

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده: عمران و معماری

گروه مهندسی عمران - گرایش سازه‌های هیدرولیکی

مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی افت جریان در یک زانویی

دانشجو: رضا مقصودی

استاد راهنما:

دکتر رامین امینی

استاد مشاور:

دکتر علی کیهانی

پایان‌نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ماه ۸۸

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : عمران و معماری

گروه مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای رضا مقصودی

تحت عنوان:

مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل سازی افت جریان در یک زانویی

در تاریخ ۱۳۸۸/۶/۲۲ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد

مورد ارزیابی و با درجه عالی مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور:	امضاء	اساتید راهنما:
	نام و نام خانوادگی : دکتر علی کیهانی		نام و نام خانوادگی : دکتر رامین امینی

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور:
	نام و نام خانوادگی : مهندس عباس محمدی		نام و نام خانوادگی : دکتر سید فضل الله ساغروانی
			نام و نام خانوادگی : دکتر احمد احمدی

تشکر و قدردانی

از زحمات استاد ارجمند جناب آقای دکتر رامین امینی که مرا در این پژوهش راهنمایی و مساعدت نمودند کمال تشکر را دارم. همچنین از استاد ارجمند جناب آقای دکتر علی کیهانی که زحمت مشاوره این پایان نامه را به عهده داشتند سپاس گزارم.

همچنین از تمامی دوستان که مرا در انجام این پایان نامه یاری نمودند صمیمانه تشکر می نمایم.

تعهد نامه

اینجانب رضا مقصودی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته سازه‌های هیدرولیک دانشکده عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی افت جریان در یک زانویی تحت راهنمایی دکتر رامین امینی به عنوان استاد راهنما متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.

• کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام <<دانشگاه صنعتی شاهرود>> و یا <<shahrood university of technology>> به چاپ خواهد رسید.

• حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیر گذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت شده است.

• در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

• در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ:

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

بررسی افت انرژی در زانویی، به شکل آزمایشگاهی در گذشته انجام گرفته است. محققین عواملی مثل نسبت شعاع انحنا به قطر لوله و همچنین زاویه انحنا را در تعیین افت انرژی در زانوها موثر می‌دانند. در واقع در آزمایشگاه برای تعیین افت انرژی در هر زانو از فشارسنج در دو طرف زانو استفاده می‌گردد. با استفاده از اختلاف فشار این دو فشارسنج و با استفاده از رابطه برنولی می‌توان مقدار افت انرژی را تعیین نمود. در این تحقیق هدف آن است که همین کار توسط مدل‌سازی عددی صورت گیرد. به این معنی که زانو به شکل عددی مدل‌سازی می‌گردد و فشار آب در دو طرف زانو اندازه‌گیری می‌شود و در نتیجه مقدار افت انرژی قابل تعیین است. مدل‌سازی عددی برای زانویی ۹۰ و ۴۵ درجه صورت می‌پذیرد و نتایج آن با هم مقایسه می‌گردد. با انجام این تحقیق قدرت مدل‌سازی عددی برای زانوها مشخص می‌گردد. واضح است که استفاده از روش‌های مختلف برای مدل‌سازی آشفتگی می‌تواند تاثیر مهمی بر نتایج داشته باشد. بنابراین در گام اول باید بهترین شکل مدل‌سازی عددی که مناسب زانوها می‌باشد تعیین گردد.

در سال‌های اخیر استفاده از کدهای برنامه‌نویسی برای محاسبات دینامیکی سیالات بطور بسیار سریع در حال افزایش می‌باشد. یکی از نرم‌افزارهای که برنامه‌نویسی آن براساس جریان سیال می‌باشد و می‌توان برای بررسی پیش‌بینی جریان سیال از آن استفاده کرد فلونت^۱ می‌باشد. با استفاده از این نرم‌افزار می‌توان انواع جریان‌ات آشفته را مدل‌سازی کرد. یکی از کاربردهای چنین نرم‌افزارهای صرفه‌جویی در وقت و هزینه‌های آزمایشگاهی می‌باشد. بدین ترتیب که با انجام آزمایشات و صرف هزینه‌ها و وقت نتایج آن آزمایشات را می‌توان مشاهده کرد. حال اگر با استفاده از نرم‌افزارهای مانند فلونت همان آزمایش را مدل‌سازی کنیم و نتایج مشابهی را بدست آوریم دیگر نیازی به انجام آزمایش مشابه و صرف هزینه و وقت بسیار زیاد نسبت به مدل‌سازی با استفاده از چنین نرم‌افزارهای نیست.

1) Fluent

با توجه به درک اهمیت بسیار زیاد جریان سیال، در این تحقیق سعی شده تا حدودی با معادلات حاکم و روش‌های استفاده شده برای شبیه‌سازی جریانات آشفته آشنا شویم.

پس از انجام مدل‌سازی و استفاده از انواع مدل‌های آشفته‌گی برای زانویی ۴۵ و ۹۰ درجه، برای اعداد رینولدز مختلف با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی، مدل‌سازی با نرم‌افزار فلوئنت تطابق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و بهترین مدل آشفته‌گی، مدل تنش رینولدز امگا می‌باشد.

کلمات کلیدی: زانویی، افت انرژی، محاسبات دینامیک سیالات، فلوئنت، جریان آشفته.

فهرست مطالب

فصل اول (مقدمه)

- ۱-۱ بررسی جریان در زانویی..... ۲
- ۲-۱ نتایج آزمایشگاهی..... ۳
- ۳-۱ کارهای قبلی..... ۶

فصل دوم (مقدمه‌ای بر دینامیک سیالات محاسباتی)

- ۱-۲ استفاده از کدهای دینامیک سیالات محاسباتی..... ۱۰
- ۲-۲ معادلات اساسی جریان سیالات..... ۱۰
- ۱-۲-۲ بقای جرم: معادله پیوستگی..... ۱۰
- ۲-۲-۲ بقای ممنتوم: معادله ممنتوم..... ۱۲
- ۳-۲ گسسته‌سازی..... ۱۳
- ۱-۳-۲ اصول پایه..... ۱۳
- ۲-۳-۲ گسسته‌سازی مکان..... ۱۵
- ۳-۳-۲ گسسته‌سازی معادله..... ۱۸
- ۱-۳-۳-۲ روش حجم‌های محدود..... ۱۹
- ۴-۳-۲ گسسته‌سازی زمان..... ۲۲

فصل سوم (آشنایی با نرم‌افزار فلوئنت)

- ۱-۳ مقدمه..... ۲۷
- ۲-۳ مدل‌های آشفتگی..... ۲۸
- ۱-۲-۳ مقدمه..... ۲۸
- ۲-۲-۲ روش بوسینسک در مقابل مدل‌های انتقال تنش رینولدز..... ۳۲

- ۳۲.....مدل های $k-\varepsilon$ استاندارد، RNG، و محسوس.....
- ۳۳.....مدل $k-\varepsilon$ استاندارد.....
- ۳۳.....مدل $k-\varepsilon$ استاندارد.....
- ۳۴.....مدل سازی لزجت آشفتگی.....
- ۳۴.....مقادیر ثابت.....
- ۳۵.....مدل $k-\varepsilon$ RNG.....
- ۳۵.....مدل $k-\varepsilon$ RNG.....
- ۳۶.....مدل سازی لزجت موثر.....
- ۳۶.....اصلاح چرخش RNG.....
- ۳۷.....محاسبه معکوس اعداد پرانتل موثر.....
- ۳۷.....ترم R_ε در معادله ε
- ۳۸.....مدل ثابت های مدل.....
- ۳۸.....مدل $k-\varepsilon$ محسوس.....
- ۴۰.....مدل $k-\varepsilon$ محسوس.....
- ۴۱.....مدل سازی لزجت گردابی.....
- ۴۲.....مدل ثابت های مدل.....
- ۴۳.....مدل سازی تولید آشفتگی در مدل های $k-\varepsilon$
- ۴۳.....اثرات شناوری روی آشفتگی در مدل های $k-\varepsilon$
- ۴۵.....مدل تنش رینولدز.....
- ۴۵.....معادلات انتقال تنش رینولدز.....
- ۴۶.....مدل سازی انتقال انتشار آشفتگی.....
- ۴۷.....مدل سازی ترم کرنش فشار.....

- ۴۷.....مدل خطی کرنش فشار.....۱-۳-۴-۲-۳
- ۴۸.....اصلاحات رینولدز پایین برای مدل خطی کرنش فشار.....۱-۱-۳-۴-۲-۳
- ۴۹.....مدل درجه دوم کرنش فشار.....۲-۳-۴-۲-۳
- ۵۰.....مدل رینولدز-پایین امگا-تنش.....۳-۳-۴-۲-۳
- ۵۱.....اثرات شناوری روی آشفتگی.....۴-۴-۲-۳
- ۵۱.....مدل سازی انرژی جنبشی آشفتگی.....۵-۴-۲-۳
- ۵۱.....مدل سازی نرخ افت.....۶-۴-۲-۳
- ۵۲.....مدل سازی ویسکوزیته آشفته.....۷-۴-۲-۳
- ۵۲.....شرایط مرزی برای تنش های رینولدز.....۸-۴-۲-۳
- ۵۳.....رفتار جریان در نزدیک دیوار برای جریان های آشفته محدود به دیوارها.....۳-۳
- ۵۳.....مقدمه.....۱-۳-۳
- ۵۴.....توابع دیوار در مقایسه با مدل نزدیک دیوار.....۱-۱-۳-۳
- ۵۶.....توابع دیوار.....۲-۳-۳
- ۵۶.....توابع دیوار استاندارد.....۱-۲-۳-۳
- ۵۷.....ممنتوم.....۲-۲-۳-۳
- ۵۸.....آشفتگی.....۳-۲-۳-۳
- ۵۹.....توابع دیوار نامتعادل.....۴-۲-۳-۳
- ۶۱.....توابع دیوار استاندارد در برابر توابع دیوار نامتعادل.....۵-۲-۳-۳
- ۶۱.....محدودیت های روش تابع دیوار.....۶-۲-۳-۳
- ۶۲.....رفتار دیوار توسعه یافته.....۳-۳-۳
- ۶۳.....مدل دو لایه برای رفتار دیوار توسعه یافته.....۱-۳-۳-۳
- ۶۵.....توابع دیوار توسعه یافته.....۲-۳-۳-۳

- ۴-۳ ملاحظات شبکه برای شبیه‌سازی‌های جریان آشفته..... ۶۷
- ۱-۴-۳ راهنمایی‌های شبکه‌بندی مجاور دیوار برای توابع دیوار..... ۶۸
- ۲-۴-۳ راهنمایی‌های شبکه‌بندی مجاور دیوار برای استفاده از روش دیوار بهبود یافته..... ۶۹
- ۵-۳ مراحل استفاده کردن از مدل آشفته‌گی..... ۶۹
- ۱-۵-۳ گزینه‌های آشفته‌گی..... ۷۱
- ۱-۱-۵-۳ در نظر گرفتن آشفته‌گی تولید شده در اثر شناوری..... ۷۲
- ۲-۱-۵-۳ اصلاح برای ارائه لزجت بصورت دیفرانسیلی..... ۷۲
- ۳-۱-۵-۳ اصلاح برای حرکت چرخشی..... ۷۳
- ۴-۱-۵-۳ تغییر دادن لزجت آشفته‌گی..... ۷۳
- ۵-۱-۵-۳ تغییر دادن اعداد پرانتل آشفته..... ۷۳
- ۶-۱-۵-۳ مدل‌سازی آشفته‌گی با سیالات غیرنیوتنی..... ۷۴
- ۲-۵-۳ تعریف شرایط مرزی آشفته‌گی..... ۷۴
- ۱-۲-۵-۳ مدل‌های $k-\epsilon$ ۷۴
- ۳-۵-۳ تعیین مقادیر اولیه برای k و ϵ ۷۵
- ۶-۳ تدابیر حل برای شبیه‌سازی‌های جریان آشفته..... ۷۶
- ۱-۶-۳ تولید شبکه‌بندی..... ۷۶
- ۲-۶-۳ دقت..... ۷۶
- ۳-۶-۳ همگرایی..... ۷۷
- ۷-۳ پس‌پردازش برای جریان‌ات آشفته..... ۷۷
- ۱-۷-۳ توابع میدانی مرسوم برای آشفته‌گی..... ۷۸
- ۲-۷-۳ اشکال‌یابی..... ۷۹

فصل چهارم (الگوریتم‌های حل توأم سرعت - فشار در جریان‌های دائم)

۸۱	۱-۴ مقدمه.....
۸۱	۲-۴ شبکه جابجا شده.....
۸۲	۳-۴ معادلات اندازه حرکت.....
۸۳	۴-۴ الگوریتم سیمپل.....
۹۰	۵-۴ الگوریتم سیمپل سی.....
۹۰	۶-۴ الگوریتم پیسو.....

فصل پنجم (مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی افت جریان در زانویی)

۹۶	۱-۵ مقدمه.....
۹۶	۲-۵ نتایج آزمایشگاهی.....
۹۸	۳-۵ شرایط ورودی مسئله.....
۹۸	۱-۳-۵ خصوصیات سیال.....
۹۸	۲-۳-۵ قطر زانویی و شعاع انحناء.....
۹۸	۳-۳-۵ فشار خروجی.....
۹۸	۴-۳-۵ شرایط مرزی دیوار.....
۹۹	۵-۳-۵ شتاب جاذبه.....
۹۹	۶-۳-۵ سرعت ورودی.....
۹۹	۷-۳-۵ معیار همگرایی.....
۹۹	۸-۳-۵ شدت آشفتگی.....
۱۰۰	۴-۵ شبکه بندی.....
۱۰۰	۱-۴-۵ نوع شبکه بندی.....
۱۰۰	۲-۴-۵ المان های شبکه بندی.....

- ۳-۴-۵ اندازه شبکه‌بندی..... ۱۰۰
- ۵-۵ مدل‌سازی زانویی و لوله مستقیم..... ۱۰۲
- ۶-۵ نحوه محاسبه ضریب افت..... ۱۰۲
- ۷-۵ نتایج عددی انواع مدل‌های آشفته‌گی و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی..... ۱۰۳
- ۸-۵ بررسی انواع الگوریتم‌های حل توأم سرعت-فشار..... ۱۱۵
- ۹-۵ اثر انحناء در ضریب افت..... ۱۱۶
- ۱۰-۵ بررسی اختلاف فشار قسمت انحنای خارجی و انحنای داخلی زانویی..... ۱۱۶
- ۱۱-۵ تغییرات شدت آشفته‌گی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی..... ۱۱۸
- ۱۲-۵ تغییرات لزجت گردابی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی..... ۱۲۰
- ۱۳-۵ تغییرات ضریب اصطکاک برشی..... ۱۲۱
- ۱۴-۵ بررسی گرداب‌های مضاعف..... ۱۲۲

فصل ششم (نتیجه‌گیری و پیشنهادات)

- ۱-۶ نتیجه‌گیری..... ۱۲۵
- ۲-۶ پیشنهادات..... ۱۲۶
- منابع..... ۱۲۷

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱ قرار دادن پره در وسط زانویی..... ۲
- شکل ۲-۱ قرار دادن پره در نزدیکی جدار داخلی..... ۲
- شکل ۳-۱ قرار دادن پره در وسط..... ۳
- شکل ۴-۱ افزایش شعاع خارجی زانویی..... ۳
- شکل ۵-۱ افزایش شعاع داخلی زانویی..... ۳
- شکل ۶-۱ فضای ایجاد گرداب..... ۳
- شکل ۷-۱ زانویی تند..... ۴
- شکل ۸-۱ تغییرات ضریب افت K نسبت به زاویه انحراف δ ۴
- شکل ۹-۱ تغییرات ضریب افت بار در زانویی انحنادار 90° درجه‌ای..... ۵
- شکل ۱۰-۱ تغییرات ضریب افت K بر حسب مقادیر مختلف r/D ۵
- شکل ۱-۲ اصل بقای جرم..... ۱۱
- شکل ۲-۲ گسسته‌سازی یک مسئله جریان..... ۱۴
- شکل ۳-۲ شبکه‌بندی باسازمان..... ۱۶
- شکل ۴-۲ شبکه بدون سازمان..... ۱۶
- شکل ۵-۲ شبکه باسازمان بلوکی..... ۱۷
- شکل ۶-۲ مقایسه روش‌های گسسته‌سازی..... ۱۹
- شکل ۷-۲ سلول حجم محدود برای محاسبات سه‌بعدی..... ۲۱
- شکل ۱-۳ قسمت‌های ناحیه نزدیک دیوار..... ۵۵
- شکل ۲-۳ مدل‌سازی‌های جریان در نزدیک دیوار در فلوننت..... ۵۶
- شکل ۳-۳ منوی مدل لزج..... ۷۰
- شکل ۱-۴ نمونه‌ای از شبکه جابجا شده..... ۸۳

- شکل ۲-۴ یک حجم کنترل u و مولفه‌های سرعت همسایه آن..... ۸۴
- شکل ۳-۴ حجم کنترل اسکالر استفاده شده برای گسسته‌سازی معادله پیوستگی..... ۸۷
- شکل ۴-۴ الگوریتم سیمپل..... ۸۹
- شکل ۵-۴ الگوریتم پیسو..... ۹۴
- شکل ۱-۵ تغییرات ضریب افت K بر حسب مقادیر مختلف r/D ۹۷
- شکل ۲-۵ تغییرات ضریب افت K بر حسب مقادیر مختلف r/D ۹۷
- شکل ۳-۵ شبکه‌بندی مقطع خروجی..... ۱۰۲
- شکل ۴-۵ طول لازم برای ایجاد مناسب پروفیل سرعت..... ۱۰۲
- شکل ۵-۵ محاسبه ضریب افت برای زانویی..... ۱۰۳
- شکل ۶-۵ مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی زانویی ۴۵ درجه..... ۱۱۱
- شکل ۷-۵ مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی زانویی ۹۰ درجه..... ۱۱۱
- شکل ۸-۵ نمودار مودی..... ۱۱۲
- شکل ۹-۵ مقدار فشار در ابتدا، وسط و انتهای زانویی..... ۱۱۷
- شکل ۱۰-۵ مقدار سرعت در ابتدا، وسط و انتهای زانویی..... ۱۱۸
- شکل ۱۱-۵ درصد شدت آشفتگی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی..... ۱۱۹
- شکل ۱۲-۵ لزجت گردابی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی..... ۱۲۰
- شکل ۱۳-۵ ضریب اصطکاک برشی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی..... ۱۲۲
- شکل ۱۴-۵ خطوط جریان در ابتدای زانویی..... ۱۲۲
- شکل ۱۵-۵ خطوط جریان در انتهای زانویی..... ۱۲۳

فهرست جداول

- جدول ۱-۱ ضریب افت در زانویی..... ۶
- جدول ۱-۲ روش‌های گسسته‌سازی مکان و مقدمات شبکه..... ۱۸

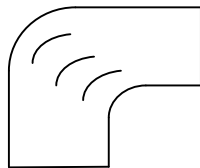
- جدول ۵-۱ اندازه شبکه، تعداد المان و تعداد گره زانویی ۹۰ درجه..... ۱۰۱
- جدول ۵-۲ اندازه شبکه، تعداد المان و تعداد گره زانویی ۴۵ درجه..... ۱۰۱
- جدول ۵-۳ ضریب افت (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۵
- جدول ۵-۴ درصد خطا (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۵
- جدول ۵-۵ ضریب افت (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۴۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۶
- جدول ۵-۶ درصد خطا (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۴۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۶
- جدول ۵-۷ ضریب افت (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۸۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۷
- جدول ۵-۸ درصد خطا (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۸۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۷
- جدول ۵-۹ ضریب افت (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۸
- جدول ۵-۱۰ درصد خطا (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۸
- جدول ۵-۱۱ ضریب افت (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۴۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۹
- جدول ۵-۱۲ درصد خطا (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۴۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۰۹
- جدول ۵-۱۳ ضریب افت (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۸۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۱۰
- جدول ۵-۱۴ درصد خطا (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۸۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)..... ۱۱۰
- جدول ۵-۱۵ نتایج عددی ضریب افت (قطر زانویی ۱۰ ، $r/D = 2$)..... ۱۱۳
- جدول ۵-۱۶ نتایج عددی ضریب افت (قطر زانویی ۶۰ ، $r/D = 2$)..... ۱۱۳
- جدول ۵-۱۷ نتایج عددی ضریب افت (قطر زانویی ۱۰ ، $r/D = 6$)..... ۱۱۴
- جدول ۵-۱۸ نتایج عددی ضریب افت (قطر زانویی ۶۰ ، $r/D = 6$)..... ۱۱۴
- جدول ۵-۱۹ نتایج عددی ضریب افت (قطر زانویی ۱۰ ، $r/D = 10$)..... ۱۱۵
- جدول ۵-۲۰ نتایج عددی ضریب افت (قطر زانویی ۶۰ ، $r/D = 10$)..... ۱۱۵
- جدول ۵-۲۱ مقایسه الگوریتم‌های حل توام سرعت-فشار..... ۱۱۶

فصل اول

مقدمه

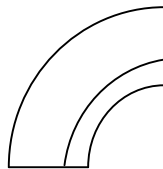
۱-۱ بررسی جریان در زانویی

یک زانویی بر اثر افزایش فشار در قسمت خارجی انحناء (و در نتیجه کاهش سرعت مربوطه) و کاهش فشار در قسمت داخلی انحناء (و در نتیجه افزایش سرعت وابسته به آن)، یک بی‌نظمی در جریان ایجاد می‌کند. این اختلاف فشار موجب ایجاد تغییر شکلی در جریان شده و سبب گردابی مضاعف در مقطع عرضی لوله می‌گردد. در پایاب زانو، اثر آن در طول قابل ملاحظه‌ای برقرار می‌ماند اختلاف فشار و حرکت حلزونی شکل گرداب مضاعف، منشاء اصلی افت بار در زانوها می‌باشد. با افزایش عرض و کاهش ارتفاع مقطع لوله، می‌توان از شدت گرداب کاست. برای کم کردن افت بار در زانویی، قرار دادن پره هدایت کننده جریان با ابعاد مناسب، رضایت‌بخش‌ترین روش می‌باشد. علاوه بر کاهش ضریب افت بار (تا ۰/۱۵ یا کمتر) توزیع سرعت مناسب‌تری را هم فراهم می‌کند. بهترین وضع، قرار دادن پره‌ها، در وسط زانویی می‌باشد (شکل ۱-۱).

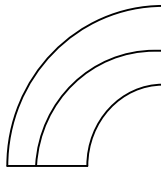


شکل ۱-۱- قرار دادن پره در وسط زانویی

اگر فقط یک پره در نزدیکی جدار داخلی قرار گیرد (شکل ۱-۲)، نسبت به حالتی که در وسط مقطع یا در نزدیکی جدار خارجی باشد (شکل ۱-۳)، اثر بهتری خواهد داشت.



شکل ۱-۲- قرار دادن پره در نزدیکی جدار داخلی

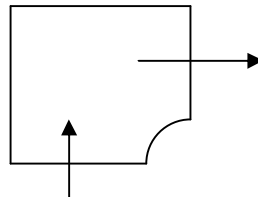


شکل ۱-۳- قرار دادن پره در وسط

افزایش شعاع خارجی، هیچگونه مزیتی ندارد (شکل ۱-۴) در عوض، افزایش شعاع داخلی مفید می‌باشد (شکل ۱-۵).

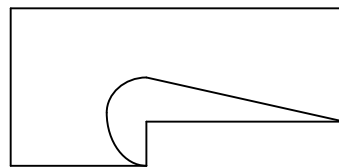


شکل ۱-۴- افزایش شعاع خارجی زانویی



شکل ۱-۵- افزایش شعاع داخلی زانویی

بهتر است فضاهای مرده‌ای را که ممکن است در آنجا گرداب تشکیل شود، حذف گردد (شکل ۱-۶).



شکل ۱-۶- فضای ایجاد گرداب

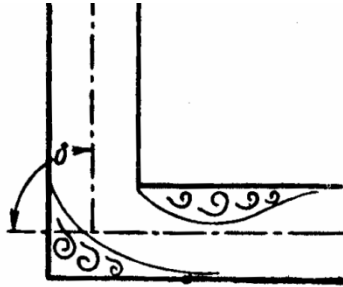
۲-۱ نتایج آزمایشگاهی

در زانویی یا انحنای لوله بعلت پدیده جدایی جریان و اغتشاش، افت مهمی در لوله ایجاد می‌شود که

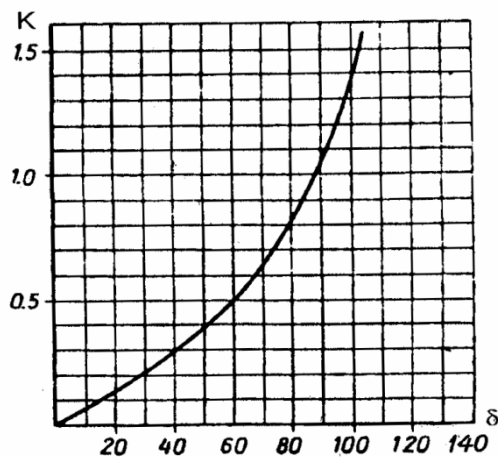
هر قدر زاویه انحراف δ بزرگتر باشد، مقدار افت بیشتر خواهد بود و این افت که بصورت $h_L = K \frac{V^2}{2g}$

می‌باشد، علاوه بر افت طولی است که در اثر اصطکاک در لوله مستقیم حاصل می‌شود.

برای زانویی تند شکل ۷-۱، می‌توان تغییرات ضریب افت (K) را بر حسب مقادیر مختلف δ مطابق شکل ۸-۱ نشان داد. ملاحظه می‌شود که مقدار این ضریب برای زاویه $\delta = 90^\circ$ برابر $K = 1$ می‌باشد [۱].



شکل ۷-۱- زانویی تند

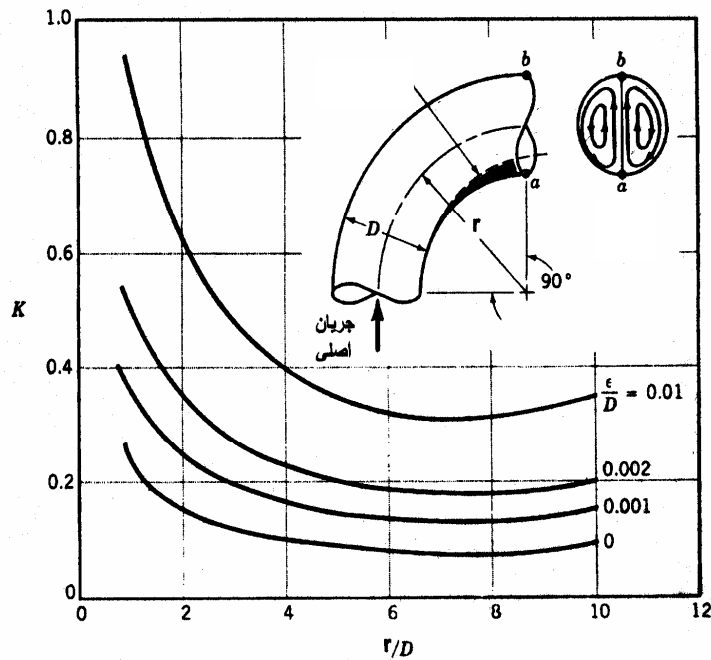


شکل ۸-۱- تغییرات ضریب افت K نسبت به زاویه انحراف δ

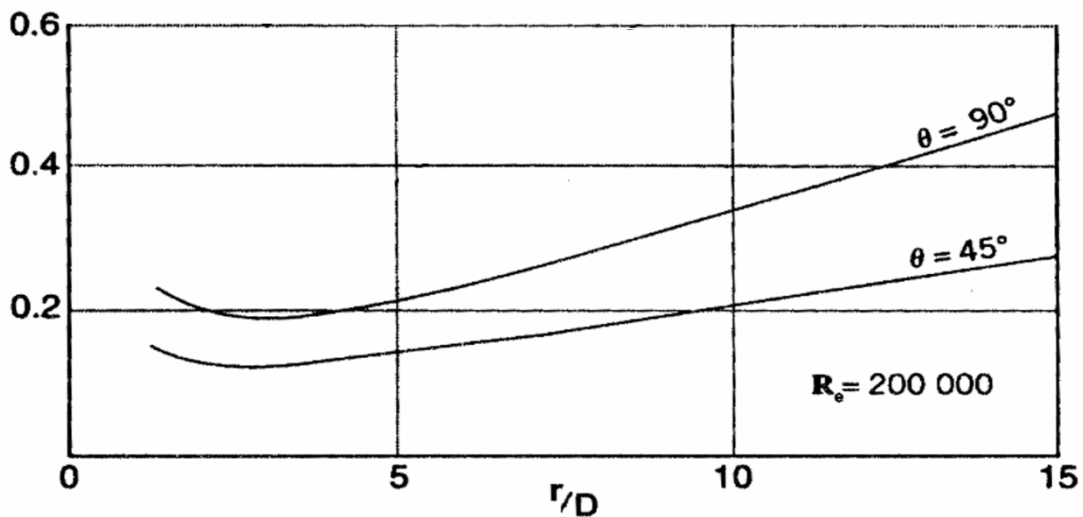
برای زانویی انحنادار (شکل ۹-۱)، افت بار نسبت به حالت قبل کمتر خواهد بود و مقدار آن علاوه بر زبری نسبی لوله و زاویه انحراف، به نسبت شعاع انحناء به قطر لوله $\frac{r}{D}$ نیز بستگی خواهد داشت [۱]. در این حالت نیز جدایی جریان در دیواره داخلی زانویی حاصل می‌شود.

تغییرات ضریب K برای زانویی ۹۰ درجه بر حسب مقادیر مختلف $\frac{r}{D}$ و $\frac{\varepsilon}{D}$ در همان شکل ۹-۱ نشان داده شده است.

برای زانویی ۴۵، ۹۰ و ۱۸۰ درجه با جدار صاف نیز تغییرات ضریب K به ازای مقادیر مختلف نسبت $\frac{r}{D}$ را مطابق شکل ۱-۱۰ نشان داده شده است [۱].



شکل ۱-۹- تغییرات ضریب افت بار در زانویی انحنادار ۹۰ درجه‌ای



شکل ۱-۱۰- تغییرات ضریب K بر حسب مقادیر مختلف $\frac{r}{D}$

برای زانویی صاف و عدد رینولدز $Re = 2 \times 10^5$

برای بدست آوردن مقدار افت می‌توان از جدول ۱-۱ نیز استفاده کنیم [۲].

جدول ۱-۱- ضریب افت در زانوها

زاویه انحناء	۹۰°	۶۰°	۴۵°	۳۰°	۱۰°	نوع زانو
دایره‌ای بدون شعاع انحناء	۱/۱	۰/۵۰	۰/۲۴	۰/۱۱	۰/۰۳	
مستطیلی بدون شعاع انحناء	۱/۴	۰/۶۰	۰/۳۰	۰/۱۴	۰/۰۴	
دایره‌ای با شعاع انحناء $r = d_0$	۰/۳۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵	
دایره‌ای با شعاع انحناء $r = 2d_0$	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۰۸	۰/۰۳	
دایره‌ای با شعاع انحناء $r = 3d_0$	۰/۱۰	۰/۰۸	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۰۲	

۱-۳ کارهای قبلی

کارهای متفاوتی در زمینه بررسی جریان آشفته در زانویی انجام شده است. از جمله کارهای که می‌توان اشاره کرد عبارتند از:

چوی^۱ و لی^۲ در مورد جریان توسعه یافته در لوله U شکل پرداخته است [۳]. همچنین به بررسی سرعت و مولفه‌های تنش رینولدز بوجود آمده در لوله U شکل پرداخته‌اند. در مقاطع متفاوتی مقادیر سرعت و تنش رینولدز را بررسی کرده‌اند مانند مقاطع با زاویه‌ی ۶۷/۵ و ۹۰ درجه. و دریافتند که مولفه‌ی سرعت طولی متوسط در زاویه ۹۰ درجه اندکی تغییر می‌کند اما جریان ثانویه هرگز به حالت کاملاً توسعه یافته نمی‌رسد. شبیه همین رفتار در تنش‌های شعاعی و پیرامون مشاهده می‌شود. مارتین^۳ و دورسون^۱ به بررسی اثر شرایط خروجی زانویی در افت فشار پرداخته‌اند [۴]. مدل آزمایشگاهی مدنظر U شکل می‌باشد. با اعمال اعداد رینولدز مختلف و استفاده از لوله‌ی مستقیم که بعد از لوله‌ی U شکل قرار می‌گیرد اثرات افت فشار در زانویی را بررسی کرده‌اند.

-
- 1) Young Don Choi
 - 2) Gun Hye Lee
 - 3) Maria E. Martin

آرویند کومار^۲، کوشل^۳ و اومش کومار^۴ در مورد مقایسه نتایج آزمایشگاهی افت فرسایش و مدل‌سازی با نرم‌افزار فلوئنت برای زانویی نود درجه کار کرده‌اند [۵]. قطر لوله مورد آزمایش ۵۳ میلی‌متر است. که در سه غلظت متفاوت ۰، ۳/۹۴، ۸/۸۲ و برای سرعت‌های ۱/۷۸ و ۳/۵۶ متر بر ثانیه انجام گرفته است. آزمایشات انجام شده با مدل‌سازی نرم‌افزار فلوئنت مقایسه شده که دارای درصد خطای ± 10 درصد می‌باشد. نتایج مدل‌سازی نشان می‌دهد که توزیع سرعت و غلظت در قسمت پایین‌دست یکنواخت می‌شود و فشار در قسمت دیوار خارجی بزرگتر از قسمت داخلی دیوار می‌باشد.

سودو^۵، سومیدا^۶ و هیبارا^۷ به بررسی آزمایشگاهی جریان آشفته در زانویی نود درجه پرداخته‌اند [۶]. زانویی مدنظر بدون زبری در نظر گرفته شده است. نسبت شعاع انحنای زانویی به قطر زانویی برابر ۴ می‌باشد. قبل و بعد از زانویی لوله مستقیم قرار گرفته است. عدد رینولدز انجام آزمایش برابر ۶۰۰۰۰ می‌باشد. پروفیل سرعت اولیه و جریان ثانویه، و توزیع تنش رینولدز انحراف جریان اولیه و شدت جریان ثانویه در مقاطع مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

آزی^۸، فریدل^۹، بلادی^{۱۰} جریان دوفازی گاز و آب را در زانویی نود درجه بررسی کرده‌اند [۷]. سیال مورد نظر سیال نیوتنی می‌باشد که به بررسی افت فشار بوجود آمده در زانویی پرداخته‌اند. و همچنین به بررسی پروفیل‌های سرعت در مقاطع و نحوه‌ی تغییر آن در زانویی پرداخته شده است. مدل‌های

-
- 1) E. C. Deverson
 - 2) Arvid Kumar
 - 3) Deo Raj Kaushal
 - 4) Umesh Kumar
 - 5) K. Sudo
 - 6) M. Sumida
 - 7) H. Hibara
 - 8) A. Azzi
 - 9) L. Friedel
 - 10) S. Belaadi

متفاوتی برای بررسی جریان دو فازی وجود دارد مانند چیشام^۱، سک‌پراسونگ^۲ و پالیودا^۳. در این تحقیق مدل چیشام پیشنهاد شده است.

تونگ^۴ وی-زنگ^۵ و آمانو^۶ به شبیه‌سازی عددی با استفاده از روش $k-\varepsilon$ برای جریان سیال نیوتنی و غیر نیوتنی در لوله‌ی U شکل پرداخته‌اند [۸]. سیال نیوتنی مورد آزمایش آب خالص و سیال غیرنیوتنی آب رقیق شده می‌باشد. مدل آشفتگی که برای بررسی جریان بوجود آمده در لوله‌ی U شکل استفاده شده مدل $k-\varepsilon$ است.

-
- 1) Chisholm
 - 2) Sookprasong
 - 3) Paliwoda
 - 4) Feng Tong
 - 5) Chien Wei-zang
 - 6) S. Amano

فصل دوم

مقدمه‌ای بر دینامیک سیالات محاسباتی^۱

۱-۲ استفاده از کدهای دینامیک سیالات محاسباتی

استفاده از CFD برای پیش‌بینی جریان‌های داخلی و خارجی بطور بسیار سریع در دهه‌های گذشته کاربرد وسیعی پیدا کرده است. روآک^۱، در سال ۱۹۷۲ اولین مرتبه از CFD "دینامیک سیالات محاسباتی" در عنوان کتابش استفاده کرد، که تحولی در جامعه علمی بوسیله اضافه کردن سومین بخش "محاسبات" به بخش‌های مرسوم "نظری" و "آزمایشی" در پژوهش و مهندسی جریان سیال بوجود آورد.

کاربرد CFD در زمینه‌های آیرودینامیک (شاخه‌ای از علوم در مورد محاسبه نیروها در اثر حرکت سطوح و اشکال مختلف در هوا یا سایر گازها)، جریان‌ها و انتقال آب سطحی و مدل‌سازی اشتعال، انتقال گرما، هواشناسی و ... می‌باشد.

۲-۲ معادلات اساسی جریان سیالات

در این بخش، معادلات حاکم بر دینامیک سیالات توضیح داده می‌شود. شبیه‌سازی یک جریان سیال در رایانه بصورت ترم‌های ساده‌تر می‌باشد که باعث حل معادلات اساسی شناخته شده سرعت و فشار جریان سیال می‌شود. این معادلات بطور مستقل یک و نیم قرن قبل توسط مهندس فرانسوی ناویر^۲ و ریاضیدان ایرلندی استوکس^۳ کشف شد.

معادلات، بطور مستقیم از قانون حرکت نیوتن بدست آمدند، که به معادلات ناویر - استوکس مشهور هستند. شکل بقائی معادلات ناویر - استوکس می‌تواند بطور مستقیم با در نظر گرفتن یک کمیت فرضی و خصوصیات جرم و ممنتوم ماده بدست آید.

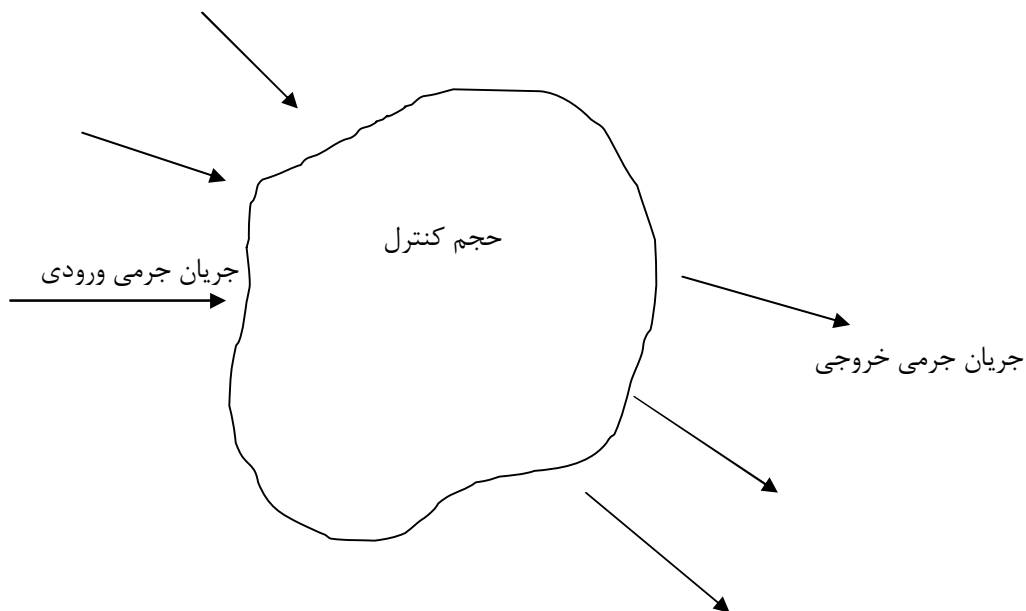
۱-۲-۲ بقای جرم^۴: معادله پیوستگی^۵

-
- 1) Roache
 - 2) Claude Navier
 - 3) George Stokes
 - 4) Conservation of Mass
 - 5) Equation of Continuity

تغییر جرم در یک حجم کنترل برابر است با کل جرمی که از طریق سطوح آن وارد می‌شود منهای کل جرمی که از طریق سطوح حجم خارج می‌شود. این اصل بعنوان بقای جرم شناخته شده است و در تحلیل سیالات استفاده می‌شود. اصل می‌تواند برای حجم‌های ثابت شده بکار برده شود، که مشهور به حجم‌های کنترل (یا سطوح کنترل) است، مانند آنچه که در شکل ۱-۲ می‌بینید.

این معادله در حالت مختصر به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (1-2)$$



شکل ۱-۲- اصل بقای جرم

این معادله به صورت زیر نیز قابل بازنویسی می‌باشد:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2-2)$$

که x_i ($i=1,2,3$) یا x, y, z محورهای کارتیزین و u_i ($i=1,2,3$) یا u, v, w مولفه‌های کارتیزین بردار سرعت \vec{v} ، ρ جرم مخصوص سیال و t زمان می‌باشد. با فرض یک سیال تراکم‌ناپذیر با یک چگالی ثابت ρ می‌توان بقای جرم را بوسیله معادله پیوستگی در دستگاه محورهای کارتیزین سه‌بعدی بصورت زیر بیان کرد:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3-2)$$

۲-۲-۲ بقای ممنتوم^۱: معادله ممنتوم^۲

بر طبق قانون دوم حرکت، می توان نوشت:

نرخ تغییر ممنتوم یک جسم برابر است با برآیند نیروهائی که روی جسم عمل می کند، و در راستای نیرو اتفاق می افتد.

نیروهائی که ممکن است روی سیال عمل کند، برای مثال عبارتند از نیروهای سطحی مانند فشار، نیروهای برشی و عمودی و غیره یا نیروهای حجمی مانند نیروهای گرانشی یا کریولیس هستند. شکل برداری بقای ممنتوم بصورت زیر است:

$$\frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v} \bar{v}) = \text{div}T + \rho b \quad (4-2)$$

که در آن b نیروهای حجمی خارجی^۳ و T تانسور تنش^۴ برای سیالات نیوتنی^۵ می باشد، که نرخ ملکولی انتقال ممنتوم است و بصورت زیر تعریف می شود:

$$T = -\left(p + \frac{2}{3} \mu \text{div} \bar{v} \right) I + 2 \mu D \quad (5-2)$$

که μ ویسکوزیته دینامیکی، I تانسور واحد، p فشار و D نرخ تانسور کرنش می باشد.

$$D = \frac{1}{2} \left[\text{grad} \bar{v} + (\text{grad} \bar{v})^T \right] \quad (6-2)$$

با در نظر گرفتن یک سیال تراکم ناپذیر نیوتنی، معادله (۲-۲) در شکل کارتیزین با استفاده از معادله پیوستگی بصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial^2 x_j} + \rho g_i \quad (7-2)$$

-
- 1) Conservation of Momentum
 - 2) Momentum Equation
 - 3) External Body Force
 - 4) Stress Tensor
 - 5) Newtonian Fluids

که g_i مولفه شتاب گرانشی g در راستای مختصات کارتزین x_i می‌باشد. معمولاً فرض می‌شود که گرانش در راستای منفی z عمل می‌کند و ترم گرانش می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\rho g_i = -grad(\rho g(z - z_b)) \quad (۸-۲)$$

که z_b تراز مرجع است. برای حل عددی با تعریف فشار بعنوان هد \tilde{p} موثرتر خواهد بود:

$$\tilde{p} = p + \rho g(z - z_b) \quad (۹-۲)$$

و این بجای فشار استفاده می‌شود.

۳-۲ گسسته‌سازی^۱

۱-۳-۲ اصول پایه

همان‌طور که در بخش قبل توضیح داده شد، فرمول‌بندی ریاضی جریان سیال براساس بقای جرم و ممنتوم می‌باشد. معادلات پایه در مدل‌سازی عددی مسائل هیدرولیکی، معادلات دیفرانسیلی جزئی مرتبه دوم می‌باشند. که شامل بیان عملگرهای دیفرانسیلی جزئی تغییر متغیرهای وابسته در محدوده می‌باشند. راه‌حل‌های عددی فقط در نقاط گسسته‌سازی شده جواب‌های را می‌دهند، که نقاط شبکه و در زمان‌های ویژه نامیده می‌شود. گسسته‌سازی عبارتند است از تغییر دادن یک مسئله پیوسته به یک مسئله گسسته می‌باشد. عملگرهای دیفرانسیلی جزئی که در معادلات حاکم ظاهر می‌شوند، بطور مثال بصورت زیر هستند:

$$\frac{\partial}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

گسسته‌سازی می‌تواند بین مشتق مرتبه اول مانند $\frac{\partial}{\partial t}$ و مشتق مرتبه دوم مانند $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$ و مشتق مکانی

$\frac{\partial}{\partial x}$ و مشتق زمانی $\frac{\partial}{\partial t}$ باشد. بنابراین گسسته‌سازی مقادیر، تعیین همه‌ی متغیرها در قلمرو حل در

1) Discretization

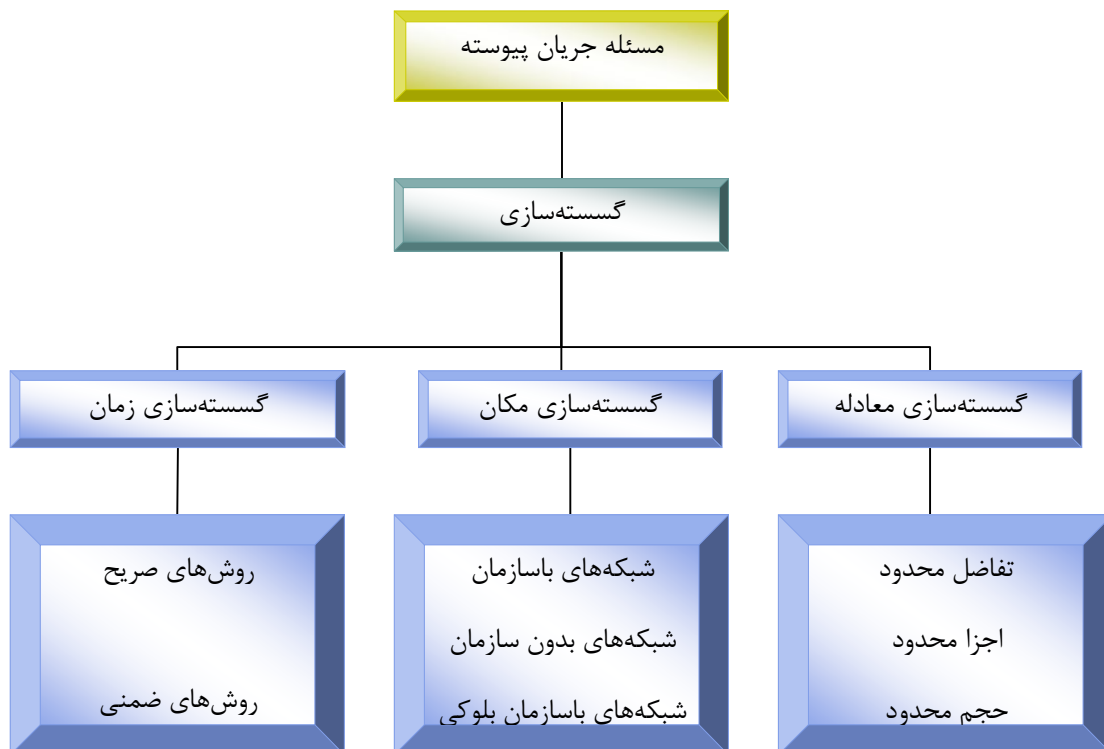
همه نقاط شبکه و در همه زمان‌ها می‌باشد. طبق شکل ۲-۲ شبیه‌سازی عددی شامل بحث‌های

گسسته‌سازی زیر می‌باشد:

گسسته‌سازی مکان^۱ ↖

گسسته‌سازی معادله^۲ ↖

گسسته‌سازی زمان^۳ ↖



شکل ۲-۲- گسسته‌سازی یک مسئله جریان

گام اول یک شبیه‌سازی، تعریف هندسه می‌باشد. قلمرو جریان در مکان تفکیک می‌شود، و سبب ایجاد یک شبکه می‌گردد که مجهولات روی نقاط این شبکه تعیین می‌گردند. گسسته‌سازی معادلات باعث تغییر معادلات دیفرانسیلی جزئی به معادلات جبری گسسته که شامل مقادیر مجهول در نقاط شبکه می‌شود، انجام می‌گیرد. گسسته‌سازی در زمان باعث می‌گردد که مقادیر مجهول در یک سری

-
- 1) Space Discretization
 - 2) Equation Discretization
 - 3) Time Discretization

زمان‌های خاص تعیین گردند. روش‌ها و تکنیک‌های بسیار متفاوتی برای گسسته‌سازی مکانی، معادله، و زمان وجود دارد.

۲-۳-۲ گسسته‌سازی مکان

تغییر یک مجموعه معادلات پیوسته به گسسته یک مسئله که ترکیبی از فیزیک و تحلیل عددی می‌باشد، حفظ خصوصیات آن برای مثال، بقای جرم در معادلات گسسته را برقرار کنیم دارای اهمیت فراوان می‌باشد. در هر نقطه شبکه، بین سه تا بیست متغییر وابسته وجود دارد، فشار، سه مولفه سرعت، چگالی، دما، ویسکوزیته و ... از این گذشته، در نظر گرفتن پدیده‌های مهم فیزیکی، مانند، آشفتگی، نیاز به شبکه‌بندی بسیار ریز در بخش‌های قلمرو فیزیکی دارد. بطور معمول شبکه‌های با ۲۰۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰۰۰۰ گره متداول هستند، که منجر به سیستم‌های با بیش از ۴۰۰۰۰۰۰۰ مجهول می‌شود. که هر نقطه با نقاط مجاورش متصل می‌شود. بهر حال، سه نوع متداول انواع شبکه بشرح زیر است:

◀ شبکه‌های با سازمان^۱

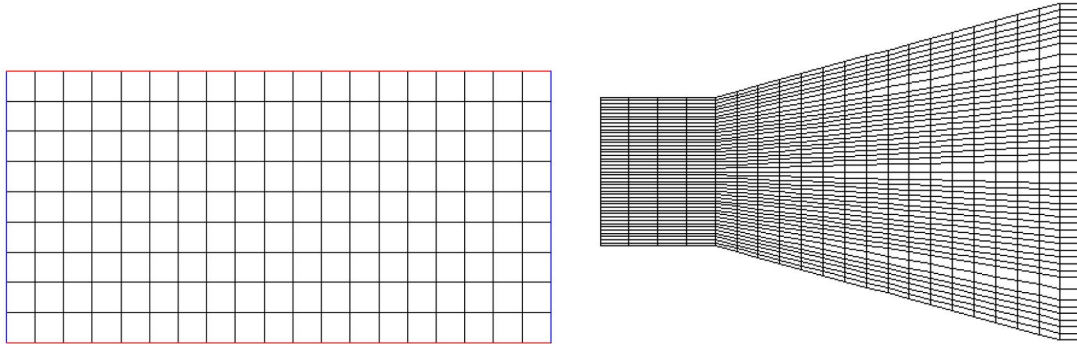
◀ شبکه‌های بدون سازمان^۲

◀ شبکه‌های با سازمان بلوکی^۳

تعداد خطوط شبکه در هر راستا یک شبکه با سازمان را توصیف می‌کند. ساده‌ترین حالت یک شبکه با سازمان یک شبکه کارت‌زین مستطیلی با دستگاه محورهای کارت‌زین می‌باشد (شکل ۲-۳ الف). در شکل ۲-۳ ب یک شبکه منطبق بر مرزهای با سازمان را نشان می‌دهد که در ورودی دارای شبکه‌بندی بسیار ریز می‌باشد. در اینجا، شبیه‌سازی هزینه غیر ضروری در این نقطه ایجاد می‌کند، چون جریان نسبتاً یکنواخت می‌باشد یعنی گرادیان‌های زیاد بین نقاط شبکه وجود ندارد.

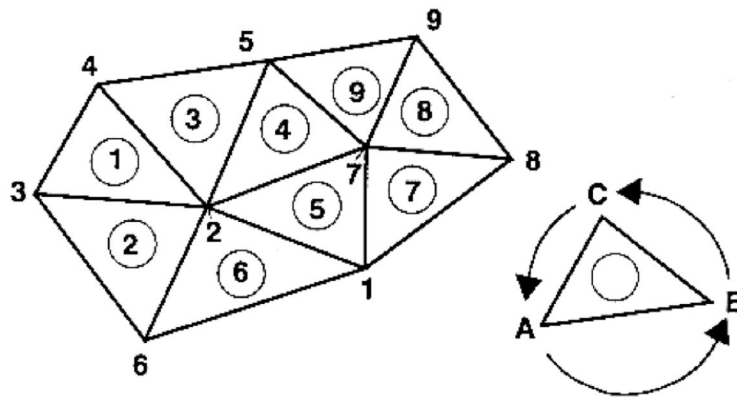
-
- 1) Structured Grids
 - 2) Unstructured Grids
 - 3) Block Structured Grids

نقاط شبکه‌های بدون سازمان می‌تواند در هر نقطه دلخواه قرار بگیرد. هر نقطه شبکه با همه نقاط مجاور شبکه، متصل می‌باشد. در نتیجه اجزا، برای حالت دوبعدی مثلثی و برای حالت سه‌بعدی چهار وجهی، می‌گردند (شکل ۲-۴).



شکل ۲-۳- شبکه‌بندی با سازمان

الف. کارت‌زین ب. شبکه‌بندی منطبق شده بر بدنه

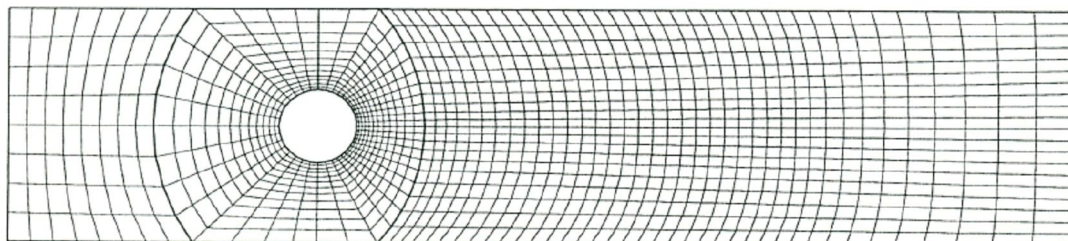


شکل ۲-۴- شبکه بدون سازمان

اخیراً، شبکه‌های باسازمان بلوکی برای محاسبه جریان در مناطق پیچیده بمنظور ایجاد راه‌حل‌های موثر برای شبکه‌های باسازمان گسترش یافته است. در شبکه باسازمان بلوکی، از زیر مجموعه‌های دارای سازمان برای حوزه حل استفاده می‌گردد. شکل ۲-۵ شبکه باسازمان را برای محاسبه جریان اطراف یک استوانه را نشان می‌دهد. که شامل سه بلوک مختلف می‌باشد: در منطقه ورودی و خروجی شبکه نسبتاً بزرگ است چون جریان نسبتاً یکنواخت می‌باشد، منطقه اطراف استوانه با شبکه‌بندی

ریزتر می‌باشد، چون جریان با گرادیان‌های تندتر انتظار می‌رود. هرگاه هندسه خیلی پیچیده نباشد بطوریکه بتوان به بلوک‌های مختلفی تقسیم‌بندی کرد استفاده از شبکه‌های باسازمان بلوکی موثرتر از شبکه‌های بدون سازمان می‌باشد. محاسبه عملیات بطور جداگانه در هر بلوک انجام می‌شود، که حل هر بلوک شرایط مرزی را برای بلوک مجاورش فراهم می‌کند.

همه روش‌های توضیح داده شده برای گسسته‌سازی منطقه جریان استفاده می‌شود و انتخاب روش به مسئله جریان برای محاسبه بستگی دارد. برای ساده‌ترین مسئله جریان در یک قلمرو ساده هندسی ساده‌ترین شبکه به کار می‌رود. برای مثال، جریان کانال مستقیم در شکل ۲-۳ الف را می‌توان با یک شبکه کارتیزین محاسبه نمود. جریان اطراف یک استوانه با یک شبکه بدون سازمان یا یک شبکه باسازمان بلوکی مدل‌سازی شود. بهر حال، یک رابطه قوی بین گسسته‌سازی مکان و معادله وجود دارد یعنی هرگاه روش برای گسسته‌سازی معادلات انتخاب شود، انتخاب روش گسسته‌سازی مکانی برای استفاده کردن محدود می‌شود. جدول ۲-۱ روش مناسب گسسته‌سازی مکانی را با توجه به گسسته‌سازی معادلات ارائه می‌دهد. روش‌های گسسته‌سازی معادلات در بخش بعدی بحث می‌شود.



شکل ۲-۵ - شبکه باسازمان بلوکی

جدول ۲-۱- روش‌های گسسته‌سازی مکان و مقدمات شبکه

توضیحات	مقدمات شبکه	روش
<ul style="list-style-type: none"> ➤ تولید شبکه موثر ➤ محدود به مناطق جریان ساده 	<ul style="list-style-type: none"> • کارت‌تیزین باسازمان • کارت‌تیزین باسازمان بلوکی 	تفاضل‌های محدود
<ul style="list-style-type: none"> ➤ تولید شبکه موثر ➤ مناطق جریان پیچیده 	<ul style="list-style-type: none"> • منطبق بر بدنه باسازمان • کارت‌تیزین سازه‌ای • بدون سازمان • باسازمان بلوکی 	حجم‌های محدود
<ul style="list-style-type: none"> ➤ تولید شبکه موثر ➤ مناطق جریان پیچیده 	<ul style="list-style-type: none"> • بدون سازمان 	اجزای محدود

۳-۳-۲ گسسته‌سازی معادله

هرگاه یک شبکه با معادلات تعریف شود می‌توان با استفاده از جایگزین کردن مشتقات جزئی ظاهر شده در معادلات حاکم دینامیک سیال با معادلات تفاضل جبری حل جریان را انجام داد، که منجر به یک دستگاه معادلات جبری خطی یا غیرخطی می‌شود، و می‌توان متغیرهای مجهول میدان جریان را در نقاط شبکه حل کرد. سه روش برای گسسته‌سازی عملگرهای دیفرانسیلی وجود دارد:

➤ روش تفاضل محدود^۱

➤ روش اجزا محدود^۲

➤ روش حجم محدود^۳

تقسیم‌بندی این روش‌ها برحسب انعطاف‌پذیری و دقت در شکل ۲-۶ نشان داده شده است. روش اجزا محدود انعطاف‌پذیری زیاد است، چون گسسته‌سازی در فضا براساس شبکه‌های بدون سازمان می‌باشد.

1) Finite Difference Method - FDM

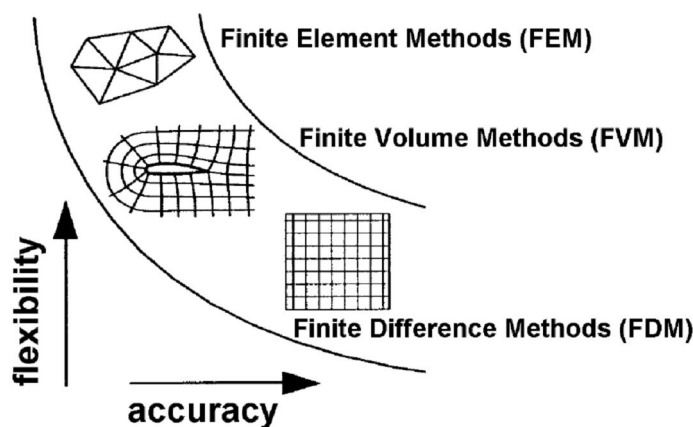
2) Finite Element Method - FEM

3) Finite Volume Method - FVM

روش‌های حجم محدود و تفاضل محدود بر پایه شبکه‌های باسازمان است، حجم‌های محدود نسبت به تفاضل محدود دارای انعطاف‌پذیری بیشتری است چون حجم یک سلول بطور اختیاری می‌تواند انتخاب شود و از مختصات منحنی‌الشکل^۱ می‌توان استفاده کرد و بنابراین مرز متناسب قلمروهای حل ممکن است. بهر حال، روش تفاضل محدود برای محاسبات نیاز به یک دستگاه مختصات کارتیزین دارد و نه تبدیلات مختصاتی (مانند FVM) یا توابع وزن (مانند FEM). بنابراین هرگاه بتوان از خطاهای گرد کردن اجتناب کرد محاسبات دارای دقت بیشتری خواهد بود.

۲-۳-۳-۱ روش حجم محدود

روش حجم محدود از محاسبات دینامیکی سیال سرچشمه گرفته است و اولین مرتبه بوسیله مک کرمک^۲، مکدونالد^۳، و پاولی^۴ برای حل معادلات دوبعدی اوپلر بوجود آمد. در این روش قلمرو حل مسئله به یک شبکه با احجام محدود تبدیل می‌شود، بطوریکه در محاسبات دوبعدی از چهار ضلعی و از حجم کنترل شش وجهی برای محاسبات سه‌بعدی استفاده می‌گردد (شکل ۲-۷). این روش می‌تواند برای هر دو روش شبکه‌بندی، شبکه‌های باسازمان یا بدون سازمان استفاده شود.



شکل ۲-۶- مقایسه روش‌های گسسته‌سازی

- 1) Curvilinear Coordinate
- 2) Mac Cormack
- 3) McDonald
- 4) Pully

معادلات دیفرانسیلی جزئی روی احجام کنترل محدود با استفاده از تئوری گوس انتگرال گیری می‌شود. انتگرال حجم ترم‌های سمت چپ معادله معادلات ناویر - استوکس به انتگرال‌های سطحی روی وجوه حجم‌های محدود تبدیل می‌شود. تئوری انتگرال گوس برای یک کمیت اسکالر U روی حجم Ω بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_{\Omega} (\nabla U) d\Omega = \int_S (nU) dS = \oint_S U n dS \quad (10-2)$$

عملگر نابلا ∇ ، بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (11-2)$$

که S سطح، و با بردار عضو سطح dS بیرون از سطح نشان داده می‌شود. تئوری گوس بیان می‌کند، که دیورژانس یک کمیت اسکالر ∇U در یک حجم کنترل Ω برابر است با شارهای عبور کرده از طریق سطوح S این حجم کنترل می‌باشد.

معادلات بقای حاکم در یک شکل کلی بصورت زیر می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (C_i U + D_i) = S_i \quad (12-2)$$

که:

$$C_i U = \text{ترم‌های انتقال}^1$$

$$D_i = \text{ترم‌های انتشار}^2$$

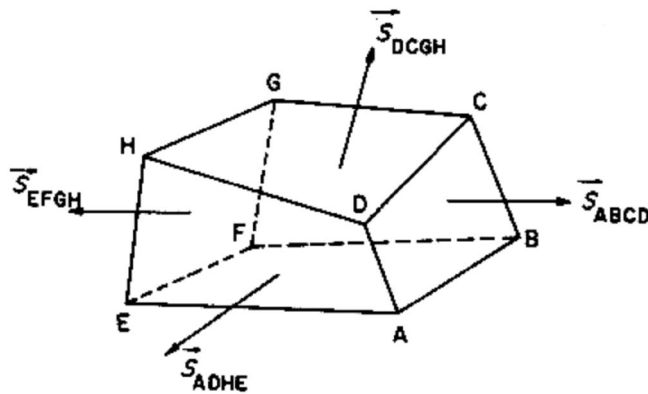
$$S_i = \text{ترم‌های منبع در قوانین بقای}$$

بقای جرم بدین معنی است که معادله پیوستگی می‌تواند با قرار دادن پارامترهای زیر بدست آید:

$$C_i = 1, D_i = 0, S_i = 0$$

1) Convective

2) Diffusive



شکل ۲-۷- سلول حجم محدود برای محاسبات سه بعدی

برای بقای ممنتوم پارامترها بصورت $C_i = U_j$ ، D_i نشان دهنده تنش های برشی رینولدز می باشد و ترم های منبع بیانگر فشار و نیروهای داخلی می باشد. ترم های ذکر شده در بالا را می توان به طور مشابه برای معادلات آشفتگی استفاده نمود. انتگرال گیری معادلات پیوستگی به بیان زیر تبدیل می شود:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} U d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (C_i \cdot U + D_i) d\Omega = \int_{\Omega} S_i d\Omega \quad (13-2)$$

حال تئوری گوس را بکار می بریم، می توان انتگرال را به یک مجموعه روی شش سطح یک سلول حجمی جدا کرد (شکل ۲-۷). بردار سطح \vec{S}_l بصورت زیر تعریف می شود:

$$\vec{S}_l = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = n_l \cdot A_l, \quad l = 1, 2, \dots, 6 \quad (14-1)$$

که n بردار عمود سطح l با مساحت A می باشد.

برای هر حجم محدود، معادلات حاکم را می توان بطور تقریبی بصورت زیر نشان داد:

$$\frac{\partial}{\partial t} U \Omega_{ijk} + \sum_{m=1}^3 \sum_{l=1}^6 [(C_i \cdot U + D_i)_{lm} \cdot \vec{S}_{lm}]_{ijk} = 0 \quad (15-2)$$

که Ω_{ijk} حجم سلول واقع در مکان i, j, k در محدوده می باشد. مجموع ترم های جریان $[(C_i \cdot U + D_i)_{lm} \cdot \vec{S}_l]$ به تمام وجه های خارجی حجم محدود Ω اشاره می کند. با توجه به شکل ۲-۷ ترم های جریان روی شش وجه حجم محدود مکعبی جمع می شود، که لزومی ندارد چهار نقطه تشکیل دهنده یک سطح سلول در یک صفحه باشد. احجام و مساحت های سطحی سلول باید بدقت

ارزیابی شوند بمنظور اطمینان از اینکه جمع احجام محاسبه شده سلول‌های مجاور در واقع معادل با حجم کل سلول‌های ترکیب شده یعنی منطقه محاسباتی باشد. برای یک چهارگوش $ABCD$ مساحت A می‌تواند از طریق زیر محاسبه شود:

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2} |\vec{x}_{AC} \times \vec{x}_{BD}| = \frac{1}{2} [(x_C - x_A)(y_D - y_B) - (y_C - y_A)(x_D - x_B)]$$

$$= \frac{1}{2} (\Delta x_{AC} \Delta y_{BD} - \Delta x_{BD} \Delta y_{AC}) \quad (16-2)$$

سمت راست معادله ۱۶-۲ باید برای یک سطح $ABCD$ ، که A, B, C, D در خلاف جهت عقربه ساعت قرار گرفته‌اند مثبت می‌باشد. با بکاربردن معادله ۱۶-۲ می‌توان بردار سطح بطرف خارج \vec{S}_i را بصورت زیر محاسبه نمود:

$$\vec{S}_{ABCD} = \frac{1}{2} |\vec{x}_{AC} \times \vec{x}_{BD}| \quad (17-2)$$

برای ارزیابی حجم‌های مکعبی، معادلات مختلفی می‌تواند استفاده شود. رایج‌ترین روش شامل تقسیم مجدد به چهار وجهی یا هرم می‌باشد. حجم یک چهار وجهی Ω_{PABC} با بکار بردن بیان برداری تئوری گوس بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot \vec{a}) d\Omega = \oint_S \vec{a} \cdot d\vec{S} \quad (18-2)$$

که \vec{a} یک بردار اختیاری است، بشرطی که:

$$\Omega_{PABC} = \frac{1}{3} \oint_{PABC} \vec{x} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{3} \sum_{faces} \vec{x} \cdot \vec{S}_{faces} \quad (19-2)$$

که بردار \vec{a} با بردار موقعیت \vec{x} جایگزین می‌شود.

انتگرال‌گیری مستقیم معادلات ناویر - استوکس و سادگی تئوری گوس مزیت‌های مهم روش‌های FV می‌باشند.

۲-۳-۴ گسسته‌سازی زمان

تفاوت معادلات ناویر - استوکس دائمی و غیردائمی وجود متغیر اضافی زمانی می‌باشد. معادلات جریان غیردائمی سهموی می‌باشند یعنی معادلات در یک زمان t^{n+1} (بطور قرارداد شاخص برای زمان

در دینامیک سیالات محاسباتی بصورت بالانویس نشان داده می‌شود) که n شرایط در زمان t و $n+1$ شرایط در زمان $t + \Delta t$ را تنها بوسیله شرایط جریان در گام‌های زمانی قبلی، با $n > 0$ مشخص می‌کند. بسته به لحظه‌ی t که مشتق زمانی گرفته می‌شود محاسبات جریان غیردائمی می‌تواند با روش‌های صریح و ضمنی انجام گیرد. در روش‌های صریح یک تفاضل پیشرو در زمان گرفته می‌شود و محاسبات برای زمان t^{n+1} ، فقط از مقادیر گام‌های زمان گذشته استفاده می‌شوند. بنابراین مقادیر مجهول در زمان $n+1$ با استفاده از مقادیر معلوم در زمان n محاسبه می‌گردند. این روش باعث می‌شود که حداقل تعداد مجهولات را داشته باشیم و بنابراین حداقل عملیات برای هر گام زمانی نیاز است. در روش‌های ضمنی یک تفاضل پسرو نسبت به زمان استفاده می‌شود، که باعث یک سری متغیرهای مجهول در همان مرحله زمان می‌شود. برای محاسبه مجهولات در زمان $n+1$ ، لازم است به تعداد مجهولات، معادلات چند مجهولی بطور هم زمان حل گردند. بنابراین یک دستگاه معادلات جبری در همه نقاط شبکه از مقادیر مجهول در گام زمانی t^{n+1} نوشته شده که باید بطور همزمان حل شوند. بنابراین روش‌های ضمنی منجر به حل دستگاه‌های بزرگ معادلات جبری خطی همزمان می‌شود، که می‌توان آنها را با ماتریس نشان داد و از روش‌های حل ماتریس استفاده نمود. مزیت‌ها و معایب کلی روش‌های ضمنی و صریح را می‌توان بصورت زیر جمع‌بندی نمود:

روش صریح:

مزیت: برای برنامه نویسی نسبتاً ساده می‌باشد.

عیب: Δt باید خیلی کوچک باشد که پایدار بماند، در نتیجه زمان اجرای برنامه طولانی خواهد شد.

روش ضمنی:

مزیت: برای مقادیر بسیار بزرگ Δt پایداری حفظ می‌شود، از اینرو گام‌های اندکی استفاده می‌شود.

عیب: برنامه نویسی دارای پیچیدگی بیشتر خواهد شد. بنابراین در هر گام زمانی ماتریس بزرگی باید

ایجاد شود، زمان محاسبه برای هر گام زمانی تنها بیشتر از روش صریح می‌باشد.

بهرحال، مهم‌ترین ویژگی یک شبیه‌سازی پایداری یک روش عددی می‌باشد، که می‌تواند با استفاده از پارامترها با دو عدد بدون بعد مشخص شود: عدد پکلت^۱ برای روش‌های گسسته‌سازی زمان هم صریح و هم ضمنی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Pe = \frac{\rho u l}{\Gamma} \quad (20-2)$$

که l یک خصوصیت طولی و Γ ضریب پخش است و عدد کورانت^۲ برای گسسته‌سازی زمانی صریح بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Co = \frac{u \Delta t}{L} \quad (21-2)$$

همچنان که می‌توان از معادلات ۲۰-۲ و ۲۱-۲ مشاهده کرد هر دو عدد خصوصیات طول L را بکار برده‌اند (معمولا فاصله شبکه).

بهرحال، روش‌های گسسته‌سازی گوناگونی وجود دارد که از هر دو روش، روش‌های صریح و ضمنی استفاده می‌کند. در ادامه، چند مثال برای گسسته‌سازی وابسته به زمان توضیح داده می‌شود. روش صریح اویلر^۳ یک روش گسسته‌سازی مرتبه اول که از تفاضل پیشرو استفاده می‌کند:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_n = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} \quad (22-2)$$

معادله دیفرانسیل جزئی برای گام‌های زمان t^n محاسبه می‌شود.

روش ضمنی اویلر یک روش گسسته‌سازی با استفاده از روش تفاضل پسرو:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{n+1} = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} \quad (23-2)$$

که در زمان t^{n+1} محاسبه خواهد شد.

روش کرنک - نیکلسون^۱، زمان $t^{n+1/2}$ را ایجاد می‌کند، ترم زمان وابسته با تفاضل مرکزی و مرتبه دوم بصورت زیر گسسته‌سازی می‌کند:

- 1) Peclet
- 2) Courant
- 3) Euler

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{n+1/2} = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} \quad (24-2)$$

روش کرنک - نیکلسون نیمه ضمنی می باشد یعنی ترکیبی از هر دو، روش صریح و ضمنی است.

در روش لیپ - فراگ^۲ مقدار وابسته به زمان با تفاضل مرکزی مرتبه دوم در زمان $t = t^n$ بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_n = \frac{u^{n+1} - u^{n-1}}{2\Delta t} \quad (25-2)$$

که یک روش صریح است که از سه سطح زمانی متفاوت استفاده می کند.

روش سه سطح زمانی یک روش کاملا ضمنی مرتبه دوم می باشد و می تواند با استفاده از یک پسر و مرتبه دوم تقریبی نسبت به زمان بدست آید:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_n = \frac{3u^{n+1} - 4u^n + u^{n-1}}{2\Delta t} \quad (26-2)$$

این روش از روش کرنک - نیکلسون آسان تر می باشد، چون درون یابی برای مقادیر در $t = t/2$ نیازی نیست. و کمتر تمایل به نوسانات عددی دارد و همچنین ممکن است با دیگر روش ها ترکیب شود.

1) Crank-Nicholson

2) Leap-Frog

فصل سوم

آشنایی با نرم افزار فلونت

تقریباً همه جریان سیالاتی که ما در زندگی روزانه با آن مواجه می‌شویم آشفته هستند. مانند جریان در کانال‌ها و سازه‌های هیدرولیکی، جریان در لوله‌ها، اطراف (و نیز داخل) ماشین‌ها، هواپیماها و ساختمان‌ها، لایه‌های مرزی آشفته هستند. بنابراین، هرگاه که ما جریان سیال را بخواهیم محاسبه کنیم به احتمال زیاد آشفته خواهد بود.

در جریان آشفته ما معمولاً متغیرها را در یک بخش متوسط-زمانی \bar{U} ، که مستقل از زمان می‌باشد (هرگاه جریان متوسط پایدار باشد)، و یک بخش نوسانی تقسیم می‌کنیم بنابراین داریم $U = \bar{U} + u$. تعریفی درباره جریان آشفته وجود ندارد، اما یک عدد مشخص از خصوصیات سیال مانند زیر وجود دارد [۹]:

۱. بی‌نظمی^۱

جریان آشفته بینظم، تصادفی و پر هرج و مرج می‌باشد. جریان شامل یک طیف مقیاس‌های مختلف (اندازه‌های گرداب) می‌باشد که بزرگ‌ترین گرداب‌ها از هندسه جریان تبعیت می‌کند (مانند، ضخامت لایه مرزی، پهنای جت). از طرف دیگر کوچکترین گرداب‌های که بوسیله نیروهای ویسکوز (تنش‌ها) انرژی داخلی را تلف می‌کنند را داریم.

۲. ضریب پخش^۲

در جریان آشفته ضریب پخش افزایش می‌یابد. بدین معنی که میزان پخش‌شدگی لایه‌های مرزی، جت‌ها، و ... بعنوان جریان آشفته افزایش پیدا می‌کند. آشفتگی باعث افزایش تبادل ممنوم در لایه‌های مرزی می‌شود. همچنین افزایش ضریب پخش مقاومت (اصطکاک دیوار) در جریان‌ات داخلی مانند داخل کانال‌ها و لوله‌ها را موجب می‌شود.

۳. اعداد رینولدز بزرگ

1) Irregularity

2) Diffusivity

جریان آشفته در اعداد رینولدز بالا اتفاق می‌افتد. برای مثال، انتقال به جریان آشفته در لوله‌ها در $Re_D = 2300$ ، و در لایه‌های مرزی در $Re_D = 100000$ اتفاق می‌افتد.

۴. سه‌بعدی

جریان آشفته همواره سه‌بعدی است. هرچند که، هرگاه معادلات متوسط زمانی هستند می‌توانیم جریان را بعنوان دوبعدی در نظر بگیریم.

۵. اتلاف

جریان آشفته اتلاف کننده می‌باشد، عبارت دیگر انرژی جنبشی در گرداب‌های کوچک (اتلاف کننده) به انرژی داخلی تبدیل می‌کنند. گرداب‌های کوچک انرژی جنبشی را از گرداب‌های اندکی بزرگ دریافت می‌کنند. گرداب‌های اندکی بزرگ انرژی‌شان را از گرداب‌های بزرگتر و مانند آن بدست می‌آورند. گرداب‌های بزرگ انرژی‌شان را از جریان متوسط می‌گیرند. این فرآیند انتقال انرژی از بزرگ‌ترین مقیاس‌های آشفتگی (گرداب‌ها) به کوچکترین، فرآیند آبشار^۱ نامیده می‌شود.

۶. پیوستگی

با وجود اینکه مقیاس‌های کوچک آشفتگی در جریان که بزرگتر از مقیاس ملکولی هستند ما می‌توان جریان را بعنوان پیوسته در نظر گرفت.

۳-۲ مدل‌های آشفتگی

۳-۲-۱ مقدمه

هرگاه جریان آشفته باشد بهتر است که متغیرهای آنی (برای مثال مولفه‌های سرعت و فشار) را به یک مقدار متوسط و یک مقدار نوسانی تجزیه شوند، یعنی:

$$U_i = \bar{U}_i + u_i \quad P = \bar{P} + p_0 \quad (1-3)$$

1) Cascade

یکی از دلایلی که متغیرها را تجزیه می کنند این است که هرگاه مقادیر جریان را اندازه می گیرند معمولاً به مقادیر متوسط نسبت به زمان گذشته علاقمندتر هستند. دلیل دیگر این است که هرگاه بخواهند برای حل عددی معادله ناویر-استوکس آن نیاز به شبکه بندی بسیار ریز برای حل همه مقیاس های آشفتگی دارند و آن نیز نیاز به یک تفکیک کوچک زمانی دارند (همیشه جریان آشفته غیردائمی است).

معادله پیوستگی و معادله ناویر - استوکس بصورت زیر نوشته می شود:

(۲-۳)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho U_i)_{,i} = 0$$

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + (\rho U_i U_j)_{,j} = -P_{,i} + \left[\mu \left(U_{i,j} + U_{j,i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} U_{k,k} \right) \right]_{,j} \quad (۳-۳)$$

که j نشان دهنده مشتق نسبت به x_j می باشد. چون در مورد جریان تراکم ناپذیر (یعنی عدد ماخ پایین) بحث می شود ترم اتساع^۱ در طرف سمت راست معادله ۳-۳ نادیده فرض می شود یعنی:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + (\rho U_i U_j)_{,j} = -P_{,i} + [\mu (U_{i,j} + U_{j,i})]_{,j} \quad (۴-۳)$$

توجه کنید که ما در اینجا از اصطلاح تراکم ناپذیر استفاده شده است یعنی چگالی مستقل از فشار می باشد ($\partial P / \partial \rho = 0$). اما بدین معنی نیست که چگالی ثابت است، بلکه می تواند وابسته به برای مثال دما و غلظت باشد.

با قرار دادن معادله ۱-۳ در معادله پیوستگی ۲-۳ و معادله ناویر - استوکس ۴-۳ معادله پیوستگی متوسط زمانی و معادله ناویر- استوکس را بدست می آید:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho \bar{U}_i)_{,i} = 0 \quad (۵-۳)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial t} + (\rho U_i U_j)_{,j} = -P_{,i} + [\mu (U_{i,j} + U_{j,i}) - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j]_{,j} \quad (۶-۳)$$

1) Dilatation

ترم جدید $\overline{u_i u_j}$ در سمت راست ۳-۶ ظاهر می شود که تانسور تنش رینولدز نامیده می شود. تانسور متقارن می باشد (برای مثال $\overline{u_1 u_2} = \overline{u_2 u_1}$). این نشان دهنده رابطه های بین سرعت های نوسانی است. این ترم تنش اضافی بعلت آشفتگی (سرعت های نوسانی) می باشد و نامعلوم است. برای حل معادله ۳-۶ روش های گوناگونی استفاده می شود که شامل:

- I. مدل های جبری^۱: یک معادله جبری برای محاسبه یک لزجت آشفته اغلب لزجت گردابی نامیده می شوند، کاربرد دارد. تانسور تنش رینولدز پس از استفاده کردن از یک فرض که تانسور تنش رینولدز با گرادیان های سرعت و لزجت آشفتگی رابطه برقرار می کند، محاسبه می شود. این فرض، فرض بوسینسک^۲ نامیده می شود.
- II. مدل های یک معادله ای: در این مدل ها یک معادله انتقالی برای یک کمیت آشفته (معمولا انرژی جنبشی آشفتگی) حل می شود و یک کمیت آشفته ثانوی (معمولا مقیاس طول آشفتگی) از یک معادله جبری بدست می آید. لزجت آشفتگی از فرض بوسینسک محاسبه خواهد شد.
- III. مدل های دو معادله ای: این مدل ها در بخش مدل های لزجت گردابی قرار می گیرند. دو معادله انتقال بدست می آید که انتقال دو اسکالر، برای مثال انرژی جنبشی آشفته k و اتلاف آن ε را توضیح می دهد. تانسور تنش رینولدز پس از محاسبه شدن از یک فرض استفاده می کند که تانسور تنش رینولدز با گرادیان های سرعت و یک لزجت گردابی رابطه برقرار می کند.

1) Algebraic Models

2) Bossinesq Assumption

IV. مدل‌های تنش رینولدز^۱: در اینجا چند معادله انتقالی برای تانسورهای تنش $\overline{u_i u_j}$

استفاده می‌گردد. یک معادله انتقال برای تعیین مقیاس طولی آشفتگی اضافه می‌شود.

معمولاً یک معادله برای اتلاف ε استفاده می‌شود.

انواع گوناگون مدل‌های آشفتگی گفته شده در بالا برحسب پیچیدگی، توانایی مدل‌سازی آشفتگی، و

هزینه کار محاسباتی (زمان CPU) با هم متفاوتند.

در نرم‌افزار فلوئنت روش‌های زیادی برای مدل‌سازی جریان آشفتگی وجود دارد که شامل موارد زیر

می‌باشد:

- مدل اسپالارت - آلماراس^۲

- مدل‌های $k-\varepsilon$

✓ مدل $k-\varepsilon$ استاندارد^۳

✓ مدل $k-\varepsilon$ RNG^۴

✓ مدل $k-\varepsilon$ محسوس^۵

- مدل‌های $k-\omega$

✓ مدل $k-\omega$ استاندارد

✓ مدل $k-\omega$ انتقال تنش برشی^۶

- مدل v^2-f

- مدل تنش رینولدز^۷

1) Reynolds Stress Models

2) Spalart-Allmaras

3) The Standard $k-\varepsilon$ Model

4) The Renormalization Group $k-\varepsilon$ Model - RNG

5) The Realizable $k-\varepsilon$ Model

6) The Shear Stress Transport - SST

7) The Reynolds Stress Model - RSM

- شبیه‌سازی گرداب جدا^۱

- شبیه‌سازی گرداب بزرگ^۲

متأسفانه یک حالت کلی برای مدل کردن همه مسائل آشفتگی وجود ندارد. انتخاب مدل آشفتگی بستگی به ملاحظاتمانند محیط فیزیکی جریان، سطح دقت مورد نیاز، منابع محاسباتی دسترس، و میزان زمان دسترس برای شبیه‌سازی دارد. برای انتخاب مناسب مدل برای استفاده کردن، نیاز به فهمیدن کاربردها و محدودیات انتخاب‌های گوناگون می‌باشد. در اینجا به توضیح انواع روش‌های $k-\varepsilon$ و تنش رینولدز می‌پردازیم.

۳-۲-۲ روش بوسینسک در مقابل مدل‌های انتقال تنش رینولدز

یک روش عمومی برای تنش‌های رینولدز استفاده از فرضیه بوسینسک می‌باشد که تنش‌های رینولدز به گرادیان‌های سرعت متوسط مرتبط می‌سازد [۱۰]:

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (۷-۳)$$

فرضیه بوسینسک در مدل‌های $k-\varepsilon$ استفاده می‌شود. مزیت این روش هزینه محاسبات نسبتاً کم همراه با محاسبه لزجت آشفتگی می‌باشد، در حالت مدل $k-\varepsilon$ ، دو معادله انتقال اضافی (برای انرژی جنبشی، k ، و دیگری نرخ افت آشفتگی ε) حل می‌شوند، و μ_t بعنوان تابع از k و ε محاسبه خواهد شد. عیب فرضیه بوسینسک فرض اینکه μ_t یک مقدار اسکالر ایزوتروپیک است، که دقیقاً درست نمی‌باشد.

در بسیاری از حالات، مدل‌ها براساس فرضیه بوزینسک خیلی خوب انجام می‌شوند، و هزینه‌های محاسباتی اضافی مدل تنش رینولدز توجیه نمی‌شود.

۳-۲-۳ مدل‌های $k-\varepsilon$ استاندارد، RNG، و محسوس

1) The Detached Eddy Simulation Model - DES

2) The Large Eddy Simulation Model - LES

در این قسمت مدل های $k-\epsilon$ استاندارد، RNG، و محسوس بررسی می شود. همه ی مدل ها برای تشکیل معادلات انتقال برای k و ϵ مانند هم هستند. اختلافات اصلی در مدل ها در زیر بیان شده است:

- روش محاسبه ی لزجت آشفتگی

- اعداد پراپرتی آشفتگی حاکم بر پخش شدگی آشفتگی k و ϵ

- تولید و افت برحسب معادله ϵ

معادلات انتقال، روش های محاسبه ویسکوزیته آشفتگی، و ثابت های مدل بطور جداگانه برای هر مدل ارائه می شود. خصوصیات که برای همه مدل ها مشترک هستند، شامل تولید آشفتگی، تولید نیرو بعلت خاصیت شناوری، محاسبه اثرات تراکم پذیری، و مدل سازی انتقال گرما و جرم.

۳-۲-۳-۱ مدل $k-\epsilon$ استاندارد

ساده ترین "مدل های کامل" آشفتگی، مدل های دو معادله ای هستند که راه حل دو معادله انتقال جدا اجازه می دهد که سرعت آشفتگی و مقیاس طولی بطور مستقل تعیین شود. مدل استاندارد $k-\epsilon$ مدلی نیمه تجربی براساس مدل سازی معادلات انتقال برای انرژی جنبشی آشفتگی (k) و نرخ اتلاف (ϵ) است. معادله انتقال مدل برای k از معادله دقیق بدست می آید، درحالی که معادله انتقال مدل برای ϵ با استفاده از منطق فیزیکی و بصورت ریاضی وار دقیق بدست می آید [۱۱].

در مدل $k-\epsilon$ ، فرض می شود که جریان بطور کامل آشفتگی است، و اثرات مولکولی لزجت قابل صرف نظر کردن می باشد. بنابراین مدل استاندارد $k-\epsilon$ فقط برای جریانات کاملاً آشفتگی معتبر است.

۳-۲-۳-۱-۱ معادلات انتقال برای مدل استاندارد $k-\epsilon$

انرژی جنبشی آشفتگی، k ، و نرخ اتلاف آن، ϵ ، از معادلات انتقال زیر بدست می آید:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (۸-۳)$$

1) Prandtl

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (9-3)$$

در این معادلات، G_k بیانگر تولید انرژی جنبشی بعلت گرادیان‌های سرعت متوسط است، محاسبه‌ی آن در بخش ۳-۲-۳: مدل‌سازی تولید آشفتگی در مدل $k-\varepsilon$ توضیح داده شده است. G_b تولید انرژی جنبشی آشفته بعلت خاصیت شناوری می‌باشد، محاسبه آن در بخش ۳-۲-۳: مدل‌سازی شناوری روی آشفتگی در مدل‌های $k-\varepsilon$ توضیح داده شده است. Y_M سهم انبساط نوسانات در آشفتگی بهم فشرده برای همه نرخ افت است، محاسبه آن در بخش ۳-۲-۳: اثرات تراکم‌پذیری روی آشفتگی در مدل‌های $k-\varepsilon$ بیان شده است. $C_{1\varepsilon}$ ، $C_{2\varepsilon}$ ، و $C_{3\varepsilon}$ مقادیر ثابت هستند. σ_ε و σ_k بترتیب اعداد پرانتل آشفتگی برای k و ε هستند. S_ε و S_k ترم‌های منبع تعریف شده‌ی کاربر هستند.

۳-۲-۳-۱-۲ مدل‌سازی لزجت آشفتگی

لزجت آشفتگی μ_t ، بوسیله‌ی ترکیب k و ε بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10-3)$$

که C_μ ثابت می‌باشد.

۳-۲-۳-۱-۳ مقادیر ثابت

ثابت‌های مدل $C_{1\varepsilon}$ ، $C_{2\varepsilon}$ ، C_μ ، σ_k ، و σ_ε دارای مقادیر زیر هستند:

$$C_{1\varepsilon}=1.44 \quad , \quad C_{2\varepsilon}=1.92 \quad , \quad C_\mu=0.09 \quad , \quad \sigma_k=1.0 \quad , \quad \sigma_\varepsilon=1.3$$

این مقادیر قراردادی از آزمایشات با هوا و آب برای جریان‌های برشی آشفته بدست می‌آیند. و تجربه آزمایشگاهی نشان داده که مقادیر مناسبی می‌باشند.

اگرچه مقادیر قراردادی ثابت‌های مدل که استاندارد هستند افراد بیشتری قبول دارند، اما می‌توان آنها را در مدل لزج (اگر نیاز بود) تغییر داد.

RNG k-ε مدل ۲-۳-۲-۳

مدل RNG k-ε با استفاده از یک روش آماری سخت بدست می‌آید (معروف به نظریه گروه عادی سازی). شبیه به مدل استاندارد k-ε می‌باشد، اما شامل ویژگی‌های مخصوص زیر است:

- مدل RNG یک عبارت اضافی در معادله‌ی ε دارد که برای برخی از جریان‌های دارای دقت بیشتری خواهد بود.

- در مدل RNG برای بالا بردن دقت برای جریان‌های چرخشی، اثر چرخش روی آشفتگی در نظر گرفته می‌شود.

- نظریه‌ی RNG یک فرمول تحلیلی برای اعداد پراکتل آشفتگی را فراهم می‌سازد، درحالی‌که مدل استاندارد k-ε کاربران مخصوص مقادیر ثابت، استفاده می‌کنند.

- درحالی‌که مدل استاندارد k-ε یک مدل عددی برای اعداد رینولدز بالا می‌باشد، نظریه RNG یک فرمول دیفرانسیلی مشتق تحلیلی برای لزجت فراهم می‌کند که برای اثرات اعداد رینولدز کم محاسبه می‌شود. اما، موثر بودن استفاده از این خصوصیات، به رفتار مناسب منطقه دیوار مجاور بستگی دارد [۱۲].

این خصوصیات مدل RNG k-ε دقت بیشتر و قابل اطمینان‌تری برای بیشتر جریان‌های نسبت به مدل استاندارد k-ε را فراهم می‌کند.

اساس RNG مدل آشفته k-ε از معادلات ناویر - استوکس لحظه‌ای بدست آمده، استفاده از یک روش ریاضی بنام روش‌های "گروه معمولی سازی" (RNG) می‌باشد.

RNG k-ε مدل ۱-۲-۳-۲-۳

مدل RNG k-ε شبیه به مدل استاندارد k-ε دارد:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (11-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \quad (12-3)$$

در این معادلات، G_k نشان‌دهنده تولید انرژی جنبشی آشفته بعلت گرادیان‌های سرعت متوسط است، محاسبه آن در بخش ۳-۲-۳-۴: مدل‌سازی تولید آشفتگی در مدل‌های $k-\varepsilon$ می‌باشد. G_b تولید انرژی جنبشی آشفته بعلت خاصیت شناوری است، محاسبه آن در بخش ۳-۲-۳-۵: اثرات شناوری روی آشفتگی در مدل‌های $k-\varepsilon$ توضیح داده شده است. Y_M نشان‌دهنده سهم انبساط نوسان در آشفتگی فشرده برای نرخ افت کلی است، محاسبه آن در قسمت ۳-۲-۳-۶: اثرات تراکم‌پذیری روی آشفتگی در مدل‌های $k-\varepsilon$ آمده است. مقادیر α_k و α_ε بترتیب معکوس اعداد پراوتل موثر برای k و ε می‌باشد. S_k و S_ε ترم‌های منبع تعریف شده کاربر هستند.

۳-۲-۳-۲-۲ مدل‌سازی لزجت موثر

روش حذف مقیاس در نظریه RNG در یک معادله دیفرانسیلی برای لزجت آشفتگی نتیجه می‌دهد:

$$d \left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \right) = 1.72 \frac{\hat{v}}{\sqrt{\hat{v}^3 - 1 + C_v}} d\hat{v} \quad (13-3)$$

که

$$\hat{v} = \mu_{eff} / \mu$$

$$C_v \approx 100$$

در عدد رینولدز بالا محدود، معادله ۳-۱۳ بصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (14-3)$$

که با استفاده از نظریه RNG، $C_\mu = 0.0845$ بدست می‌آید. جالب است که این مقدار C_μ خیلی نزدیک به مقدار تعیین شده تجربی مقدار ۰/۰۹ استفاده شده در مدل استاندارد $k-\varepsilon$ می‌باشد.

۳-۲-۳-۲-۳ اصلاح چرخش RNG

بطور کلی، آشفتگی بوسیله دوران یا چرخش در جریان متوسط اثر می‌گذارد. مدل RNG در فلوئنت یک گزینه برای محاسبه اثرات چرخش یا دوران با استفاده از اصلاح لزجت آشفتگی بطور مناسب فراهم می‌کند. شکل تابع اصلاح شده بصورت زیر است:

$$\mu_t = \mu_{t0} f\left(\alpha_s, \Omega, \frac{k}{\varepsilon}\right) \quad (15-3)$$

که μ_{t0} مقدار لزجت آشفتگی محاسبه شده بدون اصلاح چرخش استفاده شده در معادله ۳-۱۳ یا معادله ۳-۱۴ است. Ω خصوصیت ارزیابی شده عدد چرخش در فلوئنت می‌باشد، و α_s ثابت چرخش است که فرض می‌شود به اینکه آیا در جریان چرخش حاکم است یا تنها چرخش کم وجود دارد بستگی دارد. برای جریان‌های چرخشی کم (طبق قرارداد در فلوئنت)، α_s برابر ۰/۰۵ قرار دارد و نمی‌توان اصلاح کرد. اما برای جریان‌های چرخشی شدید، مقدار زیاد α_s می‌توان انتخاب نمود.

۳-۲-۳-۲-۴ محاسبه معکوس اعداد پیرانتل موثر

معکوس اعداد پیرانتل موثر، α_k و α_ε ، با استفاده از فرمول تحلیلی بوسیله نظریه RNG محاسبه می‌شود:

$$\frac{|\alpha - 1.3929|^{0.6321}}{|\alpha_0 - 1.3929|} = \frac{|\alpha + 2.3929|^{0.3679}}{|\alpha_0 + 2.3929|} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}} \quad (16-3)$$

که $\alpha_0 = 1.0$ است. در عدد رینولدز بالا محدود می‌شود ($\mu_{mol} / \mu_{eff} \ll 1$)، $\alpha_k = \alpha_\varepsilon \approx 1.393$.

۳-۲-۳-۲-۵ ترم R_ε در معادله ε

تفاوت اصلی بین RNG و مدل استاندارد در ترم اضافی معادله ε می‌باشد که بطریق زیر فرض می‌شود:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (17-3)$$

که $\beta = 0.012$ ، $\eta_0 = 4.38$ ، $\mu \cong Sk/\varepsilon$ است.

اثرات این ترم در معادله ε RNG می‌تواند با دقت بیشتری بوسیله بررسی مجدد معادله ۱۲-۳ دیده شود. با استفاده از معادله ۳-۱۷، سومین و چهارمین ترم در طرف سمت راست معادله ۱۲-۳ می‌تواند ترکیب شود، و در نتیجه معادله ε می‌تواند بطور زیر بازنویسی شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_e \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (18-3)$$

که $C_{2\varepsilon}^*$ بطریق زیر فرض می‌شود:

$$C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad (19-3)$$

در محدوده‌های که $\eta < \eta_0$ ، ترم R یک سهم مثبت فراهم می‌کند، و $C_{2\varepsilon}^*$ بزرگتر از $C_{2\varepsilon}$ خواهد شد. برای مثال، در لایه لگاریتم می‌توان نشان داد که $\eta \approx 3.0$ ، $C_{2\varepsilon}^* \approx 2.0$ را فرض کرد، که نزدیک به مقدار $C_{2\varepsilon}$ در مدل استاندارد $k-\varepsilon$ (۱/۹۲) است. بنابراین، برای ضعیف کردن جریان‌های کرنش ملایم، مدل RNG نتایج بزرگتری در مقایسه با مدل استاندارد $k-\varepsilon$ را می‌دهد.

بهرحال، در محدوده‌های نرخ کرنش بزرگ ($\eta > \eta_0$)، ترم R سهم منفی دارد، مقدار $C_{2\varepsilon}^*$ کمتر از $C_{2\varepsilon}$ می‌باشد. در مقایسه با مدل استاندارد $k-\varepsilon$ ، اتلافات کوچکتر ε افزایش ε ، k و، نهایتاً، لزجت موثر کاهش می‌دهد. در جریانات کرنش سریع، مدل RNG یک لزجت آشفته‌گی کمتر از مدل $k-\varepsilon$ را ایجاد می‌کند.

بنابراین، مدل RNG به اثرات تغییرات فشار سریع و انحنای خط جریان نسبت به مدل استاندارد $k-\varepsilon$ حساس‌تر است، که انجام بهتر مدل RNG برای قسمت‌های مشخص جریانات را روشن می‌کند.

۳-۲-۳-۲-۳ ثابت‌های مدل

ثابت‌های مدل $C_{1\varepsilon}$ و $C_{2\varepsilon}$ در معادله ۳-۱۲ بازای مقادیر نتیجه گرفته از آنالیز بوسیله نظریه RNG می‌باشد. در فلوئنت این مقادیر بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$C_{1\varepsilon} = 1.42 \quad , \quad C_{2\varepsilon} = 1.68$$

۳-۳-۲-۳ مدل $k-\varepsilon$ محسوس

مدل $k-\varepsilon$ محسوس اخیراً گسترش یافته است و متفاوت از مدل $k-\varepsilon$ استاندارد می‌باشد که دارای دو تفاوت مهم زیر است:

- مدل $k-\varepsilon$ محسوس شامل یک فرمول جدید برای لزجت آشفتگی است.
- یک معادله انتقال جدید برای نرخ افت، ε ، از یک معادله دقیق برای انتقال متوسط مربع نوسانات گردابی ناشی شده است.

اصطلاح "محسوس" به این معنی است که مدل قیود مشخص ریاضی در تنش‌های رینولدز را اقلان می‌نماید که سازگار با فیزیک جریان آشفتگی می‌باشد. هیچ یک از مدل $k-\varepsilon$ استاندارد و مدل $k-\varepsilon$ RNG محسوس نیستند [۱۳].

مزیت مدل $k-\varepsilon$ محسوس این است که دقت بیشتری برای پیش‌بینی نرخ گسترش جت صفحه‌ای و جت منحنی را دارد. همچنین قابلیت مدل‌سازی بسیار خوبی برای جریان‌ات شامل چرخش، لایه‌های مرزی تحت گرادیان‌های فشار معکوس قوی، جداشدگی، و دورانی را فراهم می‌کند. هر دو مدل $k-\varepsilon$ محسوس و RNG در جریان‌هائی با انحنای شدید خط جریان، گردابه‌ها، و چرخشی نسبت به $k-\varepsilon$ استاندارد دارای عملکرد بهتری هستند. چون مدل هنوز نسبتاً جدید می‌باشد، بطور دقیق روشن نیست که نمونه‌های مدل $k-\varepsilon$ محسوس عملکرد بهتری نسبت به مدل RNG دارد. بهر حال، مطالعات اولیه نشان می‌دهد که مدل محسوس برای مدل‌سازی جریان‌ات جدا شده و جریان‌های با خصوصیات جریان ثانویه پیچیده مناسب می‌باشد.

علاوه بر مدل $k-\varepsilon$ استاندارد و براساس $k-\varepsilon$ RNG که در بخش‌های ۳-۴-۱ و ۳-۴-۲ توضیح داده شد، فلوننت مدل دیگری مشهور به مدل $k-\varepsilon$ محسوس را فراهم می‌سازد. ترم "محسوس" بمعنی اینست که مدل توصیفات ریاضی مشخص روی تنش‌های عمودی، سازگار با فیزیک جریان‌ات آشفتگی را به شکل مناسبی انجام می‌دهد. برای فهم این، ترکیب رابطه بوزینسک (معادله ۳-۷) و تعریف لزجت گردابی (معادله ۳-۱۰) در نظر بگیرید برای بدست آوردن تعریف زیر برای تنش رینولدز عمودی در یک جریان متوسط تراکم‌پذیر:

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3}k - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \quad (20-3)$$

مدل k-ε محسوس، شین و همکاران^۱ [۱۳] به این علت ارائه شد که بتواند کمبودهای روش‌های معمول k-ε را با اتخاذ موارد زیر برطرف نماید:

- فرمول جدیدی برای تعیین لزجت گردابی بوسیله یک متغیر C_μ که بوسیله رینولدز قبلا پیشنهاد شده است [۱۴].

- یک معادله مدل جدید برای افت (ε) براساس معادله دینامیک نوسان گرداب مربع میانگین پیشنهاد گردید.

۳-۲-۳-۱-۳ معادلات انتقال برای مدل k-ε محسوس

معادلات انتقال مدل شده برای k و ε در مدل k-ε محسوس عبارتند از:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (21-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S_\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \quad (22-3)$$

که

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

در این معادلات، G_k نشان‌دهنده تولید انرژی جنبشی بعلا گرداب‌های سرعت متوسط می‌باشد، طریقه محاسبه آن در بخش ۳-۲-۳-۴: مدل‌سازی تولید آشفتگی در مدل‌های k-ε آمده است. G_b تولید انرژی جنبشی در نتیجه خاصیت شناوری، محاسبه آن در بخش ۳-۲-۳-۵: اثرات خاصیت شناوری روی آشفتگی در مدل‌های k-ε توضیح داده شده است. Y_M سهم انبساط نوسان در تراکم‌پذیری آشفتگی در نرخ اتلاف کلی را نشان می‌دهد، محاسبه آن در بخش ۳-۲-۳-۶: اثرات

1) Shin et al

تراکم‌پذیری روی آشفتگی در مدل‌های $k-\varepsilon$ مشخص شده است. C_2 و $C_{1\varepsilon}$ ثابت هستند. σ_ε و σ_k بترتیب اعداد پراوتل برای k و ε می‌باشند. S_ε و S_k ترم‌های مرجع تعریف شده کاربر هستند.

توجه کنید که معادله k (معادله ۳-۲۰) مانند مدل استاندارد $k-\varepsilon$ (معادله ۳-۸) و مدل RNG $k-\varepsilon$ (معادله ۳-۱۱) هستند تنها تفاوت آنها در ثابت‌های مدل می‌باشد. اما، شکل معادله ε کاملاً با مدل‌های استاندارد و RNG $k-\varepsilon$ متفاوت می‌باشند (معادلات ۳-۹ و ۳-۱۲). یکی از خصوصیات قابل توجه این است که ترم تولیدی در معادله ε (دومین ترم سمت راست معادله ۳-۲۲) شامل تولید k نمی‌شود، بدین معنی که، دارای ترم همسان G_k شامل دیگر مدل‌های $k-\varepsilon$ نمی‌شود. که موجب می‌شود شکل موجود انتقال انرژی طیفی را بهتر بیان کند. دیگر خصوصیت مطلوب این است که ترم افت (کنار آخرین ترم سمت راست معادله ۳-۲۲) هیچ‌گونه یکتایی ندارد، یعنی، مقسوم‌علیه آن هرگز بسمت صفر میل نمی‌کند، ولو اینکه k بسمت صفر یا کوچکتر از صفر میل کند.

این مدل برای محدوده‌ی زیادی از جریانات دارای اعتبار می‌باشد [۱۳، ۱۵]، که شامل جریانات برشی همگن چرخشی، جریان آزاد شامل جت‌ها و لایه‌های مختلط، جریانات کانال و لایه مرزی، و جریانات جدا شده می‌باشد. برای همه این حالات، کارایی مدل نسبت به مدل $k-\varepsilon$ استاندارد بهتر می‌باشد. خصوصاً اینکه مدل $k-\varepsilon$ محسوس جت مدور غیرمتعارف را حل می‌کند، یعنی، آن نرخ گسترش جت‌های تقارن محوری بعلاوه برای جت‌های مسطح را پیش‌بینی می‌کند.

۳-۲-۳-۲-۳ مدل سازی لزجت گردابی

همانند سایر مدل‌های دیگر $k-\varepsilon$ ، لزجت گردابی بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (23-3)$$

اختلاف بین مدل $k-\varepsilon$ محسوس و مدل‌های استاندارد و RNG $k-\varepsilon$ در مقدار C_μ ثابت می‌باشد که بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (24-3)$$

که

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \bar{\Omega}_{ij}\bar{\Omega}_{ij}} \quad (25-3)$$

و

$$\bar{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k$$

$$\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k$$

که $\bar{\Omega}_{ij}$ میانگین تانسور نرخ چرخش مدنظر قرار گرفته در تنظیم مرجع چرخش با سرعت زاویه‌ای ω_k است. ثابت‌های مدل A_0 و A_s برابر است با:

$$A_0 = 4.04 \quad , \quad A_s = \sqrt{6}\cos\phi$$

که

$$\phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}(\sqrt{6}W) \quad , \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\bar{S}^3} \quad , \quad \bar{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \quad , \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$$

می‌توان درک نمود که C_μ تابعی از کرنش متوسط و نرخ چرخش، سرعت زاویه‌ای چرخش سیستم و میدان‌های آشفتگی می‌باشد (k, ε). می‌توان نشان داد که C_μ در معادله ۳-۲۳ برای زیر لایه داخلی در حال تعادل در لایه مرزی همان مقدار استاندارد ۰/۰۹ را ارائه می‌دهد..

در فلوئنت، ترم $-2\varepsilon_{ijk}\omega_k$ بطور پیش فرض در محاسبه $\bar{\Omega}_{ij}$ دخالت داده نمی‌شود. این یک ترم اضافی چرخش است که با حالت‌های مش‌های متحرک و سیستم‌های چند مرجعی همخوانی ندارد. اگر بخواهیم این ترم در مدل شامل شود، می‌توانیم آنرا با استفاده از متن دستوری

define/models/viscous/turbulence-expert/rke-cmu-rotation-term?

و وارد کردن بله در زمان اجرا فعال کنیم.

۳-۳-۳-۲-۳ ثابت‌های مدل

ثابت‌های مدل C_2 ، σ_k و σ_ε با اطمینان از اینکه مدل برای جریانات معمول بخوبی اجرا می‌شود ایجاد شده است. ثابت‌های مدل برابر است با:

$$C_{1\varepsilon}=1.44 \quad , \quad C_2=1.9 \quad , \quad \sigma_k=1.0 \quad , \quad \sigma_\varepsilon=1.2$$

۴-۳-۲-۳ مدل سازی تولید آشفتگی در مدل های k-ε

ترم G_k ، تولید انرژی جنبشی آشفته، بطور یکسان برای مدل های k-ε استاندارد، RNG، و محسوس محاسبه می گردد. از معادله دقیق برای انتقال k ، این ترم بصورت زیر قابل تعریف است:

$$G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (۲۶-۳)$$

برای ارزیابی G_k در یک حالت سازگار با فرضیه بوزینسک،

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (۲۷-۳)$$

که S قدر مطلق تانسور نرخ کرنش متوسط است، که بصورت زیر بیان می شود:

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (۲۸-۳)$$

هرگاه روش k-ε برای جریان با اعداد رینولدز بالا به کار رود، μ_{eff} بجای μ_t در معادله ۲۷-۳ بکار برده می شود.

۵-۳-۲-۳ اثرات شناوری روی آشفتگی در مدل های k-ε

هرگاه میدان گرانشی غیر صفر و گرادیان دما بطور همزمان وجود داشته باشد، مدل های k-ε در فلوئنت برای تولید نیرو k بخاطر شناوری (G_b) در معادلات ۳-۸، ۳-۱۱ و ۳-۲۱، و مطابق با مشارکت برای تولید ϵ محاسبه می شوند.

تولید نیرو آشفتگی بعلت شناوری بصورت زیر فرض می شود:

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (۲۹-۳)$$

که Pr_t عدد پرائنتل آشفته برای انرژی و g_i مولفه بردار گرانشی در راستای \hat{a}_m است. برای مدل های استاندارد و محسوس، مقدار عدد پرائنتل برابر ۰/۸۵ است. در مورد مدل k-ε RNG، عدد پرائنتل برابر $1/\alpha$ ، که α بوسیله معادله ۳-۱۶ بدست می آید، اما با $\alpha_0 = 1/Pr = k/\mu_{cp}$ ضریب انبساط گرمایی، β بصورت زیر تعریف می شود:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (30-3)$$

برای گازهای ایده‌آل، معادله ۲۹-۳ بصورت زیر بیان می‌شود:

$$G_b = -g_i \frac{\mu_i}{\rho Pr_i} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (31-3)$$

می‌توان از معادلات انتقال k (معادلات ۸-۳، ۱۱-۳ و ۲۱-۳) دریافت که انرژی جنبشی آشفتگی تمایل به زیاد شدن ($G_b > 0$) در لایه‌های نامتعادل دارد. برای لایه‌بندی متعادل، شناوری تمایل به از بین بردن آشفتگی دارد ($G_b < 0$). در فلوننت، اثرات خاصیت شناوری در ایجاد k همیشه برای ناحیه ثقل غیر صفر و گرادیان‌های دمای غیر صفر، لحاظ می‌گردد.

در حالی که اثرات شناوری روی تولید k نسبتاً خوب فهمیده می‌شود، اثر روی ε کمتر واضح می‌باشد. در فلوننت، با توجه به قرارداد، اثرات شناوری روی ε بسادگی بوسیله قرار دادن G_b برابر صفر در معادله انتقال برای ε صرف‌نظر می‌شود (معادلات ۹-۳، ۱۲-۳ و ۱۳-۳).

اما، می‌توانیم اثرات شناوری روی ε را در قسمت مدل لزج شامل کنیم. در این حالت، مقدار G_b بوسیله معادله ۳۱-۳ استفاده شده در معادله انتقال برای ε بدست می‌آید (معادلات ۸-۳، ۱۱-۳ و ۲۱-۳).

درجه تاثیر ε بعلت شناوری بوسیله ثابت $C_{3\varepsilon}$ تعیین می‌شود. در فلوننت، $C_{3\varepsilon}$ نمی‌تواند مشخص شود، اما در عوض طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_{3\varepsilon} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right| \quad (32-3)$$

که v مولفه سرعت جریان موازی با بردار گرانشی و u مولفه سرعت جریان عمودی بردار گرانشی می‌باشد. بدین طریق، $C_{3\varepsilon}$ برای لایه‌های برشی شناور برای راستای اصلی هم‌جهت با راستای گرانشی برابر ۱ می‌شود. برای لایه‌های برشی شناور که عمود به بردار گرانش هستند، $C_{3\varepsilon}$ برابر صفر خواهد شد.

۳-۲-۴ مدل تنش رینولدز^۱

مدل تنش رینولدز نسبت به دیگر مدل‌های آشفتگی دارای جزئیات بیشتری می‌باشد. در این مدل آشفتگی علاوه بر استفاده از فرضیه ویسکوزیته گردابی برای حل معادله انتقال برای تنش‌های رینولدز از یک معادله برای نرخ پراکندگی استفاده می‌کند. بدین ترتیب در جریان‌های دو بعدی چهار معادله انتقال اضافی و در جریان‌های سه بعدی هفت معادله انتقال اضافی باید حل شود. مدل تنش رینولدز نسبت به مدل‌های یک معادله‌ای و دو معادله‌ای محاسبات دقیق‌تری برای اثر انحنای خطوط جریان، حرکت گردابه‌ای، کشش و تغییرات سریع در کرنش انجام می‌دهد. بنابراین پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به مدل‌های یک معادله‌ای و دو معادله‌ای دارد.

۳-۲-۴-۱ معادلات انتقال تنش رینولدز

معادلات انتقال دقیق برای انتقال تنش رینولدز ($\overline{\rho u'_i u'_j}$) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho u'_i u'_j})}_{\text{مشتق محلی زمان}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u_k u'_i u'_j})}_{\text{جابجایی}} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} [\overline{\rho u'_i u'_j u'_k} + p(\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j)]}_{\text{انتشار آشفته}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j}) \right]}_{\text{انتشار مولکولی}} - \underbrace{\rho \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}_{\text{تولید تنش}} - \underbrace{\rho \beta (\overline{g_i u'_j \theta} + \overline{g_j u'_i \theta})}_{\text{تولید شناوری}} + \underbrace{p \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)}_{\text{کرنش فشار}} + \underbrace{2 \mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}}_{\text{اتلاف}}$$

1) The Reynolds Stress Model (RSM)

$$-2\rho\Omega_k \underbrace{\left(\overline{u'_j u'_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u'_i u'_m} \varepsilon_{jkm}\right)} + \underline{S_{user}}$$

ترم منبع تعریف شده کاربر تولید بخاطر چرخش سیستم $F_{ij} =$

(۳۳-۳)

بخاطر ترم‌های مختلف در این معادلات دقیق $P_{ij}, D_{L,ij}, C_{ij}$ و F_{ij} نیازی به مدل‌سازی نیست. اما

ترم‌های $\phi_{ij}, G_{ij}, D_{T,ij}$ و ε_{ij} نیازی به مدل کردن می‌باشد.

۳-۲-۴-۲ مدل‌سازی انتقال انتشار آشفتگی

انتشار آشفتگی با استفاده از مدل انتشار گرادیان تعمیم یافته دیلی^۱ و هارلو^۲ مدل می‌شود [۱۷]:

$$D_{T,ij} = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho \frac{k \overline{u'_k u'_\ell}}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_\ell} \right) \quad (۳۴-۳)$$

این معادله ممکن است منجر به ناپایداری عددی شود، بنابراین در فلونت بصورت زیر ساده شده است

[۱۸]:

$$D_{T,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right) \quad (۳۵-۳)$$

که لزجت گردابی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (۳۶-۳)$$

که $C_\mu = 0.09$ می‌باشد.

لین^۳ و لسجزینر^۱ با اعمال مدل انتشار گرادیان تعمیم یافته، به یک جریان برشی همگن صفحه‌ای،

$\sigma_k = 0.82$ در معادله ۳-۳ بدست آورد. این ثابت در مدل‌های $k-\varepsilon$ استاندارد و محسوس برابر یک

است.

1) Daly

2) Harlow

3) Lien

۳-۲-۳ مدل سازی ترم کرنش فشار

۳-۲-۳-۱ مدل خطی کرنش فشار

ترم کرنش فشار ϕ_{ij} در معادله ۳-۳-۳۳ طبق پیشنهاد گیبسون^۲ و لاندنر^۳ [۱۹]، فو^۴ و همکاران [۲۰]، و لاندنر^۵ [۲۲، ۲۱] در نرم افزار فلوئنت استفاده شده است.

مدل سازی کرنش فشار بصورت زیر انجام می شود:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,w} \quad (۳۷-۳)$$

که در آن $\phi_{ij,1}$ ترم کند کرنش فشار، $\phi_{ij,2}$ ترم سریع کرنش فشار و $\phi_{ij,w}$ ترم انعکاس دیوار است.

ترم کند کرنش فشار بصورت زیر مدل می شود:

$$\phi_{ij,1} \equiv -C_{1\rho} \frac{\varepsilon}{k} \left[\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \quad (۳۸-۳)$$

که $C_1 = 1.8$ می باشد.

ترم سریع کرنش فشار بصورت زیر مدل می شود:

$$\phi_{ij,2} \equiv -C_2 \left[(P_{ij} + F_{ij} + G_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P + G - C) \right] \quad (۳۹-۳)$$

که $C_2 = 0.6$ ، P_{ij} ، F_{ij} ، G_{ij} و C_{ij} همانند معادله ۳-۳-۳۳ و $G = \frac{1}{2} G_{kk}$ ، $P = \frac{1}{2} P_{kk}$ و $C = \frac{1}{2} C_{kk}$

تعریف می شوند.

ترم انعکاس دیوار مربوط به تنش های نزدیک دیوار است. این ترم تمایل به استهلاک تنش های عمود

بر دیوار دارد، در حالی که تنش های موازی را افزایش می دهد.

این ترم بصورت زیر مدل می شود:

- 1) Leschziner
- 2) Gibson
- 3) Launder
- 4) Fu
- 5) Launder

$$\phi_{ij,w} \equiv C_1' \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_k' u_m'} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i' u_k'} n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u_j' u_k'} n_i n_k \right) \frac{k^{3/2}}{C_\ell \varepsilon d} \\ + C_2' \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{k^{3/2}}{C_\ell \varepsilon d} \quad (40-3)$$

که $C_1' = 0.5$ ، $C_2' = 0.3$ ، n_k مولفه‌ی x_k واحد عمود بر دیوار است، d فاصله عمود تا دیوار می‌باشد.

و $C_\ell = C_\mu^{3/4} / \kappa$ که $C_\mu = 0.09$ و κ ثابت ون کارمن^۱ برابر 0.4187 می‌باشد.

۳-۲-۴-۱-۱ اصلاحات رینولدز پایین برای مدل خطی کرنش فشار

هر گاه مدل تنش رینولدز برای جریانات نزدیک دیوار از روش رفتار دیوار توسعه یافته استفاده می‌کند، مدل کرنش فشار نیاز به اصلاح دارد. اصلاح در فلونت با تعیین مقادیر C_1' ، C_2 ، C_1 و C_2' بعنوان نوسانات ثابت‌های تنش رینولدز و عدد رینولدز آشفته، مطابق پیشنهاد لاندر^۲ و شیمان^۳ اصلاح می‌شود [۲۳]:

$$C_1 = 1 + 2.58 A \sqrt{A_2} \{1 - \exp[-(0.0067 \text{Re}_t)^2]\} \quad (41-3)$$

$$C_2 = 0.75 \sqrt{A} \quad (42-3)$$

$$C_1' = -\frac{2}{3} C_1 + 1.67 \quad (43-3)$$

$$C_2' = \max \left[\frac{\frac{2}{3} C_2 - \frac{1}{6}}{C_2}, 0 \right] \quad (44-3)$$

که عدد رینولدز آشفتهگی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Re}_t = (\rho k^2 / \mu \varepsilon) \quad (45-3)$$

پارامتر A و ثابت‌های تانسور، A_2 و A_3 ، بصورت زیر تعریف می‌شوند:

1) von Karman

2) Lanuder

3) Shima

$$A \equiv \left[1 - \frac{9}{8}(A_2 - A_3) \right] \quad (46-3)$$

$$A_2 \equiv a_{ik} a_{ki} \quad (47-3)$$

$$A_3 \equiv a_{ik} a_{kj} a_{ji} \quad (48-3)$$

که

$$a_{ij} = - \left(\frac{-\rho \overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}}{\rho k} \right) \quad (49-3)$$

اصلاحات بالا زمانی استفاده می‌شود که رفتار دیوار توسعه یافته انتخاب شود.

۲-۳-۴-۲-۳ مدل درجه دوم کرنش فشار

این مدل توسط اسپزیل^۱، سرکر^۲ و گتسکی^۳ [۲۴] برای نرم‌افزار فلونت بیان شده است. این مدل

برای جریانات برشی مانند کرنش صفحه‌ای و انقباض و انبساط تقارن محور بسیار مفید می‌باشد.

این مدل بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \phi_{ij} = & - \left(C_1 \rho \varepsilon + C_1^* P \right) b_{ij} + C_2 \rho \varepsilon \left(b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{mn} b_{mn} \delta_{ij} \right) + \left(C_3 - C_3^* \sqrt{b_{ij} b_{ij}} \right) \rho k S_{ij} \\ & + C_4 \rho k \left(b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{mn} S_{mn} \delta_{ij} \right) + C_5 \rho k \left(b_{ik} \Omega_{jk} + b_{jk} \Omega_{ik} \right) \end{aligned} \quad (50-3)$$

که

$$b_{ij} = - \left(\frac{-\rho \overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}}{2 \rho k} \right) \quad (51-3)$$

نرخ کرنش متوسط، S_{ij} ، بصورت زیر تعریف می‌شود:

-
- 1) Speziale
 - 2) Sarkar
 - 3) Gatski

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (52-3)$$

متوسط تانسور نرخ چرخشی، Ω_{ij} ، بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (53-3)$$

ثابت‌ها بصورت زیر می‌باشند:

$$C_1 = 3.4, C_1^* = 1.8, C_2 = 4.2, C_3 = 0.8, C_3^* = 1.3, C_4 = 1.25, C_5 = 0.4$$

مدل درجه دوم کرنش فشار برای اثر انعکاس دیوار به منظور بدست آوردن حل قابل قبول در منطقه لگاریتمی لایه مرزی آشفته نیازی به تصحیح ندارد. بهر حال، باید توجه داشت که مدل درجه دوم کرنش فشار از رفتار دیوار توسعه یافته برای مدل کردن نزدیک دیوار استفاده نمی‌کند.

۳-۲-۴-۳ مدل رینولدز-پایین امگا-تنش

این مدل جریانات روی سطوح خمیده و جریانات چرخشی را بخوبی مدل‌سازی می‌کند. این مدل نیازی به رفتار انعکاس‌های دیوار ندارد. معادله ۳-۳۷ برای این مدل بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} \quad (54-3)$$

که

$$\begin{aligned} \phi_{ij} = & - \left(C_1 \rho \varepsilon + C_1^* P \right) b_{ij} + C_2 \rho \varepsilon \left(b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{mn} b_{mn} \delta_{ij} \right) + \left(C_3 - C_3^* \sqrt{b_{ij} b_{ij}} \right) \rho k S_{ij} \\ & + C_4 \rho k \left(b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{mn} S_{mn} \delta_{ij} \right) + C_5 \rho k \left(b_{ik} \Omega_{jk} + b_{jk} \Omega_{ik} \right) \end{aligned} \quad (55-3)$$

که

$$b_{ij} = \left(\frac{-\rho \overline{u_i' u_j'} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}}{2 \rho k} \right) \quad (56-3)$$

و نرخ کرنش متوسط، S_{ij} ، توسط معادله ۳-۵۲ و تانسور نرخ چرخش متوسط، Ω_{ij} ، از رابطه ۳-۵۳ محاسبه می‌شود. ثابت‌ها بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$C_1 = 3.4, C_1^* = 1.8, C_2 = 4.2, C_3 = 0.8, C_3^* = 1.3, C_4 = 1.25, C_5 = 0.4$$

در این مدل از رفتار دیوار نزدیک استفاده نمی‌شود.

۳-۲-۴ اثرات شناوری روی آشفستگی

ترم شناوری بصورت زیر مدل می‌شود:

$$G_{ij} = \beta \frac{\mu_t}{Pr_t} \left(g_i \frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (۳-۵۷)$$

که Pr_t عدد پرانتل آشفستگی برای انرژی برابر 0.85 و β ضریب انبساط حرارتی می‌باشد.

۳-۲-۵ مدل سازی انرژی جنبشی آشفستگی

انرژی جنبشی آشفستگی با در نظر گرفتن تانسور تنش رینولدز بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (۳-۵۸)$$

در بخش ۳-۲-۴-۸ شرایط مرزی برای تنش‌های رینولدز، توضیح داده می‌شود که در فلونتت گزینه‌ای برای حل معادله انتقال انرژی جنبشی آشفسته به منظور بدست آوردن شرایط مرزی برای تنش‌های رینولدز وجود دارد. در این حالت معادله زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{2}(P_{ii} + G_{ii}) - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2) + S_k \quad (۳-۵۹)$$

که $\sigma_k = 0.82$ و S_k ترم منبع تعریف شده کاربر می‌باشد.

۳-۲-۶ مدل سازی نرخ افت

تانسور افت، ε_{ij} ، بصورت زیر مدل می‌شود:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} (\rho \varepsilon + Y_M) \quad (۳-۶۰)$$

که $Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2$ ترم "افت انبساطی" مطابق با مدل سرکر [۲۵] می‌باشد. عدد ماخ^۱ آشفتگی بصورت زیر بیان می‌شود:

$$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}} \quad (۶۱-۳)$$

که $a \equiv \sqrt{\gamma RT}$ سرعت صوت است.

نرخ افت، ε ، با یک معادله انتقال شبیه به مدلی که در $k-\varepsilon$ استاندارد استفاده شد بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] C_{\varepsilon 1} \frac{1}{2} [P_{ii} + C_{\varepsilon 3} G_{ii}] \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (۶۲-۳)$$

که $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $C_{\varepsilon 3} = 1.0$ و $\sigma_\varepsilon = 1.0$ در بخش اثرات شناوری روی آشفتگی در مدل‌های $k-\varepsilon$ توضیح داده شد. S_ε ترم منبع تعریف شده کاربر می‌باشد.

۳-۲-۴-۷ مدل سازی ویسکوزیته آشفته

ویسکوزیته آشفته، μ_t ، مانند مدل‌های $k-\varepsilon$ محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (۶۳-۳)$$

که $C_\mu = 0.09$.

۳-۲-۴-۸ شرایط مرزی برای تنش‌های رینولدز

برای شرایط مرزی ورودی تنش‌های رینولدز نیاز به مقادیر برای تنش‌های رینولدز، $u_i' u_j'$ ، نرخ اتلاف آشفتگی، ε ، می‌باشد. این مقادیر را می‌توان بطور مستقیم وارد کرد یا از شدت آشفتگی و طول مشخصه بدست آورد. فلوئنت در دیوارها، تنش‌های رینولدز و نرخ اتلاف آشفتگی را از توابع دیوار محاسبه می‌کند. فلوئنت برای تنش‌های رینولدز در معادله انتقال برای تنش‌ها، با استفاده از قانون لگاریتم و فرض تعادل و با صرف نظر از انتقال گرما و نفوذ، شرایط مرزی صریح را اعمال می‌کند. با استفاده از یک سیستم مختصات محلی، که در آن τ مختصات مماسی، η مختصات عمود و λ

1) Mach

مختصات عمود بر η و τ مختصات عمود، تنش‌های رینولدز در سلول‌های مجاور دیوار بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\overline{u_\tau'^2}}{k} = 1.098, \quad \frac{\overline{u_\eta'^2}}{k} = 0.247, \quad \frac{\overline{u_\lambda'^2}}{k} = 0.655, \quad -\frac{\overline{u_\tau' u_\eta'}}{k} = 0.255 \quad (64-3)$$

فلوئنت برای بدست آوردن k ، معادله انتقال ۳-۵۹ را حل می‌کند. در مناطق دورتر k مستقیماً از تنش‌های رینولدز عمودی معادله ۳-۵۸ محاسبه می‌شود.

بطریق دیگر، تنش‌های رینولدز را می‌توان بصورت ترم‌های تنش برشی دیوار بجای k بصورت صریح مشخص کرد:

$$\frac{\overline{u_\tau'^2}}{u_\tau^2} = 5.1, \quad \frac{\overline{u_\eta'^2}}{u_\tau^2} = 1.0, \quad \frac{\overline{u_\lambda'^2}}{u_\tau^2} = 2.3, \quad -\frac{\overline{u_\tau' u_\eta'}}{u_\tau^2} = 1.0 \quad (65-3)$$

که u_τ سرعت اصطکاکی می‌باشد و بصورت $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ تعریف می‌شود، که τ_w تنش برشی دیوار است. هر گاه این گزینه انتخاب شود معادله انتقال k حل نمی‌شود.

۳-۳ رفتار جریان در نزدیک دیوار برای جریان‌های آشفته محدود به دیوارها

۳-۳-۱ مقدمه

جریان‌های آشفته بسیار تحت تاثیر وجود دیوارها می‌باشند. بدیهی است که، میدان سرعت متوسط تحت تاثیر، شرایط عدم لغزش در دیوارها می‌باشد که باید در دیوارها اقناع گردد. خیلی نزدیک به دیوار، میرای لزجت نوسانات سرعت مماسی را کاهش می‌دهد، در حالی که انسداد جنبشی نوسانات نرمال را کاهش می‌یابد. بهر حال، بسمت قسمت خارجی‌تر محدوده نزدیک دیوار، آشفتگی بسرعت بوسیله تولید انرژی جنبشی آشفتگی بعلت گرادیان‌های بزرگ در سرعت متوسط افزایش می‌یابد.

مدل‌سازی نزدیک دیوار روی صحت راه‌حل‌های عددی تاثیر می‌گذارد، تا آنجائی که دیوارها منبع مهم گرداب و آشفتگی متوسط هستند. در هر صورت، در منطقه نزدیک دیوار متغیرهای حل گرادیان‌های بزرگی دارند، و ممنتوم و دیگر انتقال اسکالرها با بیشترین شدت اتفاق می‌افتد. از این‌رو، محاسبه

دقیق جریان در محدوده نزدیک دیوار تعیین کننده موفقیت در تخمین جریان‌های آشفته محدود به دیوارها است.

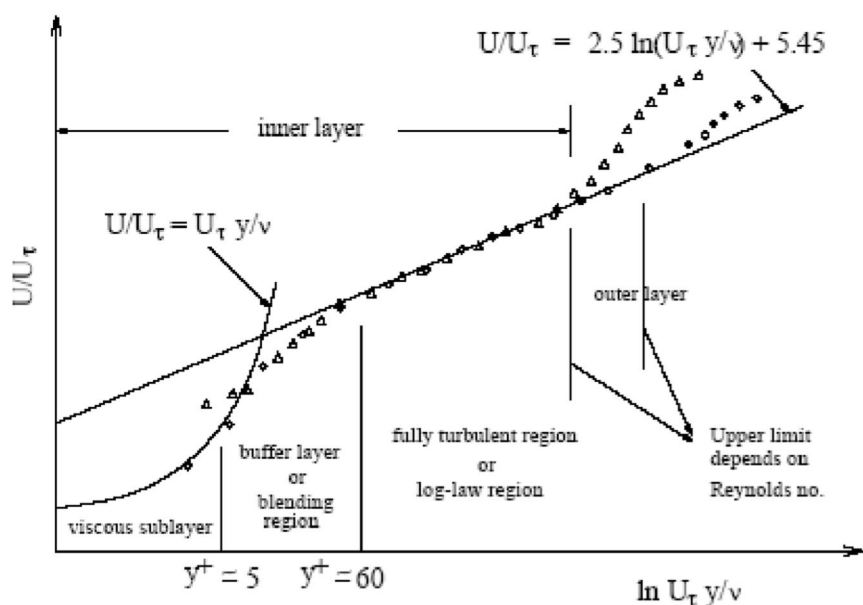
مدل‌های $k-\epsilon$ ، RSM و LES در وحله اول برای هسته آشفتگی جریان‌ها معتبر هستند (یعنی برای جریان تا حدی دور از دیوار).

آزمایشات زیادی نشان می‌دهد که می‌توان محدوده نزدیک دیوار را به سه لایه تقسیم نمود. در درونی‌ترین لایه، که زیر لایه لزج^۱ نامیده می‌شود، جریان تقریباً لایه‌ای است، و لزجت (ملکولی) یک نقش مهم در انتقال ممنتوم و گرما یا جرم بازی می‌کند. در لایه خارجی، لایه کاملاً آشفته^۲ نامیده می‌شود، آشفتگی نقش مهمی بازی می‌کند. سرانجام، منطقه میانی بین زیر لایه لزج و لایه کاملاً آشفته وجود دارد که اثرات لزجت ملکولی و لزجت آشفتگی بطور برابر مهم هستند. شکل ۱-۳ این تقسیم‌بندی‌های منطقه نزدیک دیوار که در مختصات نیمه لگاریتم رسم شده است را نشان می‌دهد. در شکل ۱-۳، $y^+ \equiv \rho u_\tau y / \mu$ که در آن u_τ سرعت اصطکاکی است که بوسیله $\sqrt{\tau_w / \rho}$ تعیین می‌گردد.

۱-۱-۳-۳-۳ توابع دیوار در مقایسه با مدل نزدیک دیوار^۳

بطور معمول، دو روش برای مدل‌سازی منطقه نزدیک دیوار وجود دارد. در یک روش، منطقه داخلی که تحت تاثیر لزجت است (زیر لایه لزج و لایه میانی) حل نمی‌شوند. در عوض، فرمول‌های نیمه‌تجربی که توابع دیوار^۴ نامیده می‌شوند برای متصل کردن ناحیه‌ای که تحت تاثیر لزجت است و منطقه کاملاً آشفته استفاده می‌شود. استفاده از توابع دیوار نیاز به اصلاح مدل‌های آشفته برای محاسبه وجود دیوار را برطرف می‌کند.

-
- 1) Viscous Sublayer
 - 2) Fully Turbulent Layer
 - 3) Near Wall Model
 - 4) Wall Functions



شکل ۳-۱- قسمت‌های ناحیه نزدیک دیوار

در روش دیگر، مدل‌های آشفتگی طوری تغییر می‌یابند که بوسیله یک مش که تا زیر لایه لزوج امتداد دارد، قادر به حل ناحیه تحت تاثیر لزجت قرار گرفته باشند. برای ادامه بحث این روش "مدل‌سازی نزدیک دیوار" نامگذاری می‌شود. این دو روش بصورت ترسیمی در شکل ۳-۲ نشان داده شده‌اند. در بیشتر جریان‌های با اعداد رینولدز بالا، روش تابع دیوار بطور ذاتی باعث کاهش حجم محاسبات می‌گردد. چرا که ناحیه نزدیک دیوار که تحت تاثیر لزجت است، که متغیرهای حل سرعت تغییر می‌یابند، نیاز به حل ندارند. روش تابع دیوار، بعلاوه آنکه اقتصادی، قوی و دقیق می‌باشد، بطور گسترده‌ای استفاده می‌گردد.

بهرحال، روش تابع دیوار، برای جریان‌های با اعداد رینولدز کم، مناسب نمی‌باشد، و فرضیه‌های اساسی توابع دیوار معتبر نخواهند بود. در چنین حالاتی نیاز به مدل‌های نزدیک دیوار که در منطقه زیر لایه لزوج معتبر هستند و بنابراین قابل انتگرال‌گیری در سرتاسر دیوار می‌باشد وجود دارد. فلوننت هر دو روش تابع دیوار و روش مدل‌سازی مجاور دیوار را فراهم کرده است.



✓ منطقه زیر لایه لزج حل نمی‌شود، در عوض بوسیله توابع دیوار روابط برقرار می‌شود.
 ✓ مدل‌های آشفتگی برای جریان‌های با اعداد رینولدز بالا می‌تواند استفاده شود.

✓ منطقه نزدیک دیوار تمام مناطق نزدیک به دیوار را حل می‌کند.
 ✓ مدل‌های آشفتگی باید در سرتاسر منطقه نزدیک دیوار معتبر باشند.

شکل ۳-۲- مدل‌سازی‌های جریان در نزدیک دیوار در فلوننت

۳-۳-۲ توابع دیوار

توابع دیوار یک مجموعه فرمول‌ها و توابع نیمه‌تجربی هستند که در اثر "متصل کردن" یا "ارتباط" متغیرهای حل در سلول‌های نزدیک دیوار و مقادیر متناظر روی دیوار بوجود می‌آیند. توابع دیوار شامل:

◀ قوانین دیوار برای سرعت و دما متوسط (یا دیگر اسکالر)

◀ فرمول‌های برای مقادیر آشفتگی نزدیک دیوار

فلوننت دو انتخاب روش‌های تابع دیوار را پیشنهاد می‌کند:

◀ توابع دیوار استاندارد^۱

◀ توابع دیوار نامتعادل^۲

۳-۳-۲-۱ توابع دیوار استاندارد

1) Standard Wall Functions

2) Non Equilibrium Wall Functions

توابع دیوار استاندارد در فلوئنت براساس پیشنهاد لاندر^۱ و اسپالدینگ^۲ می‌باشد [۱۶]، و برای مدل‌سازی جریان‌ها در صنعت استفاده بیشتری دارد. این گزینه بصورت پیش فرض در فلوئنت موجود می‌باشد.

۳-۳-۲ ممنتوم^۳

قانون دیوار برای سرعت متوسط روابط زیر را ارائه می‌کند:

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (۶۶-۳)$$

که

$$U^* \equiv \frac{U_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\tau_\omega / \rho} \quad (۶۷-۳)$$

$$y^* \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p}{\mu} \quad (۶۸-۳)$$

که در این رابطه κ ثابت ون - کارمن^۴ می‌باشد که برابر 0.4187 در نظر گرفته می‌شود، E ثابت تجربی است که برابر 9.793 در نظر گرفته می‌شود، U_p ، سرعت متوسط سیال در نزدیک دیوار و K_p ، انرژی جنبشی آشفتگی در نزدیک دیوار، y_p فاصله نقطه از کنار دیوار و μ ویسکوزیته دینامیکی سیال می‌باشد.

قانون لگاریتمی برای سرعت متوسط برای $30 < y^* < 300$ معتبر می‌باشد. در فلوئنت، قانون لگاریتم زمانی که $y^* > 11.225$ باشد بکار گرفته می‌شود.

هرگاه شبکه‌بندی بصورتی باشد که در سلول‌های دیوار مجاور $11.225 < y^*$ باشد، فلوئنت رابطه فشار - کرنش لایه‌ای که بصورت زیر نوشته می‌شود را بکار می‌گیرد:

$$U^* = y^* \quad (۶۹-۳)$$

-
- 1) Launder
 - 2) Spalding
 - 3) Momentum
 - 4) von Karman

باید توجه کرد که، در فلوئنت، قوانین دیوار برای سرعت و دمای متوسط براساس واحد دیوار، y^* و نه y^+ ($\equiv \rho u_\tau y / \mu$) می‌باشد. این مقادیر بطور تقریبی در لایه‌های مرزی آشفته متعادل، با هم برابر می‌باشند.

۳-۲-۳-۳ آشفستگی^۱

در مدل‌های $k-\varepsilon$ (اگر گزینه برای بدست آوردن شرایط مرزی دیوار از معادله k موجود باشد)، معادله k در تمام منطقه شامل سلول‌های مجاور دیوار حل می‌شوند. شرط مرزی برای k در دیوار بصورت زیر تحمیل می‌شود:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0 \quad (70-3)$$

که n مختصات محلی عمود به دیوار می‌باشد.

تولید انرژی جنبشی، G_k ، و نرخ افت آن، ε ، در سلول‌های مجاور دیوار، که منشاء ترم‌ها در معادله k هستند، براساس فرضیه تعادل محلی محاسبه می‌شوند. در این فرض، تولید k و نرخ اتلاف آن در حجم کنترل مجاور دیوار متعادل فرض می‌شود. پس، تولید k از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$G_k \approx \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} = \tau_w \frac{\tau_w}{\kappa \rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p} \quad (71-3)$$

و ε بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{\kappa y_p} \quad (72-3)$$

معادلات ε در سلول‌های مجاور دیوار حل نمی‌شوند، اما در عوض با استفاده از معادله ۳-۳۹ محاسبه خواهد شد.

1) Turbulence

توجه کنید، همان‌طور که در اینجا نشان داده شد، شرایط مرزی دیوار برای حل متغیرها، شامل سرعت متوسط، دما، k ، و ε ، همه بوسیله توابع دیوار محاسبه خواهند شد. بنابراین، نگرانی در رابطه با شرایط مرزی در دیوارها وجود نخواهد داشت.

توابع دیوار استاندارد که تا اینجا توضیح داده شده است گزینه پیش‌فرض فلونت می‌باشند. توابع دیوار استاندارد بخوبی برای محدوده وسیعی از جریانات در کنار دیوار کار می‌کنند. اما، زمانی که وضعیت جریان از شرایط ایده‌آلی که این توابع با آن فرضیات بوجود آمده‌اند فاصله بگیرند دارای اعتبار نخواهند بود. در این بین، ثابت برشی و فرضیه تعادل محلی دارای محدودیت بیشتری نسبت به سایر توابع دیوار می‌باشند. از اینرو، هرگاه جریانات نزدیک دیوار دارای گرادیان‌های شدید فشار باشند، و هر زمان جریانات کاملاً نامتعادل هستند، ارزش این توابع زیر سؤال می‌رود. توابع دیوار نامتعادل در این‌گونه موارد گزینه مناسبی می‌باشند.

۳-۲-۳-۴ توابع دیوار نامتعادل

علاوه بر تابع دیوار استاندارد که در بالا توضیح داده شد (که بطور پیش‌فرض برای جریان کنار دیوار استفاده می‌شوند) یک تابع دیوار نامتعادل نیز که برپایه دو لایه می‌باشد، وجود دارد [۲۶]. عناصر کلیدی در توابع دیوار نامتعادل بشرح زیر هستند:

◀ قانون لگاریتمی لاندر^۱ و اسپالدینگ^۲ برای سرعت متوسط طوری تغییر یافته‌اند که نسبت به اثرات گرادیان فشار حساس می‌باشند.

◀ مفهوم دو لایه اساسی برای محاسبه مقدار انرژی جنبشی آشفتگی ($\bar{G}_k, \bar{\varepsilon}$) در سلول‌های کنار دیوار به کار می‌رود.

قانون لگاریتم برای سرعت متوسط حساس به گرادیان‌های فشار برابر است با:

1) Launder

2) Spalding

$$\frac{\tilde{U} C_{\mu}^{1/4} k^{1/2}}{\tau_w / \rho} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(E \frac{\rho C_{\mu}^{1/4} k^{1/2} y}{\mu} \right) \quad (73-3)$$

که

$$\tilde{U} = U - \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} \left[\frac{y_v}{\rho \kappa \sqrt{k}} \ln \left(\frac{y}{y_v} \right) + \frac{y - y_v}{\rho \kappa \sqrt{k}} + \frac{y_v^2}{\mu} \right] \quad (74-3)$$

و y_v ضخامت زیر لایه لزج فیزیکی می‌باشد که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$y_v \equiv \frac{\mu y_v^*}{\rho C_{\mu}^{1/4} k_p^{1/2}} \quad (75-3)$$

که $y_v^* = 11.225$.

تابع دیوار نامتعادل از مفهوم دو لایه در محاسبه مقدار انرژی جنبشی آشفته در سلول‌های مجاور دیوار، که نیاز به حل معادله k در سلول‌های مجاور دیوار دارد، استفاده می‌کند. فرض می‌شود سلول‌های مجاور دیوار که شامل زیر لایه لزج و لایه کاملاً آشفته باشند. برای تغییرات قائم کمیت‌های آشفتگی فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

$$\tau_t = \begin{cases} 0, & y < y_v \\ \tau_w, & y > y_v \end{cases} \quad k = \begin{cases} \left(\frac{y}{y_v} \right)^2 k_p, & y < y_v \\ k_p, & y > y_v \end{cases} \quad \varepsilon = \begin{cases} \frac{2\nu k}{y^2}, & y < y_v \\ \frac{k^{3/2}}{C_l y}, & y > y_v \end{cases}$$

که $C_l = \kappa C_{\mu}^{-3/4}$ و y_v ضخامت ابعادی زیر لایه لزج است، که در معادله ۷۵-۳ تعریف شده است.

با استفاده از این تغییرات قائم، متوسط تولید سلول k و $\overline{G_k}$ و متوسط میزان اتلاف سلول $\overline{\varepsilon}$ ، قابل محاسبه بوسیله متوسط حجمی G_k و ε در سلول‌های مجاور دیوار می‌باشد. برای سلول‌های چهارضلعی و شش سطحی که حجم متوسط قابل تخمین زدن بوسیله عمق متوسط است، داریم:

$$\overline{G_k} \equiv \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} \tau_t \frac{\partial U}{\partial y} dy = \frac{1}{\kappa y_n} \frac{\tau_w^2}{\rho C_{\mu}^{1/4} k_p^{1/2}} \ln \left(\frac{y_n}{y_v} \right) \quad (76-3)$$

و

$$\overline{\varepsilon} \equiv \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} \varepsilon dy = \frac{1}{y_n} \left[\frac{2\nu}{y_v} + \frac{k_p^{1/2}}{C_l^*} \ln \left(\frac{y_n}{y_v} \right) \right] k_p \quad (77-3)$$

که y_n ارتفاع سلول ($y_n = 2y_p$) می‌باشد. برای سلول‌های شکل‌های دیگر (مانند، مثلثی و شبکه‌های چهار ضلعی)، میانگین‌های حجم مناسب استفاده می‌شود.

در معادلات ۳-۷۶ و ۳-۷۷، مقدار انرژی جنبشی برای سلول‌های مجاور دیوار بطور موثر به نسبت‌های زیر لایه لزج و لایه کاملاً آشفته حساس می‌باشد، که بطور گسترده از سلولی به سلولی در جریانات غیرتعادلی تغییر می‌کند. که بطور موثر فرض تعادل محلی (تولید=افت) برقرار است که بوسیله تابع دیوار استاندارد در محاسبه مقدار انرژی جنبشی در سلول‌های مجاور دیوار پذیرفته می‌شود. بنابراین، توابع دیوار نامتعادل، تاحدی محاسبه برای اثرات غیر تعادلی در تابع استاندارد دیوار نادیده گرفته می‌شود.

۳-۳-۲-۵ توابع دیوار استاندارد در برابر توابع دیوار نامتعادل

توابع دیوار نامتعادل، بعلت توانایی که در اثر دادن گرادیان‌های فشار و انحراف از تعادل دارند، برای جریان‌های پیچیده‌ای نظیر جداشدگی و بهم پیوستگی و جریان‌های با گرادیان‌های شدید فشار، مناسب می‌باشند. در چنین جریاناتی، بویژه برای تنش برشی دیوار (ضریب اصطکاکی سطح) و انتقال حرارت (عدد استانتن^۱ و ناسلت^۲) می‌توان عملکرد را بهبود داد.

۳-۳-۲-۶ محدودیت‌های روش تابع دیوار

توابع دیوار استاندارد برای بیشتر اعداد رینولدز بزرگ، جریانات مجاور دیوار را با دقت منطقی پیش‌بینی می‌کنند. توابع دیوار نامتعادل با در نظر گرفتن اثرات گرادیان فشار می‌توانند عملکرد توابع دیوار را بهبود دهند. بهر حال، هر گاه شرایط نسبت به شرایط ایده‌آلی که توابع دیوار برای آن بدست آمده‌اند، تغییر یابند، اطمینان این روابط کاهش می‌یابد. بعنوان نمونه موارد زیر عملکرد توابع دیوار را نامساعد می‌نمایند:

1) Stanton Number

2) Nusselt Number

✓ اعداد رینولدز پایین یا اثرات نزدیک دیوار (مانند جریان از طریق یک شکاف کوچک یا لزجت زیاد، جریان سیال لزجت کم).

✓ نفوذ گسترده از دیوار (دمیدن / مکش).

✓ گرادیان‌های شدید فشار که منجر به جداشدگی لایه مرز می‌شود.

✓ نیروهای حجمی قوی (مانند جریان نزدیک دیسک‌های چرخشی، جریان‌ات شناور-رانده شده).

✓ جریاناتی که در نزدیکی دیوار شدیداً سه‌بعدی هستند (مانند جریان حلزون^۱، لایه‌های مرزی سه‌بعدی مورب شدید).

اگر در جریانی که مدل‌سازی می‌شود یکی از موارد بالا بصورت قوی موجود باشد، باید این روش‌ها را با یک مش به اندازه کافی ریز در نزدیک دیوار همراه شود. فلونت برای چنین موارد، رفتار دیوار بهبود یافته را ایجاد کرده است. این روش برای سه مدل $k-\epsilon$ استفاده می‌شود.

۳-۳-۳ رفتار دیوار توسعه یافته^۲

رفتار دیوار توسعه یافته یک روش مدل‌سازی نزدیک دیوار است که ترکیب یک مدل دو لایه با توابع دیوار توسعه یافته می‌باشد. اگر شبکه نزدیک دیوار بقدر کافی برای حل زیر لایه خطی باشد (بطور نمونه $y^+ \approx 1$)، در این صورت رفتار دیوار توسعه یافته معادل با مدل دو لایه مرسوم خواهد شد. بهر حال، استفاده از شبکه بسیار ریز نزدیک دیوار ممکن است سبب افزایش شدید محاسبات گردد. اگر بتوان یک فرمول‌بندی نزدیک دیوار وجود داشته باشد که هم بتواند برای شبکه‌های درشت (که معمولاً به آن شبکه‌های توابع دیوار گفته می‌شود) و هم برای شبکه‌های ریز (شبکه‌های اعداد رینولدز پائین هم گفته می‌شود) کاربرد داشته باشد ایده‌آل خواهد بود. همچنین برای شبکه‌هایی که میزان ریز بودن آنها متوسط است و آنقدر ریز هستند که مرکز سلول کنار دیوار در ناحیه آشفتگی کامل قرار

1) Ekman

2) Enhanced Wall Treatment

می‌گیرد و یا آنقدر درشت هستند که بتوانند بخوبی زیر لایه را حل نمایند، نباید خطای زیاد از حدی پیش آید.

۳-۳-۱ مدل دو لایه برای رفتار دیوار توسعه یافته

در مدل نزدیک دیوار فلونت، منطقه نزدیک دیوار که تحت تاثیر لزجت می‌باشد بطور کامل تا زیر لایه لزج حل می‌گردد. روش دو لایه یک بخش اصلی رفتار دیوار توسعه یافته می‌باشد و برای تعیین ε و لزجت آشفتگی در سلول‌های نزدیک دیوار استفاده می‌شود. در این روش، کل ناحیه به یک ناحیه تحت تاثیر لزجت و یک ناحیه کاملاً آشفته تقسیم می‌شود. تعیین حدود دو ناحیه بوسیله عدد رینولدزی که بر پایه فاصله از دیوار ساخته می‌شود، Re_y به شکل زیر تعیین می‌گردد:

$$Re_y \equiv \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \quad (78-3)$$

که y فاصله عمودی از دیوار تا مرکز سلول می‌باشد. در فلونت، y بعنوان فاصله تا نزدیک‌ترین دیوار تعریف می‌شود:

$$y \equiv \min_{\bar{r}_w \in \Gamma_w} \|\bar{r} - \bar{r}_w\| \quad (79-3)$$

که \bar{r} بردار موقعیت نقطه در میدان است، و \bar{r}_w بردار موقعیت مرز دیوار می‌باشد. Γ_w شامل تمام مرزهای دیوار می‌باشد. این بیان به y اجازه می‌دهد که بطور یکتا در مناطق جریان پیچیده که شامل چندین دیوار است تعریف شود. بعلاوه، در این روش y مستقل از موقعیت شبکه استفاده شده تعریف می‌شود، و حتی روی شبکه‌های بدون سازمان نیز قابل تعریف می‌باشد.

در محدوده کاملاً آشفته ($Re_y^* = 200$; $Re_y^* > Re_y$)، مدل $k-\varepsilon$ استفاده می‌شود.

ویسکوزیته آشفته، μ_t ، بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_{t,2layer} = \rho C_\mu l_\mu \sqrt{k} \quad (80-3)$$

که در آن مقیاس طولی در رابطه ۳-۸۰ بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$l_\mu = y c_l \left(1 - e^{-Re_y/A_\mu}\right) \quad (81-3)$$

فرمول بندی دو لایه برای لزجت آشفته که در بالا توضیح داده شد بعنوان قسمتی از رفتار دیوار توسعه یافته استفاده می شود که، در آن تعریف دو لایه بطور مناسبی با تعریف μ_t برای عدد رینولدز بالا از محدوده بیرونی تر در هم آمیخته، بطوریکه بوسیله جونگن^۱ [۲۷] تعریف شده است:

$$\mu_{t,enh} = \lambda_\varepsilon \mu_t + (1 - \lambda_\varepsilon) \mu_{t,2layer} \quad (۸۲-۳)$$

که برای عدد رینولدز بالا است که در فرمول ۸۲-۳ همانگونه می باشد که در بخش ۳-۳: مدل های $k-\varepsilon$ استاندارد، RNG، قابل درک برای مدل های $k-\varepsilon$ توضیح داده شد. یک تابع ترکیبی، λ_ε ، بهمین روش تعریف می شود که اگر دور از دیوار باشد برابر با یک خواهد بود و اگر خیلی نزدیک دیوار باشد صفر خواهد بود. تابع ترکیبی بصورت زیر تعریف می شود:

$$\lambda_\varepsilon = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \left(\frac{Re_y - Re_y^*}{A} \right) \right] \quad (۸۳-۳)$$

ثابت A عرض تابع ترکیبی را تعیین می کند. با تعریف فاصله به اندازه های که λ_ε در حد ۱ درصد مقدار دور از ناحیه به ازاء تغییرات ΔRe_y باشد خواهیم داشت:

$$A = \frac{|\Delta Re_y|}{\tanh(0.98)} \quad (۸۴-۳)$$

بطور معمول، ΔRe_y عددی بین ۵٪ تا ۲۰٪ مقدار Re_y^* در نظر گرفته می شود. هدف اصلی از تابع ترکیبی λ_ε ، ایجاد همگرایی برای حالتی است که حل $k-\varepsilon$ در لایه خارجی با رابطه دو لایه ای مطابق نیست.

میدان ε از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \quad (۸۵-۳)$$

مقیاس های طولی که در معادله ۸۵-۳ مجدداً از چن^۲ و پتل^۳ محاسبه می شود [۲۸]:

-
- 1) Jongen
 - 2) Chen
 - 3) Patel

$$l_\varepsilon = y c_l \left(1 - e^{-Re_y/A_\varepsilon}\right) \quad (86-3)$$

اگر تمام منطقه جریان در منطقه تحت تاثیر لزجت قرار داشته باشد ($Re_y < 200$)، ε بوسیله حل معادله انتقال بدست نمی آید، در عوض بطور جبری از معادله ۳-۸۵ بدست می آید.

ثابتها در فرمولهای مقیاس طولی، یعنی معادلات ۳-۸۱ و ۳-۸۶، اعداد زیر در نظر گرفته می شود که توسط مرجع [۱۹] داده شده اند:

$$c_l = \kappa C_\mu^{-3/4}, \quad A_\mu = 70, \quad A_\varepsilon = 2c_l^* \quad (87-3)$$

۳-۳-۳-۲ توابع دیوار توسعه یافته

برای داشتن روشی که در سرتاسر ناحیه نزدیک دیوار (یعنی زیر لایه خطی، لایه میانی، و لایه کاملاً آشفته بیرونی) قابل کاربرد باشد، لازم است که قانون دیوار را بصورت یک قانون واحد که برای ناحیه دیوار قابل کاربرد است، تبدیل کرد. فلونت این کار را بوسیله ترکیب قوانین دیوار خطی (ورقه‌ای) و لگاریتمی (آشفته) انجام می دهد که توسط کدر^۱، پیشنهاد شده است [۲۹]:

$$u^+ = e^\Gamma u_{lam}^+ + e^{\frac{1}{\Gamma}} u_{turb}^+ \quad (88-3)$$

که تابع ترکیب به شکل زیر داده شده است:

$$\Gamma = -\frac{a(y^+)^4}{1 + by^+} \quad (89-3)$$

که $a = 0.01$ و $b = 5$ می باشد.

بطور مشابه، معادله کلی برای مشتق $\frac{du^+}{dy^+}$ برابر است با:

$$\frac{du^+}{dy^+} = e^\Gamma \frac{du_{lam}^+}{dy^+} + e^{\frac{1}{\Gamma}} \frac{du_{turb}^+}{dy^+} \quad (90-3)$$

این روش اجازه می دهد که قانون آشفتگی کامل، بسادگی به خاطر اثرات گرادیانهای فشار یا خصوصیات متغیر، قابل تغییر و توسعه باشد. این فرمول برای مقادیر بزرگ و کوچک y^+ بخوبی حالت

1) Kader

مناسب پیدا می‌کند و پروفیل قائم درست سرعت را برای حالتی که y^+ در ناحیه لایه میانی قرار می‌گیرد را ایجاد می‌نماید ($3 < y^+ < 10$).

توابع دیوار توسعه یافته از بخوبی ترکیب کردن قانون دیوار آشفته توسعه یافته و قانون دیوار ورقه‌ای ایجاد شده‌اند. قانون دیوار آشفته توسعه یافته برای جریان تراکم‌پذیر با انتقال حرارت و گرادیان‌های فشار بوسیله ترکیب روش‌های ویت^۱ و کریستوف^۲ [۳۰] و هونگ و همکاران^۳ [۳۰] بدست می‌آید:

$$\frac{du_{urb}^+}{dy^+} = \frac{1}{\kappa y^+} \left[S' \left(1 - \beta u^+ - \gamma (u^+)^2 \right) \right]^{1/2} \quad (91-3)$$

که:

$$S' = \begin{cases} 1 + \alpha y^+ & \text{for } y^+ < y_s^+ \\ 1 + \alpha y_s^+ & \text{for } y^+ \geq y_s^+ \end{cases} \quad (92-3)$$

و

$$\alpha \equiv \frac{v_w}{\tau_w u^*} \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{\rho^2 (u^*)^3} \frac{dp}{dx} \quad (93-3)$$

$$\beta \equiv \frac{\sigma_t q_w u^*}{c_p \tau_w T_w} = \frac{\sigma_t q_w}{\rho c_p u^* T_w} \quad (94-3)$$

$$\gamma \equiv \frac{\sigma_t (u^*)^2}{2c_p T_w} \quad (95-3)$$

که y_s^+ مکانی است که شیب قانون لگاریتم ثابت است. بطور پیش‌فرض، $y_s^+ = 60$ می‌باشد. ضریب α در معادله ۹۱-۳ بیانگر اثرات گرادیان‌های فشار می‌باشد درحالی‌که ضرایب β و γ نشان‌دهنده اثرات دمایی می‌باشند. معادله ۹۱-۳ یک معادله دیفرانسیلی معمولی می‌باشد و فلوئنت یک راه‌حل تحلیلی مناسب را فراهم می‌کند. اگر α ، β ، و γ همه برابر صفر باشند، یک راه‌حل تحلیلی به قانون دیوار لگاریتمی آشفته کلاسیک منتهی شود.

قانون دیوار لایه‌ای با توجه به تعریف زیر تعیین می‌شود:

- 1) White
- 2) Cristoph
- 3) Huang et al

$$\frac{du_{lam}^+}{dy^+} = 1 + \alpha y^+ \quad (96-3)$$

باید توجه نمود که عبارت فوق تنها شامل اثرات گرادیان‌های فشار از طریق α می‌باشد، درحالی‌که اثرات خصوصیات متغیر ناشی از انتقال گرما و تراکم‌پذیری روی قانون دیوار ورقه‌ای صرف‌نظر شده است. این اثرات بدین دلیل حذف گردیده‌اند که تصور می‌شود آنها دارای اهمیت کمی هنگامی که در نزدیک دیوار لزج می‌دهند می‌باشند. انتگرال‌گیری معادله ۹۶-۳ نتیجه می‌دهد:

$$u_{lam}^+ = y^+ \left(1 + \frac{\alpha}{2} y^+ \right) \quad (97-3)$$

شرط مرزی برای انرژی جنبشی همانند توابع دیوار استاندارد است (معادله ۳-۳۸). اگرچه، تولید انرژی جنبشی آشفته G_k با استفاده از گرادیان‌های سرعت محاسبه می‌شود که با قانون دیوار توسعه یافته سازگار می‌باشد (معادلات ۳-۸۸ و ۳-۹۰)، که در نتیجه باعث می‌شود این فرمول در تمام منطقه نزدیک دیوار باشد.

۳-۴ ملاحظات شبکه برای شبیه‌سازی‌های جریان آشفته

محاسبات موفقیت‌آمیز جریان‌ات آشفته نیاز به رعایت برخی نکات در هنگام ایجاد شبکه‌بندی دارد. چون آشفتگی یک نقش مهم در انتقال ممنتوم متوسط و دیگر پارامترها بازی می‌کند، اگر دقت بالا مورد نیاز باشد باید مقادیر آشفتگی در جریان‌ات آشفته پیچیده بطور مناسب حل شوند.

باید دقت کرد در محدوده‌هایی که جریان متوسط به سرعت تغییر می‌کند و لایه‌های برشی با یک نرخ کرنشی متوسط بزرگ وجود دارد از شبکه‌های به اندازه کافی ریزی استفاده گردد.

می‌توان شبکه‌بندی مجاور دیوار را بوسیله نمایش یا ترسیم مقادیر y^+ و y^* ، و Re_y کنترل کرد، که همگی در قسمت پس‌پردازش وجود دارند. همان‌طور که می‌دانیم y^+ و y^* ، و Re_y ثابت نیستند، بلکه مقادیر هندسی هستند. آنها همه مستقل از حل می‌باشند. برای مثال، هرگاه شبکه‌بندی را دو برابر کنیم (بوسیله نصف کردن فاصله دیوار)، y^+ جدید نیازی به نصف کردن y^+ برای شبکه‌بندی اصلی ندارد.

برای شبکه‌بندی در منطقه مجاور دیوار، روش‌های گوناگونی باید استفاده شوند که مستقل از گزینه مجاور دیواری که استفاده می‌کنیم می‌باشد. در بخش‌های ۱-۴-۳ و ۲-۴-۳ بطور جامع برای شبکه‌بندی مجاور دیوار راهنمایی شده است.

۱-۴-۳ راهنمایی‌های شبکه‌بندی مجاور دیوار برای توابع دیوار

قانون لگاریتم، که برای لایه‌های مرزی متعادل و جریان‌ها کاملاً توسعه یافته معتبر است، یک محدوده بالا و پائین برای فاصله مرکز سلول کنار دیوار و دیوار برای سلول‌های کنار دیوار ایجاد می‌نماید. این فاصله معمولاً بر حسب واحد دیوار اندازه‌گیری می‌شود، $(\equiv \rho u_{\tau} y / \mu)$ ، y^+ یا y^* . توجه داشته باشید که زمانی که اولین سلول در لایه لگاریتم قرار داده می‌شود y^+ و y^* مقادیر مشابه‌ای دارند.

◀ برای توابع دیوار استاندارد یا نامتعادل، مرکز جرم هر سلول در مجاورت دیوار باید در فاصله اعتبار قانون لگاریتمی قرار داشته باشد ($30 < y^+ < 300$). یک مقدار y^+ نزدیک به حد پایین ($y^+ \approx 30$) مناسب‌تر می‌باشد.

◀ اگرچه فلوننت زمانی که $y^+ < 11.225$ از قانون جریان خطی (ورقه‌ای) استفاده می‌کند، ولی باید از استفاده از یک شبکه‌بندی بسیار ریز در نزدیک دیوارها اجتناب کرد، چون توابع دیوار دیگر در زیر لایه لزج معتبر نمی‌باشند.

◀ هر قدر ممکن است، شبکه‌بندی باید بحد کافی ریز و درشت ساخته شود تا از قرارگیری سلول‌های مجاور دیوار در فاصله لایه میانه اجتناب گردد ($y^+ = 5 \sim 30$).

◀ لایه بالای لایه قاعده لگاریتمی به گرادیان فشار و عدد رینولدز بستگی دارد. همان‌طور که عدد رینولدز افزایش می‌یابد، لایه بالا تمایل به افزایش ضخامت دارد. مقادیر y^+ که خیلی بزرگ هستند مطلوب نخواهند بود، چون اجزای جریان‌های گردابی بطور اساسی در بالا لایه لگاریتم بزرگ خواهند شد.

◀ استفاده از امتداد زیاد در راستای عمود بر دیوار باید دوری شود.

◀ داشتن حداقل چند سلول داخل لایه مرزی دارای اهمیت است.

۳-۴-۲ راهنمایی‌های شبکه‌بندی مجاور دیوار برای استفاده از روش دیوار بهبود یافته اگرچه رفتار دیوار توسعه یافته برای افزایش کارایی مدل‌سازی نزدیک دیوار تا فراتر از زیر لایه لزج است، ولی پیشنهاد می‌شود که یک شبکه‌بندی که بطور کامل ناحیه نزدیک دیوار، که تحت تاثیر لزجت قرار دارد را تحت پوشش قرار دهد. در چنین مواردی، اجزا دو لایه رفتار دیوار بهبود یافته حاکم خواهد بود و الزامات شبکه‌بندی زیر پیشنهاد می‌گردند (در اینجا توجه کنید که، نیازهای شبکه‌بندی برحسب y^+ می‌باشند و نه y^*):

◀ هرگاه رفتار دیوار توسعه یافته به قصد حل زیر لایه خطی بکار گرفته شود، y^+ در سلول مجاور دیوار باید در حد $y^+=1$ باشد. هرچند که، y^+ بزرگتر تا زمانی قابل قبول است که بخوبی داخل زیر لایه لزج قرار بگیرد ($5 < y^+ < 4$).

◀ باید حداقل ۱۰ سلول در محدوده نزدیک دیوار که در آن لزجت موثر است، وجود داشته باشد ($Re_y < 200$) تا توانایی برای حل مقادیر سرعت متوسط و آشفتگی در آن محدوده را فراهم سازد.

۳-۵-۳ مراحل استفاده کردن از مدل آشفتگی

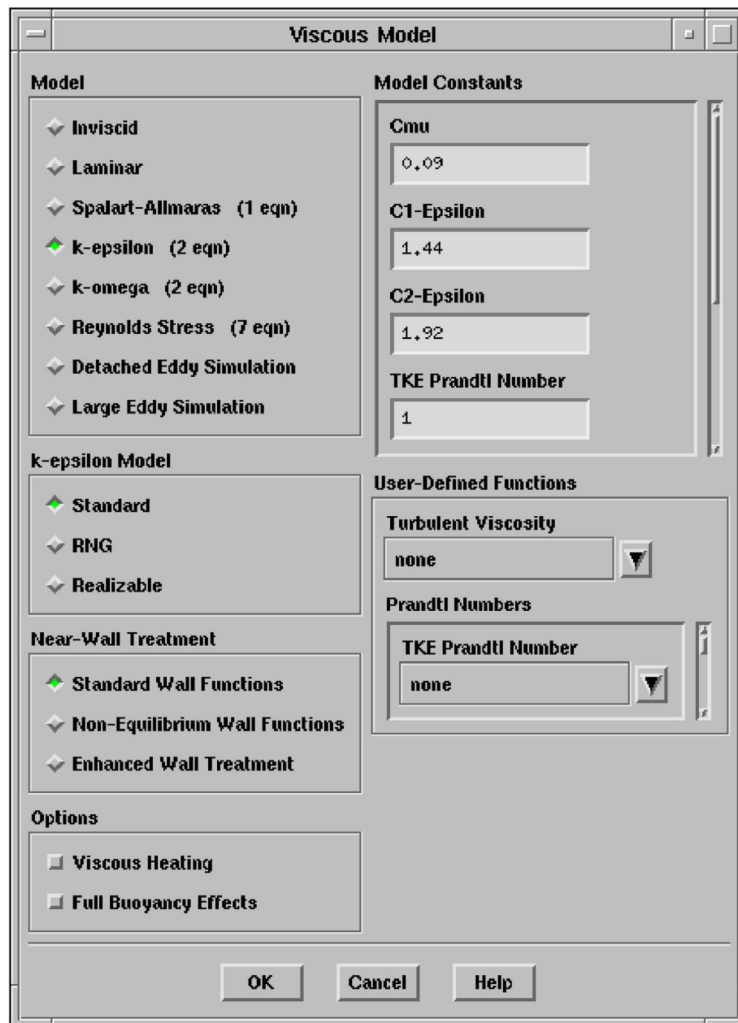
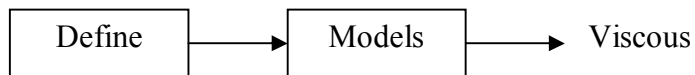
هر گاه بخواهیم برنامه فلونت برای مدل‌سازی آشفتگی انجام دهد، لازم است، مدل‌سازی آشفتگی و گزینه‌های وابسته را فعال نموده و شرایط مرزی آشفتگی را نیز تامین نمائیم. این ورودی‌ها در این قسمت توضیح داده می‌شود.

روش ایجاد یک مسئله جریان آشفته در زیر توضیح داده می‌شود. (توجه کنید که این مراحل فقط شامل مراحل لازم برای خود مدل آشفتگی می‌باشد، لازم است که سایر مدل‌ها، شرایط مرزی و غیره بطور معمول انجام گیرد.)

i. برای فعال‌سازی مدل آشفته، Spalart-Allmaras, k - ϵ , k - ω , Reynolds Stress

یا (در حالت سه‌بعدی) Large Eddy Simulation باید گزینه لزج را که زیر شاخه مدل‌ها

می‌باشد را انتخاب نمائیم (شکل ۳-۳).



شکل ۳-۳- منوی مدل لزج

اگر مدل $k-\epsilon$ را انتخاب شود، انتخاب مدل استاندارد، RNG، یا محسوس زیر شاخه‌ای از مدل $k-\epsilon$ خواهد بود. اگر مدل $k-\omega$ را انتخاب شود، انتخاب مدل استاندارد یا SST زیر شاخه‌های مدل $k-\omega$ می‌باشند.

مدل شبیه‌سازی گرداب‌های بزرگ فقط در حالات سه‌بعدی امکان دارد.

ii. اگر جریان دارای دیوار باشد، و از یکی از مدل‌های $k-\epsilon$ استفاده گردد، یکی از گزینه‌های زیر

برای رفتار مجاور دیوار در منوی مدل ویسکوز را می‌توان انتخاب نمود:

◀ توابع دیوار استاندارد

◀ توابع دیوار نامتعادل

◀ رفتار دیوار توسعه یافته

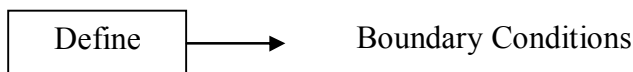
این گزینه‌های مجاور دیوار در بخش ۳-۳: رفتارهای مجاور دیوار برای جریان‌ات آشفته محدود

به دیوار توضیح داده شده است. به صورت پیش فرض، تابع دیوار استاندارد استفاده می‌گردد.

iii. گزینه مناسب برای مدل‌سازی آشفتگی در منوی مدل لزج باید انتخاب گردد. برای جزئیات

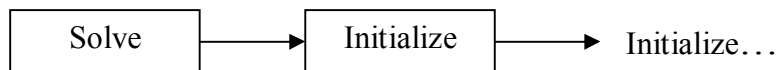
بیشتر به بخش ۳-۵-۱: گزینه‌های آشفتگی رجوع شود.

iv. تعیین شرایط مرزی برای حل متغیرها.



برای جزئیات بیشتر به بخش ۳-۵-۲: تعیین شرایط مرزی آشفته رجوع شود.

v. تعیین حدس اولیه برای حل متغیرها.



برای جزئیات بیشتر به بخش ۳-۵-۳: تعیین مقادیر اولیه برای k و ε رجوع شود. توجه کنید

که تنش‌های رینولدز بطور خودکار برای k مقدار اولیه داده می‌شود، و بنابراین نیاز به مقدار

اولیه نیست.

۳-۵-۱ گزینه‌های آشفتگی

از بین مدل‌های آشفتگی در اینجا به بحث در مورد روش $k-\varepsilon$ پرداخته شده است. دستورات لازم برای

فعال کردن این گزینه‌ها در این قسمت فراهم شده است.

اگر مدل $k-\varepsilon$ استاندارد یا مدل $k-\varepsilon$ محسوس را انتخاب شود، گزینه‌های زیر در دسترس می‌باشند:

◀ گرمایش لزج (همواره برای راه‌حل‌های توام فعال می‌شود)

◀ شامل نمودن اثرات شناوری روی ε

اگر مدل $k-\varepsilon$ RNG را انتخاب کنید، گزینه‌های زیر در دسترس می‌باشند:

- ◀ مدل لزجت دیفرانسیلی
- ◀ تعدیل و اصلاح چرخش
- ◀ گرمایش لزج (همواره برای راه‌حل‌های دوتایی فعال می‌شود)
- ◀ شامل نمودن اثرات شناوری روی ε

اگر رفتار دیوار توسعه یافته (برای مدل‌های $k-\varepsilon$ در دسترس است) را انتخاب شود گزینه‌های زیر موجود هستند:

- ◀ اثرات گرادیان فشار
- ◀ اثرات دما

همچنین امکان اصلاح ثابت‌های مدل وجود دارد، اما برای بیشتر کاربردها لازم نیست.

۳-۵-۱-۱ در نظر گرفتن آشفستگی تولید شده در اثر شناوری

اگر یک نیروی گرانشی مخالف صفر را تعیین شود (در شرایط عملیاتی)، و یک جریان غیر هم‌دما مدل‌سازی شود، تولید نیرو یا انرژی جنبشی در نتیجه شناوری (G_b در معادله ۳-۸) می‌باشد، به طور پیش‌فرض، همواره در معادله k شامل می‌شود. به‌رحال، بطور معمول، فلوننت اثرات شناوری را روی ε انجام نمی‌دهد.

برای در نظر گرفتن اثرات شناوری روی ε ، باید گزینه اثرات شناوری کامل که زیر شاخه منوی مدل لزج است فعال شود.

این گزینه برای سه مدل $k-\varepsilon$ امکان‌پذیر است.

۳-۵-۱-۲ اصلاح برای ارائه لزجت بصورت دیفرانسیلی

در مدل آشفستگی RNG در فلوننت، یک گزینه برای استفاده از یک فرمول دیفرانسیلی برای تعیین لزجت موثر μ_{eff} (معادله ۳-۱۳) برای محاسبه کردن اثرات اعداد رینولدز پایین وجود دارد. برای فعال کردن این گزینه، مدل لزجت دیفرانسیلی در گزینه‌های RNG در منوی مدل لزج باید فعال گردد.

(اگر مدل $k-\varepsilon$ RNG را فعال نشود این گزینه ظاهر نمی‌شود).

۳-۵-۱-۳ اصلاح برای حرکت چرخشی

فقط یکبار مدل RNG انتخاب شود، اصلاح حرکت چرخشی، بصورت پیش‌فرض، برای همه جریان‌ها سه‌بعدی و جریان‌ها تقارن محوری با حرکت چرخشی اثر می‌کند. ثابت حرکت چرخشی قراردادی (α_s) در معادله ۳-۱۵) برابر ۰/۰۷، که بخوبی برای کم کردن جریان‌ها چرخشی ملایم انجام می‌شود. به‌رحال، برای جریان‌ها چرخشی قوی، ممکن است نیاز به استفاده از ثابت چرخشی بزرگ‌تر وجود داشته باشد.

برای تغییر مقدار ثابت چرخش، باید اول گزینه جریان حاکم شده چرخشی در گزینه‌های RNG در منوی مدل ویسکوز فعال شود. (اگر مدل $k-\varepsilon$ RNG فعال نشود این گزینه ظاهر نمی‌شود).

۳-۵-۱-۴ تغییر دادن لزجت آشفتگی

اگر از مدل $k-\varepsilon$ استفاده می‌شود، تابع تعریف شده کاربر می‌تواند برای نشان دادن لزجت آشفتگی استفاده شود. این گزینه امکان می‌دهد که μ_t در مدل $k-\varepsilon$ اصلاح شود. در منوی مدل لزجت، در توابع تعریف شده کاربر، در لیست انتخاب‌های برای لزجت آشفتگی تابع مناسب تعریف شده کاربر^۱ انتخاب می‌شود.

۳-۵-۱-۵ تغییر دادن اعداد پرانتل آشفته

اگر مدل $k-\varepsilon$ استاندارد یا محسوس استفاده می‌شود، یک تابع تعریف شده کاربر می‌تواند برای نشان دادن اعداد پرانتل آشفته استفاده نمود. این گزینه امکان ارائه نمودن مقادیر σ_k ، σ_ε و σ_ω (بستگی به اینکه مدل مناسب $k-\varepsilon$ را فعال شود) با استفاده از تابع تعریف شده کاربر را می‌دهد. همچنین می‌توان مقدار عدد پرانتل انرژی (Pr_t در معادله ۳-۲۹) و عدد پرانتل در دیوار را نیز به همین طریق ارائه شود.

1) User Defined Function - UDF

در منوی مدل لزج، در توابع تعریف شده کاربر، تابع تعریف شده کاربر مناسب از لیست‌های انتخاب در اعداد پرانتل انتخاب می‌شود. گزینه‌ها شامل عدد پرانتل TKE، عدد پرانتل TDR (فقط مدل‌های $k-\epsilon$)، عدد پرانتل انرژی، و عدد پرانتل دیوار می‌باشد.

۳-۵-۱-۶ مدل‌سازی آشفتگی با سیالات غیرنیوتنی

اگر جریان آشفته شامل سیال غیرنیوتنی باشد می‌توان از متن دستوری `define/models/viscous/turbulence-expert/turb-non-newtonian?`

برای فعال‌سازی انتخاب گزینه‌های غیرنیوتنی برای این سیالات استفاده شود.

۳-۵-۲ تعریف شرایط مرزی آشفتگی

۳-۵-۲-۱ مدل‌های $k-\epsilon$

هرگاه برای مدل‌سازی جریان‌ات آشفته در فلونت یکی از مدل‌های $k-\epsilon$ استفاده شود، باید شرایط مرزی برای k و ϵ علاوه بر دیگر متغیرهای متوسط را تعریف شود. شرایط مرزی برای k و ϵ در دیوارها بوسیله فلونت انجام می‌شود، که نیاز برای دادن اطلاعات را برطرف می‌کند. باید ورودی‌های شرایط مرزی برای k و ϵ در فلونت که در مرزهای ورودی یکتا هستند را فراهم شود (سرعت ورودی، فشار ورودی و غیره). در بیشتر حالات، درست یا واقعی تعیین کردن شرایط در ورودی‌ها مهم است، چون آشفتگی ورودی می‌تواند اثر مهمی در جریان پایین‌دست داشته باشد.

ممکن است اثرات زبری دیوار روی مرزهای دیوار را انتخاب شود. در چنین حالاتی، می‌توان پارامترهای زبری را (ارتفاع زبری و ثابت زبری) در منوهای مربوط به مرزهای دیوار تعیین شود.

بعلاوه، می‌توان گزینه‌ای که لزجت آشفته را در ناحیه خطی برابر صفر قرار می‌دهد، فعال شود. اگر ناحیه سیال مورد بحث خطی باشد، دستور متنی:

`define/boundary-conditions/fluid`

شامل یک گزینه که نامیده می‌شود:

Set Turbulent Viscosity to zero within laminar zone?

می‌باشد. با تغییر دادن این گزینه به "بله"، فلوئنت هر دو ترم تولیدی در معادله آشفستگی و μ_t را صفر می‌نماید. در مقابل، زمانی که گزینه "ناحیه خطی"^۱ در کادر شرط مرزی سیال فعال شود، فقط ترم تولیدی برابر صفر خواهد بود.

۳-۵-۳ تعیین مقادیر اولیه برای k و ε

برای جریاناتی که از مدل‌های $k-\varepsilon$ استفاده می‌کنند، جواب‌های همگرا شده یا (برای محاسبات غیردائمی) جواب‌های حاصل از یک زمان طولانی سپری شده باید مستقل از مقادیر اولیه k و ε باشند. هر چند که، برای بهتر همگرا شدن بهتر است که یک حدس اولیه منطقی برای k و ε استفاده شود. بطور کلی، پیشنهاد می‌شود که از یک حالت توسعه یافته کامل آشفستگی شروع شود. هرگاه از رفتار دیوار بهبود یافته برای مدل‌های $k-\varepsilon$ استفاده می‌شود، آن در یک حالت مهم بحرانی برای تعیین میدان‌های آشفته کاملاً توسعه یافته می‌باشد. در این خصوص به نکات زیر توجه شود:

◀ اگر امکان تعیین شرایط مرزی منطقی را در ورودی داشته باشد، محاسبه مقادیر اولیه برای k و ε در تمام منطقه از مقادیر مرزی روش مناسبی است.

◀ برای جریانات پیچیده‌تر (برای مثال، جریانات با ورودی‌های متعدد با شرایط مختلف) ممکن است بهتر باشد که مقادیر اولیه بر حسب شدت آشفستگی تعیین شود. ۵-۱۰٪ برای بیان کردن آشفستگی کاملاً توسعه یافته کافی است. بنابراین k می‌تواند از شدت

آشفستگی و خصوصیت بزرگی سرعت متوسط مسئله محاسبه شود $(k = 1.5(Iu_{avg})^2)$.

می‌توان یک حدس اولیه برای ε تعیین کرد بطوریکه اثر لزجت گردابی $(C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon})$ به اندازه

کافی در مقایسه با لزجت ملکولی بزرگ باشد. در آشفستگی کاملاً توسعه یافته، لزجت

آشفستگی نزدیک به دو مرتبه بزرگتر از لزجت ملکولی می‌باشد که به این طریق می‌توان ε

را محاسبه کرد.

1) Laminar Zone

۳-۶ تدابیر حل برای شبیه‌سازی‌های جریان آشفته

درستی نتایج برای جریان‌ات آشفته به مقدار زیادی بستگی به مدل آشفته استفاده شده دارد. در اینجا نکاتی که می‌تواند کیفیت شبیه‌سازی جریان آشفته را افزایش دهد آورده شده است.

۳-۶-۱ تولید شبکه‌بندی

پیشنهادهای زیر برای که شبکه‌بندی برای استفاده در شبیه‌سازی جریان آشفته مناسب می‌باشد:

◀ تصویری در ذهن از جریان تحت شرایط فیزیکی و داده برای شبیه‌سازی یک جریان مشابه، و شناخت ویژگی‌های جریان اصلی در جریان نیاز به مدلسازی دارد را بوجود آورد.

◀ اگر جریان مرز دیوار می‌باشد، و انتظار می‌رود که دیوار اثر مهمی در جریان داشته باشد، در زمان ایجاد شبکه‌بندی دقت زیادی داشته باشید. باید از یک شبکه‌بندی که خیلی ریز (برای عملکرد دیوار) یا خیلی بزرگ (برای عملکرد رفتار دیوار توسعه یافته) است اجتناب کرد. برای جزئیات بیشتر به بخش ۳-۴: ملاحظات شبکه برای شبیه‌سازی جریان آشفته رجوع شود.

۳-۶-۲ دقت

پیشنهادات زیر برای کمک به دستیابی دقت بهتر در نتایج را مناسب می‌باشد:

◀ از مدل آشفته مناسب برای بررسی خصوصیات مهم جریان استفاده شود.

◀ بعلا اینکه مقادیر متوسط در جریان آشفته نسبت به جریان‌ات لایه‌ای دارای گرادیان بیشتری هستند، پیشنهاد می‌شود که از روش‌های با مرتبه بالاتر برای ترم‌های انتقال گرما استفاده شود. بخصوص زمانی که یک شبکه‌بندی مثلثی یا مستطیلی استفاده می‌شود. باید دقت کرد که لزجت عددی زیاد روی جواب‌ها اثر می‌گذارد حتی اگر از بهترین مدل‌های آشفته‌گی نیز استفاده شود.

◀ در برخی حالات جریان شامل مرزهای ورودی، جریان پایین دست ورودی تحت تاثیر شرایط مرزی در ورودی می باشد. در چنین حالاتی، باید اطمینان کافی از صحت شرایط مرزی در ورودی وجود داشته باشد.

۳-۶-۳ همگرایی

پیشنهادات زیر می توانند سبب افزایش همگرایی محاسبات جریان آشفته گردند:

◀ شروع با حدس اولیه خیلی خام برای متوسط و مقادیر آشفته ممکن است باعث واگرا شدن حل شود.

◀ حدس اولیه منطقی برای مقادیر k و ε سبب سریع تر همگرا شدن حل خواهد بود. بویژه زمانی که از رفتار دیوار توسعه یافته استفاده شود، در شروع استفاده از یک میدان آشفته به اندازه کافی توسعه یافته مهم است، در بخش ۳-۵-۳: ایجاد حدس اولیه برای k و ε پیشنهاد شده است.

◀ هرگاه از مدل $k-\varepsilon$ RNG استفاده می شود، روشی که ممکن است برای دستیابی به همگرایی بهتر کمک کند بدست آوردن یک راه حل با مدل $k-\varepsilon$ استاندارد قبل از عوض کردن به مدل RNG می باشد. بعلاوه در نتیجه غیر خطی بودن اضافی در مدل RNG، ضرایب تخفیف پایین تر و (برای حل کننده های بر پایه جرم مخصوص) عدد کورانت کمتری نیز ممکن است لازم باشد.

◀ باید توجه داشت که هرگاه از رفتار دیوار توسعه یافته استفاده می شود، ممکن است گاهی اوقات در محاسبه باقی مانده برای ε صفر گزارش شود. هرگاه جریان دارای Re_y کوچکتر از ۲۰۰ در کل ناحیه جریان، و ε از فرمول جبری (معادله ۳-۸۸) بجای معادله انتقال آن بدست آید، اتفاق می افتد.

۳-۷ پس پردازش برای جریانات آشفته

فلوئنت گزینه‌های پس‌پردازش برای نمایش، ترسیم، و ارائه مقادیر آشفتگی گوناگون فراهم می‌کند، که شامل متغیرهای حل اصلی و دیگر کمیات فرعی می‌باشد.

مقادیر آشفتگی که می‌توان برای مدل‌های $k-\epsilon$ ارائه نمود بشرح زیر است:

- ◀ انرژی جنبشی آشفته (k)
- ◀ نرخ اتلاف آشفتگی (ϵ)
- ◀ تولید k
- ◀ لزجت آشفتگی
- ◀ لزجت موثر
- ◀ نرخ لزجت آشفتگی
- ◀ ضریب هدایتی گرمایی موثر
- ◀ عدد پرانتل موثر
- ◀ دیوار Y^+ برای دیوار
- ◀ دیوار Y^* برای دیوار
- ◀ عدد رینولدز آشفته (Re_y) (تنها زمانی که از رفتار دیوار بهبود یافته برای رفتار مجاور دیوار استفاده می‌شود)

همه این مقادیر را می‌توان در قسمت آشفتگی در بخش لیست انتخاب‌های متغیر که در منوی پس‌پردازش ظاهر می‌شود مشاهده کرد.

۳-۷-۱ توابع میدانی مرسوم برای آشفتگی

علاوه بر مقادیر ذکر شده در بالا، می‌توان با استفاده از منوی محاسبه‌گر تابع ناحیه معمول^۱ مقادیر آشفته را تعریف کرد.



1) Custom Field Function Calculator

توابع زیر ممکن است مفید باشند:

◀ نرخ تولید k به اتلاف آن (G_k/ρ_ε)

◀ نرخ جریان متوسط به مقیاس زمان آشفتگی، $\eta(\equiv Sk/\varepsilon)$

۳-۷-۲ اشکال یابی

نه تنها می توان از گزینه های پس پردازش برای ارائه نتایج استفاده کرد بلکه برای بررسی هر مشکلی که در راه حل ظاهر می شود می توان استفاده کرد. برای مثال، ممکن است خطوط تراز k را برای اینکه در هر ناحیه ای k بطور نادرستی بزرگ یا کوچک است، کنترل کرد. می توان یک محدوده بزرگ k در منطقه ای که تولید k بزرگ می باشد را مشاهده کرد.

فصل چهارم

الگوریتم‌های حل توأم سرعت – فشار در جریان‌های دائم

۱-۴ مقدمه

معادلات حاکم بر جریان لایه‌ای آرام دوبعدی دائمی بصورت زیر می‌باشد.

معادله ممنوم در جهت x :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_u \quad (1-4)$$

معادله ممنوم در جهت y :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial y} + S_v \quad (2-4)$$

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (3-4)$$

هر سه معادله بالا بطور پیچیده با هم ترکیب شده‌اند، زیرا همه مولفه‌های سرعت در هر معادله اندازه حرکت و معادله پیوستگی ظاهر می‌شوند. بیشتر پیچیدگی حل مساله نقشی است که توسط فشار ایفا می‌شود، که در هر دو معادله اندازه حرکت مشاهده می‌شود، اما ظاهراً هیچ معادله (انتقال یا غیره) برای فشار وجود ندارد.

ما می‌خواهیم میدان فشار را به عنوان قسمتی از حل محاسبه کنیم. اگر جریان تراکم‌پذیر باشد معادله پیوستگی ممکن است بصورت معادله انتقال برای چگالی و بعلاوه برای دستگاه معادلات ۱-۴ و ۳-۴ استفاده شود. معادله انرژی یک معادله انتقال برای دما می‌باشد، لذا فشار با استفاده از معادله حالت $p = p(\rho, T)$ بصورت تابعی از چگالی و دما بدست می‌آید. ولی اگر جریان غیرقابل تراکم باشد، چگالی ثابت است و از اینرو طبق تعریف نمی‌تواند به فشار مربوط شود. در این حالت ترکیب بین فشار صحیح در معادلات اندازه حرکت اعمال شود، میدان سرعت حاصل باید پیوستگی را ارضاء کند.

۲-۴ شبکه جابجا شده

روش حجم محدود، همیشه با گسسته‌سازی ناحیه جریان و معادلات انتقال مربوطه شروع می‌شود. ابتدا لازم است جایی برای ذخیره سرعت‌ها تعیین کنیم. منطقی به نظر می‌رسد که این سرعت‌ها را در مکان‌های یکسانی بصورت متغیرهای اسکالر مانند فشار، درجه حرارت و غیره تعریف کنیم. ولی اگر سرعت‌ها و فشارها هر دو در گره‌های یک حجم کنترل معمولی تعریف شده باشند، یک میدان فشار به شدت غیریکنواخت می‌تواند شبیه یک میدان یکنواخت در معادلات اندازه حرکت گسسته شده عمل کند.

روشن است که اگر سرعت‌ها در گره‌های شبکه اسکالر تعریف شده باشند، تاثیر فشار در معادلات گسسته اندازه حرکت به خوبی ظاهر نمی‌شود. یک راه‌حل برای این مشکل، استفاده از یک شبکه جابجا شده برای مولفه‌های سرعت می‌باشد. این ایده برای محاسبه متغیرهای اسکالر، از جمله فشار، چگالی، دما و غیره در نقاط گرهی معمولی و نیز محاسبه مولفه‌های سرعت روی شبکه جابجا شده متمرکز در اطراف وجوه سلول می‌باشد. ترتیب محاسبات جریان دوبعدی در شکل ۴-۱ نشان داده شده است.

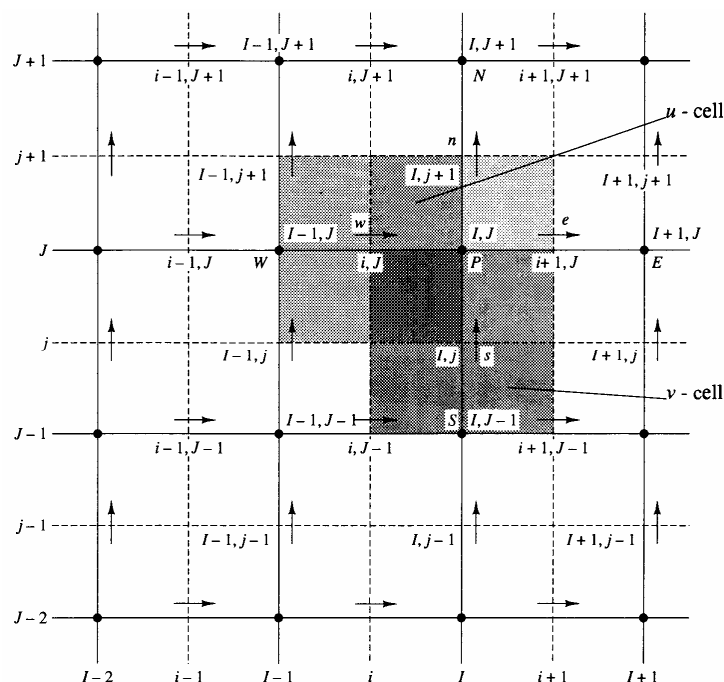
متغیرهای اسکالر شامل فشار، در گره‌هایی که با علامت • نشان داده شده است ذخیره می‌شوند. سرعت‌ها در وجوه سلول (اسکالر) بین گره‌ها تعریف شده و با پیکان نمایش داده شده‌اند. پیکان‌های افقی (→) نشان‌دهنده سرعت‌ها در جهت u و پیکان‌های عمودی (↑) مبین سرعت‌ها در جهت v می‌باشند.

۳-۴ معادلات اندازه حرکت

معادله گسسته شده اندازه حرکت u مربوط به سرعت، در موقعیت (i, J) در سیستم مختصات جدید مذکور توسط رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$a_{i,J}u_{i,J} = \sum a_{nb}u_{nb} - \frac{p_{I,J} - p_{I-1,J}}{\delta x_u} \Delta V_u + \bar{S} \Delta V_u$$

$$a_{i,J}u_{i,J} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{I-1,J} - p_{I,J})A_{i,J} + b_{i,J} \quad (4-6)$$



شکل ۴-۱- نمونه‌ای از شبکه جابجا شده

که ΔV_u حجم سلول u ، $b_{i,j} = \bar{S} \cdot \Delta V_u$ بخش چشمه اندازه حرکت و $A_{i,j}$ عبارتست از وجه (شرقی یا غربی) سلول مربوط به حجم کنترل u می‌باشد. عبارت چشمه شیب فشار در ۴-۴ با درونیابی خطی بین گره‌های فشار واقع در مرزهای حجم کنترل u گسسته شده است. در سیستم شماره‌گذاری جدید، همسایه‌های S, N, W, E که در $\sum a_{nb} u_{nb}$ قرار دارند عبارتند از: $(i+1, J)$ ، $(i-1, J)$ ، $(i, J+1)$ ، $(i, J-1)$. موقعیت آنها و غلب سرعت‌ها در شکل ۴-۲ با جزئیات بیشتری شرح داده شده است. مقادیر ضرایب $a_{i,j}$ و a_{nb} ممکن است یا هر یک از روش‌های اختلاف (QUICK)، پیوند، بالادست) که برای مسائل نفوذ - جابجایی مناسب هستند قابل محاسبه باشند.

معادله اندازه حرکت در جهت v بصورت زیر می‌باشد:

$$a_{I,j} v_{I,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_{I,J-1} - p_{I,J}) A_{I,j} + b_{I,j} \quad (5-4)$$

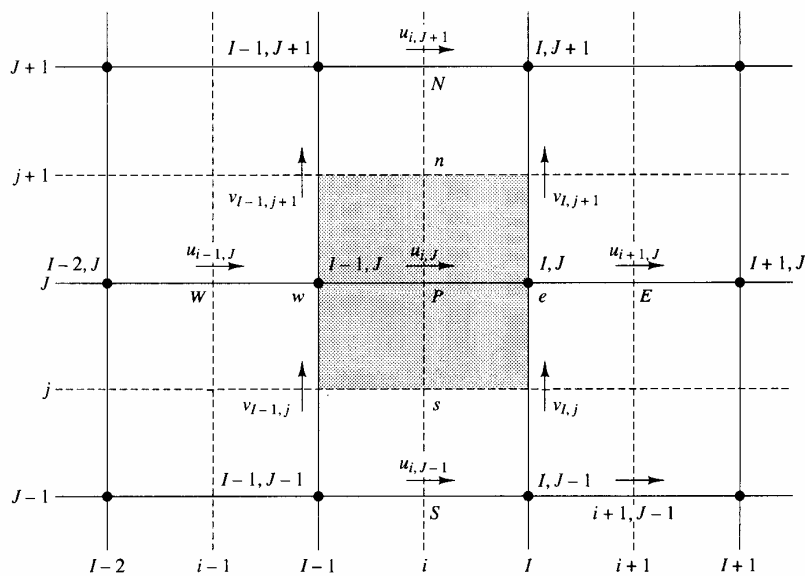
۴-۴ الگوریتم سیمپل [۳۱]

این الگوریتم اولین بار توسط پاتانکار و اسپالدینگ مطرح شد و اساساً یک روش حدس و تصحیح برای محاسبه فشار در شبکه جابجا شده می‌باشد. این روش با فرض معادلات جریان دائم و آرام دوبعدی در

مختصات کارتزین تشریح شده است. برای شروع فرآیند محاسبه سیمپل، یک میدان فشار p^* حدس زده می‌شود. معادلات گسسته اندازه حرکت ۴-۴ و ۵-۴ با استفاده از فشار حدسی حل می‌شوند تا مولفه‌های سرعت u^* و v^* بصورت زیر نتیجه شود:

$$a_{i,j} u_{i,j}^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*) A_{i,j} + b_{i,j} \quad (6-4)$$

$$a_{i,j} v_{i,j}^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*) A_{i,j} + b_{i,j} \quad (7-4)$$



شکل ۴-۲- یک حجم کنترل u و مولفه‌های سرعت همسایه آن

حال تصحیح p' را بصورت اختلاف بین میدان فشار صحیح p و میدان حدسی p^* تعریف می‌کنیم، بنابراین داریم:

$$p = p^* + p' \quad (8-4)$$

بصورت مشابه برای سرعت‌ها داریم:

$$u = u^* + u' \quad (9-4)$$

$$v = v^* + v' \quad (10-4)$$

با جایگذاری میدان فشار صحیح p در معادلات اندازه حرکت، میدان سرعت صحیح (u, v) حاصل می‌شود. معادلات گسسته ۴-۴ و ۵-۴ میدان‌های سرعت صحیح را به میدان فشار صحیح مرتبط می‌سازند. اگر معادلات ۴-۶ و ۴-۷ را به ترتیب از معادلات ۴-۴ و ۴-۵ کم کرده و از روابط تصحیح ۹-۴ و ۱۰-۴ استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{I-1,J} - p'_{I,J})A_{i,j} \quad (11-4)$$

$$a_{i,j}v'_{i,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{I,J-1} - p'_{I,J})A_{i,j} \quad (12-4)$$

در اینجا $\sum a_{nb}u'_{nb}$ و $\sum a_{nb}v'_{nb}$ بمنظور ساده شدن معادلات ۴-۱۱ و ۴-۱۲، در روابط مربوطه اصلاحات سرعت حذف می‌شود. حذف این عبارات، تقریب اصلی مربوط به الگوریتم سیمپل می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$u'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \quad (13-4)$$

$$v'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \quad (14-4)$$

که:

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}}, \quad d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}} \quad (15-4)$$

معادلات ۴-۱۳ و ۴-۱۴ اصلاحات اعمال شده به سرعت‌ها توسط روابط ۴-۹ و ۴-۱۰ را توصیف می‌کنند، بنابراین داریم:

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \quad (16-4)$$

$$v_{i,j} = v_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \quad (17-4)$$

عبارت مشابه‌ای برای $u_{i+1,j}$ و $v_{i,j+1}$ می‌توان بدست آورد:

$$u_{i+1,j} = u_{i+1,j}^* + d_{i+1,j}(p'_{I,J} - p'_{I+1,J}) \quad (18-4)$$

$$v_{i,j+1} = v_{i,j+1}^* + d_{i,j+1}(p'_{I,J} - p'_{I,J+1}) \quad (19-4)$$

که:

$$d_{i+1,J} = \frac{A_{i+1,J}}{a_{i+1,J}}, \quad d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1}}{a_{I,j+1}} \quad (20-4)$$

با توجه به اینکه میدان سرعت باید معادله پیوستگی ۳-۴ را ارضاء کند با در نظر گرفتن شکل ۳-۴ داریم:

$$[(\rho u A)_{i+1,J} - (\rho u A)_{i,J}] + [(\rho v A)_{I,j+1} - (\rho v A)_{I,j}] = 0 \quad (21-4)$$

با جایگذاری سرعت‌های تصحیح شده از معادلات ۱۶-۴ تا ۲۰-۴، در معادله پیوستگی گسسته شده ۲۱-۴ قرار داده و پس از ساده سازی داریم:

$$a_{I,J} p'_{I,J} = a_{I+1,J} p'_{I+1,J} + a_{I-1,J} p'_{I-1,J} + a_{I,J+1} p'_{I,J+1} + a_{I,J-1} p'_{I,J-1} + b'_{I,J} \quad (22-4)$$

که

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$$

$a_{I+1,J}$	$a_{I-1,J}$	$a_{I,J+1}$	$a_{I,J-1}$	$b'_{I,J}$
$(\rho dA)_{i+1,J}$	$(\rho dA)_{i,J}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$	$(\rho dA)_{I,j}$	$(\rho u^* A)_{i,j} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho u^* A)_{I,j} - (\rho u^* A)_{I,j+1}$

با حل معادله ۲۲-۴ میدان تصحیح فشار p' در تمام نقاط بدست می‌آید. وقتی که میدان تصحیح فشار معلوم است، میدان فشار صحیح با استفاده از رابطه ۸-۴ بدست می‌آید و همچنین مولفه‌های سرعت از طریق رابطه تصحیح ۱۶-۴ تا ۲۰-۴ بدست می‌آیند.

معادله تصحیح فشار تمایل به واگرایی دارد، مگر اینکه در طول فرآیندهای تکرار مادون رهایی^۱ استفاده شود و فشارهای اصلاح شده جدید (p^{new}) با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad (23-4)$$

که α_p ضریب مادون رهایی فشار است. اگر α_p را برابر یک در نظر بگیریم، میدان فشار حدسی p^* با استفاده از p' تصحیح خواهد شد. و اگر برابر صفر باشد هیچ‌گونه اصلاحاتی را به دنبال نخواهد داشت که این هم برای ما مطلوب نیست. با α_p بین صفر و یک می‌توانیم کسری از میدان تصحیح

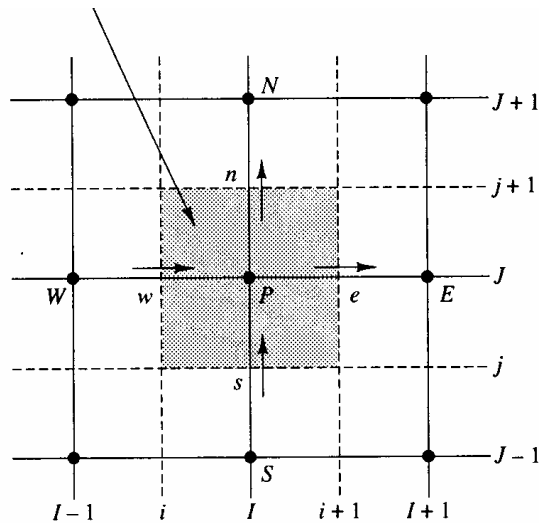
1) Underrelaxation

p' را به میدان حدسی p^* اضافه کنیم. سرعت‌ها نیز مادون رهایی شده‌اند. مولفه‌های سرعت بهبود یافته به صورت تکراری u^{new} و v^{new} از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$u^{new} = \alpha_u u + (1 - \alpha_u)u^{(n-1)} \quad (24-4)$$

$$v^{new} = \alpha_v v + (1 - \alpha_v)v^{(n-1)} \quad (25-4)$$

حجم کنترل اسکالر (معادله پیوستگی)



شکل ۴-۳- حجم کنترل اسکالر استفاده شده برای گسسته‌سازی معادله پیوستگی

که α_u و α_v عبارتند از ضرایب مادون رهایی سرعت u و v ، با مقادیر بین صفر و یک. u و v عبارتند از مولفه‌های تصحیح شده سرعت، بدون رهایی، و $u^{(n-1)}$ و $v^{(n-1)}$ نشان دهنده مقادیر بدست آمده آنها در تکرار قبلی می‌باشند. بعد از یک سری عملیات جبری می‌توان نشان داد که معادله گسسته اندازه حرکت u توسط مادون رهایی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{a_{i,j}}{\alpha_u} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{I-1,J} - p_{I,J})A_{i,j} + b_{i,j} + \left[(1 - \alpha_u) \frac{a_{i,j}}{\alpha_u} \right] u_{i,j}^{(n-1)} \quad (26-4)$$

و معادله گسسته اندازه حرکت v عبارتست از:

$$\frac{a_{i,j}}{\alpha_v} v_{i,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_{I,J-1} - p_{I,J})A_{i,j} + b_{i,j} + \left[(1 - \alpha_v) \frac{a_{i,j}}{\alpha_v} \right] v_{i,j}^{(n-1)} \quad (27-4)$$

همچنین معادله تصحیح فشار تحت تاثیر مادون رهایی سرعت قرار می‌گیرد و می‌توان نشان داد که

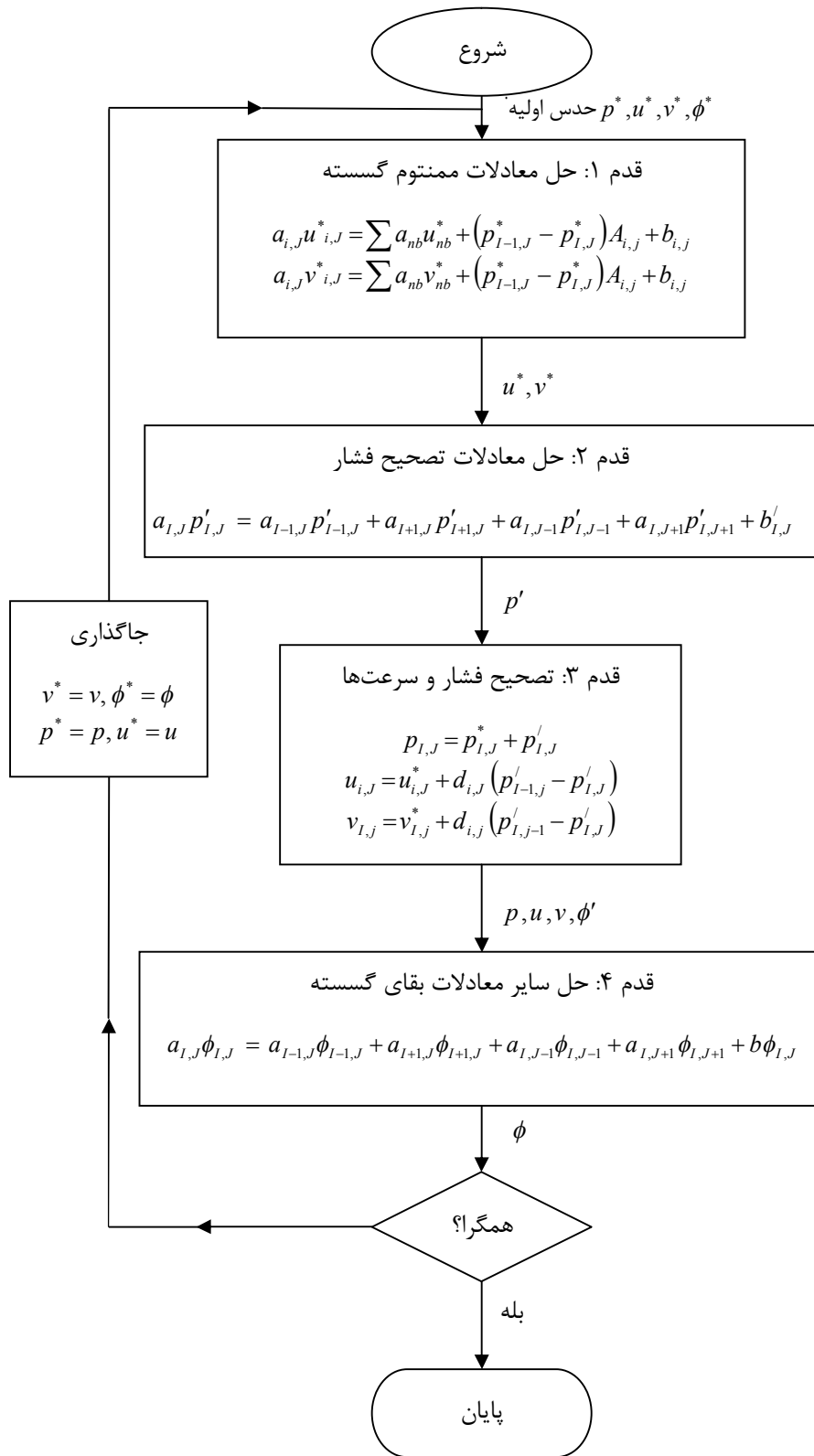
عبارت‌های d معادله تصحیح فشار بصورت زیر می‌باشد:

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}\alpha_u}{a_{i,j}} \quad d_{i+1,j} = \frac{A_{i+1,j}\alpha_u}{a_{i+1,j}} \quad d_{i,j} = \frac{A_{i,j}\alpha_v}{a_{i,j}} \quad d_{i,j+1} = \frac{A_{i,j+1}\alpha_v}{a_{i,j+1}}$$

توجه شود که در این رابطه $a_{i,j}$ ، $a_{i+1,j}$ ، $a_{i,j}$ ، $a_{i,j+1}$ عبارتند از ضرایب مرکزی معادلات گسسته سرعت در مکان‌های (i, j) ، $(i+1, j)$ ، $(i, j+1)$ و $(i, j+1)$ مربوط به مرکز سلول اسکالر اطراف P .

انتخاب صحیح ضرایب مادون رهایی α برای شبیه‌سازی‌های پیچیده ضروری می‌باشد. مقدار خیلی بزرگ α ممکن است منجر به جواب‌های نوسانی و یا حتی تکراری واگرا شود و مقدار خیلی کوچک α باعث می‌شود که همگرایی بسیار آرام صورت گیرد.

مراحل مربوط به عملکرد یک روش روش CFD که از الگوریتم سیمپل استفاده می‌کند، در شکل ۴-۴ نشان داده شده است.



شکل ۴-۴ - الگوریتم سیمپل

۴-۵ الگوریتم سیمپل سی [۳۱]

الگوریتم سیمپل سی (سیمپل سازگار) ون دورمال و رایتبی^۱ از همان مراحل الگوریتم سیمپل پیروی می‌کند، با این تفاوت که معادلات اندازه حرکت دستکاری شده است، بطوریکه در استخراج معادلات تصحیح سرعت در الگوریتم سیمپل سی بخش‌های حذف شده اهمیت کمتری نسبت به بخش‌های حذف شده در سیمپل دارند.

معادله تصحیح سرعت u برای سیمپل سی توسط رابطه زیر داده شده است:

$$u'_{i,j} = d_{i,j} (p'_{l-1,j} - p'_{l,j}) \quad (28-4)$$

که

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j} - \sum a_{nb}} \quad (29-4)$$

بطور مشابه، معادله اصلاح شده تصحیح سرعت v عبارتست از:

$$v'_{l,j} = d_{l,j} (p'_{l,j-1} - p'_{l,j}) \quad (29-4)$$

که

$$d_{l,j} = \frac{A_{l,j}}{a_{l,j} - \sum a_{nb}} \quad (30-4)$$

معادله تصحیح فشار گسسته در اینجا همانند سیمپل می‌باشد، به استثناء اینکه عبارت‌های d از معادلات ۲۸-۴ و ۳۰-۴ محاسبه می‌شوند. روند عملکردهای الگوریتم سیمپل سی با سیمپل یکسان می‌باشد.

۴-۶ الگوریتم پیسو [۳۱]

الگوریتم پیسو توسط عیسی^۲ ابداع شد و یک روش محاسبه سرعت - فشار می‌باشد که اساسا برای محاسبه غیر تکراری جریاهای تراکم‌پذیر گذرا بکار می‌رود. این روش بطور موفقیت‌آمیز برای حل

1) Van Doormal and Raithby

2) Issa

تکراری مسائل حالت نیز سازگار می‌باشد. پیسو دارای یک مرحله پیش‌بینی و دو مرحله تصحیح می‌باشد و در مواقع بسط روش سیمپل با یک مرحله تصحیح اضافه می‌باشد.

مرحله پیش‌بینی

معادلات گسسته اندازه حرکت ۶-۴ و ۷-۴ با یک میدان فشار حدسی یا میدان فشار متوسط p^* با استفاده از روش مشابهی مانند الگوریتم سیمپل برای بدست آوردن مولفه‌های سرعت u^* و v^* حل می‌شوند.

مرحله تصحیح ۱

میدان‌های سرعت u^* و v^* پیوستگی را ارضاء نخواهد کرد، مگر اینکه میدان فشار p^* صحیح باشد. اولین مرحله تصحیح سیمپل با دادن سرعت (u^{**}, v^{**}) که معادلات گسسته پیوستگی را ارضاء می‌کند شروع می‌شود. معادلات حاصل همان معادلات تصحیح سرعت ۱۶-۴ و ۱۷-۴ سیمپل می‌باشند، اما چون در یک الگوریتم پیسو مرحله تصحیح دیگری وجود دارد، از علائم دیگری استفاده می‌کنیم:

$$p^{**} = p^* + p' \quad u^{**} = u^* + u' \quad v^{**} = v^* + v'$$

این روابط برای تعریف سرعت‌های تصحیح شده u^{**} و v^{**} بکار می‌روند:

$$u_{i,j}^{**} = u_{i,j}^* + d_{i,j} (p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \quad (31-4)$$

$$v_{i,j}^{**} = v_{i,j}^* + d_{i,j} (p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) \quad (32-4)$$

همانند الگوریتم سیمپل، برای دست آوردن معادله تصحیح فشار ۲۲-۴ با ضرایب و بخش چشمه آن، معادلات ۳۱-۴ و ۳۲-۴ در معادله گسسته پیوستگی ۲۱-۴ جایگذاری می‌شوند. در روش پیسو معادله ۲۲-۴ اولین معادله تصحیح فشار نامیده می‌شود، که برای بدست آوردن اولین میدان تصحیح فشار p' ، حل می‌شود. اگر اصلاحات فشار معلوم باشند، مولفه‌های u^{**} و v^{**} سرعت را می‌توان از معادلات ۳۱-۴ و ۳۲-۴ بدست آورد.

مرحله تصحیح ۲

در روش پیسو یک مرحله تصحیح اضافه نسبت به روش سیمپل وجود دارد. معادلات گسسته اندازه

حرکت برای u^{**} و v^{**} عبارتند از:

$$a_{i,j}u_{i,j}^{**} = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,j}^{**} - p_{I,j}^{**})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (۳۳-۴)$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^{**} = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I,j-1}^{**} - p_{I,j}^{**})A_{I,j} + b_{I,j} \quad (۳۴-۴)$$

میدان سرعت دوبار تصحیح شده (u^{***}, v^{***}) ، با حل دوباره معادلات اندازه حرکت بدست می‌آید:

$$a_{i,j}u_{i,j}^{***} = \sum a_{nb}u_{nb}^{**} + (p_{I-1,j}^{***} - p_{I,j}^{***})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (۳۵-۴)$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^{***} = \sum a_{nb}v_{nb}^{**} + (p_{I,j-1}^{***} - p_{I,j}^{***})A_{I,j} + b_{I,j} \quad (۳۶-۴)$$

توجه داشته باشید که عبارتهای جمع جبری، با استفاده از سرعت‌های محاسبه شده u^{**} و v^{**} در

مرحله تصحیح قبلی بدست می‌آید. با تفریق معادله ۳۳-۴ از ۳۵-۴ و همچنین ۳۴-۴ از ۳۶-۴ داریم:

$$u_{i,j}^{**} = u_{i,j}^{***} + \frac{\sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)}{a_{i,j}} + d_{i,j}(p_{I-1,j}^{**} - p_{I,j}^{**}) \quad (۳۷-۴)$$

$$v_{I,j}^{**} = v_{I,j}^{***} + \frac{\sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)}{a_{I,j}} + d_{I,j}(p_{I,j-1}^{**} - p_{I,j}^{**}) \quad (۳۸-۴)$$

p^{**} تصحیح فشار دوم می‌باشد، بنابراین p^{***} با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p^{***} = p^{**} + p^{**} \quad (۳۹-۴)$$

با جایگذاری u^{***} و v^{***} در معادله گسسته پیوستگی ۲۱-۴ معادله تصحیح فشار دوم حاصل می‌شود:

$$a_{I,j}p_{I,j}^{**} = a_{I+1,j}p_{I+1,j}^{**} + a_{I-1,j}p_{I-1,j}^{**} + a_{I,j+1}p_{I,j+1}^{**} + a_{I,j-1}p_{I,j-1}^{**} + b_{I,j}^{**} \quad (۴۰-۴)$$

که

$$a_{I,j} = a_{I+1,j} + a_{I-1,j} + a_{I,j+1} + a_{I,j-1}$$

و ضرایب بصورت زیر می‌باشند:

$a_{I+1,J}$	$a_{I-1,J}$	$a_{I,J+1}$	$a_{I,J-1}$	$b'_{I,J}$
$(\rho dA)_{i+1,J}$	$(\rho dA)_{i,J}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$	$(\rho dA)_{I,j}$	$\left(\frac{\rho A}{a}\right)_{i,j} \sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)$ $- \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{i+1,j} \sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)$ $+ \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{I,j} \sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)$ $- \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{I,j+1} \sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)$

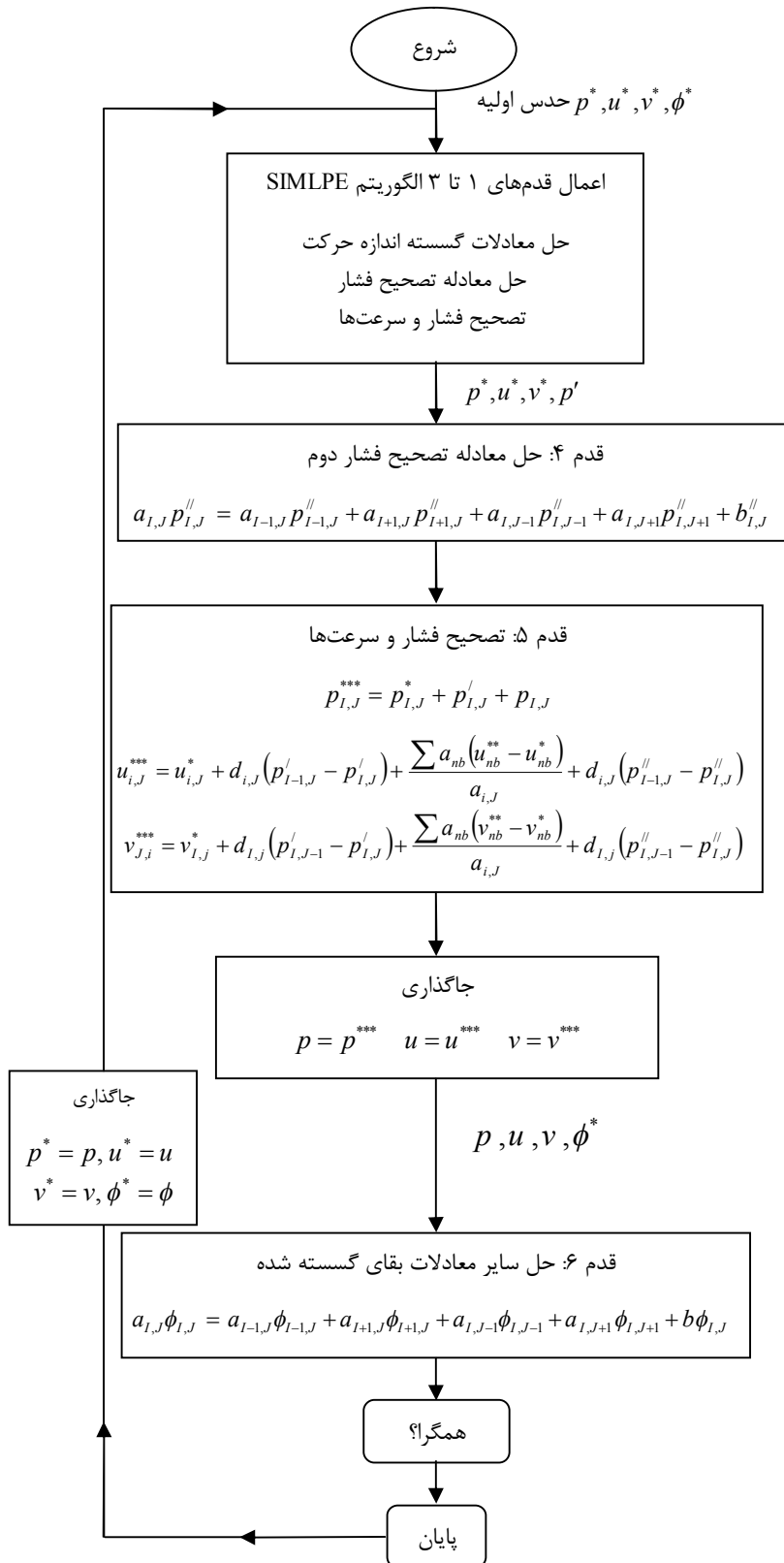
در استخراج ۴-۴۰، تا زمانیکه مولفه‌های سرعت u^{**} و v^{**} پیوستگی را ارضاء می‌کنند، بخش چشمه زیر صفر می‌باشد:

$$[(\rho Au^{**})_{i,j} - (\rho Au^{**})_{i+1,j}] + [(\rho Av^{**})_{I,j} - (\rho Av^{**})_{I,j+1}] = 0$$

معادله ۴-۴۰ برای بدست آوردن میدان تصحیح فشار دوم p'' حل شده است و میدان فشار دوبار تصحیح شده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p^{***} = p^{**} + p'' = p^* + p'' + p'' \quad (۴-۴۱)$$

در نهایت، میدان سرعت دوبار تصحیح شده از معادلات ۴-۳۷ و ۴-۳۸ بدست می‌آید. در محاسبه غیر تکراری جریان‌های گذرا، میدان فشار p^{***} و میدان‌های سرعت u^{***} و v^{***} برابر مقادیر صحیح p ، u و v فرض می‌شود. روند عملکردهای یک محاسبه تکراری پیسو در حالت دائم در شکل ۴-۵ داده شده است.



شکل ۴-۵- الگوریتم پیسو

فصل پنجم

مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی افت جریان در زانویی

۵-۱ مقدمه

در فصل دوم اشاره شد که با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی می‌توان به پیش‌بینی جریان‌های داخلی و خارجی پرداخت. در واقع دینامیک سیالات محاسباتی براساس شبیه‌سازی رایانه‌ای به تحلیل سیستم‌های شامل جریان سیال، انتقال حرارت و پدیده‌های همراه، نظیر واکنش‌های شیمیایی می‌پردازد.

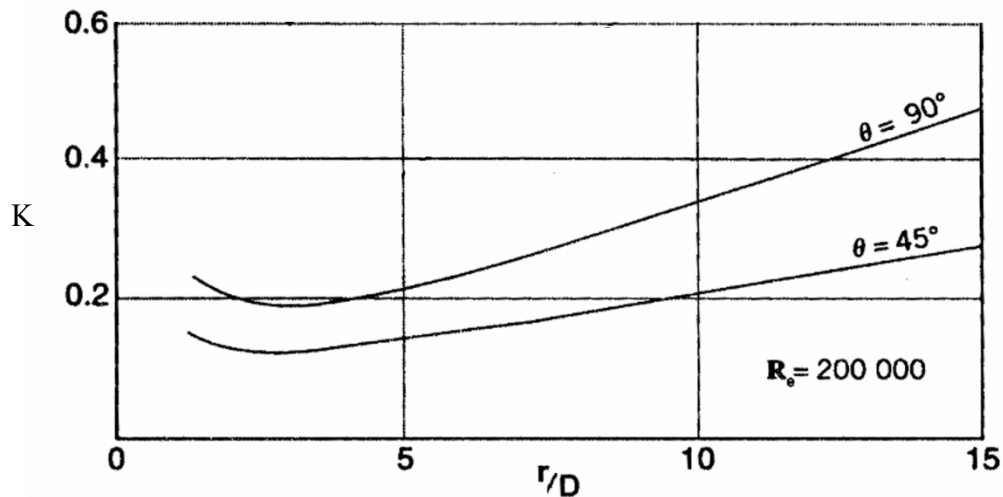
با توجه به اینکه انجام کارهای آزمایشگاهی و بدست آوردن نتایج مورد نیاز زمان‌بر، صرف هزینه زیاد و دارای محدودیت‌های در انجام کار می‌باشد، استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی در دهه‌های اخیر ضرورت فراوانی پیدا کرده است. بطوریکه بسیاری از محققین به استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی برای پیش‌بینی جریان‌های سیال توجه خاص پیدا کرده‌اند. در واقع با انجام کارهای آزمایشگاهی و استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی و سپس مقایسه نتایج آنها می‌توان از صحت نتایج دینامیک سیالات محاسباتی اطمینان حاصل کرد. و بجای انجام کارهای آزمایشگاهی که موجب صرف هزینه و وقت زیاد می‌شود، می‌توان با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی به نتایج مشابه رسید.

در این فصل نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی ضریب افت زانویی بررسی شده است. و با مقایسه نتایج آزمایشگاهی و نتایج بدست آمده از نرم‌افزار فلوئنت می‌توان دریافت که مدل‌سازی زانویی با فلوئنت می‌تواند جایگزین مناسب برای کارهای آزمایشگاهی باشد.

یکی دیگر از اهداف این فصل مقایسه انواع مدل‌های آشفتگی می‌باشد. همان‌طور که در فصل سوم اشاره شد بیشتر جریان‌های که در طبیعت وجود دارد جریان‌های آشفته می‌باشد. برای بررسی چنین جریان‌های مدل‌های گوناگونی پیشنهاد شده است، که هر کدام دارای مزایای می‌باشد. برای درک اینکه کدام روش بهتر است باید نتایج آزمایشگاهی و نتایج انواع مدل‌های آشفتگی را با هم مقایسه کرد و سپس دریافت که کدام روش دارای قابلیت بهتری می‌باشد.

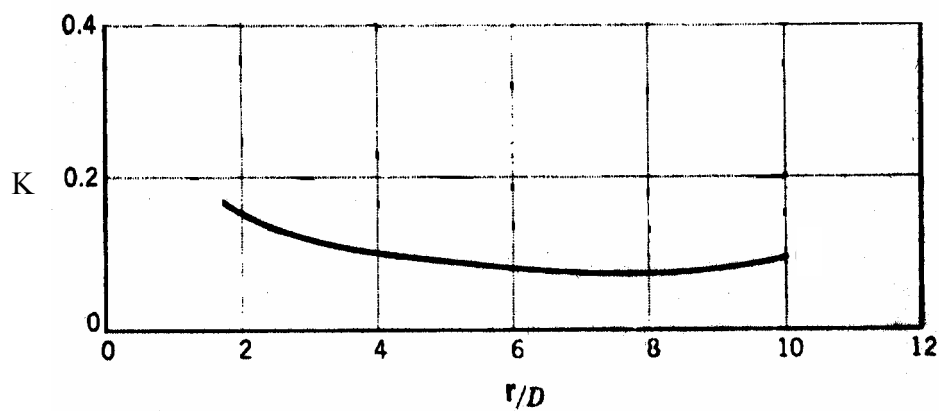
۵-۲ نتایج آزمایشگاهی

نتایج آزمایشگاهی که به آن استناد شده است در نمودارهای زیر (شکل ۱-۵ و ۲-۵) مشاهده می‌شود [۱].



شکل ۱-۵- تغییرات ضریب K بر حسب مقادیر مختلف r/D

زانویی صاف و $Re = 2 \times 10^5$



شکل ۲-۵- تغییرات ضریب K بر حسب مقادیر مختلف r/D

زانویی نود درجه، صاف و $Re > 2.2 \times 10^5$

در نمودار ۱-۵ ضریب افت کلی که در زانویی بوجود می‌آید را نشان می‌دهد یعنی هم ضریب افت طولی و هم ضریب افقی که بر اثر انحناء بوجود می‌آید. اما در نمودار ۲-۵ تنها ضریب افقی که بر اثر انحناء بوجود می‌آید را نشان می‌دهد.

در ابتدا با استفاده از نرم‌افزار فلونت زانویی ۹۰ درجه و ۴۵ درجه را شبیه‌سازی کرده، و سپس نتایج بدست آمده از روش‌های مختلف آشفتگی را با نمودار ۵-۱ مقایسه می‌شود. با بدست آوردن بهترین روش آشفتگی مدل‌سازی زانویی ۹۰ درجه را برای اعداد رینولدز بزرگتر از ۲۲۰۰۰۰ انجام می‌شود و سپس با نتایج آزمایشگاهی نمودار ۵-۲ مقایسه می‌شود.

۳-۵ شرایط ورودی مسئله

یکی از مهمترین مراحل شبیه‌سازی در نرم‌افزار فلونت شرایط ورودی مسئله می‌باشد که باید بسیار دقیق به نرم‌افزار وارد شود و همان شرایطی که در کار آزمایشگاهی وجود دارد به نرم‌افزار فلونت اعمال شود. شرایط ورودی مسئله بصورت زیر می‌باشد.

۱-۳-۵ خصوصیات سیال

سیال مورد آزمایش آب است که مقادیر چگالی و ویسکوزیته بصورت زیر می‌باشد (در دمای ۲۴/۸۵ درجه سلسیوس):

$$\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 0.001003 \frac{\text{kg}}{\text{m.Sec}}$$

۲-۳-۵ قطر زانویی و شعاع انحناء

با توجه به نمودار نسبت r/D از ۲ تا ۱۵ (D قطر زانویی و r شعاع انحناء) می‌باشد، در زانویی ۹۰ درجه نسبت‌های ۲، ۳، ۵، ۱۰، ۱۵ و در زانویی ۴۵ درجه نسبت‌های ۲، ۲/۵، ۴، ۱۰ و ۱۵ مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای مدل‌سازی قطرهای زانویی برابر ۱۰، ۴۰، ۸۰ سانتی‌متر استفاده می‌شود. و با استفاده از نسبت قطر زانویی به شعاع انحناء می‌توان شعاع انحناء را بدست آورد.

۳-۳-۵ فشار خروجی

مقدار فشار در مرز خروجی برابر صفر و واحد آن پاسکال می‌باشد. این شرایط معادل با آن است که فشار بصورت نسبی در نظر گرفته شده و آب در حال تخلیه به اتمسفر می‌باشد.

۴-۳-۵ شرایط مرزی دیوار

دیوار مدنظر را ثابت و بدون حرکت است. سرعت روی دیوار را برابر صفر و شرط عدم لغزش استفاده می‌شود. با توجه به اینکه آزمایش در شرایط بدون زبری انجام می‌شود اثر زبری در مدل‌سازی لحاظ نمی‌شود.

۵-۳-۵ شتاب جاذبه

مقدار شتاب جاذبه بصورت زیر می‌باشد:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

۵-۳-۶ سرعت ورودی

با توجه به اینکه آزمایش در عدد رینولدز مشخص صورت گرفته می‌توان با استفاده از فرمول عدد رینولدز و با توجه به قطر زانویی مدنظر سرعت ورودی را بدست آورد:

$$\text{Re} = \frac{\rho V_{in} D}{\mu} \Rightarrow V_{in} = \frac{\text{Re} \mu}{\rho D}$$

مثلا برای عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰:

$$V_{in} = \frac{200000 \times 0.001003}{998.2 D}$$

که با جایگذاری مقدار قطر زانویی مدنظر می‌توان سرعت را در ورودی بدست آورد.

۵-۳-۷ معیار همگرایی

معیار همگرایی برای رسیدن به جواب برابر 1×10^{-6} می‌باشد که دارای دقت مناسبی خواهد بود. این مقدار مطلق (چنانچه قدر مطلق تفاوت مقادیر یک پارامتر در دو تکرار متوالی کمتر از مقدار مطلق ارائه شده به برنامه باشد، آن پارامتر همگرا شده در نظر گرفته می‌شود.) می‌باشد. با توجه به روش آشفستگی بر روی سرعت‌ها، تنش‌ها و غیره می‌تواند اعمال می‌شود.

۵-۳-۸ شدت آشفستگی

شدت آشفتگی (I) نسبت ریشه دوم میانگین حسابی نوسانات سرعت (u') به سرعت جریان متوسط (u_{avg}) می‌باشد. بطور کلی شدت آشفتگی ۱ درصد را بعنوان شدت آشفتگی کم و بیشتر از ۱۰ درصد را بعنوان شدت آشفتگی بزرگ در نظر می‌گیرند [۳۲]. شدت آشفتگی را می‌توان با توجه به رابطه تجربی زیر تعیین نمود [۳۲]:

$$I = \frac{u'}{u_{avg}} = 0.16(\text{Re}_D)^{-1/8} \quad (1-5)$$

مثلا برای عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰ شدت آشفتگی بصورت زیر تعیین می‌شود:

$$I = 100 \times 0.16(200000)^{-1/8} = 3.48\%$$

۴-۵ شبکه‌بندی

۱-۴-۵ نوع شبکه‌بندی

نوع شبکه‌بندی یکی از پارامترهای مهم می‌باشد که با انتخاب صحیح آن می‌توان به نتایج مناسبی رسید. نوع شبکه‌بندی که در نرم‌افزار فلونت استفاده می‌کنیم با اسم Cooper مشخص شده است. در این شبکه‌بندی ابتدا با بوجود آوردن شبکه‌بندی در دو سطح ابتدا و انتهای یک حجم و سپس با جارو کردن آن در تمامی حجم شبکه‌بندی ایجاد می‌شود.

۲-۴-۵ المان‌های شبکه‌بندی

نوع المان انتخابی بصورت شش وجهی می‌باشد. تعداد المان‌های موجود در زانویی نود درجه در جدول ۱-۵ و ۲-۵ آورده شده است.

۳-۴-۵ اندازه شبکه‌بندی

با انتخاب صحیح اندازه شبکه علاوه بر آنکه می‌توان به نتایج مناسبی رسید می‌توان سرعت حل مسئله را نیز کاهش داد. با انتخاب شبکه‌بندی بزرگ باعث جواب‌های نادرست می‌شود و با انتخاب اندازه شبکه کوچک موجب زمان بر شدن حل خواهد شد. شکل ۳-۵ نمونه‌ای از شبکه‌بندی بوجود آمده در سطح خروجی برای زانویی نود درجه با قطر ۱۰ سانتی‌متر و نسبت شعاع انحنا به قطر زانویی برابر ۲

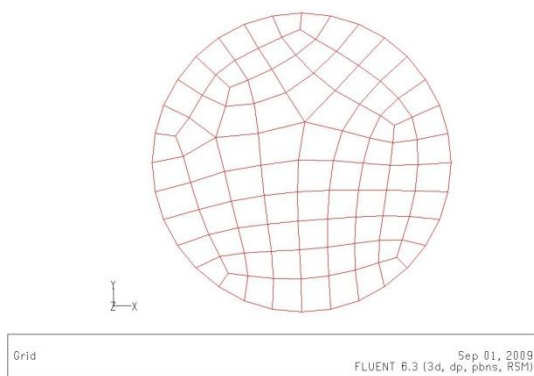
را نشان می‌دهد. جدول ۱-۵ و ۲-۵ اندازه شبکه‌بندی که در مدل‌سازی زانویی ۴۵ و ۹۰ درجه استفاده شده مشخص می‌کند.

جدول ۱-۵- اندازه شبکه، تعداد المان و تعداد گره زانویی ۹۰ درجه

			نسبت شعاع انحنا به قطر زانویی (r/D)				
			2	3	5	10	15
قطر زانویی (متر)	0.1	اندازه شبکه (متر)	0.01	0.01	0.01	0.012	0.012
		تعداد المان	64703	66127	68886	45440	49600
		تعداد گره	77168	78864	82150	55458	60528
	0.4	اندازه شبکه (متر)	0.04	0.04	0.04	0.048	0.048
		تعداد المان	64703	66127	68886	45440	49600
		تعداد گره	77168	78864	82150	55458	60528
	0.8	اندازه شبکه (متر)	0.08	0.08	0.08	0.096	0.096
		تعداد المان	64703	66127	68886	45440	49600
		تعداد گره	77168	78864	82150	55458	60528

جدول ۲-۵- اندازه شبکه، تعداد المان و تعداد گره زانویی ۴۵ درجه

			نسبت شعاع انحنا به قطر زانویی (r/D)				
			2	2.5	4	10	15
قطر زانویی (متر)	0.1	اندازه شبکه (متر)	0.01	0.01	0.01	0.012	0.012
		تعداد المان	63368	63724	64792	41408	43456
		تعداد گره	75578	76002	77274	50544	53040
	0.4	اندازه شبکه (متر)	0.04	0.04	0.04	0.048	0.048
		تعداد المان	63368	63724	64792	41408	43456
		تعداد گره	75578	76002	77274	50544	53040
	0.8	اندازه شبکه (متر)	0.08	0.08	0.08	0.096	0.096
		تعداد المان	63368	63724	64792	41408	43456
		تعداد گره	75578	76002	77274	50544	53040

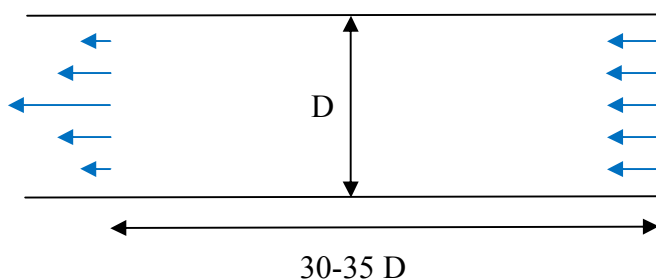


شکل ۵-۳- شبکه بندی مقطع خروجی

(زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتی متر)

۵-۵ مدل سازی زانویی و لوله مستقیم

هنگام ورود جریان به داخل زانویی، پروفیل سرعت باید شکل مناسب خود را داشته باشد. برای ایجاد پروفیل مناسب باید قبل از زانویی لوله مستقیمی در نظر گرفت تا پروفیل سرعت شکل مناسب بخود بگیرد. این طول بین ۳۰ تا ۳۵ برابر قطر لوله در نظر گرفته می شود [۳۳] (شکل ۵-۴). بنابراین برای مدل سازی زانویی باید قبل از آن لوله مستقیمی بطول ۳۰ تا ۳۵ برابر قطر زانویی در نظر گرفت. بعد از زانویی نیز لوله مستقیم بطول ۳۰ تا ۳۵ برابر قطر زانویی مدل می شود.



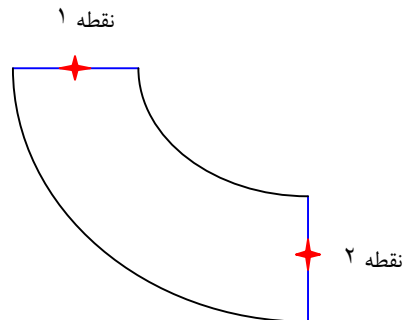
شکل ۵-۴- طول لازم برای ایجاد مناسب پروفیل سرعت

۵-۶ نحوه محاسبه ضریب افت

برای محاسبه ضریب افت از معادله برنولی استفاده می شود. در این حالت دو نقطه یکی در ابتدای زانویی و دیگری در انتهای زانویی قرار می گیرد (شکل ۵-۵).

با توجه به شکل ۵-۵ می توان معادله برنولی را برای دو نقطه ۱ و ۲ بصورت زیر نوشت:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + k \frac{V_2^2}{2g} \quad (2-5)$$



شکل ۵-۵- محاسبه ضریب افت برای زانویی

برای سادگی محاسبات لوله را بصورت افقی مدل می‌شود بنابراین می‌توان معادله بالا را بصورت زیر در نظر گرفت:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + k \frac{V_2^2}{2g} \quad (3-5)$$

با توجه به معادله پیوستگی و اینکه سطح مقطع در ورودی و خروجی برابر است بنابراین می‌توان

عبارات $\frac{V_1^2}{2g}$ و $\frac{V_2^2}{2g}$ را از طرفین حذف نمود:

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + k \frac{V_2^2}{2g} \quad (4-5)$$

سرعت یکنواخت می‌باشد بنابراین رابطه برنولی بصورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = k \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow k = \frac{2g}{V_2^2 \gamma} (P_1 - P_2) = \frac{2}{V_2^2 \rho} (P_1 - P_2) \quad (5-5)$$

۷-۵ نتایج عددی انواع مدل‌های آشفستگی و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

در این قسمت نتایج بدست آمده از نرم‌افزار فلونت بررسی می‌شود. مدل‌های آشفستگی که بکار می‌بریم

عبارتنداز: مدل اسپالارت - آلماراس، انواع مدل‌های $k-\epsilon$ استاندارد، انواع مدل‌های $k-\omega$ ، انواع

مدل‌های تنش رینولدز. با مقایسه جواب‌های بدست آمده از انواع روش‌های آشفته‌گی با جواب‌های آزمایشگاهی می‌توان بهترین روش برای مدل‌سازی جریان آشفته در زانویی را انتخاب کرد. همان‌طور که گفته شد مدل‌سازی‌های انجام شده برای زانویی ۹۰ درجه و ۴۵ درجه و قطر زانویی ۱۰، ۴۰، ۸۰ سانتی‌متر صورت می‌گیرد. در جداول ۳-۵ تا ۵-۱۴ ضریب افت زانویی و درصد خطای بوجود آمده را نشان می‌دهد. برای محاسبه درصد خطا از رابطه زیر استفاده شده است:

$$\text{درصد خطا} = \frac{\text{نتایج آزمایشگاهی} - \text{نتایج عددی}}{\text{نتایج آزمایشگاهی}} \times 100 \quad (۵-۶)$$

در جداول مربوط به درصد خطا بهترین درصد خطا با رنگ قرمز مشخص شده است.

جدول ۵-۳- ضریب افت (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتیمتر، عدد رینولدز

(۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	2.5	4	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras		0.115	0.104	0.127	0.198	0.266
	k-ε	standard	0.115	0.104	0.126	0.198	0.266
		rng	0.115	0.104	0.126	0.198	0.265
		real	0.114	0.103	0.126	0.198	0.264
	k-ω	standard	0.115	0.104	0.127	0.199	0.267
		sst	0.115	0.104	0.127	0.199	0.267
	rsm	linear-pressure	0.116	0.105	0.127	0.200	0.268
		ssg-pressure	0.116	0.105	0.127	0.201	0.268
		omega-based	0.116	0.106	0.127	0.201	0.268

جدول ۵-۴- درصد خطا (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	2.5	4	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras		-4.01	-5.38	-4.64	-4.68	-3.80
	k-ε	standard	-4.23	-5.62	-5.00	-4.72	-3.96
		rng	-4.06	-5.45	-5.01	-4.75	-4.32
		real	-5.24	-6.79	-5.41	-4.89	-4.37
	k-ω	standard	-4.03	-5.27	-4.65	-4.22	-3.48
		sst	-3.93	-5.12	-4.25	-4.20	-3.42
	rsm	linear-pressure	-3.28	-4.28	-4.25	-3.63	-3.20
		ssg-pressure	-3.28	-4.28	-4.25	-3.40	-3.20
		omega-based	-3.03	-4.02	-3.98	-3.28	-3.09

جدول ۵-۵- ضریب افت (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۴۰ سانتیمتر، عدد رینولدز

(۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	2.5	4	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras	0.115	0.104	0.127	0.198	0.266	
	k-ε	standard	0.115	0.104	0.126	0.198	0.266
		rng	0.115	0.104	0.126	0.198	0.265
		real	0.114	0.103	0.126	0.198	0.264
	k-ω	standard	0.115	0.104	0.127	0.199	0.267
		sst	0.115	0.104	0.127	0.199	0.267
	rsm	linear-pressure	0.116	0.105	0.127	0.200	0.268
		ssg-pressure	0.116	0.105	0.127	0.201	0.268
		omega-based	0.116	0.106	0.127	0.201	0.268

جدول ۵-۶- درصد خطا (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۴۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	2.5	4	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras	-4.01	-5.38	-4.64	-4.68	-3.80	
	k-ε	standard	-4.23	-5.62	-5.00	-4.72	-3.96
		rng	-4.06	-5.45	-5.01	-4.75	-4.32
		real	-5.24	-6.79	-5.41	-4.89	-4.37
	k-ω	standard	-4.03	-5.27	-4.65	-4.22	-3.48
		sst	-3.93	-5.12	-4.25	-4.20	-3.42
	rsm	linear-pressure	-3.28	-4.28	-4.25	-3.63	-3.20
		ssg-pressure	-3.28	-4.28	-4.25	-3.40	-3.20
		omega-based	-3.03	-4.02	-3.98	-3.28	-3.09

جدول ۵-۷- ضریب افت (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۸۰ سانتیمتر، عدد رینولدز

(۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	2.5	4	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras		0.115	0.104	0.127	0.198	0.266
	k-ε	standard	0.115	0.104	0.126	0.198	0.266
		rng	0.115	0.104	0.126	0.198	0.265
		real	0.114	0.103	0.126	0.198	0.264
	k-ω	standard	0.115	0.104	0.127	0.199	0.267
		sst	0.115	0.104	0.127	0.199	0.267
	rsm	linear-pressure	0.116	0.105	0.127	0.200	0.268
		ssg-pressure	0.116	0.105	0.127	0.201	0.268
		omega-based	0.116	0.106	0.127	0.201	0.268

جدول ۵-۸- درصد خطا (زانویی ۴۵ درجه، قطر زانویی ۸۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	2.5	4	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras		-4.01	-5.38	-4.64	-4.68	-3.80
	k-ε	standard	-4.23	-5.62	-5.00	-4.72	-3.96
		rng	-4.06	-5.45	-5.01	-4.75	-4.32
		real	-5.24	-6.79	-5.41	-4.89	-4.37
	k-ω	standard	-4.03	-5.27	-4.65	-4.22	-3.48
		sst	-3.93	-5.12	-4.25	-4.20	-3.42
	rsm	linear-pressure	-3.28	-4.28	-4.25	-3.63	-3.20
		ssg-pressure	-3.28	-4.28	-4.25	-3.40	-3.20
		omega-based	-3.03	-4.02	-3.98	-3.28	-3.09

جدول ۵-۹- ضریب افت (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحنا به قطر زانویی (r/D)					
		2	3	5	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras		0.217	0.185	0.210	0.332	0.454
	k-ε	standard	0.216	0.185	0.209	0.326	0.444
		rng	0.216	0.184	0.207	0.324	0.440
		real	0.213	0.183	0.207	0.323	0.442
	k-ω	standard	0.218	0.186	0.210	0.328	0.449
		sst	0.217	0.186	0.211	0.331	0.450
	rsm	linear-pressure	0.213	0.190	0.213	0.337	0.461
		ssg-pressure	0.214	0.190	0.213	0.337	0.461
		omega-based	0.212	0.190	0.214	0.337	0.462

جدول ۵-۱۰- درصد خطا (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۱۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحنا به قطر زانویی (r/D)					
		2	3	5	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras		3.24	-2.58	-2.36	-2.04	-3.98
	k-ε	standard	2.72	-2.57	-2.64	-3.78	-5.95
		rng	3.01	-3.33	-3.67	-4.35	-6.81
		real	1.54	-3.97	-3.84	-4.69	-6.42
	k-ω	standard	3.57	-2.13	-2.29	-3.08	-5.08
		sst	3.41	-2.10	-1.62	-2.38	-4.72
	rsm	linear-pressure	1.64	-0.33	-1.04	-0.55	-2.54
		ssg-pressure	1.87	-0.33	-1.04	-0.56	-2.54
		omega-based	1.06	-0.18	-0.42	-0.40	-2.23

جدول ۵-۱۱- ضریب افت (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۴۰ سانتیمتر، عدد رینولدز

(۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	3	5	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras	0.217	0.185	0.210	0.332	0.454	
	k-ε	standard	0.216	0.185	0.209	0.326	0.444
		rng	0.216	0.184	0.207	0.324	0.440
		real	0.213	0.183	0.207	0.328	0.442
	k-ω	standard	0.218	0.186	0.210	0.331	0.449
		sst	0.217	0.186	0.211	0.337	0.450
	rsm	linear-pressure	0.213	0.190	0.213	0.337	0.461
		ssg-pressure	0.214	0.190	0.213	0.337	0.461
		omega-based	0.212	0.190	0.214	0.337	0.462

جدول ۵-۱۲- درصد خطا (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۴۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	3	5	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras	3.24	-2.58	-2.36	-2.10	-3.98	
	k-ε	standard	2.72	-2.57	-2.64	-3.77	-5.95
		rng	3.01	-3.33	-3.67	-4.35	-6.81
		real	1.54	-3.97	-3.84	-3.08	-6.42
	k-ω	standard	3.57	-2.13	-2.29	-2.38	-5.08
		sst	3.41	-2.10	-1.62	-0.56	-4.72
	rsm	linear-pressure	1.64	-0.33	-1.04	-0.56	-2.54
		ssg-pressure	1.87	-0.33	-1.04	-0.56	-2.54
		omega-based	1.06	-0.18	-0.49	-0.40	-2.23

جدول ۵-۱۳- ضریب افت (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۸۰ سانتیمتر، عدد رینولدز

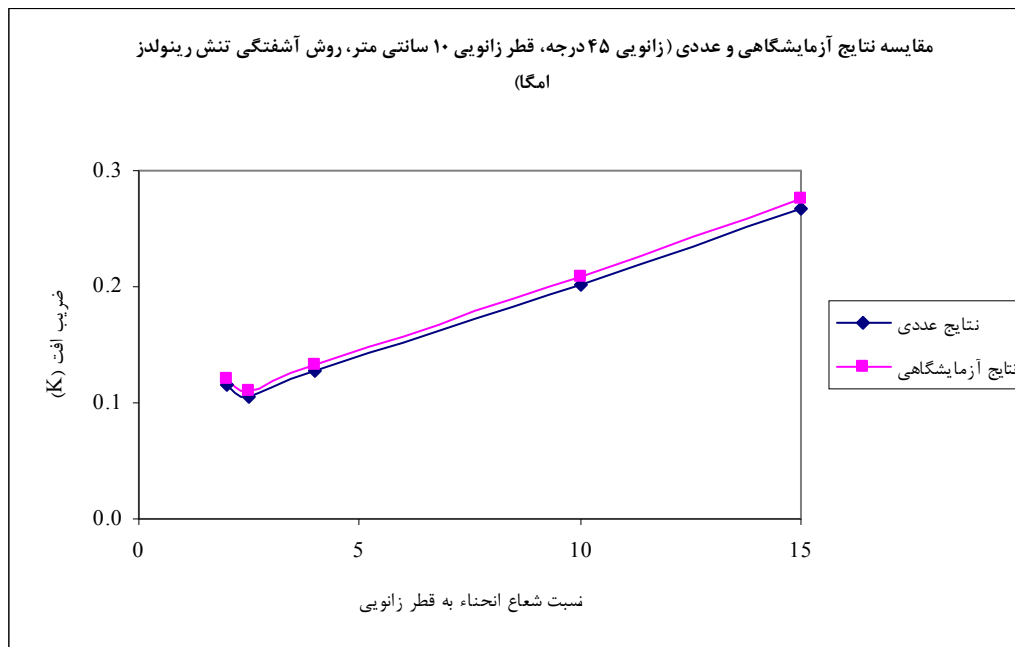
(۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	3	5	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras	0.217	0.185	0.210	0.332	0.454	
	k-ε	standard	0.216	0.185	0.209	0.326	0.444
		rng	0.216	0.184	0.207	0.324	0.440
		real	0.213	0.183	0.207	0.323	0.442
	k-ω	standard	0.218	0.186	0.210	0.328	0.449
		sst	0.217	0.186	0.211	0.331	0.450
	rsm	linear-pressure	0.213	0.190	0.213	0.337	0.461
		ssg-pressure	0.214	0.190	0.213	0.337	0.461
		omega-based	0.212	0.190	0.214	0.337	0.462

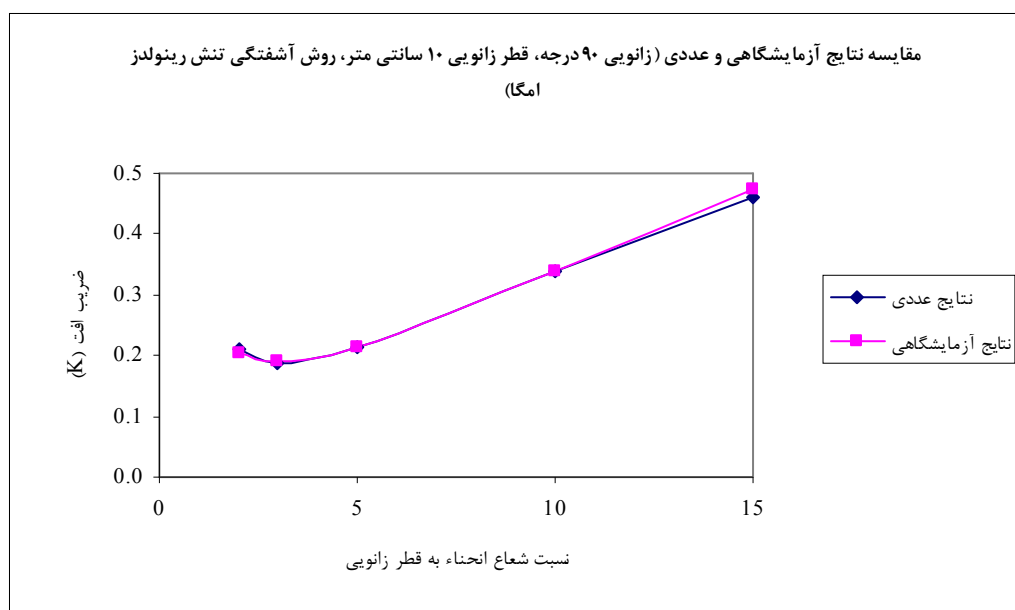
جدول ۵-۱۴- درصد خطا (زانویی ۹۰ درجه، قطر زانویی ۸۰ سانتیمتر، عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰)

		نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی (r/D)					
		2	3	5	10	15	
مدل آشفتگی	spalart-allmaras	3.24	-2.58	-2.36	-2.10	-3.98	
	k-ε	standard	2.72	-2.57	-2.64	-3.77	-5.95
		rng	3.01	-3.33	-3.67	-4.35	-6.81
		real	1.54	-3.97	-3.84	-4.69	-6.42
	k-ω	standard	3.57	-2.13	-2.29	-3.08	-5.08
		sst	3.41	-2.10	-1.62	-2.38	-4.72
	rsm	linear-pressure	1.64	-0.33	-1.04	-0.56	-2.54
		ssg-pressure	1.87	-0.33	-1.04	-0.56	-2.54
		omega-based	1.06	-0.18	-0.49	-0.40	-2.23

برای مقایسه بهتر نتایج آزمایشگاهی و نتایج مدل سازی نتایج را بصورت نمودار مشخص می شود. با توجه به اینکه بهترین روش آشفته گی روش تنش رینولدز امگا می باشد شکل ۵-۶ و ۵-۷ بر اساس روش تنش رینولدز امگا می باشد.



شکل ۵-۶- مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی زانویی ۴۵ درجه



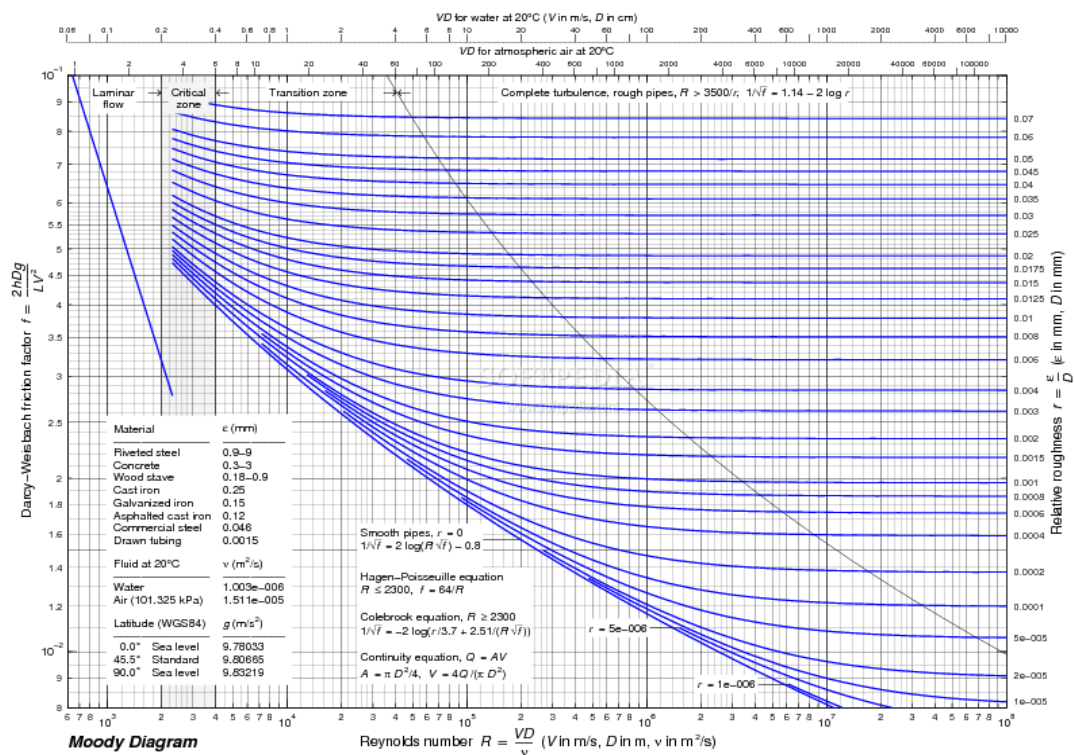
شکل ۵-۷- مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی زانویی ۹۰ درجه

با توجه به نتایج بدست آمده بهترین روش آشفته‌گی برای مدل‌سازی جریان در زانویی و محاسبه مقدار افت روش تنش رینولدز امگا می‌باشد. برای مقایسه نتایج آزمایشگاهی نمودار ۲-۵ با نتایج مدل‌سازی از روش تنش رینولدز امگا استفاده می‌شود. باید دقت کرد که آزمایشات نمودار ۲-۵ در عدد رینولدز بزرگتر از ۲۲۰۰۰۰ انجام گرفته و نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی از ۲ تا ۱۰ تغییر می‌کند. در این کار آزمایشگاهی فقط ضریب افت بر اثر انحناء بیان شده بنابراین باید ضریب افت طولی را از ضریب افت کلی کم کرد.

برای محاسبه افت طولی از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (7-5)$$

در رابطه بالا f ضریب افت بار که تابعی از عدد رینولدز و مشخصات لوله می‌باشد و می‌توان از دیگرام مودی (شکل ۸-۵) بدست آورد. L طول لوله، D قطر لوله، V سرعت می‌باشد.



شکل ۸-۵ - نمودار مودی

برای بدست آوردن ضریب افت بار می توان از رابطه ای که کارمن-پراندل^۱ برای لوله های صاف پیشنهاد کرده اند استفاده کرد. رابطه بصورت زیر می باشد:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10} (\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8 \quad (7-5)$$

مدل سازی عددی برای مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نمودار ۲-۵ برای قطر زانویی ۱۰ و ۶۰ سانتی متر، نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی ۲، ۶، ۱۰ انجام می شود.

نتایج در جداول ۵-۱۵ تا ۵-۲۰ مشخص شده است.

جدول ۵-۱۵- نتایج عددی ضریب افت، مدل آشفتگی تنش رینولدز امگا

$$(D = 10 \text{ cm}, r/D = 2)$$

Re	V _{in} (m/Sec)	Intensity(%)	K _{total}	f	k _{length}	k _{bend}
220000	2.21	3.44	0.199	0.015	0.048	0.151
250000	2.51	3.38	0.198	0.015	0.047	0.151
300000	3.01	3.31	0.196	0.014	0.045	0.151
350000	3.52	3.24	0.195	0.014	0.044	0.151
400000	4.02	3.19	0.193	0.014	0.043	0.150
450000	4.52	3.14	0.192	0.013	0.042	0.150
500000	5.02	3.10	0.192	0.013	0.041	0.150

جدول ۵-۱۶- نتایج عددی ضریب افت مدل آشفتگی تنش رینولدز امگا

$$(D = 60 \text{ cm}, r/D = 2)$$

Re	V _{in} (m/Sec)	Intensity(%)	K _{total}	f	k _{length}	k _{bend}
220000	0.37	3.44	0.199	0.015	0.048	0.151
250000	0.42	3.38	0.198	0.015	0.047	0.151
300000	0.50	3.31	0.196	0.014	0.045	0.151
350000	0.59	3.24	0.195	0.014	0.044	0.151
400000	0.67	3.19	0.193	0.014	0.043	0.150
450000	0.75	3.14	0.192	0.013	0.042	0.150
500000	0.84	3.10	0.192	0.013	0.041	0.150

1) Karman-Prandtl

جدول ۵-۱۷- نتایج عددی ضریب افت، مدل آشفتگی تنش رینولدز امگا

$$(D = 10 \text{ cm}, r/D = 6)$$

Re	V _{in} (m/Sec)	Intensity(%)	K _{total}	f	k _{length}	k _{bend}
220000	2.21	3.44	0.229	0.015	0.145	0.084
250000	2.51	3.38	0.228	0.015	0.141	0.087
300000	3.01	3.31	0.226	0.014	0.136	0.090
350000	3.52	3.24	0.225	0.014	0.132	0.093
400000	4.02	3.19	0.224	0.014	0.129	0.095
450000	4.52	3.14	0.223	0.013	0.126	0.097
500000	5.02	3.10	0.221	0.013	0.124	0.097

جدول ۵-۱۸- نتایج عددی ضریب افت، مدل آشفتگی تنش رینولدز امگا

$$(D = 60 \text{ cm}, r/D = 6)$$

Re	V _{in} (m/Sec)	Intensity(%)	K _{total}	f	k _{length}	k _{bend}
220000	2.21	3.44	0.229	0.015	0.145	0.084
250000	2.51	3.38	0.228	0.015	0.141	0.087
300000	3.01	3.31	0.226	0.014	0.136	0.090
350000	3.52	3.24	0.225	0.014	0.132	0.093
400000	4.02	3.19	0.224	0.014	0.129	0.095
450000	4.52	3.14	0.223	0.013	0.126	0.097
500000	5.02	3.10	0.221	0.013	0.124	0.097

جدول ۵-۱۹- نتایج عددی ضریب افت، مدل آشفتگی تنش رینولدز امگا

$$(D = 10 \text{ cm}, r/D = 10)$$

Re	V _{in} (m/Sec)	Intensity(%)	K _{total}	f	k _{length}	k _{bend}
220000	2.21	3.44	0.335	0.015	0.241	0.094
250000	2.51	3.38	0.334	0.015	0.235	0.099
300000	3.01	3.31	0.333	0.014	0.227	0.106
350000	3.52	3.24	0.332	0.014	0.221	0.111
400000	4.02	3.19	0.331	0.014	0.215	0.116
450000	4.52	3.14	0.330	0.013	0.211	0.119
500000	5.02	3.10	0.329	0.013	0.207	0.122

جدول ۵-۲۰- نتایج عددی ضریب افت، مدل آشفتگی تنش رینولدز امگا

$$(D = 60 \text{ cm}, r/D = 10)$$

Re	V _{in} (m/Sec)	Intensity(%)	K _{total}	f	k _{length}	k _{bend}
220000	2.21	3.44	0.335	0.015	0.241	0.094
250000	2.51	3.38	0.334	0.015	0.235	0.099
300000	3.01	3.31	0.333	0.014	0.227	0.106
350000	3.52	3.24	0.332	0.014	0.221	0.111
400000	4.02	3.19	0.331	0.014	0.215	0.116
450000	4.52	3.14	0.330	0.013	0.211	0.119
500000	5.02	3.10	0.329	0.013	0.207	0.122

۵-۸ بررسی انواع الگوریتم‌های حل توام سرعت-فشار

در فصل چهارم در مورد انواع الگوریتم‌های حل توام سرعت و فشار بحث شد. برای مقایسه

الگوریتم‌های حل توام سرعت و فشار زانویی نود درجه با قطر ۱۰ سانتی‌متر، نسبت شعاع انحناء به

قطر زانویی ۳ و روش آشفتگی رینولدز امگا را مدل می‌شود. نتایج در جدول ۵-۲۱ آورده شده است.

جدول ۵-۲۱- مقایسه الگوریتم‌های حل توام سرعت-فشار

		تعداد گام همگرایی	مقدار افت
نوع الگوریتم حل توام سرعت-فشار	Simple	1021	0.18
	Simplec	1018	0.18
	PISO	1022	0.18

با توجه به جدول ۵-۲۱ می‌توان دریافت که الگوریتم‌های حل توام سرعت-فشار هیچگونه تاثیری در جواب ندارند. تنها تفاوت آنها در تعداد گام‌های همگرایی می‌باشد. که چندان تفاوتی با هم ندارند.

۹-۵ اثر انحناء در ضریب افت

با توجه به دو نمودار شکل ۵-۱ و ۵-۲ دو نوع افت در زانویی وجود دارد.

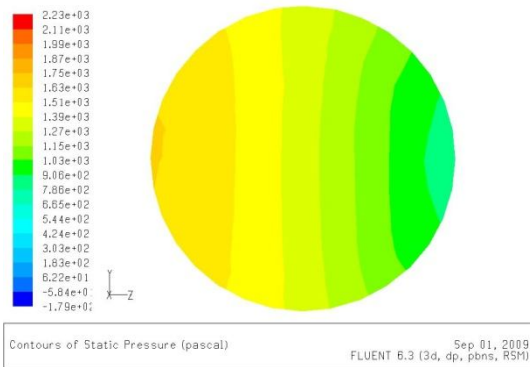
(۱) افت بر اثر انحنای زانویی

(۲) افت بعلت طول لوله (افت طولی)

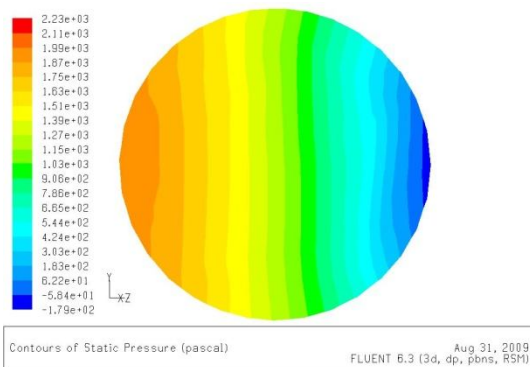
با توجه به نمودار ۵-۲ مشخص می‌شود که هر گاه نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی از ۲ تا ۶ تغییر کند ضریب افت بر اثر انحناء کمتر خواهد شد و هر گاه نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی از ۶ بزرگتر باشد تغییر چندانی ندارد. با توجه به نمودار ۵-۱ و نمودار ۵-۲ می‌توان دریافت بیشترین مقدار افت زمانی که نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی برابر ۲ است بر اثر انحناء می‌باشد و هر چه نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی بزرگتر شود افت طولی موثر خواهد بود.

۱۰-۵ بررسی فشار و سرعت قسمت انحنای خارجی و انحنای داخلی زانویی

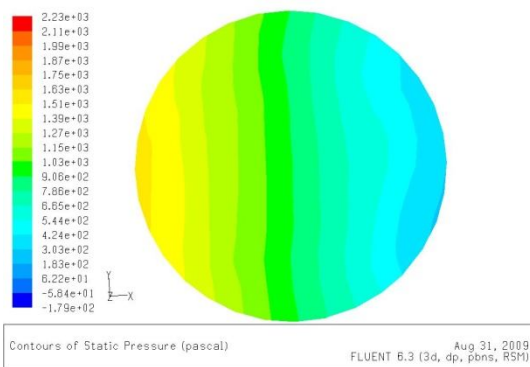
در فصل اول اشاره شد که دلیل اصلی بوجود آمدن افت در زانویی بعلت اختلاف فشاری که در قسمت انحنای خارجی و انحنای داخلی زانویی می‌باشد. برای بررسی این موضوع زانویی نود درجه با قطر زانویی ۱۰ سانتی‌متر و نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی برابر ۲ را در نظر گرفته می‌شود. نتایج روش آشفستگی رینولدز امگا در ابتدا، وسط و انتهای زانویی در شکل ۵-۹ نشان داده شده است.



شکل ۵-۹-الف مقدار فشار در ابتدای زانویی



شکل ۵-۹-ب مقدار فشار در وسط زانویی



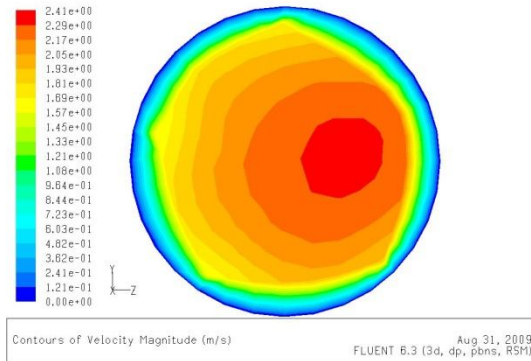
شکل ۵-۹-ج مقدار فشار در انتهای زانویی

شکل ۵-۹-مقدار فشار در ابتدا، وسط و انتهای زانویی

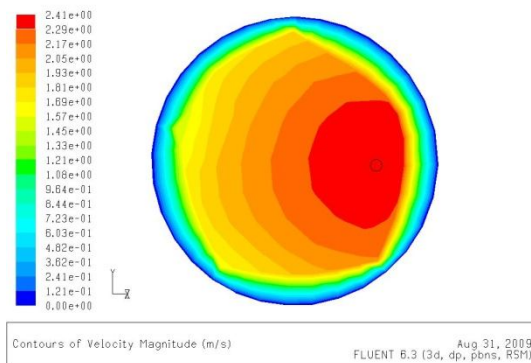
(زانویی نود درجه، $r/D=2$ ، $D=10\text{ cm}$ ، روش آشفته‌گی تنش رینولدز امگا)

مشاهده می‌شود در وسط زانویی اختلاف فشار بین انحنای خارجی و انحنای داخلی بسیار بیشتر از اختلاف فشار انحنای داخلی و انحنای خارجی ابتدا و انتهای زانویی می‌باشد.

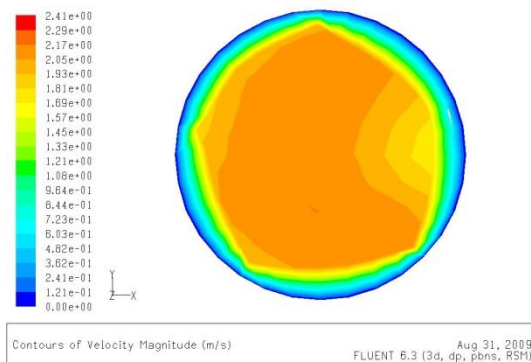
با توجه به رابطه برنولی هر گاه فشار افزایش یابد سرعت کاهش می‌یابد. بنابراین مقادیر سرعت در ابتدا، وسط و انتهای زانویی بصورت شکل ۵-۱۰ می‌باشد.



شکل ۵-۱۰-الف مقدار سرعت در ابتدای زانویی



شکل ۵-۱۰-ب مقدار سرعت در وسط زانویی



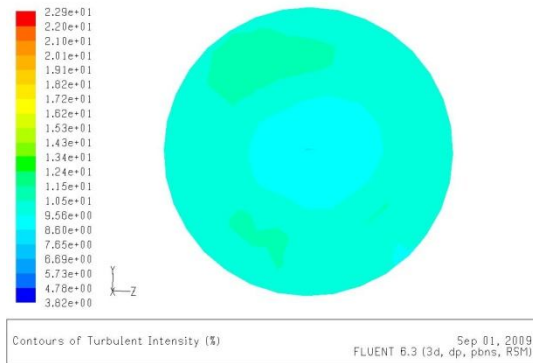
شکل ۵-۱۰-ج مقدار سرعت در انتهای زانویی

شکل ۵-۱۰-د مقدار سرعت در ابتدا، وسط و انتهای زانویی

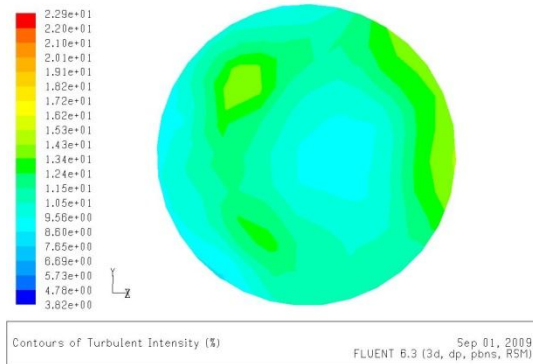
(زانویی نود درجه، $r/D=2$ ، $D=10\text{ cm}$ ، روش آشفتگی تنش رینولدز امگا)

۵-۱۱ تغییرات شدت آشفتگی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی

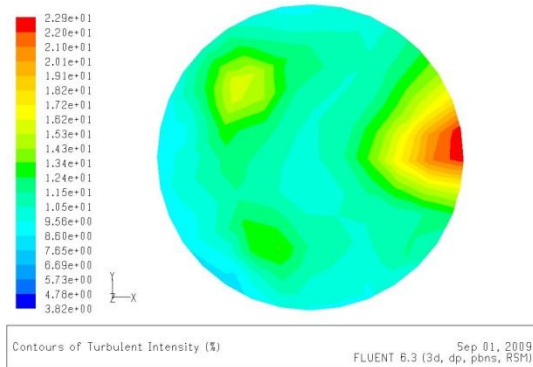
شکل ۵-۱۱ درصد شدت آشفتگی در ابتدا ، وسط و انتهای زانویی را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۱۱-الف درصد شدت آشفتگی در ابتدای زانویی



شکل ۵-۱۱-ب درصد شدت آشفتگی در وسط زانویی



شکل ۵-۱۱-ج درصد شدت آشفتگی در انتهای زانویی

شکل ۵-۱۱-د درصد شدت آشفتگی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی

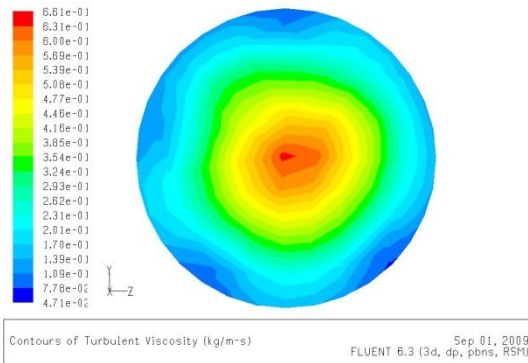
(زانویی نود درجه، $r/D=2$ ، $D=10\text{ cm}$ ، روش آشفتگی تنش رینولدز امگا)

مشاهده می‌شود که در انتهای زانویی درصد شدت آشفتگی بسیار بیشتر از ابتدا و وسط زانویی می‌باشد.

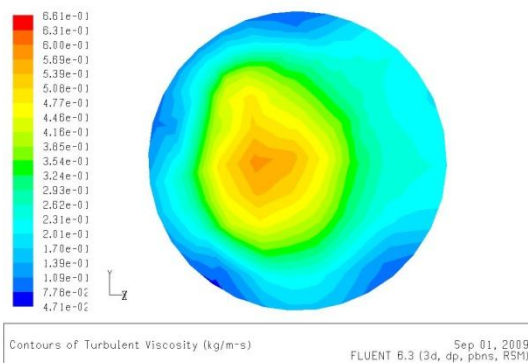
۱۲-۵ تغییرات لزجت گردابی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی

در فصل سوم اشاره شده که لزجت گردابی در مدل تنش رینولدز با استفاده از رابطه ۳-۳۶ بدست

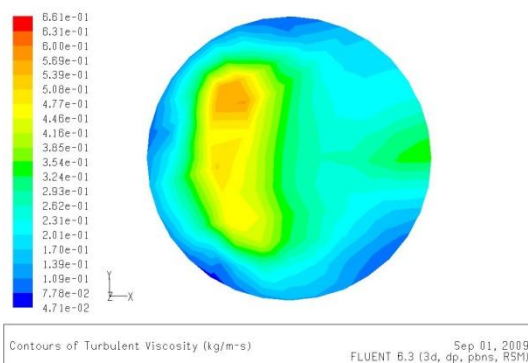
می‌آید. شکل ۱۲-۵ تغییرات لزجت گردابی در ورودی، وسط و انتهای زانویی را بیان می‌کند.



شکل ۱۲-۵-الف لزجت گردابی در ابتدای زانویی



شکل ۱۲-۵-ب لزجت گردابی در وسط زانویی



شکل ۱۲-۵-ج لزجت گردابی در انتهای زانویی

شکل ۱۲-۵- لزجت گردابی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی

(زانویی نود درجه، $r/D=2$ ، $D=10\text{ cm}$ ، روش آشفتگی تنش رینولدز امگا)

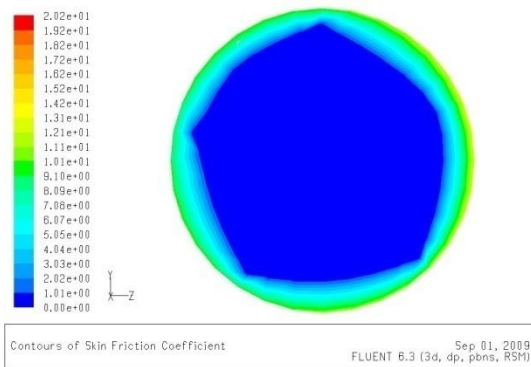
۱۳-۵ تغییرات ضریب اصطکاک برشی

برای بدست آوردن ضریب اصطکاک برشی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

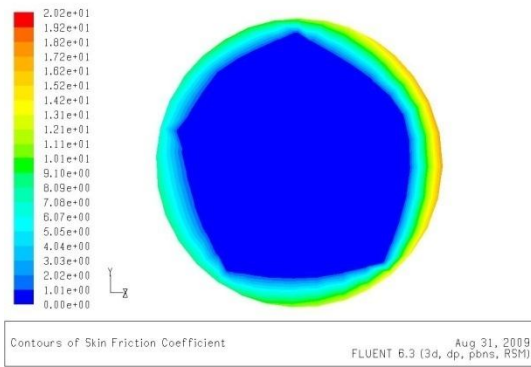
$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho v^2} \quad (۸-۵)$$

که τ_w تنش برشی دیوار، ρ چگالی و v سرعت می‌باشد.

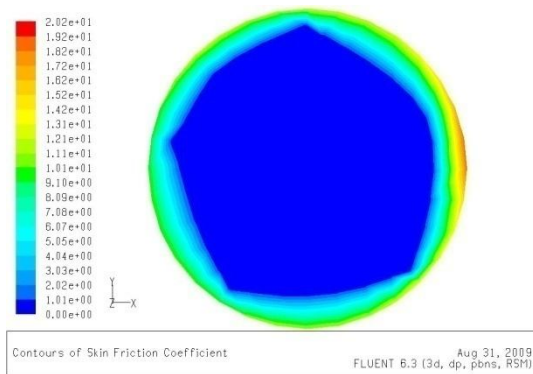
تغییرات ضریب اصطکاک برشی در شکل ۱۳-۵ آورده شده است.



شکل ۱۳-۵-الف ضریب اصطکاک برشی در ابتدای زانویی



شکل ۱۳-۵-ب ضریب اصطکاک برشی در وسط زانویی



شکل ۵-۱۳- ج ضریب اصطکاک برشی در انتهای زانویی

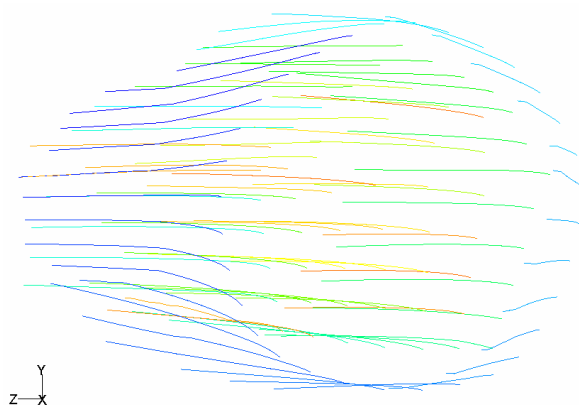
شکل ۵-۱۳- ضریب اصطکاک برشی در ابتدا، وسط و انتهای زانویی

(زانویی نود درجه، $r/D=2$ ، $D=10\text{ cm}$ ، روش آشفتگی تنش رینولدز امگا)

مشاهده می‌شود که ضریب اصطکاک برشی در وسط زانویی و انحنای داخلی بیشتر از ضریب اصطکاک برشی در قسمت‌های دیگر می‌باشد. که این ضریب اصطکاک برشی باعث افت در زانویی می‌شود.

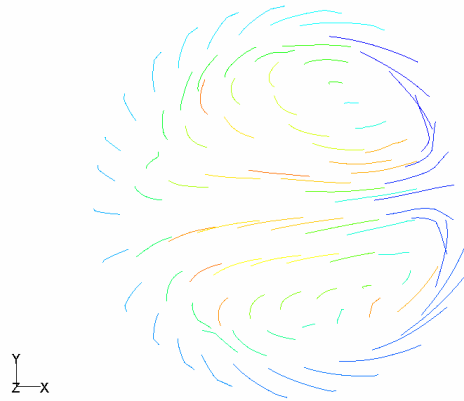
۵-۱۴ بررسی گرداب‌های مضاعف

یکی از دلایل ایجاد افت در زانویی بوجود آمدن گرداب‌های مضاعف می‌باشد. برای درک بهتر این موضوع خطوط جریان در ابتدای انحناء و انتهای انحناء بترتیب در شکل‌های ۵-۱۴ و ۵-۱۵ ترسیم شده است.



شکل ۵-۱۴- خطوط جریان در ابتدای زانویی

(زانویی نود درجه، $r/D=2$ ، $D=10\text{ cm}$ ، روش آشفتگی تنش رینولدز امگا)



شکل ۵-۱۵- خطوط جریان در انتهای زانویی

(زانویی نود درجه، $r/D=2$ ، $D=10\text{ cm}$ ، روش آشفتگی تنش رینولدز امگا)

همان طور که مشاهده می شود در قسمت انتهای زانویی جریان گردابی بوجود می آید که دلیل آن اختلاف فشار بین قسمت انحنای داخلی و قسمت انحنای خارجی زانویی می باشد.

فصل ششم

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۱-۶ نتیجه گیری

با توجه به نتایج بدست آمده از روش‌های عددی و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی می‌توان به نتایج زیر رسید:

- (۱) همان طور که مشاهده شد با توجه به درصد خطای کم بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج عددی، روش‌های عددی می‌تواند جایگزینی مناسب برای مدل‌سازی جریان آشفته در زانویی و محاسبه ضریب افت فشار باشد. که موجب کاهش هزینه و صرفه جویی زمان خواهد شد.
- (۲) در میان روش‌های آشفتگی مناسب‌ترین آن روش تنش رینولدز امگا می‌باشد. هر چند که استفاده از این روش نسبت به بقیه روش‌ها زمان بیشتری می‌گیرد اما نسبت به هزینه و زمان انجام کارهای آزمایشگاهی خیلی ناچیز می‌باشد.
- (۳) با توجه به نتایج عددی و آزمایشگاهی می‌توان دریافت که ضریب افت هیچگونه ارتباطی با قطر زانویی ندارد بلکه به نسبت شعاع انحنای زانویی به قطر زانویی بستگی دارد. البته در این تحقیق اثرات زبری لوله مورد بررسی قرار نگرفته است.
- (۴) تغییرات ضریب افت در زانویی با توجه به عدد رینولدز زیاد مشهود نیست. یعنی با تغییرات عدد رینولدز ضریب افت در زانویی چندان تغییر نمی‌یابد.
- (۵) در نمودارهای مربوط به ضریب افت مشاهده شد که حداقل افت زانویی ۹۰ درجه زمانی رخ می‌دهد که نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی برابر ۳ و حداقل افت زانویی ۴۵ درجه در نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی برابر ۲/۵ باشد. که هم نتایج آزمایشگاهی و هم نتایج عددی تایید کننده این مطلب است.
- (۶) در زانویی دو نوع افت، افت طولی و افت بر اثر انحناء وجود دارد. با توجه به نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی در زانویی ۹۰ درجه هر گاه نسبت شعاع انحناء به قطر زانویی از ۲ تا ۶ تغییر یابد افت بر اثر انحناء بسیار بیشتر از افت طولی خواهد شد اما از نسبت ۶ به بعد افت بر اثر انحناء تقریباً ثابت می‌ماند و افت طولی تاثیر بسیار بیشتری دارد.

۲-۶ پیشنهادات

در این تحقیق زانویی بدون زبری مورد بررسی قرار گرفت و می‌توان با توجه به در دسترس بودن نتایج آزمایشگاهی زانویی با زبری روش‌های عددی را در این مورد بررسی قرار گیرد.

با توجه به اینکه زانویی دارای زوایای مختلفی می‌باشد و در این تحقیق زانویی ۹۰ و ۴۵ درجه مورد بررسی قرار گرفت انجام تحقیق در مورد بقیه زوایا می‌تواند موضوع مناسبی باشد.

همان‌طور که در فصل اول اشاره شد برای کم کردن افت می‌توان پره‌های در وسط زانویی قرار داد و هرچه به قسمت انحنای داخلی نزدیک باشد از مقدار افت کاسته می‌شود. این نیز می‌تواند موضوعی برای تحقیق در مورد بررسی افت در زانویی باشد. بدین ترتیب که بهترین موقعیت پره و اندازه پره را می‌توان مورد بررسی قرار داد. البته برای اطمینان از نتایجی که بوسیله روش‌های عددی بدست می‌آید باید با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرد.

منابع:

۱. محمد حسین حامدی، ۱۳۸۰، "هیدرولیک لوله‌ها"، چاپ اول، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران.
۲. محمد کریم بیرامی، ۱۳۷۶، "سازه‌های انتقال آب"، چاپ اول، مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان، تهران.
3. Young Don Choi & Gun Hye Lee, (1998), "Measurement of development turbulent flow in a U-bend of circular cross-section", Journal of mechanical science and technology, ISSN 173-494X, PP.348-359.
4. Moira E. Martin & E. C. Deverson, (1960), "The Effect of Bend Outlet Conditions on the Pressure Losses in Bent Circular Pipes", Report No 505, Department of Engineering, Cambridge University, A.R.C. Technical Report.
5. Arvind Kumar & Deo Raj & Umesh Kumar, (2008), "Bend pressure drop experiments compared with Fluent", In: Proceedings of the Institution of Civil Engineers, India, PP 35-42.
6. K. Sudo & M. Sumida & H. Hibara, (1998), "Experimental investigation on turbulent flow in a circular-sectioned 90-degree bend", Journal of Experimental in fluids, Springer Berlin/Heidelberg, Volume 25, Number 1, PP 42-49.
7. L. Friedel & A. Azzi & S. Belaadi, (2000), "Two-phase gas/liquid flow pressure loss in bends", Journal of Forschung im Ingenieurwesen, Springer Berlin/Heidelberg, Volume 65, PP 309-318.
8. Feng Tong & Chien Wei-zan & Sun Hou-jun, (1991), "The numerical simulation of turbulent flows of newtonian and a sort of non-newtonian fluid in 180-degree square sectioned bend", Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Springer Netherlands, Volume 12, PP 1-11.
9. H. Tennekes & J. Lumley, (1972), "A First Course in Turbulence", The MIT press Cambridge-Massachusetts.
10. J.O. Hinze, (1975), "Turbulence". McGraw-Hill Publishing Co., New York.
11. B. E. Launder & D. B. Spalding, (1972), "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, London, England.

12. D. Choudhury, (1993) "*Introduction to the Renormalization Group Method and Turbulence Modeling*", Fluent Inc. Technical Memorandum TM-107.
13. T.-H. Shih & W. W. Liou & A. Shabbir & Z. Yang & J. Zhu, (1995) "*A New k - ε Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation*", Computers Fluids 24(3):227-238.
14. W. C. Reynolds, (1987), "*Fundamentals of turbulence for turbulence modeling and simulation*", Lecture Notes for Von Karman Institute Agard Report No. 755.
15. S.-E. Kim & D. Choudhury & B. Patel, (1997), "*Computations of Complex Turbulent Flows Using the Commercial Code FLUENT*", In Proceedings of the ICASE/LaRC/AFOSR Symposium on Modeling Complex Turbulent Flows, Hampton, Virginia.
16. B. E. Launder & D. B. Spalding, (1974), "*The Numerical Computation of Turbulent Flows*", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3:269-289.
17. B. J. Daly & F. H. Harlow, (1970), "*Transport Equations in Turbulence*", Phys. Fluids 13:2634-2649.
18. F. S. Lien & M. A. Leschziner, (1994), "*Assessment of Turbulent Transport Models Including Non-Linear RNG Eddy-Viscosity Formulation and Second-Moment Closure*", Computers and Fluids, 23(8):983-1004.
19. M. M. Gibson & B. E. Launder, (1978), "*Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer*", J. Fluid Mech., 86:491-511.
20. S. Fu & B. E. Launder & M. A. Leschziner, (1987), "*Modeling Strongly Swirling Recirculating Jet Flow with Reynolds-Stress Transport Closures*", In Sixth Symposium on Turbulent Shear Flows, Toulouse, France.
21. B. E. Launder, (1989), "*Second-Moment Closure and Its Use in Modeling Turbulent Industrial Flows*", International Journal for Numerical Methods in Fluids 9:963-985.
22. B. E. Launder, (1989), "*Second-Moment Closure: Present... and Future?*", Inter. J. Heat Fluid Flow, 10(4):282-300.

23. B. E. Launder & N. Shima, (1989), "Second-Moment Closure for the Near-Wall Sublayer: Development and Application", AIAA Journal 27(10):1319-1325.
24. C. G. Speziale & S. Sarkar & T. B. Gatski, (1991), "Modelling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: An Invariant Dynamical Systems Approach", J. Fluid Mech, 227:245-272.
25. S. Sarkar & L. Balakrishnan, (1990), "Application of a Reynolds-Stress Turbulence Model to the Compressible Shear Layer", ICASE Report 90-18, NASA CR 182002.
26. S.-E. Kim & D. Choudhury, (1995) "A Near-Wall Treatment Using Wall Functions Sensitized to Pressure Gradient", In ASME FED Vol. 217, Separated and Complex Flows, ASME.
27. T. Jongen , (1992), "Simulation and Modeling of Turbulent Incompressible Flows", PhD thesis, EPF Lausanne, Lausanne, Switzerland.
28. H. C. Chen & V. C. Patel, (1988), "Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation", AIAA Journal, 26(6):641-648.
29. B. Kader, (1981), "Temperature and Concentration Profiles in Fully Turbulent Boundary Layers". Int. J. Heat Mass Transfer, 24(9):1541-1544.
30. P. Huang & P. Bradshaw & T. Coakley, (1993), "Skin Friction and Velocity Profile Family for Compressible Turbulent Boundary Layers". AIAA Journal, 31(9):1600-1604.
۳۱. ورستیگ و مالالاسکرا، (۱۳۷۹)، "مقدمه‌ای بر دینامیک سیالات محاسباتی"، شجاعی فرد م، نورپور هشترودی ع، چاپ اول، مرکز انتشارات دانشگاه علم و صنعت، تهران.
32. Fluent 6.2 User's Guide, (January 2005).
۳۳. قاهری ع، (۱۳۶۷)، "مکانیک سیالات محاسباتی"، چاپ اول، انتشارات گلايول، تهران.

Abstract

In the recent years, Computational Fluid Dynamics (CFD) is extensively used for solution of hydraulic engineering problems. A large number of hydraulic problems have been solved using CFD, such as problems in complex flows in closed pipes. Physical modeling is more expensive in both time costs and also has some limitations in comparison with CFD. There are some commercial, general purpose CFD programs for solution of fluid flows. FLUENT is one of the most famous CFD programs for solution of hydraulic engineering problems which can be used for a vast variety of flows.

In this study, loss coefficients in bends are computed, by modeling turbulent flow using FLUENT Software. Different turbulence models were used and the best model was determined by comparing numerical and experimental results. Two sets of experimental results were available. In the first set, Reynolds number were 200000 for 45° and 90° bends and radius of bend over diameter of pipe (r/d) from 2 to 15 and for smooth pipe. In the second set Reynolds number were more than 220000 for 90° bend and r/D from 2 to 10 and for smooth pipes. For both sets comparison between numerical and experimental results were carried out.

The results of this research showed that, the FLUENT Code is able to simulate flows in the bends and also the best turbulence model for determining loss coefficient of bends was Low-Re Stress-Omega. In addition, it was found that the loss coefficient of bend had no relation with bend diameter and it only was a function of r/D .

Key words: Computational Fluid Dynamics, Fluent, loss coefficient, bend.



Shahrood University of Technology

Faculty: Civil engineering

**Comparision of Experimental and Numerical Modeling of Flow Losses
in a Bend**

Reza Maghssodi

Supervisor:

Dr Ramin Amini

September 2009