





دانشکده مهندسی عمران  
پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی سازه

## تعیین ماتریس سختی المان موجدار و به کارگیری آن در دیوار برشی فولادی موجدار

نگارنده: حسین عزتی اصل

استاد راهنما

دکتر وحیدرضا کلات جاری

دکتر سید مهدی توکلی

تیر ۱۳۹۶

شماره جمع ۲۵۴۸۶  
تاریخ ۹۶/۵/۳  
ویرایش:

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره ۷: صورت جلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) گزینشی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد  
 خانم آفتاب صنی عروسی به شماره دانشجویی ۹۳۱۲۰۵۴  
 در تاریخ ۹۶/۵/۳ در محل ...  
 حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه): خوب ۱۷,۴۷  دفاع مجدد  مردود

نوع تحقیق: نظری  علمی

- ۱- عالی (۲۰-۱۹)  
 ۲- خوب (۱۶-۱۷/۹۹)  
 ۳- بسیار خوب (۱۸-۱۸/۹۹)  
 ۴- قابل قبول (۱۵-۱۵/۹۹)  
 ۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استانداردهای اول	دکتر رحیم رضا ملاجاری	دانشیار	
۲- استانداردهای دوم	دکتر سید محمد ترکان	استاد	
۳- استاد مشاور			
۴- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر حسن احمدی	استاد	
۵- استاد منتحن اول	دکتر علی کجاسنی	دانشیار	
۶- استاد منتحن دوم	دکتر پرویز کردستانی	دانشیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تقدیم نامہ

تقدیم بہ پدر و مادر عزیزم

## سپاس‌گزاری

سپاس بیکران ایندمنان را که در پرتو لایزالش توفیق آموختن میسر نمود تا منت پذیر آستان کبریایی اش باشم. امروز که به توفیق ایند مهربان، مرحله دیگر از زندگی را با موفقیت سپری کردم، پیشانی شکر بر سجده گاه عبودیت می سایم و بر خود واجب می دانم که از منت گذاران این راه قدرنمایی نمایم و با شهادت قلم را به پاس زحمات بی دریغشان بنگارم. در همین راستا بر اساس روایت مشهور "لم یسکر مخلوق لم یسکر الخالق" نخت سنراوار است نهایت سپاس قلبی خود را تقدیم حضور اساتید راهنمای گرامیم جناب آقایان دکتر وحید رضا کلات جاری و دکتر سید مهدی توکلی که زحمات بی شائبه ای تحمل گشته اند و در تمام این مراحل مراراً بهمانی فرمودند، نمایم... بی شک انجام مراحل مختلف این پایان نامه بدون حمایت و پشتیبانی بزرگواران مقدور نبود...

و این تلاش کوچک را با تمام عشق و اشتیاق تقدیم می کنم به خانواده عزیزم خصوصاً پدر و مادرم که در تمام مراحل زندگییم دعای آنان بدرقه راهم بود...

از خداوند منان می خواهم عمری پینزاید تا گوشه ای از زحماتشان را جبران کنم.

باشد این خردترین، بخششی از زحمات آنان را سپاس گوید...

## تعهد نامه

اینجانب حسین عزتی اصل دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی سازه دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **تعیین ماتریس سختی المان موجدار و به کارگیری آن در دیوار برشی فولادی موجدار** تحت راهنمایی دکتر وحیدرضا کلات جاری و دکتر سید مهدی توکلی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده ( یا بافتهای آنها ) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.

## چکیده

اخیرا بحث استفاده از دیوارهای برشی فولادی موجدار مطرح شده است که مزیت آن نسبت به دیوارهای برشی با ورق صاف، به دو صورت ۱: بالاتر بودن سختی آن در خارج از صفحه بارگذاری نسبت به حالت سخت نشده ۲: کاهش هزینه اقتصادی آن نسبت به حالت سخت شده نمایان شده است. اکثر تحقیقات انجام شده راجع به دیوارهای برشی فولادی موجدار چه آزمایشگاهی و چه عددی بر روی قاب‌های ۲ بعدی یک طبقه صورت پذیرفته است. این در حالی است که عملاً چنین وضعیتی وجود ندارد. دلیل عمده تحقیق بر روی دیوار برشی فولادی موجدار یک طبقه، حجم بالای المان‌ها جهت مدلسازی موج دیوار است. در این تحقیق سعی شد، برای اولین بار ماتریس سختی المان موجدار بدست آید و برنامه اجزا محدود جهت استفاده از آن نوشته شود، تا بدین ترتیب حجم عملیات عددی کاهش و زمان اجرای کامپیوتری تقلیل یابد. برای بدست آوردن ماتریس سختی المان موجدار، ماتریس الاستیسیته خمشی آن توسط روابطی که یانکوآئوکی و والدمار پیشنهاد دادند تعیین شد. همچنین توابع شکل نیز از طریق روش برازش منحنی بدست آمد ولی با توجه به اینکه، با تغییر شکل هندسه موج، شرایط تکیه‌گاهی و شرایط بارگذاری، توابع شکل تغییر می‌کردند. سعی شد، که در این پایان نامه برای برطرف کردن این عیب، دو روش پیشنهاد شود، و براساس این دو روش، ورق‌های موجدار را مورد تحلیل و بررسی قرار دهیم، و نتایج حاصل از آن با نرم‌افزار آباکوس مقایسه کنیم، که به این نتیجه رسیدیم، هر دو روش مورد قبول واقع گرفت. در این پایان نامه همچنین، برای بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار به دلیل نداشتن ماتریس الاستیسیته ایزوتروپیک درون صفحه‌ای آن از ماتریس الاستیسیته ایزوتروپیک درون صفحه‌ای ورق صاف استفاده شد. میدان تغییر مکان برای رفتار درون صفحه‌ای دیوار برشی فولادی موجدار از طریق برازش منحنی بدست آمد و نتایج حاصل از آن با نرم‌افزار آباکوس مورد بررسی قرار گرفت.

**واژه‌های کلیدی:** دیوار برشی فولادی موجدار، ماتریس الاستیسیته، خمشی، المان موجدار، توابع

شکل، روش، اورتوتروپیک، ایزوتروپیک

## فهرست مطالب

فصل ۱- مقدمه.....	۱
۱-۱- پیشگفتار.....	۲
۲-۱- انگیزه و ضرورت انجام تحقیق.....	۴
۳-۱- هدف.....	۵
۴-۱- فصل بندی پایان نامه.....	۵
فصل ۲- تاریخچه تحقیقات انجام شده بر روی ورق های فولادی موجدار و دیوار برشی فولادی موجدار.....	۷
۱-۲- تاریخچه تحقیقات انجام شده بر روی ورق های فولادی موجدار و دیوار برشی فولادی موجدار.....	۸
فصل ۳- نحوه بدست آوردن ماتریس الاستیسیته خمشی ورق صاف اورتوتروپیک معادل ۱۹	
۱-۳- مقدمه.....	۲۰
۲-۳- مشخصات هندسی ورق موجدار.....	۲۱
۳-۳- خمش ورق های موجدار.....	۲۴
۴-۳- بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه ماتریس الاستیسیته المان موجدار و بدست آوردن روابط آن.....	۲۶
۵-۳- صحت سنجی روابط پیشنهاد شده توسط یانکواثوکی و والدمار.....	۳۲
۱-۵-۳- روش گردیک و پاریس.....	۳۲
۲-۵-۳- نمونه های مورد استفاده برای مقایسه.....	۳۳
۳-۵-۳- مقایسه روش یانکواثوکی و والدمار با روش گردیک و پاریس.....	۳۴
فصل ۴- فرمولبندی و نحوه بدست آوردن توابع شکل برای ورق های صاف.....	۳۵
۱-۴- مقدمه.....	۳۶
۲-۴- مقدمه ای بر اجزاء محدود.....	۳۶
۳-۴- تئوری صفحات و پوسته ها.....	۳۹
۱-۳-۴- شرایط تکیه گاهی.....	۴۱
۱-۱-۳-۴- تکیه گاه ساده ورق ها.....	۴۲
۲-۱-۳-۴- تکیه گاه گیردار.....	۴۳



۴۳	.....انتهای آزاد ورق‌ها. ۳-۱-۳-۴
۴۵	.....توابع شکل زینکویچ ۴-۴
۴۸	.....روش برازش منحنی ۵-۴
۴۹	.....بدست آوردن توابع شکل جدید ۶-۴
۵۰	.....صحت سنجی ۱-۶-۴
۵۴	.....مثال‌های عددی و مقایسه نتایج ۱-۱-۶-۴
۶۹	.....توابع شکل مستطیلی ۷-۴
۷۱	.....مثال‌های عددی و مقایسه نتایج ۱-۷-۴

## فصل ۵- نحوه بدست آوردن توابع شکل برای ورق‌های موجدار.....۷۷

۷۸	.....مقدمه ۱-۵
۷۹	.....روش پیشنهادی اول ۲-۵
۸۱	.....مثال‌های عددی و مقایسه نتایج ۱-۲-۵
۹۸	.....روش پیشنهادی دوم ۳-۵
۹۸	.....بررسی مسائل و نتایج ۱-۳-۵
۱۱۱	.....بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار ۴-۵
۱۱۲	.....مثال و بررسی نتایج ۱-۴-۵

## فصل ۶- نتیجه گیری و پیشنهادات.....۱۱۷

۱۱۸	.....مقدمه ۱-۶
۱۱۸	.....جمع بندی نتایج ۲-۶
۱۲۰	.....پیشنهادات ۳-۶

## فصل ۷- منابع.....۱۲۱

۱۲۲	.....منابع ۱-۷
-----	----------------

## فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱- کاربرد ورق‌های موجدار در مهندسی ..... ۳
- شکل ۲-۱- دیوار برشی فولادی موجدار ..... ۴
- شکل ۱-۳- ورق موجدار و ورق اورتوتروپیک معادل ..... ۲۰
- شکل ۲-۳- مشخصات هندسی ورق موجدار ..... ۲۱
- شکل ۳-۳- موقعیت  $\theta$  در ورق موجدار ..... ۲۳
- شکل ۴-۳- موقعیت نقاط  $xt$  و  $xb$  در ورق موجدار ..... ۲۳
- شکل ۵-۳- المان مستطیلی به ابعاد  $dx$  و  $dy$  ..... ۲۴
- شکل ۱-۴- تعادل جزء کوچکی از صفحه ..... ۳۹
- شکل ۲-۴- تکیه‌گاه‌های مختلف در صفحات و نماد خاص تکیه‌گاهی آن‌ها ..... ۴۲
- شکل ۳-۴- جایگزینی گشتاور پیچشی به کمک جفت نیروهای قائم یا افقی در فاصله واحد ..... ۴۴
- شکل ۴-۴- گشتاورهای پیچشی موجود در لبه آزاد ورق ..... ۴۴
- شکل ۵-۴- یک المان مستطیلی با سه درجه آزادی ..... ۴۵
- شکل ۶-۴- مختصات موضعی برای یک المان مستطیلی ..... ۴۸
- شکل ۷-۴- محیط برازش منحنی در نرم افزار متلب ..... ۴۹
- شکل ۸-۴- جزء مستطیلی صفحه‌ای ..... ۵۱
- شکل ۹-۴- یک جزء مستطیلی در مختصات محلی ..... ۵۳
- شکل ۱۰-۴- ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه گیردار ..... ۵۴
- شکل ۱۱-۴- خیز بدست آمده از روش آباکوس برای مثال (۱) ..... ۵۶
- شکل ۱۲-۴- ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه ساده ..... ۵۷

- شکل ۴-۱۳ خیز بدست آمده از روش آباکوس برای مثال (۲)..... ۵۹
- شکل ۴-۱۴ ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه گیردار..... ۶۰
- شکل ۴-۱۵ خیز بدست آمده از روش آباکوس برای مثال (۳)..... ۶۱
- شکل ۴-۱۶ ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه ساده..... ۶۲
- شکل ۴-۱۷ خیز بدست آمده از روش آباکوس برای مثال (۴)..... ۶۴
- شکل ۴-۱۸ ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه گیردار..... ۶۴
- شکل ۴-۱۹ خیز بدست آمده از روش آباکوس مثال (۵)..... ۶۶
- شکل ۴-۲۰ ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه ساده..... ۶۷
- شکل ۴-۲۱ خیز بدست آمده از روش آباکوس مثال (۶)..... ۶۹
- شکل ۴-۲۲ یک جزء المان مستطیلی در مختصات محلی..... ۷۰
- شکل ۴-۲۳ ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه گیردار..... ۷۱
- شکل ۴-۲۴ خیز بدست آمده از روش آباکوس ورق مستطیلی مثال (۱)..... ۷۳
- شکل ۴-۲۵ ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه ساده..... ۷۴
- شکل ۴-۲۶ خیز بدست آمده ورق مستطیلی از روش آباکوس مثال (۲)..... ۷۶
- شکل ۵-۱ یک جزء المان موجدار همراه با درجات آزادی..... ۷۹
- شکل ۵-۲ استفاده از ورق صاف معادل جایگزین ورق موجدار..... ۸۰
- شکل ۵-۳ المان صاف جایگزین المان موجدار..... ۸۰
- شکل ۵-۴ مشخصات هندسه ورق موجدار برای یک دوره تناوب..... ۸۱
- شکل ۵-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار..... ۸۱
- شکل ۵-۶ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتاً دقیق، ورق موجدار مثال (۱)..... ۸۳
- شکل ۵-۷ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۱)..... ۸۴
- شکل ۵-۸ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار..... ۸۵

- شکل ۹-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۲) ..... ۸۷
- شکل ۱۰-۵ خیز بدست آمده برای روش آباکوس، ورق موجدار مثال (۲) ..... ۸۷
- شکل ۱۱-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار ..... ۸۸
- شکل ۱۲-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۳) ..... ۹۰
- شکل ۱۳-۵ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۳) ..... ۹۰
- شکل ۱۴-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار ..... ۹۱
- شکل ۱۵-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۴) ..... ۹۳
- شکل ۱۶-۵ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۴) ..... ۹۳
- شکل ۱۷-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه ساده ..... ۹۴
- شکل ۱۸-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۵) ..... ۹۵
- شکل ۱۹-۵ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۵) ..... ۹۵
- شکل ۲۰-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار ..... ۹۶
- شکل ۲۱-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۶) ..... ۹۷
- شکل ۲۲-۵ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۶) ..... ۹۸
- شکل ۲۳-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار ..... ۹۹
- شکل ۲۴-۵ المان موجدار مربعی ..... ۱۰۰
- شکل ۲۵-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۱) ..... ۱۰۴
- شکل ۲۶-۵ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۱) ..... ۱۰۴
- شکل ۲۷-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار ..... ۱۰۵
- شکل ۲۸-۵ المان موجدار مربعی ..... ۱۰۶
- شکل ۲۹-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۲) ..... ۱۱۰
- شکل ۳۰-۵ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۲) ..... ۱۱۰

- شکل ۳۱-۵ المان موجدار هشت گره‌ای برای دیوار برشی فولادی موجدار ..... ۱۱۲
- شکل ۳۲-۵ دیوار برشی فولادی موجدار ..... ۱۱۲
- شکل ۳۳-۵ تغییر مکان بدست آمده دیوار برشی فولادی موجدار برای تحلیل نسبتا دقیق ..... ۱۱۴
- شکل ۳۴-۵ تغییر مکان بدست آمده دیوار برشی فولادی موجدار برای مدل آباکوس ..... ۱۱۴
- شکل ۳۵-۵ نمودار بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار با ماتریس الاستیسیته درون صفحه‌ای  
ورق صاف ..... ۱۱۶

## فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۳ روابط ماتریس الاستیسیته خمشی برای ورق‌های موجدار ..... ۳۱
- جدول ۲-۳ خواص مکانیکی ورق فولادی مورد استفاده در صحت سنجی ..... ۳۳
- جدول ۳-۳ مشخصات هندسی و جرم مخصوص ورق موجدار مورد استفاده در صحت سنجی ..... ۳۳
- جدول ۴-۳ مقادیر عددی ماتریس الاستیسیته خمشی معادل برای ورق‌های موجدار سینوسی ..... ۳۴
- جدول ۱-۴ مشخصات یک المان مربعی ..... ۵۱
- جدول ۲-۴ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۱) ..... ۵۵
- جدول ۳-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۱) ..... ۵۵
- جدول ۴-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۱) ..... ۵۵
- جدول ۵-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۱) ..... ۵۶
- جدول ۶-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۱) ..... ۵۶
- جدول ۷-۴ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۲) ..... ۵۷
- جدول ۸-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۲) ..... ۵۸
- جدول ۹-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۲) ..... ۵۸
- جدول ۱۰-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۲) ..... ۵۸
- جدول ۱۱-۴ مقادیر خیز بدست آمده مسئله (۲) ..... ۵۸
- جدول ۱۲-۴ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۳) ..... ۶۰
- جدول ۱۳-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۳) ..... ۶۰
- جدول ۱۴-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۳) ..... ۶۰
- جدول ۱۵-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۳) ..... ۶۱
- جدول ۱۶-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۳) ..... ۶۱

- جدول ۴-۱۷ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۴) ..... ۶۲
- جدول ۴-۱۸ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۴) ..... ۶۳
- جدول ۴-۱۹ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۴) ..... ۶۳
- جدول ۴-۲۰ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۴) ..... ۶۳
- جدول ۴-۲۱ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۴) ..... ۶۳
- جدول ۴-۲۲ مشخصات هندسی و مکانیکی برای مثال (۵) ..... ۶۵
- جدول ۴-۲۳ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۵) ..... ۶۵
- جدول ۴-۲۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۵) ..... ۶۵
- جدول ۴-۲۵ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۵) ..... ۶۵
- جدول ۴-۲۶ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۵) ..... ۶۶
- جدول ۴-۲۷ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۶) ..... ۶۷
- جدول ۴-۲۸ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۶) ..... ۶۷
- جدول ۴-۲۹ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۶) ..... ۶۸
- جدول ۴-۳۰ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۶) ..... ۶۸
- جدول ۴-۳۱ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۶) ..... ۶۸
- جدول ۴-۳۲ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق مستطیلی مثال (۱) ..... ۷۱
- جدول ۴-۳۳ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱) ..... ۷۲
- جدول ۴-۳۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱) ..... ۷۲
- جدول ۴-۳۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱) ..... ۷۲
- جدول ۴-۳۶ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱) ..... ۷۳
- جدول ۴-۳۷ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱) ..... ۷۳
- جدول ۴-۳۸ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق مستطیلی مثال (۲) ..... ۷۴

- جدول ۴-۳۹ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۲) ..... ۷۵
- جدول ۴-۴۰ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۲) ..... ۷۵
- جدول ۴-۴۱ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۲) ..... ۷۵
- جدول ۴-۴۲ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۲) ..... ۷۶
- جدول ۵-۱ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۱) ..... ۸۲
- جدول ۵-۲ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱) ..... ۸۲
- جدول ۵-۳ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱) ..... ۸۲
- جدول ۵-۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱) ..... ۸۳
- جدول ۵-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱) ..... ۸۳
- جدول ۵-۶ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۲) ..... ۸۵
- جدول ۵-۷ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲) ..... ۸۵
- جدول ۵-۸ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲) ..... ۸۶
- جدول ۵-۹ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲) ..... ۸۶
- جدول ۵-۱۰ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲) ..... ۸۶
- جدول ۵-۱۱ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۳) ..... ۸۸
- جدول ۵-۱۲ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۳) ..... ۸۹
- جدول ۵-۱۳ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۳) ..... ۸۹
- جدول ۵-۱۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۳) ..... ۸۹
- جدول ۵-۱۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۳) ..... ۸۹
- جدول ۵-۱۶ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۴) ..... ۹۱
- جدول ۵-۱۷ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۴) ..... ۹۲
- جدول ۵-۱۸ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۴) ..... ۹۲



- جدول ۵-۱۹ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۴) ..... ۹۲
- جدول ۵-۲۰ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۴) ..... ۹۲
- جدول ۵-۲۱ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۵) ..... ۹۴
- جدول ۵-۲۲ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۵) ..... ۹۴
- جدول ۵-۲۳ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۵) ..... ۹۵
- جدول ۵-۲۴ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۶) ..... ۹۶
- جدول ۵-۲۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۶) ..... ۹۷
- جدول ۵-۲۶ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۶) ..... ۹۷
- جدول ۵-۲۷ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۶) ..... ۹۷
- جدول ۵-۲۸ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مسئله (۱) ..... ۹۹
- جدول ۵-۲۹ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱) ..... ۱۰۳
- جدول ۵-۳۰ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱) ..... ۱۰۳
- جدول ۵-۳۱ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱) ..... ۱۰۳
- جدول ۵-۳۲ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱) ..... ۱۰۳
- جدول ۵-۳۳ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۲) ..... ۱۰۵
- جدول ۵-۳۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲) ..... ۱۰۹
- جدول ۵-۳۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲) ..... ۱۰۹
- جدول ۵-۳۶ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲) ..... ۱۱۰
- جدول ۵-۳۷ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲) ..... ۱۱۰
- جدول ۵-۳۸ مشخصات هندسی و مکانیکی دیوار برشی فولادی موجدار ..... ۱۱۳
- جدول ۵-۳۹ مقدار تغییر مکان دیوار برشی فولادی موجدار ..... ۱۱۳
- جدول ۵-۴۰ مقدار تغییر مکان دیوار برشی فولادی موجدار ..... ۱۱۳

جدول ۴۱-۵ مشخصات مدل‌های مورد بررسی ..... ۱۱۵

جدول ۴۲-۵ بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار با ماتریس الاستیسیته درون صفحه‌ای ورق

صاف ..... ۱۱۶

## فصل ۱- مقدمه

## ۱-۱- پیشگفتار

استفاده از ورق‌های فولادی موجدار از قرن ۱۹م مورد مطالعه قرار گرفته است. اولین ثبت اختراع در این زمینه توسط هنری رابینسون پالمر<sup>۱</sup> به ثبت رسید [۱]. در آن زمان اکثر سازه‌ها، فلزی بودند و در بخش ساخت و ساز مورد استفاده قرار می‌گرفتند. در نیمه اول قرن بیستم، هیگو ژانکز<sup>۲</sup> شروع به استفاده از ورق‌های موجدار در پایا سازی بال هواپیما کرد [۲]. در این زمینه همچنین چند اختراع دیگر توسط ژانکز ثبت شده است [۳، ۱۵، ۳۳]. ورق‌های موجدار یک راه حل مناسب برای طراحی می‌باشند که یاکزاک<sup>۳</sup> اولین کسی بود که به بررسی و تحلیل ورق‌های موجدار پرداخت [۴]. علاوه بر این، دانشگاه بریستول<sup>۴</sup> یک پروژه تحقیقاتی را با استفاده از ورق‌های موجدار به روی بال هواپیما انجام داد [۵، ۴۳].

کاربرد ورق‌های فولادی موجدار در مهندسی دایما در حال گسترش است. به عنوان مثال از این نوع ورق‌ها به عنوان بخش مرکزی ساندویچ پانل‌ها، ساخت بدنه هواپیما و سقف‌های سازه‌ای استفاده می‌شود که می‌توان در شکل ۱-۱ مشاهده نمود [۶].

امروزه از ورق‌های فولادی موجدار به دلیل آنکه نسبت به ورق‌های صاف دارای صلبيت بیشتری هستند، در دیوار برشی فولادی نیز استفاده می‌شود [۸]. دیوارهای برشی فولادی موجدار (شکل ۱-۲) از جمله سیستم‌های نوین، در سازه‌های بلند مرتبه و ساختمان‌ها با اهمیت زیاد می‌باشند. این نوع سیستم سازه‌ای در بیشتر مناطق لرزه خیز از جمله ژاپن، آمریکا، کانادا و مکزیک به کار گرفته شده است. در چند دهه اخیر استفاده از دیوارهای برشی فولادی به علت سختی، ظرفیت باربری، شکل پذیری و جذب انرژی بیشتر نسبت به سایر سیستم‌های باربر، مورد تحقیق و مطالعه قرار گرفته است [۷]. به طور کلی انواع سخت شده از نظر عملکرد لرزه‌ای و نیز مسائل بهره برداری مناسب‌تر می

---

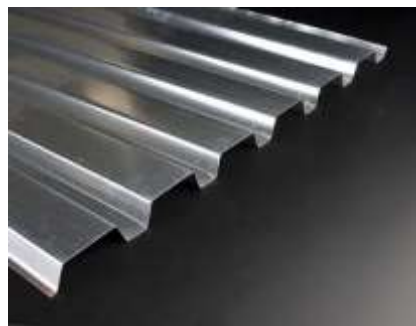
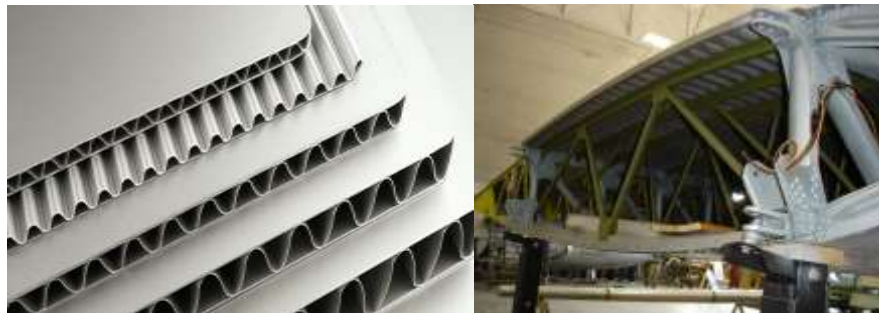
<sup>۱</sup> Henry robinson palmer

<sup>۲</sup> Hugo junkers

<sup>۳</sup> Yokozeki

<sup>۴</sup> The university of bristol

باشند. اخیراً بحث استفاده از دیوارهای برشی فولادی موجدار مطرح شده است که مزیت آن نسبت به دیوارهای برشی با ورق صاف، به دو صورت ۱: بالاتر بودن سختی آن در خارج از صفحه بارگذاری (کمانش برون صفحه ای) نسبت به حالت سخت نشده ۲: کاهش هزینه اقتصادی آن (کاهش وزن) نسبت به حالت سخت شده نمایان شده است. رفتار دیوار برشی فولادی موجدار با توجه به نوع قرارگیری، می تواند خمشی یا برشی باشد، در صورتی که نسبت ارتفاع به عرض کوچکتر از  $1/5$  باشد، دیوار برشی کوتاه و رفتار آن برشی است و اگر نسبت ارتفاع به عرض بزرگتر از ۳ باشد، دیوار برشی بلند (لاغر) و رفتار آن خمشی می باشد [۸].



شکل ۱-۱- کاربرد ورق های موجدار در مهندسی



شکل ۱-۲- دیوار برشی فولادی موجدار

## ۲-۱- انگیزه و ضرورت انجام تحقیق

امروزه استفاده از ورق‌های فولادی موجدار در دیوار برشی فولادی به عنوان یک سیستم مهار جانبی، به دلیل سختی و شکل‌پذیری بالا و همچنین عدم پیچیدگی در اجرا به طور چشمگیری در حال افزایش است. در اکثر مقالات علمی برای بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار در خمش از روش اجزا محدود استفاده می‌کنند. از طرفی اکثر تحقیقات انجام شده راجع به دیوارهای برشی فولادی موجدار چه آزمایشگاهی و چه عددی (روش اجزا محدود) بروی قاب‌های ۲ بعدی یک طبقه صورت پذیرفته است. این در حالی است که عملاً چنین وضعیتی وجود ندارد. دلیل عمده تحقیق بروی دیوار برشی فولادی موجدار یک طبقه، حجم بالای المانها جهت مدلسازی موج دیوار است که باعث افزایش حجم عملیات عددی و زمان اجرای کامپیوتر می‌شود که از لحاظ اقتصادی و زمانی مقرون به صرفه نمی‌باشد.

### ۱-۳- هدف

در این تحقیق سعی می‌شود، برای اولین بار معادلات ماتریس سختی المان موجدار در دیوار برشی خاص بدست آید و برنامه اجزا محدود جهت استفاده از آن نوشته شود، تا بدین ترتیب حجم عملیات عددی کاهش و زمان اجرای کامپیوتری تقلیل یابد. بدین منظور توابع حدس جابه‌جایی بدست آمده و معادلات مربوط به المان موجدار به صورت یک المان صاف تنظیم شده است، سپس دیوارهای برشی فولادی موجدار چند طبقه تحلیل و مزیت آن نسبت به روش‌های مدل‌سازی رایج مورد بررسی قرار گرفته است.

### ۱-۴- فصل بندی پایان نامه

در فصل دوم، مطالعاتی که محققان بروی ورق‌ها و دیوارهای برشی فولادی موجدار انجام داده‌اند شرح داده شده است.

در فصل سوم، نحوه کسب ماتریس الاستیسیته خمشی برای ورق‌های موجدار تشریح شده است.

در فصل چهارم، استفاده از روش برازش منحنی برای بدست آوردن توابع شکل برای ورق‌های صاف و همچنین ورق‌های مستطیلی مورد بررسی قرار گرفته است.

در فصل پنجم، با توجه به اینکه روش برازش منحنی برای ورق‌های صاف و مستطیلی مورد قبول واقع شد از این روش برای ورق‌های موجدار استفاده شده است.

در فصل ششم، نتایج حاصل از این پایان‌نامه به طور خلاصه ارائه شده و با توجه به کاستی‌های موجود در این زمینه، پیشنهاداتی برای ادامه مطالعات شده است.





فصل ۲- تاریخچه تحقیقات انجام شده بر روی ورق‌های

فولادی موجدار و دیوار برشی فولادی موجدار

## ۲-۱- تاریخچه تحقیقات انجام شده بر روی ورق‌های فولادی موجدار و دیوار برشی فولادی

### موجدار

ورق‌های موجدار از قدیمی‌ترین انواع فولاد سرد نورد شده هستند. این ورق‌ها از قرن هجدهم تا به امروز در مصارف سازه‌ای مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. در حال حاضر در دنیا انواع مختلفی از ورق‌های موجدار با پوشش‌های محافظ گوناگون، تولید می‌شود. شکل ورق‌های موجدار تا حدودی به صورت شکل استاندارد درآمده و برای استفاده‌های مختلف قرار دارند. به علت استفاده نورد در تولید این ورق‌ها، ساخت آن‌ها روند نسبتاً ساده و کم هزینه‌ای دارد.

آتروزی<sup>۱</sup> و ساید<sup>۲</sup> اولین کسانی بودند که پیشنهاد دادند برای تحلیل و بررسی پوسته‌های استوانه‌ای موجدار، ورق‌های اورتوتروپیک با حفظ خواص کششی، جایگزین ورق‌های موجدار شوند. آن‌ها چندین نمونه استوانه‌ای موجدار را با ورق‌های اورتوتروپیک مدل کردند [۱۷]. بریازلیس<sup>۳</sup> روابط سختی خمشی و کششی را برای ورق‌های موجدار سینوسی به وسیله‌ی روش انرژی مورد بازبینی و بهبود قرار داد و نتایج حاصل از آن را با روش اجزا محدود مقایسه کرد [۱۸]. سامانتا<sup>۴</sup> و موکیپادیا<sup>۵</sup> خواص کششی را برای ورق‌های موجدار دوزنقه‌ای بدست آوردند. آن‌ها در پژوهش خود ورق معادل اورتوتروپیک را جایگزین ورق موجدار کردند و تایید نتایج کار خود را با روش اجزا محدود مقایسه کردند. مشخص شد پژوهش آن‌ها برای هر نوع هندسه موج و حتی تحلیل غیر خطی موثر است [۱۹]. از طرف دیگر در سلیو<sup>۶</sup> و همکاران تا حدودی روابط جدید سختی خمشی و کششی برای ورق‌های موجدار سینوسی و دوزنقه‌ای بدست آوردند و آن‌ها برای این رویکرد جدید از تئوری تغییر شکل‌های مرتبه اول و روش

---

<sup>۱</sup> Atrouzy

<sup>۲</sup> Sayed

<sup>۳</sup> Briassoulis

<sup>۴</sup> Samanta

<sup>۵</sup> Mukhopadhyay

<sup>۶</sup> Liew

مش آزاد گالرکین استفاده کردند و برای صحت سنجی روش خود آن را با روش اجزا محدود قیاس کردند [۲۰، ۲۱، ۲۲].

پارل<sup>۱</sup> و لیبو<sup>۲</sup> بار بحرانی سازه‌های دوزنقه‌ای را با استفاده از تحلیل دقیق عددی برای تعیین کمانش برشی، با تئوری ورق‌های اورتوتروپیک مقایسه کردند. آن‌ها گفتند بار کمانشی تعیین شده از روش ورق معادل اورتوتروپیک نسبتاً نزدیک به بار کمانشی تعیین شده از طریق آزمایشگاهی و عددی می‌باشد [۲۳]. مقایسه دیگر در زمینه ورق‌های اورتوتروپیک توسط ونبرگ<sup>۳</sup> و همکاران انجام شد و آن‌ها نتایج خود را در زمینه کشش، ارتعاش و کمانش با روش اجزا محدود مقایسه کردند [۲۴].

فایندیک و تانسی<sup>۴</sup> پیشنهاد دادند که برای کاهش عملیات محاسباتی در روش اجزا محدود یک ورق موجدار با یک ورق اورتوتروپیک جایگزین شود. آن‌ها روابط تحلیلی را برای خواص مکانیکی مورد مطالعه قرار دادند و خصوصیات از قبیل کشش، ارتعاش آزاد و کمانش را با روش اجزا محدود مقایسه کردند. مشخص شد نتایج بدست آمده برای ورق موجدار و ورق اورتوتروپیک تقریباً مشابه به یکدیگر است و فقط رفتار ورق اورتوتروپیک برای پیچش مناسب نبود. با در نظر داشتن محدودیت ارائه شده برای ورق اورتوتروپیک، استفاده از مدل اورتوتروپیک باعث کاهش شدید تعدادالمان‌ها در زمان اجرای روش اجزا محدود برای مدل‌سازی ورق موجدار می‌شود [۹].

لو<sup>۵</sup> و همکاران مطالعه تحلیلی برای سختی خمشی ورق‌های موجدار انجام دادند و پیشنهاد دادند که برای فرمول بندی سختی خمشی ورق موجدار از یک ورق معادل استفاده کنند و نتایج کار خود را با سایر روش‌های دیگر محققان مقایسه کردند [۱۲].

سمنیاک<sup>۱</sup> و همکاران سه روش طراحی برای تحلیل پایداری پوسته‌های استوانه‌ای موجدار مورد بررسی قرار دادند. در دو روش اول از هندسه واقعی پوسته استفاده شد، و در روش سوم به دلیل

---

<sup>۱</sup> Perel

<sup>۲</sup> Libove

<sup>۳</sup> Wennberg

<sup>۴</sup> Findik & Tounsi

<sup>۵</sup> Luo

کاهش روابط محاسباتی اجزا محدود، پوسته موجدار با یک ورق اورتوتروپیک معادل جایگزین شد. آن‌ها همچنین جواب دقیق را نیز بدست آوردند. مدل مورد بررسی در این تحقیق یک پوسته با موج سینوسی بود [۱۳]. نتایج بست آمده از تحقیق آن‌ها عبارتند از:

- ۱- جواب‌های حاصل از سه روش تقریباً با جواب بدست آمده از نظریه تیموشنکو برابر بود.
- ۲- برای مشخص کردن حالت‌های کمانش، ورق‌های اورتوتروپیک می‌تواند جایگزین ورق‌های موجدار شود، فقط برای حالتی که تعداد موج کم باشد.
- ۳- برای حالتی که تنش بحرانی در حالت کمانش موضعی و کلی نزدیک است، بار بحرانی پوسته‌های استوانه‌ای موجدار از پوسته‌های استوانه‌ای دایره‌ای بیشتر است و فقط روش طراحی دقیق می‌تواند این مورد را نشان دهد

ترنر<sup>۲</sup> و همکاران به بررسی ورق‌های موجدار با دامنه موج بسیار زیاد و خصوصیت اورتوتروپیکی بسیار بالا، پرداختند. در این تحقیق ورق موجدار مستطیلی که تحت تاثیر فشار یکنواخت بود، مورد بررسی قرار گرفت. خیز مرکزی ورق موجدار با دامنه بسیار بالا به وسیله سختی خمشی بسیار زیاد کنترل می‌شد و برای محاسبه خیز مرکزی، فرمول تیر خمشی توسعه یافته مورد استفاده قرار گرفت. در مدل اجزا محدود برای نشان دادن نتایج، ورق اورتوتروپیک جایگزین ورق موجدار شد [۱۴].

علاوه بر استفاده از روش ورق معادل اورتوتروپیک در محاسبات ورق‌های موجدار می‌توان از مدل‌ها و روش‌های دیگر و یا تمرکز بر یک نوع وضعیت بارگذاری خاص، تحلیل این نوع ورق‌ها را مورد بررسی قرار داد. شیمانسکی<sup>۳</sup> و<sup>۴</sup> با استفاده از روش انرژی، سختی جانبی ورق‌های موجدار سینوسی را مورد بررسی قرار دادند. علاوه بر این آن‌ها برای انواع ورق موجدار نسبت ضخامت به شعاع و تاثیر هندسه را

---

<sup>۱</sup> Semenyuk

<sup>۲</sup> Thurnherr

<sup>۳</sup> Shimansky

<sup>۴</sup> Lele

بر روی سختی کششی، برشی و خمشی و سهم هرکدام از آن‌ها در تغییر شکل ورق را مورد بررسی قرار دادند [۲۶].

تمام مدل‌ها و روش‌های گفته شده برای ورق‌های موجدار برای حالت همگن بود. راتو<sup>۱</sup> اولین کسی بود، که به تحلیل و بررسی ورق‌های موجدار کامپوزیتی پرداخت. او کماتش برشی را برای انواع ورق‌های موجدار کامپوزیتی سیسنوسی یا دوزنقه‌ای مورد بررسی قرار داد [۲۷]. مدل‌های دیگر کامپوزیتی، در سال‌های گذشته در زمینه شکل‌گیری بال هواپیما توسعه یافتند. یاکزاک<sup>۲</sup> و همکاران اولین کسانی بودند که پیشنهاد استفاده از ورق‌های موجدار کامپوزیتی، در شکل‌گیری بال هواپیما را دادند. آن‌ها آزمایشاتی در این زمینه انجام دادند و نتایج خود را با روابط تحلیلی ساده ورق‌ها که بر اساس روش انرژی بود، مقایسه کردند. برش و پیچش در این آزمایشات مورد بررسی قرار نگرفت. علاوه بر این، آن‌ها افزایش ناهمگنی را با استفاده از میله سخت و لاستیک انعطاف پذیر برای سطوح صاف مورد بررسی قرار دادند [۲۸].

تیل<sup>۳</sup> و همکاران در یک پژوهش آزمایشگاهی خواص کششی و خمشی ورق‌های موجدار دوزنقه‌ای را در جهت طول و عرض ورق برای مواد، تعداد لایه‌ها و دوره موج مختلف مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها روابط تحلیلی را برای سختی کششی و کرنش مجاز در هر جهت دلخواه برای هر نوع هندسه موج مقایسه کردند. از سوی دیگر مکانیک شکست برای الیاف کامپوزیتی اپوکسی در آزمایش آن‌ها برای توضیح رفتار خاص این ماده مدل گردید [۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲].

شیا<sup>۴</sup> و همکاران استفاده از ورق‌های موجدار به عنوان یک راه‌حل خوب، برای شکل‌گیری رویه هواپیما که دارای رفتار اورتوتروپیک بالا است، پیشنهاد دادند. طراحی بهینه این نوع سازه‌ها نیازمند استفاده از یک مدل ساده معادل بود که پارامترهای هندسی ورق موجدار را حفظ کند. بنابراین آن‌ها پیشنهاد

---

<sup>۱</sup> Rao

<sup>۲</sup> Yokozeki

<sup>۳</sup> Thill

<sup>۴</sup> Xia

استفاده از ورق معادل را دادند که می‌توانست برای هر نوع شکل هندسه موج به کار برده شود. مقایسه نتایج نشان داد رفتار ورق موجدار و ورق معادل اورتوتروپیک تقریباً نزدیک به یکدیگر است [۱۰].

جی<sup>۱</sup> و همکاران در زمینه ورق‌های موجدار دایره‌ای، به انجام آزمایشات بیشتر و مقایسه آن‌ها با نتایج محاسبات اجزا محدود پرداختند [۳۴]. اخیراً کارهای آزمایشگاهی بیشتری انجام شده است. قابضی و گلزار از جمله کسانی هستند که مقایسه‌ای بین کارهای انجام شده آزمایشگاهی با شبیه‌سازی عددی انجام دادند [۳۵].

برمن و برونو<sup>۲</sup> در یک کار آزمایشگاهی سه نمونه دیوار برشی فولادی ساختند که دو نمونه از آن با ورق صاف و یک نمونه با ورق موجدار بود. نوع آزمایش شبه استاتیکی چرخه‌ای بود. این نمونه‌ها به منظور بهسازی لرزه‌ای یک بیمارستان طراحی شده بودند [۴۱]. فولپ و دوبینا برای دیوار برشی فولادی موجدار ۱۶ نمونه ساخته شده را تحت بار سیکلی و یکنواخت قرار دادند. هدف از انجام این آزمایش پی بردن به انواع ویژگی‌های سازه‌ای انواع مختلف دیوارهای برشی فولادی موجدار با ضخامت کم بود [۴۲].

دیوارهای برشی فولادی در سه دهه اخیر، به عنوان سیستم اصلی مقاوم در برابر بارهای جانبی به کار گرفته شدند. برنامه‌های تحقیقاتی بسیاری در زمینه دیوار برشی فولادی در این دوره برای درک بهتر رفتار، به خصوص طراحی مقاوم در برابر زلزله، در آمریکا، کانادا و ژاپن انجام شده است [۳۶].

یکی از جامع‌ترین مطالعات عددی در زمینه دیوارهای برشی فولادی با ورق موجدار تک انجام شد، توسط ترابیان صورت پذیرفت [۲۵]. در تحقیق آنان که مدل سازی این نوع دیوار توسط نرم افزار ANSYS انجام شده است، به بررسی اثر ضخامت و زاویه موج‌های ورق در مقاومت کمانشی دیوار پرداخته شده است. نتایج این بررسی نشان دهنده افزایش قابل توجه مقاومت کمانشی دیوار برشی

---

<sup>۱</sup> Ge

<sup>۲</sup> Breman&Bruneau

فولادی ساخته شده از ورق موجدار نسبت به ورق صاف در ضخامت‌های یکسان است [۲۵]. ترابیان در

پایان تحقیق خود نتایج حاصل شده را به صورت زیر بیان می‌کند:

۱- رفتار شکل پذیر در ضخامت‌های کم (کنترل شونده توسط تغییر مکان)

۲- رفتار ترد در ضخامت‌های متوسط (کنترل شونده توسط نیرو)

۳- رفتار شکل پذیر در ضخامت‌های زیاد (کنترل شونده توسط تغییر مکان)

استجادینویک و استیون تپینگ<sup>۱</sup> ۴۴ تست تحت بار سیکلی به منظور پی بردن به رابطه بین پارامترهای دیوار برشی فولادی با ورق موجدار به صورت آزمایشگاهی انجام دادند که نتایج مطلوبی مبنی بر استفاده از ورق موجدار به جای ورق صاف بدست آمد. در نهایت یک جدول شامل مقاومت برشی اسمی دیوار برشی فولادی با ورق موجدار تهیه شد [۱۱].

چاو<sup>۲</sup> و همکاران به بررسی کماتش برشی دیوار برشی فولادی موجدار سینوسی پرداختند و از طرفی معادلات مناسب برای بار کماتشی برشی ارائه دادند. آن‌ها در مرحله اول با استفاده از اجزا محدود، فرمول پیشین صلبیت خمشی برای ورق‌های موجدار سینوسی را اصلاح کردند و سپس مدل برشی خالص، به منظور مطالعه اثر پارامترهای کلیدی در کماتش برشی الاستیک برای پانل‌های موجدار سینوسی همانند نسبت ابعاد، نسبت موج و نسبت ارتفاع موج به ضخامت ورق و تعداد دوره موج جایگزین شد. براساس نتایج عددی روش اجزا محدود، معادلات پیشنهاد شده برای تخمین بار کماتش برشی پانل‌های موجدار سینوسی، با دقت خوبی ارائه شد که در مقایسه با مطالعات قبلی بسیار بهبود یافته بودند. در پژوهش آنان مشخص شد که روابط صلبیت خمشی برای ورق‌های موجدار سینوسی در مقایسه با روابط قبلی، دقیق‌تر هستند. از طرفی در این تحقیق کماتش موضعی و محلی فقط در پایین‌ترین مودهای کماتشی قابل مشاهده بودند، در حالی که کماتش‌های اندرکنشی قابل رویت نبودند [۳۷].

---

<sup>۱</sup> Stojadinovic & steven tipping

<sup>۲</sup> Chao

امامی و همکاران یک مطالعه تحقیقاتی بر روی رفتار سیکلی دیوار برشی فولادی موجدار دوزنقه‌ای و دیوار برشی فولادی بدون سخت کننده انجام دادند. این پژوهش با هدف مقایسه سختی، مقاومت، نسبت شکل پذیری و ظرفیت جذب انرژی برای سه نوع دیوار برشی فولادی: بدون سخت کننده، موجدار دوزنقه‌ای عمودی و موجدار دوزنقه‌ای افقی انجام شد. نیروی گرانشی در بالای هر دیوار به کار گرفته نشد و نیروی افقی در بالای هر دیوار استفاده شد. در این تحقیق بارهای متوالی برای کنترل تغییر مکان با کاهش یا افزایش دامنه به کار برده شدند. نتایج نشان دادند که اگرچه مقاومت نهایی نمونه بدون سخت کننده حدود ۱۷٪ بیشتر از نمونه موجدار است اما ظرفیت جذب انرژی، شکل پذیری و سختی اینرسی نمونه موجدار به ترتیب ۵۲٪، ۴۲٪ و ۲۰٪ بیشتر از نمونه بدون سخت کننده است. در این پژوهش از روش‌های معمول و رایج برای تجزیه و تحلیل دیوار برشی فولادی بدون سخت کننده و موجدار استفاده گردید. اگرچه ارتباط نزدیکی بین مطالعات آزمایشگاهی و عددی بود اما نیازمند این بود که مطالعات بیشتری در این زمینه انجام شود [۳۸].

سیروس یوسفی خاتونی و همکاران، به مقایسه رفتار غیر خطی دیوارهای برشی فولادی با ورق‌های صاف و موجدار پرداختند. طبق بررسی‌های انجام شده در این مقاله، دیوارهای برشی فولادی موج دار شکل پذیری پایین تری نسبت به دیوارهای برشی با ورق صاف دارد. در این پژوهش همچنین معلوم شد با این که در جابجایی‌های پایین، ورق موج دار مقاومت بالایی دارد؛ ولی رفتار دیوار برشی با ورق صاف نسبت به دیوار برشی موج دار پایدارتر است. جذب انرژی دیوار برشی صاف نسبت به دیوار برشی موج دار بیشتر است. بنابراین استفاده از دیوار برشی با ورق صاف در مناطق با خطر زلزله خیزی زیاد توصیه می‌شود [۱۵].

محققین دانشگاه برکلی<sup>۱</sup> استفاده از ورق‌های موجدار را در دیوار برشی فولادی ارائه دادند. این تحقیق که توسط استویادینوویچ و تیپینگ انجام شد [۱۶]، یک سیستم جدید باربر جانبی که توسط ورق‌های فولادی موجدار ساخته می‌شود و در قاب‌های سبک سرد نورد شده می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد را

---

<sup>۱</sup> Berkeley



برای جامعه مهندسين طراح معرفي کردند. از نظر استويادينوويچ<sup>۱</sup> و تپينگ<sup>۲</sup> المان کليدي اين سيستم باربر جاني که نقش مقاومت در برابر بارهاي جاني را دارد، ورقهاي موجدار فولادي و پيچهاي هستند که اين ورقها را به قاب پيراموني متصل مي کنند.

هدف از انجام اين آزمايش بدست آوردن پارامترهاي اساسي ديوار برشي فولادي ساخته شده از ورق موجدار از قبيل  $R$ ،  $C_e$  و  $\Omega_0$  جهت قرار دادن اين پارامترها، در آيين نامه طراحي بود. اين پارامترها رابطه ي بين ضخامت ورق، اندازه ورق، مقطع اعضاي قاب پيراموني و فاصله پيچهاي متصل کننده ورق به قاب پيراموني و ساير ورقهاي موجدار با مقاومت برشي قابل تحمل توسط ديوار برشي فولادي ساخته شده از ورق موجدار را بيان مي کنند. در اين آزمايش در کل ۴۴ نمونه مورد آزمايش قرار گرفت که هر کدام از نمونه ها پس از قرارگيري در دستگاه بارگذاري چرخه اي قرار مي گرفتند [۱۶].

کبير و کرباسي استفاده از ورقهاي فولادي موجدار را به عنوان ابزار مناسبي براي مقابله با نيروي جاني زلزله پيشنهاد دادند. آنها در تحقيق خود با استفاده از نرم افزار ABAQUS مدلهاي مختلف ديوار برشي فولادي جدار نازک سرد نورد شده را با استفاده از ورقهاي صاف و موجدار در برابر نيروهاي برشي و فشاري تحت شرايط مرزي مختلف مورد بررسي قرار دادند و همچنين بار بحراني ورقها در مدهاي مختلف کمانش از نتايج تحليل حاصل از نرم افزار استخراج و با نتايج حاصل از فرمولهاي کمانش ورقها صحت سنجي و مقايسه کردند. در نهايت عملکرد ورقهاي موجدار با راستاي موج افقي و شيبدار با در نظر گرفتن اتصال به المانهاي مرزي مورد مطالعه قرار گرفت و مشخص شد که ورقها با راستاي موج افقي عملکرد بهتري نسبت به ساير زواياي موج دارند [۳۹].

مو<sup>۳</sup> و پرنگ<sup>۴</sup>، استفاده از پانل هاي برشي فولادي موجدار در ساخت قاب بتن مسلح به صورت آزمايشگاهي انجام و نشان دادند پانل هاي برشي فولادي موجدار موجب کاهش کمانش برشي مي

---

<sup>۱</sup> Stajadivovic

<sup>۲</sup> Tipping

<sup>۳</sup> Mo

<sup>۴</sup> Perng

شوند. اگرچه نتایج آزمایشات آن ها عملکرد لرزه ای پایینی نشان می داد و آن به دلیل ناکافی بودن صلبیت اتصالات بین پانل و محیط قاب بود.

خویگانی و رجایی به تحلیل و بررسی تنش‌های برشی در جان تیر ورق‌های با جان عمیق موجدار پرداختند [۴۰]. در طرح و ساخت تیرورق‌های باجان عمیق استفاده از جان موجدار به دلیل افزایش سختی خارج صفحه و مقاومت کمانشی آن بدون بکارگیری سخت کننده های قائم در دهه های اخیر مورد توجه و استفاده قرار گرفته است. نوع خاصی از جان‌های فلزی موجدار به همراه بال‌های بتنی پیش تنیده در قالب تیرهای مرکب در پلها به طور وسیع به کار گرفته شده است. شکل پروفیل‌های مختلفی که معمولا برای موج جان این تیرها مورد استفاده قرار می‌گیرد، ورق‌های دوزنقه‌ای زیگزاگ و سینوسی است. این تحقیق با تعبیه یک مدل سه بعدی اجزای محدود، تحلیل تنش‌های برشی در جان تیر ورق‌های فولادی با پروفیل موج دوزنقه‌ای را با ملاحظه مدل‌های مختلف کمانشی مورد مطالعه قرار می‌دهد. همچنین بررسی پارامتریک، جهت ارزیابی تاثیر پارامترهای هندسی مختلف در ظرفیت برشی نهایی جان این تیرورق‌ها انجام شده است. این پارامترها برای موج‌های دوزنقه‌ای عبارتند از: زاویه موج دوزنقه ای، طول قسمت مسطح موج، عمق موج، ضخامت جان و ارتفاع مقطع می‌باشد. با استفاده از مدل یاد شده مطالعات پارامتریک در برش برای موجهای سینوسی نیز دنبال شد و تاثیر طول موج و دامنه موج در ظرفیت نهایی برشی مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه نتایج حاصل از تحلیل عددی با نتایج حاصل از روابط تحلیلی موجود برای صفحات مسطح، فرض رفتار صفحات ارتوتروپیک را برای جان موج دارد. در حالت وقوع کمانشی کلی جان مورد تایید قرار می‌دهد بر پایه نتایج عددی حاصل شده مزایا و معایب جان‌های با پروفیل موج سینوسی و دوزنقه‌ای را مورد ارزیابی قرار دادند [۴۰].

تمیلر و کولاک<sup>۱</sup> یک نمونه دیوار برشی فولادی موجدار با ابعاد کلی ۳/۷۵ در ۵ متر را در دو طبقه که بار به نیم طبقه اول وارد می‌شد را ساختند. تکیه‌گاه‌ها در بالا و پایین نمونه ساخته شده قرار گرفته بود. نتایج حاصل از این آزمایش نشان داد که دیوار برشی فولادی موجدار دارای رفتار شکل‌پذیر مناسب و اضافه مقاومت قابل ملاحظه‌ای می‌باشد [۵۸].

---

<sup>۱</sup> Timler&Kulak

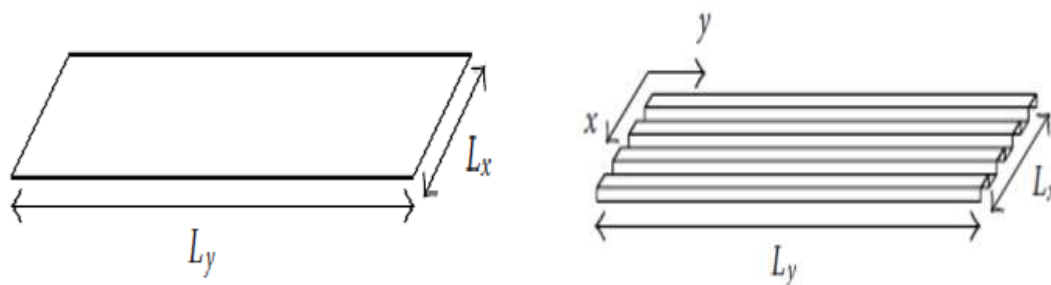


فصل ۳- نحوه بدست آوردن ماتریس الاستیسیته

خمشی ورق صاف اورتوتروپیک معادل

مدل‌سازی ورق‌های موجدار در نرم افزارهای اجزاء محدود نیازمند استفاده از تعداد زیادی المان می‌باشد. در طول سال‌های اخیر برای بررسی رفتار خمشی ورق موجدار، اکثر محققان پیشنهاد داده‌اند که برای کاهش زمان تحلیل، یک ورق صاف اورتوتروپیک جایگزین ورق موجدار شود (شکل ۳-۱). مقالات متعددی در طول دهه‌های اخیر برای ورق‌های موجدار سینسوسی، دوزنقه‌ای و یا با بخش دایره‌ای در این زمینه منتشر شده است.

ونبرگ<sup>۱</sup> و همکاران پیشنهاد دادند که برای کاهش عملیات محاسباتی، یک ورق اورتوتروپیک صاف جایگزین یک ورق موجدار شود. روابط تحلیلی برای خواص مکانیکی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج آن از قبیل کشش، ارتعاش آزاد و کماتش با نتایج اجزا محدود مورد مقایسه قرار گرفت و نتایج برای ورق اورتوتروپیک و ورق موجدار تقریباً یکسان بودند. اما با این وجود مدل ورق معادل، رفتار پیچشی را به صورت دقیق نشان نمی‌داد [۹].

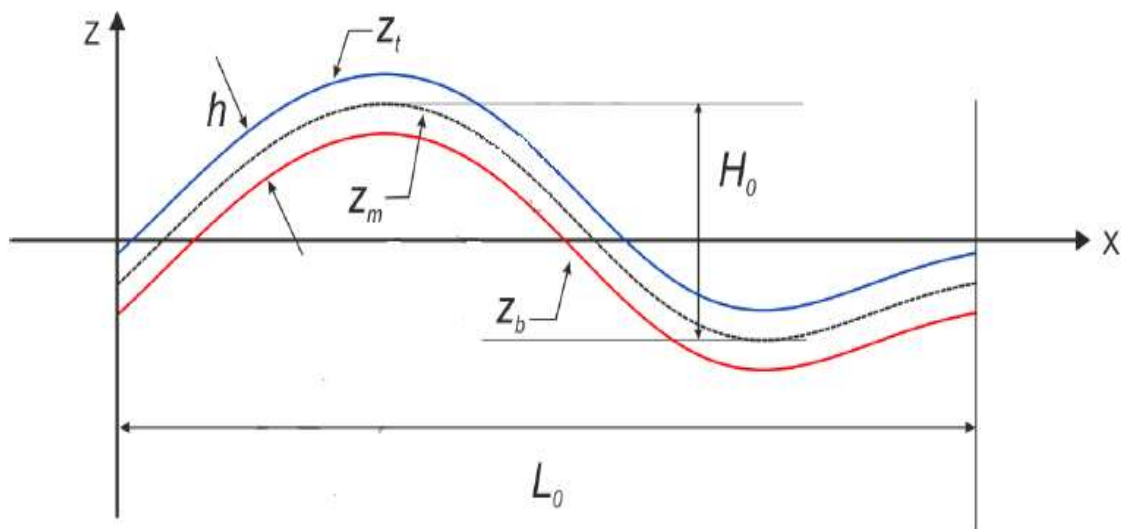


شکل ۳-۱- ورق موجدار و ورق اورتوتروپیک معادل [۹]

<sup>۱</sup>wenber

### ۲-۳- مشخصات هندسی ورق موجدار

در شکل ۲-۳ سطح مقطع یک ورق موجدار سینوسی برای یک دوره تناوب و پارامترهای این موج نشان داده شده است.  $L_0$  طول یک دوره تناوب موج در راستای محور  $x$  و محور  $y$  در امتداد دیگر می باشد. مشخصات موج توسط محور  $Z$  تعیین می گردد.  $Z_m$  به عنوان تابعی از  $x$ ،  $H_0$  ارتفاع موج که بیانگر فاصله بین حداقل و حداکثر  $Z_m$  نیز می باشد.  $h$  ضخامت موج و فرض بر این است که ضخامت موج در هر نقطه یکسان باشد.  $Z_m$  سطح میانی موج،  $Z_b$  و  $Z_t$  به ترتیب سطح پایین موج و سطح بالایی موج می باشد. تفاوت  $Z_t(x) - Z_b(x)$  برابر با ضخامت موج می باشد. در بالاترین نقطه موج شیب  $Z_m$  برابر صفر می باشد.



شکل ۲-۳- مشخصات هندسی ورق موجدار [۵۶]

مهمترین پارامتر در حال حاضر برای فرمول بندی ورق معادل نسبت طول موج سطح میانی به دوره تناوب موج می باشد:

$$\frac{L_s}{L_0} = \frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} \sqrt{1 + \left(\frac{dz_m}{dx}\right)^2} dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + 4 * \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2 \left(\frac{d\zeta_m}{d\phi}\right)^2} d\phi \quad 1-3$$

در تساوی دوم مختصات  $\zeta$  و  $\phi$  جایگزین مختصات  $x$  و  $Z$  می‌شود که  $\phi = \frac{2\pi x}{L_0}$  و  $\zeta = \frac{Z}{H_0}$ . با توجه به روابط بالا واضح است اگر حد  $L_0$  با شکل موج  $\zeta_m(\phi)$  و ارتفاع  $H_0$  به سمت بی‌نهایت میل کند نسبت  $\frac{L_s}{L_0}$  برابر با یک می‌شود. محاسبه  $Z_t$  و  $Z_b$  نسبتاً پیچیده است و همیشه نمی‌توان به صورت واضح بیان کرد.

$$z_b(x) = z_m(x_b) - \frac{h}{2} \cos(\alpha_b) \quad z_t(x) = z_m(x_t) + \frac{h}{2} \cos(\alpha_t) \quad ۲-۳$$

که موقعیت  $x_b$  و  $x_t$  وابسته به  $x$  می‌باشد و در شکل ۳-۳ نشان داده شده است. با توجه به شکل داریم:

$$x = x_b + \frac{h}{2} \sin(\alpha_b) \quad x = x_t - \frac{h}{2} \sin(\alpha_t) \quad ۳-۳$$

که  $\alpha_t$  و  $\alpha_b$  در شکل ۴-۳ مشخص می‌باشد.

و مختصات  $Z$  برای سطح میانی ورق موجدار سینوسی برابر است با:

$$z_m(x) = \frac{H_0}{2} \sin\left(\frac{2\pi x}{L_0}\right) \quad ۴-۳$$

که وابسته به دو متغیر مستقل  $H_0$  ارتفاع موج و  $L_0$  طول یک دوره تناوب موج می‌باشد. از طرف دیگر  $\zeta_m(\phi)$  از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\zeta_m(\phi) = \frac{1}{2} \sin(\phi) \quad ۵-۳$$

همچنین می‌توان نسبت  $\frac{L_s}{L_0}$  به وسیله‌ی انتگرال بیضوی مرتبه دوم به صورت زیر بدست آورد:

$$\frac{L_s}{L_0} = \frac{2}{\pi} E\left(-\left(\pi \frac{H_0}{L_0}\right)^2\right) \quad ۶-۳$$

که در آن  $E$  انتگرال بیضوی مرتبه دوم است.

در ورق موجدار سینوسی داریم:



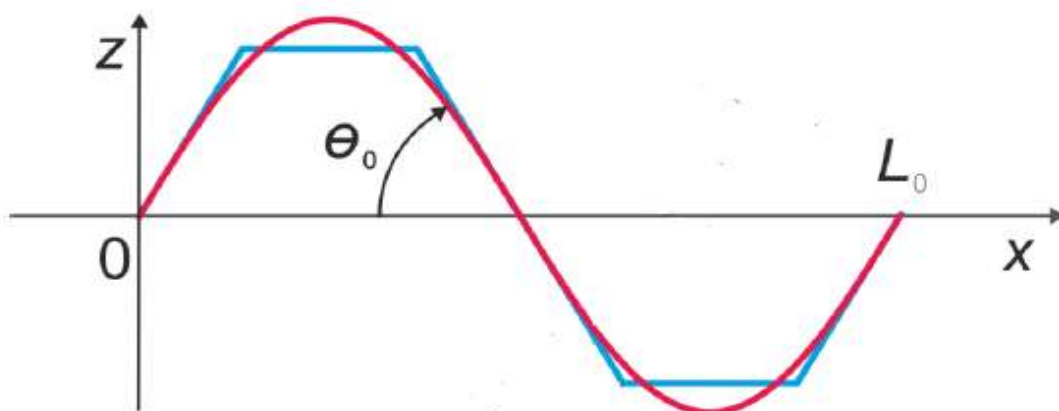
$$\theta = \text{Arctan} \left( \frac{\pi H_0}{L_0} \right)$$

۷-۳

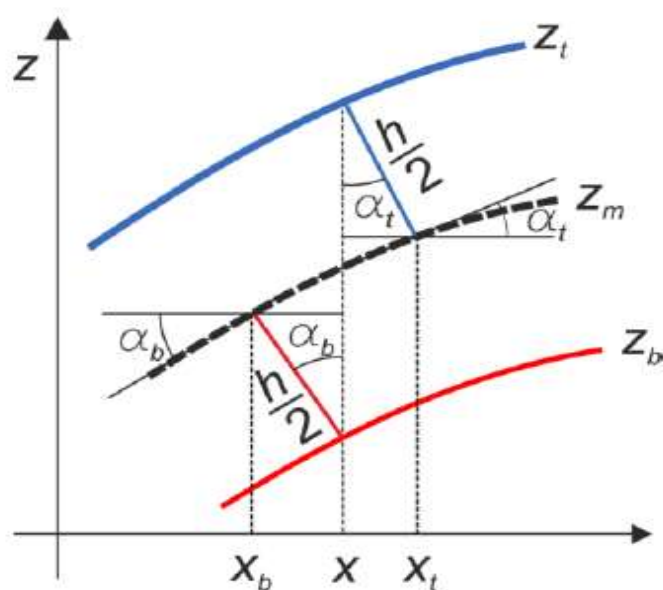
از طرفی زاویه شیب ورق موجدار سینوسی توسط رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\tan \alpha = \left( \frac{\pi H_0}{L_0} \right) \cos \left( \frac{2\pi x}{L_0} \right)$$

۸-۳



شکل ۳-۳ موقعیت  $\theta$  در ورق موجدار [۵۶]

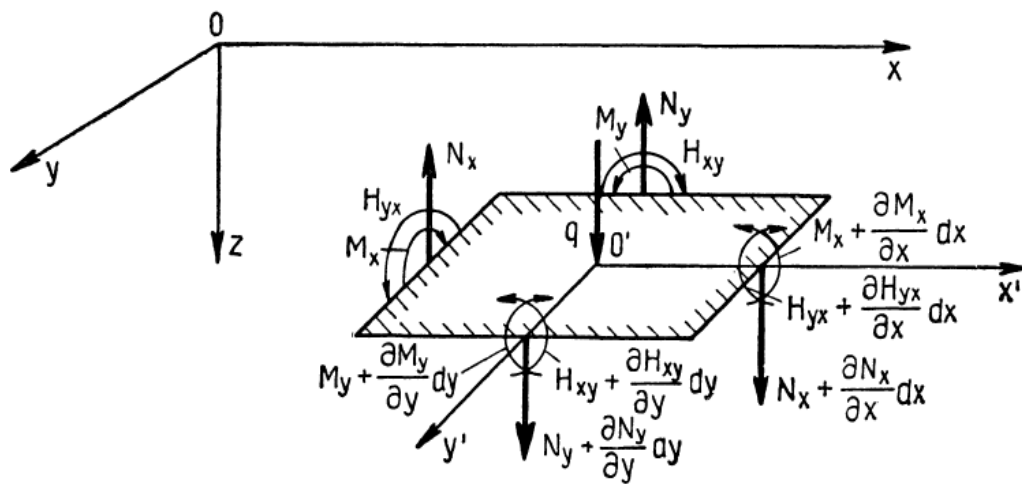


شکل ۴-۳- موقعیت نقاط  $x_t$  و  $x_b$  در ورق موجدار [۵۶]

در روابط بالا ضخامت  $h$  باید به اندازه کافی کوچک باشد. همچنین این روابط برای سلیندرهای موجدار در نظر گرفته نشده است و فقط برای ورق‌های موجدار مناسب می‌باشد.

### ۳-۳- خمش ورق‌های موجدار

معادله دیفرانسیل ارتعاش آزاد ورق‌های اورتوتروپیک همگن از طریق نوشتن معادله حرکت برای المان مستطیلی به ارتفاع  $h$  و ابعاد  $dx$  و  $dy$  بدست می‌آید (شکل ۵-۳).



شکل ۵-۳ المان مستطیلی به ابعاد  $dx$  و  $dy$  [۶۰]

معادله حرکت برای شکل ۵-۳ به صورت زیر می‌باشد:

$$\left(\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y}\right) dx dy = \frac{h\gamma}{g} dx dy \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad ۹-۳$$

که در آن:

$$N_x = -\left(D_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + 3D_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} + D_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3}\right) \quad ۱۰-۳$$

$$N_y = -\left(D_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + 3D_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} + D_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3}\right) \quad ۱۱-۳$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{g}{hy} \left( D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial x^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial y^3 \partial x} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = 0 \quad ۱۲-۳$$

یا:

$$\mu \ddot{w} = D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad ۱۳-۳$$

لخنسکی<sup>۱</sup> معادلات ۱۳-۳ و ۱۲-۳ به عنوان معادلات دیفرانسیل ارتعاش آزاد ورق‌های اورتوتروپیک همگن نازک برای تعیین خیز را پیشنهاد داد [۶۰].

در رابطه بالا  $\mu$  چگالی مخصوص حجمی، که از جرم مخصوص  $\rho$  و ضخامت  $h$  بدست می‌آید. وقتی که محور اورتوتروپیک با محور  $X$  و  $Y$  در یک امتداد قرار گیرند  $D_{16}$  و  $D_{26}$  برابر صفر می‌باشند، در نتیجه داریم [۶۰]:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{g}{hy} \left( D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_{66} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = 0 \quad ۱۴-۳$$

چهار مؤلفه‌ی دیگر ماتریس الاستیسیته خمشی که از خواص مواد شامل مدول الاستیسیته  $(E_{11}, E_{22})$ ، ضریب پواسون  $(\nu_{12}, \nu_{21})$  و مدول برشی  $G_{12}$  بدست می‌آید، توسط لخنسکی پیشنهاد شده است [۴۴].

$$D_{11} = \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} I, \quad D_{22} = \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} I, \quad D_{12} = \nu_{12} D_{22} = \nu_{21} D_{11}, \quad D_{66} = G_{12} I \quad ۱۵-۳$$

در روابط بالا  $I = \frac{h^3}{12}$  نشان دهنده ممان اینرسی برای طول واحد است. برای صفحات بی‌نهایت ترکیب  $D_{12} + 2D_{66}$  می‌تواند برای سختی پیچشی در نظر گرفته شود [۴۵]. این نشان می‌دهد که تعداد پارامترهای الاستیک مستقل که برای یک جامد اورتوتروپیک ۹ می‌باشد برای ورق‌های صاف به تعداد ۳ پارامتر الاستیک مستقل کاهش پیدا می‌کند. به هر حال با توجه به شرایط مرزی به ویژه پیچش در لبه‌های آزاد  $D_{12}$  و  $D_{66}$  به طور جداگانه تعیین می‌شود [۴۶]. بنابراین هر ۴ مؤلفه‌ی

<sup>۱</sup> Lekhnitskii

ماتریس الاستیسیته خمشی معادله ۳-۱۰، برای ورق اورتوتروپیک معادل باید با ورق موجدار انطباق داشته باشد.

ورق معادل باید یک پیش‌بینی قابل اطمینان برای رفتار کلی ورق‌های موجدار، محدود یا نامحدود با استفاده از چگالی جرمی فضایی معادل ( $\mu^{eq}$ ) و سختی خمشی معادل ( $D_{ij}^{eq}$ ) ارائه کند که این مقدار معادل با استفاده از ورق صاف نرمالیزه شده به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{\mu}^{eq} = \frac{\mu^{eq}}{\mu}, \quad \hat{D}_{ij}^{eq} = \frac{D_{ij}^{eq}}{D_{ij}} \quad ۱۶-۳$$

در رابطه بالا  $D_{ij}^{eq}$  که در سمت راست معادله ۳-۱۵ مورد استفاده قرار می‌گیرد نشان دهنده یک مقدار معادل اضافی است.

$$\hat{E}_{ij}^{eq} = \frac{E_{ij}^{eq}}{E_{ij}}, \quad \hat{\nu}_{ij}^{eq} = \frac{\nu_{ij}^{eq}}{\nu_{ij}}, \quad \hat{G}_{ij}^{eq} = \frac{G_{ij}^{eq}}{G_{ij}}, \quad \hat{I}^{eq} = \frac{I^{eq}}{I} \quad ۱۷-۳$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{\hat{D}_{12}^{eq}}{\hat{D}_{11}^{eq}} = \frac{D_{12}^{eq}}{v_{21}D_{11}^{eq}} = \frac{\nu_{21}^{eq}}{\nu_{21}} = \hat{\nu}_{21}^{eq}, \quad \frac{\hat{D}_{12}^{eq}}{\hat{D}_{22}^{eq}} = \hat{\nu}_{12}^{eq} \quad ۱۸-۳$$

همچنین ضخامت نرمالیزه شده برابر است با  $\hat{h}^{eq} = \frac{h^{eq}}{h}$  که با در نظر گرفتن  $I = \frac{h^3}{12}$  و

$$\hat{h}^{eq} = \sqrt[3]{\hat{I}^{eq}} \quad I^{eq} = \frac{(h^{eq})^3}{12}$$

۳-۴- بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه ماتریس الاستیسیته المان موجدار و بدست

آوردن روابط آن

چگالی جرمی فضایی معادل برای کل جرم در یک دوره تناوب برابر است با:

$$\hat{\mu}^{eq} = \frac{L_s}{L_0} \quad ۱۹-۳$$

استفاده از ماتریس الاستیسیته معادل برای تحلیل و بررسی ورق موجدار اولین بار توسط سیدل<sup>۱</sup> پیشنهاد داده شد [۴۷]. اکثر مقالاتی که در زمینه ماتریس الاستیسیته معادل ارائه شده است دارای نتایج متفاوتی می‌باشد که دلیل آن استفاده از نمادهای مختلف، تعاریف مختلف، ساده‌سازی ناقص و نبود یک موضوع کلی می‌باشد، که بررسی این مقالات با نتایج متفاوت برای اکثر پژوهشگران خسته کننده است.

در این پژوهش سعی شده ۶ رابطه برای ماتریس الاستیسیته خمشی ورق موجدار ارائه شود که یک رابطه آن برای  $\hat{D}_{11}^{eq}$  و  $\hat{D}_{12}^{eq}$  و ۳ رابطه برای  $\hat{D}_{22}^{eq}$  و ۲ رابطه برای  $\hat{D}_{66}^{eq}$  را مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این روابط رفتار ماده اورتوتروپیک فرض شده است و موج در امتداد محور  $x$  قرار گرفته است. این نتایج برای ورق‌های موجدار سینوسی و دوزنقه‌ای اعتبار دارد. در این پژوهش روابطی که برای ماتریس الاستیسیته معادل استفاده می‌شود بر اساس سطح میانی ورق موجدار ( $Z_m$ ) بدست آمده است و برای هر نوع هندسه موج قابل محاسبه است. در این روابط از ارتباط بین تغییر شکل کششی و خمشی صرف نظر شده است.

نتایج برای  $\hat{D}_{11}^{eq}$  و  $\hat{D}_{12}^{eq}$  به صورت زیر می‌شود:

$$\hat{D}_{11}^{eq} = \hat{D}_{12}^{eq} = \frac{L_0}{L_S} \quad ۲۰-۳$$

اگر  $\lim_{H_0 \rightarrow 0} \hat{D}_{ij}^{eq} = 1$  باشد، طول موج ( $L_S$ ) با طول دوره تناوب ( $L_0$ ) برابر می‌شود.

اولین نتیجه برای بدست آوردن  $\hat{D}_{11}^{eq}$  توسط سیدل در سال ۱۹۳۱ پیشنهاد داده شد [۴۷]. با توجه به روابط ۳-۱۰ و براساس رابطه  $\hat{D}_{11}^{eq} = \hat{D}_{12}^{eq}$  نتیجه زیر استنتاج می‌شود:

$$D_{12}^{eq} = \nu_{21} D_{11}^{eq} \quad ۲۱-۳$$

<sup>۱</sup> Seydel

که برقراری این رابطه به نوبه خود مستلزم  $\hat{v}_{12}^{eq} = v_{21}$  می‌باشد. ضریب پواسون معادل  $v_{12}^{eq}$  برای

ورق موجدار با ضریب پواسون ورق صاف  $v_{21}$  یکسان می‌باشد.

برای  $\hat{D}_{22}^{eq}$  سه رابطه وجود دارد که به صورت زیر می‌باشد:

$$\hat{D}_{22}^{eq(a)} = 1 + (1 - v_{12}v_{21})\tilde{\Psi} \quad (1)$$

$$\hat{D}_{22}^{eq(b)} = \tilde{\Psi} \quad (2) \quad 22-3$$

$$\hat{D}_{22}^{eq(c)} = \frac{L_0}{L_s} v_{12}v_{21} + (1 - v_{12}v_{21})\tilde{\Psi} \quad (3)$$

که  $\tilde{\Psi}$  و  $\tilde{\tilde{\Psi}}$  برابر است با:

$$\tilde{\Psi} = \frac{6}{\pi} \left(\frac{H_0}{h}\right)^2 \int_0^{2\pi} \zeta_m^2 d\varphi, \quad \tilde{\tilde{\Psi}} = \frac{6}{\pi} \left(\frac{H_0}{h}\right)^3 \int_0^{2\pi} \int_{\zeta_b}^{\zeta_t} \zeta^2 d\zeta d\varphi \quad 23-3$$

که در صورت ساده کردن عبارت بالا داریم:

$$\tilde{\Psi} = \frac{3}{2} \left(\frac{H_0}{h}\right)^2 \quad 24-3$$

رابطه اول توسط برایزبلس<sup>۱</sup> پیشنهاد شد که براساس معادلات نیرو و لنگر بدست آمده بود [۴۸]. رابطه

دوم توسط لو<sup>۲</sup> و رابطه سوم توسط یی<sup>۳</sup> و همکاران پیشنهاد شد [۴۹، ۵۰] که این دو رابطه از میانگین

ممان دوم سطح برای یک دوره تناوب بدست آمده بود. در رابطه  $\hat{D}_{22}^{eq(c)}$  از ترم‌های مرتبه بالاتر

صرف‌نظر شده است. شیا<sup>۴</sup> و همکاران روابطی برای مجموعه‌ای از ماتریس الاستیسیته معادل براساس

بررسی انرژی کرنشی و همچنین با در نظر گرفتن سختی کششی بدست آوردند. با این حال روابط شیا

و همکاران برای ماتریس الاستیسیته معادل براساس معادله ۳-۱۷ بدست آمده بود [۵۱].

<sup>۱</sup> Briassoulis

<sup>۲</sup> Luo

<sup>۳</sup> Ye

<sup>۴</sup> Xia

همانطور که مشخص است  $\tilde{\Psi}$  در روابط بالا به طول دوره تناوب  $L_0$  بستگی ندارد در حالیکه این قضیه برای  $\tilde{\tilde{\Psi}}$  صحت ندارد زیرا انتگرال گیری بروی مرزهای  $\zeta_t$  و  $\zeta_b$  وابسته به  $L_0$  است و از طرفی نرمالیزه کردن این وابستگی به  $L_0$  را از بین نمی برد.

برای بررسی پایداری الاستیک باید  $0 < \nu_{12}\nu_{21} < 1$  باشد هنگامی که  $0 < 1 - \nu_{12}\nu_{21} < 1$  باشد [۵۲]. این تضمین می کند که رابطه ۱ در معادله ۳-۱۷ هیچوقت کوچکتر از یک نمی باشد. واقعیت این است که ضخامت  $h$  که بیانگر حداقل فاصله عمودی بین سطح بالا و پایین ورق موجدار می باشد منجر به حد پایینی برای انتگرال دوگانه  $\tilde{\tilde{\Psi}}$  می شود. با نامساوی  $Z_b(x) \leq Z_m(x) - \frac{h}{2}$  و  $Z_m(x) + \frac{h}{2} \leq Z_t(x)$  که نشان می دهد یک رابطه منطقی می باشد رابطه زیر بدست می آید:

$$\tilde{\tilde{\Psi}} = \frac{6}{\pi} \left(\frac{H_0}{h}\right)^3 \int_0^{2\pi} \int_{\zeta_b}^{\zeta_t} \zeta^2 d\zeta d\varphi \geq \tilde{\Psi} = \frac{6}{\pi} \left(\frac{H_0}{h}\right)^3 \int_0^{2\pi} \int_{\zeta_m - \frac{h}{2H_0}}^{\zeta_m + \frac{h}{2H_0}} \zeta^2 d\zeta d\varphi \quad ۲۵-۳$$

$$\frac{6}{\pi} \left(\frac{H_0}{h}\right)^3 \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{12} \left(\frac{h}{H_0}\right)^3 + \frac{h}{H_0} \zeta_m^2\right) d\varphi = 1 + \frac{6}{\pi} \left(\frac{h}{H_0}\right)^2 \int_0^{2\pi} \zeta_m^2 d\varphi = 1 + \tilde{\Psi} \quad ۲۶-۳$$

براساس معادله ۳-۱۷ نتیجه می گیریم  $\hat{D}_{22}^{eq(a)} \leq \hat{D}_{22}^{eq(b)} \cdot \hat{D}_{22}^{eq(c)}$  از طرف دیگر با استفاده از معادله ۳-۲۱ و همچنین به وسیله رابطه زیر:

$$1 + (1 - \nu_{12}\nu_{21})\tilde{\tilde{\Psi}} - \left(1 - \frac{L_0}{L_s}\right) \nu_{12}\nu_{21} = \hat{D}_{22}^{eq(a)} - \left(1 - \frac{L_0}{L_s}\right) \nu_{12}\nu_{21} \leq \hat{D}_{22}^{eq(c)} \quad ۲۷-۳$$

نتیجه می گیریم که  $\hat{D}_{22}^{eq(a)} \leq \hat{D}_{22}^{eq(c)} \leq \hat{D}_{22}^{eq(b)}$  می باشد.

برای  $\hat{D}_{66}^{eq}$  نیز دو رابطه داریم:

$$\hat{D}_{66}^{eq(a)} = 1, \quad \hat{D}_{66}^{eq(b)} = \frac{L_s}{L_0} \quad \text{معادله ۳-۲۸}$$

اولین رابطه توسط برابری با یکسری نتایج عددی با استفاده از اجزا محدود بدست آورد [۴۸] و رابطه دوم توسط سیدل پیشنهاد داده شد [۴۷]. با در نظر گرفتن دو رابطه بالا نتیجه می‌گیریم که

$$\widehat{D}_{66}^{eq(b)} > \widehat{D}_{66}^{eq(a)} \text{ می‌باشد.}$$

با ثابت نگه داشتن ارتفاع موج  $H_0$  و با در نظر گرفتن  $\zeta_m(\phi)$  و افزایش طول دوره تناوب  $L_0$  در بی‌نهایت، رفتار ورق موجدار همانند ورق صاف می‌باشد، سپس نسبت  $\frac{L_s}{L_0}$  به سمت یک میل می‌کند همانند اینکه  $\lim_{H_0 \rightarrow 0} \widehat{D}_{ij}^{eq} = 1$  باشد بنابراین روابط پیشنهادی برای  $D_{11}^{eq}$ ،  $D_{12}^{eq}$  و  $\widehat{D}_{66}^{eq}$  همگرا به یک می‌شود، در صورتیکه این نتایج برای  $\widehat{D}_{22}^{eq}$  صحیح نمی‌باشد. در  $\lim_{H_0 \rightarrow 0} \widehat{D}_{ij}^{eq} = 1$  و با توجه به روابطی که برای  $\widehat{D}_{22}^{eq}$  بدیهی است رابطه اول در تمام موج به طول دوره تناوب بستگی ندارد و همیشه بزرگتر از یک می‌باشد، رابطه دوم و براساس معادله ۳-۲۲ و همچنین رابطه سوم هیچوقت کوچکتر از رابطه اول نمی‌باشند. در نگاه اول شاید این دستاورد به عنوان یک عیب در نظر گرفته شود، زیرا رفتار یک ورق موجدار نازک شبیه به یک ورق صاف نازک می‌باشد در صورتیکه این کاملاً درست است، ضمن اینکه بدست آوردن ماتریس الاستیسیته خمشی معادل برای ورق موجدار، میانگینی برای بیش از یک دوره تناوب شامل توان دوم شیب شکل که از بین رفته است.

اگر حد  $L_0 \rightarrow \infty$  میل کند انتگرال  $\zeta$  در رابطه‌ی  $\widetilde{\Psi}$  به راحتی قابل انجام می‌باشد چون خمیدگی ورق موجدار و شیب  $\zeta_m$  هر دو همزمان به سمت صفر میل می‌کند، در نتیجه حد انتگرال ساده می‌شود در نتیجه داریم  $\lim_{L_0 \rightarrow \infty} \widetilde{\Psi} = 1 + \widetilde{\Psi}$  که به صورت خلاصه بدست می‌آید:

$$1 + (1 - \nu_{12}\nu_{21})\widetilde{\Psi} = \widehat{D}_{22}^{eq(a)} = \lim_{L_0 \rightarrow \infty} \widehat{D}_{22}^{eq(c)} \leq \lim_{L_0 \rightarrow \infty} \widehat{D}_{22}^{eq(b)} = 1 +$$

$\widetilde{\Psi}$

۲۹-۳



به عنوان یک نتیجه‌گیری کلی شش رابطه برای چهار مولفه  $\hat{D}_{ij}^{eq}$  مورد بررسی قرار گرفت. این روابط برای هر نوع شکل موج می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. علاوه بر این، لزومی ندارد ورق موجدار همگن باشد، اما اگر اورتوتروپیک بود باید محور اورتوتروپیک همراستا با مختصات کارتزین باشد. از طرف دیگر یائکوائتوکی و والدمار، استفاده از مدل ورق معادل را با مطالعه فرکانس طبیعی برای ورق‌های موجدار سینوسی و دوزنقه‌ای با استفاده از نرم افزار اجزاء محدود و روش آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند [۵۶].

در این پایان نامه برای بدست آوردن ماتریس الاستیسیته خمشی، از روابطی که توسط یائکوائتوکی و والدمار<sup>۱</sup> پیشنهاد شده است و در جدول ۱-۳ توضیح داده شده است استفاده می‌شود:

جدول ۱-۳ روابط ماتریس الاستیسیته خمشی برای ورق‌های موجدار

شماره معادله	روابط	نمادها
۱۴-۳	$\frac{L_s}{L_0}$	$\hat{\mu}^{eq}$
۱۵-۳	$\frac{L_0}{L_s}$	$\hat{D}_{11}^{eq} = \hat{D}_{12}^{eq}$
۱۷-۳	$\frac{L_0}{L_s} \nu_{12} \nu_{21} + (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \frac{6}{\pi} \left(\frac{H_0}{h}\right)^3 \int_0^{2\pi} \int_{\zeta_b}^{\zeta_t} \zeta^2 d\zeta d\varphi$	$\hat{D}_{22}^{eq(c)}$
۲۳-۳	$\frac{L_s}{L_0}$	$\hat{D}_{66}^{eq(b)}$

<sup>۱</sup> Yohko Aoki & Waldemar

### ۳-۵- صحت سنجی روابط پیشنهاد شده توسط یائکوآئوکی و والدمار:

برای صحت سنجی روابط ماتریس الاستیسیته خمشی معادل بدست آمده، که توسط یائکوآئوکی و والدمار پیشنهاد شد، سعی شده است در این پژوهش، این نتایج با روش گردیک و پاریس که در ادامه توضیح داده می شود مقایسه شود.

### ۳-۵-۱ روش گردیک و پاریس<sup>۱</sup>

گردیک و پاریس پیشنهاد دادند [۶۱]، که با استفاده از روش مستقیم آنالیز مودی می توان ثابت های ماتریس الاستیسیته خمشی را بدست آورد. روشی که آن ها پیشنهاد دادند براساس استفاده از فرکانس طبیعی و شکل مودهای آزاد (به خصوص جابه جایی عرضی  $(W)$  و مشتق مکانی دوم آن) برای ارتعاش آزاد ورق بود.

برای یک مود  $(m, n)$  رابطه اساسی، روش مستقیم آنالیز مودی به شکل ساده شده و با در نظر گرفتن  $D_{16}$  و  $D_{26}$  برابر صفر به صورت زیر فراخوانی می شود که در آن  $S$  سطح ورق می باشد:

$$\begin{bmatrix} K_{mn}^{xx} & 0 & K_{mn}^{yy} & 0 \\ 0 & K_{mn}^{yy} & K_{mn}^{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2K_{mn}^{xy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ D_{12} \\ D_{66} \end{pmatrix} = -2\pi^2 \mu^{eq} f_{mn}^2 \begin{pmatrix} \int w_{mn} x^2 ds \\ \int w_{mn} y^2 ds \\ \int w_{mn} xy ds \end{pmatrix} \quad ۳۰-۳$$

که داریم:

$$K_{mn}^{xx} = \int \frac{\partial^2 w_{mn}}{\partial x^2} ds, \quad K_{mn}^{yy} = \int \frac{\partial^2 w_{mn}}{\partial y^2} ds, \quad K_{mn}^{xy} = \int \frac{\partial^2 w_{mn}}{\partial xy} ds \quad ۳۱-۳$$

استفاده از این سیستم معادلات، حداقل به سه مود اجازه می دهد، که هر چهار سختی خمشی را تعیین کند. این روش در یک قاعده کلی روش دقیقی است و فقط برای صفحات مستطیلی شکل

<sup>۱</sup> Grediac & Paris

صحت ندارد. در این روش مؤلفه‌های ماتریس الاستیسته خمشی به صورت نسبتا مستقیم و بدون تکرار بدست می‌آید. ضعف اصلی این روش حساسیت به عدم دقت برای مود جابه‌جایی  $W_{mn}$  می‌باشد. این سیستم معادلات برای پانل‌های موجدار مورد بررسی و مخصوصا  $K_{mn}^{xx}$  صحیح می‌باشد. مودهای مورد استفاده در این روش که توسط گردیک و پاریس معرفی شده‌اند، عبارتند از:  $(1,1)$ ،  $(0,2)$ ،  $(2,0)$  و  $(2,0)$ . آن‌ها قیدکردند که  $D_{12}$  دارای بالاترین خطا می‌باشد، احتمالا به خاطر اینکه  $D_{12}$  با کوچکترین تاثیر در شکل مودها به کاربرده شده است و باید دست بالا در نظر گرفته شود، علاوه بر این ورق‌های موجدار خطای نسبتا بالاتری نسبت به ورق‌های صاف دارند.

### ۳-۵-۲ نمونه‌های مورد استفاده برای مقایسه

در این تحقیق از سه نمونه ورق موجدار سینوسی برای صحت سنجی استفاده شده است که خواص فولاد مورد استفاده این ورق‌ها برای محاسبات در جدول ۳-۲ داده شده است. اطلاعات مربوط به هندسه و جرم مخصوص این ورق‌ها در جدول ۳-۳ خلاصه شده است.

جدول ۳-۲ خواص مکانیکی ورق فولادی مورد استفاده در صحت سنجی

مدول الاستیسته	$E_{11} = E_{22}$	200 GPa
ضریب پواسون	$\nu_{21} = \nu_{12}$	0.33
جرم مخصوص	$\rho$	$7850 \frac{kg}{m^3}$

جدول ۳-۳ مشخصات هندسی و جرم مخصوص ورق موجدار مورد استفاده در صحت سنجی

نوع ورق موجدار	$\frac{L_0}{H_0}$	$\frac{L_s}{L_0}$	$h(mm)$	mass(kg)
سینوسی	$\frac{76}{18}$	1.127	1	13.8
سینوسی	$\frac{111}{27}$	1.133	1	13.7
سینوسی	$\frac{160}{42}$	1.153	1	13.8

### ۳-۵-۳ مقایسه روش یانکواثوکی و والدمار با روش گردیک و پاریس:

مقادیر عددی برای ماتریس الاستیسیته خمشی معادل ورق‌های موجدار سینوسی با مشخصات گفته شده در بخش ۳-۴ و براساس روابط پیشنهاد شده توسط یانکواثوکی و والدمار و مقایسه آن با روش گردیک و پاریس در جدول ۳-۴ به صورت کلی نمایش داده شده است:

جدول ۳-۴ مقادیر عددی ماتریس الاستیسیته خمشی معادل برای ورق‌های موجدار سینوسی

$\left(\frac{L_0}{H_0}\right)$	نوع ورق سینوسی	نوع روش	$\hat{D}_{11}^{eq}$	$\hat{D}_{22}^{eq} \times 10^{-3}$	$\hat{D}_{12}^{eq}$	$\hat{D}_{66}^{eq}$
$\frac{76}{18}$		یانکواثوکی و والدمار	16.6	8.65	5.48	7.06
$\frac{111}{27}$		یانکواثوکی و والدمار	16.5	19.5	5.45	7.1
$\frac{160}{42}$		یانکواثوکی و والدمار	16.2	47.6	5.35	7.22
$\frac{76}{18}$		گردیک و پاریس	16.5	8.71	5.48	7.06
$\frac{111}{27}$		گردیک و پاریس	16.5	19.8	4.3	7.1
$\frac{160}{42}$		گردیک و پاریس	15.2	50.2	7.78	7.22

با توجه به نتایج جدول ۳-۴ که مقایسه روابط یانکواثوکی و والدمار با گردیک و پاریس نشان می‌دهد به این نتیجه می‌رسیم که روابط یانکواثوکی و والدمار برای بدست آوردن ماتریس سختی ورق موجدار مناسب می‌باشد.

فصل ۴- فرمولبندی و نحوه بدست آوردن توابع شکل

برای ورق‌های صاف

#### ۴-۱- مقدمه

در این فصل ابتدا مقدمه‌ای بر اجزاء محدود شرح داده می‌شود و سپس مروری بر تئوری ورق‌ها انجام می‌شود. در ادامه نحوه بدست آوردن توابع زینکویچ مورد بررسی قرار می‌گیرد و به طور مختصر، توضیحی درباره روش برازش منحنی داده می‌شود. در پایان نحوه بدست آوردن توابع شکل جدید برای ورق‌های صاف و ورق‌های مستطیلی از طریق برازش منحنی، و صحت سنجی این روش از طریق مقایسه با حل تئوری ورق‌ها، توابع شکل زینکویچ و نرم افزار آباکوس مورد بحث قرار می‌گیرد.

#### ۴-۲- مقدمه‌ای بر اجزاء محدود

روش‌های سنتی وردشی<sup>۱</sup> به علت کمبودهایی همچون، مشکل تشکیل توابع تقریب چندان موثر واقع نشدند. انتخاب توابع تقریب که اختیاری می‌باشند جدا از ارضاء پیوستگی، مستقل خطی بودن، کامل بودن، و شرایط مرزی اساسی، زمانیکه دامنه دارای هندسه پیچیده‌ای باشد بسیار دشوارتر می‌گردد. از آنجا که انتخاب توابع تقریب بر کیفیت نتایج تاثیر می‌گذارد، اطلاع از این موضوع که روندی نظام یافته برای تشکیل آن‌ها وجود ندارد، ناخوشایند است.

به صورت ایده‌آل یک روش محاسباتی موثر باید دارای ویژگی‌های زیر باشد.

- ۱- باید دارای شالوده ریاضی و همچنین فیزیکی منطقی باشد.
- ۲- نباید محدودیتی در مورد هندسه و ترکیب فیزیکی دامنه یا طبیعت بارگذاری داشته باشد.
- ۳- فرایند تشکیل روابط باید مستقل از شکل دامنه و شکل ویژه شرایط مرزی باشد.
- ۴- روش باید دارای انعطاف‌پذیری کافی برای تقریب با درجات مختلف بدون نیاز به تشکیل دوباره روابط برای کل مسئله مورد نظر باشد.
- ۵- باید دارای فرایند نظام یافته‌ای برای استفاده در رایانه‌های عددی باشد.

---

<sup>۱</sup> Variational

اجزاء محدود روشی است که در آن دامنه‌ای به صورت ترکیبی از دامنه‌های ساده به نام اجزاء محدود بیان می‌گردد، به طوری که امکان تشکیل منظم توابع تقریب مورد نیاز در تقریب وردشی یا باقیمانده وزنی برای حل یک مسئله روی هر جزء وجود دارد. بنابراین، روش اجزاء محدود، با روش‌های سنتی رایلی-ریتز، گالرکین، حداقل مربعات، تجمع محلی و روش‌های باقیمانده وزنی دیگر از نظر طرز تشکیل توابع تقریب تفاوت دارد. لیکن این تفاوت عهده دار سه ویژگی روش اجزاء محدود می‌باشد:

۱- تقسیم کل به جزءها، که ارائه دامنه‌هایی با هندسه پیچیده را به صورت ترکیبی از دامنه‌های ساده هندسی مجاز می‌سازد و استخراج منظم توابع تقریب را امکان‌پذیر می‌نماید.

۲- استخراج توابع تقریب برای هر جزء: توابع تقریب اغلب چند جمله‌ای‌های جبری هستند که با استفاده از نظریه میانبایی استخراج می‌گردند.

۳- همبست اجزاء، که بر اساس پیوستگی حل و توازن شارهای داخلی می‌باشد. همبست اجزاء بیانگر مشابه گسسته دامنه اصلی و دستگاه معادلات مربوط به آن بیانگر مشابه عددی ریاضی مسئله مورد تحلیل می‌باشد.

این سه ویژگی که گام‌های اصلی استخراج روابط اجزاء محدود را تشکیل می‌دهند با هم ارتباط تنگاتنگ دارند. هندسه اجزاء مورد استفاده برای بیان دامنه مسئله باید به گونه‌ای باشد که توابع تقریب را بتوان منحصرآ استخراج نمود. توابع تقریب نه تنها به هندسه وابسته هستند بلکه به تعداد و محل نقاط یا گره‌ها در جزء و کمیت‌های میانبایی شده نیز بستگی دارند.

روش اجزاء محدود نه تنها بر کمبودهای روش‌های سنتی فائق می‌آید، بلکه ویژگی‌های روش محاسباتی موثری نیز به آن اعطا شده است.

گام‌های موجود در تحلیل اجزاء محدود یک مسئله بشرح ذیل است:

۱- شبکه بندی دامنه مشخص به صورت ترکیبی از اجزاء محدود منتخب (این گام می‌تواند تا تکمیل تشکیل معادلات اجزاء محدود به تعویق افتد)

الف- شبکه اجزاء محدود را به صورت اجزاء منتخب تشکیل می‌دهیم.

ب- گره‌ها و اجزاء را شماره گذاری می‌کنیم.

پ- خواص هندسی (مانند مختصات و مساحت سطوح مقطع) مورد نیاز برای مسئله را استخراج می‌نماییم.

۲- استخراج معادلات برای کلیه اجزاء، شبکه

الف- روابط وردشی را برای معادله دیفرانسیل داده شده برای جزء نمونه می‌نویسیم.

ب- فرض می‌کنیم متغیر وابسته نمونه به صورت زیر است

$$[K_e]\{U_e\} = \{F_e\}$$

پ- توابع میانجی اجزاء را استخراج یا در صورت موجود بودن انتخاب می‌نماییم و ماتریس‌های اجزاء را محاسبه می‌کنیم.

۳- همبست معادلات اجزاء برای بدست آوردن معادلات کل مسئله

الف- شرایط پیوستگی بین اجزاء را از میان متغیرهای اولیه (روابط بین درجه آزادی محلی و درجه آزادی مطلق - اتصال اجزاء) با ارتباط دادن گره‌های اجزاء به گره‌های مطلق مشخص می‌نماییم.

ب- شرایط تعادل بین متغیرهای ثانویه (روابط بین مولفه‌های منبع یا نیروی محلی و مولفه‌های منبع مطلق معین) را مشخص می‌کنیم.

پ- معادلات اجزا را با استفاده از ۳- الف و ۳- ب همبست می‌نماییم

۴- اعمال شرایط مرزی مسئله

الف- درجات آزادی اولیه مطلق معین را تعیین می‌کنیم.

ب- درجات آزادی ثانویه مطلق معین را تعیین می‌کنیم

۵- حل معادلات همبست شده

۶- پس پردازش نتایج

الف- تغییرات حل یا کمیت‌های دیگر را از درجات آزادی اولیه محاسبه شده در قسمت ۵، را حساب می‌کنیم.



ب- نتایج را به صورت جدول و یا ترسیمی ارائه می‌کنیم [۵۳].

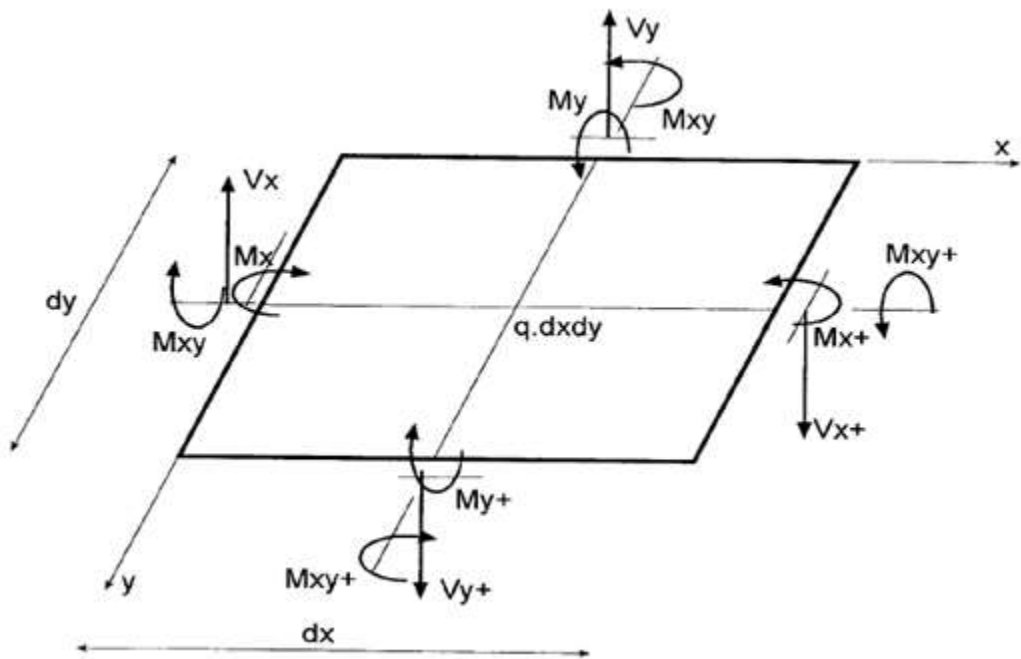
### ۳-۴- تئوری صفحات و پوسته‌ها [۵۹]

در این بخش تحلیل دقیق ورق‌ها با بررسی شرایط تکیه‌گاهی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. جزء کوچکی از یک ورق به ابعاد  $dx \times dy$  مطابق شکل ۴-۱ در نظر گرفته شده است و رابطه تعادل نیروها در جهت قائم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum F_z = \left( V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \right) dy - V_x dy + \left( V_y + \frac{\partial V_y}{\partial y} dy \right) dx - V_y dx + q dx dy = 0 \quad 1-4$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = -q \quad 2-4$$

شایان ذکر است که تمامی نیروها و گشتاورها در واحد طول می‌باشد.



شکل ۴-۱ تعادل جزء کوچکی از صفحه [۵۹]

معادله ۴-۱ و ۴-۲ رابطه بین نیروهای برشی در دو وجه ورق و بارگذاری عمود بر سطح آن می‌باشد.

در ادامه با نوشتن معادلات تعادل گشتاورها حول محورهای  $x$  و  $y$  و با حذف عبارات کوچکتر و

تقسیم جملات باقی مانده به  $dxdy$  معادله زیر بدست می آید:

$$\sum M_y = \left( M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx \right) dy - M_x dy + \left( M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy \right) dx + M_{xy} dx - (V_x dy) dx + (V_y dx) \frac{dx}{2} - \left[ \left( V_y + \frac{\partial V_y}{\partial y} dy \right) dx \right] \frac{dx}{2} = 0 \quad ۳-۴$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = V_x \quad ۴-۴$$

$$\sum M_x = \left( M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy \right) dx - M_y dx + \left( M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx \right) dy + M_{xy} dx - (V_y dy) dy + (V_x dy) \frac{dy}{2} - \left[ \left( V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \right) dy \right] \frac{dy}{2} = 0 \quad ۵-۴$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = V_y \quad ۶-۴$$

دو معادله اخیر روابط لنگر- نیروی برشی در ورقها می باشند.

$$M_x = -\frac{EI}{1-\vartheta^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \vartheta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad ۷-۴$$

$$M_y = -\frac{EI}{1-\vartheta^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \vartheta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad ۸-۴$$

$$D = \frac{EI}{1-\vartheta^2} \quad ۹-۴$$

معادلات ۷-۴، ۸-۴ و ۹-۴ روابط اساسی خمش ورقها می باشد.

اکنون با جایگذاری روابط  $M_x$ ،  $M_y$  و  $M_{xy}$  در روابط ۷-۴، ۸-۴ و ۹-۴ زیر برای برش ورقها

حاصل می شود:

$$V_x = -D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \vartheta \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) - D(1-\vartheta) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \quad ۱۰-۴$$

$$V_y = -D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \vartheta \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \right) - D(1 - \vartheta) \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \quad 11-4$$

$$V_x = -D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) \quad 12-4$$

$$V_y = -D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \right) \quad 13-4$$

با قرار دادن روابط در روابطه ۲-۴ معادله دیفرانسیل درجه چهار زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial x^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad 14-4$$

رابطه بالا معادله لاگرانژ یا معادله دیفرانسیل تعادل ورق‌ها تحت تاثیر بارهای عمود بر سطح  $q$  می‌باشد.

از آنجا که بارگذاری  $q = g(x, y)$  مشخص می‌باشد، با حل معادله ۱۴-۴ و اعمال شرایط تکیه‌گاهی می‌توان خیز ورق و به دنبال آن نیروهای داخلی را در نقاط مختلف محاسبه نمود. رابطه ۱۴-۴ را به صورت زیر هم می‌توان نوشت:

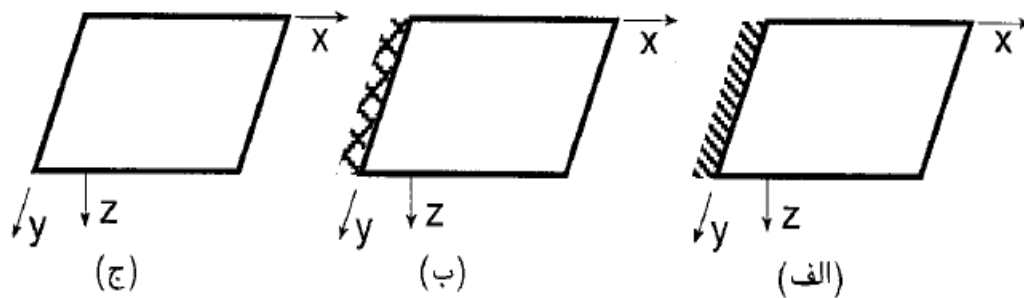
$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{q}{D} \quad 15-4$$

$$\nabla^4 w = \frac{q}{D}, \nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad 16-4$$

### ۱-۳-۴ شرایط تکیه‌گاهی

لبه‌های ورق‌ها نیز مانند تیرها می‌تواند دارای شرایط انتهایی ساده، گیردار، آزاد یا الاستیک باشند. با این تفاوت که در تیرها فرض می‌شود که شرایط تکیه‌گاهی در یک نقطه اثر می‌کند، در حالی که ورق‌ها به علت وضعیت هندسی، شرایط تکیه‌گاهی را باید در طول لبه‌ها بررسی نمود.

#### ۴-۳-۱-۱ تکیه‌گاه ساده ورق‌ها



شکل ۴-۲ تکیه‌گاه‌های مختلف در صفحات و نماد خاص تکیه‌گاهی آن‌ها [۵۹]

در شکل ۴-۲ الف در  $x = 0$ ، یعنی بروی محور  $y$ ‌ها دارای تکیه‌گاه ساده می‌باشد. ورق روی این تکیه‌گاه می‌تواند آزادانه دوران نماید، اما در جهت عمود نمی‌تواند تغییر مکان دهد. بدین ترتیب گشتاور خمشی حول محور  $y$  و خیز ورق روی این تکیه‌گاه صفر می‌باشند:

$$w = 0 \quad ۱۷-۴$$

$$M_x = -\frac{EI}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad ۱۸-۴$$

از آنجا که ورق روی تکیه‌گاه یاد شده به صورت پیوسته مقید شده، در طول تکیه‌گاه دستخوش تغییر شکل نشده و شیب آن در جهت  $y$  صفر می‌باشد. بدین ترتیب  $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$  خواهد بود و در نتیجه دیفرانسیل مرتبه دوم  $w$  نسبت به  $y$  نیز صفر می‌گردد ( $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$ ). بدین ترتیب شرایط تکیه‌گاهی ورق در حالت انتهای ساده به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$x = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} w = 0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \end{array} \right\} \quad ۱۹-۴$$

به همین ترتیب شرایط انتهایی ساده در امتداد محور  $x$  به صورت زیر می‌گردد:

$$y = 0 \rightarrow \begin{cases} w = 0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \end{cases} \quad 20-4$$

#### ۴-۳-۱-۱ تکیه‌گاه گیردار

در شکل ۴-۲ ب نمایه‌ی تکیه‌گاه گیردار در لبه‌ی ورق نشان داده شده است. ورق در طول این تکیه‌گاه یعنی حول محور  $y$  دستخوش دوران نمی‌شود، یعنی به حالت افقی باقی مانده و بنابراین شیب آن صفر است، و از طرف دیگر تغییر مکان قائم نیز ندارد. در نتیجه، شرایط تکیه‌گاهی ورق برای انتهای گیردار در راستای محور  $y$ ها را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$x = 0 \rightarrow \begin{cases} w = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad 21-4$$

به همین ترتیب شرایط تکیه‌گاه گیردار در  $y = 0$  در طول محور  $x$  عبارتست از:

$$y = 0 \rightarrow \begin{cases} w = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad 22-4$$

#### ۴-۳-۱-۳ انتهای آزاد ورق‌ها

اگر فرض شود انتهای ورق بروی محور  $y$  کاملاً آزاد بوده و هیچ گونه قیدی در طول این لبه اعمال نشود، انتظار می‌رود که کلیه نیروها شامل گشتاور خمشی، گشتاور پیچشی و نیروی برشی صفر باشند. در نتیجه بر روی محور  $x = 0$  در شکل ۴-۲ ج می‌توان شرایط تکیه‌گاهی زیر را نوشت:

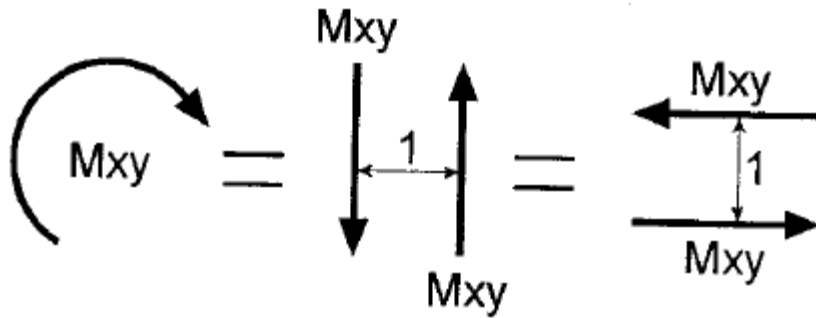
$$M_x = 0$$

$$M_{xy} = 0 \quad 23-4$$

$$V_x = 0$$

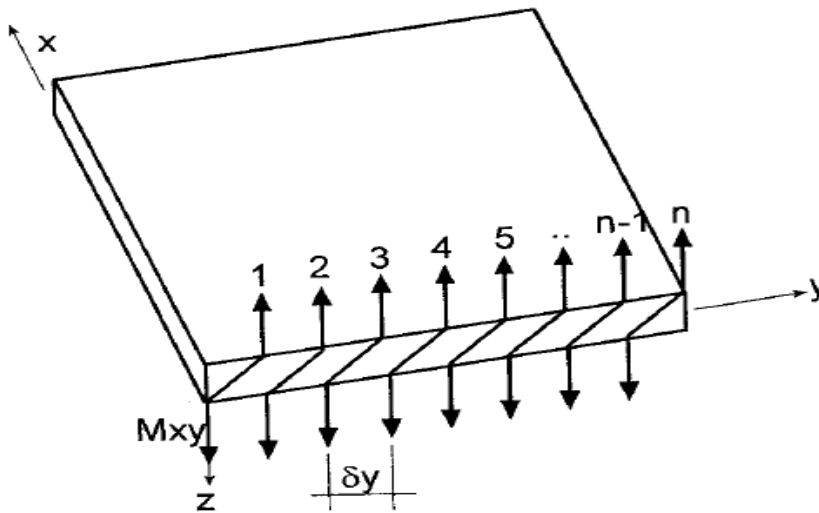
به این ترتیب بر خلاف دو حالت قبل، در انتهای آزاد سه رابطه وجود دارد. اما با نگاهی دقیق‌تر می‌توان دریافت که ماهیت نیروی برشی و لنگر پیچشی در انتهای آزاد یکی بوده و این دو از یکدیگر مستقل نیستند.

در واقع گشتاور پیچشی را میتوان با یک جفت نیروی قائم مطابق شکل ۳-۴ نشان داد.



شکل ۳-۴ جایگزینی گشتاور پیچشی به کمک جفت نیروهای قائم یا افقی در فاصله واحد [۵۹]

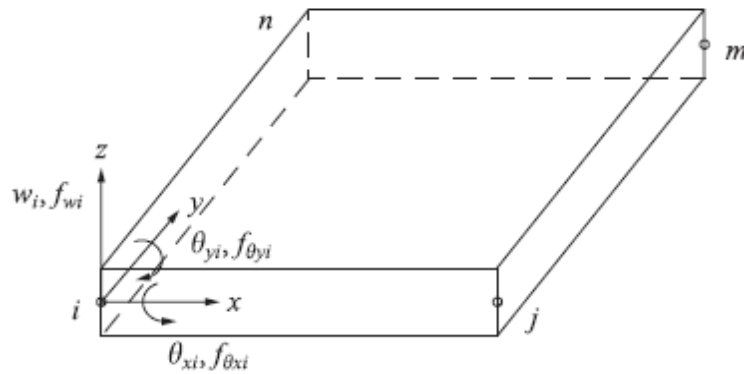
بدین ترتیب گشتاورهای پیچشی موجود در لبه آزاد ورق، با جفت نیروهای برشی قائم و به فاصله واحد از یکدیگر، به نحوی که در شکل زیر ملاحظه می‌شود، جایگزین می‌شوند. بدیهی است این نیروها با نیروهای برشی موجود در لبه هم راستا بوده و ماهیت یکسانی دارند. بنابراین می‌توان آنها را با یکدیگر ترکیب نمود.



شکل ۴-۴ گشتاورهای پیچشی موجود در لبه آزاد ورق [۵۹]

۴-۴- توابع شکل زینکویچ [۵۸، ۵۵]

جزء مستطیلی  $ijmn$  از یک صفحه خمشی را مطابق شکل ۴-۵ در نظر بگیرید که در آن هر گره دارای سه درجه آزادی است. اولین آنها تغییر مکان در جهت  $z$ ،  $w$ ، دومین آنها چرخش حول محور  $x$ ،  $\theta_x$ ، و سومی چرخش حول محور  $y$ ،  $\theta_y$  است. در مجموع یک المان مستطیلی دارای ۱۲ درجه آزادی می‌باشد.



شکل ۴-۵ یک المان مستطیلی با سه درجه آزادی [۵۵]

بردار تغییر مکان گره‌ای در گره  $i$  برابر است با:

$$d_i = \begin{Bmatrix} w \\ \hat{\theta}_x \\ \hat{\theta}_y \end{Bmatrix} \quad ۴-۲۴$$

که در آن

$$\hat{\theta}_x = -\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) \quad \hat{\theta}_y = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \quad ۴-۲۵$$

بردار تغییر مکان برای کل المان به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$d^e = \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_m \\ d_n \end{Bmatrix} \quad ۲۶-۴$$

با توجه به این اینکه هر المان مستطیلی دارای ۱۲ درجه آزادی می باشد برای بیان تابع جابه جایی  $w$  باید یک چند جمله ای با ۱۲ ثابت مانند معادله ۲۷-۴ استفاده کرد.

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9x^3 + a_{10}y^3 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3 \quad ۲۷-۴$$

ثابت های  $a_1$  تا  $a_{12}$  را میتوان با استفاده از ۱۲ معادله همزمان حاصل از جایگذاری مختصات گرهی در رابطه فوق که  $w$  و شیب های آنها را به هم مربوط می کند به دست آورد.

$$\begin{Bmatrix} w \\ +\frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & +x & +2y & 0 & +x^2 & +2xy & +3y^2 & +x^3 & +3xy^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 & 3x^2 & 2xy & y^2 & 0 & 3x^2y & y^3 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_{12} \end{Bmatrix} \quad ۲۸-۴$$

که به صورت خلاصه شده، داریم:

$$\{\Psi\} = [P]\{a\} \quad ۲۹-۴$$

که  $P$  یک ماتریس  $۳ \times ۱۲$  می باشد.

معادله ۲۸-۴ میتوان با قرار دادن مختصات هر گره در آن به صورت زیر نوشت:



$$\{d\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ w_j \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i^2 & x_i y_i & y_i^2 & x_i^3 & x_i^2 y_i & x_i y_i^2 & y_i^3 & x_i^3 y_i & x_i y_i^3 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & +x_i & +2y_i & 0 & +x_i^2 & +2x_i y_i & +3y_i^2 & +x_i^3 & +3x_i y_i^2 \\ \vdots & & & & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{12} \end{Bmatrix} \quad 30-4$$

که به صورت خلاصه شده داریم:

$$\{d\} = [C]\{a\} \quad 31-4$$

که  $C$  یک ماتریس  $12 \times 12$  می باشد.

در نتیجه ثابت های  $a_1$  تا  $a_{12}$  به وسیله ی حل معادله ۴-۳۲ بدست می آید:

$$\{d\} = [C^{-1}]\{a\} \quad 32-4$$

$$\{\Psi\} = [P][C^{-1}]\{d\} \quad 33-4$$

$$\{\Psi\} = [N]\{d\} \quad 34-4$$

براساس معادله ۴-۳۴،  $N$  ماتریس توابع شکل زینکویچ می باشد، که به سادگی می توان این توابع را بر

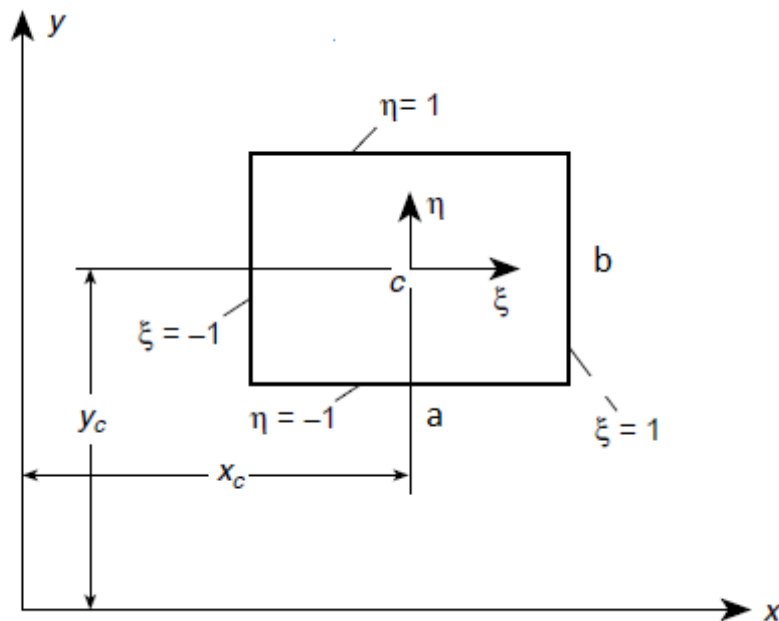
حسب مختصات موضعی (شکل ۴-۶)، به صورت زیر تعیین نمود:

$$N_i^T = \frac{1}{8}(1 + \zeta_0)(1 + \eta_0) \begin{Bmatrix} 2 + \zeta_0 + \eta_0 - \zeta^2 - \eta^2 \\ b\eta_i(1 - \eta^2) \\ a\zeta_i(1 - \zeta^2) \end{Bmatrix} \quad 35-4$$

$$\zeta = \frac{x-x_c}{a} \quad , \quad \zeta_0 = \zeta\zeta_i \quad 36-4$$

$$\eta = \frac{y-y_c}{b}, \quad \eta_0 = \eta\eta_i$$

۳۷-۴



شکل ۶-۴ مختصات موضعی برای یک المان مستطیلی [۵۸]

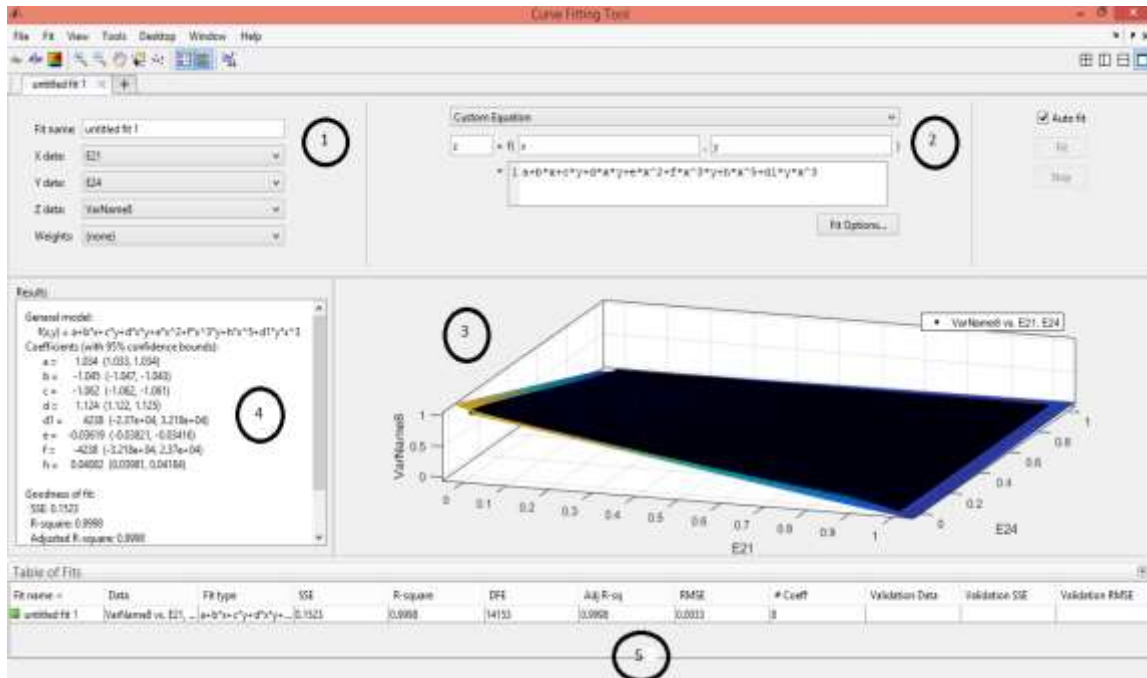
#### ۴-۵- روش برازش منحنی<sup>۱</sup>

به عملی گفته می‌شود که با کمک آن می‌توان معادله‌های خطوط پیچیده را از مجموعه‌ای از نقاط عبور داد. این نقاط می‌توانند همان داده‌های آزمایشگاهی باشند. در این پایان نامه روش برازش منحنی به کمک نرم‌افزار متلب انجام شده است. در نرم‌افزار متلب اجازه‌ی انتخاب هر نوع معادله‌ای را به ما می‌دهد و ما می‌توانیم با ورود داده‌ها به نرم‌افزار متلب نوع معادله را بدست بیاوریم. در ادامه چگونگی برازش منحنی در نرم‌افزار متلب را توضیح می‌دهیم.

در ابتدا مطابق شکل ۴-۷، از قسمت ۱، داده‌های خود را فراخوانی می‌کنیم و سپس در قسمت ۲، نوع معادله لازم را، برای برازش منحنی انتخاب می‌کنیم. قسمت ۳ در شکل ۴-۷، منحنی برازش شده

<sup>۱</sup> Curve fitting

برای داده‌های موجود را نشان می‌دهد و از طرفی مقادیر ضرایب معادله برازش شده را می‌توان در قسمت ۴، مشاهده نمود. در پایان، در قسمت ۵ از شکل ۴-۷، می‌توان مقادیر خطای برازش را مشاهده نمود.



شکل ۴-۷ محیط برازش منحنی در نرم افزار متلب

#### ۴-۶- بدست آوردن توابع شکل جدید

در این فصل سعی شده است که توابع شکل را برای یک المان موجدار چهارگره‌ای بدست آوریم. برای بدست آوردن توابع شکل ورق موجدار از روش برازش منحنی استفاده می‌کنیم. برای صحت سنجی روش برازش منحنی، ابتدا این روش را برای یک ورق صاف مورد استفاده قرار می‌دهیم و در صورت بدست آوردن نتایج مطلوب و مقایسه این نتایج با نتایج حاصل از توابع شکل زینکویچ، تحلیل دقیق ورق‌ها (تئوری صفحات و پوسته‌ها) و نرم افزار آباکوس که در ادامه مورد بررسی قرار می‌دهیم، صحت روش مورد استفاده مورد قبول واقع می‌شود.

#### ۴-۶-۱-صحت سنجی

برای تحقیق روش پیشنهادی جهت کسب توابع شکل ورق‌های موجدار، نخست این مراحل را بر روی ورق‌های صاف که نتایج آن از قبل معلوم است، پیاده‌سازی و پس از صحت سنجی‌های لازم، این روش برای ورق‌های موجدار اعمال خواهد شد.

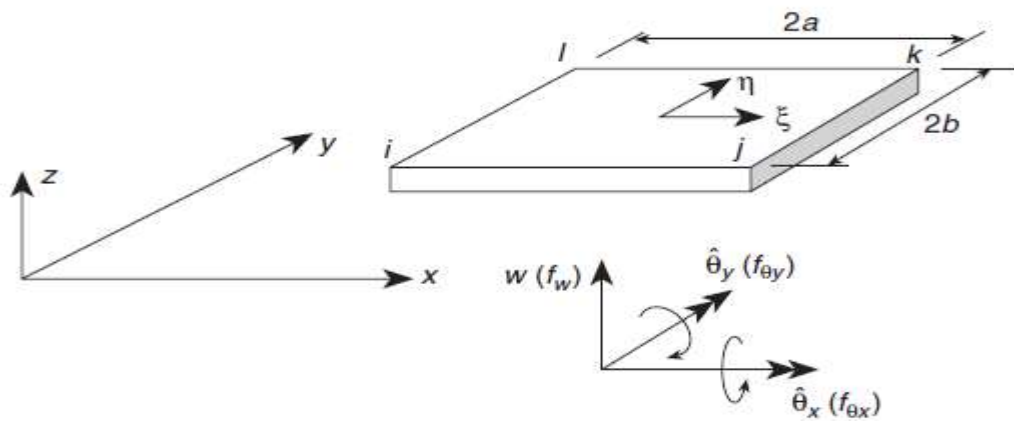
برای صحت سنجی در ابتدا یک ورق صاف (شکل ۴-۸) با چهار گره که هر گره دارای ۳ درجه آزادی شامل: خیز ( $w$ )، دوران حول محور  $x$  ( $\theta_x$ ) و دوران حول محور  $y$  ( $\theta_y$ ) است را در آباکوس مدل می‌کنیم. مشخصات هندسی، خصوصیات مواد و نوع و تعداد مش آن در جدول ۴-۱ نشان داده شده است. برای بدست آوردن تابع شکل به عنوان مثال تابع شکل خیز در گره  $i$ ، ابتدا در سه گره دیگر خیز و همچنین دوران حول محورهای  $x$  و  $y$  در هر چهار گره را برابر صفر قرار می‌دهیم و در گره  $i$  خیز واحد وارد می‌کنیم، سپس مدل مورد نظر مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. مختصات شکل تغییر یافته‌ی همه گره‌های این مدل را از آباکوس استخراج و به داخل نرم افزار متلب می‌بریم و با استفاده از دستوره‌های موجود در متلب بهترین منحنی که از این نقاط عبور می‌کند را برازش می‌کنیم و در نهایت تابع منحنی برازش شده را به صورت یک چند جمله‌ای استخراج می‌کنیم و چند جمله‌ای بدست آمده تابع شکل خیز گره  $i$  برای ورق صاف می‌باشد. این کار را برای سایر گره‌ها و درجات آزادی دیگر انجام می‌دهیم و بدین ترتیب برای هر چهار گره توابع شکل را بدست می‌آوریم که در مجموع ۱۲ تابع شکل بدست می‌آید. با داشتن توابع شکل بدست آمده می‌توانیم میدان تغییر مکان را نیز بدست آوریم. با داشتن تابع تغییر مکان می‌توانیم توابع شکل بدست آمده را اصلاح کنیم.

سپس چند مسئله با شرایط متفاوت را با استفاده از توابع شکل جدید مورد بررسی قرار می‌دهیم و نتایج حاصل را با توابع شکل زینکویچ موجود در کتاب‌های اجزا محدود [۵۹]، تحلیل دقیق ورق‌های صاف و همچنین نرم افزار آباکوس مقایسه می‌کنیم. بعد از اینکه نتایج بدست آمده از طریق برازش منحنی با نتایج حاصل از توابع شکل زینکویچ، تحلیل دقیق ورق‌ها و نرم افزار آباکوس، نسبتاً نزدیک

به هم بود روش مورد نظر مورد قبول واقع می‌شود. در ضمن توابع شکل بدست آمده برای ورق‌های صاف باید شرط زیر را ارضاء کند:

$$\sum_{i=1}^4 N_i^e = 1$$

۳۸-۴



شکل ۴-۸ جزء مستطیلی صفحه‌ای [۵۸]

جدول ۴-۱ مشخصات یک المان مربعی

ابعاد	۱×۱
ضخامت (متر)	۰/۰۰۱
مدول الاستیسیته (کیلوگرم / مترمربع)	۲۱×۱۰ <sup>۹</sup>
ضریب پواسون	۰/۳
نوع مش	پوسته
ابعاد مش (متر)	۰/۰۰۸۵×۰/۰۰۸۵

برای تعیین توابع شکل جدید ابتدا یک جزء مستطیلی مطابق شکل ۴-۸ که بر صفحه  $xy$  منطبق است (با اطلاعات ابعادی جدول ۴-۱) را در نظر می‌گیریم که در آن هر گره تحت تاثیر تغییر

مکان‌های مربوط به آن قرار دارد. این تغییر مکان سه مولفه دارد، اولین آن‌ها تغییر مکان در جهت محور  $z$ ،  $w$ ، دومین آن‌ها چرخشی حول محور  $x$ ،  $(\hat{\theta}_x)$  و سومی چرخش حول محور  $y$ ،  $(\hat{\theta}_y)$  است.

تغییر مکان‌های گرهی به صورت زیر می‌باشد:

$$d^e = \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_l \\ d_k \end{Bmatrix} \quad d_i = \begin{Bmatrix} w \\ \hat{\theta}_x \\ \hat{\theta}_y \end{Bmatrix} \quad ۳۹-۴$$

سپس تابع میدان تغییر مکان که از طریق برازش منحنی بدست آمده به صورت زیر می‌باشد:

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9x^5 + a_{10}y^5 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3 \quad ۴۰-۴$$

ثابت‌های  $a_1$  تا  $a_{12}$  را میتوان با استفاده از ۱۲ معادله همزمان حاصل از جایگذاری مختصات گرهی در رابطه فوق که  $w$  و شیب‌های آن‌ها را به هم مربوط می‌کند به دست آورد. برای مثال:

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9x^5 + a_{10}y^5 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3$$

$$\hat{\theta}_x = \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) = a_3 + a_4x + 2a_6y + a_7x^2 + 2a_8xy + 5a_{10}y^4 + a_{11}x^3 + 3a_{12}y^2x \quad ۴۱-۴$$

$$\hat{\theta}_y = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) = a_2 + a_4y + 2a_5x + 2a_7xy + a_8y^2 + 5a_9x^4 + 3a_{11}x^2y + a_{12}y^3$$

معادلات حاصل را می‌توان بدین ترتیب در شکل ماتریسی آن نشان داد:

$$\{d^e\} = [C]\{a\} \quad ۴۲-۴$$

که در آن  $C$  ماتریس  $۱۲ \times ۱۲$  وابسته به مختصات گرهی و برداری از ۱۲ ثابت مجهول است. با وارونسازی رابطه فوق داریم:

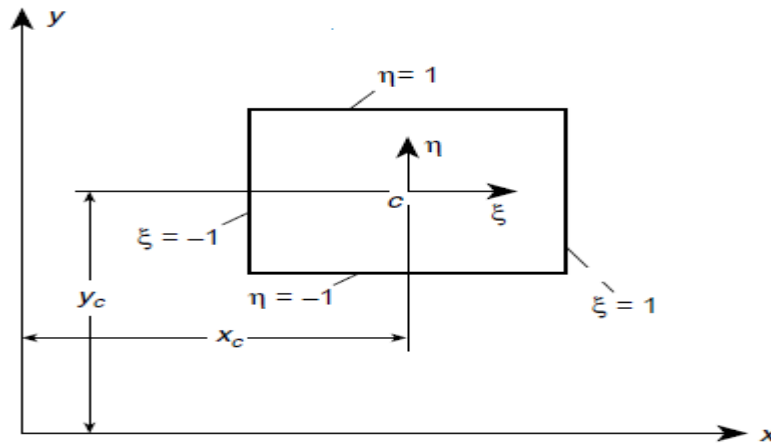
$$a = C^{-1}d^e \quad ۴۳-۴$$

فرآیند وارونسازی را با استفاده از نرم افزار متلب انجام می‌دهیم. تغییر مکان داخل جزء را به صورت رابطه زیر می‌باشد:

$$u = w = Na^e = pC^{-1}d^e \quad ۴۴-۴$$

$$p = (1, x, y, xy, x^2, y^2, x^2y, xy^2, x^5, y^5, x^3y, y^3x) \quad ۴۵-۴$$

توابع شکل برای جزء نشان داده شده بر حسب مختصات محلی در شکل ۹-۴ به صورت زیر می‌باشد:



شکل ۹-۴ یک جزء مستطیلی در مختصات محلی [۵۸]

$$N1 = \frac{1}{16} (\zeta^5 - 2\zeta^3\eta - 2\zeta\eta^3 + 8\zeta\eta - 5\zeta + \eta^5 - 5\eta + 4)$$

$$N2 = -\frac{1}{16} (\eta + 1)(\eta - 1)^2(-\eta^2 - \eta + 2\zeta - 2)$$

$$N3 = \frac{1}{16} (\zeta + 1)(\zeta - 1)^2(\zeta^2 - \zeta + 2\eta + 2)$$

$$N4 = -\frac{1}{16} (\zeta^5 - 2\zeta^3\eta - 2\zeta\eta^3 + 8\zeta\eta - 5\zeta - \eta^5 + 5\eta - 4)$$

$$N5 = -\frac{1}{16} (\eta + 1)(\eta - 1)^2(\eta^2 + \eta + 2\zeta + 2)$$

$$N6 = \frac{1}{16} (\zeta - 1)(\zeta + 1)^2(\zeta^2 - \zeta - 2\eta + 2)$$

$$N7 = -\frac{1}{16} (\zeta^5 + 2\zeta^3\eta + 2\zeta\eta^3 - 8\zeta\eta - 5\zeta + \eta^5 - 5\eta - 4)$$

$$N8 = -\frac{1}{16} (\eta - 1)(\eta + 1)^2(\eta^2 - \eta + 2\zeta + 2)$$

$$N9 = \frac{1}{16} (\zeta - 1)(\zeta + 1)^2(\zeta^2 - \zeta + 2\eta + 2)$$

$$N10 = \frac{1}{16} (\zeta^5 + 2\zeta^3\eta + 2\zeta\eta^3 - 8\zeta\eta - 5\zeta - \eta^5 + 5\eta + 4)$$

$$N11 = -\frac{1}{16} (\eta - 1)(\eta + 1)^2(-\eta^2 + \eta + 2\zeta - 2)$$

$$N12 = \frac{1}{16} (\zeta + 1)(\zeta - 1)^2(\zeta^2 + \zeta + 2\eta + 2)$$

که در آن:

$$\zeta = \frac{x-x_c}{a}$$

$$\eta = \frac{y-y_c}{b}$$

۴۶-۴

#### ۴-۶-۱-۱ مثال‌های عددی و مقایسه نتایج

**مثال (۱):** در این مثال یک ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۴-۱۰)، را با استفاده از توابع شکل جدید مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس، نتایج حاصل از توابع شکل زینکویچ و همچنین حل تئوری ورق‌ها مقایسه شده است (جداول ۴-۳، ۴-۴، ۴-۵ و ۴-۶). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۴-۲ نشان داده شده است [۵۴].



شکل ۴-۱۰ ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه گیردار [۵۴]



جدول ۲-۴ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۱)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (توابع شکل جدید)	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته $\left(\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}\right)$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵
ابعاد ورق (متر)	۳ × ۲	۳ × ۲	۳ × ۲
ابعاد مش (متر)	۰/۷۵ × ۰/۵	۰/۷۵ × ۰/۵	۰/۷۵ × ۰/۵
بار گسترده $\left(\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}\right)$	$14 \times 10^4$	$14 \times 10^4$	$14 \times 10^4$

جدول ۳-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۱)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۱۶۹	(۱/۵ , ۱)	٪ ۳/۷
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۱۷۵	(۱/۵ , ۱)	٪ ۷/۳
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۱۸۱	(۱/۵ , ۱)	٪ ۱۱
تحلیل تئوری	۰/۰۱۶۳	(۱/۵ , ۱)	٪ ۰

جدول ۴-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۱)

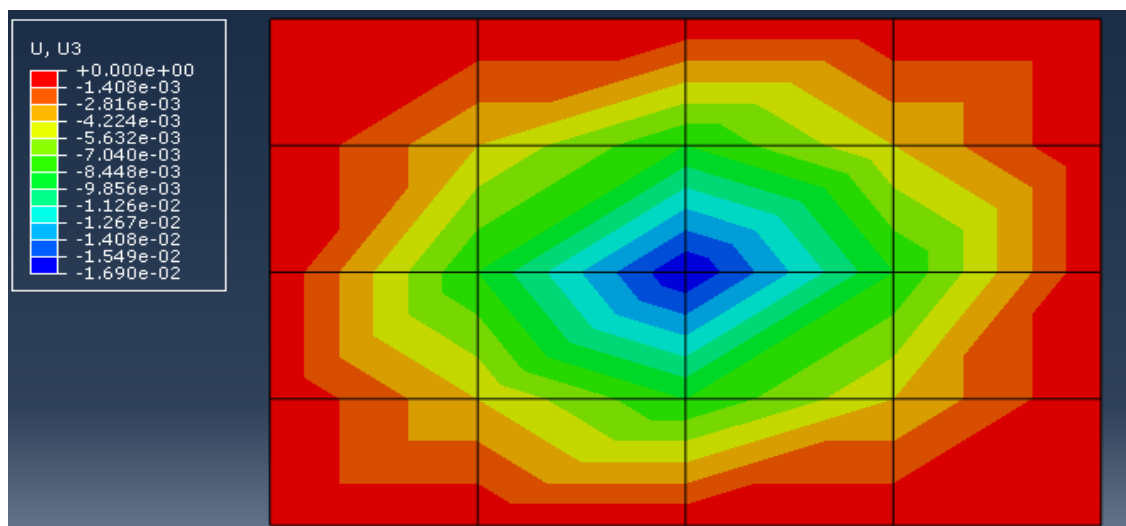
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۴۳	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۳۲/۵
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۰۶۴	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۰/۵
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۰۶۸	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۶/۷
تحلیل تئوری	۰/۰۰۶۳۷	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۰

جدول ۴-۵ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۱)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۸۹	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۱۸/۳
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۱۱۴	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۴/۶
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۱۱۸	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۸/۲۵
تحلیل تئوری	۰/۰۱۰۹	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۰

جدول ۴-۶ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۱)

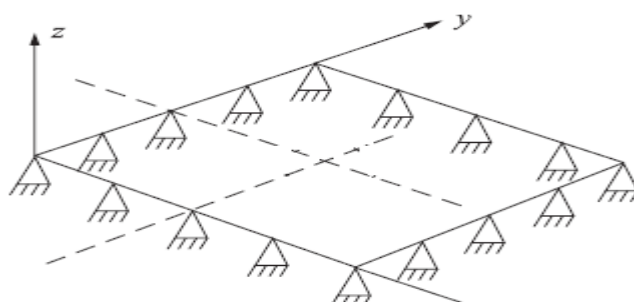
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۴۳	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۳۲/۵
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۰۶۴	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۰/۵
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۰۶۸	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۶/۷
تحلیل تئوری	۰/۰۰۶۳۷	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۰



شکل ۴-۱۱ خیز بدست آمده از روش آباکوس برای مثال (۱)

با توجه به جداول و پس از ارزیابی خیز در نقاط متفاوت، ملاحظه می‌شود، تابع شکل پیشنهادی بازای تعداد المان یکسان، نسبت به سایر روش‌ها، نتایج بهتری داده است.

**مثال (۲):** در این مثال یک ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه ساده که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۴-۱۲)، با استفاده از توابع شکل جدید مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه نتایج آن با نرم افزار آباکوس، توابع شکل زینکویچ و همچنین حل تئوری ورق‌ها مقایسه شده است (جداول ۴-۸، ۴-۹، ۴-۱۰ و ۴-۱۱). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۴-۷ نشان داده شده است [۵۵].



شکل ۴-۱۲ ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه ساده [۵۵]

جدول ۴-۷ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۲)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (توابع شکل جدید)	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته $\left(\frac{\text{پوند}}{\text{اینچ مربع}}\right)$	$30 \times 10^6$	$30 \times 10^6$	$30 \times 10^6$
ضخامت ورق (اینچ)	۰/۱	۰/۱	۰/۱
ابعاد ورق (اینچ)	۱۰×۱۰	۱۰×۱۰	۱۰×۱۰
ابعاد مش (اینچ)	۲/۵×۲/۵	۲/۵×۲/۵	۲/۵×۲/۵
بار گسترده $\left(\frac{\text{پوند}}{\text{اینچ مربع}}\right)$	۱	۱	۱

جدول ۴-۸ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۱۴۹	(۵ , ۵)	٪ ۱/۳۵
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۱۵۷	(۵ , ۵)	٪ ۶/۸
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۱۵۷	(۵ , ۵)	٪ ۶/۸
تحلیل تئوری	۰/۰۱۴۷	(۵ , ۵)	٪ ۰

جدول ۴-۹ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۲)

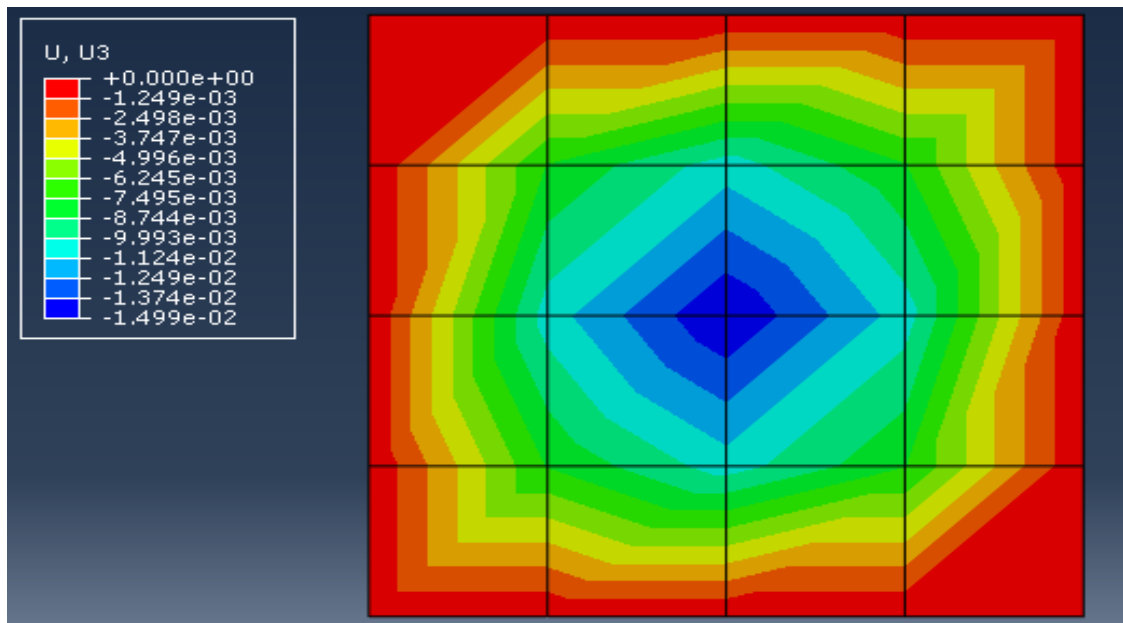
نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۷۶	(۷/۵ , ۲/۵)	٪ ۳
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۰۸۲	(۷/۵ , ۲/۵)	٪ ۴/۶
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۰۸۲	(۷/۵ , ۲/۵)	٪ ۴/۶
تحلیل تئوری	۰/۰۰۷۸۴	(۷/۵ , ۲/۵)	٪ ۰

جدول ۴-۱۰ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۱۰۶	(۷/۵ , ۵)	٪ ۰/۹۴
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۱۱۳	(۷/۵ , ۵)	٪ ۵/۶
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۱۱۳	(۷/۵ , ۵)	٪ ۵/۶
تحلیل تئوری	۰/۰۱۰۷	(۷/۵ , ۵)	٪ ۰

جدول ۴-۱۱ مقادیر خیز بدست آمده مسئله (۲)

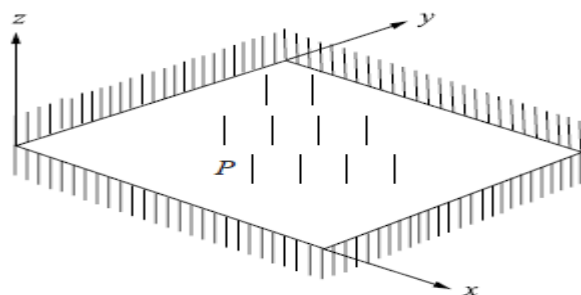
نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۷۶	(۲/۵ , ۲/۵)	٪ ۳
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۰۸۲	(۲/۵ , ۲/۵)	٪ ۴/۶
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۰۸۲	(۲/۵ , ۲/۵)	٪ ۴/۶
تحلیل تئوری	۰/۰۰۷۸۴	(۲/۵ , ۲/۵)	٪ ۰



شکل ۴-۱۳ خیز بدست آمده از روش آباکوس برای مثال (۲)

با توجه به مقادیر حاصل در جداول ملاحظه می‌شود توابع شکل پیشنهادی نتایج قابل قبولی را ارائه داده است ولی بخوبی مثال قبل با تکیه‌گاه گیردار نیست.

**مثال (۳):** در این مثال یک ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت قرار دارد (شکل ۴-۱۴)، با استفاده از توابع شکل جدید مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج با نرم افزار آباکوس، توابع شکل زینکویچ و همچنین حل تئوری ورق‌ها مقایسه شده است (جداول ۴-۱۳، ۴-۱۴، ۴-۱۵ و ۴-۱۶). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۴-۱۲ نشان داده شده است [۵۵].



شکل ۴-۱۴ ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه گیردار [۵۵]

جدول ۴-۱۲ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۳)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (توابع شکل جدید)	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته $\left(\frac{\text{پوند}}{\text{اینچ مربع}}\right)$	$3.0 \times 10^6$	$3.0 \times 10^6$	$3.0 \times 10^6$
ضخامت ورق (اینچ)	۰/۱	۰/۱	۰/۱
ابعاد ورق (اینچ)	۲۰×۲۰	۲۰×۲۰	۲۰×۲۰
ابعاد مش (اینچ)	۴×۴	۴×۴	۴×۴
بار گسترده $\left(\frac{\text{پوند}}{\text{اینچ مربع}}\right)$	۱	۱	۱

جدول ۴-۱۳ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۳)

نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۶۳۳	(۸, ۸)	٪ ۱۳
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۶۶۸	(۸, ۸)	٪ ۸/۸
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۶۸۶	(۸, ۸)	٪ ۶/۵
تحلیل تئوری	۰/۰۷۳۳۹	(۸, ۸)	٪ ۰

جدول ۴-۱۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۳)

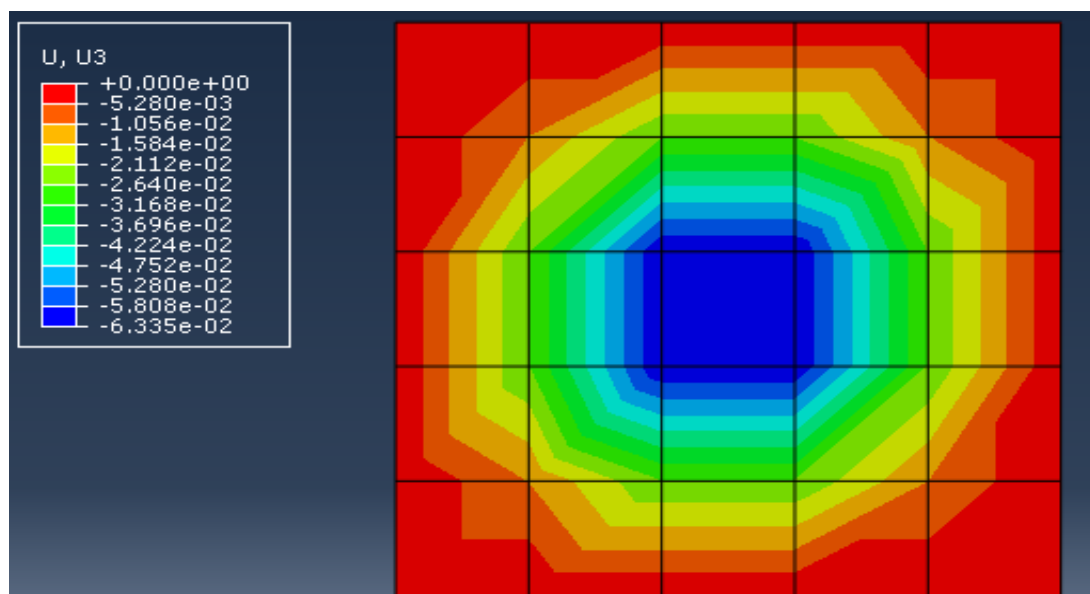
نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۱۰۶	(۱۶, ۴)	٪ ۲۹/۳۳
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۱۵	(۱۶, ۴)	٪ ۱/۳
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۱۶	(۱۶, ۴)	٪ ۶/۶
تحلیل تئوری	۰/۰۱۵۲	(۱۶, ۴)	٪ ۰

جدول ۴-۱۵ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۳)

مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (اینچ)	نوع روش
٪ ۱۵/۲۵	(۱۶ , ۸)	۰/۰۲۶۱	مدل آباکوس
٪ ۲/۹	(۱۶ , ۸)	۰/۰۳۱۷	کد متلب (توابع شکل جدید)
٪ ۷/۱	(۱۶ , ۸)	۰/۰۳۳	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
٪ ۰	(۱۶ , ۸)	۰/۰۳۰۸	تحلیل تئوری

جدول ۴-۱۶ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۳)

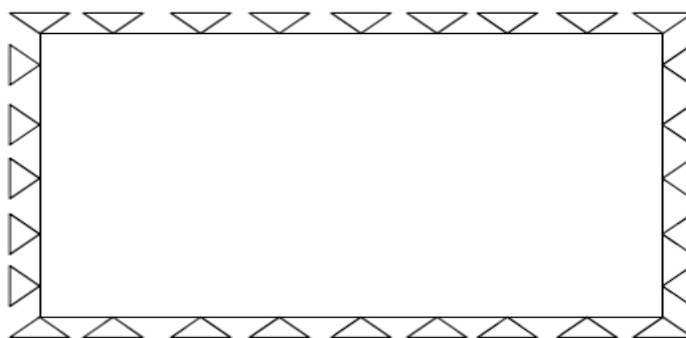
مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (اینچ)	نوع روش
٪ ۱۵/۲۵	(۴ , ۸)	۰/۰۲۶۱	مدل آباکوس
٪ ۲/۹	(۴ , ۸)	۰/۰۳۱۶	کد متلب (توابع شکل جدید)
٪ ۷/۱	(۴ , ۸)	۰/۰۳۳	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
٪ ۰	(۴ , ۸)	۰/۰۳۰۸	تحلیل تئوری



شکل ۴-۱۵ خیز بدست آمده از روش آباکوس برای مثال (۳)

در این مثال نیز ملاحظه می‌شود نتایج حاصل از تابع شکل پیشنهادی از دقت خوبی برخوردار است.

**مثال (۴):** در این مثال یک ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه ساده که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۴-۱۶). با استفاده از توابع شکل جدید مورد بررسی قرار داده شده است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس، توابع شکل زینکویچ و همچنین حل تئوری ورق‌ها مقایسه شده است (جدول ۴-۱۸، ۴-۱۹، ۴-۲۰ و ۴-۲۱). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۴-۱۷ نشان داده شده است [۵۴].



شکل ۴-۱۶ ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه ساده [۵۴]

جدول ۴-۱۷ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۴)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (توابع شکل جدید)	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته (کیلوگرم / مترمربع)	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵
ابعاد ورق (متر)	۳ × ۲	۳ × ۲	۳ × ۲
ابعاد مش (متر)	۰/۷۵ × ۰/۵	۰/۷۵ × ۰/۵	۰/۷۵ × ۰/۵
بار گسترده (کیلوگرم / مترمربع)	$14 \times 10^4$	$14 \times 10^4$	$14 \times 10^4$



جدول ۴-۱۸ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۴)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۵۸	(۱/۵ , ۱)	٪ ۰/۲
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۶۱۴	(۱/۵ , ۱)	٪ ۶/۴
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۶۱۶	(۱/۵ , ۱)	٪ ۶/۹
تحلیل تئوری	۰/۰۵۷۶	(۱/۵ , ۱)	٪ ۰

جدول ۴-۱۹ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۴)

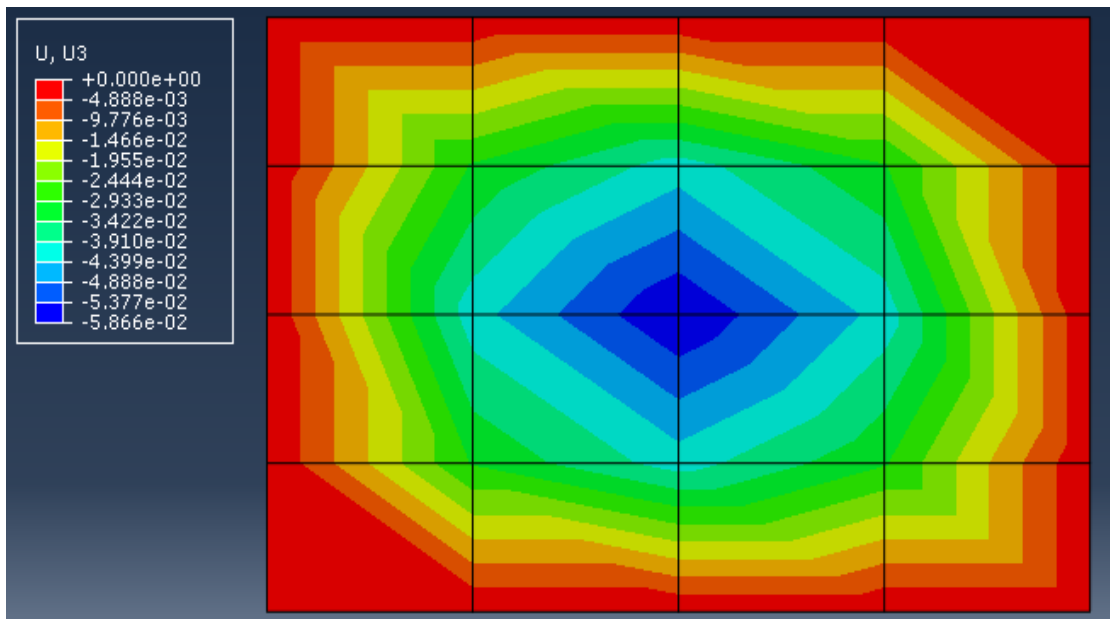
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۹۹	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۳۲۷	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۳۲۹	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۵/۱
تحلیل تئوری	۰/۰۳۱۳	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۰

جدول ۴-۲۰ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۴)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۹۹	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۳۲۷	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۳۲۹	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۵/۱
تحلیل تئوری	۰/۰۳۱۳	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۰

جدول ۴-۲۱ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۴)

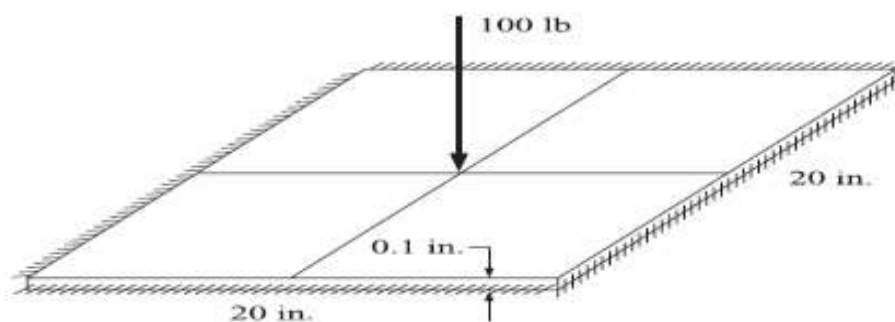
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۹۹	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۳۲۷	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۳۲۹	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۵/۱
تحلیل تئوری	۰/۰۳۱۳	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۰



شکل ۴-۱۷ خیز بدست آمده از روش آباکوس برای مثال (۴)

مجددا نتایج حاصل مؤید مقادیر قابل قبول برای تابع شکل پیشنهادی است.

**مثال (۵):** در این مثال یک ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار متمرکز قرار گرفته است (شکل ۴-۱۸). با استفاده از توابع شکل جدید مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس، توابع شکل زینکویچ و همچنین حل تئوری ورق‌ها مقایسه شده است (جداول ۴-۲۳، ۴-۲۴، ۴-۲۵ و ۴-۲۶). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۴-۲۲ نشان داده شده است [۵۵].



شکل ۴-۱۸ ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه گیردار [۵۵]

جدول ۲۲-۴ مشخصات هندسی و مکانیکی برای مثال (۵)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (توابع شکل جدید)	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته $\left(\frac{\text{پوند}}{\text{اینچ مربع}}\right)$	$۳۰ \times ۱۰^۶$	$۳۰ \times ۱۰^۶$	$۳۰ \times ۱۰^۶$
ضخامت ورق (اینچ)	۰/۱	۰/۱	۰/۱
ابعاد ورق (اینچ)	۲۰×۲۰	۲۰×۲۰	۲۰×۲۰
ابعاد مش (اینچ)	۵×۵	۵×۵	۵×۵
بار متمرکز (پوند)	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰

جدول ۲۳-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۵)

نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۷۵۵	(۱۰ , ۱۰)	٪ ۷/۳
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۸۵۵	(۱۰ , ۱۰)	٪ ۵
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۸۹۳	(۱۰ , ۱۰)	٪ ۵/۹
تحلیل تئوری	۰/۰۸۱۵	(۱۰ , ۱۰)	٪ ۰

جدول ۲۴-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۵)

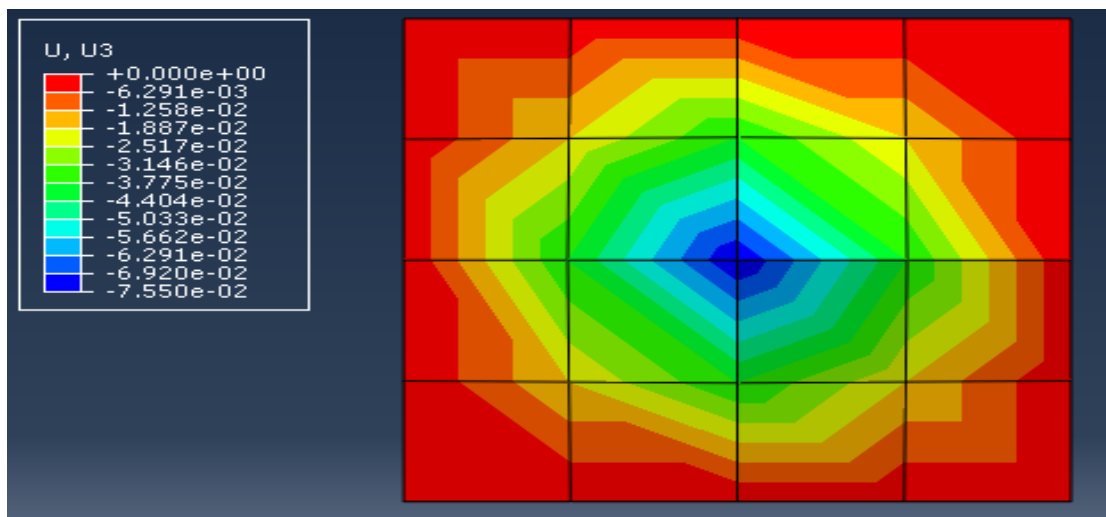
نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۱۸۸	(۱۵ , ۵)	٪ ۵/۶
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۱۹۴	(۱۵ , ۵)	٪ ۸/۹
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۲	(۱۵ , ۵)	٪ ۱۲/۳۶
تحلیل تئوری	۰/۰۱۷۸	(۱۵ , ۵)	٪ ۰

جدول ۲۵-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۵)

نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۳۷۷	(۱۵ , ۱۰)	٪ ۵
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۳۸۳	(۱۵ , ۱۰)	٪ ۶/۷
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۳۹۳	(۵/۱ , ۱۰)	٪ ۹/۵
تحلیل تئوری	۰/۰۳۵۹	(۱۵ , ۱۰)	٪ ۰

جدول ۴-۲۶ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۵)

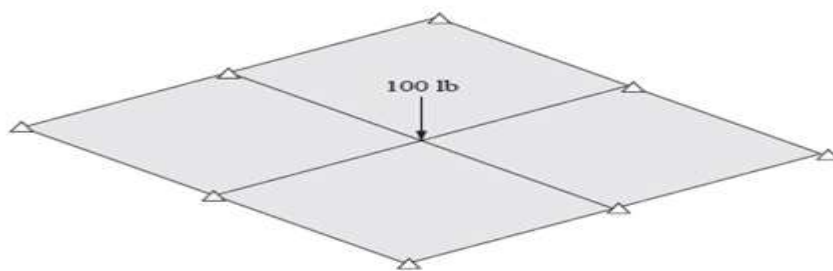
نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۱۸۸	(۱۵, ۱۵)	٪ ۵/۶
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۱۹۴	(۱۵, ۱۵)	٪ ۸/۹
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۲	(۱۵, ۱۵)	٪ ۱۲/۳۶
تحلیل تئوری	۰/۰۱۷۸	(۱۵, ۱۵)	٪ ۰



شکل ۴-۱۹ خیز بدست آمده از روش آباکوس مثال (۵)

در این مثال نیز ملاحظه می‌شود با تغییر الگوی بارگذاری، نتایج حاصل برای تابع شکل پیشنهادی قابل قبول می‌باشد. لذا می‌توان انتظار داشت با این روش قادر باشیم توابع شکل ورق‌های موجدار را تقریب بزنیم.

**مثال (۶):** در این مثال یک ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه ساده که تحت بار متمرکز قرار گرفته است (شکل ۴-۲۰)، را با استفاده از توابع شکل جدید مورد بررسی قرار می‌دهیم. سپس نتایج آن را با نرم افزار آباکوس، توابع شکل زینکویچ و همچنین حل تحلیلی ورق‌ها مقایسه می‌کنیم (جداول ۴-۲۸، ۴-۲۹، ۴-۳۰ و ۴-۳۱). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۴-۲۷ نشان داده شده است [۵۵].



شکل ۴-۲۰ ورق صاف مربعی با تکیه‌گاه ساده [۵۵]

جدول ۴-۲۷ مشخصات هندسی و مکانیکی مثال (۶)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (توابع شکل جدید)	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته $\left(\frac{\text{پوند}}{\text{اینچ مربع}}\right)$	$30 \times 10^6$	$30 \times 10^6$	$30 \times 10^6$
ضخامت ورق (اینچ)	۰/۱	۰/۱	۰/۱
ابعاد ورق (اینچ)	۲۰×۲۰	۲۰×۲۰	۲۰×۲۰
ابعاد مش (اینچ)	۵×۵	۵×۵	۵×۵
بار متمرکز (پوند)	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰

جدول ۴-۲۸ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۶)

نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۱۷۶	(۱۰ , ۱۰)	٪ ۴/۱
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۱۷۶	(۱۰ , ۱۰)	٪ ۴/۱
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۱۷۹	(۱۰ , ۱۰)	٪ ۵/۹
تحلیل تئوری	۰/۱۶۹	(۱۰ , ۱۰)	٪ ۰

جدول ۲۹-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۶)

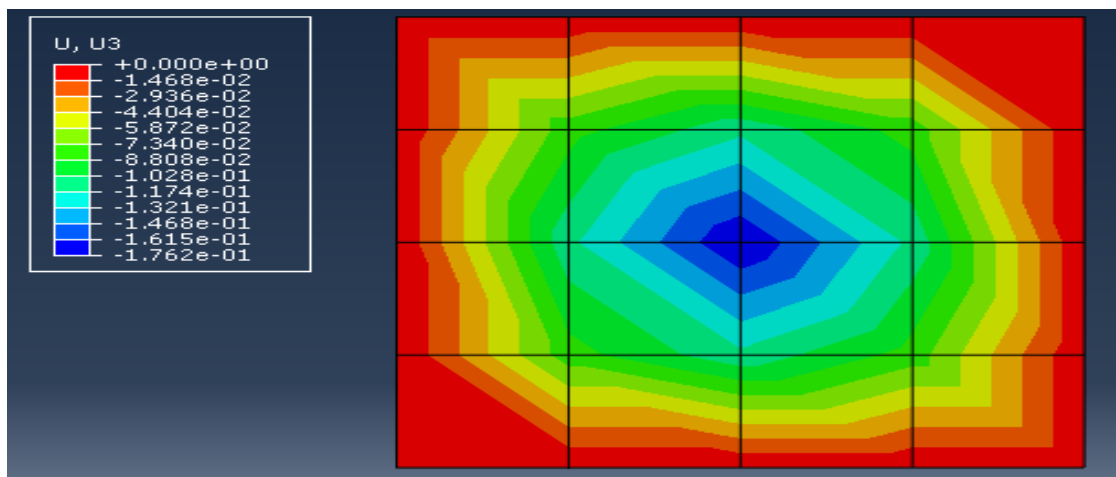
نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۸۱۷	(۱۵ , ۵)	٪ ۱۷
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۷۴۴	(۱۵ , ۵)	٪ ۷
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۷۴۳	(۱۵ , ۵)	٪ ۷
تحلیل تئوری	۰/۰۶۹۴	(۱۵ , ۵)	٪ ۰

جدول ۳۰-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۶)

نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۱۱۳	(۱۵ , ۱۰)	٪ ۸/۶
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۱۰۹	(۱۵ , ۱۰)	٪ ۴/۸
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۱۱۰	(۱۵ , ۱۰)	٪ ۵/۷
تحلیل تئوری	۰/۱۰۴	(۱۵ , ۱۰)	٪ ۰

جدول ۳۱-۴ مقادیر خیز بدست آمده مثال (۶)

نوع روش	مقدار خیز (اینچ)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۸۱۷	(۱۵ , ۱۵)	٪ ۱۷
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۷۴۴	(۱۵ , ۱۵)	٪ ۷
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۷۴۳	(۱۵ , ۱۵)	٪ ۷
تحلیل تئوری	۰/۰۶۹۴	(۱۵ , ۱۵)	٪ ۰



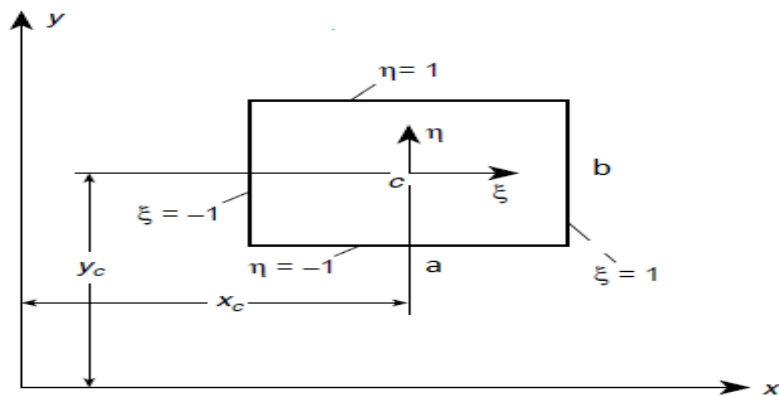
شکل ۴-۲۱ خیز بدست آمده از روش آباکوس مثال (۶)

#### ۴-۷- توابع شکل مستطیلی

نتایج مثال‌ها نشان می‌دهد که روش برازش منحنی با دقت نسبتاً خوبی برای ورق‌های صاف مورد قبول می‌باشد. از طرفی توابع شکل جدید براساس یک ورق مربعی بدست آمده و امکان دارد حل مثال‌ها با این توابع شکل برای ورق‌های مستطیلی با مقداری خطا همراه باشد، به همین دلیل سعی شده است در این پایان نامه توابع شکل برای ورق‌های مستطیلی نیز مورد بررسی قرار گیرد. با استفاده از روش برازش منحنی، توابع شکل مستطیلی را بدست می‌آوریم و نتایج آن را با توابع شکل زینکویچ، تحلیل دقیق ورق‌ها، توابع شکل جدید (المان مربعی) و نرم افزار آباکوس مقایسه می‌کنیم. روش کار مشابه با آنچه که قبلاً در بخش ۴-۲-۱ گفته شد می‌باشد با این تفاوت که تابع تغییر مکان به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7x^4y + a_8xy^4 + a_9x^3 + a_{10}y^3 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3 \quad 47-4$$

در نتیجه توابع شکل در مختصات محلی برای جز نشان داده شده در شکل ۴-۱۵ به صورت زیر می‌باشد:



شکل ۴-۲۲ یک جزء المان مستطیلی در مختصات محلی [۵۸]

$$N1 = -\frac{1}{8}(\zeta - 1)(\eta - 1)(\zeta^2 + \zeta + \eta^2 + \eta - 2)$$

$$N2 = \frac{1}{16}(\eta + 1)(\eta - 1)^2(\zeta\eta - \zeta + 2)$$

$$N3 = \frac{1}{16}(\zeta + 1)(\zeta - 1)^2(\zeta\eta - \eta + 2)$$

$$N4 = \frac{1}{8}(\zeta + 1)(\eta - 1)(\zeta^2 - \zeta + \eta^2 + \eta - 2)$$

$$N5 = -\frac{1}{16}(\eta + 1)(\eta - 1)^2(\zeta\eta - \zeta - 2)$$

$$N6 = -\frac{1}{16}(\zeta - 1)(\zeta + 1)^2(\zeta\eta + \eta - 2)$$

$$N7 = -\frac{1}{8}(\zeta + 1)(\eta + 1)(\zeta^2 - \zeta + \eta^2 - \eta - 2)$$

$$N8 = \frac{1}{16}(\eta - 1)(\eta + 1)^2(\zeta\eta + \zeta + 2)$$

$$N9 = \frac{1}{16}(\zeta - 1)(\zeta + 1)^2(\zeta\eta + \eta - 2)$$

$$N10 = \frac{1}{8}(\zeta - 1)(\eta + 1)(\zeta^2 + \zeta + \eta^2 - \eta - 2)$$

$$N11 = -\frac{1}{16}(\eta - 1)(\eta + 1)^2(\zeta\eta + \zeta - 2)$$

$$N12 = -\frac{1}{16}(\zeta + 1)(\zeta - 1)^2(\zeta\eta - \eta - 2)$$

که در آن:

$$\zeta = \frac{x-x_c}{a}$$

$$\eta = \frac{y-y_c}{b}$$

۴۸-۴



#### ۴-۷-۱ مثال‌های عددی و مقایسه نتایج

**مثال (۱):** در این مثال یک ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۴-۱۶)، را با استفاده از توابع شکل جدید مستطیلی مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس، توابع شکل زینکویچ، توابع شکل جدید حالت مربعی و همچنین حل دقیق تئوری ورق‌ها مقایسه شده است (جدول ۴-۳۳، ۴-۴۳، ۴-۳۵ و ۴-۳۶). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۴-۳۲ نشان داده شده است [۵۴].



شکل ۴-۳۳ ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه گیردار [۵۴]

جدول ۴-۳۲ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق مستطیلی مثال (۱)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (توابع شکل جدید)	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵
ابعاد ورق (متر)	۳ × ۲	۳ × ۲	۳ × ۲
ابعاد مش (متر)	۰/۷۵ × ۰/۵	۰/۷۵ × ۰/۵	۰/۷۵ × ۰/۵
بار گسترده ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$14 \times 10^4$	$14 \times 10^4$	$14 \times 10^4$

جدول ۳۳-۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۱۶۹	(۱/۵ , ۱)	٪ ۳/۷
کد متلب (توابع شکل جدید)	۰/۰۱۷۵	(۱/۵ , ۱)	٪ ۳/۷
کد متلب (توابع شکل مستطیلی)	۰/۰۱۷	(۱/۵ , ۱)	٪ ۴/۳
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۱۸۱	(۱/۵ , ۱)	٪ ۱۱
تحلیل تئوری	۰/۰۱۶۳	(۱/۵ , ۱)	٪ ۰

جدول ۳۴-۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۴۳	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۳۲/۵٪
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مربعی)	۰/۰۰۶۴	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۰/۵
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مستطیلی)	۰/۰۰۶۳۴	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۰/۴
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۰۶۸	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۶/۷
تحلیل تئوری	۰/۰۰۶۳۷	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۰

جدول ۳۵-۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱)

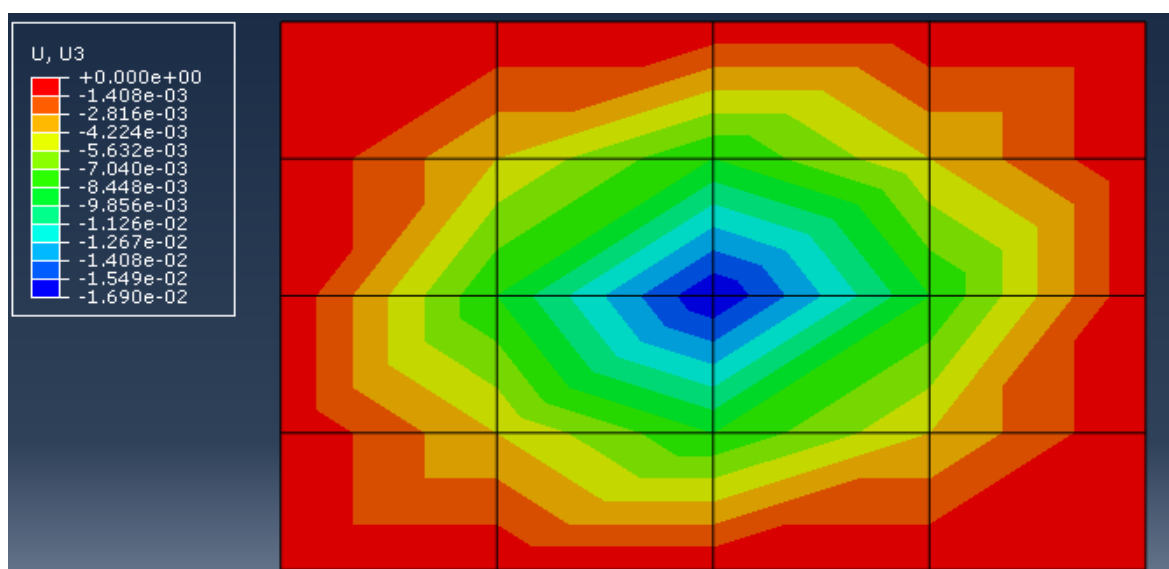
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۸۹	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۱۸/۳
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مربعی)	۰/۰۱۱۴	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۴/۶
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مستطیلی)	۰/۰۱۱۳	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۳/۶
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۱۱۸	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۸/۲۵
تحلیل تئوری	۰/۰۱۰۹	(۲/۲۵ , ۱)	٪ ۰

جدول ۴-۳۶ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱)

مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۳۲/۵٪	(۰/۷۵ , ۱/۵)	۰/۰۰۴۳	مدل آباکوس
٪ ۰/۱۵	(۰/۷۵ , ۱/۵)	۰/۰۰۶۴	کد متلب (توابع شکل جدید حالت مربعی)
٪ ۰/۱۴	(۰/۷۵ , ۱/۵)	۰/۰۰۶۳۴	کد متلب (توابع شکل جدید حالت مستطیلی)
٪ ۶/۷	(۰/۷۵ , ۱/۵)	۰/۰۰۶۸	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
٪ ۰	(۰/۷۵ , ۱/۵)	۰/۰۰۶۳۷	تحلیل تئوری

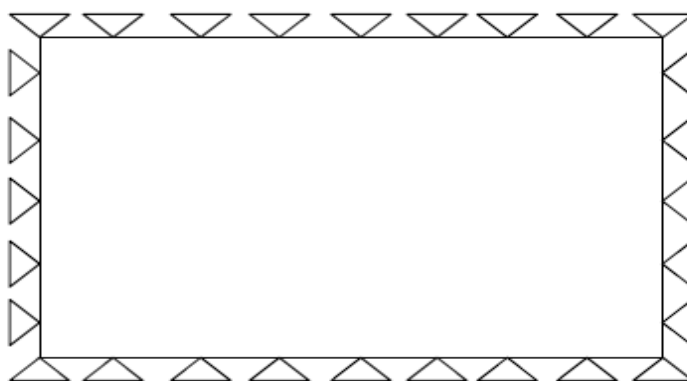
جدول ۴-۳۷ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۱)

مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۳۲/۵٪	(۰/۷۵ , ۰/۵)	۰/۰۰۴۳	مدل آباکوس
٪ ۰/۱۵	(۰/۷۵ , ۰/۵)	۰/۰۰۶۵	کد متلب (توابع شکل جدید حالت مربعی)
٪ ۰/۱۴	(۰/۷۵ , ۰/۵)	۰/۰۰۶۶	کد متلب (توابع شکل جدید حالت مستطیلی)
٪ ۶/۷	(۰/۷۵ , ۰/۵)	۰/۰۰۶۸	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
٪ ۰	(۰/۷۵ , ۰/۵)	۰/۰۰۶۳۷	تحلیل تئوری



شکل ۴-۲۴ خیز بدست آمده از روش آباکوس ورق مستطیلی مثال (۱)

**مثال (۲):** در این مثال یک ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه ساده که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۴-۱۸)، با استفاده از توابع شکل جدید حالت مستطیلی مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس، توابع شکل زینکویچ، توابع شکل حالت مربعی و همچنین حل تئوری ورق‌ها مقایسه شده است (جدول ۴-۳۹، ۴-۴۰، ۴-۴۱ و ۴-۴۲). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۴-۳۸ نشان داده شده است [۵۴].



شکل ۴-۲۵ ورق صاف مستطیلی با تکیه‌گاه ساده [۵۴]

جدول ۴-۳۸ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق مستطیلی مثال (۲)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (توابع شکل جدید)	کد متلب (توابع شکل زینکویچ)
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$۲۱۰ \times ۱۰^۹$	$۲۱۰ \times ۱۰^۹$	$۲۱۰ \times ۱۰^۹$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵
ابعاد ورق (متر)	۳ × ۲	۳ × ۲	۳ × ۲
ابعاد مش (متر)	۰/۷۵ × ۰/۵	۰/۷۵ × ۰/۵	۰/۷۵ × ۰/۵
بار گسترده ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$۱۴ \times ۱۰^۴$	$۱۴ \times ۱۰^۴$	$۱۴ \times ۱۰^۴$

جدول ۴-۳۹ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۵۸	(۱/۵ , ۱)	٪ ۲
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مربعی)	۰/۰۶۱۴	(۱/۵ , ۱)	٪ ۶/۴
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مستطیلی)	۰/۰۵۹۶	(۱/۵ , ۱)	٪ ۳/۴
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۶۱۶	(۱/۵ , ۱)	٪ ۶/۹
تحلیل تئوری	۰/۰۵۷۶	(۱/۵ , ۱)	٪ ۰

جدول ۴-۴۰ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۲)

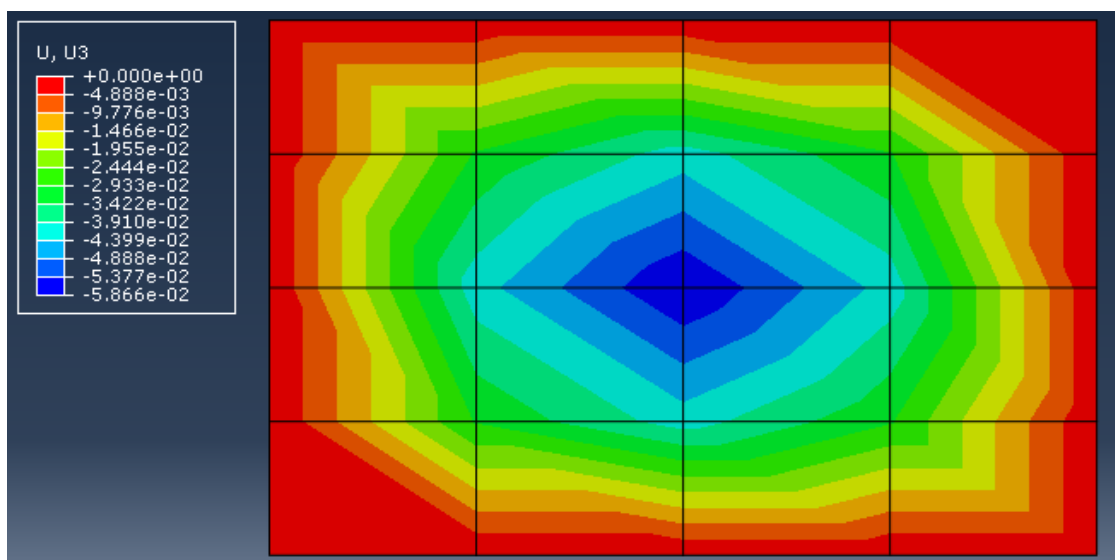
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۹۹	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مربعی)	۰/۰۳۲۷	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مستطیلی)	۰/۰۳۱۷	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۱/۲
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۳۲۹	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۵/۱
تحلیل تئوری	۰/۰۳۱۳	(۲/۲۵ , ۰/۵)	٪ ۰

جدول ۴-۴۱ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۹۹	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مربعی)	۰/۰۳۲۷	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مستطیلی)	۰/۰۳۱۷	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۱/۲
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۳۲۹	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۵/۱
تحلیل تئوری	۰/۰۳۱۳	(۰/۷۵ , ۰/۵)	٪ ۰

جدول ۴-۴۲ مقادیر خیز بدست آمده ورق مستطیلی مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۹۹	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مربعی)	۰/۰۳۲۷	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۴/۴
کد متلب (توابع شکل جدید حالت مستطیلی)	۰/۰۳۱۷	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۱/۲
کد متلب (توابع شکل زینکویچ)	۰/۰۳۲۹	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۵/۱
تحلیل تئوری	۰/۰۳۱۳	(۰/۷۵ , ۱/۵)	٪ ۰



شکل ۴-۲۶ خیز بدست آمده ورق مستطیلی از روش آباکوس مثال (۲)

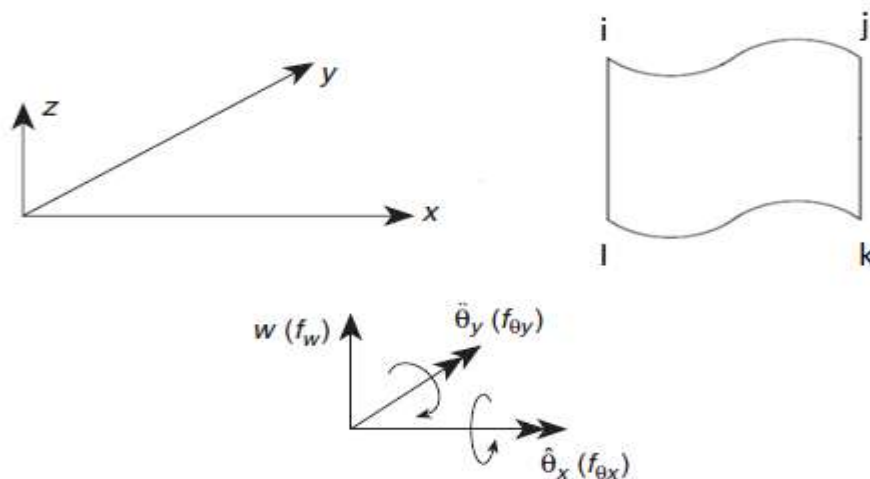
با بررسی نتایج مثال‌ها به این نتیجه می‌رسیم که اصلاح و تطابق تابع شکل با نوع مسئله توسط روش برازش منحنی منجر به بهبود نتایج می‌شود. در نتیجه می‌توان گفت علاوه بر اینکه این روش می‌تواند برای ورق‌های موجدار به کار گرفته شود، می‌تواند به عنوان یک روش تطابقی در نرم افزارها به کار گرفته شود و توابع شکل در خلال تحلیل بروز رسانی شود و نیاز به مش‌بندی مجدد و ریز کردن مش‌ها برطرف شود.

## فصل ۵- نحوه بدست آوردن توابع شکل برای ورق‌های

موجدار

با توجه به اینکه روش برازش منحنی جهت کسب توابع شکل برای ورق‌های صاف مورد قبول واقع شد، از این روش برای تعیین توابع شکل ورق موجدار نیز استفاده می‌شود. روش کار همانند ورق صاف است. در ابتدا یک المان موجدار (شکل ۵-۱) با چهار گره که هر گره دارای ۳ درجه آزادی شامل: خیز  $(w)$ ، دوران حول محور  $x$   $(\theta_x)$  و دوران حول محور  $y$   $(\theta_y)$  است را در آباکوس مدل می‌کنیم. مشخصات هندسی، خصوصیات مواد و نوع و تعداد مش آن در جدول ۴-۱ نشان داده شده است. برای بدست آوردن تابع شکل به عنوان مثال تابع شکل خیز در گره  $i$ ، ابتدا در سه گره دیگر خیز و همچنین دوران حول محورهای  $x$  و  $y$  در هر چهار گره را برابر صفر قرار می‌دهیم و در گره  $i$  خیز واحد وارد می‌کنیم، سپس مدل مورد نظر مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. مختصات شکل تغییر یافته‌ی همه گره‌های این مدل را از آباکوس استخراج و به داخل نرم افزار متلب می‌بریم و با استفاده از دستوره‌ای موجود در متلب بهترین منحنی که از این نقاط عبور می‌کند را برازش می‌کنیم و در نهایت تابع منحنی برازش شده را به صورت یک چند جمله‌ای استخراج می‌کنیم و چند جمله‌ای بدست آمده تابع شکل خیز گره  $i$  برای ورق صاف می‌باشد. این کار را برای سایر گره‌ها و درجات آزادی دیگر انجام می‌دهیم و بدین ترتیب برای هر چهار گره توابع شکل را بدست می‌آوریم که در مجموع ۱۲ تابع شکل بدست می‌آید.





شکل ۵-۱ یک جزء المان موجدار همراه با درجات آزادی

با داشتن توابع شکل بدست آمده می‌توانیم میدان تغییر مکان را نیز بدست آوریم. با داشتن تابع تغییر مکان می‌توانیم توابع شکل بدست آمده را اصلاح کنیم.

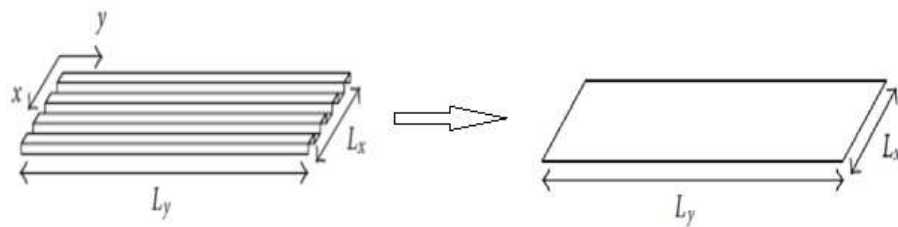
مهمترین نکته در این فصل این است که، در روش برازش منحنی برای ورق‌های موجدار، با تغییر هندسه موج، نوع بارگذاری، تعداد دوره تناوب و شرایط تکیه‌گاهی توابع شکل نیز تغییر می‌کند. برای برطرف کردن این عیب دو روش پیشنهاد می‌شود که در ادامه هر کدام از روش‌ها توضیح داده می‌شود.

## ۵-۲- روش پیشنهادی اول

در این روش ابتدا یک ورق موجدار با هندسه، شرایط تکیه‌گاهی و بار دلخواه را در آباکوس مدل می‌کنیم و سپس با استفاده از روش برازش منحنی، بهترین منحنی تغییر شکل یافته این ورق موجدار را بدست می‌آوریم و با انجام یکسری اصلاحات بر روی این منحنی تغییر شکل، یک تابع تغییر مکان (همانند تابع تغییر مکان زینکویچ برای ورق‌های صاف)، برای ورق‌های موجدار بدست می‌آوریم و سپس با استفاده از همین تابع تغییر مکان، ورق‌های موجدار را همانند ورق‌های صاف مورد بررسی قرار می‌دهیم. یعنی به جای اینکه یک ورق موجدار را مدل کنیم، یک ورق صاف را با تابع تغییر مکانی

که شامل خصوصیات هندسه ورق موجدار و از طریق برآزش منحنی بدست آمده است را مدل می‌کنیم (شکل ۲-۵).

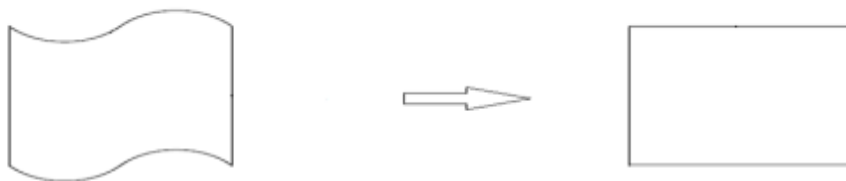
چشم انداز این روش پیشنهادی، کاهش زمان اجرای کامپیوتر بر روی یک ورق صاف معادل در مسائلی از قبیل بهینه یابی ضخامت ورق است که تعداد دفعات تحلیل متعدد را طلب می‌کند.



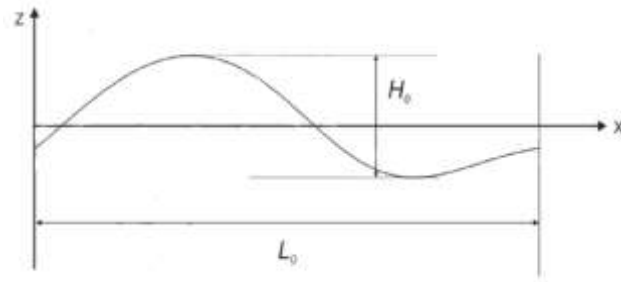
شکل ۲-۵ استفاده از ورق صاف معادل جایگزین ورق موجدار [۹]

تابع تغییر مکان پیشنهادی برای ورق‌های موجدار که شامل خصوصیات هندسی ورق موجدار است به صورت معادله ۱-۵ ارزیابی می‌شود:

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2y^2 + a_5x^3 + a_6y^3 + a_7x^4y + a_8xy^4 + a_9x^4 + a_{10}y^4 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3 \quad 1-5$$



شکل ۳-۵ المان صاف جایگزین المان موجدار

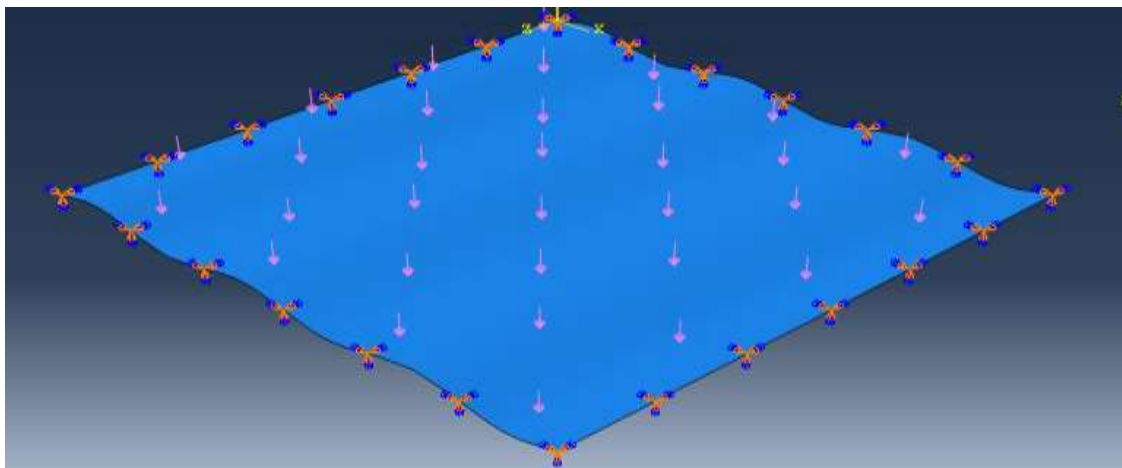


شکل ۴-۵ مشخصات هندسه ورق موجدار برای یک دوره تناوب [۵۶]

در تمامی مثال‌ها منظور از تحلیل نسبتاً دقیق، مدل کردن مسئله با مش‌بندی بسیار ریز با استفاده از المان پوسته (shell) در نرم‌افزار آباکوس می‌باشد.

### ۵-۳-۱ مثال‌های عددی و مقایسه نتایج

**مثال (۱):** در این مثال یک ورق موجدار با ابعاد  $6 \times 6$  با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت قرار دارد (شکل ۵-۵)، را با استفاده از تابع تغییر مکان جدید (معادله ۵-۱) مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه نتایج آن با نرم‌افزار آباکوس مقایسه شده است (جدول ۵-۲، ۵-۳، ۵-۴، ۵-۵). مشخصات موج مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم‌افزار آباکوس و متلب در جدول ۵-۱ نشان داده شده است.



شکل ۵-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار

جدول ۱-۵ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۱)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتا دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته $\left(\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}\right)$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۹	۰/۰۰۹	۰/۰۰۹
ابعاد ورق (متر)	۶ × ۶	۶ × ۶	۶ × ۶
ابعاد مش (متر)	۰/۵ × ۰/۵	۲ × ۲	۰/۰۲ × ۰/۰۲
$H_0$ (متر)	۰/۲	۰/۲	۰/۲
$L_0$ (متر)	۲	۲	۲
تعداد دوره تناوب	۳	۳	۳
بار گسترده $\left(\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}\right)$	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰

جدول ۲-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۲۵	(۲, ۲)	٪ ۲۹/۶
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۱۵۳۷	(۲, ۲)	٪ ۱۱
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۱۷۳۶	(۲, ۲)	٪ ۰

جدول ۳-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱)

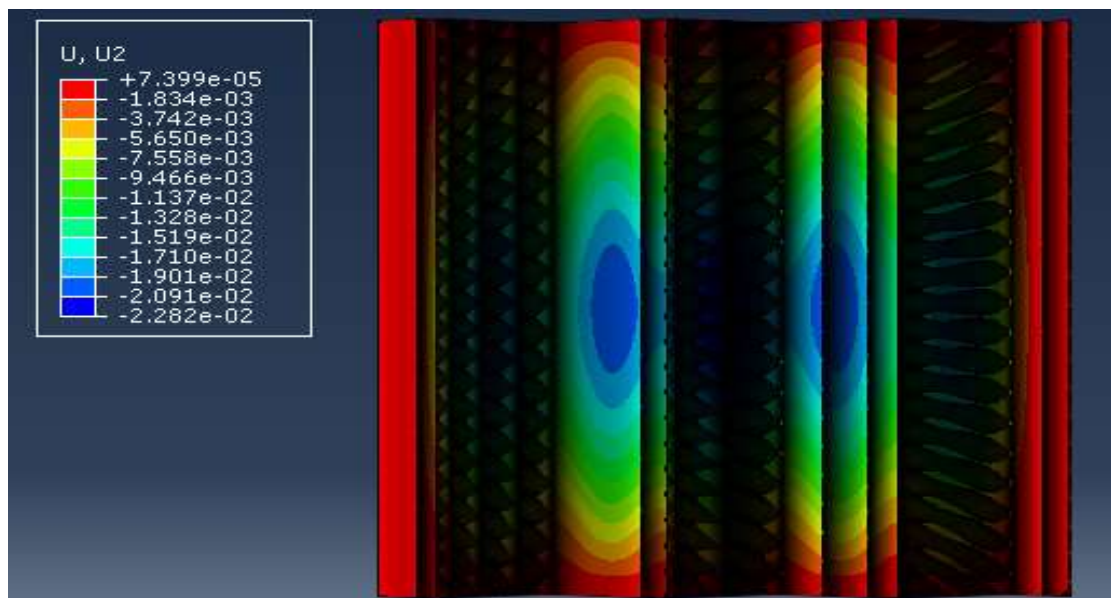
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۲۶	(۴, ۲)	٪ ۳۰
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۱۶	(۴, ۲)	٪ ۷/۵٪
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۱۷۳	(۴, ۲)	٪ ۰

جدول ۴-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱)

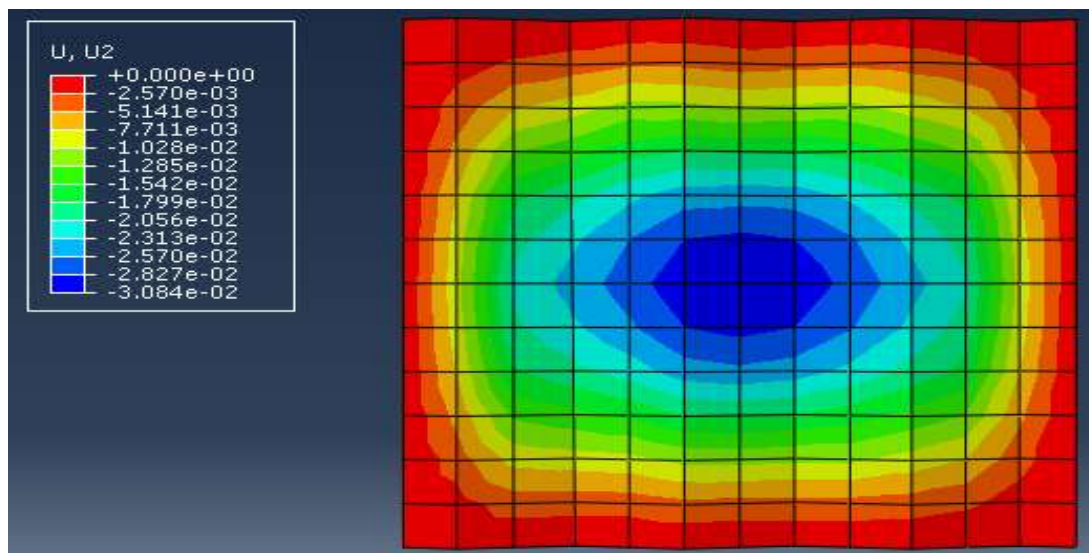
مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۲۵/۴۵	(۲, ۴)	۰/۰۲۱۷	مدل آباکوس
٪ ۱۰	(۲, ۴)	۰/۰۱۵۵	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)
٪ ۰	(۲, ۴)	۰/۰۱۷۳۴	تحلیل نسبتا دقیق

جدول ۵-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱)

مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۲۸	(۴, ۴)	۰/۰۲۲۴	مدل آباکوس
٪ ۱۳	(۴, ۴)	۰/۰۱۵	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)
٪ ۰	(۴, ۴)	۰/۰۱۷۳	تحلیل نسبتا دقیق



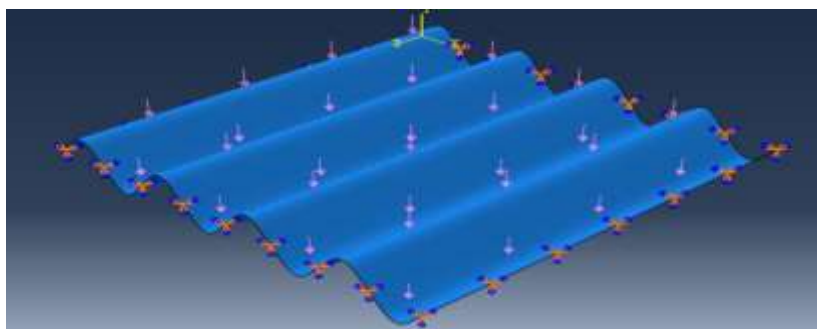
شکل ۶-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۱)



شکل ۷-۵ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۱)

با توجه به نتایج ملاحظه می‌شود که با استفاده از توابع جابه‌جایی جدید (برای ورق صاف معادل) و با سائز مش‌بندی درشت‌تر نسبت به آباکوس که خود موج نیز مدل شده است، نتایج خوبی حاصل شده است. ضمن اینکه با مدل‌سازی ورق صاف، زمان مدل‌سازی و زمان اجرای کامپیوتر نیز تقلیل یافته است.

**مثال (۲):** در این مثال یک ورق موجدار با ابعاد  $1/2 \times 1/2$  با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۸-۵)، با استفاده از تابع تغییر مکان جدید (معادله ۱-۵) مورد بررسی قرار گرفته است و سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس مقایسه شده است (جداول ۷-۵، ۸-۵، ۹-۵ و ۱۰-۵). مشخصات موج مصالح و ابعاد مش برای مدل‌سازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۶-۵ نشان داده شده است.



شکل ۸-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار

جدول ۶-۵ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۲)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتاً دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
ابعاد ورق (متر)	۱/۲×۱/۲	۱/۲×۱/۲	۱/۲×۱/۲
ابعاد مش (متر)	۰/۵ × ۰/۰۳۷۵	۰/۱۵ × ۰/۱۵	۰/۰۰۵ × ۰/۰۰۵
$H_0$ (متر)	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱۵
$L_0$ (متر)	۰/۳	۰/۳	۰/۳
تعداد دوره تناوب	۴	۴	۴
بار گسترده ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰

جدول ۷-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	$1/0.49 \times 10^{-4}$	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۱۱
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	$1/11 \times 10^{-4}$	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۱/۵
تحلیل نسبتاً دقیق	$1/128 \times 10^{-4}$	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۰

جدول ۵-۸ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	$0.157 \times 10^{-4}$	(۰/۳ , ۰/۳)	% ۴۲
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	$0.1623 \times 10^{-4}$	(۰/۳ , ۰/۳)	% ۷/۴
تحلیل نسبتا دقیق	$0.1673 \times 10^{-4}$	(۰/۳ , ۰/۳)	% ۰

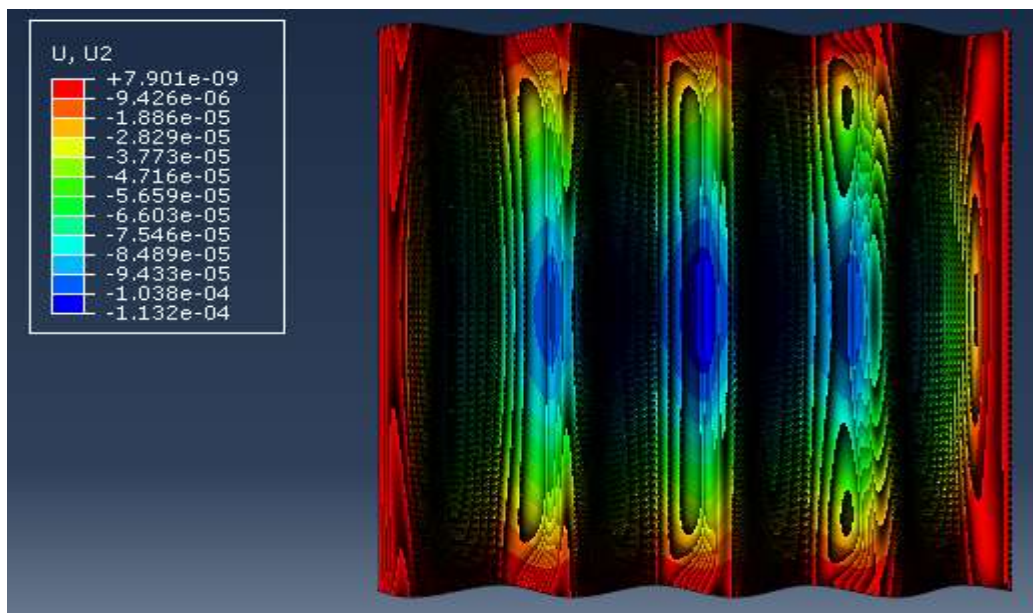
جدول ۵-۹ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	$0.157 \times 10^{-4}$	(۰/۳ , ۰/۹)	% ۴۲
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	$0.1623 \times 10^{-4}$	(۰/۳ , ۰/۹)	% ۷/۴
تحلیل نسبتا دقیق	$0.1673 \times 10^{-4}$	(۰/۳ , ۰/۹)	% ۰

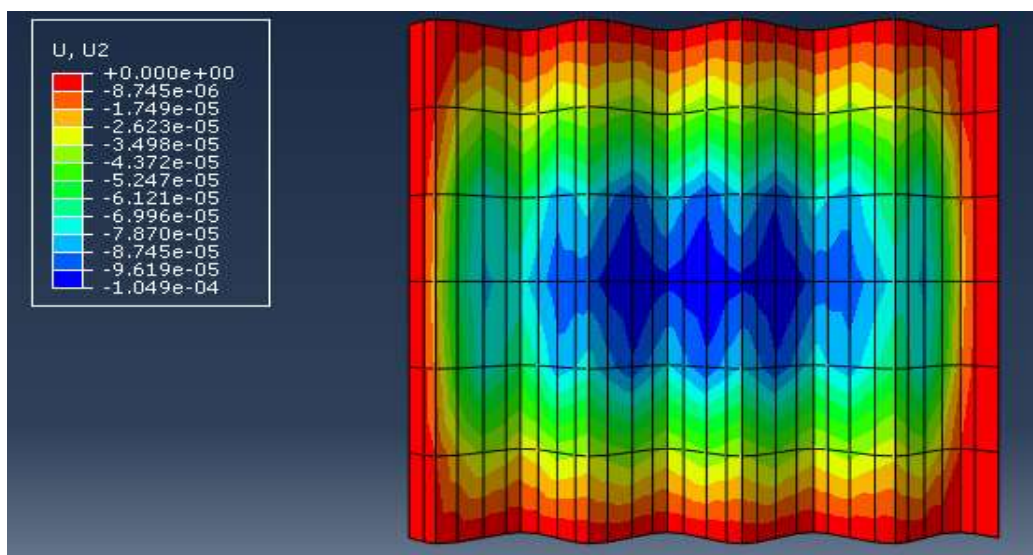
جدول ۵-۱۰ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	$0.157 \times 10^{-4}$	(۰/۹ , ۰/۹)	% ۴۲
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	$0.1623 \times 10^{-4}$	(۰/۹ , ۰/۹)	% ۷/۴
تحلیل نسبتا دقیق	$0.1673 \times 10^{-4}$	(۰/۹ , ۰/۹)	% ۰





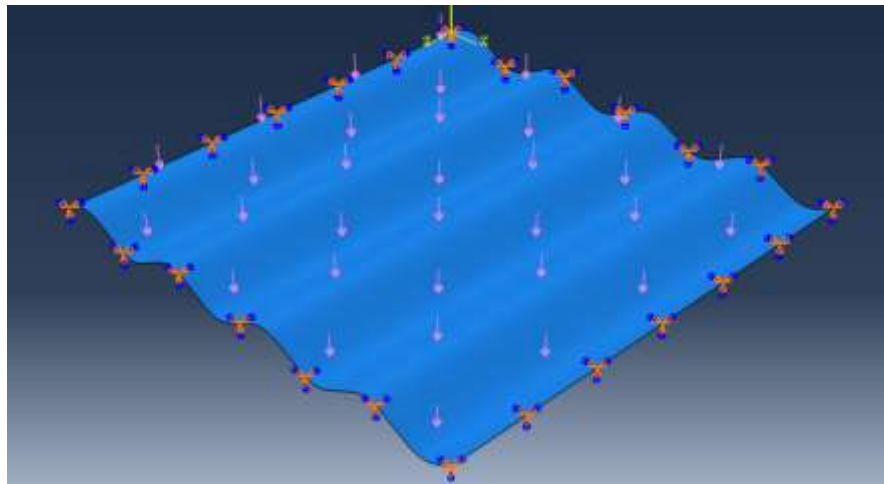
شکل ۹-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۲)



شکل ۱۰-۵ خیز بدست آمده برای روش آبکوس، ورق موجدار مثال (۲)

مثال (۳): در این مثال یک ورق موجدار با ابعاد  $2/4 \times 2/4$  با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۵-۱۱)، را با استفاده از تابع تغییر مکان جدید مورد (معادله ۵-۱) بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آبکوس مقایسه شده است (جداول ۵-۱۲، ۵-۱۳،

۱۴-۵ و ۱۵-۵) مشخصات موج مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۱۱-۵ نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار

جدول ۱۱-۵ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۳)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتاً دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته $\left(\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}\right)$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
ابعاد ورق (متر)	۲/۴×۲/۴	۲/۴×۲/۴	۲/۴×۲/۴
ابعاد مش (متر)	۰/۲ × ۰/۲	۰/۶ × ۰/۶	۰/۰۰۵ × ۰/۰۰۵
$H_0$ (متر)	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲
$L_0$ (متر)	۰/۶	۰/۶	۰/۶
تعداد دوره تناوب	۴	۴	۴
بار گسترده $\left(\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}\right)$	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰

جدول ۵-۱۲ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۳)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	$2/987 \times 10^{-3}$	(۱/۲ , ۱/۲)	% ۴۶
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	$2/45 \times 10^{-3}$	(۱/۲ , ۱/۲)	% ۱۵/۳
تحلیل نسبتا دقیق	$2/045 \times 10^{-3}$	(۱/۲ , ۱/۲)	% ۰

جدول ۵-۱۳ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۳)

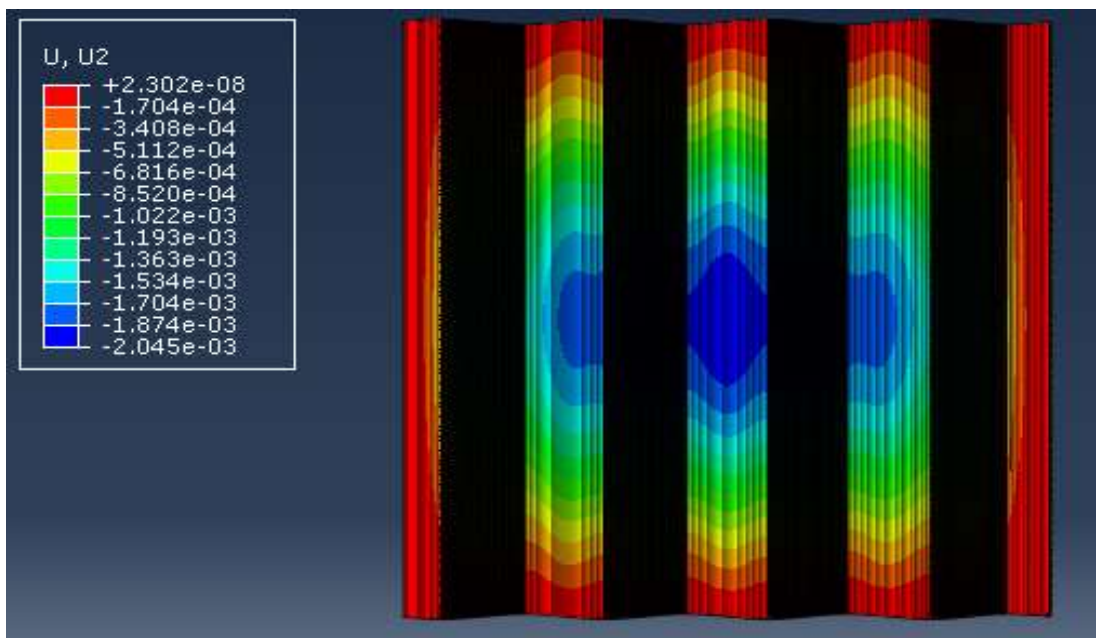
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۱۴	(۰/۶ , ۰/۶)	% ۲۷/۷
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۰۱۳	(۰/۶ , ۰/۶)	% ۱۵/۸
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۰۱۱	(۰/۶ , ۰/۶)	% ۰

جدول ۵-۱۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۳)

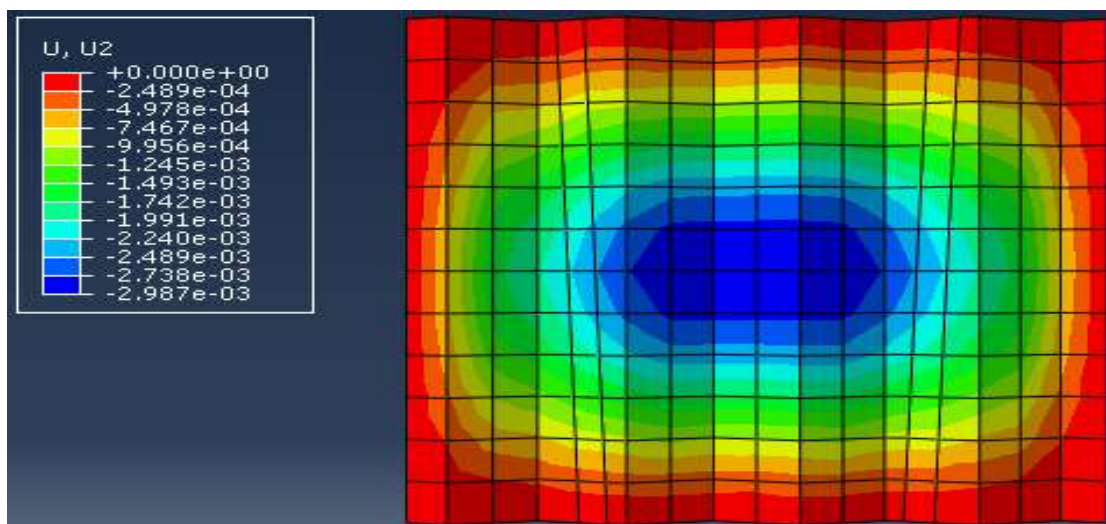
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۱۴	(۰/۶ , ۱/۸)	% ۲۷/۷
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۰۱۳	(۰/۶ , ۱/۸)	% ۱۵/۸
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۰۱۱	(۰/۶ , ۱/۸)	% ۰

جدول ۵-۱۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۳)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۱۴	(۱/۸ , ۰/۶)	% ۲۷/۷
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۰۱۳	(۱/۸ , ۰/۶)	% ۱۵/۸
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۰۱۱	(۱/۸ , ۰/۶)	% ۰



شکل ۵-۱۲ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتاً دقیق، ورق موجدار مثال (۳)

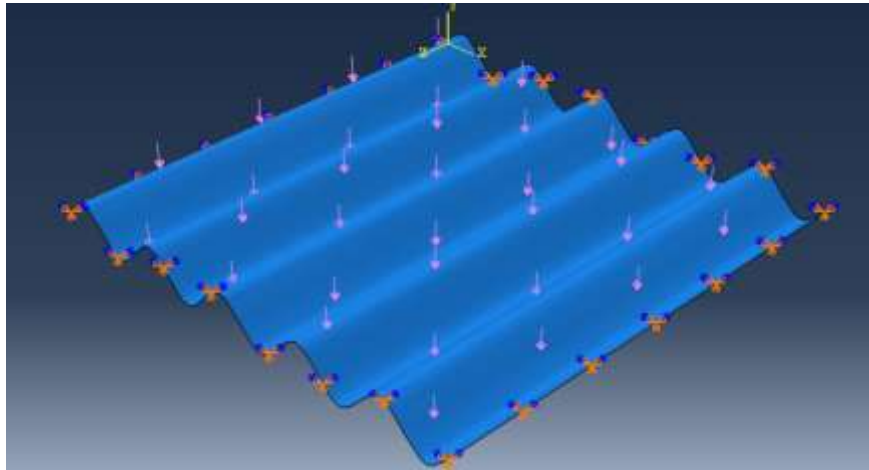


شکل ۵-۱۳ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۳)

مثال (۴): در این مثال یک ورق موجدار با ابعاد  $1/5 \times 1/5$  با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۵-۱۴)، را با استفاده از تابع تغییر مکان جدید (معادله ۵-۱) مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس مقایسه شده است (جدول ۵-۱۷، ۵-۱۸،

۱۹-۵ و ۲۰-۵). مشخصات موج مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در

جدول ۱۶-۵ نشان داده شده است.



شکل ۱۴-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار

جدول ۱۶-۵ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۴)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتاً دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
ابعاد ورق (متر)	۱/۵×۱/۵	۱/۵×۱/۵	۱/۵×۱/۵
ابعاد مش (متر)	۰/۰۵ × ۰/۰۵	۰/۳×۰/۳	۰/۰۰۴ × ۰/۰۰۴
$H_0$ (متر)	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲
$L_0$ (متر)	۰/۳	۰/۳	۰/۳
تعداد دوره تناوب	۵	۵	۵
بار گسترده ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰

جدول ۵-۱۷ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۴)

مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۵	(۰/۶ , ۰/۶)	۰/۰۰۰۳۲	مدل آباکوس
٪ ۱۴	(۰/۶ , ۰/۶)	۰/۰۰۰۳۵	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)
٪ ۰	(۰/۶ , ۰/۶)	۰/۰۰۰۳۰۵	تحلیل نسبتا دقیق

جدول ۵-۱۸ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۴)

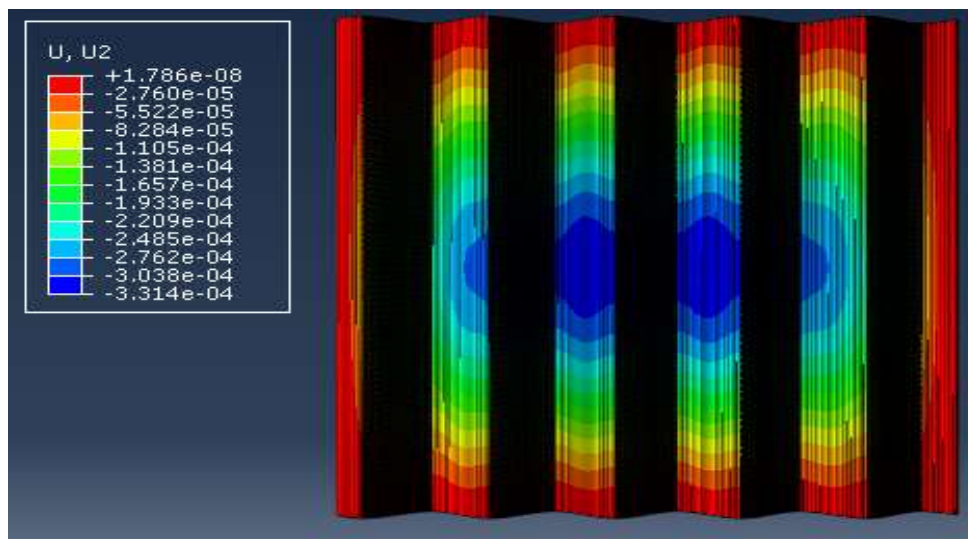
مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۵	(۰/۹ , ۰/۶)	۰/۰۰۰۳۲	مدل آباکوس
٪ ۱۴	(۰/۹ , ۰/۶)	۰/۰۰۰۳۵	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)
٪ ۰	(۰/۹ , ۰/۶)	۰/۰۰۰۳۰۵	تحلیل نسبتا دقیق

جدول ۵-۱۹ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۴)

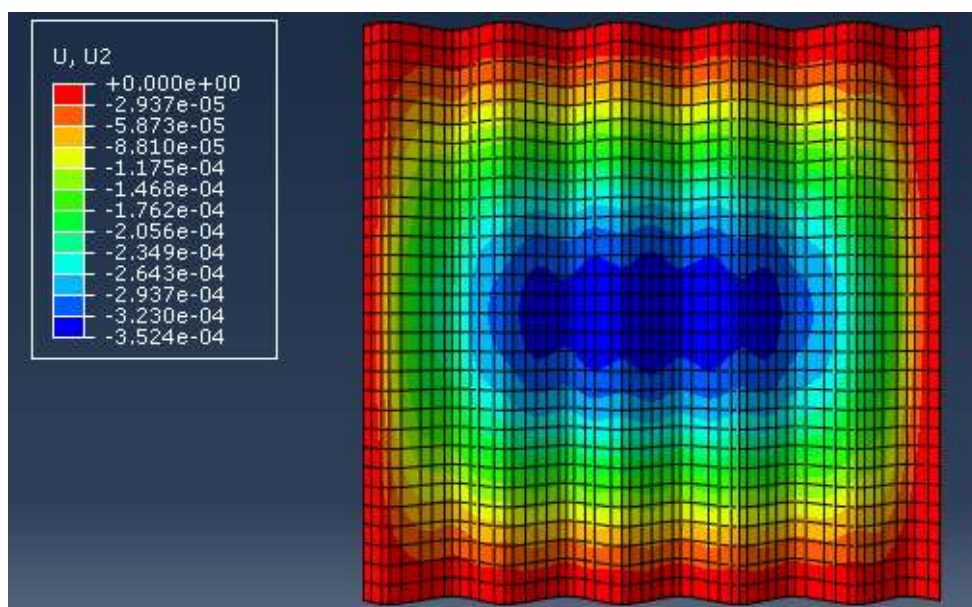
مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۵	(۰/۳ , ۰/۳)	۰/۰۰۰۱۳۵	مدل آباکوس
٪ ۱۴	(۰/۳ , ۰/۳)	۰/۰۰۰۱۵	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)
٪ ۰	(۰/۳ , ۰/۳)	۰/۰۰۰۱۳	تحلیل نسبتا دقیق

جدول ۵-۲۰ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۴)

مقدار خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۳	(۰/۹ , ۰/۳)	۰/۰۰۰۱۵۷	مدل آباکوس
٪ ۴	(۰/۹ , ۰/۳)	۰/۰۰۰۱۵۹	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)
٪ ۰	(۰/۹ , ۰/۳)	۰/۰۰۰۱۵۳	تحلیل نسبتا دقیق

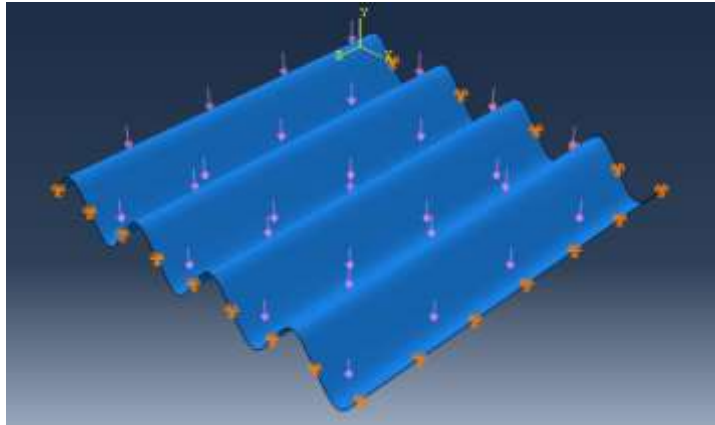


شکل ۵-۱۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتاً دقیق، ورق موجدار مثال (۴)



شکل ۵-۱۶ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۴)

**مثال (۵):** در این مثال یک ورق موجدار با ابعاد  $1/2 \times 1/2$  با تکیه‌گاه ساده که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۵-۱۷)، با استفاده از تابع تغییر مکان جدید (معادله ۵-۱) مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس مقایسه شده است (جداول ۵-۲۲ و ۵-۲۳). مشخصات موج مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۵-۲۱ نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۷ ورق موجدار با تکیه‌گاه ساده

جدول ۵-۲۱ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۵)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتا دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
ابعاد ورق (متر)	۱/۲×۱/۲	۱/۲×۱/۲	۱/۲×۱/۲
ابعاد مش (متر)	۰/۰۵×۰/۰۵	۰/۳×۰/۳	۰/۰۰۵×۰/۰۰۵
$H_0$ (متر)	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱۵
$L_0$ (متر)	۰/۳	۰/۳	۰/۳
تعداد دوره تناوب	۴	۴	۴
بار گسترده ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰

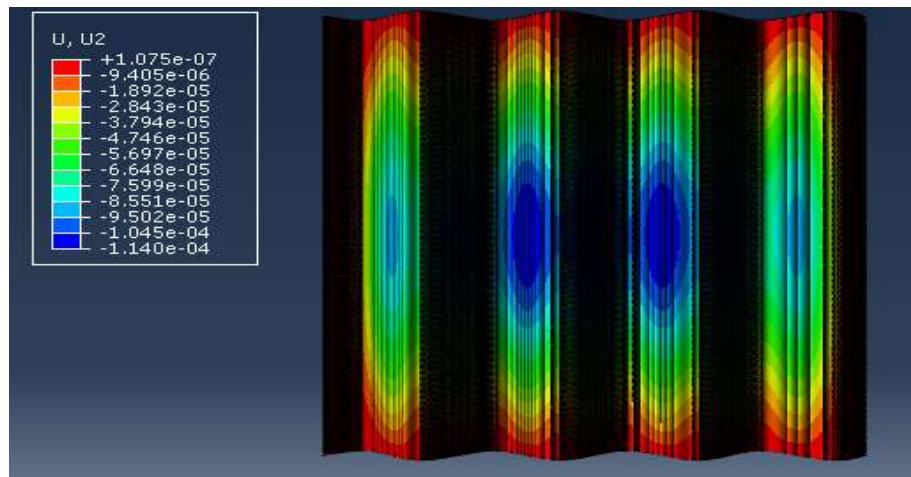
جدول ۵-۲۲ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۵)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۰۱۶۴	(۰/۶, ۰/۶)	٪ ۱۷
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۰۰۱۳۹	(۰/۶, ۰/۶)	٪ ۰/۷۱
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۰۰۱۴	(۰/۶, ۰/۶)	٪ ۰

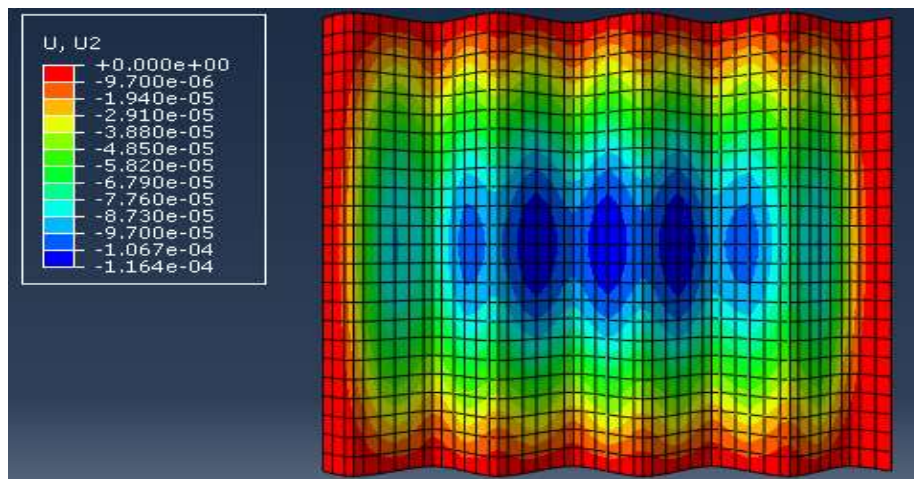


جدول ۵-۲۳ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۵)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۰۰۰۶۵	(۰/۳ , ۰/۳)	٪ ۴/۱
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۰۰۰۷۱	(۰/۳ , ۰/۳)	٪ ۴/۱
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۰۰۰۶۸	(۰/۳ , ۰/۳)	٪ ۰



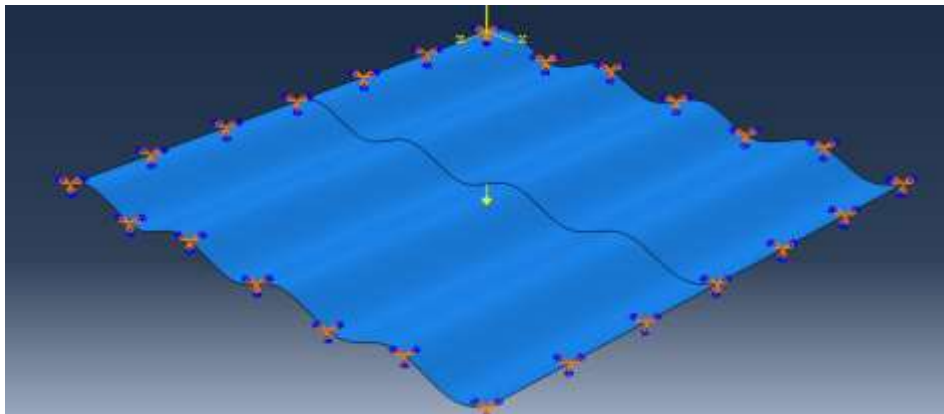
شکل ۵-۱۸ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۵)



شکل ۵-۱۹ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۵)

مثال (۶): در این مثال یک ورق موجدار با ابعاد  $2/4 \times 2/4$  با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار متمرکز قرار گرفته است (شکل ۵-۲۰)، را با استفاده از تابع تغییر مکان جدید مورد بررسی قرار می‌دهیم و سپس نتایج آن را با نرم افزار آباکوس مقایسه می‌کنیم (جدول ۵-۲۵، ۵-۲۵).

۲۶ و ۲۷-۵). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۲۴-۵ نشان داده شده است.



شکل ۲۰-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار

جدول ۲۴-۵ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۶)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتاً دقیق
ضریب پواسون	۰.۳	۰.۳	۰.۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
ابعاد ورق (متر)	۲/۴×۲/۴	۲/۴×۲/۴	۲/۴×۲/۴
ابعاد مش (متر)	۰/۱ × ۰/۱	۰/۳ × ۰/۳	۰/۰۰۵ × ۰/۰۰۵
$H_0$ (متر)	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲
$L_0$ (متر)	۰/۶	۰/۶	۰/۶
تعداد دوره تناوب	۴	۴	۴
بار متمرکز (کیلو گرم)	$4 \times 10^6$	$4 \times 10^6$	$4 \times 10^6$

جدول ۵-۲۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۶)

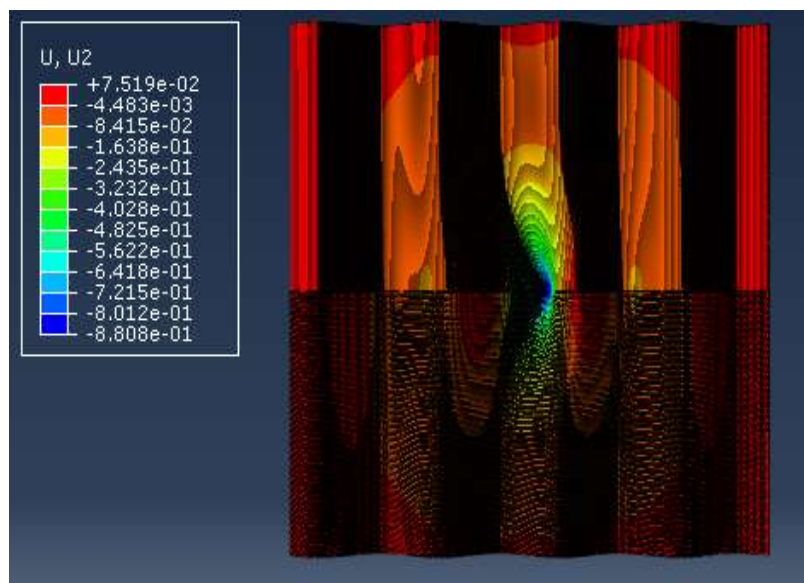
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۸۲	(۱/۲ , ۱/۲)	٪ ۳
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۶۹	(۱/۲ , ۱/۲)	٪ ۲۱
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۸۸	(۱/۲ , ۱/۲)	٪ ۰

جدول ۵-۲۶ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۶)

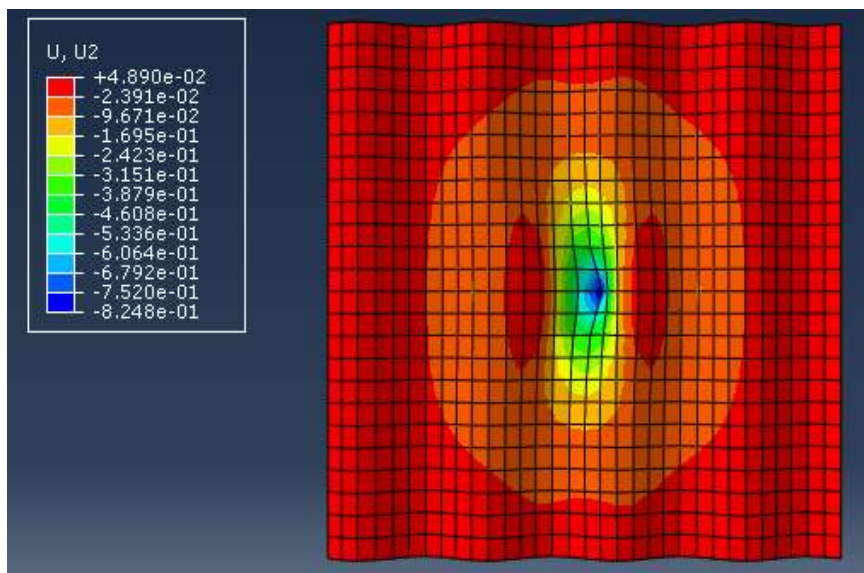
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۲۶
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۲۳	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۱۴
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۲۷	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۰

جدول ۵-۲۷ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۶)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۸	(۱/۸ , ۱/۸)	٪ ۳
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۲۳	(۱/۸ , ۱/۸)	٪ ۱۵
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۲۷۱۸	(۱/۸ , ۱/۸)	٪ ۰



شکل ۵-۲۱ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۶)



شکل ۵-۲۲ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۶)

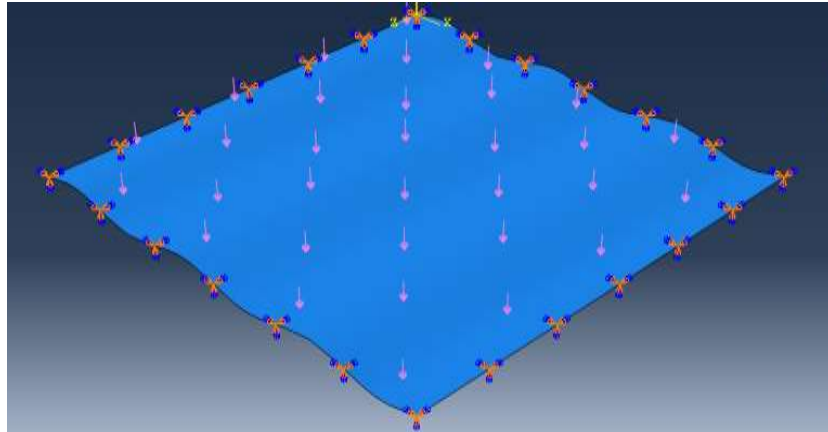
### ۵-۳-۳ روش پیشنهادی دوم

در این روش برای کاهش خطاها، برای هر مسئله توابع شکل و تابع تغییرمکان جداگانه‌ای بدست می‌آوریم. روش بدست آوردن این توابع شکل و تابع تغییر مکان، استفاده از روش برازش منحنی است. روش کار به این صورت است که ابتدا توابع شکل المان موجدار در هر مسئله از طریق روش برازش منحنی بدست می‌آید و شاید این توابع بدست آمده شرایط توابع شکل در کتاب‌های اجزاء محدود را نداشته باشد به همین دلیل با استفاده از این توابع شکل، تابع تغییر مکان تقریب زده می‌شود و با استفاده از این تابع تغییرمکان، توابع شکل اصلاح شده بدست می‌آید بنحویکه که شرایط توابع شکل در کتاب‌های اجزاء محدود را دارا باشد. در ادامه این روش را برای دو مثال به کار می‌بریم.

### ۵-۳-۱ بررسی مسائل و نتایج

**مثال (۱):** در این مثال یک ورق موجدار با ابعاد  $6 \times 6$  با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است (شکل ۵-۲۳)، را با استفاده از تابع تغییر مکان پیشنهادی (معادله ۵-۲) و توابع شکل جدید که در ادامه توضیح داده شده است، بررسی شده است.

سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس مقایسه شده است (جداول ۵-۲۹، ۵-۳۰، ۵-۳۱ و ۵-۳۲). مشخصات موج مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۵-۲۸ نشان داده شده است.



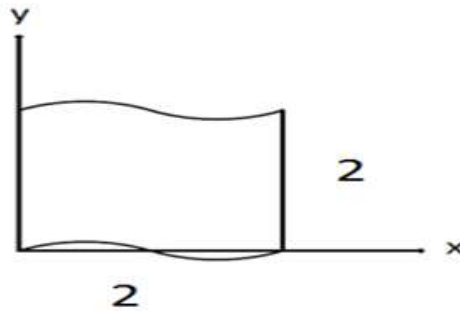
شکل ۵-۲۳ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار

جدول ۵-۲۸ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مسئله (۱)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتاً دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۹	۰/۰۰۹	۰/۰۰۹
ابعاد ورق (متر)	۶ × ۶	۶ × ۶	۶ × ۶
ابعاد مش (متر)	۰/۵ × ۰/۵	۲ × ۲	۰/۰۲ × ۰/۰۲
$H_0$ (متر)	۰/۲	۰/۲	۰/۲
$L_0$ (متر)	۲	۲	۲
تعداد دوره تناوب	۳	۳	۳
بار گسترده ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰	۴۰۰۰۰

معادله تغییر مکان و توابع شکل برای المان موجدار با ابعاد و مختصات مشخص شده در جدول ۵-۲۸

به صورت زیر می باشد:



شکل ۵-۲۴ المان موجدار مربعی

تابع تغییر مکان:

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2y^2 + a_5x^3 + a_6y^3 + a_7x^4y + a_8xy^4 + a_9x^4 + a_{10}y^4$$

$$+a_{11}x^3y + a_{12}xy^3$$

۲-۵

توابع شکل:

$$N1 = \frac{-1}{16}(X^4Y - 3X^4 - 2X^3Y + 8X^3 - X^2Y^2 + XY^4 - 2XY^3 - 3Y^4 + 8Y^3 - 16)$$

$$N2 = \frac{1}{16}(Y)(X^4 - 4X^3 + 2X^2Y - XY^3 + 2XY^2 + 4Y^3 - 12Y^2 + 16)$$

$$N3 = -\frac{1}{16}(X)(X^3Y - 4X^3 - 2X^2Y + 12X^2 - 2XY^2 - Y^4 + 4Y^3 - 16)$$

$$N4 = \frac{1}{16}(X)(X^3Y - 3X^3 - 2X^2Y + 8X^2 - XY^2 + Y^4 - 2Y^3)$$

$$N5 = \frac{-1}{16}(X)(Y)(X - Y) \times (X^2 + XY - 4X + Y^2 - 2Y)$$

$$N6 = \frac{-1}{16}(X^3)(X - 2)(Y - 2)$$

$$N7 = \frac{-1}{16}(X)(Y)(X^3 - 2X^2 - YX + Y^3 - 2Y^2)$$

$$N8 = \frac{1}{16}(X)(Y^3)(Y - 2)$$

$$N9 = \frac{1}{16}(Y)(X^3)(X - 2)$$

$$N10 = \frac{1}{16}(Y)(X^4 - 2X^3 - X^2Y + XY^3 - 2XY^2 - 3Y^3 + 8Y^2)$$

$$N11 = \frac{-1}{16}(Y^3)(X - 2) \times (Y - 2)$$

$$N12 = \frac{1}{16}(X)(Y)(X - Y)(X^2 + YX - 2X + Y^2 - 4Y)$$

ماتریس سختی برای المان موجودار در شکل ۵-۲۴ به صورت زیر است:

$$K = K_{11} \times D_{11} + K_{22} \times D_{22} + K_{66} \times D_{66} + K_{12} \times D_{12}$$

که در آن  $K_{11}$ ،  $K_{22}$ ،  $K_{66}$  و  $K_{12}$  به صورت ماتریس‌های زیر است:

$$K_{11} =$$

$$\begin{bmatrix} 19/10, & 2/5, & 29/12, & -19/10, & -2/5, & 83/60, & -4/5, & 0, & 3/4, & 4/5, & 0, & 17/20 \\ 2/5, & 2/5, & 5/6, & -2/5, & -2/5, & -1/30, & -1/5, & 0, & 1/10, & 1/5, & 0, & 3/10 \\ 29/12, & 5/6, & 11/3, & -29/12, & -5/6, & 7/6, & -53/60, & 0, & 7/10, & 53/60, & 0, & 16/15 \\ -19/10, & -2/5, & -29/12, & 19/10, & 2/5, & -83/60, & 4/5, & 0, & -3/4, & -4/5, & 0, & -17/20 \\ -2/5, & -2/5, & -5/6, & 2/5, & 2/5, & 1/30, & 1/5, & 0, & -1/10, & -1/5, & 0, & -3/10 \\ 83/60, & -1/30, & 7/6, & -83/60, & 1/30, & 8/5, & -43/60, & 0, & 4/5, & 43/60, & 0, & 19/30 \\ -4/5, & -1/5, & -53/60, & 4/5, & 1/5, & -43/60, & 13/10, & 0, & -27/20, & -13/10, & 0, & -5/4 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 3/4, & 1/10, & 7/10, & -3/4, & -1/10, & 4/5, & -27/20, & 0, & 8/5, & 27/20, & 0, & 11/10 \\ 4/5, & 1/5, & 53/60, & -4/5, & -1/5, & 43/60, & -13/10, & 0, & 27/20, & 13/10, & 0, & 5/4 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 17/20, & 3/10, & 16/15, & -17/20, & -3/10, & 19/30, & -5/4, & 0, & 11/10, & 5/4, & 0, & 7/5 \end{bmatrix}$$

$$K_{22} =$$

$$\begin{bmatrix} 19/10, & 29/12, & 2/5, & 4/5, & 17/20, & 0, & -4/5, & 3/4, & 0, & -19/10, & 83/60, & -2/5 \\ 29/12, & 11/3, & 5/6, & 53/60, & 16/15, & 0, & -53/60, & 7/10, & 0, & -29/12, & 7/6, & -5/6 \\ 2/5, & 5/6, & 2/5, & 1/5, & 3/10, & 0, & -1/5, & 1/10, & 0, & -2/5, & -1/30, & -2/5 \\ 4/5, & 53/60, & 1/5, & 13/10, & 5/4, & 0, & -13/10, & 27/20, & 0, & -4/5, & 43/60, & -1/5 \\ 17/20, & 16/15, & 3/10, & 5/4, & 7/5, & 0, & -5/4, & 11/10, & 0, & -17/20, & 19/30, & -3/10 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -4/5, & -53/60, & -1/5, & -13/10, & -5/4, & 0, & 13/10, & -27/20, & 0, & 4/5, & -43/60, & 1/5 \\ 3/4, & 7/10, & 1/10, & 27/20, & 11/10, & 0, & -27/20, & 8/5, & 0, & -3/4, & 4/5, & -1/10 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -19/10, & -29/12, & -2/5, & -4/5, & -17/20, & 0, & 4/5, & -3/4, & 0, & 19/10, & -83/60, & 2/5 \\ 83/60, & 7/6, & -1/30, & 43/60, & 19/30, & 0, & -43/60, & 4/5, & 0, & -83/60, & 8/5, & 1/30 \\ -2/5, & -5/6, & -2/5, & -1/5, & -3/10, & 0, & 1/5, & -1/10, & 0, & 2/5, & 1/30, & 2/5 \end{bmatrix}$$

$$K_{66} =$$

$$\begin{bmatrix} 37/45, & 197/180, & 197/180, & -13/18, & -143/180, & -1/20, & 28/45, & -1/20, & -1/20, & -13/18, & -1/20, & -143/180 \\ 197/180, & 49/45, & 94/45, & -161/180, & -22/45, & -1/10, & 7/36, & -1/10, & -1/10, & -71/180, & -1/10, & -22/45 \\ 197/180, & 94/45, & 49/45, & -71/180, & -22/45, & -1/10, & 7/36, & -1/10, & -1/10, & -161/180, & -1/10, & -22/45 \\ -13/18, & -161/180, & -71/180, & 28/45, & 107/180, & -9/20, & -47/90, & 1/20, & 11/20, & 28/45, & 1/20, & 17/180 \\ -143/180, & -22/45, & -22/45, & 107/180, & -1/9, & -9/10, & 19/180, & 1/10, & 1/10, & 17/180, & 1/10, & -1/9 \\ -1/20, & -1/10, & -1/10, & -9/20, & -9/10, & 0, & 9/20, & 0, & 0, & 1/20, & 0, & 1/10 \\ 28/45, & 7/36, & 7/36, & -47/90, & 19/180, & 9/20, & 19/45, & -11/20, & -11/20, & -47/90, & 9/20, & 19/180 \\ -1/20, & -1/10, & -1/10, & 1/20, & 1/10, & 0, & -11/20, & 0, & 1, & 11/20, & 0, & 1/10 \\ -1/20, & -1/10, & -1/10, & 11/20, & 1/10, & 0, & -11/20, & 1, & 0, & 1/20, & 0, & 1/10 \\ -13/18, & -71/180, & -161/180, & 28/45, & 17/180, & 1/20, & -47/90, & 11/20, & 1/20, & 28/45, & -9/20, & 107/180 \\ -1/20, & -1/10, & -1/10, & 1/20, & 1/10, & 0, & 9/20, & 0, & 0, & -9/20, & 0, & -9/10 \\ -143/180, & -22/45, & -22/45, & 17/180, & -1/9, & 1/10, & 19/180, & 1/10, & 1/10, & 107/180, & -9/10, & -1/9 \end{bmatrix}$$

$$K_{12} =$$

$$\begin{bmatrix} 524/315, & 5/9, & 5/9, & -524/315, & -5/9, & 1/7, & 524/315, & -1/7, & -1/7, & -524/315, & 1/7, & -5/9 \\ 5/9, & 88/63, & 8/315, & -5/9, & -88/63, & 2/35, & 5/9, & 2/35, & -2/35, & -5/9, & -2/35, & -8/315 \\ 5/9, & 8/315, & 88/63, & -5/9, & -8/315, & -2/35, & 5/9, & -2/35, & 2/35, & -5/9, & 2/35, & -88/63 \\ -524/315, & -5/9, & -5/9, & 524/315, & 5/9, & -1/7, & -524/315, & 1/7, & 1/7, & 524/315, & -1/7, & 5/9 \\ -5/9, & -88/63, & -8/315, & 5/9, & 88/63, & -2/35, & -5/9, & -2/35, & 2/35, & 5/9, & 2/35, & 8/315 \\ 1/7, & 2/35, & -2/35, & -1/7, & -2/35, & 12/35, & 1/7, & 0, & -12/35, & -1/7, & 0, & 2/35 \\ 524/315, & 5/9, & 5/9, & -524/315, & -5/9, & 1/7, & 524/315, & -1/7, & -1/7, & -524/315, & 1/7, & -5/9 \\ -1/7, & 2/35, & -2/35, & 1/7, & -2/35, & 0, & -1/7, & 12/35, & 0, & 1/7, & -12/35, & 2/35 \\ -1/7, & -2/35, & 2/35, & 1/7, & 2/35, & -12/35, & -1/7, & 0, & 12/35, & 1/7, & 0, & -2/35 \\ -524/315, & -5/9, & -5/9, & 524/315, & 5/9, & -1/7, & -524/315, & 1/7, & 1/7, & 524/315, & -1/7, & 5/9 \\ 1/7, & -2/35, & 2/35, & -1/7, & 2/35, & 0, & 1/7, & -12/35, & 0, & -1/7, & 12/35, & -2/35 \\ -5/9, & -8/315, & -88/63, & 5/9, & 8/315, & 2/35, & -5/9, & 2/35, & -2/35, & 5/9, & -2/35, & 88/63 \end{bmatrix}$$



از طرفی پارامترهای  $D_{11}$ ،  $D_{22}$ ،  $D_{66}$  و  $D_{12}$  در بخش ۳-۴ از فصل ۳ توضیح داده شده بود. با همبست کردن ماتریس سختی هر المان و حل معادله ۳-۵ می توان خیز نقاط مورد نظر همانند آنچه که در جداول زیر نشان داده شده است، بدست آورد.

$$[K]\{U\} = \{F\}$$

۳-۵

جدول ۲۹-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۲۵	(۲, ۲)	٪ ۲۹/۶
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۱۵۳۷	(۲, ۲)	٪ ۱۱
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۱۷۳۶	(۲, ۲)	٪ ۰

جدول ۳۰-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱)

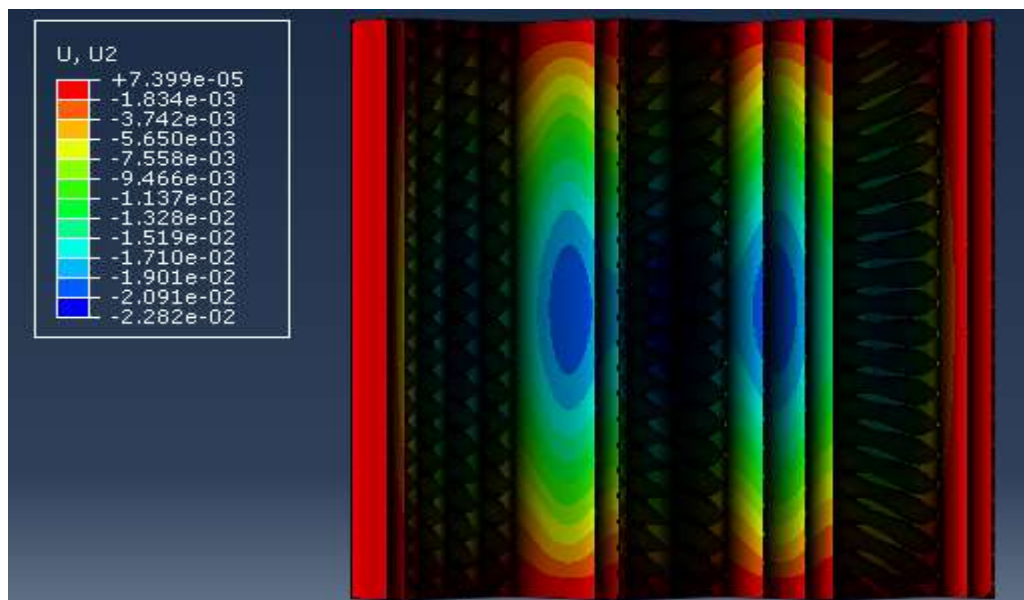
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۲۶	(۴, ۲)	٪ ۳۰
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۱۶	(۴, ۲)	٪ ۷/۵
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۱۷۳	(۴, ۲)	٪ ۰

جدول ۳۱-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱)

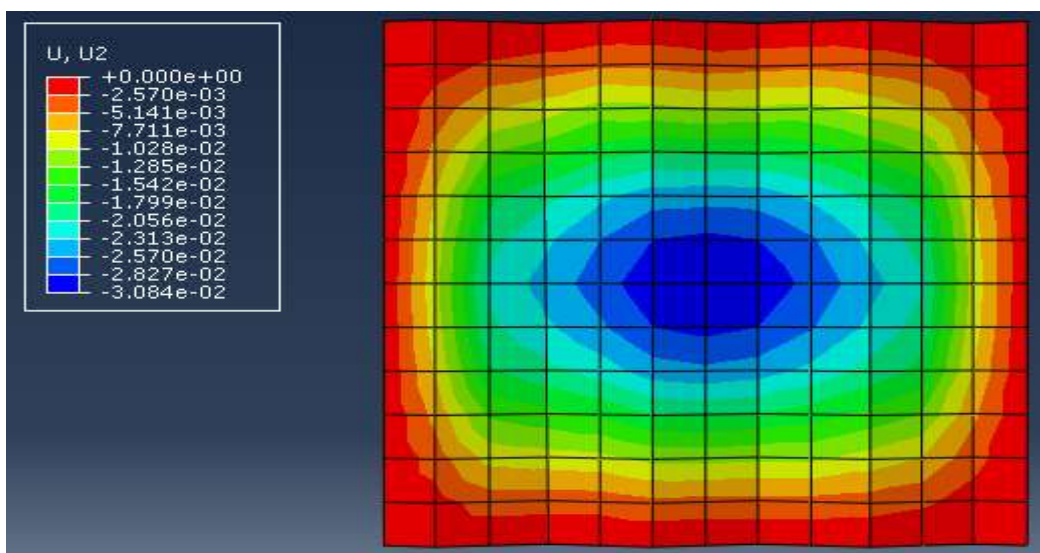
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۱۷	(۲, ۴)	٪ ۲۵/۴۵
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۱۵۵	(۲, ۴)	٪ ۱۰
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۱۷۳۴	(۲, ۴)	٪ ۰

جدول ۳۲-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۱)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
مدل آباکوس	۰/۰۲۲۴	(۴, ۴)	٪ ۲۸
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	۰/۰۱۵	(۴, ۴)	٪ ۱۳
تحلیل نسبتا دقیق	۰/۰۱۷۳	(۴, ۴)	٪ ۰



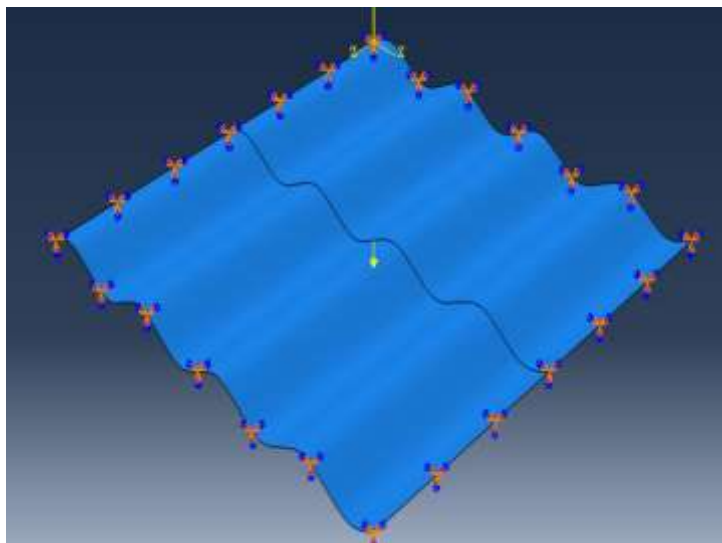
شکل ۵-۲۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۱)



شکل ۵-۲۶ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۱)

مثال (۲): در این مثال یک ورق موجدار با ابعاد  $2/4 \times 2/4$  با تکیه‌گاه گیردار که تحت بار متمرکز قرار گرفته است (شکل ۵-۲۷)، با استفاده از تابع تغییر مکان (معادله ۵-۴) و توابع شکل جدید مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس مقایسه شده

است (جداول ۳۴-۵، ۳۵-۵، ۳۶-۵ و ۳۷-۵). مشخصات موج، مصالح و ابعاد مش برای مدل سازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۳۳-۵ نشان داده شده است.

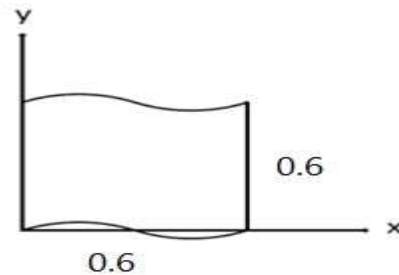


شکل ۲۷-۵ ورق موجدار با تکیه‌گاه گیردار

جدول ۳۳-۵ مشخصات هندسی و مکانیکی ورق موجدار مثال (۲)

مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتاً دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمربع}}$ )	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
ابعاد ورق (متر)	$2/4 \times 2/4$	$2/4 \times 2/4$	$2/4 \times 2/4$
ابعاد مش (متر)	$0/1 \times 0/1$	$0/6 \times 0/6$	$0/005 \times 0/005$
$H_0$ (متر)	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲
$L_0$ (متر)	۰/۶	۰/۶	۰/۶
تعداد دوره تناوب	۴	۴	۴
بار متمرکز (کیلو گرم)	$4 \times 10^6$	$4 \times 10^6$	$4 \times 10^6$

معادله تغییر مکان و توابع شکل برای المان موجدار با ابعاد و مختصات مشخص شده در شکل به صورت زیر می باشد:



شکل ۵-۲۸ المان موجدار مربعی

تابع تغییر مکان:

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2y^2 + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9x^3 + a_{10}y^3 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3$$

۴-۵

توابع شکل:

$$N1 = \frac{-1}{81}(5X - 3)(5Y - 3)(50X^2 - 25XY - 15X + 50Y^2 - 15Y - 9)$$

$$N2 = \frac{-1}{27}(Y)(5X - 3)(5Y - 3)(5X - 5Y + 3)$$

$$N3 = \frac{-1}{27}(X)(5X - 3)(5Y - 3)(5X - 5Y + 3)$$

$$N4 = \frac{25}{81}(X)(5Y - 3)(10X^2 - 5XY - 9X + 10Y^2)$$

$$N5 = -\frac{25}{27}(X)(Y)(5Y - 3)(X - Y)$$

$$N6 = \frac{-5}{27}(X^2)(5X - 3)(5Y - 3)$$

$$N7 = \frac{-125}{81}(X)(Y)(10X^2 - 5XY - 6X + 10Y^2 - 6Y)$$

$$N8 = \frac{25}{27}(X)(Y^2)(5Y - 3)$$

$$N9 = \frac{25}{27}(Y)(X^2)(5X - 3)$$

$$N10 = \frac{25}{81}(Y)(5X - 3)(10X^2 - 5XY - 9Y + 10Y^2)$$

$$N11 = \frac{-5}{27}(Y^2)(5X - 3) \times (5Y - 3)$$

$$N12 = \frac{25}{27}(X)(Y)(5X - 3)(X - Y)$$

ماتریس سختی برای المان موجود در شکل به صورت زیر است:

$$K = K_{11} \times D_{11} + K_{22} \times D_{22} + K_{66} \times D_{66} + K_{12} \times D_{12}$$

که در آن  $K_{11}$ ،  $K_{22}$ ،  $K_{66}$  و  $K_{12}$  به صورت ماتریس‌های زیر است:

$$K_{11} =$$

$$\begin{bmatrix} 310/27, & 2/9, & 23/6, & -310/27, & -2/9, & 55/18, & -140/27, & 0, & 25/18, & 140/27, & 0, & 31/18 \\ 2/9, & 2/15, & 3/10, & -2/9, & -2/15, & -1/6, & 2/9, & 0, & -1/6, & -2/9, & 0, & 1/30 \\ 23/6, & 3/10, & 9/5, & -23/6, & -3/10, & 1/2, & -7/6, & 0, & 1/6, & 7/6, & 0, & 8/15 \\ -310/27, & -2/9, & -23/6, & 310/27, & 2/9, & -55/18, & 140/27, & 0, & -25/18, & -140/27, & 0, & -31/18 \\ -2/9, & -2/15, & -3/10, & 2/9, & 2/15, & 1/6, & -2/9, & 0, & 1/6, & 2/9, & 0, & -1/30 \\ 55/18, & -1/6, & 1/2, & -55/18, & 1/6, & 4/3, & -35/18, & 0, & 2/3, & 35/18, & 0, & 1/2 \\ -140/27, & 2/9, & -7/6, & 140/27, & -2/9, & -35/18, & 310/27, & 0, & -65/18, & -310/27, & 0, & -59/18 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 25/18, & -1/6, & 1/6, & -25/18, & 1/6, & 2/3, & -65/18, & 0, & 4/3, & 65/18, & 0, & 5/6 \\ 140/27, & -2/9, & 7/6, & -140/27, & 2/9, & 35/18, & -310/27, & 0, & 65/18, & 310/27, & 0, & 59/18 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 31/18, & 1/30, & 8/15, & -31/18, & -1/30, & 1/2, & -59/18, & 0, & 5/6, & 59/18, & 0, & 17/15 \end{bmatrix}$$

$$K_{22} =$$

$$\begin{bmatrix} 310/27, & 23/6, & 2/9, & 140/27, & 31/18, & 0, & -140/27, & 25/18, & 0, & -310/27, & 55/18, & -2/9 \\ 23/6, & 9/5, & 3/10, & 7/6, & 8/15, & 0, & -7/6, & 1/6, & 0, & -23/6, & 1/2, & -3/10 \\ 2/9, & 3/10, & 2/15, & -2/9, & 1/30, & 0, & 2/9, & -1/6, & 0, & -2/9, & -1/6, & -2/15 \\ 140/27, & 7/6, & -2/9, & 310/27, & 59/18, & 0, & -310/27, & 65/18, & 0, & -140/27, & 35/18, & 2/9 \\ 31/18, & 8/15, & 1/30, & 59/18, & 17/15, & 0, & -59/18, & 5/6, & 0, & -31/18, & 1/2, & -1/30 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -140/27, & -7/6, & 2/9, & -310/27, & -59/18, & 0, & 310/27, & -65/18, & 0, & 140/27, & -35/18, & -2/9 \\ 25/18, & 1/6, & -1/6, & 65/18, & 5/6, & 0, & -65/18, & 4/3, & 0, & -25/18, & 2/3, & 1/6 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -310/27, & -23/6, & -2/9, & -140/27, & -31/18, & 0, & 140/27, & -25/18, & 0, & 310/27, & -55/18, & 2/9 \\ 55/18, & 1/2, & -1/6, & 35/18, & 1/2, & 0, & -35/18, & 2/3, & 0, & -55/18, & 4/3, & 1/6 \\ -2/9, & -3/10, & -2/15, & 2/9, & -1/30, & 0, & -2/9, & 1/6, & 0, & 2/9, & 1/6, & 2/15 \end{bmatrix}$$

$$K_{66} =$$

$$\begin{bmatrix} 500/81, & 125/54, & 125/54, & -500/81, & -95/54, & -5/18, & 500/81, & -5/18, & -5/18, & -500/81, & -5/18, & -95/54 \\ 125/54, & 5/9, & 14/9, & -125/54, & -2/9, & -1/6, & 35/54, & -1/6, & -1/6, & -35/54, & -1/6, & -2/9 \\ 125/54, & 14/9, & 5/9, & -35/54, & -2/9, & -1/6, & 35/54, & -1/6, & -1/6, & -125/54, & -1/6, & -2/9 \\ -500/81, & -125/54, & -35/54, & 500/81, & 95/54, & -25/18, & -500/81, & 5/18, & 35/18, & 500/81, & 5/18, & 5/54 \\ -95/54, & -2/9, & -2/9, & 95/54, & -1/9, & -5/6, & -5/54, & 1/6, & 1/6, & 5/54, & 1/6, & -1/9 \\ -5/18, & -1/6, & -1/6, & -25/18, & -5/6, & 0, & 25/18, & 0, & 0, & 5/18, & 0, & 1/6 \\ 500/81, & 35/54, & 35/54, & -500/81, & -5/54, & 25/18, & 500/81, & -35/18, & -35/18, & -500/81, & 25/18, & -5/54 \\ -5/18, & -1/6, & -1/6, & 5/18, & 1/6, & 0, & -35/18, & 0, & 1, & 35/18, & 0, & 1/6 \\ -5/18, & -1/6, & -1/6, & 35/18, & 1/6, & 0, & -35/18, & 1, & 0, & 5/18, & 0, & 1/6 \\ -500/81, & -35/54, & -125/54, & 500/81, & 5/54, & 5/18, & -500/81, & 35/18, & 5/18, & 500/81, & -25/18, & 95/54 \\ -5/18, & -1/6, & -1/6, & 5/18, & 1/6, & 0, & 25/18, & 0, & 0, & -25/18, & 0, & -5/6 \\ -95/54, & -2/9, & -2/9, & 5/54, & -1/9, & 1/6, & -5/54, & 1/6, & 1/6, & 95/54, & -5/6, & -1/9 \end{bmatrix}$$

$$K_{12} =$$

[ 1360/81, 38/27, 38/27, -1360/81, -38/27, 2/3, 1360/81, -2/3, -2/3, -1360/81, 2/3, -38/27]
[ 38/27, 44/45, 4/9, -38/27, -44/45, 0, 38/27, 2/15, 0, -38/27, -2/15, -4/9]
[ 38/27, 4/9, 44/45, -38/27, -4/9, -2/15, 38/27, 0, 2/15, -38/27, 0, -44/45]
[-1360/81, -38/27, -38/27, 1360/81, 38/27, -2/3, -1360/81, 2/3, 2/3, 1360/81, -2/3, 38/27]
[-38/27, -44/45, -4/9, 38/27, 44/45, 0, -38/27, -2/15, 0, 38/27, 2/15, 4/9]
[ 2/3, 0, -2/15, -2/3, 0, 8/15, 2/3, 0, -8/15, -2/3, 0, 2/15]
[ 1360/81, 38/27, 38/27, -1360/81, -38/27, 2/3, 1360/81, -2/3, -2/3, -1360/81, 2/3, -38/27]
[ -2/3, 2/15, 0, 2/3, -2/15, 0, -2/3, 8/15, 0, 2/3, -8/15, 0]
[ -2/3, 0, 2/15, 2/3, 0, -8/15, -2/3, 0, 8/15, 2/3, 0, -2/15]
[-1360/81, -38/27, -38/27, 1360/81, 38/27, -2/3, -1360/81, 2/3, 2/3, 1360/81, -2/3, 38/27]
[ 2/3, -2/15, 0, -2/3, 2/15, 0, 2/3, -8/15, 0, -2/3, 8/15, 0]
[-38/27, -4/9, -44/45, 38/27, 4/9, 2/15, -38/27, 0, -2/15, 38/27, 0, 44/45]

از طرفی پارامترهای  $D_{11}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{66}$  و  $D_{12}$  در بخش ۳-۴ از فصل ۳ توضیح داده شده بود. با همبست کردن ماتریس سختی هر المان و حل معادله ۵-۵ می توان خیز نقاط مورد نظر همانند آنچه که در جداول زیر نشان داده شده است، بدست آورد.

$$[K]\{U\} = \{F\}$$

۵-۵

جدول ۵-۳۴ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲)

خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۰	(۰/۶ , ۰/۶)	۰/۰۲۷	کد متلب
٪ ۲۶	(۰/۶ , ۰/۶)	۰/۰۲	مدل آباکوس
٪ ۰	(۰/۶ , ۰/۶)	۰/۰۲۷	روش نسبتا دقیق

جدول ۵-۳۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲)

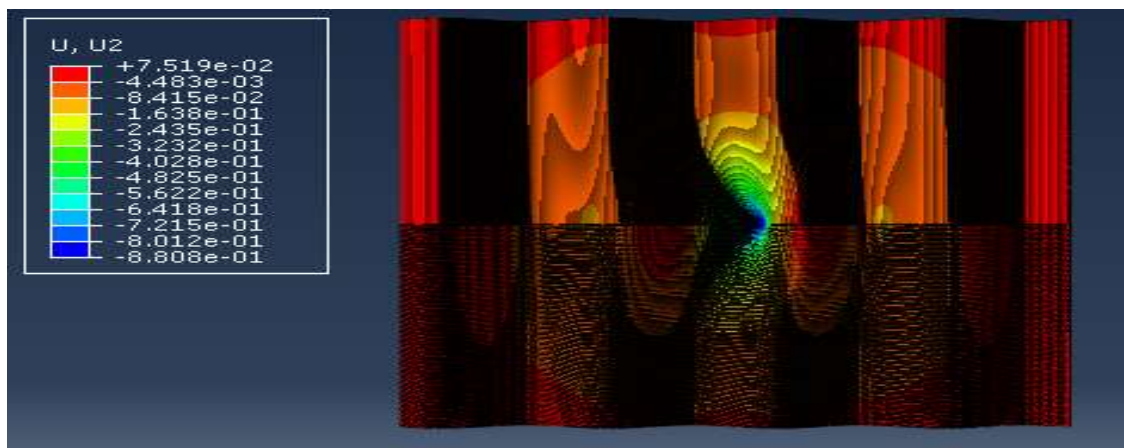
خطا	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خیز (متر)	نوع روش
٪ ۷/۴	(۱/۸ , ۰/۶)	۰/۰۲۹	کد متلب
٪ ۲۶	(۱/۸ , ۰/۶)	۰/۰۲	مدل آباکوس
٪ ۰	(۱/۸ , ۰/۶)	۰/۰۲۷	روش نسبتا دقیق

جدول ۳۶-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲)

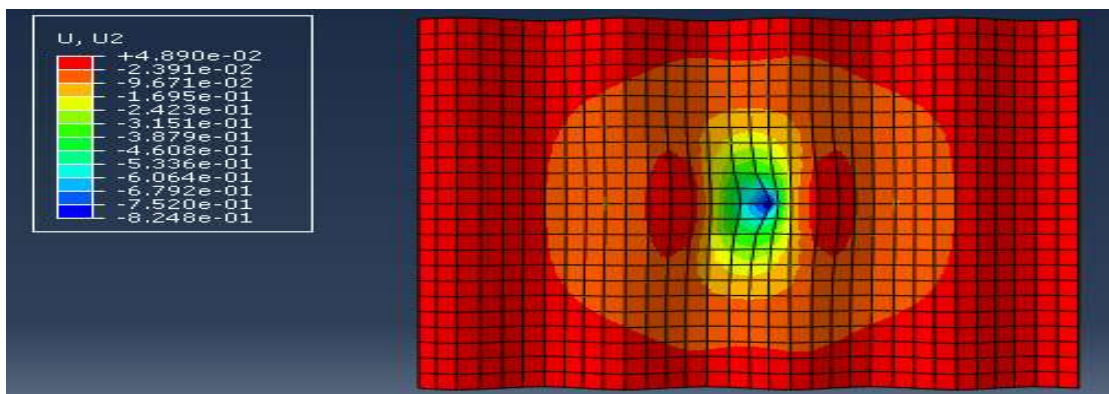
نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	خطا
کد متلب	۰/۰۲۳	(۰/۶ , ۱/۸)	٪ ۱۴
مدل آباکوس	۰/۰۲۸	(۰/۶ , ۱/۸)	٪ ۳
روش نسبتا دقیق	۰/۰۲۷۱۸	(۰/۶ , ۱/۸)	٪ ۰

جدول ۳۷-۵ مقادیر خیز بدست آمده ورق موجدار مثال (۲)

نوع روش	مقدار خیز (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	خطا
کد متلب	۰/۷۸	(۱/۲ , ۱/۲)	٪ ۱۱
مدل آباکوس	۰/۸۲	(۱/۲ , ۱/۲)	٪ ۳
روش نسبتا دقیق	۰/۸۸	(۱/۲ , ۱/۲)	٪ ۰



شکل ۲۹-۵ خیز بدست آمده برای تحلیل نسبتا دقیق، ورق موجدار مثال (۲)



شکل ۳۰-۵ خیز بدست آمده برای مدل آباکوس، ورق موجدار مثال (۲)



با بررسی نتایج در روش دوم به این نتیجه می‌رسیم که توابع شکل و تابع تغییر مکان برای هر مسئله متفاوت است و دلیل این تفاوت تغییر در شکل هندسه موج، شرایط تکیه‌گاهی، بارگذاری و تعداد دوره تناوب می‌باشد.

#### ۵-۴- بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار

دیوار برشی فولادی موجدار دارای رفتار درون صفحه‌ای و برون صفحه‌ای می‌باشد. در فصل ۳ نحوه بدست آوردن ماتریس الاستیسیته خمشی ورق‌های موجدار مورد بررسی قرار گرفت. از طرفی به علت نداشتن ماتریس الاستیسیته اورتوتروپیک درون صفحه‌ای ورق‌های موجدار، برای بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار از ماتریس الاستیسیته ایزوتروپیک درون صفحه‌ای ورق‌های صاف استفاده می‌شود و سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس مقایسه می‌شود.

برای بدست آوردن تابع تغییر مکان درون صفحه‌ای ورق موجدار و توابع شکل ابتدا یک المان موجدار با هندسه دلخواه تحت بار متمرکز درون صفحه‌ای را، در آباکوس مدل می‌کنیم و سپس با استفاده از روش برازش منحنی بهترین منحنی تغییر شکل یافته برای توابع شکل این المان موجدار را بدست می‌آوریم و شاید این توابع بدست آمده شرایط توابع شکل در کتاب‌های اجزاء محدود را نداشته باشد به همین دلیل با استفاده از این توابع شکل، تابع تغییر مکان آن را بدست می‌آوریم و با استفاده از این تابع تغییر مکان توابع شکل اصلاح شده را بدست می‌آوریم که شرایط توابع شکل در کتاب‌های اجزاء محدود را دارا می‌باشد. در ادامه این روش را برای یک دیوار برشی فولادی موجدار به کار می‌بریم. تابع تغییر مکان پیشنهادی درون صفحه‌ای برای یک المان موجدار هشت گره‌ای (شکل ۵-۳۳) که به صورت زیر است:

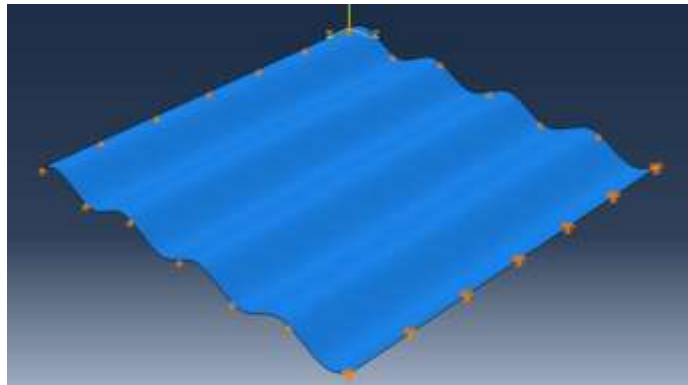


شکل ۳۱-۵ المان موجدار هشت گره‌ای برای دیوار برشی فولادی موجدار

$$u = v = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7x^2y + a_8xy^2 \quad ۶-۵$$

### ۵-۴-۱ مثال و بررسی نتایج

**مثال (۱):** در این مسئله یک دیوار برشی فولادی موجدار با ابعاد  $۲/۴ \times ۲/۴$  مطابق شکل ۳۴-۵ تحت نیروی برشی در تراز فوقانی قرار با استفاده از تابع تغییر مکان جدید مورد بررسی قرار گرفته است. سپس نتایج آن با نرم افزار آباکوس مقایسه شده است (جدول ۳۹-۵ و ۳۸-۵). مشخصات مصالح و ابعاد مش برای مدلسازی در نرم افزار آباکوس و متلب در جدول ۳۸-۵ نشان داده شده است.



شکل ۳۲-۵ دیوار برشی فولادی موجدار

جدول ۳۸-۵ مشخصات هندسی و مکانیکی دیوار برشی فولادی موجدار

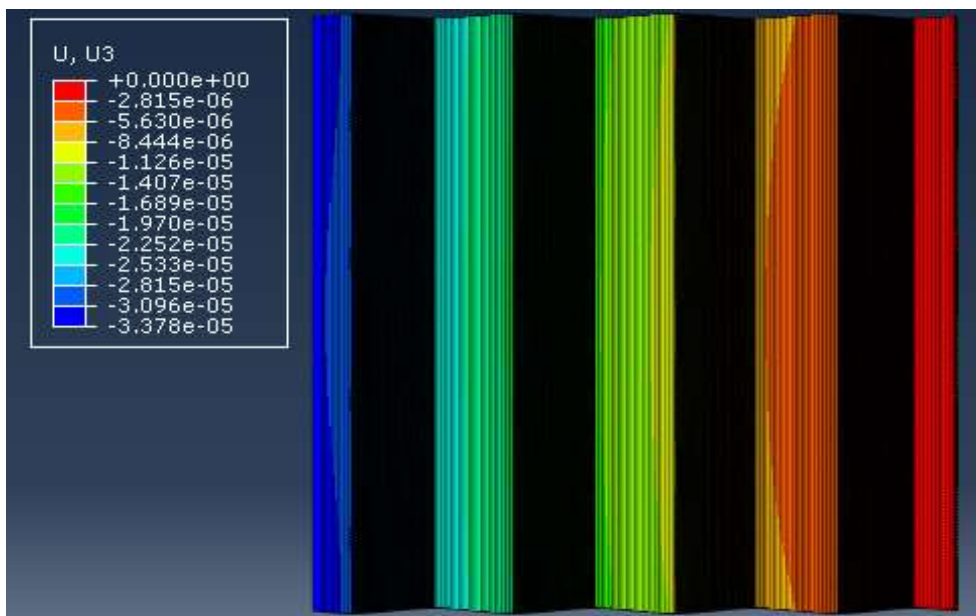
مشخصات مصالح	مدل آباکوس	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتا دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته (کیلوگرم / مترمربع)	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
ابعاد ورق (متر)	۲/۴×۲/۴	۲/۴×۲/۴	۲/۴×۲/۴
ابعاد مش (متر)	۰/۱ × ۰/۱	۰/۶ × ۰/۶	۰/۰۰۵ × ۰/۰۰۵
$H_0$ (متر)	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲
$L_0$ (متر)	۰/۶	۰/۶	۰/۶
تعداد دوره تناوب	۴	۴	۴
نیروی برشی (کیلو گرم)	۴۰۰۰	۴۰۰۰	۴۰۰۰

جدول ۳۹-۵ مقدار تغییر مکان دیوار برشی فولادی موجدار

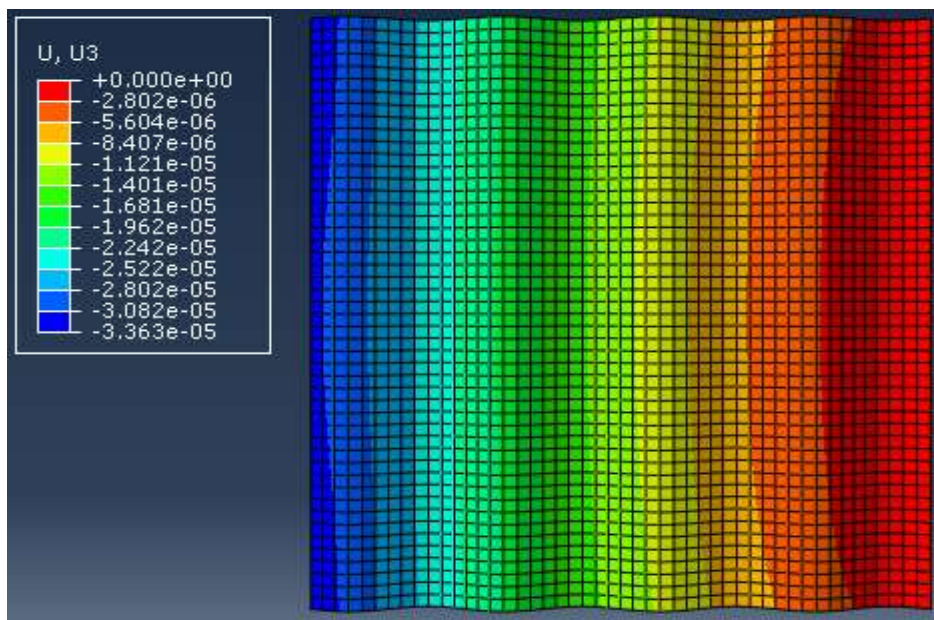
نوع روش	مقدار تغییر مکان (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	$4 \times 10^{-5}$	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۱۵
مدل آباکوس	$4/36 \times 10^{-5}$	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۷/۲
تحلیل نسبتا دقیق	$4/7 \times 10^{-5}$	(۰/۶ , ۰/۶)	٪ ۰

جدول ۴۰-۵ مقدار تغییر مکان دیوار برشی فولادی موجدار

نوع روش	مقدار تغییر مکان (متر)	مختصات نقطه مورد نظر	مقدار خطا
کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	$0/98 \times 10^{-5}$	(۱/۸ , ۱/۸)	٪ ۱۸
مدل آباکوس	$1/13 \times 10^{-5}$	(۱/۸ , ۱/۸)	٪ ۶
تحلیل نسبتا دقیق	$1/2 \times 10^{-5}$	(۱/۸ , ۱/۸)	٪ ۰



شکل ۳۳-۵ تغییر مکان بدست آمده دیوار برشی فولادی موجدار برای تحلیل نسبتا دقیق



شکل ۳۴-۵ تغییر مکان بدست آمده دیوار برشی فولادی موجدار برای مدل آباکوس

همچنین در این فصل دیوار برشی فولادی موجدار با استفاده از معادله ۵-۶ و با استفاده از ماتریس الاستیسیته ایزوتروپیک درون صفحه‌ای ورق‌های صاف مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت، در ادامه نتایج آن با تحلیل نسبتا دقیق (نرم افزا آباکوس) مقایسه شد. براساس جدول ۵-۴۱ و شکل ۵-۳۷ مشخص شد که برای ورق‌های موجدار با نسبت  $\frac{H_0}{L_0} < 0.1$ ، می‌توان برای تحلیل دیوار برشی فولادی

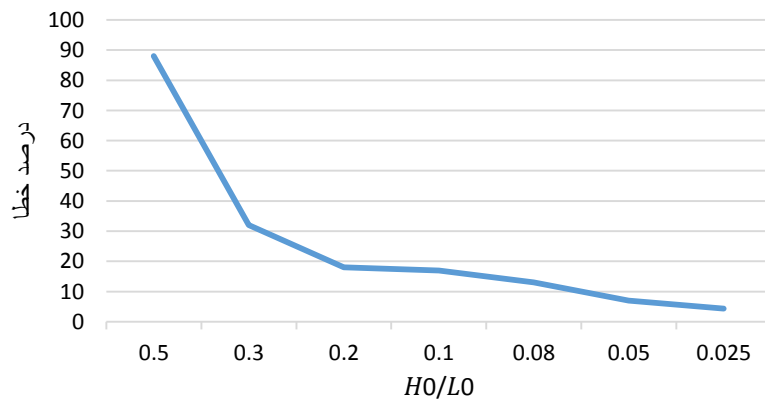
موجدار از ماتریس الاستیسیته ایزوتروپیک درون صفحه‌ای ورق‌های صاف استفاده کرد. مشخصات مدل‌های مورد بررسی در جدول ۴۱-۵ نشان داده شده است.

جدول ۴۱-۵ مشخصات مدل‌های مورد بررسی

مشخصات مصالح	کد متلب (تابع تغییر مکان جدید)	تحلیل نسبتاً دقیق
ضریب پواسون	۰/۳	۰/۳
مدول الاستیسیته ( $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{متر مربع}}$ )	$210 \times 10^9$	$210 \times 10^9$
ضخامت ورق (متر)	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
ابعاد ورق (متر)	۲/۴×۲/۴	۲/۴×۲/۴
ابعاد مش (متر)	۰/۶ × ۰/۶	۰/۰۰۵ × ۰/۰۰۵
$L_0$ (متر)	۰/۶	۰/۶
تعداد دوره تناوب	۴	۴
نیروی برشی (کیلو گرم)	۴۰۰۰	۴۰۰۰

جدول ۴۲-۵ بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار با ماتریس الاستیسیته ایزوتروپیک درون صفحه‌ای ورق صاف

خطا	مقدار خیز (متر)	نوع روش	مختصات نقطه مورد نظر	ضریب $(\frac{H_0}{L_0})$	نسبت $(\frac{H_0}{L_0})$
٪ ۸۸	$۸/۵۹ \times ۱۰^{-۴}$	تحلیل نسبتا دقیق	(۱/۲ , ۱/۲)	۰/۵	$\frac{۰/۳}{۰/۶}$
	$۰/۹۸ \times ۱۰^{-۵}$	تابع تغییر مکان جدید			
٪ ۳۲	$۱/۴۶ \times ۱۰^{-۵}$	تحلیل نسبتا دقیق	(۱/۲ , ۱/۲)	۰/۳	$\frac{۰/۱۸}{۰/۶}$
	$۰/۹۸ \times ۱۰^{-۵}$	تابع تغییر مکان جدید			
٪ ۱۸	$۱/۲ \times ۱۰^{-۵}$	تحلیل نسبتا دقیق	(۱/۲ , ۱/۲)	۰/۲	$\frac{۰/۱۲}{۰/۶}$
	$۰/۹۸ \times ۱۰^{-۵}$	تابع تغییر مکان جدید			
٪ ۱۷	$۱/۱۹ \times ۱۰^{-۵}$	تحلیل نسبتا دقیق	(۱/۲ , ۱/۲)	۰/۱	$\frac{۰/۰۶}{۰/۶}$
	$۰/۹۸ \times ۱۰^{-۵}$	تابع تغییر مکان جدید			
٪ ۱۳	$۱/۱۳ \times ۱۰^{-۵}$	تحلیل نسبتا دقیق	(۱/۲ , ۱/۲)	۰/۰۸	$\frac{۰/۰۴۸}{۰/۶}$
	$۰/۹۸ \times ۱۰^{-۵}$	تابع تغییر مکان جدید			
٪ ۷	$۱/۰۶ \times ۱۰^{-۵}$	تحلیل نسبتا دقیق	(۱/۲ , ۱/۲)	۰/۰۵	$\frac{۰/۰۳}{۰/۶}$
	$۰/۹۸ \times ۱۰^{-۵}$	تابع تغییر مکان جدید			
٪ ۴/۳	$۱/۰۲۵ \times ۱۰^{-۵}$	تحلیل نسبتا دقیق	(۱/۲ , ۱/۲)	۰/۰۲۵	$\frac{۰/۰۱۵}{۰/۶}$
	$۰/۹۸ \times ۱۰^{-۵}$	تابع تغییر مکان جدید			



شکل ۳۵-۵ نمودار بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار با ماتریس الاستیسیته درون صفحه‌ای ورق صاف

## فصل ۶- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این پایان نامه سعی شد ماتریس سختی المان موجدار را بدست آید و کاربرد آن در دیوار برشی فولادی موجدار مورد بررسی قرار گیرد.

## ۶-۲- جمع بندی نتایج

- ۱- ماتریس الاستیسیته خمشی ورق موجدار که توسط توسط یائکوآتوکی و والدمار پیشنهاد شد با روش گردیک و پاریس مورد مقایسه قرار گرفت و نتایج هر دو روش نسبتاً نزدیک به هم بود.
- ۲- در بدست آوردن توابع شکل ورق موجدار از روش برازش منحنی استفاده شد و برای صحت سنجی این روش، ابتدا این تئوری برای ورق‌های صاف مورد بررسی قرار گرفت و سپس نتایج حاصل از آن با نرم افزار آباکوس و تئوری ورق‌های صاف مقایسه شد که درصد خطا در مقایسه با تئوری ورق‌ها بین ۰/۵٪ تا ۸/۹٪ می‌باشد که مورد قبول واقع گرفت.
- ۳- در این پایان نامه همچنین توابع شکل برای ورق‌های مستطیلی نیز ارائه شد که درصد خطا در مقایسه با تئوری ورق‌ها بین ۰/۴٪ تا ۴/۳٪ می‌باشد که مورد قبول است.
- ۴- روش برازش منحنی برای ورق‌های صاف، می‌تواند به عنوان یک روش تطابقی در نرم افزارها به کار گرفته شود و توابع شکل در خلال تحلیل بروز رسانی شود و نیاز به مش‌بندی مجدد و ریز کردن مش‌ها برطرف شود.
- ۵- عیب روش برازش منحنی در مختصات کلی (این عیب را با روش نگاشت می‌توان برطرف کرد) برای ورق موجدار این بود که با توجه به تغییر شرایط هندسی، تکیه‌گاهی و همچنین تعداد دوره تناوب، توابع شکل حاصل از روش برازش برای این نوع ورق‌ها نیز تغییر می‌کند.
- ۶- برای برطرف کردن این عیب از دو روش پیشنهادی استفاده شد:



روش پیشنهادی اول: با استفاده از یک معادله تغییر مکان جدید واحد که حداکثر امکان جمعی شرایط را در بر می‌گیرد، سعی شد ورق‌های موجدار همانند ورق‌های صاف مدل شود.

روش پیشنهادی دوم: در این روش برای هر مسئله، توابع شکل و یک تابع تغییر مکان جداگانه از طریق برازش منحنی بدست آمد.

۷- در این پایان نامه چند نمونه ورق فولادی موجدار با شرایط هندسی، تکیه‌گاهی و تعداد دوره تناوب متفاوت، با هر دو روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفتند و سپس نتایج حاصل از هر دو روش با نرم افزار آباکوس مقایسه شد که نتایج بدست آمده از هر دو روش نسبتاً به هم نزدیک بود. در روش پیشنهادی اول درصد خطا در مقایسه با تحلیل نسبتاً دقیق بین ۰/۷٪ تا ۱۵٪ است و در روش دوم این مقدار بین ۰٪ تا ۱۳٪ می‌باشد.

۸- چشم انداز روش پیشنهادی اول، کاهش زمان اجرای کامپیوتر بر روی یک ورق صاف معادل در مسائلی از قبیل بهینه‌یابی ضخامت ورق است که تعداد دفعات تحلیل متعدد را طلب می‌کند.

۹- در این تحقیق رفتار دیوار برشی فولادی موجدار مورد بررسی قرار گرفت. میدان تغییر مکان برای رفتار درون صفحه‌ای دیوار برشی فولادی موجدار از طریق برازش منحنی بدست آمد.

۱۰- در این پایان نامه برای بررسی رفتار دیوار برشی فولادی موجدار به دلیل نداشتن ماتریس الاستیسیته اورتوتروپیک درون صفحه‌ای آن از ماتریس الاستیسیته ایزوتروپیک درون صفحه‌ای ورق صاف استفاده شد. مشخص شد که برای دیوارهای برشی فولادی موجدار با نسبت  $\frac{H_0}{L_0} < 0/1$ ، می‌توان از ماتریس الاستیسیته ایزوتروپیک درون صفحه‌ای ورق‌های صاف استفاده کرد.

۱۱- هدف از مدل آباکوس برای کسب توابع شکل در این پایان‌نامه این است که این کار نوعی حالت تطبیقی است و می‌تواند در نرم‌افزارها به کار گرفته می‌شود و به جای اینکه با تابع شکل یکسان، مجبور شویم مش‌بندی را ریزتر کنیم، می‌توانیم توابع شکل را بروز رسانی کنیم.

## ۶-۳- پیشنهادات

با توجه به بررسی‌های انجام شده برای کسب ماتریس سختی المان موجدار، کاستی‌های در این زمینه محسوس است که برای ادامه مطالعات در این زمینه تحقیقاتی پیشنهاد می‌گردد:

- ۱- بدست آوردن معادله دیفرانسیل ورق موجدار سینوسی و حل دقیق این معادله
- ۲- بدست آوردن میدان تغییر مکان برای ورق‌های موجدار سینوسی با استفاده از حل دقیق معادله دیفرانسیل این نوع ورق‌ها
- ۳- بهبود هر دو روش پیشنهادی بدست آمده برای ورق‌های موجدار
- ۴- بدست آوردن ماتریس الاستیسیته اورتوتروپیک درون صفحه‌ای ورق موجدار
- ۵- بررسی رفتار درون صفحه‌ای دیوار برشی فولادی موجدار با استفاده از ماتریس الاستیسیته اورتوتروپیک درون صفحه‌ای ورق موجدار
- ۶- بدست آوردن توابع شکل ورق‌های موجدار از طریق روش نگاشت

## فصل ۷- منابع

[1] A. Mornement and S. Holloway. Corrugated Iron | Building on the Frontier. Frances Lincoln Limited, London, 2007.

[2] E.H. Hirschel, H. Prem, and G. Madelung. Luftfahrtforschung in Deutschland. Bernard & Graefe Verlag, Bonn, 2001. German.

[3] H. Junkers. Flying-machine supporting surface. US Patent No. 1462704 , 1923.

[4] T. Yokozeki, S.-i. Takeda, T. Ogasawara, and T. Ishikawa. Mechanical properties of corrugated composites for candidate materials of exible wing structures. Composites: Part A, 37(10):1578-1586, 2006.

[5] C. Thill. Corrugated composite structures for morphing wing skin applications. PhD thesis, University of Bristol, 2009.

[6] M. Winkler. Analysis of Corrugated Laminates. PhD thesis, University of ETH Zurich, 2012.

[۷] سیروس یوسفی خاتونی. حسین شوکتی. محمد شیخ بگلو. مقایسه رفتار غیر خطی دیوارهای برشی فولادی با ورق صاف و موجدار. مجله علمی- پژوهشی عمران مدرس، ۱۳۹۰.

[۸] مطالعه پارامتریک دیوارهای برشی فولادی ساخته شده از ورق‌های موجدار متقاطع و مقایسه آن با دیوارهای برشی فولادی ساخته شده از ورق‌های موجدار موازی.

[9] D.Wennberg.P.Wennhage.S.Stichel. Orthotropic Models of Corrugated Sheets in Finite Element Analysis. Department of Aeronautical and Vehicle Engineering. Volume 2011, Article ID 979532, 9 pages.

[10] Y. Xia, M. I. Friswell ,E. I. Saavedra Flores. Equivalent models of corrugated panels. International Journal of Solids and Structures. 49 (2012) 1453–1462.

[11] B.Stojadinovic, S.Tipping. Structural Testing of Corrugated Sheet Steel Shear Walls. International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. 5.2008.

[12] S. Luo and J. C. Suhling. THE BENDING STIFFNESSES OF CORRUGATED BOARD. Mechanics of Cellulosic Materials. AMD-Vol. 145/MD-Vol. 36. 1992.

[13] N. P. Semenyuk and N. A. Neskhodovskaya. ON DESIGN MODELS IN STABILITY PROBLEMS FOR CORRUGATED CYLINDRICAL SHELLS. International Applied Mechanics, Vol. 38, No. 10. 2002.

[14] C. Thurnherr , Y. Mirabito, G. Kress, P. Ermanni. Highly anisotropic corrugated laminates deflection under uniform Pressure. Composite Structures. 154 (2016) 31–38.

- [15] H. Junkers. Corrugated sheet-metal shape. US Patent No. 1704326 , 1929.
- [16] B.Stojadinovic, S.Tipping. Structural Testing of Corrugated Sheet Steel Shear Walls. Research report, University of California, Berkeley, 2009.
- [17] M.N. El-Atrouzy and G. Abdel-Sayed. Shell roofs and grain bins made of corrugated steel sheets. In W.-W. Yu, editor, Proceedings of Second Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, pages 303-323, St. Louis, Missouri, USA, October 22-24 1973.
- [18] D. Briassoulis. Equivalent orthotropic properties of corrugated sheets. *Computers & Structures*, 23(2):129-138, 1986.
- [19] A. Samanta and M. Mukhopadhyay. Finite element static and dynamic analyses of folded plates. *Engineering Structures*, 21(3):277.
- [20] K.M. Liew, L.X. Peng, and S. Kitipornchai. Buckling analysis of corrugated plates using a mesh-free Galerkin method based on the rstord shear deformation theory. *Computational Mechanics*, 38(1):61. 2006, 75.
- [21] K.M. Liew, L.X. Peng, and S. Kitipornchai. Nonlinear analysis of corrugated plates using a FSDT and a meshfree method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(21-24):2358-2376, 2007.

[22] L.X. Peng, K.M. Liew, and S. Kitipornchai. Analysis of stiffened corrugated plates based on the FSDT via the mesh-free method. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(3):364-378, 2007.

[23] D. Perel and C. Libove. Elastic Buckling of Infinitely Long Trapezoidally Corrugated Plates in Shear. *Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics*, 45(3):579-582, 1978.

[24] D. Wennberg, P. Wennhage, and S. Stichel. Orthotropic Models of Corrugated Sheets in Finite Element Analysis. *ISRN Mechanical Engineering*, 2011. Article ID 979532, 9 pages.

[۲۵] ترابیان شهاب الدین، مطالعه پارامتریک رفتار لرزه‌ای دیوارهای برشی فولادی ساخته شده از ورق فولادی موجدار، پایان نامه کارشناسی ارشد، کتابخانه مرکزی پردیس دانشکده فنی دانشگاه تهران، ۱۳۸۴.

[26] R.A. Shimansky and M.M. Lele. Transverse Stiffness of a Sinusoidally Corrugated Plate. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 23(3):439-451, 1995.

[27] K.P. Rao. Shear Buckling of Corrugated Composite Panels. *Composite Structures*, 8(3):207-220, 1987.

[28] T. Yokozeki, S.-i. Takeda, T. Ogasawara, and T. Ishikawa. Mechanical properties of corrugated composites for candidate materials of flexible wing structures. *Composites: Part A*, 37(10):1578-1586, 2006.

[29] T. Ishikawa, Y. Iwahori, T. Yokozeiki, and S.-i. Takeda. Aircraft wing, aircraft wing composite material, and method of manufacture thereof. US Patent No. US 2006/0145031 A1, 2006.

[30] C. Thill. Corrugated composite structures for morphing wing skin applications. PhD thesis, University of Bristol, 2009.

[31] C. Thill, J.A. Etches, I.P. Bond, K.D. Potter, and P.M. Weaver. Corrugated composite structures for aircraft morphing skin applications. In Proceedings of the 18th International Conference on Adaptive Structures and Technologies, Ottawa, Ontario, Canada, October 3-5, 2007.

[32] C. Thill, J.A. Etches, I.P. Bond, P.M. Weaver, and K.D. Potter. Experimental and parametric analysis of corrugated composite structures morphing skin applications. In Proceedings of the 19th International Conference on Adaptive Structures and Technologies, Ascona, Switzerland, October 6-9 2008.

[33] H. Junkers. Flying-machine covering. US Patent No. 1553695 , 1925.

[34] R. Ge, B. Wang, C. Mou, and Y. Zhou. Deformation characteristics of corrugated composites for morphing wings. *Frontiers of Mechanical Engineering in China*, 5(1):73-78, 2010.

[35] P. Ghabezi and M. Golzar. Corrugated composites as exible structures Theory and FEM analysis. Presented at the 32nd Ris\_ International



Symposium on Materials Science Composite materials for structural performance: towards higher limits. Ris, Denmark, September 5-9. 2011.

[36] Seilie, F, Ignasius and J. D. Hooper, steel shear wall : practical design and construction, Modern Steel Construction, vol. 4, pp. 37- 43, 2005.

[37] Chao Dou, Zi.Qin Jiang , Yong.Lin Pi, Yan-Lin Guo, Elastic shear buckling of sinusoidally corrugated steel plate shear wall, Engineering Structures 121 (2016) 136–146.

[38] Fereshteh .Emami, Massood. Mofid, Abolhassan Vafai, Experimental study on cyclic behavior of trapezoidally corrugated steel shear walls, Engineering Structures 48 (2013) 750–762.

[۳۹] محمد زمان کبیر، علی کرباسی، بررسی کمانش برشی دیوارهای برشی فولادی جدار نازک با ورق های صاف و موجدار، اولین همایش ملی مهندسی سازه ایران، ۱۳۹۳.

[۴۰] گودرزی خویگانی، محمدعلی رجایی، تحلیل تنشهای برشی در جان تیروورقهای باجان عمیق موج دار، پژوهشنامه حمل و نقل، ۱۳۹۳.

[41] Berman, J. W and Bruneau, M. (2005). Experimental investigation of lightgauge steel plate shear wall. J Struct Eng ASCE 2004 [ in press, scheduled for vol. 131, No, 2].

[42] L. A. Fulop and D. Dubina. Are the cold- formed wall stud shear walls dissipative systems in seismic resistant building. How much. STESSA 2003: proceedings of the Conference on behavior of steel

structures in seismic Areas, 9- 21 June 2003, Naples, Italy, pp. 841- 846. 2003.

[43] C. Thill, J.A. Etches, I.P. Bond, K.D. Potter, and P.M. Weaver. Composite corrugated structures for morphing wing skin applications. In Proceedings of the 20th International Conference on Adaptive Structures and Technologies, Hong Kong, October 20-22. 2009.

[44] Lekhnitskii, S. G. 1984. Anisotropic Plates. Gordon and Breach, New York.

[45] Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S., 1959. Theory of Plates and Shells. Second ed. McGraw-Hill, New York.

[46] Dickinson, S.M., 1978. The buckling and frequency of flexural vibration of rectangular isotropic and orthotropic plates using Rayleigh's method. J. Sound Vib. 61, 1-8.

[47] Seydel, E., 1931. Schubknickversuche mit Wellblechtafeln ("Shear buckling tests with corrugated sheets"). 230. Bericht der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, Berlin, 233-245.

[48] Briassoulis, D., 1986. Equivalent orthotropic properties of corrugated sheets. Computers & Structures 23, 129-138.

[49] Luo, S., Suhling, J.C., Considine, J.M., Laufenberg, T.L.,1992. The bending stiffnesses of corrugated board. AMD-Vol. 145 / MD-Vol. 36, Mechanics of Cellulosic Materials, ASME, 15-26. Ye, Z. Berdichevsky,

V.L., Yu, W., 2014. An equivalent classical plate model of corrugated structures. *Int. J. Solids Struct.* 51, 2073-2083.

[51] Xia, Y., Friswella, M.I., Flores, E.I.S, 2012. Equivalent models of corrugated panels. *Int. J. Solids Struct.* 49, 1453–1462.

[52] Jones, R.M., 1999. *Mechanics of Composite Materials*. Taylor & Francis, Philadelphia.

[53] J. N. Reddy. *An Introduction To The Finite Element Method*. Second Edition. 1993.

[54] N. Sudhir (108ME015). *Plate Bending Analysis Using Finite Element Method*. Department of Mechanical Engineering. 2012.

[55] D. L. Logan. *A First Course In The Finite Element Method*. Fifth Edition. University Of Wisconsin- Platteville. 2012.

[56] Yohko Aoki, Waldemar Maysenholder. Experimental and numerical assessment of the equivalent-orthotropic-thin-plate model for bending of corrugated panels. *International Journal of Solids and Structures* (2016).

[57] P. A. Timler and G. L. Kulak. *Experimental Study Of Steel Plate Shear Wall*. Department Of Civil Engineering University Of Alberta. 1983.

[58] O.C. Zienkiewicz , CBE, FRS. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Sixth edition. UNESCO Professor of Numerical Methods in Engineering. International Centre for Numerical Methods in

Engineering, Barcelona. Previously Director of the Institute for Numerical Methods in Engineering. University of Wales, Swansea. 2005.

[۵۹] دکتر محمد مهدی علی نیا. تئوری صفحات و پوسته‌ها. انتشارات آشیان. ۱۳۷۹.

[60] Lekhnitskii, S.G., 1984. Anisotropic Plates. Gordon and Breach, New York.

[61] Grediac, M., Paris, P.A., 1996. Direct identification of elastic constants of anisotropic plates by modal analysis: theoretical and numerical aspects. J. Sound Vib. 193, 401–415.

## **Abstract**

Using steel shear walls which is more advantageous than smooth plate shear walls has been discussed recently and its advantages are (1) higher stiffness out of the load plate compared with non-harden state; (2) reducing the cost compared with hardened state. Most researches of corrugated shear walls, whether in experimental or numerical, have been conducted on two-dimension one-floor frames. However, this is not practical. The main reason of conducting research on one-floor corrugated shear walls is numerous elements for modeling wall corrugation. In this study, it has been attempted to provide the matrix of corrugated element stiffness and write finite element program for using it for the first time so that the range of numerical operation and computation running is reduced. In order to obtain the matrix of corrugated element stiffness first the bending elasticity matrix should be determined using Yaeo Aoki and Valdemar. Also, shape function was obtained through fitting curve method but shape functions vary by changing corrugation geometry shape, support and loading conditions. It is attempted in this thesis to suggest two methods for removing this weakness and corrugated plates are analyzed based on these two methods and compared using ABAQUS software. We concluded that both methods were acceptable. In addition, smooth plate in-plane isotropic elasticity matrix was used instead of in-plane orthotropic elasticity matrix to study the behavior of corrugated steel shear wall because the latter matrix did not exist. Fitting curve was used to obtain the field of displacement for in-plane behavior of corrugated shear wall and results were investigated using ABAQUS software.

**Keywords:** corrugated steel shear wall, elasticity matrix, bending, corrugated element, shape functions, method, orthotropic, isotropic



**Shahrood University of Technology**  
**Faculty of Civil Engineering**  
M.Sc. Thesis in Structural Engineering

**determination of propose corrugated element stiffness matrix  
corrugated and its application in corrugated steel shear walls**

By: hossein ezati

Supervisor:

Dr. Vahid Reza. Kalatjari

Dr. Mehdi.Tavakkoli

June 2017