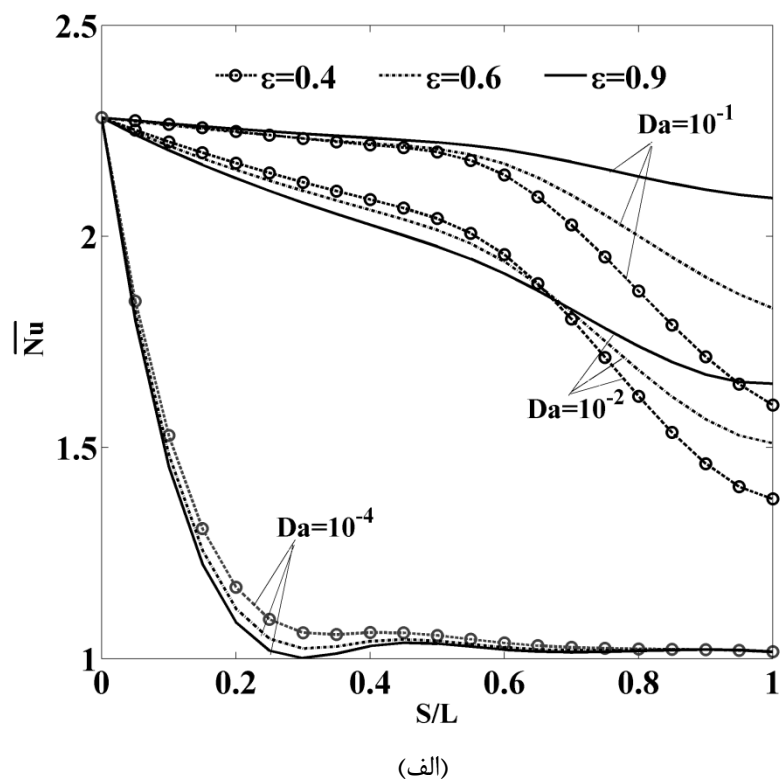
جدول (۷-۴) اثر ضخامت لایه متخلخل بر مقادیر عدد ناسلت متوسط در $Pr = 1$ و $Ra = 10^5$

$Da = 10^{-4}$	$Da = 10^{-3}$	$Da = 10^{-2}$	ε	S/L
۴/۶۲۸	۴/۶۲۸	۴/۶۲۸	-	۰
۳/۶۱۳	۴/۴	۴/۴۴۱	۰/۴	۱/۶
۳/۳۰۸	۴/۴۰۳	۴/۵۲۷	۰/۶	
۲/۹۵۱	۴/۳۵۲	۴/۵۸۴	۰/۹	
۲/۹۲۸	۴/۱۷۸	۴/۲۶۶	۰/۴	۲/۶
۲/۵۳۸	۴/۱۷۸	۴/۴۲۷	۰/۶	
۲/۱۴۴	۴/۰۸	۴/۵۳۸	۰/۹	
۲/۳۸۱	۳/۹۸۴	۴/۲۲۷	۰/۴	۳/۶
۱/۹۸۸	۳/۹۴۷	۴/۳۷	۰/۶	
۱/۶۳۹	۳/۸۰۴	۴/۴۸۸	۰/۹	
۱/۹۷۹	۳/۸۲۷	۴/۲۸۵	۰/۴	۴/۶
۱/۶۵۱	۳/۷۲۷	۴/۳۷۳	۰/۶	
۱/۳۹	۳/۵۳۸	۴/۴۴۸	۰/۹	
۱/۴۵	۳/۱۳	۳/۹۹۵	۰/۴	۵/۶
۱/۳۲۵	۳/۰۶۲	۴/۱۴۲	۰/۶	
۱/۲۲۳	۲/۹۵۳	۴/۲۶۸	۰/۹	
۱/۰۷۴	۲/۰۴۶	۳/۰۱۴	۰/۴	۱
۱/۰۷۷	۲/۲۰۲	۳/۴۶۳	۰/۶	
۱/۰۷۹	۲/۳۴۳	۳/۹۴۶	۰/۹	

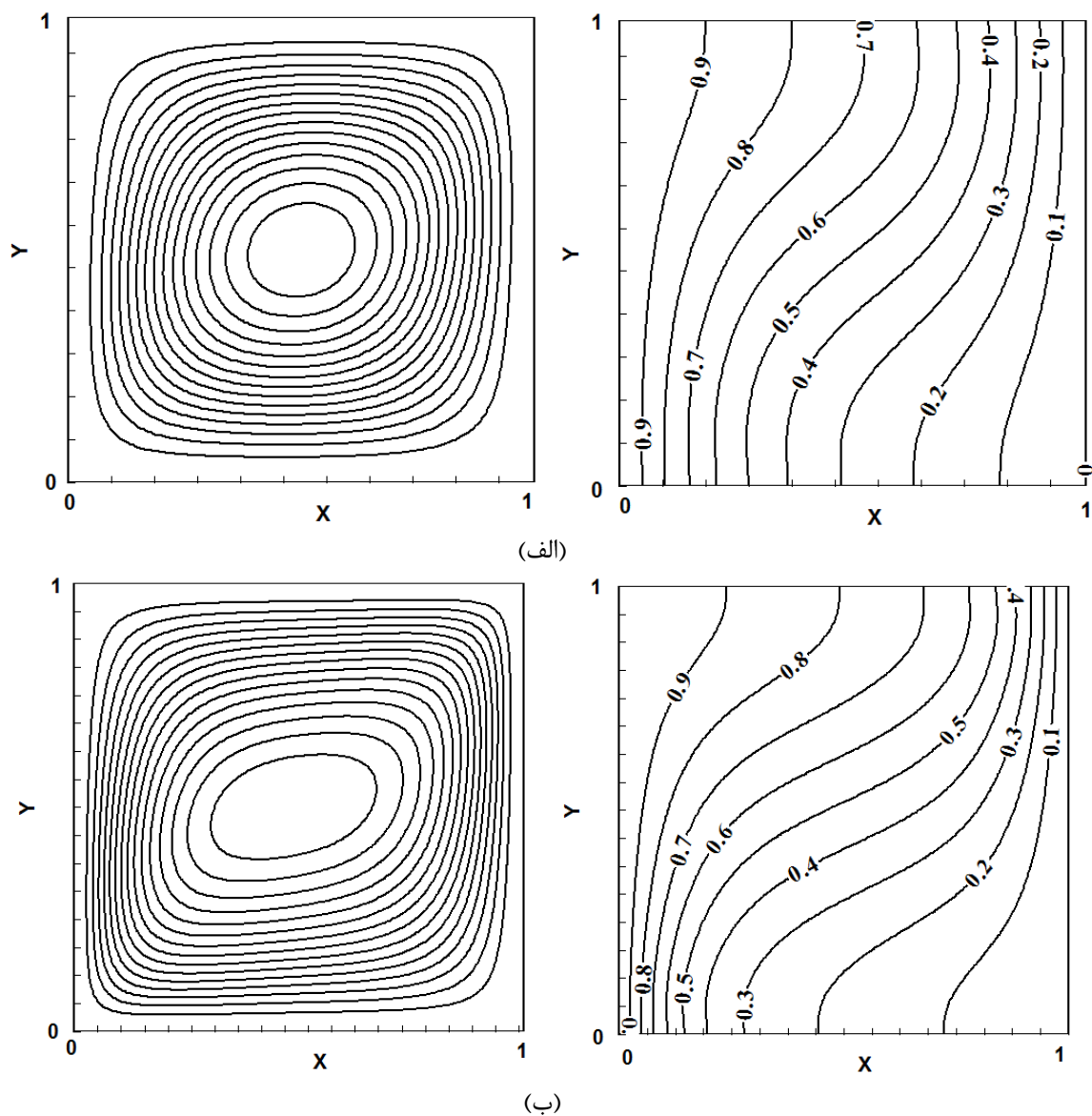
در اعداد رایلی اصلاح شده متوسط ($Ra_m = 10^2$) سهم انتقال حرارت جابجایی و هدایت در لایه متخلخل تقریباً با یکدیگر برابر می‌شود. به همین دلیل با افزایش ضخامت لایه متخلخل سهم انتقال حرارت هدایتی در محفظه افزایش می‌یابد. به همین دلیل در حالتی که لایه متخلخل دارای ضریب تخلخل کمتری می‌باشد، سهم انتقال حرارت هدایتی نسبت به محفظه‌ای که دارای لایه متخلخل با ضریب تخلخل بالاتر می‌باشد، بیشتر بوده و عدد ناسلت متوسط با شیب بیشتری کاهش یافته‌است. به

همین دلیل با توجه به شکل (۴-۲۰) نقطه $(\frac{S}{L})_{cr}$ دیده می‌شود که در آن با افزایش ضخامت لایه متخلخل، انتقال حرارت با افزایش ضریب تخلخل افزایش می‌یابد. همچنین در اعداد رایلی اصلاح شده بالا ($Ra_m = 10^2$) مکانیزم جابجایی در لایه متخلخل و به تبع آن در کل محفظه شدت گرفته و با افزایش تخلخل در لایه متخلخل میزان سرعت جریان سیال افزایش یافته که همین امر باعث افزایش عدد ناسلت متوسط می‌گردد.

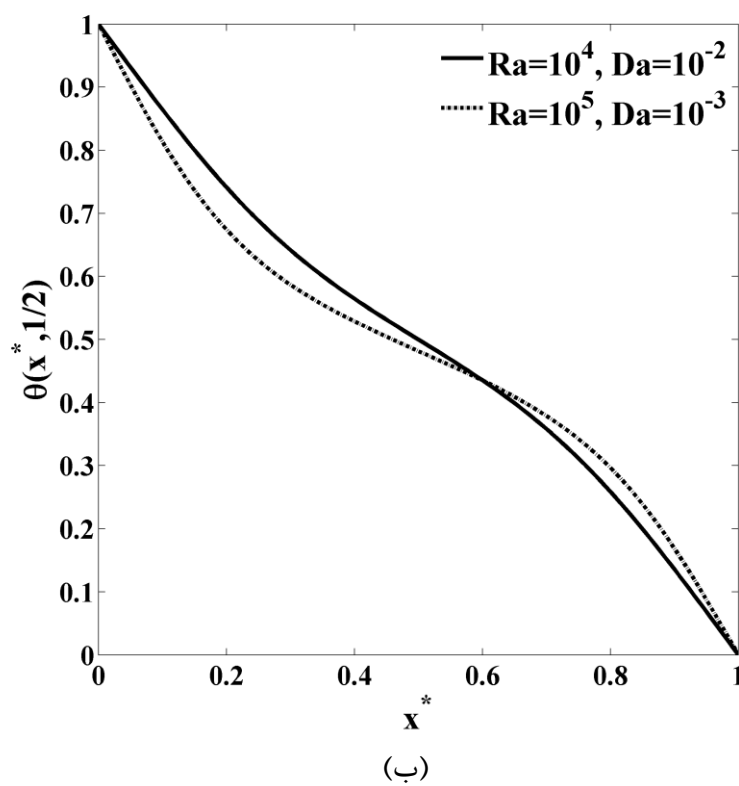
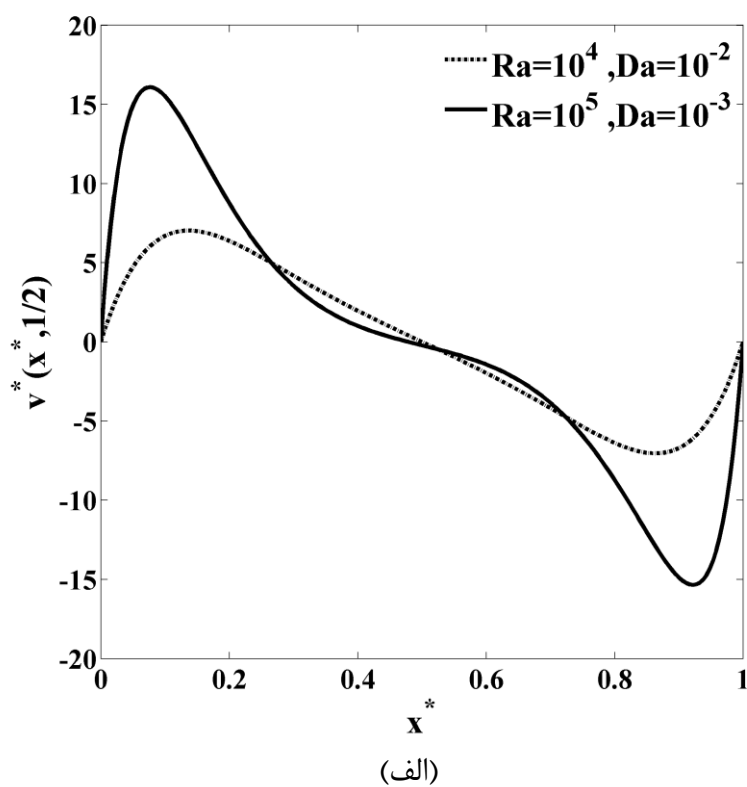
همچنین با توجه به مقادیر موجود در جداول (۴-۶) و (۴-۷) برای حالتی که ماده متخلخل کل محفظه را اشغال می‌کند ($S/L = 1$)، مشاهده می‌شود که در اعداد رایلی اصلاح شده در محدوده $1 \leq Ra_m \leq 10$ افزایش ضریب تخلخل تأثیر چندانی بر میزان انتقال حرارت و به تبع آن مقدار عدد ناسلت متوسط ندارد. همچنین در این حالت ($S/L = 1$) با توجه به شکل (۴-۲۱) در یک عدد رایلی اصلاح شده مشخص، با کاهش عدد دارسی ضخامت لایه مرزی حرارتی ایجاد شده در نزدیکی دیواره‌های سرد و گرم کاهش یافته و میزان انتقال حرارت جابجایی در وسط محفظه افزایش می‌یابد. بعلاوه با توجه به شکل (۴-۲۲) که نشان دهنده سرعت عمودی و دمای بی بعد در وسط محفظه می‌توان مشاهده کرد که در این حالت با افزایش عدد دارسی، ماکزیمم مقدار سرعت افزایش یافته و گرادیان دمای بی بعد در نزدیکی دیواره (سرد و گرم) افزایش می‌یابد.



شکل (۴-۲۰) تاثیر ضخامت لایه متخلخل بر مقادیر عدد ناسلت متوسط (الف) $Ra = 10^4$ (ب) $Ra = 10^5$



شکل (۴-۲) خطوط جریان و همدمای در $Pr=1$ ، $\varepsilon=0/4$ ، $\frac{S}{L}=1$ (الف) $Ra=10^4$ و $Da=10^{-7}$ (ب) $Ra=10^5$ و $Da=10^{-7}$



شکل (۴-۲۲) نمودار (الف) سرعت عمودی بی بعد (ب) دمای بی بعد در مقطع میانی محفظه در $\text{Pr} = 1$ ، $\varepsilon = 0/4$

$$\frac{S}{L} = 1$$

فصل پنجم

نتیجہ گیری و پیشہادات

۵-۱- مقدمه

در این پژوهش، به شبیه‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت در داخل یک محفظه دارای لایه متخلخل به روش شبکه بولتزمن پرداخته شده‌است. در واقع در این مطالعه به بررسی اثرات لایه متخلخل در موقعیت‌های مختلف و همچنین به بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل بر جریان سیال و میزان انتقال حرارت از محفظه پرداخته شده‌است. در این بخش، ابتدا نتایج حاصل از تحقیق اخیر ارائه می‌گردد. در پایان نیز پیشنهاداتی جهت کارهای آینده در این زمینه ارائه می‌شود.

۵-۲- نتیجه‌گیری

نتایج بدست آمده عبارتند از:

- با مقایسه نتایج عددی بدست آمده از پژوهش حاضر به روش شبکه بولتزمن بر اساس معادلات تعمیم یافته ناویر- استوکس، با تحقیقات پیشین در زمینه انتقال حرارت در داخل یک محفظه متخلخل همگن می‌توان دریافت که این روش از دقت بالایی برخوردار می‌باشد. (به بخش‌های) همچنین از جمله مزایای این روش نسبت به حلگر ناویر- استوکس، می‌توان به خطی بودن معادلات حاکم در این روش و امکان پردازش موازی اشاره نمود.
- برای مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت در محفظه در غیاب لایه متخلخل می‌توان از معادلات حاکم در ماده متخلخل در حالتی که $\varepsilon \rightarrow 1$ و $Da \rightarrow \infty$ می‌باشد، استفاده کرد. بنابراین در این مسأله تنها یک معادله حاکم برای مدل‌سازی جریان در ماده متخلخل و سیال وجود داشته و سیال به عنوان یک ماده متخلخل با ضریب تخلخل نزدیک به یک و نفوذپذیری بالا مدل می‌شود.
- از جمله مزایای روش شبکه بولتزمن، می‌توان به توانایی این روش در مدل‌سازی صحیح جریان در مرز بین سیال و لایه متخلخل اشاره کرد. با مقایسه نتایج عددی از حل عددی حاضر و نتایج گزارش شده در این زمینه، این قابلیت به خوبی مشهود می‌باشد.

• لایه متخلخل موجود در محفظه به میزان زیادی بر روی الگوی جریان و همچنین انتقال حرارت در محفظه اثر می‌گذارد. از جمله نتایج مشهود با تغییر موقعیت لایه متخلخل و پارامترهای حاکم بر مسأله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱. در اعداد دارسی بسیار پایین، در حالتی که عدد رایلی اصلاح شده در لایه متخلخل از

مرتبه 10^{-1} می‌باشد، میزان نفوذ سیال در داخل لایه متخلخل به حدی ناچیز می‌-

باشد که می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. همچنین لایه مرزی ایجاد شده در مرز بین

سیال و لایه متخلخل به وضوح مشاهده می‌شود. (به شکل (۴-۱۳) مراجعه شود).

۲. با افزایش عدد دارسی و در حالتی که عدد رایلی اصلاح شده در لایه متخلخل از

مرتبه 10^0 می‌باشد، سیال با سرعت کم شروع به نفوذ در لایه متخلخل می‌کند. به

همین دلیل رژیم مشاهده شده در لایه متخلخل به صورت هدایت حرارتی بوده و

انتقال حرارت جابجایی آزاد در قسمت سیال قابل ملاحظه می‌باشد. در این حالت

نفوذ سیال در لایه متخلخل افقی نسبت به لایه متخلخل عمودی کمتر می‌باشد زیرا

سیال برای حرکت از دیواره گرم به سمت دیواره سرد همواره راهی را بر می‌گزیند که

با کمترین مقدار مقاومت همراه باشد. به همین دلیل هنگامی که لایه متخلخل افقی

در وسط محفظه قرار می‌گیرد، دو گردابه در قسمت بالایی و پایینی محفظه به وضوح

قابل مشاهده می‌باشد. (به شکل‌های (۴-۱۴) و (۴-۱۵) مراجعه شود).

۳. با افزایش عدد دارسی میزان نفوذپذیری سیال و به تبع آن سرعت سیال در داخل

لایه متخلخل افزایش می‌یابد. بنابراین در اعداد رایلی اصلاح شده بالا در لایه

متخلخل (10^3) سیال به راحتی در داخل لایه متخلخل با سرعت بالا نفوذ کرده و با

توجه به خطوط همدمما مکانیزم غالب انتقال حرارت به صورت جابجایی می‌باشد.

نکته قابل توجه در این حالت این است که هر چند در اعداد دارسی و به تبع آن

رایلی اصلاح شده بالا، نفوذ سیال در لایه متخلخل به راحتی صورت می‌گیرد، در

حالتی که لایه متخلخل افقی در بالا و یا پایین محفظه قرار می‌گیرد، میزان نفوذ سیال در داخل لایه متخلخل نسبت به لایه متخلخل عمودی که در کنار دیواره گرم یا سرد قرار می‌گیرد، کمتر می‌باشد. (به شکل‌های (۴-۱۶) و (۴-۱۷) مراجعه شود).

۴. با مقایسه اعداد ناسلت متوسط بدست آمده در موقعیت‌های مختلف لایه متخلخل، می‌توان اظهار کرد که بیشترین میزان انتقال حرارت در محفظه دارای لایه متخلخل عمودی مربوط به حالتی است که لایه متخلخل عمودی در وسط محفظه قرار دارد (حالت ۲ در شکل (۴-۱)). بعلاوه در حالتی که لایه متخلخل افقی در محفظه قرار می‌گیرد، زمانیکه لایه متخلخل در کنار دیواره‌های عایق قرار دارد، بیشترین میزان انتقال حرارت از محفظه صورت می‌گیرد (حالت ۴ یا ۶ در شکل (۴-۱)). (به جدول (۴-۵) رجوع شود).

- ضخامت لایه متخلخل نیز می‌تواند اثرات زیادی بر انتقال حرارت در داخل محفظه داشته باشد. با توجه به نتایج بدست آمده در بخش (۴-۶-۲)، می‌توان به نتایج زیر اشاره کرد:

۱. در اعداد رایلی، داریسی، ضریب تخلخل ثابت با افزایش ضخامت لایه متخلخل میزان انتقال حرارت و به تبع آن عدد ناسلت عمدتاً روند کاهشی را از خود نشان می‌دهد. (به شکل (۴-۲۰) رجوع شود).

۲. در اعداد رایلی اصلاح شده پایین ($1 \leq Ra_m \leq 10$) که رژیم حاکم انتقال حرارت در لایه متخلخل، بصورت هدایت حرارتی می‌باشد، در یک ضخامت ثابت از لایه متخلخل هرچه ضریب تخلخل لایه متخلخل بالا رود میزان انتقال حرارت کاهش می‌یابد. (شکل (۴-۲۰) را ببینید).

۳. در اعداد رایلی اصلاح شده متوسط (از مرتبه 10^2) نقطه $(\frac{S}{L})_{cr}$ که در آن روند تغییرات عدد ناسلت با افزایش ضخامت و ضریب تخلخل لایه متخلخل تغییر می‌کند، دیده می‌شود. (شکل (۴-۲۰) را ببینید).

۴. در اعداد رایلی اصلاح شده بالا (10^3) که قدرات انتقال حرارت جابجایی آزاد بالا می‌باشد، با افزایش ضریب تخلخل لایه متخلخل، سرعت سیال و به تبع آن میزان انتقال حرارت و عدد ناسلت در لایه متخلخل افزایش می‌یابد. (به شکل (۴-۲۰) رجوع شود).

۵. در اعداد رایلی اصلاح شده پایین از مرتبه ۱۰، زمانیکه ضخامت لایه متخلخل به اندازه طول محفظه می‌باشد، با افزایش ضریب تخلخل لایه متخلخل، مقدار عدد ناسلت تغییر چندانی نمی‌کند. (به جدول (۴-۶) و (۴-۷) رجوع شود).

۶. در حالتیکه که ضخامت لایه متخلخل برابر با طول محفظه می‌باشد، در عدد رایلی اصلاح شده ثابت، هرچه عدد دارسی کمتر باشد، ضخامت لایه مرزی تشکیل شده در کناره دیواره‌های سرد و گرم کمتر بوده و میزان انتقال حرارت بالاتر است. (به شکل (۴-۲۱) رجوع شود).

۳-۵- پیشنهادات

با توجه به مراحل صورت گرفته در این پایان نامه، در نهایت ایده‌های زیر در رابطه با موضوع مورد تحقیق قابل ارائه می‌باشد:

- بررسی الگوی جریان و انتقال حرارت در حالت عدم تعادل حرارتی
- بررسی الگوی جریان و انتقال حرارت در یک کانال باز
- اثرات ماده متخلخل غیر ایزوترپیک بر انتقال حرارت
- بررسی اثر لایه متخلخل بر الگوی جریان و میزان انتقال حرارت در داخل یک کانال
- بررسی انتقال حرارت در یک محفظه همگن غیر مربعی

مراجع

- [1] Darcy H. (1856) "Les fontaines publiques à l'île de Dijon" Paris, Dalmont.
[2] Cheng P. (1978) "Heat transfer in geothermal systems" **Adv. Heat Transfer** 14, pp 1-105.

- [3] Bekermann C., Ramadhyani S. and Vishkanta R. (1987) "Natural convective flow and heat transfer between a fluid layer and a porous layer inside a rectangular enclosure" **J. Heat Trans-T ASME** **109**, pp 363-370.
- [4] Forchheimer P. (1901) "Wasserbewegung durch Boden" **Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure** **45**, pp 1736-1741.
- [5] Brinkman H. C. (1947) "A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles". **Appl. Sci. Res.**, **A1**, pp 27-34.
- [6] Brinkman H. C. (1947) "On the permeability of media consisting of closely packed porous particles". **Appl. Sci. Res.**, **A1**, pp 81-86.
- [7] Prasad V. and Kulacki F. A. (1985) "Natural convection in porous media bounded by short concentric vertical cylinders" **J. Heat Trans.-T ASME**, **107**, pp 147-154.
- [8] Burns P. J, Chow L. C. and Tien C. L. (1977) "Convection in a vertical slot filled with porous insulation" **Int. J. Heat Mass Tran.**, **20**, pp 919-926.
- [9] Rajamani R., Srinivas C., Nithiarasu P. and Seetharamu K. N. (1995) "Natural convection in axisymmetric porous bodies" **Int. J. Numer. Method H.**, **5**, pp 829-837.
- [10] Poulidakos, D. and Bejan, A. (1985) "The departure from Darcy flow in natural convection in a vertical porous layer" **Phys. Fluid**, **28**, pp 3477-3484.
- [11] Durlafsky L. and Brady J. F. (1987) "Analysis of the Brinkman equation as a model for flow in porous media" **Phys. Fluid**, **30**, pp 3329-3341.
- [12] Chan B. K. C., Ivey C. M. and Barry J. M. (1970) "Natural convection in enclosed porous media with rectangular boundaries" **J. Heat Trans.-T ASME**, **92**, pp 21-27.
- [13] Vasseur P., Wang C. H. and Sen M. (1990) "Natural convection in an inclined rectangular porous slot : the Brinkman-extended Darcy model" **J. Heat Trans.-T ASME**, **112**, pp 507-511.
- [14] Tong T. W. and Subramanian E. (1985) "A boundary-layer analysis for natural convection in vertical porous enclosures-use of the Brinkman-extended Darcy model" **J. Heat Trans.-T ASME**, **28**, pp 563-571.
- [15] Nield D. A. and Bejan A. (2006) "**Convection in Porous Media**" 3rd ed. Springer, New York.
- [16] Nithiarasu P., Seetharamu K. N. and Sundararajan T. (1997) "Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium." **Int. J. Heat Mass Tran.** **40**, **16**, pp 3955-3967.
- [17] Prasad V., Kulacki F. A. and Keyhani M. (1985) "Natural convection in porous media." **J. Fluid Mech.**, **150**, pp 89-119.
- [18] Lauriat G. and Prasad V. (1989) "Non-Darcian effects on natural convection in a vertical porous enclosure." **Int. J. Heat Mass Tran.**, **32**, pp 2135-2148.
- [19] Bekermann C., Viskanta R. and Ramadhyani S. (1988) "Natural convection in vertical enclosures containing simultaneously fluid and porous layers." **J. Fluid Mech.**, **186**, pp 257-284.
- [20] Tong T. W. and Subramanian E. (1986) "Natural convection in rectangular enclosures partially filled with a porous medium." **Int. J. Heat Fluid Fl.**, **7**, pp 3-10.
- [21] Nishimura T., Takumi T., Shiraishi M., Kawamura Y. and Ozoe H. (1986) "Numerical analysis of natural convection in a rectangular enclosure horizontally divided into fluid and porous regions." **Int. J. Heat Mass Tran.**, **29**, pp 889-898.
- [22] Du Z. G. and Bilgen E. (1990) "Natural convection in vertical cavities with partially filled heat-generating porous media. Numer." **Heat Tr A-APPL**, **18**, pp 371-386
- [23] Nakayama A., Jones R., Naylor D. and Oosthuizen P. H. (1995) "Free convection in a horizontal enclosure partly filled with a porous medium." **J. Thermophys. Heat Tr.**, **9**, **4**, pp 797-800.
- [24] Beavers G. S. and Joseph D. D. (1967) "Boundary conditions at a naturally permeable wall" **J. Fluid Mech.**, **30**, pp 197-207
- [25] Neale G. and Nader W. (1974) "Practical significance of Brinkman's extension of Darcy's law: coupled parallel flows within a channel and a bounding porous medium" **Can. J. Chem. Engng.**, **52**, pp 475-478.

- [26] Chen X. B., Yu P. , Sui Y. , Winoto S. H., Low H. T. (2009) "Natural Convection in a Cavity Filled with Porous Layers on the Top and Bottom Walls" **Transp. Porous Med.**, **78**, pp 259–276
- [27] Ochoa-Tapia J.A. and Whitaker S. (1998) "Momentum jump condition at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid inertial effect" **J. Porous Media** **1**, pp 201–217.
- [28] Chen S. and Doolen G. D. (1998) "Lattice Boltzmann method for fluid flows." *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **30**, **1**, pp 329-364.
- [29] Succi S. (2001) "The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond." Oxford University Press, New York
- [30] Sukop M. C. and Thorne D. T. (2006) "Lattice Boltzmann modeling", Springer, New York.
- [31] Alexander F. J., Chen H., Chen S. and Doolen G. D. (1992) "Lattice Boltzmann model for compressible fluids" **Phys. Rev. A**, **46**, pp 1967-1970.
- [32] Dixit H. N. and Babu V. (2006) "Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method." **Int. J. Heat Mass Tran.** **49**, pp 727-739
- [33] Shan X. and Chen H. (1993) "Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components" **Phys. Rev. E**, **47**, 1815-1819.
- [34] Chen S. Dawson S. P., Doolen G. D., Janecky D. R. and Lawniczak A. (1995) "Lattice method and their applications to reacting systems", **Comput. Chem. Eng.**, **19**, pp 617-646.
- [35] Guo Z. and Zhao T. S. (2002) "Lattice Boltzmann model for incompressible flows through porous media." **Phys. Rev. E**. **66**, **3**, pp 036304.
- [36] Guo Z. and Zhao T. S. (2005) "A lattice Boltzmann model for convection heat transfer in porous media." **Numer. Heat Tr. B-Fund**, **47**, pp 157-177.
- [37] Vishnampet R., Narasimhan A. and Babu V. (2011) "High Rayleigh number natural convection inside 2D porous enclosures using the lattice Boltzmann method" **J. Heat Tran.**, **133**, pp 062501-1.
- [38] Rong F. M., Guo Z. L., Lu J. H. and Shi B. C. (2011) "Numerical simulation of the flow around a porous covering square cylinder in a channel via lattice Boltzmann method." **Int. J. Numer. Meth. Fl.** **65**, pp 1217-1230.
- [39] Ergun S. (1952) "Fluid flow through packed column." **Chem. Eng. Prog.**, **48**, pp 89-94
- [40] Vafai K. (1984) "Convective flow and heat transfer in variable-porosity media." **J. Fluid. Mech.**, **147**, pp 233-259
- [41] Vafai K. and Tien C. L. (1981) "Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media." **Int. J. Heat Transfer** **24**, pp 195–203.
- [42] Vafai K. and Tien C. L. (1982) "Boundary and inertial effects on convective mass transfer in porous media." **Int. J. Heat Mass Tran.**, **25**, pp 1183–1190.
- [43] Boussinesq J. (1903) "Théorie Analytique de la Chaleur", Vol. 2, Gauthier-Villars, Paris.
- [44] De Vahl Davis, G. (1983) "Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution." **Int. J. Numer. Method Fluid** **3**, pp 249-264
- [45] Tannehill J. C., Anderson D. A., and Pletcher R. H., (1997) "Computational Fluid Mechanics And Heat Transfer" 2nd edition, Taylor and Francis.
- [46] Evans D. J., and Morris G. P. (1983) "Nonequilibrium molecular-dynamics simulation of coquette flow in two-dimensional fluids", **Phys. Rev. E**, **51**, **19**, pp. 1776-1779
- [47] Goodfellow J. (1991) "Molecular Dynamics" Macmillan Press.
- [48] Rapaport D. C. (1995) "The Art of Molecular Dynamics Simulation" Cambridge University Press.

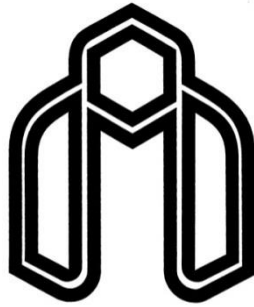
- [49] Mohammad A. A. (2011) **“Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computers Codes.”** Springer, New York.
- [50] Luo L. S. (2000) “The lattice-gas and lattice Boltzmann methods: Past, Present, and Future” Proceedings of the International Conference on Applied Computational Fluid Dynamics, Beijing, China, pp. **52-83**.
- [51] Huang K. (1987) **“Statistical Mechanics”**, John Wiley & Sons, New York.
- [52] He X. , Luo L. S. (1997) “theory of the lattice Boltzmann method: from the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation”, **Phys. Rev. E.**, **56, 6**, pp **6811-6817**
- [53] Buick M., (1990) Ph.D thesis, “Lattice Boltzmann method in interfacial modeling”, Edinburgh Univ.
- [54] Hou S. (1995) Ph.D thesis, “Lattice Boltzmann method for incompressible viscous flow”, Kansas State University.
- [55] Chen H., Chen S. and Mathaeus W. M., (1992) “Recovery of the Navier Stokes equations using a lattice-gas Boltzmann method”, **Phys. Rev. A**, **45, 8** pp **5339-5342**
- [56] Hardy J., Pazis O. D. and Pomeau Y. (1976) “Molecular dynamics of a lattice gas: transport properties and time correlation functions”, **Phys. Rev. A.**, **13**, pp **1949-1961**
- [57] Frisch U., Hasslacher B., Pomeau Y. (1986) “Lattice gas Automata for thr Navier Stokes equation”, **Phy. Rev.letters**, **56, 14**, pp **1505-1508**.
- [58] Peng Y. (2004) **“Least Square Based Lattice Boltzmann Method”** National University Of Singapore.
- [59] Yuan P., (2006) **“Thermal Lattice Boltzmann Two-Phase Flow Model for Fluid Dynamics”**, University of Pittsburgh, Pittsburgh.

Abstract

Simulation of fluid flow and heat transfer in porous media is motivated by many authors due to its applications in engineering. So many authors investigated this problem based on different models. In this study, a detailed parametric study of natural convection heat transfer inside a square enclosure which is partially filled with porous layer is reported. Generalized equations in modeling flow in porous media have been employed which are coupled with the lattice Boltzmann formulation of the momentum and energy equations. The lattice Boltzmann method (LBM) is used to investigate the effects of the configurations and the thickness of the porous layer on flow pattern as well as heat transfer features. At first, the obtained results are validated in three cases. A high accuracy is observed by comparing results of the present study to other numerical studies. Then the effect of positions and the thickness of porous layer on heat transfer rate for different dimensionless parameters, such as Rayleigh number, Darcy number and porosity of the porous layer are studied. It is observed that the degree of penetration of fluid into the porous medium depends strongly on the product of Rayleigh and Darcy numbers. So the convection and conduction heat transfer mechanism is observed for various Rayleigh-Darcy numbers. Additionally, it is interesting to note that for different vertical porous layer positions, the middle position and for different horizontal porous layer positions, the layers in which located up or down of the cavity provide optimal heat transfer rate.

Moreover, by increasing the thickness of the porous layer the average Nusselt number decreases. In addition in the moderate Rayleigh-Darcy number, the critical porous thickness $(S/L)_{cr}$ for various porosity of the porous layer also is reported.

Key words: Natural convection, cavity, porous layer, numerical solution, lattice Boltzmann method.



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical Engineering

**Numerical solution of free convection heat transfer in a
porous cavity using Lattice Boltzmann Method**

Thesis
Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of
Master of Science (M.Sc)

Alaleh Anaraki Haji Bagheri

Supervisors

Dr. M. Hassan Kayhani

Consultant

Dr. Mohsen Nazari

Date: February 2013

