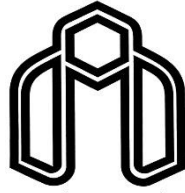


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی

بررسی احتمالاتی اثر ناهمگونی ذاتی پارامتر نفوذپذیری در محیط‌های خاکی بر روی دبی
آب نشتی از پی سد

استاد راهنما:

دکتر رامین امینی

نگارنده:

متین رفیعی

بهمن ۱۳۹۸

تقدیم به:

پدر و مادرم دو چراغ زندگی...

و عموی عزیزتر از جانم....

تشکر و قدردانی:

اکنون که این رساله به پایان رسیده است بر خود فرض می دانم که از استاد ارجمند جناب آقای دکتر رامین امینی تشکر نمایم که با تلاش و کمک‌های بی‌همتای ایشان توانستم این مرحله از تحصیلات دانشگاهیم را با موفقیت طی نمایم.

تعمیرنامه

اینجانب **متین رفیعی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی سازه‌های هیدرولیکی دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه بررسی احتمالاتی اثر ناهمگونی ذاتی پارامتر نفوذپذیری در محیط‌های خاکی بر روی آب نشتی از پی سد تحت راهنمایی دکتر رامین امینی متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود. استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

مسئله تحلیل تراوش همواره از اساسی‌ترین حوزه‌های تحقیق در مهندسی ژئوتکنیک و سازه‌های هیدرولیکی بوده است. نتایج این تحلیل نقشی بی‌بدیل در ارزیابی نرخ جریان (دبی آب عبوری) و طراحی سازه‌های ایمن نظیر سدها و پل‌ها ایفا می‌کند. طی سالیان و دهه‌های اخیر، روش‌های متنوعی نظیر اجزای محدود، حجم محدود، تفاضل محدود، المان محدود با مرز مقیاس شده و ... برای تحلیل مسائل مختلف تراوش توسعه داده شده‌اند، با این حال تمامی این روش‌ها مزایا و معایبی دارند که معایب آنها عمدتاً به ضرورت شبکه بندی محیط به وسیله المان‌ها مربوط می‌باشد. برای غلبه بر کاستی‌های روش‌های معمول، روش‌های بدون شبکه توسعه داده شده‌اند. در این رویکردها، نیازی به شبکه، المان و یا هرگونه اطلاعات دیگری در رابطه با المان بندی دامنه مسئله نیست. در حقیقت، بر اساس روش پیشنهادی، دامنه مساله صرفاً توسط گره شبیه‌سازی می‌شود و نیازی به استفاده از المان‌بندی‌های مرسوم در تحلیل تراوش در زیر فونداسیون سازه‌های نگهدارنده آب نمی‌باشد.

علاوه بر این، تحلیل قطعی مسائل تراوش، با توجه به عدم قطعیت‌های ذاتی موجود در ویژگی‌های خاک، نمی‌تواند نتایج قابل اعتمادی را برای پارامترهای خروجی جریان ارائه دهد. با این اوصاف، استفاده از روش‌های احتمالاتی به عنوان ابزار تحلیل پدیده تراوش ضروری می‌باشد.

در این پایان‌نامه، تلاش شده است تا روشی توانمند برای تحلیل احتمالاتی تراوش پیشنهاد شود. در این راستا، برنامه‌ای با استفاده از نرم افزار کدنویسی MATLAB نگارش شده است که قادر به ادغام تئوری فضای تصادفی با روش بدون شبکه درونیابی نقطه‌ای با توابع شعاعی می‌باشد. در راستای تولید و گسسته‌سازی میدان تصادفی از الگوریتم تجزیه ماتریس کوواریانس با در نظر گرفتن تابع همبستگی مارکوف استفاده شد. در نهایت به منظور اثبات صحت و دقت روش احتمالاتی پیشنهادی چندین شبیه‌سازی متنوع با در نظر گرفتن پارامترهای مختلف عدم قطعیت مورد بررسی قرار گرفته و با نتایج مطالعات قبلی نیز مقایسه شده است که همگی صحت روش ارائه شده و مزیت آن را نسبت به سایر روش‌های مقایسه شده تایید می‌نمایند.

مقایسه دبی‌های بدست آمده از شبیه‌سازی‌های تصادفی و قطعی (مشخصه) بیانگر این موضوع است که

نرخ جریان عبوری محاسبه شده به روش احتمالاتی کمتر از مقدار نظیر آن در تحلیل قطعی می‌باشد؛ که میزان اختلاف نتایج بدست آمده از هر دو روش به پارامترهای ورودی (یعنی طول همبستگی میدان تصادفی و ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری خاک) بستگی دارد. علاوه بر این، نتایج نشان دادند که به ازای بیشترین ضریب تغییرات (۱۰۰ درصد) و کمترین طول همبستگی (۱ متر) شاهد بیشترین تفاوت در مقادیر دبی آب عبوری از پائین دست سد خواهیم بود؛ که این تفاوت، در این مطالعه، حدود ۳۳ درصد تخمین زده شده است.

واژه‌های کلیدی: روش درون یابی نقطه‌ای شعاعی، تراوش، تحلیل احتمالاتی، تئوری فضای تصادفی، تابع همبستگی.

فهرست مطالب

۱	فصل اول: مقدمه
۲	۱-۱- مقدمه
۲	۲-۱- بیان موضوع
۳	۳-۱- ضرورت و اهمیت انجام تحقیق
۴	۴-۱- هدف تحقیق و روش انجام آن
۵	۶-۱- بخش‌های پایان نامه
۷	۲. فصل دوم: مبانی نظری، مفاهیم اولیه و مروری بر تحقیقات انجام شده
۷	۱-۲- مقدمه
۸	۲-۲- مفاهیم مقدماتی جریان آب در خاک
۸	۱-۲-۲- ضریب نفوذپذیری توده‌های خاکی
۸	۲-۲-۲- معادله حاکم بر پدیده نشت
۹	۳-۲- معرفی روش‌های بدون شبکه
۱۲	۴-۲- تعاریف، اصول و مفاهیم اولیه آمار و احتمالات مهندسی
۱۲	۱-۴-۲- متغیرهای تصادفی و مشخصه‌های آن
۱۵	۲-۴-۲- تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی
۲۱	۳-۴-۲- روش شبیه‌سازی مونت کارلو
۲۱	۴-۴-۲- تئوری فضای تصادفی
۲۵	۵-۲- مروری بر ادبیات موضوع
۲۵	۱-۵-۲- تحقیقات گذشته پیرامون بکارگیری روش‌های بدون شبکه در علوم مهندسی
۲۷	۲-۵-۲- تحقیقات گذشته پیرامون تحلیل قطعی پدیده تراوش
۲۹	۳-۵-۲- تحقیقات گذشته پیرامون تحلیل احتمالاتی پدیده تراوش
۳۴	۶-۲- نتیجه‌گیری
۳۵	۳. فصل سوم: روش پیشنهادی برای حل مسئله
۳۶	۱-۳- مقدمه
۳۷	۲-۳- حل معادله جریان آب در خاک
۳۹	۳-۳- روش درونیابی نقطه‌ای
۴۵	۴-۳- تولید توابع شکل در روش درونیابی نقطه‌ای

- ۴۵ ۳-۴-۱- توابع شکل با استفاده از کثیرالجمله‌ای‌ها (PIM)
- ۴۹ ۳-۴-۲- توابع شکل با استفاده از توابع اساسی شعاعی (RBPIM)
- ۵۵ ۳-۵-۱- توسعه مدل عددی احتمالاتی به کمک گسسته‌سازی میدان تصادفی
- ۵۵ ۳-۵-۱- روش تجزیه ماتریس کوواریانس
- ۵۷ ۳-۵-۲- روش احتمالاتی مونت کارلو

۵۹ فصل چهارم: ارائه و تفسیر نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی

- ۶۰ ۴-۱- مقدمه
- ۶۰ ۴-۲- صحت سنجی و ارزیابی دقت روش عددی بدون شبکه ارائه شده
- ۶۱ ۴-۲-۱- مثال اول
- ۶۶ ۴-۲-۲- مثال دوم
- ۶۸ ۴-۳- تحلیل‌های احتمالاتی
- ۷۲ ۴-۴- تحلیل پارامتریک بر روی مسئله نشت آب
- ۷۳ ۴-۴-۱- محاسبه حداقل تکرار مورد نیاز در روش شبیه‌سازی مونت کارلو
- ۷۶ ۴-۴-۲- بررسی اثر پارامترهای طول همبستگی و ضریب تغییرات بر روی نتایج تحلیل‌های عددی

۸۳ فصل پنجم: نتیجه‌گیری

- ۸۴ ۵-۱- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری
- ۸۵ ۵-۲- پیشنهادات برای مطالعات بعدی

۸۷

مراجع

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲ جریان آب درون محیط خاک ۷
- شکل ۲-۲ روش‌های مجزاسازی دامنه و مرز مسئله در شرایط دوبعدی؛ الف) روش اجزای محدود با المان‌های مثلثی، ب) روش بدون شبکه، [۷]..... ۱۰
- شکل ۳-۲ مدل‌سازی و مجزاسازی دامنه مسئله با روش بدون شبکه و اعمال شرایط مرزی، [6]..... ۱۱
- شکل ۴-۲ انواع متنوع حوزه‌های تاثیر در روش‌های عددی بدون شبکه..... ۱۲
- شکل ۵-۲ دو متغیر تصادفی با میانگین یکسان و انحراف استاندارد متفاوت..... ۱۷
- شکل ۶-۲ دو متغیر تصادفی با میانگین متفاوت و انحراف استاندارد یکسان..... ۱۷
- شکل ۷-۲ منحنی تابع توزیع نرمال برای متغیر X ۱۸
- شکل ۸-۲ تابع توزیع احتمال الف) متغیر Y و ب) متغیر X ۱۹
- شکل ۹-۲ تابع توزیع احتمال یکنواخت..... ۲۰
- شکل ۱۰-۲ تابع همبستگی اختلال دوتایی با فرض $\delta = 8m$ ۲۳
- شکل ۱۱-۲ توزیع هدگره ای درون سدخاکی، a) محیط همگن، b) محیط ناهمگون ذاتی، [۳۵]..... ۳۱
- شکل ۱۲-۲ تغییرات میانگین دبی خروجی یا نرخ جریان عبوری به ازای ضرایب تغییرات و طول‌های همبستگی متنوع، [۳۷]..... ۳۲
- شکل ۱-۳ الف) توزیع گره‌ها در محیط، ب) نمودار ورونویی..... ۴۰
- شکل ۲-۳ نمایش سلول ورونویی نقطه X و بردار نرمال بر مرزهای آن..... ۴۱
- شکل ۳-۳ تشکیل سلول ورونویی در اطراف نقطه X و دامنه تکیه‌گاهی آن..... ۴۲
- شکل ۴-۳ مثلث پاسکال برای تک جمله‌ای‌ها در فضای دو بعدی [6]..... ۴۸
- شکل ۵-۳ الف) چینش منظم ۶ گره، ب) جابجایی اتفاقی گره‌ها..... ۴۹
- شکل ۶-۳ توزیع گره‌ها در روش بدون شبکه و نحوه محاسبه تابع همبستگی جهت تعیین مقادیر نفوذپذیری در هر موقعیت..... ۵۸
- شکل ۱-۴ دامنه محاسباتی مسئله و نمایش مرزهای نفوذ پذیر (رنگ آبی) و نفوذ ناپذیر (رنگ قرمز)، برگرفته از Ahmed et al., 2016..... ۶۱
- شکل ۲-۴ مدل‌سازی بدون شبکه به همراه نمایش سلول‌های ورونویی اطراف گره‌ها با آرایش یکنواخت در دامنه مسئله..... ۶۲

- شکل ۳-۴ اثر فاصله میان گره ها بر روی دبی آب نشتی ۶۳
- شکل ۴-۴ تحلیل حساسیت بر روی تعداد گره های مورد نیاز در ساپورت ها برای تولید توابع شکل ۶۵
- شکل ۵-۴ توزیع هد گره ای مثال اول ۶۵
- شکل ۶-۴ هندسه مدل و شرایط مرزی مربوط به مثال دوم صحت سنجی؛ برگرفته از بهفر، ۱۳۹۰ ۶۶
- شکل ۷-۴ توزیع هد آب در دامنه مسئله دوم ۶۷
- شکل ۸-۴ یک نمونه واقع سازی میدان تصادفی جهت نمایش تغییرپذیری ضریب نفوذپذیری به ازای طول همبستگی ۱ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد ۶۹
- شکل ۹-۴ یک نمونه واقع سازی میدان تصادفی جهت نمایش تغییرپذیری ضریب نفوذپذیری به ازای طول همبستگی ۸ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد ۶۹
- شکل ۱۰-۴ یک نمونه واقع سازی میدان تصادفی جهت نمایش تغییرپذیری ضریب نفوذپذیری به ازای طول همبستگی ۳۲ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد ۶۹
- شکل ۱۱-۴ نمایش توزیع هد آب در دامنه مسئله در پایان تحلیل عددی بدون شبکه احتمالاتی به ازای طول همبستگی ۱ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد ۷۰
- شکل ۱۲-۴ نمایش توزیع هد آب در دامنه مسئله در پایان تحلیل عددی بدون شبکه احتمالاتی به ازای طول همبستگی ۸ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد ۷۱
- شکل ۱۳-۴ نمایش توزیع هد آب در دامنه مسئله در پایان تحلیل عددی بدون شبکه احتمالاتی به ازای طول همبستگی ۳۲ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد ۷۱
- شکل ۱۴-۴ چگونگی تغییر شاخص میانگین دبی آب خروجی در برابر تعداد شبیه سازی های مونت کارلو ۷۵
- شکل ۱۵-۴ چگونگی تغییر شاخص انحراف معیار دبی آب خروجی در برابر تعداد شبیه سازی های مونت کارلو ۷۵
- شکل ۱۶-۴ خلاصه ی نتایج احتمالاتی تحلیل نشت. میانگین دبی خروجی نسبت به ضریب تغییرات پارامتر تصادفی ورودی ۷۷
- شکل ۱۷-۴ خلاصه ی نتایج احتمالاتی تحلیل نشت. میانگین دبی خروجی نسبت به طول همبستگی مکانی پارامتر تصادفی ورودی ۷۷
- شکل ۱۸-۴ اثر طول همبستگی مکانی و ضریب تغییرات پارامتر ورودی (ضریب نفوذپذیری) بر روی ضریب تغییرات خروجی تحلیل احتمالاتی (دبی آب عبوری از زیر سد) ۷۸
- شکل ۱۹-۴ اثر ضریب تغییرات بر روی تغییرپذیری دبی خروجی به ازای طول همبستگی ۱ متر ۷۹

شکل ۴-۲۰ اثر طول همبستگی مکانی بر روی تغییرپذیری دبی خروجی به ازای ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد ۸۰

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۳ مثال‌هایی از انواع توابع شعاعی ۵۰
- جدول ۱-۴ نتایج تحلیل همگرایی ۶۴
- جدول ۲-۴ مقایسه دبی آب عبوری از زیر سد با مطالعه نرم‌افزاری بهفر، ۱۳۹۰ ۶۷
- جدول ۳-۴ مقادیر دبی آب عبوری از زیر سد برای حقیقی‌سازی های نشان داده شده در شکل های ۴-۸
- الی ۴-۱۰ ۷۲
- جدول ۴-۴ پارامترهای ورودی برای انجام تحلیل‌های احتمالاتی ۷۳
- جدول ۵-۴ مقادیر آماره‌های میانگین و انحراف معیار دبی آب خروجی از زیر سد ۸۱

فصل اول: مقدمه

۱-۱- مقدمه

یکی از راه‌کارهای مطلوب جهت استفاده از آب‌های سطحی، احداث سدهای انحرافی و سازه‌های نگهدارنده آب می‌باشد. مطالعه و تحلیل پدیده تراوش در طراحی چنین سازه‌هایی نقشی کلیدی از لحاظ ایمنی و پایداری سیستم ایفا می‌کند چرا که جریان آب در پی سد باعث بوجود آمدن نیروهای تراوشی و نتیجتاً سبب خرابی سیستم می‌شود. عدم بررسی دقیق پدیده تراوش در لایه‌های متخلخل خاک می‌تواند باعث ایجاد نشست‌های بیش از حد، تخریب سدها و ناپایداری شیب‌ها گردد. از این رو، رعایت دقت کافی در تحلیل مسائل تراوش امری ضروری به نظر می‌رسد.

تحلیل مسائل تراوش با عدم قطعیت همراه می‌باشد. یکی از مهمترین جنبه‌های شناخته شده عدم قطعیت در مسائل مهندسی خاک شامل عدم قطعیت ذاتی پارامترها ناشی از ماهیت غیرهمگن محیط‌های خاکی می‌باشد. در روش‌های متداول تحلیل تراوش در زیر سازه‌های نگهدارنده آب که به عنوان روش‌های قطعی شناخته می‌شوند، تنها یک مقدار معین برای پارامترهای موثر مسئله ارائه می‌شود و جهت لحاظ کردن عدم قطعیت‌های موجود تنها به اعمال یک ضریب اطمینان عمومی اکتفا می‌شود. راه حل منطقی‌تر استفاده از روش‌های احتمالاتی جهت بررسی پدیده تراوش می‌باشد که طی آن طراح قادر به در نظر گرفتن منحنی توزیع احتمال پارامترهای موثر پدیده تراوش، به جای یک مقدار قطعی، می‌باشد. در حقیقت، با در نظر گرفتن توزیع احتمالاتی مناسب برای پارامترهای ورودی به تمامی حالات ممکن آن پارامترها شانس رخداد می‌شود و در نهایت با استفاده از قوانین حاکم بر مسئله، مقادیر نرخ جریان در شرایط احتمالاتی به ازای پارامترهای عدم قطعی مختلف، تعیین می‌شوند.

۱-۲- بیان موضوع

بر اساس اهمیت شناخته شده سیستم‌های نگهداری آب و ضرورت طراحی صحیح آن، در طول دهه‌های اخیر روش‌های متنوعی از قبیل روش‌های تحلیلی، روش ترسیم شبکه جریان و روش‌های عددی برای تحلیل

مسائل نشت توسعه داده شده است. روش‌های تحلیلی بر مبنای حل تحلیلی معادلات حاکم بر فیزیک مسئله توسعه یافته‌اند و توصیف مناسبی از نحوه رفتار سیستم‌ها ارائه می‌دهند. با این حال، استفاده از روش‌های تحلیلی به دلیل بهره‌گیری از فرضیات ساده‌کننده برای مسائل با هندسه پیچیده و شرایط مرزی بغرنج، چندان توصیه نمی‌شود. با این حال، برای چنین مسائلی، روش‌های عددی نظیر روش تفاضل محدود، روش‌های بدون شبکه، روش اجزای محدود، روش المان مرزی و روش اجزای محدود با مرز مقیاس شده به دلیل کارایی بالا در طول سالیان اخیر توسعه داده شده‌اند.

در روش‌های فوق‌الشاره به طور معمول مدل محاسباتی مسئله با استفاده از تکنیک‌های المان‌بندی مجزاسازی می‌شوند؛ که این فرآیند در مواجهه با مسائل مهندسی پیچیده از لحاظ شرایط مرزی و هندسه محیط دشواری‌هایی به همراه دارد. راه‌حل غلبه بر این مشکلات بکارگیری روش‌های عددی جدید تحت عنوان "روش‌های بدون شبکه" می‌باشد. با استفاده از روش بدون شبکه، مشکلات مربوط به المان‌بندی در روش‌های مبتنی بر شبکه‌بندی برطرف گردیده و هندسه مسئله تنها با تعریف گره‌ها معرفی و شناسایی می‌شود.

به دلیل ماهیت شکل‌گیری توده‌های خاکی، همه نهشته‌های طبیعی دارای مشخصه‌های مقاومتی و فیزیکی متغیر در نقاط مختلف می‌باشند. پارامتر نفوذپذیری نیز به عنوان یک پارامتر فیزیکی خاک، تغییرات مکانی زیادی دارد. اینگونه تغییرپذیری مکانی در پارامترهای خاک موجب عدم قطعیت در پاسخ سیستم‌های مهندسی می‌گردد. لذا، لحاظ نمودن اثرات ناهمگنی مکانی پارامتر نفوذپذیری و بررسی تاثیر آن بر میزان آبگذری خاک زیر پی سدها بایستی مورد توجه و ارزیابی قرار گیرد.

۱-۳- ضرورت و اهمیت انجام تحقیق

اختلاف بار آبی در قسمت‌های پائین دست و بالادست سازه‌های آبی احداث شده بر روی زمین نفوذپذیر، باعث ایجاد جریان آب از نقطه‌ای با انرژی بیشتر به نقطه‌ای با انرژی کمتر می‌شود که می‌تواند باعث ناپایداری دانه‌های خاک شود و نتیجتاً تخریب سازه‌های آبی و خسارات جانی و مالی را در بر خواهد داشت. عمده تحقیقات صورت گرفته در تعیین نرخ جریان عبوری، بر این فرض استوار است که تمام داده‌های ورودی نظیر

مشخصات مصالح و محیط خاکی مقادیر ثابتی دارند و جهت در نظرگیری عدم قطعیت‌های موجود، تنها به اعمال یک ضریب اطمینان عمومی اکتفا می‌شود. در این گونه تحلیل‌ها، که بصورت قطعی انجام میشوند، تحلیل مسائل نشت تنها با ارائه یک مقدار میانگین برای پارامترهای خاک صورت گرفته‌اند. این در حالی است که ویژگی‌های خاک دارای عدم قطعیت هستند و در نظر نگرفتن این عدم قطعیت در محاسبات منجر به پاسخ‌های غیر واقعی می‌شود. راه معقولانه‌تر استفاده از روش‌های احتمالاتی برای ارزیابی مسائل مهندسی می‌باشد که امکان در نظرگیری مستقیم اثر عدم قطعیت‌ها در طراحی را فراهم می‌کنند. بدین ترتیب، دیدگاهی واقعی از اثرات پارامترها نمایان می‌گردد و درک درستی از عوامل تاثیرگذار بدست می‌آید.

۱-۴-هدف تحقیق و روش انجام آن

هدف کلی این تحقیق آنالیز احتمالاتی تراوش است. در این راستا، مسئله تراوش با استفاده از تکنیک بدون شبکه نقطه‌ای با توابع شعاعی به همراه الگوریتم تجزیه ماتریس کوواریانس مورد مطالعه و ارزیابی قرار خواهد گرفت. پارامترهای ورودی در روش بدون شبکه تصادفی پیشنهادی بصورت میدان تصادفی مدل خواهند گردید. قابل ذکر است که در تئوری میدان‌های تصادفی، مقادیر مشخصه‌های مسئله و پارامترهای ورودی در هر نقطه از محیط مسئله با نقاط دیگر متفاوت خواهد بود. برای تعیین میزان همبستگی مقادیر متغیر تصادفی مربوطه در موقعیت‌های مختلف به یکدیگر، مفهوم تابع همبستگی ارائه خواهد شد. علاوه بر این، الگوریتم تجزیه ماتریس کوواریانس جهت گسسته‌سازی پارامترهای دامنه مسئله بکار گرفته می‌شود. برای صحت‌سنجی نتایج حاصله را با مقادیر بدست آمده از روش اجزای محدود مقایسه می‌نمائیم.

۱-۵- فرضیات مسئله

در این تحقیق، مجموعه‌ای از تحلیل‌های قطعی (مشخصه) و احتمالاتی با فرضیات زیر صورت گرفته‌اند:

➤ شرایط دو بعدی بر مسئله تراوش حاکم است.

- تمامی تحلیل‌های تراوش در شرایط محصور و پایدار انجام می‌گردد.
- در تحلیل‌های احتمالاتی، پارامتر نفوذپذیری به عنوان یک متغیر تصادفی پیوسته با توزیع احتمالاتی لگاریتم - نرمال شبیه‌سازی می‌شود.
- پارامتر مورد محاسبه در این تحلیل‌ها، دبی آب عبوری از توده خاک واقع در زیر فونداسیون یک سد نفوذناپذیر می‌باشد.

۱-۶- بخش‌های پایان نامه

در این پژوهش به تحلیل احتمالاتی مسئله تراوش و تعیین نرخ جریان عبوری در شرایط غیر قطعی پرداخته شده است. در این راستا در فصل دوم، مبانی نظری، مفاهیم مقدماتی مورد نیاز در مورد مسئله تراوش و تعاریف اولیه ضروری در باب آشنایی با علم آمار و احتمالات مهندسی توضیح داده می‌شود. همچنین مفاهیم مرتبط با بکارگیری روش‌های بدون شبکه نیز در این فصل تشریح می‌شوند. علاوه بر این، فصل دوم حاوی تاریخچه‌ای از روش‌های بدون شبکه، تحلیل‌های احتمالاتی، حل‌های تحلیلی و عددی در زمینه تحلیل پدیده نشت می‌باشد.

در فصل سوم، روش پیشنهادی برای حل مساله معرفی می‌گردد. ابتدا روش بدون شبکه درون یابی نقطه‌ای با کمک توابع شعاعی شرح داده می‌شود. سپس فرمولبندی عددی برای تعیین نرخ جریان عبوری با استفاده از روش بدون شبکه ارائه می‌شود. در ادامه همین فصل، با ادغام روش بدون شبکه با نظریه میدان تصادفی، روش بدون شبکه تصادفی ارائه می‌شود.

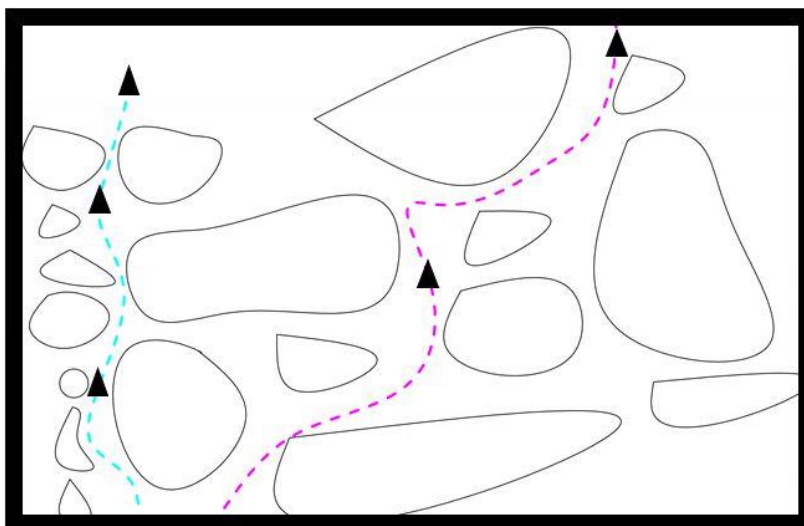
در فصل چهارم، نتایج شبیه‌سازی عددی در حالت قطعی و احتمالاتی ارائه شده است. به منظور صحت سنجی روش ارائه شده، مقایسه‌ای تطبیقی میان نتایج بدست آمده و نتایج حاصل از مطالعات موجود قبلی ارائه می‌شود. در این راستا، اثر عوامل مختلفی نظیر طول همبستگی مکانی و ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری محیط خاک بر نتایج نرخ جریان عبوری از زیر فونداسیون سازه نگهدارنده آب مورد ارزیابی قرار گرفته است.

در فصل پنجم، جمع بندی کلی از تحقیق انجام گرفته و پیشنهادات برای مطالعات بعدی آورده شده است.

فصل دوم: مبانی نظری، مفاهیم اولیه و مروری
بر تحقیقات انجام شده

۲-۱- مقدمه

محیط‌های خاکی حاوی حفرات متصل به هم، به عنوان حمل کننده مایعات انجام وظیفه می‌کنند. در حقیقت، در محیط پیوسته خاک، مایعات همانند شکل (۱-۲) از موقعیتی با انرژی بیشتر به محل‌های با انرژی کمتر جریان پیدا می‌کنند. قابل ذکر است که میزان حفرات و نحوه ارتباط میان آن‌ها تاثیر چشمگیری بر روی جریان آب در خاک دارد. در مهندسی عمران، به جریان آب در خاک نشت (تراوش) اطلاق می‌شود. به وجود آمدن تراوش یا نشت در نهشته‌های خاکی که سازه‌های نگهدارنده آب بر روی آن‌ها احداث شده‌اند سبب اتلاف منابع آب، کاهش پایداری سازه‌ی آبی و ... می‌شود. از این رو، تجزیه و تحلیل پدیده‌ی تراوش اولین گام موثر و جزو مهمترین مسائلی است که در طراحی سدهای انحرافی و سازه‌های نگهدارنده آب مورد توجه مهندسين و متخصصين قرار می‌گیرد. در این فصل مفاهیم اولیه مورد نیاز در باب پدیده تراوش، مقدمه‌ای بر روش‌های بدون شبکه و مبانی علم آمار و احتمالات آورده شده است.



شکل ۱-۲ جریان آب درون محیط خاک

۲-۲-۲- مفاهیم مقدماتی جریان آب در خاک

۲-۲-۲-۱- ضریب نفوذپذیری توده‌های خاکی

پارامتر نفوذپذیری، کمیتی است که به شدت بر روی مقادیر سرعت حرکت آب در محیط متخلخل اثر می‌گذارد. تعیین مقدار صحیح نفوذپذیری خاک‌ها یکی از چالش برانگیزترین بخش‌های مهندسی خاک به شمار می‌رود. برای تعیین مقدار نفوذپذیری خاک روابط تجربی و آزمایش‌های متنوعی ارائه شده‌اند. برخی از روابط مهم تجربی عبارتند از رابطه موسکات، هازن، کوزنی-کارمن، ترزاقی و کاساگرانده. بطور معمول، روابط تجربی از جامعیت لازم برخوردار نیستند و بیشتر جهت تخمین اولیه نفوذپذیری مناسب می‌باشند. بنابراین، آزمایش‌هایی نیز برای تعیین نفوذپذیری توسط پژوهشگران معرفی شده‌اند. این آزمایشات شامل آزمایش‌های صحرایی (آزمایش پمپاژ، آزمایش چاه گمانه) و آزمایش‌های آزمایشگاهی (آزمایش بار ثابت، آزمایش بار افتان) می‌باشند [1].

۲-۲-۲-۲- معادله حاکم بر پدیده نشت

معادله عمومی جریان در توده خاک غیرهمگن و غیرهمسان بدون هر گونه منبع تغذیه و تخلیه بصورت زیر بیان می‌شود [2]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (1-2)$$

که در آن، H بیانگر بار آبی و K_x و K_y و K_z به ترتیب نشان‌دهنده ضریب نفوذپذیری در جهات طولی، عرضی و عمودی می‌باشند. θ نیز بیانگر رطوبت حجمی توده خاک می‌باشد.

در شرایط دو بعدی، ماندگار (ایستا) و توده‌ی خاک اشباع، رابطه‌ی ۱-۲ بصورت زیر خلاصه می‌شود

که در واقع همان معادله دیفرانسیل معروف به معادله لاپلاس می‌باشد [2].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-2)$$

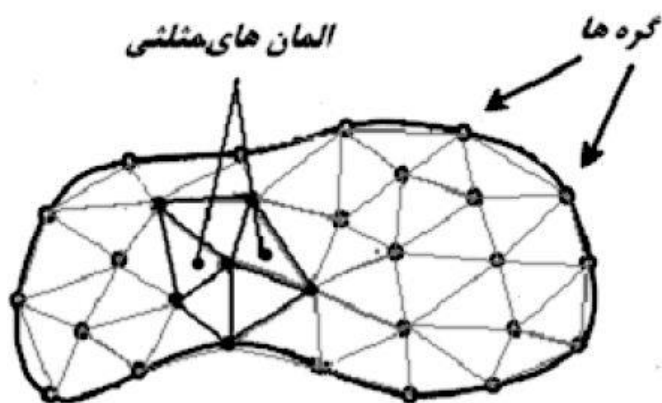
تحلیل مسائل مربوط به تراوش حالت پایدار، نیازمند حل معادله لاپلاس می‌باشد که جواب نهایی آن هد هیدرولیکی جریان می‌باشد. از گذشته تا کنون، پژوهشگران مختلفی برای حل این معادله روش‌های گوناگونی را ارائه نموده‌اند. حل مسائل دیفرانسیل مستلزم آگاهی از شرایط مرزی است. حال آنکه اکثر سازه‌های واقعی دارای شرایط مرزی پیچیده‌ای هستند. بنابراین یافتن یک روش تحلیلی با فرم بسته برای این چنین مسائلی با شرایط مرزی پیچیده به سادگی امکان پذیر نبوده و به ناچار بایستی به راه‌حل‌های تقریبی با استفاده از روش‌های عددی مانند روش اجزای محدود [3]، روش تفاضل محدود [4]، روش اجزای محدود با مرز مقیاس شده [5] و غیره روی آورد.

در میان روش‌های مختلف، استفاده از روش‌های عددی راه حل مناسبی برای حل مسائل با هندسه نامنظم و شرایط مرزی بغرنج می‌باشند. نکته‌ی مهمی که باید در اینجا ذکر شود این حقیقت است که روش‌های عددی به سبب حل تقریبی معادله حاکم بر مسئله تراوش، معادله (2-2)، از دقت پائین‌تری برخوردارند. در تحقیق حاضر، روش عددی بدون شبکه به علت مزایای بی‌نظیر که همگی نشئت گرفته از عدم نیاز به شبکه بندی محیط مسئله می‌باشند، به عنوان ابزار مجزاسازی دامنه مسئله و حل معادله (2-2) اتخاذ شده است.

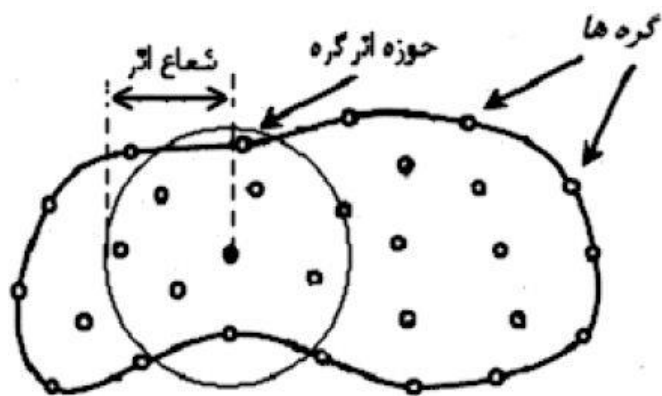
۲-۳- معرفی روش‌های بدون شبکه

پر واضح است که برای مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی پیرامون خود، نیاز به حل معادله‌های دیفرانسیل پاره‌ای (جزئی) حاکم بر آن پدیده مشخص داریم. بیان شد که روش‌های عددی قابلیت مطلوبی در شبیه‌سازی مسائل مهندسی با هندسه نامنظم و بارگذاری پیچیده دارند. در یک دسته‌بندی عمومی، این روش‌ها از فرم قوی و یا ضعیف شده معادله دیفرانسیل استفاده می‌کنند. در این میان، روش‌های بدون شبکه دسته جدیدی از

روش‌های عددی به شمار می‌روند که بدون استفاده از المان برای تقریب متغیرهای میدان استفاده می‌شوند [6]. روش‌های بدون شبکه برای تعریف دامنه و مرز مسئله از دسته‌ای از گره‌های پراکنده در دامنه مسئله و روی مرزها استفاده می‌کنند و هیچ نیازی به شبکه و المان ندارد (شکل ۲-۲). در نتیجه، تقریب در هر گره بر اساس گره‌های موجود در حوزه اثر گره ایجاد می‌شود.



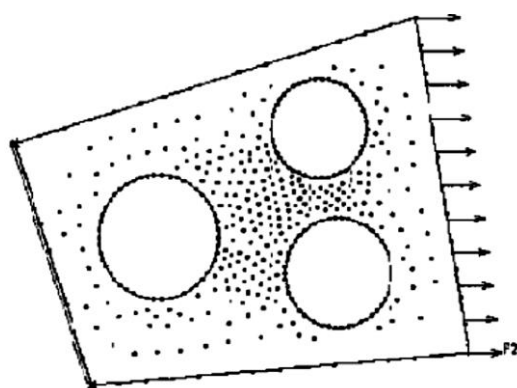
(الف)



(ب)

شکل ۲-۲ روش‌های مجزاسازی دامنه و مرز مسئله در شرایط دوبعدی؛ (الف) روش اجزای محدود با المان‌های مثلثی، (ب) روش بدون شبکه، [7]

سپس شرایط مرزی و بارگذاری در مدل بدون شبکه مشخص می گردد شکل (۳-۲). قابل توجه می باشد که چگالی این گره ها به دقت مورد نیاز جهت حل مسئله مورد نظر بستگی دارد.

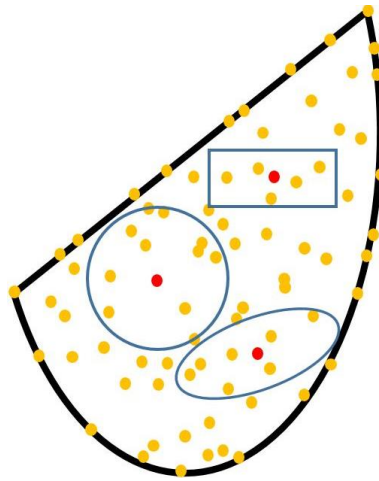


شکل ۳-۲ مدل سازی و مجراسازی دامنه مسئله با روش بدون شبکه و اعمال شرایط مرزی، [6]

همچنین با توجه به عدم ارتباط گره ها با یکدیگر به راحتی می توان اقدام به حذف یا اضافه نمودن گره ای جدید کرد. از آنجایی که در روش های بدون شبکه هیچ المانی وجود ندارد، در اطراف هر گره یک حوزه تاثیر تعریف می شود. بر اساس حوزه تاثیر، تعداد گره های موثر در تعیین مقدار تابع شکل در هر گره تعیین می شود. با توجه به تعداد گره های قرار گرفته در حوزه تاثیر، مقدار متغیر میدان در هر نقطه درون محیط مسئله با استفاده از مقدار متغیر میدان در گره های درون حوزه تاثیر، درون یابی می شود:

$$u(x) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) u_i = \varphi(x) U_s \quad (3-2)$$

N تعداد گره ها در حوزه تاثیر، u_i متغیر میدان گره ای در گره i ، U_s بردار همه متغیرهای میدان در گره ها، $\varphi_i(x)$ تابع شکل گره i . در شکل (۲-۴) نمونه هایی از حوزه تاثیر به اشکال مستطیلی، دایره ای و بیضی را نمایش داده شده است.



شکل ۲-۴ انواع متنوع حوزه‌های تاثیر در روش‌های عددی بدون شبکه

۲-۴- تعاریف، اصول و مفاهیم اولیه آمار و احتمالات مهندسی

در طول سالیان اخیر، لزوم بررسی مسائل مهندسی عمران از جمله مسائل مربوط به تراوش آب در خاک، در شرایط احتمالاتی برای مهندسان و پژوهشگران روشن شده است [3-5]. در این بخش از فصل دوم پایان نامه، مفاهیم اولیه آمار و احتمالات مهندسی، اصطلاحات فنی موردنیاز و مفهوم تئوری فضای تصادفی ذکر می‌گردد [8]. در آینده و در فصل سوم با بهره‌گیری از مفاهیم ذکر شده در فصل حاضر، به بررسی نحوه اعمال و پیاده‌سازی احتمالات و عدم قطعیت‌ها در مسئله تراوش با استفاده از روش عددی بدون شبکه تصادفی می‌پردازیم.

۲-۴-۱- متغیرهای تصادفی و مشخصه‌های آن

متغیر تصادفی به مجموعه‌ای از مقادیر که در طی فرآیندهای تصادفی ممکن است تولید شوند، اطلاق می‌شود. به عبارت دیگر، کمیتی که مقدار دقیقی نتوان به آن اختصاص داد، متغیر تصادفی نامیده می‌شود. فضای نمونه‌ای S را که حاوی برآمدهای S_1 و S_2 بصورت زیر می‌باشد، را در نظر بگیرید.

$$S = \{S1. S2.\}$$

(۴-۲)

اگر X یک تابعی است که اعداد حقیقی را به هر کدام از برآمدهای فضای نمونه‌ای S تخصیص می‌دهد، آنگاه X یک متغیر تصادفی است. متغیرهای تصادفی با حروف بزرگ انگلیسی نمایش داده می‌شوند. فضاهای نمونه‌ای مرتبط با متغیرهای تصادفی ممکن است پیوسته و یا گسسته باشند.

□ گسسته:

اگر برآمدهای مربوط به یک متغیر تصادفی قابل شمارش باشند، متغیر تصادفی را گسسته گوئیم.

□ پیوسته:

متغیرهای تصادفی مانند چسبندگی خاک که میتوانند مقادیر عددی را در مقیاسی پیوسته اختیار کنند و در واقع بی‌نهایت خروجی محتمل وجود داشته باشد، متغیرهای پیوسته گوئیم. علاوه بر مطالب بالا که در باب توصیف و تشریح متغیر تصادفی بود، در ادامه می‌خواهیم که مشخصه‌هایی را که یک متغیر تصادفی دلخواه بواسطه آنها توصیف می‌گردد توضیح دهیم. لذا در این بخش، مشخصه‌های مورد استفاده در بیان متغیر تصادفی معرفی می‌شوند.

□ میانگین حسابی متغیر تصادفی دلخواه X

میانگین، معمول‌ترین شاخص جهت ارزیابی گرایش به مرکزیت متغیرهای تصادفی می‌باشد که با استفاده از رابطه‌ی زیر تعیین می‌گردد:

$$\mu_X = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n x_i \quad (5-2)$$

در این رابطه، n بعد فضای متغیر تصادفی X (یعنی تعداد متغیرهای تصادفی ورودی مسئله) می‌باشد. همچنین، x_i مقادیر محتمل متغیر تصادفی X می‌باشند.

□ انحراف معیار متغیر تصادفی دلخواه X

این شاخص نیز به نوبه خود بسیار پراهمیت می باشد. در حقیقت، شاخص انحراف استاندارد (انحراف معیار) مبین میزان تغییرپذیری یک پارامتر تصادفی نسبت به مقدار میانگین آن می باشد. بواسطه بهره گیری از این مفهوم، می توان دریافت که یک متغیر تصادفی دارای پراکنش ناچیز، گسترده و یا چیزی بین این دو است. مقدار انحراف استاندارد طبق رابطه زیر تعریف می شود.

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2}{n-1}} \quad (6-2)$$

□ واریانس (پراش)

شاخص آماری واریانس بصورت مربع انحراف معیار بر طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$\text{Var}(x) = \sigma_x^2 \quad (7-2)$$

□ ضریب تغییرات

معمول ترین شاخص جهت ارزیابی تغییرپذیری، واریانس می باشد که بصورت مجذور انحراف استاندارد در بالا تعریف شد. همچنین، در مهندسی، غالباً میزان تغییرپذیری یک کمیت آماری، با استفاده از مقیاس بدون بعد "ضریب تغییرات" بیان می شود، که عبارتست از نسبت انحراف معیار به میانگین کمیت مورد نظر. در حقیقت پارامتر بدون بعد "ضریب تغییرات"، بیان کننده بزرگی نسبی پراکنندگی می باشد که بصورت رابطه ریاضی زیر تعریف می گردد:

$$\text{COV}_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (8-2)$$

□ ضریب همبستگی

ضریب همبستگی، میزان ارتباط میان دو پارامتر تصادفی دلخواه X و Y را نشان می دهد که بصورت

رابطه ریاضی زیر بیان می‌شود:

$$\rho_{x,y} = \frac{E[(x-\mu_x)(y-\mu_y)]}{\sigma_x \sigma_y} \quad (9-2)$$

که در این رابطه، E بیانگر امید به ریاضی یک متغیر تصادفی می‌باشد. مقدار ضریب همبستگی بین 1+ و 1- می‌باشد. هر چه که همبستگی به سمت منفی بیشتر شود، به معنای همبستگی مخالف میان پارامترها می‌باشد و در واقع، با افزایش یک متغیر، مقدار متغیر تصادفی دیگر کاهش می‌یابد. بالعکس، با حرکت به سمت مقادیر مثبت میزان همبستگی میان پارامترها بیشتر می‌شود و مشابه یکدیگر است. یعنی با افزایش یک متغیر، مقدار متغیر تصادفی دوم نیز افزایش می‌یابد. همچنین، با توجه به نکات بالا، می‌توان نتیجه گرفت که ضریب همبستگی صفر به معنای عدم ارتباط و مستقل بودن دو متغیر می‌باشد.

۲-۴-۲- تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی

در حقیقت، ما هیچ اطلاع دقیقی از مقدار یک متغیر تصادفی دلخواه نداریم. اگر ما اندازه‌گیری کنیم، یک خروجی یا واقع سازی خواهیم داشت و احتمالاً مورد بعدی تا زمانی که اندازه گیری نشود، نامعلوم باشد. به عبارتی، بیشترین چیزی که در مورد یک متغیر تصادفی می‌توانیم بیان کنیم این است که احتمال اینکه هر حالت ممکنش رخ بدهد، چقدر است. مجموعه‌ای از مقادیر محتمل که برای یک متغیر تصادفی میتواند رخ بدهد، توزیع احتمال آن متغیر را تشکیل می‌دهد. مجموع این احتمالات برای تمامی مقادیر محتمل، برابر یک می‌باشد.

تابع چگالی احتمال، نحوه توزیع کلیه مقادیر محتمل برای یک متغیر تصادفی پیوسته در یک بازه تغییرات مشخص را توصیف می‌کند. این بازه، حد فاصل بیشینه و کمینه‌ی مقادیر آماری محتمل برای متغیر تصادفی مورد نظر را تشکیل می‌دهد. تابع چگالی احتمال متغیر پیوسته X ، $f_x(X)$ ، بایستی ملزومات زیر را برآورده نماید:

۱- مقدار تابع چگالی احتمال، به ازای کلیه مقادیر محتمل برای متغیر تصادفی دلخواه X ، بین صفر و

بازه‌ی مثبت دستگاه مختصات است. یعنی در حقیقت تابع چگالی احتمال مقادیر منفی را نمی‌تواند اتخاذ نماید.

۲- مساحت سطح زیر تابع چگالی احتمال معادل با مقدار واحد (یک) باشد. همچنین تابع توزیع تجمعی از انتگرال‌گیری تابع چگالی احتمال بدست می‌آید،

$$F_x(X) = \int_{-\infty}^x f_x(u) du \quad (10-2)$$

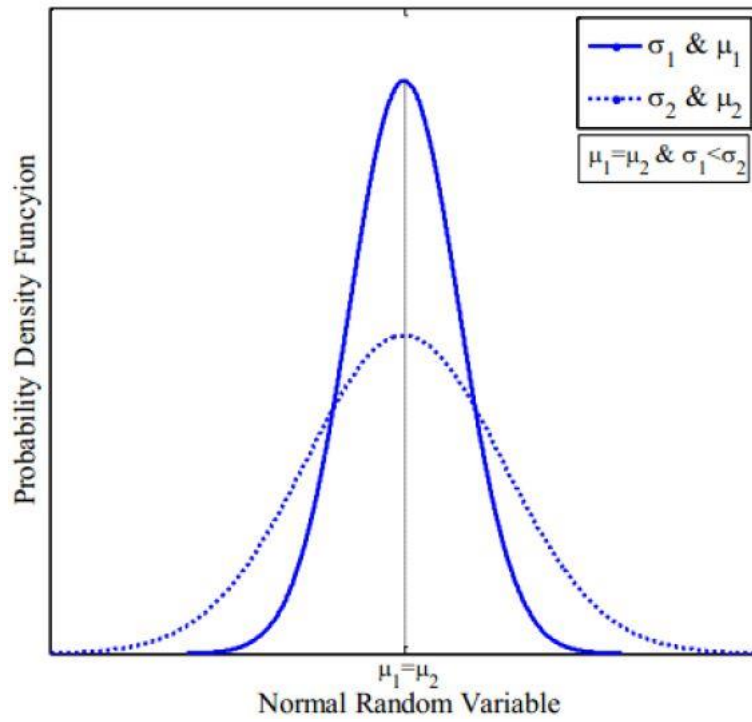
بسیاری از پدیده‌های تصادفی پیوسته و پدیده‌هایی که در طبیعت رخ می‌دهند، می‌توانند بخوبی با تعداد نسبتاً اندکی از توزیع‌های احتمالاتی و آماری نظیر تابع توزیع گوسی، لگاریتم-نرمال، توزیع یکنواخت، توزیع بتا و ... مدل‌سازی شوند. در ادامه هر کدام از توابع توزیع مذکور، تشریح می‌گردند.

□ تابع توزیع گوسی (نرمال)

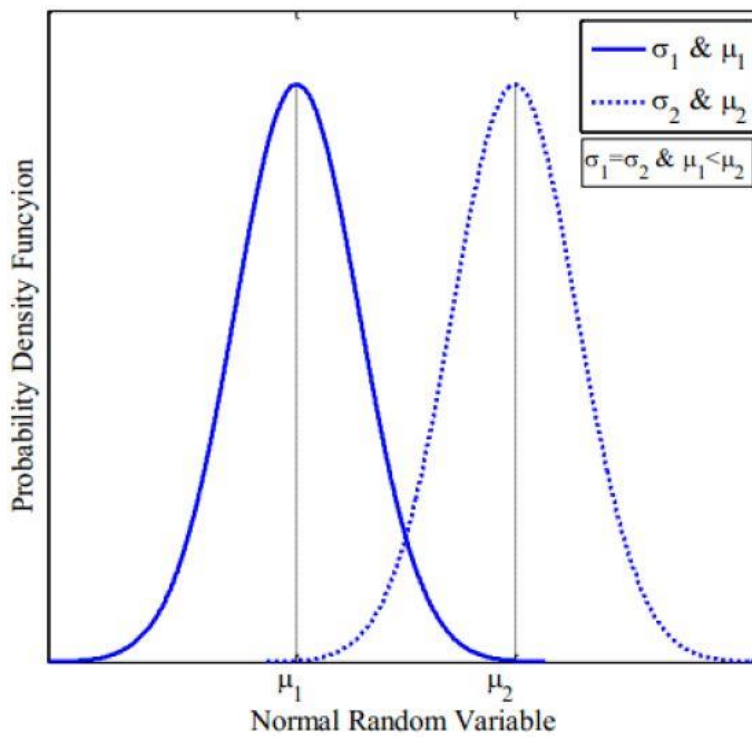
تابع چگالی احتمال توزیع نرمال بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(x, \mu_x, \sigma_x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right) \quad (11-2)$$

که در این رابطه، μ_x و σ_x به ترتیب میانگین و انحراف استاندارد متغیر تصادفی نرمال x می‌باشند. شکل‌های (۲-۵) و (۲-۶) به ترتیب اثرات میانگین و انحراف معیار پارامتر دلخواه x را بر روی شکل تابع توزیع احتمال گوسی (نرمال) نشان می‌دهند. این نیز باید ذکر شود که چسبندگی، زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک، نفوذپذیری و وزن مخصوص پارامترهای موثر در تحلیل‌ها و طراحی‌های آبی و مکانیک خاکی هستند که تنها مقادیر مثبت اعداد حقیقی را در بر می‌گیرند.

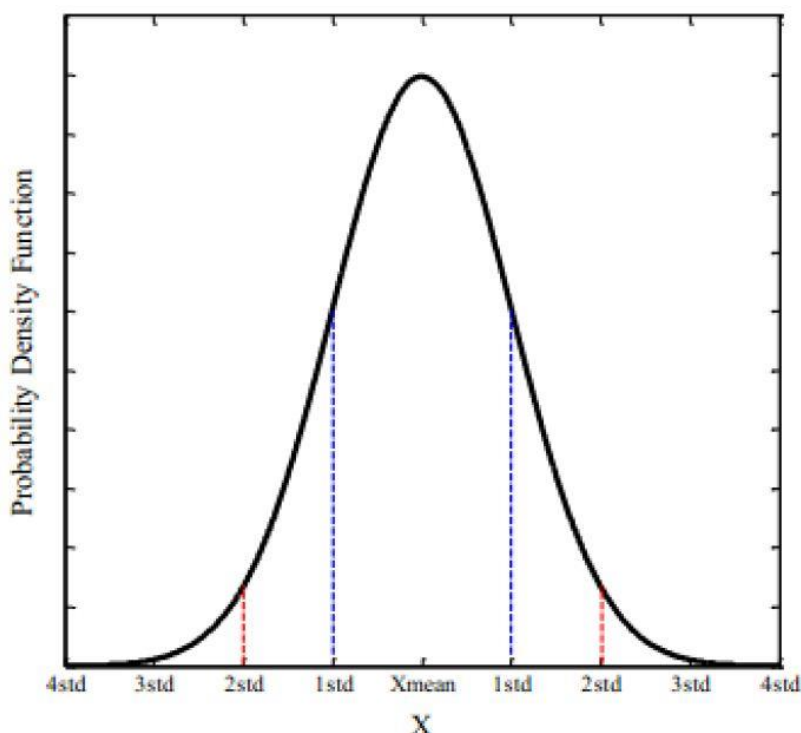


شکل ۲-۵ دو متغیر تصادفی با میانگین یکسان و انحراف استاندارد متفاوت



شکل ۲-۶ دو متغیر تصادفی با میانگین متفاوت و انحراف استاندارد یکسان

بنابراین، استفاده از توزیع نرمال به دلیل احتمال ایجاد مقادیر منفی مناسب نمی‌باشد. از این رو، توزیع نرمال محدود شده که تنها مقادیر مثبت را ارائه می‌دهد، بایستی بکار گرفته شود. شکل (۲-۷) بصورت شماتیک نحوه‌ی انقطاع در تابع توزیع چگالی احتمال نرمال به منظور حصول مقادیر مثبت را نشان داده است. این فواصل مشخص که در شکل (۲-۷) دیده می‌شوند، نسبتی از انحراف استاندارد هستند به عنوان مثال:

$$1\sigma, 2\sigma, 3\sigma$$


شکل ۲-۷ منحنی تابع توزیع نرمال برای متغیر X

□ تابع توزیع لگاریتم-نرمال

در مهندسی عمران، برخی متغیرها همواره دارای مقادیر غیرمنفی می‌باشند که این موضوع نشئت گرفته از ماهیت محیط‌های طبیعی خاکی می‌باشد. در این صورت، تعریف این گونه متغیرها، مستلزم استفاده از تابع توزیعی می‌باشد که مقادیر منفی تولید ننماید. یک توزیع مناسب برای این منظور، تابع توزیع لوگ-نرمال است. در این توزیع تنها اعداد مثبت تولید می‌شوند. یک متغیر تصادفی دلخواه X با میانگین μ_x و انحراف

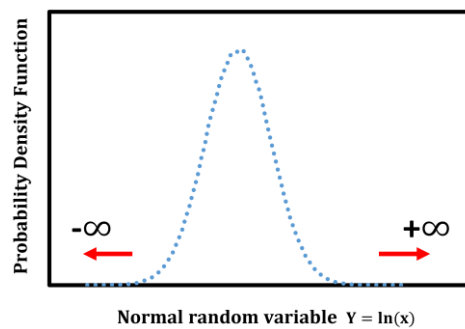
معیار σ_x میتواند بصورت متغیر تصادفی لوگ-نرمال در نظر گرفته شود اگر و تنها اگر یک تابع توزیع گوسی Y با میانگین μ_Y و انحراف معیار σ_Y چنان یافت شود که شرایط زیر را داشته باشد،

$$Y = \ln(x) \quad (12-2)$$

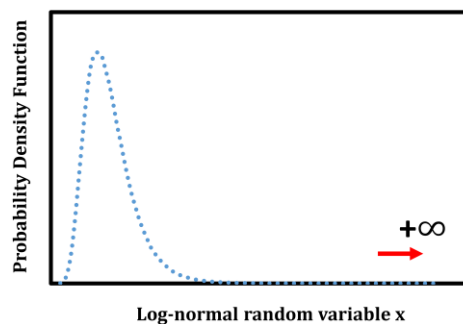
$$\mu_Y = \mu_{\ln(x)} = \ln(\mu_x) - 0.5(\sigma_{\ln(x)}^2) \quad (13-2)$$

$$\sigma_Y^2 = \sigma_{\ln(x)}^2 = \ln\left(1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right) \quad (14-2)$$

شمای کلی منحنی تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی نرمال Y و متغیر تصادفی لوگ-نرمال X به ترتیب در شکل های (۸-۲-الف) و (۸-۲-ب) نمایش داده شده اند.



(الف)



(ب)

شکل ۸-۲ تابع توزیع احتمال الف) متغیر Y و ب) متغیر X

□ تابع توزیع یکنواخت (مستطیلی)

توزیع یکنواخت برای توصیف و معرفی متغیرهای تصادفی ای که با حدود بالا و پایین شناخته شده‌اند و احتمال رخداد یکسانی در هر کجای این حدود بالا و پایین دارند، مناسب می‌باشد. تعریف عمومی تابع توزیع پیوسته یکنواخت متغیر تصادفی X در بازه a و b بصورت زیر می‌باشد:

$$f_x(X) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq X \leq b \\ 0 & \text{in other cases} \end{cases} \quad (15-2)$$

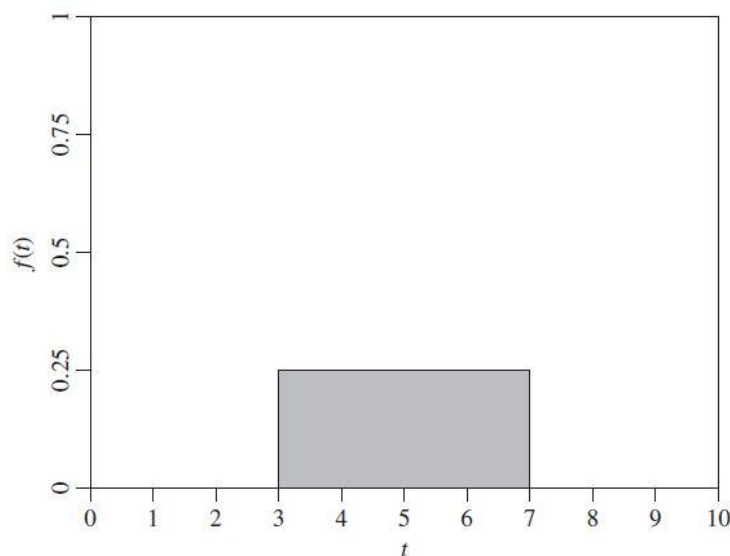
که در آن، a و b دو عدد حقیقی می‌باشند که همواره $a < b$ است. مقادیر شاخص‌های میانگین و واریانس

(پراش) چنین توزیع پیوسته ای به قرار زیر است:

$$\mu_x = 0.5(a+b) \quad (16-2)$$

$$\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (17-2)$$

تابع توزیع چگالی یکنواخت به ازای $a=3$ و $b=7$ در شکل (۹-۲) نشان داده شده است.



شکل ۹-۲ تابع توزیع احتمال یکنواخت

در این مجموعه، تنها توابع چگالی احتمال مورد نیاز در اکثر کارهای تحقیقاتی عمرانی تشریح شدند. خوانندگان علاقمند جهت آشنایی با سایر توزیع های احتمالاتی به مرجع [6] مراجعه نمایند.

۲-۴-۳- روش شبیه سازی مونت کارلو

روش شبیه سازی مونت کارلو یکی از روش های معروف، ساده و قدرتمند جهت ارزیابی قابلیت اعتماد سیستم های مهندسی می باشد. اساس این روش، مبتنی بر نمونه گیری تصادفی تکرارشونده می باشد. این روش به دلیل بهره گیری از الگوریتم های تکرارشونده و تعداد محاسبات بالا، معمولاً نیاز به مدت زمان زیادی برای رسیدن به همگرایی دارد. در رویکرد احتمالاتی شبیه سازی مونت کارلو، جهت تعیین کمی عدم قطعیت های مدل، برای هر متغیر تصادفی ورودی، یک تابع چگالی احتمال در نظر گرفته می شود. سپس، بر اساس تابع توزیع انتخابی برای هر متغیر تصادفی، یک مقدار از تابع توزیع مورد نظر برداشت می شود و با جایگذاری در مدل عددی قطعی پایه، پاسخ سیستم (در این پژوهش هدهای گره ای و دبی خروجی) محاسبه می گردد. با تکرار این اقدام، تعداد زیادی مقدار مجزا و منحصر بفرد برای مقادیر خروجی حاصل می گردد. تعداد شبیه سازی های لازم در روش مونت کارلو برای مسائل با متغیرهای تصادفی ورودی نرمال بصورت زیر تخمین زده می شود،

$$N_{MCS} = \left[\frac{d^2}{4(1-\varepsilon)^2} \right]^{N_v} \quad (18-2)$$

که در آن، N_{MCS} معرف تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به همگرایی است. همچنین، N_v و ε به ترتیب بیانگر تعداد متغیرهای تصادفی در ورودی مسئله و سطح ایمنی مطلوب طراح می باشد.

۲-۴-۴- تئوری فضای تصادفی

ویژگی ها و ترکیبات خاک از محلی به محل دیگر تغییر می کنند. عوامل متعدد موثری بر تغییرات مکانی

پارامترهای خاک وجود دارند که از میان آن‌ها می‌توان به مواردی از قبیل تغییرات در ترکیبات معدنی خاک، فرآیندهای تجزیه فیزیکی و شیمیایی، شرایط رسوب گذاری و تاریخچه بارگذاری‌های اعمالی به خاک اشاره نمود. همانطور که پیش از این نیز بحث شد، تغییرات مکانی پارامترهای خاک، جزء منابع اصلی عدم قطعیت در پروژه‌های عمرانی شناخته می‌شود. به منظور مدل‌سازی تغییرات مکانی ویژگی‌های خاک از تئوری فضای تصادفی [9] بطور گسترده‌ای استفاده می‌شود. گفتنی است که قطعیت نداشتن در رفتار مصالح ژئومکانیکی ممکن است ناشی از عوامل دیگری از قبیل خطاهای اندازه‌گیری، نبود اطلاعات لازم در مورد پارامترهای موثر مسئله و ... نیز باشد. با این حال، مطالعات متنوعی بوسیله پژوهشگران مختلف انجام شده است که حاکی از غالب بودن تاثیرات عدم قطعیت در تغییرات ذاتی خواص خاک بر عوامل دیگر ایجادکننده رفتار عدم قطعی می‌باشند [8].

□ تابع خودهمبستگی

یکی از مهمترین اجزای بهره‌گیری از تئوری فضای تصادفی که بوسیله وانمارک در سال ۱۹۸۴ [9] برای نخستین بار ارائه شده است، تابع مهم آماری خودهمبستگی می‌باشد. در حقیقت، تابع خود همبستگی میزان همبستگی یک پارامتر دلخواه را در دو مکان مختلف مشخص می‌نماید.

میدان‌های تصادفی عموماً بوسیله‌ی دو ابزار شامل توابع توزیع احتمال و مدل‌های همبستگی مکانی بطور کامل توصیف می‌شوند. در واقع میانگین و انحراف معیار یک متغیر تصادفی که در تابع توزیع احتمال تجلی می‌یابد، برای توصیف کامل میدان‌های تصادفی مربوطه کافی نمی‌باشند. بدین منظور نیاز به تعریف مفهومی تحت عنوان تابع همبستگی مکانی (تابع خودهمبستگی) داریم تا بتوان یک میدان تصادفی را به درستی تخصیص داد.

طول همبستگی مکانی پارامتری کلیدی در توابع خودهمبستگی می‌باشد که جهت توصیف تغییرات مکانی پارامترهای تصادفی خاک استفاده می‌شود. طول همبستگی مکانی معرف مسافتی است که در آن محدوده ویژگی‌های مصالح همبستگی قابل توجهی دارند و در واقع تغییرات در آن محدوده ناچیز است. بنابراین، طول همبستگی‌های بزرگ بیانگر تغییرات کم و همگنی زیاد در ویژگی‌های مصالح در محیط خاکی مورد نظر

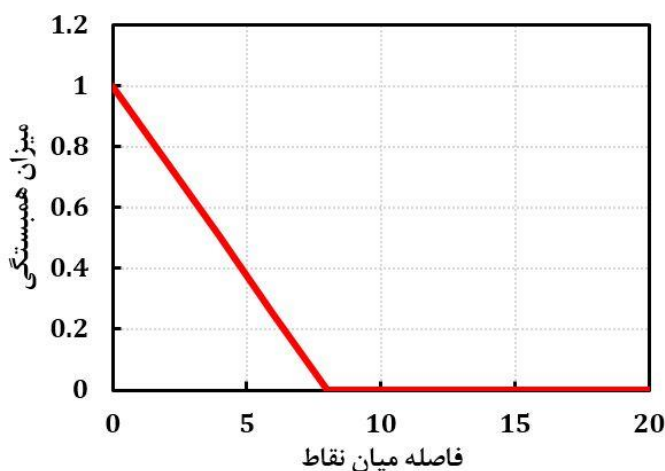
می‌باشند، در حالی که طول‌های همبستگی خیلی کوچک، خاکی از ناهمگنی بالای محیط خاکی می‌باشد. قابل ذکر است که بسته به نحوه‌ی شکل‌گیری محیط‌های خاکی و فرآیندهای زمین‌شناسی، مقادیر مختلف طول همبستگی در جهت افق و قائم در تاریخچه تحقیق ارائه شده است [10, 11]. بر اساس داده‌های آزمایشگاهی و تست‌های محلی در شرایط واقعی (آزمایش‌های میدانی) چندین مدل متفاوت برای تابع خودهمبستگی مکانی تاکنون ارائه شده است [12] که در ادامه چند مورد از آن‌ها بطور خلاصه بیان می‌شوند.

□ تابع همبستگی اختلال دوتایی، BNACF

این تابع همبستگی در حالت یک‌بعدی بصورت زیر می‌باشد [12].

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{\tau}{\delta} & \text{if } \tau \leq \delta \\ 0 & \text{if } \tau > \delta \end{cases} \quad (19-2)$$

پارامترهای τ ، δ و ρ به ترتیب بیانگر، قدرمطلق فاصله میان دو نقطه در دامنه مسئله، طول همبستگی و ضریب همبستگی میان دو موقعیت موردنظر می‌باشند. با فرض طول همبستگی ۸ متر، نمودار مربوط به تابع همبستگی اختلال دوتایی در شکل (۱۰-۲) نشان داده شده است.



شکل ۱۰-۲ تابع همبستگی اختلال دوتایی با فرض $\delta = 8\text{m}$

□ تابع همبستگی مارکوف

تابع همبستگی مارکوف تحت شرایط همسان (طول همبستگی یکسان در افق و قائم) بصورت زیر بیان می‌شود:

$$r(i, j) = \exp\left(-\frac{2x_{ij}}{\theta}\right) \quad (20-2)$$

که در آن، x_{ij} معرف فاصله‌ی مکانی میان نقاط i و j می‌باشد و $r(i, j)$ میزان همبستگی میان دو موقعیت مربوطه را نشان می‌دهد. همچنین، θ میزان همبستگی مکانی بر حسب متر می‌باشد. تابع همبستگی مارکوف در شرایط عمومی که مقادیر مختلفی به ازای طول‌های همبستگی قائم (θ_z) و افقی (θ_x) مد نظر باشد، بصورت زیر بیان می‌شود:

$$r(i, j) = \exp\left(-\frac{|x_i - x_j|}{\theta_x} - \frac{|z_i - z_j|}{\theta_z}\right) \quad (21-2)$$

که در آن (x_i, z_i) و (x_j, z_j) به ترتیب مختصات مکانی نقاط i و j می‌باشند. در تحقیق حاضر، به منظور شبیه‌سازی ویژگی‌های مصالح مدل دو بعدی تابع همبستگی مارکوف استفاده شده است.

□ تابع همبستگی گوسی

این تابع همبستگی بصورت زیر می‌باشد:

$$r(i, j) = \exp\left(-\pi\left(\frac{x_{ij}}{\theta}\right)^2\right) \quad (22-2)$$

□ تابع همبستگی خطی

تابع همبستگی مربوط به یک فرآیند تصادفی خطی، بصورت زیر است:

$$r(i, j) = 1 - \left(\frac{x_{ij}}{\theta}\right) \quad \text{for } : x_{ij} \leq \theta$$
$$r(i, j) = 0 \quad \text{for } : x_{ij} > \theta \quad (23-2)$$

۲-۵-مروری بر ادبیات موضوع

با توجه به ضرورت بررسی موضوع نشت آب در مهندسی عمران، پژوهشگران زیادی از روش‌های قطعی و تصادفی (احتمالاتی) متفاوتی برای تحلیل مسائل گوناگون نشت استفاده نموده‌اند. در این قسمت تعدادی از مهمترین تحقیقات به عمل آمده بوسیله روش‌های قطعی و احتمالاتی تشریح می‌شوند. همچنین مطالعات مختلف صورت گرفته در زمینه‌های گوناگون مهندسی با استفاده از روش‌های بدون شبکه نیز ارائه می‌شوند.

۲-۵-۱-تحقیقات گذشته پیرامون بکارگیری روش‌های بدون شبکه در علوم مهندسی

پیدایش روش‌های بدون شبکه را می‌توان به دهه ۱۹۳۰ و حل فرم قوی معادلات دیفرانسیل توسط افرادی چون اسلیتر، Slater [13] و باترا، Batra [14] مرتبط دانست. با این حال، بطور کلی ابداع روش بدون شبکه در تجزیه و تحلیل مسائل فیزیکی را می‌توان به لوسی، Lucy [15] نسبت داد. لوسی روش ذره‌ای را جهت مطالعه پدیده‌های فیزیک نجومی معرفی کرد. وی روش خود را ذرات هیدرودینامیکی صاف (SPH) نامید. گینگلد و مناخن، Gingold and Monaghan [16] از این روش برای بررسی مسائلی نظیر چرخش ستارگان استفاده کردند. لیبرسکی و پتسچک، Libersky and Petschek [17] این روش را برای حل مسائل مکانیک جامدات مورد استفاده قرار دادند.

شاخه مجزایی از روش‌های بدون شبکه توسط نایرولز و همکاران، Nayroles et al. [18] ارائه گردید. وی روش المان‌های پراکنده (DEM) را معرفی نمود که در آن از یک سری توابع وزن برای تخمین موضعی بر روی دسته‌ای از نقاط استفاده می‌شود. بلیتسکو و همکارانش، Belytschoko et al. [19] روش مشابهی را تحت عنوان روش بدون المان گالرکین معرفی کردند. در طی مطالعات مختلف مشخص گردیده است که این روش برای بررسی پدیده‌هایی نظیر شکست و گسترش ترک در جامدات روشی کارآمد می‌باشد. لیو و گو، Liu and Gu [20] روش درون یابی نقطه ای (PIM) را ابداع کردند تا جایگزین روش حداقل مربعات متحرک برای ایجاد توابع شکل گردد. مزیت اصلی این روش دقت خوب آن در تخمین توابع و دارا بودن

خاصیت دلتای کرانیکر برای توابع شکل است. خاصیت مذکور این امکان را فراهم می سازد که شرایط مرزی به سادگی اعمال گردند.

پس از بیان تاریخچه‌ای از کاربرد روش‌های بدون شبکه دیدیم که روش‌های بدون شبکه بطور گسترده در مطالعات نجومی، مکانیک جامدات، دینامیک سیالات، مهندسی آب و ژئوتکنیک مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با این حال، تکنیک‌های بدون شبکه که در حوزه مکانیک خاک، سازه‌های آبی و مسائل سازه‌ای توسعه پیدا کرده‌اند، موضوع این بخش از پژوهش می‌باشد. در این زمینه می‌توان به مطالعات زیر اشاره کرد:

Chen et al., [2008] □

مطالعه چن و همکاران بر روی تعیین مرز پائین بار حدی در سازه‌های دوبعدی، یکی از اولین مطالعات صورت گرفته در زمینه ترکیب روش‌های بدون شبکه و تئوری‌های کلاسیک تحلیل حدی می باشد [21]. در این زمینه، روش بدون شبکه گالرکین توسط این محققین بکار گرفته شد. در این روش میدان تنش مجاز بصورت ترکیبی از یک میدان تنش با تعادل ذاتی و ضربی از میدان تنش ارتجاعی تعریف می شود. با مجزاسازی میدان تنش معرفی شده توسط روش بدون شبکه گالرکین و اعمال آن در تئوری حد پایین یک مساله بهینه یابی بدست می آید که با حل این مساله بهینه یابی توسط یک الگوریتم غیر خطی پیچیده جواب مساله بدست می‌آید.

Binesh and Raei, [2014] □

بینش و راعی [22] به تخمین مرز بالای بار زوال در مسائل پایداری مکانیک خاک تحت اثر بارهای تک سویه پرداختند. بینش و راعی با ترکیب تئوری مرز بالای بار حدی و روش بدون شبکه به عنوان ابزار مجزا سازی دامنه مسئله، یک رویکرد کارآمد برای محاسبه مرز بالای بار زوال سازه‌های ژئوتکنیکی تحت شرایط کرنش مسطح در محیط‌های صرفاً چسبنده ارائه دادند [22].

Binesh and Gholampour, [2015] □

بینش و غلامپور [23] با بهره‌گیری از تابع شکل شپارد و مفهوم انتگرال‌گیری عددی، روشی بدون شبکه برای تخمین مرز پایین بار حدی در مسائل مهندسی ژئوتکنیک تحت اثر بارهای تک سویه ارائه دادند. روش

بدون شبکه پیشنهادی توسط بینش و راعی، روش بدون شبکه شپارد نامگذاری شد. مسائل پایداری متنوعی نظیر تحلیل پایداری تونل، محاسبه ظرفیت باربری و ... با استفاده از این روش حل شدند که نتایج حاصله حاکی از صحت عملکرد روش پیشنهادی بود.

□ Rahmani and Binesh, [2018]

رحمانی و بینش به ارزیابی احتمالاتی مسئله روسازی جاده‌ها تحت اثر بارهای متحرک سطحی بر روی سطح زمین پرداختند [24]. در این راستا، روش بدون شبکه‌ای توسعه داده شد که مبتنی بر تئوری استاتیکی سازواری ملان¹ [25]، و برنامه ریزی خطی بود. علاوه براین، برای بررسی اثر عدم قطعیت‌ها در پارامترهای چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی خاک، از تئوری میدان‌های تصادفی به همراه شبیه‌سازی‌های مونت کارلو بهره‌گیری شده است.

۲-۵-۲-تحقیقات گذشته پیرامون تحلیل قطعی پدیده تراوش

□ Bathe and Khoshgoftaar, [1979]

Bathe and Khoshgoftaar روشی ساده و کارآمد مبتنی بر روش المان محدود برای حل مسائل تراوش در شرایط نامحصور (سطح آزاد جریان) از درون محیط متخلخل سدهای خاکی، ارائه نمودند. ویژگی مهم و اساسی روش پیشنهادی این بود که شبکه المان محدود در طول حل مسئله دچار تغییر نمی‌شد و روش مستقل از تکرار شبکه بود. لذا، روش تکرار نیوتن-رافسون برای یافتن سطح آزاد جریان استفاده شد. کارایی روش ارائه شده با حل چندین مسئله سطح آزاد تراوش در شرایط پایدار تصدیق شد [26].

□ Bardet and Tobita, [2002]

Bardet and Tobita روشی کارآمد مبتنی بر رویکرد تفاضل محدود برای تجزیه و تحلیل مسائل نشست در شرایط نامحصور ارائه نمودند [27]. معادلات تفاضل محدود با فرض پیوستگی جریان برای خاکهای ناهمسان حاصل شد. جهت صحت سنجی و کارایی روش پیشنهادی، مسائلی که در گذشته با بهره‌گیری از

¹ Melan

روش‌های عددی پیچیده مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته بودند، به راحتی با استفاده از روش پیشنهادی حل شد. هزینه‌ها و زمان همگرایی روش پیشنهادی توسط بردت و توبیتا [27]، با حذف دستگاه‌های ماتریس کلی به میزان قابل توجهی کاهش یافت.

□ Rafiezadeh and Ataie-Ashtiani, [2012]

رفیعی زاده و عطایی آشتیانی با استفاده از روش اجزای مرزی، مسئله تراوش محصور از زیر سدخاکی را در شرایط سه بعدی مطالعه نمودند [28]. برای این منظور، برنامه‌ای رایانه‌ای نوشته شد که قادر به تحلیل مسئله تراوش در شرایط همسان و حتی ناهمسان بود. در این تحقیق روش اجزای محدود به منظور اعتبار سنجی نتایج مورد استفاده قرار گرفت. ذکر این نکته نیز مفید است که روش پیشنهادی توسط این محققین تنها قابلیت تحلیل مسائل تراوش در شرایط محصور را داشت [28]. قابل ذکر است که روش پیشنهادی توسط رفیعی زاده و عطایی آشتیانی بعدها به نحوی توسعه و بهبود داده شد که بتواند مسائل تراوش سه بعدی نامحصور (سطح آزاد جریان) را نیز تحلیل نماید [29].

□ Baziar and Talebi, [2015]

بازیار و طالبی با بکارگیری روش المان محدود با مرز مقیاس شده، به تحلیل مسئله تراوش از زیر سد و سپری و همچنین مسئله نشت درون بدنه سد خاکی در شرایط حوزه‌ی نامحصور و جریان گذرا پرداختند [30]. روش پیشنهادی، حاوی برتری‌های مهم روش‌های المان محدود و المان مرزی بود. در این رویکرد نیمه تحلیلی، به دلیل آنکه تنها مرز محیط مورد بررسی، مورد مجزاسازی قرار می‌گرفت، لذا ابعاد مسئله به اندازه یک واحد کاهش می‌یافت که طبیعتاً کاهش هزینه‌های محاسباتی را به دنبال دارد. روش پیشنهادی توسط بازیار و طالبی [30]، این توانایی را داشت که مسائل مشابه در محیط‌های متخلخل ناهمگن و ناهمسان را با اندکی اصلاحات در روش حل، تحلیل نماید [30].

□ Fukuchi, [2016]

Fukuchi از روشی به نام روش تفاضل محدود با درونیابی چند جمله‌ای مرزی برای حل مسائل تراوش در شرایط دو بعدی و سه بعدی استفاده نمودند [31]. در روش پیشنهادی، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای (جزئی)

بیضوی به شرایط دیریشه، Dirichlet، تبدیل شد. نتایج روش فوکوچی [31]، با نتایج یک حل تحلیلی، در یک سد مستطیلی منظم، برای تضمین صحت عملکرد روش پیشنهادی مقایسه شدند. همچنین، نرم افزار SEEP/W و MODFLOW برای بررسی و صحت سنجی نتایج مسائل با هندسه پیچیده مورد استفاده قرار گرفتند. قابل ذکر است که نرم افزارهای رایانه‌ای SEEP/W و MODFLOW به ترتیب بر اساس روش اجزای محدود و تفاضل محدود کدنویسی شده‌اند.

Zhang et al., [2017] □

ژانگ و همکاران روش بدون شبکه جدیدی را برای تحلیل مسائل تراوش با سطح آزاد، ارائه نمودند. برای ساخت توابع شکل موردنیاز در این روش عددی، از روش درون یابی کریجینگ متحرک استفاده گردید. همچنین، به دلیل داشتن خاصیت تابع دلتای کرانیکر در توابع شکل، شرایط مرزی به صورت ساده و مستقیماً به مسئله اعمال گردید. مسائل متنوعی از قبیل تراوش در محیط متخلخل همگن، تراوش در شرایط محیطی ناهمگن و ناپایدار بوسیله روش بدون شبکه پیشنهادی، بررسی شدند [32].

۲-۵-۳-تحقیقات گذشته پیرامون تحلیل احتمالاتی پدیده تراوش

در این بخش، مهمترین مطالعه‌های صورت یافته در زمینه تحلیل تراوش آب بوسیله روش‌های احتمالاتی مرور گردیده است.

Griffiths and Fenton, [1993] □

گریفیث و فنتون برای نخستین بار در سال ۱۹۹۳ اثرات نفوذپذیری تصادفی بر روی کمیت‌های خروجی جریان تراوش آب از زیر سد و سازه‌های نگهدارنده آب را مورد مطالعه قرار دادند [33]. در این راستا، روش اجزای محدود به عنوان پایه نظری تحقیق گریفیث و فنتون بکار گرفته شد [33]. همچنین، به منظور تولید مشخصه نفوذپذیری با لحاظ کردن تغییرپذیری مکانی آن، نظریه میدان تصادفی در فضای دو بعدی مورد استفاده قرار گرفت. بطور خلاصه روش پیشنهادی احتمالاتی توسط این پژوهشگران، روش اجزای محدود

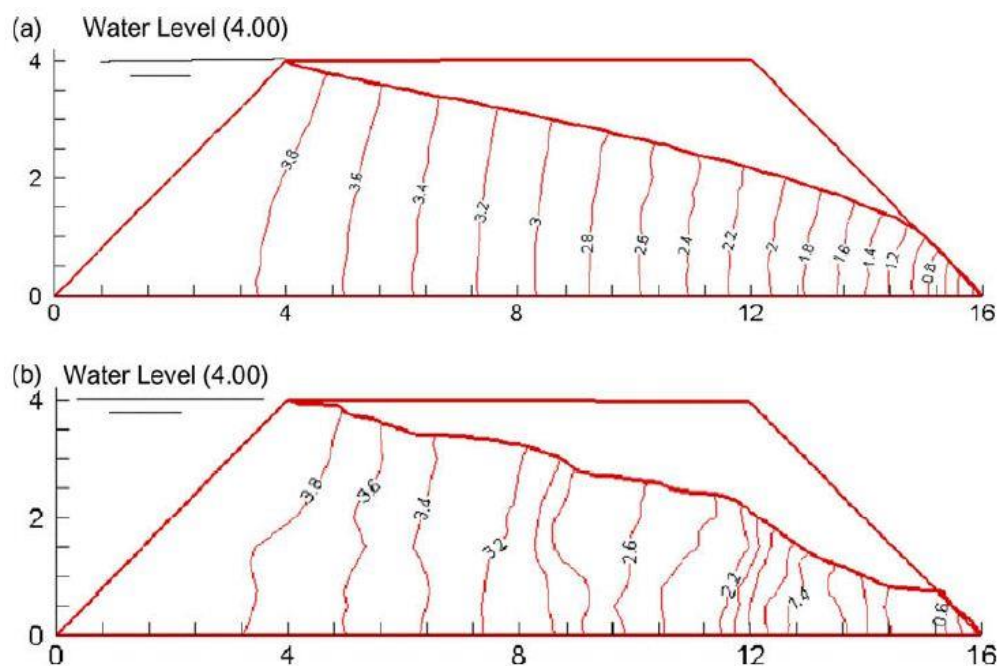
تصادفی نامگذاری شد. تحلیل حساسیت بر روی مقادیر مختلف طول همبستگی و ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری خاک صورت گرفت. نویسندگان دریافتند که طول همبستگی و ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری اثرات چشمگیری بر روی نرخ جریان عبوری از زیر سازه نگهدارنده آب دارند.

□ riffiths and Fenton, [1997]

روش پیشنهادی این محققین، برای مدلسازی نفوذپذیری تصادفی مکانی در مسائل تراوش حالت پایدار سه بعدی در سال ۱۹۹۷ گسترش داده شد. گریفیث و فنتون نتایج تجزیه و تحلیل احتمالاتی خویش را برای شرایط جریان تراوش سه بعدی و دو بعدی مقایسه نمودند [34]. نتایج حاکی از نزدیک بودن پاسخها در شرایط دو بعدی و سه بعدی بودند. با این وجود، تجزیه و تحلیل دو بعدی به دلیل پائین بودن هزینه محاسبات در اجرای کدها با کامپیوتر، توصیه می گردد [34].

□ Ahmed, [2009]

Ahmed با انجام شبیه سازی های احتمالاتی و قطعی به مقایسه میان نتایج حاصله در تعیین محل برخورد سطح آزاد جریان با پائین دست در سدهای خاکی پرداختند [35]. Ahmed دریافت که محل برخورد سطح آزاد جریان با پائین دست در حالت احتمالاتی و قطعی، متفاوت است بطوری که در شرایط تحلیل احتمالاتی پدیده تراوش، محل برخورد سطح آزاد جریان با پائین دست پائین تر است. این موضوع به وضوح در شکل (۲-۱۱) قابل مشاهده است.



شکل ۲-۱۱ توزیع هد گره ای درون سدخاکی، (a) محیط همگن، (b) محیط ناهمگون ذاتی، [35]

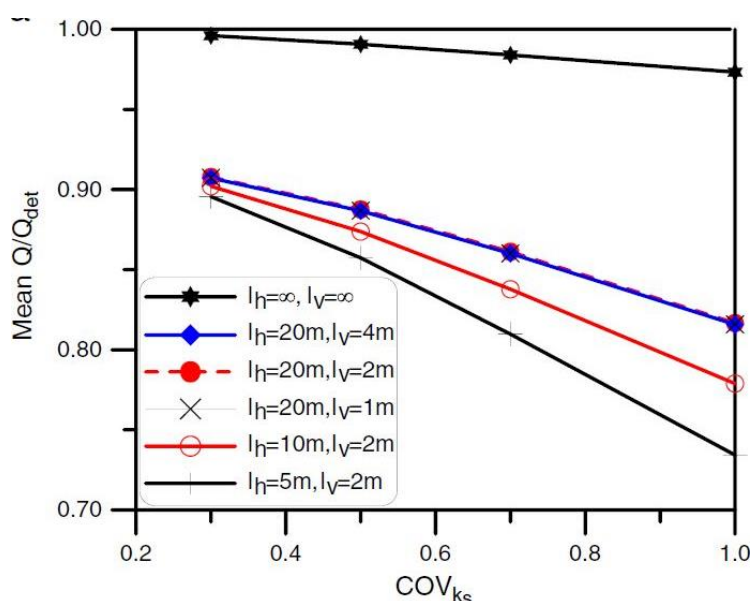
Ahmed, [2012] □

Ahmed در تحقیقی جریان محصور در زیر سازه‌های هیدرولیکی را مورد بررسی و مطالعه قرار داد [36]. در این پژوهش، هدایت هیدرولیکی مصالح خاکی بصورت میدان تصادفی مکانی مدلسازی شد و تابع توزیع لگاریتم-نرمال برای تولید اعداد تصادفی بکار گرفته شد. Ahmed در این تحقیق، تنها محیط‌های متخلخل با ناهمگونی ذاتی را مورد ارزیابی قرار داد [36]. نتیجه مهمی که از یافته‌های این پژوهشگر می‌توان بدان اشاره نمود عبارتست از افزایش چشمگیر نرخ جریان عبوری به ازای نسبت‌های طول همبستگی افقی و قائم بزرگتر.

Sung Eun Cho, [2012] □

Sung Eun Cho به ارزیابی احتمالاتی پدیده تراوش در یک سد خاکی قرار گرفته شده بر روی یک پی خاکی، مبادرت ورزیدند [37]. در این راستا، تغییرات مکانی ضریب نفوذپذیری را که بصورت توزیع لگاریتم-نرمال در نظر گرفته شده بود، با استفاده از تئوری میدان تصادفی لحاظ نمودند. میدان تصادفی دو بعدی بر اساس روش بسط سری Karhunen-Loeve تشریح گردید. Sung Eun Cho نشان داد که با افزایش پارامتر

ضریب تغییرات نفوذپذیری، میانگین دبی خروجی کاهش می‌یابد. علاوه بر این، نتایج مطالعه Sung Eun Chon حاکی از افزایش دبی خروجی با افزایش طول همبستگی در راستای افقی بود. با این وجود، با افزایش طول همبستگی در راستای قائم و ثابت نگه داشتن طول همبستگی در جهت افق، میانگین دبی خروجی تقریباً تغییری نمی‌کند. برای درک بهتر این موضوع، نتایج در شکل (۱۲-۲) گردآوری شده‌اند.



شکل ۲-۱۲ تغییرات میانگین دبی خروجی یا نرخ جریان عبوری به ازای ضرایب تغییرات و طول‌های همبستگی متنوع، [37]

Sirvastava et al., [2010] □

سیرواستاوا و همکاران با بهره‌گیری از تئوری میدان تصادفی، ضریب نفوذپذیری را بصورت تابع توزیع لگاریتم-نرمال مدلسازی نمودند و تاثیر آن را بر جریان تراوش مورد ارزیابی قرار دادند [38]. سیرواستاوا و همکاران [38] از نرم افزار تفاضل محدود عددی FLAC¹ برای تجزیه و تحلیل تصادفی تراوش حالت پایدار از درون سدها، به وسیله نظریه میدان تصادفی، استفاده کرد. نتایج حاکی از روند کاهشی نرخ جریان عبوری به ازای افزایش ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری می‌باشد. علاوه بر این، افزایش طول همبستگی سبب افزایش نرخ جریان شد بطوری که برای طول‌های همبستگی بالا، مقادیر نرخ جریان عبوری در حالت تصادفی

¹ Fast Lagrangian Analysis of Continua

به مقادیر قطعی (بدون لحاظ کردن اثرات عدم قطعیت‌ها) نزدیک گردید.

Ahmed et al., [2016] □

Ahmed et al. در پژوهشی به بررسی مسئله جریان محصور زیر سد و سازه‌های نگهدارنده آب، همراه سپری و بدون سپری، با استفاده از مدل‌سازی تصادفی پرداختند [39]. رویکرد Ahmed et al. در این مطالعه، ترکیب روش اجزای محدود بر اساس معادله حاکم بر دینامیک جریان سیال تراکم ناپذیر درون یک محیط متخلخل با مولد میدان تصادفی است که هدایت هیدرولیکی تصادفی را بر اساس تابع توزیع احتمال لگاریتم-نرمال تولید می‌نماید.

Hekmatzadeh et al., [2018] □

حکمت‌زاده و همکاران به ارزیابی قابلیت اعتماد سدهای انحرافی در برابر پدیده جوشش و لغزش پرداختند. در واقع، حکمت‌زاده و همکاران در تحقیقی جامع با استفاده از روش رایج احتمالاتی اجزای محدود تصادفی، به ارزیابی عوامل مختلفی از جمله موقعیت دیوار آب‌بند، نوع تابع همبستگی، ضریب تغییرات پارامتر تصادفی، طول همبستگی و ... و تاثیر آن‌ها بر شاخص قابلیت اطمینان پایداری سیستم نگهدارنده آب پرداختند [40]. برای تولید میدان‌های تصادفی پارامتر ضریب نفوذپذیری خاک، از روش تجزیه ماتریس کوواریانس استفاده شد. همچنین نتایج حاصله با روش احتمالاتی گشتاور دوم مرتبه اول (First Order Second Moment) مقایسه شدند که نتایج حاکی از صحت عملکرد رویکرد پیشنهادی بود.

Johari and Heydari, [2018] □

جوهری و حیدری با ادغام قوانین احتمالاتی و روش المان محدود با مرز مقیاس شده، به مطالعه اثرات عدم قطعیت در مقادیر ورودی بر روی تحلیل غیر قطعی تراوش پرداختند. به عبارت دیگر، در این پژوهش که اخیراً نیز ارائه شده است، مسئله تراوش با استفاده از روش المان محدود با مرز مقیاس شده تصادفی مورد بررسی قرار گرفت [41]. متغیرهای تصادفی ورودی با توزیع لگاریتم-نرمال در روش المان محدود با مرز مقیاس شده تصادفی بصورت میدان تصادفی مدل شدند. همچنین، برای گسسته‌سازی میدان‌های تصادفی پیوسته، از روش تجزیه ماتریس کوواریانس بهره‌گیری شده است. با کدنویسی روش ارائه شده در نرم افزار

MATLAB مدلسازی های احتمالاتی صورت پذیرفتند که برای صحت سنجی آن‌ها روش اجزای محدود تصادفی بکار گرفته شده است.

۲-۶- نتیجه گیری

در نهایت با توجه به بررسی تحقیقات انجام شده، می‌توان دریافت که روش‌های مختلفی تا کنون برای حل معادله لاپلاس حاکم و تحلیل مسائل تراوش بصورت قطعی و احتمالاتی معرفی گردیدند. با این حال، در این تحقیق تلاش می‌شود تا از روشی جدیدتر استفاده شود. لذا، در این پایان نامه برای تحلیل مسئله تراوش از زیر فونداسیون سازه نگهدارنده آب، از ترکیب روش بدون شبکه با تئوری فضای تصادفی و شبیه‌سازی های مونت کارلو استفاده شده است.

فصل سوم: روش پیشنهادی برای حل مسئله

۳-۱- مقدمه

روش المان محدود از رایج‌ترین ابزارهای عددی جهت ادغام با تئوری میدان تصادفی، به منظور انجام تحلیل‌های احتمالاتی، است که با وجود محبوبیت فراوان دارای مشکلاتی نیز می‌باشد [8]. استفاده از روش المان محدود نیازمند ایجاد شبکه برای دامنه مسئله می‌باشد و تعریف گره‌های هر المان در این روش پیچیدگی‌های خاص خود را دارد. از این رو تشکیل شبکه المانی برای دامنه بزرگ به صورت دستی امکان‌پذیر نبوده و نیازمند به برنامه‌نویسی پیچیده است. در حالیکه در روش‌های بدون شبکه همانطور که در فصل پیش بیان شد، محیط مسئله تنها با استفاده از تعدادی گره مدل‌سازی می‌شود [6]. محل قرارگیری گره‌ها یا به عبارت دیگر تعریف مختصات گره‌ها بدون هیچ گونه محدودیتی قابل انجام است. به همین دلیل به سادگی و بدون نیاز به برنامه‌نویسی پیچیده با تعریف تعداد مناسب گره تحت آرایش دلخواه، یک مسئله بزرگ مجزاسازی می‌شود.

علاوه بر این موارد، انجام تحلیل پدیده نشت در حالت گذرا^۱ در روش المان محدود دشواری‌های زیادی را به همراه دارد، زیرا تغییر شبکه‌بندی و یا اضافه و کم کردن المان نیازمند تغییر در کل ساختار شبکه‌بندی مسئله می‌باشد. اما در روش بدون شبکه اضافه یا حذف کردن گره براحتی و بدون نیاز به تغییر در تعریف سایر گره‌ها ممکن می‌باشد. بنابراین انجام تحلیل نشت گذرا با استفاده از این روش بسیار ساده‌تر خواهد بود. با توجه به مطالب فوق، استفاده از روش‌های بدون شبکه مزیت‌های فراوانی دارند که سبب بر طرف شدن مشکلات مربوط به استفاده از روش المان محدود می‌شود و این مزایا استفاده از روش بدون شبکه را به جای روش المان محدود توجیه می‌کند. در این فصل از پایان نامه ابتدا فرمول‌بندی روش بدون شبکه (درونیابی نقطه‌ای به همراه سلول‌های ورونوی) جهت حل معادله جریان آب در خاک و تحلیل مشخصه پدیده نشت آب از زیر فونداسیون سازه هیدرولیکی ارائه شده است و سپس با استفاده از روش بدون شبکه و ترکیب آن با تئوری میدان تصادفی رویکردی عمومی که به موجب آن اثرات ناهمگنی ذاتی مصالح خاکی نیز لحاظ

¹ Transient

می‌گردد، تشریح شده است.

۳-۲- حل معادله جریان آب در خاک

در فصل دوم مطالعات مختلف برای حل معادله جریان آب در خاک مورد بررسی قرار گرفت. بر این اساس، معادله حاکم بر جریان آب در خاک در حالت دو بعدی همان معادله لاپلاس می باشد که برای حل این معادله سه روش کلی شامل روش‌های تحلیلی، روش تقریبی بر اساس رسم شبکه جریان و روش‌های عددی وجود دارد.

هر یک از روش‌های فوق دارای مزایا و معایبی هستند که با توجه به شرایط مسئله می‌توانند موجب کارایی یا عدم کارایی روش گردند. با این حال، از آنجایی که حل دقیق مسائل مهندسی عمران غالباً به مسائل با هندسه ساده محدود می‌شود، امروزه اغلب مسائل بصورت عددی حل می‌شوند. لذا، در این پژوهش برای حل معادله حرکت آب در خاک از روش بدون شبکه استفاده شده است. روش بدون شبکه یکی از قدرتمندترین روش‌ها برای آنالیز بسیاری از مسائل حوزه مهندسی می‌باشد. این روش برای آنالیز تنش و همچنین تحلیل مسائل مکانیکی، سازه‌ای، حرارتی، الکتریکی و شیمیایی کاربرد زیادی دارد [6]. ایده اصلی در این روش عددی این است که جسم یا محیط مورد مطالعه به گره‌هایی که توسط دامنه‌های تکیه‌گاهی به یکدیگر متصل و مرتبط می‌شوند، تقسیم می‌شود و یک پاسخ تقریبی از آن بدست می‌آید [6].

پس از بکارگیری روش گالرکین و استفاده از اصل باقی مانده‌ها می‌توان برای تحلیل تراوش و حل معادله لاپلاس با استفاده از روش بدون شبکه رابطه ۳-۱ را حل کرد و مقدار هد آب در هر گره و همچنین مقدار دبی خروجی در زیر سد انحرافی را به دست آورد:

$$K_C H = Q \quad (1-3)$$

در این رابطه، K_C ماتریس سختی کل مربوط به نفوذپذیری است. همچنین، H بردار مربوط به مقادیر هد در گره‌های شبکه مسئله و Q بردار مربوط به نرخ جریان خالص در گره‌های شبکه می‌باشد. ماتریس نفوذ

پذیری کل را می‌توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$K_C = \iint [B]^T [C] [B] dx dy \quad (2-3)$$

که در آن، ماتریس $[B]$ شامل مشتق توابع شکل می‌باشد که محاسبه آن بر اساس روش بدون شبکه درونیابی نقطه‌ای ترکیب شده با سلول‌های ورونویی در بخش بعد تشریح شده است. لازم به گفتن است که سلول ورونویی به ناحیه‌ای محدود از یک محیط بزرگتر گفته می‌شود که در این پایان نامه جهت مجزاسازی محیط و به منظور انجام عملیات هموارسازی مشتق هد هیدرولیکی در ساخت توابع شکل بکار گرفته شده‌اند. ماتریس $[C]$ نیز با در اختیار داشتن مقادیر مربوط به نفوذپذیری خاک در جهات افقی، K_x و عمودی، K_z از رابطه زیر تخمین می‌گردد:

$$[C] = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_z \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

موضوع مهمی که در روش‌های بدون شبکه جهت ایجاد فرم گسسته معادلات دیفرانسیل حاکم و پوشش دامنه مسئله مورد نظر مورد توجه می‌باشد، تولید توابع شکل درونیاب مناسب است. در بسیاری از روش‌های عددی نظیر اجزای محدود، برای درونیابی از کثیرالجمله‌ها به منزله‌ی توابع اساسی برای تشکیل توابع شکل استفاده می‌شود. در روش عددی اجزای محدود روند درونیابی بر اساس المان‌هایی است که بدون گسستگی و یا همپوشانی در همسایگی (مجاورت) یکدیگر قرار گرفته‌اند. حال آنکه در روش بدون شبکه درونیابی نقطه‌ای، درونیابی متغیر میدان (در اینجا هد آب) برای یک موقعیت دلخواه بر اساس دسته کوچکی از گره‌ها که در همسایگی موقعیت مورد نظر قرار گرفته‌اند و اصطلاحاً در داخل دامنه تکیه‌گاهی محلی نقطه مورد نظر قرار می‌گیرند، انجام می‌شود. لازم به گفتن است که این دامنه‌های تکیه‌گاهی می‌توانند با یکدیگر همپوشانی داشته باشند. در ادامه این فصل، ابتدا روش بدون شبکه درونیابی نقطه‌ای با توابع اساسی کثیرالجمله‌ای و شعاعی شرح داده می‌شود. همچنین، نحوه حل مسئله و معادله‌های لازم برای حل مسئله نشت آب در حالت دو بعدی با جزئیات ارائه شده است.

۳-۳- روش درونیابی نقطه‌ای

در این بخش با بهره‌گیری از اصول کلی روش‌های تحلیل نشت آب همراه با روش بدون شبکه‌ی درونیابی نقطه‌ای، راهکاری جدید برای تعیین هد آب گره‌ای و پیش‌بینی نرخ جریان عبوری در زیر سد در شرایط دو بعدی ارائه شده است. بر این اساس، با استفاده از روش بدون شبکه‌ی درونیابی نقطه‌ای به مجزاسازی میدان مربوط به هد آب پرداخته خواهد شد. برای این منظور، با در اختیار داشتن مقادیر هد آب در گره‌های مختلف، مقدار هد در هر موقعیت با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$h(x) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(x) h_i = \Phi(x) h_s \quad (۴-۳)$$

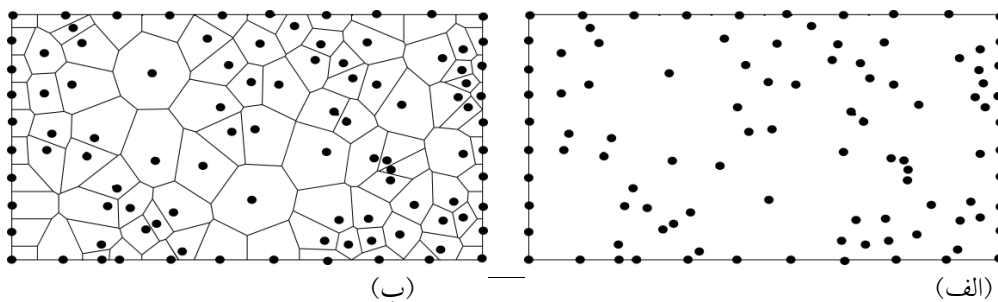
که در این رابطه، h_s ، $h(x)$ و $\Phi(x)$ به ترتیب بردار هد گره‌ای، هد آب در مختصات فضایی x و بردار توابع شکل می‌باشند. علاوه بر این، تعداد گره‌های موجود در دامنه‌ی تکیه‌گاهی محلی نقطه‌ی x می‌باشد.

نکته‌ای که در این قسمت شایان توجه است آن است که به علت آن‌که معادله ریاضی حاکم در تمامی نقاط دامنه مسئله مورد بررسی حل نمی‌شود و تنها به صورت متوسط در دامنه‌ی مساله ارضا شده است، نمی‌توان ادعا کرد که حل بدست آمده اکیداً صحیح است [42]. لذا استفاده از روشی که معادله حاکم بر مسئله را در تمامی نقاط دامنه ارضاء نماید ضروری به نظر می‌رسد. با توجه به این نقص روش انتگرال‌گیری گره‌ای با در نظر گرفتن سلول ورونویبی مربوط به هر گره به منظور دستیابی به حل دقیق، در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

چن و همکاران (Chen et al., 2001) روش پایدار کننده‌ای را در انتگرال‌گیری گره‌ای ارائه داده‌اند [43]. بر طبق این روش برای داشتن دقت خطی، علاوه بر فراهم نمودن قدرت بازتولید توابع اساسی قیود انتگرال نیز ارضا می‌گردند. بر این اساس تکنیک پایدار کننده‌ای را تحت عنوان تکنیک پایدار ساز با استفاده از هموارسازی کرنش ارائه کرده‌اند. در پژوهش حاضر، با بکارگیری رویکرد چن و همکاران [43] تلاش شده است تا هموارسازی هدهای گره‌ای در محدوده سلول‌های ورونویبی مربوطه صورت پذیرد. در این روش برای

پایدارسازی انتگرال گره‌ای، میانگین هد آب در محدوده اطراف یک گره (سلول ورونوی در برگرنده گره) جایگزین هد آب در آن گره می‌شود. علاوه بر این، برای جایگزینی انتگرال‌گیری بر روی مرز به جای انتگرال‌گیری سطحی یا حجمی از تئوری دیورژانس استفاده گردیده است.

بدین منظور دامنه مساله توسط نمودار ورونوی مطابق شکل ۳-۱ به یک سری سلول‌های ورونوی که با وجود پوشش تمامی دامنه مساله هیچگونه هم‌پوشانی با یکدیگر ندارند تقسیم بندی شده است. سپس فرض می‌شود که نرخ هد در هر سلول ورونوی مقدار ثابتی باشد یا به عبارت دیگر نرخ هد در محدوده هر سلول ورونوی هموار می‌شود.



شکل ۳-۱ الف) توزیع گره‌ها در محیط، ب) نمودار ورونوی

به طور خلاصه در روش انتگرال‌گیری گره‌ای با تعریف سلول ورونوی حول هر گره، کمیت هد آب هموار می‌شود. به عبارت دیگر با حل معادله حاکم بر مسئله جریان آب در زیر سد در هر گره، آن معادله در کل سلول ورونوی حول آن گره اعمال می‌شود. از آنجایی که کل محیط مورد بررسی به سلول‌های ورونوی پیوسته تفکیک شده است لذا کافی است که معادله لاپلاس مربوطه در تمامی گره‌ها ارضاء شود تا حل دقیقی برای هدهای گره‌ای مجهول و دبی آب خروجی بدست آید. بنابراین، رابطه ریاضی بصورت زیر برای هموارسازی هد آب بکار گرفته می‌شود [43]:

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} = \iint_{\Omega_L} \Psi \frac{\partial h}{\partial x_j} d\Omega_L \quad (5-3)$$

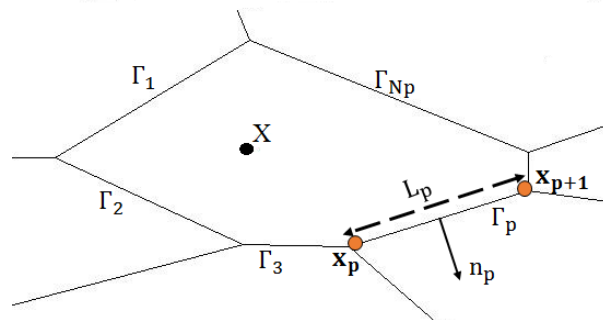
که در این رابطه، \tilde{h} ، Ψ و Ω_L به ترتیب هد آب هموار شده، تابع هموار کننده و دامنه سلول ورونوی می‌باشند. در تحقیق چن و همکاران تابع هموار کننده به صورت زیر ارائه شده است [43]:

$$\Psi = \begin{cases} \frac{1}{A_L} & x \in A_L \\ 0 & x \notin A_L \end{cases} \quad (6-3)$$

که در آن A_L سطح سلول ورونویی است. با استفاده از تابع هموارکننده بالا و با توجه به قضیه دیورژانس، انتگرال گیری روی سطح سلول ورونویی به مرزها منتقل می شود (کاهش یک مرتبه ای انتگرال) و نتیجتاً معادله (5-3) به صورت زیر ساده می شود:

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} = \frac{1}{A_L} \int_{\Gamma_L} h n_j d\Gamma \quad (7-3)$$

Γ_L مرز سلول ورونویی و n_j بردار واحد نرمال در جهت j می باشد، که در شکل (2-3) نشان داده شده اند. \mathbf{X}_P و \mathbf{X}_{P+1} به ترتیب مختصات نقاط ابتدا و انتهای هر مرز سلول ورونویی مربوط به گره X می باشند. L_P بردار واحد نرمال بر ضلع P می باشد.



شکل ۲-۳ نمایش سلول ورونویی نقطه X و بردار نرمال بر مرزهای آن

برای بدست آوردن فرم مجزا شده معادله بالا در سراسر دامنه، با در نظر گرفتن دامنه تکیه گاهی در اطراف گره مرکزی مربوط به هر سلول ورونویی، روابطی بین مشتق هموار شده هد آب و مقادیر هد گره ای از طریق جایگذاری رابطه (3-1) در رابطه (3-7) به صورت زیر بدست می آید:

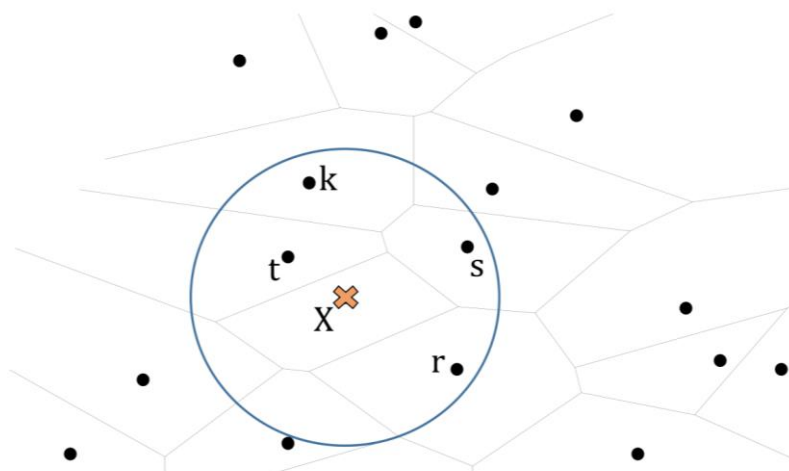
$$\frac{\partial h}{\partial x_j} = \sum_{z \in K} \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_z(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_z) n_j d\Gamma \quad (8-3)$$

با فرض اینکه s, r, t, k درون دامنه‌ی تکیه‌گاهی نقطه‌ی X قرار گرفته باشند (شکل ۳-۳)، معادله ۸-۳ به

ترتیب بصورت روابط زیر در دو راستای X و Z، نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial x} = & \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_s(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_s) n_x d\Gamma + \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_r(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_r) n_x d\Gamma + \\ & \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_t(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_t) n_x d\Gamma + \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_k(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_k) n_x d\Gamma \end{aligned} \quad (9-3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial y} = & \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_s(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_s) n_z d\Gamma + \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_r(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_r) n_z d\Gamma + \\ & \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_t(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_t) n_z d\Gamma + \frac{1}{A_L \Gamma_L} \int \Phi_k(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}_k) n_z d\Gamma \end{aligned} \quad (10-3)$$



شکل ۳-۳ تشکیل سلول ورونویی در اطراف نقطه X و دامنه تکیه‌گاهی آن

برای محاسبه انتگرال‌های بالا، از هر تکنیک انتگرال‌گیری عددی می‌توان استفاده کرد. در این پایان نامه با بکارگیری قانون انتگرال‌گیری دو نقطه‌ای دوزنقه [42] برای هر بخش از اضلاع سلول ورونویی در شکل 2-3 خواهیم داشت که:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial x} = & \frac{h}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_s(\mathbf{x}_p) n_x^p \frac{L_p}{2} + \Phi_s(\mathbf{x}_{p+1}) n_x^p \frac{L_p}{2}] + \\ & \frac{h}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_r(\mathbf{x}_p) n_x^p \frac{L_p}{2} + \Phi_r(\mathbf{x}_{p+1}) n_x^p \frac{L_p}{2}] + \\ & \frac{h}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_t(\mathbf{x}_p) n_x^p \frac{L_p}{2} + \Phi_t(\mathbf{x}_{p+1}) n_x^p \frac{L_p}{2}] + \\ & \frac{h}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_k(\mathbf{x}_p) n_x^p \frac{L_p}{2} + \Phi_k(\mathbf{x}_{p+1}) n_x^p \frac{L_p}{2}] \end{aligned} \quad (11-3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial y} = & \frac{h}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_s(\mathbf{x}_p) n_z^p \frac{L_p}{2} + \Phi_s(\mathbf{x}_{p+1}) n_z^p \frac{L_p}{2}] + \\ & \frac{h}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_r(\mathbf{x}_p) n_z^p \frac{L_p}{2} + \Phi_r(\mathbf{x}_{p+1}) n_z^p \frac{L_p}{2}] + \\ & \frac{h}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_t(\mathbf{x}_p) n_z^p \frac{L_p}{2} + \Phi_t(\mathbf{x}_{p+1}) n_z^p \frac{L_p}{2}] + \\ & \frac{h}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_k(\mathbf{x}_p) n_z^p \frac{L_p}{2} + \Phi_k(\mathbf{x}_{p+1}) n_z^p \frac{L_p}{2}] \end{aligned} \quad (12-3)$$

که در آن، N_p تعداد کل اضلاع سلول ورونویی احاطه کننده گره دلخواه \mathbf{X}_p می‌باشد. سایر پارامترها در معادلات بالا نیز قبلاً تعریف شده‌اند.

با نوشتن معادلات ۱۱-۳ و ۱۲-۳ برای تمام گره‌های موجود در دامنه‌ی تکیه‌گاهی نقطه‌ی X (مثلاً N گره)، فرم کلی ماتریسی زیر بدست خواهد آمد:

$$\mathbf{B}^i \times h^i = \mathbf{C} \quad (13-3)$$

که در آن:

$$\mathbf{B}^i = \begin{bmatrix} B_{1,s} & B_{1,r} & B_{1,t} & B_{1,k} & \dots & B_{1,N} \\ B_{2,s} & B_{2,r} & B_{2,t} & B_{2,k} & \dots & B_{2,N} \end{bmatrix} \quad (14-3)$$

$$h^i = [h_s \quad h_r \quad h_t \quad h_k \quad \dots \quad h_N]^T \quad (15-3)$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (16-3)$$

$$B_{1,N} = \frac{1}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_N(\mathbf{x}_p) n_x^p \frac{L_p}{2} + \Phi_N(\mathbf{x}_{p+1}) n_x^p \frac{L_p}{2}] \quad (17-3)$$

$$B_{2,N} = \frac{1}{A_L} \sum_{p=1}^{N_p} [\Phi_N(\mathbf{x}_p) n_y^p \frac{L_p}{2} + \Phi_N(\mathbf{x}_{p+1}) n_y^p \frac{L_p}{2}] \quad (18-3)$$

با در اختیار داشتن ماتریس **B** و معلوم بودن ماتریس نفوذپذیری **C**، بر اساس معادله ۲-۳ ماتریس سختی محلی برای یک گره تعیین می‌گردد. پس از آن، با ایجاد یک ماتریس سختی عمومی طی تکرار گام‌های بالا برای تمامی گره‌های پراکنده در محیط مسئله و اسمبل کردن ماتریس سختی عمومی بر اساس ماتریس‌های سختی محلی، اقدام به حل کامل مسئله نموده و مقدار هد آب در هر گره و همچنین مقدار دبی خروجی از پائین دست سد محاسبه می‌شوند.

پس از تعیین ماتریس **B** و محاسبه ماتریس سختی کل مطابق با معادله ۲-۳، مقادیر هد آب در نقاط مختلف شبکه و دبی خروجی از پائین دست سد به راحتی و بر اساس فرمول‌بندی که در زیر ذکر شده است، بدست می‌آید. لازم به گفتن است که در موقعیت‌هایی که هد آب معلوم باشد، دبی مجهول بوده و بایستی تعیین شود و بالعکس. بر این اساس، ماتریس عمومی سختی به نحوی اسمبل می‌شود که ابتدا بتوانیم مقادیر هد آب در تمامی گره‌های محیط مسئله را تعیین نماییم. سپس، با داشتن تمامی هدها، به آسانی دبی آب خروجی از پائین دست سد حاصل می‌گردد.

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{11}]_{L*L} & [K_{12}]_{L*D} \\ [K_{12}]^T & [K_{22}]_{D*D} \end{bmatrix}_{(L+D)*(L+D)} \times \begin{Bmatrix} h_{Unknown} \\ h_{Known} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{Known} \\ Q_{Unknown} \end{Bmatrix} \quad (19-3)$$

که در آن، بردارهای h_{known} و $h_{unknown}$ به ترتیب حاوی هدهای گره‌ای معلوم و مجهول هستند. لازم به گفتن است که آرایش و ترتیب سطرها و ستون‌های ماتریس عمومی سختی، K ، متناسب با آرایش بردار هدها تغییر داده می‌شود. لذا، ماتریس‌هایی با ابعاد کوچکتر شامل K_{11} ، K_{12} ، و K_{22} بوجود می‌آیند که به فهم ساده‌تر حل مسئله کمک می‌نماید. لازم به گفتن است که مقادیر L و D به ترتیب معرف تعداد گره‌هایی هستند که مقدار هد در آن‌ها مجهول (L) و معلوم (D) است.

با این حال مهمترین موضوع در این بخش محاسبه توابع شکل مناسب است تا بتوانیم ماتریس B را تولید نمائیم. نحوه تعیین توابع شکل با استفاده از روش بدون شبکه درونیابی نقطه‌ای در بخش بعد تشریح شده است.

۳-۴- توليد توابع شکل در روش درونیابی نقطه‌ای

۳-۴-۱- توابع شکل با استفاده از کثیرالجمله‌ای‌ها^۱ (PIM)

روش درونیابی نقطه‌ای از جمله روش‌های بدون شبکه می‌باشد که در آن برای نمایش تابع تقریب از فرم سری محدود استفاده می‌شود. تابع اسکالر دلخواه $u(x)$ را در دامنه Ω که توسط دسته‌ای از گره‌های پراکنده ایجاد شده است، در نظر می‌گیریم. روش درونیابی نقطه‌ای تابع $u(x)$ را در نقطه مورد نظر x را به صورت زیر تقریب می‌زند:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^m F_i(x) a_i \quad (20-3)$$

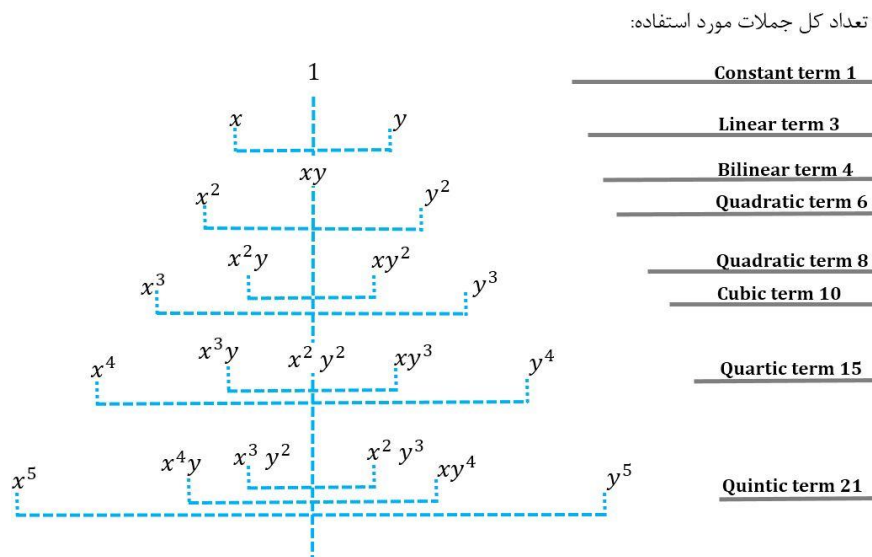
که در این رابطه $u^h(x)$ تابع تقریب برای $u(x)$ ، $F_i(x)$ تابع اساسی در مختصات فضایی $x^T = [x, y]$ ، m تعداد توابع اساسی و a_i ضریب مرتبط با تابع اساسی می‌باشند. در روش درونیابی نقطه‌ای با استفاده از

^۱ Point Interpolation Method

کثیرالجمله‌ای‌ها، توابع اساسی به صورت کثیرالجمله‌ای در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین رابطه (3-20) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m p_i(\mathbf{x}) a_i = \underbrace{\{p_1(\mathbf{x}) \ p_2(\mathbf{x}) \ \dots \ p_m(\mathbf{x})\}}_{\mathbf{p}^T} \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{Bmatrix} = \mathbf{P}^T \mathbf{a} \quad (21-3)$$

که در آن $p_i(\mathbf{x})$ یک تک جمله‌ای از تابع اساسی کثیرالجمله‌ای در مختصات فضایی \mathbf{x} می‌باشد که از مثلث پاسکال (شکل 3-4) بدست می‌آید. لازم به گفتن است که در این پایان نامه تنها سه جمله نخست (یعنی: 1, x, y) به عنوان توابع اساسی چندجمله‌ای انتخاب شده‌اند.



شکل 3-4 مثلث پاسکال برای تک جمله‌ای‌ها در فضای دو بعدی [6]

جهت تعیین ضرایب a_i ، دامنه‌ای تکیه‌گاهی در اطراف نقطه مورد نظر که شامل n (یا N) گره می‌باشد در نظر گرفته می‌شود. باید توجه داشت که در روش درونیابی نقطه‌ای مرسوم، تعداد گره‌ها در دامنه تکیه‌گاهی باید با تعداد توابع شکل برابر باشد ($N=m$). با در نظر گرفتن این امر که مقدار تابع $u(\mathbf{x})$ در N گره دامنه تکیه‌گاهی باید با مقادیر گره‌ای برابر شود، داریم:

$$\begin{cases} u_1 = \sum_{i=1}^m a_i p_i(\mathbf{x}_1) = a_1 + a_2 x_1 + a_3 y_1 + \dots + a_m p_m(\mathbf{x}_1) \\ u_2 = \sum_{i=1}^m a_i p_i(\mathbf{x}_2) = a_1 + a_2 x_2 + a_3 y_2 + \dots + a_m p_m(\mathbf{x}_2) \\ \vdots \\ u_n = \sum_{i=1}^m a_i p_i(\mathbf{x}_n) = a_1 + a_2 x_n + a_3 y_n + \dots + a_m p_m(\mathbf{x}_n) \end{cases} \quad (22-3)$$

که می توان در فرم ماتریسی به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{U}_S = \mathbf{P}_Q \mathbf{a} \quad (23-3)$$

که:

$$\mathbf{U}_S = \{u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \dots \quad u_n\}^T \quad (24-3)$$

بردار مقادیر گره‌ای تابع $u(x)$ و

$$\mathbf{a} = \{a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad a_n\}^T \quad (25-3)$$

بردار ضرایب مجهول و

$$\mathbf{P}_Q = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 & \dots & p_m(\mathbf{x}_1) \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 & \dots & p_m(\mathbf{x}_2) \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 & \dots & p_m(\mathbf{x}_3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n y_n & \dots & p_m(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad (26-3)$$

ماتریس گشتاور می باشند. با توجه به اینکه در روش درون‌یابی نقطه‌ای $n=m$ (یا $N=m$) می باشد، ماتریس

\mathbf{P}_Q یک ماتریس مربعی است. با فرض وارون‌پذیر بودن ماتریس گشتاور از حل معادله (23-3) داریم:

$$\mathbf{a} = \mathbf{P}_Q^{-1} \mathbf{U}_S \quad (27-3)$$

قابل ذکر است که ضرایب a مقادیری ثابت هستند و تا زمانی که گره‌های موجود در دامنه تکیه‌گاهی

نقطه‌ای مانند x تغییر نکنند، مقدار آن‌ها ثابت خواهد ماند. از جایگذاری رابطه (27-3) در رابطه (21-3)

داریم:

$$u^h(\mathbf{x}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}_Q^{-1}\mathbf{U}_S = \Phi^T(\mathbf{x})\mathbf{U}_S \quad (28-3)$$

که $\Phi(\mathbf{x})$ بردار توابع شکل است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi^T(\mathbf{x}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}_Q^{-1} = \{\phi_1(\mathbf{x}) \quad \phi_2(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \phi_n(\mathbf{x})\} \quad (29-3)$$

نکته مهمی که باید به آن توجه داشت این است که توابع شکل $\phi_i(\mathbf{x})$ تا زمانی که توسط گره‌های موجود در دامنه تکیه‌گاهی ساخته می‌شوند مربوط به آن دامنه تکیه‌گاهی می‌باشند. علاوه بر این، همانگونه که ملاحظه شد در ساخت توابع شکل با روش درونیابی نقطه‌ای هیچگونه تابع وزنی مورد استفاده قرار نمی‌گیرد یا به عبارت دیگر توابع وزن واحد هستند.

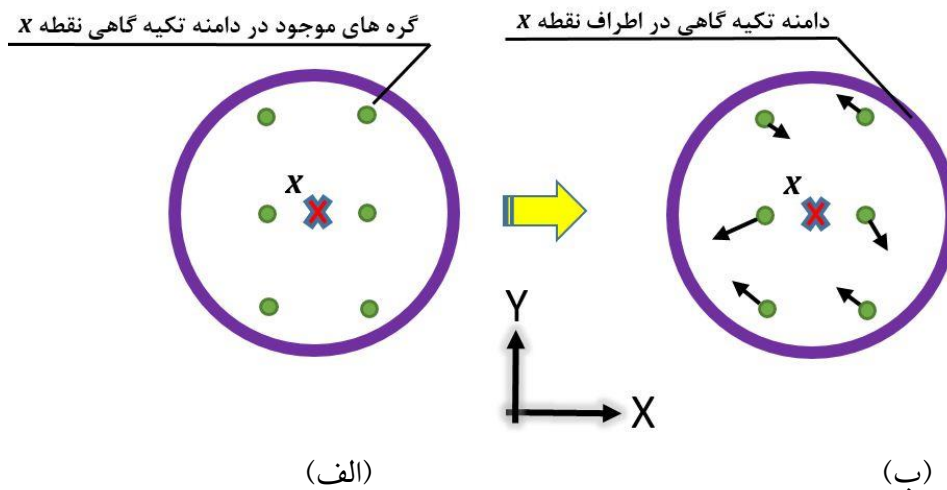
با فرض وارون‌پذیر بودن ماتریس \mathbf{P}_Q ، توابع شکل به راحتی محاسبه شده و با استفاده از فرمولبندی ارائه شده ماتریس سختی نفوذپذیری بدست آمده و نهایتاً مقادیر هد هیدرولیکی گره‌ها و دبی خروجی سیستم حاصل می‌شوند. مسئله مهمی که در اثر چینش نامناسب گره‌ها یا انتخاب نامناسب تک جمله‌ای‌های توابع اساسی ممکن است با آن مواجه شویم، منفرد شدن ماتریس گشتاور است [44]. روش‌های جلوگیری از منفرد^۱ شدن ماتریس گشتاور در ادامه تشریح شده‌اند:

□ تغییر مکان کوچک اتفاقی برای نقاط موجود در تکیه‌گاه:

در مواردی چینش مرتب و یکنواخت نقاط در دامنه مساله موجب منفرد شدن ماتریس گشتاور می‌گردد. از این رو یکی از راهکارهایی که جهت خارج ساختن ماتریس گشتاور از انفراد مطرح می‌باشد T این است که مطابق شکل (3-5) گره‌های موجود در دامنه تکیه‌گاهی به صورت اتفاقی و به میزان جزئی جابجا شود.

^۱Singular

متاسفانه این روش کارآمد نمی‌باشد و در بسیاری از موارد با وجود جابجایی گره‌ها، ماتریس گشتاور همچنان منفرد باقی می‌ماند.



شکل ۳-۵ (الف) چینش منظم ۶ گره، (ب) جابجایی اتفاقی گره‌ها

□ استفاده از توابع اساسی شعاعی:

یکی از راهکارهای کارآمد در جلوگیری از انفراد ماتریس گشتاور، استفاده از توابع شعاعی به عنوان توابع اساسی تولید کننده توابع شکل می‌باشد. با استفاده از قضایای ریاضی اثبات می‌گردد که استفاده از توابع شعاعی به عنوان توابع اساسی موجب می‌شود که ماتریس گشتاور همیشه وارون‌پذیر باشد. به عبارت دیگر روش درونیابی نقطه‌ای همواره همگرا می‌گردد.

۳-۴-۲- توابع شکل با استفاده از توابع اساسی شعاعی^۱ (RBPIM)

همان‌طور که قبلاً اشاره شد یکی از کارآمدترین روش‌ها برای جلوگیری از منفرد شده ماتریس گشتاور

^۱ Radial Basis Point Interpolation Method

استفاده از توابع شعاعی به عنوان توابع اساسی می‌باشد. لذا رابطه (۳-۲۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n R_i(\mathbf{x}) a_i = \mathbf{R}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a} \quad (30-3)$$

که $R_i(x)$ تک جمله‌ای تابع اساسی شعاعی می‌باشد. در تابع شعاعی $R_i(x)$ تنها متغیر فاصله r_i (فاصله بین دو مختصات فضایی \mathbf{x} و \mathbf{x}_i) می‌باشد. بطوریکه در مسائل دو بعدی داریم:

$$r = \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (31-3)$$

جهت انجام تحلیل، توابع شعاعی مختلفی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرند که به تعدادی از آن‌ها در جدول (۳-۱) اشاره شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تشکیل این توابع نیازمند تعیین پارامترهای مجهولی تحت عنوان پارامترهای شکل^۱ می‌باشد. بهترین مقدار برای این پارامترها براساس نوع مساله تعیین می‌شود و نیازمند انجام تست‌های عددی است.

جدول ۳-۱ مثال‌هایی از انواع توابع شعاعی

نام	توصیف ریاضی	پارامترهای شکل
Multiquadratics (MQ)	$R_i(x, y) = (r_i^2 + C^2)^q = \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + C^2 \right]^q$	c, q
Gaussian (EXP)	$R_i(x, y) = \exp(-Cr_i^2) = \exp\left\{-C\left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2\right]\right\}$	C
Thin plate spline (TPS)	$R_i(x, y) = r_i^\eta = \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \right]^\eta$	η
Logarithmic RBF	$R_i(x, y) = r_i^\eta \log r_i$	η

با توجه به معادله (۳-۲۷) برای بردار $\mathbf{R}(\mathbf{x})$ داریم:

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{x}) = \left[R_1(\mathbf{x}) \quad R_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad R_n(\mathbf{x}) \right] \quad (32-3)$$

^۱ Shape Parameters

می‌توان بوسیله ارضا معادله (۳-۲۷) در n گره‌ای که در دامنه تکیه‌گاهی نقطه x قرار گرفته‌اند، ضرایب مجهول a_i را تعیین نمود. در این صورت خواهیم داشت:

$$u_k = u(x_k, y_k) = \sum_{i=1}^n a_i R_i(x_k, y_k) = \sum_{i=1}^n a_i R_i(r_k) \quad (33-3)$$

که در آن:

$$r_k = \left[(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (34-3)$$

و با توجه به اینکه فاصله بین دو نقطه به جهت حرکت وابسته نیست، داریم:

$$R_i(r_j) = R_j(r_i) \quad (35-3)$$

رابطه (۳-۳۰) را می‌توان در فرم ماتریسی به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{U}_S = \mathbf{R}_Q \mathbf{a} \quad (36-3)$$

که \mathbf{U}_S بردار مقادیر گره‌ای و \mathbf{R}_Q به صورت

$$\mathbf{R}_Q = \begin{bmatrix} R_1(r_1) & R_2(r_1) & \cdots & R_n(r_1) \\ R_1(r_2) & R_2(r_2) & \cdots & R_n(r_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_1(r_n) & R_2(r_n) & \cdots & R_n(r_n) \end{bmatrix} \quad (37-3)$$

است، که با توجه به رابطه (۳-۳۲) ماتریس \mathbf{R}_Q ماتریسی متقارن می‌باشد.

از رابطه (۳-۳۳) داریم:

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}_Q^{-1} \mathbf{U}_S \quad (38-3)$$

از جایگذاری معادله (۳-۳۵) در معادله (۳-۲۷) داریم:

$$u^h(\mathbf{x}) = \mathbf{R}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}_Q^{-1} \mathbf{U}_S \quad (39-3)$$

یا به عبارت دیگر

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{x}) &= [\mathbf{R}_1(\mathbf{x}) \quad \mathbf{R}_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \mathbf{R}_k(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \mathbf{R}_n(\mathbf{x})] \mathbf{R}_Q^{-1} \\ &= [\phi_1(\mathbf{x}) \quad \phi_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \phi_k(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \phi_n(\mathbf{x})]\end{aligned}\quad (40-3)$$

یا می توان نوشت :

$$\phi_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i(\mathbf{x}) S_{ik}^a \quad (41-3)$$

که S_{ik}^a المان (i,k) ام در ماتریس \mathbf{R}^{-1}_Q می باشد که برای n گره موجود در دامنه تکیه گاه نقطه \mathbf{x} ، ماتریسی با مقادیر ثابت است.

همانطور که در جدول ۱-۳ بیان شده است، توابع شعاعی متنوعی به عنوان توابع اساسی جهت ساخت توابع شکل استفاده می شوند. در این پایان نامه توابع شعاعی مولتی-کوادراتیک بصورت زیر استفاده شده است:

$$\mathbf{R}_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (r_i^2 + C^2)^q = \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + C^2 \right]^q \quad (42-3)$$

در رابطه فوق دو پارامتر شکل $(C$ و $q)$ وجود دارند که باید برای مسائل مختلف مقدار بهینه آنها تعیین شود. در این مطالعه، جهت انجام تحلیل با انجام تست های عددی، مقادیر C و q به ترتیب برابر با ۱.۴۲ و ۱.۲۶ در نظر گرفته شده است. همچنین برای تقویت توابع شعاعی، توابع کثیرال جمله ای تا مرتبه یک (یعنی $(1, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ اتخاذ شده اند.

همان طور که قبلاً اشاره شد ماتریس گشتاور در روش RBPIM همیشه وارون پذیر است. اثبات این مطلب توسط قضایای ریاضی و تعریف توابع و ماتریس های معین مثبت امکان پذیر است. وارون پذیری بی قید و شرط ماتریس گشتاور مهمترین مزیت استفاده از توابع شعاعی بجای کثیرال جمله ای ها می باشد. همچنین، لازم به ذکر است که توابع شکل که توسط RBPIM ساخته می شوند نیز وابسته به دامنه تکیه گاهی هستند.

بیان گردید که استفاده از توابع اساسی شعاعی مشکل وارون پذیر نبودن ماتریس گشتاور را حل می کند و روشی پایدار و انعطاف پذیر را برای هرگونه آرایش گره ای پدید می آورد. همچنین گسترش روش RBPIM برای مسائل سه بعدی با توجه به اینکه صرفاً تابع یک متغیر شعاعی (r) می باشد ساده تر است. از طرفی روش

RBPIM معایبی نیز دارد که از جمله آن‌ها دقت کمتر نسبت به روش PBPIM، نیازمندی به تعیین مقادیر اولیه برای پارامترهای شکل و هزینه بالاتر محاسباتی می‌باشد.

همان‌طور که اشاره شد روش RBPIM از عدم وجود سازگاری و دقت کمتر نسبت به روش PBPIM رنج می‌برد. برای برطرف نمودن این موضوع و همچنین بهره‌گیری مطلوب از ویژگی‌های مثبت توابع شکل شعاعی، می‌توان روش RBPIM را بوسیله اضافه کردن عبارت‌های کثیرالجمله‌ای تا مرتبه دلخواه به عنوان توابع اساسی، تقویت نمود (یعنی تولید توابع شکل با ترکیب توابع شعاعی اساسی و کثیرالجمله‌ای‌ها). در این صورت به جای رابطه (۳-۲۷) خواهیم داشت:

$$u(\mathbf{x}) = \sum_i^n R_i(\mathbf{x})a_i + \sum_j^m p_j(\mathbf{x})b_j = \mathbf{R}^T(\mathbf{x})\mathbf{a} + \mathbf{P}^T(\mathbf{x})\mathbf{b} \quad (۳-۴۳)$$

که در این رابطه R_i و P_j به ترتیب توابع اساسی شعاعی و کثیرالجمله‌ای از \mathbf{x} ، n تعداد نقاط گره‌ای در دامنه تکیه‌گاهی محلی نقطه \mathbf{x} ، m تعداد عبارت‌های کثیرالجمله‌ای مورد استفاده به عنوان توابع اساسی، و a_i و b_j به ترتیب ضرائب مرتبط با R_i و P_j می‌باشند. در فرم برداری خواهیم داشت:

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}) = [R_1(\mathbf{x}) \ R_2(\mathbf{x}) \ R_3(\mathbf{x}) \ \dots \ R_n(\mathbf{x})]^T \quad (۳-۴۴)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}) = [p_1(\mathbf{x}) \ p_2(\mathbf{x}) \ p_3(\mathbf{x}) \ \dots \ p_m(\mathbf{x})]^T \quad (۳-۴۵)$$

$$\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_n]^T \quad (۳-۴۶)$$

$$\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ b_3 \ \dots \ b_m]^T \quad (۳-۴۷)$$

برای تعیین مقادیر a_i و b_j نیاز به $m+n$ معادله می‌باشد. بردارهای \mathbf{a} و \mathbf{b} از طریق اعمال مقادیر گره‌ای بر تابع $u(\mathbf{x})$ تولید می‌شود. برای این منظور، روند اثبات طولانی و سرراست در مطالعه Liu [6] ارائه شده است. نهایتاً خواهیم داشت:

$$\Phi(x) = [\phi_1(x) \quad \phi_2(x) \quad \phi_3(x) \quad \dots \quad \phi_N(x)] \quad (48-3)$$

که شامل بردار توابع شکل (ترکیبی از توابع شکل شعاعی و چندجمله‌ای) برای n (یا N) گره‌ی موجود در دامنه تکیه‌گاهی نقطه‌ی x می‌باشد و بصورت زیر تعیین می‌گردد:

$$\phi_k(x) = \sum_{i=1}^N R_i(x) S_{aik} + \sum_{j=1}^N P_j(x) S_{bjk} \quad (49-3)$$

که در آن، S_{aik} و S_{bjk} به ترتیب درایه‌ی (i, k) و (j, k) از ماتریس‌های S_a و S_b می‌باشند که بصورت رابطه‌ی ریاضی زیر تعیین می‌شوند:

$$S_a = R_M^{-1} - R_M^{-1} P_M S_b \quad (50-3)$$

$$S_b = (P_M^T R_M^{-1} P_M)^{-1} P_M^T R_M^{-1} \quad (51-3)$$

هر سطر از ماتریس‌های گشتاور R_M و P_M به ترتیب شامل بردارهای سطری $R(x_i)$ و $P(x_i)$ می‌باشند که از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$R(x) = [R_1(x) \quad R_2(x) \quad \dots \quad R_k(x) \quad \dots \quad R_N(x)] \quad (52-3)$$

$$P(x) = [P_1(x) \quad P_2(x) \quad P_3(x) \quad \dots \quad P_m(x)] \quad (53-3)$$

که در این رابطه، R_i و P_j به ترتیب توابع اساسی شعاعی و کثیرالجمله‌ای از x ، N تعداد نقاط گره‌ای در دامنه تکیه‌گاهی محلی نقطه x ، m تعداد عبارت‌های کثیرالجمله‌ای مورد استفاده به عنوان توابع اساسی می‌باشند (در این تحقیق سه جمله اول استفاده شده است). x معرف مختصات مکانی در فضای دو بعدی است که شامل مختصات افقی و قائم است (یعنی، $x = [x, z]$).

با توجه به توضیحات فوق، فرمول بندی مجزا شده برای حل مسئله تراوش آب از زیر سد بوسیله ترکیب روش بدون شبکه درونیابی نقطه‌ای با توابع اساسی شعاعی به همراه اعمال تکنیک هموارسازی هد آب در

سطح سلول ورونوبی پوشش دهنده هر گره حاصل می‌گردد.

۳-۵- توسعه مدل عددی احتمالاتی به کمک گسسته‌سازی میدان تصادفی

به منظور انجام تحلیل‌های عددی احتمالاتی، در قالب ترکیب روش بدون شبکه درونیابی شعاعی و تئوری میدان تصادفی، با استفاده از کدنویسی در نرم افزار MATLAB یک تابع توزیع تصادفی لگاریتم نرمال از ضریب نفوذ پذیری خاک تولید گردید. روش کار بدین شرح می‌باشد که در هر سلول ورونوبی (که بوسیله یک گره مشخص می‌شود) با در نظر گرفتن مقدار میانگین پارامتر نفوذپذیری و همچنین انحراف معیار که از روی ضریب تغییرات مفروض و میانگین تعیین می‌گردد، ویژگی نفوذ پذیری بطور تصادفی توزیع می‌شود. علاوه بر این، تغییر پذیری فضایی پارامتر نفوذپذیری از یک سلول ورونوبی به سلول مجاور خود بایستی دارای یک همبستگی فضایی با طول مشخص باشد. با توجه به حساسیت و تاثیرپذیری بالای آبگذری هر گره (یا سلول ورونوبی) به نفوذپذیری آن گره و گره‌های مجاور و تغییر مداوم مسیر جریان در اثر تغییرات ضریب نفوذپذیری در سلول‌های مجاور، در نظر نگرفتن پارامتر طول همبستگی می‌تواند منجر به طولانی تر شدن خطوط جریان و در نتیجه کاهش دبی آب عبوری گردد. این موضوع در تحلیل‌های با ضریب تغییرات بزرگتر، بیشتر مشهود است.

در این پژوهش برای توصیف ضریب نفوذپذیری از توزیع لگاریتم نرمال استفاده شده است که با توجه به غیرمنفی بودن این کمیت به نظر می‌رسد توزیع مناسبی باشد. مطالعاتی که توسط پژوهشگران به منظور اندازه گیری ضریب نفوذپذیری انجام شده است حاکی از آن است که فرض توزیع لگاریتم-نرمال برای این کمیت منطقی و نزدیک به شرایط واقعی و نتایج میدانی می‌باشد [45 , 46].

۳-۵-۱- روش تجزیه ماتریس کوواریانس

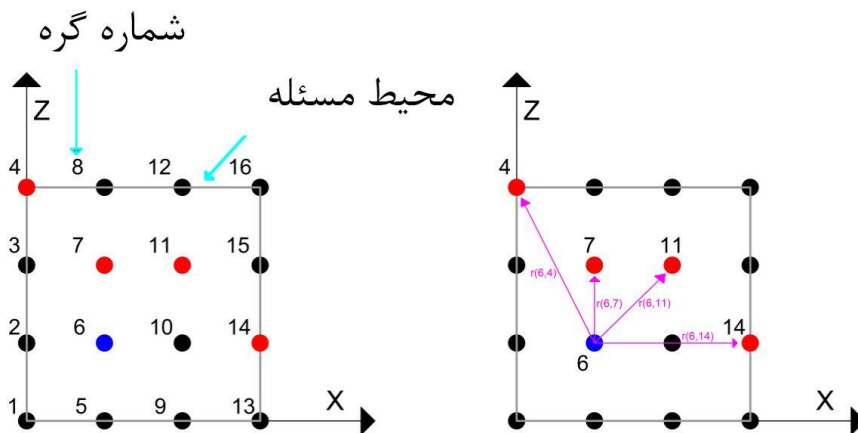
جهت گسسته‌سازی میدان تصادفی نیاز به تعیین نقاط مشخص گسسته می‌باشد. روش‌های متنوعی برای

گسسته‌سازی میدان تصادفی وجود دارد که از میان آن‌ها می‌توان به روش‌های انتقال میانگین، تجزیه ماتریس کوواریانس، انتقال گسسته فوریه و روش تقسیم میانگین محلی اشاره کرد. در این تحقیق از روش تجزیه ماتریس کوواریانس مطابق گام‌های محاسباتی زیر برای شبیه‌سازی تغییرات مکانی پارامتر نفوذپذیری خاک استفاده شده است:

- (۱) تولید فرآیند تصادفی نرمال Z_K با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ برای پارامتر نفوذپذیری خاک.
- (۲) ساخت ماتریس همبستگی ρ . بدین منظور با استفاده از رابطه‌ی ۲-۲۱ میزان همبستگی میان هر جفت از گره‌های موجود در دامنه‌ی مسئله تعیین می‌گردد. برای درک بهتر این موضوع، مثالی با ابعاد کوچک مطابق شکل ۳-۶ در نظر گرفته شده است و ماتریس همبستگی مکانی بصورت زیر شکل می‌گیرد:

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & \dots & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & 1 & \dots & \dots & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & & & & \dots \\ \dots & \dots & & 1 & & \dots \\ \dots & \dots & & \dots & & \dots \\ r_{1n} & r_{2n} & \dots & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}_{N_G \times N_G} \quad (16 \times 16) \quad (54-3)$$

که N_G تعداد کل گره‌ها در مدل محاسباتی می‌باشد.



شکل ۳-۶ توزیع گره‌ها در روش بدون شبکه و نحوه محاسبه تابع همبستگی جهت تعیین مقادیر نفوذپذیری در هر موقعیت

- (۳) اعمال تکنیک تجزیه ی چولسکی [40]. بدین ترتیب می‌توان ماتریس پایین مثلثی S را به گونه‌ای یافت

که معادله‌ی زیر ارضاء گردد: $SS^T = \rho$

۴) در این گام، تجزیه‌ی میدان‌های تصادفی پیوسته به میدان‌های تصادفی گسسته صورت می‌گیرد. بنابراین، محاسبه فرآیند تصادفی G بر اساس تابع توزیع نرمال استاندارد (در گام ۱) و ماتریس پائین مثلثی S (در گام ۳) بصورت زیر خواهد بود:

$$G_K = SZ_K \quad (55-3)$$

۵) تولید میدان تصادفی نهایی نفوذپذیری برای اعمال در مدل بدون شبکه در این مرحله صورت می‌پذیرد. لازم به ذکر است که مقادیر نفوذپذیری در جهات افقی و قائم یکسان فرض شده‌اند. لذا، با در اختیار داشتن مقادیر میانگین و انحراف معیار برای پارامتر نفوذپذیری می‌توان واقع‌سازی مربوط به آن را بصورت زیر تعیین کرد:

$$K_x(\mathbf{x}) = K_z(\mathbf{x}) = K(\mathbf{x}) = \exp(\mu_{\ln(K)}(\mathbf{x}) + \sigma_{\ln(K)}(\mathbf{x}) G_K(\mathbf{x})) \quad (56-3)$$

که در آن،

$$\sigma_{\ln(K)}^2 = \ln(1 + (\frac{\sigma_K}{\mu_K})^2) \quad (57-3)$$

$$\mu_{\ln(K)} = \ln(\mu_K) - 0.5(\sigma_{\ln(K)}^2) \quad (58-3)$$

قابل ذکر است که میدان تصادفی تشریح شده در معادلات بالا با فرض استفاده از متغیر تصادفی لگاریتم-نرمال در ورودی مسئله (برای شبیه‌سازی نفوذپذیری) درست می‌باشند.

۳-۵-۲- روش احتمالاتی مونت کارلو

در واقعی‌سازی میدان‌های ضریب نفوذپذیری خاک مشاهده می‌شود که با تغییر مقدار نفوذپذیری در هر گره (یا سلول ورونویی) پس از هر مرحله واقعی‌سازی، پاسخ تحلیل عددی که در این پژوهش میزان آبگذری

از زیر پی (یا همان دبی آب خروجی) می‌باشد نیز دستخوش تغییر می‌شود. لذا نتایج حاصل از یک تحلیل نمی‌تواند ملاک تصمیم‌گیری باشد و به تنهایی مورد استفاده قرار گیرد. از این رو، برای حصول نتایج واقعی‌تر از تعداد زیادی شبیه‌سازی عددی بر اساس روش احتمالاتی مونت کارلو استفاده شده است. شبیه‌سازی مونت کارلو ابزاری قدرتمند است که برای تمام مسائل خطی و غیرخطی کاربرد دارد، لیکن برای یک نتیجه قابل اطمینان از پاسخ خروجی سیستم (در اینجا دبی آب عبوری از زیر سد) مستلزم تعداد زیادی واقعی‌سازی میدان تصادفی (در اینجا ضریب نفوذپذیری خاک) می‌باشد. بکارگیری این روش بسیار ساده است و چنانچه واقعی‌سازی‌ها به تعداد کافی صورت گیرند، نتایج آن‌ها به واقعیت نزدیک‌تر خواهد بود.

فصل چهارم: ارائه و تفسیر نتایج حاصل از

شبیه‌سازی‌های عددی

۴-۱- مقدمه

در فصل‌های قبل ابتدا مبانی پدیده نشت آب در محیط‌های خاکی، مفاهیم تئوری احتمالات، نظریه میدان تصادفی و روش‌های بدون المان بیان گردید، سپس صورت مسئله و روش عددی توسعه داده شده برای حل آن تبیین شد. در این فصل، ابتدا جهت اثبات صحت عملکرد و دقت روش احتمالاتی بدون شبکه ارائه شده، نشت آب از زیر فونداسیون دو سازه هیدرولیکی با هندسه‌های متفاوت محاسبه شده است و نتایج آن با کارهای پژوهشی قبلی مقایسه شده است. در ادامه، موضوع اصلی پایان‌نامه که تحلیل احتمالاتی پدیده نشت آب از زیر فونداسیون سازه هیدرولیکی نگهدارنده آب است، مورد مطالعه قرار گرفته است. تحلیل پارامتریک به ازای مقادیر مختلف ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری و چند طول همبستگی مکانی (از مقادیر کوچک تا بزرگ) در این بخش ارائه شده است.

بطور کلی نتیجه‌گیری و تحلیل‌های صورت گرفته در چهار مرحله قابل بررسی می‌باشد. ابتدا مرحله صحت سنجی دقت حل روش عددی بدون شبکه که در این پژوهش توسعه داده شده است. در مرحله بعد، به بررسی شبیه‌سازی‌های مونت کارلو پرداخته می‌شود. در این مرحله خروجی‌ها به تعدادی که برای حصول همگرایی کافی باشد، تولید شده و میانگین آن‌ها به عنوان پاسخ در مراحل بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در دو مرحله بعد طبق هدف این پژوهش تأثیر پارامترهای ضریب تغییرات و طول همبستگی به طور جامع مورد بررسی قرار می‌گیرد.

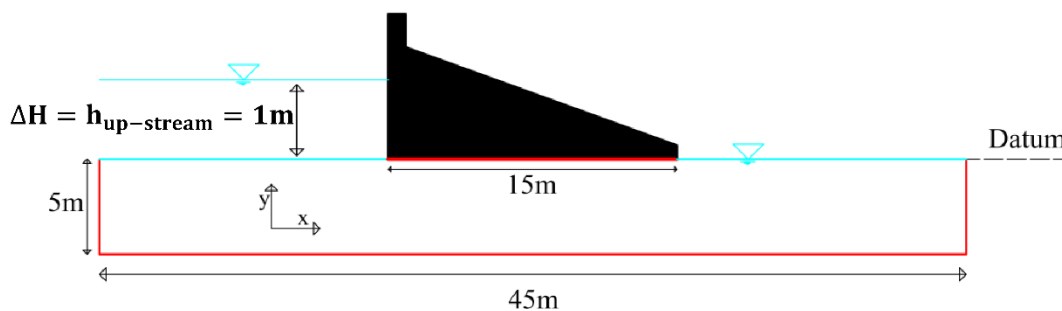
۴-۲- صحت سنجی و ارزیابی دقت روش عددی بدون شبکه ارائه شده

در این بخش، دو مسئله متفاوت نشت آب از زیر سازه هیدرولیکی نگهدارنده آب جهت ارزیابی دقت روش بدون شبکه پیشنهادی انتخاب شده‌اند [39, 4]. لازم به گفتن است که تمامی نتایج ارائه شده در این بخش، بر اساس دبی نرمال شده می‌باشد. در حقیقت، دبی آب عبوری، Q^i ، به مقدار نفوذپذیری، K ، و

اختلاف تراز آب در بالا دست و پائین دست، ΔH ، نرمالایز شده است (یعنی): $Q_{\text{normalized}} = \frac{Q}{K \Delta H}$.

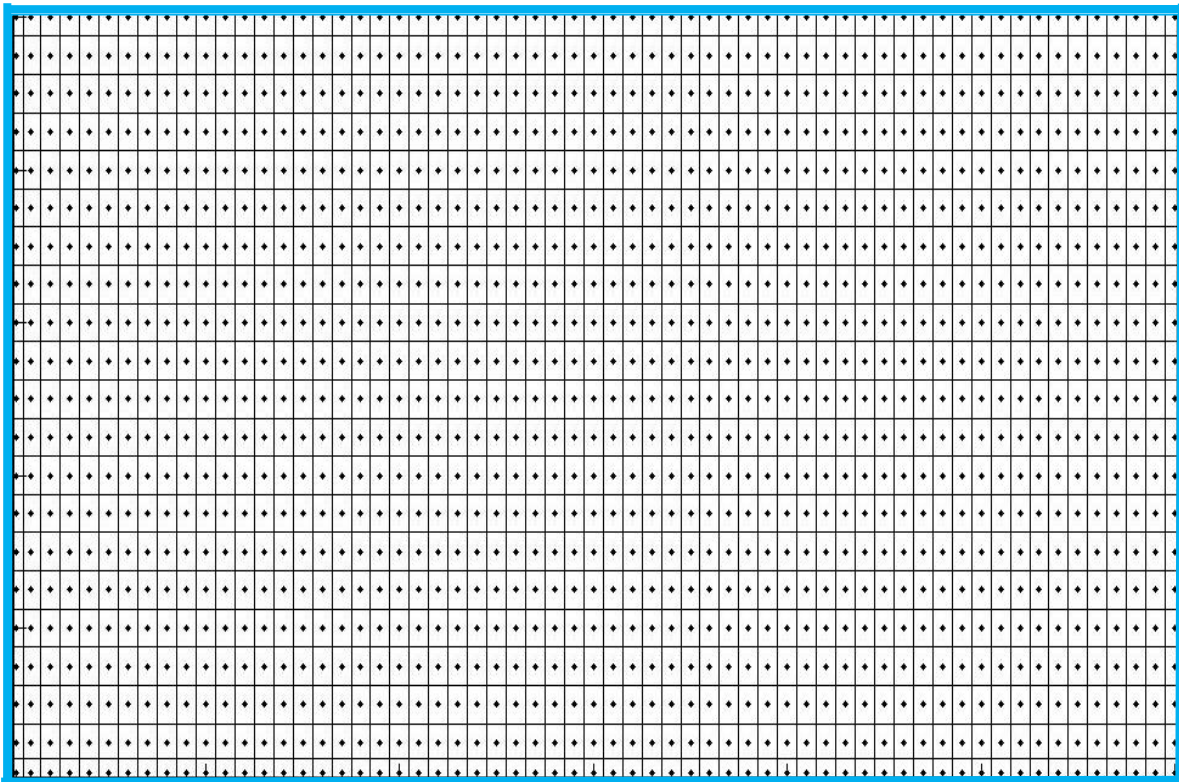
۴-۲-۱-مثال اول

در این مسئله، معادله دو بعدی تراوش در محیط همگن و همسان (بدون در نظر گرفتن اثر عدم قطعیت‌ها) مورد مطالعه قرار می‌گیرد [39]. در شکل ۴-۱ هندسه مسئله و شرایط مرزی نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۴-۱ مشاهده می‌شود آب با ارتفاع مشخصی (۱ متر) پشت سد قرار گرفته است و از زیر سد به سمت پائین دست (ارتفاع صفر) حرکت می‌کند. مقدار ضریب نفوذ پذیری خاک زیر سد، 10^{-5} متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است.



شکل ۴-۱ دامنه محاسباتی مسئله و نمایش مرزهای نفوذ پذیر (رنگ آبی) و نفوذ ناپذیر (رنگ قرمز)، برگرفته از Ahmed et al., 2016

در شکل ۴-۲، مدل عددی بدون شبکه در نرم افزار MATLAB ساخته شده است. ابتدا همگرایی روش عددی بدون شبکه ارائه شده مورد بررسی قرار گرفته است. نشان داده خواهد شد که با افزایش تعداد گره‌ها (یا کاهش فاصله گره‌ها)، دقت نتایج افزایش می‌یابد. برای این منظور مدل‌های متنوعی با فواصل گره‌ای مختلف در جهات افقی و قائم مورد بررسی و تحلیل قرار گرفتند که نتایج بدست آمده در شکل ۴-۳ ارائه شده‌اند.

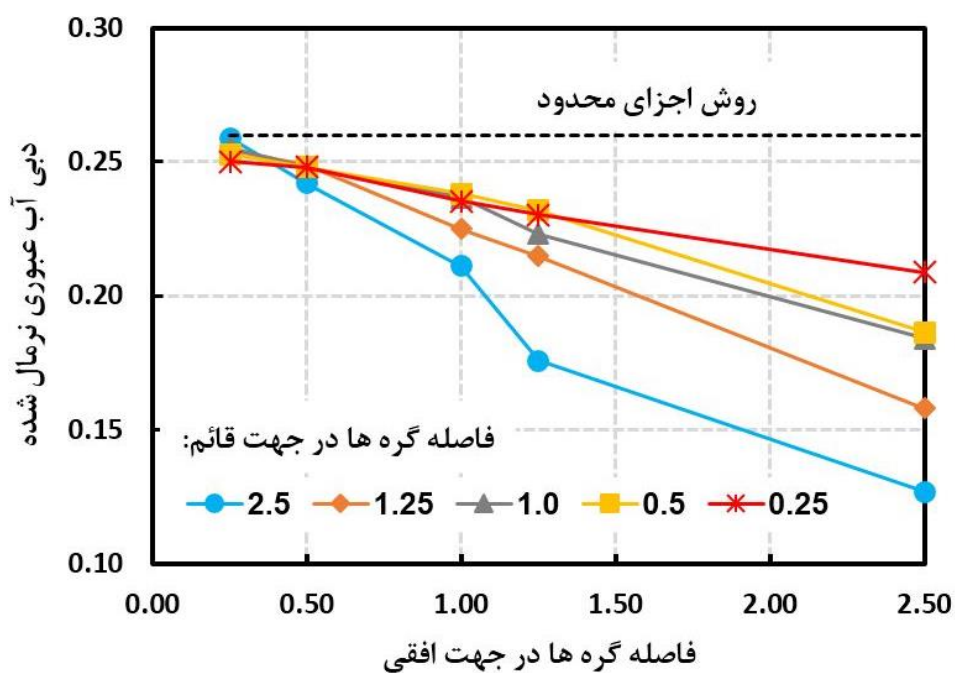


شکل ۴-۲ مدل سازی بدون شبکه به همراه نمایش سلول های ورونویی اطراف گره ها با آرایش یکنواخت در دامنه مسئله

با توجه به شکل ۴-۳، با افزایش تعداد گره ها در مدل عددی، دقت نتایج دبی آب خروجی از زیر سد افزایش یافته است و به مقدار بدست آمده از تحلیل اجزای محدودی بوسیله Ahmed et al., 2016 همگرا شده است.

یکی از مسائل مهمی که در تحلیل های عددی مد نظر می باشد موضوع کم کردن هزینه محاسباتی در پروسه حل مسئله است. بدین ترتیب که با حفظ دقت کافی در حل مسئله، زمان لازم برای حل آن نیز در بهینه ترین حالت ممکن باشد. همانگونه که در شکل ۴-۳ مشخص شده است، دبی آب نشتی از زیر سد با تنظیم فاصله میان گره ها معادل با ۰.۵ متر در جهات افقی و قائم با دقت خوبی تخمین زده شده است و با مقدار پاسخی که از تحلیل اجزای محدود در اختیار داریم، کمترین اختلاف را دارد (جدول ۴-۱). این در حالی است که چنانچه فاصله گره ای ۰.۲۵ متر را به عنوان فاصله مبنای گره ها در مدل عددی در نظر بگیریم، دقت حل مسئله تفاوت زیادی نداشته، لیکن زمان ساخت توابع شکل و اسمبل کردن ماتریس سختی به شدت

افزایش خواهد یافت. از این رو، در ادامه و برای سایر تحلیل‌های صورت گرفته در این پژوهش، مدل عددی بر اساس فاصله گره‌های ۰.۵ متر در جهات افقی و قائم ساخته شده است.

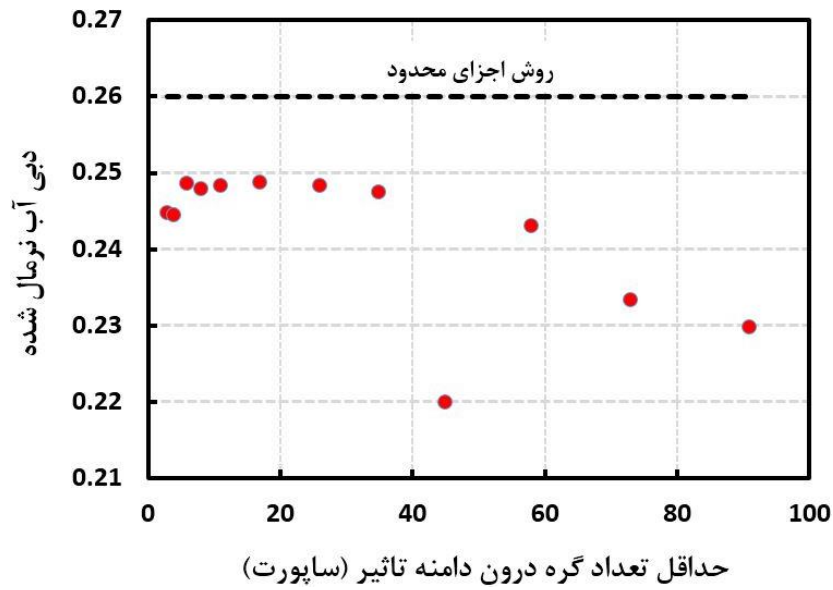


شکل ۴-۳ اثر فاصله میان گره‌ها بر روی دبی آب نشتی

جدول ۴-۱ نتایج تحلیل همگرایی

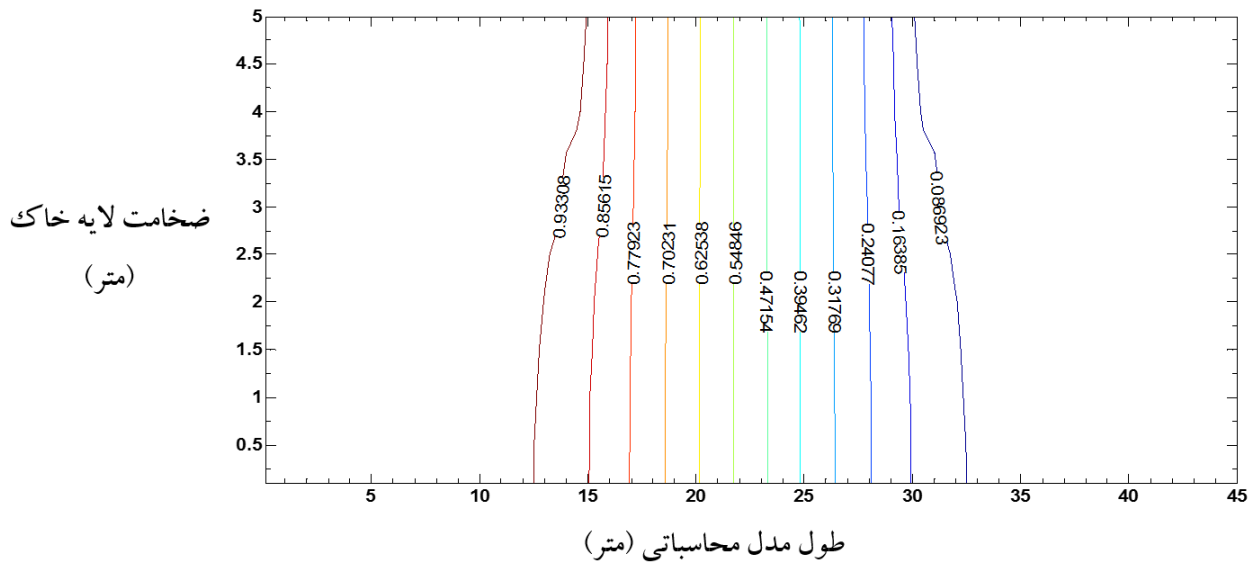
فاصله گره ها در راستای افق (سانتی متر)	فاصله گره ها در راستای قائم (سانتی متر)	دبی آب از پژوهش حاضر (بدون واحد)	دبی آب Ahmed et al., 2016 (بدون واحد)	درصد خطا (%)
25	25	0/2553	0/26	1/80
50	50	0/2486	0/26	4/38

یکی دیگر از موضوعات مهمی که بر روی دقت نتایج در روش های بدون شبکه اثرگذار است بحث تعداد گره هایی است که در دامنه تاثیر هر سلول ورونویی قرار می گیرد. این موضوع به طور مستقیم بر روی دقت و سرعت تخمین توابع شکل تاثیر می گذارد [6]. بنابراین، پس از تعیین فاصله بهینه و مناسب میان گره ها در مدل عددی بدون شبکه، تحلیل حساسیت بر روی شعاع ساپورت ها مطابق شکل ۴-۴ انجام شده است. همانگونه که از شکل ۴-۴ قابل فهم است، با افزایش یا کاهش تعداد گره ها درون ساپورت (یا به عبارتی افزایش یا کاهش شعاع ساپورت) مقدار پاسخ سیستم تحت تاثیر قرار گرفته است؛ بطوریکه دبی آب عبوری از زیر سد تغییر می کند. با انجام تحلیل حساسیت بر روی مدل عددی، بهترین انتخاب برای شعاع ساپورت معادل ۱/۱ متر بدست آمد که به ازای آن حدود ۱۰ الی ۲۰ گره در مجاورت سلول ورونویی مربوطه در روند محاسبه توابع شکل بکار گرفته می شوند. با این شعاع ساپورت، ضمن حصول دقت کافی در تخمین دبی آب عبوری از زیر فونداسیون سد، زمان لازم برای ساخت توابع شکل بطور قابل توجهی کاهش می یابد.



شکل ۴-۴ تحلیل حساسیت بر روی تعداد گره های مورد نیاز در ساپورت ها برای تولید توابع شکل

علاوه بر موارد بالا، در پایان تحلیل عددی، توزیع هد هیدرولیکی در محیط خاکی زیر سازه هیدرولیکی نگهدارنده آب بدست می آید که در شکل ۴-۵ نشان داده شده است.

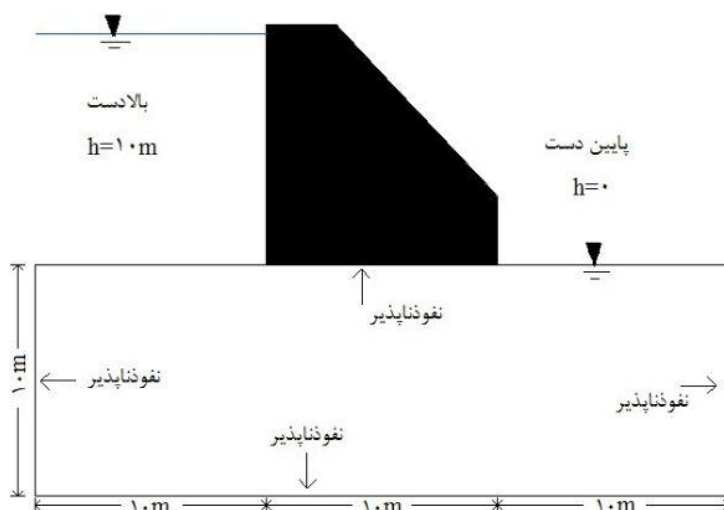


شکل ۴-۵ توزیع هد گره ای مثال اول

۴-۲-۲-مثال دوم

جهت بررسی قدرت و صحت عملکرد روش عددی بدون شبکه ارائه شده مثال دیگری در این قسمت ارائه شده است. شکل ۶-۴ هندسه یک سد دلخواه با شرایط مرزی در بالا دست و پائین دست را نشان می‌دهد. این مسئله پیش از این بوسیله تحلیل عددی تفاضل محدود با بکارگیری نرم افزار قدرتمند FLAC-2D حل شده است [4]. همانگونه که در شکل ۶-۴ نیز نشان داده شده است مدل مورد نظر شامل لایه‌ای آبرفتی با طول ۳۰ متر و ضخامت ۱۰ متر می‌باشد که در قسمت تحتانی سد نفوذناپذیر قرار گرفت است. لازم به گفتن است که سطح آب در بالادست و پائین دست سد ثابت فرض شده است.

با در نظر گرفتن فاصله میان گره‌ای و شعاع ساپورت معادل با ۰/۵ متر و 1/1 متر در مدل عددی، اقدام به محاسبه توابع شکل و ماتریس سختی مربوط به هر سلول ورونویی و اسمبل کردن آن‌ها در ماتریس سختی کل نمودیم. دبی آب نشتی به ازای ضریب نفوذ پذیری معادل با 10^{-6} متر بر ثانیه محاسبه شده است و در جدول ۲-۴ ارائه شده است. همانگونه که در جدول ۲-۴ نیز مشخص شده است، اختلاف پاسخ بدست آمده از روش بدون شبکه با مدل عددی تفاضل محدود [4] بسیار ناچیز است که نشان‌دهنده دقت عملکرد روش ارائه شده در این پژوهش می‌باشد.

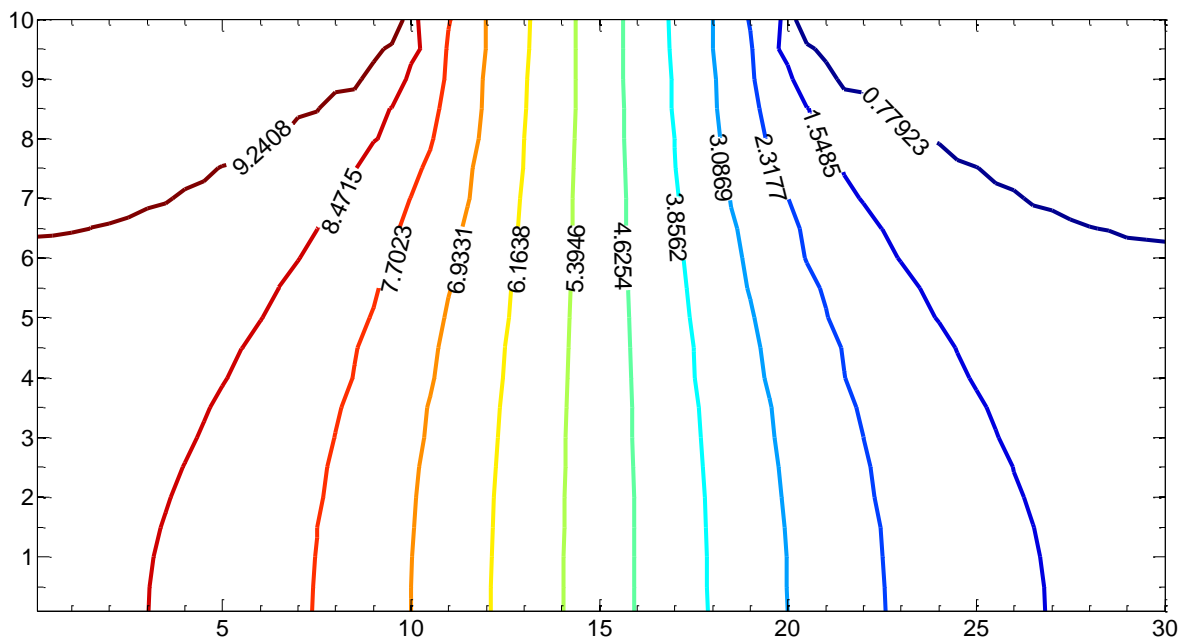


شکل ۶-۴ هندسه مدل و شرایط مرزی مربوط به مثال دوم صحت سنجی؛ برگرفته از بهفر، ۱۳۹۰

جدول ۲-۴ مقایسه دبی عبوری از زیر سد با مطالعه نرم‌افزاری بهفر، ۱۳۹۰

فاصله گره ها در راستای افق (سانتی‌متر)	فاصله گره ها در راستای قائم (سانتی‌متر)	دبی آب از پژوهش حاضر (بدون واحد)	دبی آب بهفر، ۱۳۹۰ (بدون واحد)	درصد خطا (%)
۵۰	۵۰	۰/۴۹۹۳	۰/۵۲۹۵	۵/۷۰

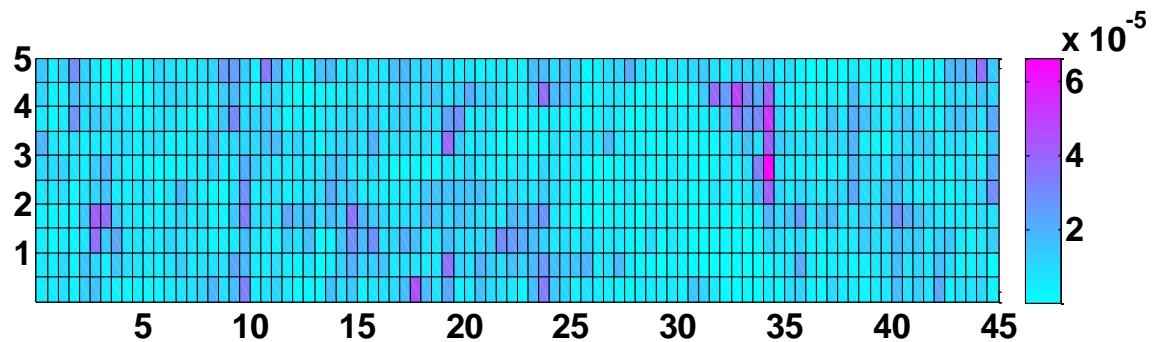
همچنین، شکل ۴-۷ نشان‌دهنده خطوط هم پتانسیل (توزیع هد آب) در محیط خاکی همگن (بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها و صرف نظر کردن از تغییرپذیری ذاتی خاک) به ازای ضریب نفوذپذیری 10^{-6} متر بر ثانیه برای مسئله دوم می‌باشد.



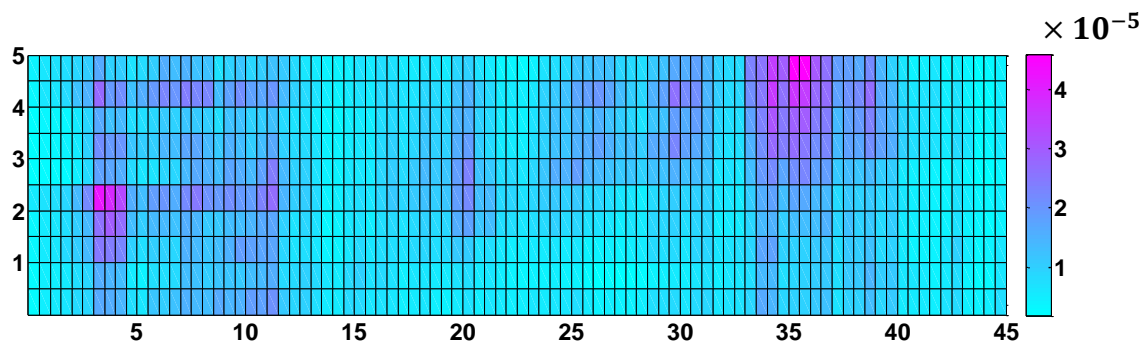
شکل ۴-۷ توزیع هد آب در دامنه مسئله دوم

۴-۳-تحلیل‌های احتمالاتی

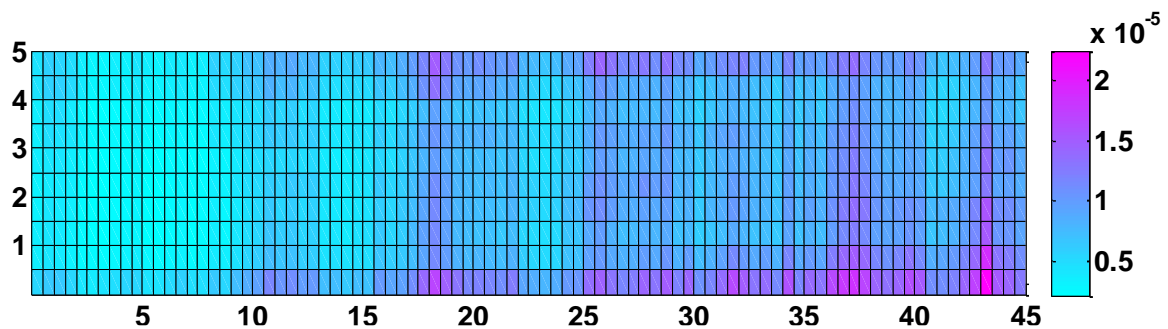
در راستای انجام تحلیل‌های عددی احتمالاتی با در نظر گرفتن اثرات ناهمگنی ذاتی پارامتر نفوذپذیری لایه خاک زیر فونداسیون سد، در قالب ترکیب تئوری میدان تصادفی با روش عددی بدون شبکه، با استفاده از امکانات کدنویسی در نرم افزار MATLAB یک توزیع تصادفی لگاریتم نرمال از ضریب نفوذپذیری خاک تولید گردید. سپس، همانطور که در فصل قبل به تفصیل شرح داده شد، مقدار پارامتر نفوذپذیری در هر گره (یا سلول ورونوی می مربوط به آن) مشخص شده و به آن گره تخصیص داده می‌شود. در شکل‌های ۴-۸ الی ۴-۱۰ تعدادی حقیقی‌سازی میدان تصادفی نفوذپذیری که بوسیله روش تجزیه ماتریس کوواریانس بدست آمده است، نشان داده شده‌اند. لازم به گفتن است که در این مثال‌ها، طول همبستگی معادل با ۳۲ متر و برای تمام نمونه‌ها ثابت فرض شده است و تنها اثرات ضریب تغییرات بر روی نحوه توزیع مقادیر ضریب نفوذپذیری در دامنه مسئله نمایش داده شده است. محورهای افق و قائم در شکل‌های ۴-۸ الی ۴-۱۰ به ترتیب بیانگر طول و ضخامت لایه‌ی خاک مدل‌سازی شده (بر حسب متر) در محاسبات عددی می‌باشند؛ که متناظر با هندسه مسئله نخست در نظر گرفته شده است.



شکل ۴-۸ یک نمونه واقع سازی میدان تصادفی جهت نمایش تغییرپذیری ضریب نفوذپذیری به ازای طول همبستگی ۱ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد



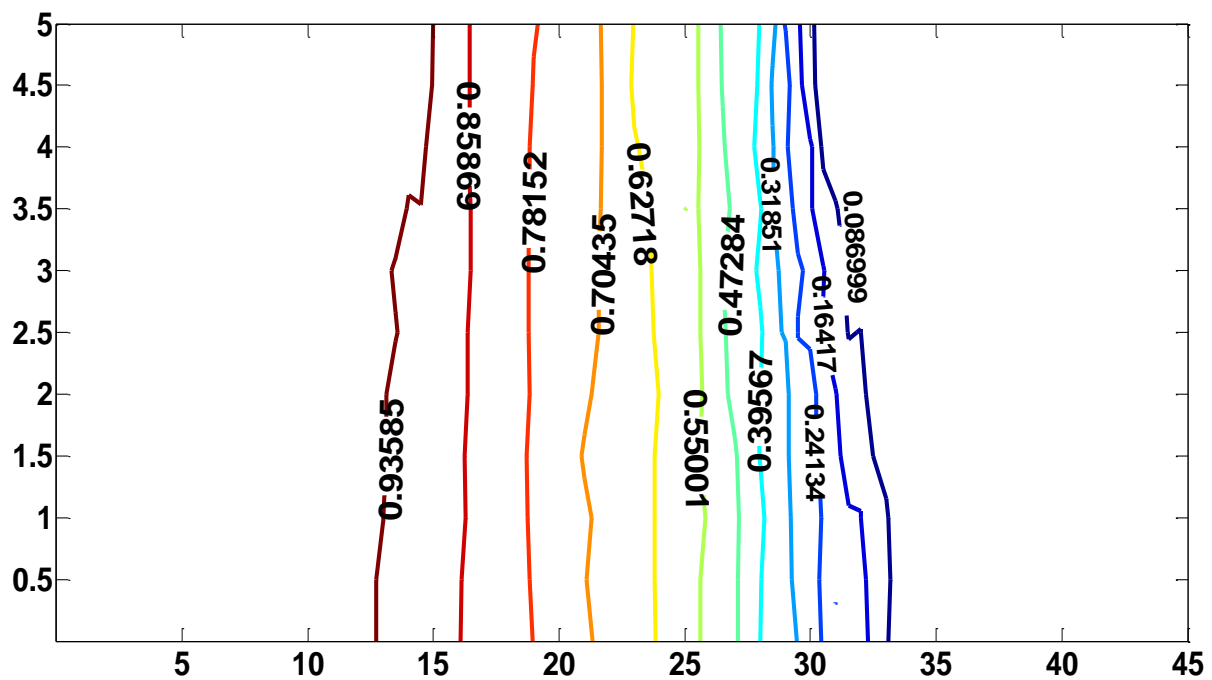
شکل ۴-۹ یک نمونه واقع سازی میدان تصادفی جهت نمایش تغییرپذیری ضریب نفوذپذیری به ازای طول همبستگی ۸ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد



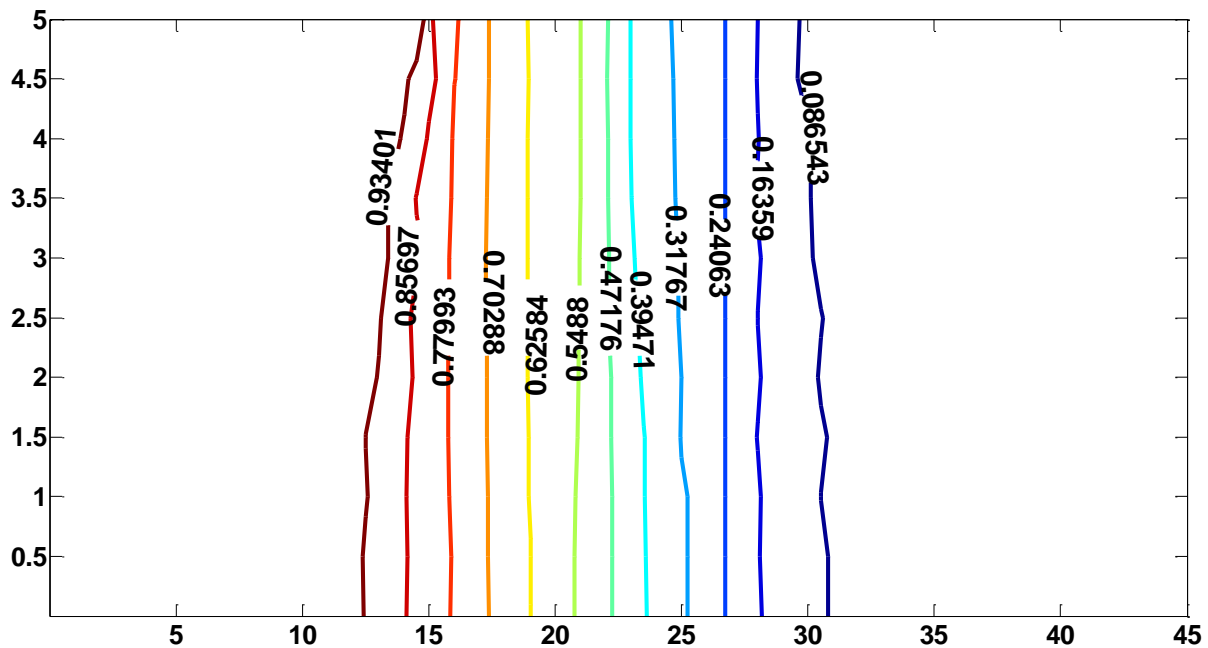
شکل ۴-۱۰ یک نمونه واقع سازی میدان تصادفی جهت نمایش تغییرپذیری ضریب نفوذپذیری به ازای طول همبستگی ۳۲ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد

همچنین، تحلیل‌های عددی به کمک روش بدون شبکه توسعه داده شده برای هر کدام از میدان‌های تصادفی نشان داده شده در شکل‌های ۴-۸ الی ۴-۱۰ انجام شده است که توزیع هد آب برای هر کدام از این

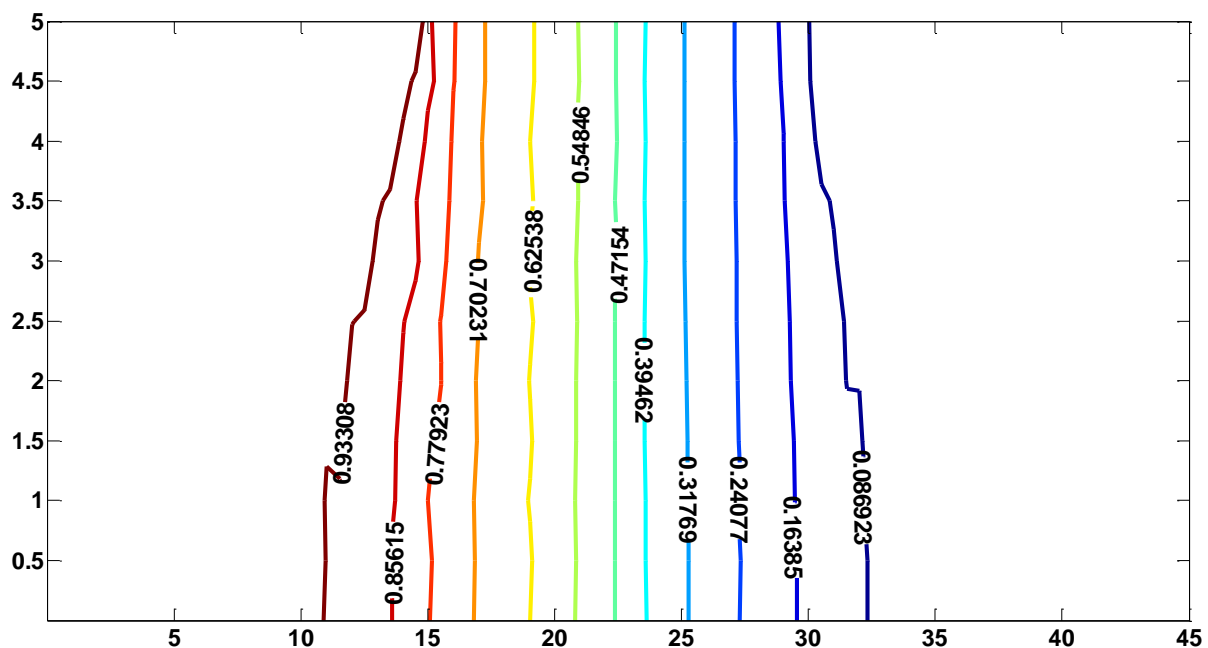
میدان‌های تصادفی به ترتیب در شکل‌های ۴-۱۱ الی ۴-۱۳ ارائه شده‌اند. در این تصاویر، پیش‌ش‌ها و تغییرات مداوم و بدون نظم خطوط هم پتانسیل حاکی از اثر ناهمگنی ذاتی خاک است. در حقیقت، با افزایش ضریب تغییرات نفوذپذیری خاک مقدار ناهمگنی ذاتی خاک نیز افزایش یافته است و در نتیجه مقدار ضریب نفوذپذیری از یک سلول ورونویی به سلول مجاور آن به شدت تغییر می‌کند و این موضوع سبب پیچیدگی و ایجاد نامنظمی خطوط جریان و خطوط هم پتانسیل می‌شود. مقادیر دبی آب عبوری برای هر کدام از حقیقی سازی‌های میدان تصادفی نفوذپذیری که در شکل‌های بالا نشان داده شده‌اند در جدول ۴-۳ خلاصه شده است.



شکل ۴-۱۱ نمایش توزیع هد آب در دامنه مسئله در پایان تحلیل عددی بدون شبکه احتمالاتی به ازای طول همبستگی ۱ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد.



شکل ۴-۱۲ نمایش توزیع هد آب در دامنه مسئله در پایان تحلیل عددی بدون شبکه احتمالاتی به ازای طول همبستگی ۸ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد.



شکل ۴-۱۳ نمایش توزیع هد آب در دامنه مسئله در پایان تحلیل عددی بدون شبکه احتمالاتی به ازای طول همبستگی ۳۲ متر و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد.

بر اساس نتایج بدست آمده در جدول ۴-۳ این گونه می توان گفت که با توجه به حساسیت بالای آبگذری در هر گره به نفوذپذیری آن گره (یا سلول ورونویمی مربوط به آن) و گره های اطراف و تغییرات زیاد مسیر جریان (به علت تغییر نفوذپذیری در گره های مجاور) جهت یافتن مسیری برای حرکت آب به پائین دست، لذا در نظر گرفتن اثرات عدم قطعیت ها و ناهمگنی خاک سبب طولانی تر شدن مسیر حرکت جریان و نتیجتاً کاهش دبی عبوری می گردد.

جدول ۴-۳ مقادیر دبی آب عبوری از زیر سد برای حقیقی سازی های نشان داده شده در شکل های ۴-۸ الی ۴-۱۰

دبی آب نشتی (بدون واحد)	حقیقی سازی تصادفی پارامتر نفوذپذیری خاک
۰/۱۵۱۶	به ازای طول همبستگی ۱ و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد
۰/۲۰۷۳	به ازای طول همبستگی ۸ و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد
۰/۱۸۵۵	به ازای طول همبستگی ۳۲ و ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد

۴-۴- تحلیل پارامتریک بر روی مسئله نشت آب

همانگونه که در بخش های قبل بیان شد، پارامتر ضریب نفوذپذیری خاک به عنوان یک متغیر تصادفی فضایی همبسته با توزیع لگاریتم-نرمال، ضریب تغییرات و طول همبستگی مشخص مدل شده است. ساختار همبستگی بکار رفته در فصل پیشین توضیح داده شده است. مدل هندسی خاک و سازه هیدرولیکی قرار گرفته بر روی آن مشابه مثال اول در قسمت صحت سنجی در نظر گرفته شده است. محاسبات به ازای مقدارهای مختلف ضریب تغییرات و طول همبستگی (مطابق جدول ۴-۴) انجام شده و نتایج مورد نظر (میزان دبی خروجی) ارائه شده است.

جدول ۴-۴ پارامترهای ورودی برای انجام تحلیل‌های احتمالاتی

پارامترهای موثر در حل مسئله	نوع متغیر	تابع توزیع احتمالاتی	میانگین	ضریب تغییرات (%)	ساختار همبستگی	طول همبستگی در راستای افق (متر)	طول همبستگی در راستای قائم (متر)
هد آب بالا دست	قطعی	---	---	---	---	---	---
هد آب پائین دست	قطعی	---	---	---	---	---	---
ابعاد و هندسه محیط	قطعی	---	---	---	---	---	---
نفوذپذیری خاک	تصادفی	لگاریتم-نرمال	10^{-6}	10, 30, 60, 100	مارکوف	1, 2, 4, 8, 16, 32	1, 2, 4, 8, 16, 32

۴-۴-۱- محاسبه حداقل تکرار مورد نیاز در روش شبیه‌سازی مونت کارلو

در حقیقی‌سازی ضریب نفوذپذیری خاک، پس از هر بار حقیقی‌سازی مشاهده می‌شود که توزیع مقادیر نفوذپذیری در گره‌ها تغییر می‌کند و نهایتاً نتیجه تحلیل عددی که در این پایان‌نامه دبی آب عبوری از زیر سد است نیز دستخوش تغییر می‌شود. بنابراین، نتایج بدست آمده از یک تحلیل یا تعداد محدودی تحلیل نمی‌تواند به تنهایی ملاک تصمیم‌گیری قرار گیرد و برای حصول نتایج صحیح‌تر بایستی از تعداد تکرارهای کافی مونت کارلو استفاده شود. برای این منظور، مقدار میانگین و انحراف معیار خروجی سیستم (در اینجا دبی آب) به ازای تکرارهای مختلف مونت کارلو، برای دسته پارامترهای متنوع ضریب تغییرات و طول همبستگی، محاسبه شده است. همانطور که می‌دانیم [8]:

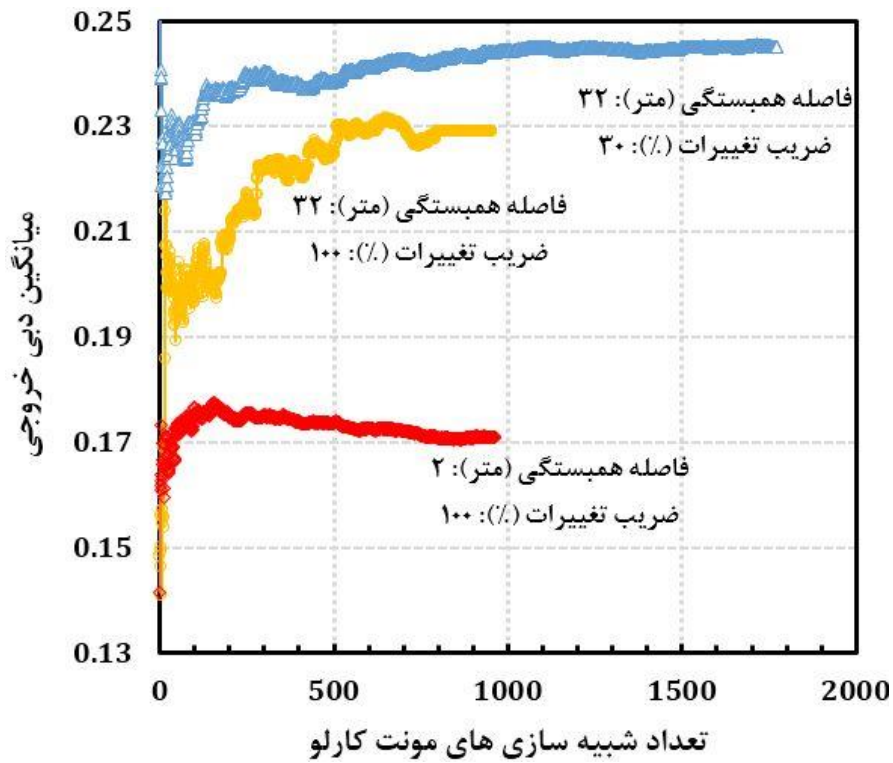
$$\mu_{Q_N} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_N^i}{n} \quad (1-4)$$

$$\sigma_{Q_N} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_N^i - \mu_{Q_N})^2}{n-1}} \quad (۲-۴)$$

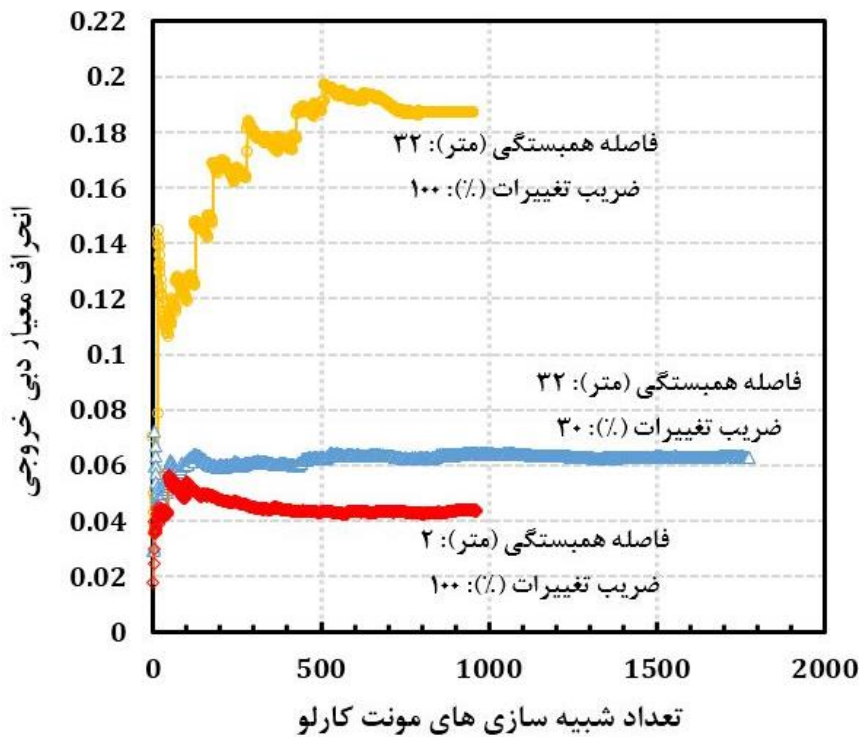
که در آن،

$$Q_N^i = \frac{Q^i}{K \Delta H} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-2, n-1, n, \dots, N_{mc} \quad (۳-۴)$$

در روابط بالا، N_{mc} تعداد کل شبیه‌سازی‌های مونت کارلو می‌باشد و n معرف n -امین حقیقی‌سازی است. همچنین، دبی آب عبوری، Q^i ، به مقدار نفوذپذیری، K ، و اختلاف تراز آب در بالا دست و پائین دست، ΔH ، نرمالایز شده است. بر اساس معادلات ریاضی بالا، مقادیر میانگین و انحراف معیار دبی خروجی (در محور قائم) در برابر تعداد شبیه‌سازی‌های انجام شده (در محور افق)، محاسبه شده‌اند. خلاصه نتایج در شکل‌های ۴-۱۴ و ۴-۱۵ نمایش داده شده است. بر اساس شکل‌های ۴-۱۴ و ۴-۱۵، به منظور حصول اطمینان از کافی بودن تعداد تکرارها (تعداد واقعی‌سازی‌ها) در روش شبیه‌سازی مونت کارلو جهت همگرا شدن مقدار میانگین و انحراف معیار دبی خروجی، نیاز به انجام حدود ۱۵۰۰ شبیه‌سازی مونت کارلو به ازای هر دسته پارامتر ورودی (شامل ضریب تغییرات و طول همبستگی) می‌باشد؛ بطوریکه به ازای انجام واقعی‌سازی‌های بیشتر میدان تصادفی، دقت پاسخ خروجی (در اینجا دبی آب) ثابت مانده است. لذا، این تعداد واقعی‌سازی برای کل تحلیل‌ها مناسب تشخیص داده شده و از این پس برای هر مجموعه تحلیل مقدار ۱۵۰۰ شبیه‌سازی مونت کارلو انجام می‌گیرد.



شکل ۴-۱۴ چگونگی تغییر شاخص میانگین دبی آب خروجی در برابر تعداد شبیه سازی های مونت کارلو



شکل ۴-۱۵ چگونگی تغییر شاخص انحراف معیار دبی آب خروجی در برابر تعداد شبیه سازی های مونت کارلو

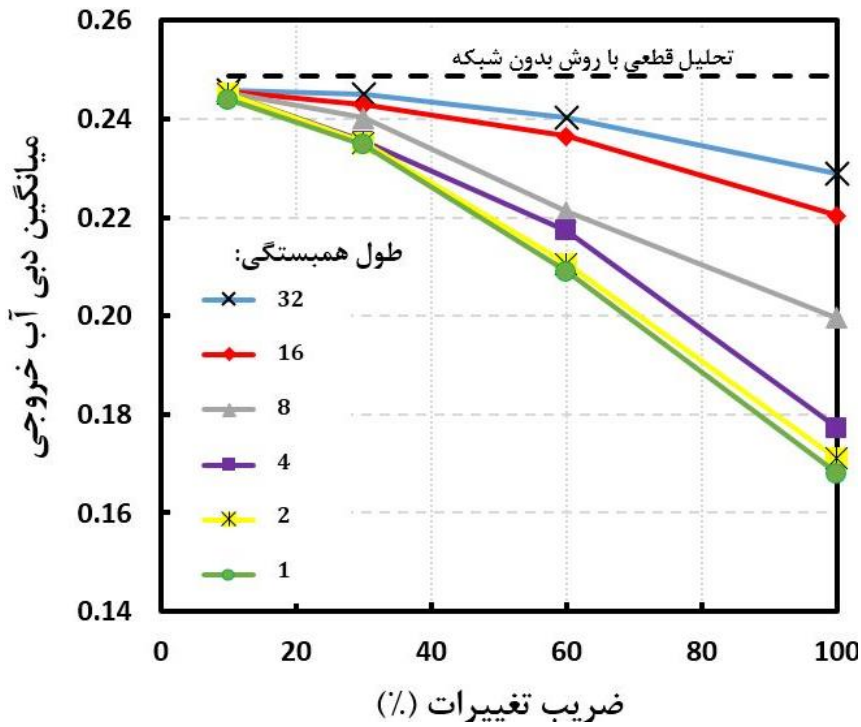
۴-۴-۲- بررسی اثر پارامترهای طول همبستگی و ضریب تغییرات بر روی نتایج تحلیل‌های

عددی

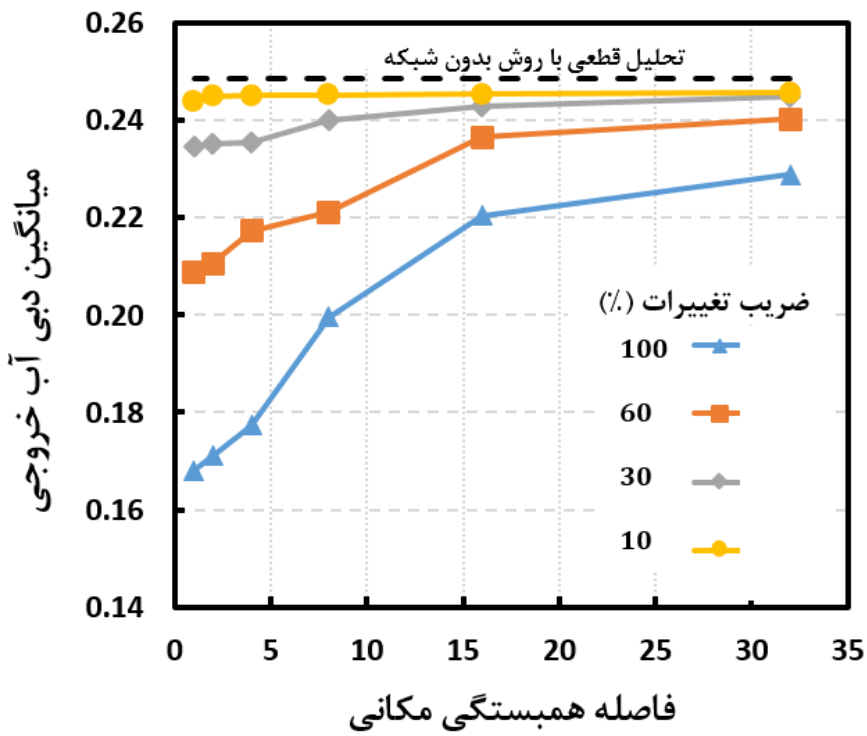
مسئله‌ی تعریف شده در شکل ۴-۱ (مثال اول) مجدداً در این بخش با استفاده از رویکرد احتمالاتی تشریح شده در فصل سوم، مورد بررسی قرار گرفته است تا اثرات عدم قطعیت در پارامتر نفوذپذیری خاک بر روی دبی خروجی مشخص شود. پارامترهای احتمالاتی و قطعی و محدوده تغییرات آن‌ها در جدول ۴-۴ بطور خلاصه مشخص شده است. برای هر فاصله همبستگی مکانی و به ازای مقادیر مختلف ضریب تغییرات پارامتر تصادفی ورودی، میزان دبی آب نشستی از زیر سد محاسبه شده است. همانطور که پیش از این نیز ذکر شد، هر کدام از این پاسخ‌ها پس از ۱۵۰۰ واقعی‌سازی و در نتیجه ۱۵۰۰ خروجی برای دبی آب نشستی و توزیع هد آب گره‌ای، میانگین‌گیری و به عنوان پاسخ مسئله (دبی خروجی سیستم و یا توزیع هد هیدرولیکی میانگین در محیط خاکی) در نظر قرار گرفته‌اند.

خلاصه‌ی نتایج احتمالاتی شامل میانگین دبی خروجی به ازای مقادیر مختلف ورودی، در شکل‌های ۴-۱۶ و ۴-۱۷ گردآوری شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش طول همبستگی در جهات افقی و قائم، میانگین دبی آب نشستی از زیر سد نیز افزایش می‌یابد. این درحالی است که با افزایش ضریب تغییرات در پارامتر تصادفی ورودی، میانگین دبی آب نشستی از زیر سد کاهش می‌یابد. علاوه بر این، تمام نتایج ارائه شده در شکل‌های ۴-۱۶ و ۴-۱۷ کمتر از مقدار محاسبه شده در آنالیز قطعی می‌باشند. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که در نظر نگرفتن اثرات ناهمگنی ذاتی مصالح موجب تخمین دبی آب خروجی در جهت اطمینان می‌شود؛ چرا که با فرض همگن بودن محیط خاک، مقدار دبی عبوری بیشتر تخمین زده شده است و نهایتاً سیستم‌های پرده آب بند و پتوی نفوذ ناپذیر دست بالا^۱ طراحی می‌شوند که سبب کاهش عبور آب می‌شوند، لیکن موجب افزایش (بدون توجیه اقتصادی) هزینه‌ها می‌گردد.

^۱ Over-design

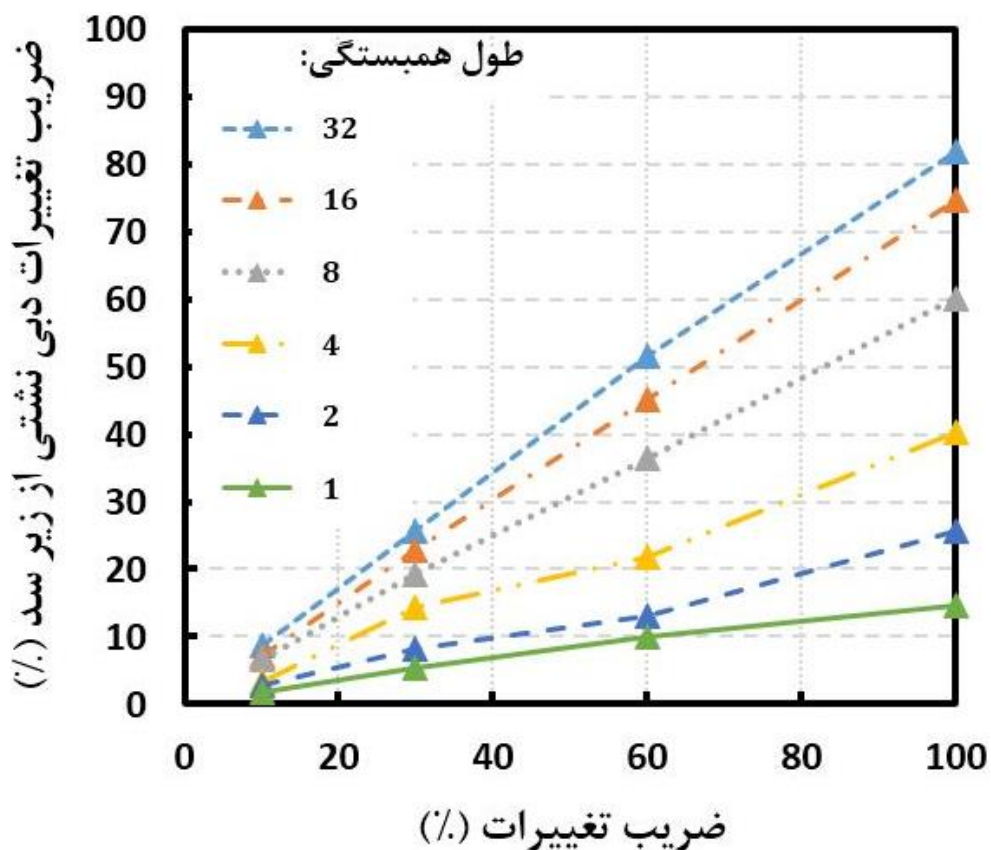


شکل ۴-۱۶ خلاصه‌ی نتایج احتمالاتی تحلیل نشت. میانگین دبی خروجی نسبت به ضریب تغییرات پارامتر تصادفی ورودی



شکل ۴-۱۷ خلاصه‌ی نتایج احتمالاتی تحلیل نشت. میانگین دبی خروجی نسبت به طول همبستگی مکانی پارامتر تصادفی ورودی

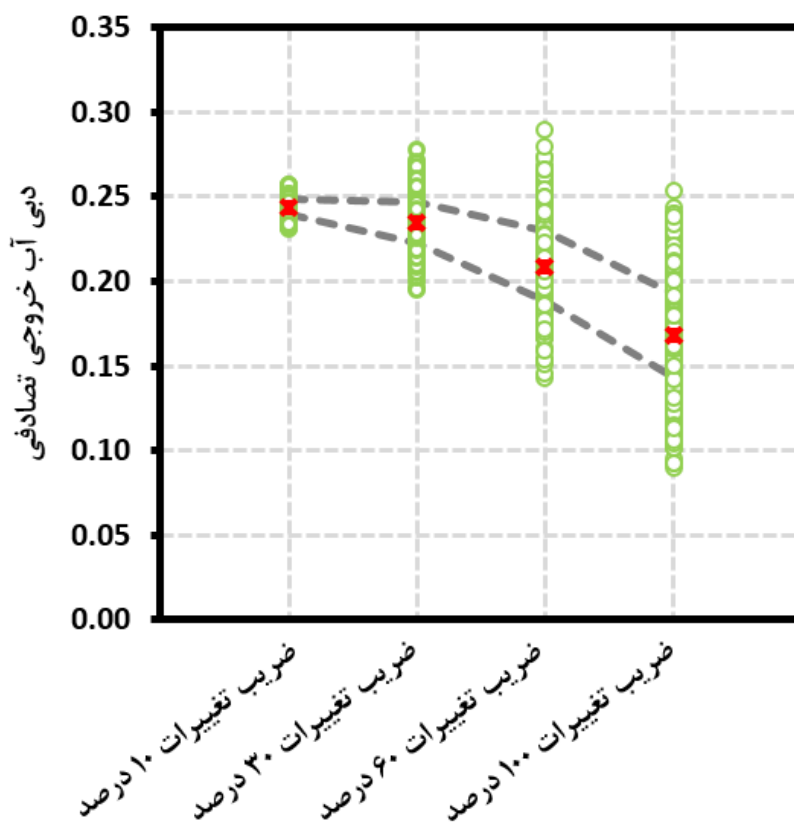
علاوه بر این، ضریب تغییرات دبی خروجی نیز به ازای مقادیر مختلف ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری در شکل ۴-۱۸ نشان داده شده است و حاکی از آن است که در یک فاصله همبستگی ثابت، با افزایش "تغییرپذیری مکانی ذاتی" پارامتر نفوذپذیری خاک میزان ضریب تغییرات و پراکندگی نتایج تحلیل‌های احتمالاتی نیز بیشتر شده است. همانطور که از این شکل پیداست پراکندگی نتایج حاصل از تحلیل‌های عددی احتمالاتی با پارامتر "فاصله همبستگی مکانی" نسبت مستقیم داشته و به ازای فواصل همبستگی بالاتر، ضریب تغییرات دبی خروجی بیشتر شده است.



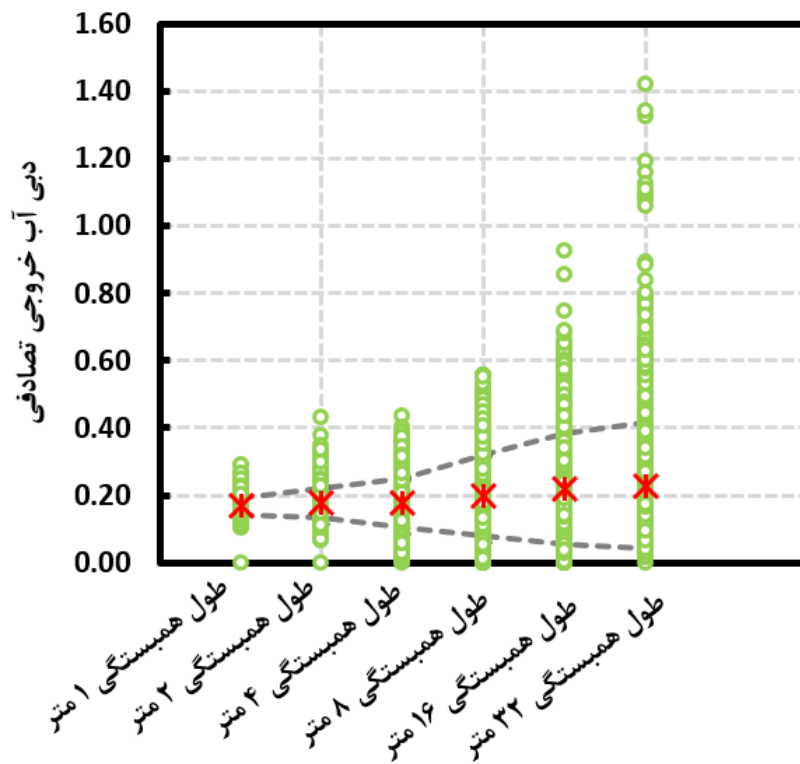
شکل ۴-۱۸ اثر طول همبستگی مکانی و ضریب تغییرات پارامتر ورودی (ضریب نفوذپذیری) بر روی ضریب تغییرات خروجی تحلیل احتمالاتی (دبی آب عبوری از زیر سد)

شکل‌های ۴-۱۹ و ۴-۲۰ مقدار میانگین دبی عبوری و همچنین چگونگی نوسان مقدار دبی خروجی در طول ۱۵۰۰ تحلیل عددی برای هر دسته پارامتر ورودی (شامل ضریب تغییرات و طول همبستگی مکانی) را

واضح تر و قابل فهم تر نشان می دهد. لازم به گفتن است که نقاط سبز رنگ دایره ای در شکل های فوق اشاره، تعداد شبیه سازی های مونت کارلو را نشان می دهند؛ بدین معنا که میزان دبی خروجی بدست آمده در هر تکرار مونت کارلو در محور قائم با یک نقطه سبز رنگ نشان داده شده است. با مقایسه نمودارهای مختلف در شکل ۴-۱۹ مشاهده می شود که با افزایش ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری خاک، پراکندگی پاسخ های بدست آمده (دبی خروجی) از تحلیل های احتمالاتی نیز افزایش یافته است. همچنین، با مقایسه تطبیقی میان داده های ترسیم شده در شکل ۴-۲۰ می توان گفت که با افزایش طول همبستگی به ازای ضریب تغییرات ثابت، درصد تغییر پذیری پاسخ سیستم (دبی آب عبوری از زیر سد) افزایش یافته است.



شکل ۴-۱۹ اثر ضریب تغییرات بر روی تغییرپذیری دبی خروجی به ازای طول همبستگی ۱ متر



شکل ۴-۲۰ اثر طول همبستگی مکانی بر روی تغییرپذیری دبی خروجی به ازای ضریب تغییرات ۱۰۰ درصد

جدول ۴-۵ تمام نتایج آماری محاسبه شده شامل میانگین و انحراف معیار دبی آب خروجی را بطور

خلاصه شامل می‌شود.

جدول ۴-۵ مقادیر آماره‌های میانگین و انحراف معیار دبی آب خروجی از زیر سد

طول همبستگی مکانی (متر)	ضریب تغییرات (%)	میانگین دبی خروجی	اختلاف با مقدار قطعی حاصل از روش بدون شبکه (%)	انحراف معیار دبی خروجی
۱	۱۰	۰/۲۴۳۹	۱/۸۹	۰/۰۰۴
	۳۰	۰/۲۳۴۷	۵/۵۹	۰/۰۱۲
	۶۰	۰/۲۰۸۹	۱۵/۹۷	۰/۰۲۱
	۱۰۰	۰/۱۶۸۰	۳۲/۴۲	۰/۰۲۵
۲	۱۰	۰/۲۴۵۰	۱/۴۵	۰/۰۰۷
	۳۰	۰/۲۳۵۱	۵/۴۳	۰/۰۱۹
	۶۰	۰/۲۱۰۶	۱۵/۲۸	۰/۰۲۸
	۱۰۰	۰/۱۷۱۰	۳۱/۲۱	۰/۰۴۴
۴	۱۰	۰/۲۴۵۱	۱/۴۱	۰/۰۰۸
	۳۰	۰/۲۳۵۴	۵/۳۱	۰/۰۳۴
	۶۰	۰/۲۱۷۳	۱۲/۵۹	۰/۰۴۷
	۱۰۰	۰/۱۷۷۳	۲۸/۶۸	۰/۰۷۱
۸	۱۰	۰/۲۴۵۲	۱/۳۷	۰/۰۱۶
	۳۰	۰/۲۴۰۱	۳/۴۲	۰/۰۴۶
	۶۰	۰/۲۲۱۱	۱۱/۰۶	۰/۰۸۰
	۱۰۰	۰/۱۹۹۶	۱۹/۷۰	۰/۱۲۰
۱۶	۱۰	۰/۲۴۵۴	۱/۲۹	۰/۰۱۸
	۳۰	۰/۲۴۲۸	۲/۳۳	۰/۰۵۵
	۶۰	۰/۲۳۶۵	۴/۸۷	۰/۱۰۷
	۱۰۰	۰/۲۲۰۴	۱۱/۳۴	۰/۱۶۵
۳۲	۱۰	۰/۲۴۵۷	۱/۱۶	۰/۰۲۱
	۳۰	۰/۲۴۵۰	۱/۴۵	۰/۰۶۳
	۶۰	۰/۲۴۰۲	۳/۳۸	۰/۱۲۴
	۱۰۰	۰/۲۲۸۸	۷/۹۶	۰/۱۸۸

فصل پنجم: نتیجه گیری

۵-۱- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از پژوهش حاضر در قالب چند نکته بصورت زیر جمع‌بندی شده است:

- با ترکیب مفاهیم پدیده نشت، روش بدون شبکه، تئوری میدان تصادفی و تکنیک شبیه‌سازی مونت کارلو یک روش عددی احتمالاتی کارآمد جهت بررسی و تبیین اثر عدم قطعیت پارامتر نفوذپذیری خاک بر تحلیل پدیده نشت و توزیع هد آب در موقعیت‌های مختلف درون توده خاک بدست آمده است.
- روش ارائه شده در این پایان‌نامه قابلیت استفاده برای مسائل با دامنه بزرگ، هندسه پیچیده و شرایط گذرا (لحاظ کردن اثرات زمان) را دارد. نتایج شبیه‌سازی عددی و مقایسه با تحلیل‌های اجزای محدودی نشان‌دهنده دقت مناسب روش ارائه شده در پیش‌بینی میزان آب‌گذری خاک زیر فونداسیون سد می‌باشد.
- تحلیل‌های پارامتریک حاکی از آن است که با افزایش ضریب تغییرات پارامتر نفوذپذیری خاک، مقدار میانگین دبی آب عبوری از خاک کاهش می‌یابد. دلیل این موضوع را می‌توان بدین صورت تشریح کرد که در تعدادی از گره‌ها (یا سلول‌های ورونویی) مقدار نفوذپذیری کمتر از نفوذپذیری میانگین است و لذا شاهد ظهور مسیرهای جریان طولانی از لا به لای سلول‌های ورونویی خواهیم بود.
- نتایج نشان‌دادند که با افزایش پارامتر فاصله همبستگی (طول همبستگی) شاهد افزایش مقدار میانگین دبی آب عبوری از زیر بدنه سد خواهیم بود. دلیل این امر تغییرات پیوسته نفوذپذیری گره‌ها در دامنه وسیع‌تری از هندسه محیط مسئله می‌باشد که سبب شکل‌گیری مسیرهای جریان یکنواخت‌تر می‌گردد. بدیهی است که با افزایش پارامتر طول همبستگی، میزان پیوستگی افزایش یافته و در محدوده گسترده‌تری ویژگی‌های خاک (در اینجا ضریب نفوذپذیری) ثابت می‌ماند و اصطلاحاً محیط همگن‌تر می‌شود. در نتیجه، میزان خروجی افزایش می‌یابد و به مقدار قطعی (بدون در نظر گرفتن ناهمگنی ذاتی مصالح خاکی) که بر اساس تحلیل‌های مشخصه بدست آمده

است، همگرا می‌شود.

➤ در مجموع نتایج تحلیل‌های عددی احتمالاتی با لحاظ کردن اثر عدم قطعیت پارامتر نفوذپذیری در مقایسه با تحلیل‌های مشخصه (بدون لحاظ کردن ناهمگنی ذاتی خاک) نشان می‌دهد که در نظر نگرفتن تغییرپذیری فضایی پارامتر نفوذپذیری در تحلیل آبگذری محیط‌های ژئومکانیکی سبب حصول مقادیر غیرواقعی و بیش از واقعیت برای دبی آب عبوری می‌شود. بنابراین، انجام تحلیل‌های مشخصه به جای حل احتمالاتی مسئله آبگذری از زیر فونداسیون سد در جهت محافظه کارانه بوده است. لازم به گفتن است که این موضوع اگرچه در جهت اطمینان است، لیکن از جنبه اقتصادی، پیش بینی مقادیر بیش از اندازه واقعی برای دبی آب عبوری سبب اعمال هزینه‌های اضافی به کارفرما می‌شود. به عنوان مثال، در شرایطی که تنها به انجام تحلیل‌های مشخصه اکتفا شود و طراحی پرده‌های آب بند و سپری‌ها بر اساس خروجی تحلیل‌های مشخصه (با فرض همگن بودن خاک) باشد، تعداد و طول موانع مورد نیاز برای جلوگیری از عبور آب از زیر سد بیش از حد تخمین زده می‌شوند؛ در حالی که با تعداد پرده‌های آب بند کمتری می‌توانستیم جلوی حرکت آب از بالادست به پائین دست را بگیریم و در هزینه‌ها صرفه جویی کنیم.

۵-۲- پیشنهادات برای مطالعات بعدی

پیشنهادات نگارنده این پایان نامه به منظور توسعه تحقیق حاضر و ادامه روند این مطالعه در جهت رفع کاستی‌های موجود در موارد زیر خلاصه شد است:

❖ بطور معمول جهت کاهش نشست آب در پائین دست سد، یک پتوی غیر قابل نفوذ در بالادست سد در نظر گرفته می‌شود. علت استفاده از این لایه غیر قابل نفوذ، افزایش طول خزش جریان و در نتیجه کاهش گرادیان هیدرولیکی خروجی می‌باشد. مطالعات بعدی می‌تواند در زمینه

بررسی اثرات افزودن لایه نفوذناذیر (در بالا دست سد) بر روی نتایج تحلیل‌های احتمالاتی انجام شود.

- ❖ انجام مطالعات احتمالاتی صورت گرفته برای حالت سه بعدی
- ❖ در این پایان نامه جهت تحلیل احتمالاتی از روش شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده شده است. پیشنهاد می‌گردد که از سایر روش‌های ارزیابی قابلیت اعتماد همچون روش سطح پاسخ و روش گشتاور دوم مرتبه اول استفاده گردد.
- ❖ مقایسه تاثیر سایر ساختارهای همبستگی بر تولید میدان‌های تصادفی پارامتر نفوذپذیری
- ❖ مقایسه تاثیر توابع توزیع گوناگون همچون لگاریتم-نرمال، نرمال و بتا بر دبی آب عبوری

مراجع

مراجع

- [1] حیدری ا.، جوهری ع.، تحلیل احتمالاتی تراوش بوسیله روش المان محدود با مرز مقیاس شده تصادفی، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران-ژئوتکنیک، دانشگاه صنعتی شیراز، ۱۳۹۶.
- [2] Mariño M. A., Luthin J. N. Seepage and groundwater. Elsevier; 1982.
- [3] Hekmatzadeh A. A., Zarei F., Johari A., Haghghi A. T. Reliability analysis of stability against piping and sliding in diversion dams, considering four cutoff wall configurations. Computers and Geotechnics. 2018; 98:217-231.
- [4] بهفر ب.، جمشیدی چناری ر.، بررسی اثر ناهمگونی و ناهمسانی نفوذپذیری نهشته‌های طبیعی در تراوش پی سدها، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران-ژئوتکنیک، دانشگاه گیلان، ۱۳۹۰.
- [5] Bazyar M. H., Talebi A. Transient seepage analysis in zoned anisotropic soils based on the scaled boundary finite-element method. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2015; 39(1):1-22.
- [6] Liu, G. R. Mesh free methods: Moving beyond the finite element method. Washington, DC: CRC Press 2002.
- [7] مسعودی ایوانی م.، فروتن م.، تحلیل ارتعاشات آزاد ورق‌های FGM تقویت شده با نانو لوله‌های کربنی به روش بدون المان سه بعدی، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی، دانشگاه رازی، ۱۳۹۴.
- [8] Fenton G. A., Griffiths D. V. Risk assessment in geotechnical engineering. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons 2008.
- [9] Vanmarcke E. H. Random Fields, Analysis and Synthesis, the MIT Press, Cambridge, MA: MIT Press 1984.
- [10] Cherubini C. Reliability evaluation of shallow foundation bearing capacity on c' ϕ 'soils. Canadian Geotechnical Journal. 2000; 37(1):264-9.
- [11] El-Ramly H, Morgenstern NR, Cruden DM. Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay shale. Canadian Geotechnical Journal. 2003; 40 (1): 192-208.
- [12] سبزی ا.، جوهری ع.، تحلیل نشست فونداسیون‌های سطحی با استفاده از روش المان محدود تصادفی، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران-ژئوتکنیک، دانشگاه صنعتی شیراز، ۱۳۹۴.

- [13] Slater J. C. Electronic energy bands in metal. *Phys Rev* 1934; 45: 794-801.
- [14] Batra J. Uber die naberungsweise losung einiger zweidiensionaler elastizitats aufgben. *Z. Math. Mech.* 1964; 17: 184-185.
- [15] Lucy L. B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The Astronomical Journal*, 1977; 82(12): 1013-1024.
- [16] Gingold R. A., Monaghan J. J. Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 1982; 46: 429-453.
- [17] Libersky L. D., Petschek A. G. Smoothed particle hydrodynamics with strength of materials. In *The Next Free Lagrange Conference*. Trease H, Fritts J, Crowley W, editors, 1991: 248-257.
- [18] Nayroles B., Touzot G., Villon P. Generalizing the finite element method: diffuse approximation and diffuse elements. *Computational Mechanics* 1992; 10.
- [19] Belytschko T., Lu Y. Y., Gu L. Element-free Galerkin method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1994; 37: 229-256.
- [20] Liu G. R., Gu Y. T. A point interpolation method for two-dimentional solids. *Int. J. Numer. Meth. Engrg*, 2001; 50: 937-951.
- [21] Chen, S., Liu, Y. and Cen, Zh. Lower bound limit analysis by using the EFG method and non-linear programming. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2008; 74: 391-415.
- [22] Binesh, S. M., and Raei S. Upper bound limit analysis of cohesive soils using mesh-free method. *Geomechanics and Geoengineering* 2014: 265-278.
- [23] Binesh, S. M., and Gholampour, A. Mesh-free lower bound limit analysis. *International Journal of Computational Methods* 2015; 12(01), 1350105.
- [24] Rahmani R., Binesh S. M. Mesh-free shakedown analysis of cohesive-frictional pavement under moving traffic loads: deterministic and probabilistic frameworks. *Road Materials and Pavement Design*. 2018; 1:1-39.
- [25] Melan, E. Zur plastizitat des raumlichen kontinuums. *Ingenieur-Archiv*. 1928; 9: 116–126.
- [26] Bathe K. J, Khoshgoftaar M. R. Finite element free surface seepage analysis without mesh iteration. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 1979; 3(1):13-22.
- [27] Bardet J. P, Tobita T. A practical method for solving free-surface seepage problems. *Computers and Geotechnics*. 2002; 29(6):451-75.

- [28] Rafiezadeh K, Ataie-Ashtiani B. Three dimensional flow in anisotropic zoned porous media using boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2012; 36(5):812-24.
- [29] Rafiezadeh K, Ataie-Ashtiani B. Transient free-surface seepage in three-dimensional general anisotropic media by BEM. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2014; 46:51-66.
- [30] Bazyar MH, Talebi A. Transient seepage analysis in zoned anisotropic soils based on the scaled boundary finite-element method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 2015; 39(1):1-22.
- [31] Fukuchi T. Numerical analyses of steady-state seepage problems using the interpolation finite difference method. *Soils and Foundations*. 2016; 56(4):608-626.
- [32] Zhang W, Dai B, Liu Z, Zhou C. Unconfined seepage analysis using moving kriging mesh-free method with Monte Carlo integration. *Transport in Porous Media*. 2017; 116(1):163-180.
- [33] Griffiths D. V., Fenton G. A. Seepage beneath water retaining structures founded on spatially random soil. *Geotechnique*. 1993; 43(4):577-587.
- [34] Griffiths D. V., Fenton G. A. Three-dimensional seepage through spatially random soil. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*. 1997; 123(2):153-60.
- [35] Ahmed A. A. Stochastic analysis of free surface flow through earth dams. *Computers and Geotechnics*. 2009; 36(7):1186-1190.
- [36] Ahmed A. A. Stochastic analysis of seepage under hydraulic structures resting on anisotropic heterogeneous soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2012; 139(6):1001-1004.
- [37] Cho S. E. Probabilistic analysis of seepage that considers the spatial variability of permeability for an embankment on soil foundation. *Engineering Geology*. 2012; 133:30-39.
- [38] Srivastava A, Babu GS, Haldar S. Influence of spatial variability of permeability property on steady state seepage flow and slope stability analysis. *Engineering Geology*. 2010; 110(3-4):93-101.
- [39] Ahmed, Ashraf A., Salissou Moutari, and Lukumon Oyedele. Stochastic analysis of seepage under water-retaining structures 2016.
- [40] Hekmatzadeh A .A., Zarei F., Johari A., Haghighi A .T. Reliability analysis of stability against piping and sliding in diversion dams, considering four cutoff wall configurations. *Computers and Geotechnics*. 2018; 98:217-231.

- [41] Johari A., Heydari A. Reliability analysis of seepage using an applicable procedure based on stochastic scaled boundary finite element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2018; 94:44-59.
- [42] Ghahramani A., Binesh S .M, Hataf N. Elasto-plastic analysis of discontinuous medium using linearly conforming radial point interpolation method. *Computational Methods in Civil Engineering*. 2012; 3(2):29-45.
- [43] Chen J. S., Wu C. T., Yoon S., You Y. A stabilized conforming nodal integration for Galerkin mesh-free methods. *International journal for numerical methods in engineering* 2001;50(2):435-466.
- [44] Liu G.R., Gu Y.T., *An Introduction to Meshfree Methods and Their Programming*. Netherlands: Springer, 2004.
- [45] Hoeksema, R. J., Kitanidis, P. K. Analysis of the spatial structure of properties of selected aquifers. *Water Resources Res.* , 1985; 21(4): 563-572.
- [46] Sudicky, E. A. A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer: Spatial variability of hydraulic conductivity and its role in the dispersion process. *Water Resources Res.* 1986; 22(13): 2069-2083.

Abstract:

The problem of seepage analysis has always been one of the most important research topic in the geotechnical as well as hydraulic structural engineering. The results of seepage analysis play a fundamental role through the calculation of discharge flow and also in the designing of the engineering structures such as dams and bridges. Through the recent decades, several approaches (e.g. finite element method, scaled boundary finite element method, finite difference method) have been developed for the seepage analysis of hydraulic structures. However, they have some difficulties arise from the necessity of problem discretization by elements. Aiming to overcome on these shortcomings, meshless methods have been thoroughly suggested. In the meshless methods there is no need for the problem discretizing by elements or meshes and thus, the problem region is simulated only by the scattered nodes.

Deterministic analysis of seepage problems provides an approximate response for discharge flow. In fact, the inherent spatial variability of soil parameters imposes some uncertainties in the solution that causes major errors in results. To incorporate the spatial variability of soils into seepage analyses, the probabilistic approaches must be conducted.

In the current thesis, an innovative technique has been proposed for the probabilistic analysis of seepage problems through the foundation of water retaining structures. In this regard, the radial point interpolation method, for mechanical modelling of seepage problem, together with random field theory, for modelling spatial variability, have been performed within Monte Carlo simulation approach. The random fields of soil permeability (as soil random parameter) were generated by considering the Markov correlation function and also adopting the covariance matrix decomposition algorithm. Finally, to assess the accuracy and efficiency of the proposed probabilistic meshless method, several simulations have been performed with different input parameters and compared well with the results of previous studies. The comparisons confirm the correctness and advantages of the suggested meshless method against other existing solutions.

Comparison of the data results from the deterministic and probabilistic simulations show that the calculated water flow rate is always lower than its value in the deterministic analysis. The difference between water flow rates originally depends on the input parameters (i.e. random field correlation length and coefficient of variation of soil permeability). In addition, the results showed that for the highest coefficient of variation (100 %) and the lowest correlation length (1 m), the largest difference in downstream discharge has been achieved. This difference, in this study, is estimated to be about 33 %.

Keywords: Radial point interpolation method, seepage, probabilistic analysis, random field theory, correlation function.



Probabilistic investigation of inherent heterogeneity effects of hydraulic conductivity in soil media on the discharge flow

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement for the Degree of Master of Science in civil engineering

**By:
Matin Rafie**

**Supervisor:
Dr. Ramin Amini**

Jan 2020