

به نام خالق، هستی



دانشکده مهندسی مکانیک

گروه تبدیل انرژی

بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد و انتقال جرم در یک

محفظه حاوی ماده متخلخل غیر ایزوتروپیک

دانشجو:

روزبه دشتستانی

استاد راهنما:

دکتر محمد محسن شاه مردان

استاد مشاور:

دکتر محسن نظری

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

زمستان ۱۳۹۱

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : مکانیک

گروه : تبدیل انرژی

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای روزبه دشتستانی

تحت عنوان:

بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد و انتقال جرم در یک محفظه حاوی ماده متخلخل
غیرایزوتروپیک

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

| امضاء | اساتید مشاور | امضاء | اساتید راهنما |
|-------|--|-------|--|
| | نام و نام خانوادگی : دکتر محسن نظری | | نام و نام خانوادگی : دکتر شاه مردان |

| امضاء | نماینده تحصیلات تکمیلی | امضاء | اساتید داور |
|-------|---|-------|-----------------|
| | نام و نام خانوادگی : دکتر حسن کیهانی | | دکتر جباری مقدم |
| | | | دکتر اکبرزاده |
| | | | |
| | | | |

تقدیم به

پدرم: اسوه‌ی صبر و استقامت

مادرم: اسوه‌ی محبت و گذشت

خواهرم کنجینه دکر می و مهربانی

و بهسر آینده ام!

تشکر و قدردانی

ضمن سپاس بیکران خداوند، لازم می‌دانم از تمامی اساتیدی که در این مدت افتخار شاگردی ایشان را داشتم، به‌ویژه اساتید محترم آقای دکتر محمد محسن شاه‌مردان و آقای دکتر محسن نظری که با راهنمایی‌های مدبرانه، نظارت و سرپرستی این پایان‌نامه را به عهده داشتند، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم. همچنین با تشکر ویژه از جناب آقای دکتر شاکری نژاد که با وجود درگیری‌های کاری خود برادرانه اینجانب را راهنمایی کردند نیز با تمام وجود تشکر می‌نمایم.

تعهد نامه

اینجانب **روزبه دشتستانی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک - گرایش تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان "**بررسی انتقال**"

حرارت جابجایی آزاد و انتقال جرم در یک محفظه حاوی ماده‌ی متخلخل غیر ایزوتروپیک تحت

راهنمایی دکتر محمد محسن شاه‌مردان و دکتر محسن نظری " متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده‌است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده‌است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده‌است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده‌است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد .
- این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در مطالعه حاضر، انتقال حرارت جابجایی آزاد در محیط متخلخل غیر ایزوتروپ به صورت عددی و با استفاده از روش تفاضل محدود مورد بررسی قرار گرفته است. جابجایی طبیعی بوسیله ترکیب گرما و

انتقال جرم در یک حفره متخلخل غیر ایزوتروپ به وسیله مدل داری برای بیان معادله ممنتوم استفاده شده است. در محفظه جریان سیال دو بعدی، پایا، تراکم ناپذیر و نیوتنی در نظر گرفته شده است. محیط متخلخل هم به صورت حرارتی و هم به صورت هیدرودینامیکی غیر ایزوتروپ می باشد و جهت های اصلی تانسور نفوذپذیری K^* با بردار گرانش زاویه θ می سازند، در حالی که برای تانسورهای دمایی و جرم این جهت ها با محورهای افقی و عمودی مختصات، منطبق می باشند. مسأله برای مشاهده تغییرات سه کمیت بی بعد مورد بررسی قرار می گیرد. در ابتدا تغییرات عدد بی بعد رایلی در محدوده مقادیر ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ مورد بررسی قرار گرفته، سپس کمیت θ برای سه مقدار ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه تغییر کرده و در نهایت اثرات پارامتر K^* برای مقادیر ۰/۱، ۱ و ۱۰ مورد ملاحظه قرار می گیرد. خطوط جریان، خطوط دما ثابت، خطوط غلظت ثابت و مقدار بردارهای سرعت افقی و عمودی در خطوط مرکزی حفره نیز مورد تحلیل قرار گرفته است. همچنین مقدار عدد ناسلت متوسط روی دیواره ی سمت چپ محفظه نیز محاسبه می شود. در این پژوهش تأثیر کمیت های رایلی، K^* و θ روی مقادیر جریان، تأثیر K^* و θ بر مقادیر مؤلفه های سرعت و همچنین عدد ناسلت متوسط و در نهایت تأثیر عدد رایلی روی دما و غلظت در خط مرکزی حفره مورد بررسی قرار می گیرد.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت جابجایی آزاد، روش تفاضل محدود، پخش دو بعدی، محیط متخلخل غیر ایزوتروپ، مدل داری.

مقالات

مقالات استخراج شده از رساله ی حاضر به شرح زیر می باشند:

(۱) م. شاه مردان، م. نظری، ر. دشتستانی، "انتقال حرارت و جرم در یک محفظه متخلخل با شرایط هیدرودینامیکی و حرارتی غیر ایزوتروپ"، مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس.

(۲) م. شاه مردان، م. نظری، ر. دشتستانی، "اثرات تانسور نفوذ پذیری بر انتقال حرارت و جرم در یک ماده‌ی متخلخل غیر ایزوتروپیک"، مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک تبریز.

فهرست مطالب

بسم ا...الرحمن الرحيم.....ا.....

صفحه عنوان.....ب.....

تصویب نامه.....ت.....

اهدا نامه.....ث.....

قدردانی.....ج.....

اقرار نامه و واگذاری حقوق.....ح.....

چکیده پایان نامه به زبان فارسی.....خ.....

لیست مقالات.....د.....

فهرست مطالب.....ذ.....

فهرست شکل ها و نمودارها.....ز.....

فهرست جدول ها.....س.....

فهرست علامت ها و اختصارها.....ش.....

فصل اول

مقدمه.....۱.....

۱-۱- خنک کاری قطعات.....۳.....

۲-۱- تیغهی متخلخل در مبدل های حرارتی..... ۴

۳-۱- مشعل متخلخل..... ۵

۴-۱- تعریف مسئله..... ۱۵

فصل دوم

۱-۲- مقدمه..... ۱۸

۲-۲- معادلات بقای جرم..... ۲۰

۳-۲- معادلات اندازه حرکت: قانون داریسی..... ۲۲

۴-۲- گسترش قانون داریسی..... ۲۵

۱-۴-۲- شتاب و اثرات درونی دیگر..... ۲۵

۲-۴-۲- معادله فورچهمیر..... ۲۶

۳-۴-۲- معادله بریکمن..... ۲۷

۵-۲- معادلات انرژی..... ۲۸

۱-۵-۲- حالت عدم تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد..... ۲۸

۲-۵-۲- حالت تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد..... ۳۰

فصل سوم

۱-۳- محفظه پر شده با محیط متخلخل در حالت تعادل گرمایی..... ۳۳

فصل چهارم

۱-۴- مقدمه..... ۴۱

۲-۴- گسسته سازی معادلات حاکم..... ۴۲

۳-۴- الگوریتم و مراحل حل عددی..... ۴۳

فصل پنجم

- ۴۶-۱-۵- محفظه‌ی پر شده با محیط متخلخل غیر ایزوتروپیک.....
- ۵۰-۱-۱-۵- بحث و نتیجه‌گیری محفظه‌ی پر شده با محیط متخلخل غیر ایزوتروپ.....
- ۵۲-۱-۲- بحث بر روی شبکه‌ی مورد نظر.....

فصل ششم

- ۵۵-۱-۶- بحث و نتیجه‌گیری بر روی کانتورهای بدست آمده از مسئله‌ی مورد نظر.....
- ۶۵-۱-۱-۶- بحث روی تأثیر پارامترهای رایلی، K^* و θ روی مقادیر جریان.....
- ۶۵-۲-۶- تأثیر پارامتر نفوذ پذیری بر مقادیر مؤلفه‌های سرعت.....
- ۶۹-۳-۶- تأثیر پارامتر زاویه چرخش θ بر روی مؤلفه‌های سرعت.....
- ۶۹-۴-۶- تأثیر پارامترهای نفوذپذیری K^* و زاویه چرخش θ بر روی عدد ناسلت

متوسط Nu ۷۳

۷۴-۱-۴-۶- بحث.....

۷۵-۵-۶- تأثیر عدد رایلی Ra روی دما و غلظت در خط مرکزی حفره.....

۷۶-۱-۵-۶- بحث.....

فصل هفتم

۷۹-۱-۷- جمع بندی.....

۸۱-۲-۷- پیشنهادات.....

فهرست شکل‌ها و نمودارها

شکل ۱-۱: نمونه ای از مشعل‌های متخلخل.....۷

- شکل ۱-۲: ارتباط المان با اندازه ناحیه سیال و ناحیه متخلخل در المان حجم مشخص [۳]..... ۱۹
- شکل ۲-۲: توزیع سرعت برای یک محیط متخلخل همگن [۳۵]..... ۲۱
- شکل ۳-۲: عبور از ناحیه داری به ناحیه فورچهمیر برای یک محیط متخلخل [۳]..... ۲۶
- شکل ۴-۲: المان یک بعدی برای قانون انرژی در محیط متخلخل همگن [۳۵]..... ۲۸
- شکل ۱-۳: محفظه‌ی دو بعدی متخلخل..... ۳۳
- شکل ۱-۵: محفظه پر شده با محیط متخلخل غیر ایزوتروپیک..... ۴۶
- شکل ۲-۵: تأثیر پارامتر نفوذ پذیری (K^*) روی: (a) تابع جریان (ψ) و (b) خطوط هم دما (T) و (c) خطوط هم غلظت (C)..... ۵۱
- شکل ۳-۵: تأثیر پارامتر نفوذ پذیری (K^*) روی: (a) تابع جریان (ψ) و (b) خطوط هم دما (T) و (c) خطوط هم غلظت (C)..... ۵۱
- شکل ۴-۵: نمودار های تابع جریان..... ۵۳
- شکل ۱-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۵۷
- شکل ۲-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۵۸
- شکل ۳-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۵۹
- شکل ۴-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۶۰
- شکل ۵-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۶۱
- شکل ۶-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۶۲
- شکل ۷-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۶۳
- شکل ۸-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۶۴
- شکل ۹-۶: نمودار های تابع جریان ، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱/ و ۱ و ۱۰ به ترتیب از بالا به پایین..... ۶۵
- شکل ۱۰-۶: نمودار های سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در زاویه چرخش

- ۶۸.....صفر ($\theta = 0$).....
 شکل ۱۱-۶: نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در زاویه چرخش
 ۶۹.....نود ($\theta = 90$).....
 شکل ۱۲-۶: نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در زاویه چرخش
 ۷۱.....صفر ($K^* = .1$).....
 شکل ۱۳-۶: نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در زاویه چرخش
 ۷۳.....صفر ($K^* = 10$).....
 شکل ۱۴-۶: نمودارهای عدد ناسلت بر حسب پارامتر نفوذپذیری و زاویه چرخش
 ۷۶..... شکل ۱۵-۶: تأثیر عدد رایلی بر دما و غلظت در خط مرکزی حفره.....

فهرست جدولها

| | |
|---|----|
| جدول ۱-۲: ضریب تخلخل و نفوذ پذیری برای برخی از مواد متخلخل [۳]..... | ۲۳ |
| جدول ۱-۵: تست مستقل بودن شبکه از تعداد گره..... | ۵۲ |
| جدول ۲-۵: تست مستقل بودن شبکه از تعداد گره..... | ۵۲ |
| جدول ۳-۵: درصد خطای محسباتی برای انتخاب مش مورد نظر..... | ۵۲ |
| جدول ۱-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 500, \theta = 0)$ | ۵۷ |
| جدول ۲-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 500, \theta = 45)$ | ۵۸ |
| جدول ۳-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 500, \theta = 90)$ | ۵۹ |
| جدول ۴-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 1000, \theta = 0)$ | ۶۰ |
| جدول ۵-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 1000, \theta = 45)$ | ۶۱ |
| جدول ۶-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 1000, \theta = 90)$ | ۶۲ |
| جدول ۷-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 10000, \theta = 0)$ | ۶۳ |
| جدول ۸-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 1000, \theta = 45)$ | ۶۴ |
| جدول ۹-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف در $(Ra = 10000, \theta = 90)$ | ۶۵ |
| جدول ۱۰-۶: مقادیر f_1, e_1 و g_1 در حالت $\theta = 90$ و $\theta = 0$ | ۶۷ |
| جدول ۱۱-۶: مقادیر f_1, e_1 و g_1 در حالت $\theta = 90, \theta = 45, \theta = 0$ در حالت $K^* = .1$ | ۷۰ |
| جدول ۱۲-۶: مقادیر f_1, e_1 و g_1 در حالت $\theta = 90, \theta = 45, \theta = 0$ در حالت $K^* = 10$ | ۷۲ |

فهرست علامت ها و اختصارها

$A = \frac{H}{L}$ نسبت سطح

C' غلظت حل شوندگی

C'_0 غلظت حل شوندگی در نقطه اولیه

C غلظت حل شوندگی بی بعد

D'_x پخش حل شوندگی در راستای محور عمودی

D'_y پخش حل شوندگی در راستای محور افقی

D^* نسبت پخش حل شوندگی

D_p قطر هیدرولیکی

$e_1 = K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ مؤلفه‌ی نفوذپذیری

g شتاب گرانش

$g_1 = K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ مؤلفه‌ی نفوذ پذیری

H ارتفاع حفره

h عرض کانال

\bar{K} تانسور نفوذ پذیری

K'_x نفوذپذیری در راستای x^* از محور مختصات مایل

K'_y نفوذپذیری در راستای y^* از محور مختصات مایل

$K^* = \frac{K'_x}{K'_y}$ نسبت مؤلفه‌های اصلی تانسور \bar{K}

L عرض حفره

Le عدد لوئیس

.....نسبت شناوری

$$N = \frac{b\beta_c q_c}{\beta_T q_T}$$

Nu عدد ناسلت

| | |
|------------|------------------------------------|
| P' | اندازه فشار..... |
| P | فشار بی بعد..... |
| q_T | شار گرمایی..... |
| q_C | شار حل شوندگی..... |
| \bar{Q} | بردار واحدستونی..... |
| Ra_T | عدد رایلی..... |
| t' | اندازه زمان..... |
| t | زمان بی بعد..... |
| T' | اندازه دما..... |
| T_0 | اندازه‌ی دما در لحظه شروع..... |
| T | دمای بی بعد..... |
| $V'(v, u)$ | اندازه بردار سرعت افقی..... |
| $V(v, u)$ | اندازه بردار سرعت افقی بی بعد..... |
| y', x' | مؤلفه های فضایی..... |
| y^*, x^* | مؤلفه های فضایی مایل..... |
| y, x | مؤلفه های فضایی بی بعد..... |

علائم یونانی

| | |
|-------------|-----------------------------------|
| α'_x | پخش گرمایی در طول محور عمودی..... |
| α'_y | پخش گرمایی در طول محور افقی..... |
| α^* | نسبت پخش گرمایی..... |

Δt گام زمانی بی بعد

μ ویسکوزیته دینامیکی

ϕ تخلخل

ψ تابع جریان

ρ چگالی سیال

ρ_0 چگالی اولیه

σ نسبت ظرفیت حرارتی

θ زاویه چرخش غیر ایزوتروپیک

زیرنویس‌ها

Av متوسط

c سرد

eff مقدار مؤثر

f سیال

h گرم

Max ماکزیمم

o مقدار اولیه

s جامد

w دیوار

x جهت عمودی

y جهت افقی

بالا نویس ها

" بر واحد مساحت

" بر واحد حجم

فصل ۱. مقدمه

ماده‌ی متخلخل، محیط غیر همگنی است که بین ذرات تشکیل دهنده‌ی آن فضای خالی وجود دارد. در صورت وجود سیال بین ذرات جامد، محیط را اصطلاحاً محیط متخلخل اشباع می‌نامند. در محیط‌های متخلخل طبیعی، شکل و نحوه‌ی قرار گرفتن ذرات نسبت به هم کاملاً تصادفی بوده و هیچ قانون خاصی بر نحوه پراکندگی آن‌ها حاکم نیست. به عنوان مثال می‌توان به ذرات ماسه در یک بستر شنی اشاره کرد. واضح است که در این محیط مشخصات سیال مانند سرعت، فشار و دما از دیدگاه میکروسکوپ^۱ کاملاً تصادفی می‌باشند. البته نتایج تجربی نشان می‌دهد که مقادیر ماکروسکوپیک^۲ این متغیرها کاملاً قانونمند و قابل پیش بینی می‌باشد، این متغیرها را اصطلاحاً متغیرهای میانگین فضایی^۳ می‌نامند. انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محیط متخلخل، در دو دهه اخیر به دلیل کاربردهای فراوان به صورت گسترده مورد بررسی قرار گرفته است.

برخی از کاربردهای محیط متخلخل مربوط به مدل‌سازی مبدل‌های فشرده حرارتی، مدل‌سازی سلول‌های خورشیدی، ساخت و بررسی عایق‌های حرارتی ساختمانی، طراحی راکتورهای هسته‌ای، طراحی سیستم‌های ژئوفرمال، نگهداری از دانه‌های غلات محصولات کشاورزی و جلوگیری از رشد آفات (مثل قارچ-ها، کپک‌ها، جوانه‌زدن دانه‌ها) در انبارها و سیلوها، محکم کاری و استحکام ساحل‌ها، افزایش بازیافت مواد نفتی، استخرهای ذخیره سوخت، ذخیره سازی ضایعات هسته‌ای و خنک کاری در تجهیزات الکتریکی نام برد.

این رساله در هفت فصل تنظیم گردیده است. در فصل اول، مقدمه‌ی رساله بیان شده و به بررسی پژوهش‌های پیشین درباره‌ی انتقال حرارت و جریان جابجایی آزاد در محیط متخلخل پرداخته شده است. همچنین در این فصل پژوهش حاضر معرفی شده و درباره‌ی ضرورت انجام آن به بحث و بررسی پرداخته شده است. در فصل دوم، معادلات حاکم بر محیط متخلخل و شرایط مرزی حاکم بر روی دیواره و سطح

1. Microscopic
2. Macroscopic
3. Space average quantity

مشترک دو محیط ارائه می‌گردد. در فصل سوم، معادلات حاکم در مسئله‌ی مورد نظر و بی‌بعد سازی آنها و بدست آوردن کمیت‌های بی‌بعد مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در فصل چهارم، گسسته‌سازی معادلات حاکم و الگوریتم مورد استفاده برای حل کوپل جریان، دما و غلظت در شبکه‌ی متمرکز بیان می‌شود. در فصل پنجم، ابتدا به مدل سازی و حل پژوهش‌های مرتبط با پروژه پرداخته و بعد از اطمینان از صحت حل و درستی برنامه‌ی رایانه‌ای به بررسی هندسه و مطالعه دقت شبکه اقدام می‌شود. در فصل ششم نمودارها و کانتورهای بدست آمده از برنامه‌ی عددی مورد نظر آورده شده است. در فصل هفتم نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادات ارائه می‌گردد. ضمناً برنامه‌ی رایانه‌ای این پایان نامه با استفاده از نرم افزار متلب^۱ نوشته شده و توسط نرم افزار تک پلات^۲ به رسم نتایج پرداخته شده است.

کاربرد های عملی محیط‌های متخلخل

۱-۱- خنک کاری قطعات

در دنیای مدرن امروز از رایانه‌های شخصی گرفته تا رایانه‌های غول پیکر به صورت‌های مختلف در کارهای روزمره و نیز پژوهش‌های علمی استفاده می‌شود. به این ترتیب از کار افتادن هر یک از سیستم‌های رایانه می‌تواند زیان‌های جبران ناپذیری را به بخش‌های مختلف وارد کند. از مسائل عمده‌ای که سیستم‌های الکتریکی با آن مواجه هستند میزان حرارت تولیدی توسط اجزا سیستم و چگونگی دفع آن است. هر چه تعداد قطعات الکتریکی بیشتر باشد این مسئله حادثتر می‌شود. از سوی دیگر با پیشرفت علم الکترونیک از حجم این قطعات کاسته و قطعات متنوع تر با کارایی بالاتر ساخته شده‌اند. اما هنوز مسئله‌ی تولید حرارت در این قطعات با توجه به مقدار زیاد آن غیرقابل چشم‌پوشی است. جهت مشخص شدن اهمیت این موضوع می‌توان به این نکته اشاره کرد که حرارت تولیدی از هر بورد الکتریکی تا مرز یک مگاوات در هر

1.MATLAB
2.TECPLOT

مترمربع از سطح مورد می‌رسد. بنابراین کنترل دما و پایین نگه داشتن آن جهت افزایش عمر یک سیستم مسئله‌ای حیاتی است. با این وصف نقش انتقال حرارت از قطعات با توجه به مقدار زیاد نرخ تولید حرارت ونحوه خنک کاری آنها حائز اهمیت می‌باشد. سطح خارجی قطعات الکتریکی اصولاً می‌تواند به کمک روش‌های اجباری یا طبیعی و یا مخلوطی از هر دو روش خنک شود. سیال خنک کن نیز می‌تواند هوا، آب یا روغن باشد.

۱-۲- تیغه متخلخل^۱ در مبدل‌های حرارتی

یک کانال می‌تواند به طور کامل یا ناقص با محیط متخلخل پر شود. این محیط متخلخل می‌تواند به صورت یک لایه متخلخل یا به صورت بلوک‌های گسسته از هم باشد. اکثر مطالعات تجربی و عددی انجام شده پیرامون کانال پر شده با محیط متخلخل نشان می‌دهد که همواره به طور ذاتی یک افت فشار بالا در چنین کانال‌هایی اتفاق می‌افتد. به طور قطع این افت فشار در کانال‌هایی که به صورت ناقص با محیط متخلخل پر شده اند، کمتر است. بنابراین به منظور حدکثر انتقال حرارت، نیازی به پر کردن کامل کانال با محیط متخلخل نیست. هوآنگ و وفایی^۲ [۱] نشان دادند که حضور بلوک‌های متخلخل در سطح خارجی صفحه در یک کانال به طور قابل توجه ویژگی‌های جریان سیال و انتقال حرارت را تغییر می‌دهد. آنها تاثیر کمیت‌های مختلف مثل اعداد دارسی، رینولدز و پرانتل را بر میدان جریان و انتقال حرارت بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که انتقال حرارت محلی به میدان سرعت وابسته است. گردابه‌های تشکیل شده تاثیر زیادی بر ویژگی‌های انتقال حرارت دارد.

یک مقایسه بین یک کانال خالی و یک کانال پر شده با ماده متخلخل نشان می‌دهد که در کانال دوم می‌توان انتقال حرارت را افزایش داد. تارگویی و کاهالراس^۳ [۲] در یک تحقیق عددی، دو شکل مختلف از کانال‌های پر شده با محیط متخلخل را بررسی کردند. در یکی از کانال‌ها، محیط متخلخل در داخل یک

1.Porous Baffle
2.Huang and Vafai
3.Targui and Kahalerras

سری شکاف حلقوی و در دیگری به صورت شطرنجی جاسازی شده بود. نتایج آنها افزایش انتقال حرارت را نشان داد، اگر چه علاوه بر افت فشار بالا، خطوط جریان از حالت طبیعی بسیار منحرف شده بود. تعداد زیادی از مقالات برای مدل سازی جریان آرام، درهم و انتقال حرارت، کاربرد سطوح گسترده مثل فین ها و تیغه ها را گزارش می کنند. این مقالات پیرامون مساحت سطح بهینه، شکل ها و جهت فین ها به منظور افزایش انتقال حرارت در یک دبی جرمی مشخص بحث می کنند. در این مبحث هم افرادی مثل بو هادف و همکاران^۱[۳] و آل کام و آل نیمر^۲[۴]، عملکرد حرارتی محیط متخلخل را در مبدل های حرارتی لوله ای بررسی کردند. امروزه استفاده از سطوح گسترش یافته متخلخل مثل فین ها و بافل ها برای افزایش انتقال حرارت در کنار افت فشار بسیار قابل توجه است.

۱-۳- مشعل متخلخل

پیشرفت سریع در تکنولوژی و بهبود سطح اجتماعی، ملت ها را به استفاده گسترده از سوخت های فسیلی ملزم کرده است. همواره در استفاده از سوخت های فسیلی دو مشکل وجود دارد، یکی تقلیل منابع سوخت فسیلی و دیگری محیط زیست. احتراق در محیط های متخلخل^۳ یک روش موجه برای مهار کردن مشکلات فوق الذکر است که دامنه ی گسترده ای دارند. احتراق در محیط های متخلخل مزایای بسیار قابل توجهی دارد که آن را قابل مقایسه با احتراق معمولی^۴ می کند. از آن جمله می توان به افزایش سرعت احتراق، افزایش رنج قدرت دینامیکی، گسترش محدوده ی اشتعال پذیری و کاهش پخش حرارت اشاره کرد. احتراق در محیط متخلخل بطور قابل ملاحظه ای متفاوت از اشتعال همگن است. این تفاوت به یک سری از فاکتورهای اصلی مربوط می شود:

1. Bouhadeef et al.
2. Al-Nimr and Al kam
3. Porous Medium Combustion-PMC
4. Combustion Flame Free

۱) افزایش سطح داخلی محیط متخلخل جامدکه یک انتقال حرارت موثر را بین محیط قابل اشتعال و جامد نتیجه می دهد.

۲) پخش سیال واکنش دهنده از میان محیط متخلخل، قابلیت نفوذ پذیری و انتقال حرارت بین فازها را افزایش می دهد. این روش فرآیند احتراق را در گستره وسیعی از سرعت واکنش دهندها و نسبت اکسیژن و سوخت تسهیل می کند. همچنین این روش امکان تشکیل ترکیبات نیتروژن^۱ و منوکسیدکربن را به حداقل می رساند.

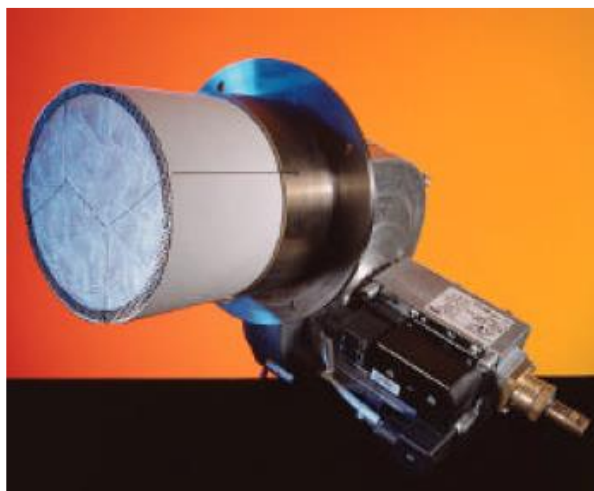
در سال های اخیر محققان زیادی بطور تجربی و تئوری بر روی گسترش تکنولوژی مشعل های محیط متخلخل متمرکز شده اند. تریمیس و دراست^۲ [۵] در مورد پیشرفت ها و کاربردهای محیط های متخلخل بازبینی هایی انجام دادند. الیورا و کاویانی^۳ [۶] هم فرآیندهای نفوذپذیری در عدم تعادل حرارتی و شیمیایی را در فرآیند احتراق میان محیط های متخلخل بررسی کردند.

استفاده از مشعل متخلخل مزایای بسیاری دارد و از آن جمله می توان به ترکیبات نیتروژن بسیار پایین حتی خارج از محدوده کاری محصول، تولید منوکسیدکربن بسیار پایین، کم کردن هزینه ها و سرمایه اولیه و هزینه های بسیار پایین اشاره کرد.

1.NOX

2.Trimis and Drast

3.Oloveria and Kavian



شکل ۱-۱: نمونه‌ای از مشعل‌های متخلخل [۳]

یکی از فاکتورهای مهم در انتخاب مشعل‌های متخلخل استفاده از آنها برای گرمایش آرام^۱ است. در مقایسه با سیستم‌های مشعل مرسوم مشعل‌های متخلخل مزایای ویژه‌ای را به منظور گرمایش بدون شعله ارائه می‌کنند. دمای بینهایت متغیر و همگن، امکان رفتار آرام گرمایی و کنترل شده‌ی یک ماده را فراهم می‌کند. احتراق بطور معمول بوسیله الکتروود جرقه‌زن صورت می‌گیرد. همانند سایر مشعل‌ها از یک الکتروود یونیزاسیون برای مشاهده‌ی شعله استفاده می‌کنند. در مشعل‌های متخلخل توزیع گرما می‌تواند در فاصله کوتاهی از سطح مشعل متخلخل اتفاق بیفتد. این حالت ما را از گرمایش کامل موضوع مورد نظر مطمئن می‌سازد.

در اینجا به ترتیب پژوهش‌های انجام شده در چهار زمینه مختلف: انتقال حرارت در یک محیط متخلخل غیر همگن، روش تفاضل محدود، انتقال حرارت در محیط‌های نیمه متخلخل، اثرالمان حرارتی بر انتقال حرارت و همچنین نتایج حاصل از این پژوهش‌ها به ترتیب زمان تحقیق در هر مبحث بررسی خواهد شد. هدف از انجام این بررسی، آشنایی با پژوهش‌های انجام شده در این زمینه‌ها، روش انجام و نتایج حاصل از آنها می‌باشد. بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه محیط‌های متخلخل بر پایه قانون داریسی و بین

1. Gentel Heating

فازهای جامد و سیال می باشد. فرض تعادل حرارتی برای محیط های با خلل و فرج کوچک مثل مخازن زمین گرمایی و عایق های حرارتی صادق می باشد. برای محیط های متخلخل با سرعت بالای جریان سیال و یا محیط هایی که حرارت در یکی از فازهای جامد یا سیال تولید می شود، به مانند رآکتورهای هسته ای و ... به دلیل اختلاف دمای زیاد بین فازهای سیال و جامد، شرط عدم تعادل حرارتی می بایست در نظر گرفته شود. شومان^۱ در ۸۰ سال قبل مدل عدم تعادل حرارتی کلاسیک را پیشنهاد کرد. در سال های اخیر نیز توجه بیشتری به بررسی این مدل در حل های عددی انتقال حرارت در محیط های متخلخل شده است. بیشتر فعالیت های انجام شده در زمینه محیط های متخلخل به طور مختصر در کتاب های اخیر کاویانی^۲ [۷]، وفایی^۳ [۸]، نیلد و بیژن^۴ [۹] و اینگهام و پوپ^۵ [۱۰] بیان شده است. بیتاس^۶ و پاپ [۱۱] عدم تعادل حرارتی را برای انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی با استفاده از روش حجم محدود^۷ مدل سازی کردند. آن ها در این بررسی فرض کردند که محیط متخلخل از قانون دارسی پیروی کرده و بین فازهای جامد و سیال تعادل برقرار نمی باشد. بیتاس [۱۲] یک سال بعد انتقال حرارت جابجایی آزاد در حالت پایا برای یک مدل عدم تعادل حرارتی در یک محفظه متخلخل مربعی را با در نظر گرفتن حرارت تولیدی در فاز جامد مورد بررسی قرار داد. در این بررسی او معادلات ناویر استوکس را همراه با جمله های دارسی - فورچهمیر - بریکمن^۸ در نظر گرفت و با استفاده از روش حجم محدود در الگوریتم سیمپل^۹، به حل معادلات پرداخت. او در این پژوهش به این نتیجه رسید که با افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی بین فازهای سیال و جامد، این دو فاز به حالت تعادل حرارتی می رسند. ساتیامورتی^{۱۰} و همکارانش [۱۳]

-
1. Schumann
 2. Kaviany
 3. Vafai
 4. Nield and Bejan
 5. Ingham and Pop
 6. Baytas
 7. Finite Volume
 8. Darcy-Darcy-Brinkman
 9. SIMPLE Algorithm
 10. Sathiyamoorthy

جابجایی آزاد در محفظه‌ی پر شده با محیط متخلخل که دمای دیواره‌های آن به صورت خطی تغییر می‌کند را مورد بررسی قرار دادند. مدل مورد بررسی آنها از جملات داریسی – فور چه‌میر پیروی کرده که با استفاده از روش تفاضل محدود^۱ حل می‌گردد. آن‌ها اثر دیواره‌های خطی را بر انتقال حرارت و جریان سیال، برای عدد رایلی و داریسی‌های مختلف بررسی کردند.

ورال^۲ و همکاران [۱۴] به مطالعه‌ی جابجایی آزاد در یک محفظه‌ی نیمه متخلخل که پروفیل دمای دیواره‌ی پایینی آن به صورت سینوسی تغییر می‌کند، پرداختند. قانون داریسی حاکم بر محیط متخلخل بوده و فاز سیال و جامد در تعادل حرارتی هستند. آنها با استفاده از روش تفاضل محدود به بررسی اثر پروفیل سینوسی بر روی انتقال حرارت و جریان سیال پرداختند.

روش حجم محدود بر پایه متغیرهای اولیه یکی از روش‌های مهم در محاسبات عددی برای حل مسائل جریان سیال و انتقال حرارت است. در این روش معادلات حاکم شامل معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی به صورت گسسته شده، بر روی حجم کنترل به کار گرفته می‌شود. برای معادلات فوق در سال ۱۹۷۲ پتنکار و اسپالدینگ^۳ [۱۵] یک روش نیمه ضمنی برای ارتباط بین معادلات پیوستگی و اندازه حرکت به نام سیمپل^۴ ارائه کردند که بر اساس شبکه‌ی جابجا شده^۵ بنا شده است.

آل فرهانی و توران^۶ [۱۶] پخش دو بعدی انتقال حرارت و جرم جابجایی در یک حفره متخلخل مایل را به صورت عددی مورد تحلیل قرار دادند. دیواره‌های عرضی حفره در دما و غلظت ثابت ولی متفاوت با یکدیگر و دیواره‌های بالایی و پایینی عایق می‌باشند. از روش حجم کنترل برای حل معادلات حاکم بی‌بعد و از الگوریتم سیمپلر برای حل معادلات کوپله‌ی سرعت و فشار استفاده شده است. کانتورهای خطوط جریان، خطوط هم دما و خطوط هم غلظت و همچنین خطوط ناسلت و عدد شروود برای مقادیر مختلف از

1. Finite Element

2. Varol

3. Patankar and Spalding

4. SIMPLE

5. Staggered Grid

6. Al-Farhany and Turan

کمیت‌های مسئله‌ی مورد نظر رسم گردیده است. نتیجه‌ی مهم اثر تغییر زاویه چرخش حفره بوده که با افزایش آن میزان جابجایی طبیعی کمتر و اثر هدایت بیشتر شده است.

گوین قوآنگ^۱ [۱۷] برای نخستین بار یک فرآیند زیستی را در محیط یک حفره متخلخل بررسی کردند. پارامتر نفوذپذیری غیر ایزوتروپ بوده و جهت مؤلفه‌های تانسور نفوذ پذیری با جهت محورهای مختصات زاویه θ می‌سازد. آنها تغییرات عدد رایلی بحرانی را که تابعی از سرعت شناوری ذرات (در جهت خلاف نیروی گرانش) و نسبت مؤلفه‌های نفوذپذیری و زاویه چرخش بوده را مورد بررسی قرار دادند. آنها دریافتند که مقدار عدد رایلی بحرانی در سرعت شناوری بالا از مقدار آن در سرعت شناوری پایین کمتر است. همچنین هنگامی که سرعت شناوری بالا باشد، تغییر زاویه چرخش از صفر تا ۹۰ درجه باعث تغییر شدید در ساختار جریان می‌شود.

گوبین^۲ و همکاران [۱۸] در یک محفظه‌ی دو لایه ای سیال - محیط متخلخل که دیواره‌های افقی آن عایق و دیواره‌های عمودی آن در دمای ثابت و مختلف قرار دارد، به بررسی جابجایی آزاد پرداختند. آنها در این مقاله اثر ضخامت لایه متخلخل و نفوذ پذیری را بر ساختار جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم نشان دادند. نتایج بدست آمده توسط آنها با نتایج حاصل از حل تحلیلی در حالت ساده مورد تایید قرار گرفته است.

بیتاس و همکارانش [۱۹] موفق شدند جابجایی آزاد در محفظه‌ی متخلخل را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دهند. محفظه شامل دو دیواره‌ی افقی با ضخامت محدود بوده و دیواره‌های عمودی آن در دمای یکنواخت ولی متفاوت قرار دارند. در این مقاله تمرکز بر روی نقش ضریب هدایت حرارتی دیواره‌های افقی بر روی انتقال حرارت و جریان سیال بود. نتایج بدست آمده توسط بیتاس نشان می‌دهد که با افزایش ضریب هدایت حرارتی دمای سطح مشترک سیال و دیواره افقی کاهش می‌یابد.

1.Nguyen quang
2.Gobin

لیاقت^۱ و بیتاس [۲۰] به کمک روش حجم کنترل، انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه‌ی که دارای تولید حرارت است را بررسی کردند. این محفظه از اطراف توسط دیواره‌های با ضخامت محدود اشغال شده‌اند و دیواره‌های بیرونی در دمای یکنواخت قرار دارند. در حالت‌های خاص، نتایج بدست آمده توسط آنها با نتایج حاصل از پژوهشگران دیگر هم خوانی خیلی خوبی داشت.

ازتاپ و بیلجن^۲ [۲۱] توانستند جابجایی آزاد را در محفظه‌ای که درون آنها یک تیغه وجود داشتند و دیواره‌های افقی و عمودی آن به تربیت عایق و در دمای ثابت قرار دارند به صورت عددی مدل سازی کنند. در این مقاله به مطالعه‌ی اثر وضعیت اندازه و ضخامت این تیغه بر روی جریان سیال و انتقال حرارت پرداخته شد.

پرساد^۳ و همکارانش [۲۲] اثر یک بلوک درون یک محفظه بر روی انتقال حرارت را مورد بررسی قرار دادند. آنها مسئله را برای حالت پایا و با استفاده از روش حجم کنترل و الگوریتم سیمپلر حل کردند و به یک مقدار بهینه برای اندازه بلوک در محفظه جهت بهتر شدن انتقال حرارت و جریان سیال دست یافتند.

نواف سعید^۴ [۲۳] جابجایی آزاد در محفظه‌ای متخلخل که توسط دو دیواره‌ی عمودی محدود شده است را مورد مطالعه قرار داد. سطح بیرونی دیواره‌های عمودی در دمای ثابت ولی متفاوت قرار داشته و دیواره‌های افقی آن عایق می باشند. مدل داری حاکم بر محیط بوده و دو فاز در تعادل حرارتی با هم می‌باشند. معادلات حاکم با استفاده از روش حجم کنترل گسسته‌سازی شده‌اند. در این مقاله به بررسی اثر ضخامت دیواره و ضریب هدایت حرارتی دیواره روی خصوصیات انتقال حرارت و جریان سیال پرداخته شده است. نواف [۲۴] یک سال بعد همین مدل را برای حالتی که فازهای سیال و جامد در تعادل حرارتی با هم نبودند را نیز حل کرد. او همچنین در این مطالعه به بررسی اثر ضریب انتقال حرارت جابجایی و نسبت

1. Liaqat
2. Oztop and Bi
3. Prasad
4. Nawaf H. Saeid

ضریب هدایت حرارتی فاز سیال به فاز جامد پرداخت و به این نتیجه رسید که با افزایش ضریب هدایت حرارتی جابجایی یا نسبت ضریب هدایت فاز سیال به جامد، دو فاز به تعادل حرارتی رسیده و پروفیل دمای آنها بر هم منطبق می شود.

عبدالله الامیری و همکارانش [۲۵] به بررسی اثر هدایت حرارتی دیواره بر روی انتقال حرارت جابجایی درون محفظه دو بعدی که با محیط متخلخل پر شده پرداختند. محفظه مورد بررسی آنها دارای دیواره-های افقی عایق و دو دیواره‌ی عمودی دما ثابت و متفاوت می باشد. یکی از دیواره‌های افقی دارای ضخامت محدود است. معادلات ممنوم مدل شده دارای جمله‌های فورچهمیر، داری و بریکمن بوده و شرایط تعادل حرارتی بین فازهای جامد و سیال برقرار می باشد. برای حل از فرمولاسیون اجزاء محدود بر پایه روش گالرکین استفاده شد. خطوط جریان، خطوط دما ثابت، عدد ناسلت و... برای مقادیر مختلف از اعداد بدون بعد رسم شده و مورد بررسی قرار گرفته است.

بیتاس و همکارانش [۲۶] توانستند با در نظر گرفتن مدل داری گسترش یافته برای محیط متخلخل به مطالعه جابجایی آزاد و انتقال جرم در محفظه‌ای با دو محیط سیال و محیط متخلخل بپردازند. مسئله برای دو حالت مختلف، یکی حالتی که سطح مشترک دو محیط به صورت افقی باشد و دیگری حالتی که این سطح مشترک دارای پله باشد حل شد. جریان سیال، انتقال جرم و انتقال حرارت برای مقادیر مختلفی از ارتفاع پله، عدد رایلی و عدد داری مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که ارتفاع پله در سطح مشترک دو محیط اثر بسیار مهمی بر روی جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم از دیواره‌ی سمت چپ به دیواره سمت راست دارد. معادلات نیز به روش حجم محدود گسسته‌سازی شده با الگوریتم سیمپل بر روی یک شبکه متمرکز حل می شوند.

چن^۱ و همکاران [۲۷] با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم سیمپل سی انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه که دیواره‌های بالایی و پایینی آن توسط محیط متخلخل پر شده است را مدل‌سازی کردند. معادله ممنتوم حاکم بر محیط متخلخل دارای ترم‌های بریکمن و فورچهمیر بوده و فازهای جامد و سیال آن دارای تعادل حرارتی می‌باشند. شرایط مرزی اعمال شده برای جریان در سطح مشترک سیال-محیط متخلخل از نوع شرط پرش تنش برشی^۲ بوده که شامل هر دو اثر اینرسی و لزجت می‌باشد. خطوط دما ثابت، خطوط جریان، ناسلت محلی و متوسط و سرعت نقطه وسط برای مقادیر مختلف از کمیت‌های بدون بعد مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این بررسی نشان داد که وجود لایه متخلخل درون محفظه باعث کاهش شدید سرعت جریان و انتقال حرارت جابجایی آزاد می‌شود.

آیدین و یانگ^۳ [۲۸] در یک محفظه متقارن مستطیلی که از هوا پر شده و از زیر توسط یک منبع حرارتی گرم و از اطراف خنک می‌شود، اثر انتقال حرارت را به صورت عددی مدل‌سازی کردند. محل منبع حرارتی در مرکز دیواره پایینی قرار داشته و برای آن چهار حالت طول مختلف در نظر گرفته‌اند. اثر کمیت‌های مختلف بر انتقال حرارت، جریان سیال، ناسلت‌های متوسط و محلی نیز مطالعه شده است.

ساریز^۴ و همکاران [۲۹] انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک تانک مستطیلی که از زیر حرارت دریافت کرده را مورد بررسی قرار دادند. در آن مقاله اثر عدد رایلی، هندسه تانک و نوار حرارتی بر رفتار جریان و انتقال حرارت مطالعه شد. مسئله با روش حجم محدود گسسته‌سازی شده و توسط الگوریتم سیمپل، کوپل سرعت و فشار روی یک شبکه جابجا شده حل می‌شود. آنها به این نتیجه رسیدند که با افزایش طول نوار حرارتی شدت جریان سیال و دمای آن افزایش پیدا می‌کند.

1.Chen
2.Shear Stress Jump Condition
3.Aydin and Yang
4.Sarris

نادر^۱ و همکاران [۳۰] جابجایی آزاد در محفظه‌ی پر شده با هوا که به وسیله یک منبع حرارتی شار ثابت از پایین گرم شده و از بالا خنک می شود را به صورت عددی برای شرایط مرزی مختلف در دیواره‌های بالا و پایین شبیه سازی نمودند. این شبیه‌سازی برای دو نوع طول کوچک و بزرگ منبع حرارتی انجام شد. عدد رایلی نیز از 10^3 تا 10^6 تغییر می‌کند. معادلات حاکم با روش تفاضل محدود گسسته‌سازی شده‌اند. برای هر شرط مرزی خطوط دما و جریان و بیشینه دما در سطح گرم مورد بررسی قرار گرفت.

چی هُنْگ دِنْگ^۲ [۳۱] اثر المان‌های حرارتی بر روی جریان و انتقال حرارت سیال در محفظه مربعی که دیواره‌های عمودی آن دارای یک جفت المان حرارتی هستند را به صورت عددی مورد بررسی قرار داد. تمرکز اصلی بر روی اثر اندازه و آرایش المان‌های حرارتی بر ویژگی‌های انتقال حرارت و جریان سیال بود. مسئله از روش حجم محدود و با استفاده از روش کوئیک^۳ بر روی یک شبکه غیر یکنواخت گسسته سازی شده است. همچنین از الگوریتم سیمپل برای حل کوپل سرعت و فشار استفاده شده است. خطوط جریان و دما ثابت برای آرایش‌های مختلف المان‌های حرارتی مورد بررسی قرار گرفت.

پرادهم^۴ و جاسمین^۵ [۳۲] اثر فرم‌های مختلف گرمای تولیدی بر روی جریان سیال، انتقال حرارت و انتقال جرم در محفظه مربعی را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. تمرکز اصلی آنها روی اثر گرمای تولیدی بر انتقال حرارت و جریان سیال بود. همچنین خطوط جریان، خطوط دما ثابت و غلظت ثابت برای فرم‌های مختلف گرمای تولیدی مورد بررسی قرار گرفت.

کریشنا و باساک^۶ [۳۳] انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه‌ی مربعی دو بعدی متخلخل که هم به صورت هیدرودینامیکی و هم به صورت دمایی غیر ایزوتروپ بوده را در حضور منبع گرمایی بوسیله‌ی مدل دارسی مورد بررسی قرار دادند. دیواره‌های بالایی و پایینی حفره عایق و دیواره‌های عمودی در دمای

1.Nader
2.Qi-Hung Deng
3. Quick
4.Prudhomme
5.Jasmin
6.Krishna and Basak

ثابت بوده است. آنها خطوط جریان، خطوط دما ثابت و ماکزیمم دما در حفره را جهت تحلیل فیزیک جریان مورد تحلیل قرار دادند. در این بررسی مشاهده شد که ویژگی‌های غیر ایزوتروپیکی تأثیر بسزایی بر روی رفتار جریان و انتقال حرارت دارند. همچنین محل بیشینه دما با تغییر کمیت‌های مسئله جابجا می‌شود.

آزمایش‌ها با مغز و ساقه گیاهان و کاغذ باطله توسط لارسن^۱ و مکاردی^۲ [۳۴] و دیگر نتایج تأیید می‌کند که فرایندهای شامل مواد آلی و نباتی و کودهای مصرفی در اصل توسط گرمای داخلی از اکسیداسیون میکروبی کنترل می‌شود که یک رابطه قوی بین فعالیت میکروبی و نسبت حل شده شیمیایی وجود دارد. کنترل این پروسه نیازمند کنترل دما، غلظت و توزیع گرمای تولیدی در این سیستم است. در این زمینه مطالعات محدودی انجام شده که از آن جمله می‌توان به پرادهم و جاسمین [۳۵] اشاره کرد که میزان رشد میکروب‌ها و غلظت مصرفی آنها به همراه گرمای تولیدی در یک محفظه مربعی را مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی میکروب‌ها ثابت بوده و حرکتی نداشتند. همچنین از رابطه داری برای معادله ممنتوم و از تعادل حرارتی بین دو فاز برای معادله انرژی استفاده شده است. آنها پس از آن همین مساله برای حالتی که میکروب‌ها دارای حرکت باشند را مورد بررسی قرار دارند [۳۶].

۱-۴- تعریف مسئله

در این رساله، انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه دو بعدی متخلخل به صورت عددی و با استفاده از روش تفاضل محدود بررسی شده است. محیط غیر ایزوتروپ و جریان پایا، آرام، تراکم ناپذیر و دو بعدی در نظر گرفته شده است. در این شبیه سازی، فرض بر آن است که دیواره‌های عمودی دارای دمای ثابت و دیواره‌های پایینی و بالایی، به صورت عایق حرارتی باشند. از مدل داری برای معادله مومنوم استفاده شده است.

1.Larsen
2.Macartney

کمیت نفوذپذیری غیر ایزوتروپیک بوده که ممکن است بدلیل برتری جهت‌گیری یا هندسه نامتقارن از سیستم حرکتی ذرات باشد. برای مثال، سوراخ حفر شده در ناحیه‌های آتشفشانی نمونه ای از متفاوت بودن نفوذپذیری در جهت‌های افقی و عمودی است. همچنین در اتاق‌های زیر شیروانی عایق که معمولاً نفوذپذیری در عرض نسبت به طول آن، مقدار کمتری دارد. ویژگی غیر ایزوتروپیکی همچنین در مدل‌های ریاضی مربوطه به شکاف صخره‌ها نیز وجود دارد. فضای ناپیوسته‌ی مورد نظر بسیار کوچک تر از یک تانکر ذخیره‌ی آب بوده که در نتیجه شکاف بین صخره‌ها به عنوان یک محیط پیوسته با نفوذپذیری غیر ایزوتروپیک است. با این اوصاف مفید است که یک تانسور نفوذپذیری کلی در نظر گرفته شود. تانسور مرتبه‌ی دوم نفوذپذیری \overline{K} ، در سیستم مختصات (y^*, x^*) قطری بوده و دارای مؤلفه‌های K'_y و K'_x است. از آن جایی که محیط غیر ایزوتروپیک بوده بنابراین ویژگی‌های پخشی نیز غیر ایزوتروپیک می‌باشند. به منظور کاهش تعداد پارامترهای مؤثر، جهت تانسورهای پخشی (پخش گرمایی و جرمی) با جهت‌های اصلی محور مختصات (y, x) انطباق کامل دارند.

فصل ۲. معادلات حاکم و

شرایط مرزی در محیط

متخلخل

۱-۲- مقدمه

در این فصل به بررسی معادلات حاکم بر محیط متخلخل و انواع شرایط مرزی حاکم بر این محیط پرداخته شده است. در سال های اخیر به علت کاربرد وسیع مسائل شامل جریان و انتقال حرارت در محیط های متخلخل، این گونه مسائل مورد توجه زیادی قرار گرفته است. به عنوان مثال جریان هوا در سیلوهای مواد کشاورزی از جمله کاربردهای محیط های متخلخل می باشد. بهینه سازی خصوصیات حرارتی عایق های ساختمانی نظیر بتن های سبک و کف های سدیم سیلیکات از مسائل بسیار مورد توجه می باشد که در حوزه ی فوق قابل بررسی است. در محیط های متخلخل توزیع سرعت و فشار و ... کاملاً غیر منظم و پیچیده است، به همین دلیل برای این گونه محیط ها مقادیر فضایی (سطح- حجم) متوسط را تعریف می-کنیم. دو راه برای انجام این متوسط گیری وجود دارد:

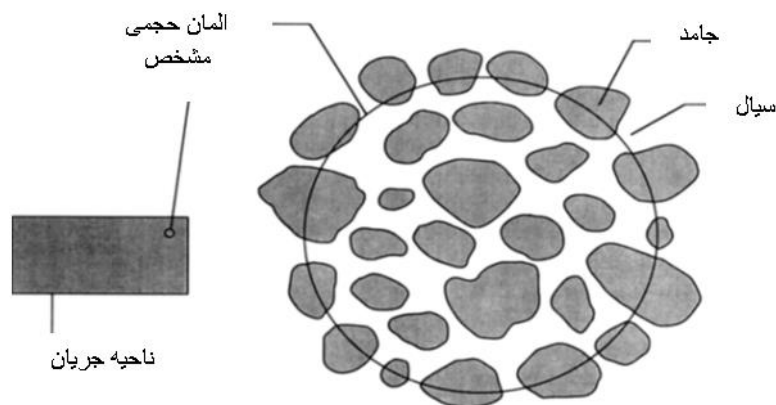
(۱) فضایی:

در این روش، متغیرهای ماکروسکوپی به صورت متوسط روی یک المان حجمی مشخص^۱ تعریف می شود و هم چنین فرض می شود که این مقادیر مستقل از اندازه ی حجم المان می باشد. طول المان خیلی بزرگتر از طول خلل و فرج ها بوده، ولی از طول ماکروسکوپی ناحیه ی جریان خیلی کمتر می باشد (شکل ۱-۲).

(۲) آماری:

در این روش، متوسط گیری بر اساس دسته بندی ساختارها و محیط های متخلخل صورت می-گیرد که از لحاظ ماکروسکوپی معادل می باشد. اشکال این روش این است که اطلاعات آماری دسته بندی شده با روش ساده جمع آوری می شوند. بنابراین برای انجام این متوسط گیری فرض می کنیم که ساختارهای آماری کاملاً همگن می باشند.

1.Representativ Elementary Volume (r.e.v.)



شکل ۱-۲: ارتباط المان با اندازه ناحیه سیال و ناحیه متخلخل در المان حجم مشخص [۳].

با توجه به دو دیدگاه بیان شده و معادلات حاکم بر حرکت سیال درون محیط متخلخل در بعضی منابع، برخی محققین از سرعت متوسط واقعی سیال^۱ و دیگران از سرعت داریسی استفاده می کنند. شکل معادلات در این دو دیدگاه یکسان نمی باشند.

ضریب تخلخل (ϕ) به عنوان بخشی از حجم کل محیط متخلخل که به وسیله فضای خالی V_f اشغال شده است. ($1-\phi$) نیز به عنوان بخشی از حجم محیط متخلخل که به وسیله فضای جامد V_s اشغال شده تعریف می شود:

$$\phi = \frac{V_f}{V} = \frac{V_f}{V_f + V_s} \quad (1-2)$$

البته به علت ایزوتروپ فرض کردن محیط متخلخل، ضریب تخلخل در همه راستاها یکسان می باشد. سرعت متوسط واقعی سیال u_f به صورت حاصل تقسیم دبی عبوری سیال از یک سطح مقطع به مساحت فضاهای قابل عبور سیال A_f تعریف می شود:

$$u_f = \frac{1}{A_f} \int u dA \quad (2-2)$$

سرعت دارسی \bar{u} به صورت حاصل تقسیم دبی عبوری سیال از یک سطح مقطع به کل مساحت سطح مقطع A تعریف می شود ($A = A_f + A_s$):

$$\bar{u} = \frac{1}{A} \int u dA \quad (3-2)$$

این دو سرعت u_f و \bar{u} توسط رابطه دو پیت - فورچهمیر^۱ به هم مربوط می شوند:

$$\bar{u} = \phi u_f \quad (4-2)$$

دبی جرمی عبوری از مقطع Δy در هر سه بخش شکل (2-2) یکسان است. در این پروژه محیط متخلخل را به صورت غیر ایزوتروپ فرض کرده و کلیه خصوصیات فیزیکی این محیط ثابت در نظر گرفته نمی شود.

2-2- معادلات بقای جرم

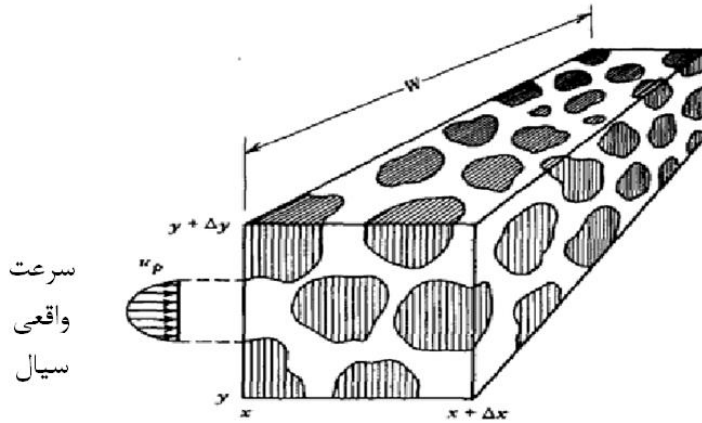
در حالت واقعی، جریان در این محیط را به صورت سه بعدی ولی برای بررسی آن را دو بعدی در نظر می گیریم. مطابق شکل (2-3)، یک المان به حجم $(w\Delta x\Delta y)$ که Δy و $w \gg \Delta x$ را در نظر می گیریم. با این فرض جریان در راستای x, y و در بخش های $w\Delta x$ و $w\Delta y$ خیلی بیشتر از جریان در راستای Z و در بخش $\Delta x\Delta y$ می باشد. در ابتدا دبی جریان ورودی به المان $w\Delta x\Delta y$ را از سمت چپ و در صفحه x ثابت را به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$m_x = \rho \int_y^{y+\Delta y} \int_0^w u dz dy \quad (5-2)$$

که $u(y, z)$ توزیع سرعت بر روی سطح فضاهای خالی در صفحه x ثابت می باشد. با توجه به این که در یک سطح کنترل، $w\Delta y$ خیلی بزرگتر از خلیل و فرج و قسمت های جامد سطح مقطع می باشد، یک سرعت متوسط دارسی در راستای x تعریف می کنیم:

1. Dupuit - Forchheimer

$$\bar{u} = \frac{1}{w\Delta y} \int_y^{y+\Delta y} \int_0^w u(y, z) dz dy \quad (6-2)$$



شکل ۲-۲: توزیع سرعت برای یک محیط متخلخل همگن [۳۵]

$$\dot{m}_x = \rho \bar{u} (w\Delta y) \quad \text{به عبارت دیگر:}$$

و سرعت متوسط داری در راستای y نیز چنین بیان می شود:

$$\bar{v} = \frac{1}{w\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} \int_0^w v(x, z) dz dx \quad (7-2)$$

$$\dot{m}_y = \rho \bar{v} (w\Delta x) \quad \text{از این رو دبی جرمی در راستای } y \text{ نیز بدین صورت تعریف می گردد:}$$

با استفاده از سرعت متوسط داری \bar{u}, \bar{v} و تعاریف مربوط به دبی جریان در راستای x, y ، متوسط جریان شبیه به جریان یک سیال همگن می شود. از این رو قانون بقای جرم در المان $(w\Delta x\Delta y)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi w \Delta x \Delta y) + \frac{\partial \dot{m}_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \dot{m}_y}{\partial y} \Delta y = 0 \quad (8-2)$$

که ϕ ضریب تخلخل، $\phi w \Delta x \Delta y$ بخش اشغال شده توسط سیال و $\rho \phi w \Delta x \Delta y$ دبی جرمی سیال آنی قرار گرفته در المان می باشد. با ترکیب معادلات دبی جریان و معادله (۸-۲)، معادله بقای جرم خواهد شد:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi w \Delta x \Delta y) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{u} w \Delta y) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \bar{v} w \Delta x) \Delta y = 0 \quad (9-2)$$

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \bar{v}) = 0 \quad (10-2)$$

در حالت کلی می توان معادله بقای جرم در حالت سه بعدی را به صورت زیر نشان داد:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{V}) = 0 \quad (11-2)$$

که $\bar{V} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ بردار سرعت متوسط حجم است. در صورتیکه $\phi = 1$ (سیال خالص) باشد، همان معادله بقای جرم برای سیال همگن می شود.

۲-۳- معادلات اندازه حرکت: قانون داریسی

در مکانیک سیالات اجسام متخلخل، معادلات مومنتوم یا بالانس نیروها به وسیله مشاهدات تجربی- عددی به دست می آیند، که از لحاظ ریاضی به عنوان داریسی شناخته می شوند. هنری داریسی بر اساس اندازه گیری هایی کشف کرد که سرعت متوسط سیال (سرعت داریسی) در یک ستون از مواد متخلخل با گرادیان فشار همان ستون متناسب می باشد.

آزمایش های تجربی بعدی نشان داد که سرعت متوسط در حالت یک بعدی برای جریان اجباری، با ویسکوزیته (μ) رابطه ی معکوس دارد:

$$\bar{u} = \frac{k}{\mu} \left(-\frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (12-2)$$

در حالت سه بعدی:

$$\bar{v} = -\frac{k}{\mu} \cdot \bar{\nabla} P \quad (13-2)$$

که در رابطه بالا k ثابتی تجربی به نام ضریب نفوذپذیری^۱ است که نشان دهنده‌ی میزان نفوذ سیال در محیط می باشد. از لحاظ ابعادی:

$$[k] = \frac{[\mu][\bar{u}]}{\left[-\frac{\partial p}{\partial x}\right]} = (Length)^2 \quad (14-2)$$

این ضریب مستقل از طبیعت سیال است، اما به هندسه وابسته است. جدول ۱-۲ ضریب تخلخل و ضریب نفوذ پذیری تعدادی از مواد متخلخل را نشان می دهد.

جدول ۱-۲: ضریب تخلخل و نفوذ پذیری برای برخی از مواد متخلخل [۳]

| ضریب نفوذ پذیری ($k(m^2)$) | ضریب تخلخل (ϕ) | مواد متخلخل |
|---|-----------------------|--------------------|
| $4/9 \times 10^{-10} - 1/2 \times 10^{-9}$ | .۵۷-.۶۶ | پودر ذغال سنگ سیاه |
| $4/8 \times 10^{-11} - 2/2 \times 10^{-9}$ | .۱۲-.۴۴ | آجر |
| $3/3 \times 10^{-6} - 1/5 \times 10^{-5}$ | .۰۹-.۳۴ | پودر مس فشرده |
| $3/1 \times 10^{-16} - 5/1 \times 10^{-12}$ | .۰۸-.۳۸ | ماسه سنگ |
| $2/1 \times 10^{-15} - 4/5 \times 10^{-14}$ | .۰۴-.۱۰ | سنگ آهک |
| $1/1 \times 10^{-13} - 2/3 \times 10^{-11}$ | .۰۲-.۰۷ | بتن |
| $2/1 \times 10^{-11} - 1/8 \times 10^{-10}$ | .۳۸-.۵۰ | شن |
| $2/9 \times 10^{-12} - 1/4 \times 10^{-11}$ | .۴۳-.۵۴ | خاک |
| _____ | .۴۴-.۴۵ | صخره ی شنی |

| | | |
|---|-----------------|--------------------------------|
| _____ | . / ۳۶ - . / ۴۳ | محیط متخلخل شامل دانه‌های کروی |
| $9/5 \times 10^{-14} - 1/2 \times 10^{-13}$ | . / ۵۶ - . / ۵۹ | چرم |
| _____ | . / ۰۲ - . / ۱۲ | زغال سنگ |

همچنین با استفاده از روابط ریاضی نیز می‌توان ضریب نفوذ پذیری هندسه‌های ساده را به دست آورد. به عنوان مثال، کارمن-کازنی^۱ رابطه زیر را برای محاسبه ضریب نفوذ پذیری در هندسه‌هایی با قطر هیدرولیکی D_p به دست آورد [۳]:

$$K = \frac{D_p^2 \phi}{180(1-\phi)^2} \quad (15-2)$$

که D_p^2 برابر:

$$D_p^2 = \int_0^\infty D_p^3 h(D_p) dD_p / \int_0^\infty D_p^2 h(D_p) dD_p \quad (16-2)$$

مقدار عددی ۱۸۰ با تطبیق داده‌های تجربی به دست می‌آید.

همچنین ارگان^۲ رابطه زیر را برای ستون بستر کروی به قطر D و ضریب تخلخل ϕ ارائه کرد [۳]:

$$K = \frac{D^2 \phi^2}{150(1-\phi)^2} \quad (17-2)$$

اگر بخواهیم از فرم دارسی برای معادله مومنتوم استفاده کنیم به این صورت عمل می‌کنیم:

$$u = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g \right) \quad (18-2)$$

با استفاده از تقریب بویسنک رابطه چگالی را جایگزین می‌کنیم:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta T) \quad (19-2)$$

1. Carman - Kazeny
2. Ergun

اگر از معادله مؤلفه‌های سرعت نسبت به x, y مشتق بگیریم و از هم کم کنیم معادله ممنتوم به صورت زیر می شود:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} \quad (20-2)$$

$$(21-2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{k}{\mu} \left(-\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} + \rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (22-2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{gk\beta}{\nu} \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (23-2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{gk\beta}{\nu} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (24-2)$$

۲-۴- گسترش قانون داریسی

۲-۴-۱- شتاب و اثرات درونی دیگر

فورچهمیر و دو پیت جمله‌های جابجایی را به معادله داریسی اضافه کردند (از جمله نیروی حجمی

صرف نظر شده است):

$$\rho_f \left[\phi^{-1} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \phi^{-2} (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} \right] = -\nabla P - \frac{\mu}{K} \bar{V} \quad (25-2)$$

مشاهده می‌شود که معادله کاملاً شبیه به معادله ناویراستوکس است. جمله $(\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V}$ معمولاً کوچک بوده

و در کارهای عددی از آن صرف نظر می‌شود. اما در سرعت‌های بالا و پدیده‌هایی مثل شوک^۱ برای یک

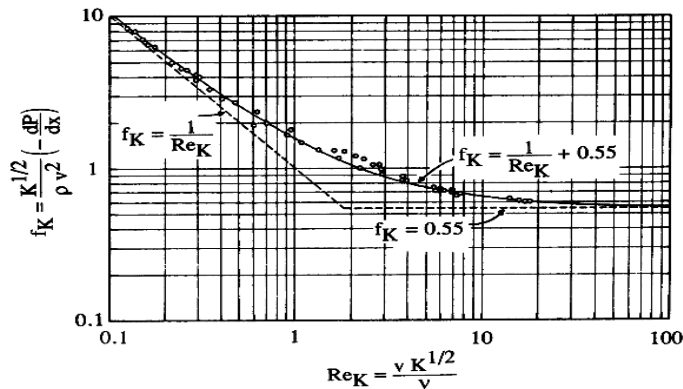
سیال تراکم پذیر (در حالت غیر چرخشی) می‌بایست مد نظر واقع گردد.

۲-۴-۲- معادله فورچهمیر

در سرعت‌های بالا، جمله ای معروف به جمله فورچهمیر به معادله‌ی داریسی اضافه می شود:

$$\nabla P = -\frac{\mu}{k}\bar{V} - C_E K^{-\frac{1}{2}} \rho_f |\bar{V}| \bar{V} \quad (26-2)$$

C_E ضریب ثابت بی بعد درگ است. مقدار آن بر حسب طبیعت سیال، با استفاده از روابط تجربی به دست می آید. جمله داریسی در سرعت‌های کم در تمام مواد متخلخل صادق است. با افزایش سرعت سیال افت فشار در محیط متخلخل از حالت خطی خارج شده و به صورت مرتبه دو ظاهر می گردد. شکل (۲-۴) بیانگر بازده صحیح عملکرد دو جمله داریسی و فورچهمیر در یک محیط متخلخل ایزوتروپ و همگن است. همان طور که در این شکل دیده می شود، جمله داریسی برای اعداد رینولدز کوچکتر از ۱۰ صحیح است. برای عدد رینولدز بالاتر، بایست از جمله فورچهمیر به همراه داریسی استفاده کرد.



شکل ۲-۳: عبور از ناحیه داریسی به ناحیه فورچهمیر برای یک محیط متخلخل [۳].

۲-۴-۳- معادله برینکمن^۱

در جاهایی که اثرات لزجت زیاد باشد، جمله برینکمن به معادله داریسی اضافه می شود:

1. Brinkman's Equation

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} \bar{V} + \mu \nabla^2 \bar{V} \quad (27-2)$$

که $\bar{\mu}$ ویسکوزیته مؤثر است. حال دو جمله لزجت وجود دارد، جمله اول جمله معمولی داری و جمله دوم مشابه جمله لاپلاس در معادله ناویر استوکس است. مقدار $\bar{\mu}$ را معمولاً معادل با μ قرار می‌دهند، ولی در حالت کلی این دو ضریب یکی نبوده و با توجه به هندسه محیط متخلخل متفاوت می‌باشد. در سال ۱۹۹۰ بیر و بچمت^۱ برای محیط متخلخل ایزوتروپ رابطه زیر را ارائه کردند:

$$\frac{\bar{\mu}}{\mu} = \frac{1}{\phi T^*} \quad (28-2)$$

که در رابطه بالا T^* کمیت پیچش محیط^۲ می‌باشد. دورلوفسکی و بردی^۳ در سال ۱۹۸۷ با استفاده از تابع گرین، جمله برینکمن را برای مواد متخلخل با ضریب تخلخل بزرگتر از ۰.۹۵ $\phi >$ و رابین استن^۴ آن را برای مواد متخلخل با ضریب تخلخل به کوچکی ۰.۸ صحیح دانست.

دانشمندان اخیر جمله لاپلاس را به معادله فورچهمیر اضافه کرده و معادله برینکمن- فورچهمیر را به وجود آوردند. هسو و چانگ^۵ در سال ۱۹۹۰ معادله زیر را به دست آوردند:

$$\rho_f \left[\frac{1}{\phi} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot \left(\frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{\phi} \right) \right] = -\nabla P + \frac{\bar{\mu}}{\phi} \nabla^2 \bar{V} - \frac{\mu}{K} \bar{V} - \frac{C_E \rho_f}{K^{\frac{1}{2}}} |\bar{V}| \bar{V} \quad (29-2)$$

که برای یک سیال تراکم ناپذیر، $\nabla \cdot \bar{V} = 0$ و عبارت $\frac{1}{\phi} \nabla \cdot \left(\frac{\bar{V} \cdot \bar{V}}{\phi} \right)$ به عبارت $\frac{1}{\phi} \bar{V} \cdot \nabla \left(\frac{\bar{V}}{\phi} \right)$ کاهش پیدا می‌کند.

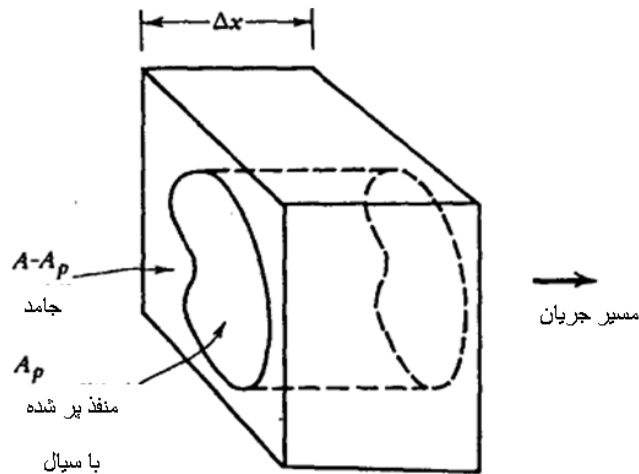
۲-۵- معادلات انرژی

-
1. Bear and Bachmat
 2. Tortuosity of the medium
 3. Durlinsky and Brady
 4. Rubinstein
 5. Hsu and Chang

در حالت کلی دمای محلی فاز سیال و جامد در محیط متخلخل یکسان نمی باشد، که این حالت را اصطلاحاً عدم تعادل حرارتی محلی^۱ می نامند. در این حالت معادله‌های انرژی فاز سیال و جامد در یک محیط متخلخل مجزا خواهند بود.

۲-۵-۱- حالت عدم تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد

ساده ترین راه برای به دست آوردن فرم دیفرانسیلی معادلات انرژی برای یک محیط متخلخل، از طریق فرض کردن یک بعدی انتقال حرارت و جریان سیال در شکل ۲-۵ می باشد. برای این کار محیط متخلخل همگن فرض می شود. در ابتدا معادله انرژی برای فاز جامد و سیال را جداگانه حل کرده و سپس از این معادلات در المان حجم $A\Delta x$ متوسط گیری می کنیم.



شکل ۲-۴: المان یک بعدی برای قانون انرژی در محیط متخلخل همگن [۳۵].

معادله انرژی در فاز جامد:

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} - K_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + q_s''' \quad (2-30)$$

$(\rho_s c_s k)_s$ خصوصیات فاز جامد و q_s''' نرخ حرارت تولیدی داخلی بر واحد حجم در فاز جامد می باشند. فرض می کنیم که دمای جامد بدون تغییر است. با انتگرال گیری از معادله (۲-۳۰) بر فضای اشغال شده توسط جامد عبارت زیر بدست می آید:

$$\Delta x(A - A_f)\rho_s C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} - \Delta x(A - A_f)K_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \Delta x(A - A_f)q_s''' \quad (۲-۳۱)$$

با تقسیم کردن معادله (۲-۳۱) بر حجم $A\Delta x$ و استفاده از تعریف ضریب تخلخل، معادله انرژی برای فاز جامد به صورت زیر می شود:

$$(1 - \phi)(\rho c)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} - (1 - \phi)K_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + (1 - \phi)q_s''' \quad (۲-۳۲)$$

معادله انرژی برای هر نقطه اشغال شده به وسیله سیال برابر:

$$\rho_f C_{p_f} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_s \frac{\partial T}{\partial x} \right) = K_f \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \mu\phi \quad (۲-۳۳)$$

$(\rho_f C_{p_f} K)_f$ ویژگی سیال هستند. q_s''' نرخ حرارت تولیدی داخلی بر واحد حجم در فاز سیال می باشند. با انتگرال گیری از معادله بالا بر روی حجم خالی محیط $A_f \Delta x$:

$$A_f \Delta x \rho_f C_{p_f} \frac{\partial T_f}{\partial t} + A_f \Delta x \rho_f C_{p_f} u \frac{\partial T_f}{\partial x} = A_f \Delta x K_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + A_f \Delta x q_f''' \quad (۲-۳۴)$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داری برای جمله دوم سمت چپ معادله (۳-۳۴):

$$A\bar{u} = \iint_{A_f} u dA_f \quad (۲-۳۵)$$

با تقسیم کردن معادله (۲-۳۴) بر حجم $A\Delta x$ و استفاده از تعریف ضریب تخلخل و معادله (۲-۳۵)، معادله انرژی برای فاز سیال به صورت زیر بدست می آید:

$$\phi(\rho c_p) \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c_p)\bar{u} \frac{\partial T_f}{\partial x} = \phi \frac{\partial T_f}{\partial x} + \phi q_f''' \quad (۲-۳۶)$$

۲-۵-۲- حالت تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد

توصیف ماکروسکوپیک انتقال حرارت در محیط متخلخل با یک معادله انرژی، با این فرض همراه است که دمای فازهای سیال و جامد یکسان باشد ($T_s = T_f = T$). به عبارت دیگر فرض می شود، فاز سیال و جامد با هم در تعادل حرارتی محلی می باشند. این فرض اگرچه برای محیطهای متخلخل کوچک مثل مخازن زمین گرمایی^۱ و فیبرهای عایق درست به نظر می رسد، ولی برای مطالعه راکتورهای هسته‌ای و سیم‌های الکتریکی که اختلاف دمای بین فازهای جامد سیال تأثیر مهمی روی بقیه پارامترها می‌گذارد، غیر منطقی به نظر می‌رسد.

با جمع کردن معادلات (۲-۳۱) و (۲-۳۴) و تقسیم کردن آنها بر حجم $A\Delta x$ ، معادله انرژی کل ساختار متخلخل برای حالت تعادل حرارتی به دست می‌آید:

$$[\phi\rho_f C_{p_f} + (1-\phi)\rho_s C_s] \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_f C_{p_f} u \frac{\partial T}{\partial x} = [\phi K_f + (1-\phi)K_s] \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + [(1-\phi)q_f'''] \quad (۲-۳۷)$$

ضریب هدایت حرارتی مؤثر K_{eff} در محیط متخلخل ترکیبی از ضریب هدایت در دو فاز می‌باشد:

$$K_{eff} = \phi K_f + (1-\phi)K_s \quad (۲-۳۸)$$

این عبارت ساده در نتیجه مدل یک بعدی شکل (۲-۵) است که با مدل هدایتی موازی منطبق است و برای مدل هدایتی سری از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{1}{K_{eff}} = \frac{\phi}{K_f} + \frac{1-\phi}{K_s} \quad (۲-۳۹)$$

البته در حالت کلی ضریب هدایت حرارتی K_{eff} به صورت کاملاً تجربی اندازه گیری می شود. اینرسی حرارتی^۲ محیطهای متخلخل بستگی به اینرسی جامد و سیال دارد. این پیچیدگی با تعریف نسبت ظرفیت^۳ تخمین زده می شود:

1. Geothermal
2. Thermal Inertia
3. Capacity Ratio

$$\sigma = \frac{\phi \rho_f C_{p_f} + (1-\phi) \rho_s C_s}{\rho_f C_{p_f}} \quad (4.2)$$

فصل ۳. معادلات حاکم در

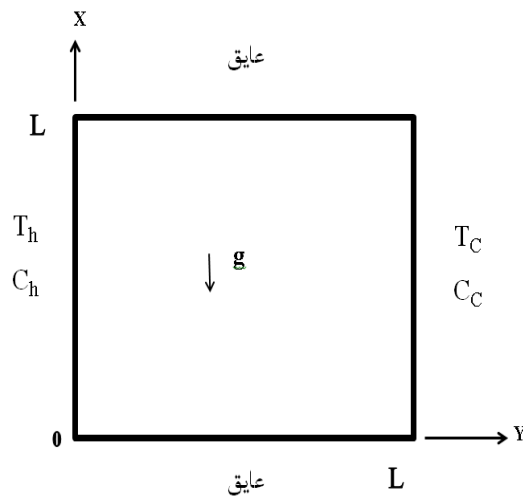
مسئله مورد نظر و بی بعد

سازی آنها

فرض بر این است که موقعیت فیزیکی بوسیله معادلات مدل تعادل محلی توصیف می شود. جریان حالت دائم به همان میزان اختلاف دما توسط اختلاف در غیر یکنواخت حل شوندگی وادار به حرکت می گردد. ویژگی‌های ترمودینامیکی سیال ثابت فرض می شود. اگر چه با وجود تغییرات کوچک در چگالی مقدار آن ثابت فرض می گردد.

۱-۳- محفظه پر شده با محیط متخلخل در حالت تعادل گرمایی

شکل ۱-۳ یک محفظه دو بعدی را نشان می دهد که این محفظه از طرف بالا و پایین کاملاً عایق بوده و دیواره‌های سمت چپ و راست در دمای ثابت گرم و سرد قرار دارند.



شکل ۱-۳: محفظه دو بعدی متخلخل

معادلات پیوستگی، اندازه حرکت، انرژی و جرم در سیستم مختصات کارتزین (x', y') در حالت بعد دار داده شده است:

$$\nabla \cdot V' = 0 \quad (1-3)$$

$$V' = \frac{\bar{K}}{\mu} \cdot \{-\nabla P' - g \rho_0 [1 + \beta_c (C' - C'_0) - \beta_T (T' - T'_0)] \bar{Q}\} \quad (2-3)$$

$$\sigma \frac{\partial T'}{\partial t'} + \nabla \cdot (V'T' - \alpha'_y \bar{\alpha} \nabla T') = 0 \quad (3-3)$$

$$\phi_p \frac{\partial C'}{\partial t'} + \nabla \cdot (V'C' - D'_y \bar{D} \nabla C') = 0 \quad (4-3)$$

شرایط مرزی و اولیه عبارتند از:

$$T' = T_H \quad C' = C_H \quad v' = 0 \quad : y' = 0$$

$$T' = T_C \quad C' = C_C \quad v' = 0 \quad : y' = L$$

$$\frac{\partial T'}{\partial x'} = 0 \quad \frac{\partial C'}{\partial x'} = 0 \quad u' = 0 \quad : x' = 0, L$$

$$T' = T'_0 \quad C' = C'_0 \quad \psi = 0 \quad : t' = 0 \quad (5-3)$$

در معادلات بالا، V' بردار دو بعدی سرعت $(v', u')^T$ ، ∇ عملگر گرادیان در سیستم مختصات (y', x') ، T'

دما، C' غلظت، P' فشار، t' زمان، ϕ_p تخلخل، σ نرخ ظرفیت گرمایی، g شتاب گرانش و $\bar{Q}^T = (0, 1)$

بردار یکه عمودی است.

تانسورهای مرتبه دوم نفوذپذیری \bar{K} ، پخش دمایی $\bar{\alpha}$ و پخش جرمی \bar{D} در سیستم مختصات (y', x')

عبارتند از:

$$\bar{K} = K'_y \begin{bmatrix} e_1 & f_1 \\ f_1 & g_1 \end{bmatrix} \quad \bar{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha^* \end{bmatrix} \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & D^* \end{bmatrix}$$

$$e_1 = K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \quad \text{جایی که:}$$

$$g_1 = K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$f_1 = (1 - k^*) \sin \theta \cos \theta$$

$$K^* = \frac{K'_x}{K'_y} \quad \alpha^* = \frac{\alpha'_x}{\alpha'_y} \quad D^* = \frac{D'_x}{D'_y} \quad (6-3)$$

متغیرهای بی بعد سازی عبارتند از:

$$\begin{aligned}
y &= \frac{y'}{L} & x &= \frac{x'}{L} \\
v &= \frac{Lv'}{D'_y} & u &= \frac{Lu'}{D'_y} \\
T &= \frac{T' - T'_0}{T'_H - T'_C} & C &= \frac{C' - C'_0}{C'_H - C'_C} \\
P &= \frac{K'_y P'}{\mu D'_y} & t &= \frac{D'_y t'}{L^2}
\end{aligned} \tag{۷-۳}$$

$$.C'_0 = \frac{(C'_H + C'_C)}{2} \text{ و } T'_0 = \frac{(T'_H + T'_C)}{2} \text{ که}$$

با معرفی تابع جریان ψ :

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{۸-۳}$$

باید ترم فشار (P) از معادله (۲-۳) حذف گردد:

معادله (۲-۳) را از حالت برداری خارج می کنیم:

$$\begin{aligned}
v' &= \frac{D'_y v}{L} = \frac{D'_y}{L} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{1}{\mu} K'_y \left(-e_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial P}{\partial y} - f_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial P}{\partial x} \right) - \\
&\frac{K'_y}{\mu} f_1 g \rho_0 (\phi + \beta_C (C(C'_H - C'_C)) - \beta_T (T(T'_H - T'_C)))
\end{aligned} \tag{۹-۳}$$

از معادله (۹-۳) $\frac{\partial}{\partial x}$ می گیریم:

$$\begin{aligned}
-\frac{D'_y}{L} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) &= \frac{1}{\mu} K'_y \left(-e_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} - f_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right) + \\
&\frac{K'_y}{\mu} f_1 g \rho_0 \left(\beta_C \left(\frac{\partial C}{\partial x} (C'_H - C'_C) \right) - \beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial x} (T'_H - T'_C) \right) \right)
\end{aligned} \tag{۱۰-۳}$$

$$u' = \frac{D'_y u}{L} = \frac{D'_y}{L} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \frac{1}{\mu} K'_y \left(-f_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial P}{\partial y} - g_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{K'_y}{\mu} g_1 g \rho_0 (\beta_C (C(C'_H - C'_C)) - \beta_T (T(T'_H - T'_C))) \quad (11-3)$$

از معادله (11-3) می گیریم:

$$\frac{D'_y}{L} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{\mu} K'_y \left(-f_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - g_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} \right) + \frac{K'_y}{\mu} g_1 g \rho_0 (\beta_C \left(\frac{\partial C}{\partial y} (C'_H - C'_C) \right) - \beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} (T'_H - T'_C) \right)) \quad (12-3)$$

از معادله (11-3) می گیریم:

$$\frac{D'_y}{L} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) = \frac{1}{\mu} K'_y \left(-f_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} - g_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right) + \frac{K'_y}{\mu} g_1 g \rho_0 (\beta_C \left(\frac{\partial C}{\partial x} (C'_H - C'_C) \right) - \beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial x} (T'_H - T'_C) \right)) \quad (13-3)$$

از معادله (9-3) می گیریم:

$$\frac{D'_y}{L} \left(-\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right) = \frac{1}{\mu} K'_y \left(-e_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - f_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial P}{\partial x \partial y} \right) + \frac{K'_y}{\mu} f_1 g \rho_0 (\beta_C \left(\frac{\partial C}{\partial y} (C'_H - C'_C) \right) - \beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} (T'_H - T'_C) \right)) \quad (14-3)$$

معادله (10-3) را در $-Lg_1$ ضرب می کنیم:

$$\frac{D'_y}{L} g_1 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) = \frac{1}{\mu} K'_y \left(e_1 g_1 \frac{\mu D'_y}{K'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} - f_1 g_1 \frac{\mu D'_y}{K'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right) + \frac{K'_y}{\mu} f_1 g_1 g \rho_0 L (\beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial x} (T'_H - T'_C) \right) - \beta_C \left(\frac{\partial C}{\partial x} (C'_H - C'_C) \right)) \quad (15-3)$$

معادله (12-3) را در Le_1 ضرب می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{D'_y}{L} e_1 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) &= \frac{1}{\mu} K'_y \left(-f_1 e_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - g_1 e_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} \right) + \\ \frac{K'_y}{\mu} g_1 e_1 g \rho_0 L (\beta_c \left(\frac{\partial C}{\partial y} (C'_H - C'_C) \right) - \beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} (T'_H - T'_C) \right)) & \end{aligned} \quad (۱۶-۳)$$

معادله (۱۳-۳) را در Lf_1 ضرب می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{D'_y}{L} f_1 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) &= \frac{1}{\mu} K'_y \left(-f_1^2 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} - g_1 f_1 \frac{\mu D'_y}{LK'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right) + \\ \frac{K'_y}{\mu} g_1 f_1 g \rho_0 L (\beta_c \left(\frac{\partial C}{\partial x} (C'_H - C'_C) \right) - \beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial x} (T'_H - T'_C) \right)) & \end{aligned} \quad (۱۷-۳)$$

معادله (۱۴-۳) را در $-Lf_1$ ضرب می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{D'_y}{L} f_1 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right) &= \frac{1}{\mu} K'_y \left(e_1 f_1 \frac{\mu D'_y}{K'_y} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - f_1^2 \frac{\mu D'_y}{K'_y} \frac{\partial P}{\partial x \partial y} \right) + \\ \frac{K'_y}{\mu} f_1^2 g \rho_0 L (\beta_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} (T'_H - T'_C) \right) - \beta_c \left(\frac{\partial C}{\partial y} (C'_H - C'_C) \right)) & \end{aligned} \quad (۱۸-۳)$$

با جمع روابط (۱۵-۳)، (۱۶-۳)، (۱۷-۳) و (۱۸-۳) داریم:

$$\begin{aligned} g_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + 2f_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + e_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= \frac{K'_y \rho_0 g}{\mu D'_y} [\beta_T L \frac{\partial T}{\partial y} (T'_H - T'_C) (f_1^2 - e_1 g_1) + \\ \beta_c L \frac{\partial C}{\partial y} (C'_H - C'_C) (e_1 g_1 - f_1^2)] & \end{aligned} \quad (۱۹-۳)$$

با محاسبه $f_1^2 - e_1 g_1$ داریم:

$$\begin{aligned} f_1^2 &= \sin^2 \theta \cos^2 \theta + K^{*2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 2K^{*2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ e_1 g_1 &= K^{*2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + K^* \sin^4 \theta + K^* \cos^4 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ f_1^2 - e_1 g_1 &= -K^* \end{aligned} \quad (۲۰-۳)$$

$$\begin{aligned} e_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + g_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + 2f_1 \frac{\partial \psi}{\partial x \partial y} &= \frac{K'_y \rho_0 g}{\mu D'_y} L K^* [\beta_T \frac{\partial T}{\partial y} (T'_H - T'_C) - \beta_c \frac{\partial C}{\partial y} (C'_H - C'_C)] \\ &= \frac{K'_y \rho_0 g}{\mu D'_y} L [\beta_T \frac{\partial T}{\partial y} (T'_H - T'_C) - \beta_c \frac{\partial C}{\partial y} (C'_H - C'_C)] = -Ra_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} - N \frac{\partial C}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (۲۱-۳)$$

که:

$$Ra_T = \frac{K'_x}{\mu D'_y} g \beta_T L \rho_0 (T'_H - T'_C)$$

عدد دارسی - رایلی

$$N = \frac{\beta_C (C'_H - C'_C)}{\beta_T (T'_H - T'_C)}$$

نرخ نیروی شناوری (۲۲-۳)

معادله (۳-۳) را بصورت باز شده در می آوریم:

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (VT - Le \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha^* \end{bmatrix} \cdot \nabla T) = 0$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\begin{bmatrix} v \\ u \end{bmatrix} T - Le \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\begin{bmatrix} vT \\ uT \end{bmatrix} - Le \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix} \right) = \nabla \cdot \begin{bmatrix} vT - Le \frac{\partial T}{\partial y} \\ uT - Le \alpha^* \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix} = 0$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} [vT - Le \frac{\partial T}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial x} [uT - Le \alpha^* \frac{\partial T}{\partial x}] = 0$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + T \frac{\partial v}{\partial y} + T \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} - Le \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + u \frac{\partial T}{\partial x} - Le \alpha^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial y} + u \frac{\partial T}{\partial x} - Le \left[\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \alpha^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (۲۳-۳)$$

معادله (۴-۳) را بصورت باز شده در می آوریم:

$$\phi_P \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (VC - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & D^* \end{bmatrix} \cdot \nabla C) = 0$$

$$\phi_P \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\begin{bmatrix} v \\ u \end{bmatrix} C - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial y} \\ \frac{\partial C}{\partial x} \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\phi_P \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\begin{bmatrix} vC \\ uC \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial y} \\ D^* \frac{\partial C}{\partial x} \end{bmatrix} \right) = \nabla \cdot \begin{bmatrix} vC - \frac{\partial C}{\partial y} \\ uC - D^* \frac{\partial C}{\partial x} \end{bmatrix} = 0$$

$$\phi_P \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} [vC - \frac{\partial C}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial x} [uC - D^* \frac{\partial C}{\partial x}] = 0$$

$$\phi_p \frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial v}{\partial y} + C \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + u \frac{\partial C}{\partial x} - D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0$$

$$\phi_p \frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial y} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \left[\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right] \quad (24-3)$$

که:

$$Le = \frac{\alpha'_y}{D'_y} \quad \text{عدد لوئیس}$$

$$(H = L) \quad \text{نرخ ابعاد}$$

$$A = \frac{H}{L} \quad (25-3)$$

شرایط مرزی و اولیه بی بعد شده عبارتند از:

$$T_H = 1 \quad C_H = 1 \quad v = 0 \quad : y = 0$$

$$T_C = 0 \quad C_C = 0 \quad v = 0 \quad : y = 1$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad u = 0 \quad : x = 0, x = 1$$

$$T = T_0 \quad C = C_0 \quad \psi = 0 \quad : t = 0 \quad (26-3)$$

فصل ۴. گسسته‌سازی و

روش حل معادلات

حل معادلات حاکم در مکانیک سیالات یکی از مطرح ترین مسائل در علوم و مهندسی است. در اغلب موارد فرمولبندی قوانین پایه‌ی مکانیک سیالات به صورت معادلات دیفرانسیل جزئی (پی دی ای^۱) در می آید. بیشتر معادلات به صورت معادلات دیفرانسیل پاره‌ای مرتبه‌ی دوم ظاهر می شوند و بنابراین در مکانیک سیالات و انتقال حرارت از اهمیت ویژه ای برخوردارند.

عموماً، معادلات حاکم در مکانیک سیالات یک مجموعه معادلات دیفرانسیلی پاره‌ای غیر خطی و وابسته را ایجاد می کنند که باید در یک قلمرو ناهموار با شرایط اولیه و مرزی مختلف حل شوند. در بیشتر موارد، حل تحلیلی معادلات مکانیک سیالات بسیار محدود است. با اعمال شرایط مرزی، این محدودیت ها تنگتر می شوند. به عنوان مثال یک معادله دیفرانسیل پاره ای با شرایط مرزی دیریکله^۲ (یعنی شرطی که در آن مقادیر متغیر وابسته در مرزها داده شده اند) ممکن است دارای حل تحلیلی باشد. در حالی که همان معادله دیفرانسیل پاره ای با شرایط مرزی نیومن^۳ (که در آن گرادیان عمودی متغیر وابسته در مرزها داده می شود) ممکن است حل تحلیلی نداشته باشد.

مکانیک سیالات تجربی می تواند اطلاعات مورد نیاز یک میدان جریان خاص را فراهم کند. در هر حال به علت محدودیت‌های تجهیزاتی، مانند اندازه‌ی نمونه‌های آزمایش و اندازه‌ی تونل باد و همچنین مشکلات ناشی از عدم تشابه کامل با میدان جریان واقعی، کسب اطلاعات آزمایشگاهی در بیشتر میدان‌های جریان غیر عملی است. به هر حال از نتایج آزمایشگاهی برای اثبات درستی حل معادلات ریاضی استفاده می شود. پس در طراحی، نتایج آزمایشگاهی و نتایج محاسباتی معادلات در کنار یکدیگر به کار می روند.

روشی که در سال‌های اخیر شهرت زیادی یافته روش دینامیک سیالات عددی است. البته تحلیل عددی برای سالیان دراز مطرح بوده است. در هر حال پیشرفت‌های به دست آمده در امر ساخت رایانه‌ها که سبب

1. Partial Differential Equations
2. Dirickle Boundry Condition
3. Newman Boundry Condition

افزایش حافظه و کارایی شده، امکان حل معادلات مکانیک سیالات را با استفاده از روش‌های عددی مختلفی فراهم کرده است. این پیشرفت‌ها سبب معرفی روش‌های عددی جدیدتری شده اند که تقریباً به روزانه پیشنهاد می‌شوند. بر خلاف مکانیک سیالات تجربی، شرایط جریان و ابعاد و اندازه‌های آن به راحتی قابل تغییرند تا اهداف طراحی مختلفی را بتوان برآورد کرد.

جوابی که از چنین حل عددی حاصل می‌شود را پس از مقایسه با نتایج تجربی می‌توان مورد تایید قرار داد، اما پس از اینکه درستی چنین برنامه‌ای مورد تایید قرار گرفت، از آن برنامه برای طراحی‌های مختلف می‌توان استفاده کرد، البته به این شرط که مسأله در محدوده‌ی فرض‌های به کار رفته در آن برنامه قرار داشته باشد.

۴-۲- گسسته سازی معادلات حاکم

در این فصل ابتدا به گسسته سازی دسته معادلات حاکم بر جریان به روش المان محدود^۱ در یک شبکه‌ی متمرکز^۲ بیان می‌گردد. در این پژوهش، معادلات برای جریان تراکم ناپذیر با استفاده از روش المان محدود و معادله‌ی اندازه حرکت (۳-۲۱) به روش TDMA و عبارت غیر پایا به صورت کاملاً صریح^۳ گسسته سازی شده اند. روش‌های تکرار ژاکوبی^۴ و گوس سایدل^۵ برای کاربرد در برنامه‌های کامپیوتری ساده بسیار آسان می‌باشند. اما هنگامیکه سیستم معادلات بزرگ باشد، آنها به آرامی همگرا می‌شوند، از اینرو آنها نمی‌توانند جایگزین روش‌های عمومی CFD باشند. توماس^۶ روشی برای حل سریع سیستم سه قطری که امروزه الگوریتم توماس یا الگوریتم ماتریس سه قطری^۷ (TDMA) نامیده می‌شود، توسعه داد. TDMA در حقیقت یک روش مستقیم برای حالت‌های یک بعدی می‌باشد، اما می‌تواند به صورت تکرار

1. Finite Element
2. Colocate Grid
3. Explicit
4. Jacobi Iteration Method
5. Gauss – Seidel Iteration Method
6. Thomas
7. Tri-Diagonal Matrix Algoritm

به صورت خط به خط برای حل مسائل چند بعدی نیز بکار رود. این روش بطور وسیع در برنامه‌های CFD استفاده می‌شوند و از نظر محاسباتی کم هزینه بوده و مزیتی که دارد اینست که کمترین مقدار حافظه را برای ذخیره اطلاعات نیاز دارد.

جهت گسسته سازی مشتق‌های مرتبه ۲، از تفاضل مرکزی مرتبه‌ی $(\Delta x)^2$ و برای ندهای روی دیواره‌های چپ و راست حفره به ترتیب از تفاضل پیشروی مرتبه‌ی (Δx) و تفاضل پسروی مرتبه‌ی (Δx) استفاده می‌کنیم. معادلات حاکم را در فصل قبل بدست آوردیم:

$$e_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2f_1 \frac{\partial \psi}{\partial x \partial y} + g_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -Ra_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} - N \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (1-4)$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial y} + u \frac{\partial T}{\partial x} - Le \left[\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \alpha^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (2-4)$$

$$\phi_P \frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial y} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \left[\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right] \quad (3-4)$$

۳-۴- الگوریتم و مراحل حل عددی

مراحل حل عددی مختصراً بصورت زیر بیان می‌شود:

میدان‌های سرعت و به همراه دیگر میدان‌های اسکالر، با حدس اولیه مقادیر میدان و تکرار مراحل ۱ تا ۳ تا همگرایی کلیه جواب‌ها، بدست می‌آیند:

(۱) معادلات مومنتوم گسسته شده، حل شود:

(۲) دیگر معادلات گسسته شده (معادلات انرژی و انتقال جرم) حل می‌شوند.

(۳) دمای محاسبه شده با دمایی که در ابتدای کار حدس زده شد مقایسه شده و دمای جدید در معادله‌ی مومنتوم جایگزین شود (معیار همگرایی چک شود).

معادله (۱-۴) به همراه شرایط مرزی (۳-۲۶) از طریق حل ماتریس سه قطری از تکرار خط به خط توسط الگوریتم توماس (TDMA) بهره گرفته شده است. معادلات (۲-۴) و (۳-۴) که معادلاتی صریح بوده و کلندهای مربوطه در طی یک حلقه‌ی کامل حل می‌شوند.

شبکه‌ی مورد استفاده 61×61 و یکنواخت می‌باشد. تعداد تکرار تا جایی ادامه پیدا می‌کند که میزان خطا به ۵ رقم اعشار برسد. حل به صورت غیر پایا و گام زمانی به کار رفته $\Delta t = 10^{-5}$ می‌باشد. شرط توقف دستگاه معادلات به صورت زیر است:

$$\sum_{i,j} |\xi_{i,j}^m - \xi_{i,j}^{m-1}| / \sum_{i,j} |\xi_{i,j}^m| \leq 10^{-5} \quad (4-4)$$

که در رابطه‌ی بالا ξ بیانگر کلیه‌ی متغیرهای C, T, ψ می‌باشد و m مرتبه‌ی تکرار است.

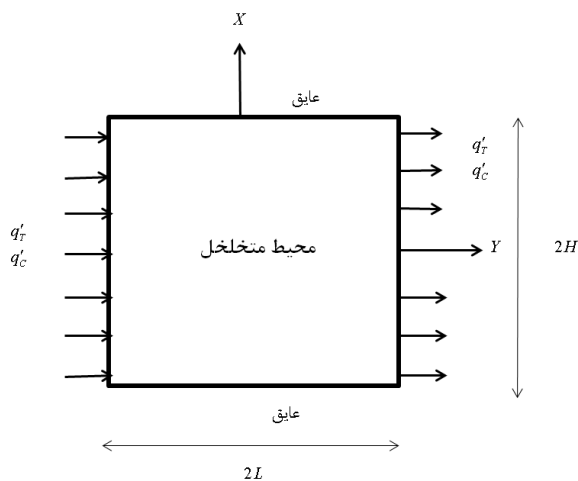
الگوریتم حل به این صورت است که ابتدا یک توزیع دما و غلظت را حدس زده و از معادله ممنتوم (۱-۴) ψ محاسبه می‌شود. حال با داشتن ψ (v, u) را از ψ محاسبه کرده) از معادله‌ی (۲-۴) و (۳-۴) مقدار دما و غلظت جدیدی بدست می‌آید. حال معادله‌ی (۴-۴) چک شود، اگر برقرار باشد توزیع دمای حدس زده شده درست بوده و به مرحله‌ی زمانی بعدی می‌رویم در غیر این صورت توزیع دما و غلظت جدید بدست آمده به عنوان حدس اولیه در معادله‌ی ممنتوم قرار می‌گیرد.

فصل ۵. جابجایی آزاد در
حالت شار حرارتی و
غلظت ثابت در دیواره‌های
عمودی

در این فصل انتقال حرارت جابجایی آزاد در حالت شار حرارتی و غلظت ثابت در دیواره‌های عمودی یک حفره‌ی متخلخل غیر ایزوتروپیک در حالت پایا بررسی شده است. جهت بررسی صحت عملکرد برنامه‌ی محاسباتی، ابتدا نتایج مقاله‌ی برا و خلیلی^۱ [۳۷] مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است.

۱-۵- محفظه‌ی پر شده با محیط متخلخل غیر ایزوتروپیک

برا و خلیلی انتقال حرارت جابجایی آزاد در حفره‌ی متخلخل غیر ایزوتروپیک با حضور نیروهای شناوری را از روش تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. شکل (۱-۵) شماتیکی از یک محفظه‌ی دو بعدی مستطیلی با ارتفاع $2H$ و طول $2L$ با دیواره‌های عمودی شار و غلظت ثابت و دیواره‌های افقی عایق را نشان می‌دهد. جریان سیال را غیر پایدار، دو بعدی و نیوتنی در نظر گرفته و به دلیل اختلاف کم دما از فرض بویسنک استفاده شده است.



شکل ۱-۵: محفظه‌ی پر شده با محیط متخلخل غیر ایزوتروپیک [۳۷]

معادلات حاکم با در نظر گرفتن مدل داری به صورت زیر نوشته می شوند:

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot V' = 0 \quad (1-5)$$

معادله اندازه حرکت:

$$V' = \frac{\bar{K}}{\mu} \cdot \{-\nabla P' - g \rho_0 [1 + \beta_c (C' - C'_0) - \beta_T (T' - T'_0)] \bar{Q}\} \quad (2-5)$$

معادله انرژی:

$$\sigma \frac{\partial T'}{\partial t'} + \nabla \cdot (V'T' - \alpha'_y \bar{\alpha} \cdot \nabla T') = 0 \quad (3-5)$$

معادله انتقال جرم:

$$\phi_p \frac{\partial C'}{\partial t'} + \nabla \cdot (V'C' - D'_y \bar{D} \cdot \nabla C') = 0 \quad (4-5)$$

شرایط مرزی و اولیه عبارتند از:

$$\frac{\partial T'}{\partial y'} = -q_T \quad \frac{\partial C'}{\partial y'} = -q_C \quad v' = 0 \quad : y' = \pm L \quad (5-5)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial x'} = 0 \quad \frac{\partial C'}{\partial x'} = 0 \quad u' = 0 \quad : x' = \pm H \quad (6-5)$$

$$T' = T'_0 \quad C' = C'_0 \quad V' = 0 \quad : t' = 0 \quad (7-5)$$

در معادلات بالا، بردار دو بعدی سرعت $(v', u')^T$ ، ∇ عملگر گرادیان در سیستم مختصات (y', x') ، T'

دما، C' غلظت، P' فشار، t' زمان، ϕ_p تخلخل، σ نرخ ظرفیت گرمایی، g شتاب گرانش و $\bar{Q}^T = (0, 1)$

بردار یکه عمودی است.

تانسورهای مرتبه دوم نفوذپذیری $\overline{\overline{K}}$ ، پخش دمایی $\overline{\alpha}$ و پخش گرمی $\overline{\overline{D}}$ در سیستم مختصات (y', x')

عبارتند از:

$$\overline{\overline{K}} = K'_y \begin{bmatrix} e_1 & f_1 \\ f_1 & g_1 \end{bmatrix} \quad \overline{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha^* \end{bmatrix} \quad \overline{\overline{D}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & D^* \end{bmatrix} \quad (۸-۵)$$

$$e_1 = K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \quad \text{جایی که:}$$

$$g_1 = K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$f_1 = (1 - k^*) \sin \theta \cos \theta$$

$$K^* = \frac{K'_x}{K'_y} \quad \alpha^* = \frac{\alpha'_x}{\alpha'_y} \quad D^* = \frac{D'_x}{D'_y}$$

متغیرهای بی بعد سازی عبارتند از:

$$\begin{aligned} y &= \frac{y'}{L} & x &= \frac{x'}{L} \\ v &= \frac{Lv'}{D'_y} & u &= \frac{Lu'}{D'_y} \\ T &= \frac{T' - T'_0}{q_T L} & C &= \frac{C' - C'_0}{q_C L} \\ P &= \frac{K'_y P'}{\mu D'_y} & t &= \frac{D'_y t'}{L^2} \end{aligned} \quad (۹-۵)$$

با معرفی تابع جریان ψ :

$$v' = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad u' = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (۱۰-۵)$$

مراحل حذف کردن ترم فشار دقیقاً مانند فصل سوم می باشد.

در حالت بی بعد، معادلات پیوستگی، اندازه حرکت، انرژی و انتقال جرم به صورت زیر خواهد بود:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (11-5)$$

معادله اندازه حرکت:

$$e_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2f_1 \frac{\partial \psi}{\partial x \partial y} + g_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -Ra_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} - N \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (12-5)$$

معادله انرژی:

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial y} + u \frac{\partial T}{\partial x} = Le \left[\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \alpha^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (13-5)$$

معادله انتقال جرم:

$$\phi_p \frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial y} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \left[\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right] \quad (14-5)$$

که:

$$Ra_T = \frac{K'_x}{\mu D'_y} g \beta_T q_T L^2 \rho_0 \quad \text{عدد دارسی - رایلی}$$

$$N = \frac{\beta_C q_C}{\beta_T q_T} \quad \text{نرخ نیروی شناوری}$$

$$Le = \frac{\alpha'_y}{D'_y} \quad \text{عدد لوئیس}$$

$$A = \frac{H}{L} \quad \text{نرخ ابعاد} \quad (15-5)$$

شرایط مرزی و اولیه بی بعد شده عبارتند از:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -1 \quad \frac{\partial C}{\partial y} = -1 \quad \psi = 0 \quad : y = \pm 1$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \psi = 0 \quad : x = \pm A$$

$$T = \cdot \quad C = \cdot \quad \psi = \cdot \quad : t = \cdot \quad (16-5)$$

معادلات بدون بعد (5-11) تا (5-14) به همراه شرایط مرزی (5-16) با استفاده از روش المان محدود دو بعدی گسسته سازی می شوند. آرایش شبکه‌ی مورد استفاده از نوع یکنواخت بوده و اندازه‌ی شبکه 61×61 می باشد. از الگوریتم توماس به منظور حل دستگاه معادله‌ی (5-12) به کار گرفته شده است. ترم زمانی معادلات انتقال انرژی و جرم (5-13) و (5-14) با استفاده از روش کاملاً صریح با $\Delta \tau = 10^{-4}$ گسسته می شوند.

تکرار عددی تا جایی ادامه پیدا می کند که:

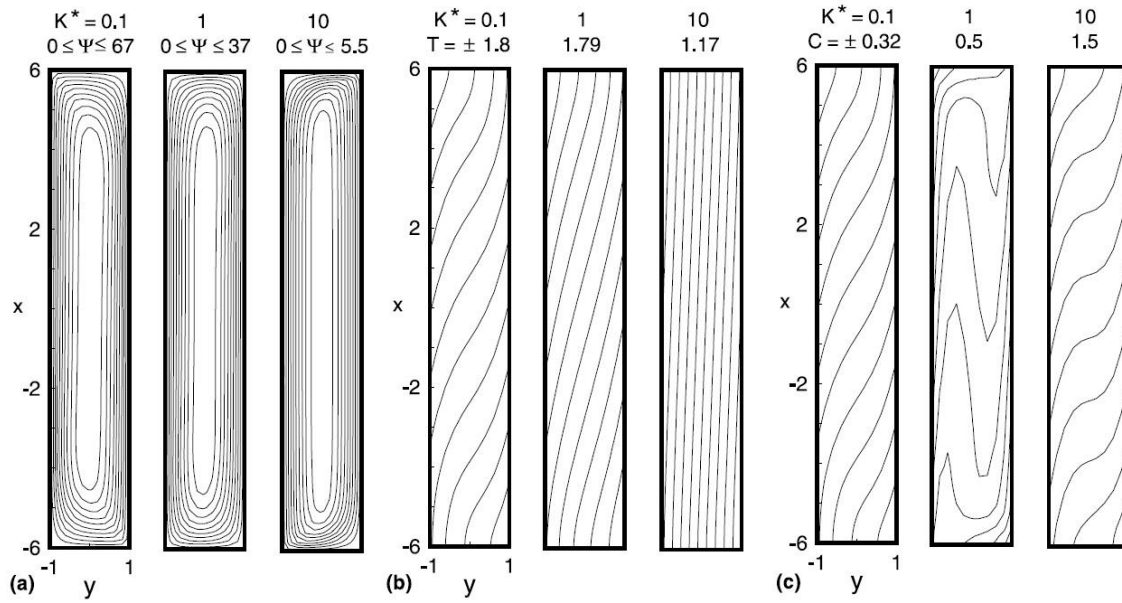
$$\sum_{i,j} |\phi_{i,j}^{m+1} - \phi_{i,j}^m| / \sum_{i,j} |\xi_{i,j}^{m+1}| \leq \varepsilon \quad (17-5)$$

که در رابطه بالا ϕ بیانگر کلیه‌ی متغیرهای V, U, C, T می باشد. m مرتبه تکرار و ε میزان خطا برابر 10^{-5} می باشد. الگوریتم حل به این صورت است که ابتدا تابع جریان، دما و غلظت را حدس زده و معادله‌ی (5-12) حل می شود. سپس معادله‌ی (5-13) و (5-14) حل شده و دما و غلظت محاسبه می شوند و در نهایت رابطه‌ی (5-17) چک می شود.

5-1-1- بحث و نتیجه گیری محفظه‌ی پر شده با محیط متخلخل غیر ایزوتروپیک

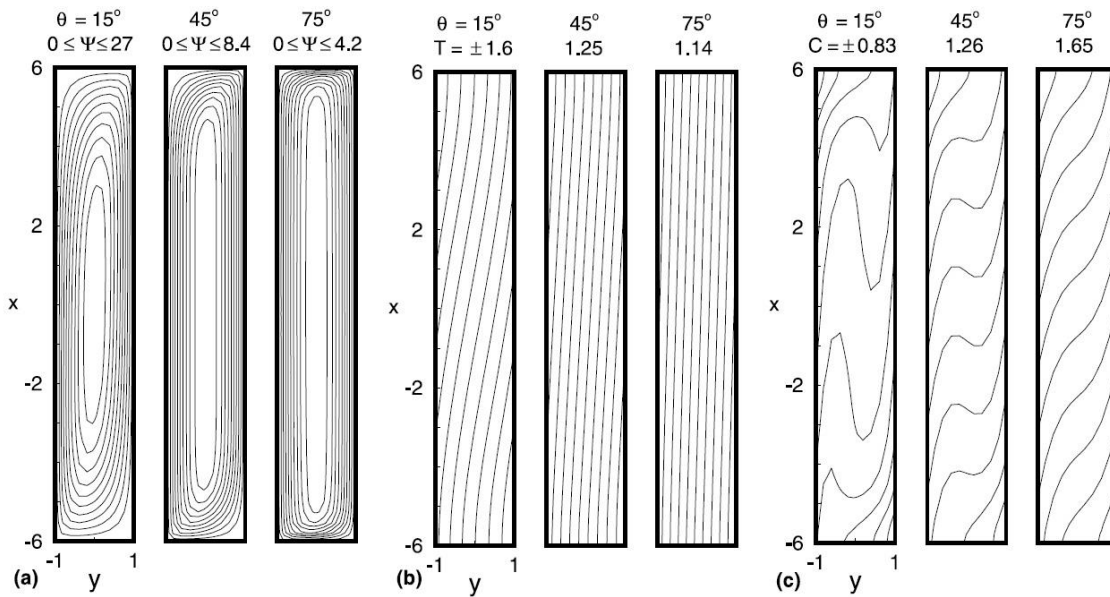
مطالعه‌ی عددی روی محیط متخلخل مورد نظر برای مقادیر پارامترهای نفوذپذیری K^* [0/1 و 1/10] و زاویه‌ی چرخش θ [15، 45 و 75] صورت گرفته است.

خطوط جریان در کل حفره و خطوط دما و غلظت ثابت در خط مرکزی حفره در شکل‌های 5-2 و 5-3 برای مقادیر متغیر K^* و θ نشان داده شده است. با توجه به شکل‌ها با افزایش پارامترهای نفوذپذیری و زاویه‌ی چرخش مقادیر خطوط جریان کمتر شده، در نتیجه جابجایی آزاد با شدت کمتری صورت می گیرد. در این حالت انتقال حرارت بیشتر به صورت هدایت انجام می پذیرد.



شکل ۵-۲: تاثیر پارامتر نفوذپذیری (K^*) روی: (a) تابع جریان (ψ) و (b) خطوط هم دما (T) و (c) خطوط هم غلظت (C) [۳۷]. برای همه موارد:

$$D^* = 5, \alpha^* = 5, \theta = 60, Le = 20, Ra = 100, N = 0.16, A = 6$$



شکل ۵-۳: تاثیر زاویه چرخش (θ) روی: (a) تابع جریان (ψ) و (b) خطوط هم دما (T) و (c) خطوط هم غلظت (C) [۳۷]. برای همه موارد:

$$D^* = 5, \alpha^* = 5, K^* = 10, Le = 20, Ra = 100, N = 0.16, A = 6$$

۵-۱-۲- بحث بر روی شبکه‌ی مورد نظر

به منظور اطمینان از مستقل بودن جواب‌ها از شبکه‌ی مورد استفاده، نمودار خطوط جریان برای دو حالت متفاوت مورد بررسی قرار گرفته شده است. در ابتدا شبکه‌های ۳۱×۳۱ ، ۶۱×۶۱ و ۱۲۱×۱۲۱ و سپس ۴۱×۴۱ ، ۸۱×۴۱ و ۱۶۱×۱۶۱ مورد بررسی قرار گرفته است. سپس مقدار خطای محاسباتی بین هر دو مش نزدیک به هم محاسبه شده و در نهایت با توجه به مقادیر اندک خطا بین دو حالت ۶۱×۶۱ و ۸۱×۸۱ با تقریب بسیار خوبی، مش مورد استفاده ۶۱×۶۱ انتخاب شده است.

جدول ۵-۱: تست مستقل بودن شبکه از تعداد گره برای ($Ra = 100, \theta = 60, K^* = .1$)

| شبکه به کار رفته | ۳۱×۳۱ | ۶۱×۶۱ | ۱۲۱×۱۲۱ |
|--|----------------|----------------|------------------|
| ماکزیمم مقدار تابع جریان در مرکز حفره ψ | ۶۶/۰۴۹۱ | ۶۷/۰۴۳۸ | ۶۷/۰۴۳۰ |

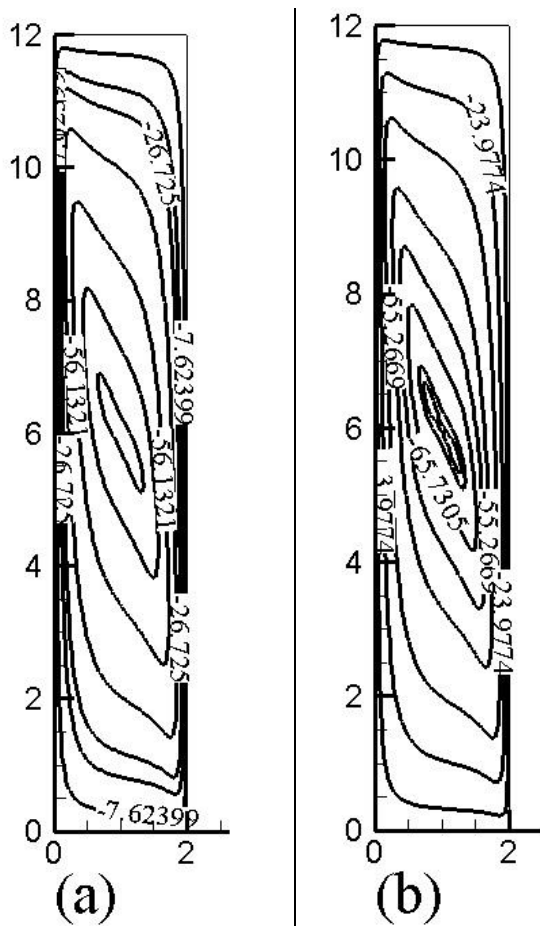
جدول ۵-۲: تست مستقل بودن شبکه از تعداد گره برای ($Ra = 100, \theta = 60, K^* = .1$)

| شبکه به کار رفته | ۴۱×۴۱ | ۸۱×۸۱ | ۱۶۱×۱۶۱ |
|--|----------------|----------------|------------------|
| ماکزیمم مقدار تابع جریان در مرکز حفره ψ | ۶۶/۰۴۵۲ | ۶۷/۰۴۳۴ | ۶۷/۰۴۲۷ |

جدول ۵-۳: درصد خطای محاسباتی برای انتخاب مش مورد نظر

| اندازه مش | درصد خطای محاسباتی $\times 100 \frac{ \psi_2 - \psi_1 }{ \psi_2 }$ |
|-----------|--|
| ۶۱-۳۱ | .۱۴۸ |
| ۱۲۱-۶۱ | $1/19 \times 10^{-3}$ |
| ۸۱-۴۱ | $2/68 \times 10^{-3}$ |
| ۱۶۱-۸۱ | $1/04 \times 10^{-3}$ |
| ۸۱-۶۱ | $5/97 \times 10^{-4}$ |

در شکل ۴-۵ مقادیر تابع جریان آورده شده است:



شکل ۴-۵: نمودارهای تابع جریان، (a) مربوط به پژوهش برا و خلیلی [۱۳]، شکل (b) مربوط به پژوهش حاضر
 $(Ra = 100, \theta = 60, k^* = .11)$

شکل ۴-۵ (a) مقادیر خطوط جریان در پژوهش برا و خلیلی و شکل ۴-۵ (b) مقادیر خطوط جریان در رساله‌ی حاضر را با شرایط کاملاً یکسان نشان می‌دهد، که ماکزیمم مقدار تابع جریان در مرکز حفره در پژوهش حاضر ۶۷/۰۴ بوده و در پژوهش برا و خلیلی ۶۷ است که با توجه شکل‌ها تطابق خوبی دارند.

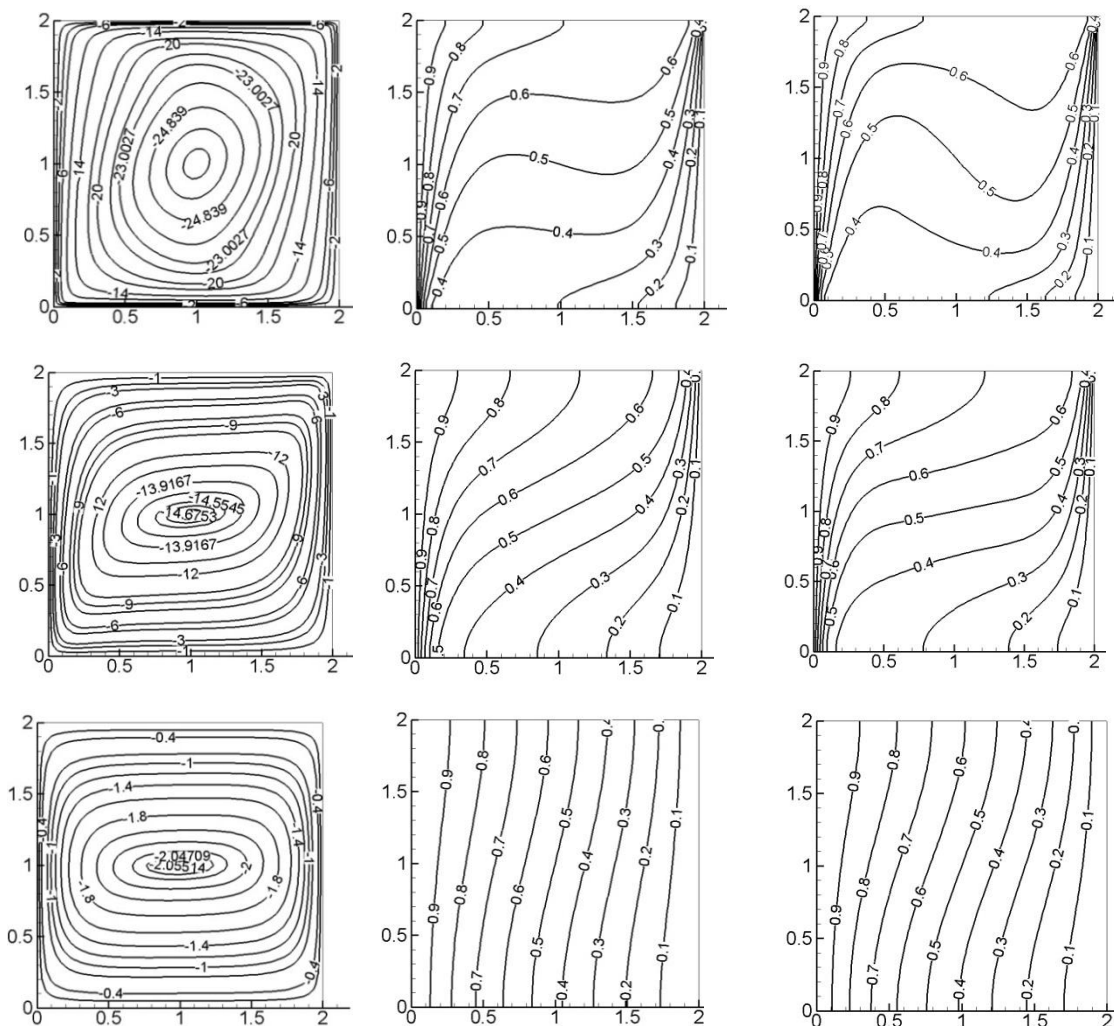
فصل ٦. نتایج

۶-۱- بحث و نتیجه گیری

در این فصل می خواهیم نتایج بدست آمده از حل معادلات بی بعد (۳-۲۱)، (۳-۲۳) و (۳-۲۴) را با شرایط مرزی (۳-۲۶) را به صورت کانتور نشان دهیم. در همه ی بررسی ها فرض می شود که پارامترهای $Le = 1/5$ (عدد لوئیس)، $N = .6$ (نسبت نیروهای شناوری)، $\sigma = 1$ (نسبت ظرفیت حرارتی)، $\phi_p = .5$ (تخلخل)، $\alpha^* = 5$ (نسبت پخش گرمایی) و $D^* = 5$ (نسبت پخش حل شونده) در کل مراحل حل عددی ثابت و پارامتر Ra (عدد رایلی) در سه مقدار ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و θ (زاویه چرخش) در سه مقدار ۴۵، ۹۰ و در نهایت K^* (نسبت مؤلفه های تانسور نفوذپذیری) در سه مقدار ۱، ۱۰ و تغییر می کنند.

با افزایش K^* ، نفوذپذیری در جهت x نسبت به y افزایش یافته و خطوط تابع جریان متمایل به جهت x می باشند. این مورد با تعریف نسبت نفوذپذیری نیز کاملاً منطبق است. خطوط هم‌دما و غلظت ثابت نیز با افزایش K^* انحنای کمتری پیدا کرده‌اند و به نوعی روند مشاهده شده (با افزایش K^*) مشابه انتقال حرارت هدایتی در یک ورق فلزی بین دو صفحه گرم و سرد است.

با افزایش رایلی، بیشینه مقدار تابع جریان در مرکز حفره (نسبت به حالت $Ra = 500$) افزایش یافته و انحنای خطوط هم‌دما و غلظت ثابت نیز بیشتر شده است که نشان‌دهنده قوت گرفتن انتقال حرارت جابجایی در محفظه است. با مراجعه به شکل‌ها، یک سلول چرخشی در تمام حالت‌ها مشاهده می‌شود و با تغییر نسبت نفوذپذیری، شکل این سلول تغییر چشمگیری کرده است. این تغییر شکل کاملاً متناسب با نسبت نفوذ سیال در دو جهت x و y است. حالت $K^* = 1$ کاملاً مشابه انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه بسته با وجود یک ماده متخلخل هموزن و ایزوتروپ است. اثرات تغییر ماده متخلخل (از نظر تانسور نفوذپذیری) بر انتقال حرارت از تغییر خطوط دما ثابت کاملاً مشخص است.

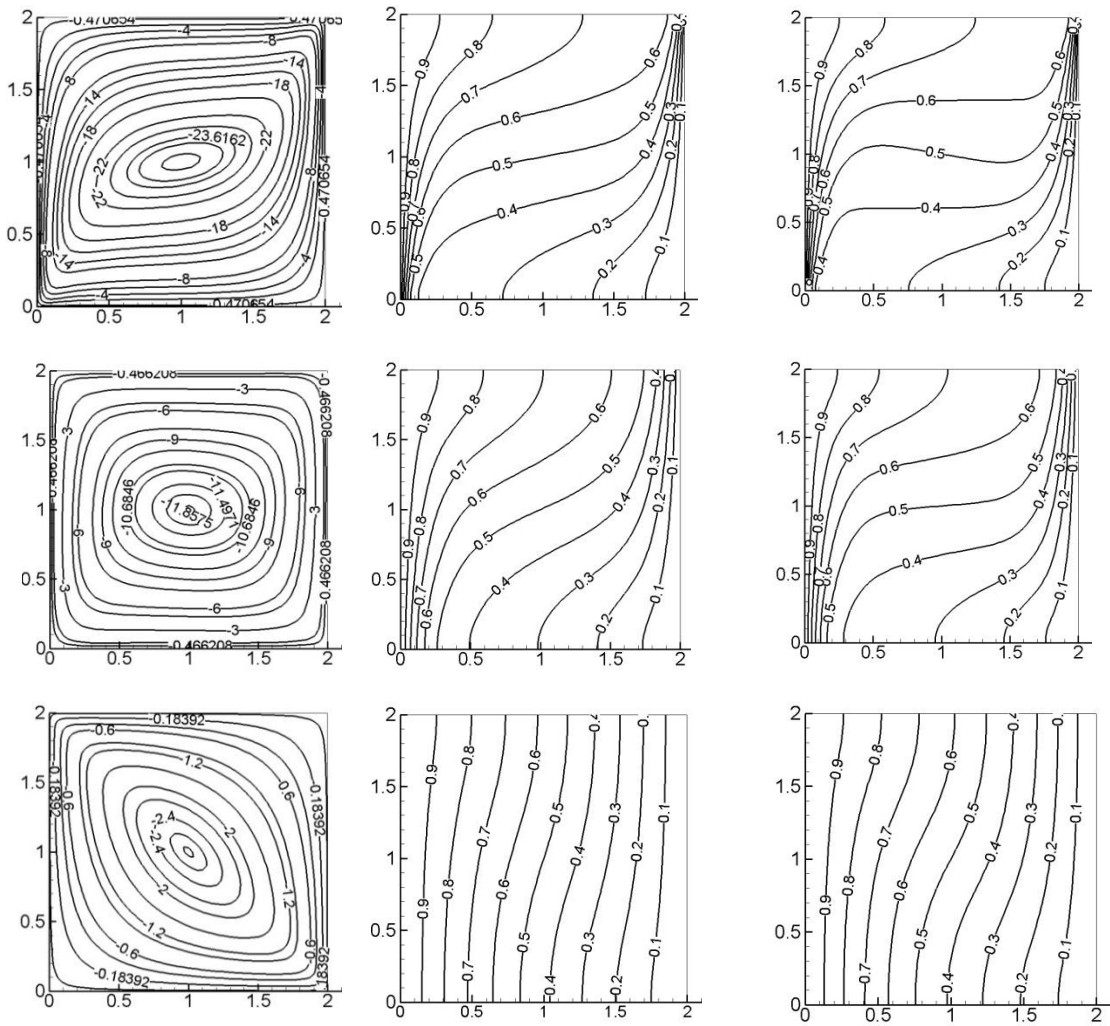


شکل ۶-۱: نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر

$$K^* \text{ از } 10, 1, 0.1 \text{ به ترتیب از بالا به پایین برای } (Ra = 500, \theta = 0)$$

جدول ۶-۱: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

| K^* | 10 | 1 | 0.1 |
|-----------------|----------------------|------|------|
| \overline{Nu} | 3.1×10^{-4} | 0.11 | 0.17 |

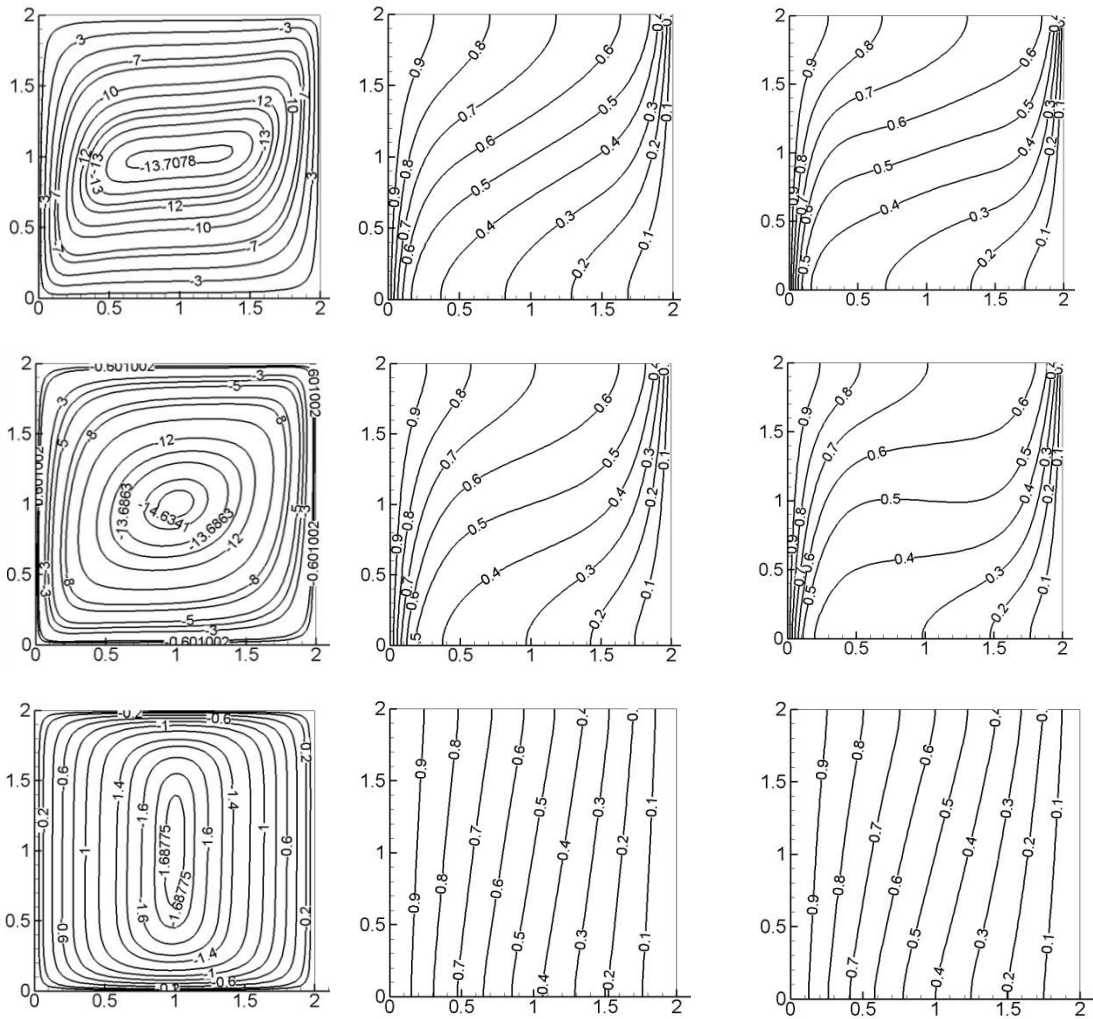


شکل ۶-۲: نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر

K^* از ۱۰، ۱، و ۰.۱ به ترتیب از بالا به پایین برای $(Ra = 500, \theta = 45)$

جدول ۶-۲: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

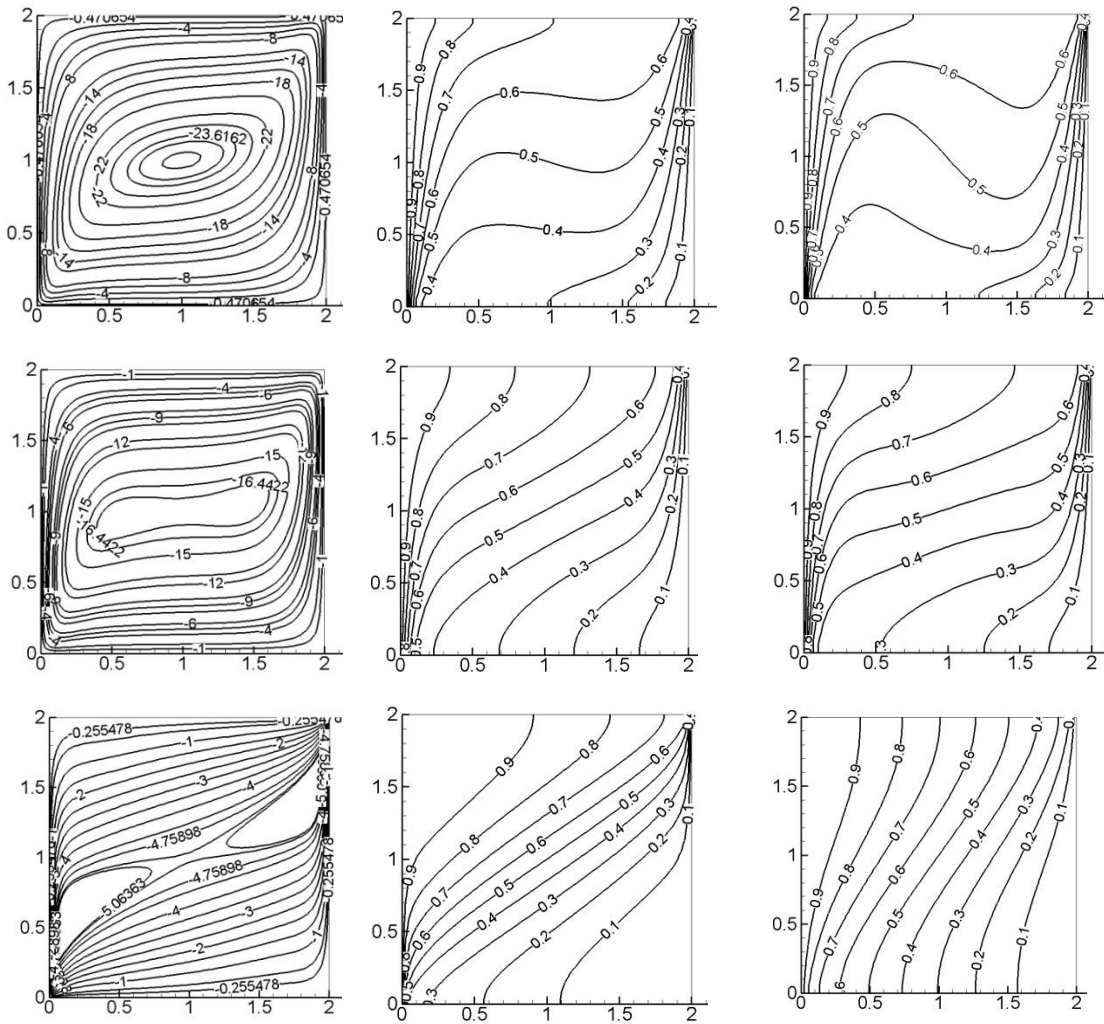
| K^* | ۱۰ | ۱ | ۰.۱ |
|-----------------|----------------------|----------------------|------|
| \overline{Nu} | 3.1×10^{-4} | 8.1×10^{-4} | ۰.۱۶ |



شکل ۳-۶: نمودار های تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست وبا تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱۰، ۱، ۰/۱، به ترتیب از بالا به پایین برای $(Ra = 50, \theta = 90)$

جدول ۳-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

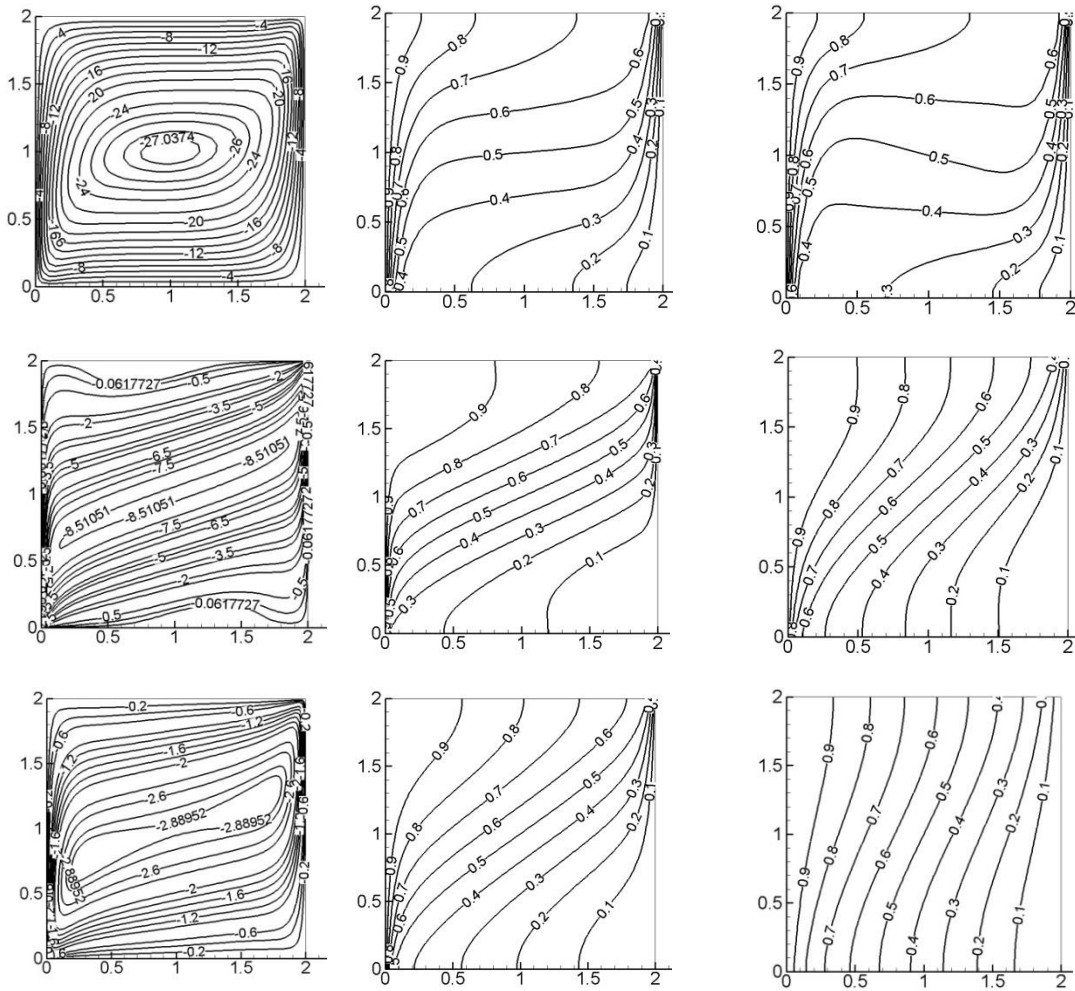
| ۱۰ | ۱ | ۰/۱ | K^* |
|-----------------------|----------------------|------|-----------------|
| $2/98 \times 10^{-4}$ | $9/5 \times 10^{-4}$ | ۰/۱۱ | \overline{Nu} |



شکل ۴-۶: نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱۰ و ۱ و ۰.۱ به ترتیب از بالا به پایین برای $(Ra = 1000, \theta = 0)$

جدول ۴-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

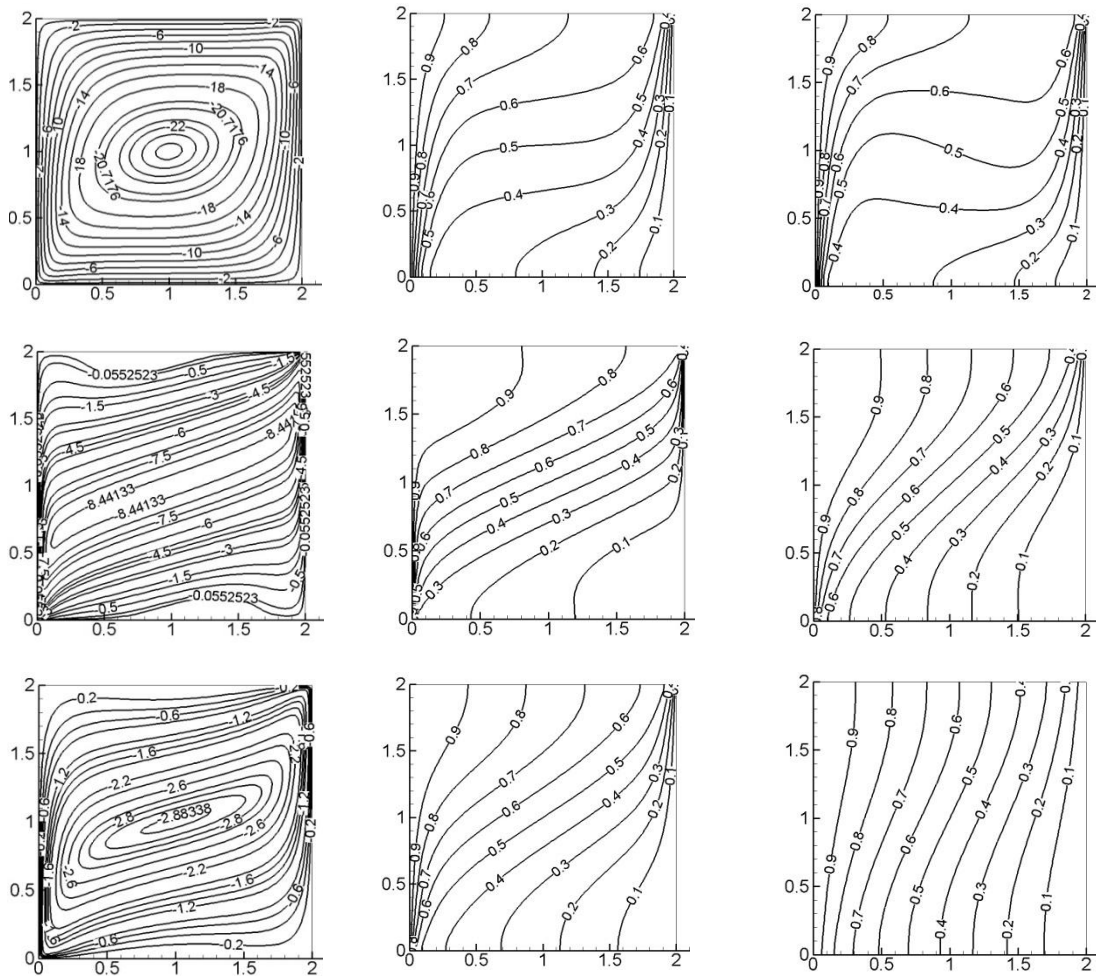
| | | | |
|------|------|------|-----------------|
| ۱۰ | ۱ | ۰.۱ | K^* |
| ۰.۱۴ | ۰.۲۱ | ۰.۱۵ | \overline{Nu} |



شکل ۵-۶: نمودار های تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست وبا تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱، ۱۰، به ترتیب از بالا به پایین برای $(Ra = 1000, \theta = 45)$

جدول ۵-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

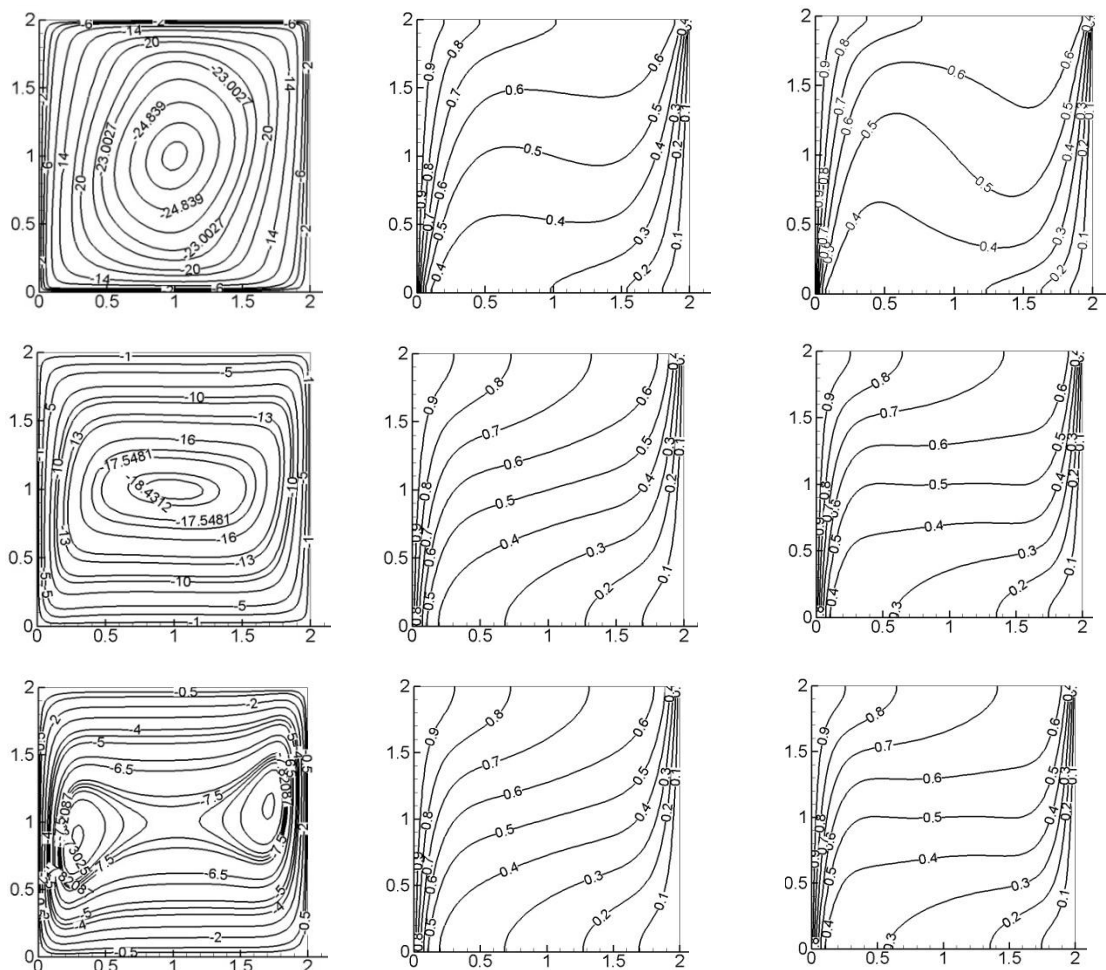
| ۱۰ | ۱ | ۱/۱ | K^* |
|----------------------|----|-----|-----------------|
| $8/5 \times 10^{-4}$ | ۲۱ | ۴ | \overline{Nu} |



شکل ۶-۶: نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست وبا تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱۰، ۱ و ۰.۱ به ترتیب از بالا به پایین برای $(Ra = 1000, \theta = 90)$

جدول ۶-۶: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

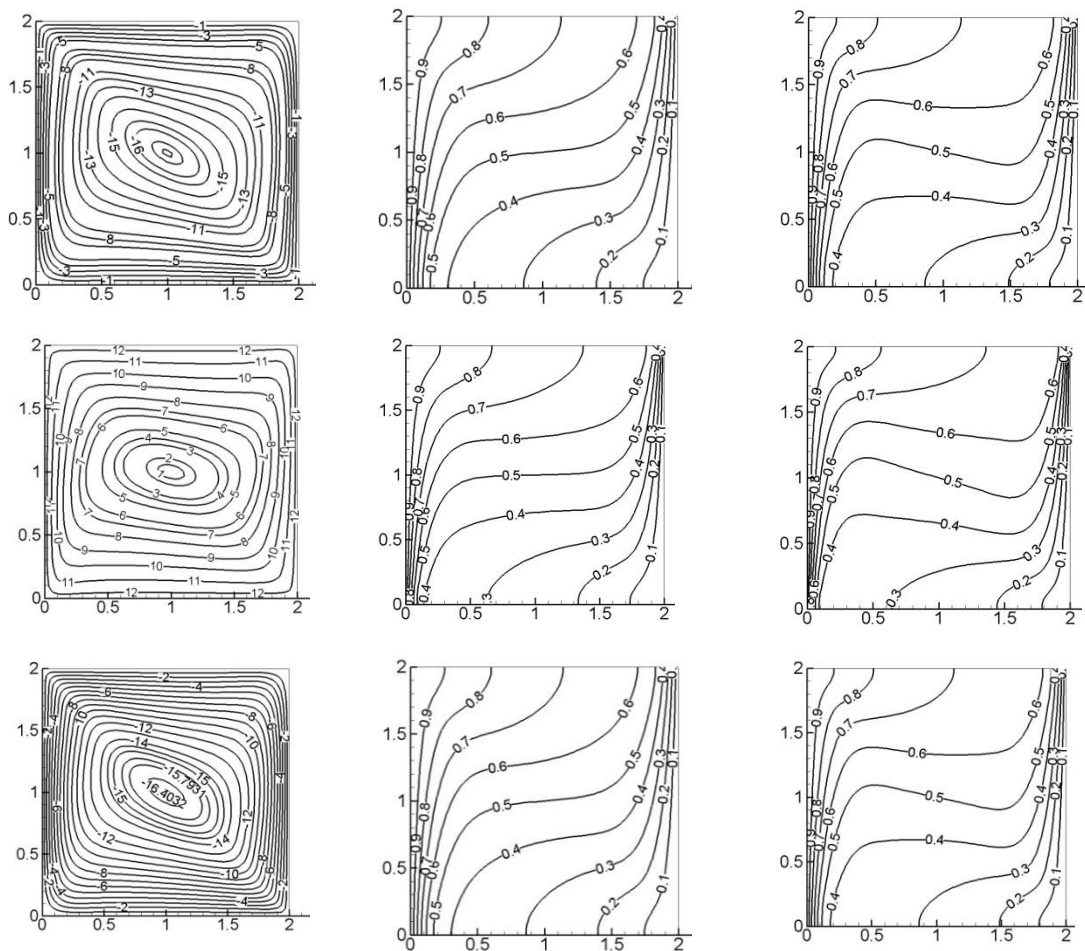
| K^* | ۱۰ | ۱ | ۰.۱ |
|-----------------|-----------------------|------|------|
| \overline{Nu} | $7/42 \times 10^{-4}$ | ۰.۲۱ | ۰.۱۵ |



شکل ۶-۷: نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست وبا تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱۰، ۱، و ۰.۱ به ترتیب از بالا به پایین برای $(Ra = 10000, \theta = 0)$

جدول ۶-۷: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

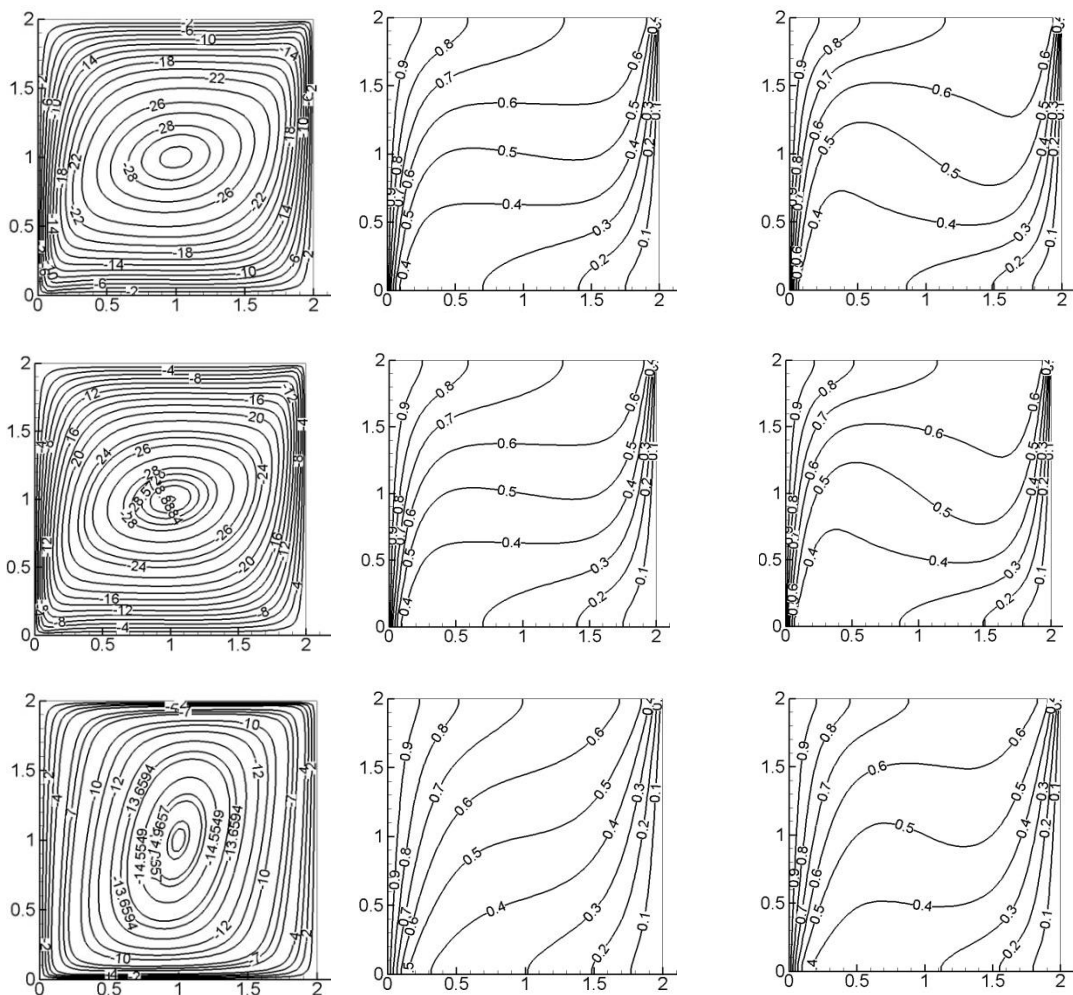
| K^* | ۱۰ | ۱ | ۰.۱ |
|-----------------|------------------------|------|------|
| \overline{Nu} | $7/0.3 \times 10^{-4}$ | ۰.۱۴ | ۰.۳۲ |



شکل ۶-۸: نمودار های تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱۰، ۱، ۰/۱ به ترتیب از بالا به پایین برای $(Ra = 10000, \theta = 45)$

جدول ۶-۸: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

| K^* | ۱۰ | ۱ | ۰/۱ |
|-----------------|-----|-----|-----|
| \overline{Nu} | ۱۱۰ | ۱۱۶ | ۱۱۰ |



شکل ۶-۹: نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست و با تغییر مقدار پارامتر K^* از ۱۰، ۱ و ۰٫۱ به ترتیب از بالا به پایین برای $(Ra = 10000, \theta = 90)$

جدول ۶-۹: مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ حفره در K^* های مختلف

| K^* | ۱۰ | ۱ | ۰٫۱ |
|-----------------|----------------------|------|------|
| \overline{Nu} | $9/9 \times 10^{-4}$ | ۰٫۱۹ | ۰٫۱۹ |

۶-۱-۱- بحث روی تأثیر پارامترهای رایلی، K^* و θ روی مقادیر جریان

عدد رایلی نشان دهنده‌ی میزان انتقال حرارت جابجایی بوده و با افزایش آن میزان جابجایی افزایش پیدا می‌کند. در رایلی‌های پایین چرخش سیال بسیار ضعیف بوده و انتقال حرارت تقریباً فقط از طریق هدایت صورت می‌گیرد. با افزایش عدد رایلی چرخش درون محفظه افزایش یافته و انتقال حرارت را به سمت جابجایی پیش می‌برد.

با تعریف تانسور نفوذپذیری \overline{K} ، برای K^* بزرگتر از یک، افزایش زاویه θ از ۰ تا ۹۰ درجه باعث کاهش نفوذ پذیری کلی (کاهش مقادیر جریان) در جهت جریان اصلی می‌شود. همچنین ماکزیمم مقدار دما و غلظت در خط مرکزی حفره در زاویه ۴۵ درجه اتفاق می‌افتد.

۶-۲- تأثیر پارامتر نفوذپذیری بر مقادیر مؤلفه‌های سرعت

در این بخش اثر پارامتر نفوذپذیری K^* را بر روی مقادیر سرعت‌های افقی (v) و عمودی (u) در حفره‌ی مورد نظر را در حالتی که $N = 0$ (بدون تأثیر نیروهای شناوری) بررسی شده است. در خط مرکزی حفره در جهت افقی (Y) ما سرعت (u) عمود بر آن و در خط مرکزی حفره در جهت عمودی (X) سرعت (v) باز هم عمود بر آن را بررسی می‌کنیم. با توجه به معادلات ۳-۹ و ۳-۱۱ داریم:

$$v = -\frac{1}{\mu} K'_y \left(-e_1 \frac{\partial P'}{\partial x'} - f_1 \frac{\partial P'}{\partial y'} \right) \quad (۱-۶)$$

$$u = -\frac{1}{\mu} K'_y \left(-f_1 \frac{\partial P'}{\partial x'} - g_1 \frac{\partial P'}{\partial y'} \right) \quad (۲-۶)$$

در دو حالت $\theta = 0$ و $\theta = 90$ مقادیر ضرایب e_1 ، f_1 و g_1 به صورت زیر است:

جدول ۶-۱۰: مقادیر e_1 ، f_1 و g_1 در حالت $\theta = 0$ و $\theta = 90$

| g_1 | f_1 | e_1 | θ |
|-------|-------|-------|----------|
| K^* | ۰ | ۱ | ۰ |
| ۱ | ۰ | K^* | ۹۰ |

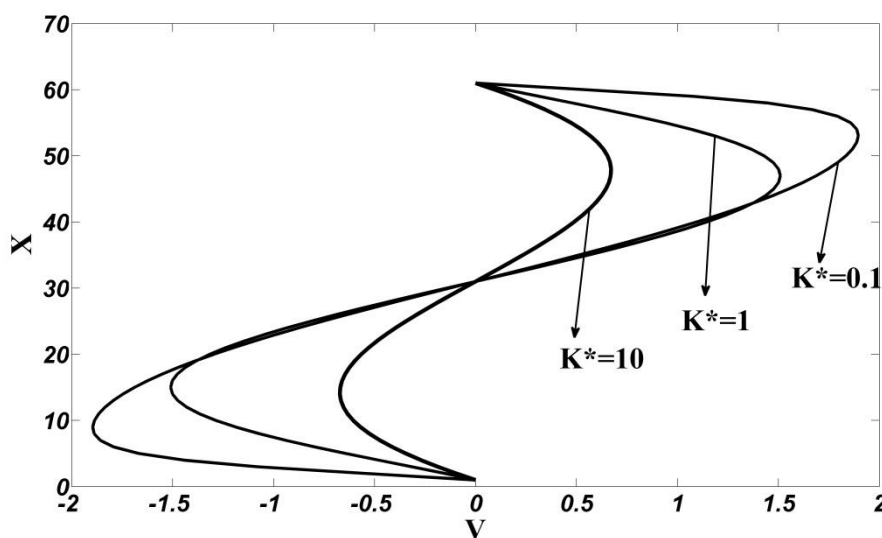
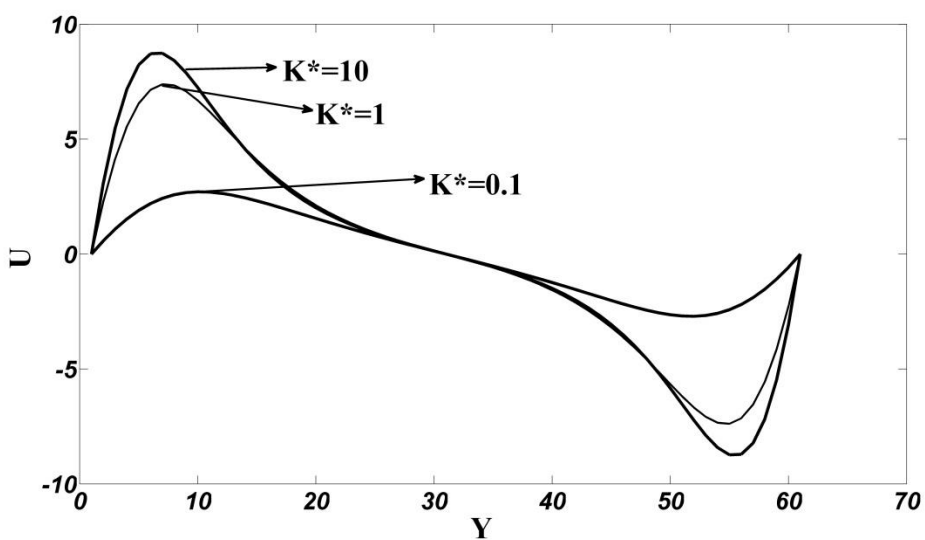
در حالت $\theta = 0$:

$$V = \frac{1}{\mu} K'_y \left(\frac{\partial P'}{\partial x'} \right) \quad (3-6)$$

$$u = -\frac{1}{\mu} K'_x \left(\frac{\partial P'}{\partial y'} \right) \quad (4-6)$$

بنابراین چون K^* نسبت K'_x به K'_y است و با افزایش مقدار آن از ۱/ تا ۱۰ مقدار K'_x زیاد و یا مقدار K'_y

کاهش می یابد بنابراین مقدار u افزایش و مقدار V کاهش می یابد.



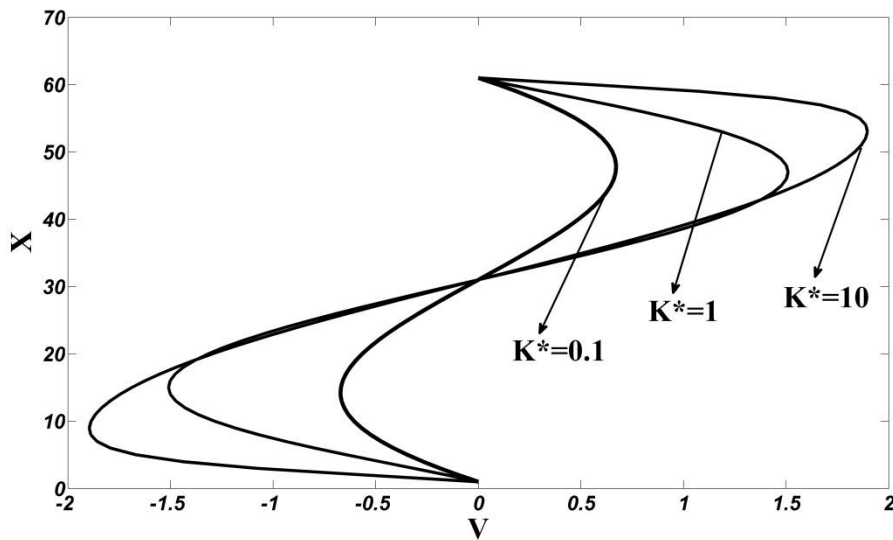
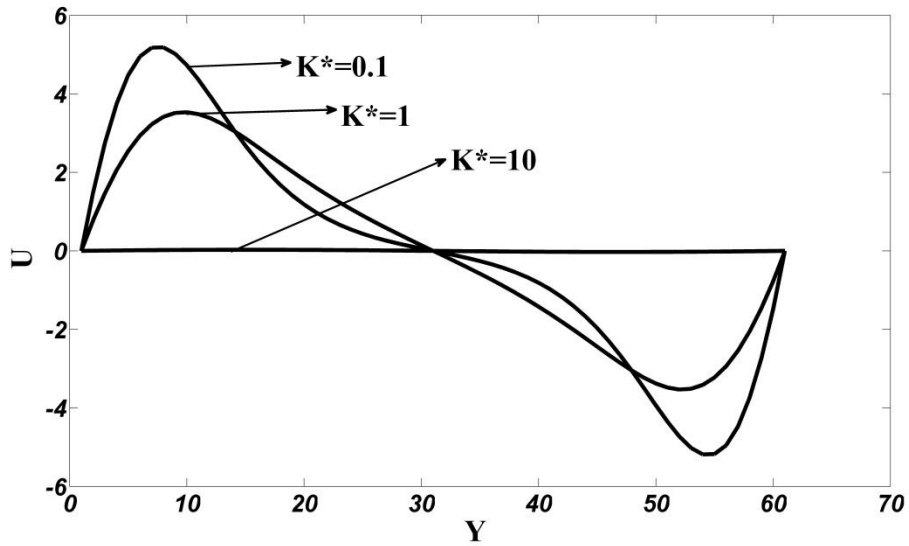
شکل ۶-۱۰: نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در زاویه چرخش صفر ($\theta = 0$) و ($Ra = 10000, N = 0, Le = 1.5$)

در حالت $\theta = 90$:

$$V = \frac{1}{\mu} K'_x \left(\frac{\partial P'}{\partial x'} \right) \quad (5-6)$$

$$u = -\frac{1}{\mu} K'_y \left(\frac{\partial P'}{\partial y'} \right) \quad (6-6)$$

بنابراین در این حالت u کاهش و V افزایش می یابد.



شکل ۶-۱۱: نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در زاویه چرخش نود ($\theta = 90^\circ$) و ($Ra = 10000, N = 0, Le = 1.5$)

۶-۳- تأثیر پارامتر زاویه چرخش θ بر روی مؤلفه های سرعت

برای دو حالت $K^* = 1$ و $K^* = 10$ مقادیر ضرایب e_1, f_1, g_1 به صورت زیر است:

جدول ۶-۱۱: مقادیر f_1, e_1, g_1 در حالت $\theta = 0, \theta = 45, \theta = 90$ در حالت $K^* = .1$

| g_1 | e_1 | f_1 | θ |
|-------|-------|-------|----------|
| .1 | ۱ | ۰ | ۰ |
| .155 | .155 | .45 | 45 |
| ۱ | .1 | ۰ | 90 |

و مقدار مؤلفه های u و v در هر یک از سه حالت برابر است با:

$$u(\theta = 0) = -\frac{1}{\mu} K'_y (.1) \frac{\partial P'}{\partial y'}$$

$$V(\theta = 0) = \frac{1}{\mu} K'_y \left(\frac{\partial P'}{\partial x'} \right)$$

$$u(\theta = 45) = -\frac{1}{\mu} K'_y (.155) \frac{\partial P'}{\partial y'}$$

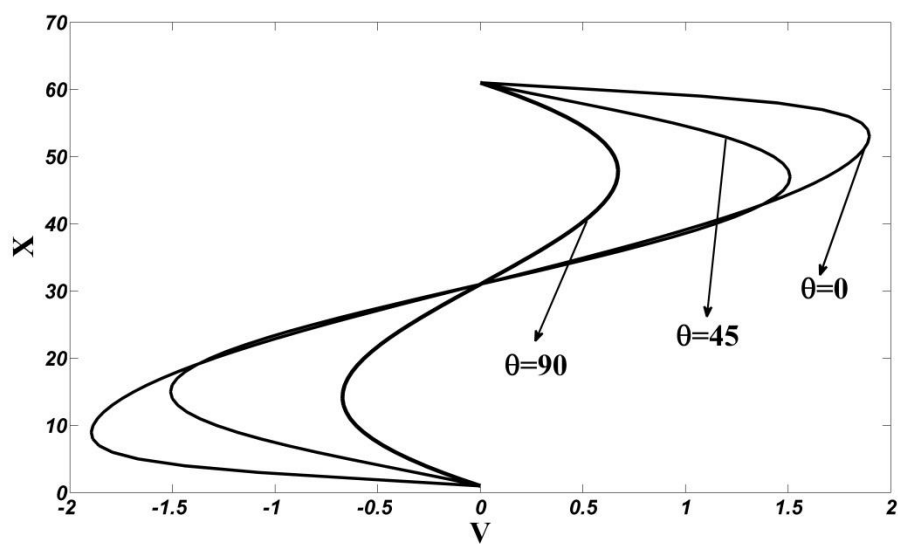
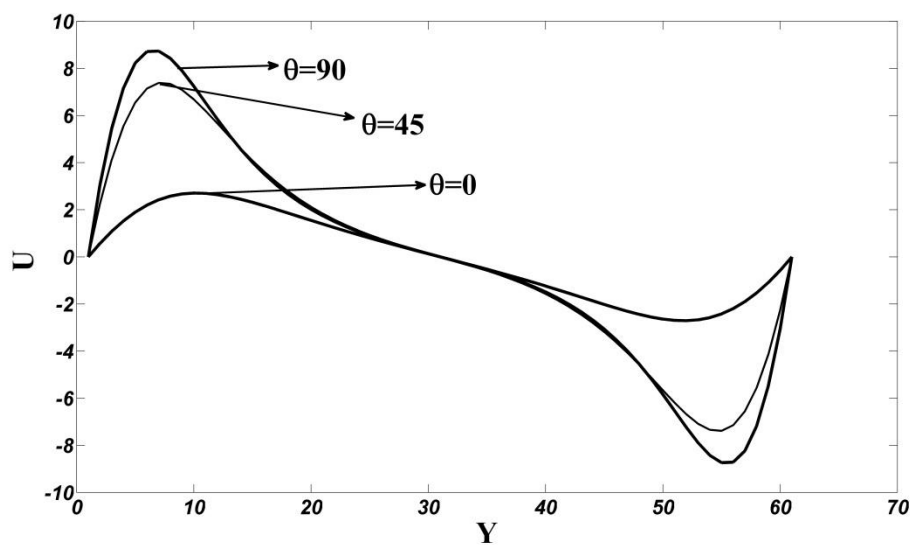
$$V(\theta = 45) = \frac{1}{\mu} K'_y (.155) \frac{\partial P'}{\partial x'}$$

$$u(\theta = 90) = -\frac{1}{\mu} K'_y \left(\frac{\partial P'}{\partial y'} \right)$$

$$V(\theta = 90) = \frac{1}{\mu} K'_y (.1) \frac{\partial P'}{\partial x'} \quad (7-6)$$

بنابراین چون مقدار K'_y ، $\frac{\partial p'}{\partial y'}$ و $\frac{\partial p'}{\partial x'}$ در همه‌ی ترم‌ها یکسان است بنابراین با افزایش پارامتر θ مقدار

u افزایش و مقدار v کاهش می‌یابد.



شکل ۶-۱۲: نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در نفوذپذیری یک دهم ($K^* = 0.1$) و ($Ra = 10000, N = 0, Le = 1.5$)

و برای حالت $K^* = 10$:

جدول ۶-۱۲: مقادیر e_1 ، f_1 و g_1 در حالت $\theta = 0$ ، $\theta = 45$ و $\theta = 90$ در حالت $K^* = 10$

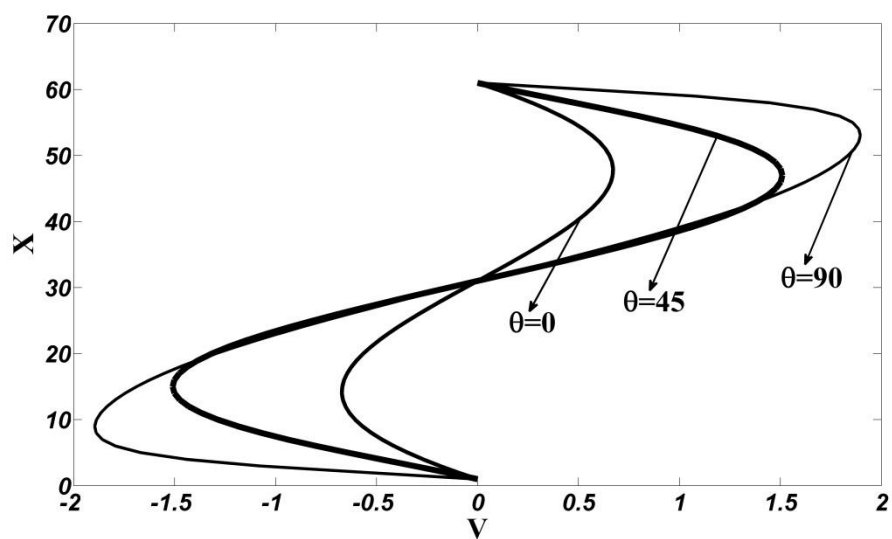
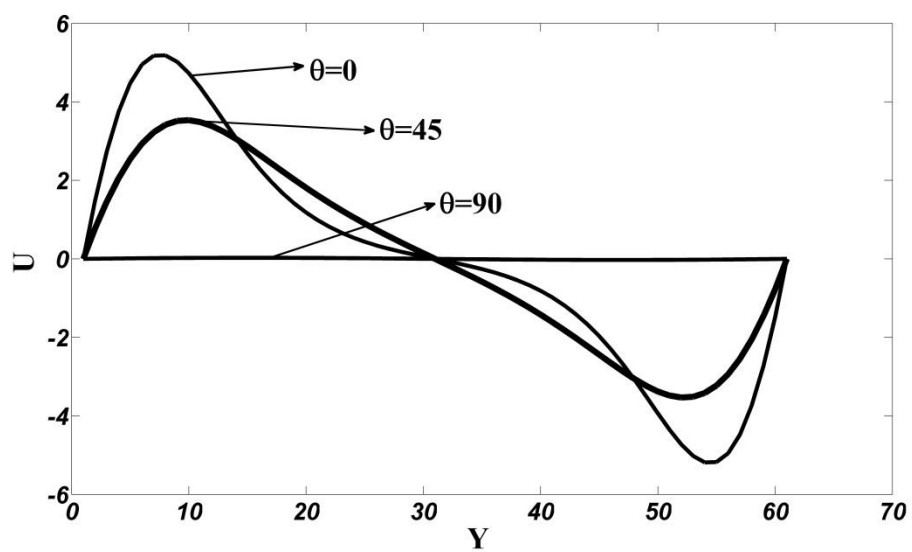
| g_1 | e_1 | f_1 | θ |
|-------|-------|-------|----------|
| ۱ | .۱ | ۰ | ۰ |
| .۱۵۵ | .۱۵۵ | .۱۴۵ | ۴۵ |
| .۱ | ۱ | ۰ | ۹۰ |

و مقدار مؤلفه های u و v در هر یک از سه حالت برابر است با:

$$\begin{aligned}
 u(\theta = 0) &= -\frac{1}{\mu} K'_y (1 \frac{\partial P'}{\partial y'}) & v(\theta = 0) &= \frac{1}{\mu} K'_y (.1 \frac{\partial P'}{\partial x'}) \\
 u(\theta = 45) &= -\frac{1}{\mu} K'_y (.155 \frac{\partial P'}{\partial y'}) & v(\theta = 45) &= \frac{1}{\mu} K'_y (.155 \frac{\partial P'}{\partial x'}) \\
 u(\theta = 90) &= -\frac{1}{\mu} K'_y (.1 \frac{\partial P'}{\partial y'}) & v(\theta = 90) &= \frac{1}{\mu} K'_y (1 \frac{\partial P'}{\partial x'}) \quad (۸-۶)
 \end{aligned}$$

بنابراین چون مقدار K'_y ، $\frac{\partial p'}{\partial y'}$ و $\frac{\partial p'}{\partial x'}$ در همه ی ترم ها یکسان است بنابراین با افزایش پارامتر θ مقدار

u کاهش و مقدار v افزایش می یابد.



شکل ۶-۱۳: نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در نفوذپذیری ده ($K^* = 10$) و ($Ra = 10000, N = 0, Le = 1.5$)

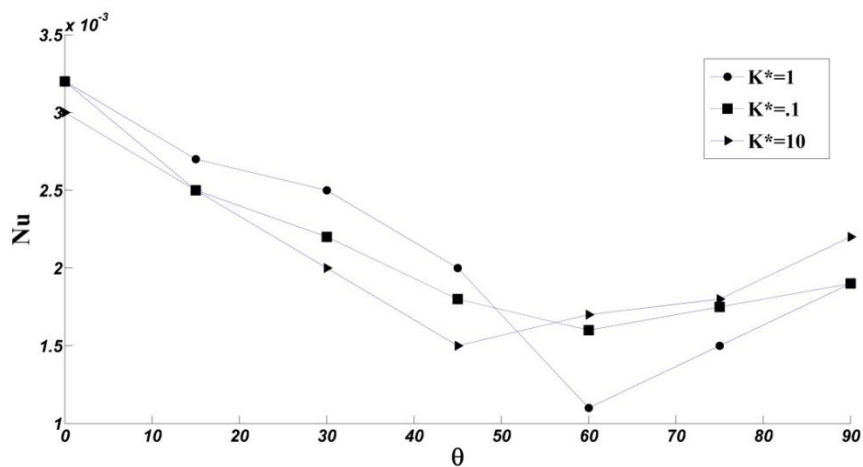
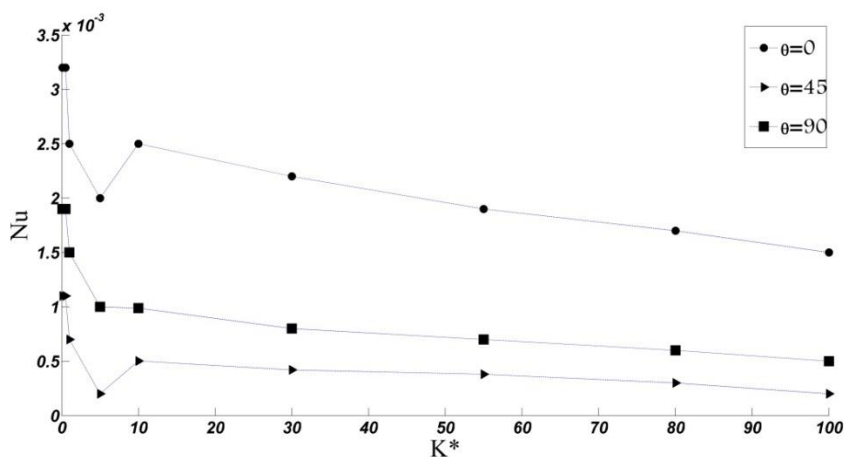
۴-۶- تاثیر پارامترهای نفوذ پذیری و زاویه چرخش بر روی عدد ناسلت متوسط

با توجه به تعریف عدد ناسلت متوسط:

$$\overline{Nu} = \int_0^1 \left(-\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0,1} dx \quad (1-6)$$

مقادیر آن را برای دو حالت مختلف، یکی در θ ثابت و تغییر K^* (۱، ۱/۵، ۱، ۵، ۱۰ و ۱۰۰) و در دیگری

در K^* ثابت و تغییر θ (۳۰، ۱۵، ۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵ و ۹۰) بررسی کرده ایم.



شکل ۶-۱۴: نمودارهای عدد ناسلت بر حسب پارامتر نفوذ پذیری و زاویه چرخش

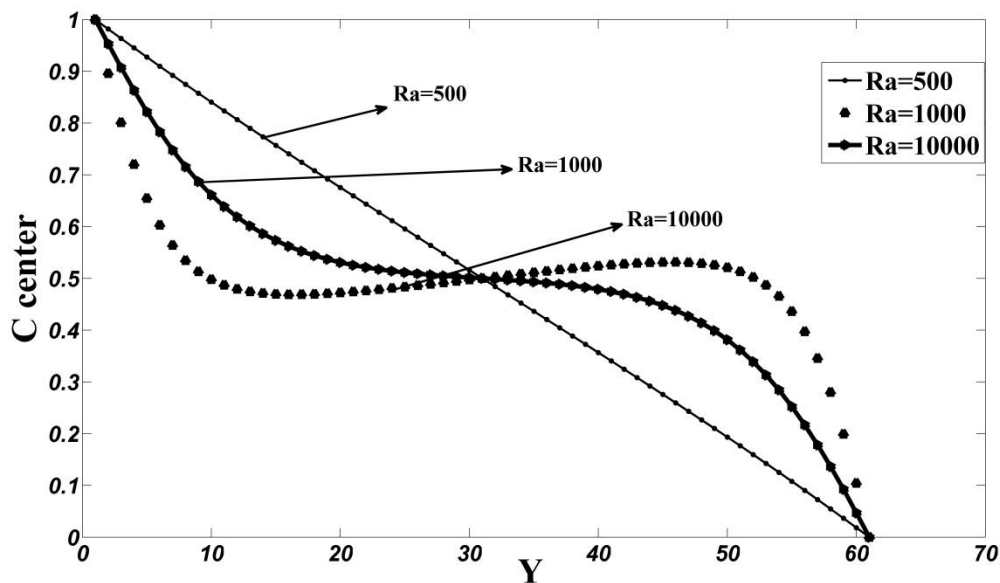
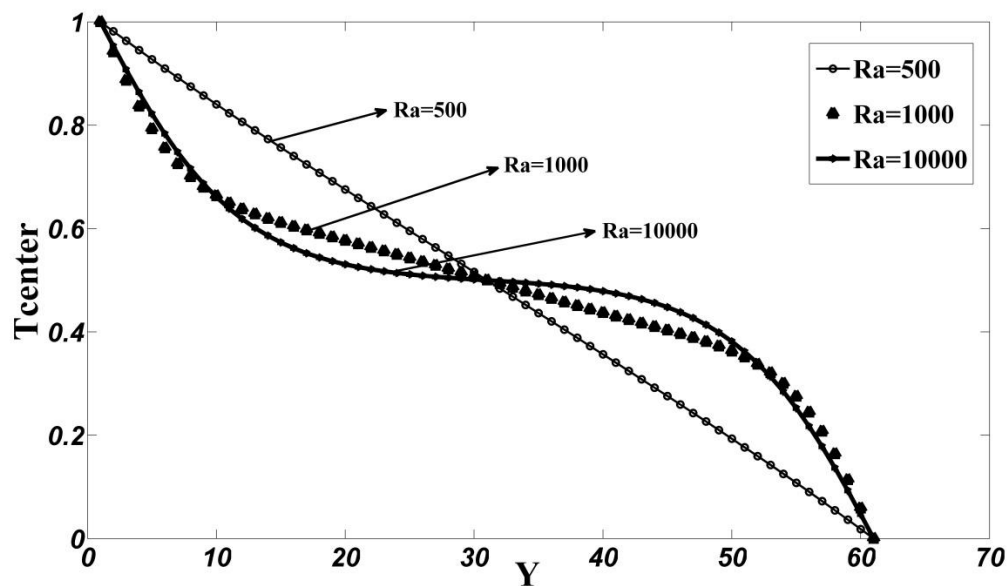
در $(Ra = 10000, Le = 1.5, N = 0)$

۴-۶-۱- بحث

عدد ناسلت متوسط که بیانگر اختلاف دیفرانسیلی در یک مقطع عرضی از حفره بوده با افزایش پارامتر نفوذپذیری در کل روند کاهشی داشته ولی در مورد پارامتر زاویه‌ی چرخش تا زاویه‌ی 60° (حدوداً) روند کاهشی و بعد از آن روند افزایشی دارد. با تقریب خوبی می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش همزمان هر دو پارامتر نفوذپذیری و زاویه‌ی چرخش مقدار ناسلت متوسط روندی کاهشی پیدا کرده است.

۵-۶- تأثیر عدد رایلی روی دما و غلظت در خط مرکزی حفره

در این بخش تأثیر عدد رایلی را بر روی دما و غلظت در خط مرکزی حفره بررسی شده است:



شکل ۶-۱۵: تأثیر عدد رایلی بر دما و غلظت در خط مرکزی حفره
 برای این حالت ($\theta = 0, K^* = 10, N = 1.5, D^* = 5, \alpha^* = 5$)

۶-۵-۱- بحث

در رایلی‌های کم نمودار دما و غلظت بصورت خط ثابت (انتقال حرارت هدایتی) بوده و در رایلی‌های بالاتر به صورت منحنی شده (به دلیل غالب بودن انتقال حرارت جابجایی و تشکیل لایه مرزی در اطراف دیواره‌ی گرم و سرد) که در ابتدا روند کاهشی و سپس در میانه‌ی حفره دما و غلظت تقریباً ثابت شده (خط صاف) و در انتهای حفره مانند ابتدای آن روند کاهشی پیدا می‌کند (مانند ابتدای حفره).

فصل ۷. جمع بندی و پیشنهادات

هدف از این پروژه تحلیل انتقال حرارت جابجایی آزاد و انتقال جرم در یک محفظه‌ی متخلخل غیر ایزوتروپیک می باشد. در پروژه‌ی حاضر اثر پارامترهای نفوذ پذیری و زاویه‌ی چرخش بر مقادیر تابع جریان، دما، غلظت، عدد رایلی و عدد ناسلت بررسی شده است.

۷-۱- جمع بندی

با توجه به مسائل بررسی شده، نتایج زیر حاصل می شود:

(۱) عدد رایلی نشان دهنده‌ی میزان انتقال حرارت جابجایی بوده و با افزایش آن میزان جابجایی افزایش پیدا می کند. در رایلی‌های پایین چرخش سیال بسیار ضعیف بوده و انتقال حرارت تقریباً فقط از طریق هدایت صورت می گیرد. با افزایش عدد رایلی چرخش درون محفظه افزایش یافته و انتقال حرارت را به سمت جابجایی پیش می برد.

(۲) پارامتر نفوذپذیری K^* که بیانگر نسبت نفوذپذیری در جهت x به جهت y است $(\frac{K'_x}{K'_y})$ ، در مقادیر مختلفی از زاویه چرخش اثر متفاوتی بر مقادیر مؤلفه‌های سرعت داشته، به طوری که در $\theta = 0$ با افزایش K^* از ۰.۱ تا ۱۰ مقدار u افزایش و مقدار V کاهش می یابد. این در حالی است که در $\theta = 90$ نتیجه کاملاً بر عکس $\theta = 0$ است.

(۳) تأثیر پارامتر زاویه‌ی چرخش (θ) بر مقادیر مؤلفه‌های سرعت نیز به پارامتر نفوذ پذیری وابسته بوده و در $K^* = 0.1$ با افزایش θ از مقدار صفر تا ۹۰ درجه باعث می شود مقدار u افزایش و مقدار V کاهش یابد. این در حالی است که در $K^* = 10$ نتیجه کاملاً بر عکس $K^* = 0.1$ است.

(۴) عدد ناسلت متوسط که بیانگر اختلاف دیفرانسیلی در یک مقطع عرضی از حفره بوده با افزایش پارامتر نفوذپذیری در کل روند کاهشی داشته ولی در مورد پارامتر زاویه‌ی چرخش تا زاویه‌ی 60° (حدوداً) روند

کاهش و بعد از آن روند افزایشی دارد. با تقریب خوبی می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش همزمان هر دو پارامتر نفوذپذیری و زاویه چرخش مقدار ناسلت متوسط روندی کاهش پیدا کرده است.

۲-۷- پیشنهادات

به منظور ادامه‌ی تحقیق در این زمینه، پیشنهادات زیر ارائه می‌گردد:

(۱) از مدل داریسی- فورچهمیر- برینکمن برای حل مسأله استفاده شود.

(۲) مسئله برای جریان توربولانس حل شود.

(۳) محیط به صورت نیمه متخلخل در نظر گرفته شود.

(۴) مسئله در حالت عدم تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد حل گردد.

- [1]-P.C. Hung and K.Vafai, (1993). **“Flow and heat transfer control over an external surface using a porous block arrangement”**, International Journal of Heat and Mass Transfer,**36 pp.4019-4032.**
- [2]-N.Targui,and H.Kahalerras,(2008), **“Analysis of fluid and heat transfer in a double pipe heat exchanger with porous structures”**, Energ Convers Manage,**49 pp.3217-3229.**
- [3]-Bouhadef K,Chikh S and Lauria G,(1999), **“Effect of porous subtrace addition on heat exchanger efficiency”**.Trans J.Mesh E,**99 pp.13-8.**
- [4]-Al-kam,M.K. and Al-Nimr ,M,A,(1999), **“performance of double pipe heat exchanger by using porous substructure”**. International Journal of Heat and Mass Transfer,**42 pp.3609-3618.**
- [5]-Trimis ,D and Drast, F ,(1996) **“Combustion in a porous media – advances and applications”** , Combust Sci Technical,**121 pp.68-133.**
- [6]- Oliveria,A.A .M. and Kaviani,M.,(2001). **“Nonequilibrium in the transport of heat and reactants during combusting in porous media”**,Prog.Energy Combust Sci.**27:pp.523-545.**
- [7]-Kaviany M.(1995), **“Principle of Heat Transfer in Porous Media”**,New York:Second ed.,Springer-Verlag
- [8]- Vafai K.(2005), **“Handbook of Porous Media”**,Boca Raton:2nd edn.Taylor &Francis.
- [9]-Nield D.A.Bejan A..(2006), **“Convection in porous Media”**,New York:3rd edn.Springer.
- [10]-Ingham D.B.Pop I.(2005), **“Transport Phenomena in Porous Media III”**,Elsevier ,Oxford.
- [11]-Baytas A.C.Pop I.(2002) **“Free Convection in a square porous cavity using a thermal nonequilibrium model”** J.of thermal Sciences,**Vol.41,pp.861-870**
- [12]-BaytasA.c.(2003) **“Thermal non-equilibrium natural convection in a square enclosure filled with a heat –generating solid phase,non-darcy porous media”**J.of Energy Research ,**Vol.27,pp.975-988.**
- [13]-Sathiyamoorthy M.Basak Tanmay Roy S.Pop I.(2007) **“Steady natural convection flow in a square cavity filled with a porous medium for linearly heated side wall(s)”**J.of Heat and Mass Transfer,**Vol 50,pp.1892-1901.**

- [14]-Varol Y.Oztop H.F.Pop I.(2008) **“Numerical analysis of natural convection for a porous rectangular enclosure with sinusoidally varying temperature profile on the bottom wall”**J.of Heat and Mass Transfer,**Vol.35,pp.56-64.**
- [15]-Patankar S.V.Spalding D.B.(1972), **“A calculation of heat mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows”**,Int.J.of Heat MassTrans.,**Vol.15,pp.1787-1797.**
- [16]-Al-Farhang .K. Turan .A.(2012) **“Numerical Study of double diffusive natural convection heat and mass transfer in an inclined rectangular cavity filled with porous medium”** , Int.J.of Heat MassTrans.,**Vol.39,pp.174-181.**
- [17]-Nguyen Quang .T.(2008) **“Onset of gravitactic bioconvection in a square anisotropic porous medium with arbitrary orientation of the principal axes”**, Int.J.of Heat MassTrans.,**Vol.51,pp.1497-1504.**
- [18]-Gobin D.Goyeau B. Songbe J.P.(1998) **“Double diffusive natural convection in a composite fluid porous layer”**J.of Heat Tansfer,**Vol.120,pp.234-242.**
- [19]-Baytas A.C.Liaqat A.Grosan T.Pop I.(2001) **“Conjugate natural convection in a square porous cavity”**J.of Heat and Mass Transfer.,**Vol.37,pp.467-473.**
- [20]-Liaqat A.Baytas A.C. (2001) **“Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources”** J.of Heat and Mass Transfer,**Vol.44,pp.3273-3280.**
- [21]-Oztop H.Bilgen E.(2006) **“Natural convection differentially heated and partially divided square cavities with internal heat generation”**J.of Heat and Fluid Flow,**Vol.27,pp.466-475.**
- [22]-Prasad B.Narasimhan A.Rees A.(2006)**“Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block:Optimal block size and Prandtl number effect”** J.of Heat and Mass Transfer.,**Vol.49,pp.3807-3818.**
- [23]-Nawaf H.Saeid (2007) **“Conjugate natural convection in a vertical porous layer sandwiched by finite thichness walls”**J.of Heat and Mass Transfer.,**Vol.34,pp.210-216.**
- [24]-Nawaf H.Saeid (2008) **“Conjugate natural convection in a enclosure sandwiched by finite walls under thermal nonequilibrium conditions”**J.of Porous Media.,**Vol.11,pp.259-275.**
- [25]-Abdalla Al-Amiri Khalili Khanafer Pop I.(2008) **“Steady –State conjugate natural convection in a fluid –saturated porous cavity”**J.of Heat and Mass Transfer.,**Vol.51,pp.4260-4275.**

- [26]-Baytas A.C. Baytas A.F.Ingham D.B.Pop I.(2009) **“Double diffusive natural convection in an enclosure filled with a step type porous layer:Non-Darcy flow”**Int.J.of thermal Sciences,**vol.48,pp.665-673.**
- [27]-Chen X.B Yu P.Sui Y.Winoto S.H.Low H.T. (2009) **“Natural Convection in a Cavity Filled with Porous Layers on the Top and Bottom Walls”**J.Transp.porous media,**vol.78,pp.259-276.**
- [28]-Aydin O.Yang W.J.(2000) **“Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides”**int .J.of Numerical Methods for Heat and Flow,**Vol. 10,pp.518-529.**
- [29]-Sarris I.E. Lekakis I. Vlachos N.S.(2004) **“Natural convection in rectangular tanks heated locally from below”** Int.J.of Heat and Mass Transfer,**vol.47,pp.3549-3563.**
- [30]-Nader B.Ch.Brahim B.B. Taieb L.(2007) **“Influence of thermal boundry condition on natural convection in a square enclosure partially heated from below”** J.of Heat and Mass Transfer,**vol.34,pp.369-379.**
- [31]-Qi-Hong deng.(2008) **“Fluid flow and heat transfer characteristics of natural convection in square cavities due to discrete source-sink pairs”**J.of Heat and Mass Transfer,**vol.51,pp.5949-5957.**
- [32]-Prud'homme M.Jasmin S.(2003) **“Determination of a heat source in porous medium with convective mass diffusion by an inverse method Mass Transfer”** International Journal of Heat and Mass Transfer,**2065-2075.**
- [33]-Krishna D. Basak T .Das K.(2008) **“Natural Convection in a heat generation hydrodynamically and thermally anisotropic non-Darcy Porous medium”** , International Journal of Heat and Mass Transfer.,**Vol. 51,pp .4691-4703.**
- [34]-Larsen K.L. McCartney D.M..(2000) **“Effect of C:N ratio on microbial activity and N retention:bench-scale study using pulp and paper biosolids”** International Journal of Heat and Mass Transfer,**147-159.**
- [35]-Prud'homme M.Jasmin S. (2006) **“Inverse solution for a biochemical heat source in a porous medium in the presence of natural convection”**ChemicalEngineering Science,**1667-1675.**
- [36]-Jasmin S. Prud'homme M.. (2003) **“Inverse determination of a heat source from a solute Concentration generation model in porous medium”**International Journal of Heat and Mass Transfer,**43-53.**

[37]-Bera P.Khalili A..(2002) **“Double-diffusive natural convection in an anisotropic porous cavity with opposing buoyancy forces:multi-solutions and oscillatins”**
International Journal of Heat and Mass Transfer,**3205-3222**.

[38]-A.Hoffmann,T.ching.,(1990). **“Computational fluid dynamics for engineers”**,
Vol.1,pp.45-52.

Abstract

Natural convection by combined heat and mass transfer with opposing horizontal heat and solute gradient has been investigated in an anisotropic porous cavity using the Darcy model. The porous medium is assumed to be both hydrodynamically and thermally anisotropic. The principle direction of the permeability tensor are taken oblique to the gravity vector, while those of thermal and solutal diffusivity coincide with horizontal and vertical coordinate axes. In the present study, natural convection in a porous cavity is investigated numerically by finite element method. It is assumed that a non-isothermal occurs, which may lead to make internal heat generation in the cavity. The source term in the energy equation is proportional to the generation rate of solute concentration governed by a Monod model. It is assumed that the vertical wall are at constant temperatures and bottom wall and top wall is with the isothermal temperatures. This problem is concerned for both cases, that in the one case the porous cavity is assumed to be a non-homogenous with thermal equilibrium. principle points of permeability tensor build with gravitate vector oblique angle (θ), so that for thermal and solute tensor of points its coincide with vectors horizontal and vertical. Hence, it is useful to consider a general permeability tensor. The second order permeability tensor, \overline{K} is diagonal in the coordinate system with the diagonal components K'_y , K'_x . Since the media is anisotropic, therefore diffusion properties are also anisotropic in nature. However, because of our main focus (anisotropic permeability) and in order to reduce the number of influencing parameters, diffusivity tensors with principle directions coinciding with y and x axes have been preferred. Also average nuselt number value on left wall calculated. Fluid in cavity incompressive, Newtonian and use darcy model of momentum equation. fluid flow two dimation and no steady state.

Keywords: Natural convection heat transfer; Finite element method; Double diffusive; Anisotropic porous media; Darcy model.



Shahrood University of Technology
Department of Mechanical Engineering

Analysis of Heat and Mass Transfer in an Enclosure Occupied
With Anisotropic Porous Media

Student

Roozbeh Dashtestani

Supervisor

Dr.M.M.Shahmardan

Consultant

Dr.M.Nazari

February 2013