بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی سازه

استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری و تکنیک تجزیه میانگین موضعی(LMD)

نگارنده: مرضیه سادات موسوی

استادراهنما

دکتر علی کیهانی

استاد مشاور

مهندس امید خادم حسینی

تیر ۱۳۹۶

شماره: ۲۵۰
تاریخ: ۹۶/۴/۲۶
ویرایش:

باسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره 7: صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای [illegible] به شماره دانشجویی ۹۳۳۲۹۹۴ رشته عمران گرایش سازه تحت عنوان .... که در تاریخ ۹۶/۴/۱۱ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می‌گردد:

قبول (با درجه : عالی امتیاز ۱۹٫۴۴) ☑ دفاع مجدد ☐ مردود ☐

نوع تحقیق: نظری ☑ عملی ☐

1ـ عالی (20 ـ 19)
2ـ بسیار خوب (18/99 ـ 18)
3ـ خوب (17/99 ـ16)
4ـ قابل قبول (15/99 ـ 14)
5- نمره کمتر از 14 غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام ونام خانوادگی	مرتبهٔ علمی	امضاء
1ـ استادراهنمای اول	علی کیومرثی	دانشیار	[امضا]
2- استادراهنمای دوم			
3- استاد مشاور	امیر خادم حسینی	مربی	[امضا]
4- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	[illegible]	استادیار	[امضا]
5- استاد ممتحن اول	[illegible]	استادیار	[امضا]
6ـ استاد ممتحن دوم	[illegible]	استادیار	[امضا]

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: [illegible]

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

13

تقدیم به

مقدس ترین واژه ها در لغت نامه دلم،

پدر، مهربانی مشفق، بردبار و حامی.

مادر مهربانم که زندگیم را مدیون مهر و عطوفت آن می دانم.

همسرم که نشانه لطف الهی در زندگی من است.

برادرم همراه همیشگی و پشتوانه ی زندگیم

تشکر و قدردانی

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند. و سلام و دورد بر محمّد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان وامدار وجودشان است؛ و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز...

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجّل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم.

اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین می کند و سلامت امانت هایی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب " من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر الله عزّ و جلّ " :

از پدر و مادر عزیزم... این دو معلم بزرگوارم... که همواره بر کوتاهی و درشتی من، قلم عفو کشیده و کریمانه از کنار غفلت هایم گذشته اند و در تمام عرصه های زندگی یار و یاوری بی چشم داشت برای من بوده اند؛

از استاد با کمالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر علی کیهانی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این رساله را بر عهده گرفتند؛

از استاد صبور و با تقوا، جناب آقای مهندس امید خادم حسینی، که زحمت مشاوره این رساله را در حالی متقبل شدند که بدون مساعدت ایشان، این پروژه به نتیجه مطلوب نمی رسید؛

تعهد نامه

اینجانب **مرضیه سادات موسوی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **عمران - سازه** دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری و تکنیک تجزیه میانگین موضعی(LMD)** تحت راهنمائی **جناب آقای دکتر علی کیهانی** متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology**» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

افزایش تقاضا برای بهبود شرایط زیربنایی حمل‌ونقل در سراسر جهان قابل مشاهده است. پل‌ها یکی از عناصر کلیدی حوزه حمل‌ونقل هستند، در نتیجه پایش آن‌ها الزامی خواهد بود. به جهت پایش سلامتی و در صورت نیاز اعمال روش‌های کنترل ارتعاش بر روی این‌گونه سازه‌ها، تعیین مشخصات دینامیکی شامل فرکانس‌های طبیعی، شکل‌های مودی و میرایی سازه، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با توجه به اهمیت موضوع، در این تحقیق، شکل های مودی پل با استفاده از پاسخ خودروی عبوری استخراج شده و همچنین تکنیک تجزیه میانگین موضعی برروی پاسخ خودرو اعمال و فرکانس‌ها حاصل شده‌اند. به منظور دستیابی به پاسخ شتاب، خودرویی مجهز به سنسور، از روی پل عبور و در حین حرکت، پاسخ شتاب آن اندازه گیری و ثبت می گردد. با توجه به اینکه پل و خودرو به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند، خودرو می‌تواند هم محرک باشد و هم به عنوان گیرنده پاسخ شتاب را ثبت نماید.

به جهت بررسی موضوع به صورت تئوری، فرض شده است که مشخصات پل و خودرو معلوم و در حین حرکت خودرو بر روی پل، نیروی اندرکنشی در نقطه اتصال به وجود می‌آید. برای دستیابی به این نیرو، معادلات حرکت پل و خودرو با استفاده از روش المان محدود، مورد بررسی قرار گرفته است. مدلسازی به این صورت است؛ پل به صورت تیر اویلر-برنولی، المان‌های پل چهار درجه آزادی (صرف-نظر از نیروهای محوری) و خودرو به شکل جرم فنردار در نظر گرفته شده است. برای استخراج شکل-های مودی پل، پاسخ شتاب خودرو حاصل از معادلات اندرکنش، با تکنیک تجزیه حوزه فرکانس کوتاه مدت مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقایسه نتایج حاصل از تکنیک نامبرده و شکل‌های مودی حقیقی حاصل از تکنیک المان محدود، با استفاده از معیار اطمینان مودی انجام گرفته است. میزان این معیار یک به دست آمد که نشانگر دقت بالای این تکنیک در استخراج شکل‌های مودی می‌باشد. با توجه به نتایج به دست آمده، می‌توان نتیجه گرفت که این روش، دارای دقت کافی برای استخراج شکل‌های

مودی و استفاده آن در سلامت‌سنجی پل می‌باشد. بخش دوم این تحقیق، کاربرد تکنیک تجزیه میانگین موضعی است. تجزیه میانگین موضعی، یک تکنیک تحلیل زمان-فرکانس است که سیگنال را به یک مجموعه توابع حاصلضرب، تجزیه می‌کند. به موازات این روش، روش تجزیه مود تغییراتی نیز مورد بررسی قرار گرفته است. فرکانس‌های حاصل از سیگنال‌های تجزیه شده در این روش‌ها، با دقت بالایی به فرکانس‌های حقیقی نزدیک می‌باشند، نتایج با فرکانس‌های تحلیلی مقایسه شده‌اند. روش تجزیه میانگین موضعی با میانگین درصد خطا ۲.۲۹ و روش تجزیه مود تغییراتی با درصد خطا ۰.۶، بیانگر دقت کافی نتایج می‌باشد. با به کارگیری روش تجزیه مود تغییراتی، فرکانس‌های مودهای بالاتر نیز حاصل شده است. در مواردی که فرکانس مودهای بالاتر مورد نیاز است این تکنیک پیشنهاد می-گردد.

کلمات کلیدی: پایش غیرمستقیم پل، اندرکنش پل-خودرو، شکل‌های مودی، تجزیه حوزه فرکانس کوتاه مدت، تجزیه میانگین موضعی، تجزیه مود تغییراتی

مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. موسوی م. خادم حسینی ا. کیهانی ع، (۱۳۹۵)، "استخراج اشکال مودی پل با استفاده از تکنیک تجزیه حوزه فرکانس"، چهارمین کنفرانس ملی پژوهش های کاربردی در مهندسی عمران، معماری و مدیریت شهری، تهران

۲. موسوی م. خادم حسینی ا. کیهانی ع. خطیبی م،(۱۳۹۵)، " استخراج فرکانس‌های پل با استفاده از پاسخ خودروی عبوری و تکنیک تجزیه مود تغییراتی "، چهارمین کنفرانس ملی پژوهش های کاربردی در مهندسی عمران، معماری و مدیریت شهری، تهران

فهرست مطالب

فصل اول:کلیات ۱

۱-۱ مقدمه ۲

۱-۲ پایش سلامت سازه‌ها ۲

۱-۳ معرفی ایده پایش غیر مستقیم ۵

۱-۴ تکنیک تجزیه میانگین موضعی ۶

فصل دوم: پایش سلامت سازه‌ها ۹

۲-۱ مقدمه ۱۰

۲-۲پایش مستقیم ۱۱

۲-۳پایش غیرمستقیم ۱۲

فصل سوم: استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری ۱۵

۳-۱ اندرکنش پل و خودرو ۱۶

۳-۱-۱ اندرکنش خودرو-پل با عبور یک خودرو ۱۷

۳-۱-۲ اندرکنش خودرو-پل با عبور n خودرو ۲۰

۳-۲ استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری ۲۵

۳-۲-۱ پیش‌زمینه تئوری تکنیک تجزیه حوزه فرکانس ۲۵

۳-۲-۲روش تجزیه حوزه فرکانس کوتاه مدت(STFDD) ۲۶

۳-۲-۳حذف اثر زبری سطح ۲۸

۳-۳ معرفی تکنیک تجزیه میانگین موضعی ۳۰

۳-۳-۱روش تجزیه میانگین موضعی ۳۱

فصل چهارم: مثال کاربردی ۳۵

۴-۱ مقدمه ۳۶

۴-۲ استخراج فرکانس‌های پل از پاسخ خودروی عبوری ۳۶

۴-۳ استخراج فرکانس‌های پل از پاسخ خودروی عبوری و تکنیکVMD ۳۹

۴-۴ استخراج فرکانس‌های پل از پاسخ خودروی عبوری و تکنیکLMD ۴۲

۴-۵ استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری ۴۵

۴-۶ استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری با در نظر گرفتن زبری ۴۹

۴-۷ پیشنهادات ۵۰

پیوست ۱: تکنیک تجزیه حوزه فرکانس ۵۱

پیوست ۲: تکنیک تجزیه مود تغییراتی ۵۵

پیوست۳: مقالات... ۵۹

فهرست منابع: ۸۱

فهرست اشکال

شکل(۳-۱): جرم فنردار عبوری از پل ۱۶

شکل(۳-۲): جرم فنردار عبوری از پل و المان اندرکنش پل و خودرو ۱۸

شکل(۳-۳): دیاگرام نیرو ۱۹

شکل(۳-۴): چند جرم فنردار عبوری از پل و المان اندرکنش پل و خودرو ۲۱

شکل(۴-۱): مراحل اجرای پروسه STFDD ۲۷

شکل(۴-۲): شرح مراحل روش STFDD با در نظر گرفتن زبری سطح ۲۹

شکل(۵-۱): الگوریتم روش تجزیه میانگین موضعی ۳۴

شکل (۶-۱): پاسخ شتاب خودرو ۳۷

شکل(۶-۲): شتاب خودرو در حوزه فرکانس ۳۷

شکل(۶-۳): تجزیه پاسخ شتاب خودرو با استفاده از VMD ۳۹

شکل(۶-۴-الف) فرکانس مربوط به u_1 .... ۴۰

شکل(۶-۴-ب): فرکانس مربوط به u_2 .... ۴۰

شکل(۶-۴-ج): فرکانس مربوط به u_3 .... ۴۰

شکل (۶-۴-د): فرکانس مربوط به u_4 .... ۴۱

شکل(۶-۴-ه): فرکانس مربوط به u_5 .... ۴۱

شکل(۶-۵): تجزیه پاسخ شتاب خودرو با استفاده از LMD ۴۲

شکل(۶-۶-الف) فرکانس مربوط به PF_1 .... ۴۳

شکل(۶-۶-ب): فرکانس مربوط به PF_2 .... ۴۳

شکل(۶-۶-ج): فرکانس مربوط به PF_3 .... ۴۴

شکل (۶-۶-د): فرکانس مربوط به PF_4 .... ۴۴

شکل(۶-۶-ه): فرکانس مربوط به PF_5 .... ۴۴

شکل(۶-۷): بخشهای پل ۴۶

شکل(۶-۸): شکل‌های مودی حقیقی ۴۷

شکل(۶-۹): شکل‌های مودی حاصل از STFDD ۴۷

شکل (۶-۱۰): شاخص MAC برای شکل‌های مودی حاصل از روش STFDD ۴۸

شکل(۶-۱۱): شکل مود اول بادر نظر گرفتن زبری ۴۹

فهرست جداول

جدول(۶-۱): مشخصات خودروها ۳۶

جدول (۶-۲): مشخصات پل ۳۶

جدول(۶-۳): نتایج فرکانس‌های پل حاصل از تبدیل فوریه برروی پاسخ خودرو ۳۸

جدول(۶-۴): مقایسه فرکانس‌های بدست آمده با استفاده از روش المان محدود و روش VMD ۴۲

جدول(۶-۵): مقایسه فرکانس‌های بدست آمده با استفاده از روش المان محدود و روش LMD ۴۵

جدول(۶-۶): مشخصات خودروها ۴۶

جدول (۶-۷): مشخصات پل ۴۶

جدول (۶-۸): مقایسه فرکانس های به دست آمده از STFDD و مقدار واقعی ۴۸

جدول (۶-۹): مقایسه فرکانس های به دست آمده از STFDD با در نظر گرفتن زبری و مقدار واقعی ۵۰

علائم

اختلاف پاسخ‌ها در مرحله j	$\ddot{X}_{j,j-1}$
اکسترمم‌های موضعی	n_i
بردار تکین	U_i
تابع ناهمواری سطح	$r(x)$
تابع یکنواخت بدون نوسان	u_p
تغییرمکان پل در نقطه تماس با جرم فنری	w
تغییرمکان جرم فنری	y_i
تغییرمکان قائم پل	u_b
توابع پیوسته هموار شده دامنه موضعی	$\widetilde{a_{11}}(t)$
توابع پیوسته و هموار شده میانگین موضعی	$\widetilde{m_{11}}(t)$
توابع حاصلضرب	PF
جرم بدنه خودرو(جرم فنری)	m_1
جرم لاستیک‌ها(جرم غیر فنری)	m_2
جرم واحد طول پل	m
دامنه لحظه‌ای	a_1
دامنه موضعی	a_i
سرعت تغییرمکان جرم فنری	$\dot{y}_i$
سرعت تغییرمکان قائم پل	$\dot{u}_b$
سرعت جرم فنری	V
سیگنال نرمال شده	$s_{11}(t)$
شتاب اندازه‌گیری شده در مرحلهj و بخش j+1	$\ddot{y}_{j,j+1}$
شتاب تغییرمکان جرم فنری	$\ddot{y}_i$
شتاب تغییرمکان جرم فنری	N
شتاب سرعت تغییر مکان قائم پل	$\ddot{u}_b$
ضریب سختی محور خودرو	k
ضریب میرایی محور خودرو	c
طول دهانه پل	L
فاز لحظه‌ای	φ_1

فرکانس	ω_i
فرکانس پل	ω_b
فرکانس خودرو	ω_v
فرکانس لحظه‌ای	f_l
فرکانس نمونه برداری	f_s
ماتریس جرم کل پل	M
ماتریس سختی کل پل	K
ماتریس شتاب مرحله j	$\ddot{Y}_j$
ماتریس مقادیر تکین	S_i
ماتریس میرایی کل پل	C
مدول یانگ	E
ممان اینرسی سطح مقطع پل	I
موقعیت جرم فنردار نسبت به ابتدای تیر	X
موقعیت جرم فنردار نسبت به المان	x
مولفه مودشکل کل پل	Φ_j
مولفه مودشکل موضعی در مرحله j و بخش j+۱	$\varphi_{j,j+1}$
میانگین موضعی	m_i
نیروی خارجی	F

اختصارات

AM	Amplitude Modulated	دامنه نرمال شده
BMSs	Bridge management systems	سیستم‌های مدیریت پل
EEG	Electroencephalogram	سیگنال نوارمغزی
EMD	Empirical mode decomposition	تجزیه مود تجربی
FDD	Frequency Domain Decomposition	تجزیه حوزه فرکانس
FFT	Fast Fourier Transform	تبدیل فوریه سریع
FM	Frequency Modulated	فرکانس نرمال شده
LMD	Local Mean Decomposition	تجزیه میانگین موضعی
MAC	Modal Assurance Criterion	معیار اعتماد مودی
PFs	Product Functions	توابع حاصلضرب
PSD	Power Spectral Density Matrix	ماتریس چگالی طیف توان
SHM	Structural health monitoring	پایش سلامت سازه‌ها
STFDD	Short Time Frequency Domain Decomposition	تجزیه حوزه فرکانس کوتاه مدت
SVD	Singular Value Decomposition	تجزیه مقدار تکین
VBI	vehicle-bridge interaction	اندرکنش پل-خودرو
VMD	Variational Mode Decomposition	تجزیه مود تغییراتی

فصل اول

کلیات

۱-۱ مقدمه

امروزه ما شاهد افزایش تقاضا برای بهبود شرایط زیربنایی حمل‌ونقل در سراسر جهان هستیم. پل‌ها یکی از عناصر کلیدی و زیر بنایی حمل‌ونقل هستند که برآورد مشخصات دینامیکی، یعنی فرکانس‌های طبیعی، شکل‌های مودی و میرایی سازه، جهت پایش سلامتی و در صورت نیاز اعمال روش‌های کنترل ارتعاش بر روی این‌گونه سازه‌ها ضروری به نظر می‌رسد. بر اساس آمار موجود چیزی نزدیک به ۶۶۴۰۵ پل آسیب دیده‌ی سازه‌ای در ایالات متحده (حدودا بیش از ۱۱ درصد پل‌های موجود) وجود دارند که از این تعداد، درصد قابل توجهی عمری بالاتر از ۶۵ سال دارند [۱]. در اروپا اغلب پل‌ها پس از جنگ جهانی دوم و در فاصله‌ی بین سال‌های ۱۹۴۵ تا ۱۹۶۵ ساخته شده‌اند [۲]. در دهه‌های اخیر و به دلیل افزایش **حجم باری** و **ابعاد وسایل نقلیه**، شرایط بارگذاری این پل‌ها دست‌خوش تغییراتی شده است. بعلاوه، اغلب این پل‌ها در معرض خوردگی با زمان بوده و در حال حاضر تعداد قابل توجهی دچار نقص‌های سازه‌ای می‌باشند. بازسازی و افزایش طول عمر این سازه‌ها، اهمیت موضوعات نگهداری و ایمنی را بالا می‌برد.

۱-۲ پایش سلامت سازه‌ها

به طور مرسوم، نگهداری پل عمدتا متکی به روش‌های بازرسی چشمی که به شدت تغییرپذیر و فاقد دقت کافی می‌باشد و تنها قادر به تشخیص آسیب‌هایی است که قابل رویت باشند. بنابراین، ممکن است آسیب سازه‌ای پل‌ها ناشناخته باقی بمانند. تعداد بالایی از فروریختگی‌ها ناشی از فقدان اطلاعات ظرفیت سازه‌ای رخ داده است و پژوهشگران متعددی همچون چوپانیت و فرومسرن [۳] به این مهم اشاره داشته‌اند که بازرسی چشمی به تنهایی برای پایش سلامت پل‌ها کفایت نمی‌کند. در کشورهایی همچون ژاپن، که مستعد بلایای طبیعی هستند، توصیه می‌شود که پایش زیرساخت‌های مهندسی همانند پل‌ها، مستمر و به صورت پیوسته صورت پذیرد [۴]. سیستم‌های مدیریت پل[1]

[1] Bridge management systems

(BMSs) به همراه بازرسی‌های پل در کشورهای مختلف، توسعه یافته است [۵]. با این تفاسیر، با افزایش بازرسی پل به منظور وجود آسیب‌های سازه‌ای، هزینه‌های قابل توجه و پیامدهای عملی را برای مدیران و صاحبان پل‌ها در پی خواهد داشت.

روش‌های پایش سلامت سازه‌ای[۲] (SHM)، به تشخیص خودکار رفتارهای سازه‌ایِ غیرعادی متکی می‌باشند. SHM با استفاده از پاسخ دینامیکی سازه در حال تبدیل شدن به بخش بسیار محبوب در سیستم های مدیریت و تعمیر و نگهداری زیرساخت ها می‌باشد. کنترل ارتعاشات سازه بدون اطلاع از مشخصات اولیه سیستم غیرممکن می‌باشد. یکی از معروف‌ترین رویکردهای SHM، استفاده از داده‌های ارتعاشی برای برآورد غیرمخرب آسیب است. روش‌های شناسایی سیستم[۳] سازه‌ای را می‌توان، با توجه به اطلاعات اولیه مورد نیازشان، به دو دسته تقسیم کرد. دسته اول روش هایی هستند که به روش‌های ورودی- خروجی[۴] موسومند و در آنها باید بازتاب‌های اندازه‌گیری شده (خروجی‌ها) و همچنین تحریک‌های اعمال شده (ورودی‌ها) مشخص باشند. دسته دوم روش‌هایی هستند که در آن‌ها برای شناسایی سیستم نیازی به اطلاع دقیق از تحریک‌های ورودی نمی‌باشد، این روش‌ها به روش‌های خروجی محور[۵] معروف می باشند. با توجه به اطلاعات اولیه مورد نیاز در روش‌های ورودی- خروجی، استفاده از این روش‌ها مستلزم انجام تست‌های آزمایشگاهی است که در آنها تحریک وارده قابل اندازه‌گیری و کنترل باشد. از طرفی به دلیل هزینه نسبتاً بالای این‌گونه آزمایش‌ها از یک طرف و ملاحظات ایمنی سازه از طرف دیگر، در دو دهه اخیر توجه محققین به روش‌های خروجی محور جلب شده است.

[2] Structural health monitoring

[3] System Identification

[4] Input-output methods

[5] Output only methods

قاعده‌ی کلی بدین ترتیب است که رویداد آسیب در یک سازه، تغییرات در خصوصیات فیزیکی‌اش را در پی خواهد داشت، به عنوان مثال افت سختی، و در پی آن تغییرات قابل ملاحظه در خصوصیات دینامیکی آن. بر اساس این که کدام یک از مشخصات دینامیکی یا خصیصه‌ی آسیب لحاظ گردند، این روش‌های شناسایی آسیب را می‌توان به صورت کلی به چهار گروه زیر تقسیم نمود [۶-۸].

۱. روش‌های مبتنی بر فرکانس طبیعی؛
۲. روش‌های مبتنی بر شکل مود؛
۳. روش‌های مبتنی بر انحناء/کرنش شکل مودی؛
۴. سایر روش‌های مبتنی بر پارامترهای مودال.

تمامی این روش‌ها را می‌توان به یک پل اعمال نمود چرا که اغلب آن‌ها را می‌توان به صورت سازه‌هایی متشکل از تیر و صفحه فرض نمود. در اغلب تکنیک‌های پایش سلامت مبتنی بر ارتعاش، به منظور بازرسی خصوصیات دینامیکی، تعداد زیادی از سنسور روی سازه نصب می‌شوند. به عنوان مثال، در یک مورد مطالعاتی در کالیفرنیای جنوبی برای پایش سلامت پل در یک بازه‌ی هشت-ساله که سه زلزله نیز در آن روی داده است تعداد بسیاری سنسور نصب شده بود [۹]. این رویکردها، که در آن سنسورها به طور مستقیم روی پل نصب می‌شوند، در اینجا با نام روش‌های مستقیم از آن‌ها یاد می‌شود و نصب ادوات در محل بسته به موقعیت و نوع پل می‌تواند هزینه‌بر، زمان‌بر، و حتی خطرناک باشد. روش معمول، سوار کردن سنسورهای ارتعاشی در مکان‌های متفاوت روی پل و اتصال آن‌ها به سیستم جمع‌آوری داده است. در مواردیکه به منظور نصب نتوان ترافیک جاری را محدود نمود، عمل نصب تجهیزات می‌تواند خطرناک باشد. بعلاوه، پیاده‌سازی SHM برای پل‌هایی با دهانه‌های کوچک و متوسط که بزرگترین سهم را از پل‌های در حال سرویس را دارا هستند، شایع و مرسوم نیست.

۱-۳ معرفی ایده پایش غیر مستقیم

ایده‌ی رویکرد غیرمستقیم، که خصوصیات دینامیکی سازه‌ی پل از پاسخ دینامیکی وسیله نقلیه‌ی عبوری استخراج می‌شود، اول بار توسط آقای یانگ طرح گردید [۱۰] و [۱۱]. یک چنین رویکردی کم هزینه بوده و در عین حال به دنبال کاهش نصب ادوات روی پل نیز می‌باشد. در این رویکرد، یک وسیله نقلیه مجهز به سنسور (شتاب‌سنج) می‌باشد که خصوصیات دینامیکی پل از قبیل فرکانس‌های طبیعی از آن استخراج می‌گردد بواسطه‌ی اندرکنش بین پل و وسیله‌ی نقلیه، وسیله‌ی متحرک را همزمان می‌توان هم به عنوان محرک در نظر گرفت، هم به عنوان گیرنده. پاسخ اندازه‌گیری شده توسط وسیله نقلیه نیاز دارد تا سطوح نسبتا بالایی از پاسخ دینامیکی پل در این اندرکنش پل-سازه[۶] (VBI) را دارا باشد. آقایان لین و یانگ [۱۲] به صورت آزمایشگاهی و با عبور یک خودروی مجهز به سنسور بر روی یک پل بزرگراه در تایوان نشان دادند که این روش در عمل نیز قابلیت اجرا دارد. در حالتی‌که تنها فرکانس‌های پل مورد نیاز باشد، رویکرد غیرمستقیم در مقایسه با روش‌های مستقیم برتری‌های زیادی دارد که از آن جمله می‌توان به نیاز کمتر به تجهیزات، پرسنل متخصص در محل، هزینه‌ی کمتر، سادگی، کارایی، و قابل حمل بودن اشاره نمود.

از نقطه نظر قدمت، شاید بتوان فرکانس طبیعی سیستم را معروف‌ترین شاخص برای آسیب پل دانست و به طبع، در روش‌های غیرمستقیم نیز اثر آن را می‌توان یافت. با این وجود، عموم پژوهشگران بر این باورند که تغییرات فرکانس ناشی از آسیب، مقادیر ناچیزی دارند و ممکن است تغییرات آن به علت شرایط محیطی و سرویس، دور از نظر بماند. بعلاوه، تغییرات فرکانس به تنهایی برای تشخیص موقعیت آسیب سازه‌ای کفایت نمی‌کند [۸] و [۱۳]. همچنین اغلب مطالعات، با فرض سرعت ثابت کار کرده‌اند در حالیکه در عمل وسایل نقلیه مجهز به شتاب‌سنج، به سختی می‌توانند سرعت ثابتی داشته باشند. این موضوع مخصوصا زمانی اهمیت پیدا می‌کند که بخواهیم برای حذف اثر پروفیل

---

[6] vehicle-bridge interaction

جاده از روش تفاضل سیگنال‌ها استفاده نماییم. بنابراین، تغییرات سرعت را می‌توان یکی از چالش‌های پیش‌روی پژوهشگران برشمرد.

به طور کلی، شکل‌های مودی و انحنای مودال شاخص‌های خوبی برای آسیب پل به شمار می‌روند مخصوصا زمانی‌که آسیب موضعی باشد در این صورت اثرش به صورت ناپیوستگی‌هایی در پاسخ مشهود خواهد بود. با این حال، یافتن شکل‌های مودی آن هم به صورت غیرمستقیم یک چالش باقی مانده است. اخیرا، این موضوع علاقه‌ی محققین را بر انگیخته است. به عنوان مثال برخی از ماشین ضربه زننده استفاده نموده‌اند. حتی با سرعت‌های خیلی کم، تنها شکل مود اول به صورت دقیق پیدا می‌شود این در حالیست که استفاده از چنین وسیله‌ای برای پایش غیرمستقیم پل، علاوه بر مشکلاتی همچون در نظر گرفتن خطی ویژه، هزینه‌های هنگفتی از قبیل ساخت و نگهداری را در پی خواهد داشت [۱۳]. سایر پژوهشگران [۱۴]، [۱۵] و [۱۶] که چکیده‌ای از فعالیت‌هایشان مورد بررسی قرار گرفت، نیازی به استفاده از ماشین ضربه زننده ندارند با این حال با اثر نویز اندازه‌گیری کم و پروفیل جاده‌ی صاف ایده‌آل عموما نتایج ضعیفی به بار آورده‌اند. با تمام این تفاسیر روش‌های غیرمستقیم مبتنی بر شکل مود – همانطور که پیش‌تر نیز ذکر گردید – به علت تاثیر قوی آسیب موضعی روی شکل مود، پتانسیل خوبی برای پژوهش بیشتر دارند. به نظر می‌رسد این مهم با استفاده از الگوریتم‌های شناسایی مناسب با طبیعت مساله، قابل رفع باشد.

۱-۴ تکنیک تجزیه میانگین موضعی

پیش‌تر از تکنیک تجزیه مود تجربی[7] (EMD) در شناسایی غیرمستقیم شکل‌های مودی پل استفاده گردیده است [۱۶]. در این تحقیق قصد داریم تا با استفاده از تکنیک تجزیه میانگین موضعی[8] (LMD)، به استخراج پارامترهای دینامیکی بپردازیم. روش LMD یک روش تحلیل زمان- فرکانس

---

[7] Empirical mode decomposition (EMD)

[8] Local Mean Decomposition (LMD)

خود سازگار[9] است که ابتدا در سال ۲۰۰۵ برای پردازش سیگنال‌های نوار مغزی[10] پیشنهاد شد [۱۷]. در این روش یک سیگنال به یک سری سیگنال‌های تک مؤلفه‌ای AM-FM [11]، تحت عنوان توابع حاصلضرب[12] (PF)، تجزیه می‌شود. این روش به ظاهر شبیه روش تجزیه مود تجربی است، از مزایای روش تجزیه میانگین موضعی انجام عملیات تجزیه و تفکیک به صورت همزمان، و بدون استفاده از تبدیل هیلبرت است[۱۸]و همچنین به‌طور موفقیت آمیز برای تشخیص آسیب‌های موجود در ماشین‌های دوار مورد استفاده قرار گرفته است[۲۱-۱۹].

۱-۵ اهداف پایان نامه

- ارائه الگوریتمی مناسب جهت تشخیص پارامترهای مودال
- اعمال الگوریتم پیشنهادی برروی مثال عددی جهت بررسی دقت و کارایی آن
- مقایسه نتایج حاصل از روش پیشنهادی با پاسخ‌های حقیقی
- استفاده از تکنیک تجزیه میانگین موضعی(LMD)، به منظور استخراج پارامترهای دینامیکی
- مقایسه تکنیک LMD با تکنیک تجزیه مود تغییراتی[13] (VMD) با استفاده از مثال عددی

[9] Self-adaptive

[10] Electroencephalogram (EEG)

[11] AM: Amplitude Modulated; FM: Frequency Modulated

[12] Product Functions (PFs)

[13] Variational Mode Decomposition (VMD)

فصل دوم

پایش سلامت پل‌ها

۲-۱ مقدمه

نظارت بر سلامتی سازه ها در دهه اخیر به صورت روزافزون مورد توجه قرار گرفته و هدف آن اطلاع رسانی در مورد ایمنی، سرویس پذیری و عملکرد درست سازه می باشد. نیازها و خدمات ضروری در هر جامعه بدون وجود زیرساخت‌ها مرتفع نمی گردد. با توجه به اثرات اجتماعی و اقتصادی ناشی از افزایش طول عمر، زوال و خوردگی و همچنین حوادث طبیعی و غیرطبیعی برروی زیر ساخت های عمرانی، نیاز به وجود سیستم‌های نظارت بر سلامتی سازه‌ها به شدت احساس می‌شود. فرآیند شناسایی محل و نوع آسیب وارد شده بر سازه، نظارت بر سلامتی سازه یا پایش سلامت سازه نامیده می‌شود. در واقع با کمک پایش سلامت سازه، می‌توان از ایمنی و دوام سازه در طول مدت خدمت آن اطمینان حاصل نمود[۲۲].

نظارت بر سلامتی سازه‌ها شامل اندازه گیری درجا، پیوسته یا دوره ای و تحلیل پارامترهای کلیدی سازه‌ها و محیطی سازه در حال استفاده، به منظور هشدار حالات غیرعادی محتمل و یا حوادث در مراحل اولیه و همچنین ارائه اطلاعات، جهت نگهداری و بازسازی سازه، توسط لی و همکارانش تعریف شده است[۲۲].

روش‌های پایش سلامت سازه‌ها به صورت خودکار به یافتن رفتار متناقض سازه‌ای تکیه دارند. یکی از عمومی‌ترین شیوه‌های پایش سلامت استفاده از اطلاعات ارتعاش سازه (برای آسیب‌های غیر مخرب) است. قاعده‌ی کلی بدین ترتیب است که آسیب در یک سازه، تغییرات در خصوصیات فیزیکی‌اش را در پی خواهد داشت، به عنوان مثال افت سختی، و در پی آن تغییرات قابل ملاحظه در خصوصیات دینامیکی آن. بر اساس این که کدام یک از مشخصات دینامیکی یا خصیصه‌ی آسیب لحاظ گردند، این روش‌های شناسایی آسیب را می‌توان به صورت کلی به چهار گروه زیر تقسیم نمود [۸].

۱. روش‌های مبتنی بر فرکانس طبیعی؛

۲. روش‌های مبتنی بر شکل مود؛

۳. روش‌های مبتنی بر انحناء/کرنش شکل مودی؛

۴. سایر روش‌های مبتنی بر پارامترهای مودال.

از آنجایی که پل‌ها به عنوان عناصر زیربنایی دارای اهمیت بالایی هستند، پایش آن‌ها به جهت جلوگیری از آسیب جدی امری ضرورری است. در برخی کشورها، فروپاشی پل به علت فقدان اطلاعات کافی در طول مدت خدمت آن‌ها اتفاق افتاد. به علاوه اکثر پل‌ها با گذشت زمان رو به خرابی می‌روند و ساختاری ناکارآمد خواهند داشت. اصلاح و افزایش طول عمر این سازه‌ها، یکی از دلایل ضرورت حفظ و نگهداری آن‌ها می‌باشد. از طرفی تعمیر پل در زمان بروز آسیب جدی، به نسبت زمانی که آسیب سطحی و پایش صورت می‌گیرد، به هزینه پایین‌تر و زمان کمتر نیاز دارد. محدودیت ترافیکی لازم برای تعمیر، یکی دیگر از وجوه اهمیت پایش پل و جلوگیری از آسیب جدی است. در نتیجه، با توجه به دلایلی که در بالا ذکر شد، پایش سلامت سازه امری ضروری است.

۲-۲ پایش مستقیم

در گذشته نظارت بر سلامتی پل‌ها به صورت چشمی صورت می‌گرفت. بازرسی چشمی دارای دقت کافی نبوده و ریزش برخی از پل‌ها را در برداشت. پایش مستمر سلامت سازه‌ها، به منظورجلوگیری از آسیب جدی، توسط لی و همکارانش معرفی شد. به این صورت که در نقاط حساس پل که آسیب‌پذیرترند، سنسورهایی نصب شده که پاسخ ارتعاش پل را ثبت کنند. سیستم پایش از سه بخش شامل سنسورها، پردازش داده و سیستم ارزیابی سلامت تشکیل شده است. سنسورها نقش کلیدی در عملکرد پایش ایفا می‌کنند. بدیهی است در این رویکرد هرچه تعداد سنسورها به کار گرفته شده بیشترباشد، ازسازه پل نیز اطلاعات بیشتری در دسترس خواهد بود. همچنین با پیشرفت‌های صورت گرفته در سیستم سنسورها، به کارگیری تعداد زیادی از آن‌ها در پل مقدوراست. اما با توجه به

هزینه‌های زیاد مربوط به سنسورها و سایر سیستم‌های وابسته به آن، تعداد سنسور قابل استفاده در سازه محدود می‌گردد[۲۲].

با توجه به محدودیت تعداد سنسور برخی محققان، به مسئله مکان‌یابی مناسب، به منظور بهینه کردن هزینه و زمان پرداخته‌اند. با انتخاب مکان مناسب با تعداد حداقل تعداد سنسور، می‌توان به اطلاعات بهتری دست یافت[۲۵-۲۳].

به عنوان مثال، در یک مورد مطالعاتی که یک پل بتنی منحنی در کالیفرنیای جنوبی بود، برای پایش سلامت آن در یک بازه‌ی هشت-ساله که سه زلزله نیز در آن روی داده است تعداد ۱۱ سنسور بر روی عرشه پل نصب شده بود. همچنین برای کسب برخی اطلاعات دیگر، وسیله نقلیه‌ای از پل عبورداده و با استفاده از آن پاسخ پل را کسب کردند. با توجه به نتایج حاصل از این داده‌ها، محققان نتیجه گرفتند که استفاده از پاسخ خودرو برای کسب پاسخ پل می‌تواند موضوع مورد توجهی باشد[۹].

۲-۳- پایش غیرمستقیم

رویکرد غیرمستقیم، که خصوصیات دینامیکی سازه‌ی پل از پاسخ دینامیکی وسیله نقلیه‌ی عبوری استخراج می‌شود، اول بار توسط آقای یانگ طرح گردید [۱۰] و [۱۱]. در این رویکرد خودرو می‌تواند در طول حرکتش، ویژگی‌های ارتعاش تمام نقاط پل را دریافت کند. این روش به این صورت است که، به جای نصب سنسور روی پل، یک سنسور(شتاب سنج) برروی خودرو نصب می‌شود سپس خودرو روی پل شروع به حرکت کرده و پاسخ شتاب را ثبت می‌نماید. در حین حرکت، خودرو هم به عنوان محرک در پل ارتعاش ایجاد کرده و هم پاسخ آن را ثبت می‌کند. در نقطه اتصال خودرو و پل نیروی اندرکنشی ایجاد می‌شود که با توجه به نیروی ایجاد شده و معادلات حرکت پل و خودرو، می-توان از پاسخ خودرو، پاسخ پل را به دست آورد. برای کسب اندرکنش بین آن‌ها مدل‌های ساده شده ای توسط برخی محققان در نظر گرفته شده است که در فصل‌های بعدی ذکر خواهد شد. ولی در حالت کلی، پل به صورت تیر ساده اویلر-برنولی فرض شده و خودرو به شکل یک جرم فنردار که

شامل یک جرم ارتجاعی و یک جرم غیر ارتجاعی که به ترتیب نمایانگر جرم بدنه خودرو و جرم لاستیک‌ها می‌باشد[۱۲]. در فصل‌های بعد به شرح کامل پرداخته خواهد شد.

۲-۴ مقایسه دو رویکرد

در رویکرد مستقیم نصب سنسورها، هزینه و زمان نسبتا بالایی دارد. به علاوه با توجه به سختی نصب، این روش نیازمند نیروی انسانی با مهارت کافی است و همچنین برای نصب باید محدودیت ترافیکی ایجاد شود تا سنسورها در محل تعیین شده نصب شوند. یک مورد مهم دیگر این است که در روش مستقیم، سنسورها فقط پاسخ یک نقطه از پل را در اختیار می‌دهند و اگر خرابی در قسمت‌های دیگر رخ دهد ممکن است به صورت واضح در پاسخ مشهود نباشد. در مقابل، رویکرد غیر مستقیم، نیاز به فقط یک سنسور برروی خودرو دارد که از نظر هزینه، زمان و محدودیت ترافیکی بسیار به صرفه‌تر است. همچنین در روش غیرمستقیم به صورت همزمان، پاسخ تمامی نقاط پل در دسترس خواهند بود، که تشخیص آسیب با دقت بالاتری صورت می‌پذیرد[۱۳].

در نتیجه باتوجه به مواردی که در بالا ذکر شد، در حالت کلی می‌توان روش غیر مستقیم را ایده مناسب‌تری برای پایش سلامت پل در نظر گرفت. با این وجود در رویکرد غیر مستقیم هنوز مواردی مانند؛ سرعت حرکت خودرو، ناهمواری‌های سطح، تاثیر ترافیک بر پاسخ مورد توجه محققان وچالش برانگیز هستند[۱۳].

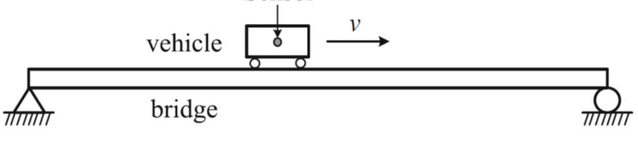
فصل سوم

استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری

این فصل به سه بخش تقسیم شده است. بخش اول مربوط به مدلسازی و معادلات اندرکنش پل-خودرو، در بخش دوم تئوری کسب شکل‌های مودی پل با استفاده از تکنیک تجزیه حوزه فرکانس کوتاه مدت شرح داده شه و در بخش آخر تکنیک تجزیه میانگین موضعی معرفی شده و کاربرد آن مورد بررسی قرار گرفته است.

۳-۱ اندرکنش پل و خودرو

همانطور که پیش‌تر ذکر شد، ایده‌ی رویکرد غیرمستقیم، که خصوصیات دینامیکی سازه‌ی پل از پاسخ دینامیکی وسیله نقلیه عبوری استخراج می‌شود، اول بار توسط آقای یانگ طرح گردید [۱۰] و [۱۱]. یک چنین رویکردی کم هزینه بوده و در عین حال به دنبال کاهش نصب ادوات روی پل نیز می‌باشد. در این رویکرد، یک وسیله نقلیه مجهز به حسگر (شتاب‌سنج) از روی پل عبور می‌کند. بواسطه اندرکنش بین پل و خودرو، وسیله‌ی متحرک را همزمان می‌توان هم به عنوان محرک در نظر گرفت، هم به عنوان گیرنده. آقایان لین و یانگ [۱۲] به صورت آزمایشگاهی و با عبور یک خودروی مجهز به حسگر بر روی یک پل بزرگراه در تایوان نشان دادند که این روش در عمل نیز قابلیت اجرا دارد. در حالتی‌که تنها فرکانس‌های پل مورد نیاز باشد، رویکرد غیرمستقیم در مقایسه با روش‌های مستقیم برتری‌های زیادی دارد که از آن جمله می‌توان به نیاز کمتر به تجهیزات، پرسنل متخصص در محل، هزینه‌ی کمتر، سادگی، کارایی، و قابل حمل بودن اشاره نمود. در ادامه به تفصیل در اتباط با اندرکنش پل-خودرو صحبت خواهد شد.



شکل(۳-۱): جرم فنردار عبوری از پل[۳۲]

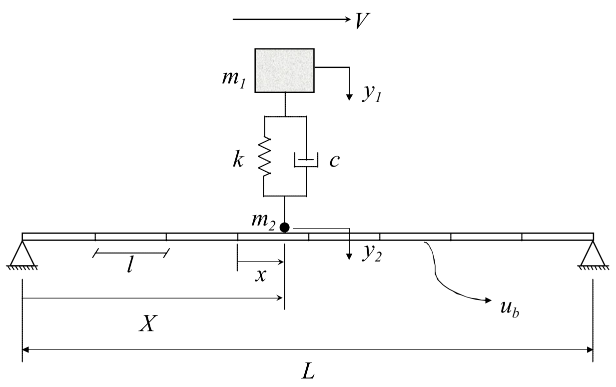
۳-۱-۱ اندرکنش خودرو-پل با عبور یک خودرو

در اینجا یک روش تحلیل تیرهای الاستیک در مواجهه با بارهای دینامیکی القا شده به آن، با استفاده از حرکت اختیاری یک سیستم جرم و فنر همراه با میرایی معرفی می‌شود. معادلات حاکم بین خودرو و پل از این قبیل است، که بر اساس روش المان محدود فرمولبندی شده است. مجموعه معادلات حاکم بر سیستم از نوع معادله دیفرانسیل درجه ۲ وابسته به زمان است. در این مدل تغییر مکان پل و خودرو در نقطه تماس مساوی در نظر گرفته شده است.

فرضیات مدل مورد بررسی به شرح زیر می‌باشد:

۱. از ناهمواری‌های سطح صرف‌نظر شده ولی در صورت لزوم می‌توان در نظر گرفت.
۲. وزن خودرو در مقابل جرم پل بسیار کوچک است.
۳. قبل از ورود خودروی تست، پل در حال استراحت می‌باشد، به عبارتی شرایط اولیه برای پل صفر در نظر گرفته می‌شود. این یک فرض منطقی است چرا که ارتعاشات پل ناشی از تحریکات محیطی در مقایسه با نیروهای خودروی عبوری ناچیز هستند و می‌توان از آن‌ها صرف‌نظر نمود.
۴. خودرو با سرعت ثابت از روی پل با سطح مقطع یکسان عبور می‌کند. لازم به ذکراست هرچه سرعت خودرو پایین‌تر باشد، نتایج بهتری حاصل می‌شود.

مدل تیر و سیستم جرم فنری در شکل۳-۲ نشان داده شده است[۲۶]. که در آن m_1 جرم فنری(جرم بدنه)، k و c به ترتیب، ضرایب سختی و میرایی، m_2 جرم غیرفنری(جرم چرخ‌های خودرو)، x موقعیت جرم روی المان، X موقعیت برروی پل است.

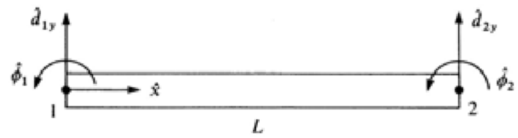


شکل(۳-۲): جرم فنردار عبوری از پل و المان اندرکنش پل و خودرو[۲۶]

هر المان تیر، به صورت سیستم ۴ درجه آزادی و جرم فنری دارای یک درجه آزادی مدل شده است. به ترتیب در رابطه (۳-۱) و (۳-۲) معادلات حرکت پل و جرم فنردار ، قابل مشاهده است :

$$[M]\{\ddot{u}_b\}+[C]\{\dot{u}_b\}+[K]\{u_b\}=\{f\}=[N]^T\{f_0\} \tag{۳-۱}$$

$$m_1\ddot{y}_1+c(\dot{y}_1-\dot{y}_2)+k(y_1-y_2)=0 \tag{۳-۲}$$



شکل(۳-۳): درجات آزادی هر المان[]

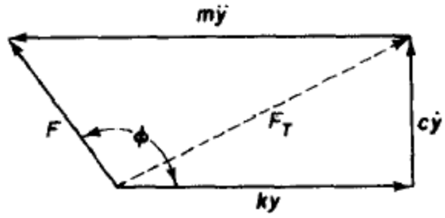
که در آن، M ماتریس جرم کل، K ماتریس سختی کل، C ماتریس میرایی ، متغیر u_b و مشتقات آن نسبت به زمان به ترتیب، شتاب، سرعت و جابه‌جایی کل پل هستند. متغیر y و مشتقاتش نیز هم مربوط به شتاب، سرعت و جابه‌جایی جرم فنری می‌باشد. همچنین جابه‌جایی پل با استفاده از توابع درونیاب هرمیتی N تقریب زده می‌شود.

$$N=\left[1-3\left(\frac{x}{l}\right)^2+2\left(\frac{x}{l}\right)^3, x\left(1-\frac{x}{l}\right)^2, 3\left(\frac{x}{l}\right)^2-2\left(\frac{x}{l}\right)^3, \frac{x^2}{l}\left(\frac{x}{l}-1\right)\right]^T \tag{۳-۳}$$

در روابط ۳-۱ و ۳-۲ داریم:

$$f_0 = (m_1 + m_2)g - m_2\ddot{y}_2 + F_T \qquad (۴-۳)$$

$$F_T = k(y_1 - y_2) + c(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) \qquad (۵-۳)$$



شکل(۳-۴): دیاگرام نیرو[۲۶]

با توجه به دیاگرام فوق، می‌توان F_T را به شکل زیر نیز در نظر گرفت:

$$F_T = F - m_1\ddot{y}_1 \qquad (۶-۳)$$

از آنجایی که نیروی خارجیF نیز صفر است، خواهیم داشت:

$$f_0 = m_1(g - \ddot{y}_1) + m_2(g - \ddot{y}_2) \qquad (۷-۳)$$

فرض می‌شود متغیر y_2، که نمایانگر تغییرمکان قائم جرم غیرفنری m_2 است، برابر با w، تغییرمکان قائم تیر در نقطه اتصال می‌باشد. مشتقات زمانیy_2 به شکل زیر هستند:

$$\dot{y}_2(x,t) = \frac{\partial w}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial w}{\partial t} \qquad (۸-۳)$$

$$\ddot{y}_2(x,t) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\dot{x}^2 + 2\frac{\partial^2 w}{\partial x.\partial t}\dot{x} + \frac{\partial w}{\partial x}\ddot{x} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \qquad (۹-۳)$$

تابع w(x,t) می‌تواند از توابع درونیاب و تغییرمکان هر نقطه از تیر حاصل شود که در رابطه ۳-۹ قابل مشاهده است:

$$w = \lfloor N \rfloor \{u_b\} \qquad (۱۰-۳)$$

با استفاده از رابطه‌های ۳-۹ و ۳-۸ خواهیم داشت(لازم به ذکر است N متغیر نسبت به مکان و u_b متغیر نسبت به زمان می‌باشد):

$$, \quad \frac{\partial w}{\partial x}=\lfloor N \rfloor_x \{u_b\} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\lfloor N \rfloor \{\ddot{u}_b\} \qquad (۳-۱۱)$$

$$, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x.\partial t}=\lfloor N \rfloor_x \{\dot{u}_b\} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\lfloor N \rfloor_{xx} \{u_b\}$$

در روابط فوق x به نشانه مشتق نسبت به مکان(x) بوده و علامت نقطه به منظور مشتق نسبت به زمان(t) است. با استفاده از روابط ۳-۱۱، ۳-۸، ۳-۹، ۳-۵، ۳-۴ و جایگزینی در روابط ۳-۲و۳-۱، دستگاه معادلات درجه ۲ کلی زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} [M]+[m]^* & \{0\} \\ [0] & m_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\ddot{u}_b\} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C]+[c]^* & -c[N]^T \\ -c[N] & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\dot{u}_b\} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K]+[k]^* & -k[N]^T \\ -c\dot{x}[N]-k[N] & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u_b\} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [N]^T(m_1+m_2)g \\ 0 \end{bmatrix}$$

(۳-۱۲)

سایر متغیرها به شرح زیر است:

$$[m]^* = m_2[N]^T[N] \qquad (۳-۱۳)$$

$$[c]^* = 2m_2\dot{x}[N]^T[N]_x + c[N]^T[N] \qquad (۳-۱۴)$$

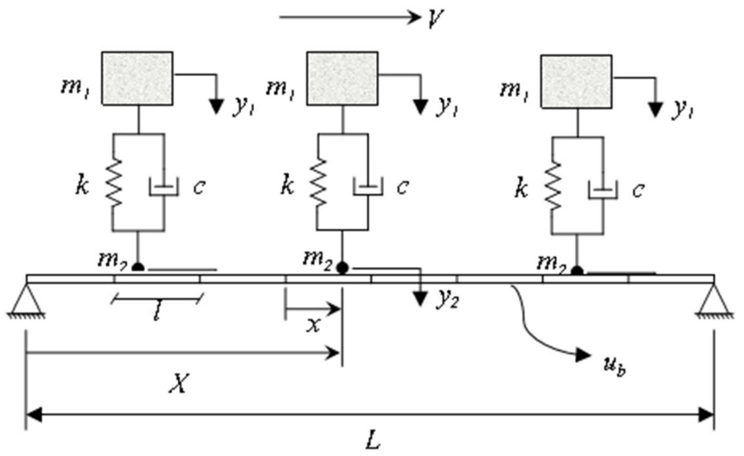
$$[k]^* = m_2\dot{x}^2[N]^T[N]_{xx} + m_2\ddot{x}[N]^T[N]_x + k[N]^T[N] + c\dot{x}[N]^T[N]_x \qquad (۳-۱۵)$$

معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم از روش‌های مختلفی قابل حل می‌باشد که در اینجا روش نیومارک-بتا انتخاب شده است. ضرایب $\beta=0.25$ و $\gamma=0.5$ ، در این روش مورداستفاده قرار گرفته‌اند.

۳-۱-۲ اندرکنش خودرو-پل با عبور n خودرو

کلیات همانند قسمت قبل است با این تفاوت که تعداد المان‌های اندرکنش بیشتر شده و بردار نیرو تغییر می‌کند. خودروهای عبوری دارای مشخصات یکسان بوده ولی در صورت لزوم می‌توانند متفاوت باشند. مدل تیر و سیستم جرم فنری در شکل۳-۴ نشان داده شده است. که در آن همانطور

که پیش‌تر ذکر شد، m_1 جرم فنری، k و c به ترتیب، ضرایب سختی و میرایی، m_2 جرم غیرفنری(جرم چرخ‌های خودرو)، x موقعیت جرم روی المان، X موقعیت برروی پل است.



شکل(۳-۵): چند جرم فنردار عبوری از پل و المان اندرکنش پل و خودرو

مانند قبل، هر المان تیر، به صورت سیستم ۴ درجه آزادی و جرم فنری دارای یک درجه آزادی مدل شده است. به ترتیب در رابطه (۳-۱۶) و (۳-۱۷) معادلات حرکت پل و جرم فنردار ، قابل مشاهده است :

$$[M]\{\ddot{u}_b\}+[C]\{\dot{u}_b\}+[K]\{u_b\}=\sum_{i=1}^{n}[N]_i^T\{f_0\}_i \qquad (۱۶\text{-}۳)$$

$$m_i\ddot{y}_{1i}+c_i(\dot{y}_{1i}-\dot{y}_{2i})+k_i(y_{1i}-y_{2i})=0 \qquad (۱۷\text{-}۳)$$

که در آن، M ماتریس جرم کل، K ماتریس سختی کل، C ماتریس میرایی، متغیر u_b و مشتقات آن نسبت به زمان به ترتیب، شتاب، سرعت و جابه‌جایی کل پل هستند. متغیر y_i و مشتقاتش نیز هم مربوط به شتاب، سرعت و جابه‌جایی جرم فنری i می‌باشد. همچنین جابه‌جایی پل با استفاده از توابع درونیاب هرمیتی N تقریب زده می‌شود.

$$N_i=\left[1-3\left(\frac{x_i}{l}\right)^2+2\left(\frac{x_i}{l}\right)^3, x\left(1-\frac{x_i}{l}\right)^2, 3\left(\frac{x_i}{l}\right)^2-2\left(\frac{x_i}{l}\right)^3, \frac{x_i^2}{l}\left(\frac{x_i}{l}-1\right)\right] \qquad (۱۸\text{-}۳)$$

و همچنین در روابط ۳-۱۶ و ۳-۱۷ داریم:

$$f_{0i} = (m_1 + m_2)g - m_2\ddot{y}_{2i} + F_{Ti} \qquad (۳-۱۹)$$

$$F_{Ti} = k(y_{1i} - y_{2i}) + c(\dot{y}_{1i} - \dot{y}_{2i}) \qquad (۳-۲۰)$$

همانند قبل، می‌توان F_{Ti} را به شکل زیر نیز در نظر گرفت:

$$F_{Ti} = F - m_1\ddot{y}_{1i} \qquad (۳-۲۱)$$

از آنجایی که نیروی خارجی F نیز صفر است، خواهیم داشت:

$$-f_{0i} = m_1(g - \ddot{y}_{1i}) + m_2(g - \ddot{y}_{2i}) \qquad (۳-۲۲)$$

متغیر y_{2i} ، نمایانگر تغییرمکان قائم جرم غیرفنری m_{2i} که در اینجا فرض می‌شود برابر با w_i، تغییرمکان قائم تیر در نقطه اتصال جرم فنری i می‌باشد. مشتقات زمانی y_{2i} به شکل زیر هستند:

$$\dot{y}_{2i}(x,t) = \frac{\partial w_i}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial w_i}{\partial t} \qquad (۳-۲۳)$$

$$\ddot{y}_{2i}(x,t) = \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2}\dot{x}^2 + 2\frac{\partial^2 w_i}{\partial x.\partial t}\dot{x} + \frac{\partial w_i}{\partial x}\ddot{x} + \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} \qquad (۳-۲۴)$$

تابع $w_i(x,t)$ می‌تواند از توابع درونیاب و تغییرمکان هر نقطه از تیر حاصل شود که در رابطه ۳-۲۵ قابل مشاهده است:

$$w_i = \lfloor N \rfloor_i \{u_b\} \qquad (۳-۲۵)$$

با استفاده از رابطه‌های ۳-۲۴ و ۳-۲۵ خواهیم داشت:

$$, \quad \frac{\partial w_i}{\partial x} = \lfloor N \rfloor_{ix}\{u_b\} \quad \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = \lfloor N \rfloor_i \{\ddot{u}_b\} \qquad (۳-۲۶)$$

$$, \quad \frac{\partial^2 w_i}{\partial x.\partial t} = \lfloor N \rfloor_{ix}\{\dot{u}_b\} \quad \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} = \lfloor N \rfloor_{ixx}\{u_b\}$$

در روابط فوق x به نشانه مشتق نسبت به مکان(x) بوده و علامت نقطه به منظور مشتق نسبت به زمان(t) است و با جایگزینی خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} [M]+[m]^* & \{0\} \\ [0] & m_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\ddot{u}_b\} \\ \ddot{y}_{1i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C]+[c]^* & -c[N]_i^T \\ -c[N]_i & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\dot{u}_b\} \\ \dot{y}_{1i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K]+[k]^* & -k[N]_i^T \\ -c\dot{x}[N]_i - k[N]_i & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u_b\} \\ y_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \lfloor N \rfloor_i^T (m_1+m_2)g \\ 0 \end{bmatrix}$$

(۲۷-۳)

سایر متغیرها به شرح زیر است:

$$[m]^* = \sum_{i=1}^{n} m_2 [N]_i^T [N]_i \quad (۲۸-۳)$$

$$[c]^* = \sum_{i=1}^{n} \left(2m_2\dot{x}[N]_i^T [N]_{ix} + c[N]_i^T [N]_i \right) \quad (۲۹-۳)$$

$$[k]^* = \sum_{i=1}^{n} \left(m_2\dot{x}^2 [N]_i^T [N]_{ixx} + m_2\ddot{x}[N]_i^T [N]_{ix} + c\dot{x}[N]_i^T [N]_{ix} + k[N]_i^T [N]_i \right) \quad (۳۰-۳)$$

معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم از روش‌های مختلفی قابل حل می‌باشد که در اینجا روش نیومارک-بتا انتخاب شده است. ضرایب $\beta=0.25$ و $\gamma=0.5$ ، در این روش مورداستفاده قرار گرفته‌اند.

۳-۱-۳ اندرکنش خودرو-پل با عبور n خودرو و وجود زبری سطح

با توجه به اینکه، در دو قسمت قبل ناهمواری‌های سطح نادیده گرفته شده بود که در برخی موارد پارامتری حائز اهمیت است، در این بخش با در نظر گرفتن کلیات پیشین زبری سطح نیز وارد معادلات می‌شود. تمامی معادلات مانند قبل بوده با این تفاوت که:

$$w_i = \lfloor N \rfloor_i \{u_b\} + r_i(x) \quad (۳۱-۳)$$

زبری سطح با تابعی متغیر نسبت به مکان r(x) می‌باشد. تمامی مشتقات بر اساس رابطه فوق تغییر کرده و معادلات به شرح زیر خواهد شد(لازم به ذکراست تابع زبری هر تابعی می‌تواند اختیار شود):

$$\frac{\partial w_i}{\partial x} = \lfloor N \rfloor_{ix} \{u_b\} + \dot{r}_i(x) \tag{۳-۳۲}$$

$$\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} = \lfloor N \rfloor_{ixx} \{u_b\} + \ddot{r}_i(x) \tag{۳-۳۳}$$

$$\frac{\partial^2 w_i}{\partial x.\partial t} = \lfloor N \rfloor_{ix} \{\dot{u}_b\} \tag{۳-۳۴}$$

$$\frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = \lfloor N \rfloor_{i} \{\ddot{u}_b\} \tag{۳-۳۵}$$

$$\dot{y}_{2i}(x,t) = \dot{x}\left(\left[N\right]_{ix} \{u_b\} + \dot{r}_i(x)\right) + \left[N\right]_i \{\dot{u}_b\} \tag{۳-۳۶}$$

$$\ddot{y}_{2i}(x,t) = \dot{x}^2\left(\left[N\right]_{ixx} \{u_b\} + \ddot{r}_i(x)\right) + 2\dot{x}\left[N\right]_{ix} \{\dot{u}_b\} + \left[N\right]_i \{\ddot{u}_b\} \tag{۳-۳۷}$$

در نتیجه با جایگزینی دستگاه معادلات کلی حاصل شده است:

$$\begin{bmatrix} [M]+[m]^* & \{0\} \\ [0] & m_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \{\ddot{u}_b\} \\ \ddot{y}_{1i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C]+[c]^* & -c[N]_i^T \\ -c[N]_i & c \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \{\dot{u}_b\} \\ \dot{y}_{1i} \end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix} [K]+[k]^* & -k[N]_i^T \\ -c\dot{x}[N]_i - k[N]_i & k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \{u_b\} \\ y_{1i} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \lfloor N \rfloor_i^T \left((m_1+m_2)g - c\dot{x}\dot{r}_i(x) - kr_i(x) - m_2\dot{x}^2\ddot{r}_i(x)\right) \\ 0 + c\dot{x}\dot{r}_i(x) + kr_i(x) \end{bmatrix}$$

(۳-۳۸)

در آن $[m]^*$، $[c]^*$، $[k]^*$ تغییری نکرده و از روابط ۳-۲۸ تا ۳-۳۰ پیروی می‌کند.

۳-۲ استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری

در این بخش، تئوری تخمین شکل‌های مودی از پاسخ خودروی عبوری با استفاده از تکنیک تجزیه حوزه فرکانس کوتاه‌مدت[۱۴](STFDD) شرح داده شده است. این تکنیک دارای دو بخش اصلی است؛ اول، اجرای FDD برروی پاسخ اندازه‌گیری شده از دو خودروی عبوری در مراحل مختلف و بخش دوم، اصلاح شکل‌های موضعی تخمین زده شده در هر مرحله با استفاده از پروسه کوچک‌سازی.

در ابتدا، یک پیش زمینه در رابطه با تکنیک تجزیه حوزه فرکانس معرفی شده و سپس روش STFDD توصیف می‌شود. در قسمتی دیگر روش تفاضل سیگنال‌ها و چگونگی حذف تاثیر زبری سطح از پاسخ خودرو بیان می‌شود.

۳-۲-۱ پیش‌زمینه تئوری تکنیک تجزیه حوزه فرکانس

تجزیه حوزه فرکانس یک روش خروجی‌محور در حوزه تحلیل فرکانس می‌باشد، که اولین بار توسط بریکنر معرفی شده است. اساس این روش به این صورت است که، در سازه‌هایی با میرایی پایین، زمانی که ورودی نویز سفید باشد، می‌توان شکل‌های مودی را از طیف چگالی‌های محاسبه شده، تخمین زد. به عبارت دیگر، ابتدا ماتریس چگالی طیف توان[۱۵] (PSD) پاسخ محاسبه شده و سپس روش تجزیه مقادیر تکین[۱۶] (SVD) بر روی آن اعمال می‌شود و به کمک آن، مقادیر فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل‌های مودی به دست می‌آیند:

$$\hat{G}_{yy}\left(j\omega_i\right)=U_iS_iU_i^H \qquad (۳-۳۹)$$

که در رابطه فوق، U_i بردار تکین و S_i ماتریس مقادیر تکین سیستم در فرکانس ω_i می‌باشد.

---

[14] Short Time Frequency Domain Decomposition(STFDD)

[15] Power Spectral Density Matrix

[16] Singular Value Decomposition

اگر مقادیر تکین مشاهده شده از خروجی سازه در یک دیاگرام SVD رسم شود، نقاط اوج نمایانگر فرکانس‌ها و بردارهای تکین متناظر با شکل‌های مودی می‌باشد. جزئیات بیشتر این روش در پیوست ۱ ارائه شده است.

۳-۲-۲ روش تجزیه حوزه فرکانس کوتاه مدت(STFDD)

مطالعات زیادی در ارتباط با، استفاده از شتاب اندازه‌گیری شده خودروی عبوری برای کسب فرکانس‌های اصلی و نسبت‌های میرایی سازه گزارش شده است[۳۳-۱۰،۱۱،۳۱].

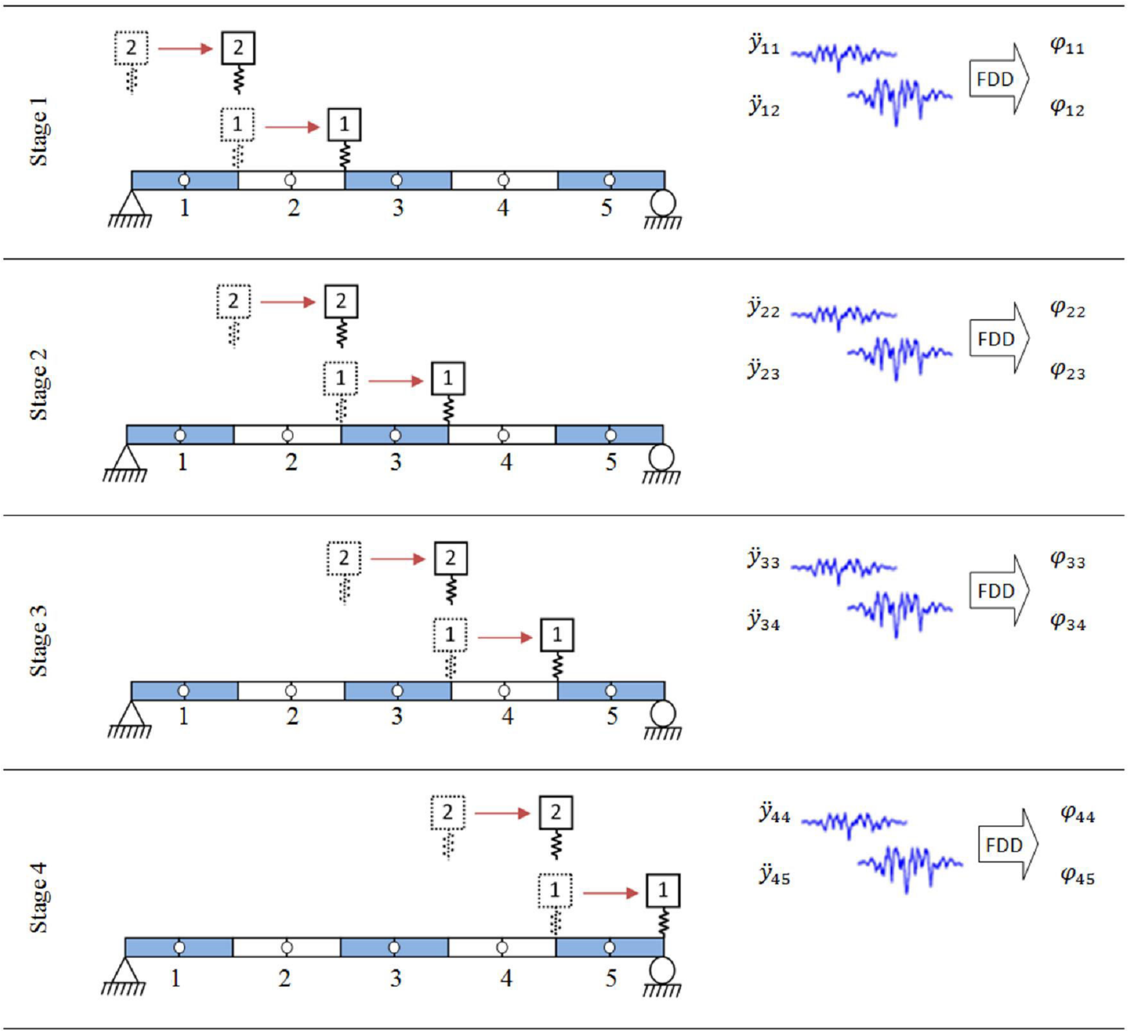
سیگنال اندازه‌گیری شده از خودرو، شامل هم پاسخ پل(به صورت غیرمستقیم)و هم پاسخ خودرو می‌باشد. در نتیجه، فرکانس‌های اصلی پل و خودرو، هر دو در تبدیل فوریه پاسخ[۱۷](FFT) خودرو قابل مشاهده هستند. روش تجزیه حوزه فرکانس کوتاه مدت، به این شکل است که، اگر تکنیک FDD برروی سیگنال‌های اندازه‌گیری شده از سنسورهای دو محور، در بازه‌های زمانی کوتاه، مجزا از یکدیگر، به کار برده شود، شکل‌های مودی پل، در یک پروسه چند مرحله‌ای قابل مشاهده است. به این ترتیب که، پل به چند بخش تقسیم شده، که طول هر بخش به اندازه فاصله بین دو محور است. به طور مثال، مراحل انجام STFDD در شکل ۳-۶ نمایش داده شده، که در آن فاصله محورها L/5 و پل به پنج قسمت تقسیم شده است[۱۶].

همانگونه که در شکل قابل مشاهده است، چهار بازه زمانی برای پنج بخش تعریف شده و همچنین موقعیت اولیه محورها با نقطه‌چین و موقعیت نهایی با خط ترسیم شده است. در هر مرحله، دو سیگنال اندازه‌گیری‌شده، در یک ماتریس قرار می‌گیرند. رابطه ۳-۴۰، اسمبل ماتریس سیگنال‌ها می‌باشد:

$$\ddot{Y}_j = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{j,j} \\ \ddot{y}_{j,j+1} \end{bmatrix} \quad j = 1:4 \qquad (۳-۴۰)$$

[17] Fast Fourier Transform(FFT)

که $\ddot{y}_{j,j+1}$ و $\ddot{y}_{j,j}$ به ترتیب، سیگنال شتاب اندازه‌گیری شده از محور۱ و محور۲، اندیس اول شماره مرحله و اندیس دوم نمایانگر شماره بخش و نیز $\ddot{Y}_j$ ماتریس شتاب در مرحله j می‌باشد. بنابراین، خروجی این پروسه چهار ماتریس بوده که هر ماتریس شامل دو سیگنال مجزا می‌باشد.



شکل(۳-۶): مراحل اجرای پروسه STFDD[۱۶]

به منظور تخمین شکل‌های مودی در هر مرحله، FDD در هر مرحله بر روی $\ddot{Y}_j$ به کار برده می‌شود. با انجام این کار، دیاگرام مقادیر تکین رسم شده و فرکانس‌ها مشاهده و همچنین بردارهای مودشکل موضعی حاصل می‌شود(سمت راست شکل ۳-۶). در این مثال، چهار بردار دو مولفه‌ای

مودشکل در چهار موقعیت متفاوت، قابل مشاهده است، که مودشکل‌های موضعی نامیده می‌شوند($\{\varphi_{j,j},\varphi_{j,j+1}\}^T$).

تکنیک STFDD براین اساس که، سیگنال اندازه‌گیری شده در هر مرحله، نمایانگر رفتار دینامیکی پل در آن موقعیت می‌باشد و با ایجاد ارتباط بین مودشکل‌های موضعی، مودشکل کل حاصل خواهد شد. این پروسه با کوچک‌سازی مولفه‌ها صورت می‌گیرد که به شرح زیر می‌باشد:

$$\Phi_1=\varphi_{11} \quad (۴۱\text{-}۳)$$

$$\Phi_2=\varphi_{12} \quad (۴۲\text{-}۳)$$

که Φ_1 و Φ_2 مولفه‌های مودشکل کل مربوط به نقطه میانی بخش های اول و دوم پل می‌باشد. φ_{23} برای مولفه سوم باید کوچک شود، به این علت که سیگنال‌های مراحل ۱ و ۲ همزمان اندازه‌گیری نشده است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Phi_3=\varphi_{23}\frac{\Phi_2}{\varphi_{22}} \quad (۴۳\text{-}۳)$$

بنابراین، مولفه‌های بعدی نیز به شکل زیر حاصل می‌شود:

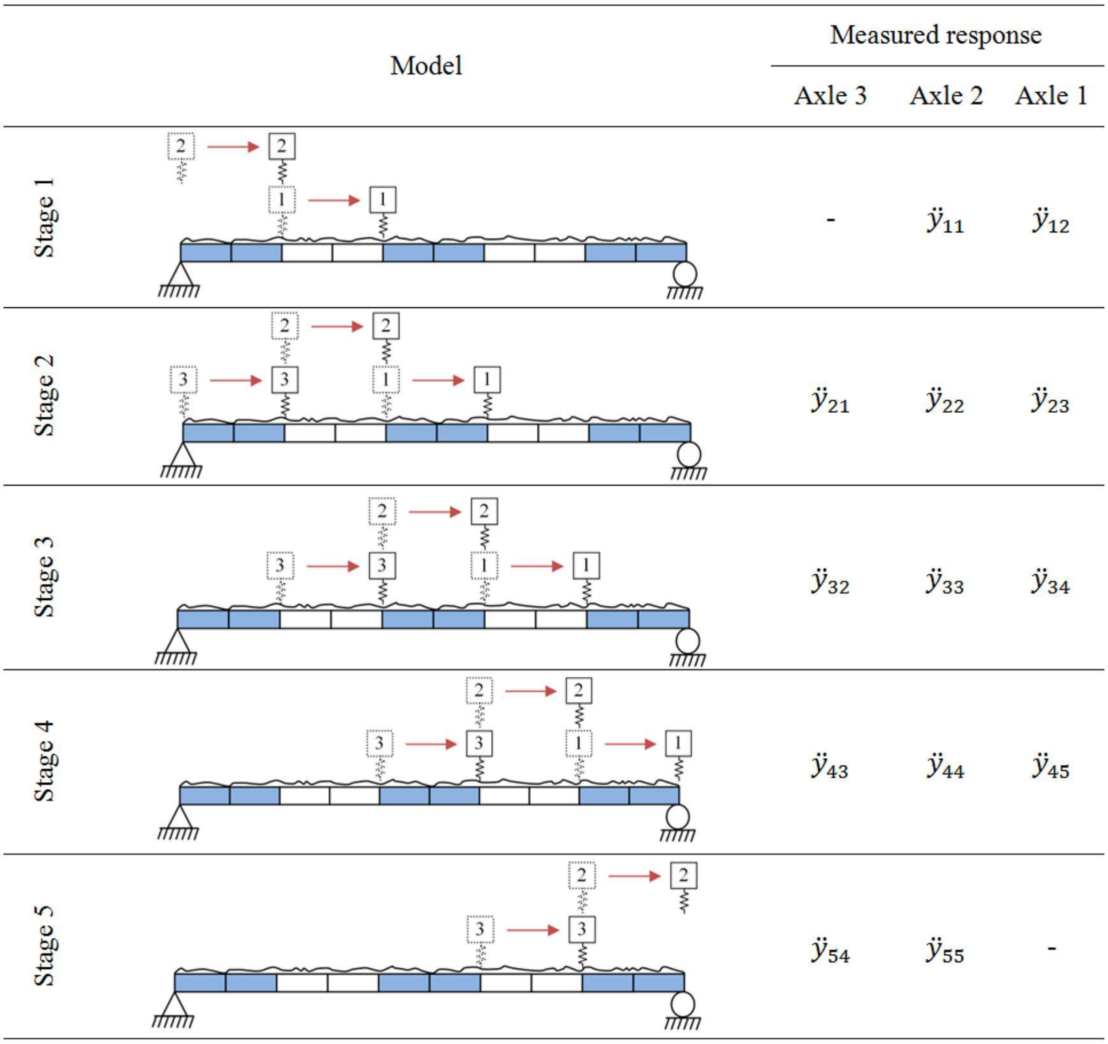
$$\Phi_{j+1}=\varphi_{j,j+1}\frac{\Phi_j}{\varphi_{j,j}} \qquad j=2:4 \quad (۴۴\text{-}۳)$$

که Φ_{j+1} مولفه مودشکل کل مربوط به j+1امین بخش، در مرحله jام می‌باشد. لازم به ذکر است که مولفه‌های مودشکل کل مشاهده شده در این تکنیک، نقاط میانی بخش‌های پل را نمایش می‌دهد. همچنین به جهت کسب نتایج دقیق‌تر، سرعت محورها به صورت ثابت فرض شده است.

۳-۲-۳ حذف اثر زبری سطح

محققان در سال‌های گذشته نظریه تفاضل پاسخ ها را برای بهبود نتایج(با در نظر گرفتن اثر زبری) پیشنهاد کردند[۳۴-۳۲]. در این تحقیقات ثابت شد که، زبری در اثر تفاضل پاسخ‌های شتاب دو محور از سیگنال باقیمانده حذف شده و باقیمانده ویژگی‌های سیگنال اولیه را حفظ کرده است.

در روش پیشنهادی STFDD، برای به کار بردن تکنیک تفاضل پاسخ‌ها، لازم است سه محور پشت سر هم از روی پل عبور کنند. هر سه محور دارای مشخصات یکسان و سرعت ثابت هستند و با اختلاف یک المان از یکدیگر روی پل شروع به حرکت می‌کنند. شکل ۳-۷، مراحل انجام این تکنیک را نمایش می‌دهد. این شکل مربوط پلی است که پنج بخش تقسیم شده است[۱۶].



شکل(۳-۷): شرح مراحل روش STFDD با در نظر گرفتن زبری سطح[۱۶]

همانگونه که در شکل فوق قابل مشاهده است، چهار ماتریس پاسخ از پنج مرحله حاصل شده است که بر اساس رابطه زیر هستند:

$$\ddot{X}_j = \begin{bmatrix} \ddot{X}_{j,j-1} \\ \ddot{X}_{j,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{j,j-1} - \ddot{y}_{j-1,j-1} \\ \ddot{y}_{j,j} - \ddot{y}_{j-1,j} \end{bmatrix} \qquad j = 2:5 \qquad (۴۵-۳)$$

که $\ddot{X}_{j,j-1}$، اختلاف پاسخ‌ها در مرحله j ام(اولین اندیس)و بخش j-1ام(دومین اندیس)می‌باشد. در این قسمت نیز، به منظور ایجاد مودشکل کل، از روشSTFDD که در قسمت قبل توضیح داده شد، استفاده شده است.

۳-۳ معرفی تکنیک تجزیه میانگین موضعی

هر سیگنالی که از یک سنسور به دست می‌آید حاوی داده‌های اندازه گیری شده‌ای از سیستم موردنظر است. برای تجزیه و تحلیل این داده ها، پردازش سیگنال به دست آمده یک نیاز ضروری است. پردازش سیگنال به آشکارسازی اطلاعات نهفته در سیگنال به دست آمده و شناسایی پدیده‌های گذرای پنهان در آن کمک می‌کند. بر اساس آنالیزهای به کار رفته در تحلیل سیگنال‌ها می‌توان آنهارا به سه دسته کلی شامل حوزه زمان، حوزه فرکانس، حوزه زمان-فرکانس تقسیم نمود. روش‌های حوزه زمان و فرکانس برای پردازش سیگنال‌های ارتعاشی و عیب‌یابی مورد استفاده قرار گرفته است. از آنجایی که توزیع طیفی یک سیگنال ناپایا نسبت به زمان متغیر است، برای آنالیز چنین سیگنال‌هایی استفاده از روشهای حوزه زمان- فرکانس ضروری است. توزیع‌های طیفی زمان- فرکانس کوهن، تبدیل فوریه زمان کوتاه و توزیع زمان-فرکانس بر پایه موجک نمونه‌ای از این موارد هستند[۳۳]. برای اولین بار، هوانگ و همکارانش [۳۴]یک توزیع زمان-فرکانس جدید بر پایه تبدیل هیلبرت-هوانگ ارائه دادند که دارای مزایایی نسبت به سایر توزیع‌ها می‌باشد. این روش برای در سال ۱۹۹۸ برای تحلیل داده‌های غیرخطی و ناپایا ارائه شد. استفاده از این روش در زمینه‌های مختلفی از جمله ژئوفیزیکی، آب‌وهوایی، اقیانوس‌شناختی و کاربرهای مهندسی از جمله عیب‌یابی[۳۵] موردتوجه قرار گرفته است. تبدیل هیلبرت- هوانگ به ترتیب از دو بخش اصلی تجزیه مود تجربی و تبدیل هیلبرت تشکیل شده است. در بخش اول، سیگنال به یک سری توابع مود ذاتی تجزیه شده و در بخش دوم با انجام تبدیل هیلبرت به محاسبه فرکانس لحظه‌ای و دامنه لحظه‌ای می‌پردازد[۳۴].

در سال ۲۰۰۵ روش جدید دیگری که روش تجزیه میانگین موضعی است، توسط اسمیت برای پردازش سیگنال‌های نوار مغزی پیشنهاد شد[۱۷]. این روش یک روش تحلیل زمان- فرکانس خود سازگار است که در آن یک سیگنال به یک سری سیگنال‌های تک مؤلفه‌ای، تحت عنوان توابع حاصلضرب، تجزیه می‌شود. این روش به ظاهر شبیه روش تجزیه مود تجربی است و به‌طور موفقیت آمیز برای تشخیص آسیب‌های موجود در ماشین‌های دوار مورد استفاده قرار گرفته است. از مزایای روش تجزیه میانگین موضعی انجام عملیات تجزیه و تفکیک به صورت همزمان، و بدون استفاده از تبدیل هیلبرت است. در ادامه تکنیک تجزیه میانگین موضعی معرفی شده است.

۳-۳-۱ روش تجزیه میانگین موضعی

همانطور که گفته شد، روش تجزیه میانگین موضعی یک روش تحلیل زمان- فرکانس خود سازگار است که برای اولین بار در سال ۲۰۰۵ توسط اسمیت برای پردازش سیگنال‌های نوار مغزی پیشنهاد شد. در این روش سیگنال به یک سری سیگنال‌های تک مولفه‌ای، تحت عنوان توابع حاصلضرب، تجزیه می‌شود. فرآیند تجزیه برای یک سیگنال ناپایا $X(t)$ به شکل زیر می‌باشد:

۱-ابتدا برای سیگنال اولیه میانگین‌های موضعی m_i، و دامنه‌های موضعی a_i ، با استفاده از مینیمم‌ها و ماکزیمم‌های موضعی n_i، از رابطه زیر محاسبه می‌شوند.

$$m_i = \frac{n_i + n_{i+1}}{2} \qquad (۳-۴۶)$$

$$a_i = \frac{|n_i - n_{i+1}|}{2} \qquad (۳-۴۷)$$

۲-توابع پیوسته هموار شده میانگین موضعی $\widetilde{m_{11}}(t)$ و دامنه موضعی $\widetilde{a_{11}}(t)$ با استفاده از روش میانگین‌گیری متحرک محاسبه می‌شود.

۳-تابع میانگین موضعی از سیگنال اولیه کسر می‌شود:

$$h_{11}(t) = X(t) - \widetilde{m_{11}}(t) \quad (۴۸-۳)$$

$$s_{11}(t) = \frac{h_{11}(t)}{\widetilde{a_{11}}(t)} \quad (۴۹-۳)$$

اگر $s_{11}(t)$ یک سیگنال فرکانس نرمال شده باشد، به گام بعد می‌رویم و گرنه گام‌های اول و دوم با جایگزینی $s_{11}(t)$ به جای سیگنال اولیه مجددا تکرار می‌شود تا وقتی که $s_{1r_1}(t) = \frac{h_{1r_1}(t)}{\widetilde{a_{1r_1}}(t)}$ یک سیگنال فرکانس خالص باشد، که بین ۱- و۱ نوسان می‌کند. در رابطه اخیر r_1 تعداد تکرارهای لازم برای محاسبه اولین تابع حاصلضرب است. در این حالت توابع دامنه، فاز و فرکانس لحظه‌ای به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$a_1(t) = \widetilde{a_{11}}(t)\widetilde{a_{12}}(t)\ldots\widetilde{a_{1r_1}}(t) \quad (۵۰-۳)$$

$$\varphi_1(t) = \arccos(s_{1r_1}(t)) \quad (۵۱-۳)$$

$$f_1(t) = \frac{f_s d\varphi_1(t)}{2\pi dt} \quad (۵۲-۳)$$

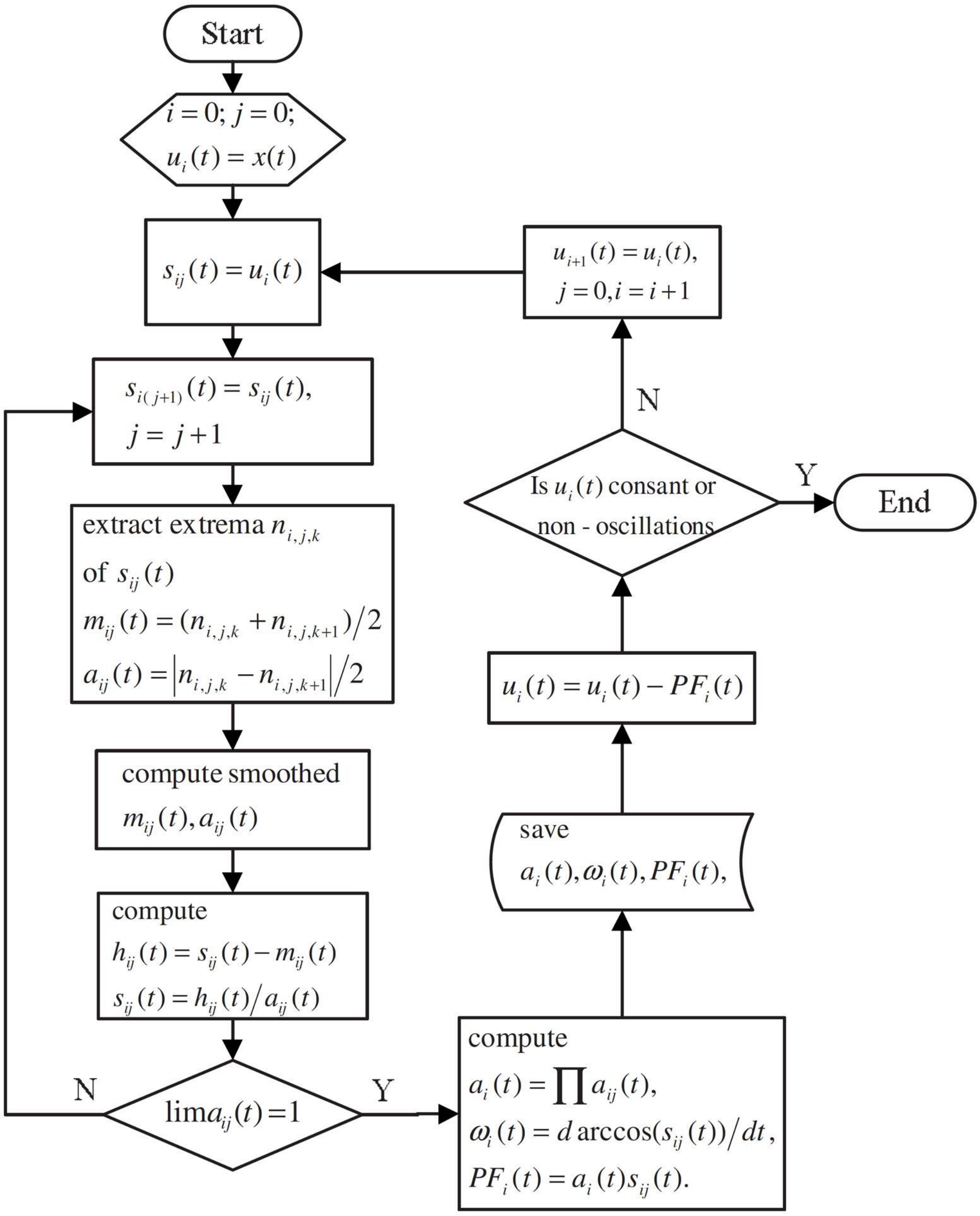
که در آنها a_1، φ_1 و f_1 به ترتیب دامنه، فاز و فرکانس لحظه‌ای مولفه استخراج شده و f_s نرخ نمونه برداری است.

۴-با توجه به دامنه لحظه‌ای و سیگنال فرکانس نهایی استخراج شده در مرحله قبل، اولین تابع حاصلضرب به دست می‌آید:

$$PF_1 = a_1(t)s_{1r_1}(t) \quad (۸-۵)$$

۵-در گام آخر تابع حاصلضرب به دست آمده از مرحله قبل، از سیگنال اولیه کسر می‌شود $u_1(t) = X(t) - PF_1(t)$ و مراحل ۱ تا ۴ مجددا برای $u_1(t)$ تکرار می‌شود تا تابع حاصلضرب بعدی نیز به دست آید. این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که $u_i(t)$ نهایتا یک تابع یکنواخت بدون نوسان شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$\mathrm{X}(\mathrm{t}) = \sum_{i=1}^{p} PF_1(t) + u_p(t) \tag{۳-۵۳}$$



شکل(۳-۸): الگوریتم روش تجزیه میانگین موضعی[۱۸]

فصل چهارم

مثال کاربردی

۴-۱ مقدمه

در این بخش، با ارائه مثال عددی به بررسی و ارزیابی روش‌های پیشنهادی درفصل‌های پرداخته شده است. لازم به ذکر است که تمامی تکنیک‌های ارائه شده فصل قبل، در نرم‌افزار Matlab® مدلسازی شده است.

۴-۲ استخراج فرکانس‌های پل از پاسخ خودروی عبوری

در این مثال هدف استخراج فرکانس‌های پلی با ویژگی‌های معین است. به این منظور، پل را به صورت تیر ساده اویلر-برنولی فرض شده و خودرویی با مشخصات معلوم از آن عبور داده شده است. پل به ۲۰ المان تقسیم شده است. مشخصات پل و خودرو در جدول ۴-۱ و ۴-۲ شرح داده شده است.

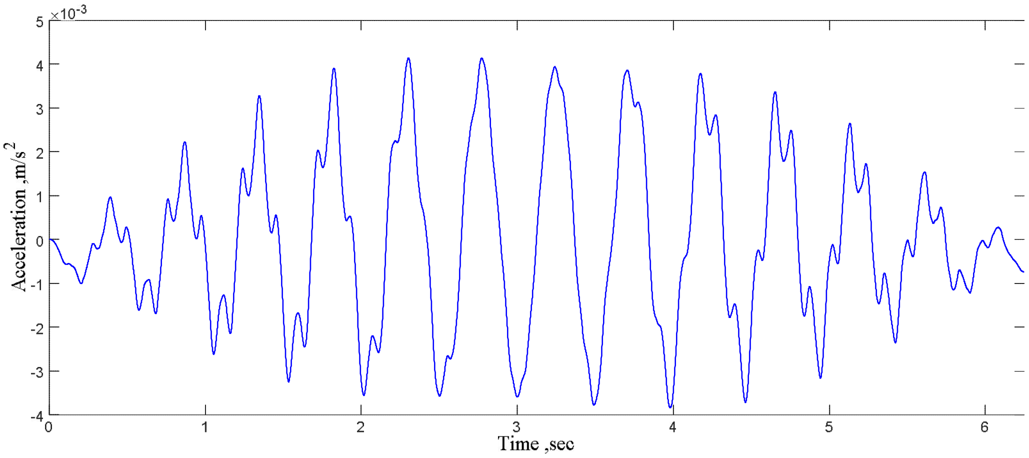
جدول(۴-۱): مشخصات خودروها[۳۷]

مشخصات	واحد	نماد	مقادیر
جرم بدنه	کیلوگرم	m_1	۵۰۰
جرم محور	کیلوگرم	m_2	۰
ضریب سختی محور	نیوتن بر متر	k	۵×۱۰^{۵}
ضریب میرایی محور	نیوتن.ثانیه بر متر	c	۰
سرعت	متر بر ثانیه	V	۴

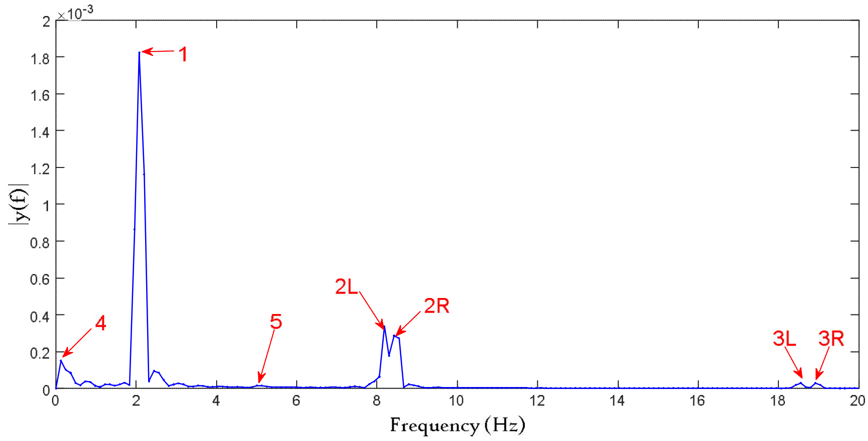
جدول (۴-۲): مشخصات پل[۳۷]

مشخصات	واحد	نماد	مقادیر
طول	متر	L	۲۵
جرم واحد طول	کیلوگرم بر متر	m	۴۸۰۰
مدول یانگ	مگا پاسکال	E	۲۷۵۰۰
ممان اینرسی سطح	متر به توان ۴	I	۰.۱۲

شکل۴-۱ پاسخ شتاب خودرو با شرایطی که در بالا ذکر شد را نمایش می‌دهد. با اعمال تبدیل فوریه (تکنیک تبدیل فوریه سریع) برروی پاسخ خودرو، نمودار فرکانس‌ها حاصل می‌شود که در شکل ۴-۲ نشان داده شده است. همانطور که از شکل بر می‌آید چندین اکسترمم نسبی قابل تفکیک است که در ادامه به تفسیر آنها خواهیم پرداخت.



شکل (۴-۱): پاسخ شتاب خودرو



شکل(۴-۲): شتاب خودرو در حوزه فرکانس

نقطه‌ی شماره ۴ در شکل ۳، متناظر با فرکانس حرکت خودرو ($\pi\, v/L$) می‌باشد، و نقطه‌ی شماره ۵ نیز متناظر است با فرکانس خودروی عبوری ($\omega_v = \sqrt{k_v/m_v}$) که در این تحقیق مدنظر نمی‌باشد. با توجه به شکل ملاحظه می‌شود که فرکانس‌های پل به اندازه‌ی از $n\pi\, v/L$ به سمت چپ و راست (L و R) منتقل شده‌اند که n شماره فرکانس مورد نظر است. به عنوان نمونه، فرکانس مود

دوم به اندازه‌ی ۰.۰۸×۲ به سمت چپ و راست جابجا شده‌اند. برای محاسبه‌ی فرکانس، می‌توان از فرکانس‌های چپ و راست میانگین گرفت:

$$\omega_{b,n} = \frac{\omega_{bL,n} + \omega_{bR,n}}{2} \qquad (1\text{-}4)$$

نتایج در جدول۴-۳ نشان داده شده است.

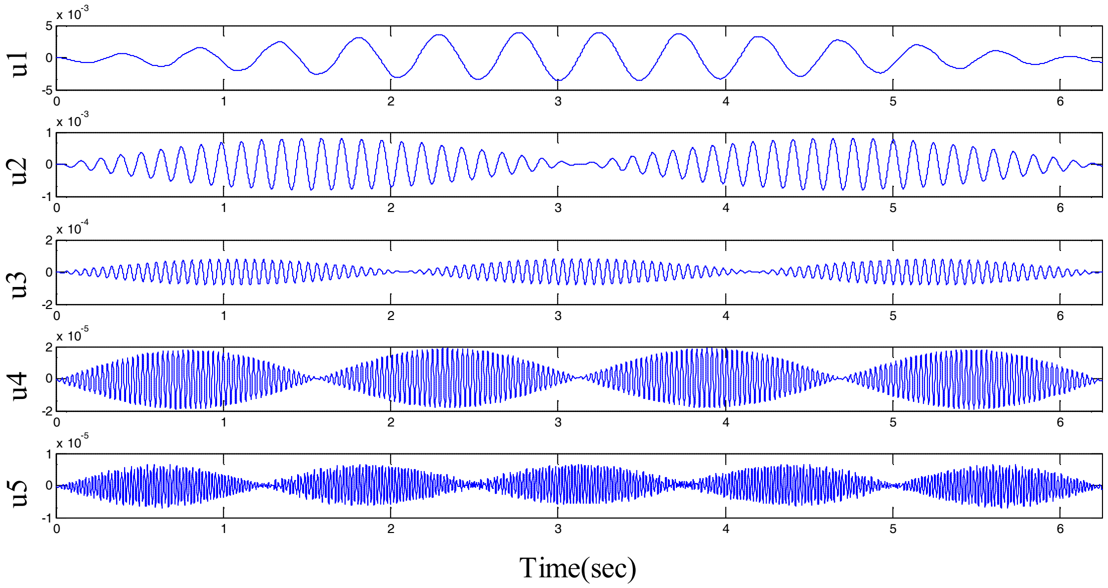
جدول(۴-۳): نتایج فرکانس‌های پل حاصل از تبدیل فوریه برروی پاسخ خودرو

Points(Hz)	Theoretic(Hz) $(\omega_b = \frac{n^2\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}})$	
$1L, 2R = 2.075 \rightarrow 2.075$	$\omega_{b,1}$=2.08	در اثر هم‌پوشانی فرکانس مود اول واضح‌تر است.
$2L = 8.179$, $2R = 8.484$ $\rightarrow$ 8.331	$\omega_{b,2}$=8.33	فرکانس مود دوم
$2L = 18.55$, $2R = 18.92$ $\rightarrow$ 18.735	$\omega_{b,3}$=18.75	فرکانس مود سوم
0.122	0.08	فرکانس حرکت
5.06	5.03	فرکانس خودرو (جرم فنردار)

همانگونه که نتایج نشان داده شد، با تبدیل فوریه مستقیم برروی پاسخ، فرکانس مود اول را می توان با وضوح بالا تشخیص داد و در سایر موارد با این وضوح به شدت کاهش می‌یابد.در قسمت بعد با همان ویژگی‌های تعریف شده در بالا برای پل و خودرو، از روش VMD و LMD استفاده می‌شود.

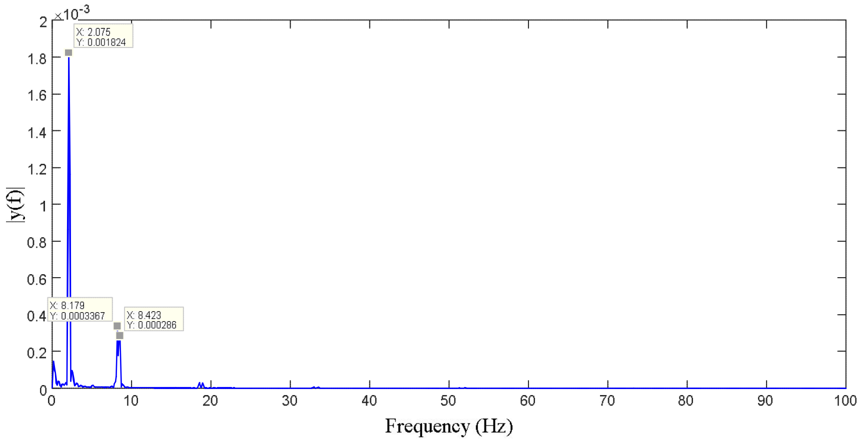
۴-۳ استخراج فرکانس‌های پل از پاسخ خودروی عبوری و تکنیک VMD

در این مثال، همان پل و خودروی ذکر شده در بالا مورد بررسی قرار می‌گیرد، با این تفاوت که ابتدا پاسخ شتاب خودرو با استفاده از تکنیک VMD تجزیه شده و سپس تبدیل فوریه برروی سیگنال تجزیه شده به کار برده می‌شود. پاسخ شتاب خودرو تجزیه شده با استفاده از این روش، در شکل ۴-۳ قابل مشاهده می‌باشد.

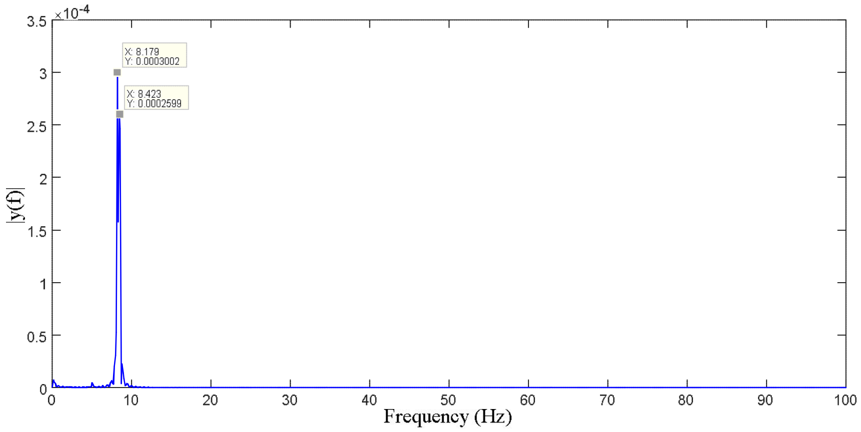


شکل(۴-۳): تجزیه پاسخ شتاب خودرو با استفاده از VMD

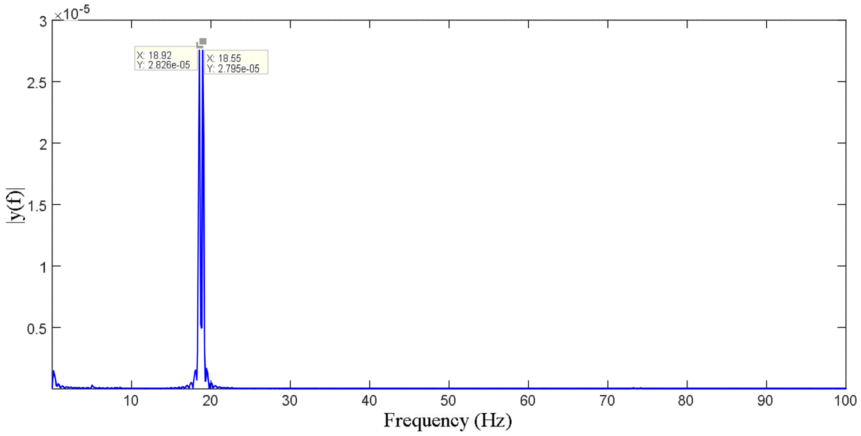
حال با تبدیل فوریه برروی هریک از ترکیبات بالا، فرکانس‌های بالاتر، همانگونه که در شکل‌های ۴-۴-الف تا ۴-۴-ه مشاهده می‌شود، به دست خواهند آمد. با توجه به شکل‌های بدست آمده می‌توان دقت و وضوح بالای فرکانس‌های بدست آمده را ملاحظه نمود. در مواردی که برای یک مود دو مقدار فرکانسی بدست آمده است فرکانس مربوطه با استفاده رابطه ۴-۱ محاسبه می‌گردد.



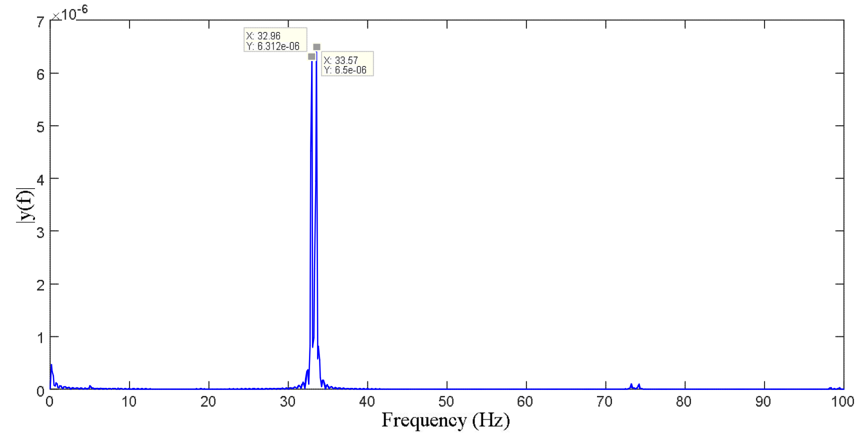
شکل(۴-۴-الف) فرکانس مربوط به u_1



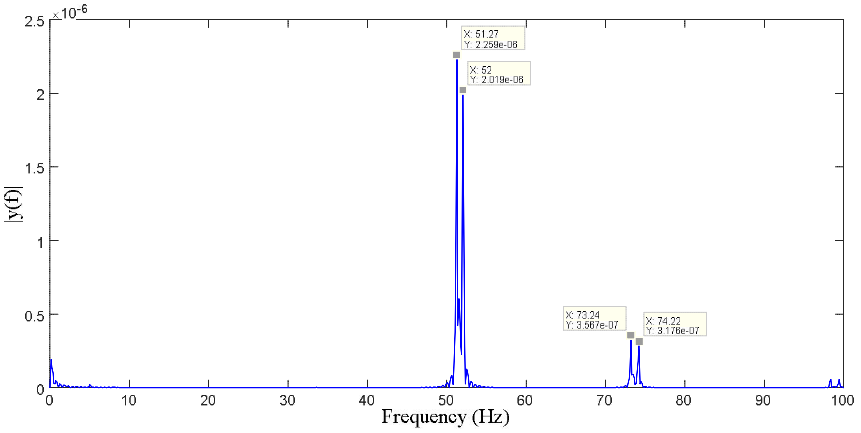
شکل(۴-۴-ب): فرکانس مربوط به u_2



شکل(۴-۴-ج): فرکانس مربوط به u_3



شکل (۴-۴-د): فرکانس مربوط به u_4



شکل(۴-۴-ه): فرکانس مربوط به u_5

همانگونه که در شکل مشخص است، در هر نمودار تنها یک فرکانس غالب وجود دارد که این موضوع به شناسایی فرکانس‌های بالاتر سیگنال کمک می‌کند. به عنوان نمونه، فرکانس‌های مربوط به مودهای ۵ و ۶ در شکل شماره (۴-۲) قابل شناسایی نیستند که این موضوع را می‌توان به توانایی روش VMD در فرکانس‌های مرتبه بالاتر نسبت داد.

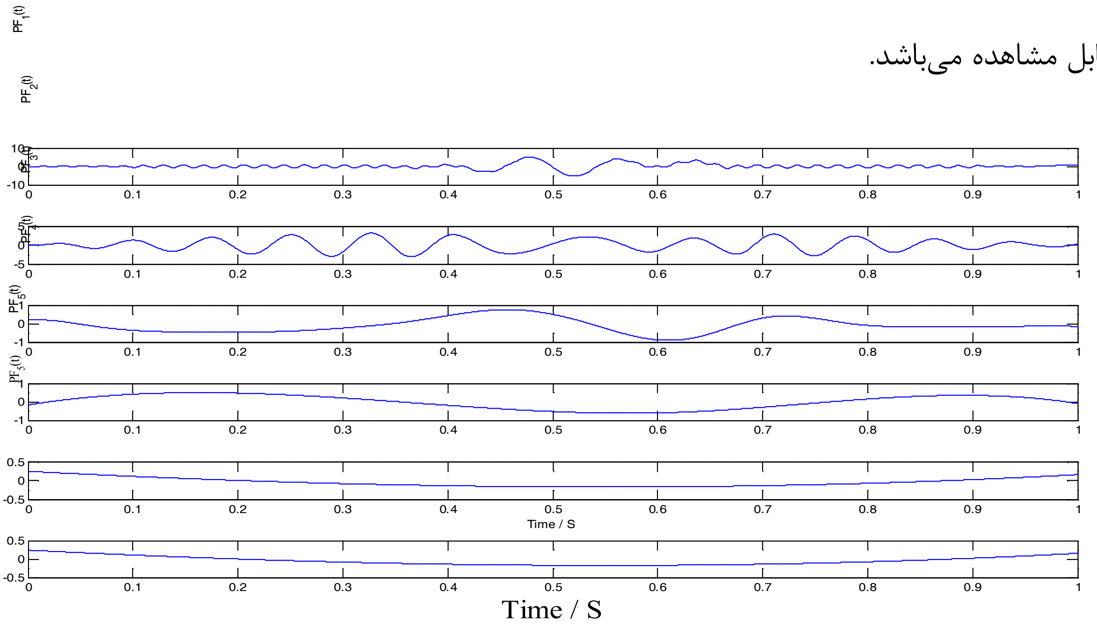
به منظور بررسی دقت روش VMD، نتایج بدست آمده از این روش با مقادیر واقعی مقایسه شده‌اند (جدول ۴-۴). همانطور که ملاحظه می‌شود روش مورد استفاده از دقت بالایی در برآورد فرکانس‌های بالا برخوردار است.

جدول(۴-۴): مقایسه فرکانس‌های بدست آمده با استفاده از روش المان محدود و روش VMD

شماره مود	FEM	VMD	درصد خطا
مود ۱	۲.۰۸۳	۲.۰۷۵	۰.۳۸
مود ۲	۸.۳۳۵	۸.۳۳۱	۰.۰۴
مود ۳	۱۸.۷۷۵	۱۸.۷۳۵	۰.۲۱
مود ۴	۳۳.۳۴۵	۳۳.۲۶۵	۰.۲۳
مود ۵	۵۲.۱۱۰	۵۱.۶۳۵	۰.۹۱
مود ۶	۷۵.۰۶۰	۷۳.۷۳	۱.۷۷

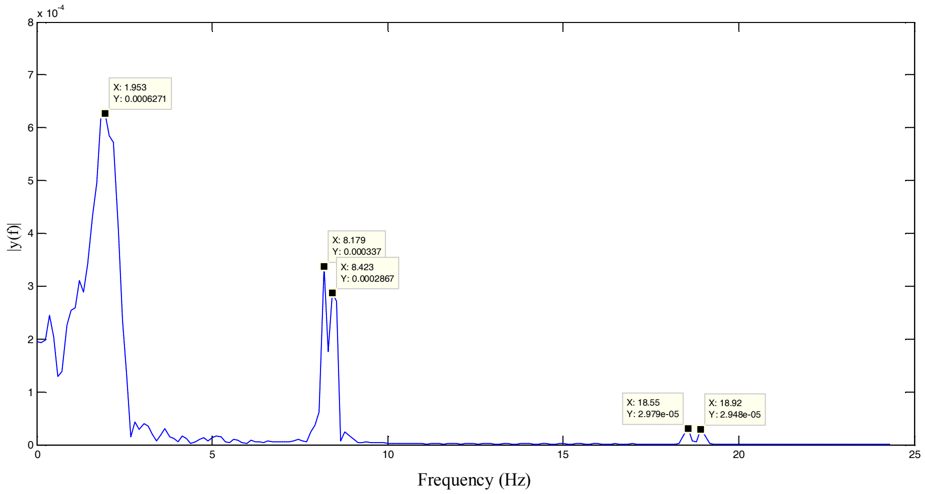
۴-۴ استخراج فرکانس‌های پل از پاسخ خودروی عبوری و تکنیک LMD

در این مثال، همان پل و خودروی ذکر شده در بالا مورد بررسی قرار می‌گیرد، با این تفاوت که ابتدا پاسخ شتاب خودرو با استفاده از تکنیک LMD تجزیه شده و سپس تبدیل فوریه برروی سیگنال تجزیه شده به کار برده می‌شود. پاسخ شتاب خودرو تجزیه شده با استفاده از این روش، در شکل ۴-۳ قابل مشاهده می‌باشد.

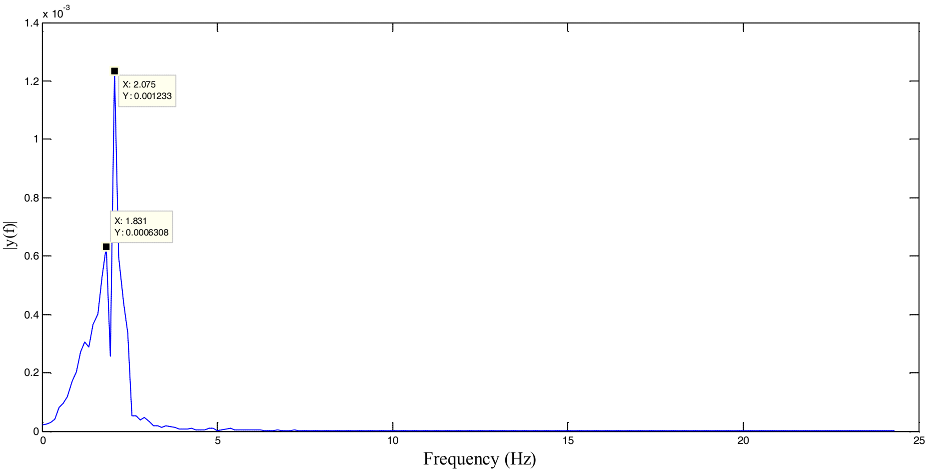


شکل(۴-۵): تجزیه پاسخ شتاب خودرو با استفاده از LMD

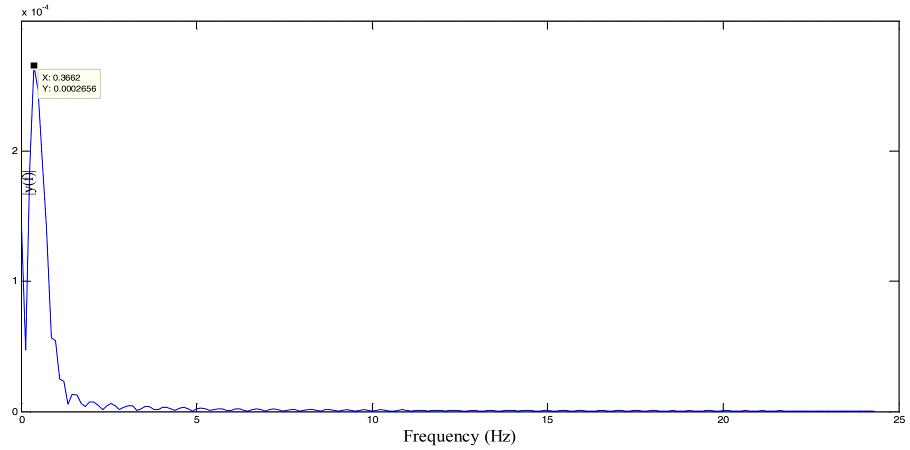
حال با تبدیل فوریه برروی هریک از ترکیبات بالا، فرکانس‌های بالاتر، همانگونه که در شکل‌های ۴-۶-الف تا ۴-۶-ه مشاهده می‌شود، به دست خواهند آمد. با توجه به شکل‌های بدست آمده می‌توان دقت و وضوح بالای فرکانس‌های بدست آمده را ملاحظه نمود. در مواردی که برای یک مود دو مقدار فرکانسی بدست آمده است فرکانس مربوطه با استفاده رابطه ۴-۱ محاسبه می‌گردد.



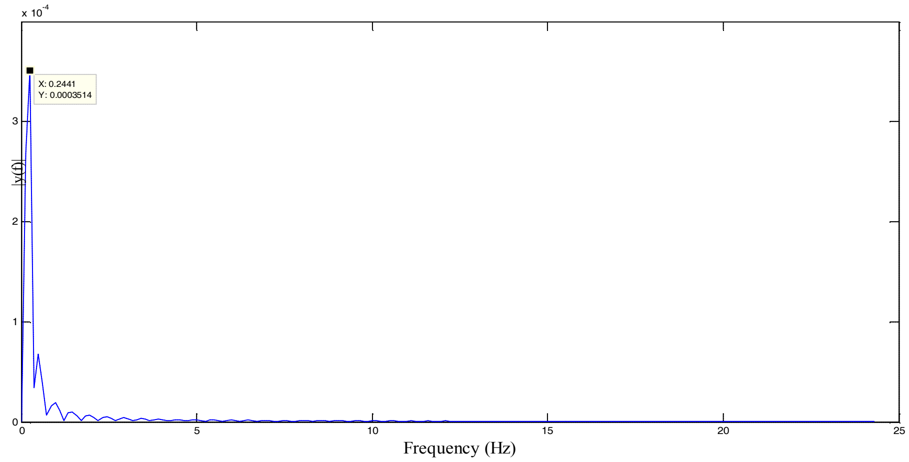
شکل(۴-۶-الف) فرکانس مربوط به PF_1



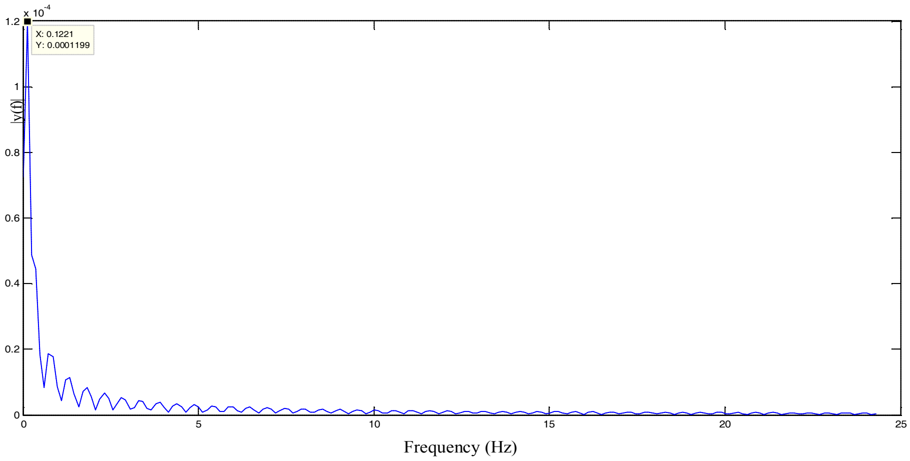
شکل(۴-۶-ب): فرکانس مربوط به PF_2



شکل(۴-۶-ج): فرکانس مربوط به PF_3



شکل (۴-۶-د): فرکانس مربوط به PF_4



شکل(۴-۶-ه): فرکانس مربوط به PF_5

همانگونه که در شکل مشخص است، در نمودار اول فرکانس‌های سه مود اول وجود دارد. به منظور بررسی دقت روش LMD، نتایج بدست آمده از این روش با مقادیر واقعی مقایسه شده‌اند (جدول ۴-۵). همانطور که ملاحظه می‌شود روش مورد استفاده از دقت بالایی در برآورد فرکانس‌های بالا برخوردار است.

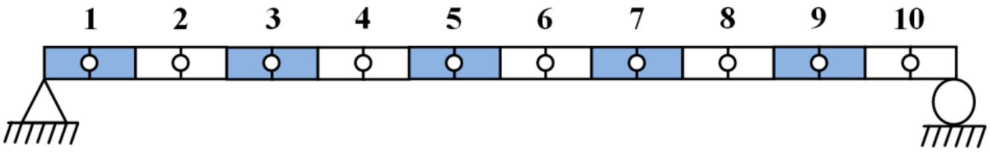
جدول(۴-۵): مقایسه فرکانس‌های بدست آمده با استفاده از روش المان محدود و روش LMD

شماره مود	**FEM**	**LMD**	**درصد خطا**
مود ۱	۲.۰۸۳	۱.۹۵۳	۶.۲۴
مود ۲	۸.۳۳۵	۸.۳۰۱	۰.۴
مود ۳	۱۸.۷۵۵	۱۸.۷۳۵	۰.۲۱

در حالت کلی، می‌توان نتیجه گرفت که روش VMD نسبت به LMD برای دستیابی به فرکانس مود های بالاتر، عملکرد مناسب‌تری داشته است، ولی LMD نیز فرکانس‌های مودهای اول را با دقت قابل قبولی در اختیار می‌دهد.

۴-۵ استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری

در این قسمت، دو خودرو با مشخصات یکسان از روی پل عبور کرده و با استفاده از تکنیک STFDD، که در فصل پنجم مورد بررسی قرارگرفت، شکل‌های مودی پل حاصل شده است. برای مدلسازی پل وخودرو، از مدل اندرکنش معرفی شده در فصل چهارم استفاده شده است. مشخصات پل و خودروها در جدول ۴-۶ و ۴-۷ شرح داده شده است. تعداد المان‌های روش المان محدود ۱۰ در نظر گرفته شده و بازه زمانی در روش نیومارک-بتا، ۰.۰۰۱ ثانیه فرض شده است(لازم به ذکر است این مثال با تعداد المان بیشتر نیز دارای همین دقت بوده و تغییر قابل ملاحظه‌ای در نتایج حاصل نمی-شود).



شکل(۴-۷): بخش‌های پل[۱۶]

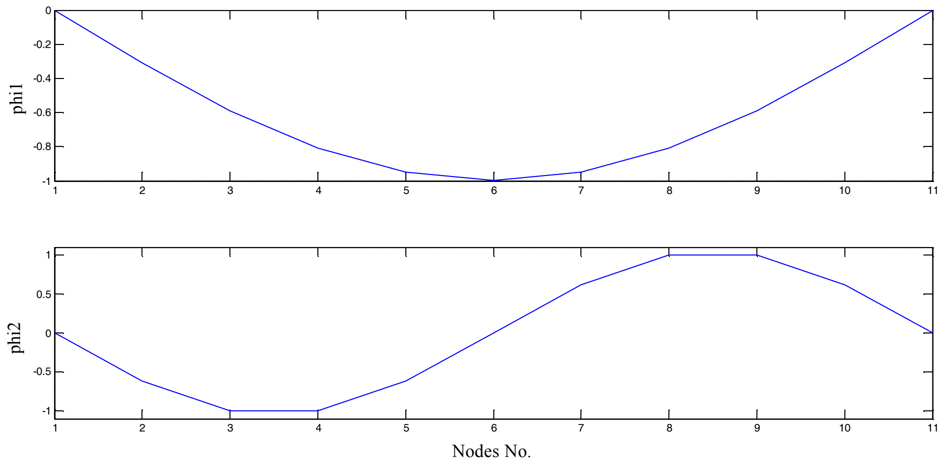
جدول(۴-۶): مشخصات خودروها[۱۶]

مشخصات	واحد	نماد	مقادیر
جرم بدنه	کیلوگرم	m_1	۹۳۰۰
جرم محور	کیلوگرم	m_2	۳۵۰
ضریب سختی محور	نیوتن بر متر	k	۴×۱۰^{۵}
ضریب میرایی محور	نیوتن.ثانیه بر متر	c	$۱۰^{۴}$
سرعت	متر بر ثانیه	V	۲

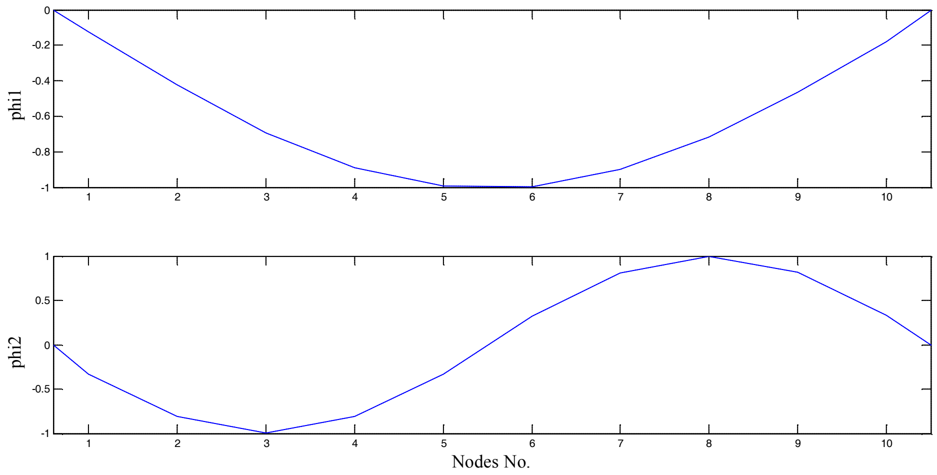
جدول (۴-۷): مشخصات پل[۱۶]

مشخصات	واحد	نماد	مقادیر
طول	متر	L	۱۵
جرم واحد طول	کیلوگرم بر متر	m	۲۸۱۲۵
مدول یانگ	مگا پاسکال	E	۳۵۰۰۰
ممان اینرسی سطح	متر به توان ۴	I	۰.۵۲۷۳

در ابتدا شکل‌های مودی حقیقی با استفاده از ماتریس جرم و سختی پل استخراج شده و سپس با نتایج حاصل از STFDD مقایسه صورت گرفته است.



شکل(۴-۸): شکل‌های مودی حقیقی



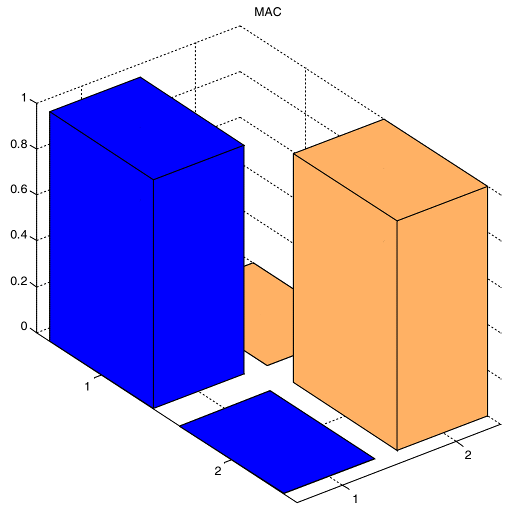
شکل(۴-۹): شکل‌های مودی حاصل از STFDD

به منظور مقایسه شکل مودهای به دست آمده، ابتدا شکل مودها ترسیم شده اند اما همانگونه که مشاهده می‌شود، شکل‌های مودی به دست آمده از STFDD و مقادیر واقعی با هم اختلاف دارند. بنابراین برای اطمینان از ارتباط شکل‌های مودی به دست آمده، با استفاده از معیار اطمینان مودی[۱۸] (MAC) که بر اساس رابطه (۴-۲) است، با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

$$MAC(i,j)=\frac{\left|\left\{\varphi^{t}_{STFDD-i}\right\}\left\{\varphi^{t}_{STFDD-j}\right\}\right|^{2}}{\left|\left\{\varphi^{t}_{STFDD-i}\right\}\left\{\varphi^{t}_{STFDD-i}\right\}\right|*\left|\left\{\varphi^{t}_{STFDD-j}\right\}\left\{\varphi^{t}_{STFDD-j}\right\}\right|} \qquad (۴-۲)$$

[18] Modal Assurance Criterion

که $\{\varphi^{t}_{FDD-i}\}$، iامین مودشکل حاصل از روش تجزیه حوزه فرکانس است. شاخص MAC، بیانگر اندازه کسینوس زاویه بین بردارهای شکل مود است. اگر بردارهای شکل مود بر هم منطبق باشند، مقادیر این شاخص برابر ۱ می‌شود. مقدار MAC برای مودهای حاصل از تجزیه حوزه فرکانس به دست آمده و نمودار آن در شکل ۴-۱۰ نمایش داده شده است.



شکل (۴-۱۰): شاخص MAC برای شکل‌های مودی حاصل از روش STFDD

با توجه به مقایسه انجام شده، مشاهده می‌شود که شکل‌های مودی حاصل از STFDD دارای دقت بالایی بوده و می‌توان STFDD را به عنوان روشی مناسب برای استخراج شکل‌های مودی دانست.در اینجا به ارزیابی فرکانس‌های به دست آمده از هر دو روش، پرداخته شده است. نتایج در جدول ۴-۸ قابل مشاهده می‌باشد.

جدول (۴-۸): مقایسه فرکانس های به دست آمده از STFDD و مقدار واقعی

شماره مود	STFDD(Hz)	حقیقی(هرتز)
مود ۱	۳.۹۰۶۳	۵.۶۵۵۳
مود۲	۲۳.۴۳۷۵	۲۲.۶۲۳۵

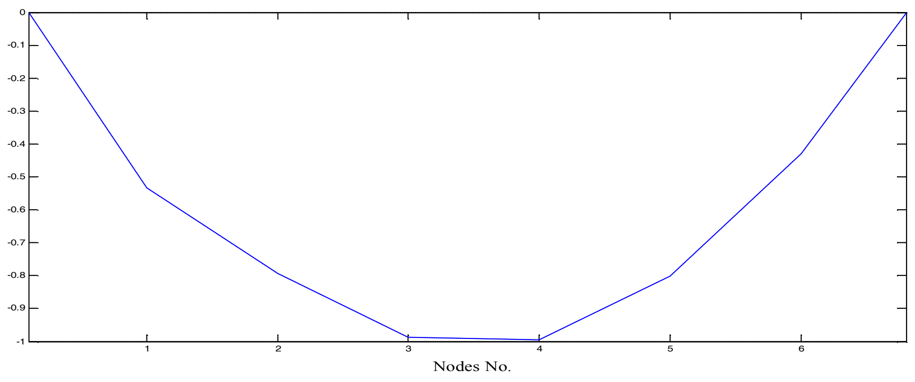
مقایسه فرکانس‌ها، نشان داد روش STFDD در رابطه با فرکانس پاسخ مناسبی را در اختیار نمی-دهد. دلیل این اختلاف می‌تواند حجم کم خودروها و تاثیر آن بر روی پاسخ خودرو و یا در نظر نگرفتن

زبری باشد. وجود زبری سطح می‌تواند فرکانس‌ها را به مقادیر واقعی نزدیک کند. همچنین همانطور که در جدول قابل مشاهده است، اختلاف پاسخ‌ها در مود اول بیشتر است، به این علت که مود اول تاثیر بیشتری از پاسخ می‌گیرد، بنابراین اختلاف بیشتری در صورت وجود خطا در آن به وجود آمده است. در ادامه با در نظر گرفتن زبری و استفاده از روش تفاضل سیگنال‌ها این اشکال نیز رفع شده است.

۴-۶ استخراج شکل‌های مودی پل از پاسخ خودروی عبوری با در نظر گرفتن زبری

در این قسمت، سه خودرو با مشخصات یکسان از روی پل عبور کرده و با استفاده از تکنیک STFDD و روش تفاضل سیگنال‌ها، که در فصل پنجم مورد بررسی قرارگرفت، شکل‌های مودی پل حاصل شده است. برای مدلسازی پل وخودرو، از مدل اندرکنش معرفی شده در فصل چهارم استفاده شده است. تعداد المان‌های روش المان محدود ۶ در نظر گرفته شده و بازه زمانی در روش نیومارک-بتا، ۰.۰۰۱ ثانیه فرض شده است. مشخصات پل و خودروها در مثال قبل ذکر شده، با این تفاوت که سرعت خودروها در این بخش ۱ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است.

مراحل کار همانند قسمت قبل می‌باشد. فرکانس و مودشکل اول حاصل از این تکنیک در شکل ۴-۱۱ و جدول ۴-۹ قابل مشاهده است.



شکل(۴-۱۱): مودشکل اول بادر نظر گرفتن زبری

جدول (۴-۹): مقایسه فرکانس های به دست آمده از STFDD با در نظر گرفتن زبری و مقدار واقعی

شماره مود	STFDD(Hz)	حقیقی(هرتز)
مود ۱	۵.۸۵	۵.۶۵۵۳

همانگونه که در شکل و جدول مشاهده می‌شود، اختلاف پاسخ‌ها نسبت به حالت قبل کاهش یافته و دقت مناسبی را دارا می‌باشد.

۴-۷ پیشنهادات

- بررسی پارامتر سرعت و تاثیر آن بر شکل مودها
- بررسی حرکت شتاب‌دار جرم فنردار و تاثیرات آن بر خروجی‌ها
- استفاده از داده‌های واقعی به منظور ارزیابی دقیق‌تر
- اجرای روش پیشنهادی در پل‌های موجود
- ...

پیوست ۱

تجزیه حوزه فرکانس (FDD)

معرفی روش تجزیه حوزه فرکانس

در این بخش تکنیک تجزیه حوزه فرکانس مورد بررسی قرار گرفته شده است. با استفاده از این تکنیک، شکل‌های مودی از پاسخ خودروی عبوری حاصل خواهد شد.

روش‌های آنالیز ارتعاشات محیطی به دو دسته کلی پارامتریک و غیرپارامتریک تقسیم‌بندی می‌شوند. روش‌های غیر پارامتریک با انجام یک مجموعه عملیات ریاضی، به استخراج مشخصات دینامیکی سازه می‌پردازند؛ در حالیکه در روش‌های پارامتریک، یک مدل پارامتریک برای سیستم، در حوزه زمان تقریب زده شده و مستقیما بر روی پاسخ‌های به‌دست آمده از داده‌های اندازه‌گیری منطبق می‌شود و مدل دینامیکی سیستم استخراج می‌گردد.

یکی از روش‌های غیر پارامتریک، روش تجزیه حوزه فرکانس است که شباهت‌هایی با روش انتخاب قله و تابع شناسایی مود مختلط دارد. در این روش که توسط برینکرو همکارانش[۲۷,۲۸] ارائه شده است، ابتدا ماتریس چگالی طیف توان (PSD) پاسخ محاسبه شده و سپس روش تجزیه مقادیر تکین (SVD) بر روی آن اعمال می‌شود و به کمک آن، مقادیر فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل‌های مودی به دست می‌آیند.

اساس روابط حاکم بر FDD، بر رابطه بین خروجی‌ها و ورودی‌های یک سیستم استوار است:

$$G_{yy}(j\omega) = \bar{H}(j\omega).G_{xx}(j\omega).H^T(j\omega) \qquad (۱-۴)$$

که در آن G_{xx} ماتریس طیف چگالی توان ورودی، G_{yy} ماتریس طیف چگالی توان خروجی و $H(j\omega)$ تابع پاسخ فرکانسی می‌باشد. برای ماتریس پاسخ فرکانسی می‌توان نوشت:

$$H\left(j\omega\right) = \sum_{k=1}^{n} \frac{Q_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\overline{Q_k}}{j\omega - \overline{\lambda_k}} \qquad (۲-۴)$$

که Q_k نشان‌دهنده‌ی ترم باقیمانده، λ_k نشان‌دهنده kامین فرکانس طبیعی و علامت "–" نشان‌دهنده مزدوج مختلط و n تعداد مودهای مد نظر را نشان می‌دهد. با ترکیب روابط (۵) و (۶) رابطه بین چگالی توان ورودی و خروجی مطابق رابطه (۷) به دست می‌آید:

$$G_{yy}(j\omega)=\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{Q_k}{j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{Q_k}}{j\omega-\overline{\lambda_k}}\right].G_{xx}(j\omega).\left[\frac{Q_s}{j\omega-\lambda_s}+\frac{\overline{Q_s}}{j\omega-\overline{\lambda_s}}\right] \quad (۳-۴)$$

در صورتی که ورودی نویز سفید باشد، ماتریس چگالی توان آن یک ماتریس قطری به فرم $G_{xx}(j\omega)=C[I]$ خواهد بود. با جایگزین کردن این رابطه در رابطه (۷) و ساده کردن آن، رابطه (۸) حاصل خواهد شد:

$$G_{yy}(j\omega)=\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{A_k}{j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{A_k}}{j\omega-\overline{\lambda_k}}+\frac{B_k}{-j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{B_k}}{-j\omega-\overline{\lambda_k}}\right] \quad (۴-۴)$$

در این معادله A_k، kامین باقیمانده چگالی توان خروجی می‌باشد، که با رابطه‌ی ۹ نمایش داده شده است:

$$A_k=Q_kC\left(\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\overline{Q_k^T}}{-\lambda_k-\lambda_s}+\frac{Q_k^T}{-\lambda_k-\lambda_s}\right]\right) \quad (۵-۴)$$

با استفاده از خاصیت تعامد مودها، باقیمانده به صورت $A_k=Q_kC\overline{Q_k}/2\alpha_k$ در خواهد آمد که در آن α_k بخش حقیقی kامین قطب $\lambda=-\alpha_k+j\omega_{kk}$ می‌باشد. در صورتیکه میرایی سیستم کم باشد، ترم باقیمانده متناسب با شکل مود خواهد بود و لذا به صورت $Q_k=\phi_k\gamma_k$ در خواهد آمد. بنابراین:

$$A_k\propto Q_kC\overline{Q_k}=\phi_k\gamma_kC\gamma_k^T\phi_k^T=d_k\phi_k\phi_k^T \quad (۶-۴)$$

که در آن d_k یک اسکالر، ϕ_k بردار شکل مود kام و γ_k بردار دخالت مود می‌باشد. بنابراین در نهایت چگالی توان پاسخ‌ها بر حسب شکل مودها و قطب‌های سیستم به صورت رابطه (۱۱) خواهد شد:

$$G_{yy}(j\omega)=\sum_{k=1}^{n}\frac{d_k\phi_k\phi_k^t}{j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{d_k}\,\overline{\phi_k}\,\overline{\phi_k^T}}{j\omega-\overline{\lambda_k}} \quad (۷-۴)$$

رابطه (۱۱) بیان می‌کند که در هر فرکانس تعداد محدودی مود در ساختن پاسخ سیستم شرکت می‌نمایند. در نزدیکی فرکانس‌های طبیعی سیستم، فقط یک مود، به طرز قابل توجهی پاسخ سیستم

را می‌سازد. لذا پاسخ در این فرکانس، بسیار شبیه شکل مود این فرکانس خواهد بود. اگر ماتریس طیف چگالی توان پاسخ، در هر فرکانس به مقادیر و بردارهای تکین آن تجزیه گردد (رابطه ۱۲)، از آنجایی که مقادیر تکین در ارتباط مستقیم با ضریب شرکت مودها می‌باشند، تعداد مقادیر تکین غیرصفر، نشان‌دهنده‌ی تعداد مودهایی است که پاسخ سیستم را در آن فرکانس می‌سازند و قله های اولین مقدار تکین سیستم، معادل با فرکانس‌های طبیعی سیستم خواهد بود. از طرف دیگر بردارهای تکین، بردارهای شکل مود سیستم راتقریب می‌زنند. در روش FDD برای به دست آوردن ضرایب میرایی می‌توان از نقاط نیم‌توان استفاده کرد، که البته از دقت چندان خوبی برخوردار نمی‌باشد.

$$\hat{G}_{yy}\left(j\omega_i\right)=U_i S_i U_i^H \quad (۸-۴)$$

در رابطه فوق، U_i بردار تکین و S_i ماتریس مقادیر تکین سیستم در فرکانس ω_i می‌باشد.

پیوست ۲

تجزیه مود تغییراتی

(VMD)

معرفی تکنیک تجزیه مود تغییراتی

روش VMD، که برای اولین در سال ۲۰۱۴ توسط دراگومیتسکی و زوسو ارائه گردید، روشی جهت تحلیل تغییرات سیگنال می‌باشد که سیگنال ورودی با مقادیر حقیقی $x(t)$ را به زیرسیگنال[۱۹] (مود)هایی با مقادیر گسسته تجزیه می‌کند.

در این روش، سیگنال به تعدادی مود $u_k(t)$ تجزیه می‌شود که با نام تابع مود ذاتی[۲۰] (IMF) شناخته و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u_k(t) = A_k(t)\cos(\varphi_k(t)) \qquad (۵)$$

که $A_k(t)$ دامنه لحظه‌ای $u_k(t)$؛ $\omega_k(t)$ فرکانس لحظه‌ای $u_k(t)$ و $\omega_k(t) = \varphi'(t) = d\varphi(t)/dt$ که در آن $\omega_k(t)$ها به آرامی با فاز $\varphi(t)$ تغییر می‌کنند. این بدین معناست که در فاصله زمانی $[t-\delta, t+\delta]$ (که $\delta = 2\pi/\varphi'(t)$)، $u_k(t)$ را می‌توان به صورت یک سیگنال هارمونیک با دامنه $A_k(t)$ و فرکانس $\omega_k(t)$ در نظر گرفت.

برای یافتن مولفه‌های IMF، الگوریتم VMD، تجزیه سیگنالی را در چهارچوب تغییراتی پیش می‌برد. این کار با تجزیه تطبیقی سیگنال[۲۱] و با استفاده از جستجوی جواب بهینه‌ی مدل تغییراتی مقید محقق می‌شود. در فرایند تکراری حل مدل تغییر، مرکز هر فرکانس و پهنای باند هر مولفه‌ی IMF به هنگام می‌گردد. باند سیگنال به صورت تطبیقی و بر اساس ویژگی‌های حوزه‌ی فرکانسی سیگنال منشعب می‌گردد. در نهایت، مولفه IMF با باند باریک حاصل می‌شود.

با فرض این‌که سیگنال منبع $x(t)$ به K مولفهی IMF تجزیه می‌شود، مدل تغییراتی مقید مربوطه به صورت زیر بیان می‌شود:

---

[19] Sub-signal

[20] Intrinsic mode

[21] Adaptive signal decomposition

$$\begin{aligned} &\min_{\{u_k,\omega_k\}} \quad \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\sigma(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \\ &\text{s.t.} \quad \sum_k u_k = x(t), \end{aligned} \tag{۶}$$

که $\{u_k\} = \{u_1, \ldots, u_k\}$ نشان‌دهنده‌ی K مولفه IMF تجزیه شده توسط VMD؛ و $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \ldots, \omega_k\}$ نمایشگر مراکز فرکانسی در تمامی مولفه‌های IMF است.

برای یافتن پاسخ بهینه‌ی مسئله تغییراتی مقید بالا، تابع لاگرانژ تقویت شده زیر معرفی می‌گردد:

$$\begin{aligned} \mathrm{L}\left(\{u_k\},\{\omega_k\},\lambda\right) = \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\sigma(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| x(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 \\ + \left\langle \lambda(t), x(t) - \sum_k u_k(t) \right\rangle, \end{aligned} \tag{۷}$$

که α فاکتور جریمه و λ ضریب لاگرانژ است.

جواب بهینه‌ی مدل تغییراتی مقید با استفاده از الگوریتم ضرایب امتداد متناوب[۲۲] بدست می‌آید، که نقطه‌ی زینی[۲۳] تابع لاگرانژ بالا را حل می‌کند. سپس تجزیه‌ی سیگنال منبع $x(t)$ بدست می‌آید. جزئیات گام‌های پیاده‌سازی به قرار زیر است:

۱) با $\{u_k^1\}$، $\{\omega_k^1\}$، λ^1 و n برابر با صفر آغاز کنید.

۲) $n = n+1$؛ کل سیکل را انجام دهید.

۳) اولین سیکل داخلی را انجام داده و u_k را به صورت زیر به هنگام نمایید:

$$u_k^{n+1} = \arg \min_{u_k} L\left(\{u_{i<k}^{n+1}\},\{u_{i\ge k}^{n}\},\{\omega_i^{n}\},\lambda^n\right) \tag{۸}$$

۴) $k = k+1$؛ گام (۳) را تا $k = K$ تکرار کنید و اولین سیکل داخلی را پایان دهید.

۵) دومین سیکل داخلی را انجام و ω_k را به صورت زیر به هنگام نمایید:

$$\omega_k^{n+1} = \arg \min L\left(\{u_i^{n+1}\},\{\omega_{i<k}^{n+1}\},\{\omega_{i\ge k}^{n}\},\lambda^n\right) \tag{۹}$$

---

[22] alternating directionmultiplier algorithm

[23] saddle point

۶) $k = k + 1$؛ گام (۵) را تا $k = K$ تکرار کنید. دومین سیکل داخلی را پایان دهید.

۷) λ^1 را بر طبق $\lambda^{n+1} = \lambda^n + \tau\left(f - \sum u_k^{n+1}\right)$ به هنگام کنید.

۸) گامهای (۲) تا (۷) را تا ارضای معیار $\sum \left\|u_k^{n+1} - u_k^n\right\|_2^2 \Big/ \sum \left\|u_k^n\right\|_2^2 < \varepsilon$ تکرار کنید. کل سیکل را خاتمه دهید.

به محض حصول مودها، به منظور دستیابی به حوزه فرکانسی سیگنال‌ها، به مودها تجزیه شده FFT مطابق با رابطه‌ی (۱۰) اعمال می‌گردد:

$$X(\varpi) = \sum_{n=0}^{N-1} u_k \, e^{-j\,2\pi\varpi n/N} \qquad (۱۰)$$

که در آن، N نرخ نمونه‌برداری سیگنال ورودی می‌باشد.

پیوست ۳

مقالات

استخراج اشکال مودی پل با استفاده از تکنیک تجزیه حوزه فرکانس

مرضیه سادات موسوی [۱،۲۴]، امید خادم حسینی [۲]، علی کیهانی [۳]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

۲- دانشجوی دکترای سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

خلاصه

هدف از ارائه این مقاله، شناسایی اشکال مودی پل با استفاده از تکنیک تجزیه حوزه فرکانس است. بدین جهت، پل به وسیله خودرویی که از روی آن عبور می‌کند، تحریک شده و پاسخ آن مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای این منظور، از مدل جرم فنردار (مدل یک چهارمی) استفاده شده و مدل اندرکنش خودرو-پل بر اساس مدل المان محدودی تیر برنولی-اویلر ارائه گردیده است. سپس روش تجزیه حوزه فرکانس معرفی می‌شود. پس از آن، اشکال مودی به دست آمده از تجزیه حوزه فرکانس با اشکال مودی حاصل از ماتریس جرم و سختی واقعی مقایسه و مشاهده می شود که اشکال مودی شناسایی شده با توجه به معیار اطمینان مودی دارای دقت مناسبی هستند.

کلمات کلیدی: اندرکنش پل و خودرو، تجزیه حوزه فرکانس، روش المان محدود، معیار اطمینان مودی.

۱. مقدمه

اشکال مودی و انحنای مودال شاخص‌های خوبی برای شناسایی آسیب پل به شمار می‌روند. مخصوصا زمانی‌که آسیب موضعی باشد در این صورت اثرش به صورت ناپیوستگی‌هایی در پاسخ مشهود خواهد بود. این آسیب در ارتباط با سختی می‌باشد که ممکن است علل مختلفی از جمله آسیب‌دیدگی یک عضو، اشکال در اتصال، اشکال در مصالح مصرفی پل و... داشته باشد. با شناسایی مودشکل‌ها در زمان استفاده از پل میتوان به ارزیابی پارامترهای طراحی و تحلیل آن‌ها پرداخت. همچنین شکل مودی، شاخصی مناسب برای کنترل سازه در طولانی مدت است. با توجه به دلایل ذکر شده، اشکال مودی، بخش مهمی از عملیات کنترل و نگهداری سازه‌ی پل را شامل می‌شود.

رویداد آسیب در یک سازه موجب تغییر در خصوصیات فیزیکی‌اش می‌شود و در پی آن، تغییرات قابل ملاحظه‌ای در خصوصیات دینامیکی سازه اتفاق خواهد افتاد. روش معمول برای تعیین خصوصیات دینامیکی سازه‌ی پل، نصب حس‌گرهای ارتعاشی در مکان‌های متفاوت روی پل و اتصال آن‌ها به سیستم جمع‌آوری داده است [۱]. در این پژوهش نیز از این روش استفاده شده است به این ترتیب که، خودرویی با مشخصات معلوم از روی پل عبور داده می‌شود تا به عنوان محرک عمل کند و هم‌زمان با عبور خودرو، حس‌گرهایی که در نقاط مختلف روی پل نصب شده‌اند، پاسخ دینامیکی حاصل از اندرکنش پل و خودرو را ثبت می‌کنند. پاسخ به‌دست آمده شامل جابه‌جایی، سرعت و شتاب نقاط

[24] Corresponding author:

Email: marziyehmousavi@shahroodut.ir

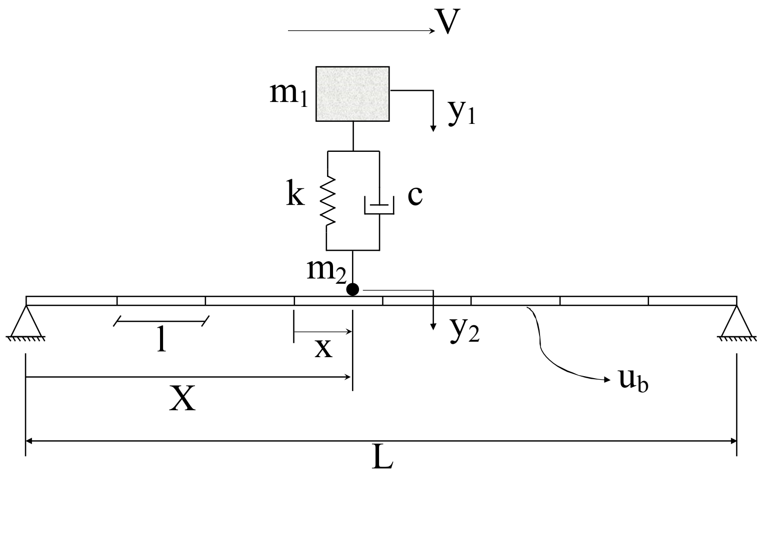
مختلف پل و خودرو است. در این مقاله برای تخمین اشکال مودی، تنها از داده‌های مربوط به شتاب نقاط مختلف پل که توسط حس‌گرها ثبت شده است، استفاده می‌شود. از آن‌جایی که، فقط داده‌های خروجی در دسترس هستند، برای دست‌یابی به هدف مورد نظر که شناسایی اشکال مودی است نیاز به یک روش خروجی-محور می‌باشد. به منظور استخراج اشکال مودی پل، پاسخ تیر با استفاده از تکنیک تجزیه حوزه فرکانس[۲۵] (FDD) پیشنهادی توسط برینکر و همکارانش [۳] استفاده شده است.

در این مقاله ابتدا فرمولاسیون اندرکنش خودرو و پل با تکنیک المان محدود مورد بررسی قرار گرفته و سپس روش تجزیه حوزه فرکانس معرفی شده است. پس از آن با در نظر گرفتن این فرض که جرم خودرو در مقابل جرم پل قابل صرفنظر کردن است، یک مثال عددی مورد بررسی قرار گرفته است. با این تکنیک، اشکال مودی با دقت مناسبی حاصل شده‌اند.

۲. اندرکنش خودرو-پل

در اینجا یک روش تحلیل تیرهای الاستیک در مواجهه با بارهای دینامیکی القا شده به آن، با استفاده از حرکت اختیاری یک سیستم جرم و فنر همراه با میرایی معرفی می‌شود. معادلات حاکم بین خودرو و پل از این قبیل است، که بر اساس روش المان محدود فرمولبندی شده است. مجموعه معادلات حاکم بر سیستم از نوع معادله دیفرانسیل درجه ۲ وابسته به زمان است.

مدل تیر و سیستم جرم فنری در شکل ۱ نشان داده شده است[۲]. که در آن m_1 جرم فنری، k و c به ترتیب، ضرایب سختی و میرایی، m_2 جرم غیرفنری (جرم چرخ‌های خودرو)، x موقعیت جرم روی المان، X موقعیت برروی پل است.



شکل۱- جرم فنردار عبوری از پل و المان اندرکنش پل و خودرو

هر المان تیر، به صورت سیستم ۴ درجه آزادی و جرم فنری دارای یک درجه آزادی مدل شده است. معادلات حرکت بر اساس المانی که مستقیما با جرم فنری در ارتباط است به صورت زیر نوشته می‌شود:

---

* Frequency Domain Decomposition

$$\begin{bmatrix}[M]+[m]^* & \{0\}\\ [0] & m_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{\ddot{u}_b\}\\ \ddot{y}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}[C]+[c]^* & -c[N]^T\\ -c[N] & c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{\dot{u}_b\}\\ \dot{y}\end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix}[K]+[k]^* & -k[N]^T\\ -c\dot{x}[N]-k[N] & k\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{u_b\}\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[N]^T(m_1+m_2)g\\ 0\end{bmatrix} \quad (۱)$$

که در آن، M ماتریس جرم کل، K ماتریس سختی کل، C ماتریس میرایی، متغیر d و مشتقات آن نسبت به زمان به ترتیب، شتاب، سرعت و جابه‌جایی کل پل هستند. متغیر y و مشتقاتش نیز هم مربوط به شتاب، سرعت و جابه‌جایی جرم فنری می‌باشد. همچنین جابه‌جایی پل با استفاده از توابع درونیاب هرمیتی N تقریب زده می‌شود. سایر متغیرها به شرح زیر است:

$$[m]^*=m_2[N]^T[N] \quad (۲)$$

$$[c]^*=2m_2\dot{x}[N]^T[N]_x+c[N]^T[N] \quad (۳)$$

$$[k]^*=m_2\dot{x}^2[N]^T[N]_{xx}+m_2\ddot{x}[N]^T[N]_x+k[N]^T[N]+c\dot{x}[N]^T[N]_x \quad (۴)$$

معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم از روش‌های مختلفی قابل حل می‌باشد که در اینجا روش نیومارک-بتا انتخاب شده است. ضرایب $\beta=0.25$ و $\gamma=0.5$ ، در این روش مورداستفاده قرار گرفته‌اند.

۳. تکنیک تجزیه حوزه فرکانس (FDD)

روش‌های آنالیز ارتعاشات محیطی به دو دسته کلی پارامتریک و غیرپارامتریک تقسیم‌بندی می‌شوند. روش‌های غیر پارامتریک با انجام یک مجموعه عملیات ریاضی، به استخراج مشخصات دینامیکی سازه می‌پردازند؛ در حالیکه در روش‌های پارامتریک، یک مدل پارامتریک برای سیستم، در حوزه زمان تقریب زده شده و مستقیما بر روی پاسخ‌های به‌دست آمده از داده‌های اندازه‌گیری منطبق می‌شود و مدل دینامیکی سیستم استخراج می‌گردد.

یکی از روش‌های غیر پارامتریک، روش تجزیه حوزه فرکانس است که شباهت‌هایی با روش انتخاب قله و تابع شناسایی مود مختلط دارد. در این روش که توسط برینکرو همکارانش ارائه شده است، ابتدا ماتریس چگالی طیف توان[۲۶] (PSD) پاسخ محاسبه شده و سپس روش تجزیه مقادیر تکین[۲۷] (SVD) بر روی آن اعمال می‌شود و به کمک آن، مقادیر فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و اشکال مودی به دست می‌آیند.

اساس روابط حاکم بر FDD، بر رابطه بین خروجی‌ها و ورودی‌های یک سیستم استوار است:

$$G_{yy}(j\omega)=\bar{H}(j\omega).G_{xx}(j\omega).H^T(j\omega) \quad (۵)$$

که در آن G_{xx} ماتریس طیف چگالی توان ورودی، G_{yy} ماتریس طیف چگالی توان خروجی و $H(j\omega)$ تابع پاسخ فرکانسی می‌باشد. برای ماتریس پاسخ فرکانسی می‌توان نوشت:

$$H(j\omega)=\sum_{k=1}^{n}\frac{Q_k}{j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{Q_k}}{j\omega-\overline{\lambda_k}} \quad (۶)$$

---

[26] Power Spectral Density Matrix

[27] Singular Value Decomposition

که Q_k نشان‌دهنده‌ی ترم باقیمانده، λ_k نشان‌دهنده kامین فرکانس طبیعی و علامت "–" نشان‌دهنده مزدوج مختلط و n تعداد مودهای مد نظر را نشان می‌دهد. با ترکیب روابط (۵) و (۶) رابطه بین چگالی توان ورودی و خروجی مطابق رابطه (۷) به دست می‌آید:

$$G_{yy}(j\omega)=\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{Q_k}{j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{Q_k}}{j\omega-\overline{\lambda_k}}\right].G_{xx}(j\omega).\left[\frac{Q_s}{j\omega-\lambda_s}+\frac{\overline{Q_s}}{j\omega-\overline{\lambda_s}}\right] \qquad (۷)$$

در صورتی که ورودی نویز سفید باشد، ماتریس چگالی توان آن یک ماتریس قطری به فرم $G_{xx}(j\omega)=C[I]$ خواهد بود. با جایگزین کردن این رابطه در رابطه (۷) و ساده کردن آن، رابطه (۸) حاصل خواهد شد:

$$G_{yy}(j\omega)=\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{A_k}{j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{A_k}}{j\omega-\overline{\lambda_k}}+\frac{B_k}{-j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{B_k}}{-j\omega-\overline{\lambda_k}}\right] \qquad (۸)$$

در این معادله A_k، kامین باقیمانده چگالی توان خروجی می‌باشد، که با رابطه‌ی ۹ نمایش داده شده است:

$$A_k=Q_kC\left(\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{\overline{Q_k^T}}{-\lambda_k-\lambda_s}+\frac{Q_k^T}{-\lambda_k-\lambda_s}\right]\right) \qquad (۹)$$

با استفاده از خاصیت تعامد مودها، باقیمانده به صورت $A_k=Q_kC\overline{Q_k}/2\alpha_k$ در خواهد آمد که در آن α_k بخش حقیقی kامین قطب $\lambda=-\alpha_k+j\omega_{kk}$ می‌باشد. در صورتیکه میرایی سیستم کم باشد، ترم باقیمانده متناسب با شکل مود خواهد بود و لذا به صورت $Q_k=\phi_k\gamma_k$ در خواهد آمد. بنابراین:

$$A_k\propto Q_kC\overline{Q_k}=\phi_k\gamma_kC\gamma_k^T\phi_k^T=d_k\phi_k\phi_k^T \qquad (۱۰)$$

که در آن d_k یک اسکالر، ϕ_k بردار شکل مود kام و γ_k بردار دخالت مود می‌باشد. بنابراین در نهایت چگالی توان پاسخ‌ها بر حسب شکل مودها و قطب‌های سیستم به صورت رابطه (۱۱) خواهد شد:

$$G_{yy}(j\omega)=\sum_{k=1}^{n}\frac{d_k\phi_k\phi_k^t}{j\omega-\lambda_k}+\frac{\overline{d_k}\,\overline{\phi_k}\,\overline{\phi_k^T}}{j\omega-\overline{\lambda_k}} \qquad (۱۱)$$

رابطه (۱۱) بیان می‌کند که در هر فرکانس تعداد محدودی مود در ساختن پاسخ سیستم شرکت می‌نمایند. در نزدیکی فرکانس‌های طبیعی سیستم، فقط یک مود، به طرز قابل توجهی پاسخ سیستم را می‌سازد. لذا پاسخ در این فرکانس، بسیار شبیه شکل مود این فرکانس خواهد بود. اگر ماتریس طیف چگالی توان پاسخ، در هر فرکانس به مقادیر و بردارهای تکین آن تجزیه گردد (رابطه ۱۲)، از آنجایی که مقادیر تکین در ارتباط مستقیم با ضریب شرکت مودها می‌باشند، تعداد مقادیر تکین غیرصفر، نشان‌دهنده‌ی تعداد مودهایی است که پاسخ سیستم را در آن فرکانس می‌سازند و قله های اولین مقدار تکین سیستم، معادل با فرکانس‌های طبیعی سیستم خواهد بود. از طرف دیگر بردارهای تکین، بردارهای شکل مود سیستم راتقریب می‌زنند. در روش FDD برای به دست آوردن ضرایب میرایی می‌توان از نقاط نیم‌توان استفاده کرد، که البته از دقت چندان خوبی برخوردار نمی‌باشد.

$$\hat{G}_{yy}(j\omega_i)=U_iS_iU_i^H \qquad (۱۲)$$

در رابطه فوق، U_i بردار تکین و S_i ماتریس مقادیر تکین سیستم در فرکانس ω_i می‌باشد.

۴. مثال عددی

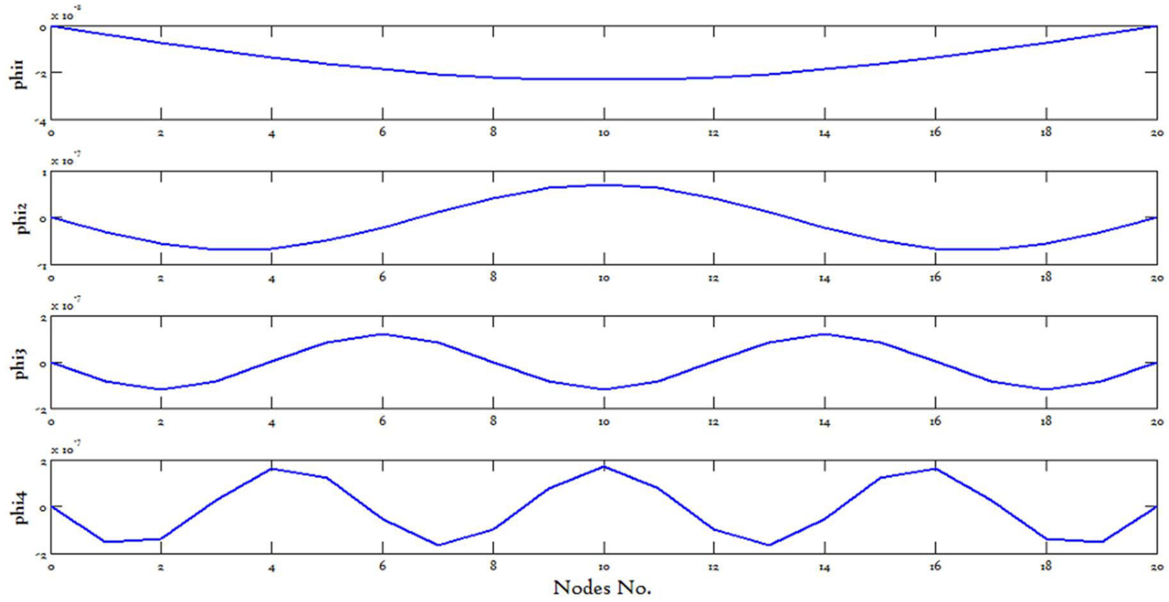
۱.۴. استخراج اشکال مودی پل با مدلسازی عددی

در این قسمت، با ذکر مثال عددی به بررسی و ارزیابی این رویکرد پرداخته شده است. ویژگی‌های پل و خودرو در جدول ۱ شرح داده شده است. به منظور کسب پاسخ پل مدلسازی در نرم افزار Matlab انجام شده است.

جدول۱- مشخصات پل و خودرو

Properties of the vehicle	Properties of the simple bridge
Sprung mass (M_v)=500 kg	Length(simple beam)=25 m
Spring constant (k_v)=500 kN/m	Number of elements=20
Mass of wheels=0	$E=2.75*10^{10}$ N/m^2
Damping coefficient=0	Moment of inertia=0.12 m^4
Velocity=4 m/s	Mass per unit length=4800 kg/m
Time step=0.01 sec	Damping ratio=0

به منظور استخراج اشکال مودی واقعی، از مقادیر ویژه ماتریس جرم وسختی پل استفاده شده است. شکل ۲، اشکال مودی حاصل با شرایطی که در بالا ذکر شده است، را نمایش می‌دهد.



شکل ۲- اشکال مودی واقعی

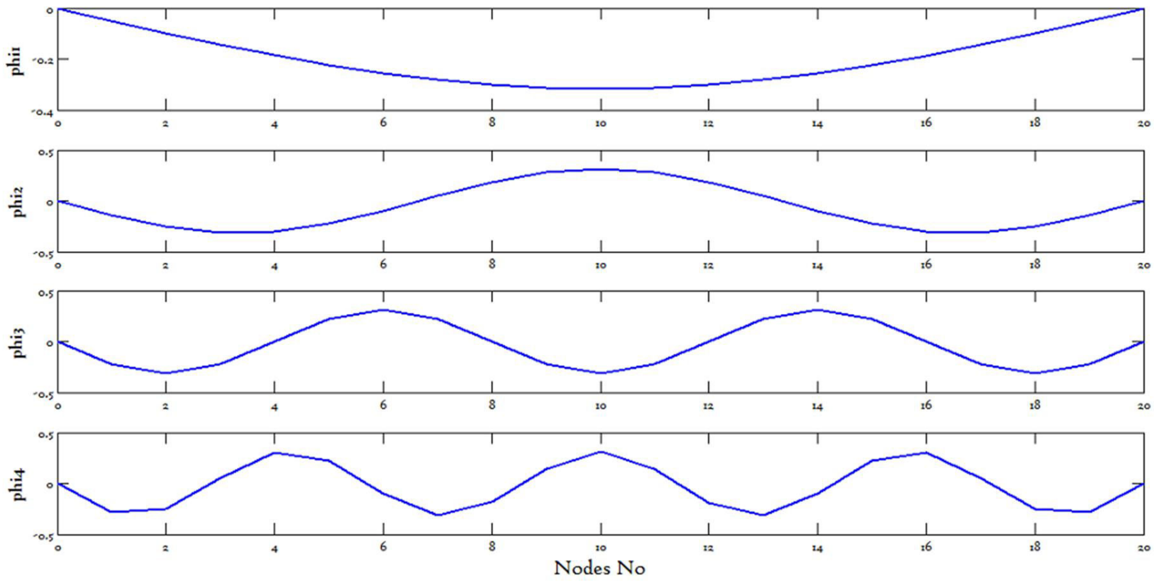
همچنین فرکانسهای واقعی پل نیز از مقادیر ویژه محاسبه شده است. در جدول ۲، میتوان فرکانسهای اشکال مودی نشان داده شده در بالا را، مشاهده کرد.

جدول۲- فرکانس‌های بدست آمده از FEM

Mode shapes	Exact(Hz)
1	2.0839
2	8.3356
3	18.7557
4	33.3459

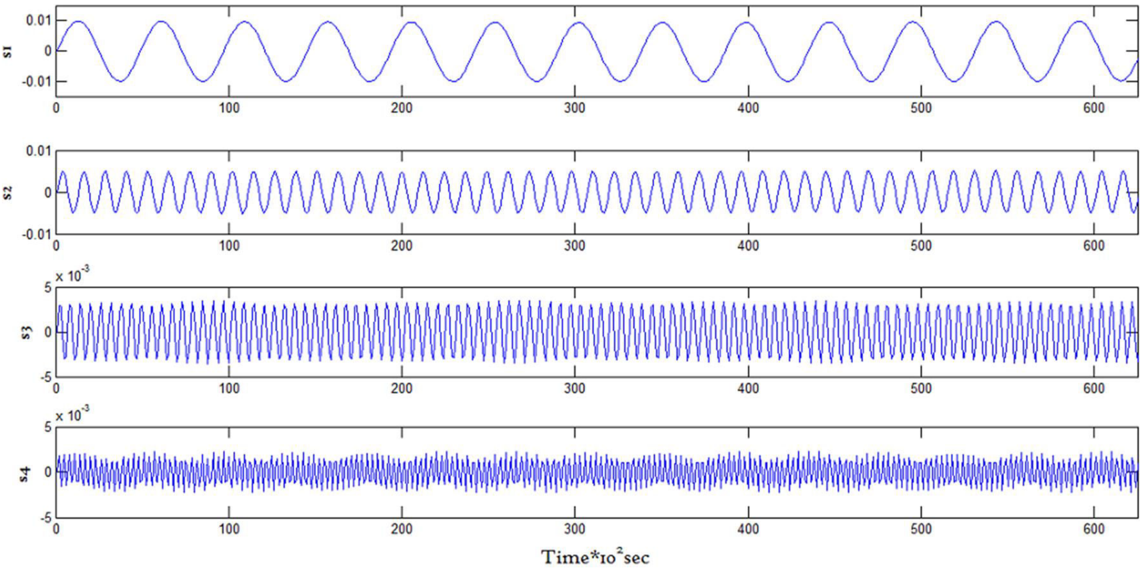
۲.۴. استخراج پارامترهای مودال با استفاده از FDD

با مدلسازی در نرم افزار Matlab، اشکال مودی و فرکانس‌های پل با استفاده از این تکنیک به دست آمده است که در شکل ۳ قابل مشاهده است.

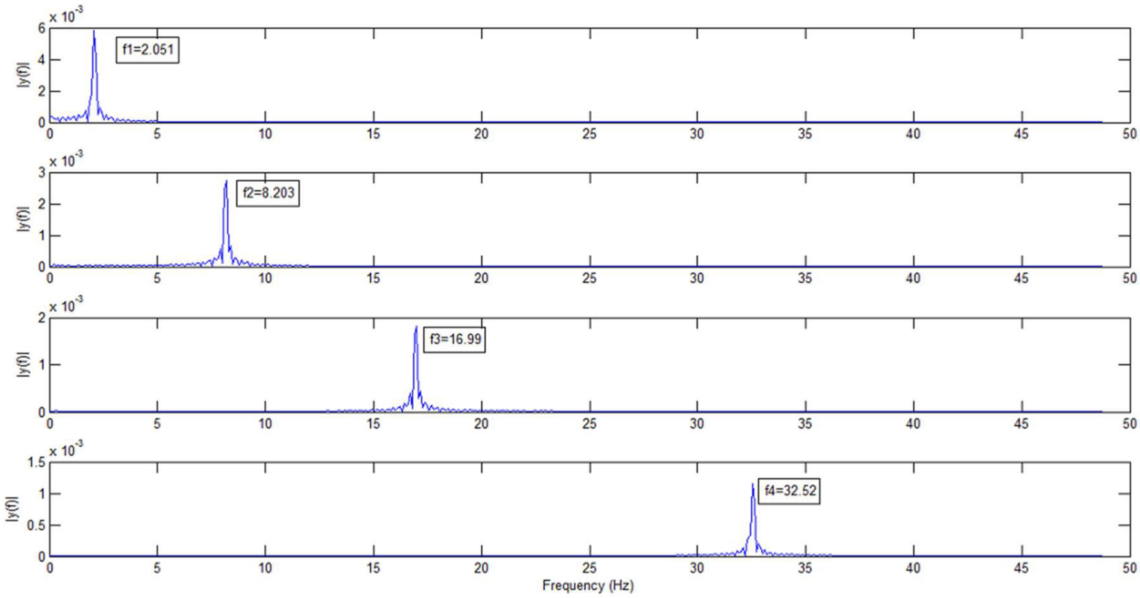


شکل ۳ - اشکال مودی حاصل از FDD

حال با استفاده از اشکال مودی، سیگنال‌های منبع به دست آمده و با انجام تبدیل فوریه فرکانس‌های مربوطه حاصل شده‌اند. شکل ۴، سیگنال‌های منبع و شکل ۵ تبدیل فوریه هریک را نمایش می‌دهد.

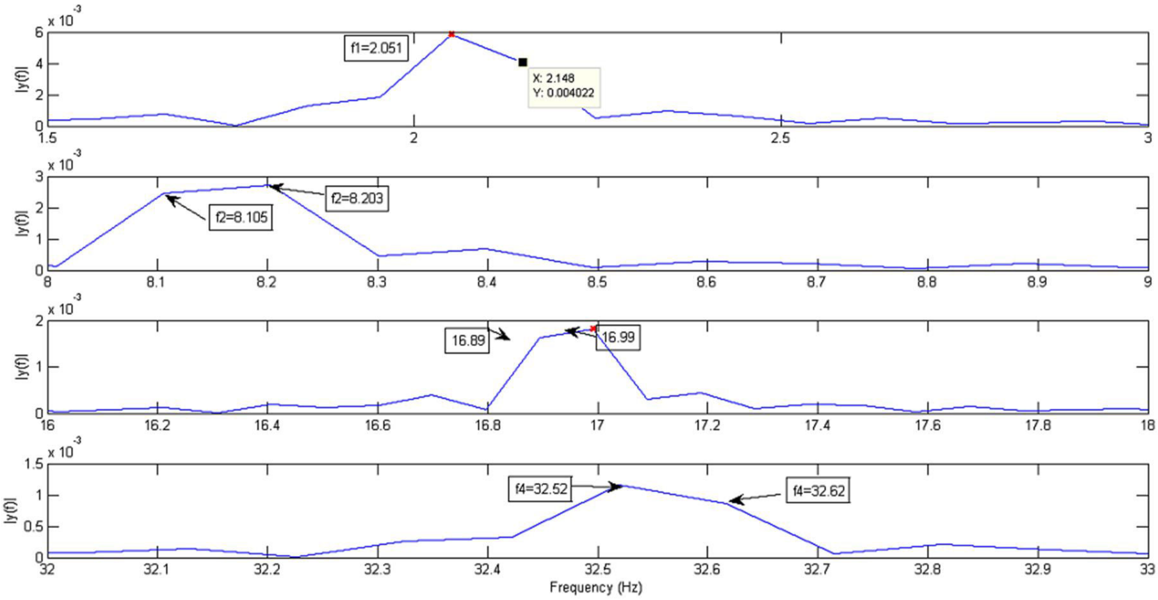


شکل۴- سیگنال‌های منبع حاصل از FDD



شکل۵ - فرکانس سیگنال‌های منبع با استفاده از FFT

به جهت بررسی دقیق‌تر، نقاط اکسترمم حاصل از FFT، بزرگنمایی و در شکل ۶ نمایش داده شده است. همانگونه که در شکل مشاهده می‌شود، نقاط اکسترمم نسبی مشخص شده، نشان‌دهنده‌ی فرکانس‌های پل است. فرکانسهای پل به مقدار $\pi v / l$ به سمت چپ و راست منتقل شده‌اند که حاکی از اثر فرکانس خودرو ($\omega_v = \pi v / l$) بر روی پل است.



شکل۶- نقاط اکسترمم فرکانس سیگنال‌های منبع حاصل از FFT

در جدول ۴، فرکانس‌های به دست آمده از FFD ارائه شده است.

جدول۳- فرکانس‌های حاصل از FDD

Mode shapes	FDD(Hz)
1	1.9531
2	8.203
3	16.7969
4	32.4219

۳.۴. مقایسه اشکال مودی و فرکانس‌های پل حاصل از FDD با مقادیر واقعی

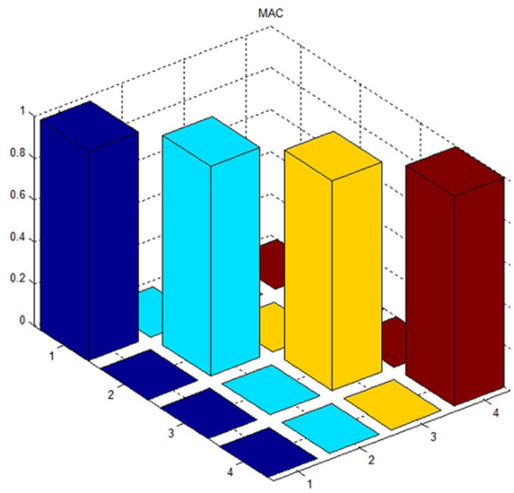
به منظور مقایسه شکل مودهای به دست آمده، ابتدا شکل مودها ترسیم شده اند اما همانگونه که مشاهده میشود، اشکال مودی به دست آمده از FDD و مقادیر واقعی با هم اختلاف دارند. بنابراین برای اطمینان از ارتباط اشکال مودی به دست آمده، با استفاده از معیار اطمینان مودی (MAC[28]) که بر اساس رابطه (۱۳) است، با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

$$MAC\left(i,j\right)=\frac{\left|\left\{\varphi_{FDD-i}^{t}\right\}\left\{\varphi_{FDD-j}^{t}\right\}\right|^{2}}{\left|\left\{\varphi_{FDD-i}^{t}\right\}\left\{\varphi_{FDD-i}^{t}\right\}\right|*\left|\left\{\varphi_{FDD-j}^{t}\right\}\left\{\varphi_{FDD-j}^{t}\right\}\right|} \qquad (۱۳)$$

که $\left\{\varphi_{FDD-i}^{t}\right\}$، iامین مودشکل حاصل از روش تجزیه حوزه فرکانس است. شاخص MAC، بیانگر اندازه کسینوس زاویه بین بردارهای شکل مود است. اگر بردارهای شکل مود بر هم منطبق باشند، مقادیر این شاخص برابر ۱ می‌شود.

[28] Modal Assurance Criterion

مقدار MAC برای مودهای حاصل از تجزیه حوزه فرکانس به دست آمده و نمودار آن در شکل ۷ نمایش داده شده است.



شکل۷- شاخص MAC برای اشکال مودی حاصل از FDD

با توجه به مقایسه انجام شده، مشاهده می‌شود که اشکال مودی حاصل از FDD دارای دقت بالایی بوده و می‌توان FDD را به عنوان روشی مناسب برای استخراج اشکال مودی دانست.در اینجا به ارزیابی فرکانس‌های به دست آمده از هر دو روش، پرداخته شده است. نتایج در جدول ۴ قابل مشاهده می‌باشد.

جدول ۴- مقایسه فرکانس های به دست آمده از FDD و مقدار واقعی

Mode shape	FDD(Hz)	Exact(Hz)	Error
1	1.9531	2.0839	4.6%
2	8.203	8.3356	1.6%
3	16.7969	18.7557	10.4%
4	32.4219	33.3459	2.8%

مقایسه فرکانس‌ها نیز، نشان داد روش FDD با دقت نسبتا خوبی فرکانس‌ها را نیز در اختیار قرار می‌دهد.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، برای دست‌یابی به اشکال مودی یک پل از تکنیک تجزیه حوزه فرکانس استفاده شد. به منظور استخراج پاسخ پل، خودروی عبوری از پل به عنوان محرک در نظر گرفته شد. در این رویکرد، با فرض کوچک بودن جرم خودرو در مقابل پل، پل به صورت تیر ساده المان‌بندی شده که هر المان دارای ۴ درجه آزادی است و خودرو با یک جرم فنری یک درجه آزادی مدل شده است. در ابتدا با تکنیک المان محدود، اندرکنش بین خودرو و پل مورد بررسی قرار گرفت. برای استخراج اشکال مودی، از پاسخ پل، از تکنیک تجزیه حوزه فرکانس استفاده شد. نتایج حاصل از این روش با اشکال مودی به دست آمده از ماتریس جرم و سختی واقعی پل مقایسه شد. مقایسه نشان داد، اشکال مودی به دست آمده از تجزیه حوزه فرکانس دارای دقت بالایی است. پس میتوان گفت که، از این تکنیک برای استخراج اشکال مودی و کنترل پل در طولانی مدت استفاده نمود.

۱۲. مراجع

1. Lin, C.W. and Yang, Y.B. (2005), “Use of a passing vehicle to scan the fundamental bridge frequencies: an experimental verification,” Engineering Structures*,* **27**(13), pp 1865–1878.
2. Lin, Y.H. and Trethwey, M.W. (1990), “Finite analysis of elastic beams subjected to moving dynamic loads,” Journal of Sound and Vibration, **136** (2), pp 323-342.
3. Brincker, R., Zhang, L., and Andersen, P. (2001), “Modal identification of output only systems using frequency domain decomposition,” Journal of Smart Materials and Structures, **10**, pp 441- 445.

استخراج فرکانس‌های پل با استفاده از پاسخ خودروی عبوری و تکنیک تجزیه مود تغییراتی

مرضیه سادات موسوی*[۱]، امید خادم حسینی[۲]، علی کیهانی [۳]، محمدمهدی خطیبی [۴]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

۲- دانشجوی دکترای سازه ، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

۳- دانشیار ، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

۴- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

خلاصه

هدف از ارائه این مقاله، استخراج فرکانس‌های اصلی و مرتبه بالاتر با استفاده از رویکرد غیرمستقیم است. رویکرد غیرمستقیم پایش پل‌ها، برای استخراج پارامترهای مودال از پاسخ خودروی عبوری کاربرد دارد. از مزایای این روش، عدم نصب حسگرهای ثابت روی سازه و مشکلات مربوط آن است. برای این منظور، از مدل جرم فنردار (مدل یک چهارمی) استفاده شده و مدل اندرکنش خودرو-پل بر اساس مدل المان محدودی تیر برنولی-اویلر ارائه گردیده است. سپس روش تجزیه مود تغییراتی معرفی می‌شود. برای کسب فرکانس مودهای بالاتر، ابتدا پاسخ خودرو تجزیه شده و با تبدیل فوریه فرکانس‌ها حاصل می‌شوند. با این رویکرد، فرکانس‌ها به صورت واضح‌تری قابل رویت هستند. به منظور بررسی امکان‌پذیری این رویکرد، تبدیل فوریه بر روی پاسخ خودرو تجزیه شده با استفاده از تکنیک تجزیه مود تغییراتی انجام و فرکانس‌ها با موفقیت و با دقت مناسب حاصل شدند.

کلمات کلیدی: اندرکنش پل و خودرو، تجزیه مود تغییراتی، روش المان محدود، تبدیل فوریه.

۱. مقدمه

فرکانس ارتعاش از پارامترهای حائز اهمیت برای پایش سلامت پل‌هاست، که به سختی سازه وابسته است. یک افت در فرکانس نشان‌دهنده آسیب در سازه است. این آسیب در ارتباط با سختی می‌باشد که ممکن است علل مختلفی از جمله آسیب دیدگی یک عضو، اشکال در اتصال، اشکال در مصالح مصرفی پل و... داشته باشد. اندازه‌گیری فرکانس‌های یک پل از دو جهت حائز اهمیت است. اول، مقایسه فرکانس پل در حال استفاده با فرکانس طراحی و ارزیابی آن. دوم، فرکانس پارامتری مناسب برای کنترل رفتار سازه در طولانی مدت است. با توجه به دلایل ذکر شده، فرکانس‌های ارتعاش، بخش مهمی از عملیات کنترل و نگهداری سازه پل را شامل می‌شود.

در اغلب تکنیک‌های پایش سلامت[۲۹] مبتنی بر ارتعاش، به منظور بازرسی خصوصیات دینامیکی، تعداد زیادی از حسگرها روی سازه نصب می‌شوند. این رویکردها، که در آن حسگرها به طور مستقیم روی پل نصب می‌شوند، با نام روش‌های مستقیم از آن‌ها یاد می‌شود و اولین بار توسط ساولو و ویلیام مطرح شد[۱]. نصب ادوات در محل بسته به موقعیت و نوع پل می‌تواند هزینه‌بر، زمان‌بر، و حتی خطرناک باشد. روش معمول، سوار کردن حسگرهای ارتعاشی در مکان‌های متفاوت روی پل و اتصال آن‌ها به سیستم جمع‌آوری داده است. در مواردی که به منظور نصب نتوان ترافیک

[29]mms.mousavi@yahoo.com

جاری را محدود نمود، عمل نصب تجهیزات می‌تواند خطرناک باشد. بعلاوه، پیاده‌سازی پایش سلامت برای پل‌هایی با دهانه‌های کوچک و متوسط که بزرگترین سهم را از پل‌های در حال سرویس دارا هستند، شایع و مرسوم نیست.

ایده‌ی رویکرد غیرمستقیم، که خصوصیات دینامیکی سازه‌ی پل از پاسخ دینامیکی وسیله نقلیه عبوری استخراج می‌شود، اول بار توسط آقای یانگ طرح گردید [۲] و [۳]. یک چنین رویکردی کم هزینه بوده و در عین حال به دنبال کاهش نصب ادوات روی پل نیز می‌باشد. در این رویکرد، یک وسیله نقلیه مجهز به حسگر (شتاب‌سنج) از روی پل عبور می‌کند. بواسطه اندرکنش بین پل و خودرو، وسیله‌ی متحرک را همزمان می‌توان هم به عنوان محرک در نظر گرفت، هم به عنوان گیرنده. آقایان لین و یانگ [۴] به صورت آزمایشگاهی و با عبور یک خودروی مجهز به حسگر بر روی یک پل بزرگراه در تایوان نشان دادند که این روش در عمل نیز قابلیت اجرا دارد. در حالتی‌که تنها فرکانس‌های پل مورد نیاز باشد، رویکرد غیرمستقیم در مقایسه با روش‌های مستقیم برتری‌های زیادی دارد که از آن جمله می‌توان به نیاز کمتر به تجهیزات، پرسنل متخصص در محل، هزینه‌ی کمتر، سادگی، کارایی، و قابل حمل بودن اشاره نمود. اگرچه، با توجه به محدودیت در ابزار تحلیل و روش‌های مورد استفاده، رویکرد حاضر به صورت کلی برای فرکانس مود اول کاربردی است.

به منظور گسترش رویکرد غیرمستقیم و استخراج فرکانس مودهای بالاتر، پاسخ خودروی عبوری با استفاده از تکنیک تجزیه مود تغییراتی[۳۰] (VMD) پیشنهادی توسط ...

در این مقاله ابتدا فرمولاسیون اندرکنش خودرو و پل با تکنیک المان محدود مورد بررسی قرار گرفته و روش تجزیه مود تغییراتی معرفی شده است. پس از آن با در نظر گرفتن این فرض که، جرم خودرو در مقابل جرم پل قابل صرفنظر کردن است، یک مثال عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در این مثال، ابتدا با اعمال مستقیم تبدیل فوریه، پاسخ در فضای فرکانسی به دست می‌آید و سپس با تجزیه پاسخ شتاب خودرو و اعمال تبدیل فوریه بر روی هر یک از مودهای تجزیه شده، مجددا فرکانس‌ها محاسبه شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با توجه به نتایج به دست آمده، در صورت نیاز به فرکانس مودهای بالاتر می‌توان از این نظریه استفاده کرد.

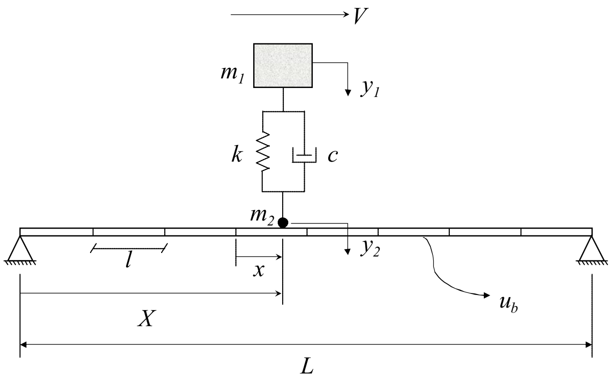
۲. اندرکنش پل و خودرو

در اینجا یک روش تحلیل تیرهای الاستیک در مواجهه با بارهای دینامیکی القا شده به آن، با استفاده از حرکت اختیاری یک سیستم جرم و فنر همراه با میرایی معرفی می‌شود. معادلات حاکم بین خودرو و پل از این قبیل است، که بر اساس روش المان محدود فرمولبندی شده است. مجموعه معادلات حاکم بر سیستم از نوع معادله دیفرانسیل درجه ۲ وابسته به زمان است.

مدل تیر و سیستم جرم فنری در شکل۱ نشان داده شده است[۵]. که در آن m_1 جرم فنری، k و c به ترتیب، ضرایب سختی و میرایی، m_2 جرم غیرفنری(جرم چرخ‌های خودرو)، x موقعیت جرم روی المان، X موقعیت برروی پل است.

---

[30] Variational mode decomposition (VMD)



شکل۱-جرم فنردار عبوری از پل و المان اندرکنش پل و خودرو

هر المان تیر، به صورت سیستم ۴ درجه آزادی و جرم فنری دارای یک درجه آزادی مدل شده است. معادلات حرکت بر اساس المانی که مستقیما با جرم فنری در ارتباط است به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix}[M]+[m]^* & \{0\}\\ [0] & m_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{\ddot{u}_b\}\\ \ddot{y}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}[C]+[c]^* & -c[N]^T\\ -c[N] & c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{\dot{u}_b\}\\ \dot{y}\end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix}[K]+[k]^* & -k[N]^T\\ -c\dot{x}[N]-k[N] & k\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{u_b\}\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[N]^T(m_1+m_2)g\\ 0\end{bmatrix} \quad (۱)$$

که در آن، M ماتریس جرم کل، K ماتریس سختی کل، C ماتریس میرایی، متغیر d و مشتقات آن نسبت به زمان به ترتیب، شتاب، سرعت و جابه‌جایی کل پل هستند. متغیر y و مشتقاتش نیز هم مربوط به شتاب، سرعت و جابه‌جایی جرم فنری می‌باشد. همچنین جابه‌جایی پل با استفاده از توابع درونیاب هرمیتی N تقریب زده می‌شود. سایر متغیرها به شرح زیر است:

$$[m]^*=m_2[N]^T[N] \quad (۲)$$

$$[c]^*=2m_2\dot{x}[N]^T[N]_x+c[N]^T[N] \quad (۳)$$

$$[k]^*=m_2\dot{x}^2[N]^T[N]_{xx}+m_2\ddot{x}[N]^T[N]_x+k[N]^T[N]+c\dot{x}[N]^T[N]_x \quad (۴)$$

معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم از روش‌های مختلفی قابل حل می‌باشد که در اینجا روش نیومارک-بتا انتخاب شده است. ضرایب $\beta=0.25$ و $\gamma=0.5$ ، در این روش مورداستفاده قرار گرفته‌اند.

۳.تجزیه مود تغییراتی

روش VMD، که برای اولین در سال ۲۰۱۴ توسط دراگومیتسکی و زوسو ارائه گردید، روشی جهت تحلیل تغییرات سیگنال می‌باشد که سیگنال ورودی با مقادیر حقیقی $x(t)$ را به زیرسیگنال[۳۱] (مود)هایی با مقادیر گسسته تجزیه می‌کند.

در این روش، سیگنال به تعدادی مود $u_k(t)$ تجزیه می‌شود که با نام تابع مود ذاتی[۳۲] (IMF) شناخته و به صورت زیر تعریف می‌شود:

[31] Sub-signal

[32] Intrinsic mode

$$u_k(t)=A_k(t)\cos(\varphi_k(t)) \quad (۵)$$

که $A_k(t)$ دامنه لحظه‌ای $u_k(t)$؛ $\omega_k(t)$ فرکانس لحظـه‌ای $u_k(t)$ و $\omega_k(t)=\varphi'(t)=d\varphi(t)/dt$ کـه در آن $\omega_k(t)$ها به آرامی با فـاز $\varphi(t)$ تغییـر مـی‌کننـد. ایـن بـدین معناسـت کـه در فاصـله زمـانی $[t-\delta, t+\delta]$ (کـه $(\delta = 2\pi / \varphi'(t)$)، $u_k(t)$ را می‌توان به صورت یک سیگنال هارمونیـک بـا دامنـه $A_k(t)$ و فرکـانس $\omega_k(t)$ در نظـر گرفت.

برای یافتن مولفه‌های IMF، الگوریتم VMD، تجزیه سیگنالی را در چهارچوب تغییراتی پیش می‌برد. این کار با تجزیه تطبیقی سیگنال[۳۳] و با استفاده از جستجوی جواب بهینه‌ی مدل تغییراتی مقید محقق می‌شود. در فرایند تکراری حل مدل تغییر، مرکز هر فرکانس و پهنای باند هر مولفه‌ی IMF به هنگام می‌گردد. باند سیگنال به صورت تطبیقی و بر اساس ویژگی‌های حوزه‌ی فرکانسی سیگنال منشعب می‌گردد. در نهایت، مولفه IMF با باند باریک حاصل می‌شود.

با فرض این‌که سیگنال منبع $x(t)$ به K مولفهی IMF تجزیه می‌شود، مدل تغییراتی مقید مربوطـه بـه صـورت زیر بیان می‌شود:

$$\min_{\{u_k,\omega_k\}} \quad \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\sigma(t)+\frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \quad (۶)$$
$$\text{s.t.} \quad \sum_k u_k = x(t),$$

که $\{u_k\}=\{u_1,\ldots,u_k\}$ نشان‌دهنده‌ی K مولفـه IMF تجزیـه شـده توسـط VMD؛ و $\{\omega_k\}=\{\omega_1,\ldots,\omega_k\}$ نمایشگر مراکز فرکانسی در تمامی مولفه‌های IMF است.

برای یافتن پاسخ بهینه‌ی مسئله تغییراتی مقید بالا، تابع لاگرانژ تقویت شده زیر معرفی می‌گردد:

$$\begin{aligned} L(\{u_k\},\{\omega_k\},\lambda) = \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\sigma(t)+\frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| x(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 \\ + \left\langle \lambda(t), x(t) - \sum_k u_k(t) \right\rangle, \end{aligned} \quad (۷)$$

که α فاکتور جریمه و λ ضریب لاگرانژ است.

جواب بهینه‌ی مدل تغییراتی مقید با استفاده از الگوریتم ضرایب امتداد متنـاوب[۳۴] بدسـت مـی‌آیـد، کـه نقطـه‌ی زینی[۳۵] تابع لاگرانژ بالا را حل می‌کند. سپس تجزیه‌ی سیگنال منبع $x(t)$ بدست می‌آید. جزئیات گام‌های پیاده‌سـازی به قرار زیر است:

۹) با $\{u_k^1\}$، $\{u_k^1\}$، λ^1 و n برابر با صفر آغاز کنید.

۱۰) $n=n+1$؛ کل سیکل را انجام دهید.

۱۱) اولین سیکل داخلی را انجام داده و u_k را به صورت زیر به هنگام نمایید:

[33] Adaptive signal decomposition

[34] alternating directionmultiplier algorithm

[35] saddle point

$$u_k^{n+1} = \arg \min_{u_k} L\left(\left\{u_{i<k}^{n+1}\right\},\left\{u_{i\geq k}^{n}\right\},\left\{\omega_i^n\right\},\lambda^n\right) \quad (۸)$$

۱۲) $k = k + 1$؛ گام (۳) را تا $k = K$ تکرار کنید و اولین سیکل داخلی را پایان دهید.

۱۳) دومین سیکل داخلی را انجام و ω_k را به صورت زیر به هنگام نمایید:

$$\omega_k^{n+1} = \arg \min L\left(\left\{u_i^{n+1}\right\},\left\{\omega_{i<k}^{n+1}\right\},\left\{\omega_{i\geq k}^{n}\right\},\lambda^n\right) \quad (۹)$$

۱۴) $k = k + 1$؛ گام (۵) را تا $k = K$ تکرار کنید. دومین سیکل داخلی را پایان دهید.

۱۵) λ^1 را بر طبق $\lambda^{n+1} = \lambda^n + \tau\left(f - \sum u_k^{n+1}\right)$ به هنگام کنید.

۱۶) گامهای (۲) تا (۷) را تا ارضای معیار $\sum \left\|u_k^{n+1} - u_k^n\right\|_2^2 \Big/ \sum \left\|u_k^n\right\|_2^2 < \varepsilon$ تکرار کنید. کل سیکل را خاتمه دهید.

به محض حصول مودها، به منظور دستیابی به حوزه فرکانسی سیگنال‌ها، به مودها تجزیه شده FFT مطابق با رابطه‌ی (۱۰) اعمال می‌گردد:

$$X(\varpi) = \sum_{n=0}^{N-1} u_k e^{-j2\pi\varpi n/N} \quad (۱۰)$$

که در آن، N نرخ نمونه‌برداری سیگنال ورودی می‌باشد.

۴. مثال عددی

۴. ۱. استخراج فرکانسهای پل با مدلسازی عددی

در این قسمت با ذکر مثال عددی به بررسی و ارزیابی این رویکرد پرداخته شده است. ویژگی‌های پل و خودرو در جدول۱ شرح داده شده است.

جدول۱- مشخصات پل و خودرو

Properties of the vehicle	Properties of the simple bridge
Sprung mass (M_v)=500 kg	Length(simple beam)=25 m
Spring constant (k_v)=500 kN/m	Number of elements=20
Mass of wheels=0	E=2.75*10^{10} N/m^2
Damping coefficient=0	Moment of inertia=0.12 m^4
Velocity=4 m/s	Mass per unit length=4800 kg/m
Time step=0.001 sec	Damping ratio=0

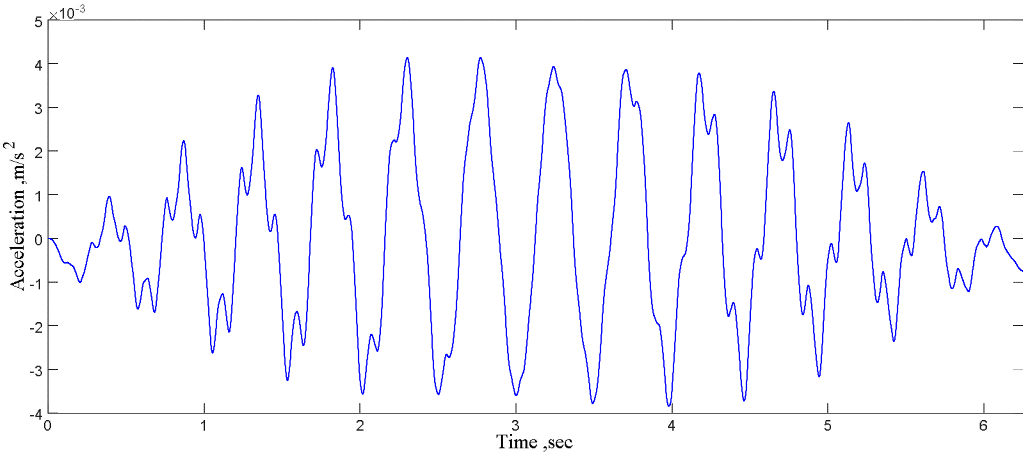
شکل۲ پاسخ شتاب خودرو با شرایطی که در بالا ذکر شد را نمایش می‌دهد. با اعمال تبدیل فوریه (تکنیک تبدیل فوریه سریع) برروی پاسخ خودرو، نمودار فرکانس‌ها حاصل می‌شود که در شکل ۳ نشان داده شده است. همانطور که از شکل بر می‌آید چندین اکسترمم نسبی قابل تفکیک است که در ادامه به تفسیر آنها خواهیم پرداخت.

نقطه‌ی شماره ۴ در شکل ۳، متناظر با فرکانس حرکت خودرو ($\pi v/L$) می‌باشد، و نقطه‌ی شماره ۵ نیز متناظر است با فرکانس خودروی عبوری ($\omega_v = \sqrt{k_v/m_v}$) که در این تحقیق مدنظر نمی‌باشد. با توجه به شکل ملاحظه میشود که فرکانس‌های پل به اندازه‌ی از $n\pi v/L$ به سمت چپ و راست (L و R) منتقل شده‌اند که n شماره

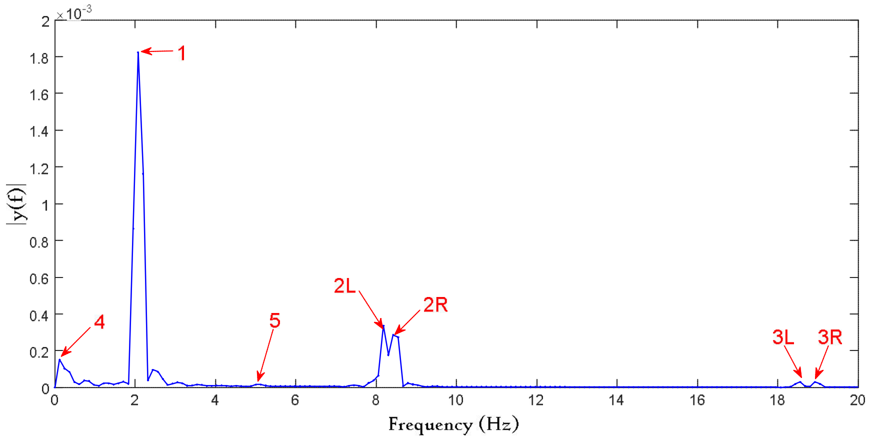
فرکانس مورد نظر است. به عنوان نمونه، فرکانس مود دوم به اندازه‌ی ۰.۰۸×۲ به سمت چپ و راست جابجا شده‌اند. برای محاسبه‌ی فرکانس، میتوان از فرکانسهای چپ و راست میانگین گرفت:

$$\omega_{b,n} = \frac{\omega_{bL,n} + \omega_{bR,n}}{2} \qquad (11)$$

نتایج در جدول ۲ نشان داده شده است.



شکل۱- پاسخ شتاب خودرو



شکل۲- شتاب خودرو در حوزه فرکانس

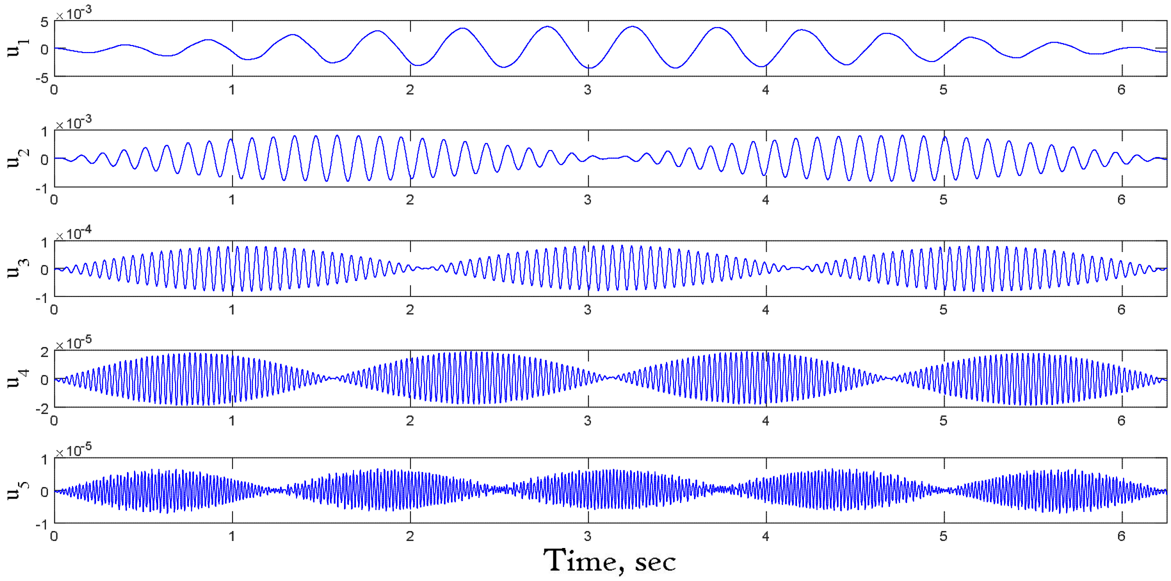
جدول۲- نتایج فرکانس‌های پل

points	Theoretic	
$1L, 2R = 2.075 \rightarrow 2.075$	$\omega_{b,1}$=2.08 Hz	در اثر هم‌پوشانی فرکانس مود اول واضح‌تر است.
$2L = 8.179$, $2R = 8.484$ $\rightarrow$ 8.331	$\omega_{b,2}$=8.33 Hz	فرکانس مود دوم
$2L = 18.55$, $2R = 18.92$ $\rightarrow$ 18.735	$\omega_{b,3}$=18.75 Hz	فرکانس مود سوم
0.122	Hz 0.08	فرکانس حرکت
5.06	5.03 Hz	فرکانس خودرو (جرم فنردار)

همانگونه که نتایج نشان داده شد، با تبدیل فوریه مستقیم برروی پاسخ، فرکانس مود اول را میتوان با وضوح بالا تشخیص داد و در سایر موارد با این وضوح به شدت کاهش می‌یابد. در قسمت بعد با همان ویژگی‌های تعریف شده در بالا برای پل و خودرو، از روش VMD استفاده می‌شود.

۴. ۲. بررسی فرکانس حاصل از تبدیل فوریه بر روی پاسخ تجزیه شده توسط VMD

در این قسمت، با استفاده از روش تجزیه مود تغییراتی، پاسخ خودرو به ۵ مود اصلی تجزیه می‌شود. پاسخ تجزیه شده در شکل ۳ قابل مشاهده است.

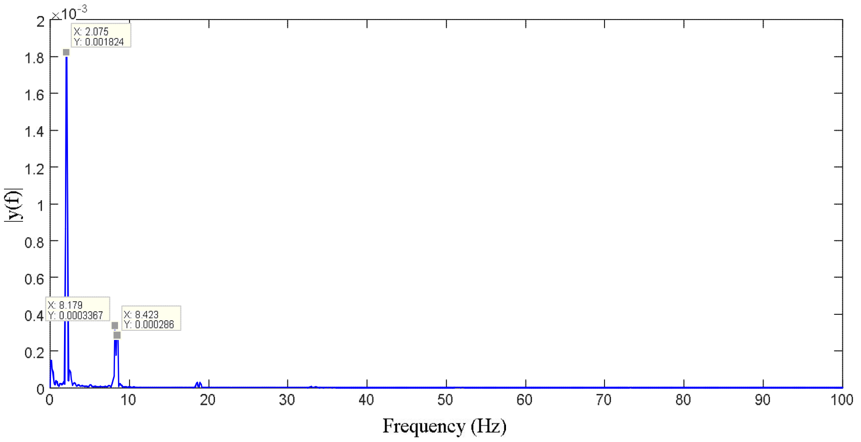


شکل۳- تجزیه پاسخ شتاب خودرو

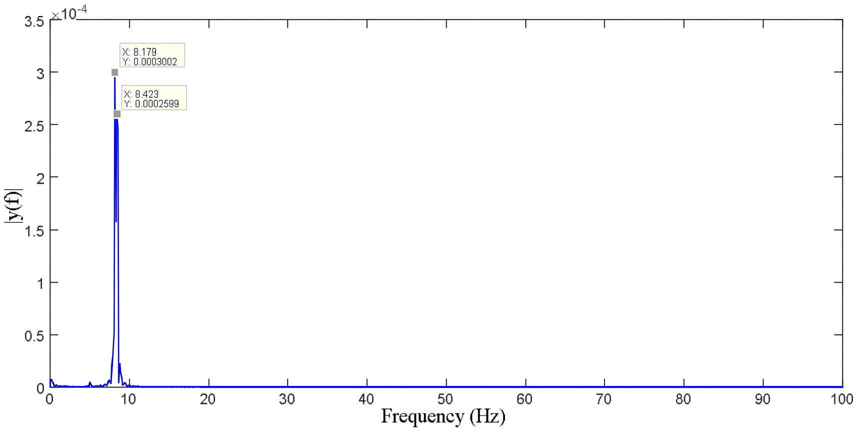
حال با تبدیل فوریه برروی هریک از ترکیبات بالا، فرکانس‌های بالاتر، همانگونه که در شکل‌های ۴-الف تا ۴-و مشاهده می‌شود، به دست خواهند آمد. با توجه به اشکال بدست آمده میتوان دقت و وضوح بالای فرکانس‌های بدست آمده را ملاحظه نمود. در مواردی که برای یک مود دو مقدار فرکانسی بدست آمده است فرکانس مربوطه با استفاده رابطه (۱۱) محاسبه می‌گردد.

از طرفی دیگر، در هر نمودار تنها یک فرکانس غالب وجود دارد که این موضوع به شناسایی فرکانسهای بالاتر سیگنال کمک میکند. به عنوان نمونه، فرکانسهای مربوط به مودهای ۵ و ۶ در شکل شماره (۲) قابل شناسایی نیستند که این موضوع را می‌توان به توانایی روش VMD در فرکانسهای مرتبه بالاتر نسبت داد.

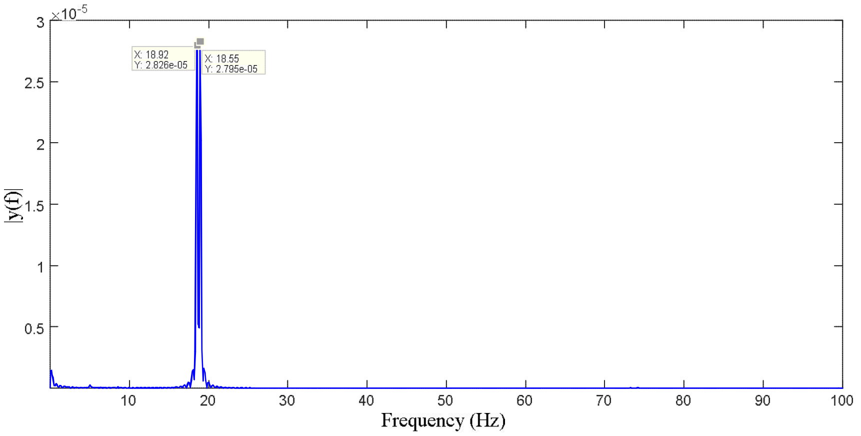
به منظور بررسی دقت روش VMD، نتایج بدست آمده از این روش با مقادیر واقعی مقایسه شده‌اند (جدول ۳ و شکل ۵). همانطور که ملاحظه می‌شود روش مورد استفاده از دقت بالایی در برآورد فرکانس‌های بالا برخوردار است.



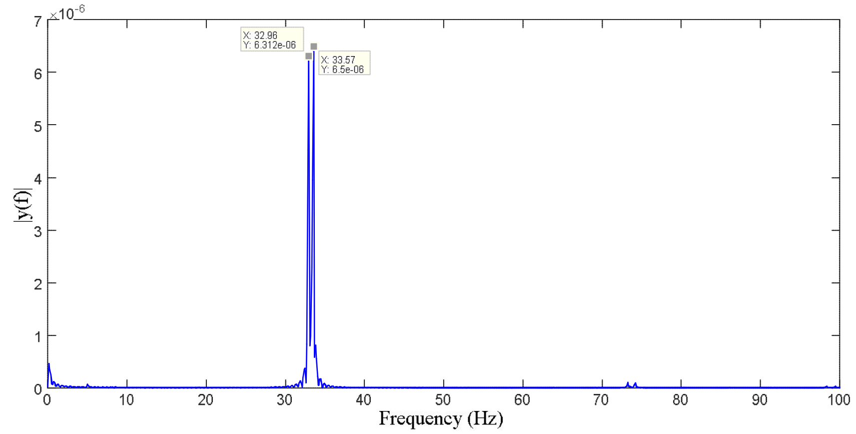
شکل ۴-الف- فرکانس مربوط به u_1



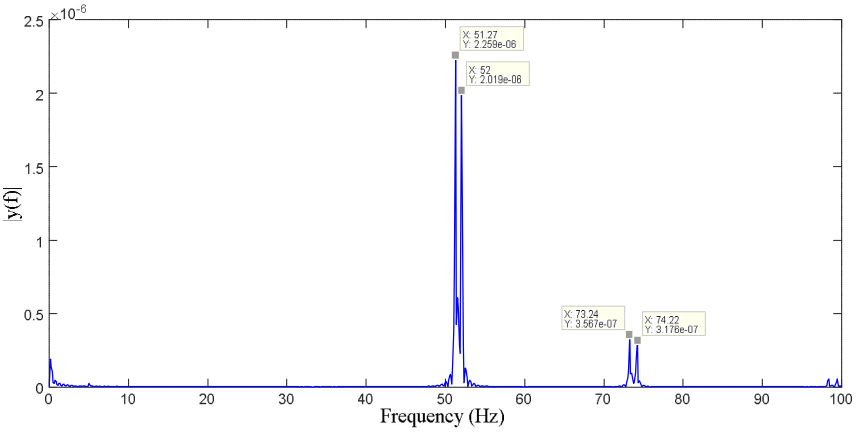
شکل ۴-ب- فرکانس مربوط به u_2



شکل ۴-ج- فرکانس مربوط به u_3



شکل ۴-د- فرکانس مربوط به u_4



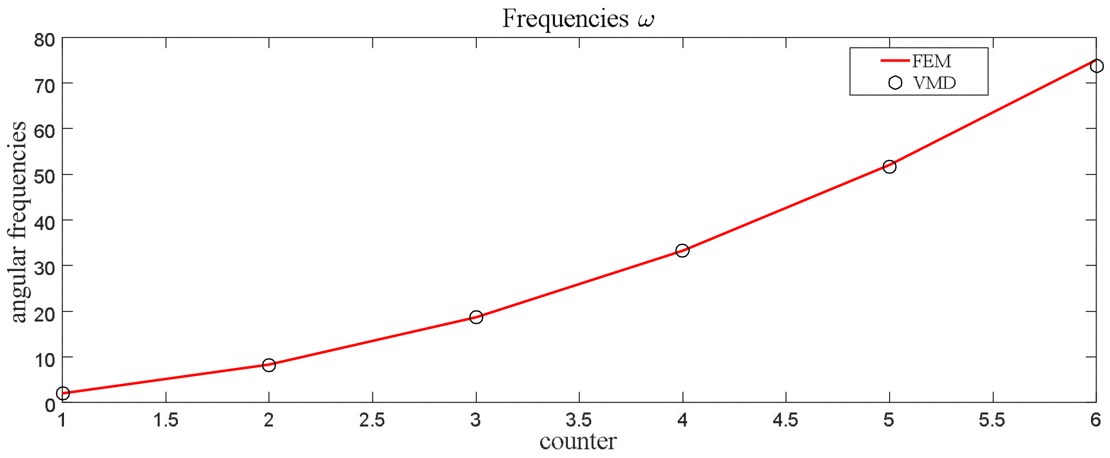
شکل ۴-و- فرکانس مربوط به u_5

از طرفی دیگر، در هر نمودار تنها یک فرکانس غالب وجود دارد که این موضوع به شناسایی فرکانسهای بالاتر سیگنال کمک میکند. به عنوان نمونه، فرکانسهای مربوط به مودهای ۵ و ۶ در شکل شماره (۲) قابل شناسایی نیستند که این موضوع را می‌توان به توانایی روش VMD در فرکانسهای مرتبه بالاتر نسبت داد.

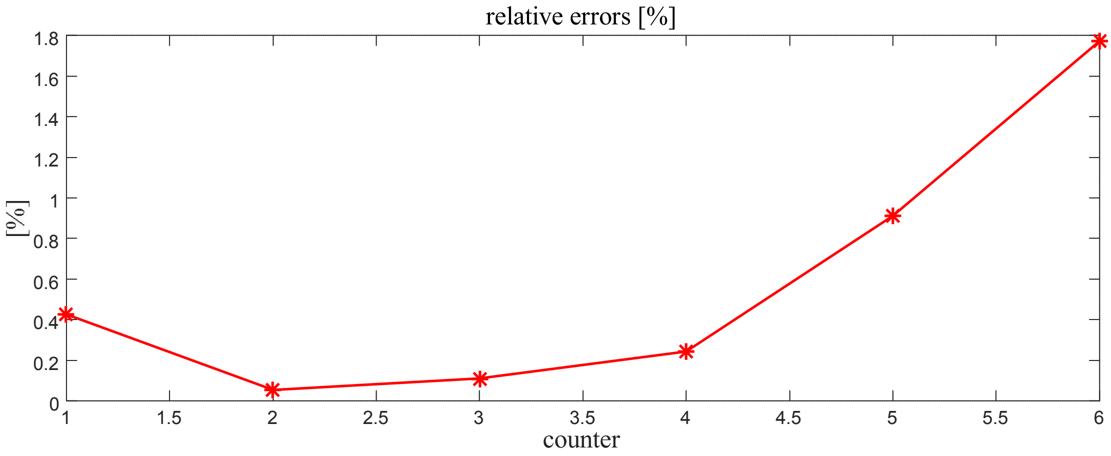
به منظور بررسی دقت روش VMD، نتایج بدست آمده از این روش با مقادیر واقعی مقایسه شده‌اند (جدول ۳ و شکل ۵). همانطور که ملاحظه می‌شود روش مورد استفاده از دقت بالایی در برآورد فرکانس‌های بالا برخوردار است.

جدول۳- مقایسه فرکانس‌های بدست آمده با استفاده از روش المان محدود و روش VMD

شماره مود	FEM	VMD
مود ۱	2.083	2.075
مود ۲	8.335	8.331
مود ۳	18.755	18.735
مود ۴	33.345	33.265
مود ۵	52.110	51.635
مود ۶	75.060	73.73



(الف)



(ب)

شکل ۵- بررسی دقت نتایج بدست آمده: (الف) مقایسه فرکانس‌های بدست آمده با استفاده از روش VMD و المان محدود؛ (ب) مقدار خطای موجود در روش VMD (بر حسب درصد)

۵. نتایج

در این مقاله، برای دست‌یابی به فرکانس‌های یک پل از رویکردهای غیرمستقیم استفاده شد. به این ترتیب که، سنسوری که برای ثبت داده‌ها مورد نیاز است برروی یک خودروی عبوری نصب می‌شود. در این رویکرد، با فرض کوچک بودن جرم خودرو در مقابل پل، پل به صورت تیر ساده المان‌بندی شده که هر المان دارای ۴ درجه آزادی است و خودرو با یک جرم فنری یک درجه آزادی مدل شده است. در ابتدا با تکنیک المان محدود، اندرکنش بین خودرو و پل مورد بررسی قرار گرفت. از آنجایی که با انجام تبدیل فوریه برروی پاسخ به فرکانس مودهای اول می‌توان دست یافت، با یک عملیات تجزیه بوسیله تکنیک تجزیه مود تغییراتی روی پاسخ شتاب به فرکانس‌های دیگر نیز می‌توان دست یافت. برای ارزیابی این نظریه، یک مثال عددی مطرح شده و پاسخ به دست آمده تجزیه شد. با انجام تبدیل فوریه، برروی ترکیبات تجزیه شده، فرکانس‌های بالاتر نیز حاصل شدند.در نتیجه، در مواردی که نیاز به کنترل فرکانس‌های بالاتر است، می‌توان از این رو استفاده نمود.

۶. مراجع

1. S. Salawu, C. Williams, Review of full-scale dynamic testing of bridge structures, Engineering Structures17 (2) (1995) 113–121.

2. Yang,Y.-B; Lin, C. W and Yau, J. D, "Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle," *Journal of Sound and Vibration,* vol. 272, no. 3-5, p. 471–493, 2004.

3. Yang, Y. B and Lin, C. W, "Vehicle-bridge interaction dynamics and potential applications," *Journal of Sound and Vibration,* vol. 284, no. 1-2, pp. 205-226, 2005.

4. Lin, C. W and Yang, Y. B, "Use of a passing vehicle to scan the fundamental bridge frequencies: an experimental verification," *Engineering Structures,* vol. 27, no. 13, p. 1865–1878, 2005.

5. Y.H. Lin & M.W. Trethwey "Finite analysis of elastic beams subjected to moving dynamic loads," *Journal of Sound and Vibration,* (1990) 136(2), 323-342 198

فهرست منابع:

[1] Goldberg, D; Davis, S.L.,(2013) "The Fix We're In For: The State",.

[2] Znidaric, A; Pakrashi, V; O'Brien, E. J and O'Connor, A,(2011)"A review of road structure data in six European countries" Proceedings of the ICE: UrbanDesign andPlanning, vol. 164, no. 4, pp. 225-232.

[3] Chupanit P., Phromsorn C., (2012) "The importance of bridge health monitoring" ,International Science Index, vol. 6, pp. 135-138.

[4] Fujino, Y; Siringoringo, D.M., (2011) "Bridge monitoring in Japan: the needs and strategies", Structure and Infrastructure Engineering, vol. 7, no. 7-8, pp. 597-611,.

[5] F. Akgul, (2012) "A BMS development project with an integrated inspection program", in Bridge Maintenance, Safety, Management, Resilience and Sustainability, New York,NY, USA, CRCPress, p. 2659–2665.

[6] A. Rytter, (1993) "Vibration Based Inspection of Civil Engineering Struc-tures", Aalborg University,Aalborg,Denmark.

[7] E. P. Carden and P. Fanning, (2004) "Vibration based condition monitoring: a review", Structural Health Monitoring ,vol.3,no.4, pp. 355–377.

[8] Fan, W; Qiao, P. Z, (2011) "Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study," Structural Health Monitoring, vol. 10, no. 1, pp. 83-111.

[9] Gomez, H. C; Fanning, P. J; Feng, M. Q and Lee, S, (2011) "Testing and long-term monitoring of a curved concrete box girder bridge," Engineering Structures, vol. 33, no. 10, p. 2861–2869.

[10] Yang,Y.-B; Lin, C. W and Yau, J. D, (2004) "Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle," Journal of Sound and Vibration, vol. 272, no. 3-5, p. 471–493.

[11] Yang, Y. B and Lin, C. W, (2005) "Vehicle-bridge interaction dynamics and potential applications," Journal of Sound and Vibration, vol. 284, no. 1-2, pp. 205-226.

[12] Lin, C. W and Yang, Y. B, (2005) "Use of a passing vehicle to scan the fundamental bridge frequencies: an experimental verification," Engineering Structures, vol. 27, no. 13, p. 1865–1878.

[13] Malekjafarian, A; McGetrick, P. J; OBrien, E. J, (2015) "A Review of Indirect Bridge Monitoring Using Passing Vehicles," Shock and Vibration, vol. 2015.

[14] Yang, Y.B; Li, Y. C. and Chang, K. C, (2014) "Constructing the mode shapes of a bridge from a passing vehicle: a theoretical study," Smart Structures and Systems, vol. 13, no. 5, p. 797–819.
[15] Oshima, Y; Yamamoto, K and Suiura, K, (2014) "Damage assessment of a bridge based on mode shapes estimated by responses of passing vehicles," Smart Structures and Systems, vol. 13, no. 5, p. 731–753,.
[16] Malekjafarian, A and OBrien, E. J, (2014) "Identification of bridge mode shapes using short time frequency domain decomposition of the responses measured inapassing vehicle," Engineering Structures, vol. 81, pp. 386-397.
[17] J. S. Smith, (2005) "The Local Mean Decomposition and Its Application to EEG Perception Data," Journal of the Royal Society Interface, vol. 2, no. 5, pp. 443-454.
[18] Yanxue, W; Zhengjia, H; Yanyang, Z, (2010) "comparative study on the local mean decomposition and empirical mode decomposition and their applications to rotating machinery health diagnosis," *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 132, no. 2.
[19] Cheng, J; Yang, Yi; Yang, Yu, (2012) "A rotating machinery fault diagnosis method based on local mean decomposition," *Digital Signal Processing,* vol. 22, no. 2, pp. 356-366.
[20] Deng, L; Zhao, R, (2014) "Fault feature extraction of a rotor system based on local mean decomposition and Teager energy kurtosis," *Journal of Mechanical Science and Technology,* vol. 28, no. 4, pp. 1161-1169.
[21] Liu, H; Han, M, (2014) "A fault diagnosis method based on local mean decomposition and multi-scale entropy for roller bearings," *Mechanism and Machine Theory,* vol. 75, pp. 67-78.
[۲۲]کیهانی ع. رمضانی اومالی ح، (۱۳۹۴)، " روشی جدید برای تعیین محل سنسورها جهت نظارت بر سلامتی سازه پل‌ها"، دهمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، تبریز
[23] Chung, Y. T. and Moore D., (1993), "On-Orbit Sensor Placement and System Identification of Space Station with Limited Instrumentations ", Proceedings of the llth International Modal Analysis Conference, P 41, Kissimmee, USA.
[24] Larson C. B, Zimmerman D. C. and Marek E. L., (1994), "A Comparison of Modal Test Planning Techniques: Excitation and Sensor Placement Using the NASA 8-Bay

Truss", Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference, P 205, Honolulu, USA.
[25] De Clerck JP, Avitable P., (1998), "Development of several new tools for pre-test evaluation", Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference, P 1272, Santa Barbara, USA.
[26] Y.H. Lin & M.W. Trethwey, (1990) "Finite analysis of elastic beams subjected to moving dynamic loads," Journal of Sound and Vibration, 136(2), 323-342 198
[27] Brincker, R., Zhang, L., and Andersen, P. (2000), "Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition", 18th International Modal Analysis Conference (IMAC), USA.۶

[۲۸] خطیبی م. آشوری م. آلبویه م، (۱۳۸۹)، "بررسی عددی و تجربی روش تجزیه حوزه فرکانس به منظور تقریب پارامترهای مودال سازه"، مجله مدلسازی در مهندسی، شماره۲۱، سال هشتم

[29] Yang YB, Chang KC, Li YC. (2013) "Filtering techniques for extracting bridge frequencies from a test vehicle moving over the bridge. Engineering Structures" 48:353-62.
[30] Keenahan J, OBrien EJ, McGetrick PJ, Gonzalez A. (2014) "The use of a dynamic truck-trailer drive-by system to monitor bridge damping. " Struct Health Monit.;13:143-57.
[31] Zhang Y, Lie ST, Xiang ZH. (2013) "Damage detection method based on operating deflection shape curvature extracted from dynamic response of a passing vehicle. Mech Syst Signal Pr. ",35:238-54.
[32] Yang YB. Li YC. Chang KC., (2012) "Using two connected vehicles to measure the frequencies of bridges with rough surface: a theoretical study. " Acta Mech. 223:1851-61.
[۳۳] رضائی، موسی، (۱۳۹۴)" ارئه روشی جدید برای تعیین میانگین موضعی در روش تجزیه مود تجربی" مجله مهندسی مکانیک، شماره پیاپی۷۱، جلد۴۵، شماره۲، صفحه ۲۳-۳۱

[34] Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. L., Shih, H. H., Zheng, Q., Yen, N. C., Tung and C. C., Liu, H. H., (1998) "The empirical mode decomposition and Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis", Proceedings of Royal Society London A, Vol. 454, pp. 903–995.

[35] Yanxue, W; Zhengjia, H; Yanyang, Z, (2010) "comparative study on the local mean decomposition and empirical mode decomposition and their applications to rotating machinery health diagnosis," Journal of Vibration and Acoustics, vol. 132, no. 2.
[36] J. S. Smith, (2005) "The Local Mean Decomposition and Its Application to EEG Perception Data," Journal of the Royal Society Interface, vol. 2, no. 5, pp. 443-454.
[37] Yang, Y.B; Chang, K. C, (2009) "Extraction of bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle enhanced by the EMD technique," Department of Civil Engineering, National Taiwan University, Taipei 10617, Taiwan.

Abstract

There is an increasing demand for improvements in condition monitoring of transport infrastructure all over the world. Bridges are key components of transportation infrastructure and require such monitoring. Estimation of dynamic characteristics such as natural frequencies, mode shapes and damping of structures seems necessary for health monitoring and applying vibration control methods if needed. Due to the importance of the subject, bridge mode shapes are extracted from passing vehicle response and also local mean decomposition method is applied on vehicle response to assess natural frequencies. For this purpose, vehicle equipped with sensor passes the bridge and the acceleration response is recorded. Through interaction between the bridge and vehicle, the moving vehicle can be considered as both exciter and receiver.

Theoretically it is assumed that bridge and vehicle properties are given and as vehicle passes through the bridge, interaction force is applied in contact point. Equations of bridge and vehicle motion with finite element method are used for extracting the interaction force. In this research the bridge is modeled as a simply supported beam using FE method and beam elements consist of four degrees of freedom (axial force is not considered), and the vehicle is modeled as a sprung mass. For extracting mode shapes, short time frequency domain decomposition method is applied on vehicle response. A comparison between results of the proposed method and real mode shapes extracted from finite element method is done using Modal Assurance Criterion. The amount of Modal Assurance Criterion using proposed method is one, showing accuracy of the method to find mode shapes.

In second section, local mean decomposition method is used. This method is a time frequency analysis approach, which can decompose the signals into a set of product function (PF) components. In this section variational mode decomposition method is also investigated. Results of the proposed methods are compared with real frequencies; local mean decomposition method frequencies are within a margin of 2.29 percent of error and variational mode decomposition method frequencies are within a margin of 0.6 percent, showing the accuracy of proposed methods. Higher mode of frequencies are obtained using variational mode decomposition method so the method can be applied when higher mode of frequencies are of interest.

Key words
Indirect Bridge Monitoring, Vehicle-Bridge Interaction, mode shapes, Short Time Frequency Domain Decomposition, Local Mean Decomposition, variational Mode Decomposition

Faculty of Civil Engineering

M.Sc. Thesis in Structural Engineering

Extracting the mode shapes of a bridge from a passing vehicle and local mean decomposition (LMD) technique

By: Marziyeh Sadat Mousavi

Supervisor:
Dr. Ali Keyhani

July 2017