

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی عمران  
رساله دکتری مهندسی آب و سازه های هیدرولیکی

عنوان

**تحلیل اثرات اندرکنش سیال-سازه در لوله ویسکوالاستیک بر مبنای آنالیز  
حوزه فرکانس**

نگارنده: حامد کریمیان علی آبادی

استاد راهنما

دکتر احمد احمدی

استاد مشاور:

دکتر علیرضا کرامت

دی ۹۷

دانشکده مهندسی عمران

گروه مهندسی آب

پایان نامه کارشناسی ارشد / رساله دکتری آقای حامد کریمیان علی آبادی

تحت عنوان: تحلیل اثرات اندرکنش سیال-سازه در لوله ویسکوالاستیک بر مبنای آنالیز حوزه فرکانس

در تاریخ ..... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد/ رساله دکتری ارزیابی گردید و با درجه ..... مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:

تقدیم به پدرم

کوهی استوار با قلبی مهربان؛

حامی و یاور همیشگی

تقدیم به مادرم

الگوی فداکاری و دلسوزی و اوج مهربانی

## تشکر و قدردانی:

بدینوسیله لازمست از زحمات بی شائبه جناب آقای دکتر احمد احمدی، استاد راهنمای محترم این رساله صمیمانه تشکر نمایم. مایه مباهات است که توانستم در این دوره تحصیلی از راهنمایی های ارزشمند و هدایت های دلسوزانه ایشان بهره مند شوم. همچنین از شکیبایی و کمک های موثر و راهگشای ایشان که یاری بخش و امید بخش ادامه راه بوده است کمال تشکر و امتنان را دارم.

همچنین از جناب آقای دکتر علیرضا کرامت که زحمت مشاوره این رساله را تقبل کردند بسیار سپاسگذارم. ایشان در مراحل مختلف کار و از ابتدای تعریف این پژوهش بسیار سخاوتمندانه تمامی دانش، تجربیات و نتایج زحمات بلند مدت خویش را در اختیار بنده قرار دادند که از این بابت همواره قدردان حمایت های ایشان خواهم بود.

در نهایت از برادر عزیز و بزرگواریم جناب آقای دکتر سعید کریمیان علی آبادی که بدون راهنمایی و کمک های بی شائبه، دلسوزانه و صبورانه ایشان این پژوهش به سرانجام نمی رسید کمال تشکر را دارم. رهنمودهای ارزنده و حمایت های بزرگواریه ایشان همواره روشنگر و اطمینان بخش بوده و خواهد بود، انشالله.

در نهایت از سایر عزیزانی که مرا در انجام این تحقیق یاری کردند، از جمله پدر و مادر عزیز و بزرگواریم تشکر و قدردانی می نمایم.

## تعهد نامه

اینجانب **حامد کریمیان علی آبادی** دانشجوی دوره دکتری رشته مهندسی عمران - گرایش سازه های هیدرولیکی دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **تحلیل اثرات اندرکنش سیال-سازه در لوله ویسکوالاستیک بر مبنای آنالیز حوزه فرکانس** تحت راهنمایی آقای دکتر احمد احمدی متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام << دانشگاه صنعتی شاهرود >> و یا <<shahrood university of technology>> به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیر گذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ:

امضای دانشجو

### مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه / رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

## مقالات چاپ شده در مجلات علمی و پژوهشی:

- ۱- کریمیان علی آبادی، ح.، احمدی، ا.، کرامت، ع. (۱۳۹۵)، "مطالعه اثرات اندرکنش سیال و سازه در لوله ویسکوالاستیک بر مبنای بسط جدیدی از روش ماتریس انتقال"، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۶، شماره ۱۱، صفحه ۳۳۰-۳۳۸.
- ۲- کریمیان علی آبادی، ح.، احمدی، ا.، کرامت، ع. (۱۳۹۷)، "مطالعه جریان گذرا در لوله ویسکوالاستیک با احتساب اثرات اندرکنشی بر مبنای پاسخ تحلیلی در حوزه فرکانس"، *نشریه مهندسی مکانیک / امیرکبیر*، انتشار آنلاین از آبان ۱۳۹۷.
- 3- Karimian Aliabadi, H., Ahmadi, A., Karamat, A. (submitted on 2018), "Frequency Domain Analysis of Water Hammer with Fluid-Structure Interaction in Viscoelastic pipe", *Journal of Fluid and Structures*

## مقالات پذیرفته شده کنفرانسی:

- 1- Karimian Aliabadi, H., Ahmadi, A., Karamat, A. (2015), "Frequency Domain Analysis of Fluid-Structure Interaction in Viscoelastic Pipeline", The 13th International Symposium on Fluid Control, Measurement and Visualization, Doha, Qatar
- ۲- کریمیان علی آبادی، ح.، احمدی، ا. (۱۳۹۶)، "تحلیل اندرکنشی و مطالعه پارامتری ضربه قوچ در لوله ویسکوالاستیک در حوزه فرکانس"، *دومین کنفرانس ملی پژوهش های کاربردی در مهندسی سازه و مدیریت ساخت*، دانشگاه صنعتی شریف
- ۳- کریمیان علی آبادی، ح.، احمدی، ا.، کرامت، ع. (۱۳۹۶)، "مطالعه پارامتری مشخصه های مکانیکی لوله ویسکوالاستیک در اندرکنش سیال-سازه بر مبنای تحلیل در حوزه فرکانس"، *بیست و پنجمین کنفرانس سالانه بین المللی مهندسی مکانیک ایران*، تهران، دانشگاه تربیت مدرس

## چکیده

در این پژوهش به مدلسازی و تحلیل معادلات حاکم بر رفتار کوپل سیال-سازه با محوریت بهره‌گیری از شیوه‌های آنالیز در حوزه فرکانس پرداخته شده است. با توجه به گسترش استفاده از مواد ویسکوالاستیک در خطوط لوله و شبکه‌های انتقال آب، بررسی رفتار این دسته از مواد در حضور پدیده‌های سیالاتی مثل ضربه قوچ و تحریک‌های نوسانی، با اهداف طراحی، عیب‌یابی و بهینه‌سازی اهمیت فراوان یافته است. از یک سو پیچیدگی‌های چنین مطالعاتی در حوزه زمان با وجود خواص تاخیری نهفته در ماهیت ویسکوالاستیک و از سوی دیگر توانمندی روش‌های مبتنی بر حوزه فرکانس در ارزیابی برداشت‌های کاربردی از رفتار و پاسخ یک سیستم، انگیزه اصلی در پژوهش جاری محسوب می‌شود. مزیت عمده روش‌های فرکانسی در مقابل تحلیل زمانی، ساده‌تر شدن مساله، شناخت ماهیت و رفتار پدیده‌ها، تعمیم نتایج و امکان مطالعه پارامتری وسیع‌تر می‌باشد.

در این تحقیق دو الگوریتم برای مطالعه یک مساله کلی اندرکنشی با وجود ماهیت ویسکوالاستیک توسعه یافته است. معادلات حاکم بر سازه بر مبنای مدل خطی متشکل از المان‌های کلونین-ویت استخراج شده و با معادلات پیوستگی و ممنوم سیال کوپل شده است. در شیوه نخست از تعمیم روش ماتریس انتقال برای برخورد با معادلات کوپل سیال و سازه استفاده شده است. در این شیوه تحریک بسته شدن آنی شیر با تقریب سری فوریه یک تابع پالسی شبیه‌سازی گردیده و در نهایت از معادلات خاصی به منظور بازسازی در حوزه زمان بهره‌گیری شده است. اعتبارسنجی این روش بر مبنای مقایسه با حل از روش خطوط مشخصه صورت گرفته و نتایج در خور توجهی حاصل شده است. در شیوه دوم از جایگذاری جملات تبدیل لاپلاس متناظر با سازه ویسکوالاستیک در معادلات فرکانسی حاصل از یک خط لوله الاستیک استفاده شده که در نهایت با نمایش ماتریسی معادلات و نیز شرایط مرزی که آن‌ها نیز در فضای لاپلاس بیان شده‌اند، حل بسته‌ای برای دستگاه معادلات ارائه شده است. این شیوه حل با نتایج حل دقیق در یک مساله نمونه الاستیک و نیز با قیاس با داده‌های آزمایشگاهی اعتبارسنجی شده و می‌توان از آن به عنوان یک بستر تحلیلی کارآمد و نوین برای مطالعه خواص جداره‌های ویسکوالاستیک توام با پدیده‌های سیالاتی بهره‌گیری نمود. در شیوه دوم امکان بررسی وسیع تغییرات پارامترها و حتی تنوع شرایط مرزی که به نوبه خود مکانیزم‌های کوپل را تغییر خواهد داد، فراهم شده است و نمونه‌ای از چنین مطالعات پارامتری نیز انجام شده است.

نتایج تحلیل‌های مختلف انجام شده که به سه بخش اصلی: مطالعه پارامتری تاثیر وزنی مشخصه‌های مکانیکی لوله، احتساب مکانیزم‌های اندرکنشی مختلف و بررسی تاثیر دقت مدل ماده ویسکوالاستیک قابل تقسیم بندی است به ترتیب و به طور خلاصه نشان داد که دقت پارامترهای ورودی به مدل تاثیر چشمگیری در نتایج تحلیل دارد، تاثیر حضور اثرات اندرکنشی و مکانیزم‌های کوپل در نمودارهای دامنه بر حسب فرکانس بطور کلی بیش از تاثیر حضور خواص تاخیری ویسکوالاستیک البته در حیطه کمیت‌های فرض شده می‌باشد. مشخصه ویسکوالاستیک عمدتاً سبب کاهش دامنه در فرکانس‌های طبیعی می‌گردد در حالی که تداخل سیال و سازه بسته به نوع مکانیزم کوپله و شدت آن می‌تواند دینامیک مجموعه را به کلی تغییر دهد.

**کلمات کلیدی:** لوله ویسکوالاستیک، آنالیز اندرکنشی، تحلیل گذرا، تحلیل فرکانسی، تبدیل لاپلاس، روش

ماتریس انتقال، مدل کلونین-ویت



## فهرست مطالب

---

فصل اول - کلیات	۱
۱-۱ مقدمه و بیان موضوع پژوهش	۲
۲-۱ اهمیت و ضرورت انجام پژوهش	۷
۳-۱ اهداف و نوآوری ها	۹
۴-۱ فرضیات تحقیق	۱۲
۵-۱ ساختار این رساله	۱۳
فصل دوم - مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش	۱۵
۱-۲ مقدمه	۱۶
۲-۲ تعاریف و مبانی نظری	۱۶
۳-۲ جداره ویسکوالاستیک و خواص آن	۱۹
۴-۲ اهمیت تحلیل اندرکنشی و انواع آن	۲۵
۵-۲ مطالعات در حوزه زمان	۳۱
۶-۲ مطالعات تحلیلی و آزمایشگاهی	۳۸
۷-۲ مطالعات در حوزه فرکانس	۴۰
۸-۲ جمع بندی کارهای انجام شده	۴۷
فصل سوم - معادلات حاکم	۵۱
۱-۳ معادلات جداره ویسکوالاستیک	۵۲
۲-۳ معادلات دینامیک سازه	۵۵
۳-۳ معادلات هیدرولیکی	۶۱
۴-۳ کوپل معادلات و ساده سازی	۶۳
۵-۳ شرایط مرزی	۶۶
فصل چهارم - حل در حوزه فرکانس	۷۱
۱-۴ مبانی روش ماتریس انتقال	۷۲
۲-۴ روش ماتریس انتقال در جداره الاستیک	۸۵
۳-۴ تعمیم روش ماتریس انتقال به جداره ویسکوالاستیک	۹۵
۴-۴ پاسخ تحلیلی با هدف مدلسازی تحریک غیر هارمونیک	۱۰۱
۱-۴-۴ نمایش واحد و اعمال شرایط مرزی	۱۰۳
فصل پنجم - پیاده سازی و نتایج	۱۱۳

۱۱۴.....	۱-۵ اعتبارسنجی بر پایه تحریک پالسی و بکارگیری سری فوریه
۱۱۹.....	۲-۵ اعتبارسنجی بر پایه تحریک آنی و بکارگیری تبدیل لاپلاس
۱۲۰.....	۱-۲-۵ مساله اعتبارسنجی مخزن-لوله-شیر.....
۱۲۲.....	۲-۲-۵ مساله اعتبارسنجی ضربه قوچ در لوله بسته
۱۲۳.....	۳-۵ مطالعه موردی و تحلیل نتایج پاسخ فرکانسی
۱۲۴.....	۱-۳-۵ مشخصات سیستم و شرایط مرزی.....
۱۲۵.....	۲-۳-۵ بررسی و مقایسه نتایج در حالت‌های متنوع.....
۱۳۱.....	۳-۳-۵ بررسی تاثیر افزایش مرتبه مدل کلون-ویت در نتایج.....
۱۳۵.....	۴-۵ مطالعه پارامتری حول مشخصات مکانیکی.....
۱۳۵.....	۱-۴-۵ مطالعه پارامتری براساس مدل ماتریس انتقال.....
۱۴۱.....	۲-۴-۵ مطالعه پارامتری براساس مدل تبدیل لاپلاس.....
۱۴۹.....	فصل ششم - نتیجه گیری و پیشنهادات.....
۱۵۰.....	۱-۶ مقدمه.....
۱۵۰.....	۲-۶ نتایج.....
۱۵۲.....	۳-۶ پیشنهادات.....
۱۵۴.....	ضمیمه الف - مدلسازی جداره ویسکوالاستیک.....
۱۶۰.....	ضمیمه ب - کد محاسباتی.....
۱۶۰.....	ب-۱ کد مربوط به آنالیز حالت‌های متنوع اندرکنشی.....
۱۶۲.....	ب-۲ زیربرنامه برای حل اندرکنشی.....
۱۶۵.....	منابع.....

## فهرست اشکال

توصیف جنبه های متنوع مساله تداخل سازه و سیال.....	شکل ۱-۱
هندسه اولیه و مبنا در تعریف مساله.....	شکل ۲-۱
پاسخ کرنش در یک ماده ویسکوالاستیک به ورودی تنش.....	شکل ۱-۲
پاسخ تاخیری در یک جداره ویسکوالاستیک خطی.....	شکل ۲-۲
مدلسازی جداره ویسکوالاستیک از طریق المان های فنر و میراگر.....	شکل ۳-۲
نمایش هیستریزیس در یک ماده ویسکوالاستیک.....	شکل ۴-۲
مقایسه مدل های مختلف ارایه شده برای توصیف خاصیت ویسکوالاستیک.....	شکل ۵-۲
ارتباط کرنش های متعامد از طریق نسبت پواسون مصالح.....	شکل ۶-۲
شماتیک ساده و نمونه ای از مکانیزم اثر کوپل اتصال.....	شکل ۷-۲
مدل مصالح ویسکو الاستیک با المان کلوین ویت.....	شکل ۱-۳
المان جداره و شماتیک فرمول بندی دینامیک سازه.....	شکل ۲-۳
المان شعاعی و تنشهای وارده به آن.....	شکل ۳-۳
مقادیر متوسط و تغییر لحظه ای فشار و دبی سیال.....	شکل ۱-۴
پاسخ یک سیستم ساده به ورودی هارمونیک.....	شکل ۲-۴
شماتیک یک شبکه ساده مخزن-لوله-شیر با تحریک خارجی باز و بست متناوب شیر.....	شکل ۳-۴
پاسخ شبکه لوله در محل شیر به تحریک متناوب شیر پایین دست.....	شکل ۴-۴
نمایش دیاگرام بلوکی ماتریس های میدان و نقطه در.....	شکل ۵-۴
شماتیک مساله مورد مطالعه.....	شکل ۶-۴
فلوچارت روش تبدیل لاپلاس.....	شکل ۷-۴
فلوچارت ترسیم منحنی پاسخ فرکانسی.....	شکل ۸-۴
مشخصات مساله نمونه.....	شکل ۱-۵
نمودار تغییرات هد در انتهای پایین دست، مقایسه روش TMM و MOC.....	شکل ۲-۵
نمودار بزرگنمایی شده تغییرات هد در انتهای پایبندست، مقایسه روش TMM و MOC.....	شکل ۳-۵
پالس متناوب مورد استفاده در سری فوریه برای شبیه سازی بستن آبی شیر.....	شکل ۴-۵
تغییرات هد پایین دست، داده های آزمایشگاهی در مقایسه با نتایج روش پیشنهادی.....	شکل ۵-۵
دامنه نوسان فشار پایین دست، نتایج حل تحلیلی و نتایج مدل حاضر.....	شکل ۶-۵
ضربه محوری به یک لوله فولادی آویزان شده حاوی آب.....	شکل ۷-۵
مطالعه پارامتری.....	شکل ۸-۵
مقایسه دامنه نوسان فشار پایین دست- لوله الاستیک و ویسکوالاستیک.....	شکل ۹-۵
مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست با و بدون کوپل پواسون.....	شکل ۱۰-۵
مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست با و بدون کوپل اتصال.....	شکل ۱۱-۵
منحنی دامنه نوسان فشار در پایین دست برای ۳ مقدار مختلف جرم شیر پایین دست.....	شکل ۱۲-۵
مقایسه دامنه نوسان فشار پایین دست برای لوله الاستیک و ویسکوالاستیک.....	شکل ۱۳-۵

دامنه نوسان فشار پایین دست با احتساب کوپل پواسون و اتصال .....	۱۳۴	شکل ۵-۱۴
تغییرات دامنه نوسان کمیت های مختلف بر حسب موقعیت در تحریک فرکانس پایه.....	۱۳۶	شکل ۵-۱۵
اثر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه تنش در بالادست لوله برای ضرایب پواسون متفاوت.....	۱۳۷	شکل ۵-۱۶
اثر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه کرنش در وسط لوله برای ضرایب پواسون متفاوت.....	۱۳۷	شکل ۵-۱۷
اثر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه دبی در بالادست لوله برای ضرایب پواسون متفاوت.....	۱۳۸	شکل ۵-۱۸
اثر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه فشار در پایین دست برای ضرایب پواسون متفاوت.....	۱۳۹	شکل ۵-۱۹
دامنه تغییر فشار در پایین دست بر حسب نسبت فرکانس برای ضرایب پواسون متفاوت.....	۱۴۰	شکل ۵-۲۰
دامنه تغییر تنش در بالا دست بر حسب نسبت فرکانس برای ضرایب پواسون متفاوت.....	۱۴۱	شکل ۵-۲۱
تأثیر افزایش جرم مقطع پایین دست بر دامنه نوسان کمیت های وابسته.....	۱۴۳	شکل ۵-۲۲
تأثیر تغییر ضریب پواسون بر دامنه نوسان کمیت های وابسته .....	۱۴۴	شکل ۵-۲۳
تأثیر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه نوسان کمیت های وابسته.....	۱۴۵	شکل ۵-۲۴
تأثیر تغییر ضخامت جداره بر دامنه نوسان کمیت های وابسته .....	۱۴۶	شکل ۵-۲۵
نمایش مکانیکی یک ماده جامد ویسکوالاستیک .....	۱۵۴	شکل الف-۱

### فهرست جداول

مشخصات سیستم .....	۱۲۰	جدول ۵-۱
مقایسه نتایج مدل عددی روش MOC با مدل تحقیق حاضر .....	۱۲۱	جدول ۵-۲
مشخصات هندسی و مکانیکی سیستم مساله دوم .....	۱۲۲	جدول ۵-۳
فرکانس های طبیعی، مقایسه داده های آزمایشگاهی، نتایج مدل عددی و مدل حاضر .....	۱۲۳	جدول ۵-۴
مشخصات مساله نمونه RPV با لوله VE .....	۱۲۴	جدول ۵-۵
شرایط مرزی مساله نمونه.....	۱۲۵	جدول ۵-۶
محدوده تغییر پارامترهای مکانیکی و هندسی .....	۱۴۲	جدول ۵-۷

فهرست علائم اختصاری

		علائم انگلیسی	
ویسکوزیته دینامیکی، Pa	$\mu$	سرعت موج، m/s	$c$
نسبت پواسون	$\nu$	قطر داخلی لوله، m	$D$
ضریب میرایی	$\xi$	مدول یانگ لوله، Pa	$E$
چگالی، m <sup>3</sup> /s	$\rho$	اندرکنش سیال-سازه	FSI
تنش نرمال، Pa	$\sigma$	ضخامت جداره لوله، m	$e$
زمان خزش، s	$\tau$	ضریب اصطکاک	$f$
اپراتور لاپلاس	$\mathcal{L}$	شتاب گرانش، m/s	$g$
<b>ماتریس‌ها و بردارها</b>			
ماتریس ضرایب	$\mathbf{A}, \bar{\mathbf{A}}$	هد فشار، m	$H$
ماتریس ضرایب	$\mathbf{B}$	کرنش محوری تاخیری	$I_{\sigma_z}$
ماتریس ضرایب اصطکاک و میرایی	$\mathbf{C}$	کرنش محیطی تاخیری	$I_H$
ماتریس ضرایب شرایط مرزی	$\mathbf{D}$	تابع خزش برای مصالح لوله، Pa <sup>-1</sup>	$J$
ماتریس قطری ضرایب نمایی	$\mathbf{E}$	مدول الاستیسیته بالک، Pa	$K$
تابع تحریک	$\mathbf{F}$	مدل کلوین-ویت	KV
ماتریس تعریف شده در رابطه (۲۴)	$\mathbf{K}$	طول، m	$L$
ماتریس شرایط اولیه	$\mathbf{Q}$	جرم لوله در مقطع $z=l$ ، kg	$m_l$
بردار تعریف شده در رابطه (۲۵)	$\bar{\mathbf{q}}$	فشار، Pa	$p$
ماتریس نوع شرایط مرزی	$\mathbf{R}$	ضرایب در مدل کلوین-ویت	$P_0, q_0, q_1$
ماتریس حاوی بردارهای ویژه	$\mathbf{S}$	شعاع داخلی لوله، m	$R$
ماتریس تبدیل	$\mathbf{T}$	سیستم مخزن-لوله-شیر	RPV
بردار مجهولات	$\mathbf{Y}$	پارامتر لاپلاس (فرکانس مختلط)، s <sup>-1</sup>	$s$
بردار تحریک خارجی	$\mathbf{r}$	زمان، s	$t$
ماتریس قطری ضرایب	$\mathbf{\Lambda}$	روش ماتریس انتقال	TMM
بردار شرایط مرزی	$\mathbf{v}_0$	جابجایی لوله، m	$u$
<b>زیر نویس‌ها</b>			
شماره المان در بردار یا ماتریس	$i$	سرعت لوله، m/s	$\dot{u}$
تعداد سلول‌های کلوین-ویت	$k$	سرعت متوسط سیال، m/s	$V$
موقعیت محوری $z=l$	$L, l$	ماده ویسکوالاستیک	VE
سیال	$f$	<b>علائم یونانی</b>	
لوله	$t$	کرنش	$\varepsilon$
جهت محور لوله	$z$	زاویه محور لوله نسبت به افق، rad	$\theta$
		مقدار ویژه، m/s	$\lambda$



## فصل اول - کلیات

## ۱-۱ مقدمه و بیان موضوع پژوهش

تعامل یا تداخل رفتار دینامیک سازه و سیال به مفهوم اثرگذاری متقابل مشخصه‌های جریان بر تغییرشکل‌های سازه‌ای و بالعکس می‌باشد. بدیهی است پدیده‌های فیزیکی و طبیعی عموماً مشتمل بر چنین رفتاری هستند و لذا<sup>۱</sup> FSI یک مبحث عام و پرکاربرد می‌باشد. دیدگاه‌های متفاوتی در برخورد با این مساله وجود دارد. در برخی موارد، این کوپل شدن<sup>۲</sup> و تاثیر متقابل چندان مطلوب نیست و صرفاً به عنوان یک امر اجتناب ناپذیر با این هدف که بتوان مخاطرات احتمالی را کاهش داد، مورد بررسی و مدلسازی قرار می‌گیرد. در این حالت با تدوین معادلات، انجام مدلسازی، در پی آن شبیه‌سازی و مطالعه پارامتری، رفتار دینامیکی و حیطه‌های نامطلوب عوامل تحریک و عملکرد سیستم، قابل پیش بینی خواهد بود و بالطبع از این طریق برخی باید‌ها و نباید‌ها استخراج خواهد شد. بطور نمونه فرکانس‌های ایمن یا نحوه باز و بست شیرها و قطع و وصل پمپ‌ها می‌تواند نتیجه مدلسازی و آنالیز FSI باشد. اما در مقابل، FSI می‌تواند به عنوان یک امر مطلوب و قابل کنترل با اهداف مشخصی بکار گرفته شود. بطور نمونه پرواز پرنده‌گان در طبیعت بدون تاثیر کوپل جریان هوا و سازه بال ممکن نمی‌باشد و یا تنظیم فشار و کارکرد طبیعی سیستم گردش خون مبتنی بر الاستیک بودن و تغییرشکل دیواره رگ‌ها است. امروزه بسیاری از مکانیزم‌ها و روبات‌ها با بهره‌گیری از همین تاثیر (وجود مثبت اندرکنش سیال و سازه) طراحی و ساخته می‌شود.

تداخل سازه و سیال می‌تواند فعال یا غیر فعال باشد. در واقع چنانچه عامل یا عوامل تحریک کننده که خود انرژی مصرف می‌کنند، تغییرشکل‌های سازه را ایجاد نمایند، مساله از نوع فعال خواهد بود. در مقابل چنانچه تغییرشکل‌های سازه صرفاً متأثر از خواص الاستیک باشد و المان‌های مصرف کننده انرژی (المان فعال) به عنوان عملگرهای جابجایی، وجود نداشته باشد، مساله از نوع غیرفعال خواهد بود. با این تعریف بدیهی است که مساله تحلیل ضربه قوچ<sup>۳</sup> در خط انتقال یا شبکه، عمدتاً از نوع غیرفعال می‌باشد.

---

<sup>1</sup> Fluid Structure Interaction

<sup>2</sup> Coupling

<sup>3</sup> Water hammer



بر همین اساس می‌توان نتیجه گرفت یکی از حوزه‌های جذاب و پرکاربرد در طراحی شبکه‌های انتقال و لوله‌ها، افزودن برخی المان‌های فعال به یک سیستم تداخلی که دارای ماهیت غیرفعال است، می‌باشد. این امر سبب خواهد شد تا بتوان عملکرد مجموعه حاصل را به نحوی کنترل نمود. بنابراین در شرایط اخیر، اثر تداخلی دوم هدفمند، حساب شده و مبتنی بر یک حلقه کنترلی است. این ساز و کار بالطبع ترکیب اثرات فعال و غیرفعال بصورت توأم خواهد بود.

برداشت‌های متنوعی از پدیده FSI در زمینه‌های مختلف مهندسی وجود دارد. در مهندسی مکانیک سیالات و آیرودینامیک تمرکز بر تاثیر جریان بر سازه است و البته اثر متقابل سازه بر جریان با هدف به روز رسانی نیروها که به نوبه خود سازه را متأثر می‌نمایند، صورت می‌پذیرد. به عبارت دیگر در این دسته از کاربردها تنها برخی از متغیرهای هندسی وابسته به جریان (بطور نمونه زاویه برخورد) وارد معادلات وابسته شده و سایر کمیت‌های جریان مستقل انگاشته می‌شود (Kahawita 1988). در مهندسی عمران و علوم زیستی، به تحلیل جریان توجه بیشتری می‌شود که علت آن کوپل و یا تداخل موثرتر بین مشخصه‌های سازه و جریان به خصوص در مجاری تحت فشار است. در واقع تمرکز تنها بر سازه و ارتعاشات آن نیست، بلکه رفتار جریان شامل فشار، سرعت و پدیده‌های مختلف سیالاتی، اهمیت می‌یابد. در قیاس با برداشت اول (جریان خارجی) که عمده نگرانی از دینامیک سازه‌ها است، در این برداشت (جریان داخلی) تعریف مشخصی از الزامات جریان مطلوب وجود دارد و هدف به نوعی مطالعه خصوصیات مکانیکی و ترمودینامیکی سیال در فرآیند انتقال می‌باشد.



شكل ۱-۱- توصيف جنبه هاي متنوع مساله تداخل سازه و سيال

در شكل ۱-۱ مصاديق مختلف مساله اندركنش در حوزه هاي مختلف مهندسي نمايش داده شده است. همانطور كه عنوان شد مي توان دو دسته بندي كلي را براي مطالعات اندركنش سيال و سازه بيان كرد. يكي بر مبنای فضای حل جريان است كه داخلي يا خارجي (محدود يا نامحدود) باشد و ديگري بر مبنای استاتيک يا ديناميك بودن رفتار سازه و يا مانا و گذرا بودن مطالعه مي باشد كه به نوبه خود مي تواند سبب واگرایی حل يا ناپایداری در سيستم شود. آنچه بطور خاص در اين پژوهش مورد توجه قرار گرفته است حل يك مساله تداخلی با جريان داخلي و بر مبنای رفتار ديناميك سازه است. در عين حال سازه در اين تحقيق از نوع مواد ويسكوالاستيك در نظر گرفته شده است. مطالعه FSI با فرض جداره الاستيك خطی به نوبه خود دارای کاربردها و جذابیت های متنوع می باشد، اما از آنجا كه امروزه بكارگیری جداره های ويسكوالاستيك شامل لوله های پلی اتیلنی<sup>۱</sup> و یا PVC<sup>۲</sup> بدلیل هزینه کمتر، عمر بیشتر، خواص حرارتی و زیستی بهتر و نیز دسترسی بیشتر و آسان تر به مواد پایه پلیمری، توسعه فراوان یافته است لذا در اين تحقيق بر عناوين زیر تاكيد شده و به تحليل و مطالعه رفتار كوپل شده در يك مساله نمونه پرداخته شده است:

<sup>1</sup> Polyethylene

<sup>2</sup> Polyvinyl chloride

۱. مطالعه اثرات اندرکنشی یا تداخلی (FSI)
۲. مطالعه با فرض جداره ویسکوالاستیک (VE)
۳. مطالعه در حالت دینامیکی و جریان گذرا<sup>۱</sup> (TR)
۴. مطالعه در حوزه فرکانس و مبتنی بر تبدیل (FR)

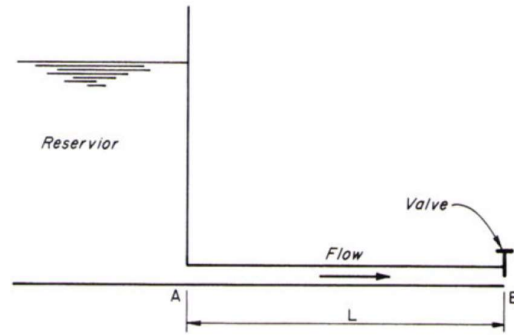
بنابراین تعریف مساله پژوهش در فعالیت جاری عبارت است از توسعه یک شیوه حل فرکانسی برای معادلات کوپل اندرکنش سیال و سازه در جداره ویسکوالاستیک به نحوی که بتوان رفتار این سیستم را در جریان های غیر ماندگار هم پیش بینی نمود. در توضیح این عنوان بایستی اشاره نمود که معمولا شیوه های فرکانسی رفتار سیستم را در حالت نوسانی ماندگار مدلسازی می کنند اما بر پایه همین پاسخ فرکانسی می توان مشخصه های رفتار گذرای سیستم را نیز استخراج نمود. وجود سازه های الاستیک و یا ویسکوالاستیک تاثیر قابل ملاحظه بر پاسخ به تحریک ضربه ای دارد و از سوی دیگر مدلسازی کامل و کوپل در این شرایط پیچیده و زمان بر می باشد، بنابراین تلاش در این امتداد و دستیابی به رویکردی کاربردی و نوین، سودمند خواهد بود. بر مبنای آنچه بیان شد می توان چالش و ساختار این تحقیق را بطور کلی و کلان تعریف نمود. چارچوب تحقیق عبارت است از توسعه ابزار تحلیلی مناسب در حوزه فرکانس به منظور مطالعه تحلیلی یا نیمه تحلیلی اثرات اندرکنش سیال و سازه در شبکه لوله ویسکوالاستیک با وجود برخی فرضیات به ویژه شبه خطی بودن رفتار سازه و سیال که بدان ها اشاره خواهد شد.

در اینجا منظور از توسعه ابزار تحلیلی مناسب در حوزه فرکانس، هر یک از شیوه های رایج شامل ماتریس انتقال، روش مودهای فرضی، تبدیلات فرکانسی یا سایر روش های نوین در این زمینه می تواند باشد. تا کنون چنین شیوه پارامتریک و ساخت یافته ای بصورت جامع و با لحاظ پیچیدگی های

---

<sup>1</sup> Transient flow

مدلسازی مصالح ویسکوالاستیک توسعه نیافته و لذا از این زاویه تحقیق جاری بدیع خواهد بود. از رهگذر حل این مساله می توان امید داشت که توسعه یک بستر شبیه سازی مناسب به منظور مطالعه پارامتری و بهینه سازی نیز تحقق یابد. از سوی دیگر چنانچه رفتار سیستم کوپل خطی یا شبه خطی باشد، آنگاه مزیت عمده اصل بر هم نهی آثار نیز وجود خواهد داشت که بر پایه آن با تفکیک هر تحریک دلخواه به محتوای فرکانسی یا سری فوریه متناظر آن، می توان پاسخ مساله به آن تحریک را یافته و شاخص های عملکردی مناسب را بدست آورد. در شرایط حاضر نیاز به یک بستر مطالعه پارامتری با قابلیت پوشا و کاربردی بودن احساس می شود و از همین رو این تحقیق منطبق با نیاز و کمبودهای موجود می باشد. معادلات حاکم در حالتی که سیستم لوله از مصالح ویسکوالاستیک ساخته شده باشد از مرجع (Keramat 2010) اقتباس شده و جهت حل آنها ابتدا از تعمیم شیوه توانمند ماتریس انتقال بهره گرفته شده و سپس تبدیل فرکانسی معادلات با اپراتورهای انتگرالی بکار برده شده. برای اولین بار ماتریس انتقال محاسباتی در این پژوهش به این شکل توسعه داده شده است. تکیه بر تغییر دامنه و فاز ناشی از وجود سازه ویسکوالاستیک، با مفاهیم و فرضیه های معمول در شیوه ماتریس انتقال سازگاری داشته و بر همین اساس می توان بخش عمده ای از تاثیر توابع خزش و توابع تاخیری را به فضای تحلیل فرکانسی نگاشت داد. در اعتبارسنجی از حل به شیوه عددی (تماماً خطوط مشخصه و خطوط مشخصه - اجزای محدود) که پیش از این و به تفصیل در مراجع متنوع انجام شده، بهره گیری شده است. همچنین داده های تجربی مناسب به منظور اعتبارسنجی گردآوری شده است که در کنار پاسخ های تحلیلی و حل عددی معادلات، می تواند مجموعه مناسبی را ایجاد نماید. در شکل ۱-۲ هندسه مساله نمونه مورد بررسی که یک سیستم مخزن-لوله-شیر می باشد به صورت شماتیک نمایش داده شده است.



شکل ۱-۲- هندسه اولیه و مبنا در تعریف مساله (Zhang, Tijsseling et al. 1999)

در این پژوهش در خصوص تاثیر مکانیزم های کوپله شامل پواسون و اتصال نیز بررسی و بحث شده است. در ارتباط با بازسازی زمانی نتایج و نیز احتساب اثرات اصطکاک در یک رویکرد از کمیت بدون بعد که نوآوری همین رساله می باشد، استفاده شده است.

## ۲-۱ اهمیت و ضرورت انجام پژوهش

با وجود قدمت توسعه معادلات اولیه انتشار امواج و ضربه قوچ، در ۲ دهه اخیر بدلیل پیشرفت قابل ملاحظه شیوه های حل عددی و امکان حل مساله کوپل سیال و سازه، بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته و حجم بالایی از تلاش ها در سراسر دنیا بدان معطوف گشته است. ورود فزاینده مواد پلیمری به عرصه کاربرد با وجود خواص متنوع و متفاوت سازه ای، اهمیت این مطالعه را دوچندان کرده است. تنوع و تعدد قابل تاملی که در گونه های مختلف سیال و جنس های مختلف سازه (بطور نمونه سیال غیر نیوتنی و جامد ویسکوالاستیک خطی یا غیرخطی) وجود دارد، بهره گیری از شیوه هایی که قادر باشد توصیف فراگیری از دینامیک سازه و سیال را در یک بستر مدلسازی واحد ارائه نماید، جذاب و متمایز ساخته است. از این دسته ابزارها می توان به تبدیلات حوزه فرکانسی اشاره نمود که این تحقیق بطور کامل بدان معطوف گشته است. هدف از بکارگیری شیوه های حوزه فرکانس و تبدیل معادلات در فضای لاپلاس (که نمونه ای از تبدیلات حوزه فرکانس است) ایجاد مدل یکپارچه از مساله کوپل، حل ساده تر معادلات و دستیابی به تفسیرهای کاربردی و کشف ماهیت پدیده ها (رویه ها یا ترندها) می باشد. یکی

از انگیزه های اصلی و اولیه در تعریف و هدایت این پژوهش کاربردی، فقدان یک متدولوژی سازمان یافته در طراحی و بهینه سازی شبکه های لوله ویسکوالاستیک با لحاظ اثرات اندرکنشی بوده است. توجه به رفتار گذرا و غیر ماندگار جریان در شرایطی که رفتار سازه بر آن تاثیر قابل توجه می گذارد شرط اساسی در طراحی مطلوب و بهینه است. در حقیقت در طراحی خطوط لوله پلیمری و پلاستیکی از جمله پلی اتیلن و PVC که نمونه هایی از مواد ویسکوالاستیک هستند، تاثیر رفتار کرنشی خاص این مواد بر شرایط هیدرولیکی و مشخصه های جریان قابل صرف نظر نیست و بر خلاف لوله های فولادی معیارهای طراحی در قالب دستورالعمل های عمومی و به روشنی تفسیر و تدوین نشده اند. آنچه بشدت بعنوان یک نیاز کاربردی احساس می گردد و در مطالعات اخیر هم بر آن تمرکز شده یافتن یک شیوه ساده، سریع و کارآمد به منظور شبیه سازی رفتار اندرکنشی در جداره ویسکوالاستیک می باشد و بنظر می رسد بر مبنای تبدیلات فرکانسی می توان به این مهم دست یافت.

به طور خلاصه می توان اهمیت و ضرورت انجام این تحقیق را در قالب لزوم پاسخ به پرسش های اساسی زیر تبیین نمود:

۱- آیا لوله های ویسکوالاستیک در شرایط بهره برداری معمول از مزیت های عملکردی نسبت به لوله الاستیک رایج برخوردارند؟ توضیح این که اگرچه در مطالعات حوزه زمان نتایج متعددی در پژوهش های مختلف ارائه شده است اما این نتایج تنها شامل حالت های خاص بوده و مطالعه پارامتری و بسط و توسعه مدل ها بدلیل پیچیدگی معادلات و حجم محاسبات بالا همچنان یک نقطه ضعف در این روش ها به حساب می آید. به نظر می رسد در مدل فرکانسی بتوان شرایط بحرانی سیستم را راحتتر بدست آورد و در نتیجه می توان شرایط بحرانی سیستم ویسکوالاستیک را با سیستم الاستیک متناظر مقایسه نمود.

۲- آیا می توان در تحلیل به روش فرکانسی که اساسا مبتنی بر تحریک خارجی متناوب است یک تحریک غیرمتناوب مانند بسته شدن آنی شیر خط لوله را به درستی مدل کرد؟ این موضوع در مطالعات حوزه فرکانس یک پیش فرض به حساب می آید و سیستم های مورد بررسی در این

حوزه به صورت متناوب و یا پالسی تحت تاثیر نیرو یا عوامل خارجی قرار می گیرند و معمولاً پاسخ سیستم به آن فرکانس خاص مورد نظر محققین بوده است.

۳- تاثیر ویسکوالاستیسیته بر مشخصه های جریان در ضربه کوچ در قیاس با یک ماده الاستیک متناظر به چه میزان است و حساسیت پاسخ لوله ویسکوالاستیک به اندرکنش سیال و سازه که از طریق کوپله های مختلف در مدل ظاهر می شود چگونه است؟ بررسی و مقایسه عملکرد لوله ویسکوالاستیک با لوله های الاستیک در شرایط مختلف و کوپله های سازه ای متفاوت می تواند معیارهای طراحی مناسبی را در اختیار طراحان خط لوله قرار دهد.

۴- دقت مطلوب مدل ریاضی ماده ویسکوالاستیک براساس مدل های رایج از چه مرتبه ای است؟ بررسی این موضوع برای دستیابی به یک مدل عددی بهینه که از دقت مطلوب برخوردار باشد و در عین حال حجم محاسبات متناسبی داشته باشد، اهمیت می یابد.

۵- پارامترهای مختلف در مدل سازی ماده ویسکوالاستیک از نظر تاثیر بر صحت نتایج چه وزنی دارند؟ نتیجه این تحلیل که به راحتی با استفاده از مدل ارائه شده در این تحقیق قابل انجام است معیارهای کلیدی در خصوص دقت اندازه گیری ها و سنجش داده های آزمایشگاهی را در اختیار پژوهشگران این حوزه قرار می دهد.

### ۳-۱ اهداف و نوآوری ها

تناسب آنالیز فرکانسی با حل مسایل تداخلی سیال و سازه ویسکوالاستیک از ۲ جنبه قابل بررسی است. اول آنکه رفتار کل سیستم شامل سیال و سازه شبه خطی است. جملات غیرخطی در معادلات هیدرولیکی را می توان حول شرایط پایا خطی سازی نمود و در مقابل قابلیت تعمیم و تفسیر بهتری ایجاد نمود. جنبه دوم کارآمدی فضای فرکانس در برخورد با رفتارهای ویسکوالاستیک به نسبت حوزه زمان است. در واقع جمله کانولوشن که در مدلسازی جداره ویسکوالاستیک همواره وجود دارد و در همه معادلات سیال و سازه وارد می شود، در حوزه فرکانس به ضرب توابع فرکانسی تبدیل می شود و بالطبع

بررسی و حل مساله را ساده تر می سازد. بعلاوه در این فضا می توان مدل بلوک دیاگرام و مفهوم تابع تبدیل برای اجزای سیستم ارایه نمود که به نوبه خود درک ماهیت دینامیک و مشخصه های کلی را بدون حل کامل آن، ممکن می سازد.

در مرجع (Chaudhry 2013) مساله انتشار موج در یک سیستم لوله بدون احتساب اثرات الاستیک، در حوزه فرکانس بررسی شده و توابع انتقال یا ماتریس های انتقال استخراج گردیده اند. نویسنده با تعمیم همین نظریه، ماتریس انتقال میدان و نقطه را تعریف نموده که با پیمایش در امتداد یک خط لوله و درج ماتریس های انتقال متناظر با مسیرها و موانع، امکان تصویرسازی شرایط بالادست به متغیرهای پایین دست را ایجاد می نماید. در واقع با بهره گیری از این شیوه، مساله انتشار موج هیدرولیکی و ضربه قوچ، تنها از طریق معادلات جبری و نه بر مبنای حل معادلات<sup>1</sup> PDE قابل حل می باشد. این دستاورد ارزشمند می تواند به سیستم های شامل FSI نیز تسری و تعمیم یابد و لذا یکی از اهداف تحقیق پیش رو توسعه معادلات برای مسایل پیچیده تر در فضای فرکانس می باشد. بدون شک مساله بررسی ضربه قوچ با احتساب جداره ویسکوالاستیک (احتساب FSI) یکی از دستاوردهای این تحقیق خواهد بود که با وجود داده های مناسب تحلیلی و تجربی که در مراجع (Covas 2004, Covas, Stoianov et al. 2004, Covas, Técnico et al. 2005) به تفصیل آورده شده است، به منظور اعتبارسنجی بکار گرفته می شود.

هدف این رساله ارایه مدل ریاضی با بهره گیری از ابزارهای تحلیلی حوزه فرکانس و حل عددی مساله تداخل سیال-سازه با فرض تحریک های ضربه ای و هارمونیک در یک سیستم لوله ساخته شده از مواد ویسکوالاستیک، می باشد. پیش از این در مرجع (Achouyab and Bahrar 2013) نشان داده شده است که اثرات تداخلی سیال-سازه که ضمن ایجاد یک تحریک مکانیکی در شبکه لوله ها ایجاد می شود در سیستم لوله ویسکوالاستیک از اهمیت بیشتری برخوردار است. این موضوع اطمینان از سودمندی فعالیت پژوهشی جاری و ضرورت دستیابی به مدل فرکانسی مناسب را دوچندان می سازد.

---

<sup>1</sup> Partial Defferential equations



بر اساس آنچه آرایه گردید و بر پایه تعریف مساله می توان اهداف اصلی تحقیق حاضر را به صورت زیر بیان کرد:

- ۱) مدلسازی کوپل سیال و سازه ویسکوالاستیک در فضای فرکانس
- ۲) توسعه ابزار تحلیلی مناسب و کارآمد با هدف بررسی عملکرد و آرایه پاسخ فرکانسی
- ۳) مطالعه پارامتریک و حساسیت سنجی
- ۴) ارزیابی میزان و نحوه تاثیر ویسکوالاستیسیته بر مشخصه های جریان در قیاس با حالت الاستیک

۵) ارزیابی میزان اثرات تداخلی مختلف در نتایج تحلیل

مزیت ها و نوآوری های تحقیق پیش رو به طور خلاصه عبارتند از:

- ۱) تعمیم و توسعه روش ماتریس انتقال و آرایه حل عددی ماتریسی برای سیستم کوپل شده
- ۲) توسعه یک روش تحلیلی برای حل دقیق معادلات در حوزه فرکانس و آرایه کد پارامتری
- ۳) بررسی تاثیر دقت مدلسازی جداره ویسکوالاستیک
- ۴) ارائه نتایج فرکانسی تفکیک شده و مقایسه ای از اثرات کوپله های پواسون و اتصال
- ۵) ارائه نتایج مقایسه ای در قالب منحنی پاسخ فرکانسی از نحوه اثر ویسکوالاستیسیته بر دامنه

و فاز نوسان متغیرها

در این پژوهش بر پایه فعالیت های ارزشمند قبلی که در فصل دوم به آن ها پرداخته می شود، به طور مشخص روش ماتریس از حالت لوله الاستیک به لوله ویسکوالاستیک در مساله اندرکنشی توسعه یافته است که این امر یکی از نوآوری های تحقیق حاضر می باشد. نوآوری دیگر در توسعه روش حل تحلیلی در حوزه لاپلاس می باشد که این روش نیز برای مساله جداره ویسکوالاستیک ارتقا یافته است. این دو روش پیش از این تنها برای لوله های الاستیک مورد استفاده قرار گرفته بودند و کمیت های خزشی مواد ویسکوالاستیک در حوزه فرکانس برای اولین بار در این تحقیق در متدهای فوق گنجانده

شده است. به علاوه استخراج اثرات تفکیک شده اندرکنش های پواسون و اتصال نیز در حوزه فرکانس پیش از این صورت نپذیرفته بود.

## ۴-۱ فرضیات تحقیق

مدل توسعه داده شده در این رساله برای لوله‌های ویسکوالاستیک استوانه ای با ماهیت دینامیک خطی اعتبار دارد. بعلاوه فرض شده که لوله در معرض فشار هوا و بصورت منفرد می باشد. به لحاظ هندسی و ساختار مصالح، عدم وجود نقص یا عدم یکنواختی لوله فرض انگاشته شده است. لوله‌ها در جهت محوری می تواند مقید و یا آزاد باشد. در حالت آزادی جابجایی محوری، مکانیزم تداخل پواسون می تواند ایجاد شود. دما و فشار محیط ثابت فرض می‌شود به نحوی که تغییرات در مشخصه های مکانیکی مصالح اندک باشد. سیال تراکم ناپذیر فرض می گردد و از معادله ترمودینامیکی حالت صرفنظر می شود. در توسعه معادلات سیال به معادله پیوستگی و ممنوم اشاره خواهد شد و معادله انرژی بدلیل فرض تثبیت دما، دست‌آورد مستقلی نخواهد داشت. پارامترهای مشخصه سیال و سازه از جمله دانسیته، مدول بالک، مدول الاستیک، ضریب میرایی سازه و سیال، نسبت پواسون و دانسیته مصالح در خلال آنالیز گذرا ثابت انگاشته می شود. بعلاوه فرض می گردد که مدل توسعه یافته به صورت شبه یک بعدی می باشد. تنها یک محور مختصات که در امتداد محور لوله است در توصیف روابط دیفرانسیلی در نظر گرفته می‌شود. از اثرات سختی خمشی، اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی عرضی صرفنظر می‌گردد. این فرضیات به عنوان فرضیات امواج با طول موجهای بلند خوانده می‌شوند.

در استخراج معادلات دیفرانسیلی حاکم، لوله به صورت جدار نازک فرض می‌شود که از مواد الاستیک و یا ویسکوالاستیک خطی تهیه شده است. سیال درون لوله نیز به صورت تراکم ناپذیر و نیوتنی و الاستیک خطی فرض می‌شود. کرنش های ایجاد شده در اثر تداخل سیال-سازه، کوچک بوده و با استفاده از تئوری کرنشهای بسیار کوچک<sup>۱</sup> محاسبه می‌شوند. فرض صحت و اعتبار توابع خزش تطابقی

---

<sup>1</sup> Infinitesimal strain theory

با الگوی ثابت در توصیف ماهیت تغییر شکل مصالح ویسکوالاستیک نیز در اینجا منظور شده است. هندسه شبکه لوله، ایده آل و فاقد عیوب هندسی یا ناهمگنی سازه ای فرض می گردد. مدلسازی پدیده جدایی ستون مایع و کاویتاسیون در جداره ویسکوالاستیک در برخی پژوهش ها درج شده و البته انجام آن با رویکرد فضای فرکانسی مستلزم کار پژوهشی مستقل می باشد. می توان چنین استنباط کرد که جریان در لوله و هندسه مقاطع به نحوی است که پدیده کاویتاسیون و جدایی رخ نمی دهد. کلیه معادلات دیفرانسیلی استخراج شده خطی می باشند بجز ترم نه چندان مهم اصطکاک بین سیال و دیواره لوله که آن هم خطی سازی خواهد شد. نیروهای خارجی وارد به جداره تنها در نقاط تکیه گاه و در قالب عکس العمل تکیه گاه فرض شده اند.

## ۵-۱ ساختار این رساله

در این نوشتار و در فصل اول که به نوبه خود به انتها رسیده است، مفاهیم اولیه مورد نیاز در فهم معادلات و مدل ها ارایه شده و برخی ضرورت ها و اهداف تبیین گردید. تعریف مساله پژوهش بر مبنای مطالعات پیشین ارایه شده و عناوین تحقیقاتی نوین استخراج گردیده است. فرضیات مورد استفاده در حل مساله دسته بندی شده و شیوه های مناسب در حوزه فرکانس معرفی شده است. در ادامه و در فصل دوم به مطالعات قبلی انجام شده در این حوزه اشاره شده و برداشت های موثری که دستیابی به عناوین تحقیقاتی نوین و سودمند را در اتصال به تلاش های قبلی و بعنوان مرز دانش توصیف نماید، احصا شده اند. در فصل سوم به معادلات و مدلها پرداخته شده است. استخراج معادلات حاکم بر جداره ویسکوالاستیک و نیز معادلات کوپل سیال و سازه در این فصل انجام شده است. در فصل چهارم ابتدا به مبانی روش ماتریس انتقال پرداخته شده و سپس معادلات حاکم در فضای فرکانسی ارائه شده است. در ادامه ماتریس انتقال برای برای ماده الاستیک استخراج شده و سپس توسعه و تعمیم آن به ماده ویسکوالاستیک صورت پذیرفته است. در فصل پنجم به شیوه حل دقیق در فضای فرکانسی پرداخته و

در ادامه پیاده سازی و توسعه کد حل عددی معادلات با رویکرد حل دقیق در حوزه فرکانس انجام شده است. بر پایه این شیوه حل در فصل پنجم نتایج مطالعه یک مساله نمونه و اعتبارسنجی آن آورده شده است. در فصل ششم مواردی از باب نتیجه گیری های کلی و پیشنهادات برای ادامه کار آورده شده است. در بخش ضمیمه ها نیز البته به برخی مبانی ریاضی جهت تدوین معادلات اشاراتی شده است.

## فصل دوم - مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

## ۱-۲ مقدمه

در این بخش و در ادامه به اختصار کلیات و تعاریف مورد نیاز در زمینه های مرتبط با موضوع تحقیق آورده شده و سپس سابقه تحقیقات و مطالعات در طرح و بسط نظریه تداخل سازه و سیال با محوریت جریان سیال نیوتنی در جداره ویسکوالاستیک<sup>۱</sup> خطی بیان خواهد شد. برای رسیدن به این هدف متون داخلی و خارجی در حد امکان بررسی گردیده و نتایج شایان ذکر در این فصل ارائه شده است.

## ۲-۲ تعاریف و مبانی نظری

### پدیده ضربه قوچ

جریان غیرماندگار جریانی است که خصوصیات آن در هر نقطه با زمان تغییر کند. زمانی که جریان از یک حالت ماندگار به حالت ماندگار دیگری تغییر شرایط می دهد، جریان غیرماندگار مابین را جریان گذرا (میرا) می نامند. ضربه قوچ یا چکش آبی نوعی جریان میرا است که در خطوط لوله می تواند در اثر بسته شدن شیرها یا توقف ناگهانی پمپ ایجاد شود. به عنوان مثال فرض می شود که شیر پایین دست خط لوله در زمان  $t=t_0$  کاملاً باز و آب با سرعت  $V_0$  در حال حرکت باشد. در این لحظه شیر بطور ناگهانی بسته می شود. در نتیجه بسته شدن شیر، سرعت جریانی که از شیر عبور می کند، بطور ناگهانی به صفر می رسد و بر اثر تبدیل انرژی جنبشی به انرژی فشاری، فشار در پشت شیر افزایش می یابد. این افزایش فشار باعث می شود که یک موج فشاری به سمت بالا دست شروع به حرکت کند.

موج فشاری در محل مخزن منعکس خواهد شد و مابین شیر و مخزن به حرکت رفت و برگشتی خود ادامه خواهد داد. ولی به علت تلفات ناشی از اصطکاک، این موج در حین حرکت مستهلک می گردد و بالاخره در زمان  $t=t_1$  فشار در تمامی خط لوله مساوی با ارتفاع نظیر فشار مخزن خواهد شد و جریان کاملاً متوقف می شود. بنابراین زمانی که  $t < t_0$  و  $t > t_1$  باشد، مشخصات جریان نسبت به زمان ثابت

---

<sup>1</sup> Viscoelastic

است و جریان ماندگار محسوب می‌گردد. ولی وقتی که  $t_0 < t < t_1$  باشد شرایط در حال تغییر از وضعیت اولیه به وضعیت نهایی است و جریان میرا خواهد بود.

### اندرکنش سیال و سازه

تغییرات فشار در یک سیستم خط لوله باعث ایجاد جابجایی‌های دینامیکی در سازه لوله می‌شود که این جابجایی‌ها در جهت طولی<sup>1</sup> و در جهت جانبی هستند. این لرزه‌های سازه‌ای می‌توانند باعث ایجاد نیروها و تغییر شکل‌های قابل ملاحظه‌ای در تکیه‌گاه‌ها و سازه لوله شوند. این تغییر شکلها نیز می‌توانند بر روی امواج فشاری درون مجرا تأثیر گذار باشند.

بنابراین یک اندرکنش بین سیال و سازه خط لوله وجود دارد و هر دو روی هم تأثیر گذارند. پس برای تحلیل سیستم باید معادلات حاکم بر حرکت سیال و حرکت دینامیکی سازه، بصورت همزمان (کوپله) نوشته شده و با روشی مناسب حل شوند. یکی از مسائل مهم در طراحی خطوط لوله، تخمین زدن نیروهایی است که در تکیه‌گاهها بر اثر ضربه قوچ ایجاد می‌شوند. این مطلب، بخصوص در طراحی تکیه‌گاهها اهمیت فراوانی دارد. همچنین تعیین نیروهای برشی و محوری در مقاطع مختلف خط لوله جهت طراحی و تعیین ضخامت جداره مهم است. بنابراین با انجام تحلیل همزمان سیال و خط لوله، می‌توان تخمینی مناسب جهت نیروهای تکیه‌گاهی بدست آورد تا در صورت لزوم بتوان تقویت مناسب را در محل‌هایی که احتمال پارگی خط لوله بدلیل تغییر مکانهای طولی وجود دارد، اعمال نمود.

### پدیده جدایی ستون مایع

جدایی ستون مایع یا به تعبیر دیگر کاویتاسیون (شکل‌گیری فاز بخار) زمانی رخ می‌دهد که فشار درون سیستم از فشار بخار سیال کمتر شده، سبب تبخیر سیال می‌گردد. در این حالت جریان تک‌فازی سیال به جریان دو‌فازی تبدیل خواهد شد. در این صورت دیگر معادلات کلاسیک ضربه قوچ صادق نمی‌باشد. هدف از مدلسازی این پدیده پیش‌بینی فشارهای ایجاد شده و اثرات آن بر سازه و تکیه

---

<sup>1</sup> Longitudinal displacements

گاه‌ها می‌باشد. روابط ضربه قوچ معمولی تا هنگامی معتبر و قابل استفاده می‌باشند که فشار درون لوله از فشار بخار سیال بزرگتر باشد. چنانچه در اثر تغییرات ایجاد شده در شبکه لوله فشار از فشار بخار سیال کمتر شود، سیال از فاز مایع خارج شده و با توجه به موقعیت آن امکان ایجاد یک حفره بخار و یا یک ناحیه بخاری گسترده وجود دارد. برای بررسی بیشتر، پارامتر نسبت تخلخل، به صورت نسبت حجم بخار تشکیل شده به حجم مخلوط بخار و سیال تعریف می‌گردد.

در حالت اول حفره به صورت محلی و در یک نقطه (در مجاورت شیرها و یا نقاطی که از لحاظ ارتفاعی بیشینه هستند) تشکیل می‌شود و مقدار نسبت تخلخل آن حدود یک خواهد بود. اما در حالت دوم یک ناحیه بخاری گسترده به صورت ترکیبی از سیال و بخار آن به صورت یک جریان دو فازی تک مولفه ایی تشکیل خواهد شد که نسبت تخلخل آن نزدیک به صفر می‌باشد. یکی از فرض‌های مهم در مدل‌های جدایی ستون آن است که فشار هیچگاه از فشار بخار سیال کمتر نخواهد شد و مقدار آن در محاسبه فشار در گام زمانی بعدی برابر فشار بخار سیال در نظر گرفته می‌شود (مجد ۱۳۸۸، Keramat, 2010). جهت مدل‌سازی این پدیده ۳ مدل معروف بنام مدل کاویتاسیون بخاری گسسته<sup>۱</sup> یا DVCM، مدل کاویتاسیون گازی گسسته<sup>۲</sup> یا DGCM و مدل کاویتاسیون عمومی<sup>۳</sup> یا GIVCM وجود دارد.

### اصطکاک غیر ماندگار

یکی دیگر از ملاحظات جریان گذرا و مدل‌سازی آن بکارگیری مدل مناسب اصطکاک می‌باشد. در واقع ضریب اصطکاک سیال در حالت غیرماندگار توصیف پیچیده تری دارد و به پارامترهای جدیدی وابسته می‌شود. در مرجع (Bergant, Tijsseling et al. 2008, Bergant, Tijsseling et al. 2008, Soares, Covas et al. 2008) در این زمینه مدل‌های مبسوط به همراه توضیحات ارائه شده است. هر چند در این پژوهش اثرات اصطکاک غیرماندگار لحاظ نشده و این بحث در حوزه تعریف مساله این

<sup>1</sup> Discrete Vapor Cavity Model

<sup>2</sup> Discrete Gas Cavity Model

<sup>3</sup> Generalized Interface Vapor Cavitations Model



رساله نمی باشد اما اصولاً وابستگی ضریب اصطکاک به شتاب زمانی و جابجایی و رابطه خطی میان این متغیرها که نکته کلیدی در توصیف اصطکاک ناپایا می باشد، بعنوان یک قابلیت در بکارگیری فضای فرکانس و تبدیلات فرکانسی می تواند تلقی شود و لذا مدل‌های حوزه فرکانس می توانند چنین قابلیت‌هایی داشته باشند. در مقابل یکی از نقاط ضعف مدلسازی حوزه فرکانس عدم نمایش میرایی نوسان‌ها و امواج در طی زمان و با گذشت زمان است که این یک محدودیت ذاتی برای تبدیلات فرکانسی است. در واقع متغیر زمان بصورت صریح در معادلات حوزه فرکانس ظاهر نشده و لذا امکان چنین برداشتی از میرایی ناشی از اصطکاک وجود ندارد. در عوض می توان به تاثیر اصطکاک در تغییر رفتار مکانی نقاط مختلف اشاره کرد. اثرات اصطکاک در فضای فرکانسی با رویکرد تغییر در توزیع مکانی دامنه‌های نوسان نقاط مختلف قابل بحث می باشد. مفهوم میرایی در بعد زمان در چنین شرایطی قابل حصول نمی باشد.

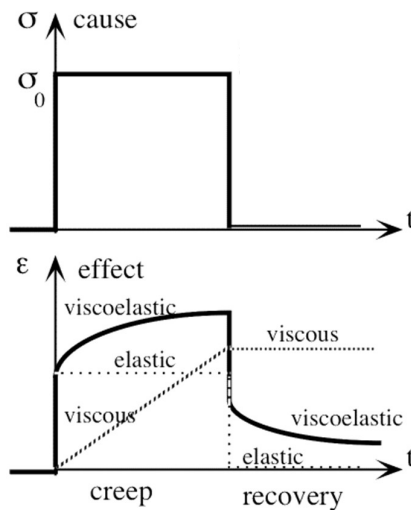
### هندسه متغیر

یکی دیگر از عوامل پیچیده کننده مساله مدلسازی عبارت از لوله‌های با قطر یا شکل متنوع و متغیر می باشد. البته شرایط ناهمگونی و آسیب در جداره نیز می تواند به نوعی عدم یکنواختی در هندسه تلقی شود. بهر حال وجود هندسه متغیر سبب می گردد تعداد متغیرهای حالت در مدل ریاضی یک مرتبه افزایش یافته و بالطبع حل مساله و دستیابی به پاسخ تنها از طریق روشهای عددی ممکن خواهد بود. در مرجع (Chaudhry 2013) یک شیوه کارآمد به منظور حل عددی معادلات در چنین شرایطی ارائه شده است.

## ۳-۲ جداره ویسکوالاستیک و خواص آن

برخی مواد مانند پلیمرها در اثر بارگذاری خارجی وارد بر آنها، به تدریج آرایش مولکول‌هایشان نسبت به هم تغییر می کند. این امر باعث ایجاد یک تغییر شکل اضافی، علاوه بر تغییر شکل ایجاد شده بلافاصله پس از بارگذاری می گردد. مقدار این تغییر شکل اضافی با میزان و تاریخچه تنش وارده بر آن ماده

رابطه دارد. جهت مدلسازی این نوع مواد باید با انجام آزمایش هایی، یک سری ثابت‌ها را برای آن ماده خاص مورد نظر تعیین نمود. هرچه تعداد ثابت‌های مستقل مورد نیاز جهت توصیف آن ماده کمتر باشد می‌توان گفت که مدل ریاضی توصیف کننده رفتار مکانیکی آن ماده بهینه تر است.



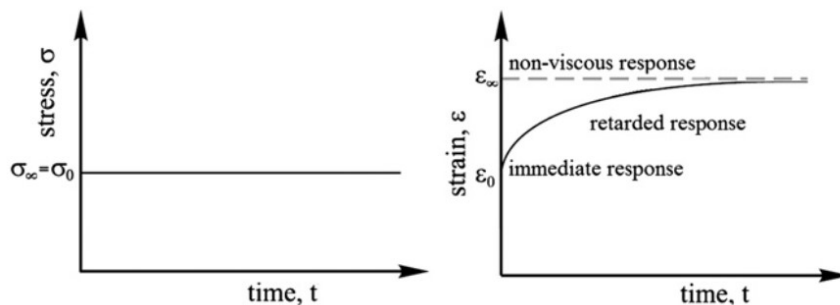
شکل ۱-۲- پاسخ کرنش در یک ماده ویسکوالاستیک به ورودی تنش (Lakes 2009)

تاکنون مدل های بسیار متنوعی به منظور توصیف ریاضی این مواد ارایه شده است. این مدل‌ها بر این اساس ساخته شده که با آرایش خاصی از تعدادی میراگر و فنر، می‌توان سیستمی تولید کرد که رفتارش معادل آن ماده ویسکوالاستیک باشد. از جمله این روش‌ها می‌توان به مدل جامع کلوین-ویت<sup>۱</sup> و ماکسول<sup>۲</sup> اشاره نمود (Ferry and Ferry 1980, Wineman and Rajagopal 2000). صرفنظر از اینکه این مدلها تا چه اندازه قادرند رفتاری معادل یک ماده ویسکوالاستیک ارایه نمایند، موضوع اصلی این است که چگونه می‌توان رابطه دیفرانسیلی حاکم بر آن آرایش میراگر و فنر را به دست آورد. مطالعات انجام شده نشان داده‌اند که روابط حاکم بین تنش و کرنش در صورتی که مدل از تعداد نامحدودی المان فنر و میراگر تشکیل شده باشد شامل جملاتی از مشتقات زمانی تنش و کرنش از درجه صفر تا تعداد المانها خواهد بود. این روابط حاکم اگرچه از دقت خوبی از نظر ریاضی برخوردارند، به دلیل وجود

<sup>1</sup> Generalized Kelvin-Voigt Model

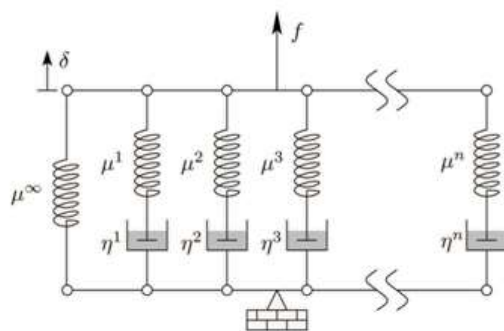
<sup>2</sup> Maxwell Model

مشتقات از درجات بالا به منظور کاربردهای مهندسی ابزار مناسبی نیستند. برای رفع این مشکل، با استفاده از اصل بر هم نهی بولتزمن و با به کار گیری تبدیل لاپلاس جهت حذف مشتقات زمانی از درجات بالا، یک فرم انتگرالی معادل برای ارایه رابطه حاکم بین تنش و کرنش استخراج گردیده است که به تدریج مبنای اصلی بسیاری از روشهای عددی قرار گرفته است (Wineman and Rajagopal 2000).



شکل ۲-۲- پاسخ تاخیری در یک جداره ویسکوالاستیک خطی (Keramat, Tijsseling et al. 2012)

با این وجود، این مساله که آیا توصیف ریاضی ارایه شده بر پایه مدل‌های کلین-ویت و یا ماکسول قادر است تمام انواع مصالح ویسکوالاستیک را شبیه سازی نماید یا خیر همچنان مورد بحث محققان مختلف می باشد. تحقیقات اخیر در این زمینه منجر به ارایه مدل‌هایی مجازی (چون نمی توان ادعا کرد که معادل آرایش خاصی از فنرها و میراگرها هستند) گردیده است که شامل جملات با مشتقات کسری هستند. با استفاده از این مدل‌ها می توان با به کار گیری تعداد ثابت‌های کمتری نسبت به مدل‌های با درجات مشتق اعداد طبیعی، رفتار یک ماده ویسکوالاستیک را شبیه سازی نمود. در این رساله از تبدیل لاپلاس فرم انتگرال کانولوشن برای توصیف رابطه بین تنش و کرنش استفاده شده است که به نوبه خود یک مزیت کلیدی در بکارگیری روش‌های حوزه فرکانس است. عامل ایجاد کننده تنش در مساله مورد بحث این رساله، همان فشار سیال است که وجود آن باعث ایجاد یک تغییر شکل تدریجی در سازه می‌گردد. در این خصوص در فصل سوم توضیحات مبسوط به همراه معادلات ارایه خواهد شد.



شکل ۲-۳- مدل سازی جداره ویسکوالاستیک از طریق المان های فنر و میراگر

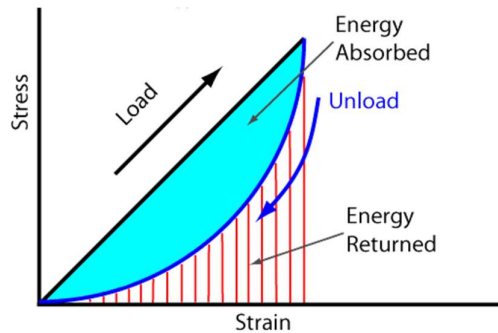
در شکل ۲-۳ مدل ترکیب فنر و میراگر برای شبیه سازی ویسکوالاستیسیته نمایش داده شده است. مهمترین نکته در بررسی و مطالعه جداره های ویسکوالاستیک شناخت انواع پدیده های متناظر با این خاصیت می باشد که این پدیده ها بینش عمومی از مساله تداخلی سیال و سازه به ویژه در یک خط لوله انتقال سیال (عمدتا آب) را تغییر خواهد داد. این خواص عبارتند از :

۱. ایجاد کرنش تاخیری و تدریجی بودن تغییر شکل سازه
۲. وجود حلقه هیستریزیس در منحنی تنش و کرنش
۳. اتلاف بخشی از انرژی کرنشی بدلیل استهلاک
۴. وابسته بودن به نرخ کرنش یا سرعت بارگذاری

به عبارت دیگر بر خلاف لوله های فلزی در یک خط لوله ویسکوالاستیک مثلا پلی اتیلن یا PVC به هنگام رخداد امواج قابل توجه فشاری که به همراه جابجایی تکیه گاه ها عمده ترین عوامل تحریک کننده مساله کوپل اندرکنشی در خط لوله هستند، رفتار تاخیری، هیستریزیس و خزش مشاهده می گردد و این اثرات بخش اجتناب ناپذیر تحلیل مساله خواهند بود. یکی از خواص جالب در مواد ویسکوالاستیک وابستگی به نرخ کرنش<sup>۱</sup> است که به نوبه خود برگرفته از وجود میراگر در مدل دینامیکی

<sup>1</sup> Strain rate

آن است. در اینجا لازم است یادآوری کنیم المان های میراگر در مدل جداره های ویسکوالاستیک مستقل از میرایی سازه ای هستند که مقدار اندک دارد و عموماً در ماده الاستیک هم احتساب و معرفی می شود (مثلاً با مدول الاستیسیته مختلط). میرایی سازه ای هم به لحاظ مقدار و هم از حیث شدت تاثیر در رفتار دینامیکی، قابل مقایسه با میرایی ناشی از ویسکوالاستیسیته نمی باشد.

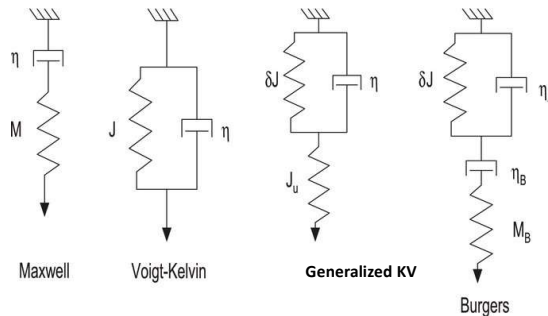


شکل ۲-۴- نمایش هیستریزیس در یک ماده ویسکوالاستیک

در همه سیستم های دینامیکی که علاوه بر خاصیت الاستیک خواص میرایی به صورت صریح (ملموس و قابل ملاحظه) وجود دارد بروز حلقه هیستریزیس که معادل با وجود تاخیر فاز می باشد، اجتناب ناپذیر است. در واقع همین تاخیر و خزش تدریجی است که سبب می گردد تا رفتار مجموعه در حین بارگذاری و در بازگشت و برداشت بار متفاوت باشد. نتیجه بعدی که حاصل می شود انرژی از دست رفته یا اتلاف شده است که در یک چرخه رفت و برگشت بخوبی قابل مشاهده و محاسبه است. انرژی کرنشی که در حین بارگذاری به یک ماده ویسکوالاستیک تزریق شده در فرایند بازگشت و حذف تدریجی بار بطور کامل باز یافت نخواهد شد و این به مفهوم اتلاف بخشی از انرژی مکانیکی کرنشی است که نهایتاً در قالب گرما ظاهر می شود.

شاید همین ماهیت اتلاف انرژی است که سبب شده تا این تصور عمومی ایجاد بشود که بکارگیری مواد و لوله های ویسکوالاستیک سبب کاهش پیک فشار در پدیده ضربه قوچ می شود. هر چند این برداشت عموماً درست است اما در برخی مطالعات قبلی، نشان داده شده که تاثیر همزمان اثرات تداخلی و تاخیر و خزش سازه ای ممکن است به تقویت اثرات مخرب امواج در پاره ای شرایط خاص منجر

شود (Jayaraj, Ganesan et al. 2005). در واقع وجود میرایی دارای اثر مثبت و منفی توام است و آنچه بدرستی این شاخص را نمایان می سازد ترسیم محدوده های پایداری و مطالعه نواحی ناپایداری می باشد. در شکل ۲-۵ انواع مدل های معرفی شده برای ایجاد نگاشت توصیف کننده ماده ویسکوالاستیک نمایانده شده اند.



شکل ۲-۵- مقایسه مدل های مختلف ارایه شده برای توصیف خاصیت ویسکوالاستیک

یکی از موضوعات جالب در بحث تنش و کرنش ماده ویسکوالاستیک یافتن پاسخ های متقابل تنش و کرنش به تحریک پالسی است. در واقع برای نیروی ورودی پالسی منحنی کرنش در یک ماده ویسکوالاستیک ماهیت خزشی دارد. باید توجه داشت این ماهیت خزشی از یک مقدار اولیه که بدون تاخیر متناظر با نیروی ورودی است شروع شده است. با حذف تنش ورودی، بازگشت جابجایی و تغییر شکل مجدداً با تاخیر و تدریجی است. بالعکس برای یک ورودی کرنش ثابت، می توان منحنی نیروی مورد نیاز را ترسیم کرد. از آنجا که برای حفظ یک تغییر شکل ناگهانی و ثابت مقدار نیرو در لحظه نخست بیشینه است لذا به این رفتار و منحنی متناظر آن رهاسازی<sup>۱</sup> اطلاق می شود. احساس کاهش نیرو در حالتی که یک پلیمر کرنش ثابتی را کسب می کند، می تواند انگیزه چنین نامگذاری را روشن سازد.

<sup>1</sup> Relaxation

## ۴-۲ اهمیت تحلیل اندرکنشی و انواع آن

تداخل سیال-سازه<sup>۱</sup> در شبکه لوله‌ها اولین بار توسط اسکالاک در سال ۱۹۵۶ با ارائه معادلات تداخلی حاکم بر ضربه قوچ مطرح گردید (Tijsseling 1996). پس از آن این موضوع به طور پیوسته مورد بررسی قرار گرفت و روشهای مختلفی اعم از کوپله، نیمه کوپله و الگوریتم های مختلفی جهت مدل سازی عددی آن ارائه گردید که از مهمترین آنها می توان به حل معادلات تداخلی ارتعاش یک لوله با روش کاملاً خطوط مشخصه توسط ویگرت (Wiggert 1985) و بعدها توسعه آن توسط تائیسلینگ (Tijsseling 1993)، حل معادلات سازه‌ای با روش اجزای محدود و معادلات هیدرولیک با روش خطوط مشخصه (Wiggert and Tijsseling 2001) و حل تحلیلی مساله تداخل سیال - سازه برای یک لوله (Tijsseling 1996) اشاره کرد.

آنالیز کوپله از دو دیدگاه قابل بررسی است. دیدگاه اول بررسی تعداد معادلات دیفرانسیلی است که برای مدل سازی کوپله مورد استفاده قرار می گیرند. این بررسی حالت های مختلفی که برای شبکه های توزیع دو بعدی یا شبکه های سه بعدی مورد استفاده قرار می گیرد را از دیدگاه معادلات دیفرانسیلی نظیر هر حالت در برمی گیرد. در دیدگاه دیگر به بررسی انواع زمینه هایی که در یک تحلیل کوپله برای شبکه های توزیع، از نظر رفتار سیال و سازه به آنها پرداخته می شود، اشاره می شود. تائیسلینگ (Tijsseling 1996) روش های کوپله حل مسایل FSI لوله ها را با توجه به معادلات دیفرانسیلی که برای هر روش استفاده می شود، به صورت زیر طبقه بندی کرده است :

۱- مدل دو معادله دیفرانسیل: در این مدل فقط دو معادله دیفرانسیل هیدرولیک (پیوستگی و مومنت) حل می شوند و سپس از فشارها و سرعت های به دست آمده از این حل، برای تحلیل معادلات سازه ای استفاده می شود. در این روش که در اصل یک روش نیمه کوپله می باشد مقادیر به دست آمده از حل معادلات هیدرولیکی برای معادلات سازه ای مانند یک بارگذاری خارجی تلقی می شوند توضیحات

---

<sup>1</sup> Fluid Structure Interaction

کاملتری از این روش در فصل دوم آورده شده است این روش تحلیل به نام روش حل ضربه کوچ کلاسیک نیز معروف می‌باشد.

۲- مدل چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول، این چهار معادله عبارتند از دو معادله پیوستگی و مومنتم که معادلات هیدرولیکی می‌باشند و معادله ارتعاش محوری سازه که چون یک معادله مرتبه دوم است، خود به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود. این مدل برای لوله‌های مستقیم با حرکت محوری استفاده می‌شود. تنش محوری و سرعت محوری دیواره لوله علاوه بر فشار و سرعت متغیرهای دیگری هستند که در این چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول وجود دارند (Tijsseling 1993). این شیوه را می‌توان رایج‌ترین گونه معادلات اندرکنش دانست که در این پژوهش نیز از همین مدل ۴ معادله ای استفاده می‌گردد. البته در پژوهش جاری رفتار جداره ویسکوالاستیک بر پایه تبدیلات فرکانسی بنحوی در معادلات سازه مدوله می‌شود.

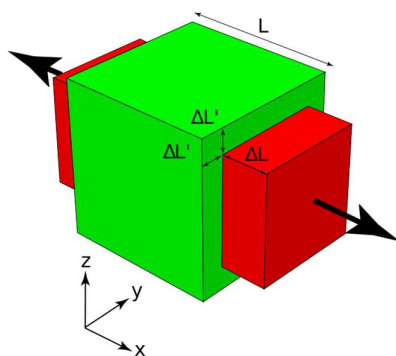
۳- مدل شش معادله دیفرانسیلی مرتبه اول، این مدل فقط زمانی که نیروهای اینرسی شعاعی هم بخواهند مورد استفاده قرار بگیرند لازم می‌شود. در این مدل علاوه بر مجهولات ذکر شده در مدل قبلی تنش هوپ و سرعت شعاعی دیواره لوله نیز به آنها اضافه می‌شوند.

۴- مدل چهارده معادله دیفرانسیل مرتبه اول، این چهارده معادله دیفرانسیل مرتبه اول عبارتند از: دو معادله هیدرولیکی، یک معادله ارتعاش محوری که چون مرتبه دوم است به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود. یک معادله ارتعاش پیچشی که این نیز چون مرتبه دوم است به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود. دو معادله ارتعاش خمشی در دو صفحه  $xy$  و  $xz$  که چون معادلات ارتعاشی خمشی مرتبه چهار می‌باشند این دو معادله جمعاً به هشت معادله دیفرانسیلی مرتبه اول قابل تبدیل خواهند بود. این روش توانایی مدلسازی ارتعاش محوری لوله و سیال را در صفحه ارتعاشی و در خارج از صفحه ارتعاشی دارا می‌باشد. همچنین ارتعاش پیچشی لوله در حالت سه بعدی نیز قابل محاسبه خواهد بود.



## معرفی مکانیزم های کوپل و تداخل

سه مکانیزم عمده در بررسی های انجام شده بر روی پدیده FSI لوله ها تاکنون شناخته شده است (Tijsseling 1993): ۱- مکانیزم کوپل پواسون<sup>۱</sup>، ۲- مکانیزم کوپله اصطکاک<sup>۲</sup>، ۳- مکانیزم کوپله تقاطع<sup>۳</sup> و یا اتصال. مکانیزم کوپله پواسون ناشی از وجود نسبت پواسون برای مصالح لوله می باشد، که باعث تبدیل تنش های شعاعی به تنش های محوری می گردد. با وجود چنین تبدیلی می توان انتظار داشت در اثر فشار داخلی لوله کرنش محوری ایجاد شود که در معادله پیوستگی اثر گذار است. این تاثیر در وهله بعدی مجدداً فشار سیال را دستخوش تغییر ساخته و اثرات دو جانبه و متقابل که استمرار هم دارد ظاهر خواهد شد. بررسی این مکانیزم کوپل با استفاده از جمله ای که وابسته به نسبت پواسون مصالح است و در معادلات هیدرولیکی و سازه ای وجود دارد، انجام می شود. این اثر می تواند باعث تغییرات عمده ای در نمودارهای فشار سیال و تنش سازه گردد. بویژه در (Keramat 2010) نشان داده شده است که بدلیل آنکه مصالح ویسکوالاستیک دارای نسبت پواسون قابل ملاحظه هستند و با توجه به اهمیت کرنش تاخیری ناشی از خزش آنها، می توان نتیجه گرفت بویژه در حالت آنالیز گذرا نقش این مکانیزم کوپل بسیار کلیدی است.



شکل ۲-۶- ارتباط کرنش های متعامد از طریق نسبت پواسون مصالح

<sup>1</sup> Poisson coupling

<sup>2</sup> Friction coupling

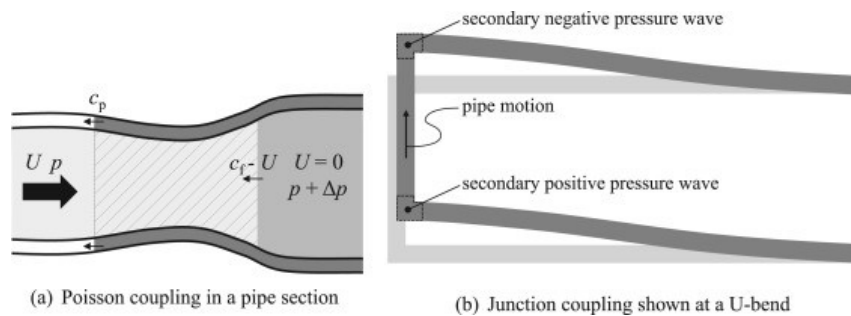
<sup>3</sup> Junction coupling

مکانیزم کوپله اصطکاک ناشی از اصطکاک سیال با جدار داخلی لوله می‌باشد که عملکرد آن به گونه‌ای است که باعث کاهش فشارها و تنش‌ها در لوله می‌گردد (میرایی). باید توجه داشت بدلیل ماهیت اثرگذاری دو جانبه این نیروی اصطکاک نوعی اثر متقابل هر چند خفیف وجود دارد و مبنای آن مجدداً اعمال نیرویی از طرف سیال به سازه است که از یک طرف وابسته به فشار و سرعت است و از سوی دیگر سبب تغییر شکل‌ها و کرنش‌هایی در جداره می‌شود که این بار همین تغییر شکل‌ها مسبب تغییر در فشار و سرعت جریان سیال هستند. بهر حال بدلیل شدت نسبی اندک، اکثر محققین، از تقابل اصطکاکی که در نظر نگرفتن آن در جهت کسب حاشیه اطمینان بیشتر (تحلیل محافظه کارانه) در طراحی است، صرف‌نظر می‌کنند. بررسی دقیق چنین مکانیزم کوپله مستلزم بهره‌گیری از یک مدل مناسب اصطکاک غیر ماندگار است. در این امتداد مراجع ( Bergant and Tijsseling 2001, Duan, Ghidaoui et al. 2012, Landry, Nicolet et al. 2010) به منظور مطالعات بیشتر معرفی می‌گردد.

مکانیزم کوپله اتصال زمانی به وجود می‌آید که بعضی اتصالات در سازه شبکه لوله کاملاً به زمین مهار نشده باشند. بر خلاف کوپل اصطکاک که معمولاً تاثیر خفیف و کاهنده دارد، مشاهده می‌شود که در بعضی حالات این اثر کوپله حتی بسیار جدی‌تر از اثر کوپله پواسون بوده و می‌تواند باعث تشدید تنش‌ها و تخریب سازه گردد. بنابراین در توجیه این مکانیزم بایستی عمدتاً به شرایط مرزی و درجات آزادی حرکت در محل اتصالات توجه نمود. بطور نمونه چنانچه نیروی فشاری سیال در انتهای بسته‌ای که مقید نشده رخ دهد، بر اساس جرم موثر جابجا شونده می‌تواند منجر به شتاب و جابجایی گردد که البته نیروهای داخلی سازه در مقابل آن قرار داشته و بهر حال سبب یک تاثیر متقابل در رفتار سیال نیز خواهد شد. بدلیل ماهیت دینامیکی کوپل اتصال می‌توان چنین برداشت نمود که وجود کوپل اتصال سطح پیچیدگی مساله اندرکنش را از تعامل بین دو گروه نیروهای الاستیک و نیروهای سیال به تعامل ۳ جانبه با حضور نیروهای اینرسی ارتقا می‌دهد.

در توصیف اثر پواسون که رایج‌ترین مکانیزم کوپله را ایجاد می‌کند، می‌توان چنین برداشت نمود که بالا رفتن فشار در یک نقطه از شبکه لوله‌ها باعث ایجاد تنش‌های شعاعی در مقطع لوله می‌شود. این

تنش‌ها به نسبت پواسون در امتداد محور لوله نیز انتشار می‌یابند و باعث می‌شوند تا در سیستم لوله‌ها تمایلاتی برای ایجاد تغییر مکان محوری ایجاد شود. بدیهی است مقدار این اثر کوپله بستگی زیادی به نسبت پواسون مصالحی دارد که لوله از آن ساخته شده است و اگر در روابط این نسبت صفر گذاشته شود مقدار این اثر کوپله نیز صفر منظور خواهد شد. در کوپله پواسون، فقط معادله ارتعاش محوری با معادلات هیدرولیکی کوپله می‌شود. بنابراین اگر بخواهیم برای یک شبکه لوله فقط کوپله پواسون را در نظر بگیریم (تمام تقاطع‌ها و شیرها و اتصالات کاملاً گیردار باشند) کافی است با انجام یک آنالیز کوپله مقادیر همگرا شده سرعت و فشار و جابجایی‌های محوری محاسبه شوند. سپس می‌توان از مقادیر به دست آمده، هر یک از معادلات دیفرانسیلی ارتعاش خمشی یا پیچشی را به صورت مستقل حل کرد. در شکل ۲-۷ شماتیک کوپل پواسون و اتصال نمایش داده شده است.



شکل ۲-۷- شماتیک ساده و نمونه ای از مکانیزم اثر کوپل اتصال (Chaudhry 2013)

همان طور که گفته شد بدیهی است که این تحلیل فقط زمانی معتبر است که تمام تقاطع‌ها، زانویی‌ها، شیرها و اتصالات و سایر نقاطی که در آنها تغییر مومنت اتفاق می‌افتد فاقد امکان جابجایی باشد. در حقیقت در این حالت می‌توان برای حل معادلات سازه‌ای، هر لوله از شبکه را (منظور از هر لوله در شبکه، لوله‌ای است که بین نقاط تثبیت شده واقع شده است) به صورت کاملاً مستقل از بقیه لوله‌ها تحلیل کرد. البته برای حل معادلات هیدرولیکی همچنان از روابط شبکه‌های لوله استفاده می‌شود (نه یک لوله). به عبارت دیگر شبکه‌ای که دارای اتصالات کاملاً صلب می‌باشد (هدف فقط محاسبه کوپله پواسون است) نیازی نیست که به صورت یک سیستم قاب که اعضایش حاوی سیال می‌باشند تحلیل

شود بلکه کافی است تحلیل هیدرولیکی برای شبکه لوله‌ها انجام شود اما سازه به صورت تیرهایی مستقل از هم به طور جداگانه مورد آنالیز قرار گیرد. بدیهی است که این کار سرعت تحلیل سازه شبکه را چندین برابر خواهد کرد.

حالت دیگری که کوپل پواسون از میان می‌رود شرایطی است که همه نقاط لوله تثبیت شده باشد و امکان جابجایی محوری از همه نقاط سلب شده باشد. اگر نقاطی از سازه که در آنها تغییر مومنتم اتفاق می‌افتد مانند نقاط تغییر قطر (ونتوری‌ها)، اریفیس‌ها، تقاطع‌ها، زانویی‌ها، شیرها و سایر اتصالات، کاملاً به زمین تثبیت نشده باشند؛ نوسانات فشار و سرعت ناشی از یک تحریک مکانیکی در سیستم می‌تواند باعث ایجاد یک اثر تداخلی دیگر به نام اثر کوپله تقاطع (اتصال) گردد. این اثر تداخلی را می‌توان از دو دیدگاه هیدرولیکی و سازه‌ای مورد بررسی قرار داد. از دیدگاه هیدرولیکی به این نکته توجه می‌شود که زمانی که این اتصالات در اثر نوسانات فشار و سرعت ارتعاش می‌کنند، آنگاه شرط مرزی برای حل روابط هیدرولیکی به علت جابجایی‌ها و سرعت‌ها و شتاب‌های سازه‌ای که در این نقاط اتفاق می‌افتد، الزاماً به متغیرهای سازه‌ای وابسته خواهد شد. از دیدگاه سازه‌ای نیز گفته می‌شود که حاصلضرب فشار سیال در سطح مقطع جریان، در مقاطع ورودی و خروجی حجم کنترل نظیر اتصالات، می‌تواند به صورت یک بارگذاری متمرکز بر سازه در نظر گرفته شود. این نیروهای متمرکز در فشارهای بالایی که غالباً در آغاز یک جریان غیرماندگار به وجود می‌آید مقادیر قابل توجهی خواهند داشت.

همانطور که اشاره شد، منشا کوپله پواسون، وجود نسبت پواسون برای مصالح سازه‌ای لوله می‌باشد به طوری که با صفر در نظر گرفتن این نسبت، این اثر از روابط دیفرانسیلی ارایه شده حذف خواهد شد. در حالی که منشا کوپله اتصال، تثبیت نبودن برخی اتصالات و به ارتعاش درآمدن آنها در هنگام ایجاد یک جریان غیرماندگار در شبکه‌ها می‌باشد. در بررسی یک پدیده با یک مدلسازی ریاضی، شکل معادله دیفرانسیل ارایه شده برای آن پدیده و شرایط مرزی حاکم بر آن و نیز شرایط اولیه، پاسخ را یکتا می‌سازد. در مسایل تداخلی سیال-سازه، اثر تداخلی ممکن است در هر یک از ۳ رکن مساله پدیدار شود. در اینجا مشاهده می‌شود که اثر تداخلی پواسون اثری است که خود را در شکل معادلات دیفرانسیل

ارایه شده، به صورت جملات کوپله کننده سیال با سازه و بالعکس نشان می‌دهد در حالی که اثر تداخلی اتصال، در شرایط مرزی که برای تحلیل سازه یا سیال مورد استفاده قرار می‌گیرند ظاهر می‌شود. به این معنی که در شرایط مرزی که برای تحلیل هیدرولیکی استفاده می‌شود باید از مقادیر سازه‌ای هم استفاده شود و بالعکس در شرایط مرزی معادلات سازه (بارگذاری‌ها) پارامترهای هیدرولیکی وارد خواهد شد.

## ۵-۲ مطالعات در حوزه زمان

تداخل سیال و سازه در سیستم‌های خط لوله در سال‌های اخیر بخصوص از نیمه دوم قرن بیستم توسط بسیاری از محققین مورد مطالعه قرار گرفته است. بررسی این مطالعات یک سیر تحول و پیشرفت از امواج محوری و حرکت یک بعدی لوله به معادلات چند بعدی موج و روشهای پیشرفته عددی را نشان می‌دهد. تأثیر جابجایی‌های طولی و محیطی لوله در کاهش سرعت موج فشاری در بسیاری از منابع از جمله در یادداشت‌هایی از استریتز و وایلی<sup>۱</sup>، توضیح داده شده است. این تعدیل به صورت سنتی در تحلیل مسأله ضربه قوچ و جریان‌های نوسانگر در خطوط لوله مورد استفاده قرار گرفته است. در این تحلیل‌ها حرکت لوله در نظر گرفته نشده است.

اسکالاک<sup>۲</sup> و تورلی<sup>۳</sup> و ویلیامز<sup>۴</sup> جهت تعیین بارهای ناشی از غیرماندگاری جریان در لوله‌های مستقیم، معادلات امواج طولی را برای سیال و لوله بصورت کوپله در نظر گرفتند، تا بتوانند امواج کششی ایجاد شده در بدنه لوله را تخمین بزنند. اسکالاک مطالعه‌ای با استفاده از این نوع تحلیل ارائه کرد که در آن حرکت لوله تنها در جهت محوری و کاملاً در حد الاستیک بررسی شده است. ریتز<sup>۵</sup>، دسوزا و

---

<sup>1</sup> Streeter & Wylie

<sup>2</sup> Skalak

<sup>3</sup> Thorely

<sup>4</sup> Williams

<sup>5</sup> Regetz

اولدنبورگر<sup>۱</sup> و جونز و وود<sup>۲</sup> جریان نوسانگر را بعنوان یک عامل ایجادکننده ارتعاشات و حرکات طولی در یک لوله<sup>۳</sup> تنها، مورد مطالعه قرار دادند.

وود جریان غیرماندگار سیال را با یک مدل یک درجه آزادی جرم - فنر، بصورت کوپله در نظر گرفت و توانست مهمترین تداخل سیال و سازه لوله را اثبات کند. این تحلیل همچنین برای ارتعاش سیستم‌های لوله یک درجه آزادی صحیح است. بلید و همکاران<sup>۳</sup> بر روی حرکات ارتعاشی نقطه میانی یک خط لوله با یک زانو تحقیق کردند. این سیستم تنها دارای یک درجه آزادی در جهت طولی بود. نتایج تحلیل کوپله سیال - سازه‌ای که آنها ارائه دادند با نتایج آزمایشگاهی مطابقت داشت.

تحلیل لرزه‌ای غیرکوپله سیال توسط زیلک و هک<sup>۴</sup> و استریتر و وایلی و چادری<sup>۵</sup> توسعه داده شده است. در این روش فرض می‌شود که لوله صلب است و سیال بوسیله روش عمومی خطوط مشخصه تحلیل می‌شود. سپس بارهای هیدرولیکی روی اجزای مختلف لوله تعیین شده و برای انجام تحلیل سازه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک مثال از این روش غیر وابسته به تأثیر متقابل سیال - سازه در مقاله ماهونی<sup>۶</sup> آمده است. اثرات سختی تکیه گاه در فشارهای سیال و تنش‌های حاصله در سیستم لوله توسط هیسبروک و تایلینگ (Heinsbroek 1994) بررسی شده است.

در اینجا نشان داده شده است که برای سیستم‌های با سختی تکیه گاهی کمتر استفاده از معادلات کلاسیک ضربه قوچ و آنالیز غیر کوپله منجر به جواب‌های غیرقابل قبول خواهد شد که این امر به علت زیادتر شدن اثرات تداخلی بین سیال و سازه می‌باشد. معیار استفاده شده در این مقاله سختی محوری یک متر لوله یا به عبارت دیگر حاصلضرب سطح مقطع لوله در مدول الاستیسیته آن است. سیستم لوله مدل شده در این تحقیق بزرگترین سیستمی است که برای بررسی اثرات معمولاً استفاده می‌شود که از ۷ لوله و ۶ زانویی ۹۰ درجه تشکیل شده است.

---

<sup>6</sup> D'souza & Oldenburger

<sup>7</sup> Jones & Wood

<sup>3</sup> Blade et al.

<sup>4</sup> Zielke & Hack

<sup>5</sup> Chaudhry

<sup>6</sup> Mahoney

نتایج حاصله از حل با انواع سختیهای تکیه گاهی نشان می دهد که اگر سختی تکیه گاهی کمتر از سختی یک متر لوله باشد استفاده از مدل آنالیز تداخلی ضروری بوده و با انعطاف پذیرتر شدن سیستم میزان تنشها در سیستم لوله افزوده شده ولی نیروهای وارده بر تکیه گاهها کاهش خواهد یافت. همچنین در این مقاله مباحث مهمی در زمینه رابطه سختی تکیه گاهی با فرکانس اصلی امواج فشاری، زمان آنالیز و واکنشهای تکیه گاهی ارائه شده است. در مقاله مشابهی (Tijsseling 2005) با عنوان اثرات ارتعاش زانویی در فشارها و تنشهای ناشی از چکش آبی ترکیبهای مختلفی از زانوییها (مهار شده و مهار نشده) در سیستم لوله (۷ لوله و ۶ زانویی) در نظر گرفته شده و فرکانس اصلی فشاری ماکزیمم، تنشها و فشارهای حاصله و واکنشهای تکیه گاهی نظیر هر کدام ارائه شده است.

نتایج دو مقاله اخیر در ارائه رهنمودهایی کاربردی جهت در نظر گرفتن اثرات تداخلی سیال-سازه در طراحیها به کار گرفته شده است. لسلائی و واردی (Leslie D.J. 2001) با تاکید بر اینکه در نظر نگرفتن اثرات تداخلی می تواند اثرات زیانبار زیادی را به دنبال داشته باشد استانداردهای معتبر جهانی را مورد نقد قرار داده و ضرورت بازنگری آنها را جهت بیان ضرورت آنالیزهای تداخلی، خاطر نشان کرده اند. تائیسلینگ و واردی (Tijsseling and Vardy 2004) مطالعه جامعی را در زمینه ارائه مقیاسهای زمانی موثر در جریانهای غیرماندگار در شبکههای لوله تحت فشار انجام داده اند. در این تحقیقات سعی شده تا معیارهای زمانی مشخصی را جهت تعیین نوع جریان اعم از پایدار، شبه پایدار<sup>۱</sup>، ستون صلب<sup>۲</sup>، ضربه قوچ با اثرات تداخلی در حالت های یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی ارائه شود. این تحقیق حاوی اطلاعات مفیدی در زمینه فرکانس اصلی ضربه قوچ، فرکانس اصلی امواج تنش و اهمیت نوع تکیه گاهها در رفتار دینامیکی سیستمهای لوله می باشد.

پایدوسیس (Paidoussis 1998) در زمینه آنالیز غیرخطی سازه لوله اطلاعات بسیار با ارزشی را ارائه می دهد. در این کتاب که نتایج جمع آوری شده بسیاری از مقالات ایشان می باشد معادلات اساسی

---

<sup>1</sup> quasi-steady

<sup>2</sup> rigid column

حاکم با در نظر گرفتن انواع ترم‌های غیر خطی و اثرات سیال بر لوله ارایه شده است. گرچه معادلات ارایه شده در این کتاب و مباحث تحلیل غیر خطی لوله‌ها و اثرات سیال بر لوله دارای اهمیت زیادی می‌باشند اما چون منشاء در نظر گرفته شده به عنوان عامل رفتار دینامیکی، پدیده ضربه قوچ نیست نمی‌توان آن را در زمره تحقیقات بررسی اثرات تداخلی در شبکه لوله‌های تحت فشار قرار داد. در مقالات اخیر که توسط پایدوسی و همکاران منتشر شده است رفتار دینامیکی در حالت سه بعدی برای یک لوله یک سر گیردار محتوی آب، در حالت غیر خطی بررسی شده و روش حل معادلات با روش اجزای محدود ارائه شده است. اساس این دسته از مسائل بر این است که سرعت سیال درون لوله تابع سرعت ارتعاش سازه لوله در هر نقطه می‌باشد. با این وجود مشابهت بسیار زیادی بین این دسته از مسائل و مسائل تداخلی سیال سازه تحت اثر ضربه قوچ وجود دارد.

معادلات هیدرولیک و ارتعاش محوری لوله جهت بررسی اثر ضخامت لوله توسط تاپسلینگ (Tijsseling 2007) استخراج شده اند. در اینجا نشان داده شده است که چنانچه نسبت قطر به ضخامت کوچکتر از دو باشد اصلاحاتی باید در معادلات مذکور اعمال نمود. این نتیجه پس از حل مدل لوله آزمایشگاهی در اسکاتلند<sup>1</sup> (Tijsseling 1993, Tijsseling 1996) و مقایسه نتایج حل دقیق دو تیپ معادلات اصلاح شده و اصلاح نشده تایید شده است. تشریح روش مدلسازی رفتار ویسکوالاستیک دیواره لوله در معادلات ضربه قوچ، با استفاده از روش MOC توسط کوواس و همکاران (Covas 2004, Covas, ) (Stoianov et al. 2004, Covas, Técnico et al. 2005) ارایه گردید. در این کارها که جدیدترین تحقیقات در زمینه ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک به شمار می‌روند، اثر کرنشهای محیطی دیواره لوله با استفاده از المانهای کلونین - ویت مدلسازی شده است.

در این مدل، رفتار ویسکوالاستیک به وسیله مجموعه‌ای از فنرها و میراگرها شبیه سازی میشود. معادلات ارایه شده در اینجا، دو معادله پیوستگی و مومنتم سیال می‌باشند که اثر رفتار ویسکوالاستیک

---

<sup>1</sup> Dundee water filled steel pipe



همانند یک ترم چشمه ای<sup>1</sup> در معادله پیوستگی وارد می‌گردد. البته ضعف عمده این روش این است که در آن، توابع خزش تطابقی باید با انجام یک آزمایش روی شبکه لوله، کالیبره شوند. این روش در تحقیقات بعدی که به وسیله سوارس و همکاران انجام شد، تکمیل و تصحیح شد (Soares, Covas et al. 2008). در تحقیق کاملتری که توسط سوارس و همکاران انجام شد، اثر جدایی ستون مایع در لوله‌های ویسکوالاستیک به صورت عددی و آزمایشگاهی بررسی شد (Soares, Covas et al. 2009). در تمام این مطالعات، اگرچه لوله به صورت ویسکوالاستیک فرض شده است، اما از اثرات تغییر شکل‌های محوری که به علت وجود نسبت پواسون مواد، اجتناب ناپذیر هستند، به کلی صرف‌نظر شده است و به همین دلیل، نیازی به انجام آنالیز اندرکنشی نبوده است.

منیکنی، برونان و فرانته در مقاله ای با موضوع اتلاف انرژی و کاهش فشار در جریان گذرا در لوله های ویسکوالاستیک به تحقیق پیرامون اثرات شیر نیمه بسته، ویسکوالاستیسیتیه و اصطکاک ناپایدار بر رفتار گذرای لوله پرداختند. این تحلیل برپایه مقدار انرژی کلی که به کمک مدل یک بعدی کالیبره شده با داده های آزمایشگاهی بدست آمده، اجرا گردیده است.

در نتایج عددی اثر شرایط اولیه و مشخصات شیر میانی با در نظر گرفتن مقادیر اولیه متفاوت عدد رینولدز،  $N_0$ ، ضریب افت هد شیر میانی،  $\alpha$  و موقعیت تحلیل شده است. با معرفی پارامترهای بی بعد، توابع نمایی برای درون یابی تاریخچه زمانی بیشینه فشار و میزان انرژی کل استفاده شده اند. در نتیجه ارتباطی بین زوال بیشینه فشار در یک مقطع و اتلاف انرژی جنبشی و درونی کل ایجاد می‌گردد. به علاوه نشان داده شده است که کاهش پیک فشار می‌تواند با بروز جریان های گذرای متفاوتی ایجاد گردد. این نتیجه کاربردهای مهمی در تحلیل معکوس جریان گذرا براساس ارزیابی زوال فشار در یک مقطع باتوجه به یگانگی روش حل خواهد داشت.

لزهر و همکاران در پژوهشی تکنیکی برای تشخیص نشت و نیز یافتن موقعیت آن در تک لوله با جداره ویسکوالاستیک براساس آنالیز گذرا ارائه کردند. مدل فیزیکی مورد بررسی آن ها شامل یک

---

<sup>1</sup> Source term

مخزن، لوله و شیر می باشد. رفتار ویسکوالاستیک لوله توسط مدل کلی کلونین ویت شبیه سازی گردید. برای تعیین موقعیت نشت، آنها معادلات حاکم را از روش خطوط مشخصه، که بدلیل مبانی سازگار آن با بحث انتشار موج آکوستیک و مکانیزم اصلی تحلیل پدیده جریان گذرا انتخاب شده بود، حل نمودند. با وجود دو محل نشت در لوله بخشی از موج فشاری حاصل از انسداد ناگهانی شیر پایین دست منعکس می گردد. این امواج باعث تغییر شکل و دامنه تاریخچه زمانی فشار می شود. نتایج محاسباتی تاثیر وجود دو نشتی بر تاریخچه زمانی فشار و تاثیر موقعیت آن ها را بر رفتار سیگنال فشار تشریح می نماید. همچنین آنها تاثیر ویسکوالاستیک بودن لوله را بر تعیین نشت و موقعیت نشت مورد بحث قراردادند (Lazhar, Hadj-Taïeb et al. 2013).

مینکنی، برونان و فرانته ضمن عنوان کردن این موضوع که داده های آزمایشگاهی و مدل های عددی اندکی راجع به رفتار گذرای تغییر مقطع در خط لوله تحت فشار وجود دارد، به ارایه داده های آزمایشگاهی و نتایج شبیه سازی عددی در خصوص اندرکنش موج فشاری و گرفتگی جزئی توسط یک شیر، یک انقباض و انبساط در لوله و گرفتگی های متعدد مجاور در لوله پرداختند. از آنجا که تیوری ضربه قوچ کلاسیک میرایی هد فشار را شبیه سازی نمی نماید و این موضوع باعث بروز اختلاف فزاینده در طول زمان بین نتایج آزمایشگاهی و عددی می گردد، در این مقاله از لحاظ عددی در نظر گرفتن همزمان ویسکوالاستیسیته و اصطکاک ناپایدار بیان شده است. رفتار گذرای یک افت هد محلی با در نظر گرفتن تست های انجام شده در یک سیستم با شیر نیم بسته داخلی کنترل شده است. در نتیجه این تحقیق اعتبار رویکرد شبه پایدار برای شبیه سازی افت هدهای محلی در لوله های ویسکوالاستیک نشان داده شده است. پارامترهای مدل که از حالت گذرای اعمال شده در یک سیستم لوله منفرد استخراج شده اند برای شبیه سازی حالت گذرا در سیستم های پیچیده تر مورد استفاده قرار گرفتند (Meniconi, Brunone et al. 2012).

فراس و همکاران در یک فعالیت آزمایشگاهی به بررسی اثرات اصطکاک و میرایی در سه نمونه لوله مسی حاصل از فرآیند ساخت خطی یا مستقیم، لوله مسی بدست آمده از کویل به صورت مارپیچی و

لوله پلی اتیلنی پرداختند و با احتساب انتهای آزاد و مقید حالت های مختلفی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آزمایشات آن ها نشان داد لوله مسی مستقیم بیشترین شباهت را به مدل عددی آن در ضربه قوچ کلاسیک دارد. اثرات اصطکاک غیرماندگار بر سایر عوامل میرایی غالب است و نیز اثرات ویسکوالاستیسیته در لوله پلی اتیلنی قابل توجه است (Ferràs, Manso et al. 2016, Ferràs, Manso et al. 2016).

وهبا در سال ۲۰۱۷ به بررسی جریان گذرا در لوله ویسکوالاستیک پرداخت. او از معادلات دوبعدی و نیز مدل کلون-ویت تک سلولی برای حل عددی خود از طریق روش خطوط مشخصه بهره گرفت. یکی از نتایج تحقیق وی افزایش تاثیر ویسکوالاستیسیته بر نوسانات امواج در لوله های بلند و با قطرهای بیشتر بود (Wahba 2017).

هنکلیک و همکاران در تحقیق دیگری به بررسی تاثیر خواص میرایی و سختی تکیه گاه های ویسکوالاستیک بر جریان گذرا در خط لوله پرداختند و به این نتیجه رسیدند که انتخاب هوشمندانه ماده ویسکوالاستیک در تکیه گاه ها می تواند تاثیر چشمگیری در کاهش نوسانات و میرایی امواج در ضربه قوچ داشته باشد (Henclik 2018). برتاگالیا در تحقیق جامعی به بررسی و مقایسه روشهای عددی مختلف مدلسازی جریان گذرا در لوله های ویسکوالاستیک پرداخته است. او نشان داد که روش خطوط مشخصه در شرایط استاندارد بهینه عمل می کند اما در شرایط با پیچیدگی بیشتر از قبیل تغییرات قطر لوله و لوله های انعطاف پذیر نقاط ضعف عملکرد روش MOC مشخص می شود (Bertaglia, Ioriatti et al. 2018).

گویدارا در تحقیق اخیر خود به بررسی اثرات ویسکوالاستیسیته در لوله های نسبتا بلند پرداخته است. در این پژوهش دستگاه معادلات یکبار چهارم معادله ای کوپل شده و یکبار دو معادله ای ساده شده در نظر گرفته شده و از روش خطوط مشخصه برای حل آن ها بهره گیری شده است. او نشان داده است که ویسکوالاستیسیته تاثیر قابل توجهی بر میرایی و کاهش سرعت موج فشاری در لوله پلی اتیلنی بلند

دارد و دستگاه معادلات ۴ معادله ای نیز نسبت به دستگاه ساده شده دو معادله ای تفاوت محسوسی در نتایج ایجاد نمی کند (Guidara, Hadj Taieb et al. 2018).

## ۶-۲ مطالعات تحلیلی و آزمایشگاهی

اثرات تداخلی ناشی از خاموش شدن پمپ و عملکرد شیر کنترل در نیروگاه هسته‌ای KRB II واقع در آلمان توسط ارت و همکاران (Erath 1999) بررسی شده است. نتایج آزمایشگاهی و عددی در این مقاله ارائه و حصول نتایج نزدیک به هم نشان داده شده است. تایلینگ و واردی (Tijsseling 2005) آزمایشی بر روی یک سیستم لوله ای T شکل جهت بررسی اثرات FSI و جدایی ستون مایع انجام داده اند. مدل آزمایشگاهی متشکل از ۳ لوله به طول 4.51، 1.34 و 1.34 متر بود که جریان گذرا در آن در اثر برخورد یک میله فولادی به طول ۵ متر به انتهای لوله درازتر ایجاد می شود. با تنظیم فشار استاتیکی درون سیستم لوله در حالت سیال ساکن می توان آزمایش FSI با جدایی ستون یا بدون جدایی ستون مایع را انجام داد. در این آزمایش هر دو اثر تداخلی پواسون و اتصال به صورت قابل توجهی وجود دارند. آزمایش‌های انجام شده جهت تایید صحت آزمایش معمولاً چند بار تکرار شده است و نتایج مشابه حاصله صحت آزمایش‌ها را تایید کرده است.

تمام شبکه لوله و میله ضربه زننده به وسیله مهار هایی به صورت آویزان نگه داشته شده‌اند و در نقاط مختلفی از سیستم لوله فشارسنج ها<sup>۱</sup> و کرنش سنج هایی<sup>۲</sup> جهت ثبت نتایج نصب شده است. همچنین متقارن بودن سیستم و لزوم حصول نتایج مشابهی در دو لوله مشابه عامل دیگری جهت کنترل صحت آزمایش‌ها بوده است. در پایان محققان برگزار کننده آزمایش اظهار داشته‌اند که نتایج بسیار دقیق و تمام جزئیات و پارامترهای موجود در آزمایش به طور کامل ارائه شده تا جهت انجام مدلسازی‌های عددی در آینده قابل استفاده باشند.

---

<sup>1</sup> pressure transducer

<sup>2</sup> strain gage

در سالهای اخیر محققین مباحث چکش آبی همانند برگانت و همکاران، بیشتر توجه خود را به بررسی اثرات تک تک پارامترهای موثر در امواج فشاری ضربه قوچ معطوف داشته اند (Bergant, Tijsseling et al. 2008, Bergant, Tijsseling et al. 2008). این موارد عبارتند از: اثر رفتار ویسکوالاستیک دیواره لوله، نشت و سه اثر معروف پیشین یعنی اصطکاک غیرماندگار، کاویتاسیون و تداخل سیال-سازه. در این مقاله که در دو بخش مدلسازی ریاضی و انواع نمونه‌های بررسی شده، ارایه شده است هر یک از موارد فوق به طور مجزا بررسی شده اند. مرجع (Bergant and Tijsseling 2001) مقاله مشابهی در این زمینه می‌باشد که در آن نیز انواع اثرات کاویتاسیون، و اصطکاک غیرماندگار به صورت جداگانه و توأم بررسی شده‌اند.

تحقیق هینسبروک (Heinsbroek 1997) یکی از تحقیقات اساسی در زمینه آنالیز زمانی اثرات تداخلی سیال سازه در شبکه‌های لوله می‌باشد. نقطه قوت این پژوهش که در آن جزئیات برنامه تجاری FLUSTRIN شرح داده شده است، در مقایسه بکارگیری مدل تیر اولر-برنولی و تیر تیموشنکو در آنالیزهای تداخلی می‌باشد. روش ارایه شده در این مقاله روش خطوط مشخصه جهت حل معادلات هیدرولیک و روش اجزای محدود برای حل معادلات سازه می‌باشد البته مقایسه‌ای بین استفاده از این روش و روش تمام خطوط مشخصه نیز انجام شده است.

نتایج برای مدل‌های مختلفی شامل برخورد محوری و جانبی جرم مشخصی با یک لوله مستقیم به طول ۳۰ متر جهت مقایسه روش حل تمام خطوط مشخصه و روش MOC-FEM و اعمال یک لنگر ثابت به انتهای لوله‌ای به طول ۲۰ متر جهت مقایسه استفاده از مدل‌های اولر-برنولی و تیموشنکو ارایه گردیده است. همچنین نتایج اثرات تداخلی برای یک سیستم دو لوله‌ای (۳۱۰ و ۲۰ متر) دارای یک مخزن و یک شیر و یک زانویی نیز ارایه شده است. در پایان نتایج مدل کامپیوتری با نتایج آزمایشگاهی مربوط به مدل ۷ لوله و ۶ زانویی مقایسه شده و صحت مدل کامپیوتری تایید شده است. این پژوهش نشان داده که استفاده از مدل تیر اولر-برنولی و حل آن با اجزای محدود و استفاده از حل خطوط

مشخصه در معادلات هیدرولیک، در حل بسیاری از سیستم‌های لوله در صنعت جواب‌های بسیار قابل قبول می‌دهد.

در یکی از مهمترین تحقیقات تایلینگ (Tijsseling 2003)، ۴ معادله دیفرانسیل حاکم بر پدیده FSI در یک لوله مستقیم (دو معادله هیدرولیک جریان و یک معادله ارتعاش محوری از درجه دوم که به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود) به صورت تحلیلی حل شده‌اند. در اینجا هر دو اثر تداخلی پواسون و اتصال به دقت مورد بررسی قرار گرفته‌اند. حل دقیق ارائه شده نشان می‌دهد که استفاده از روش‌های عددی معمولاً دارای خطای قابل توجه می‌باشد و برای کاهش خطاها باید المان‌ها بسیار کوچک انتخاب شوند که این زمان محاسبه را بسیار بالا می‌برد.

روش حل فوق به طور خلاصه عبارتست از روشی جهت مستقل ساختن ۴ معادله دیفرانسیل از یکدیگر در یک سیستم مجازی و سپس حل آنها با روش خطوط مشخصه. از مزایای اصلی این کار در مقایسه با کارهای مشابه قبل ارائه ۶ مساله مرجع<sup>۱</sup> و حل آنها با روش پیشنهادی و مقایسه نتایج حل، با روش عددی خطوط مشخصه می‌باشد. معادلات تداخل سیال-سازه در حالت سه بعدی نیز با روش اجزای محدود برای هر دو دسته معادلات هیدرولیک و سازه‌ای حل شده‌اند (Sreejith, Jayaraj et al. 2004). البته نتایج حاصله چندان از سرعت و دقت کافی در همگرایی برخوردار نیست اما روش حل خالص اجزای محدود در مساله تداخل سیال-سازه در نوع خود کاملاً جدید و قابل تأمل است.

## ۷-۲ مطالعات در حوزه فرکانس

برای آن که بتوان آنالیز کوپله سیال-سازه را در حوزه فرکانس و از طریق روش ماتریس انتقال انجام داد، باید حرکت موج تنش در جداره لوله همانند حرکت موج فشاری در سیال، در نظر گرفته شود. لی و همکاران به اهمیت بکارگیری آنالیزهای گذرا در حوزه‌های زمان و فرکانس در تخمین محل و میزان

<sup>1</sup> Delft Hydraulics Benchmark Problems A to F

نشت پرداختند. ایشان از نتایج آنالیز گذرا در یک بازه محدود به منظور تخمین سیگنال های فشار بر مبنای داده های اندازه گیری شده استفاده نموده و نشان دادند که می توان با داشتن تاریخچه محدودی از اندازه گیری ها به تخمینی از نشت دست یافت. از مقدار و زمانبندی اولین پیک فشار و ایجاد مطابقت با نتایج آنالیز گذرا بر مبنای انعکاس موج تضعیف شده از محل نشتی می توان موقعیت های مختلف وجود نشتی را بررسی و بر مبنای مینیمم شدن یک تابع هزینه مناسب به نتیجه مطلوب رسید ( Lee, Lambert et al. 2006).

غزالی و همکاران با اشاره به اقدامات انجام شده در تحلیل جریان گذرا توسط محققین و نتایج موفقیت آمیز آنها در شبیه سازی های آزمایشگاهی، این اقدامات را در موقعیت های کاربردی واقعی موثر ندانسته اند. ایشان تحلیل فرکانسی آنی (لحظه ای) را روشی کاملاً موثر و قوی برای تشخیص نشت و سایر اختلالات در شبکه لوله ارزیابی نموده اند. تحلیل به کمک روش های تبدیل هیلبرت (HT) ، تبدیل هیلبرت بی بعد (NHT) ، کوادرچر مستقیم (DQ) ، اپراتور انرژی تیگر (TEO) و سپستروم (Cepstrum) انجام و مقایسه شده است. در نهایت روش های تبدیل هیلبرت بی بعد و کوادرچر مستقیم موقعیت تقریبی نشت را تشخیص داده ، روش اپراتور انرژی تیگر با عملکرد متوسط و روش سپستروم با نتایج ضعیف بیان شده است (Ghazali, Beck et al. 2012).

لی و همکاران با طرح شیوه ای به تشخیص نشت در خط لوله پرداختند. آن ها در این شیوه حالت گذرا را با تزریق یک سیال به خط لوله ایجاد و با ردیابی اثرات گذرای آن به کمک حوزه فرکانس به تشخیص موقعیت نشت پرداختند. ایشان دو روش تشخیص نشت به کمک پاسخ فرکانسی خط لوله ارائه نمودند. روش رزنانس معکوس شامل تطبیق پاسخ فرکانسی مدل شده با پاسخ های دریافتی برای تعیین پارامترهای نشت و روش توالی بیشینه برای یافتن منطقه ای که در آن نشت اتفاق می افتد، براساس مقایسه اندازه نسبی بیشینه ها در دیاگرام پاسخ فرکانسی. مشاهده شد برای هر موقعیت نشت در خط لوله الگوی واحدی در پاسخ فرکانس القا شده است. براین اساس موقعیت نشت می تواند براساس تطابق الگوی مشاهداتی و الگوی بدست آمده از مدل های عددی در یک جدول مقایسه ای تشخیص

داده شود. روند استخراج دیاگرام خطی پاسخ فرکانسی، شامل موقعیت بهینه اندازه گیری، اثر اصطکاک ناپایدار و شیوه تعمیم روش به شبکه لوله در متن مقاله ایشان ذکر گردیده است (Lee, Vítkovský et al. 2005).

لی و همکاران با آنالیز لرزه ای سیستم های لوله به کمک ماتریس انتقال، روش تحلیل حوزه فرکانس را از یک لوله منفرد به یک شبکه لوله با مقاطع متفاوت تعمیم دادند. آنها با در نظر گرفتن سه مکانیزم اصلی کوپله یعنی اصطکاک، پواسون و اتصال، روشی برای تحلیل لرزش آزاد سیستم و نیز تحریک لرزه ای اعمال شده بر سیستم لوله با مقاطع متفاوت را پیشنهاد دادند. ماتریس تبدیل، ماتریس امپدانس و روابط فرکانسی در حوزه فرکانس نیز در پژوهش ایشان ارائه و مورد بحث قرار گرفته است. علاوه بر آن مثال های عددی برای تبیین کاربرد روش پیشنهادی ارائه شده، که چگونگی تغییر فرکانس طبیعی و مودهای حالت را با تغییر شعاع و جنس لوله نشان می دهد (Li, Yang et al. 2002). ژو و همکاران با در نظر گرفتن شرایط خط لوله ها که دارای تکیه گاه ها، شرایط مرزی و انشعابات مختلف و متعدد هستند مدل های فرکانسی و راه حل هایی را که برای تحلیل لرزه ای شبکه های پیچیده مناسب هستند، ارائه نمودند. آن ها یک مدل ۱۴ معادله ای و شیوه ماتریس انتقال (TMM) را برای تسری اندرکنش سیال و سازه بکار گرفتند و روشی کلی برای سیستم های چند شاخه ای را ارائه کردند (Xu, 2014).

کیم در تحقیقی از پتانسیل بالای عیب یابی روش امپدانس برای یک سیستم خط لوله با بکارگیری مدل های مختلف اصطکاک ناپایدار استفاده نمود. وی روش توسعه یافته براساس امپدانس را یک روش مطمئن و انعطاف پذیر بیان می نماید که می تواند نه تنها مشخصات اصلی سیستم را بیان کند بلکه متغیرهای دینامیک رفتار گذرا را نیز بدست دهد. پارامترهای کالیبراسیون شامل پارامترهای معمول عیب یابی مانند اصطکاک، نشت، پارامترهای جریان پایدار و گذرا مثل دبی اولیه جریان، زمان بسته شدن شیر و پارامترهای سیستم مانند طول خط لوله و سرعت انتشار موج می باشد. بر مبنای نحوه معرفی سیستم به کمک شیوه امپدانس، توابع پاسخ متناظر در حوزه فرکانس استخراج گردیدند. پاسخ



دامنه زمانی سیستم خط لوله برای آنالیز گذرای معکوس در الگوریتم ژنتیک تحلیل شدند. اصطکاک وابسته به فرکانس و اصطکاک حاصل از شتاب توسط مدل های ناپایدار بیان شدند. مقایسه نتایج با داده های آزمایشگاهی در این تحقیق نشان داده است که شیوه مبتنی بر امپدانس نتایج بسیار خوب و هماهنگی را برای تغییرات هد فشار خواهد داشت (Kim 2014).

یانگ و همکاران در پژوهشی به تحلیل لرزه ای خط لوله از روش ماتریس انتقال در حوزه فرکانس با در نظر گرفتن اندرکنش سیال سازه پرداختند. آنها خط لوله ای که دارای چندین بازه با قیود صلب میانی بود را در نظر گرفته و مکانیسم های اصلی کوپله از قرار کوپله اصطکاک، کوپله پواسون و کوپله اتصال را همزمان با اعمال هر دو نوع تحریک خارجی متمرکز و گسترده پیاده سازی نمودند. پدیده ای که با قید صلب ارتباط دارد، از جمله کوپله اتصال وابسته به کوپله پواسون و اصطکاک ( کوپله اتصال مشروط ) در تحقیق ایشان مطرح و مورد بحث قرار گرفته است. مثال های عددی نشان دادند که تاثیر کوپله اتصال مشروط بر فرکانس های یک سیستم لوله بسیار بیشتر از تاثیر کوپله پواسون است ( Yang, Li et al. 2004).

میکوتا در رابطه با جریان لایه ای یک سیال نیوتنی با تراکم پذیری اندک در خط لوله، به شیوه مودال با هدف بررسی مبانی نظری تحلیل های آزمایشگاهی مودال خط لوله، تحقیق نموده است. وی برای دو نقطه دلخواه در طول خط لوله، تابع پاسخ فرکانسی بین تحریک اعمالی روی دبی و پاسخ فشار را به فرم بسته محاسبه نمود و آنها را به سری های مودال شامل توابع انتقال مودال غیرجبری که با جمع محدود عبارت های کسری گویا تقریب زده شد، توسعه و بسط داد. تقریب مودال مناسب به عنوان تابع حرکت یک سیستم دارای درجه آزادی چندگانه که به صورت سازه ای میرا شده است در تحقیق وی شناخته شده است. روندهای تحلیل مودال تجربی برای خط لوله و سیستم های خط لوله ای که به شیوه سازه ای و نیز از طریق ویسکوزیته میرا شده اند در این تحقیق استخراج شده اند (Mikota 2013). دووآن و همکاران ضمن اشاره به اهمیت بررسی جریان گذرا در خطوط لوله تحت فشار برای اهداف طراحی و نیز عیب یابی، شیوه حوزه فرکانس را بدلیل خطی سازی معادلات و سازگاری با اغتشاشات و

اختلاف فرکانس های شدید روشی جذاب در تحلیل پاسخ گذرا به منظور بررسی رفتار سیستم عنوان نمودند. آنها با بررسی پژوهش های قبلی نتیجه گیری کردند که تنگ شدگی یا گرفتگی جزئی امتداد یافته باعث تغییر رزنانس سیستم می گردد که این تغییرات می تواند به منظور موقعیت یابی و نیز اندازه گیری میزان گرفتگی در لوله ها مورد استفاده قرار گیرد. در پژوهش ایشان تاثیر و اندرکنش موج-گرفتگی به طور دقیقتر مورد بررسی قرار گرفته است و در نتیجه آنها مبانی پایه ای برای ارزیابی تغییرات فرکانس رزنانس سیستم بر اثر گرفتگی های امتداد یافته ( و نه گرفتگی های منقطع و نقطه ای) را ارائه کردند. روش های تحلیلی آنالیز اغتشاش موج و روش ماتریس انتقال در تحقیق ایشان ارائه و نتایج با نتایج عددی و آزمایشگاهی مقایسه گردیده است (Duan 2011).

لیو و لی در مقاله ای به بررسی اندرکنش سیال-سازه در خط لوله با قیود الاستیک، از روش ماتریس انتقال در حوزه فرکانس پرداختند. آنها روابط اندرکنشی در حوزه زمان را به کمک تبدیل لاپلاس به حوزه فرکانس انتقال داده و سپس ۱۲ معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه ۴ و دو معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه دو را از معادلات حوزه فرکانس استنتاج کردند. نتایج ۱۴ معادله حوزه فرکانسی در یک ماتریس انتقال برهم نهی گردید که بیان کننده حرکت یک مقطع از لوله می باشد. از ترکیب این ماتریس و ماتریس های انتقال نقطه، یک ماتریس کلی برای سیستم خط لوله بدست آمده است. به این روش تمام خط لوله بدون قید تکیه گاهی و یا با وجود قید صلب از طریق تنظیم ضریب سختی فنر مقید کننده از صفر به عددی بزرگ به راحتی قابل مدلسازی و تحلیل است. آنها با احتساب لرزش های طولی، عرضی و نیز لرزش های پیچشی مدل ارائه شده را برای لوله های دارای انحنا نیز قابل کاربرد عنوان نمودند و با تطابق نتایج با داده های اندازه گیری شده و مثال های عددی، دقت روش را مناسب ارزیابی نمودند (Liu and Li 2011).

لیو و لی همچنین در پژوهش دیگری با اشاره به متداول بودن خطوط لوله شاخه ای، به تحلیل خط لوله دارای انشعاب از روش ماتریس انتقال جذبی در حوزه فرکانس با احتساب اندرکنش سیال سازه پرداختند. آنها یک زنجیره غالب از خط لوله را در نظر گرفته و ماتریس انتقال نقطه ای مربوط به هر

اتصال را تعیین کردند. در این حالت ماتریس انتقال نقطه که بیانگر اثر لوله منشعب شده است، توسط زنجیره غالب، جذب می گردد. براین اساس با دراختیار داشتن ماتریس انتقال سایر المان ها، مسئله دینامیکی سیال سازه به کمک شیوه ماتریس انتقال زنجیره قابل حل عنوان گردید. آنها پس از ارزیابی مدل توسط نتایج تجربی و عددی به بررسی اثرات لرزش های اعمالی در شاخه ها پرداختند که نشان داد فشار و لرزش های سیال می تواند با تغییر موقعیت و زاویه شاخه های منشعب، بهینه گردد (Liu, Li et al. 2013).

لی شوای-جون و همکاران با درنظر گرفتن ضخامت جداره لوله، فشار و سرعت سیال، یک مدل ۱۴ معادله ای ارائه کردند که اندرکنش سیال سازه را در خط لوله تشریح می نماید. آنها روش ماتریس انتقال را برای مدلسازی عددی هر دوسته معادلات سیال و سازه مورد استفاده قرار دادند. براساس این مدل ها و الگوریتم ها، ایشان طرح های مختلف خط لوله را برای ارزیابی مدل پیشنهادی ارائه کردند. به علاوه تاثیر تکیه گاه ها، مشخصات سازه و سیال بر پاسخ دینامیکی و فرکانس های طبیعی خط لوله آنالیز شد که نشان داد استفاده از تکیه گاه ها و مشخصات سازه ای بهینه در کاهش لرزش خط لوله مفید واقع می گردد (Li, Liu et al. 2014).

دیویدسون و اسمیت<sup>۱</sup> یک ماتریس انتقال مرکب از سیال و سازه را برای یک لوله با محور منحنی توسعه دادند و با نتایج آزمایشگاهی درستی عملکرد مدلشان را صحت گذاری نمودند. در ادامه آنها با توسعه و افزایش دقت مدل، یک سیستم لوله با سطح متغیر را که شامل سه زانو بود، بررسی کردند و نتایج آنها بوسیله مدل آزمایشگاهی تأیید شد. ویلکینسون<sup>۲</sup> روشی برای تخمین پاسخ لرزه ای سیستم عمومی لوله ارائه کرد که در آن از یک ماتریس انتقال استفاده شده است. روابط شامل پنج خانواده کوپله بودند. یکی در سیال و چهار رابطه در سازه لوله. در کار بعدی آقای ویلکینسون، تئوری ساده شده ای برای غیرماندگاری جریان و انتشار امواج و پاسخ سازه ای در سه راهی ها (T ها) و خمها ارائه شده است.

---

<sup>1</sup> Davidson & Smith

<sup>2</sup> Wilkinson

الیس<sup>۱</sup> رفتار غیرماندگار سیال را در یک شبکه لوله ایستگاه پمپاژ مورد بررسی و تحلیل قرارداد. او یک روش خطوط مشخصه را برای حرکت سیال و لوله بصورت کوپله ارائه کرد. اولسن<sup>۲</sup> روشی را ابداع نمود که در آن لوله و سیال درون آن بصورت المانه‌های جامد<sup>۳</sup> با ارتباط‌های مناسب در نظر گرفته می‌شوند و سپس کل سیستم با یک الگوریتم اجزا محدود تحلیل می‌شود. شویریان و کارابین<sup>۴</sup> نیز از این روش تحلیل استفاده کرده‌اند.

هتفیلد و همکاران<sup>۵</sup> روش سنتز اجزا<sup>۶</sup> را برای پیش بینی امواج فشاری و پاسخ‌های سازه‌ای سیستم لوله توسعه دادند. در این روش در ابتدا فرکانس طبیعی و شکل موده‌های سیستم لوله تعیین می‌شوند و سپس این مودها در تعدیل کردن تحلیل هیدرودینامیکی سیال مورد استفاده قرار می‌گیرند و بدین صورت تداخل دینامیکی سیال و لوله، با تحلیل‌های جداگانه سیال و سازه و ترکیب جزئیات آنها در حل، مدل می‌شود. از روش مشخصه برای جریان غیرماندگار و از روش مودال برای تحلیل سازه لوله استفاده شده است. مزیت این روش نسبت به روش‌های قبلی، جداکردن تحلیل به گام‌های مختلف است. بویژه در مسایل با تعدد المانه‌های شبکه چنین رویکردی بسیار سودمند خواهد بود.

بلیچکو، کارابین و لین<sup>۷</sup> یک فرآیند دوگانه جهت تشابه امواج و تأثیر سازه‌ای آن در سیستم لوله پیشنهاد کردند. آنها در این مقاله تصریح کردند که فرض غیر قابل تراکم بودن سیال که اغلب در تحلیل ضربه قوچ مورد استفاده قرار می‌گیرد، همواره یک فرض محافظه کارانه نیست. آن‌ها برای احتراز از حل کوپله که پیچیدگی‌های فراوانی داشت، و نیز با توجه به غیر محافظه کارانه بودن نتایج تحلیل با فرض غیر قابل تراکم بودن سیال، یک روش ساده را که می‌توانست با دقت کافی تراکم پذیر بودن سیال و تداخل سیال-سازه را در نظر بگیرد، مورد توجه قرار دادند. در این روش با فرض یک لوله صلب،

---

1 Ellis

2 Olson

3 Solid Elements

4 Schwirian & Karabin

5 Hatfield et al.

6 Component Synthesis

7 Belytschko & Karabin & Lin

تحلیل هیدرودینامیکی منجر به تعیین توزیع فشار در خط لوله می شد و سپس از فشار محاسبه شده بارهای سازه‌ای جهت انجام تحلیل اجزا محدود بدست می آمد.

ویگرت و هتفیلد و استاکنبروک<sup>۱</sup> یک روش مشخصه برای سیال و سازه بصورت همزمان ارائه کردند. در این روش روی خطوط مشخصه، فشار سیال و تنش محوری، برش و خمش لوله، همگی قابل تعریف بودند. البته این روش هم محدودیت هایی در معیارهای ریاضی و دینامیک سازه داشت. لووی و تایلینگ<sup>۲</sup> تداخل سیال و لوله را با بکار بردن تئوری ضربه قوچ برای سیال و تئوری خمش تیموشنکو برای المان لوله، مدل کردند و یک پروسه مرکب از روش مشخصه (MOC) و اجزاء محدود (FEM) ارائه گردید. معادلات هیدرولیکی با MOC و معادلات لرزه‌ای سازه با FEM تحلیل شدند.

مقاله مهم دیگری که در زمینه آنالیز فرکانسی تداخل سیال-سازه موجود است به وسیله لی و همکاران (Lee, Duan et al. 2013) ارائه شده است. این مقاله تنها در روش حل معادلات مجزا شده با کار تایلینگ تفاوت دارد. به این ترتیب که در اینجا به جای استفاده از روش خطوط مشخصه از روشی بر پایه حل دالامبر در معادلات موج استفاده شده است.

گونگ و همکاران در مقاله ای به بررسی پاسخ فرکانسی خط لوله ویسکوالاستیک با استفاده از مدل چند المانی کلون-ویت پرداختند. در این تحقیق که اثرات اندرکنشی محدود به اصطکاک غیرماندگار بررسی شده است تاثیر مبتنی بر فرکانس ویسکوالاستیسیته بر تغییر فرکانس های طبیعی سیستم و نیز میرایی نوسانات به عنوان نتیجه گیری اصلی بیان شده است (Gong, Zecchin et al. 2015).

## ۸-۲ جمع بندی کارهای انجام شده

حل معادلات تداخلی سیال-سازه در شبکه‌های لوله از دو دیدگاه اصلی مورد توجه قرار گرفته است: حل در بازه زمان و حل در بازه فرکانس که هر کدام مزایا و معایبی دارند. حل در بازه زمان که منظور حل عددی معادلات می باشد از این نظر اهمیت دارد که به وسیله آن می توان انواع مختلف سیستم های

1 Wiggert & Hatfield & Stuckenbruck

2 Lavooij & Tijsseling

لوله (شاخه ای، حلقوی با انواع شرایط مرزی) را تحلیل کرد. ضعف این روش در لزوم استفاده از میانمایی جهت انتقال پارامترهای هیدرولیکی به معادلات سازه و بالعکس می‌باشد که این امر خود باعث کند شدن این مدل‌ها می‌شود.

حل فرکانسی اگر چه مزیت‌های متعدد بویژه سادگی و سرعت بالا در محاسبات و نیز امکان کشف مفاهیم و ساز و کارها در پدیده‌های دینامیکی را بدست می‌دهد، اما تا کنون تنها برای یک لوله مستقیم با شرایط مرزی بسیار ساده امکان پذیر است. در این روش معادلات حاکم با روش جداسازی متغیرها و سپس استفاده از سری‌های فوریه جهت تعیین تابع مناسب که بتواند شرایط مرزی را ارضا کند امکان پذیر است (Chaudhry 2013). در این صورت معادله دیفرانسیل حاکم در حوزه لاپلاس نوشته می‌شود که معمولاً از آن می‌توان حل نیمه تحلیلی را در حوزه لاپلاس به دست آورد، اما گرفتن لاپلاس معکوس به نوبه خود پیچیده است و مستلزم بکارگیری الگوریتمهای عددی است. به طور کلی مزیت روش تحلیل در حوزه فرکانس دقت بسیار بالا و امکان محاسبه آسان تر کمیت‌های مساله در حالت نوسانی پایا بدون نیاز به صرف زمان زیاد محاسبات می‌باشد (Zecchin, Lambert et al. 2010).

در خصوص کارهای تحلیلی در حوزه فرکانس خلا تحقیقاتی به ویژه در باب مدلسازی رفتار گذرای جداره‌های ویسکوالاستیک وجود دارد. اهمیت مدلسازی دقیق جداره‌های با خواص ویسکوالاستیک به منظور حصول معیارهای طراحی متناسب از یک سو و مزیت‌های بنیادی روش‌های تحلیل در حوزه فرکانس از سوی دیگر سبب شده است تا در این تحقیق به ارائه مدل تحلیلی یا نیمه تحلیلی مناسب در حوزه فرکانس پرداخته شود. در این راستا از مطالعات پیشین در هر دو حوزه زمان و فرکانس استفاده شده است. به طور خاص دستیابی به مدل ریاضی مناسب برای مواد ویسکوالاستیک و نیز استخراج دستگاه معادلات کوپل شده سازه و سیال بر پایه پژوهش‌های حوزه زمان بدست آمده و از مطالعات پیشین در حوزه فرکانس به منظور تکامل و توسعه روش حل فرکانسی برای مساله جدید بهره‌گیری شده است. در تحقیق حاضر، ابتدا معادلات حاکم مناسب با در نظر گرفتن اثرات تغییر شکل‌های محوری و احتساب ویژگیهای مواد ویسکوالاستیک، انتخاب شده و سپس به تعمیم روش تحلیلی مناسب به

منظور پیاده سازی حل در حوزه فرکانس پرداخته شده است. به این ترتیب اثرات تداخلی اتصال و پواسون در لوله‌های ویسکوالاستیک، برای اولین بار در این رساله بر مبنای روش تحلیلی قطری سازی معادلات حاکم و یا شیوه تعمیم یافته ماتریس انتقال در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار گرفته است.



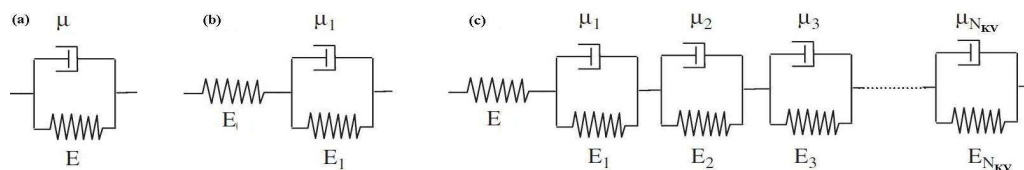


## فصل سوم - معادلات حاکم

در این فصل معادلات حاکم بر مساله و شیوه های حل تحلیلی آن ها ارایه شده است. ساختار این فصل به نحوی است که ابتدا مدل سازه ای جداره ویسکوالاستیک تبیین شده و سپس در ادامه به معادلات هیدرولیکی حاکم بر سیال پرداخته شده است. در ادامه با تلفیق و ترکیب معادلات و ارایه نمایش ماتریسی، تلاش گردیده تا با فرضیاتی پاسخ تحلیلی برای این دستگاه معادلات، ارایه گردد. اغلب به منظور یافتن پاسخ های تحلیلی و یا درک فیزیک حاکم، فرض عدم وجود اصطکاک نیز مد نظر قرار گرفته است.

### ۱-۳ معادلات جداره ویسکوالاستیک

همانطور که در فصل اول و در بخش تعریف مساله و اهداف پژوهش آورده شد، یکی از نوآوری های این تحقیق تعمیم مفاهیم ماتریس انتقال به مساله جداره ویسکوالاستیک می باشد. در واقع می توان به این وسیله از مزیت های محاسباتی و سهولت تحلیل با شیوه ماتریس انتقال و بویژه از ساده بودن پرداختن به شرایط مرزی بهره مند گردید. نکته مهم و کلیدی قابلیت تعمیم شرایط تناوبی هارمونیک از طریق سری فوریه و اصل برهم نهی آثار است. مدل کلون ویت که در مصالح ویسکوالاستیک رایج است، ماهیت خطی دارد و این منطبق بر الزامات روش های حوزه فرکانس می باشد. البته در این فاز پارامترهای مدل هیدرولیکی و نیز مدل سازه ای از جمله نسبت پواسون، ضرایب میرایی و سختی، ضریب اصطکاک و سایر کمیت ها، ثابت انگاشته شده اند.



شکل ۱-۳- مدل مصالح ویسکوالاستیک با المان کلون ویت

همانطور که در شکل ۳-۱ نشان داده شده است، می توان هر تعداد از المان های کلین-ویت را به مدل مصالح افزود. معمولا مدل ۳ پارامتری که شامل یک فنر مجزا و یک المان کلین-ویت است، برای ایجاد بخش عمده ای از مشابهت عملکرد در جداره های ویسکوالاستیک مورد استفاده قرار گرفته و از این حیث کافی به نظر می رسد. مبانی و معادلات سازه ای مربوط به این دسته از مصالح در پیوست (الف) آورده شده است که این بخش از مرجع (Keramat 2010) اقتباس گردیده است. برای مصالح ویسکوالاستیک رابطه بین تنش و کرنش در مدل ۳ پارامتری با فرض عدم وجود تنش های متعام بصورت زیر است:

$$p_0\sigma + p_1\dot{\sigma} = q_0\varepsilon + q_1\dot{\varepsilon}, \quad p_0 = 1, \quad p_1 = \frac{\mu_1}{E_0 + E_1}, \quad q_0 = \frac{E_0E_1}{E_0 + E_1}, \quad q_1 = \frac{E_0\mu_1}{E_0 + E_1}.$$

$$\bar{\varepsilon}(s) = \left( \frac{p_0 + p_1s}{q_0 + q_1s} \right) \bar{\sigma}(s). \quad (1-3)$$

در این رابطه ضرایب  $p$  و  $q$  توابعی از مدول الاستیسیته فنر و ویسکوزیته میراگر مربوط به هر المان است. کمیت های  $\sigma, \varepsilon, E$  و  $\mu$  به ترتیب تنش، کرنش، مدول سختی و ضریب میرایی متناظر با المان کلین-ویت می باشد. همچنین پارامترهای  $\dot{\varepsilon}, \dot{\sigma}$  و  $\bar{\varepsilon}, \bar{\sigma}$  آهنگ تغییر کرنش و تنش و نیز تبدیل یافته کرنش و تنش در فضای لاپلاس می باشند. سطر دوم حاصل تبدیل لاپلاس معادله می باشد. اگر کرنش را در حوزه زمان بخواهیم بدست آوریم، ناچار هستیم از انتگرال پیچش یا کانولوشن به فرم زیر بهره گیری نماییم:

$$\bar{\varepsilon}(s) = \bar{\sigma}(s) s \left( \frac{J_0 + J_1}{s} - \frac{J_1\tau_1}{s\tau_1 + 1} \right) := \bar{\sigma}(s) s \bar{J}(s),$$

$$\bar{J}(s) = \left( \frac{J_0 + J_1}{s} - \frac{J_1\tau_1}{s\tau_1 + 1} \right).$$

$$\varepsilon(t) = \sigma(t)J(0) + \int_0^t \sigma(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds = (\sigma * dJ)(t) = (J * d\sigma)(t), \quad (2-3)$$

$$J(t) = J_0 + J_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right).$$

در این فرمول  $J$  تابع خزش تطابقی،  $\tau_i$  زمان تاخیر میراگر نام،  $s$  کمیت لاپلاس و نماد  $*$  معرف اپراتور کانولوشن می باشد. در پیوست (الف) معرفی کاملتر و مشروح این پارامترها ارائه شده است. برای تعمیم به هر تعداد المان کلوین-ویت کافیتست تابع خزش تطابقی را ارتقا دهیم:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \sigma * dJ(t) \\ J(t) &:= J_0 + \sum_{k=1}^{N_{KV}} J_k \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right), J_k = 1/E_k, J_0 = 1/E, \tau_k := \mu_k / E_k \end{aligned} \quad (3-3)$$

در این معادله تعداد  $N$  المان کلوین-ویت بصورت سری به همراه یک فنر مجزا در نظر گرفته شده است (شکل ۳-۱). در ادامه برای نزدیک شدن به مساله جداره ویسکوالاستیک در شبکه لوله ها می توان با فرض ناچیز بودن تنش شعاعی در قیاس با تنش محوری و محیطی، روابط پایه و بنیادی تنش و کرنش را بصورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z &= \sigma_z * dJ - \nu (\sigma_\phi * dJ) \\ \varepsilon_\phi &= \sigma_\phi * dJ - \nu (\sigma_z * dJ) \end{aligned} \quad (4-3)$$

اندیس های  $z$  و  $\phi$  معرف مقدار پارامتر در راستای محوری و محیطی می باشند و  $\nu$  نسبت پواسون مصالح است. از این مرحله با هدف بهره گیری از سهولت محاسبه نسبت دامنه و فاز القا شده توسط توابع تبدیل در حوزه فرکانس، بهتر است فرم تبدیل لاپلاس گرفته شده معادلات فوق را بکار ببریم:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_z(s) &= \bar{\sigma}_z(s) s \bar{J}(s) - \nu \bar{\sigma}_\phi(s) s \bar{J}(s) \\ \bar{\varepsilon}_\phi(s) &= \bar{\sigma}_\phi(s) s \bar{J}(s) - \nu \bar{\sigma}_z(s) s \bar{J}(s) \end{aligned} \quad (5-3)$$

با مراجعه به مدل ۳ پارامتری (رابطه ۳-۱) می توان توابع خزش را جایگذاری نمود و به رابطه زیر دست یافت:

$$\bar{J}(s) = \frac{1}{s} \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \quad (6-3)$$

$$\bar{\varepsilon}_z(s) = \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_z(s) - \nu \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_\phi(s) \quad (7-3)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\phi}(s) = \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_{\phi}(s) - \nu \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_z(s) \quad (8-3)$$

همانطور که ملاحظه می شود، فرم تبدیل لاپلاس به مراتب ساده تر از فرم حوزه زمان می باشد و بجای یک معادله انتگرالی، تنها یک معادله جبری حاصل شده است. این امر دقیقا بخاطر نمایش ساده فرم کانولوشن در فضای لاپلاس بصورت حاصلضرب جبری است. بهر حال نکته مهم در اینجا توانایی محاسبه نسبت دامنه و تغییر فاز متناظر با انتخاب یک پروفیل تناوبی و هارمونیک برای جریان است.

### ۲-۳ معادلات دینامیک سازه

در این بخش به تدوین و ساده سازی معادلات حاکم بر سیال و سازه بعنوان محتوای اصلی مدل ریاضی، اشاره خواهد شد. معادلات حاکم با هدف بررسی اثرات تداخلی سیال-سازه، در حالتی که لوله از مواد ویسکوالاستیک ساخته شده است، بررسی می شوند. در خلال طرح و توسعه معادلات هیدرولیکی و سازه ای، از مدل رفتار پوسته های ویسکوالاستیک که در بخش ضمیمه آورده شده، بهره گیری شده است. بنابراین پیش از ورود به این بخش پیشنهاد می گردد پیوست (الف) مطالعه شود. در این پیوست برخی روابط بنیادی حاکم بر مواد ویسکوالاستیک از مرجع (Keramat 2010) ارایه شده است. پیش از توسعه معادلات سیال، معادلات حاکم بر ارتعاش محوری یک لوله ویسکوالاستیک در حالت آنالیز تداخلی، استخراج می شود. در اینجا همه معادلات شبه یک بعدی و حاصل متوسط گیری از کمیت ها در مقطع لوله هستند. بدیهی است در حالتی که بررسی اثر تداخلی اتصال در یک سیستم لوله دو یا سه بعدی مورد نظر باشد، بررسی ارتعاشات خمشی (خمشی و پیچشی) نیز ضروری است (معادله ارتعاش پیچشی فقط در آنالیز سیستم های سه بعدی وارد می شود. با توجه به اینکه در این رساله، در حالت ویسکوالاستیک، تنها بررسی اثرات اندرکنشی محوری لوله ها (اثر کوپل پواسون و اتصال) مورد نظر است، از ارایه معادلات ارتعاش خمشی و پیچشی صرف نظر شده است.

جهت مدلسازی ارتعاش محوری، نقطه آغازین، نوشتن معادلات حرکت در جهات محوری  $z$  و شعاعی  $r$  در حالت دو بعدی در یک دستگاه مختصات استوانه‌ای است. این دو معادله به عنوان روابط تعادل مومنتم در جهات‌های محوری و شعاعی نیز خوانده می‌شوند. از اثرات سختی خمشی<sup>۱</sup>، اینرسی دورانی<sup>۲</sup> و تغییر شکل برشی عرضی صرف‌نظر می‌گردد. این فرضیات به عنوان فرضیات امواج با طول موج‌های بلند<sup>۳</sup> خوانده می‌شوند. در این فرمولاسیون، متغیرها عبارتند از  $u_r$ ،  $u_z$ ،  $\sigma_r$ ،  $\sigma_z$ ،  $\sigma_\phi$  و  $\tau_{rz} = \tau_{zr}$  که همگی تابعی از  $z$  و  $r$  و  $t$  می‌باشند. جرم حجمی مصالح لوله  $\rho_l$  ثابت می‌باشد و اثرات ترم‌های همرفتی<sup>۴</sup> همانند این ترم‌ها در معادلات پیوستگی و مومنتم سیال ناچیز فرض می‌شود (فرضیات اکوستیک). نیروی حجمی محوری<sup>۵</sup> به صورت  $F_z = \rho_l g \sin \theta$  و نیروی حجمی شعاعی ناچیز در نظر گرفته می‌شود ( $F_r = 0$ ). در این صورت روابط تعادل مومنتم در جهت محوری به صورت:

$$\rho_l \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \tau_{zr})}{\partial r} + \rho_l g \sin \theta \quad (9-3)$$

و در جهت شعاعی به صورت:

$$\rho_l \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r \sigma_r)}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} - \frac{\partial \sigma_\phi}{r} \quad (10-3)$$

می‌باشند.  $u$  نرخ یا سرعت تغییر شکل لوله در راستای مربوطه می‌باشد. در این پژوهش با توجه به مطالبی که بیان شد، تنها به معادله ارتعاش محوری ارجاع خواهد شد و لذا حرکت شعاعی در نظر گرفته نشده است. مشابه آنچه در معادلات سیال بیان خواهد شد، معادله ۹-۳ در سطح مقطع سازه انتگرال-گیری خواهد شد و از این منظر آنچه حاصل می‌گردد معادلات شبه یک بعدی ارتعاش محوری خواهد بود که متوسط کمیت‌های جابجایی و تنش در آن وارد می‌شود. از سوی دیگر یک دسته معادله دیگر نیز تنش و کرنش را در پوسته یا جداره لوله بدست می‌دهد که در ادامه بیان خواهد شد. بنابراین دو

<sup>1</sup> Bending stiffness

<sup>2</sup> Rotary inertia

<sup>3</sup> Long wavelength approximation

<sup>4</sup> Convective terms

<sup>5</sup> Axial body force

معادله مرتبه اول سازه ای جهت بیان ریاضی ارتعاش محوری حاصل می گردد که می توان آن دو را ترکیب نیز نمود.

### معادله حرکت محوری

جهت حصول یک فرمولاسیون یک بعدی (فقط بر حسب  $t$  و  $z$ ) برای معادلات ارتعاش محوری، معادله ۹-۳ و ۱۰-۳ در  $2\pi r$  ضرب میشوند و سپس نسبت به  $r$  از  $R$  الی  $R+e$  انتگرالگیری شده ( $R$ ) شعاع داخلی لوله و  $e$  ضخامت دیواره لوله است.) و بر  $2\pi(R+e/2)e$  تقسیم می شوند. همچنین نیروی برشی که نسبت به امتداد محوری متقارن می باشد،  $\int_R^{R+e} 2\pi r \tau_{rz} dr$ ، (جمله موجود در سمت راست فرم انتگرالگیری شده معادلات فوق با توجه به فرضیات تقریب با طول موج بلند حذف می گردد). پس از این عملیات با توجه به شکل ۲-۳، معادله حرکت در جهت محوری به صورت:

(۱۱-۳)

$$\rho_t \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} = \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} + \frac{R+e}{\left(R+\frac{e}{2}\right)e} \tau_{zr} \Big|_{r=R+e} - \frac{R}{\left(R+\frac{e}{2}\right)e} \tau_{zr} \Big|_{r=R} + \rho_t g \sin \theta$$

و معادله حرکت در جهت شعاعی به شکل:

$$\rho_t \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = \frac{R+e}{\left(R+\frac{e}{2}\right)e} \sigma_r \Big|_{r=R+e} - \frac{R}{\left(R+\frac{e}{2}\right)e} \sigma_r \Big|_{r=R} - \frac{1}{R+\frac{e}{2}} \bar{\sigma}_\phi$$

(۱۲-۳)

تبدیل می گردد. در آنها  $\bar{\sigma}_\phi, \bar{\sigma}_z, \bar{u}_r, \bar{u}_z$  مقادیر متوسط گیری شده از متغیرهای  $\sigma_\phi, \sigma_z, u_r, u_z$  می باشند:

$$\bar{u}_z = \frac{1}{2\pi \left(R+\frac{e}{2}\right)e} \int_R^{R+e} 2\pi r \dot{u}_z dr$$

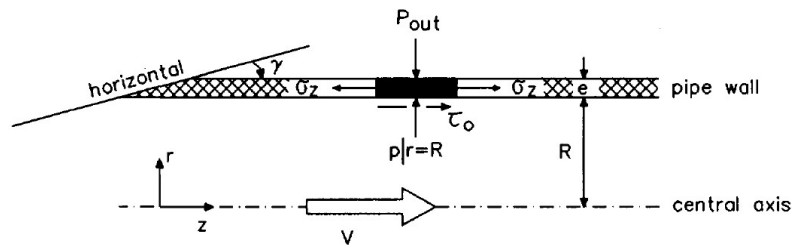
(۱۳-۳)

$$\bar{u}_r = \frac{1}{2\pi \left(R+\frac{e}{2}\right)e} \int_R^{R+e} 2\pi r \dot{u}_r dr$$

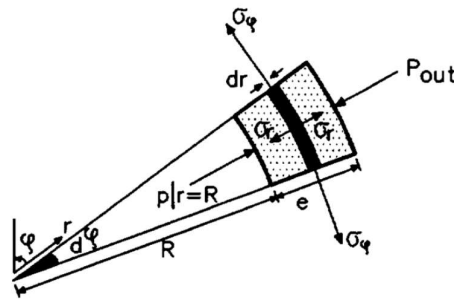
(۱۴-۳)

$$\bar{\sigma}_z = \frac{1}{2\pi \left(R + \frac{e}{2}\right) e} \int_R^{R+e} 2\pi r \sigma_z dr \quad (15-3)$$

$$\bar{\sigma}_\phi = \frac{1}{e} \int_R^{R+e} \sigma_\phi dr \quad (16-3)$$



شکل ۳-۲-المان جداره و شماتیک فرمول بندی دینامیک سازه



شکل ۳-۳-المان شعاعی و تنشهای وارده به آن

معادلات حرکت ارایه شده تا اینجا، سرعت‌های محوری  $u_z$  را به تنش‌های محوری  $\sigma_z$  و سرعت‌های شعاعی  $u_r$  را به تنش‌های محیطی  $\sigma_\phi$  مرتبط می‌نمایند. این روابط برای لوله‌های ویسکوالاستیک یا پلاستیک و حتی در شرایطی که سیستم لوله تحت تأثیر تغییر شکل‌های عرضی بزرگ قرار گیرد نیز صادق می‌باشند (Paidoussis 1998). با توجه به رفتار سیال و سازه در مرز تماس آنها در دیواره لوله داریم:

$$\tau_{zr} \Big|_{r=R} = -\tau_0, \quad \tau_{zr} \Big|_{r=R+e} = 0 \quad (17-3)$$

<sup>1</sup> hoop stress



با جایگذاری در معادله ۳-۱۱ معادله حرکت محوری نقاط سازه به صورت زیر حاصل می شود که برای مواد الاستیک، ویسکوالاستیک و حتی در حالت وجود تغییر شکل های بزرگ در سیستم لوله فرم یکسانی خواهد داشت (معادله پایداری ممنتوم):

$$\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} = \frac{R}{\rho_t \left( R + \frac{e}{2} \right) e} \tau_0 + g \sin \theta \quad (18-3)$$

که در آن  $\theta$ ، زاویه بین محور لوله و یک صفحه افقی می باشد. اکنون چنانچه در این رابطه همانند رابطه ممنتوم سیال که در ادامه خواهد آمد (۳۴-۳) از مدل اصطکاک شبه ماندگار استفاده و فرضیات لوله های جدار نازک  $e \ll R$  اعمال شوند خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\rho_f A_f}{\rho_t A_t} \frac{fV|V|}{2D} + g \sin \theta, \quad (19-3)$$

که در آن  $A_f$  و  $A_t$  به ترتیب سطح مقطع لوله و سطح مقطع جریان می باشند.

### معادله تنش در پوسته ویسکوالاستیک

در قسمت قبل معادله حرکت محوری المان سازه بدست آمد. این معادله در واقع نیروی خالص وارد به المان را به شتاب مرتبط می سازد. اما از سوی دیگر می توان جابجایی محوری گره سازه را بعنوان کرنش محوری احتساب نمود که در این صورت این کرنش با تنش اعمال شده از منظر دیگری رابطه خواهد داشت. روابط تنش-کرنش برای مواد ویسکوالاستیک در حالت سه بعدی در بخش پیوسته ارایه گردیده اند. برای استفاده از روابط تنش کرنش در امتداد محوری و در پوسته ویسکوالاستیک، ابتدا روابط بین کرنش و جابجایی را مرور خواهیم کرد :

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (20-3)$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{u_r}{r} \quad (21-3)$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (22-3)$$

این روابط با فرض کرنش‌های کوچک<sup>۱</sup> بدست آمده اند. چنانچه مدل‌های جامع‌تری که قابلیت مدلسازی تغییر شکل‌های بزرگ را داشته باشند مورد نظر باشد، می‌توان بجای روابط فوق از روابط مربوط به کرنش‌های گرین استفاده کرد. اکنون روابط تنش-جابجایی مورد نیاز، از جایگذاری روابط فوق برای کرنش در روابط تنش-کرنش ارایه شده در بخش ضمیمه حاصل خواهند شد. چنانچه از رابطه کرنش محوری پوسته ویسکوالاستیک (ضمیمه الف) نسبت به زمان مشتق گیری شود و فرضیات مربوط به لوله‌های جدار نازک و ثابت بودن نسبت پواسون اعمال گردند خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\sigma_z * dJ) - \nu \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{PD}{e} * dJ \right) \quad (23-3)$$

روابط تنش-جابجایی معادلات را کامل کرده و مدل ریاضی را قابل پیاده سازی می نماید. اکنون با استفاده از تعریف اپراتور استیلیس کانولوشن و تعریف کرنش  $\varepsilon_z$  (معادله ۳-۲۰) رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D \nu \rho_f}{2 E e} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial I_{\sigma_z}}{\partial t} - \rho_f g \frac{D \nu}{2 e} \frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}, \quad c_t^2 = \frac{E}{\rho_t} \quad (24-3)$$

که در آن  $c_t$ ، سرعت موج برشی و  $\rho_t$  جرم حجمی مواد لوله و  $I_{\sigma_z}$  و  $I_{\tilde{H}}$  ضرایب کرنش محیطی و تنش محوری تاخیری هستند که در ضمیمه نحوه محاسبه آنها بیان شده است. به منظور سهولت در این قسمت مجددا آورده شده اند:

$$I_{\sigma_z} := \int_0^t \sigma_z(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds = \sum_{k=1}^{N_{KV}} \left( \int_0^t \sigma_z(t-s) \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds \right) := \sum_{k=1}^{N_{KV}} I_{\sigma_z k},$$

$$I_{\tilde{H}} := \int_0^t \tilde{H}(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds = \sum_{k=1}^{N_{KV}} \left( \frac{J_k}{\tau_k} \int_0^t \tilde{H}(t-s) e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds \right) := \sum_{k=1}^{N_{KV}} I_{\tilde{H} k}, \quad (25-3)$$

<sup>1</sup> infinitesimal strains

همانطور که ملاحظه می شود، در تعریف این ضرایب، جمله اول انتگرال استیلیس کانولوشن کنار گذاشته شده است.

### ۳-۳ معادلات هیدرولیکی

#### معادله پیوستگی

برای بدست آوردن معادلات حاکم بر سیال برای یک سیستم لوله، معادلات ناویر-استوکس در حالت دو بعدی در دستگاه مختصات استوانه‌ای  $r$ - $z$  نوشته می‌شود. این معادلات شامل یک معادله پیوستگی و دو معادله مومنتم در جهت‌های محوری و شعاعی با متغیرهای سرعت محوری  $V_z$ ، سرعت شعاعی  $V_r$ ، فشار سیال  $P$  و دانسیته سیال  $\rho_f$  می‌باشند. به علاوه، یک معادله حالت، فشار و دانسیته سیال را به هم مربوط می‌کند. جهت رسیدن به یک فرمول بندی یک بعدی سازگار با معادلات کلاسیک چکش آبی، معادلات ناویر-استوکس مذکور در  $2\pi r$  ضرب شده و سپس از 0 تا شعاع لوله  $R$  انتگرالگیری می‌شوند و سپس نتیجه بر  $\pi R^2$  تقسیم می‌شود. با این کار تمام جملات موجود در معادلات ناویر-استوکس از حالت دو بعدی بر حسب  $t, z, r$  به یک بعدی بر حسب  $t, z$  تبدیل می‌شوند (Tijsseling 1993, 2007)، با این کار، معادله پیوستگی به صورت زیر قابل نمایش است:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{2}{R} \dot{u}_r \Big|_{r=R} = 0, \quad \dot{u}_r \Big|_{r=R} = V_r \Big|_{r=R} \quad (26-3)$$

که در آن سرعت  $V$  و فشار  $P$  به صورت زیر می‌باشند:

$$V = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r v_z dr \quad (27-3)$$

$$P = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r p dr \quad (28-3)$$

که در آن  $v_z$  و  $p$  به ترتیب توابع توزیع سرعت و فشار در مقطع جریان می‌باشند. در این روابط  $z$  امتداد محور لوله،  $t$  زمان،  $g$  شتاب گرانش زمین،  $R$  شعاع داخلی لوله و  $\rho_f$  دانسیته سیال است. کرنش محیطی در دستگاه مختصات استوانه‌ای به صورت  $\varepsilon_\phi = \frac{u_r}{r}$  تعریف می‌شود که با توجه به محدود بودن امتداد شعاعی  $r$  به دیواره داخلی تا دیواره بیرونی لوله، می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_\phi = \frac{u_r}{r} \rightarrow u_r = r\varepsilon_\phi, \quad R \leq r \leq R+e \rightarrow r \approx R \rightarrow u_r = R\varepsilon_\phi \quad (29-3)$$

در این صورت آخرین ترم در معادله پیوستگی، به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{2}{R} \dot{u}_r \Big|_{r=R} = \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial t} (R\varepsilon_\phi) \Big|_{r=R} = 2 \frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t} \quad (30-3)$$

بنابراین معادله پیوستگی با فرض  $e \ll R$  به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + 2 \frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t} = 0 \quad (31-3)$$

### معادله ممنتوم سیال

معادله مومنتم در جهت محوری به صورت

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{2}{\rho_f R} \tau_0 + g \sin \theta \quad (32-3)$$

خواهد بود. در این روابط  $z$  امتداد محور لوله،  $t$  زمان،  $g$  شتاب گرانش زمین،  $R$  شعاع داخلی لوله و  $\rho_f$  دانسیته سیال است. در معادله ممنتوم سیال (۳۲-۳)، تنش برش  $\tau_0$  معادل این تنش در حالت جریان پایدار فرض می‌گردد که این به عنوان مدل اصطکاک شبه ماندگار<sup>۱</sup> خوانده می‌شود در این صورت خواهیم داشت:

$$\tau_0 = \rho_f f \frac{V_{rel} |V_{rel}|}{8} \quad (33-3)$$

<sup>1</sup> Quasi-steady friction model

که در آن  $V_{rel}$  سرعت نسبی سیال درون لوله نسبت به دیوار داخلی لوله می‌باشد که برابر با  $V - u_i$  است. که در این  $V$  سرعت مطلق سیال،  $u_i$  سرعت مطلق دیواره لوله و  $f$  ضریب افت داری و ایسباخ می‌باشد. چنانچه  $P$  در رابطه مومنتم با  $P = \gamma H - Z$ ، که در آن  $H$  هد فشار سیال و  $\gamma$  وزن حجمی سیال و  $Z$  رقوم نقطه مورد بررسی است، جایگزین گردد رابطه مومنتم (۳-۳۲) به صورت زیر قابل نوشتن خواهد بود:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-fV|V|}{2D} \quad (۳-۳۴)$$

قابل ذکر است که این رابطه برای مدل‌های ویسکوالاستیک و یا مدل‌های تداخلی سیال-سازه به همین صورت بوده و ناشی از این اثرات تغییری نخواهد کرد.

### ۴-۳ کوپل معادلات و ساده سازی

از آنجا که ارتعاشات بسیار جزئی سازه، تغییرات عمده‌ای در فشارهای ایجاد شده در سیال خواهد داشت و همچنین به این دلیل که در عمل تثبیت خط لوله به نحوی که تمام نقاط آن بدون حرکت نگاه داشته شود امری غیرممکن است می‌بایست در مدلی که برای لوله‌های ویسکوالاستیک ارائه می‌گردد نیز اثرات تداخلی پواسون و اتصال لحاظ گردد. این امر در مدل‌های ارائه شده پیشین بجز در موارد محدودی که در سالهای اخیر تدوین گردیده (Keramat 2010) مورد توجه قرار نگرفته است. یکی از جنبه‌های ساده سازی معادلات حاکم بر سیال صرفنظر کردن از جملات مشتق جابجایی در معادلات پیوستگی و ممنتوم است (Chaudhry 2013) که پیش از این بیان گردید. به علت وجود جمله کوپله پواسون در معادله پیوستگی و نیاز به محاسبه جابجایی محوری نقاط مختلف لوله، معادلات مربوط به ارتعاش محوری نیز باید استخراج گردند. ارتعاش محوری نیز به نوبه خود، تحت تاثیر اثرات ویسکوالاستیسیته دیواره لوله خواهد بود. تا اینجا می‌توان مدل هیدرولیکی را بصورت زیر بیان کرد:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{g}{c_f^2} \frac{\partial H}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = (\nu^2 - 1) \rho_f g \frac{D}{e} \frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-fV |V|}{2D} \quad (35-3)$$

در این مدل از مولفه شتاب گرانش در امتداد محوری نیز صرفنظر شده است. مدل اصطکاک بکار رفته مربوط به شرایط پایا است که این امر خود عامل اندکی خطا می باشد. جمله سمت راست در معادله پیوستگی ضریب کرنش محیطی تاخیری است که در ضمیمه نحوه استخراج آن بیان شده است:

$$I_{\tilde{H}} := \int_0^t \tilde{H}(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds = \sum_{k=1}^{N_{KV}} \left( \frac{J_k}{\tau_k} \int_0^t \tilde{H}(t-s) e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds \right) := \sum_{k=1}^{N_{KV}} I_{\tilde{H}k}, \quad (36-3)$$

در اینجا از مدل ۳ پارامتری بهره گیری شده و لذا  $N=1$  می باشد.

### ترکیب معادلات سازه ای

دو معادله (۲۳-۳) و (۲۴-۳) معادلات جابجایی و تنش را برای ترکیب با معادلات پیوستگی و مومنت سیال، بدست می دهند. این دو معادله را می توان با هم ترکیب کرد و یک معادله دیفرانسیلی درجه دوم نسبت به زمان و مکان جهت مدلسازی ارتعاش محوری لوله استخراج نمود. با توجه به رابطه اصلی کرنش محوری در پوسته الاستیک، چنانچه از آن نسبت به  $z$  مشتق گیری شود و از تئوری کرنش های

کوچک  $\left( \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{z} \right)$  و نسبت پواسون ثابت استفاده شود، می توان نوشت :

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} * dJ - \nu \frac{\partial (\sigma_\phi * dJ)}{\partial z}. \quad (37-3)$$

قابل ذکر است که در استخراج رابطه فوق قانون انتگرال لایب نیتز<sup>۱</sup> در مشتق گیری از یک انتگرال استفاده شده است که با استفاده از آن می توان مشتق نسبت به  $z$  از یک انتگرال را به صورت انتگرال مشتق تابع درون انتگرال، نسبت به  $z$  نوشت. در مساله حاضر تنها در صورتی می توان چنین جایگشتی

<sup>1</sup> Leibnitz integral rule

را معتبر دانست که توابع  $\sigma_z, \sigma_\phi$  و مشتقاتشان نسبت به  $z$  پیوسته باشند. چنانچه در رابطه فوق برای

از معادله (۳-۱۹) جایگزین نماییم خواهیم داشت:

(۳۸-۳)

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = \left( \left( \rho_t \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \rho_f \frac{A_f}{A_t} \frac{fV|V|}{2D} - \rho_t g \sin \theta \right) * dJ \right) - \nu \frac{\partial (\sigma_\phi * dJ)}{\partial z},$$

به طوری که برای یک سیستم بدون اصطکاک ( $f=0$ ) به صورت زیر منجر خواهد شد.

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = \rho_t \left( \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} * dJ \right) - \rho_t g \sin \theta * dJ - \rho_f g \frac{\nu D}{2e} \frac{\partial (\tilde{H} * dJ)}{\partial z} \quad (۳۹-۳)$$

چنانچه اپراتور استیلیس کانولوشن در رابطه فوق مورد استفاده قرار گیرد خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = & \rho_t \left( \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} J(0) + \int_0^t \ddot{u}_z(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds \right) \\ & - \rho_f g \frac{\nu D}{2e} \left( \frac{\partial \tilde{H}}{\partial z} J(0) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \int_0^t \tilde{H}(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds \right) \right) - J \rho_t g \sin \theta, \end{aligned} \quad (۴۰-۳)$$

اکنون چنانچه ترم‌های شامل انتگرال کانولوشن بر حسب ضرایب تنش و کرنش تاخیری نوشته شوند

و سپس رابطه حاصله در  $c_t^2 = \frac{E}{\rho_t}$  ضرب شود، معادله ارتعاش محوری به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - c_t^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} - g \frac{\rho_f}{\rho_t} \frac{D\nu}{2e} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial z} - gE \frac{\rho_f}{\rho_t} \frac{D\nu}{2e} \frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial z} + EI_{\ddot{u}_z} - gJE \sin \theta = 0, \\ c_t^2 = \frac{E}{\rho_t}, \end{aligned} \quad (۴۱-۳)$$

که در آن  $I_{\ddot{u}_z}$  با توجه به شتاب محوری جداره ویسکوالاستیک به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$I_{\ddot{u}_z} = \int_0^t \ddot{u}_z(t-s) \frac{\partial J(s)}{\partial s} ds = \sum_{k=1}^{N_{KV}} \left( \int_0^t \ddot{u}_z(t-s) \frac{J_k}{\tau_k} e^{\frac{-s}{\tau_k}} ds \right) := \sum_{k=1}^{N_{KV}} I_{\ddot{u}_z, k}. \quad (۴۲-۳)$$

بنابراین معادله (۳-۴۱)، ارتعاش محوری دیواره یک لوله ویسکوالاستیک که به وسیله جریان

غیرماندگار سیال در درون لوله بارگذاری می‌شود را مدل‌سازی می‌نماید. با توجه به مدل‌سازی ارایه شده

در این فصل که بصورت تفکیک شده برای سیال و سازه ارایه گردید، می توان ۴ معادله PDE مرتبه اول بدست آمده را که شامل معادلات پیوستگی، ممنوم، حرکت محوری و تنش محوری است را یکجا نمایش داد:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{g}{c_f^2} \frac{\partial H}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} &= (\nu^2 - 1) \rho_f g \frac{D}{e} \frac{\partial I_{\bar{H}}}{\partial t} \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} &= \frac{-fV|V|}{2D} \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \frac{\rho_f A_f}{\rho_t A_t} \frac{fV|V|}{2D} + g \sin \theta, \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D \nu \rho_f}{2 E e} \frac{\partial H}{\partial t} &= \frac{\partial I_{\sigma_z}}{\partial t} - \rho_f g \frac{D \nu}{2e} \frac{\partial I_{\bar{H}}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (۴۳-۳)$$

در این دسته معادلات  $c_f$  و  $c_t$  عبارت از سرعت موج فشاری در سیال و سرعت موج تنش برشی در سازه می باشد. چنانچه سازه الاستیک خطی باشد، این معادلات به فرم زیر ساده خواهد شد:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} + \rho_f g \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{2\nu}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + f \frac{V|V|}{2D} &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - f \frac{\rho_f A_f}{\rho_t A_t} \frac{V|V|}{2D} - g \sin \theta &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D \nu \rho_f}{2 E e} \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (۴۴-۳)$$

### ۳-۵ شرایط مرزی

همواره بخش اصلی و تکمیلی هر مدل ریاضی، شرایط مرزی می باشند که به صورت معادلاتی بر حسب مجهولات که فقط در مرزها صادق هستند، بدست می آیند. جهت مدلسازی اثر تداخلی اتصال، شرایط مرزی باید به نحو مناسبی تعریف شوند. معمولاً متناسب با روش عددی به کار گرفته شده جهت حل معادلات حاکم، شرایط مرزی نیز بایستی به نحوه مناسبی در فرآیند حل عددی اعمال شوند و این کار همواره به عنوان بخش اصلی هر روش حل به شمار می رود. اثر تداخلی اتصال، فقط زمانی که بعضی



نقاط از سازه که در آنها تغییر مومنتم اتفاق می‌افتد، کاملاً به زمین مهار نشده باشند بوجود می‌آید. برای مدلسازی اثر تداخلی اتصال، در شرایط مرزی هیدرولیکی پارامترهایی وابسته به سازه وارد می‌گردد و در شرایط مرزی سازه‌ای مقادیری وابسته به هیدرولیک جریان وارد می‌شود. بنابراین هیچگونه تغییری در صورت معادلات دیفرانسیلی سیال و سازه ایجاد نمی‌شوند و تنها عامل ارتباط دهنده این دو (سیال و سازه) به هم، شرایط مرزی می‌باشد. به این ترتیب برای آنالیز کوپله اتصال باید شرایط مرزی را به گونه‌ای دیگر، برای معادلات هیدرولیکی و سازه‌ای آماده سازی نمود.

شرط مرزی مورد استفاده جهت حل معادلات حاکم، هنگامی که گره نظیر از نظر سازه‌ای کاملاً ثابت نشده باشد، بسته به نوع تجهیز یا وضعیت آن نقطه مرز، بصورت یک معادله سازگاری بیان می‌گردد. شرایط مرزی برای شیر، زانویی، تقاطع، انتهای بسته<sup>۱</sup>، پمپ و سایر تجهیزات هیدرولیکی نصب شده در یک سیستم هیدرولیکی متفاوت است و باید رابطه حاکم برای هر کدام به صورت جداگانه استخراج شود. این کار به صورت مفصل در مرجع (Tijsseling 1993) توسط تائسلینگ انجام شده است. بطور نمونه روابط مرزی برای یک شیر با بستن تدریجی که امکان ارتعاش دارد به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{V_p - \dot{u}_{zP}}{V_0} = \tau \sqrt{\frac{H_p}{H_0}} \quad (45-3)$$

$$\sigma_{zP} A_t = \rho_f g A_f \tilde{H}_p, \quad \tilde{H}_p = H_p - H_{p,0} \quad (46-3)$$

که در آن اندیس  $P$  نشان دهنده مجهولات در محل شیر، 0 نشاندهنده شرایط جریان پایدار و پارامتر  $\tau$  درصد بازشدگی شیر می‌باشد. در صورتی که فقط مدلسازی اثر تداخلی پواسون موردنظر باشد گره‌های مرز به صورت کاملاً تثبیت شده در نظر گرفته می‌شوند تا اثر تداخلی اتصال ایجاد نگردد. بنابراین در این حالت وجود جابجایی صفر برای گره شیر مورد انتظار است که با اعمال  $\dot{u}_{zP} = 0$  در رابطه (45-3) شرط مرزی مورد نظر حاصل می‌شود. با توجه به بی حرکت بودن گره شیر در حالت اثر تداخلی پواسون، تمام نیروی هیدرولیکی اثر کننده در این نقطه که با رابطه (46-3) داده می‌شود به تکیه گاه منتقل

<sup>1</sup> Closed end

می‌شود. در حالی که در حالت اثر تداخلی اتصال، این نیروی هیدرولیکی، خود باعث ایجاد یک موج تنشی در سازه می‌گردد که با امواج سازه‌ای تولید شده به علت اثر تداخلی پواسون جمع می‌گردد. جهت ارایه یک مدل ریاضی دقیق، علاوه بر معادلات حاکم باید دانست پیش از شروع جریان غیرماندگار وضعیت سیستم به چه شکلی بوده است. مقدار مجهولات (سرعت و فشار در معادلات هیدرولیک و جابجایی و سرعت و تنش‌ها در معادلات ارتعاش سازه) در شرایطی که سیستم در حال تعادل است در لحظه‌ای پیش از آغاز غیر ماندگاری سیستم به عنوان شرایط اولیه در نظر گرفته می‌شوند. معادلات حاکم در شرایط پایدار از معادلات حاکم در حالت ناپایدار که در قسمت‌های قبل بدست آمده‌اند، با حذف ترمهای غیر ماندگار بدست می‌آیند. سیستم معادلات ارایه شده (برای هیدرولیک جریان) به علت وجود جملات اصطکاک و یا مدل کاویتاسیون، غیر خطی می‌باشند. بنابراین استفاده از اصل روی هم گذاری<sup>1</sup> در حالت کلی غیر قابل قبول است. اما با توجه به خطی بودن معادلات ارتعاش سازه، در حالتی که سیستم الاستیک است، چنانچه این معادلات به صورت جداگانه حل شوند، می‌توان از اصل روی هم گذاری استفاده کرد.

در تحلیل دینامیکی یک مساله سازه‌ای به دو روش می‌توان اثرات شرایط اولیه را وارد نمود. به عنوان روش اول می‌توان کل نیرو اعم از استاتیکی و دینامیکی را در هر لحظه بر سازه وارد کرد. در این صورت باید جابجایی در لحظه صفر که نظیر نیرو در لحظه صفر (نیروی استاتیکی) است را به عنوان شرط اولیه (که در حل با روش نیومارک استفاده می‌شود) وارد نمود.

در روش دیگر می‌توان ابتدا تغییر شکل سازه را به علت بار استاتیکی وارده بر آن محاسبه نمود و سپس در فرایند حل دینامیکی تنها نیروی دینامیکی را بر سازه وارد نمود (در این صورت شرط اولیه در تحلیل دینامیکی، جابجایی برابر صفر خواهد بود). در این حالت جابجایی کل در هر نقطه سازه در هر لحظه برابر با جمع جابجایی دینامیکی و استاتیکی خواهد بود. روابط بین تنش و کرنش را در صورتی که روش اول پیاده سازی شود، می‌توان به شکل زیر نوشت:

---

<sup>1</sup> Superposition

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{total}} &= (\sigma_0 + \sigma_{\text{dynamic}}) * dJ = J * d(\sigma_0 + \sigma_{\text{dynamic}}) \\ &= \sigma_{\text{dynamic}} J_0 + \sigma_0 J(t) + \int_0^t \sigma_{\text{dynamic}}(t-s) \frac{dJ}{ds} ds\end{aligned}\quad (47-3)$$

این روابط در صورتی که روش دوم پیاده سازی شود به صورت زیر خواهند بود :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{total}} &= \varepsilon_{\text{static}} + \varepsilon_{\text{dynamic}} = \sigma_0 * dJ + \sigma_{\text{dynamic}} * dJ \\ &= \sigma_0 J(t) + \sigma_{\text{dynamic}} J_0 + \int_0^t \sigma_{\text{dynamic}}(t-s) \frac{dJ}{ds} ds\end{aligned}\quad (48-3)$$

همانطور که مشاهده می شود هر دو روش حل، جواب یکسانی خواهند داشت. قابل توجه است که در محاسبه ترم های ویسکوالاستیک در صورتی که هدف محاسبه آهنگ تغییر این ترم باشد (مانند محاسبه آهنگ تغییر کرنش محیطی تاخیری) تنها پاسخ دینامیکی دارای آهنگ تغییر غیر صفر خواهد بود به همین دلیل نیازی به وارد کردن نیروی استاتیکی وارد بر سازه و تغییر مکان نظیر آن جهت محاسبه نرخ تغییر نیست.

لازم است شرایط اولیه سیستم شامل سرعت جریان، هد فشار، جابجایی محوری و سرعت محوری لوله براساس تحلیل جریان پایدار قبل از شروع جریان گذرا در خط لوله بدست آیند. در این حالت مقادیر ثابتی برای سرعت و هد بدست می آیند و به طبع آن مقادیر غیر صفر برای کرنش های شعاعی و محوری بدست خواهد آمد. با این حال از آنجا که هدف در اینجا بدست آوردن کرنش های نسبی و دینامیکی حاصل از ضربه قوچ است، تغییر شکل های اولیه لوله صفر در نظر گرفته می شود. در مورد یک سیستم مخزن-لوله-شیر (RPV) شرایط اولیه رایج می تواند شامل: سرعت محوری لوله برابر با صفر،  $\dot{u}_z(t=0)$  کرنش محوری لوله  $\varepsilon_z(t=0)$  وقتی که انتهای لوله مقید باشد، سرعت اولیه سیال  $V=V_0$  و هد اولیه در حالت بدون اصطکاک برابر با هد مخزن،  $H_0 = H_{\text{Res}}$  باشد.

قبل از تعریف شرایط مرزی در مساله حاضر، لازم است مکانیزم های اندرکنش یا تداخل سیال-سازه بررسی شوند. این مکانیزم ها همانگونه که در فصل دوم اشاره شد، به سه دسته تقسیم می شوند: تداخل پواسون، تداخل اتصال و تداخل اصطکاک. برای یک لوله که در راستای محوری مقید نباشد کوپل

پواسون فعال خواهد بود و بایستی در مدل منظور شود. کوپل اتصال زمانی وجود دارد که تکیه گاهها در سیستم کاملا صلب نباشند و کوپل اصطکاک بدلیل وجود نیروهای بین سیال و سازه بروز می کند. حال با اطلاع از نحوه عملکرد مکانیزمهای اندرکنشی می توان شرایط مرزی را برای یک سیستم RPV به تفکیک بیان نمود: جابجایی محوری لوله در مقطع پایین دست در صورتی که مقید باشد  $u_z(z=l) = 0$  (کوپل پواسون)، تنش محوری لوله در انتهای آزاد  $\sigma_z(z=l) = 0$  (کوپل پواسون و اتصال)، جابجایی محوری لوله در مقطع بالادست متصل به مخزن  $u_z(z=0) = 0$ ، سرعت محوری لوله در مقطع بالادست  $u_z(z=0) = 0$ ، هد فشار سیال در مقطع بالادست  $H(z=0) = H_{Res}$ ، و در شرایط بسته شدن آنی شیر دبی تخلیه در مقطع پایین دست که می تواند توسط یک تابع پله بیان گردد  $Q(z=l) = u(t) \stackrel{\text{def}}{=} \text{Unit Step}$ .

## فصل چهارم - حل در حوزه فرکانس

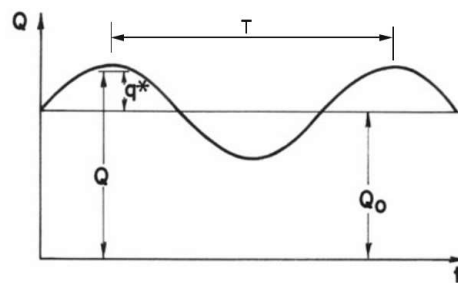
در این فصل دو روش حل در حوزه فرکانس تبیین و تعمیم داده شده است. ابتدا به حل معادلات از روش ماتریس انتقال می پردازیم و در ادامه روش حل تحلیلی براساس تبدیل لاپلاس بیان خواهد شد. روش ماتریس انتقال که به تازگی مورد توجه محققان قرار گرفته و در آخرین پژوهش های انجام شده به مسائل اندرکنشی وارد شده است، اینک در این تحقیق برای جداره ویسکوالاستیک توسعه یافته است. در روش دوم تبدیل لاپلاس که منجر به ارائه حل تحلیلی برای مساله حاضر می شود نیز تابحال تحقیق مشابهی برای لوله های ویسکوالاستیک انجام نشده است. لذا توسعه و بسط هر دو روش همانطور که در فصل اول بیان گردید، از نوآوری های تحقیق حاضر می باشد.

#### ۴-۱ مبانی روش ماتریس انتقال

ایده کلی در روش ماتریس انتقال که شرح کاملی از آن در (Chaudhry 2013) آمده است، ایجاد و یا کشف یک نگاشت مناسب در انتقال متغیرهای سیستم از جمله فشار و سرعت (یا هد و دبی) از یک نقطه به نقطه دیگر است. در واقع چنانچه شبکه لوله حاوی سیال به بخش ها و تکه هایی که هر یک دارای ویژگی هندسی و هیدرولیکی ثابت می باشد، تقسیم گردد، آنگاه تغییر در مشخصه های فشار و دبی سیال از ابتدای یک المان تا انتهای همان المان، تنها به مشخصه های هندسی و هیدرولیکی آن جزء بستگی خواهد داشت. بنابراین با حل معادله گذرای پیوستگی و مونتوم در این بخش، می توان از مقادیر فشار و سرعت در ابتدای لوله به مقادیر فشار و سرعت در انتهای لوله دست یافت. پیش از بیان فرمول بندی مساله در قالب شیوه ماتریس انتقال مفاهیم و تعاریف کلی مرور می شود.

جریان گذرا جریانی است که در تغییر وضعیت جریان از یک حالت ماندگار به حالت ماندگار دیگری پدید می آید. با این حال بسته به مشخصات سیستم و تحریک اعمالی به آن اغتشاش در سیستم نه تنها ممکن است کاهش نیابد، بلکه می تواند با گذشت زمان توسعه یافته و باعث تشدید نوسانات فشار یا سرعت سیال شود. این شرایط رزنانس خوانده می شود.

جریان نوسانی پایا<sup>۱</sup> به جریانی اطلاق می گردد که اگرچه ماهیتا گذرا است اما بدلیل تناوبی بودن و تکرار شدن یک الگوی ثابت، نوسانی پایا محسوب می گردد. بطور خاص می توان گفت چنانچه دامنه و محتوای فرکانسی یک سیگنال ثابت بماند، آن رفتار نوسانی پایا خواهد بود. زمان یک دوره تناوب پریود نام دارد. این تعریف از آن جهت اهمیت دارد که پاسخ یا خروجی هر سیستم خطی یا شبه خطی به یک تحریک یا ورودی هارمونیک از نوع نوسانی پایا خواهد بود. این امر کمک خواهد کرد تا بتوان برای دستیابی به رفتار یک شبکه لوله در هنگام ایجاد عوامل تحریک کننده (هر عاملی که جریان را از حالت پایا خارج نمایند) تنها از دو کمیت دامنه و فاز سخن گفت. بدیهی است از آنجا که فرکانس تغییرات فشار و دبی و سایر متغیرهای وضعیت در کل مجموعه با عبور از یک مقطع گذرای کوتاه اولیه، همان فرکانس عامل اغتشاش کننده می باشد، لذا برای بازیابی و بازسازی رفتار خروجی تنها اطلاعات مورد نیاز همان دامنه و فاز خواهد بود. نکته جالب در اینجا آن است که بر مبنای حساب اعداد مختلط (ابزار تحلیل در حوزه فرکانس) می توان این دو را در قالب یک عدد مختلط یکجا بیان و محاسبه نمود.



شکل ۴-۱- مقادیر متوسط و تغییر لحظه ای فشار و دبی سیال

همانطور که در شکل ۴-۱ نشان داده شده است، دبی و فشار سیال را می توان بصورت مجموع یک مقدار متوسط که همان مقدار حالت پایا (پیش از بروز حالت گذرا) است و یک مقدار تغییر جزئی یا لحظه ای تصور نمود:

<sup>1</sup> Steady Oscillatory flow

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 + q^* \\ H &= H_0 + h^* \end{aligned} \quad (۱-۴)$$

این رابطه ساده و بسیار مهم دارای یک فرض تلویحی است که همان اندک بودن مقادیر تغییرات جزئی در قیاس با مقدار متوسط یا پایا است. همین موضوع کمک خواهد کرد تا بتوان معادلات غیرخطی را حول شرایط پایا خطی سازی نمود و عملکرد کل سیستم را با فرض توصیف یا تبیین بر حسب این متغیرهای جدید (الگوی متغیرهای اغتشاشی) کاملاً خطی تصور نمود. بنابراین همین تبدیل مختصات یا تغییر متغیر، دریچه ورود به فضای تحلیل فرکانسی خواهد بود. این موضوع در ادامه برای یک مساله نمونه و البته پرکاربرد بیان خواهد شد. بعلاوه کمیت های  $q^*$  و  $h^*$  که مقدار انحراف از دبی و فشار متوسط (مقادیر ثابت حالت پایا) می باشند، به نوبه خود توابعی از مکان و زمان هستند. لذا در اینجا یک فرض بسیار مهم دیگر طرح می شود که البته پایه و زیر بنای آن در فرض قبلی پیرامون خطی بودن نهفته است:

$$\begin{aligned} q^* &= \text{Re}(q(z)e^{j\omega t}) \\ h^* &= \text{Re}(h(z)e^{j\omega t}) \end{aligned} \quad (۲-۴)$$

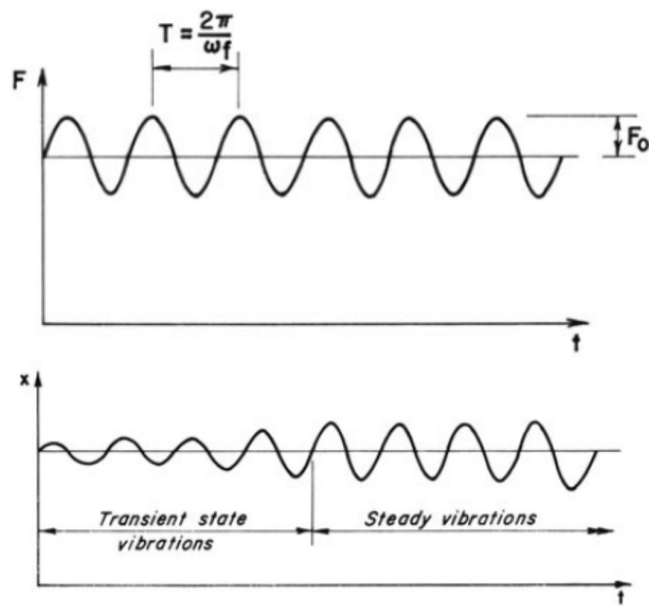
این عبارت نشان می دهد که می توان وابستگی زمانی کمیت های فشار و دبی را حذف و در قالب یک رفتار معلوم و منظم خلاصه نمود. همین امر مسیر استخراج معادلات دیفرانسیل معمولی که تنها تابعیت مکانی دارد را از دل معادلات مشتقات جزئی هموار می سازد که در نهایت امکان حل تحلیلی مساله را فراهم می نماید. در اینجا به این نکته نیز اشاره می شود که اگر چه فرکانس تحریک (فرکانس تغییرات عامل بر هم زننده تعادل یا پایایی سیستم) هر مقداری می تواند داشته باشد و حتی ترکیب چندین فرکانس دلخواه نیز می تواند باشد (سری فوریه)، اما از این میان فرکانس هایی هستند که نقش فرکانس طبیعی را ایفا نموده و رفتار شبکه هیدرولیکی در ازای تحریک با آنها، بحرانی تر و پردامنه تر خواهد بود (تشدید). برای یک جزء لوله مستقل و ساده می توان نشان داد مضارب (عمدتاً مضارب فرد) فرکانس اصلی یا هارمونیک اول، فرکانس های طبیعی هستند. فرکانس اصلی یا هارمونیک اول که



متناظر با کمترین زمان یک سیکل کامل تغییرات در مشخصه های دبی و فشار می باشد،  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

است که  $T_{th} = \frac{4L}{a}$  دوره تناوب تئوریک یک جزء لوله است.

مفهوم دیگری که لازم است معرفی شود، درجه آزادی یک سیستم یا شبکه دینامیکی است. درجه آزادی تعداد متغیرهای حالت مستقل که برای توصیف رفتار کامل همه اجزای سیستم مورد نیاز می باشد، است. بطور مثال برای ۲ جرم و ۲ فنر که بطور متوالی قرار گرفته و به هم بسته شده اند، درجه آزادی برابر ۲ می باشد. بنابراین می توان اینطور نتیجه گیری نمود که بین درجات آزادی و تعداد جرم و فنرهای (و دمپرها) که می توان سیستم را با آنها مدلسازی نمود، رابطه نزدیکی وجود دارد. برای یک تیر پیوسته الاستیک و یا برای جریان سیال در یک جزء لوله با احتساب مدول بالک سیال یا نسبت تراکم پذیری، بینهایت جرم و فنر در امتداد هم قرار گرفته و لذا بیشمار درجه آزادی وجود دارد. از همین جا می توان دریافت بیشمار فرکانس طبیعی نیز تعریف می شود. نظیر هر فرکانس طبیعی بعلاوه می توان یک شکل مود که توصیف کننده نحوه جابجایی یا تغییرات نسبی در آن حالت است را بدست آورد.



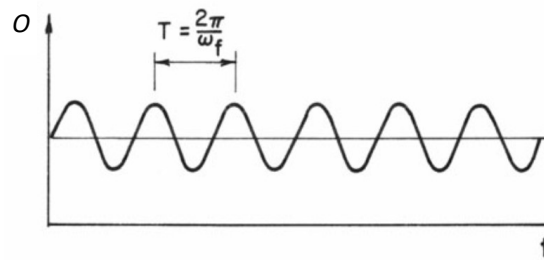
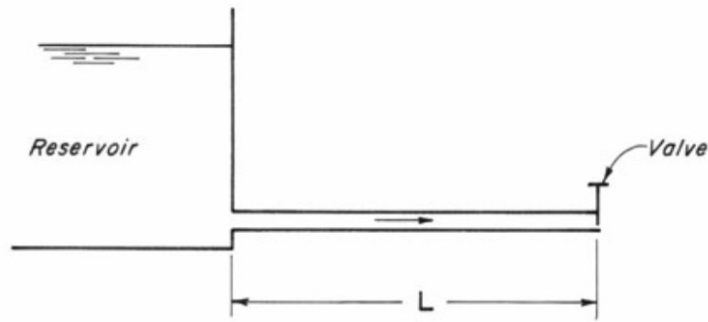
شکل ۴-۲- پاسخ یک سیستم ساده به ورودی هارمونیک

از منظر عامل تحریک کننده که سبب خروج از شرایط متوسط یا پایا می گردد دو دسته عوامل را می توان تفکیک نمود. دسته اول، ارتعاشات یا نوسانات واداشته یا اجباری هستند که در آنها یک عامل خارجی سبب تحریک و اغتشاش یا ارتعاش و نوسان در سیستم می گردد. مثلا باز و بسته کردن شیر پایین دست در یک شبکه لوله یا روشن و خاموش نمودن (بطور کلی کم و زیاد نمودن دبی یا فشار) پمپ، عامل تحریک بیرونی محسوب می شود. این عامل خارجی به نوبه خود می تواند انتقال دهنده انرژی یا صرفا کنترل کننده شار انرژی در شبکه باشد. برای مثال اعمال نیروی نوسانی به جرم و فنر، انتقال انرژی را در بر دارد در حالی که باز و بست شیر در شبکه لوله صرفا کنترل میزان ورود و خروج انرژی (خروج یا ورود سیال پرفشار به مفهوم سلب یا کسب انرژی است) را سبب می گردد.

دسته دیگر تحریک ها داخلی<sup>۱</sup> هستند. بطور نمونه عملکرد یک نقطه نشستی و یا یک شیر یا پمپ معیوب سبب بروز نوسانات خود بخودی در شبکه لوله خواهد شد و هیچ عامل خارجی در این میان ایفای نقش نمی کند. حتی در پاره ای موارد همین عوامل تحریک داخلی سبب ناپایداری و واگرایی نیز هستند و در نهایت آسیب های جدی به مجموعه وارد می کنند. خوشبختانه با بهره گیری از تحلیل در حوزه فرکانس (به مراتب ساده تر از تحلیل در حوزه زمان) می توان چنین رفتارهایی را پیش بینی و شناسایی نمود و در نتیجه برای آنها چاره اندیشی نمود. اصولا ارزیابی پایداری و تدوین مرزها و محدوده های عملکردی با ابزارها و شیوه های حوزه فرکانس امکان پذیر است. در شکل ۴-۲ برای یک سیستم ساده متشکل از جرم و فنر پروفیل نیروی وارد به جرم و پاسخ سیستم که جابجایی جرم است ترسیم شده است. همانطور که ملاحظه می گردد با اعمال یک نیروی تحریک سینوسی، جابجایی نیز پس از گذشت اندک زمانی که نوسانات گذرای اولیه نام دارد، به فرم سینوسی با همان فرکانس تحریک تبدیل شده و لذا تنها با ۲ مقدار دامنه و اختلاف فاز قابل معرفی است.

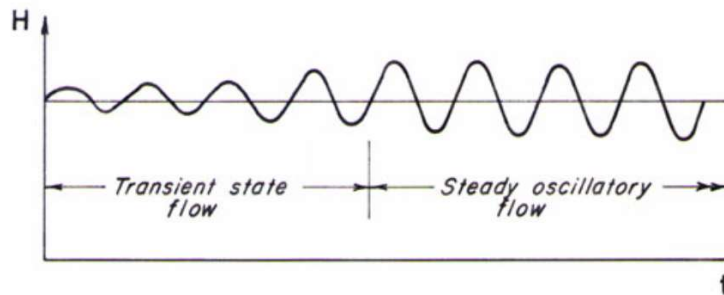
---

<sup>1</sup> Self excited oscillation



شکل ۴-۳- شماتیک یک شبکه ساده مخزن-لوله-شیر با تحریک خارجی باز و بست متناوب شیر

در شکل ۴-۳ یک جزء لوله نشان داده شده است که در اثر تحریک خارجی از نوع باز و بست شیر پایین دست، دچار تحول نوسانی گردیده و مطابق آنچه پیش از این گفته شد، انتظار می رود سیگنال فشار و دبی در هر مقطع لوله دارای الگوی نوسانی مشابه تحریک باشد و تنها دامنه و فاز متفاوت با  $O$  داشته باشد.



شکل ۴-۴- پاسخ شبکه لوله در محل شیر به تحریک متناوب شیر پایین دست

همانطور که در شکل ۴-۴ نمایانده شده است، سیگنال فشار در محل شیر (و نیز در هر مقطع دیگر از لوله) پس از گذشت اندک زمانی (جریان گذرای اولیه) به فرم سینوسی پایا بدل شده است که دارای

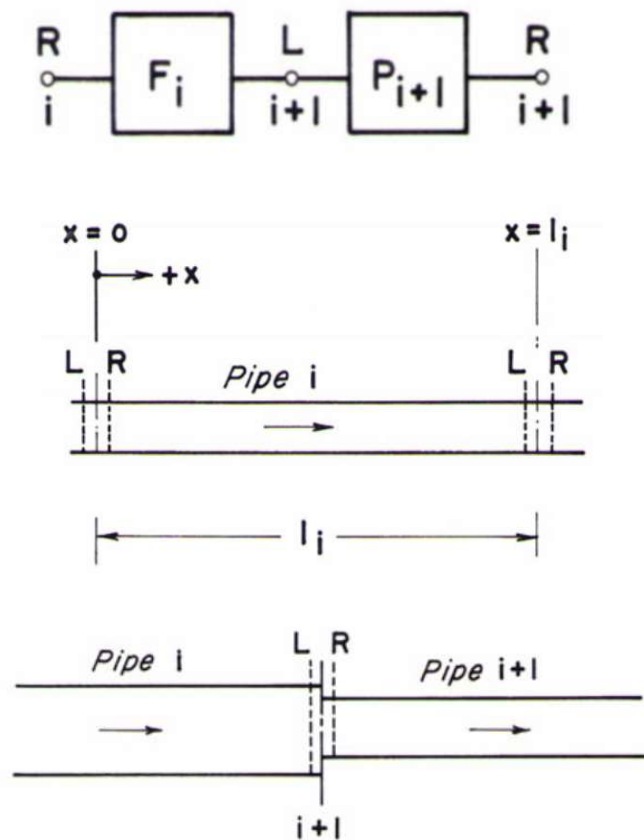
دامنه ثابت و فرکانس برابر فرکانس عامل تحریک خارجی است. جالب است که زمان متناظر با جریان گذرای اولیه هرچند اندک می باشد، به نوبه خود تابع فرکانس است و بطور نمونه برای فرکانس تحریک برابر فرکانس طبیعی این زمان بسیار کمتر است. بهرحال در این پژوهش از این رفتار گذرای اولیه تا رسیدن به یک ریتم نوسانی منظم صرفنظر شده. در اغلب موارد می توان گفت عدم احتساب این رفتار اولیه و نیز عدم لحاظ اثرات اصطکاک، سبب تخمین های محافظه کارانه می شود که از منظر طراحی و کاربرد صنعتی مرسوم است. با تعریف بردار حالت و ماتریس تبدیل به صورت زیر می توان روش ماتریس انتقال را توصیف نمود:

$$\mathbf{z}_i = \begin{Bmatrix} q \\ h \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{z}_{i+1}^R = \mathbf{P}_{sc} \mathbf{z}_{i+1}^L \quad (3-4)$$

$$\mathbf{z}_{i+1}^L = \mathbf{F}_i \mathbf{z}_i^R$$

اصولا بهره گیری از ماتریس انتقال (ماتریس انتقال حالت) یکی از مناسب ترین ابزارها در یافتن پاسخ های فرکانسی می باشد. در شکل ۴-۵ نقاط  $i$  و  $i+1$  به مفهوم ابتدا و انتهای یک جزء لوله می باشند. همانطور که در شکل آمده است می توان متناظر با هر المان یک ماتریس میدان با نام  $\mathbf{F}$  و متناظر با هر نقطه یک ماتریس نقطه با نام  $\mathbf{P}$  در نظر گرفت. این ماتریس های تبدیل حالت های مقطع قبلی را به مقطع بعدی نگاشت می دهند. بردار حالت که با  $z$  نشان داده می شود شامل فشار و دبی و در حالت کلی شامل مشخصه های هیدرولیکی و نیز سازه ای خواهد بود. در ادامه نحوه دستیابی به ماتریس میدان را با یک مثال عمومی نشان خواهیم داد. در مرجع (Chaudhry 2013) ماتریس های متناظر با المان های مختلف استخراج و روابط حاکم نیز بیان شده است.



شکل ۴-۵- نمایش دیاگرام بلوکی ماتریس های میدان و نقطه در

چنانچه مجموعه ای از الزام های مختلف بطور متوالی در یک شبکه موجود باشد، با محاسبه ماتریس های متناظر با هر جزء می توان نگاشت کلی از نقطه ابتدا تا نقطه انتها را یافت. این ماتریس کلی انتقال کمک خواهد کرد تا در صورت معلوم بودن هر یک از شرایط ابتدایی و یا انتهایی، سایر متغیرها محاسبه گردیده و با تکرار یک فرآیند ساخت یافته، منحنی پاسخ فرکانسی ترسیم شود که در ادامه بدان اشاره خواهیم کرد. برای اتصال سری  $n$  جزء لوله که هر یک دارای مشخصه های هندسی و هیدرولیکی متفاوت با سایرین است، می توان تبدیل شرایط نقطه 1 به نقطه  $n+1$  را حاصل ضرب  $n$  ماتریس تبدیل میدان و  $n-1$  ماتریس تبدیل نقطه دانست:

$$\mathbf{z}_{n+1}^L = (\mathbf{F}_n \mathbf{P}_n \dots \mathbf{F}_i \mathbf{P}_i \dots \mathbf{F}_3 \mathbf{P}_3 \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{F}_1) \mathbf{z}_1^R \quad (4-4)$$

$$\mathbf{z}_{n+1}^L = \mathbf{U} \mathbf{z}_1^R$$

همانطور که در شکل ۴-۵ نشان داده شده است، علاوه بر نامگذاری نود ها یا گره های مختلف محاسباتی و نمایش نقاط تغییر حالت، می توان بر اساس شماتیک خط لوله یا شبکه هیدرولیکی، دیاگرام بلوکی ترسیم نمود. ترسیم دیاگرام بلوکی به پیروی از یک الگوریتم ساختار یافته در تحلیل شبکه، کمک می نماید. بنابراین مطلوب است قبل از تحلیل یک شبکه، ابتدا شماتیک مسیر و در وهله بعد دیاگرام بلوکی ترسیم شود. در ترسیم نمودار بلوکی، مادامی که در یک خط لوله اتصالات یا تغییر هندسی وجود ندارد، بلوک جدیدی افزوده نمی شود. به محض برخورد به یک المان جدید یا نقطه انشعاب یا اتصال (حتی اتصال سری) بلوک جدید تعریف می شود. بنابراین در این گراف برای یک خط چند کیلومتری تنها یک بلوک و برای نقطه اتصال پایانی هم یک بلوک در نظر گرفته می شود.

همانگونه که عنوان شد، آنچه در این میان امکان حل تحلیلی را فراهم می سازد فرض اساسی پیرامون ساختار هارمونیک پاسخ های دبی و فشار است. در واقع شیوه ماتریس انتقال از این منظر بعنوان یک روش حوزه فرکانس تلقی می گردد. فرض هارمونیک بودن کمیت های دبی و فشار، به نوبه خود بیانگر پذیرش سیگنال تحریک بصورت هارمونیک به شبکه لوله است. این امر در نگاه اول ممکن است محدود کننده و غیر کاربردی بنظر برسد، چه عمده مسائل مورد بررسی یا دارای تحریک ضربه ای هستند و یا غیر هارمونیک هستند. اما نکته مهم در این میان امکان تفکیک هر سیگنال تحریک ورودی به محتوای هارمونیک است که در کنار فرض اساسی خطی بودن پدیده ها، سبب می گردد تا بتوان رفتار نهایی را از برهم نهی پاسخ به هر یک از توابع پایه هارمونیک، شکل داد.

در اینجا بطور نمونه ماتریس میدان (ماتریس انتقال می تواند میدان و یا نقطه باشد) متناظر با یک جزء لوله استخراج خواهد شد. در شیوه ماتریس انتقال دو دسته ماتریس تبدیل حاصل می گردد که دسته اول ماتریس میدان و دسته دوم ماتریس نقطه نام دارد. همانطور که در شکل ۴-۵ آمده است، ماتریس میدان به تبدیل وضعیت از ابتدا تا انتهای یک مجرای جریان اشاره دارد. بدیهی است ماتریس میدان برای یک طول از لوله که مشخصه های ثابت یا رفتار یکسان دارد، تعریف می گردد. در مقابل، ماتریس نقطه به تغییر مقطعی و یکباره مشخصه های جریان ضمن عبور از یک مقطع اشاره می کند.

بطور نمونه عبور از یک شیر، پمپ، اتصال، زانویی و نقطه تغییر قطر، سبب تغییراتی در مشخصه جریان می گردد که از طریق ماتریس نقطه تبیین می گردد.

به منظور سهولت در نامگذاری، فرض می گردد که هر گره در شبکه با یک شماره مشخص می شود که از بالادست شماره ۱ تا پایین دست شماره  $n+1$  شامل  $n$  تکه لوله سری است. برای شاخه های موازی شماره دیگری نیز به آن شاخه تخصیص می یابد. هر بخش از لوله که متناظر با یک ماتریس میدان مجزا است بین دو گره با شماره های متوالی قرار دارد. به این ترتیب می توان ماتریس تبدیل میدان و نقطه را در هم ضرب نمود و ماتریس تبدیل کل مسیر را بدست آورد. برای یک لوله صلب که بین دو گره متوالی  $i$  و  $i+1$  قرار گرفته، معادله هیدرولیکی شامل پیوستگی و ممنوم بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{gA}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ^n}{2gDA^n} &= 0 \end{aligned} \quad (5-4)$$

که در آن  $A$  سطح مقطع لوله،  $D$  قطر لوله،  $f$  فاکتور اصطکاک داری و ایسباخ،  $n$  توان سرعت در جمله افت اصطکاک و  $a$  سرعت انتشار موج در سیال می باشد که البته این کمیت اخیر به نوبه خود به خواص الاستیک جداره علاوه بر تراکم پذیری سیال وابسته می باشد. با توجه به فرض ترکیب کمیت های متوسط و انحراف جزئی حول میانگین، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial q^*}{\partial t}, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial q^*}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial h^*}{\partial t}, \quad \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial H_0}{\partial x} + \frac{\partial h^*}{\partial x} \end{aligned} \quad (6-4)$$

که در این عبارت تغییر فشار حالت پایا نسبت به متغیر مکان بصورت

$$\frac{\partial H_0}{\partial x} = \frac{fQ_0^n}{2gDA^n} \quad (7-4)$$

می باشد. با جایگذاری این روابط در معادلات هیدرولیکی و با استفاده از تقریب بسط دو جمله ای

$$Q^n = (Q_0 + q^*)^n \approx Q_0^n + nQ_0^{n-1}q^*$$

$$\frac{\partial q^*}{\partial x} + \frac{gA}{a^2} \frac{\partial h^*}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial h^*}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial q^*}{\partial t} + Rq^* = 0$$
(۸-۴)

در این دستگاه معادلات مشتق جزئی خطی، کمیت  $R$  ثابت و بصورت  $R = (nfQ_0^{n-1}) / (2gDA^n)$  تعریف شده است. با ترکیب دو معادله مرتبه اول بالا می توان به یک معادله مرتبه دوم بصورت زیر دست یافت:

$$\frac{\partial^2 q^*}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 q^*}{\partial t^2} + \frac{gAR}{a^2} \frac{\partial q^*}{\partial t}$$
(۹-۴)

در اینجا با فرض جداسازی متغیرها و بیان  $q^*$  بصورت حاصلضرب یک تابع مکانی  $q$  و یک تابع زمانی  $\cos(\omega t)$  (یا در حالت کلی  $\exp(j\omega t)$  که آنگاه بخش حقیقی حاصلضرب در نظر گرفته خواهد شد)، عملاً وابستگی معادله به متغیر زمان حذف خواهد شد و در نتیجه یک معادله دیفرانسیل معمولی حاصل خواهد شد:

$$\frac{d^2 q}{dx^2} = \left( -\frac{\omega^2}{a^2} + \frac{jgA\omega R}{a^2} \right) q$$

$$\frac{d^2 q}{dx^2} - \mu^2 q = 0$$

$$\mu = -\frac{\omega^2}{a^2} + \frac{jgA\omega R}{a^2}$$
(۱۰-۴)

پاسخ این معادله به فرم کلی زیر است که در این عبارت ها ضرایب  $C_1$  و  $C_2$  بر حسب شرایط در نقطه ابتدای خط لوله (فرض می شود فشار و دبی بالادست معلوم می باشد) قابل محاسبه خواهد بود:

$$h = -\frac{a^2 \mu}{jgAw} (C_1 \cosh \mu x + C_2 \sinh \mu x)$$

$$q = C_1 \sinh \mu x + C_2 \cosh \mu x$$
(۱۱-۴)

با جایگذاری مقادیر دبی و فشار در ابتدای خط داریم:

$$C_1 = -\frac{jgA_i \omega}{a_i^2 \mu_i} h_i^R$$

$$C_2 = q_i^R$$
(۱۲-۴)



حال با وجود حل تحلیلی دامنه های دبی و فشار بر حسب  $x$  می توان مقادیر دامنه دبی و فشار (یادآوری می شود که بخش زمانی کمیت های دبی و فشار بصورت هارمونیک و یکسان در همه نقاط فرض گردید) در نقطه نهایی را محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} h_{i+1}^L &= -Z_c (\sinh \mu_i l_i) q_i^R + (\cosh \mu_i l_i) h_i^R \\ q_{i+1}^L &= (\cosh \mu_i l_i) q_i^R - \frac{1}{Z_c} (\sinh \mu_i l_i) h_i^R \end{aligned} \quad (13-4)$$

در این روابط تاکید شده که در مختصات  $x = l_i$  یعنی در نقطه انتهایی لوله  $i$  ام که همان گره یا نود  $i+1$  ام نامگذاری شده است، هر دو کمیت فشار و دبی برای مقطع سمت چپ گره  $i+1$  ام حاصل گردیده است. در این روابط کمیت  $Z$  امپدانس مشخصه نام دارد که با رابطه  $Z_c = a_i^2 \mu_i / jgA_i w$  داده می شود. در نهایت با دسته بندی و نمایش به فرم ماتریسی می توان به نگاشت مطلوب زیر دست یافت:

$$\begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix}_{i+1}^L = \begin{bmatrix} \cosh \mu_i l_i & -\frac{1}{Z_c} \sinh \mu_i l_i \\ -Z_c \sinh \mu_i l_i & \cosh \mu_i l_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix}_i^R \quad (14-4)$$

بنابراین رابطه بین مشخصه های سمت راست نقطه بالادست و مشخصه های نقطه سمت چپ نقطه پایین دست را می توان بصورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{i+1}^L &= \mathbf{F}_i \mathbf{z}_i^R \\ \mathbf{z} = \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix} &\Rightarrow \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix}_{i+1}^L = \mathbf{F}_i \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix}_i^R \\ \mathbf{F}_i &= \begin{bmatrix} \cosh \mu L & -\frac{1}{Z_c} \sinh \mu L \\ -Z_c \sinh \mu L & \cosh \mu L \end{bmatrix} \quad (15-4) \\ \mu^2 &= -\frac{\omega^2}{a^2} + \frac{jgA \omega R}{a^2} \\ Z_c &= \frac{\mu a^2}{jgA \omega}, R = \frac{nfQ_0^{n-1}}{2gDA^n} \end{aligned}$$

در این فرمول  $Z_c$  امپدانس مشخصه و  $\mu$  ریشه معادله مشخصه می باشد. پارامتر  $R$  نیز بر مبنای ضریب اصطکاک داری محاسبه می گردد و  $a$  سرعت موج فشاری متناظر با این بخش لوله است. این

رابطه با فرض پروفیل تغییرات هارمونیک برای متغیرهای فشار و دبی حاصل شده است و بنابراین کمیت های  $q$  و  $h$  در بردار حالت  $z$  نماینده دامنه و فاز این پروفیل هارمونیک هستند:

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 + q^* \\ H &= H_0 + h^* \\ q^* &= \text{Re}\{q e^{j\omega t}\} \\ h^* &= \text{Re}\{h e^{j\omega t}\} \end{aligned} \quad (۱۶-۴)$$

در شرایطی که بتوان از اصطکاک صرفنظر نمود، برای یک مجرای صلب و دایروی با مقطع ثابت داریم:

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \cos b\omega & -\frac{j}{C} \sin b\omega \\ -jC \sin b\omega & \cos b\omega \end{bmatrix} \quad (۱۷-۴)$$

$$b = \frac{L}{a}, C = \frac{a}{gA}$$

بطور مشابه چنانچه بتوان فرض مشخصه های ثابت برای هر بخش از لوله (لامپد) را پذیرفت یعنی حاصلضرب طول لوله در فرکانس خیلی کمتر از سرعت انتشار موج فشاری باشد، نسبت های مثلثاتی با مقادیر تقریبی آنها جایگزین شده و رابطه ساده تر می شود. با محاسبه ماتریس های میدان و نقطه در یک خط لوله متوالی، در نهایت می توان ماتریس تبدیل کل را بصورت زیر یافت:

$$\begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix}_{n+1}^L = \mathbf{F}_n \mathbf{P}_n \mathbf{F}_{n-1} \mathbf{P}_{n-1} \dots \mathbf{F}_1 \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix}_1^R \quad (۱۸-۴)$$

$$\mathbf{z}_{n+1}^L = \mathbf{U} \mathbf{z}_1^R \Rightarrow \mathbf{U} = \mathbf{F}_n \mathbf{P}_n \mathbf{F}_{n-1} \mathbf{P}_{n-1} \dots \mathbf{F}_1$$

به همین منوال می توان ماتریس تبدیل کل را برای شاخه های موازی و سری بدست آورد و ارتباط بین مشخصه های دامنه و فاز دبی و سرعت در گره های مختلف را با یکدیگر برقرار نمود. شاید بتوان یکی دیگر از مزیت های برجسته روش ماتریس انتقال و فرض جریان تناوبی هارمونیک را در ساده بودن اعمال شرایط مرزی دانست. در واقع در این شیوه عملاً معادلات شرایط مرزی در قالب یک ماتریس نقطه انتهایی نوشته می شود و از این طریق روابط مرزی وارد فرایند محاسباتی می گردد. توضیح

مبسوط در خصوص انواع ماتریس های نقطه و نحوه مدلسازی شرایط مرزی در مرجع (Chaudhry 2013) آمده است.

## ۲-۴ روش ماتریس انتقال در جداره الاستیک

در مرجع (Chaudhry 2013) که می توان ان را یکی از کامل ترین متون در باب شیوه ماتریس انتقال برشمرده، تنها به جداره های غیرالاستیک در این شیوه اشاره شده است. یکی از دلایل عدم اقبال به این شیوه در حالت لوله های الاستیک یا انعطاف پذیر، پیچیده شدن قابل ملاحظه معادلات تحلیلی و کوپل شدن معادلات سازه ای با مدل هیدرولیکی است. بهر حال آنچه در این بخش ارایه شده است، دستاورد نگارنده در تعمیم این شیوه به یک حالت ساده تر از مجرای ویسکوالاستیک یعنی جداره الاستیک خطی است. بدیهی است در خلال حل معادلات ناگزیر از پذیرش برخی فرضیه ها و بطور مشخص صرفنظر نمودن از جمله اصطکاک بوده ایم. اما در مراحل اتی پژوهش این فرضیه ها می تواند حذف گردد.

طبق نظر (Keramat 2010) می توان معادلات حاکم بر یک سیستم لوله الاستیک خطی که محتوی سیال نیوتنی با تراکم پذیری اندک است را دسته بندی نمود. جملات مربوط به مشتق جابجایی در معادلات سیال بدلیل مرتبه بزرگی اندک در قیاس با سایر جملات صرفنظر خواهد شد. با فرض ضخامت جداره اندک در قیاس با قطر لوله و نیز با احتساب مقادیر سرعت و فشار متوسط گیری شده در سطح مقطع، معادله پیوستگی شبه یک بعدی با احتساب تغییر شکل محیطی عبارت است از:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + 2 \frac{\partial \varepsilon_{\theta}}{\partial t} = 0 \quad (19-4)$$

در این رابطه  $K$  مدول تراکم پذیری سیال و جمله سوم آهنگ تغییر کرنش محیطی است. با توجه به روابط تنش و کرنش در یک لوله الاستیک خطی با جنس مصالح همگن و ایزوتروپیک و نیز با فرض اندک بودن تنش شعاعی در قیاس با تنش های محیطی و محوری، همچنین با فرض ثابت ماندن ضریب

پواسون در حین رفتار گذرای سازه (ضریب پواسون می تواند وابسته به مقدار تنش یا کرنش لحظه ای باشد)، می توان روابط زیر را بدست آورد:

$$\begin{aligned}\varepsilon_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_\phi}{E} \\ \varepsilon_\phi &= \frac{\sigma_\phi}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}\end{aligned}\quad (۲۰-۴)$$

بنابراین می توان معادله پیوستگی را بازنویسی نمود.

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{2}{E} \frac{\partial \sigma_\phi}{\partial t} - \frac{2\nu}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = 0 \quad (۲۱-۴)$$

با فرض رابطه تنش محیطی بر حسب فشار دینامیکی داریم:

$$\begin{aligned}\tilde{P} &= P - P_0 \\ \sigma_\phi &= \frac{D\tilde{P}}{2e}\end{aligned}\quad (۲۲-۴)$$

برای معادله پیوستگی با فرض ثابت ماندن مدول الاستیک مصالح لوله، می توان نوشت:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{D}{Ee} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{2\nu}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = 0 \quad (۲۳-۴)$$

با بهره گیری مجدد از روابط تنش محوری بر حسب کرنش محوری داریم:

$$\begin{aligned}\varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} &= \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} + \frac{\nu D}{2e} \frac{\partial P}{\partial t} \\ \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{K} \frac{\partial P}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} + (1-\nu^2) \frac{D}{Ee} \frac{\partial P}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial z} + \left( \frac{1}{K} + (1-\nu^2) \frac{D}{Ee} \right) \frac{\partial P}{\partial t} &= 2\nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z}\end{aligned}\quad (۲۴-۴)$$

با بهره گیری از سرعت موج فشاری در سیال می توان نوشت:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{g}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (25-4)$$

$$a := \left( \rho_f \left( \frac{1}{K} + (1-\nu^2) \frac{D}{eE} \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

معادله ممنتوم با فرض سیال نیوتنی نیز بصورت زیر است:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{2}{\rho_f R} \tau_0 + g \sin \theta$$

$$\tau_0 = \rho_f f \frac{V_{rel} |V_{rel}|}{8}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-fV |V|}{2D} \quad (26-4)$$

اما دسته دیگر معادلات مورد استفاده معادلات دینامیک سازه ای هستند که در آنها اثر فشار سیال بعنوان نیرو وارد می گردد. بنابراین می توان وجود جمله تنش محوری در معادلات سیال و نیز وجود جملات شامل فشار و سرعت سیال در معادله ارتعاش محوری را بعنوان کوپل سیال و سازه احتساب نمود. از آنجا که ضریب جمله تنش محوری یا جابجایی محوری در معادله پیوستگی سیال، شامل ضریب پواسون می باشد، لذا بدیهی است چنانچه این نسبت پواسون اندک یا صفر باشد، آنگاه کوپل بین معادلات سیال و سازه حذف خواهد شد. البته در این حالت همچنان تغییر شکل محیطی بدلیل تنش محیطی که از فشار ناشی می گردد، وجود خواهد داشت، اما بدلیل آنکه این تغییر شکل بطور مستقیم و بر حسب فشار سیال بدست می آید، لذا نیازی به حل همزمان معادلات سازه و سیال نمی باشد. از سوی دیگر چنانچه همه گره های شبکه لوله مقید و محدود شده باشد، به نحوی که امکان جابجایی محوری برای هیچ نقطه ای وجود نداشته باشد، باز هم کوپل سیال و سازه حذف خواهد شد. در سایر شرایط برای معادله حرکت در امتداد محوری می توان نوشت:

$$\rho_t \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \tau_{zr})}{\partial r} + \rho_t g \sin \theta$$

$$\tau_{zr} \Big|_{r=R} = -\tau_0, \quad \tau_{zr} \Big|_{r=R+e} = 0$$

(۲۷-۴)

$$\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} = \frac{R}{\rho_t \left( R + \frac{e}{2} \right) e} \tau_0 + g \sin \theta$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\rho_f A_f}{\rho_t A_t} \frac{fV}{2D} |V| + g \sin \theta$$

اما معادله دیگر که می تواند ارتباط بین جابجایی محوری و تنش را برقرار نماید، از مراجعه مجدد

به معادله تنش کرنش حاصل می گردد:

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} - \frac{\nu D}{2Ee} \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D \nu \rho_f}{2 E e} \frac{\partial H}{\partial t} = 0$$

$$c_t^2 = \frac{E}{\rho_t}$$

(۲۸-۴)

با ترکیب معادلات حاکم و نمایش یکجای آنها داریم:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \rho_f g \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{2\nu}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} + f \frac{V |V|}{2D} = 0$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - f \frac{\rho_f A_f}{\rho_t A_t} \frac{V |V|}{2D} - g \sin \theta = 0$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D \nu \rho_f}{2 E e} \frac{\partial H}{\partial t} = 0$$

(۲۹-۴)

در این دستگاه معادلات، به ترتیب معادله پیوستگی سیال، ممنتوم سیال، معادله حرکت محوری المان سازه و رابطه تنش و کرنش محوری درج شده اند. با دقت در این معادلات می توان برخی جملات که مقدار اندکی دارد را حذف نمود. به ویژه در این فاز با حذف جمله اصطکاک که مساله را محافظه کارانه تر می سازد، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} + \rho_f g \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{2\nu}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D \nu \rho_f}{2 Ee} \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (30-4)$$

سپس با تغییر متغیر از سرعت به دبی و نیز نرمال سازی متغیرها و سپس با خطی سازی این معادلات

بر حسب متغیرهای دینامیکی حول شرایط پایا می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial z} + \rho_f g A \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{2\nu A}{E} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + g A \frac{\partial H}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \frac{1}{\rho_t c_t^2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + g \frac{D \nu \rho_f}{2 Ee} \frac{\partial H}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (31-4)$$

با بهره گیری از فرض سیگنال هارمونیک در اثر یک تحریک هارمونیک می توان نوشت:

$$q^* = \text{Re}(q(z)e^{j\omega t}) \quad (32-4)$$

$$h^* = \text{Re}(h(z)e^{j\omega t})$$

$$\dot{u}^* = \text{Re}(v(z)e^{j\omega t})$$

$$\sigma_z^* = \text{Re}(n(z)e^{j\omega t})$$

در اینجا مقادیر دامنه که به نوبه خود توابعی از موقعیت محوری هستند، می توانند اعداد مختلط

باشند که در اینصورت علاوه بر داده های مشتمل بر دامنه، اطلاعات مربوط به فاز را هم به همراه خواهند

داشت. با جایگذاری در معادلات موج فشاری و ممتوم و نیز معادلات ارتعاش محوری می توان به دسته

معادلات جدیدی که از نوع معادلات دیفرانسیل معمولی هستند، دست یافت:

$$\begin{aligned}
q' + \rho_f gA \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) j \omega h - \frac{2\nu A}{E} j \omega n &= 0 \\
j \omega q + gA h' &= 0 \\
j \omega n - \frac{1}{\rho_t} n' &= 0 \\
v' - \frac{1}{\rho_t c_t^2} j \omega n + g \frac{D \nu \rho_f}{2 Ee} j \omega h &= 0
\end{aligned} \tag{۳۳-۴}$$

با نمایش به فرم ماتریسی داریم:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\rho_f gA \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) j \omega & \frac{2\nu A}{E} j \omega & 0 \\ -\frac{j \omega}{gA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_t j \omega \\ 0 & -g \frac{D \nu \rho_f}{2 Ee} j \omega & \frac{1}{\rho_t c_t^2} j \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix} \tag{۳۴-۴}$$

برای حل این دستگاه معادله خطی به فرم تحلیلی می توان نوشت:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dz} \mathbf{X} &= \mathbf{A} \mathbf{X} \\
\mathbf{X}(z=0) &= \mathbf{X}_0
\end{aligned} \tag{۳۵-۴}$$

با اعمال شرایط اولیه، می توان ضرایب مجهول در پاسخ عمومی معادله را محاسبه نمود. بر این اساس

می توان فرم عمومی زیر را برای تغییرات کمیت های فشار و سرعت محوری نقاط شبکه بدست آورد

(Hodges and Pierce 2011):

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} -\lambda & -\rho_f gA \left( \frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right) j \omega & \frac{2\nu A}{E} j \omega & 0 \\ -\frac{j \omega}{gA} & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & \rho_t j \omega \\ 0 & -g \frac{D \nu \rho_f}{2 Ee} j \omega & \frac{1}{\rho_t c_t^2} j \omega & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{۳۶-۴}$$

$$\lambda^4 + b \lambda^3 + c \lambda^2 + d \lambda + e = 0$$

$$q = c_1 \exp(\lambda_1 z) + c_2 \exp(\lambda_2 z) + c_3 \exp(\lambda_3 z) + c_4 \exp(\lambda_4 z)$$



با توجه به ضرایب معادله مشخصه، چنانچه معادله مشخصه را بتوان به فرم ساده زیر تقریب زد، آنگاه

مقادیر ویژه پاسخ های مزدوج و قرینه خواهند داشت که در این صورت می توان بدست آورد:

$$\begin{aligned} \lambda^4 + \alpha^4 &= 0 \\ q &= c_1 \sin(\alpha z) + c_2 \cos(\alpha z) + c_3 \sinh(\alpha z) + c_4 \cosh(\alpha z) \end{aligned} \quad (37-4)$$

و بطور مشابه سایر کمیت ها نیز دارای همین پارامترهای مجهول با جایگشت متفاوت خواهند بود.

با فرض حضور ۴ ضریب متفاوت در پاسخ نهایی و با توجه به شرط مرزی در ابتدا، می توان این ۴ ضریب را یافت که ضرایبی از مقادیر مرزی در ابتدا خواهند بود. لذا با بازنویسی معادله دبی و فشار و نیز

جابجایی و تنش برای انتهای لوله می توان فرم مشابه ماتریس انتقال را بصورت زیر یافت :

$$\begin{aligned} c_1 &= k_{11}q_1^R + k_{12}h_1^R + k_{13}n_1^R + k_{14}v_1^R \\ c_2 &= k_{21}q_1^R + k_{22}h_1^R + k_{23}n_1^R + k_{24}v_1^R \\ c_3 &= k_{31}q_1^R + k_{32}h_1^R + k_{33}n_1^R + k_{34}v_1^R \\ c_4 &= k_{41}q_1^R + k_{42}h_1^R + k_{43}n_1^R + k_{44}v_1^R \\ q_{n+1}^L &= q(z=L) = f_{11}q_1^R + f_{12}h_1^R + f_{13}n_1^R + f_{14}v_1^R \\ h_{n+1}^L &= h(z=L) = f_{21}q_1^R + f_{22}h_1^R + f_{23}n_1^R + f_{24}v_1^R \\ n_{n+1}^L &= n(z=L) = f_{31}q_1^R + f_{32}h_1^R + f_{33}n_1^R + f_{34}v_1^R \\ v_{n+1}^L &= v(z=L) = f_{41}q_1^R + f_{42}h_1^R + f_{43}n_1^R + f_{44}v_1^R \end{aligned} \quad (38-4)$$

در این معادله توابع  $f$  به نوبه خود بر حسب  $\sin$  و  $\cos$  و  $\sinh$  و  $\cosh$  تعریف خواهند شد. به این

ترتیب شکل کلی ماتریس انتقال میدان به فرم زیر خواهد بود :

$$\begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix}_{n+1}^L = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix}_1^R \quad (39-4)$$

در این معادله اندیس ۱ نشان دهنده نقطه ابتدا و اندیس  $n+1$  نشان دهنده نقطه انتهای لوله است.

منظور از بالانویس  $L$  و  $R$  به ترتیب مقطع سمت چپ و سمت راست نقاط تغییر وضعیت می باشد.

با مراجعه مجدد به فرم نمایش ماتریسی معادلات حاکم در جداره الاستیک (فرمول ۴-۳۴) می توان نمایش ماتریسی معادلات حاکم در حوزه فرکانس را در استخراج ماتریس انتقال مورد استفاده قرار داد. با تعریف ماتریس دینامیک حالت  $\mathbf{A}$ ، معادله ماتریسی فوق به فرم زیر خلاصه می شود:

$$\frac{d}{dz}\varphi = [\mathbf{A}]\varphi \quad (4-40)$$

در این مرحله برای استخراج حل تحلیلی لازم است ماتریس دینامیک به فرم قطری نمایش داده شود. ابتدا لازم است مقادیر ویژه و بردارهای ویژه استخراج گردد. ماتریس تبدیل یا ماتریس قطری ساز به نوبه خود از چیدن بردارهای ویژه در ستون های یک ماتریس حاصل می گردد:

$$\mathbf{T} = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \mathbf{v}_3 \quad \mathbf{v}_4]_{4 \times 4} \quad (4-41)$$

ماتریس  $\mathbf{T}$  شامل بردارهای ویژه نرمال شده  $\mathbf{A}$  می باشد. با ضرب این تبدیل می توان ماتریس قطری متناظر با  $\mathbf{A}$  را یافت:

$$\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_4 \end{bmatrix} \quad (4-42)$$

حاصل عبارت فوق یک چینش قطری است که درایه های قطر اصلی آن همان مقادیر ویژه ماتریس  $\mathbf{A}$  خواهند بود. حال چنانچه معکوس این فرایند در نظر گرفته شود، ماتریس  $\mathbf{A}$  بر حسب ماتریس قطری شده قابل بازنویسی است:

$$\mathbf{A} = \mathbf{T}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^{-1} \quad (4-43)$$

با قراردادن این تعریف جدید از ماتریس  $\mathbf{A}$  در نمایش ماتریسی معادلات حاکم داریم:

$$\dot{\varphi} = \mathbf{T}\mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^{-1}\varphi \quad (4-44)$$

با ضرب کردن ماتریس معکوس  $\mathbf{T}$  از سمت چپ در معادله بالا خواهیم داشت:

$$\mathbf{T}^{-1}\dot{\varphi} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{T}^{-1}\varphi \quad (4-45)$$

با فرض یک بردار حالت جدید به نام  $\mathbf{Y}$  داریم:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{T}^{-1}\varphi. \dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{T}^{-1}\dot{\varphi} \quad (4-46)$$

معادلات حاکم بر حسب این بردار جدید مستقل می باشد:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \Lambda \mathbf{Y} \quad (47-4)$$

پاسخ دقیق این دستگاه معادله به فرم زیر می باشد :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} c_1 e^{\lambda_1 z} \\ c_2 e^{\lambda_2 z} \\ c_3 e^{\lambda_3 z} \\ c_4 e^{\lambda_4 z} \end{bmatrix} \quad (48-4)$$

بر این اساس می توان پاسخ دقیق معادله اولیه را یافت:

$$\begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} c_1 e^{\lambda_1 z} \\ c_2 e^{\lambda_2 z} \\ c_3 e^{\lambda_3 z} \\ c_4 e^{\lambda_4 z} \end{bmatrix} \quad (49-4)$$

برای یافتن ماتریس انتقال لازم است یک نگاشت بین مقادیر کمیت های حالت در انتهای خط لوله و مقادیر آن در ابتدای خط حاصل گردد. به این منظور مقادیر متغیرهای حالت در ابتدای خط لوله به فرم زیر می باشد:

$$\begin{bmatrix} q(0) \\ h(0) \\ n(0) \\ v(0) \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (50-4)$$

بنابراین بردار ضرایب مجهول معادله بر حسب شرایط مرزی در ابتدای خط لوله قابل بازنویسی است:

$$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} q_1^R \\ h_1^R \\ n_1^R \\ v_1^R \end{bmatrix} \quad (51-4)$$

اگر این ضرایب در پاسخ معادله اصلی جایگذاری شود داریم:

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{T} e^{\Lambda z} \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\varphi}_1^R \quad (52-4)$$

که در اینجا عبارت نمایی شامل یک ماتریس با درایه های قطری به فرم زیر است:

$$e^{\Lambda z} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 z} \end{bmatrix} \quad (53-4)$$

بر این اساس ماتریس انتقال میدان استخراج می گردد:

$$F(l) = \mathbf{T}e^{\Lambda l}\mathbf{T}^{-1} \quad (54-4)$$

کماکان برای داشتن مقادیر مرزی در ابتدای خط لوله که لازمه بکارگیری ماتریس انتقال می باشد، لازم است یک دستگاه معادلات خطی دیگر نیز حل شود. این دستگاه معادله بر اساس معلوم بودن برخی شرایط مرزی در انتهای خط لوله توصیف می گردد. در این مساله ۲ کمیت ابتدایی مجهول وجود دارد:

$$\boldsymbol{\varphi}_1^R = \begin{bmatrix} q_1^R \\ h_1^R \\ n_1^R \\ v_1^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^R \\ 0 \\ n_1^R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (55-4)$$

با هدف استخراج ماتریس انتقال برای حالت کوپل پواسون در انتهای خط لوله مقدار کرنش صفر

فرض شده و لذا داریم:

$$\boldsymbol{\varphi}(l) = \begin{bmatrix} q_{n+1}^l \\ h_{n+1}^l \\ n_{n+1}^l \\ 0 \end{bmatrix} \quad (56-4)$$

و به علاوه بدلیل فرض وجود شیر انتهایی، رابطه ای بین مقادیر دبی و هد در انتها وجود دارد:

$$h_{end}^R = 0 = \frac{-2H_0}{Q_0} q_{end}^l + h_{end}^l + \frac{2H_0K}{\tau_0} \quad (57-4)$$

در واقع با بهره گیری از ماتریس انتقال می توان شرایط ابتدا را به انتهای خط لوله نگاشت داد و

شرایط مرزی باقیمانده را در انتهای خط لوله بیان کرد:

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{F}(l)\boldsymbol{\varphi}_1^R \quad (58-4)$$

به این ترتیب برای محاسبه ۲ متغیر ابتدایی مجهول نهایتاً دستگاه معادله ۴ تایی به فرم زیر حاصل

می گردد:

$$\begin{aligned} q(l) &= \mathbf{F}^l(1.1)q_1^R + \mathbf{F}^l(1.3)n_1^R \\ h(l) &= \mathbf{F}^l(2.1)q_1^R + \mathbf{F}^l(2.3)n_1^R \\ 0 &= \mathbf{F}^l(4.1)q_1^R + \mathbf{F}^l(4.3)n_1^R \end{aligned} \quad (59-4)$$

$$0 = \frac{-2h_0 z}{q_0} q^l + h^l + \frac{2h_0 z K}{\tau_0}$$

با نمایش ماتریسی این دستگاه معادله داریم:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}^l(1.1) & \mathbf{F}^l(1.3) & -1 & 0 \\ \mathbf{F}^l(2.1) & \mathbf{F}^l(2.3) & 0 & -1 \\ \mathbf{F}^l(4.1) & \mathbf{F}^l(4.3) & \frac{-2h_0 z}{q_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^R \\ n_1^R \\ q_l^l \\ h_l^l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2h_0 z K}{\tau_0} \end{bmatrix} \quad (60-4)$$

حل دقیق این دستگاه معادله کمیت های دبی و تنش در ابتدا همچنین دبی و هد در انتها را بدست

می دهد:

$$\begin{bmatrix} q_1^R \\ n_1^R \\ q_l^l \\ h_l^l \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{b} \quad (61-4)$$

حال کمیت های هیدرولیکی و سازه ای در ابتدای خط لوله موجود می باشد و لذا با در اختیار داشتن

ماتریس انتقال میدان برای هر میزان طول خط، محاسبه مقادیر دامنه کمیت های هیدرولیکی و سازه

ای به سهولت امکان پذیر خواهد بود:

$$\boldsymbol{\varphi}(z) = \mathbf{F}(z) \boldsymbol{\varphi}_1^R \quad (62-4)$$

### ۳-۴ تعمیم روش ماتریس انتقال به جداره ویسکوالاستیک

در حالت ویسکوالاستیک با توجه به ماهیت تاخیری روابط تنش و کرنش در جداره ویسکوالاستیک

بجای نمایش یکپارچه معادلات حاکم می توان از دو دسته معادلات مستقل که نهایتاً در حالت تبدیل

یافته به هم متصل خواهد شد، به منظور فهم بهتر و سهولت در بیان استفاده کرد. بنابراین مجموعه

معادلات هیدرولیکی شامل معادله ممنتوم و پیوستگی به اضافه معادله تعادل محوری جداره دسته اول

معادلات را شکل می دهند:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\rho_f g}{K} \frac{\partial H}{\partial t} + 2 \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial t} = 0 \quad (63-4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-fV|V|}{2D} \quad (۶۴-۴)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\rho_f A_f fV|V|}{\rho_t A_t 2D} + g \sin \theta \quad (۶۵-۴)$$

در دسته دوم معادلات به رابطه میان کرنش محیطی با تنش های محیطی و محوری در جداره ویسکوالاستیک اشاره می گردد که نمایش آن بر مبنای مطالب طرح شده در فصل سوم، بصورت زیر است:

$$\varepsilon_z = \sigma_z * dJ - \nu(\sigma_\phi * dJ - \sigma_r * dJ) \quad (۶۶-۴)$$

$$\varepsilon_\phi = \sigma_\phi * dJ - \nu(\sigma_z * dJ - \sigma_r * dJ) \quad (۶۷-۴)$$

شکل تبدیل یافته معادلات کرنش محیطی با تنش های محیطی و محوری در جداره ویسکوالاستیک در فضای لاپلاس به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \bar{j}(s) &= \frac{1}{s} \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \\ \bar{\varepsilon}_z(s) &= \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_z(s) - \nu \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_\phi(s) \\ \bar{\varepsilon}_\phi(s) &= \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_\phi(s) - \nu \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_z(s) \end{aligned} \quad (۶۸-۴)$$

با توجه به رابطه تنش محیطی با فشار سیال می توان نسبت دامنه و فاز کرنش محیطی و نرخ کرنش

محوری را برای مدل ۳ پارامتری ویسکوالاستیک محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} \sigma_\phi &= \frac{D\tilde{P}}{2e} = \frac{\rho_f g D \tilde{H}}{2e} = \frac{\rho_f g D}{2e} \operatorname{Re} \{ h e^{j\omega t} \} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\rho_f g D h}{2e} e^{j\omega t} \right\} \\ \varepsilon_\phi &= \operatorname{Re} \{ y e^{j\omega t} \}, \dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = \operatorname{Re} \{ v' e^{j\omega t} \} \\ \operatorname{amp} \left\{ \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \right\} &= v' = \left( s \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)_{s=j\omega} n - \nu \left( s \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)_{s=j\omega} \frac{\rho_f g D h}{2e} \\ y &= \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)_{s=j\omega} \frac{\rho_f g D h}{2e} - \nu \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)_{s=j\omega} n \end{aligned} \quad (۶۹-۴)$$

در این معادله ضرایب  $p$  و  $q$  ثابت و بر حسب سختی و میرایی مصالح ویسکوالاستیک بیان می شود. کمیت  $n$  دامنه نوسان تنش محوری می باشد. با جایگذاری در تابع تبدیل می توان دامنه کمیت های کرنش محیطی و نرخ کرنش محوری را محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} v' &= \left( j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \right) \left( n - \frac{\nu \rho_f g D}{2e} h \right) \\ y &= \left( \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \right) \left( \frac{\rho_f g D}{2e} h - \nu n \right) \end{aligned} \quad (70-4)$$

در اینجا لازم است به فرض هارمونیک بودن رفتار متغیرهای مساله که ایده اساسی در شیوه ماتریس انتقال می باشد، اشاره شود. همانطور که در (Chaudhry 2013) آمده است، برای دو متغیر دبی و هد مقادیر دامنه و پروفیل زمانی هارمونیک بصورت مستقل و در قالب یک حاصلضرب که نمایش دهنده بخش اغتشاشی کمیت های دبی و هد حول میانگین هستند، در نظر گرفته می شود. در این تحقیق همین رفتار به سایر متغیرهای مساله نیز تعمیم داده شده و در نهایت فرض هارمونیک بودن رفتار متغیرها به شکل زیر اعمال می گردد:

$$\begin{aligned} Q &= \text{Re}(q(z)e^{j\omega t}) \\ H &= \text{Re}(h(z)e^{j\omega t}) \\ \dot{u}_z &= \text{Re}(v(z)e^{j\omega t}) \\ \sigma_z &= \text{Re}(n(z)e^{j\omega t}) \end{aligned} \quad (71-4)$$

با ترکیب معادلات تنش و کرنش در جداره ویسکوالاستیک، می توان به یک دستگاه شامل ۴ معادله مستقل دست یافت که مدل کاملی از مساله سیال و سازه ویسکوالاستیک را بدست می دهد. در اینجا به منظور سهولت و مشابهت نوشتاری هد بجای فشار و دبی بجای سرعت قرار داده شده است. بعلاوه در اینجا با هدف ساده سازی و پرهیز از حجم زیاد روابط جمله اصطکاک در هر دو معادله ممنوم سیال و سازه صرفنظر شده است. بایستی توجه داشت با فرض پروفیل هارمونیک برای متغیرهای مساله، تنها کمیت های دامنه و یا مشتق مکانی آنها در این دسته معادلات ظاهر خواهد شد:

$$\begin{aligned}
q' + \frac{\rho_f g A}{K} j \omega h + 2j \omega A \left( \frac{p_0 + p_1 j \omega}{q_0 + q_1 j \omega} \right) \left( \frac{\rho_f g D}{2e} h - v n \right) &= 0 \\
j \omega q + g A h' &= 0 \\
j \omega v - \frac{1}{\rho_t} n' &= 0 \\
v' &= \left( j \omega \frac{p_0 + p_1 j \omega}{q_0 + q_1 j \omega} \right) \left( n - \frac{v \rho_f g D}{2e} h \right)
\end{aligned} \tag{۷۲-۴}$$

با ساده سازی و دسته بندی کمیت ها در این دستگاه معادلات می توان به فرم زیر دست یافت:

$$\begin{aligned}
q' &= - \left( \frac{\rho_f g A}{K} j \omega + 2j \omega A \frac{p_0 + p_1 j \omega}{q_0 + q_1 j \omega} \frac{\rho_f g D}{2e} \right) h + 2j \omega A v \left( \frac{p_0 + p_1 j \omega}{q_0 + q_1 j \omega} \right) n \\
h' &= - \frac{j \omega}{g A} q \\
n' &= j \omega \rho_t v \\
v' &= \left( j \omega \frac{p_0 + p_1 j \omega}{q_0 + q_1 j \omega} \right) n - \left( j \omega \frac{p_0 + p_1 j \omega}{q_0 + q_1 j \omega} \right) \left( \frac{v \rho_f g D}{2e} \right) h
\end{aligned} \tag{۷۳-۴}$$

در این معادلات نماد پرایم به مفهوم مشتق نسبت به متغیر مستقل  $z$  یا امتداد لوله می باشد. بر مبنای فرض تغییرات جزئی (اغتشاشی) و نوسانی، هر یک از کمیت های مجهول حاصل ضرب دو بخش زمانی (به فرم معلوم هارمونیک) و تابع مکانی (مجهول) است. بخش مکانی که دامنه نوسانات آن کمیت را می سازد در حقیقت تنها به موقعیت محوری بستگی دارد. بنابراین در شیوه تعمیم یافته ماتریس انتقال، دستگاه معادلات مشتقات جزئی نهایتاً به فرم دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی تغییر شکل می یابد. دستگاه معادلات جداره ویسکوالاستیک در فرم ماتریسی، ساده شده و یکپارچه بصورت زیر قابل نمایش است:

$$\frac{d}{dz} [q \quad h \quad n \quad v]^T = [A1 \quad A2] \begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix} \tag{۷۴-۴}$$



$$A1 = \begin{bmatrix} 0 & -\left(\frac{\rho_f g A}{K} j\omega + 2j\omega A \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \frac{\rho_f g D}{2e}\right) \\ -\frac{j\omega}{gA} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\left(j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega}\right) \left(\frac{v\rho_f g D}{2e}\right) \end{bmatrix}$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 2j\omega A v \left(\frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega}\right) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & j\omega \rho_t \\ \left(j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega}\right) & 0 \end{bmatrix}$$

با تعریف بردار متغیرها و نمایش به فرم ماتریسی می توان مساله را در قالب یک دستگاه معادله

مرتبه اول خطی که شکل استاندارد مسایل مقدار ویژه را دارد بیان کرد:

$$\frac{d}{dz} [q \quad h \quad n \quad v]^T = \begin{bmatrix} 0 & -\left(\frac{\rho_f g A}{K} j\omega + 2j\omega A \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega} \frac{\rho_f g D}{2e}\right) & 2j\omega A v \left(\frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega}\right) & 0 \\ -\frac{j\omega}{gA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_t j\omega \\ 0 & -\left(j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega}\right) \left(\frac{v\rho_f g D}{2e}\right) & \left(j\omega \frac{p_0 + p_1 j\omega}{q_0 + q_1 j\omega}\right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ h \\ n \\ v \end{bmatrix}$$

(۷۵-۴)

این معادله می تواند در مطالعه پارامتری و نیز در آنالیز پایداری و عملکرد سودمند باشد. مشابه آنچه

در بخش قبل بیان شد، بر مبنای مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس ضرایب می توان شکل عمومی

پاسخ ها را یافت. در واقع پاسخ این دستگاه معادله، توزیع مکانی توابع دامنه و فاز در امتداد یک مسیر

خط لوله خواهد بود. این توابع معین می سازد که با جابجایی در طول خط لوله دامنه و فاز هر یک از

متغیرها بویژه هد (فشار) و نرخ کرنش محوری چگونه تغییر می کند. بنابراین ادامه فرایند تحلیلی تا

دستیابی به ماتریس انتقال حالت از یک سمت خط لوله به سمت دیگر آن مشابه بخش قبلی خواهد بود. با رعایت اختصار در نوشتار، از تکرار این فرمول بندی خودداری شده است.

یک گام مهم در تکمیل این معادلات دستیابی به شیوه مناسب در استخراج پاسخ تحریک آنی بر مبنای فرمول بندی حاضر می باشد. در واقع با دو رویکرد می توان به این مهم پرداخت. رویکرد اول مبتنی بر استفاده از تقریب سری فوریه و تجمیع پاسخ ها می باشد (روش ماتریس انتقال در این پژوهش). در رویکرد دوم که مستقیماً پاسخ تحلیلی بر مبنای تبدیل لاپلاس بدست می آید، تبدیل یافته تابع تحریک آنی در شرایط مرزی ظاهر می شود و بالطبع در این حالت نتایج بهتری از پاسخ سیستم به این تحریک حاصل می شود. بطور کلی ویژگیهای دینامیکی و مشخصه های عملکردی خط لوله بر اساس نمایش و تحلیل مجموعه پاسخ های سیستم به ورودی تحریک آنی و پاسخ به ورودی تحریک هارمونیک قابل توصیف می باشد. با مراجعه به فرم تابع خزش تطابقی و تعریف انتگرال استیلیس کانولوشن می توان دریافت، اعمال یک ورودی هارمونیک از جنس تنش در مصالح ویسکوالاستیک سبب تغییر دامنه و فاز در خروجی (کرنش) خواهد شد.

بکارگیری تحلیلهای حوزه فرکانس در مسائل متنوع مهندسی رایج می باشد. مزیت های عمده بررسی و مدل سازی با این ابزارها سبب گردیده تا طیف وسیعی از کاربردها چه در زمینه های عملکرد و بهینه سازی و چه در باب طراحی در این فضا توسعه یابد. اصولاً سابقه بهره گیری از مدل سازی و تحلیل فرکانسی را می توان همزمان با معرفی تبدیلات انتگرالی که عمدتاً لاپلاس و فوریه هستند، دانست. با استفاده از تبدیل لاپلاس یا تبدیل فوریه می توان معادلات دیفرانسیلی را به فرم معادلات جبری و معادلات مشتق جزئی را بصورت دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل نمود که این امر بررسی رفتار معادله و حل آن را ساده تر خواهد نمود. اگر چه در نهایت چالش های محاسباتی در مرحله محاسبه تبدیل عکس و نمایش خروجی واقعی در حوزه زمان و مکان، وجود دارد اما برخی کمیت ها بطور نمونه دامنه تغییرات و تاخیر فاز نسبی بین رفتارهای نوسانی در همان فضای فرکانس و بدون محاسبه تبدیل وارون قابل دستیابی و ترسیم است و همین امر مزیت اصلی در تحلیل فرکانسی است.

#### ۴-۴ پاسخ تحلیلی با هدف مدل‌سازی تحریک غیر هارمونیک

در این بخش با هدف دستیابی به یک نمایش فرکانسی مطلوب که امکان مدل‌سازی تحریک آنی و غیر هارمونیک را داشته باشد، معادلات حاکم ابتدا به فرم کلی ماتریسی ارایه می‌شود و بطور مستقیم و از ابتدا تبدیل لاپلاس اعمال می‌گردد. ماهیت مساله در هنگام تعریف شرایط مرزی مورد بحث قرار خواهد گرفت. در این زمینه در مقالات (Li et al., 2002; Zhang et al., 1999) مبانی ریاضی البته در باب لوله‌های الاستیک ارایه شده است. در اینجا توسعه همین شیوه به جداره ویسکوالاستیک مد نظر می‌باشد. معادلات حاکم بر یک مساله تداخلی را می‌توان در حوزه زمان به صورت کلی زیر نمایش داد:

$$\bar{\mathbf{A}} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial z} + \mathbf{C} \mathbf{y} = \mathbf{r} \quad (۷۶-۴)$$

که در آن  $\bar{\mathbf{A}}$  و  $\mathbf{B}$  به ترتیب ماتریس‌های ضرایب جملات مشتق زمانی و مکانی در معادلات می‌باشند. ماتریس  $\mathbf{C}$  شامل جملات اصطکاک و میرایی سازه است. این ماتریس زمانی که جریان لایه‌ای باشد ثابت است و اگر سیستم بدون اصطکاک فرض شود برابر با صفر خواهد بود. بردار  $\mathbf{r}$  شامل اثرات تابع تحریک خارجی و نیز شرایط اولیه می‌باشد. وجود مکانیزم‌های کوپله مثلا ضریب پواسون سبب غیر قطری شدن ماتریس  $\bar{\mathbf{A}}$  می‌گردد. بعبارت دیگر با ظاهر شدن نسبت پواسون در یک درایه غیر قطری بویژه بین متغیرهای سازه و سیال، عملا کوپل پواسون حاصل شده است. همچنین وجود ماتریس  $\mathbf{C}$  می‌تواند کوپل اصطکاک را شامل شود. کوپل اتصال نه در ماتریس‌های حالت سیستم بلکه در توصیف شرایط مرزی انعکاس می‌یابد. با تبدیل لاپلاس از معادله ماتریسی بالا داریم:

$$s\mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial z} = \bar{\mathbf{r}} \quad (۷۷-۴)$$

که در آن ماتریس  $\mathbf{A}$  ترکیب ماتریس‌های  $\bar{\mathbf{A}}$  و  $\mathbf{C}$  قبلی می‌باشد:

$$\mathbf{Y}(z, s) = \mathcal{L}\{\mathbf{y}(z, t)\} \quad (۷۸-۴)$$

$$\mathbf{A}(s) = \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{C}/s$$

$$\bar{\mathbf{r}}(z, s) = \mathcal{L}\{\mathbf{r}(z, t)\} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{y}(z, 0)$$

در تعاریف فوق  $\mathbf{y}(z, 0)$  بردار شرایط اولیه مساله می باشد. در حالت تعمیم یافته مقادیر ویژه و بردارهای ویژه قطری ساز یک معادله دیفرانسیل به فرم ماتریسی، مشابه معادله (۴-۷۷)، براساس هر دو ماتریس حالت  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$|\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}| = 0 \quad (۴-۷۹)$$

با فرض محاسبه مقادیر ویژه از معادله (۴-۷۹) آنگاه می توان بردارهای ویژه را بدست آورد و از طریق محاسبات ماتریسی که در ادامه تشریح شده است معادله را به فرم قطری از طریق یک ماتریس تبدیل بازنویسی نمود. بالطبع این معادله قطری شده که رفتار دینامیکی متغیرهای آن مستقل می باشد، براحتی قابل حل خواهد بود. جواب معادله غیر قطری بر مبنای بکارگیری مجدد ماتریس تبدیل امکان پذیر می باشد. با تعریف ماتریس  $\mathbf{\Lambda}$  به صورت ماتریسی قطری که درایه های قطر آن مقادیر ویژه حاصل از معادله (۴-۷۹) باشند و ماتریس  $\mathbf{S}$  که در ستون های آن بردارهای ویژه مساله جایگذاری شده باشد خواهیم داشت:

$$\mathbf{BS} = \mathbf{ASA} \quad (۴-۸۰)$$

چنانچه سیستم بدون اصطکاک باشد و  $C=0$  آنگاه مقادیر ویژه و درآیه های ماتریس  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{S}$  اعداد حقیقی و مستقل از  $s$  (فرکانس یا همان متغیر لاپلاس) خواهند بود. با تعریف ماتریس تبدیل و بردار متغیر جدید به فرم زیر:

$$\mathbf{T} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{A}^{-1} \quad (۴-۸۱)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{Y} = \mathbf{TAY}$$

آنگاه معادله حاکم در فضای تبدیل مختصات یافته جدید خواهد شد:

$$\mathbf{Sv} + \mathbf{\Lambda} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{T}\bar{\mathbf{r}} \quad (۴-۸۲)$$

از آنجا که  $\mathbf{\Lambda}$  ماتریسی قطری می باشد، معادله (۴-۸۲) شامل  $n$  معادله ODE مستقل مرتبه اول با

ضرایب ثابت مختلط می باشد و جواب این معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{v} = \mathbf{E}\mathbf{v}_0 + \mathbf{q} \quad (۴-۸۳)$$

که در آن:

$$\mathbf{E} = \text{diag} \left\{ e^{-s/\lambda_1 z} \quad e^{-s/\lambda_2 z} \quad e^{-s/\lambda_3 z} \quad e^{-s/\lambda_4 z} \right\} \quad (۸۴-۴)$$

و بردار  $\mathbf{v}_0$  شامل ثابت های انتگرال گیری وابسته به شرایط مرزی می باشد. بردار  $\mathbf{q}$  جواب خصوصی

معادله است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{q}_i = \frac{se^{-sx/\lambda_i}}{\lambda_i} \int_0^z r_i e^{-sx/\lambda_i} dx, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (۸۵-۴)$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{yields}} \mathbf{q}_i &= \frac{se^{-sz/\lambda_i}}{\lambda_i} r_i \left[ \frac{-\lambda_i}{s} e^{-sx/\lambda_i} \right]_0^z = \frac{sr_i e^{-sz/\lambda_i} - \lambda_i}{\lambda_i s} \left[ e^{-sz/\lambda_i} - 1 \right] \\ \mathbf{q}_i &= -r_i \left[ e^{-2sz/\lambda_i} - e^{-sz/\lambda_i} \right] \end{aligned}$$

در رابطه فوق  $r_i$  ها درایه های متناظر از بردار  $\mathbf{Tr}$  می باشند. با استفاده مجدد از ماتریس تبدیل

مختصات می توان بردار مجهول اولیه یعنی  $\mathbf{Y}$  را بدست آورد:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Kv}_0 + \mathbf{Q} \quad (۸۶-۴)$$

که ماتریس های  $\mathbf{K}$  و  $\mathbf{Q}$  عبارتند از :

$$\mathbf{K} = \mathbf{SE} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Sq} \quad (۸۷-۴)$$

#### ۴-۴-۱ نمایش واحد و اعمال شرایط مرزی

به منظور ایجاد مطابقت با فرمولاسیون قبلی بهتر است شرایط مرزی نیز به صورت ماتریسی و به

صورت مجزا برای هر انتهای لوله بیان شود. با فرض اعمال تبدیل لاپلاس روی شرایط مرزی در هر انتها

می توان آنها را به فرم کلی زیر نمایش داد:

$$\mathbf{DY} = \mathbf{f} \quad (۸۸-۴)$$

در رابطه فوق  $\mathbf{D}$  و  $\mathbf{f}$  را می توان براساس نوع شرایط مرزی بدست آورد. در اینجا می توان به ماهیت

مساله مورد بحث به منظور آشکارسازی شرایط مرزی پرداخت. در واقع تا اینجا شیوه تحلیلی بیان شده

کلی می باشد و به مسایل متنوع جامداتی و سیالاتی تسری و تطبیق می یابد. با فرض بردار حالت یا بردار متغیرهای  $\mathbf{Y}$  به فرم زیر:

$$\mathbf{Y} = [V \cdot H \cdot \dot{u}_z \cdot \sigma_h]^T \quad (۸۹-۴)$$

حال می توان شرایط مرزی را تعیین کرد. در تعریف فوق  $\mathbf{V}$  و  $\mathbf{H}$  مقادیر متوسط سرعت و هد در مقطع لوله می باشند. متغیرهای  $\dot{u}_z$  و  $\sigma_h$  به ترتیب سرعت محوری لوله و هد تنش در جداره لوله می باشند. در روابط زیر تعریف  $\mathbf{H}$  و  $\sigma_h$  آورده شده است:

$$H = \frac{P - P_0}{\rho_f g} \cdot \sigma_h = \frac{\sigma_z - \sigma_z(t=0)}{\rho_t g} \quad (۹۰-۴)$$

ماتریس  $\mathbf{D}$  و بردار  $\mathbf{f}$  را می توان براساس نوع شرایط مرزی موجود در هر مساله تعیین کرد. در واقع اینکه کدام کمیت در هر انتها معلوم یا مقید باشد براحتی ماتریس  $\mathbf{D}$  و بردار  $\mathbf{f}$  بدست می آید. بطور نمونه برای انتهای باز (انتهای متصل به مخزن) با فرض اینکه لوله در آن انتها مقید شده باشد، داریم:

$$\mathbf{D}_{Res} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{f}_{Res} = \begin{bmatrix} u_g(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۹۱-۴)$$

که در آن  $u_g(s)$  تبدیل لاپلاس پروفیل سرعت حرکت تکیه گاه یا همان زمین است. به عنوان مثال در زمان زلزله یا در شرایطی که جابجایی تکیه گاه متصل به مخزن مورد نظر باشد، این مقدار می تواند غیر صفر باشد. در خصوص رابطه بالا باید توجه نمود که هد اولیه مخزن مطابق تعریف ارائه شده در روابط قبل در بخش شرایط اولیه آورده شده و لذا در معادله شرط مرزی ثابت بودن هد مخزن به منزله صفر شدن  $H$  می باشد. برای انتهای بسته با جرم متصل  $m$  در حالتی که ان انتها مقید شده است، شرط مرزی بصورت زیر است:

$$\mathbf{D}_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{f}_R = \begin{bmatrix} u_g(s) \\ u_g(s) \end{bmatrix} \quad (۹۲-۴)$$

و برای انتهای بسته با جرم متصل  $m$  در حالتی که آزادی حرکت وجود دارد، شرط مرزی عبارت است از:

$$D_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & g\rho_f A_f & \pm sm & -g\rho_t A_t \end{bmatrix} \cdot f_R = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm R_l(s) \end{bmatrix} \quad (۹۳-۴)$$

در رابطه (۹۳-۴) پارامترهای  $A_f$  مساحت داخلی لوله،  $A_t$  مساحت جداره لوله،  $m$  جرم شیر (انتهای بسته) و  $R_t$  تبدیل لاپلاس تحریک یا نیروی خارجی وارد به همان انتهای بسته می باشد. علامت  $\pm$  براساس جهت مختصات و موقعیت جرم یا تحریک خارجی تعیین می شود. با این تعاریف می توان انواع شرایط مرزی را با بیانی ساده و دقیق در معادلات وارد نمود.

با نمایش شرایط مرزی به فرم ماتریسی در این مرحله می توان بردار  $v_0$  را که در معادله پاسخ  $Y = Kv_0 + Q$  ظاهر می شود، بر حسب شرایط مرزی توصیف نمود. با در نظر گرفتن دو مقطع ابتدا و انتهای لوله ۸ رابطه بین مجهولات و ضرایب نامعلوم انتگرالگیری بدست می آید:

$$\begin{aligned} Y(0) &= K(0)v_0 + Q(0) \\ Y(L) &= K(L)v_0 + Q(L) \end{aligned} \quad (94-4)$$

تنها دو شرط مرزی در انتهای بالادست یا پایین دست وجود دارد. بیان کلی آن به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} D_1 Y(0) &= F(0) \\ D_2 Y(L) &= F(L) \end{aligned} \quad (95-4)$$

ترکیب دو دسته معادله بالا نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} D_1 K(0)v_0 &= F(0) - D_1 Q(0) \\ D_2 K(L)v_0 &= F(L) - D_2 Q(L) \end{aligned} \quad (96-4)$$

برای یک سیستم لوله با مقطع ثابت، معادله بالا می تواند به فرم ماتریسی زیر نوشته شود:

$$Rv_0 = \bar{F} \quad (97-4)$$

که در آن

$$R = \begin{bmatrix} D_1 K(0) \\ D_2 K(L) \end{bmatrix}, \bar{F} = \begin{bmatrix} F(0) - D_1 Q(0) \\ F(L) - D_2 Q(L) \end{bmatrix} \quad (98-4)$$

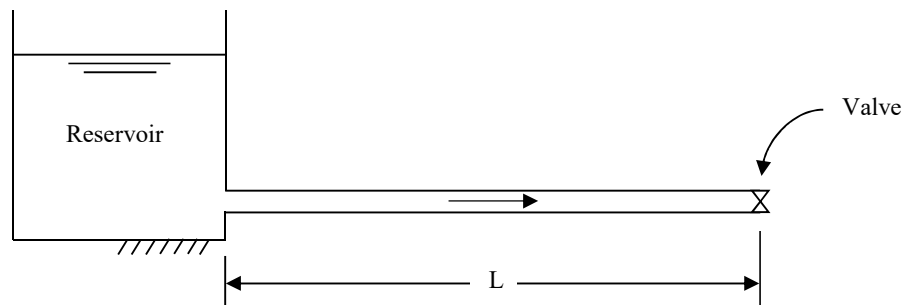
رابطه فوق مشابه همان رابطه ای است که در مرجع (Zhang, Tijsseling et al. 1999) نیز ارائه

شده است. با جایگذاری  $v_0 = R^{-1}\bar{F}$  در معادله (۸۶-۴) خواهیم داشت:

$$Y = KR^{-1}\bar{F} + Q \quad (99-4)$$

رابطه مشابهی در مرجع (Lesmez, Wiggert et al. 1990) نیز استخراج شده است. با این روش می توان مسایل دارای قطر متغیر را نیز بر مبنای حل عددی بررسی نمود.

در مرحله بعدی کافی است فرمول بندی ارایه شده در این بخش را به مساله تداخل در جداره ویسکوالاستیک تصویر نماییم. برای این منظور آنچه مورد نیاز است تدوین ماتریس های حالت و دینامیک سیستم است که از آن پس با قرار دادن بجای ماتریس های  $A, B, C, r, K, Q, E, D$  و عملیات مسير حل دقیق و تحلیلی هموار خواهد شد. خط لوله و سیستم مورد بحث عبارت از مخزن، لوله و شیر انتهایی است که در شکل ۴-۶ نمایانده شده است. در این سیستم لوله از جنس ویسکوالاستیک می باشد و بنابراین لازم است مدل مناسب رفتار سازه ویسکوالاستیک در معادلات دینامیکی و ماتریس های حالت وارد شود.



شکل ۴-۶- شماتیک مساله مورد مطالعه

با تدوین معادلات در حوزه زمان و سپس با اعمال تبدیل لاپلاس می توان به فرم مناسب از معادلات رسید. باید توجه داشت معادلات تداخلی مربوط به جداره ویسکوالاستیک همانطور که در فصل ۳ آمده است مشتمل بر انتگرال های کانولوشن با نماد های  $I$  و اندیس  $H$  و  $J$  می باشد که پس از تبدیل لاپلاس این انتگرال ها به فرم جبری بازنویسی می شود و لذا بر خلاف حالت الاستیک که در کارهای پیشین انعکاس یافته و در آنها از معادلات حوزه زمان بعنوان نقطه شروع یاد شده است، در اینجا باید فرم تبدیل لاپلاس معادلات را ابتدا بدست آورد:



$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial z} + \frac{\rho_f g}{K} (S\bar{H} - H(t=0)) - 2v \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} + (1-v^2) \frac{D\rho_f g}{e} (S[kv]\bar{H} - J_0 H(t=0)) = 0 \quad (1.0.4)$$

$$S\bar{V} - V(t=0) + g \frac{\partial \bar{H}}{\partial z} = 0 \quad (1.0.1-4)$$

$$S\bar{u}_z - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} = 0 \quad (1.0.2-4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} - \frac{-1}{\rho_t c_t^2} (S\bar{\sigma}_z - \sigma_z(t=0)) + g \frac{D\rho_f v}{2Ee} (S\bar{H} - H(t=0)) \quad (1.0.3-4)$$

$$= S(\bar{\sigma}_z[kv] - J_0 \bar{\sigma}_z) - g \frac{D\rho_f v}{2e} S(\bar{H}[kv] - J_0 \bar{H})$$

تابع KV بصورت زیر بدست می آید که همان فرم تبدیل لاپلاس مشتق زمانی تابع خزش

ویسکوالاستیک در حالت ۳ پارامتری است:

$$[kv] = S\bar{J} = J_0 + \frac{J_1}{1 + S\tau_1} = \frac{P_0 + P_1 S}{q_0 + q_1 S} \quad (1.0.4-4)$$

$$P_0 = 1 \cdot P_1 = \frac{\mu_1}{E_0 + E_1} \cdot q_0 = \frac{E_0 E_1}{E_0 + E_1} \cdot q_1 = \frac{E_0 \mu_1}{E_0 + E_1} \quad (1.0.5-4)$$

در اینجا با هدف ساده تر شدن حل تحلیلی از اصطکاک صرفنظر شده است و نیز خط لوله افقی

فرض شده است. ماتریس های **A** و **B** و بردار **r** از دستگاه معادلات حاکم حاصل می شود:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_f g}{K} + \frac{\rho_f g D}{e} [kv](1-v^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{g\rho_f Dv}{2Ee} + \frac{g\rho_f Dv}{2e} ([kv] - J_0) & 0 & \frac{-1}{\rho_t c_t^2} - [kv] + J_0 \end{bmatrix} \quad (1.0.6-4)$$

که با جایگذاری  $J_0$  ماتریس **A** به صورت زیر ساده تر خواهد شد:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_f g}{K} + \frac{\rho_f g D}{e} [kv](1-v^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{g\rho_f Dv}{2e} [kv] & 0 & -[kv] \end{bmatrix} \quad (1.0.7-4)$$

ماتریس های **B** و بردار **r** نیز عبارت است از:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\rho_t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.0.8-4)$$

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} V(t=0) \\ \frac{\rho_f g}{K} H(t=0) + (1-v^2) \frac{D\rho_f g}{e} J_0 H(t=0) \\ 0 \\ \frac{-1}{\rho_t c_t^2} \sigma_z(t=0) + g \frac{D\rho_f v}{2Ee} H(t=0) \end{bmatrix} \quad (109-4)$$

در بردار  $\mathbf{r}$  مقدار  $\sigma_z(t=0)$  از فرض کرنش اولیه برابر صفر (برای حالت لوله با دو انتهای مقید) به

صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\text{Steady state flow: } \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_{eq}} - v \frac{\sigma_\varphi}{E_{eq}} = 0$$

$$\sigma_\varphi(t=0) = \frac{PD}{2e} = \frac{g\rho_f D}{2e} H(t=0) \quad (110-4)$$

$$\sigma_z(t=0) = v\sigma_\varphi(t=0) = \frac{g\rho_f Dv}{2e} H(t=0)$$

$$\sigma_z(t=0) = \frac{g\rho_f Dv}{2e} H(t=0)$$

و ماتریس  $\mathbf{r}$  نیز با جایگذاری رابطه بدست آمده از (109-4) و با فرض انتهای مقید (بدون کوپل

اتصال) به فرم زیر ساده می شود:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} V(t=0) \\ \frac{\rho_f g}{K} H(t=0) + (1-v^2) \frac{D\rho_f g}{e} J_0 H(t=0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (111-4)$$

به منظور افزایش دقت در حل عددی می توان از فرم نرمال شده متغیرها استفاده کرد. برای این کار

با توجه به مقادیر معمول پارامترهایی نظیر مدول الاستیسیته، مدول بالک سیال و مقادیر مشخصه

جریان متغیرهای جدید زیر تعریف می شود:

$$\text{Normalized Pressure Head: } H_n = \frac{\rho_f g}{K} H \quad (112-4)$$

$$\text{Normalized Stress in Pipe wall: } \sigma_n = \frac{\rho_t}{E} \sigma_z$$

بنابراین با این تغییر متغیر بردار مجهولات یا  $y$  که قبلا در رابطه (89-4) تعریف شده بود به صورت

زیر تغییر می یابد:

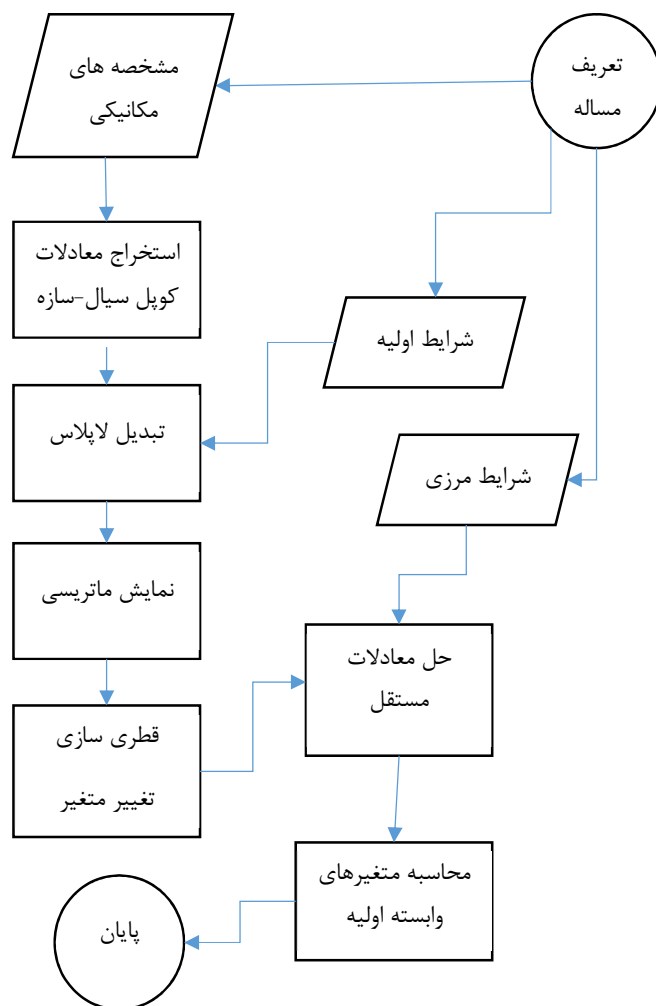
$$Y = [V \cdot H_n \cdot \dot{u}_z \cdot \sigma_n]^T \quad (113-4)$$

همچنین ماتریس **A**، **B** بر این اساس تغییر خواهند کرد:

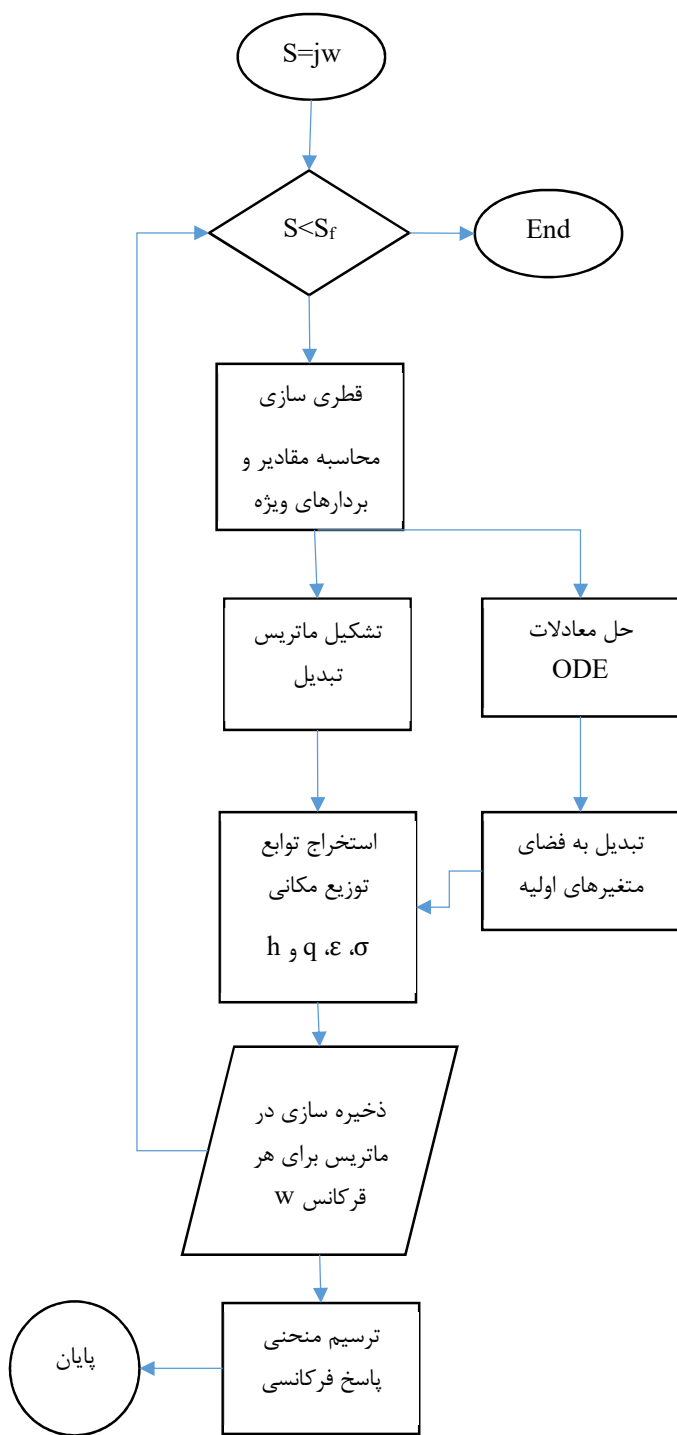
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{KD}{e}[kv](1 - v^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{KDv}{2e}[kv] & 0 & -\frac{E}{\rho_t}[kv] \end{bmatrix} \quad (114-4)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & K/\rho_f & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E/\rho_t^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (115-4)$$

در فصل پنجم روابط ماتریسی حاصل شده در این بخش برای اعتبار سنجی و تحلیل نتایج در دو مساله نمونه پیاده سازی می گردد. به این منظور پارامترهای مساله شامل مشخصات سیستم، شرایط مرزی، عامل تحریک کننده و نیز مشخصه های مکانیکی مصالح لوله می بایست در مدل ریاضی اعمال گردد. این مراحل به همراه مطالعه موردی و ارائه نتایج تفصیلی حالت های مختلف در فصل بعد تشریح شده است. برای درک بهتر فرآیند پیاده سازی و حل مساله در شکل (4-7) و (4-8) فلوجارت فرآیند حل از روش تبدیل لاپلاس و نیز الگوریتم ترسیم منحنی پاسخ فرکانسی نمایش داده شده است. همچنین در پیوست ب بخشی از کد متلب جهت استفاده آتی محققین ارائه شده است.



شکل ۴-۷-فلوچارت روش تبدیل لاپلاس



شکل ۴-۸- فوجارت ترسیم منحنی پاسخ فرکانسی



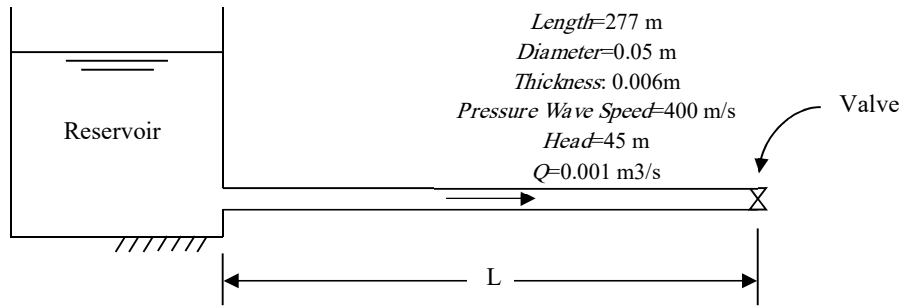
## فصل پنجم - پیاده سازی و نتایج

در این بخش مساله نمونه مخزن-لوله-شیر که شماتیک آن در شکل ۵-۱ آورده شده، با دو روش پیش گفته برای شبیه سازی تحریک اعمالی به سیستم (بسته شدن آنی شیر پایین دست) شامل روش استفاده از سری فوریه برای بازسازی تابع پالسی متناظر و شیوه تبدیل لاپلاس، تحلیل می گردد. نتایج دو شیوه با نتایج آزمایشگاهی و عددی مقایسه شده و سپس مطالعه موردی برای جداره ویسکوالاستیک صورت می پذیرد. در ادامه تحلیل های مقایسه ای متنوعی صورت می پذیرد تا دید بهتری نسبت به میزان و چگونگی تاثیر آنالیزهای مختلف ایجاد نماید.

## ۵-۱ اعتبار سنجی بر پایه تحریک پالسی و بکارگیری سری فوریه

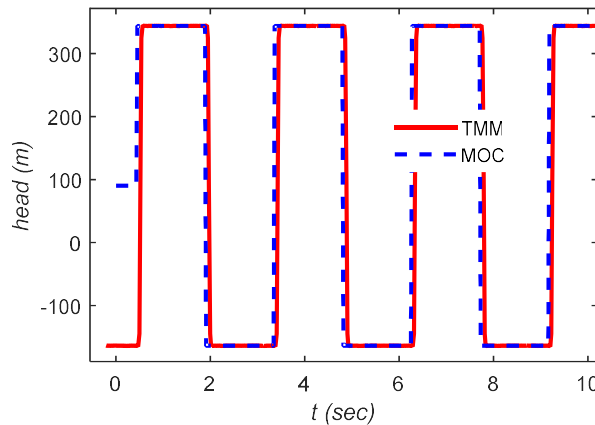
به منظور اعتبارسنجی اولیه مدل ارایه شده در این فعالیت و بویژه تعمیم روش ماتریس انتقال به فرم بیان شده در فصل ۴، از مقایسه منحنی پاسخ یک سیستم ساده متشکل از مخزن، لوله و شیر انتهایی استفاده گردیده است. انتخاب این سیستم ساده به این دلیل که پاسخ تحلیلی برای آن وجود دارد و بنابراین معیار مقایسه مطلوبی را بدست می دهد، صورت گرفته است. در ادامه به مقایسه منحنی هد در یک نقطه مشخص بعنوان نمونه ای از اعتبارسنجی اولیه اشاره می گردد. مشخصات مساله در شکل ۵-۱ قابل مشاهده است. قابل ذکر است پیش شرط شبیه سازی در حوزه فرکانس از روش ماتریس انتقال این است که ورودی یا تحریک اعمالی به سیستم هارمونیک باشد (Chaudhry 2013). در این بخش و نیز در بخش مطالعه پارامتری فرض می گردد که تحریک اعمال شده به شبکه ناشی از باز و بست هارمونیک شیر پایین دست می باشد. این موضوع در ادامه تشریح می گردد.





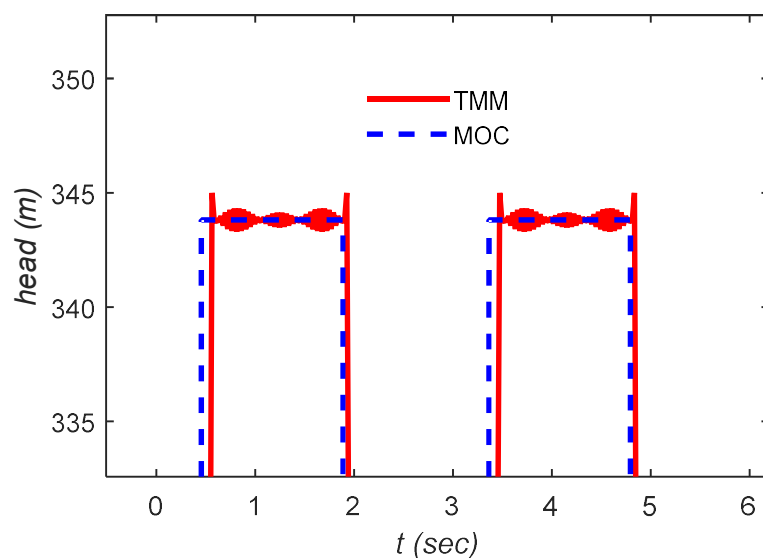
شکل ۵-۱- مشخصات مساله نمونه

در گام نخست از فرایند اعتبارسنجی، نشان داده می شود نتایج مدلسازی روش ماتریس انتقال برای یک لوله صلب (روش کلاسیک TMM) با پاسخ شیوه MOC که به نوبه خود یک پاسخ تحلیلی قابل استناد محسوب می شود و البته با نتایج تجربی نیز همخوانی دارد، در شکل ۵-۲ مقایسه شده است. منحنی خط چین نتایج روش خطوط مشخصه و خط پر نتایج حل به روش ماتریس انتقال با ورودی تبدیل یافته از طریق سری فوریه می باشد. همانطور که در شکل مشاهده می شود نتایج در حالت جداره صلب انطباق بسیار خوبی دارد.



شکل ۵-۲- نمودار تغییرات هد در انتهای پایین دست، مقایسه روش TMM و MOC

در ادامه بخشی از قسمت پیک نمودار جهت مشاهده جزئیات بزرگنمایی شده است:



شکل ۳-۵- نمودار بزرگنمایی شده تغییرات هد در انتهای پایین دست، مقایسه روش TMM و MOC

همانطور که در شکل ۳-۵ ملاحظه می شود نتایج حل از روش ماتریس انتقال به کمک سری فوریه

دارای نوسانات کوچکی است که مربوط به محتوای فرکانسی استفاده شده در این شیوه است.

برای اعمال شرایط بسته شدن آبی شیر پایین دست از بازسازی یک تابع پالسی استفاده شده که

ضرایب سری فوریه حاصل از آن بعنوان دامنه های تحریک در هر فرکانس متناظر، تعریف شده و بعلاوه

در بازسازی حوزه زمان همان فرکانس ها با دامنه های پاسخ که به نوبه خود اعداد مختلط شامل داده

های دامنه و فاز می باشند، مجددا ترکیب شده اند. به عبارت دیگر بسته شدن آبی شیر در این تحقیق

بصورت متناوب مدلسازی شده است تا بتوان از طریق بسط سری فوریه برای آن مجموعه ای از توابع

هارمونیک را پیشنهاد نمود. در این زمینه به جای استفاده از یک تابع پله ای از تابع پالسی با دوره تناوب

مناسب در حوزه زمان بهره گیری شده است.

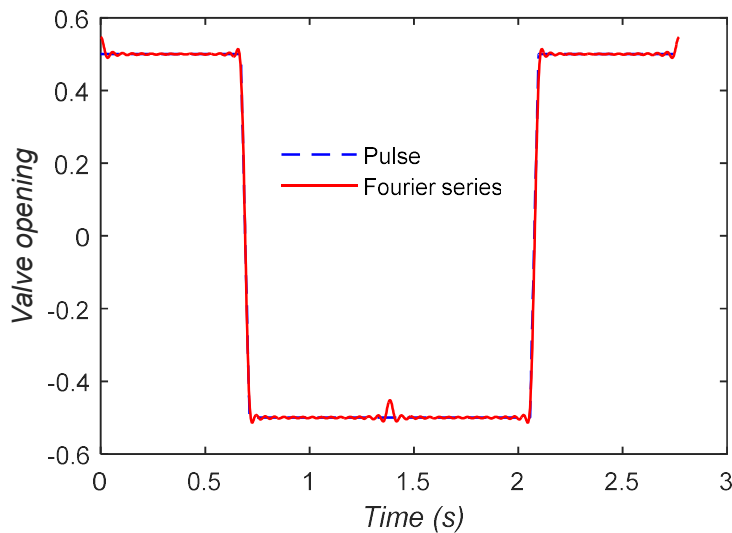
در این حالت به دوره تناوب پایه سیستم توجه شده است. با دانستن این موضوع که دوره تناوب

تغییر کمیت ها در خط لوله در حالت بستن آبی شیر با دوره تناوب پایه سیستم یا همان  $4L/a$  برابر

است و اینکه در روش ماتریس انتقال با اعمال هر عامل نوسانی، جریان متناوب با همان دوره تناوب

اعمالی ایجاد می‌گردد، لذا برای مدلسازی بسته شدن آنی شیر در روش TMM انتخاب یک تابع پالسی با دوره  $4L/a$  مناسب خواهد بود.

در تصویر شکل ۴-۵، یک دوره تناوب پالس متناوب مشاهده می‌گردد که در آن محور عمودی میزان بازگشایی شیر نسبت به حالت میانگین است. منحنی آبی رنگ بسط سری فوریه شامل ۶۰ جمله اول می‌باشد که به خوبی بر نمودار موردنظر منطبق گردیده است. دوره تناوب این پالس همان دوره تناوب پایه سیستم در حدود ۲,۹ ثانیه است.



شکل ۴-۵- پالس متناوب مورد استفاده در سری فوریه برای شبیه سازی بستن آنی شیر

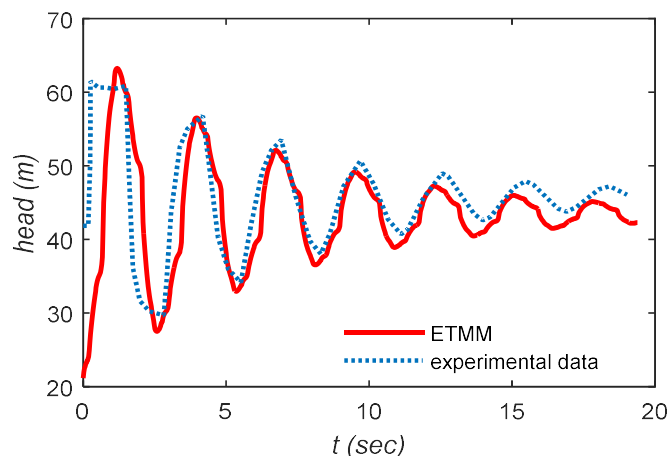
پس از قیاس اولیه در مساله نمونه با فرض جداره صلب در مرحله بعد ارزیابی و اعتبار سنجی مدل ماتریس انتقال توسعه داده شده برای حالت لوله ویسکوالاستیک انجام شده است. برای این منظور همان مدل و مشخصه های هندسی و مکانیکی و سایر پارامترهای بکار رفته در آزمایش معتبر کوچ و همکاران (Covas 2004) مورد استفاده قرار گرفته و در مدل توسعه داده شده (کد متلب) در این پژوهش همان کمیت ها درج شده اند. مجدداً برای شبیه سازی اثر بسته شدن آنی شیر پایین دست و نیز برای بازسازی پاسخ در حوزه زمان از بسط سری فوریه یک تابع پالسی با ۵۰ جمله استفاده شده است. قبل از ارائه نتایج در این بخش لازم است توضیح مختصری در مورد شیوه بازسازی پاسخ زمانی در تحلیل حوزه

فرکانس ارایه گردد. با توجه به اینکه داده‌های تجربی موجود که با هدف مقایسه نتایج بکار برده می‌شود عمدتاً در حوزه زمان می‌باشد، لذا دستیابی به پاسخ زمانی در این مساله ضروری بنظر می‌رسد. به این منظور از ترکیب پاسخ‌های مستقل یافته شده به ازای هر یک از مولفه‌های سری فوریه تابع تحریک، استفاده شده است. برای هر کدام از فرکانس‌های حاصل از سری فوریه، نسبت دامنه و اختلاف فاز متناظر با آن، محاسبه شده و در نهایت در ساختن پاسخ زمانی بکار رفته است. بعبارت دیگر مجموعه‌ای از توابع هارمونیک با دامنه و فاز مشخص حاصل می‌گردد که ترکیب آنها می‌تواند رفتار گذرا بر حسب زمان را نتیجه دهد.

در اینجا همانطور که در فصل اول و بخش ۱-۱ اشاره شد، از یک کمیت بی بعد نیز برای تبدیل نتایج به حوزه زمان بهره‌گیری شده است. در روش TMM برای مدل کردن شرایط ضربه قوچ از یک پالس متناوب با دوره تناوب  $T_{th}$  استفاده شده است و از طرفی بیشینه فشار در ضربه قوچ بر مبنای معادلات ضربه قوچ کلاسیک برابر با  $\Delta H = a\Delta V / g$  می‌باشد. باتوجه به اینکه بیشینه فشار در TMM متناسب با حالت رزنانس و مرتبط با  $h_0$  می‌باشد لذا برای تبدیل نتایج به حوزه زمان بایستی از یک ضریب مقیاس به صورت  $\Delta H / h_0$  استفاده نمود.

$$\frac{\Delta H}{h_0} = \frac{aq_0}{gAh_0} = \frac{aq_0}{gh_0 \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4}{\pi} \frac{aq_0}{gh_0 d^2} \quad (1-5)$$

به منظور تاثیر دادن اصطکاک در نتایج، باتوجه به اینکه نتایج آنالیز در حوزه فرکانس فقط حالت شبه پایا را بدست می‌دهد، از یک تابع نمایی کاهش دهنده با دامنه مناسب و متناسب با ضریب اصطکاک خط لوله بهره‌گیری شده است. در شکل ۵-۵ نتایج مدل آزمایشگاهی کواچ و همکاران (Covas 2004) همزمان با نتایج مدل توسعه داده شده در این تحقیق جهت مقایسه نمایش داده شده است.



شکل ۵-۵- تغییرات هد انتهایی پایین دست، داده های آزمایشگاهی کوچک در مقایسه با نتایج روش پیشنهادی این تحقیق

بر مبنای منحنی شکل ۵-۵ می توان تطابق مناسب روند حاصل از مدل ارائه شده در این تحقیق با یافته های تجربی را نتیجه گرفت. در واقع اختلاف اندکی که در شکل و دامنه نوسانات گرافها مشاهده می شود به چندین عامل ارتباط دارد که از آن جمله می توان به استفاده از مدل سه پارامتری کلونین-ویت در کد محاسباتی تحقیق حاضر و نیز وجود تقریب در بازسازی منحنی های پاسخ زمانی در روش تعمیم یافته TMM اشاره نمود. بنابراین به نظر می رسد چنانچه تعداد المانها یا سلول های کلونین ویت بیشتری اختیار گردد و نیز از تعداد جملات بیشتری در شبیه سازه پالس ورودی از طریق بسط سری فوریه استفاده گردد، این تقریب بهبود خواهد یافت.

## ۲-۵ اعتبار سنجی بر پایه تحریک آنی و بکارگیری تبدیل لاپلاس

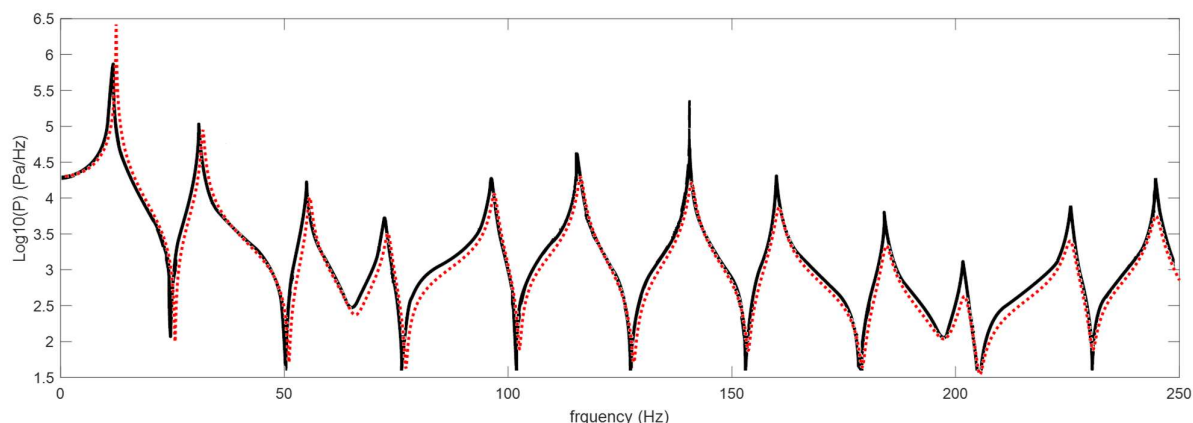
در این بخش، نتایج مدل توسعه یافته حاصل از تبدیل لاپلاس با دو مساله نمونه که برای آنها حل تحلیلی و داده های آزمایشگاهی موجود است، ارائه می گردد. این مثالها بر تحلیل جریان گذرا در حوزه فرکانس تمرکز دارند و از آنجا که در این دو مساله لوله الاستیک مورد بررسی قرار گرفته است، مدل حاضر نیز با حذف پارامترهای موثر در شبیه سازی لوله VE در ماتریس های بدست آمده به حالت الاستیک انطباق یافته است.

### ۱-۲-۵ مساله اعتبارسنجی مخزن-لوله-شیر

در مساله اول با هندسه کلی مشابه شکل ۱-۵، یک لوله در بالادست به مخزن با تراز آب ثابت و در پایین دست به یک شیر متصل است. مقطع بالادست مقید و مقطع پایین دست آزاد فرض شده است. این فرضیات احتساب مکانیزم‌های اندرکنشی پواسون و اتصال را در مدل الزام آور می‌نماید. مشخصات مکانیکی و هندسی برای این سیستم در جدول ۱-۵ ارائه شده است (Zhang, Tijsseling et al. 1999).

مشخصات سیستم	جدول ۱-۵
Steel pipe	Water
$L=20\text{ m}$	$K=2.1\text{ GPa}$
$R=398.5\text{ mm}$	$\rho_f = 1000\text{ kg/m}^3$
$e=8\text{ mm}$	$\mu = 0.001\text{ Pas}$
$E=210\text{ GPa}$	
$\rho_t = 7900\text{ kg/m}^3$	
$\nu = 0.30$	
$m_l = 0\text{ kg}$	
$\xi = 0.002$	

جریان گذرا در این سیستم با بسته شدن آنی شیر در زمان  $t=0$  ایجاد می‌گردد و هدف بدست آوردن منحنی پاسخ فرکانسی سیستم جهت مقایسه با نتایج پژوهش ژانگ و همکاران است (Zhang, Tijsseling et al. 1999). این منحنی که در شکل ۵-۶ ارائه شده است دامنه نوسان فشار را نسبت به فرکانس ارائه می‌کند. نتایج برای بازه فرکانسی ۰ تا ۲۵۰ هرتز در مقطع پایین دست لوله نمایش داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود منحنی پاسخ فرکانسی حاصل از مدل حاضر انطباق بسیار خوبی با نتایج حل تحلیلی دارد.



شکل ۵-۶- دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست لوله، نتایج حل تحلیلی ژانگ و همکاران (خط) و نتایج مدل حاضر (نقطه چین)

برای این مساله و از طریق مقایسه نتایج با حل روش خطوط مشخصه در حوزه زمان اعتبارسنجی ثانویه ای نیز انجام شده است. بدین منظور از کد متلب تهیه شده در مرجع (Keramat 2010) استفاده گردید. نتایج این کد برای مساله فوق با فرآیند تبدیل فوریه سریع<sup>۱</sup> به حوزه فرکانس انتقال داده شد و محتوای فرکانسی نتایج بدست آمد. سپس با اعمال لگاریتم بر مبنای ۱۰ روی نتایج بدست آمده و یکسان سازی نتایج امکان مقایسه خروجی دو مدل میسر گردید. برای این منظور فرکانس‌های طبیعی (تشدید) و دامنه نوسان کمیت فشار در بازه فرکانسی ۱۰ تا ۲۵۰ هرتز از هر دو مدل استخراج و در جدول ۵-۲ درج گردیده است.

جدول ۵-۲- مقایسه نتایج مدل عددی روش MOC با مدل تحقیق حاضر

فرکانس‌های طبیعی			دامنه نوسان فشار ( $\log(P)$ )		
روش MOC	تحقیق حاضر	درصد خطا	روش MOC	تحقیق حاضر	درصد خطا
۱۲,۵۵	۱۲,۵	۰,۰۰۴	۶,۲۵	۶,۴۱	۰,۰۲۵
۳۱,۸	۳۲	۰,۰۰۶	۵	۴,۹۶	۰,۰۰۸
۵۵,۶	۵۵,۷	۰,۰۰۲	۳,۸۱	۴,۰۱	۰,۰۵۰
۷۳,۱	۷۳,۱	۰,۰۰۰	۳,۶۷	۳,۵۳	۰,۰۴۰
۹۶,۸	۹۷	۰,۰۰۲	۴,۰۳	۴,۰۵	۰,۰۰۵
۱۱۶	۱۱۶	۰,۰۰۰	۴,۲۷	۴,۲۹	۰,۰۰۵
۱۴۰,۷	۱۴۱	۰,۰۰۲	۴,۳۵	۴,۲۱	۰,۰۳۳

<sup>1</sup> Fast Fourier Transform

۱۶۰,۵	۱۶۰	۰,۰۰۳	۳,۷۹	۳,۸۷	۰,۰۲۱
۱۸۴,۳	۱۸۴,۶	۰,۰۰۲	۳,۲۷	۳,۳۳	۰,۰۱۸
۲۰۲	۲۰۲	۰,۰۰۰	۲,۶۹	۲,۶۳	۰,۰۲۳

همانطور که مشاهده می شود نتایج انطباق بسیار خوبی دارند و بخصوص در تخمین فرکانس های

طبیعی سیستم درصد خطا بسیار ناچیز است.

### ۵-۲-۲ مساله اعتبارسنجی ضربه قوچ در لوله بسته

مساله دوم آزمایشی است که توسط واردی و همکاران (Vardy, Fan et al. 1996) انجام شده و در

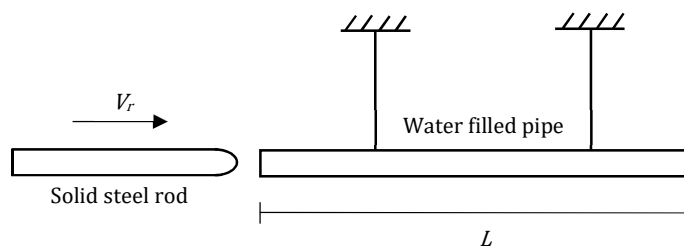
مطالعه دیگری توسط لی و همکاران (Li, Yang et al. 2002) جهت بررسی نتایج یک مدل عددی مورد

استناد قرار گرفته است. این آزمایش که بدلیل دقت بالاتر در اعمال شرایط مرزی موردنظر نتایج قابل

استناد و دقیقتری را برای مساله ضربه قوچ ارائه می کند (Li, Yang et al. 2002)، شامل یک لوله آویزان

شده به صورت افقی است که هر دو انتهای آن بسته شده و حاوی سیال آب است. شکل ۵-۷ شماتیک

این سیستم و جدول ۵-۳ مشخصات آن را ارائه می کند.



شکل ۵-۷- ضربه محوری به یک لوله فولادی آویزان شده حاوی آب

جدول ۵-۳- مشخصات هندسی و مکانیکی سیستم مساله دوم

Steel Pipe	Water	Steel Rod
$L = 4.5 \text{ m}$	$K = 2.14 \text{ GPa}$	$L_r = 5.02 \text{ m}$
$R = 52 \text{ mm inner radius}$	$\rho_f = 999 \text{ kg/m}^3$	$E_r = 200 \text{ GPa}$
$e = 3.945$	$P_0 = 2.0 \text{ MPa}$	$\rho_r = 7848 \text{ kg/m}^3$
$E = 168 \text{ GPa}$		$v_r = 1 \text{ m/s velocity}$
$\nu = 0.3$		$T_c = 1.98 \text{ ms impact time}$



$$\rho_t = 7985 \text{ kg/m}^3$$

$$V_r = 0.1175 \text{ m/s impact velocity}$$

$$m_0 = 1.312 \text{ kg}$$

$$m_L = 0.3258 \text{ kg}$$

به منظور اعتبارسنجی در این مساله فرکانس‌های طبیعی سیستم به عنوان معیار صحت عملکرد مدل‌ها در مقایسه با فرکانس‌های اندازه‌گیری شده در آزمایش، در نظر گرفته شده است. فرکانس‌های طبیعی استخراج شده از مدل حاضر در کنار داده‌های آزمایشگاهی و نتایج مدل عددی و همکاران در جدول ۴-۵ ارائه شده است.

جدول ۴-۵ - فرکانس‌های طبیعی سیستم، مقایسه داده‌های آزمایشگاهی، نتایج مدل عددی و مدل حاضر

Results	Frequencies							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Experiment	173	289	459	485	636	750	918	968
Li et al (2002)	172	286	454	472	627	741	907	945
Present study	172	285	456	474	629	743	910	948

نتایج ارائه شده در جدول ۴-۵ نشان می‌دهد مقدار مطلق اختلاف در فرکانس‌های طبیعی بالاتر افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد مدل تحلیلی حاضر در فرکانس‌های بالاتر با کاهش دقت همراه است. در صد خطا محدود به ۰,۰۲ درصد است و تطابق کلی نتایج با دو گروه داده دیگر مناسب است و اعتبار مدل حاضر را تایید می‌نماید.

### ۳-۵ مطالعه موردی و تحلیل نتایج پاسخ فرکانسی

بعد از ارزیابی و تایید کاربرد مدل حاضر در مسائل ضربه قوچ، حال این مدل برای یک سیستم RPV نمونه با لوله ویسکوالاستیک PVC پیاده سازی می‌گردد. انتظار می‌رود بدلیل مشخصه‌های خزشی ماده VE و تفاوت در مدول الاستیسیته و نسبت پواسون در مقایسه با حالت الاستیک، تغییرات مشهود و قابل ملاحظه‌ای در منحنی پاسخ فرکانسی و دامنه تغییر پارامترها ایجاد گردد.

### ۵-۳-۱ مشخصات سیستم و شرایط مرزی

برای حفظ یکپارچگی مطالب همان هندسه کلی مساله اول که در شکل ۵-۱ نمایش داده شده بود برای مطالعه موردی انتخاب می‌شود. تنها تفاوت این است که در اینجا لوله VE فرض می‌گردد و بنابراین مشخصه‌های لوله از قبیل مدول یانگ، دانسیته و نسبت پواسون برای تطابق با ماده VE تغییر می‌یابند. مشخصات جدید در در جدول ۵-۵ لیست شده‌اند.

مشخصات مساله نمونه RPV با لوله VE		جدول ۵-۵		
PVC pipe		Water		
$L=20$ m		$K=2.1$ GPa		
$R=398.5$ mm		$\rho_f = 1000$ kg/m <sup>3</sup>		
$e=8$ mm		$\mu = 0.001$ Pas		
$E=1.43$ GPa		-		
$\rho_s = 1000$ kg/m <sup>3</sup>		-		
$\nu = 0.46$		-		
$m_l = 0$ kg		-		
$\xi = 0.002$		-		
$J_0 = 1/E$		-		
Creep coefficients				
$K$	1	2	3	
$J_K$	$1.057e^{-10}$	$1.054e^{-10}$	$0.9051e^{-10}$	
$\tau_K$	0.05	0.5	1.5	

مقادیر ضرایب خزش در جدول ۵-۵ که در مدل کلونین-ویت مورد استفاده قرار می‌گیرد، مقادیر نمونه‌ای هستند که توسط کرامت و حقیقی (Keramat and Haghghi 2014) برای آزمایش انجام شده در امپریال کالج (Covas 2004) کالیبره شده‌اند.

شرایط اولیه برای مساله حاضر در شرایط جریان پایدار عبارت از جابجایی اولیه صفر، سرعت محوری صفر و کرنش محوری صفر در سراسر طول لوله می‌باشد. کرنش محیطی اولیه و تنش محوری اولیه

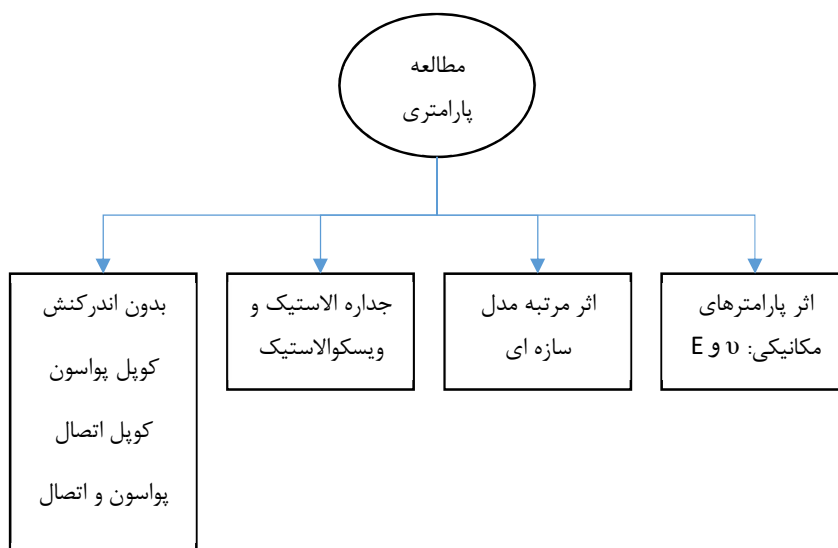
غیر صفر و تابع مکان (وابسته به هد اولیه) می باشند. در خصوص شرایط مرزی می توان آنها را بصورت جدول زیر دسته بندی نمود.

جدول ۵-۶- شرایط مرزی مساله نمونه

$H(z = 0) = H_{Res}$	هد در انتهای بالادست
$Q(z = l) = u(t) \stackrel{\text{def}}{=} \text{Unit Step}$	دبی انتهای پایین دست (تابع پله)
$u_z(z = l) = 0$	جابجایی محوری لوله در انتهای پایین دست در حالت مقید
$\sigma_z(z = l) = 0$	تنش محوری لوله در انتهای پایین دست در حالت آزاد
$u_z(z = 0) = 0$	جابجایی محوری لوله انتهای بالادست
$\dot{u}_z(z = 0) = 0$	سرعت محوری لوله انتهای بالادست

### ۵-۳-۲ بررسی و مقایسه نتایج در حالت‌های متنوع

در این بخش با هدف مقایسه، تحلیل‌های مختلفی روی مساله نمونه انجام شده است که نتایج آن اهمیت احتساب حالت‌های اندرکنشی مختلف و مشخصات مکانیکی سیستم را مشخص می‌سازد. دو حالت ماده الاستیک و VE برای لوله و هرکدام در سه حالت مختلف اندرکنشی شامل: حالت بدون FSI، تحلیل اندرکنشی شامل فقط کوپل پواسون، تحلیل اندرکنشی شامل کوپل پواسون و اتصال مدلسازی شده است. این مطالعه پارامتری به صورت شماتیک در شکل (۵-۸) نمایش داده شده است.



شکل ۵-۸- مطالعه پارامتری

نتایج این تحلیل‌ها در قالب ۹ نمودار مقایسه‌ای و در شکل‌های ۵-۹ الی ۵-۱۳ ارائه گردیده است. لازم به ذکر است برای دستیابی به یک ماده الاستیک براساس ماده VE تعریف شده در جدول ۵-۴، ضرایب خزش صفر منظور شده و سایر مشخصات تغییر نیافته‌اند تا مقایسه معناداری در تئوری حاصل شود. این تغییر، کرنش تاخیری را از تحلیل اندرکنشی حذف می‌نماید. هدف از این کار بررسی میزان تاثیر این ساده سازی بر نتایج مدل است. برای حالتی که تحلیل بدون FSI مدنظر است حرکت محوری در طول خط لوله باید صفر فرض شود به عبارت دیگر  $\varepsilon_z = 0$ ، در این حالت :

$$\begin{aligned} \sigma_z * dJ &= \nu(\sigma_\phi * dJ) \\ \varepsilon_\phi &= (1-\nu^2)(\sigma_\phi * dJ) \\ \sigma_\phi &= \frac{\rho g D H}{2e} \end{aligned} \quad (۲-۵)$$

این فرض در معادله پیوستگی تاثیر می‌گذارد. معادلات حاکم بر رفتار سیال شامل معادلات پیوستگی

و ممنوم در این حالت به فرم زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\rho_f g}{K} \frac{\partial H}{\partial t} + (1-\nu^2) \frac{D \rho_f g}{e} \frac{\partial (H * dJ)}{\partial t} = 0 \quad (۳-۵)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = 0$$

با اعمال تبدیل لاپلاس بر روابط (۲-۵) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial z} + \frac{\rho_f g}{K} (S\bar{H} - H(t=0)) + (1-v^2) \frac{D\rho_f g}{e} (S[KV]\bar{H} - J_0 H(t=0)) = 0 \quad (۴-۵)$$

$$S\bar{V} - V(t=0) + g \frac{\partial \bar{H}}{\partial z} = 0$$

و این دو معادله را می‌توان به فرم ماتریسی که در رابطه (۴-۷) ارائه شده بود، شامل ماتریس‌های

ضرایب و باقیمانده به صورت زیر بیان نمود:

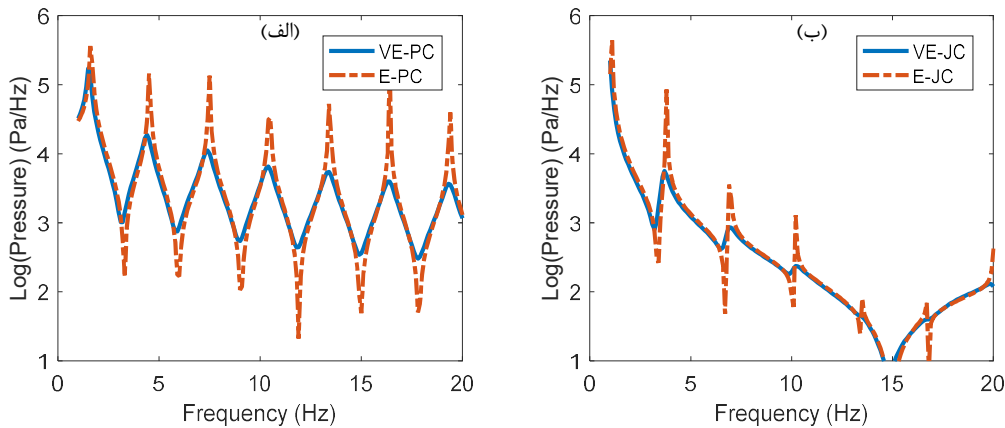
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\rho_f g}{K} + \frac{D\rho_f g}{e} [KV] (1-v^2) \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho_f} \end{bmatrix} \quad (۵-۵)$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \frac{g\rho_f}{K} H(t=0) + (1-v^2) \frac{gD\rho_f}{e} J_0 H(t=0) \\ V(t=0) \end{bmatrix}$$

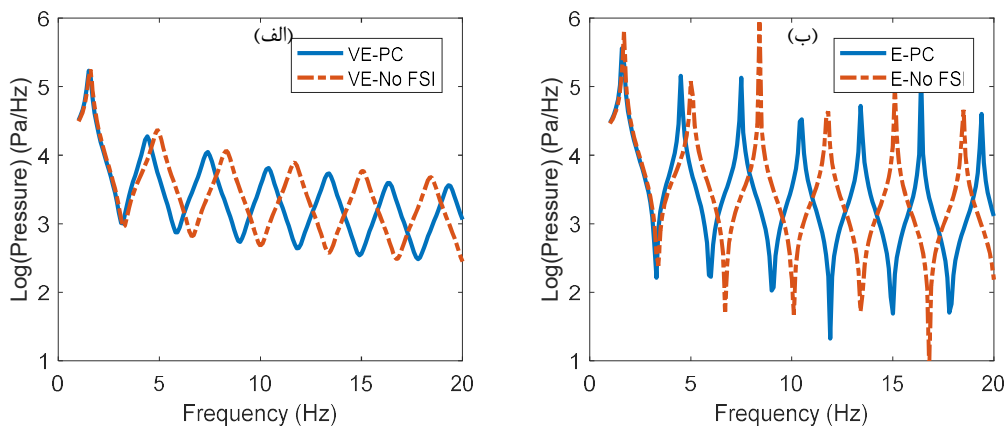
نتایج این مدل به درک اهمیت آنالیز FSI در لوله‌های VE کمک خواهد کرد. در ادامه نتایج

تحلیل‌های فوق ارائه و تشریح می‌گردد.



شکل ۵-۹- مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست برای لوله الاستیک و ویسکوالاستیک؛ (الف) آنالیز اندرکنشی فقط با کوپل پواسون، (ب) آنالیز اندرکنشی فقط با کوپل اتصال

تفاوت آشکار منحنی پاسخ فرکانسی جداره الاستیک و VE برای هر دو حالت اندرکنش کوپل پواسون و اتصال همانطور که پیش بینی می‌شد در دامنه نوسانات فشار مشاهده می‌شود. در حالت الاستیک دامنه نوسان فشار افزایش قابل ملاحظه‌ای یافته است. تابع خزش در ماده VE رفتاری مشابه میراگر داشته و باعث استهلاک نوسانات شده است. این یک عملکرد عمومی برای سیستم‌های دارای میراگر است. چنین تاثیری را همچنین می‌توان از طریق اعمال مدول الاستیسیته مختلط در مدل ایجاد نمود که به دفعات در پژوهش‌های قبلی به آن اشاره شده است ( Gaul 1999, Barkanov, Hufenbach et al. 2003, Covas 2004, Prek 2004, Prek 2007). از نمودارهای شکل ۵-۹ می‌توان نتیجه گرفت که صرفنظر کردن از مدل ماده VE باعث تخمین نادرست دامنه نوسانات پارامترها خواهد شد؛ با این حال فرکانس‌های طبیعی سیستم در دو حالت الاستیک و VE و برای هر دو حالت آنالیز اندرکنشی، تغییر قابل توجهی نداشته‌اند.

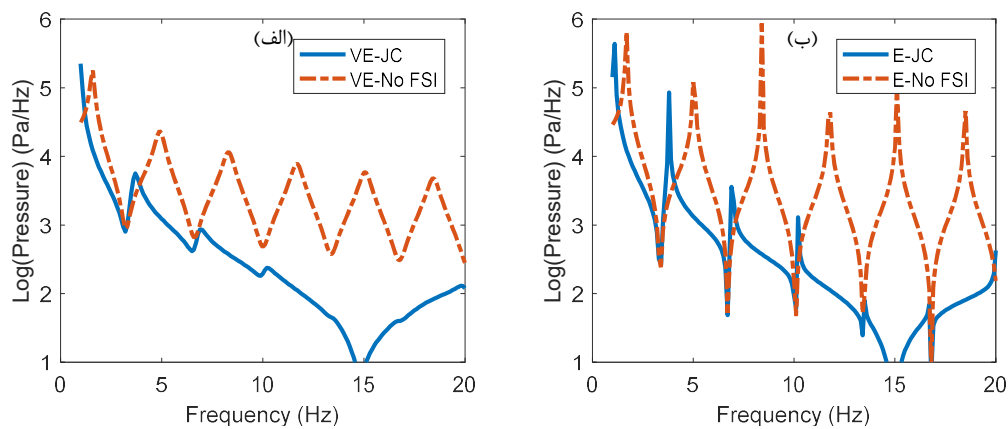


شکل ۵-۱۰- مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست با و بدون کوپل پواسون؛ (الف) لوله ویسکوالاستیک، (ب) لوله الاستیک

در شکل ۵-۱۰ نکته مهم دیگری در خصوص تاثیر عدم احتساب کوپل پواسون بر جابجایی منحنی پاسخ فرکانسی نمایان شده است. این جابجایی در هر دو منحنی حالت الاستیک و VE مشاهده می‌شود. در حقیقت با در نظر گرفتن کوپل پواسون، فرض صلبیت لوله در تئوری ضربه قوچ کلاسیک حذف می‌شود و این موضوع بدلیل ایجاد اندرکنش بین سیال و سازه باعث تغییر فرکانس‌های طبیعی سیستم

کوپل شده نسبت به سیستم غیر کوپل می‌گردد. از نقطه نظر انرژی درصدی از انرژی وارد شده به سیستم از طریق تغییر شکل محوری لوله مصرف و یا جایگزین می‌گردد و در نتیجه سیستم انطباق بیشتری نشان می‌دهد. این موضوع به فرکانس‌های طبیعی کوچکتر منجر می‌شود که در نتایج فوق نیز آشکار است. در کاربرد می‌توان از این ویژگی به عنوان روشی در انتخاب مصالح مناسب برای دستیابی به پاسخ فرکانسی مورد نظر سیستم بهره برد. از طرف دیگر گراف‌های شکل ۵-۹ نشان می‌دهد بدون تغییر مصالح لوله و با حذف کردن کوپل پواسون از طریق مقید نمودن لوله می‌توان فرکانس‌های طبیعی سیستم را افزایش داد.

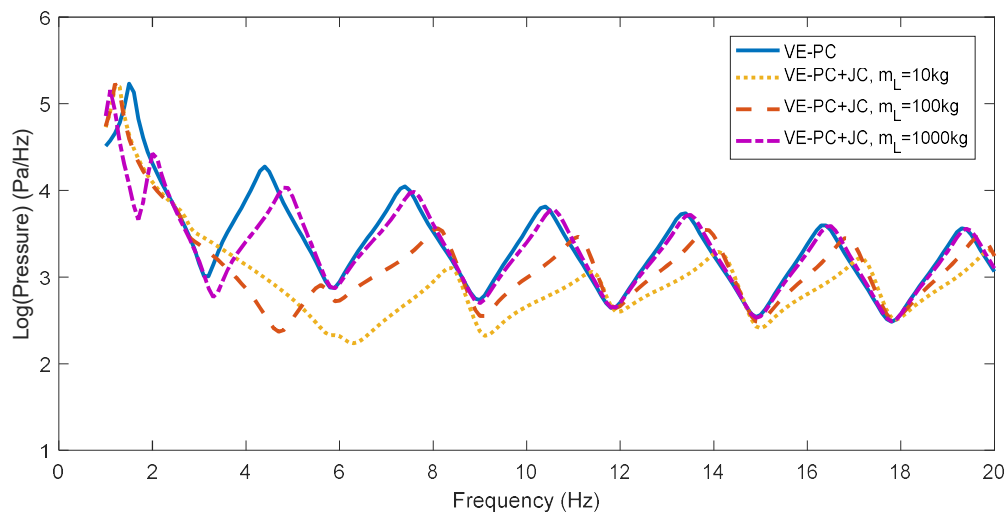
بنابراین به طور خلاصه تاثیرات کلیدی دو دینامیک بررسی شده بیانگر رفتار میرا کننده ماده VE و ایجاد تغییر در فرکانس‌های طبیعی سیستم در اثر کوپل پواسون بوده است. در شکل ۵-۱۱ به بررسی تاثیر کوپل اتصال در نتایج تحلیل پرداخته شده است.



شکل ۵-۱۱- مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست با و بدون کوپل اتصال؛ (الف) لوله ویسکوالاستیک، (ب) لوله الاستیک

گراف‌های شکل ۵-۱۱ نشان می‌دهد کوپل اتصال با توجه به شرایط مرزی در مساله حاضر می‌تواند تاثیر زیادی در نتایج داشته باشد و صرف نظر کردن از آن رفتار سیستم را بدرستی پیش بینی نخواهد کرد. از گراف‌های ترسیم شده همچنین می‌توان نتیجه گرفت تاثیر کوپل اتصال بر هارمونیک‌های فرد در مساله حاضر چشمگیر بوده و دامنه نوسان فشار در فرکانس‌های طبیعی فرد سیستم به شدت کاهش

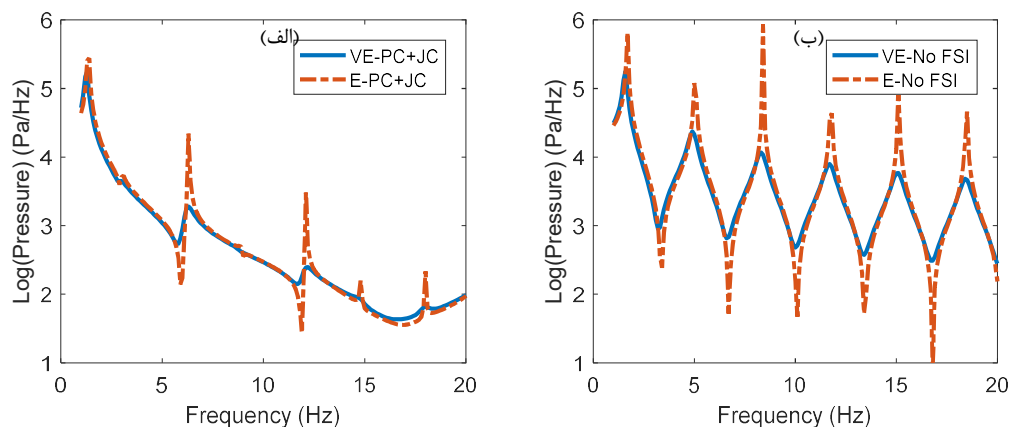
یافته‌اند. در عین حال فرکانس‌های طبیعی سیستم همچنان تغییر قابل توجهی نداشته‌اند. با توجه به ماهیت کوپله اتصال که در نتیجه تغییر شکل و یا جابجایی تکیه گاه‌ها به مدل وارد می‌شود، می‌توان انتظار داشت با افزایش جرم مقطع پایین دست در مساله حاضر، باید شاهد باشیم رفتار سیستم به حالتی که در آن انتهای پایین دست مقید است سوق پیدا کند. مقید بودن مقطع پایین دست در مساله حاضر به معنی حذف کوپل اتصال خواهد بود. به عبارت دیگر با افزایش جرم مقطع پایین دست می‌بایست شاهد کاهش تاثیر کوپل اتصال بر منحنی پاسخ فرکانسی باشیم. صحت این موضوع به عنوان یک اعتبارسنجی مضاعف برای مدل حاضر در شکل ۵-۱۲ مورد بررسی قرار گرفته است. در اینجا منحنی پاسخ فرکانسی برای سه جرم متفاوت شیر پایین دست همزمان با حالت بدون تداخل ترسیم شده است.



شکل ۵-۱۲- منحنی دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست برای ۳ مقدار مختلف جرم شیر پایین دست و حالت بدون کوپل اتصال

شکل ۵-۱۲ کاهش تاثیر تداخل اتصال با افزایش جرم شیر را تایید می‌کند و صحت عملکرد مدل در این زمینه نیز تایید می‌گردد.





شکل ۵-۱۳- مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست برای لوله الاستیک و ویسکوالاستیک؛ (الف) آنالیز اندرکنشی با کوپل پواسون و اتصال، (ب) بدون FSI

نتایج تحلیل اندرکنشی با هر دو مکانیزم تداخلی پواسون و اتصال برای لوله الاستیک و VE در شکل ۵-۱۳ (الف) و بدون احتساب اثرات FSI در شکل ۵-۱۳ (ب) جهت مقایسه نمایش داده شده است. هر دو گراف نتیجه گیری‌های حاصل از نمودارهای قبلی را تایید می‌کند. اگرچه در توضیحات گراف‌های قبلی هم به مشابهت مقدار فرکانس‌های طبیعی در دو حالت الاستیک و VE اشاره شده، با این حال در بررسی دقیقتر اختلاف جزئی در فرکانس‌ها مشاهده می‌شود. در شکل ۵-۱۳ این اختلاف جزئی قابل مشاهده است و مقدار فرکانس طبیعی برای حالت VE اندکی کمتر است. اگرچه این اختلاف در مساله حاضر ناچیز است اما می‌توان نتیجه گرفت خزش و کرنش تاخیری در مواد VE منتج به فرکانس‌های طبیعی پایین تر در سیستم می‌گردد. مقدار این اختلاف می‌تواند به مشخصات هندسی و مکانیکی ماده VE مرتبط باشد و نیاز به مطالعه جامع تری دارد.

### ۳-۳-۵ بررسی تاثیر افزایش مرتبه مدل کلونین-ویت در نتایج

لازم به ذکر است در تمام تحلیل‌های انجام شده که نتایج آن در گراف‌های بالا ارائه شد از مدل سه پارامتری کلونین-ویت برای ماده VE استفاده شده است. در این بخش اثر تعداد المان‌های کلونین ویت در نتایج مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به تنوع بکارگیری تعداد پارامترها یا تعداد بلوک‌های مدل کلونین-ویت در توصیف رفتار جداره ویسکوالاستیک از نماد  $[kv]$  به مفهوم تابع تبدیل مدل کلونین-

ویت برای جداره ویسکوالاستیک استفاده شد. در بخش‌های قبلی نیز نماد  $[kv]$  بکار رفته که البته منظور

مدل ۳ پارامتری می‌باشد. در حالت کلی داریم:

$$[kv] = S\bar{J} = S \left[ \frac{J_0 + J_1 + J_2 + \dots}{S} - \frac{J_1\tau_1}{1 + S\tau_1} - \frac{J_2\tau_2}{1 + S\tau_2} - \dots \right] \quad (6-5)$$

$$= J_0 + \frac{J_1}{1 + S\tau_1} + \frac{J_2}{1 + S\tau_2} + \dots$$

با اعمال تبدیل لاپلاس و با توجه به  $J(0) = J_0$  داریم:

$$\mathcal{L}\{\sigma * dJ\} = \bar{\sigma}\bar{S}\bar{J} = \bar{\sigma}(\bar{S}\bar{J} - J_0) + \bar{\sigma}J_0 = [kv]\bar{\sigma} \quad (7-5)$$

رابطه کرنش و تابع خزش بصورت زیر است:

$$\varepsilon(t) = \sigma * dJ(t)$$

$$J(t) := J_0 + \sum_{k=1}^{N_{KV}} J_k \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right), J_k = 1/E_k, J_0 = 1/E, \tau_k := \mu_k/E_k \quad (8-5)$$

در این معادله  $J_0 = 1/E$  نشان دهنده پاسخ آنی ماده ویسکوالاستیک یا جمله معادل اثر الاستیک

آن است و  $J_k = 1/E_k$  و  $\tau_k = \mu_k/E_k$  که  $E_k$  و  $\mu_k$  به ترتیب سختی فنر و لزجت میراگر بلوک  $K$ ام

مدل کلوین-ویت هستند. لازم است اشاره شود که در معادلات بعدی همه جا  $E = E_0$  یعنی فنر مجزا

می‌باشد که در مدل کلوین-ویت تعریف شده است و  $J_0 = 1/E = 1/E_0$  خواهد بود. اپراتور استیلیس

کانولوشن  $d$ \* عبارت از:

$$\sigma_z * dJ = \sigma(t)J(0) + \int_0^t \sigma(t-s) \frac{dJ}{ds}(s) ds \quad (9-5)$$

در حالت مرجع که همان ۳ پارامتری است، برای تابع خزش داریم:

$$\begin{aligned}\bar{J}(s) &= \frac{1}{s} \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \\ \bar{\varepsilon}_z(s) &= \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_z(s) - v \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_\phi(s) \\ \bar{\varepsilon}_\phi(s) &= \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_\phi(s) - v \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}_z(s)\end{aligned}\quad (10-5)$$

و برای مدل ۵ پارامتری بطور نمونه می توان نوشت:

$$KV = \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1 + s\mu_1} + \frac{1}{E_2 + s\mu_2}\quad (11-5)$$

$$KV = J_0 + \frac{J_1}{1 + s\tau_1} + \frac{J_2}{1 + s\tau_2}$$

$$\varepsilon_z = (KV)\sigma_z - v(KV)\sigma_\phi$$

$$\varepsilon_\phi = (KV)\sigma_\phi - v(KV)\sigma_z$$

که با جایگذاری در دستگاه معادلات حاکم بدست می آید:

$$(12-5)$$

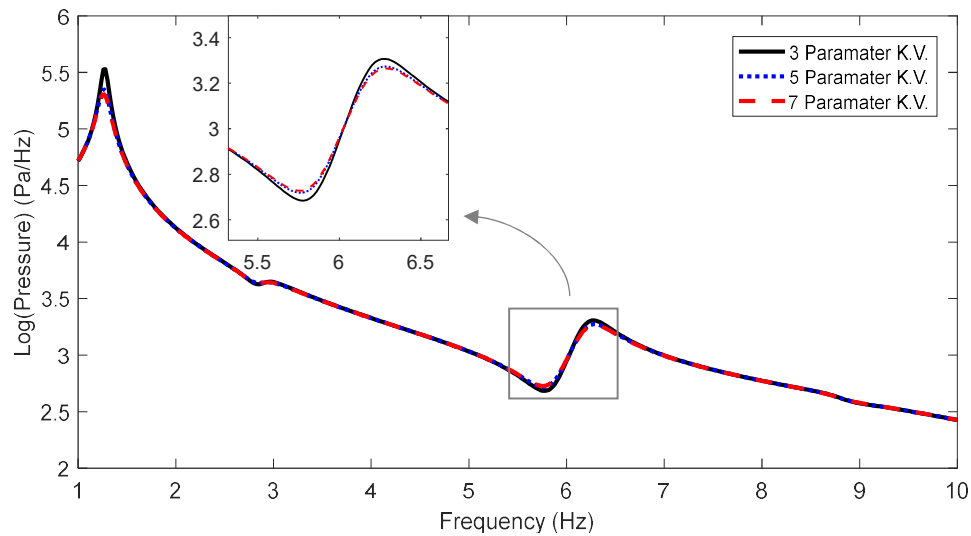
$$\begin{aligned}\sigma_\phi &= \frac{D\tilde{P}}{2e} = \frac{\rho_f g D \tilde{H}}{2e} = \frac{\rho_f g D}{2e} \operatorname{Re}\{h e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\left\{ \frac{\rho_f g D h}{2e} e^{j\omega t} \right\} \\ \varepsilon_\phi &= \operatorname{Re}\{y e^{j\omega t}\}, \dot{\varepsilon}_z = \hat{\omega} i \operatorname{KV} \{v' e^{j\omega t}\} \quad \operatorname{KV} \\ \operatorname{amp} \left\{ \frac{\partial \dot{u}_z}{\operatorname{KV}} \right\} &= \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)_{s=j\omega} \operatorname{KV} \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)_{s=j\omega} \frac{\rho_f g D h}{2e} \\ y &= \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)_{s=j\omega} \frac{\rho_f g D h}{2e} - v \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right)_{s=j\omega} n\end{aligned}$$

دامنه کمیت های کرنش محیطی و نرخ کرنش محوری عبارت است از:

$$v' = (j\omega)[KV]_{s=j\omega} \left( n - \frac{v\rho_f g D}{2e} h \right)\quad (13-5)$$

$$y = [KV]_{s=j\omega} \left( \frac{\rho_f g D}{2e} h - vn \right)$$

بنابراین با داشتن معادلات ماتریسی مشتمل بر جمله  $[k_v]$  که نمایش دهنده مدل مرتبه بالاتر سازه می باشد، مطابق همان الگوریتم قبلی می توان به مطالعه عملکرد سیستم پرداخت. در حوزه فرکانس، افزایش مرتبه مدل کلویین ویت صرفاً سبب طولانی شدن برخی درایه های ماتریس که ماهیت جبری و نه دیفرانسیلی دارند خواهد شد و لذا بررسی این مساله به سهولت قابل انجام است. در ادامه نتایج وابستگی به تعداد المان ها آورده شده است.



شکل ۵-۱۴ - دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست لوله با احتساب کوپل پواسون و اتصال برای مرتبه های مختلف مدل کلویین-ویت

در شکل ۵-۱۴ نتایج آخرین تحلیل که شامل هر دو کوپل پواسون و اتصال است برای مدل های ۳، ۵ و ۷ پارامتری کلویین-ویت ارائه شده است. همانطور که مشاهده می شود مدل سه پارامتری برای ماده PVC مورد بررسی در این مساله، دقت قابل قبولی دارد. با مقایسه منحنی ها می توان استنتاج نمود با افزایش دقت مدل، منحنی در محل قله ها ملایم تر شده که نشان می دهد خاصیت میرایی ماده VE دقیقتر مدل شده است.

## ۴-۵ مطالعه پارامتری حول مشخصات مکانیکی

همانطور که پیشتر بیان گردید یکی از مزیت های نسبی روش های تحلیل فرکانسی سهولت مطالعه پارامتری مساله می باشد که می تواند شناخت بسیار عمیقتری از تاثیر پارامترهای مختلف دخیل در مساله بدهد.

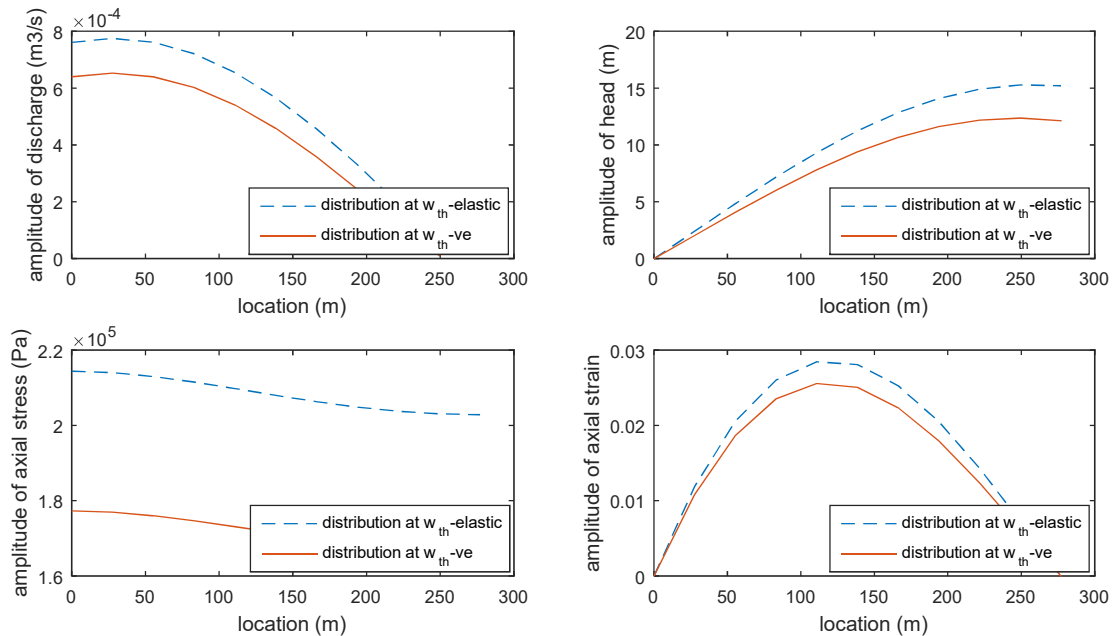
### ۱-۴-۵ مطالعه پارامتری براساس مدل ماتریس انتقال

در ادامه با ارائه نتایج یک تحقیق نمونه بر روی پارامترهای مکانیکی لوله، با استفاده از مدل تعمیم یافته ماتریس انتقال، مزیت نسبی برای مدل حاضر تبیین گردیده است. برای اعمال تغییر روی پارامترهای مکانیکی لوله در بازه های مورد نظر از حلقه هایی در کد متلب استفاده شد. بازه تغییر پارامترها براساس مقادیر متعارف محصولات پلی اتیلنی که از مراجع و استانداردهای مربوطه استخراج شده بود تعیین گردید. ماتریس های ویژه ای برای ذخیره سازی داده های خروجی حاصل از مدل تعریف شد و به کمک حلقه های for در کد متلب در گام نخست، دو پارامتر مدول الاستیسیته و ضریب پواسون در بازه های تعیین شده و با گام های مناسب تغییر یافته و در هر مرحله نتایج در ماتریس ها ذخیره گردید. محدوده تغییرات مدول الاستیسته بین ۲۰۰ مگاپاسکل تا ۱ گیگاپاسکل (برای لوله های HDPE) و محدوده تغییرات ضریب پواسون بین ۰/۴ تا ۰/۵ لحاظ شده است. خروجی های مدل نتایج جالبی را در خصوص تاثیر تغییر این دو پارامتر بخصوص مدول الاستیسیته ارائه می کند.

پیش از ارائه نتایج مطالعه پارامتری و به منظور دستیابی به الگوریتم طراحی مناسب لازم است نقاط بحرانی در هر یک از معیارهای تنش، کرنش، فشار و دبی معرفی گردد. بر اساس شبیه سازی رفتار اندرکنشی شبکه لوله ویسکوالاستیک می توان دریافت نقاطی که بیشینه مقادیر دامنه نوسان پارامترها در آنها رخ می دهد شامل نقاط انتهایی خط لوله و نقطه میانی آن می باشند که نقطه میانی دارای بیشینه دامنه نوسان کرنش بدلیل عدم وجود قید جابجایی می باشد. همین استنباط را می توان از

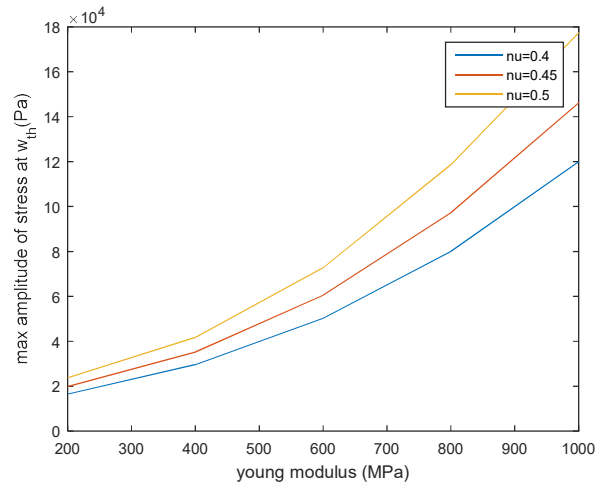
نمودار ترسیم شده در شکل زیر بدست آورد که توزیع دامنه های نوسان را برای فرکانس معادل فرکانس

پایه با نماد  $w_{th}$  نشان می دهد.



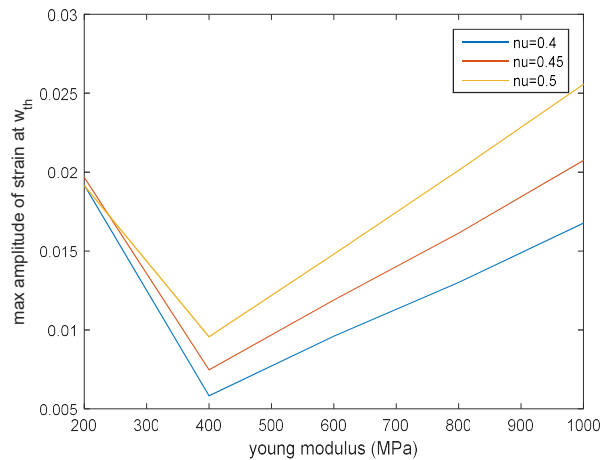
شکل ۵-۱۵- تغییرات دامنه نوسان کمیت های مختلف بر حسب موقعیت در تحریک فرکانس پایه

همانطور که در شکل ۵-۱۵ نشان داده شده است، دامنه نوسان فشار سیال در نقطه انتهایی پایین دست بیشینه است در حالی که نقطه متناظر با شرایط رخداد بیشینه دامنه نوسان دبی در انتهایی بالادست می باشد. در اینجا نیز فرض گردیده که تحریک هارمونیک بواسطه عملکرد شیر پایین دست رخ داده است. بر اساس این منحنی می توان نتیجه گرفت که مقدار تنش و کرنش به ترتیب در نقاط انتهایی بالادست و نقاط میانی شبکه بیشینه خواهد بود. از طریق مطالعه پارامتری می توان به یافته های مناسبی در خصوص طراحی شبکه دست یافت. در واقع دامنه تنش و کرنش می تواند بعنوان معیاری برای یافتن نقاط بحرانی ترسیم گردد. در ادامه گراف هایی ارائه شده است که اثر تغییر پارامترهای مکانیکی لوله ویسکوالاستیک بر نوسانات کمیت های مهم طراحی مثل فشار، تنش، کرنش و دبی تخلیه را نشان می دهد.



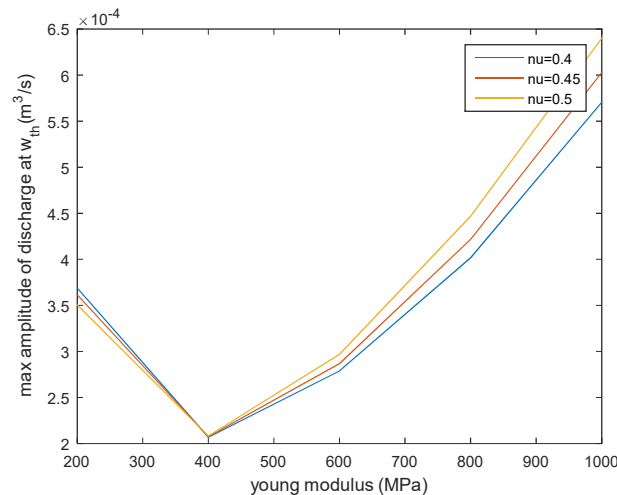
شکل ۵-۱۶- اثر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه تغییر تنش در مقطع بالادست لوله برای ضرایب پواسون متفاوت

در گراف شکل ۵-۱۶ همانطور که مشاهده می شود با افزایش مدول الاستیسیته جداره ویسکوالاستیک دامنه نوسانات تنش در لوله تشدید می یابد. همچنین افزایش ضریب پواسون نیز باعث افزایش تنش گردیده است. علاوه بر نتیجه اشاره شده می توان دریافت که تاثیر تغییر مدول الاستیسیته لوله بر تنش بحرانی تر از تغییر ضریب پواسون خواهد بود. قابل ذکر است دامنه تغییرات مدول الاستیسیته و ضریب پواسون براساس مقادیر واقعی طیف محصولات لوله های پلی اتیلنی در نظر گرفته شده و سعی شده است این محدوده غیرواقعی نباشد.



شکل ۵-۱۷- اثر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه تغییر کرنش در مقطع وسط لوله برای ضرایب پواسون متفاوت

در شکل ۵-۱۷ این بار دامنه تغییرات کرنش لوله مورد بررسی قرار گرفته است. از شکل ۵-۱۴ دریافتیم مقطع بحرانی در مساله حاضر مقطع میانی لوله می باشد. همانطور که در شکل ۵-۱۶ مشاهده می شود در این مقطع از خط لوله به ازای یک مدول الاستیسته خاص در مساله حاضر دامنه کرنش جداره به حداقل خود می رسد. این موضوع به نوبه خود بسیار مهم است و در طراحی و انتخاب نوع لوله ها در عمل بسیار کاربردی خواهد بود و به اقتصادی تر شده طرح کمک می نماید. البته این ویژگی بدلیل کرنش تاخیری در لوله ویسکوالاستیک بوجود می آید و در لوله الاستیک نتیجه یک گراف خطی خواهد بود که با افزایش مدول الاستیسته در آن حالت دامنه کرنش نیز کاهش می یابد. مدول الاستیسته بهینه در این حالت محدود به مقطع میانی خط لوله نمی شود و در سایر موقعیت ها نیز گراف حاصل به همین صورت می باشد. در خصوص تغییر ضریب پواسون همانطور که دیده می شود مشابه گراف قبل افزایش این ضریب افزایش کرنش را در پی خواهد داشت.

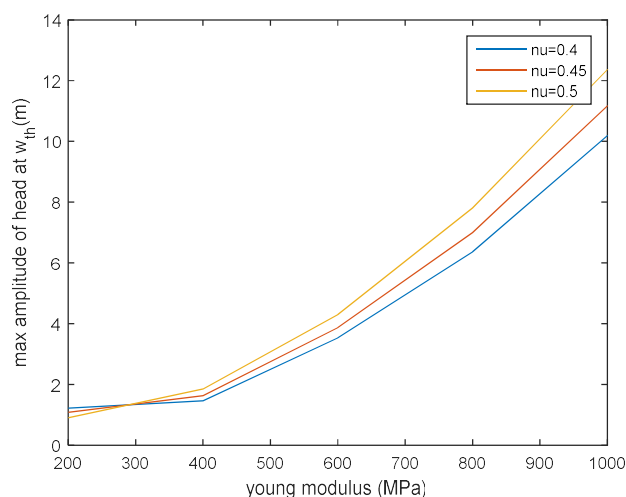


شکل ۵-۱۸- اثر تغییر مدول الاستیسته بر دامنه تغییر دبی در مقطع بالادست لوله برای ضرایب پواسون متفاوت

در شکل ۵-۱۸ اثر تغییر دو پارامتر مدول الاستیسته و ضریب پواسون لوله بر دبی تخلیه سیستم در مقطع بالادست بررسی شده است. در اینجا نیز مشابه گراف شکل ۵-۱۷ در یک مدول الاستیسته خاص (در اینجا ۴۰۰ مگاپاسکال) دامنه تغییر پارامتر طراحی منتخب به حداقل خود رسیده است. دامنه تغییر دبی عبوری از لوله در مقادیر بالاتر مدول الاستیسته افزایش قابل توجهی می یابد. در این شکل

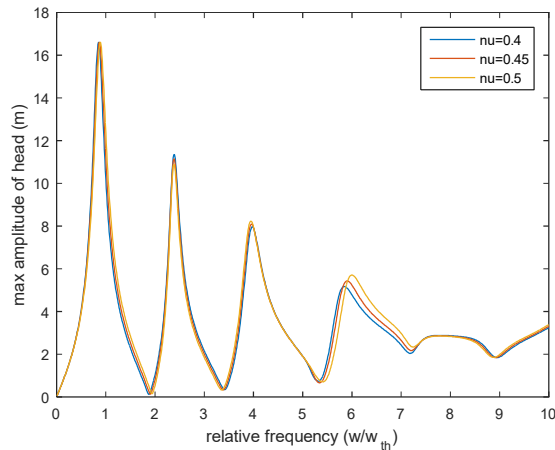


نکته قابل توجه تغییر رفتار سیستم به ازای تغییر ضریب پواسون قبل و بعد از مدول الاستیسته بهینه می باشد. همانطور که مشاهده می شود در ابتدا با افزایش ضریب پواسون دامنه تغییرات دبی کاهش یافته است. اما با افزایش مدول الاستیسته به مقادیر بیش از ۴۰۰ مگاپاسکال، تغییر ضریب پواسون با تغییرات دامنه نوسان دبی نسبت مستقیم خواهد داشت. به علاوه می توان دید که علاوه بر کمینه شدن دامنه تغییرات دبی در مدول الاستیسته اشاره شده اثر تغییرات ضریب پواسون نیز بر دامنه تغییرات دبی کمینه شده است.



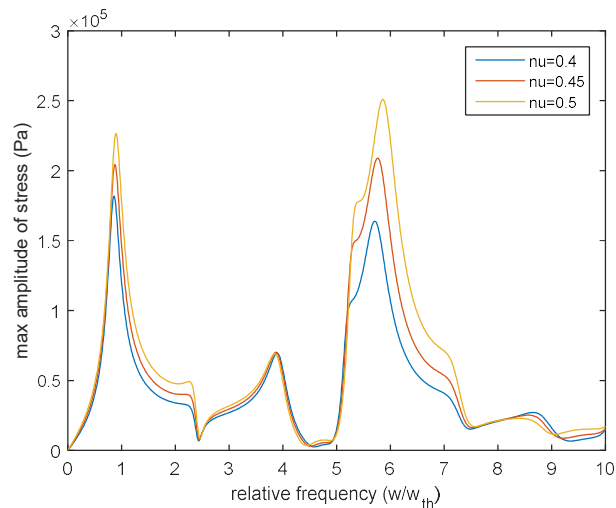
شکل ۵-۱۹- اثر تغییر مدول الاستیسته بر دامنه تغییر فشار سیال در مقطع پایین دست لوله برای ضرایب پواسون متفاوت

در شکل ۵-۱۹ هد فشار در انتهای پایین دست لوله بررسی شده است. دامنه تغییرات هد در این مقطع به ازای افزایش مدول الاستیسته و افزایش ضریب پواسون افزایش می یابد. اما در مقادیر مدول الاستیسته کمتر از ۴۰۰ مگاپاسکال همانطور که مشاهده می شود دامنه نوسان فشار تغییرات بسیار کمی دارد و اثر ضریب پواسون بر این نوسانات در یک مدول الاستیسته خاص (حدود ۳۰۰ مگاپاسکال) تغییر جهت می یابد که البته در این مورد نیز محدوده تغییرات اندک است.



شکل ۵-۲۰- دامنه تغییر فشار سیال در مقطع پایین دست لوله برحسب نسبت فرکانس برای ضرایب پواسون متفاوت

در شکل ۵-۲۰ منحنی پاسخ فرکانسی سیستم برای هد در مقطع پایین دست ترسیم شده است. نتایج منحنی پاسخ فرکانسی شواهد متعددی را در خصوص ماهیت دینامیکی سیستم آشکار می سازد. همانطور که در شکل ملاحظه می گردد در حالت ویسکوالاستیک، بحرانی ترین وضعیت تشدید دامنه هد در مقطع بالادست، متناظر با فرکانس پایه می باشد. جالب است که بدلیل وجود خواص کرنش تاخیری، فرکانس های تشدید جداره ویسکوالاستیک اندکی کمتر از جداره الاستیک می باشد. بعلاوه کاهش دامنه تشدید در فرکانس های بالاتر میزان اثرگذاری خواص ویسکوز و الاستیک را در این سیستم نشان می دهد. به عبارت دیگر ماده ویسکوالاستیک دارای ماهیت تغییر شکل وابسته به زمان است و این سبب می شود اثر میرایی بیشتری در فرکانس های بالاتر از خود نشان دهد. همانطور که در شکل ۱۹-۵ مشاهده می شود اثر تغییرات ضریب پواسون نسبت به تغییرات فرکانس های اعمالی به سیستم قابل توجه نیست.



شکل ۵-۲۱- دامنه تغییر تنش در جداره در مقطع بالا دست لوله برحسب نسبت فرکانس برای ضرایب پواسون متفاوت

در شکل ۵-۲۱ نیز منحنی پاسخ فرکانسی این بار برای کمیت تنش در جداره لوله ترسیم شده است. در اینجا مشاهده می شود تغییرات ضریب پواسون تاثیر بیشتری بر تنش داشته است و این تاثیر در حالت های تشدید بحرانی سیستم قابل توجه بوده و با دامنه تغییرات تنش نسبت مستقیم دارد. نکته قابل توجه در شکل ۵-۲۱ این است که تشدید بحرانی تنش در لوله در نسبت فرکانس به فرکانس پایه حدود ۶ اتفاق افتاده است. این موضوع بدلیل تطابق فرکانس های طبیعی سیال و سازه در این فرکانس خاص می باشد که باعث تشدید بیشتر سیستم نسبت به فرکانس پایه شده است.

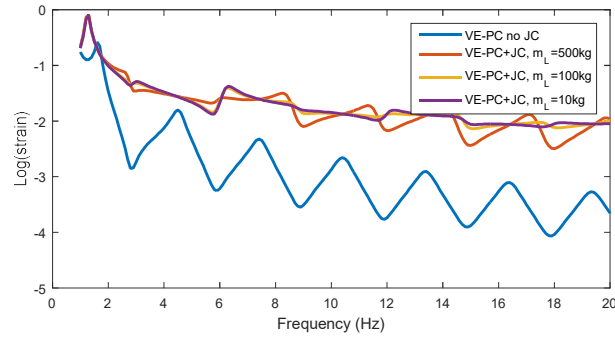
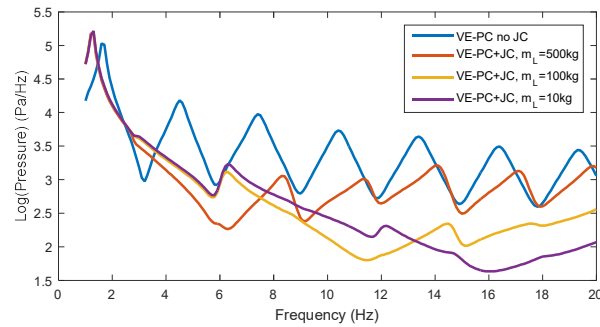
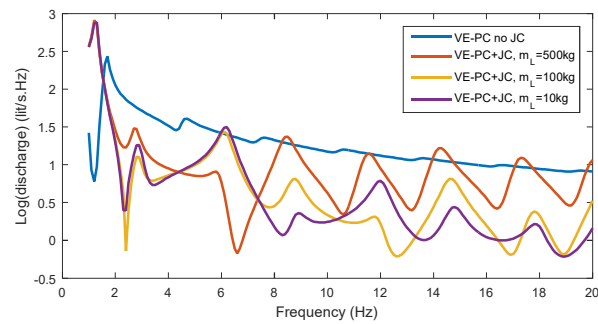
#### ۵-۴-۲ مطالعه پارامتری براساس مدل تبدیل لاپلاس

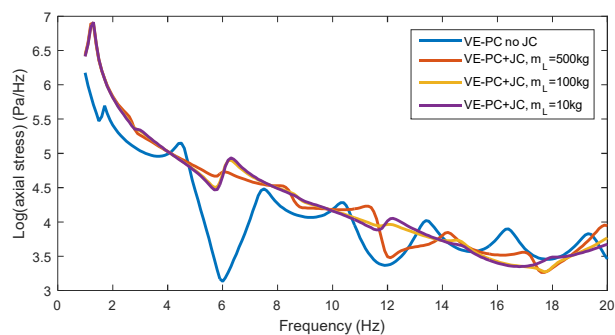
در این قسمت مطالعه پارامتری با بهره گیری از مدل حل تحلیلی بر مبنای تبدیل لاپلاس انجام شده است. این بار مطالعه مبسوط تری با بررسی دو پارامتر مکانیکی ضریب پواسون و مدول الاستیسیته و نیز دو پارامتر هندسی ضخامت دیواره لوله و جرم مقطع پایین دست انجام شده است. محدوده تغییر پارامترهای فوق الذکر در جدول ۵-۷ ارائه شده است.

جدول ۵-۷- محدوده تغییر پارامترهای مکانیکی و هندسی

Parameter	$\nu$	E	$m_l$	e	L	R
min	0.2	1 GPa	10	4 mm	10 m	200 mm
Max	0.5	10 GPa	100	20 mm	50 m	800 mm
Increment	0.05	1 GPa	10	4 mm	10 m	100 mm

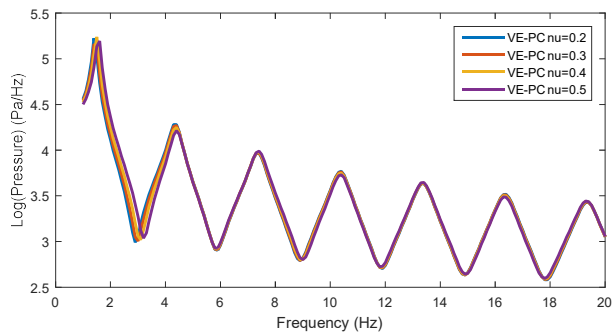
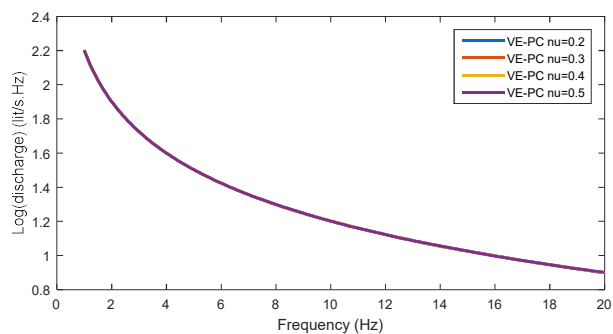
تاثیر تغییر این پارامترها بر دامنه نوسان چهار کمیت وابسته مساله یعنی دبی، هد، تنش و کرنش محوری لوله در قالب منحنی های پاسخ فرکانسی در گراف های شکل (۵-۲۲) تا (۵-۲۵) نمایش داده شده است.

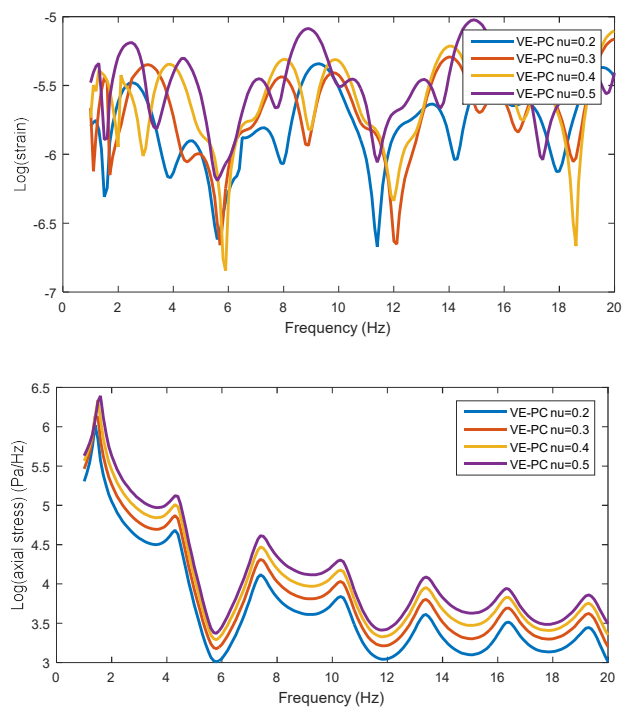




شکل ۵-۲۲- تاثیر افزایش جرم مقطع پایین دست بر دامنه نوسان کمیت های وابسته به ترتیب: دبی و هد سیال، کرنش و تنش محوری لوله

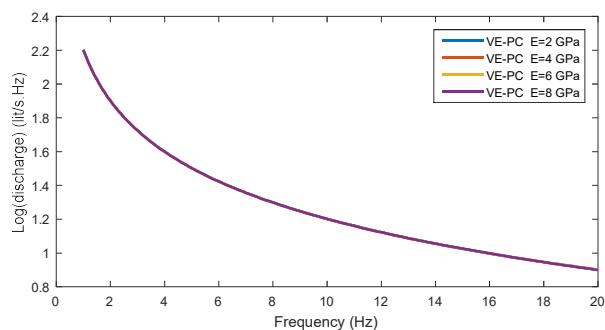
در گراف های چهارگانه شکل فوق ملاحظه می گردد با افزایش جرم رفتار به حالت عدم کوپل اتصال نزدیک می شود که قابل انتظار است. در واقع حالت عدم حرکت نقطه انتهایی معادل جرم شیر بسیار زیاد یا بینهایت است. از سوی دیگر با کاهش جرم شیر انتهایی و بدلیل وجود اینرسی در حرکت آن نقطه مقادیر دامنه در فرکانس های بالاتر با شدت بیشتری کاهش یافته است.

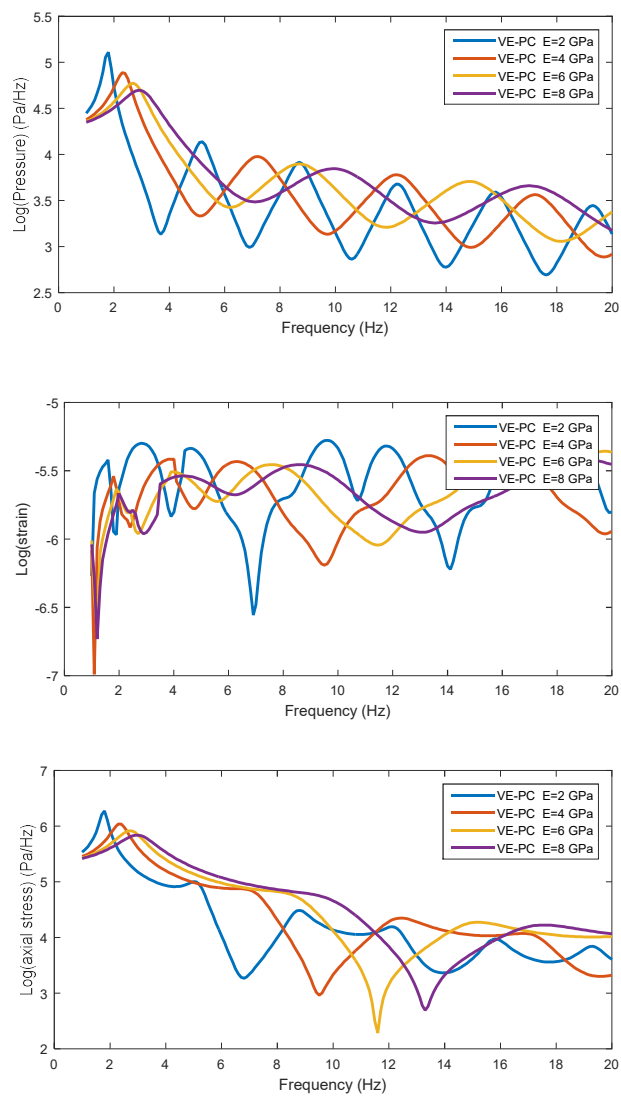




شکل ۵-۲۳- تأثیر تغییر ضریب پواسون بر دامنه نوسان کمیت های وابسته به ترتیب: دبی و هد سیال، کرنش و تنش محوری لوله، در مقطع پایین دست لوله

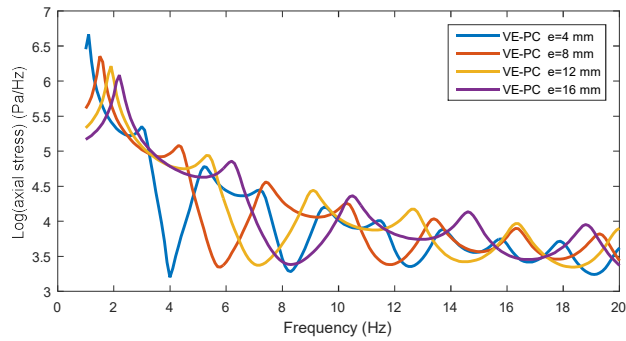
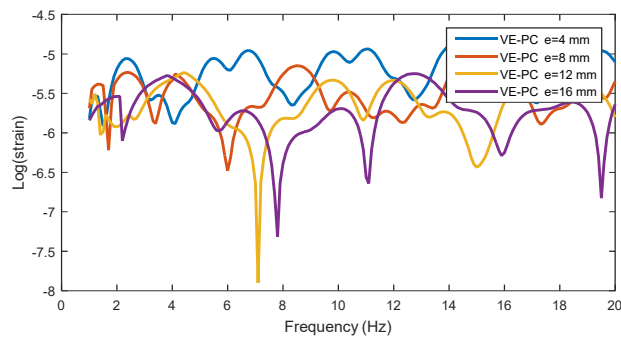
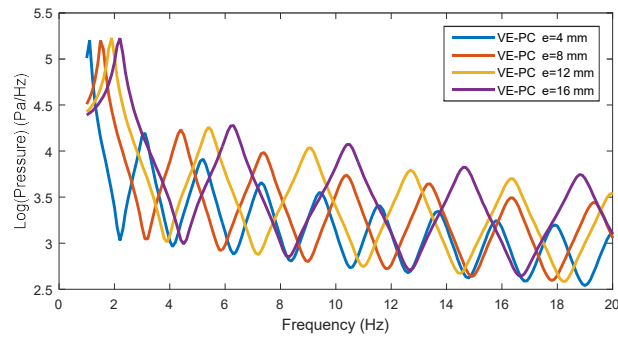
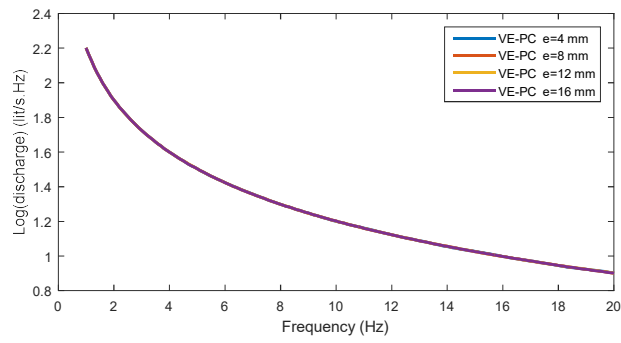
در شکل ۵-۲۳ اثر تغییر ضریب پواسون بر دامنه نوسان کمیت ها در مقطع پایین دست نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می گردد، تأثیر ضریب پواسون بر دبی و هد سیال ناچیز است اما تنش و کرنش تأثیر قابل ملاحظه ای دریافت کرده اند و با افزایش ضریب پواسون دامنه نوسان کرنش و تنش هم افزایش پیدا کرده اما فرکانس های طبیعی سیستم تغییری نکرده است.





شکل ۵-۲۴- تاثیر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه نوسان کمیت های وابسته به ترتیب: دبی و هد سیال، کرنش و تنش محوری لوله، در مقطع پایین دست لوله

در شکل ۵-۲۴ اثر تغییر مدول الاستیسیته بر دامنه نوسان کمیت ها در مقطع پایین دست نمایش داده شده است. نکته قابل توجه در هر چهار گراف شکل این است که با افزایش مدول یانگ تعداد فرکانس های رزونانس سیستم یا به عبارت ساده تر تعداد قله ها در منحنی های دامنه بر حسب فرکانس کمتر شده است.



شکل ۵-۲۵- تاثیر تغییر ضخامت جداره بر دامنه نوسان کمیت های وابسته به ترتیب: دبی و هد سیال، کرنش و تنش محوری لوله، در مقطع پایین دست لوله



در شکل ۵-۲۵ نیز تاثیر ضخامت جداره لوله بر دامنه نوسان کمیت ها بررسی شده است. با افزایش ضخامت لوله همانطور که در گراف فشار مشاهده می شود، دامنه نوسان فشار افزایش یافته است که این بدلیل افزایش صلبیت لوله است و در عین حال مشابه حالت افزایش مدول یانگ تعداد فرکانس های تشدید در بازه فرکانسی مورد مطالعه کاهش یافته است. همچنین در نمودارهای کرنش و تنش ملاحظه می شود دامنه نوسان کمیت ها با افزایش ضخامت کاهش می یابد.

منحنی های پاسخ فرکانسی که در گراف های این بخش ارائه شد، شواهد مهمی را انعکاس می دهد. در واقع بر اساس حل فرکانسی، امکان دستیابی به شرایط بحرانی سیستم بدون نیاز به محاسبات زیاد برای بازه های زمانی طولانی فراهم شده است. به کمک همین ابزار، تحلیل پارامتری سیستم با سهولت میسر گردیده و تاثیر تغییر پارامترهای مکانیکی و هندسی لوله بر مشخصه های دینامیکی ارزیابی شده است. به طور خلاصه از این نمودارها می توان نتیجه گرفت که انتخاب نوع لوله ویسکوالاستیک و مشخصات مکانیکی آن، تاثیر قابل توجه در کاهش سایش و ضخامت و بالطبع هزینه دارد. به طور نمونه مشاهده می شود در یک مدول الاستیسیته ویژه دامنه تغییر کمیت ها به حداقل رسیده و در این حالت می توان از جداره سبک تر استفاده نمود. بر همین اساس می توان مسایل بهینه سازی خطوط لوله و شبکه های انتقال را با رویکرد حل فضای فرکانسی ساده تر و موثر تر از مدل های حوزه زمان، فرمول بندی کرد.



## فصل ششم - نتیجه گیری و پیشنهادات

## ۱-۶ مقدمه

در این تحقیق یک مدل فرکانسی برای مطالعه جریان گذرا در لوله ویسکوالاستیک توسعه یافت. این مدل براساس روش ماتریس انتقال و شیوه تبدیل لاپلاس معادلات و شرایط مرزی در حوزه فرکانس بیان گردید. معادله ماتریسی منتج شده با استفاده از محاسبات مفصل و از طریق قطری سازی ماتریس انتقال به صورت تحلیلی حل گردید. شرایط مرزی از جمله تابع تحریک از دو روش سری فوریه و تبدیل لاپلاس در مدل اعمال گردید. اعتبار این مدل بر پیاده سازی در چند مساله نمونه بررسی و تایید شد. در ادامه یک سیستم نمونه مخزن-لوله ویسکوالاستیک-شیر برای دستیابی به منحنی پاسخ فرکانسی سیستم به عنوان مطالعه موردی مورد بررسی قرار گرفت. در پژوهش حاضر با هدف درک اهمیت و تاثیر مکانیزم‌ها و مدل‌ها، فیزیک‌های مختلفی در قالب آنالیز پاسخ فرکانسی مدلسازی و تحلیل شد. حالت‌های متنوع تحلیل شده شامل سیستم با لوله ویسکوالاستیک و الاستیک متناظر، با و بدون احتساب اثرات اندرکنشی می‌باشد.

نتایج این تحلیل‌ها در قالب گراف‌های مقایسه‌ای تدوین و ارائه شده است. همچنین مدل کلونین-ویت با دقت‌های مختلف به کار گرفته شد تا دقت بهینه برای مساله حاضر بررسی شود. به علاوه یک مطالعه پارامتری نمونه برای نمایش قابلیت‌ها و سهولت بکارگیری این مدل نیز ارائه شد.

## ۲-۶ نتایج

بر اساس مدلسازی ارائه شده در این تحقیق، آنالیز در حوزه فرکانس می‌تواند نسبت به تحلیل‌های حوزه زمان در زمینه پیش‌بینی رفتار جریان گذرا در لوله ویسکوالاستیک سریع و در عین حال دقیق باشد. یک مزیت کلیدی روش تحلیل در حوزه فرکانس امکان مطالعه پارامتری موثر و سریع در قالب یک مدل ساده شده است. در تکمیل پژوهش حاضر، بررسی تاثیر پارامترهای هندسی، مکانیکی و ضرایب

خزش در رفتار کلی سیستم به سهولت قابل انجام است. به طور خلاصه از نتایج این بررسی‌ها می‌توان دستاوردهای زیر را برشمرد:

۱- رفتار لوله ویسکوالاستیک تاثیر بسزایی در پاسخ سیستم بخصوص در فرکانس‌های طبیعی دارد. این تاثیر مشابه اثر استهلاک سازه‌ای و رفتار میراگرها در سیستم‌های مکانیکی می‌باشد. صرفنظر کردن از مدلسازی لوله ویسکوالاستیک و بکارگیری مدل الاستیک بجای آن، باعث می‌شود نتایج دست بالا بدست آیند.

۲- فرکانس‌های طبیعی در حالت ویسکوالاستیک در مقایسه با حالت الاستیک کاهش یافته است. اگرچه برای لوله PVC در نظر گرفته شده در این مساله این اختلاف ناچیز است. میزان تاثیر ویسکوالاستیسیت و کرنش تاخیری بر کاهش فرکانس‌های طبیعی می‌تواند به پارامترهای هندسی و مکانیکی سیستم نیز وابسته باشد که نیازمند مطالعه بیشتر است.

۳- صرفنظر کردن از کوپل پواسون باعث جابجایی قابل توجه منحنی پاسخ فرکانسی در امتداد محور فرکانس می‌شود. عدم احتساب این مکانیزم تداخلی فرکانس‌های طبیعی بزرگتری را بدست می‌دهد. بنابراین برای حصول نتیجه قابل استناد مکانیزم‌های اندرکنشی اثرگذار در مساله باید شناسایی و در مدل اعمال شوند.

۴- علاوه بر کوپل پواسون، کوپل اتصال نیز بسته به شرایط مرزی در مساله می‌تواند تاثیر قابل توجهی در خروجی مدل‌ها داشته باشد و تاثیر آن با افزایش جرم در مقطع آزاد لوله کاهش می‌یابد.

۵- عملکرد مدل ۳ پارامتری کلونین-ویت اعمال شده در مساله حاضر و برای لوله PVC مورد بررسی در مقایسه با مدل‌های مرتبه بالاتر قابل قبول می‌باشد. اختلاف جزئی در مقادیر دامنه نوسان پارامترها در فرکانس‌های طبیعی مشاهده شد که با افزایش دقت مدل، منحنی‌های نرمتری

در این نقاط بدست آمد. البته این نتیجه گیری را نمی توان به سایر مواد ویسکوالاستیک مثل لوله های PE تعمیم داد.

## ۳-۶ پیشنهادات

با مطالعه در فعالیت های قبلی انجام شده، می توان دریافت رویکردهای ترکیبی بویژه بر مبنای شیوه های توسعه یافته در فضای فرکانس از جمله شیوه ماتریس انتقال و تفسیر آن به شرایط گذرا، زمینه های پژوهشی نوین و سودمندی را بدست می دهد. از این میان برخی عناوین نوین و برخوردهای بدیع با مساله جریان در خط ویسکوالاستیک که نیاز تحقیقاتی حول آن احساس می شود، عبارت است از:

۱- توسعه مدل حاضر از جنبه های مختلف می تواند در پژوهش های آتی صورت پذیرد. به

عنوان نمونه احتساب اثر اصطکاک غیرماندگار در مدل فرکانسی ارائه شده. توسعه مدل برای

لوله های ویسکوالاستیک سری با مقاطع متفاوت و نیز دخالت دادن شرایط دمایی و تغییرات

دما در مدل و یا به صورت کلی مدلسازی ماده ویسکوالاستیک با خواص متغیر

۲- مطالعه پارامتری مفصل با هدف بهینه یابی عملکردی بر روی مشخصات هندسی و مکانیکی

لوله های ویسکوالاستیک بخصوص مشخصه های خزشی آن ها که نتیجه آن بدست آوردن

بازه های بهینه آن پارامترها براساس حداقل کردن تنش و فشار در شرایط بهره برداری

باشد.

۳- کالیبراسیون پارامترهای خزشی برای انواع لوله های پلیمری و PVC که در قالب داده های

ورودی در مدل اعمال می شوند از طریق مقایسه نتایج آزمایشگاهی با خروجی های مدل

که برای این کار احتمالاً نیاز به ساخت نمونه آزمایشگاهی نیز می باشد.

۴- توسعه مدل برای تحلیل رفتار لوله های کامپوزیتی که رفتار ویسکوالاستیک ناهمگن در

جهت مختلف دارند (مانند لوله های GRP)

۵- تعریف مساله جدیدی به منظور بهینه یابی تعداد، موقعیت و خواص مکانیکی تکیه گاه ها

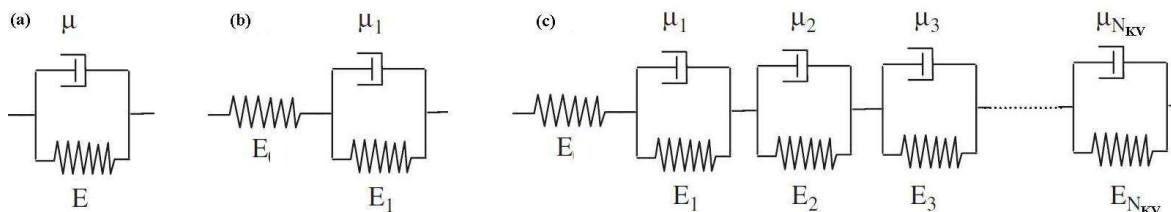
در جهت کاهش تنش ها و فشارها در خط لوله

## ضمیمه الف - مدل سازی جداره ویسکوالاستیک

در مواد ویسکوالاستیک از مصالحی صحبت می شود که ویژگیهای سیالات و جامدات را دارا می باشند. برای شبیه سازی رفتار مکانیکی یک ماده جامد الاستیک خطی، معمولاً از یک فنر استفاده می شود که در حالت یک بعدی با رابطه ای به صورت  $F_s = k_1 u$ ، که در آن  $F$  نیرو و  $u$  جابجایی و اندیس  $S$  جهت نشان دادن فنر است مدل سازی می شود. برای شبیه سازی رفتار مکانیکی یک سیال ویسکوز خطی، معمولاً از یک میراگر ویسکوز (لزج) استفاده می شود که در حالت یک بعدی با رابطه  $F_D = k_2 \dot{u}$  مدل سازی می شود که در آن اندیس  $D$  نشان دهنده میراگر و نقطه در بالای  $u$  نشان دهنده مشتق جابجایی نسبت به زمان است. جهت بیان پاسخ یک ماده ویسکوالاستیک خطی، یک روش در نظر گرفتن سیستمی متشکل از یک فنر و یک میراگر که به صورت موازی نسبت به هم قرار داده شده اند می باشد. در این صورت بدیهی است که کل نیروی وارده بر این سیستم  $F = F_D + F_s$  و بنابراین  $F = k_1 u + k_2 \dot{u}$  خواهد بود. برطبق این رابطه، که برای یک سیستم در معرض یک نیرو و متشکل از یک فنر و یک میراگر موازی صادق است یک مدل مکانیکی مطابق شکل الف-۱-ا تعریف می شود. در این مدل رابطه حاکم بین تنش  $\sigma$  و کرنش  $\epsilon$  که بر این سیستم (مجموعه فنر و میراگر) عمل می کنند عبارت است از

$$p_0 \sigma = q_0 \epsilon + q_1 \dot{\epsilon}, \quad p_0 = 1, \quad q_0 = E, \quad q_1 = \mu, \quad (\text{الف-۱})$$

که در آن  $E$  مدول الاستیسیته فنر و  $\mu$  ویسکوزیته میراگر و  $\dot{\epsilon}$  آهنگ تغییر کرنش است.



شکل الف-۱: نمایش مکانیکی یک ماده جامد ویسکوالاستیک. (a): یک المان کلویین - ویت. (b): مدل سه پارامتری کلویین - ویت. (c): مدل تعمیم یافته کلویین - ویت.

شکل الف-۱-ا نشان دهنده مدل کلویین-ویت متشکل از یک المان است. معمولاً این مدل نمی تواند

به درستی پاسخ مواد ویسکوالاستیک را شبیه سازی کند. مدل کامل تری بنام مدل کلی (جامع) کلویین-



ویت که در شکل الف-۱-c نشان داده شده است، ابزاری برتر برای این منظور است. در این مدل تعداد المان کلونین- ویت به صورت سری به همراه یک فنر اضافی به هم متصل شده اند. با استفاده از آنالیز مشابهی که جهت بدست آوردن معادله (الف-۱) انجام شد می توان ثابت کرد که رابطه حاکم برای مدل تعمیم یافته کلونین- ویت به شکل زیر می باشد [6].

$$p_0 \sigma + \sum_{k=1}^{N_{KV}} p_k \frac{d^k \sigma}{dt^k} = q_0 \varepsilon + \sum_{k=1}^{N_{KV}} q_k \frac{d^k \varepsilon}{dt^k}, \quad (\text{الف-۲})$$

که در آن ضرایب p و q توابعی از مدول الاستیسیته فنر و ویسکوزیته میراگر مربوط به هر المان می باشند که با اندیس های 1 الی NKV برای هر المان (مطابق شکل الف-۱-c) نشان داده شده اند. در اینجا رابطه فوق برای یک سیستم سه پارامتری کلونین - ویت (NKV=1) نشان داده در شکل الف-۱-b اثبات می شود.

روابط اصلی که برای یک مدل سه پارامتری کلونین- ویت صادق هستند عبارتند از:

$$\sigma = \sigma_0 = \sigma_1, \quad (\text{الف-۳})$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1, \quad (\text{الف-۴})$$

که در آن اندیس 0 نشان دهنده خصوصیات یک فنر تنها و اندیس 1 نشان دهنده ویژگیهای مربوط به یک المان کلونین - ویت است. متغیرهای بدون اندیس نشان دهنده خصوصیات کل سیستم متشکل از سه پارامتر می باشند. به این ترتیب  $\sigma_0$  و  $\sigma_1$  به صورت زیر قابل بیان هستند.

$$\sigma = \sigma_0 = E_0 \varepsilon_0 \quad (\text{الف-۵})$$

$$\sigma = \sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1 \quad (\text{الف-۶})$$

برای بدست آوردن یک رابطه دیفرانسیلی بنیادی بین تنش و کرنش در سیستم مورد نظر، رابطه (الف-۴) که در آن  $\varepsilon_0$  بر حسب  $\sigma$  با استفاده از (الف-۵) قابل بیان است را در E1 ضرب می نماییم. از

سوی دیگر، با توجه به رابطه (الف-۴)، از آن نسبت به زمان مشتق گیری نموده و در  $\mu_1$  ضرب می نماییم. در نهایت دو رابطه اخیر حاصله را با هم جمع می نماییم، رابطه زیر حاصل خواهد شد.

$$E_1 \varepsilon + \mu_1 \dot{\varepsilon} = \frac{E_1}{E_0} \sigma + \frac{\mu_1}{E_0} \dot{\sigma} + E_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1, \quad (\text{الف-۷})$$

که با توجه به رابطه (الف-۶) به صورت زیر قابل نوشتن است.

(الف-۸)

$$p_0 \sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon}, \quad p_0 = 1, \quad p_1 = \frac{\mu_1}{E_0 + E_1}, \quad q_0 = \frac{E_0 E_1}{E_0 + E_1}, \quad q_1 = \frac{E_0 \mu_1}{E_0 + E_1}.$$

این رابطه معادل رابطه (الف-۲) در حالتی که  $NKV=1$  می باشد است.

همانطور که مشاهده گردید رابطه حاکم بین تنش و کرنش برای مواد ویسکوالاستیک خطی شامل

جملاتی از مشتقات زمانی تنش و کرنش می باشد. با استفاده از تبدیل لاپلاس و سپس معکوس آن [6]

یک شکل جایگزین برای بیان رابطه تنش و کرنش به صورت زیر پیدا می شود.

$$\varepsilon(t) = \sigma(t)J(0) + \int_0^t \sigma(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds = (\sigma * dJ)(t) = (J * d\sigma)(t), \quad (\text{الف-۹})$$

" \* " نشان دهنده اپراتور کانولوشن و " d " اپراتور استیلیس کانولوشن (این دو اپراتور و روابط

اساسی مربوط به آنها، در قسمت های آتی همین بخش بررسی خواهند شد) می باشند. اپراتور استیلیس

کانولوشن نسبت به اپراتور کانولوشن معمولی دارای یک ترم اضافی  $\sigma(t)J(0)$  که نشانگر پاسخ آنی

(الاستیک) سیستم است می باشد. در فرمول فوق تابع خزش تطابقی  $J(t)$  مطابق با مدل تعمیم یافته

کلوین- ویت به صورت زیر به دست خواهد آمد [43].

$$J(t) := J_0 + \sum_{k=1}^{N_{KV}} J_k \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right), \quad J_k = 1/E_k, \quad J_0 = 1/E, \quad \tau_k := \mu_k / E_k \quad (\text{الف-۱۰})$$

که در آن  $J_0 = 1/E$  نشان دهنده پاسخ آنی مصالح ویسکوالاستیک،  $J_k = 1/E_k$  نشان دهنده خزش

تطابقی فنر مربوط به المان k ام کلوین- ویت و  $E_k$  مدول الاستیسیته فنر k ام و  $\tau_k$  زمان تاخیر میراگر

k ام است. در اینجا  $\tau_k := \mu_k / E_k$  که در آن  $\mu_k$  ویسکوزیته میراگر k ام است (منظور از  $\tau_k$  تساوی تعریف شده است). معادلات (الف-۹) و (الف-۱۰) برای یک مدل سه پارامتری کلوین-ویت در صفحه بعد اثبات می‌شوند.

شرط اولیه ضروری جهت معادله مربوط به مدل سه پارامتری کلوین ویت (الف-۸) به صورت زیر می‌باشد [6]

$$p_1 \sigma(0) = q_1 \varepsilon(0). \quad (\text{الف-۱۱})$$

معادله دیفرانسیل ارائه شده در (الف-۸) به همراه شرط اولیه (الف-۱۱)، مدل سه پارامتری کلوین-ویت ارائه شده در شکل الف-۱-b را به صورت کامل توصیف می‌کنند. جهت بدست آمدن یک فرمولاسیون انتگرالی بین تنش و کرنش، اپراتور لاپلاس به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$L(f(t)) = \bar{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt. \quad (\text{الف-۱۲})$$

بر طبق این اپراتور و با استفاده از انتگرالگیری جزء به جزء می‌توان ثابت کرد که تبدیل لاپلاس مشتق یک تابع به صورت زیر بدست می‌آید.

$$L\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = sL(f(t)) - f(0) = s\bar{f}(s) - f(0). \quad (\text{الف-۱۳})$$

در راستای این اپراتور، تابع  $f_3$  که به عنوان انتگرال کانولوشن<sup>۱</sup> (یا ریمان کانولوشن) دو تابع  $f_1$  و  $f_2$  خوانده می‌شود و به صورت  $f_1 * f_2$  نشان داده می‌شود به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$f_3(t) = \int_0^t f_1(t-s) f_2(s) ds, \quad (\text{الف-۱۴})$$

در این حالت، این ویژگی مهم برقرار خواهد بود.

$$L(f_3(t)) = \bar{f}_3(s) = L(f_1(t) * f_2(t)) = L(f_1(t)) L(f_2(t)) = \bar{f}_1(s) \bar{f}_2(s). \quad (\text{الف-۱۵})$$

<sup>1</sup> convolution integral

اکنون چنانچه از رابطه (الف-۱۴) لاپلاس گیری شود خواهیم داشت.

$$p_0 \bar{\sigma} + p_1 (s \bar{\sigma} - \sigma(0)) = q_0 \bar{\varepsilon} + q_1 (s \bar{\varepsilon} - \varepsilon(0)), \quad (\text{الف-۱۶})$$

که با توجه به شرط اولیه (الف-۱۱) به رابطه زیر منجر خواهد شد.

$$\bar{\varepsilon}(s) = \left( \frac{p_0 + p_1 s}{q_0 + q_1 s} \right) \bar{\sigma}(s). \quad (\text{الف-۱۷})$$

از تعریف  $J_1 = 1/E_1$ ,  $J_0 = 1/E$ ,  $\tau_1 = \mu_1/E_1$  رابطه (الف-۱۷) به صورت زیر قابل نوشتن است.

(الف-۱۸)

$$\bar{\varepsilon}(s) = \bar{\sigma}(s) s \left( \frac{J_0 + J_1}{s} - \frac{J_1 \tau_1}{s \tau_1 + 1} \right) := \bar{\sigma}(s) s \bar{J}(s), \quad \bar{J}(s) = \left( \frac{J_0 + J_1}{s} - \frac{J_1 \tau_1}{s \tau_1 + 1} \right).$$

اگر رابطه فوق به صورت زیر نوشته شود

$$\bar{\varepsilon}(s) = \bar{\sigma}(s) (s \bar{J}(s) - J(0)) + \bar{\sigma}(s) J(0), \quad \bar{J}(s) = \left( \frac{J_0 + J_1}{s} - \frac{J_1 \tau_1}{s \tau_1 + 1} \right), \quad (\text{الف-۱۹})$$

آنگاه با توجه به (الف-۱۳)، به صورت زیر قابل تبدیل خواهد بود.

$$\bar{\varepsilon}(s) = \bar{\sigma}(s) L \left( \frac{dJ(t)}{dt} \right) + \bar{\sigma}(s) J(0), \quad J(t) = J_0 + J_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right), \quad (\text{الف-۲۰})$$

و با توجه به خاصیت (الف-۱۵) به فرم زیر در خواهد آمد

$$\bar{\varepsilon}(s) = L \left( \sigma(t) * \frac{dJ(t)}{dt} \right) + \bar{\sigma}(s) J(0), \quad J(t) = J_0 + J_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right), \quad (\text{الف-۲۱})$$

که در حقیقت این رابطه، تبدیل لاپلاس گرفته شده از رابطه زیر است.

$$\varepsilon(t) = \sigma(t) J(0) + \int_0^t \sigma(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds, \quad J(t) = J_0 + J_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right). \quad (\text{الف-۲۲})$$

در استفاده از رابطه انتگرالی بین تنش و کرنش ارایه شده در (الف-۲۲)، برای سادگی، می توان یک

اپراتور جدید و ساده کننده بنام استیلیس کانولوشن تعریف کرد (Wineman and Rajagopal 2000).

این اپراتور از دو تابع  $Q(t)$  و  $G(t)$  (که باید برای کلیه  $t < 0$  مقدارشان صفر بوده و برای  $t \geq 0$  تکه‌ای پیوسته باشند) تابع جدید استیلیس کانولوشن را به صورت زیر ارایه می‌نماید.

$$G * dQ(t) := G(t)Q(0) + \int_0^t G(t-s) \frac{dQ(s)}{ds} ds. \quad (\text{الف-۲۳})$$

بنابراین، رابطه (الف-۲۲) به صورت ساده شده زیر قابل نوشتن است.

$$\varepsilon(t) = \sigma * dJ(t), \quad J(t) = J_0 + J_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right). \quad (\text{الف-۲۴})$$

قابل ذکر است به عنوان یک روش دیگر چنانچه  $\varepsilon_0, \varepsilon_1$  در روابط (الف-۵) و (الف-۶) براساس  $\sigma$  نوشته شوند (باتوجه به شرط اولیه (الف-۱)) و سپس روابط حاصله در (الف-۴) جایگزین شوند، رابطه (الف-۲۴) بدست خواهد آمد.

رابطه (الف-۲) که برای یک مدل تعمیم یافته کلونین-ویت ارایه گردید و برای یک مدل سه پارامتری کلونین-ویت در قسمت‌های قبل اثبات شد بیانگر این است که کل کرنش در یک سیستم با مصالح ویسکوالاستیک از دو جزء الاستیک و ویسکوالاستیک تشکیل شده است. بخش ویسکوالاستیک تابعی از کل تاریخچه بارگذاری وارده بر سیستم و توابع خزش تطابقی می‌باشد. پاسخ ویسکوالاستیک در حقیقت از روی هم انباشته شدن پاسخ‌های جزئی مربوط به هر جزء بارگذاری از ابتدا تا لحظه فعلی بدست می‌آید.

## ضمیمه ب - کد محاسباتی و سابروتین ها

در این قسمت بخش هایی از کد نگارش شده در پژوهش حاضر به منظور سهولت دسترسی محققین و توسعه آتی آن درج می گردد.

### ب-۱ کد مربوط به آنالیز حالت های متنوع اندرکنشی

در این قسمت بخشی از کد اصلی تحقیق حاضر ارائه شده است که با فراخوانی توابع یا زیربرنامه ها نتایج مدل را در قالب گراف های مقایسه ای ارائه می نماید.

```
fmax=20;
f=1:0.1:fmax; % Hz
E=1.43e9; % *(1+0.01j); %210e9; % *(1+0.01j);%
nu=0.36;

%-----no FSI- Viscoelastic-----
j1=1.057e-10;
tu1=0.05;
j2=1.054e-10;
tu2=0.5;
j3=0.9051e-10;
tu3=1.5;
VE_noFSI=JCnoPC(E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2, tu3, fmax,0);

%-----JC- Viscoelastic-----
j1=1.057e-10;
tu1=0.05;
j2=1.054e-10;
tu2=0.5;
j3=0.9051e-10;
tu3=1.5;
VE_JC=JCnoPC(E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2, tu3, fmax,1);

%-----PC-ViscoElastic-----
j1=1.057e-10;
tu1=0.05;
j2=1.054e-10;
tu2=0.5;
j3=0.9051e-10;
tu3=1.5;
VE_PC=PCandJC(E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2, tu3, fmax,0);

% %-----no FSI-Elastic-----
j1=0; %1.057e-10;
tu1=0; %0.05;
```

```

j2=0;%1.054e-10;
tu2=0; %0.5;
j3=0; %0.9051e-10;
tu3=0; %1.5;
E_noFSI=JCnoPC(E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2, tu3, fmax,0);

% %-----JC-Elastic-----
j1=0; %1.057e-10;
tu1=0; %0.05;
j2=0;%1.054e-10;
tu2=0; %0.5;
j3=0; %0.9051e-10;
tu3=0; %1.5;
E_JC=JCnoPC(E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2, tu3, fmax,1);

%-----PC-Elastic-----
j1=0; %1.057e-10;
tu1=0; %0.05;
j2=0; %1.054e-10;
tu2=0; %0.5;
j3=0; %0.9051e-10;
tu3=0; %1.5;
E_PC=PCandJC(E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2, tu3, fmax,0 );

%-----PC+JC-ViscoElastic-----
j1=1.057e-10;
tu1=0.05;
j2=1.054e-10;
tu2=0.5;
j3=0.9051e-10;
tu3=1.5;
VE_PCJC=PCandJC(E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2, tu3, fmax,1);

%-----PC+JC-Elastic-----
j1=0; %1.057e-10;
tu1=0; %0.05;
j2=0; %1.054e-10;
tu2=0; %0.5;
j3=0; %0.9051e-10;
tu3=0; %1.5;
E_PCJC=PCandJC(E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2, tu3, fmax,1 );
% -----

```

## ب-۲ زیر برنامه برای حل اندرکنشی

در اینجا یکی از سابروتین های کد فوق برای تحلیل با احتساب هردو کوپل پواسون و اتصال ارائه شده است.

```
function [ YY ] = PCandJC( E, nu, j1, j2, j3, tu1, tu2,
tu3, fmax, jc )
%UNTITLED3 Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here
% 960930

l=20; % 277;
d=2*0.3985; % 0.051; % 0.75
e=0.008; % 0.006; % thickness
g=9.81;
af=pi*d^2/4;
as=pi*((d+e)^2-d^2)/4;
mvalve=1; % kg
%q01=af; % for v01 to be 1, steady state flow in m3/s
%h01=0.051; % for v01 to be 1, steady state or upstream
reservoir head in m
hlr=0; % amp for the upstream constant head reservoir
rof=1000; % fluid density
rot=1000; % 1000; % may be PVC

j0=1/E;
K=2.1e9; % bulk modulus of liquid
E1=1/j1;
mio1=tu1*E1;
p0=1;
p1=mio1/(E+E1);
q0=E*E1/(E+E1);
q1=E*mio1/(E+E1);

cf=(rof*(1/K+d*(1-nu^2)/(e*E)))^-(0.5); % a
f_f=0.0005; % friction factor ten times larger than laminar
mio=0.001
f_s=0.002; % =(d*rof)/(4*e*rot)*f_f;
D_s=21; % 2*zeta*ct in Hz (ct^2=E/ro for the structure)
zeta=0.002;
YY=[];
for f=1:0.1:fmax
% zetaawn=0.005*f;
s=2*pi*f*1j;
kv=j0+j1/(1+tu1*s)+j2/(1+tu2*s)+j3/(1+tu3*s); %
=(p0+p1*s)/((q0+q1*s)
% equations sAY+B(dY/dz)=r in which A=A+C/s
```



```

a22=1/K+d/e*kv*(1-nu^2);
a42=d*nu/(2*e)*kv;
a44=-kv;
AA=[1 0 0 0;...
    0 a22 0 0;...
    0 0 1 0;...
    0 a42 0 a44];
BB=[0 1/rof 0 0;...
    1 0 -2*nu 0;...
    0 0 0 -1/rot;...
    0 0 1 0];
CC= [f_f 0 -f_f 0;0 0 0 0;-f_s 0 f_s+D_s 0;0 0 0 0]; %
zeros(4,4); %
AA=AA+CC/s;
rr= [0;0;0;0]; %
% rr=[q01/af;...
%     rof*g/K*h01*(1+(1-nu^2)*(K*d)/(e*E));...
%     0;...
%     0];
[SS,Landa]=eig(BB,AA);
landa1=Landa(1,1);
landa2=Landa(2,2);
landa3=Landa(3,3);
landa4=Landa(4,4);
TT=inv(AA*SS);
rbar=TT*rr;
EEdn=diag([exp(-s*1/landa1);exp(-s*1/landa2);exp(-
s*1/landa3);exp(-s*1/landa4)]);
Kup=SS; % EEup=eye
Kdn=SS*EEdn;
Dup=[0 0 1 0;0 1 0 0]; % BC: reservoir head and axial
displacement at upstream
Ddn=1.0*[1 0 -1 0;0 af -s*mvalve -as]; % BC: axial
displacement and fluid velocity
Ddn1=[1 0 0 0;0 0 1 0]; % no junc coupling immovable
end
if jc==1
    RR=[Dup*Kup;Ddn*Kdn];
else
    RR=[Dup*Kup;Ddn1*Kdn];
end

qdn=[exp(-s*1/landa1)-exp(-2*s*1/landa1);exp(-
s*1/landa2)-exp(-2*s*1/landa2);...
    exp(-s*1/landa3)-exp(-2*s*1/landa3);exp(-
s*1/landa4)-exp(-2*s*1/landa4)];
Qup=zeros(4,1); % qq at upstream equals zero and SS*qq
also is zero
Qdn=SS*qdn;
if jc==1

```

```

        FF=[ [0;0]-Dup*Qup; [-1/s;0]-Ddn*Qdn]; % laplace
transform: rof*g*h01/(K*s)
    else
        FF=[ [0;0]-Dup*Qup; [-1/s;0]-Ddn1*Qdn];
    end

    vv0=inv(RR)*FF;

%     for z=0:l/20:l
        z=1;
        EE=diag([exp(-s*z/landa1);exp(-s*z/landa2);exp(-
s*z/landa3);exp(-s*z/landa4)]);
        qq=[exp(-s*z/landa1)-exp(-2*s*z/landa1);exp(-
s*z/landa2)-exp(-2*s*z/landa2);...
        exp(-s*z/landa3)-exp(-2*s*z/landa3);exp(-
s*z/landa4)-exp(-2*s*z/landa4)].*rbar;
        KK=SS*EE;
        QQ=SS*qq;
        Y=KK*vv0+QQ;
        YY=[YY Y];
%     end

%     solve(det(BB-landa*AA),landa)
%     simplify(ans) % [VV,DD]=eig(BB,AA);
end

end

```

- Achouyab, E. H. and B. Bahrar (2013). "Modeling of transient flow in plastic pipes." Contemporary Engineering Sciences **6**(1): 35-47.
- Barkanov, E., W. Hufenbach and L. Kroll (2003). "Transient response analysis of systems with different damping models." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering **192**: 33-46.
- Bergant, A. and A. Tijsseling (2001). "Parameters Affecting Water Hammer Wave Attenuation, Shape and Timing." 10th International Meeting of the Work Group on The Behaviour of Hydraulic Machinery under steady oscillatory conditions: 12.
- Bergant, A., A. S. Tijsseling, J. P. Vítkovský, D. I. C. Covas, A. R. Simpson and M. F. Lambert (2008). "Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing—Part 1: Mathematical tools." Journal of Hydraulic Research **46**: 373-381.
- Bergant, A., A. S. Tijsseling, J. P. Vítkovský, D. I. C. Covas, A. R. Simpson and M. F. Lambert (2008). "Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing—Part 2: Case studies." Journal of Hydraulic Research **46**: 382-391.
- Bertaglia, G., M. Ioriatti, A. Valiani, M. Dumbser and V. Caleffi (2018). "Numerical methods for hydraulic transients in visco-elastic pipes." Journal of Fluids and Structures **81**: 230-254.
- Chaudhry, M. H. (2013). Applied Hydraulic Transients, Springer New York.
- Covas, D., I. Stoianov, H. Ramos, N. Graham, Č. Maksimović and D. Butler (2004). "Water hammer in pressurized polyethylene pipes: conceptual model and experimental analysis." Urban Water Journal **1**: 177-197.
- Covas, D., Stoianov, I., Mano, J., Ramos, H., Graham, N., and Maksimovic, C. (2004). "The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part I— Experimental analysis and creep characterization." Journal of Hydraulic Research **42**: 516-530.
- Covas, D., Stoianov, I., Ramos, H., Graham, N., and Maksimovic, C., Butler, D. (2004). "Water hammer in pressurized polyethylene pipes: conceptual model and experimental analysis." Urban Water Journal **1**: 177-197.
- Covas, D., I. S. Técnico and A. R. Pais (2005). "The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients . Part II — model development , calibration and verification." Journal of Hydraulic research **43**(1): 56-70.
- Duan, H.-F., M. Ghidaoui, P. J. Lee and Y.-K. Tung (2010). "Unsteady friction and visco-elasticity in pipe fluid transients." Journal of Hydraulic Research **48**: 354-362.
- Duan, H. (2011). Investigation of factors affecting transient pressure wave propagation and implications to transient based leak detection methods in pipeline systems. PhD , Hong Kong University of Science and Technology.
- Erath, W., Nowotny, B. , Maetz, J. (1999). "Modelling the fluid structure interaction produced by a waterhammer during shutdown of high-pressure pumps." Nuclear Engineering and Design **193**: 283-296.
- Ferràs ,D., P. A. Manso, A. J. Schleiss and D. I. C. Covas (2016). "Experimental distinction of damping mechanisms during hydraulic transients in pipe flow." Journal of Fluids and Structures **66**: 424-446.
- Ferràs, D., P. A. Manso, A. J. Schleiss and D. I. C. Covas" (۲۰۱۶) Fluid-structure interaction in straight pipelines: Friction coupling mechanisms." Computers & Structures **175**: 74-90.
- Ferry, J. D. and J. D. Ferry (1980). Viscoelastic Properties of Polymers, Wiley.

Gaul, L. (1999). "The influence of damping on waves and vibrations." Mechanical Systems and Signal Processing **13**: 1-30.

Ghazali, M. F., S. B. M. Beck, J. D. Shucksmith, J. B. Boxall and W. J. Staszewski (2012). "Comparative study of instantaneous frequency based methods for leak detection in pipeline networks." Mechanical Systems and Signal Processing **29**: 187-200.

Gong, J., A. Zecchin, M. Lambert and A. Simpson (2015). "Study on the frequency response function of viscoelastic pipelines using a multi-element Kelvin-Voigt model." Procedia Engineering **119**: 234-246.

Guidara, M. A., L. Hadj Taieb, C. Schmitt, E. Hadj Taieb and Z. Azari (2018). "Investigation of viscoelastic effects on transient flow in a relatively long PE100 pipe." Journal of Fluids and Structures **80**: 370-389.

Heinsbroek, A. G. T. J. (1997). "Fluid-structure interaction in non-rigid pipeline systems." Nuclear Engineering and Design **172**.

Heinsbroek, A. G. T. J., Tijsseling, A.S. (1994). The influence of support rigidity on waterhammer pressures and pipe stresses. the Second Int. Conf. on Water Pipeline Systems, BHR Group, Edinburgh: 17-30.

Hencilik, S. (2018). "Numerical modeling of water hammer with fluid-structure interaction in a pipeline with viscoelastic supports." Journal of Fluids and Structures **76**: 469-487.

Hodges, D. H. and G. A. Pierce (2011). "Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity".

Jayaraj, K., N. Ganesan and C. Padmanabhan (2005). A new finite element formulation based on the velocity of flow for water hammer problems.

Kahawita, R. (1988). "Applied hydraulic transients." Canadian Journal of Civil Engineering **15**: 143-144.

Keramat, A. (2010). Fluid-Structure Interaction in Viscoelastic Pipe Systems with Column Separation, Shahrood university of Technology.

Keramat, A. and A. Haghighi (2014). "Straightforward Transient-Based Approach for the Creep Function Determination in Viscoelastic Pipes." Journal of Hydraulic Engineering: 1-9.

Keramat, A., A. S. Tijsseling, Q. Hou and A. Ahmadi (2012). "Fluid-structure interaction with pipe-wall viscoelasticity during water hammer." Journal of Fluids and Structures **28**: 434-455.

Kim, S. (2014). "Holistic Diagnosis of Pipeline System with Impedance Method." Procedia Engineering **70**: 924-933.

Lakes, R. (2009). Viscoelastic Materials. Cambridge, Cambridge University Press.

Landry, C., C. Nicolet, A. Bergant, A. Müller and F. Avellan (2012). Modeling of unsteady friction and viscoelastic damping in piping systems. 26th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems.

Lazhar, A., L. Hadj-Taïeb and E. Hadj-Taïeb (2013). "Two leaks detection in viscoelastic pipeline systems by means of transient." Journal of Loss Prevention in the Process Industries **26**: 1341-1351.

Lee, P. J., H.-F. Duan, M. Ghidaoui and B. Karney (2013). "Frequency domain analysis of pipe fluid transient behaviour ". Journal of Hydraulic Research **51**: 609-622.

Lee, P. J., M. F. Lambert and A. R. Simpson (2006). "Experimental verification of the frequency response method for pipeline leak detection." Journal of Hydraulic Research **44**: 693-707.

- Lee, P. J., J. P. Vítkovský, M. F. Lambert, A. R. Simpson and J. a. Liggett (2005). "Frequency Domain Analysis for Detecting Pipeline Leaks." Journal of Hydraulic Engineering **131**: 596-604.
- Leslie D.J., V. A. E. (2001). Practical guidelines for fluid-structure interaction in pipelines: A review. 10th international meeting of the work Group on the behaviour of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions. Trondheim.
- Lesmez, M. W., D. C. Wiggert and F. J. Hatfield (1990). "Modal Analysis of Vibrations in Liquid-Filled Piping Systems." Journal of Fluids Engineering **112**(3): 311-318.
- Li, Q. S., K. Yang, L. Zhang and N. Zhang (2002). "Frequency domain analysis of fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems by transfer matrix method." International Journal of Mechanical Sciences **44**: 2067-2087.
- Li, S.-j., G.-m. Liu and W.-t. Kong (2014). "Vibration analysis of pipes conveying fluid by transfer matrix method." Nuclear Engineering and Design **266**: 78-88.
- Liu, G., S. Li, Y. Li and H. Chen (2013). "Vibration analysis of pipelines with arbitrary branches by absorbing transfer matrix method." Journal of Sound and Vibration **332**: 6519-6536.
- Liu, G. and Y. Li (2011). "Vibration analysis of liquid-filled pipelines with elastic constraints." Journal of Sound and Vibration **330**. 3111-3116 :
- Meniconi, S., B. Brunone and M. Ferrante (2012). "Water-hammer pressure waves interaction at cross-section changes in series in viscoelastic pipes." Journal of Fluids and Structures **33**: 44-58.
- Mikota, G. (2013). "Modal analysis of hydraulic pipelines." Journal of Sound and Vibration **332**: 3794-3805.
- Paidoussis, M. (1998). "Fluid-structure interactions, slender structures and axial flow." **1**.
- Prek, M. (2004). "Wavelet analysis of sound signal in fluid-filled viscoelastic pipes." Journal of Fluids and Structures **19**: 63-72.
- Prek, M. (2007). "Analysis of wave propagation in fluid-filled viscoelastic pipes." Mechanical Systems and Signal Processing **21**: 1907-1916.
- Soares, A. K., D. I. Covas and L. F. Reis (2008). "Analysis of PVC Pipe-Wall Viscoelasticity during Water Hammer." Journal of Hydraulic Engineering **134**: 1389-1394.
- Soares, A. K., D. I. C. Covas, H. M. Ramos, L. F. R. Reis, A. Fernando, A. T. São-carlense and S. Carlos (2009). "Unsteady Flow with Cavitation in Viscoelastic Pipes." International Journal **2**: 269-277.
- Sreejith, B., K. Jayaraj, N. Ganesan, C. Padmanabhan, P. Chellapandi and P. Selvaraj (2004). "Finite element analysis of fluid-structure interaction in pipeline systems." Nuclear Engineering and Design **227**: 313-322.
- Tijsseling, A. and A. Vardy (2004). "Time scales and FSI in unsteady liquid-filled pipe flow." ... of the 9th International Conference on ...: 1-16.
- Tijsseling, A. S. (1993). Fluid-structure interaction in case of water hammer with cavitation. PhD thesis, Delft University of Technology.
- Tijsseling, A. S. (1996). "Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review." Journal of Fluids and Structures **10**: 109-146.
- Tijsseling, A. S. (2003). "Exact solution of linear hyperbolic four-equation system in axial liquid-pipe vibration." Journal of Fluids and Structures **18**: 179-196.
- Tijsseling, a. S. (2007). "Water hammer with fluid-structure interaction in thick-walled pipes." Computers and Structures **85**: 844-851.

- Tijsseling, A. S., Vardy, A.E. (2005). "Fluid-structure interaction and transient cavitation tests in a T-piece pipe." Journal of Fluids and structures **20**.
- Vardy, A., D. Fan and A. Tijsseling (1996). "Fluid-structure Interaction in a T-piece Pipe." Journal of Fluids and Structures **10**: 763-786.
- Wahba, E. M. (2001). "On the two-dimensional characteristics of laminar fluid transients in viscoelastic pipes." Journal of Fluids and Structures **68**: 113-124.
- Wiggert, D. C., Otwell R.S., Hatfield, F.J. (1985). "The effect of elbow restraint on pressure transients." ASME Journal of Fluids Eng. **107**: 402-406.
- Wiggert, D. C. and A. S. Tijsseling (2001). "Fluid transients and fluid-structure interaction in flexible liquid-filled piping." Applied Mechanics Reviews **54**: 455-481.
- Wineman, A. S. and K. R. Rajagopal (2000). Mechanical Response of Polymers: An Introduction, Cambridge University Press.
- Yang, K., Q. S. Li and L. Zhang (2004). "Longitudinal vibration analysis of multi-span liquid-filled pipelines with rigid constraints." Journal of Sound and Vibration **273**: 125-147.
- Zecchin, A. C., M. F. Lambert, A. R. Simpson and L. B. White (2010). "Frequency-Domain Modeling of Transients in Pipe Networks with Compound Nodes Using a Laplace-Domain Admittance Matrix." Journal of Hydraulic Engineering **136**: 739-755.
- Zhang, L., S. A. Tijsseling and E. A. Vardy (1999). "Fsi Analysis of Liquid-Filled Pipes." Journal of Sound and Vibration **224**: 69-99.

# **Frequency Domain Analysis of the effect of Fluid-Structure Interaction in Viscoelastic pipe**

## **Abstract**

In this research Fluid-Structure Interaction (FSI) during transient flow in a viscoelastic (VE) pipe has been studied in frequency domain. The main aim was to investigate water hammer problem using Transfer Matrix Method (TMM) in a typical reservoir-viscoelastic pipe-valve system. One of the generally expected advantage of frequency domain analysis is that the integral form of equations in time domain would be transformed to algebraic form. Here it was more beneficial to utilize frequency domain methods since convolution integral which appears in viscoelastic models in time domain will also be eliminated. TMM has been adopted to the transient flow in a VE pipe to derive field matrix where a non-oscillating valve is considered as boundary condition. The generalized Kelvin-Voigt model was used to simulate the viscoelastic behavior of the pipe wall. The proposed model has been exploited to solve two well-known case studies of FSI in frequency domain. Results of both cases shows good agreement with the analytical and experimental data. To investigate the simultaneous effects of viscoelasticity and FSI in frequency domain a sample problem has been solved. Results of different cases of interactional and non-interactional analysis and for viscoelastic and elastic pipe material have been illustrated for comparison. Also a comparison between three, five and higher number of Kelvin-Voigt elements has been performed to illustrate the possible improvement in the simulation.

## **Keywords**

Frequency Domain; Viscoelastic Pipe; Transient Flow; Kelvin-Voigt Model; Fluid-Structure Interaction.



**Shahrood University of Technology**

**Faculty of Civil Engineering**

PhD Thesis in Water Engineering and Hydraulic Structures Engineering

**Frequency Domain Analysis of the effects of Fluid-Structure  
Interaction in Viscoelastic pipe**

By: Hamed Karimian

Supervisor:

**Dr Ahmad Ahmadi**

Advisor:

**Dr Alireza Keramat**

January 2019