

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده عمران و معماری

گروه مهندسی عمران - گرایش سازه‌های هیدرولیکی

بررسی پدیده جدایی ستون مایع در جریان‌های غیرماندگار

دانشجو : علی مجد

استاد راهنما

دکتر احمد احمدی

اساتید مشاور

دکتر بهروز حسنی

مهندس علیرضا کرامت

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

تیر ماه ۸۸

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده عمران و معماری

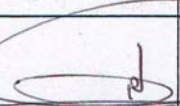
گروه مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای علی مجد

تحت عنوان: بررسی پدیده جدایی ستون مایع در جریان‌های غیرماندگار

در تاریخ ۸۸/۴/۲۷ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با

درجه عالی مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی : دکتر بهروز حسینی		نام و نام خانوادگی : دکتر احمد احمدی
	نام و نام خانوادگی : مهندس علیرضا کرامت		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نمایندة تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی : عباس محمدی		نام و نام خانوادگی : دکتر سید فضل الله ساعروانی
			نام و نام خانوادگی : دکتر رامین امینی

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم که همواره بزرگترین مشوق و پشتیبان من بوده‌اند.

## تشکر و قدردانی

از زحمات استاد ارجمند جناب آقای دکتر احمد احمدی که مرا در این پژوهش، راهنمایی و مساعدت نمودند، کمال تشکر را دارم. همچنین از استاد ارجمند جناب آقای دکتر بهروز حسنی که زحمت مشاوره این پایان نامه را به عهده داشتند سپاس گزارم. ضمناً از همکاری صمیمانه آقای مهندس علیرضا کرامت مراحل قدردانی خود را اعلام می‌دارم.

به علاوه از تمامی دوستان گرامی که مرا در انجام این پایان نامه یاری نمودند صمیمانه تشکر می‌نمایم.

## تعهد نامه

اینجانب **علی مجد** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران - گرایش سازه‌های هیدرولیکی دانشکده عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **بررسی پدیده جدایی ستون مایع در جریان‌های غیرماندگار تحت راهنمایی دکتر احمد احمدی** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام << دانشگاه صنعتی شاهرود >> و یا << shahrood university of technology >> به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیر گذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.
- 

تاریخ:

امضای دانشجو

### مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه / رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

## چکیده

در مباحث مربوط به تحلیل شبکه‌های لوله که در برگیرنده شبکه‌های آبرسانی، شبکه‌های صنعتی و تاسیساتی، نیروگاه‌های آبی و هسته‌ای و غیره می‌باشد تحت شرایطی همچون بستن سریع شیر، از کار افتادن پمپ‌ها و توربین‌ها وضعیت جریان سیال درون شبکه به شدت تحت تاثیر قرار گرفته و از حالت ماندگار خارج می‌گردد. هنگامی که جریان‌های غیر ماندگار در شبکه ایجاد شود مشخصات جریان مانند سرعت و فشار، تغییرات بسیار سریع و قابل توجه‌ای را نسبت به زمان خواهند داشت. که سبب می‌شود در بعضی نقاط شبکه فشارهای قابل توجهی ایجاد گردد.

در صورتی که این تغییرات سبب کاهش فشار به مقداری کمتر از فشار بخار سیال گردد، سیال درون لوله تبخیر شده و در واقع از فاز مایع به فاز گازی تغییر خواهد کرد که باعث ایجاد پدیده جدایی ستون مایع می‌گردد و در این صورت دیگر معادلات استاندارد ضربه قوچ برقرار نمی‌باشند. در این حالت ممکن است حفره‌های بخار و یا نواحی سیالی- بخاری گسترده تشکیل شوند که هر کدام از آن‌ها شرایط و معادلات متفاوتی را ایجاد می‌کند. جهت تحلیل و شبیه سازی این پدیده مدل‌های مختلفی بر اساس استفاده از روش تفاضل محدود و خطوط مشخصه شامل مدل حفره‌ای بخاری گسسته و مدل گازی حفره‌ای گسسته و مدل کاویتاسیون وجه مشترک تعمیم یافته ارائه گردیده است. در این پایان نامه شرح انواع کاویتاسیون و مدل‌های ریاضی و عددی همراه با جزئیات آن مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. و در نهایت جهت بهبود مدل‌های عددی اصلاحاتی در این مدل‌های صورت گرفته است.

کلمات کلیدی: جریان غیرماندگار، جدایی ستون مایع، روش خطوط مشخصه

## فهرست

۱	فصل اول مقدمه	۱
۴	فصل دوم پیشینه و کلیات	۲
۵	۲-۱ مقدمه	
۷	۲-۲ ضربه قوچ، جدایی ستون مایع و کاویتاسیون	
۸	۱-۲-۲ تاریخچه ضربه قوچ	
۹	۲-۲-۲ اولین مشاهدات، فشارهای کم در هنگام ضربه قوچ	
۱۰	۳-۲ کاویتاسیون بخاری	
۱۲	۱-۳-۲ حفره بخار محلی	
۱۳	۲-۳-۲ حفره‌های بخار میانی	
۱۵	۳-۳-۲ کاویتاسیون بخاری گسترده یا جریان دو فازی (حبابی)	
۱۸	۴-۲ کاویتاسیون گازی	
۲۰	۵-۲ پیشینه فشار ایجاد شده در اثر متلاشی شدن حفره	
۲۷	۶-۲ شدت و مقدار کاویتاسیون	
۳۱	فصل سوم معادلات اساسی حاکم	۲
۳۲	۱-۳ مقدمه	
۳۵	۲-۳ معادلات ضربه قوچ	
۳۶	۱-۲-۳ معادله پیوستگی ضربه قوچ	
۴۲	۲-۲-۳ معادله حرکت ضربه قوچ	
۴۴	۳-۳ معادلات جریان دو فازی برای مخلوط همگن سیال و حباب‌های بخار-سیال	
۴۵	۱-۳-۳ معادله پیوستگی برای مخلوط بخار سیال	
۴۸	۲-۳-۳ معادله حرکت برای مخلوط بخار-سیال	



۴-۳	معادلات ضربه برای تراکم مخلوط بخار-سیال و بازگشت به فاز سیال	۵۰
۱-۴-۳	معادله پیوستگی برای پیشانی موج ضربه	۵۲
۲-۴-۳	معادله حرکت برای پیشانی موج ضربه	۵۵
۵-۳	معادلات حفره بخار گسسته	۵۸
۴	فصل چهارم مدل سازی عددی	۶۱
۱-۴	مقدمه	۶۲
۲-۴	روش خطوط مشخصه برای حل معادلات ضربه قوچ	۶۲
۳-۴	مدل های تک حفره ایی گسسته	۶۵
۴-۴	مدل حفره ایی بخار گسسته (DVCM)	۶۷
۱-۴-۴	شرح عددی مدل عددی	۶۸
۲-۴-۴	اصلاح و بهبود مدل حفره ایی	۷۰
۵-۴	مدل حفره ایی گازی گسسته (DGCM)	۷۲
۱-۵-۴	مخلوط گاز و سیال در لوله های الاستیک	۷۳
۲-۵-۴	سرعت انتشار موج	۷۷
۳-۵-۴	معادلات اساسی	۸۰
۴-۵-۴	شرح جزییات مدل عددی	۸۱
۶-۴	مدل وجه مشترک کاویتاسیون بخاری تعمیم یافته (GIVCM)	۸۶
۱-۶-۴	روش خطوط مشخصه برای معادلات ضربه قوچ	۸۷
۲-۶-۴	انتگرال گیری تحلیلی و عددی از معادلات جریان دو فازی	۸۸
۳-۶-۴	حل تداخلی معادلات ضربه	۹۱
۴-۶-۴	انتگرال عددی معادله پیوستگی حفره گسسته	۹۴
۵-۶-۴	جزییات مدل سازی در حل عددی	۹۵
۵	فصل پنجم مقایسه و تحلیل نتایج عددی و آزمایشگاهی	۱۰۳
۱-۵	مقدمه	۱۰۴

۱۰۵	.....	مدل آزمایشگاهی مرجع	۲-۵
۱۰۸	.....	نتایج عددی و مقایسه و تحلیل آن‌ها	۳-۵
۱۱۶	.....	بهبود مدل جدایی ستون مایع	۱-۳-۵
۱۱۸	.....	فصل ششم خلاصه، نتیجه گیری، پیشنهادات	۶
۱۱۹	.....	خلاصه	۱-۶
۱۱۹	.....	نتیجه گیری	۲-۶
۱۲۰	.....	پیشنهادات	۳-۶

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۲ فشار ثبت شده جدایی ستون ..... ۱۰
- شکل ۲-۲ خطوط نقطه چین: هد بخار، خطوط خط چین نازک: هد حالت پایدار ..... ۱۹
- شکل ۳-۲ تشکیل یک پیک فشاری دوره کوتاه ..... ۲۲
- شکل ۴-۲ نتایج آزمایشگاهی نشان دهنده پالس‌های فشاری کوتاه مدت ..... ۲۷
- شکل ۵-۲ هد ماکزیمم محاسبه شده در شیر به عنوان تابعی از سرعت اولیه ..... ۲۹
- شکل ۱-۳ حجم کنترل برای معادلات ضربه قوچ ..... ۳۶
- شکل ۲-۳ حجم کنترل ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده، برای معادلات جریان دو فازی ..... ۴۶
- شکل ۳-۳ حجم کنترل برای معادلات ضربه ..... ۵۱
- شکل ۴-۳ حفره بخار گسسته در طول لوله ..... ۶۰
- شکل ۱-۴ خطوط شبکه مشخصه در صفحه  $x-t$  ..... ۶۴
- شکل ۲-۴ نتایج تئوری و آزمایشی جدایی ستون در سیستم شیر، لوله، مخزن ..... ۶۷
- شکل ۳-۴ طرح شماتیک برای مدل حفره‌ای گسسته ..... ۶۸
- شکل ۴-۴ سرعت موج برای مخلوط آب و هوا  $(K_l/E)(D/e)=1$  ..... ۷۹
- شکل ۵-۴ سرعت موج برای مخلوط آب و هوا  $(K_l/E)(D/e)=0.263$  ..... ۷۹
- شکل ۶-۴ حجم گاز آزاد گسسته در طول لوله ..... ۸۲
- شکل ۷-۴ شبکه ضربدری و حجم‌های گاز در مقاطع داخلی ..... ۸۴
- شکل ۸-۴ حرکت پیشانی موج ضربه در محدوده محاسباتی ..... ۹۲
- شکل ۹-۴ فلوجارت روش عددی ..... ۹۷
- شکل ۱۰-۴ تشکیل کاویتاسیون و موج ضربه در یک لوله افقی ..... ۱۰۰
- شکل ۱-۵ طرح سیستم آزمایشگاهی ..... ۱۰۶
- شکل ۲-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش  $DVCM$  و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$  .. ۱۰۹
- شکل ۳-۵ نمودار فشار در گره میانی به روش  $DVCM$  و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$  .. ۱۰۹

- شکل ۴-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *DGCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$  .. ۱۱۰
- شکل ۵-۵ نمودار فشار در گره میانی به روش *DGCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$  .. ۱۱۰
- شکل ۶-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *GICVM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$  . ۱۱۱
- شکل ۷-۵ نمودار فشار در گره میانی به روش *GICVM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$  . ۱۱۱
- شکل ۸-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *DVCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 1.4$  ..... ۱۱۳
- شکل ۹-۵ نمودار فشار در محل گره میانی به روش *DVCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 1.4$  .... ۱۱۴
- شکل ۱۰-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *DGCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 1.4$  ..... ۱۱۴
- شکل ۱۱-۵ نمودار فشار در محل گره میانی به روش *DGCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 1.4$  .. ۱۱۵
- شکل ۱۲-۵ اثر تعداد گره ها در نمودار فشار در محل شیر ..... ۱۱۶
- شکل ۱۳-۵ مقایسه فشارها در محل شیر و نقطه میانی  $V_0 = 0.3$  به روش *DVCM* و روش اصلاح شده . ۱۱۷

## فهرست جداول

جدول ۱-۵ مشخصات لوله مورد آزمایش ..... ۱۰۵

جدول ۲-۵ مشخصات سیال (آب) ..... ۱۰۶

فصل اول

مقدمه

در بحث پیرامون تحلیل و طراحی شبکه‌های لوله که در سیستم‌های آبرسانی، نیروگاه‌های آبی، تاسیسات صنعتی و ... به کار می‌روند مبحثی مهم و گاه کنترل کننده تحت عنوان جریان‌های غیرماندگار وجود دارد. این پدیده که ضربه قوچ نامیده می‌شود به دنبال بسته شدن سریع شیر، از کار افتادن پمپ‌ها و اختلال در کار توربین‌ها و ... ایجاد می‌گردد. که در نتیجه آن در مشخصات سیستم از قبیل فشار و سرعت تغییرات بسیار ناگهانی و قابل توجه‌ای رخ می‌دهد. این تغییرات که معمولاً به صورت نوسانی ظاهر می‌شوند و طی آن با توجه به شرایط موجود اندازه فشار سیال بین یک مقدار بیشینه و یک مقدار کمینه نوسان می‌کند. معادلات حاکم بر این شرایط روابط معروف ضربه قوچ می‌باشند که عموماً به روش خطوط مشخصه تحلیل می‌گردند. حال چنانچه فشار کمینه به وجود آمده از فشار بخار سیال کمتر شود در آن ناحیه، سیال تغییر فاز خواهد داد و از فاز مایع تبدیل به فاز گاز خواهد شد. به این پدیده به دلیل اینکه سیال درون لوله همانند یک ستون عمل می‌کند به آن جدایی ستون مایع<sup>1</sup> گفته می‌شود.

کاویتاسیون ایجاد شده به دو دسته عمده‌ی کاویتاسیون بخاری و کاویتاسیون گازی تقسیم بندی می‌شود چنانچه سیال حاوی گاز آزادی به غیر از بخار سیال باشد آن را کاویتاسیون گازی و در غیر این صورت آن را کاویتاسیون بخاری گویند. در این پایان نامه پدیده مذکور از دید ماکروسکوپیکی بررسی می‌شود و دیدگاه میکروسکوپیکی آن مد نظر نمی‌باشد. زمانی که فشار سیال کمتر از فشار بخار شود کاویتاسیون به دو صورت کلی تشکیل می‌شود اول به صورت محلی و در یک ناحیه کوچک، دوم به صورت گسترده در طول لوله. در هر کدام از حالتی که به آن اشاره شد متناسب با فیزیک مسئله روابط مختلفی بر آن حاکم می‌باشد. که این روابط و معادلات مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در ادامه

---

<sup>1</sup> *Liquid column separation*

---

روش‌های عددی موجود برای تحلیل این پدیده آورده شده‌اند که به تفصیل در مورد آن بحث و الگوریتم‌های آن شرح داده شده‌اند.

هدف از انجام این پایان نامه بررسی این پدیده و تشریح حالت‌های مختلف آن است که مبانی آن در فصل دوم توضیح داده شده است. در فصل سوم فرضیات به کار رفته در معادلات اساسی حاکم و نحوه به دست آوردن آن‌ها آورده شده است. در فصل چهارم روش‌های مختلف عددی که برای مدل سازی جدایی ستون به کار می‌روند بحث شده‌اند. در فصل پنجم مروری کوتاه بر آزمایشات صورت گرفته، شده و مدلی آزمایشگاهی برای مقایسه نتایج معرفی شده است در ادامه این فصل نتایج مدل‌های عددی و آزمایشگاهی با هم مقایسه شده‌اند. و در نهایت در فصل ششم جمع بندی، نتیجه گیری و پیشنهاداتی جهت ادامه کار آورده شده است.



فصل دوم

۲ پیشینه و کلیات

## ۲-۱- مقدمه

لوله‌هایی که در شبکه‌های آبرسانی، آبیاری، نیروگاه‌های آبی، نیروگاه‌های هسته‌ای و تاسیسات صنعتی نصب می‌شوند باید سیالات را به طور ایمن و اقتصادی جابجا کنند. سیستم‌های هیدرولیکی در محدوده گسترده‌ای از پارامترها و متغیرها می‌بایست به خوبی عمل کنند. این در حالی است که کوچکترین تغییری در سرعت باعث تغییر در فشار خواهد شد. خاموش شدن ناگهانی پمپ‌ها و یا بستن سریع شیرها سبب خواهد شد که تغییرات زیادی در فشار ایجاد شود، همچنین باعث تشکیل حفره<sup>۱</sup> محلی، کاویتاسیون گسترده، نوسانات شدید در سیستم سازه‌ای و هیدرولیکی و نوسانات قابل توجهی در سیال در حال انتقال شود. به ویژه در صورتی که پدیده جدایی ستون مایع اتفاق افتد ضربات شدیدی بر سیستم و تاسیسات زیر مجموعه سیستم وارد خواهد شد. در اثر متلاشی شدن حفره‌های بخار ممکن است فشارهای زیادی با شیب زیاد در پیشانی موج ایجاد گردد که در کاربردهای عملی از اهمیت زیادی برخوردار است.

برای درک بهتر این پدیده می‌توان آن را با شکست یک میله مقایسه نمود [۱]. بدین طریق که با فرض سیال موجود درون لوله که به مانند یک ستون عمل می‌نماید، که ایجاد و متلاشی شدن حفره بخار در سیال مشابه شکستن و برخورد ستون جدا شده می‌باشد. اما عملاً هدف کلی طراحان جلوگیری از ایجاد جدایی ستون می‌باشد و طرح‌های خود را به گونه‌ای ارائه می‌دهند که امکان وقوع آن نباشد. البته مارتین<sup>۲</sup> در گزارشاتی آورده است که در اروپا و آمریکا طراحی برای جدایی ستون و یا

<sup>۱</sup> Cavity

<sup>۲</sup> Martin

پیشگیری از کاویتاسیون جای بحث و بررسی دارد [۲]. در حالی که امروزه طراحان تمایلی به قبول هیچ گونه جدایی ستون را در طرح‌هایشان را ندارند. هر چند برای مقابله با آن راهکارهایی نظیر مخازن ضربه گیر، مخازن هوا و موتورهای چرخشی با ممان اینرسی بزرگ<sup>۱</sup> وجود دارد. بسیاری از محققان به این نتیجه رسیده‌اند که چنانچه نتوان از وقوع جلوگیری کرد لیکن می‌بایست طرح‌ها به گونه‌ای باشند که اثرات ناشی از ضربات جدایی ستون هنگام به هم رسیدن ستون‌ها (متلاشی شدن<sup>۲</sup> حفره) به حداقل خود برسد. برای مثال سیستم‌های آبی خنک کننده دستگاه تقطیر، سیستم‌هایی با فشار پایین هستند که به علت شرایط توپوگرافی و مشخصات کارکرد دستگاه، جلوگیری از ایجاد ماکرو کاویتاسیون‌ها امکان پذیر نمی‌باشد.

حدود یک قرن پیش ژاکوفسکی<sup>۳</sup> (۱۹۰۰) توانست توصیفی ریاضی را برای بسیاری از مشاهدات این پدیده فیزیکی را بیان کند [۳]. همچنین او جدایی ستون را مشاهده و توصیف نمود. این مدل عددی ضربه قوچ نتایج دقیق را خصوصا در اولین دوره افزایش فشار، هنگامی که فشار بزرگتر از فشار بخار سیال باشد، می‌دهد [۴،۵،۶،۷]. همچنین به علت وجود هوای آزاد، اصطکاک غیر ماندگار و ارتعاشات سازه عملا کاهش در مقادیر فشار با گذشت زمان معمولا بیشتر از مقادیر پیش بینی شده می‌باشد. این روابط سرعت انتشار امواج در شبکه و فشار اولیه ایجاد شده را به خوبی محاسبه می‌کرد.

کاویتاسیون (جدایی ستون) زمانی رخ می‌دهد که فشار درون سیستم از فشار بخار سیال کمتر شده و سبب تبخیر سیال می‌گردد. در این حالت جریان تک فازی سیال به جریان دو فازی تبدیل خواهد شد. در این صورت دیگر معادلات کلاسیک ضربه قوچ صادق نمی‌باشد. هدف از مدلسازی این پدیده

<sup>1</sup> Large motor rotating moments of inertia

<sup>2</sup> Collapse

<sup>3</sup> Joukowsky

پیش بینی فشارهای ایجاد شده ناشی از متلاشی شدن حفره‌های بزرگ و پیش بینی زمانبندی تغییرات در مشخصات جریان و در نهایت پاسخ سازه‌ای لوله‌ها و تکیه گاه‌هاست.

## ۲-۲- ضربه قوچ<sup>۱</sup>، جدایی ستون مایع<sup>۲</sup> و کاویتاسیون

جدایی ستون مایع می‌تواند اثرات بسیار مخربی بر شبکه‌های خطوط لوله داشته باشد. به عنوان مثال، حادثه نیروگاه آبی اوگیاوای ژاپن در سال ۱۹۵۰ که منجر به کشته شدن سه نفر گردید [۸]. که ناشی از وقوع این پدیده بود. این پروژه در اوایل قرن بیستم طراحی شد. این حادثه به دلیل نشت روغن در سیستم کنترل و در نتیجه آن بستن سریع شیر رخ داد و در ادامه آن سبب ایجاد امواج ضربه قوچ با فشار بسیار زیاد گردید، که باعث جدا شدن دریچه پنستاک<sup>۳</sup> گردید. همچنین به دلیل شکست در سیستم شبکه لوله و خروج آب، امواج با فشار کم (امواج منفی) ایجاد شده و باعث وقوع جدایی ستون مایع شد. که در ناحیه‌ای از بالا دست خطوط لوله اختلاف فشار خارجی اتمسفر و فشار بخار سیال درونی سبب تخریب خطوط لوله گردید، که از آن پس طراحی خطوط لوله برای فشار خارجی اتمسفر و فشار بخار برای درون لوله وارد آیین نامه‌ها شد. در موارد دیگری نیز گزارش شده که به واسطه وقوع این پدیده خسارات زیادی وارد شده است. نکته مهمی که در این گزارشات آورده شده است، مشاهده ارتعاش و پدیده تشدید (اثر متقابل هیدرولیک و سازه) در شبکه بوده است. بدین دلیل تنها مقادیر فشار ماکزیمم و مینیمم مهم نبوده بلکه زمان وقوع هر یک از آن و ترکیب ستون‌های مایع که قدرت تخریب زیادی را دارند بسیار با اهمیت می‌باشد. در دو مورد از خرابی‌ها جدایی ستون رخ داده بود. در

<sup>1</sup> Water hammer

<sup>2</sup> Liquid column separation

<sup>3</sup> Penstock

یک مورد سیستم هدایتگر سبب شد که شیر فلکه به طور ناگهانی باز شود و فشار منفی ایجاد شود و در ناحیه‌ای از لوله جدایی ستون مایع محلی به وقوع پیوست، هنگامی که ستون‌های سیال به یکدیگر پیوستند (متلاشی شدن حفره‌ها) باعث افزایش فشار شدیدی شد که نتیجه آن شکست مقطعی بتنی از پنستاک بود.

کوتمن<sup>۱</sup> دو حادثه مرتبط با جدایی ستون را تشریح نمود [۹] که این حوادث منجر به کشته شدن دو نفر گردید. همچنین در سال ۱۹۹۹ گزارشی ارائه شده که حاکی از خسارت شدیدی در خط لوله‌ای به طول ۷ کیلومتر و قطر ۶۰ سانتی متر و تاسیسات وابسته به آن وارد آمده است که علت آن را متلاشی شدن حفره‌های هوا بیان کرده‌اند [۱۰].

## ۲-۲-۱- تاریخچه ضربه قوچ

در خلال نیمه دوم قرن ۱۹ و اوایل قرن بیست تحقیقات زیادی درباره ضربه قوچ انجام گرفت و نتایج آن به چاپ رسید. که بیشتر آن تحقیقات در اروپا صورت گرفته بود. که مفاهیم اولیه آن‌ها را می‌توان در کارهای منابرا<sup>۲</sup> و دیگران یافت [۱۱]. جوکوسکی در سال‌های ۱۸۹۷ و ۱۸۹۸ آزمایشات کلاسیکی را در مسکو انجام داد و قانون ضربه قوچ آنی را برای یک سیستم لوله ساده ارائه نمود. در این قانون در اثر بستن سریع شیر  $T_c < 2L/a$  افزایش فشار پیزومتری توسط رابطه زیر محاسبه می‌گردد. که این معادله به رابطه ژاکوفسکی معروف می‌باشد.

<sup>۱</sup> Kottmann

<sup>۲</sup> Ménabréa

$$\Delta H = \frac{aV_0}{g} \quad (1-2)$$

که در آن  $a$  سرعت موج فشاری،  $V_0$  سرعت اولیه جریان،  $g$  شتاب جاذبه،  $L$  طول لوله و  $T_c$  زمان بستن شیر می‌باشد. زمان تناوب لوله،  $2L/a$ ، به صورت زمان رفتن یک موج تولید شده توسط ضربه قوچ از شیر به انتهای دیگر و برگشت آن به شیر تعریف می‌شود. روابط و تحلیل‌های تئوری توسط ژاکوفسکی (۱۹۰۰) و الیو (۱۹۰۲) صورت گرفت که بر اساس آن تئوری ضربه قوچ کلاسیک بیان گردید [۱۲]. مطالب ژاکوفسکی در سال ۱۹۰۴ توسط سیمن ترجمه شد اما تلاش‌های الیو<sup>۱</sup> تا سال ۱۹۲۵ که ترجمه آن توسط هالمس ارئه شد، ناشناخته ماند.

### ۲-۲-۲- اولین مشاهدات، فشارهای کم در هنگام ضربه قوچ

جوکوسکی اولین کسی بود که پدیده جدایی ستون مایع را مشاهده و توانست آن را توصیف کند [۳]. (شکل ۱-۲). او رخ داده‌های آزمایش مخزن، لوله، شیر را به صورت زیر شرح داد. با بستن شیر، توقف حرکت آب در لوله آغاز شده و به طور پیوسته تا ساکن شدن آب در کل طول لوله ادامه پیدا می‌کند. به موجب آن همزمان با آن سیال متراکم شده، فشار بالا می‌رود و مقطع لوله منبسط می‌شود. این وضعیت با سرعت  $a$  به سمت مخزن حرکت می‌کند. هنگامی که موج به مخزن رسید فشار به حالت قبل رسیده و موج در امتداد لوله باز می‌گردد در این حالت جریان به سمت مخزن تغییر جهت می‌دهد. با رسیدن این موج به شیر و با توجه به اینکه جهت جریان به سمت مخزن بوده و فشار برابر فشار اولیه می‌باشد. سبب کاهش فشار گردیده که مقدار آن (کاهش فشار) معادل افزایش فشار اولیه می‌باشد. حال در صورتی که سرعت اولیه جریان به اندازه کافی بزرگ باشد طبق تئوری فوق

<sup>۱</sup> Allievi

می‌بایست فشارهای منفی در لوله ایجاد گردد. به دلیل اینکه سیال قادر به تحمل فشارهای منفی قابل توجه نخواهد بود سیال از حالت مایع خارج شده و ستون آب فوق از محل آن با شیر جدا خواهد شد و اصطلاحاً جدایی ستون رخ خواهد داد. و در جلوی آن یک فضای رقیق شده ایجاد خواهد شد. چنین وضعیتی می‌تواند در دیگر مکان‌های ستون سیال که موج با فشار کم در آن منتشر می‌شود، رخ دهد. این وضعیت، ستون جدا شده از شیر، تا زمانی که فشار کاهش یافته وجود دارد به طول می‌انجامد و سبب می‌شود موج دوم افزایش فشار قوی‌تر از موج اولی باشد. به این علت که به جای آن که محاسبه تغییر فشار از صفر صورت گیرد، از سرعتی که ستون سیال در ناحیه بخاری داشته حاصل می‌شود.



شکل ۱-۲ فشار ثبت شده جدایی ستون. محور افقی زمان (هر نقطه نیم ثانیه) و محور عمودی فشار

## ۲-۳- کاویتاسیون بخاری

در بحث پیرامون جریان‌های غیر ماندگار خطوط لوله دو نوع رژیم جریان بررسی می‌شود. اولین جریان رژیم ضربه قوچ بوده که در این نوع رژیم فشار بالاتر از فشار بخار سیال بوده و کاویتاسیونی رخ نخواهد داد. نوع دوم رژیم کاویتاسیون بوده که در این روند فشار به فشار بخار می‌رسد. نوع دوم خود به دو دسته تقسیم می‌شود. برای این دسته بندی نیاز به تعریف یک پارامتر جدید می‌باشد. این پارامتر به صورت نسبت حجم بخار به مجموع حجم مخلوط سیال و بخار تعریف می‌شود و با علامت

$\alpha$  نمایش داده می‌شود. این پارامتر به اندازه تغییرات سرعت در جریانی که در حال وقوع کاویتاسیون است، بستگی دارد. بر این اساس دو نوع کاویتاسیون را به شکل زیر دسته بندی می‌شود [۱۳] اول کاویتاسیون بخاری گسسته<sup>۱</sup> یا جدایی ستون مایع محلی<sup>۲</sup> ( $\alpha$  بزرگ) و دوم کاویتاسیون بخاری گسترده یا جریان حبابی<sup>۳</sup> ( $\alpha$  کوچک).

بحث دیگری که در این مورد وجود دارد آغاز مرحله تبخیر می‌باشد. برای جریان‌های غیر ماندگار در مدل‌های عددی فشار بخار سیال به عنوان مرحله شروع کاویتاسیون در نظر گرفته می‌شود. هرچند نتایج برخی آزمایشات نشان دهنده آن است که این فشار از فشار بخار سیال کمتر می‌باشد (لی<sup>۴</sup> و همکاران) [۱۴]، به هر حال پارامترهایی که بر آن اثر می‌گذارند، ویژگی سیال، شرایط جریان، جداره‌های لوله و اثرات کشش سطحی می‌باشد.

پلست، اورتن<sup>۵</sup> و همکاران و ترونا<sup>۶</sup> [۱۵] توضیحات و تشریحات عمیقی را با موضوع تنش‌های کششی در سیالات ارائه نمودند [۱۵]. همچنین نتایج جدید توسط ویلیامز و همکاران [۱۶]، ویلیامز و ویلیامز [۱۷] و براون و ویلیامز [۱۸] ارائه شده است. تنش کششی برای سیال حالت فوق پایدار دارد که در حالت پدیده‌های غیر ماندگار توسط نامعادلات ترمودینامیکی توصیف می‌گردد.

شینادو و کوچیما<sup>۷</sup> در آزمایشات کاویتاسیون گذرا مقادیر فشار مطلق منفی کوچکی را اندازه‌گیری نمودند که علت آن را به اثرات کشش سطحی نسبت دادند. که این مطلب هنگامی که ناحیه

<sup>1</sup> Discrete vapor cavity

<sup>2</sup> Local liquid column separation

<sup>3</sup> Distributed vaporous cavitation

<sup>4</sup> Lee

<sup>5</sup> Plesset and Overton

<sup>6</sup> Trevena

<sup>7</sup> Shinada and Kojima



کاویتاسیونی شامل تعداد زیادی حباب‌های ریز<sup>۱</sup> باشد اهمیت قابل توجه‌ای می‌یابد. اخیراً در این مورد تحقیقات جدیدی صورت گرفته است.

### ۲-۳-۱- حفره بخار محلی

خصوصیات یک حفره بخاری بزرگ یا جدایی ستون مایع به صورت محلی قابل بررسی است و خصوصیات محلی وابسته به خود را، دربر می‌گیرد [۱۳]. در این حالت ضریب  $\alpha$  قابل مقایسه با یک خواهد بود ( $\alpha$  بزرگ) و تغییرات سرعت محلی نیز بزرگ می‌باشد. مثال‌هایی از این مورد شامل موارد زیر می‌باشند. تشکیل حفره‌ها نزدیک شیرها در زمان بستن آن‌ها، در نزدیکی توربین‌ها و ورودی‌های آن و یا در نقاط ارتفاعی بلند در خطوط لوله (پیشینه نسبی تراز لوله) و یا نقطه‌ای در میانه لوله که محل برخورد دو موج با فشار کم باشد که نتیجه آن ایجاد فشار کمتر از فشار بخار سیال باشد.

بعد از تعاریف جدایی ستون توسط جوکوسکی و موستوفسکی<sup>۲</sup>، لوکنت اولین نتایج آزمایشگاهی را برای یک سیستم مخزن، لوله و شیر با بستن سریع شیر و ایجاد پدیده جدایی ستون مایع محلی ارائه داد [۱۹]. همچنین او یک روش تحلیلی ستون مایع صلب بیان نمود. او برای سازگاری نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی ضریبی را معرفی نمود. که مقدار آن ضریب برای هر لوله مشخص می‌بایست تخمین زده شود که کار را برای استفاده گسترده آن بسیار مشکل می‌کرد.

<sup>۱</sup> *Miniscule*

<sup>۲</sup> *Mostowsky*

۲-۳-۲- حفره‌های بخار میانی<sup>۱</sup>

لاپتون برای اولین بار در سال ۱۹۵۳ احتمال تشکیل یک فاصله داخلی یا حفره بخار میانی را بیان نمود [۲۰]. بدین صورت که محل آن در مجاورت قطعات هیدرولیکی (شیر، پمپ، توربین و ...) و یا در نقاط مرتفع قرار ندارد. با ارائه مطلب قبل مورس در بررسی این موضوع این سوال را مطرح کرد که با برخورد امواج ضربه قوچ و سرژ چه اتفاقی خواهد افتاد و لاپتون در پاسخ به سوال فوق این گونه بیان نمود که اگر دو موج با یکدیگر تلاقی نمایند و مجموع قدر مطلق آن‌ها از فشار اولیه (نسبی) بالاتر رود یک گپ داخلی در محل مورد نظر تشکیل خواهد شد. همچنین او مثالی را ارائه کرد که با توقف لحظه‌ای پمپ و پی گیری اتفاقات پی در پی در آن منجر به تشکیل یک حفره بخار میانی گردید. با تشریح این مثال مشخص شد که تشکیل حفره بخار میانی لزوماً در نقاط ارتفاعی بلند و یا تغییر شیب در خطوط لوله واقع نشده‌اند.

اونیل<sup>۲</sup> در پایان نامه فوق لیسانس خود در دانشگاه ملبورن، به بررسی وقوع حفره‌های بخار میانی با استفاده از روش حل گرافیکی پرداخت [۲۱]. او در آن جا اشاره کرد که بیشتر مطالعات قبلی از تشکیل حفره بخار میانی که به عنوان یک شرط مرزی داخلی درون لوله عمل می‌کند چشم پوشی کرده‌اند. همچنین او روشی را برای محاسبه تشکیل حفره‌های میانی ارائه کرد. که نتایج آزمایشگاهی را برای یک سیستم ساده مخزن، لوله، شیر را نیز شامل می‌شود در ادامه مطالعات شهودی برای مشاهده رشد و نابودی حفره‌های میانی با استفاده از یک دوربین با سرعت بالا به کار گرفته شد و در بررسی‌های عددی تعدادی از مثال‌های تحلیلی پالس‌های فشاری با دوره کوتاه مدت به واسطه متلاشی شدن حفره در اثر بستن شیر نشان می‌داد، که مقدار آن از افزایش فشار اولیه (فشار

<sup>۱</sup> *Intermediate vapor cavity*

<sup>۲</sup> *O'Neill*

ژاکوفسکی) فراتر می‌رفت. اما نتایج آزمایشگاهی ضبط شده در نمودار فشار این پالس‌های فشاری با دوره کوتاه مدت را نشان نمی‌داد. شارپ<sup>۱</sup> کارهای اونیل را ادامه داد و به بررسی رشد و متلاشی شدن حفره‌های کوچک بخار که توسط امواج با تراکم کم ایجاد می‌شدند پرداخت. همچنین او یک حفره کروی ایده آل را با استفاده از قوانین نیروها و قوانین اندازه حرکت تحلیل نمود [۲۲]. همچنین نتایج آزمایشگاهی که شامل عکس‌های گرفته شده با سرعت بالا از حفره‌های میانی بود ارائه شد. شارپ در ادامه کارهای خود تشکیل نوع دیگری از حفره را پیشنهاد نمود. بدین صورت که شکل گیری آن در خلال اولین شکست و متعاقب آن گسیختگی فازها با دلیلی کاملاً متفاوت خواهد بود.

شارپ تصریح نمود که تعدادی حفره‌های کوچک، به صورت پی در پی در بازه‌های منظم در محل شیر تشکیل شده و از آن محل حرکت می‌کنند. عکس شدن جریان غیرماندگار در طول لوله سبب خواهد شد که این حفره‌ها متلاشی شده و یک سری پالس‌های منظم فشاری با ترکیب‌های ستون‌های آب ایجاد شود. در ادامه او روش‌های حل گرافیکی را اصلاح نمود بدین طریق که فرض نمود حفره‌هایی در بازه‌های یکسان در طول لوله شکل بگیرد. که در حقیقت این روش مشابه وقوع کاونتاسیون بخاری گسترده در خطوط لوله می‌باشد.

جردن<sup>۲</sup> (۱۹۶۱) جدایی ستون را در یک سیستم پمپاژی با از کارفتادگی پمپ بررسی نمود [۲۳]. او روش تحلیلی را برای محاسبه محل دقیق حفره‌های میانی در طول لوله را، بهبود بخشید. او اظهار داشت که محل بدست آمده برای حفره‌های میانی توسط روش استاندارد اشنايدر<sup>۳</sup> (۱۹۳۲) و روش گرافیکی برگرون (۱۹۳۵)، تقریبی می‌باشد و مقدار دقیقی نمی‌دهد.

<sup>۱</sup> Sharp

<sup>۲</sup> Jordan

<sup>۳</sup> Schnyder

سیمسون و برگنت، از تشکیل حفره‌های بخار میانی شواهد آزمایشگاهی واضح و روشنی را ارائه کردند [۲۴]. در این آزمایشات پالس‌های فشاری با دوره کوتاه مدت به خوبی مشاهده می‌شد.

### ۲-۳-۳- کاویتاسیون بخاری گسترده یا جریان دو فازی (حبابی)

کاویتاسیون بخاری گسترده یک ناحیه دو فازی است که هم شامل بخار بوده و هم هم شامل سیال می‌باشد. چنانچه گفته شد کاویتاسیون حفره ای محلی فقط در محل خاص و در محدوده کوچکی رخ می‌دهد اما در این نوع، کاویتاسیون در طولی از لوله ایجاد می‌گردد. که در آن قسمت اندازه موج فشار عبوری از فشار بخار کمتر است و با ایجاد کاویتاسیون در آن ناحیه، فشار در حدود فشار بخار ثابت می‌ماند. نسبت تخلخل<sup>۱</sup> ( $\alpha$ ) در این مورد در نواحی که کاویتاسیون بخاری گسترده رخ داده است در مقادیر بسیار کم، در حدود صفر، باقی می‌ماند.

تفاوت بین جدایی ستون محلی و کاویتاسیون گسترده در لوله‌ها اولین بار توسط نپ<sup>۲</sup> (۱۹۷۳) در دومین گردهمایی ضربه قوچ ارائه گردید. که در حقیقت تکمیل کارهای قبلی او بود. او مثالی را آورد که در آن افت فشار توسط شکست لوله در مجاورت یک شیر با بستن سریع رخ داد. امواج منفی که بدون تغییر به سمت بالا دست حرکت می‌کردند، سبب شد که پیشانی موج بدون آن که خط فشار صفر را قطع کند مسیر خود را ادامه دهد. در حقیقت خط فشار روی خط فشار صفر باقی مانده بود، که باعث شد در فاصله بین مخزن تا آن نقطه کاویتاسیون به طور نسبی رخ دهد، اما جدایی در ستون سیال ایجاد نشود. بازگشت موج ضربه قوچ از مخزن سبب بازگرداندن به حالت قبل (شرایط بدون کاویتاسیون) با افزایش فشار متناظر آن شد. او در نهایت چنین نتیجه گرفت که تحقیقات بیشتری

<sup>۱</sup> Void fraction

<sup>۲</sup> Knapp

لازم می‌باشد تا اینکه وضعیت ضربه قوچ همراه کاویتاسیون به طور کامل مشخص گردد.

همچنین در سال ۱۹۳۹ مفاهیم کاویتاسیون بخاری را در مقاله‌ای دیگر به بحث گذاشت و آن را تکامل بخشید. و در نهایت در نتیجه گیری از آن تصریح کرد که در مواردی که کاویتاسیون بخاری ایجاد می‌شود نمی‌توان از روش حل گرافیکی بهره جست.

دهالر و بدو<sup>۱</sup> (۱۹۵۱) رفتار و عملکرد تحلیلی جدایی ستون مایع را برای انتشار یک موج کم فشار در یک لوله به سمت بالا ارائه نمودند [۲۵]. آن‌ها پیشنهاد کردند که به جای آن که یک حفره در یک مقطع سریعاً و تماماً در آن مقطع تشکیل گردد، می‌تواند حفره‌هایی در طول لوله در مقاطع مختلف شکل بگیرند. لاپتون<sup>۲</sup> در سال ۱۹۵۳ خلاصه‌ای از روش‌های گرافیکی را ارائه نمود که در آن‌ها یک مقطع به عنوان "جدایی ستون‌های آب" اختصاص داده می‌شد. که در آن رساله مسائل ضربه قوچ را در سیستم‌های پمپاژ بررسی می‌کرد. همچنین او به توصیف وقایع و تغییراتی پرداخت که به صورت پی در پی رخ می‌دهند تا اینکه منجر به تشکیل یک ناحیه کاویتاسیون بخاری گردد. او در آن جا جدایی ستون محلی و ناحیه کاویتاسیون گسترده را از یکدیگر تفکیک نمود. در ادامه انتقال یک موج منفی در امتداد یک لوله بدون اصطکاک رو به بالا مورد بررسی قرار گرفت. این موج سبب افت فشار می‌شود به طوری که در هر مکانی که آن موج عبور کند، فشار برابر فشار بخار می‌گردد.

جردن در سال ۱۹۶۵ تحقیقاتی را بین دو نوع کاویتاسیون بخاری محلی و کاویتاسیون بخاری گسترده انجام داد [۲۶]. سیستم مورد مطالعه شامل یک سیستم پمپاژ و لوله‌هایی با شیب افقی، شیب رو به بالا و شیب رو به پایین بود. او در این بررسی روش تحلیلی کاویتاسیون بخاری گسترده را برای آن نواحی بهبود بخشید. همچنین مطالعاتی روی اثر خط تراز هیدرولیکی (*HGL*) و شیب لوله بر

<sup>1</sup> Dehaller and Bedue

<sup>2</sup> Lupton

روی تشکیل نواحی کاویتاسیون گسترده انجام داد که نتایج آزمایشگاهی و آنالیز عددی رفتار نسبتاً منطقی را نشان می‌دادند. که آزمایشات مذکور در در آزمایشگاه تربوانستیتو لبحیانا در کشور اسلوانی انجام شد. وسایل آزمایشگاهی به کار برده شده شامل یک شیر بالا دست با بستن سریع و یک لوله با جهت شیب به سمت بالا می‌شد.

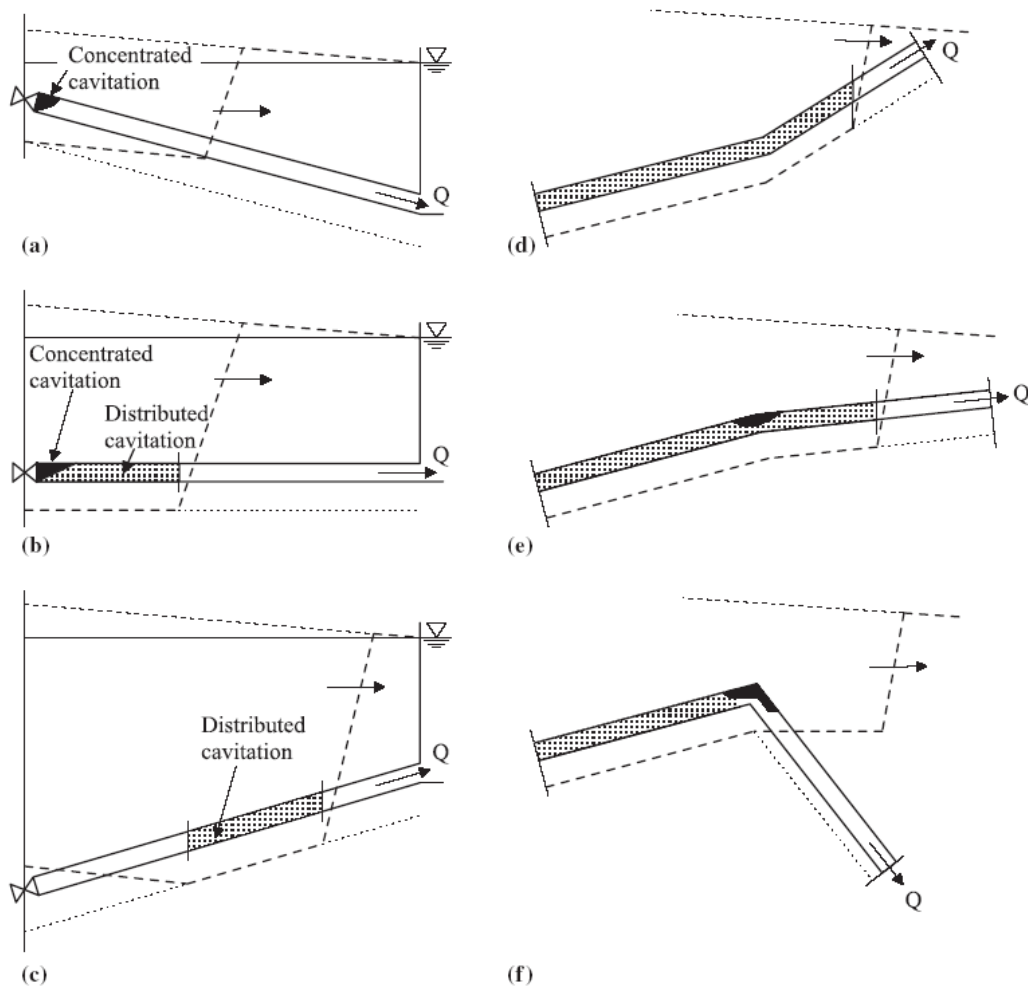
در ادامه تحقیقات کرانبورگ چنین بیان نمود که با عبور یک موج منفی ممکن است در قسمتی از لوله ناحیه کاویتاسیون بخاری ایجاد گردد [۱۳]، که ناشی از کاهش فشار استاتیکی در جهت انتشار موج، به واسطه وجود اصطکاک و یا شیب لوله باشد. از سوی دیگر چنانچه فشار استاتیکی در جهت انتشار امواج کاهش یابد، امکان ایجاد یک ناحیه کاویتاسیون بخاری نخواهد بود (شکل ۲-۲).

این نوع از کاویتاسیون ممکن است در طول زیادی از لوله گسترش پیدا کند. که برای تغییرات کوچک سرعت معمولاً مقدار نسبت تخلخل بسیار کوچکتر از یک می‌باشد. کاهش در تغییرات فشار سبب می‌شود که هنگام عبور موج ضربه قوچ در طول لوله تغییرات سرعت کمتری ایجاد شود. در نتیجه ذرات سیال با گذر موج در نهایت سرعت بیشتری نسبت به ذرات اولیه دارند. که سبب می‌شود در زمانی که موج منفی فشار را به فشار بخار می‌رساند، سیال مدت زمان بیشتری در حالت جدا شده قرار داشته باشد.

آزمایشات گسترده‌ای که توسط سیمسون [۲۷]، برگنت [۲۸] و وایلی صورت گرفت، وقوع کاویتاسیون بخاری گسترده را روشن و آشکار نمود. سیمسون و وایلی در سال ۱۹۸۹ با ارائه یک مثال تشریحی نشان دادند که نواحی کاویتاسیون بخاری گسترده چگونه تشکیل می‌شوند.

۲-۴- کاویتاسیون گازی<sup>۱</sup>

در سال‌های ۱۹۷۰ تا ۱۹۸۰ اثرات گاز نامحلول<sup>۲</sup> و گاز آزاد در جریان‌های غیر ماندگار خطوط لوله مورد توجه و بررسی قرار گرفت. یکی از ویژگی‌های مهم سیالات آن است که چنانچه در تماس با یک سطح آزاد قرار بگیرند می‌توانند مقدار مشخصی گاز را به درون خود جذب کنند.



<sup>1</sup> Gaseous Cavitation

<sup>2</sup> Dissolved gas

شکل ۲-۲ خطوط نقطه چین: هد بخار، خطوط خط چین نازک: هد حالت پایدار، خطوط خط چین: هد ناپایدار. (چپ) ایجاد کاویتاسیون به وسیله بستن سریع شیر (a) لوله به سمت پایین (b) لوله افقی (c) لوله به سمت بالا. (راست) تشکیل کاویتاسیون به وسیله زانو (a) افزایش شیب (b) کاهش شیب اما همچنان رو به بالا (c) شیب رو به پایین

یکی از تفاوت‌هایی که بین گاز نامحلول و بخار وجود دارد سرعت فرار آن‌ها از سیال می‌باشد. به طوری که سرعت فرار بخار از سیال در مرتبه میکرو ثانیه بوده اما سرعت فرار گاز نامحلول از مرتبه ثانیه می‌باشد و در حدود چند ثانیه طول خواهد کشید. همچنین جذب گاز و مخلوط شدن آن با سیال نیز از فرار آن کندتر است. فرار گاز در سیستم‌های مختلفی از قبیل خطوط انتقال لوله‌های طویل، سیستم‌های خنک کننده و خطوط نفت اتفاق می‌افتد. مبحث فوق در خطوط لوله فاضلاب و سیستم سوخت رسانی در هوانوردی بسیار پر اهمیت است. حال چنانچه در یک لوله کاهش فشار به وجود آید در اثر آن خروج گازها از محلول را مشاهده خواهیم کرد. و اگر یک حفره ایجاد شود گاز در محل کاویتاسیون باقی مانده و ممکن است با افزایش فشار نیز سریعاً به حالت اولیه خود باز نگردد. که در نتیجه منجر به تغییراتی در سیستم شود از آن جمله ورود هوا و یا گاز رها شده سبب کاهش سرعت انتشار موج شده و در نتیجه آن سبب کاهش تغییر فشار گذرا گردد. محدودیت مهمی که مدل سازی‌های عددی ارائه شده توسط هر یک از محققان است این است که می‌بایست برای نرخ رهاسازی (آزاد سازی گاز) مقداری دلخواه فرض گردد. دیجکمن و ورگینسهیل تحقیقاتی تئوری بر روی اثرات گاز نامحلول بر مستهلک شدن امواج و افزایش فشار در جدایی ستون مایع انجام دادند.



## ۲-۵- پیشینه فشار ایجاد شده در اثر متلاشی شدن حفره

انگس<sup>۱</sup> در سال ۱۹۳۵ یکی از اولین مقاله‌هایی را که در مورد پالس‌های فشاری بزرگ با دوره کوتاه مدت که به واسطه متلاشی شدن حفره در لوله‌ها ایجاد می‌شوند را ارائه نمود [۲۹]. که در یکی از مثال‌ها با برخورد یک ستون مایع به یک شیر انتهایی بسته شده سبب شد یک پالس فشاری با زمان کم و اندازه بسیار بزرگ ایجاد شود. مدت زمان پالس فشاری در حدود یک دهم دوره تناوب لوله تعیین شد.

هیت<sup>۲</sup> در پایان نامه خود در انستیتو تکنولوژی جورجیا به بررسی جدایی ستون سیال محلی پرداخت. که در آن جا هر دو روش تحلیلی، روش غیرقابل تراکم (ستون صلب)<sup>۳</sup> و روش تراکم پذیری کم (الاستیک)<sup>۴</sup> بیان شدند [۳۰]. برای تراکم پذیری کم از روش حل گرافیکی استفاده شد. که در نتایج آن پالس فشاری با دوره کوتاه در اثر متلاشی شدن حفره مشاهده شد. اما این پالس‌های فشاری در نتایج آزمایشگاهی که توسط او صورت گرفته بوده مشاهده نگردید.

چنانچه در شکل ۲-۳ مشاهده می‌شود در اثر متلاشی یک حفره یک پالس بزرگ فشاری با دوره زمانی کوتاه<sup>۵</sup> ( $t < 2L/a$ ) ایجاد شده است. برگنت در سال ۱۹۹۲ در رساله دکتری خود این پدیده را به صورت زیر توصیف می‌کند [۲۷، ۲۸]. که در آن جا با فرض یک سیستم مخزن، لوله افقی و شیر که به صورت سریع بسته می‌شود و همچنین صرفنظر از اصطکاک که اثرات جزئی دارد به شرح مسئله

<sup>1</sup> Angus

<sup>2</sup> Heath

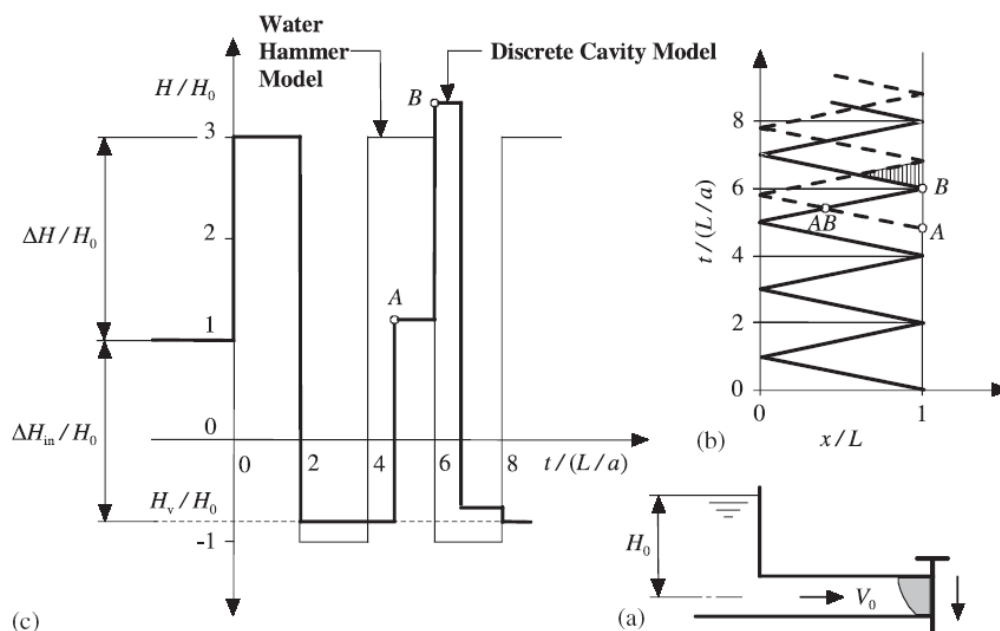
<sup>3</sup> Incompressible (rigid-column)

<sup>4</sup> Weakly-compressible (elastic)

<sup>5</sup> Large short duration pressure pulse

پرداخته است [۵۴]. در ابتدا خط گرادیان هیدرولیکی ثابت بوده و با بستن آنی شیر جریان سیال متوقف می‌شود. بالا رفتن هد (فشار) در شیر توسط رابطه جوکوسکی (۱-۲) بدست خواهد آمد. بعد از گذشت زمان امواج به سمت مخزن رفته و سپس با بازگشت امواج، به شیر می‌رسند. در شکل ۲-۳  $b$  نمودار حرکت رفت و برگشت امواج در طول لوله نشان داده شده است، همچنین در این شکل قسمت  $c$  نمودار فشار در برابر زمان در محل شیر مشاهده می‌شود که خط نازک بیانگر ضربه قوچ معمولی بدون در نظر گرفتن اثرات فشار بخار (کاویتاسیون) و خط ضخیم نشان دهنده مدلی است که اثرات کاویتاسیون (مدل تک حفره‌ایی) اعمال شده است.

امواج فشاری به سمت مخزن حرکت کرده و بعد از گذشت  $2L/a$  از بستن شیر امواج بازگشتی منفی به شیر بسته شده می‌رسند. برای اینکه سیال به طور کامل ساکن شود می‌بایست فشار به اندازه فشار ژاکوفسکی ( $\Delta H = -aV/g$ ) کاهش یابد. این کاهش فشار سبب می‌شود که فشار از فشار بخار سیال کمتر شود (خط باریک). در حالی که با رسیدن فشار به فشار بخار، کاهش فشار متوقف می‌شود.



شکل ۳-۲ تشکیل یک پیک فشاری دوره کوتاه (a) سیستم شیر لوله مخزن (b) انتشار موج در صفحه زمان مکان (c) نمودار فشار پیزومتری در شیر

در این حالت سرعت سیال به صفر نمی‌رسد و مقدار سرعت باقی مانده را می‌توان از رابطه (۲-۲) محاسبه نمود.

$$V_0 - \Delta V_{vc} = V_0 - \frac{g(H_0 + H_b - p_v^* / \gamma)}{a} \quad (2-2)$$

که در آن  $H_0$  فشار استاتیکی در شیر،  $H_b$  ارتفاع بارومتری و  $p_v^*$  فشار مطلق بخار در دمای  $T$  و  $\gamma$  وزن مخصوص سیال است.

بنابراین در کنار شیر جریان همچنان به سمت مخزن در حرکت است و سبب می‌شود که سیال از شیر جدا شده و یک حفره شروع به رشد کردن کند. که این حفره همانند یک شرط مرزی عمل

می‌کند که در آن فشار ثابت است ( $p_v$ ). جریان سیال در هربار رفت و برگشت موج، که به حفره برخورد کند به اندازه  $\Delta V_{vc}$  از سرعت آن کاسته خواهد شد. تا اینکه سرعت صفر شده و سپس مقدار سرعت مثبت گردد. هنگامی که جهت جریان دوباره عکس شده و سرعت مثبت می‌گردد حفره شروع به منقبض شدن می‌کند تا اینکه حفره کاملاً از بین برود (نقطه  $A$  در شکل ۲-۱  $c$ ). در اثر متلاشی شدن حفره افزایش فشار ناگهانی ایجاد می‌شود. ارتفاع هدی که مستقیماً توسط متلاشی شدن حفره ایجاد می‌شود از مقدار هد اولیه ایجاد شده کمتر می‌باشد. اما در مجموع هد ایجاد شده مقدار بیشتری را از فشار ژاکوفسکی خواهد داشت. که در این مثال زمان وقوع آن حدود  $6L/a$  می‌باشد (نقطه  $B$  در شکل ۲-۳). این موج در واقع اثر همزمان هد ناشی از متلاشی شدن حفره و امواج برگشتی از مخزن که در اثر بسته شدن شیر ایجاد شده‌اند، می‌باشد. و سبب می‌شود که این هد از مقدار فشار ایجاد شده توسط رابطه جوکوسکی بیشتر شود (خط تو پر ضخیم). در حقیقت اگر متلاشی شدن حفره دقیقاً در زمان رسیدن امواج فشاری از مخزن صورت بگیرد و نیز تغییرات سرعت را نداشته باشیم دیگر پالس مورد نظر با مدت زمان کوتاه، ظاهر نخواهد شد. همچنین وایلی و استریتر توضیحات دقیق و جزئی درباره تشکیل پالس فشاری با مدت زمان کوتاه را ارائه داده و در مورد زمان وقوع اولین حفره بخار رابطه زیر را ارائه دادند.

$$T_{cs} = \frac{2a}{g\Delta H_{in}} V_0 \frac{L}{a} = \frac{V_0 a}{g\Delta H_{in}} \frac{2L}{a} = \frac{\Delta H}{\Delta H_{in}} \frac{2L}{a} \quad (۳-۲)$$

در رابطه فوق  $\Delta H_{in}$  افت فشار در زمانی است که تبخیر شروع می‌شود و برابر است با

$$\Delta H_{in} = H_0 + H_b - p_v^* / \gamma \quad (۴-۲)$$

فشار ایجاد شده توسط از بین رفتن حفره را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد. مولفه اول توسط فشار

ناشی از سرعت ستون مایع در شیر، در لحظه قبل از متلاشی شدن حفره و دوم مولفه ایجاد شده توسط فشار ماکزیمم در لوله در لحظه قبل از متلاشی شدن حفره، که به وسیله معادله زیر بیان می‌شوند.

$$H_{\max} = \frac{a}{g} |V_f| + 2H_{RV} \quad (5-2)$$

که در آن  $V_f$  سرعت ستون مایع در شیر در لحظه قبل از، از بین رفتن حفره است و  $H_{RV}$  اختلاف بین تراز مخزن پایین دست و تراز هد فشار بخار در شیر می‌باشد. معادلات مشابهی توسط ماشنین<sup>۱</sup> [۳۱] و سیمسون و وایلی [۳۲] و وایلی و استریتر برای حالتی که یک شیر پایین دست به طور آبی بسته شود ارائه شد که مقدار فشار ماکزیمم توانست تا دو برابر مقدار فشار ژاکوفسکی بدست آید. استفاده از این روابط هنگامی که حفره‌های میانی تشکیل شدند ممکن است منجر به نتایج اشتباه شود. کاتمن با استفاده از تئوری ستون صلب نشان داد که از بین رفتن حفره میانی می‌تواند افزایش فشاری به مقدار سه برابر فشار ژاکوفسکی ایجاد کند [۹].

لی و والش<sup>۲</sup> برای بستن غیرخطی این پیشنهاد را دادند که ماکزیمم فشار در لوله قبل از متلاشی شدن حفره اگر کاهش دبی شیر از زمان بستن شیر تا شروع جدایی ستون مایع به صورت خطی صورت گرفته باشد برابر برابر  $H_{RV}$  بوده است [۳۳]. همچنین آنان برای اثبات روش‌های تحلیلی خود آزمایشاتی با لوله پلاستیکی<sup>۲</sup> اینچی انجام دادند. که والش در مقاله‌ای دیگر نتایج تعدادی از آزمایشات را ارائه نمود. در مجموع نتایج آزمایشگاهی ارائه شده اختلاف گام‌های کوچکی در نمودار فشار و پالس‌های فشاری با بازه زمانی کوتاه مدت بواسطه متلاشی شدن حفره از خود نشان می‌داد.

<sup>1</sup> Moshnin

<sup>2</sup> Li and Walsh

یاماگوچی و ایچیکاوا<sup>۱</sup> در سال‌های ۱۹۷۶ و ۱۹۷۷ نمودارهایی از نتایج آزمایشگاهی که به خوبی و با دقت کافی پالس‌های فشاری با دوره کوتاه مدت را نشان می‌داد ارائه نمودند [۳۴]. در آزمایشات آنان بستن یک شیر پایین دست و یک شیر بالا دست مورد بررسی قرار گرفت. که در آن جا جدایی ستون نفت در جریان آرام مورد توجه بود. همچنین تصاویری از تشکیل و متلاشی شدن حفره در کنار شیر نشان داده شد.

گاتلیب<sup>۲</sup> و همکاران اواخر سال ۱۹۸۱ تحقیقاتی را در مورد فشار ماکزیمم ایجاد شده در اثر نابودی حفره‌ها انجام دادند [۳۵]. آن‌ها در ارائه خود نتایج آزمایشگاهی و حل عددی را آوردند. مدل عددی یک مدل ساده حفره‌ای گسسته بود. که برای هر گره بر اساس روش وایلی و استریتر ۱۹۶۷ محاسبه می‌شد. در آن جا چهار حالت مختلف مورد بررسی قرار گرفت که شامل لوله‌های فولادی و پلاستیکی می‌شد. در آزمایشات آن‌ها قله‌های بلند فشار که سریعاً در ادامه متلاشی شدن حفره ایجاد می‌شد، به ثبت رسید. پس از این افزایش فشار، مقدار فشار به اندازه ۴۰٪ فشار ماکزیمم رسیده و در حدود ۲ برابر  $L/a$  ثانیه در همین سطح باقی می‌ماند. در نهایت محققان آن به این نتیجه رسیدند که فشارهای ماکزیمم می‌تواند ناشی از ترکیب فشارهای پیک مرتبط با ترکیدن حباب‌های گاز در پمپ باشد.

مارتین در سال ۱۹۸۳ به تحقیق و اندازه‌گیری کاویتاسیون گذرا در یک سیستم ساده شیر، لوله، مخزن پرداخت [۳۶]. سیال مورد استفاده آب با مقدار کمی گاز نامحلول بود. در این مطالعه بر خلاف نتایج آزمایشات گذشته که کاویتاسیون شدیدی مشاهده می‌شد، کاویتاسیون محدودتری (مدت زمان کمتری حفره در مجاورت شیر وجود داشت) مشاهده شد. البته همچون گذشته دیده شد که اگر پالس

<sup>1</sup> Yamaguchi and Ichikawa

<sup>2</sup> Gottlieb

فشاری با بازه کوتاه شکل بگیریید، ممکن است فشار ماکزیمم از فشار ژاکوفسکی فراتر برود (شکل ۴-۲). متاسفانه در این آزمایش فشار مخزن در خلال انجام آزمایشات به علت کوچکی اندازه تانک افزایش پیدا کرد. اندازه گیری فشار مخزن که در شکل ۴-۲ (نمودار پایینی) نشان داده شده است، برای تمام آزمایشاتی که در این رابطه انجام شده، مورد توجه بوده است.

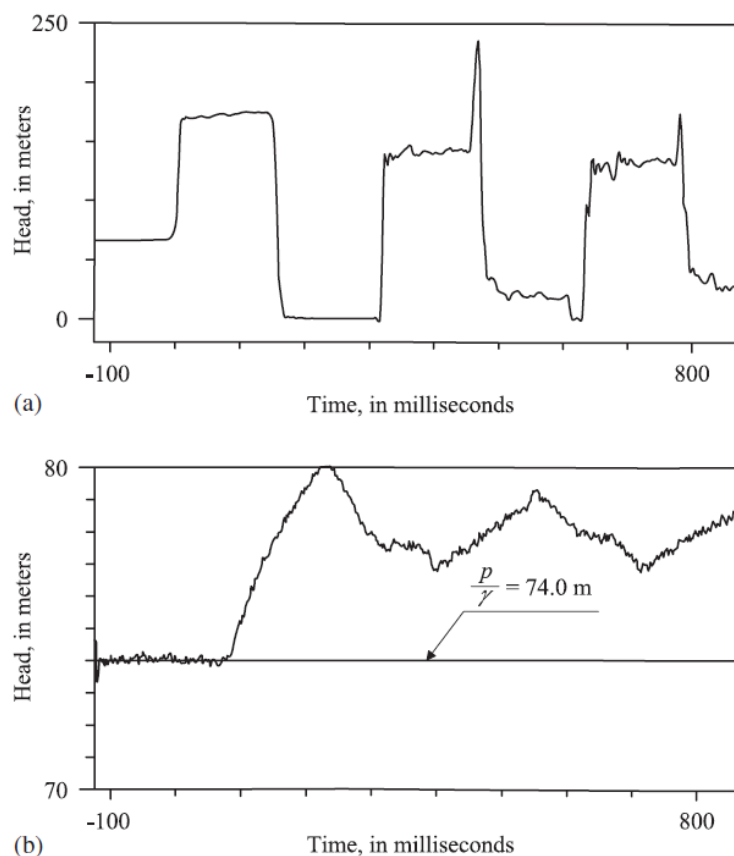
گراز و هولچر<sup>۱</sup> (۱۹۸۳) در مورد احتمال وقوع قله‌های فشار شدید در ادامه متلاشی شدن حفره به تحقیق و آزمایش پرداختند [۳۷]. قبل از آن در مورد پیک‌های فشار شدید در ابتدای از بین رفتن حفره، گزارشاتی ارائه شده بود. در نتیجه آنان مطالعه خود را بر روی افزایش فشار متمرکز کردند. نتایج عددی بر مبنای مدل حفره‌ایی بخار گسسته که هوا و یا گاز آزادی وجود نداشت صورت گرفته بود که تطابق مناسب و منطقی با نتایج آزمایشگاهی نشان داد. آزمایشات مختلفی با انواع مختلف مشخصات لوله اجرا شد که زمان حضور اولین حفره تقریباً ۱۶ تا ۲۰ برابر  $L/a$  اندازه گیری شد. البته پالس‌های فشاری کوتاه در این آزمایشات مشاهده نشدند که احتمالاً به دلیل زمان نسبتاً طولانی باقی ماندن حفره در مجاورت شیر بوده است. این محققین از دو نوع اندازه گیر القایی<sup>۲</sup> و فشارسنج مقاومتی<sup>۳</sup> استفاده نمودند که حس گرهای القایی (از نوع گیج کرنشی<sup>۴</sup>) مقادیر بیشتری را نشان می‌داد. همچنین مقادیر فشار کمتر از فشار بخار نیز مشاهده گردید. اندازه گیرهای القایی پیک‌های فشاری مختلفی را نشان می‌دادند.

<sup>1</sup> Graze and Horlacher

<sup>2</sup> Inductive transducer

<sup>3</sup> Piezo resistive transducer

<sup>4</sup> Strain-gage type



شکل ۲-۴ نتایج آزمایشگاهی نشان دهنده پالس‌های فشاری کوتاه مدت

سیمسون در رساله‌ی دکتری خود مجموعه‌ای از پالس‌های فشاری کوتاه مدت اندازه‌گیری شده در یک سیستم شیر، لوله، مخزن با شیب روبه بالا را ارائه نمود [۲۷]. به دلیل شیب لوله، در بالای لوله حفره بخار به صورت محدود شده در مجاورت شیر باقی مانده و در طول لوله کاویتاسیون گسترده ایجاد نگردید (تا زمان از بین رفتن اولین حفره).

## ۲-۶- شدت و مقدار کاویتاسیون

محل و شدت جدایی ستون مایع به عوامل و پارامترهای مختلفی بستگی دارد که در ادامه به برخی از

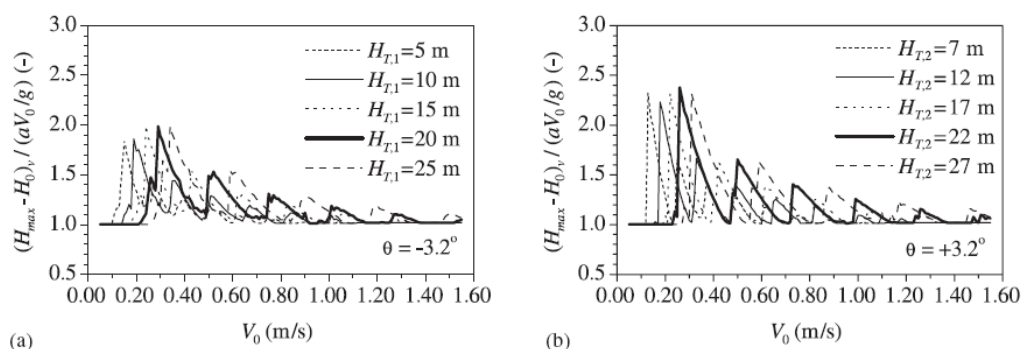


آن‌ها اشاره می‌شود. یکی از عوامل، علت و دلیل تشکیل رژیم غیر ماندگار (ضربه قوچ) است. مانند بسته شدن سریع شیر، خرابی و از کار افتادگی پمپ و اختلال در عملکرد توربین. علت دوم طرح خطوط لوله است که شامل ابعاد لوله‌ها، پروفیل طولی و موقعیت شیرها است و علت آخر خصوصیات هیدرولیکی است که در این عامل پارامترهای سرعت جریان پایدار، هد فشار استاتیکی، اصطکاک سطح، ویژگی‌های کاویتاسیون سیال و جداره‌های لوله دخالت دارند. بنابراین برای مشخص کردن یک معیار طراحی با توجه به پارامترهای قابل توجه ذکر شده، با مشکلاتی رو به رو خواهیم بود. مثلاً برای یک سیستم ساده مخزن، لوله، شیر فشار بعد از متلاشی شدن حفره‌ها ممکن است از فشار جوکوسکی بیشتر شده و یا به آن مقدار نرسد.

برگانت و سیمسون در سال ۱۹۹۹ یک آنالیز عددی پارامتری را برای دسته بندی رژیم‌های مختلف جدایی ستون مایع بر اساس فشار ماکزیمم انجام دادند [۲۲]. در این بررسی که از سیستم مخزن، لوله، شیر استفاده شد، شرایط جریان بحرانی طبق آنچه از قبل بیان شد، محاسبه گردید. طیف گسترده‌ای از مقادیر برای سرعت اولیه جریان، فشار استاتیکی بالا دست در تانک و شیب لوله در نظر گرفته شد [۶]. همچنین مقیاس زمانی  $L/a$  و زمان بستن شیر، ثابت در نظر گرفته شد. نتایج حاصل شده به خوبی اثرات تغییرات پارامترها را نشان می‌دهد که قسمتی از این نتایج در شکل ۲-۵ آورده شده است. در نمودار نشان داده شده، فشار ماکزیمم بر اساس پارامتر بی بعد نسبت افزایش فشار در شیر  $(H_{\max} - H_0)_v$  به مقدار فشار جوکوسکی می‌باشد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود برای سرعت‌های کم، ضربه قوچ بدون رخ دادن جدایی ستون ایجاد می‌گردد  $((H_{\max} - H_0)_v / (aV / g) = 1)$ .

همچنین برداشت دیگری که از نتایج شد این بود که مقدار پالس فشار با دوره کوتاه با اندازه موج فشار کم (منفی) برگشتی از مخزن و شدت کاویتاسیون در طول لوله مرتبط است. با افزایش سرعت اولیه نیز مقدار فشار جدایی ستون مایع به تدریج کم شده و به مقدار فشار جوکوسکی نزدیک می‌شود.

حجم‌های بزرگ حفره معمولاً در مجاورت شیر تشکیل می‌شوند، در حالی که در طول لوله حجم‌های کوچکتری از حفره‌ها مشاهده می‌شود.



شکل ۲-۵ هد ماکزیمم محاسبه شده در شیر به عنوان تابعی از سرعت اولیه (a) لوله به سمت پایین (b) به سمت بالا

برگانت و سیمسون بر اساس فشار ماکزیمم ایجاد شده، جریان‌های غیر ماندگار در لوله را به شکل زیر دسته بندی کردند.

۱- جریان‌های ضربه قوچ، که در این جریان‌ها جدایی ستون مایع اتفاق نمی‌افتد و فشار ماکزیمم همان فشار جوکوسکی است.

۲- رژیم جریان جدایی ستون فعال<sup>۱</sup>، در این نوع رژیم فشار ماکزیمم در اثر وقوع اولین جدایی ستون مایع در شیر و یا در طول لوله اتفاق می‌افتد. که فشار ماکزیمم در شیر به وسیله پالس فشار دوره کوتاه بدست می‌آید که از فشار جوکوسکی بیشتر خواهد بود.

۳- رژیم جریان جدایی ستون غیر فعال<sup>۲</sup>، ماکزیمم فشار توسط ضربه قوچ قبل کاپیتاسیون رخ داده و در نتیجه فشار ماکزیمم همان فشار جوکوسکی می‌باشد.

این طبقه بندی بر اساس فشار ماکزیمم صورت گرفته است. برای ارزیابی و تخمین بارهای دینامیکی

<sup>1</sup> active column separation flow regime

<sup>2</sup> passive column separation flow regime

در خطوط لوله و تکیه گاه‌های سازه‌ها، شیب پیشانی موج پارامتر مهم دیگری است که احتمالاً عامل اصلی آن متلاشی شدن جدایی ستون می‌باشد. از بین رفتن جدایی ستون احتمالاً مهمترین منبع ایجاد موج با شیب پیشانی بسیار زیاد می‌باشد. طبقه بندی دیگری برای ضربه قوچ و جدایی ستون مایع در سال ۲۰۰۰ توسط فنلی<sup>۱</sup> به صورت زیر ارائه شد [۳۸].

۱- عدم وجود کاویتاسیون

۲- کاویتاسیون رخ داده اما حفره بسته نمی‌شوند

۳- کاویتاسیون همراه بسته شدن و نابودی حفره‌ها بوده اما فشار اضافی تولید نمی‌کنند.

۴- کاویتاسیون همراه متلاشی شدن حفره‌ها بوده و سبب ایجاد فشارهای بیشتر از فشار ژاکوفسکی می‌شود.

در فصول آینده معادلات حاکم بر جدایی ستون مایع بدست آورده خواهند شد سپس روش‌های عددی برای حل این معادلات بیان می‌شوند و در نهایت به بررسی و تحلیل نتایج بدست آمده از روش‌های عددی و نتایج آزمایشگاهی پرداخته می‌شود.

<sup>۱</sup> Fanelli

فصل سوم

۳ معادلات اساسی حاکم

## ۳-۱- مقدمه

عوامل ایجاد کننده و حالت‌های ممکن ضربه قوچ در فصل قبل مورد بحث و بررسی قرار گرفتند. همچنین آورده شد که چگونه ممکن است در یک سیستم پدیده جدایی ستون مایع رخ دهد. همان طور که از قبل بیان شد دو نوع جدایی ستون قابل ایجاد و بررسی است. اول یک حفره بخار محلی (گسسته) که در مرزها (شیر بسته شده یا انتهای بسته) و یا در یک نقطه مرتفع (به طور نسبی) در طول لوله تشکیل می‌گردد. حالت دیگری که حفره بخار محلی تشکیل می‌شود محل برخورد دو موج کم فشار است که سبب ایجاد حفره میانی می‌شود. که حفره بخار میانی می‌تواند محل جدایی دو ناحیه سیال و یا دو ناحیه بخاری گسترده باشد. همچنین ممکن است جدا کننده یک ناحیه بخاری گسترده و یک ناحیه سیال باشد. نوع دوم جدایی ستون، کاویتاسیون بخاری گسترده می‌باشد که این نوع از کاویتاسیون در طولی از لوله رخ می‌دهد. در این حالت نسبت تخلخل مخلوط آب و حباب‌های بخار و آب کوچک می‌باشد (نزدیک به صفر)، این نوع از کاویتاسیون زمانی رخ می‌دهد که یک موج رقیق شده (کم فشار) سبب شود فشار در ناحیه‌ای از لوله برابر فشار بخار گردد.

متلاشی شدن یک حفره بخار گسسته و یا حرکت پیشانی موج ضربه در یک ناحیه بخاری گسترده، در هر دو مورد سبب می‌شود که فاز بخار تبدیل به فاز سیال شود. نهایتاً آن که احتمال وقوع ضربه قوچ و جدایی ستون مایع در پدیده‌های غیر ماندگار در شبکه‌های لوله وجود خواهد داشت و هر سیستمی که شامل شبکه‌ای از لوله‌ها باشد، ممکن است آن را تجربه کند.

در بحث پیرامون تحلیل جریان‌های غیر ماندگار نواحی مختلفی از جریان قابل بررسی هستند که شامل موارد زیر می‌شوند.

نواحی ضربه قوچ (فاز سیال)، نواحی کاویتاسیون بخاری گسترده (مخلوط سیال و حباب‌های بخار-سیال) و حفره‌های گسسته (فاز بخار سیال) [۷،۳۹،۲۸،۲۷]. که این نواحی مختلف، عکس العمل‌های متفاوتی بر یکدیگر خواهند گذاشت. در این قسمت مجموعه معادلاتی را برای توصیف پدیده جدایی ستون در شبکه‌های لوله در حالت کلی بدست می‌آوریم.

جدایی ستون (تشکیل و متلاشی شدن حفره‌های میانی، منبسط و متراکم شدن نواحی کاویتاسیون بخاری گسترده) به طور کامل توسط معادلاتی که حالت‌های فیزیکی خاصی از سیال را توصیف می‌کنند، قابل بیان است. که این حالت‌ها شامل حالت سیال، مخلوط سیال و حباب‌های بخار-سیال و حفره‌های گسسته است که در نهایت منجر به معادلات زیر می‌شوند.

۱- معادلات ضربه قوچ، بیان کننده وضعیت سیال

۲- معادلات جریان دو فازی<sup>۱</sup>، برای مخلوط همگن سیال و بخار-سیال

۳- معادلات ضربه<sup>۲</sup> که برای متراکم کردن ناحیه مخلوط بخار-سیال و باز گرداندن آن به فاز سیال به کار می‌رود.

۴- معادلاتی که برای یک حفره بخار گسسته<sup>۳</sup> به کار می‌رود. که جدا کننده نواحی سیال و یا نواحی کاویتاسیون بخاری گسترده در طول لوله می‌باشند (حفره میانی) یا که ممکن است در مرزها شکل بگیرد.

<sup>1</sup> Two phase flow equations

<sup>2</sup> Shock equations

<sup>3</sup> Discrete vapor cavity

معادلات ضربه قوچ، جریان دو فازی و موج ضربه‌ای به کمک اصل انتگرال گیری از حجم کنترل برای جریان یک بعدی حاصل می‌گردند. معادلات حاصله شامل معادله پیوستگی و معادله مومنتوم می‌باشند. که شکل انتگرالی این دو معادله به شکل زیر بدست می‌آیند.

۱- معادله پیوستگی

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV + \int_{cs} \rho \vec{V} d\vec{A} \quad (1-3)$$

که در معادله فوق  $t$  زمان،  $cv$  حجم کنترل،  $\rho$  چگالی،  $V$  حجم،  $cs$  سطح کنترل،  $\vec{V}$  سرعت جریان و  $H_0$  مساحت لوله می‌باشد.

۲- معادله مومنتوم

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho V dV + \int_{cs} \rho V \vec{V} d\vec{A} \quad (2-3)$$

که در آن  $F$  نیروهای وارد بر حجم کنترل می‌باشد.

یک حفره بخاری گسسته همانند یک شرط مرزی رفتار می‌کند، در حقیقت یک ناپیوستگی<sup>۱</sup> در ناحیه جریان پیوسته ایجاد می‌کند (جدایی کامل ستون سیال). رشد و کوچک شدن حفره بخار گسسته به وسیله معادلات ضربه قوچ یا معادلات جریان دو فازی برای مخلوط بخار سیال و یا ترکیبی از هر دو و همچنین استفاده از معادله پیوستگی محاسبه می‌گردد [۴۰].

معادلات به دست آمده را می‌توان برای انواع لوله با مشخصات گوناگون و نیز برای عکس العمل بین فازهای مختلف به کار برد. که در ادامه روش‌های عددی و تحلیلی برای معادلات جدایی ستون مایع

<sup>1</sup> Discontinuity

شرح داده می‌شود.

### ۳-۲- معادلات ضربه قوچ

معادلات ضربه قوچ جهت محاسبه جریان سیال غیر ماندگار درون لوله هنگامی که فشار آن بزرگتر از فشار بخار سیال باشد به کار می‌رود. به محض آن که فشار از فشار بخار سیال کمتر گردد این معادلات اعتبار خود را از دست خواهند داد.

فرضیاتی که برای بدست آوردن معادلات ضربه قوچ به کار می‌روند به قرار زیراند [۲۷،۲۸]:

۱- جریان در خطوط لوله به صورت تک بعدی فرض می‌گردد و سرعت و فشار در مقاطع انتخابی به صورت یکنواخت خواهد بود.

۲- لوله به صورت کاملاً پر فرض می‌گردد و در خلال جریان گذرا نیز به همین صورت خواهد بود.

۳- در زمان جریان غیر ماندگار جدایی ستون رخ نمی‌دهد. به عبارت دیگر فشار بیشتر از فشار بخار می‌باشد.

۴- جدار لوله و سیال به صورت الاستیک خطی فرض می‌شوند.

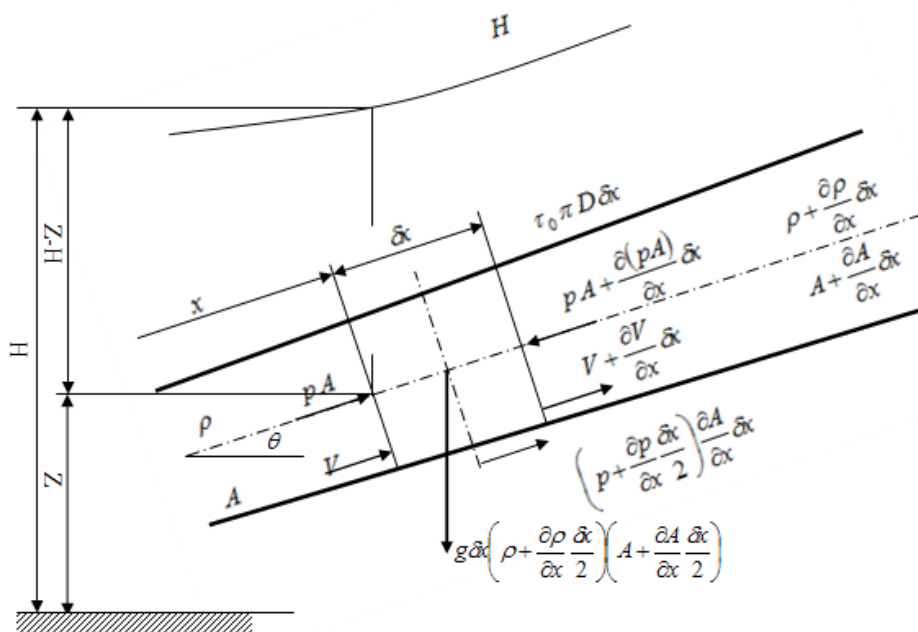
۵- افت اصطکاک غیر ماندگار همانند افت حالت پایدار محاسبه می‌شود. که این فرض را می‌توان با معرفی رابطه‌ای برای اعمال اثرات اصطکاک غیرماندگار در مدل روش خطوط مشخصه اصلاح کرد.

۶- مقدار گاز آزاد درون سیال در مقادیر کم فرض می‌شود به طوری که بتوان سرعت موج را ثابت فرض کرد.



۷- افزایش فشار ایجاد شده به واسطه امواج پیش رونده<sup>۱</sup> در جداره لوله در مقایسه با امواج فشاری به وجود آمده در سیال کوچک می‌باشد.

با در نظر گرفتن یک حجم کنترل در حالت کلی، همانطور که در شکل ۱-۳ مشاهده می‌شود، معادلات ضربه قوچ به طور دقیق بدست آمده‌اند. دو معادله پیوستگی و مومنوم با استفاده از روابط (۱-۳) و (۲-۳) حاصل می‌شوند.



۱-۳ حجم کنترل برای معادلات ضربه قوچ

### ۳-۲-۱- معادله پیوستگی ضربه قوچ

اولین عبارت در معادله (۱-۳) نرخ افزایش جرم در حجم کنترل نسبت به زمان، در شکل ۱-۳ می‌باشد. که به شکل زیر محاسبه می‌شود.

<sup>۱</sup> Precursor wave

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV = \frac{-\rho A \delta x + \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta t \right) \left( A + \frac{\partial A}{\partial t} \delta t \right) \left( x + \frac{\partial x}{\partial t} \delta t \right)}{\delta t} \quad (3-3)$$

که در آن  $\delta x$  طول حجم کنترل می‌باشد.

عبارت دوم در معادله (۱-۳) نرخ جریان خروجی از حجم کنترل نشان داده شده در شکل ۱-۳ است.

$$\int_{cs} \rho \vec{V} d\vec{A} = -\rho VA + \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \delta x \right) \left( V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x \right) \left( A + \frac{\partial A}{\partial x} \delta x \right) \quad (4-3)$$

با جاگذاری معادلات دو معادله قبل در معادله (۱-۳) (پیوستگی) و ساده سازی آن و صرف نظر کردن از ترم‌های مرتبه بالاتر رابطه زیر حاصل می‌گردد.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A \delta x) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho AV) \delta x = 0 \quad (5-3)$$

با معرفی مشتق کامل برای حرکت سیال به صورت زیر

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \quad (6-3)$$

و جایگذاری آن در معادله (۵-۳) و با فرض اینکه مقاطع عرضی ورودی و خروجی دارای فاصله جداگانه هستند (فاصله ثابت) و در واقع مستقل از جدار لوله می‌باشند ( $d\delta x/dt = 0$ ) می‌توان معادله را به صورت زیر باز نویسی کرد.

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (7-3)$$

معادله فوق برای لوله‌های استوانه‌ای با مقطع همگرا و واگرا با هر شیب دلخواه برای هر نوع سیال و هر جنس جداره لوله برقرار می‌باشد [۷].

حال معادله (۷-۳) را برای حالت ضربه قوچ که مرتبط با جریان غیر ماندگار در سیال است بسط می‌دهیم.

اولین عبارت در این معادله قابلیت تراکم پذیری سیال<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد که می‌توان آن را با استفاده از مدول بالک برای سیال در حالت الاستیک به صورت زیر بیان کرد

$$K = -V \frac{dp}{dV} \quad (۸-۳)$$

که در آن  $K$  مدول بالک<sup>۲</sup> سیال الاستیک است. که از قانون بقای جرم داریم

$$dm = d(\rho V) = \rho dV + V d\rho \quad (۹-۳)$$

با ترکیب دو معادله فوق بدست می‌آوریم

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{K} \frac{dp}{dt} \quad (۱۰-۳)$$

معادله حاصل شده برای سیال با تراکم پذیری کم معتبر بوده همچنین از اثرات ترمودینامیکی صرف نظر شده است [۷، ۴۶].

عبارت دوم معادله، اثر الاستیک جداره لوله را اعمال می‌کند. در این قسمت به بررسی لوله استوانه‌ای با

<sup>۱</sup> Compressibility of liquid

<sup>۲</sup> Bulk modulus

جدار نازک در حالت الاستیک خطی می‌پردازیم. که معمول‌ترین نوع لوله در نیروگاه‌های برق آبی و شبکه‌های آبرسانی می‌باشد. نرخ افزایش سطح مقطع نسبت به زمان به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{\pi D^2} \pi \frac{d\varepsilon_2}{dt} \frac{D}{2} \quad (11-3)$$

که  $D$  قطر لوله و  $\varepsilon_2$  کرنش کلی در جهت عرضی<sup>۱</sup> که می‌توان آن را به صورت معادله‌ای که در ادامه آمده است بیان کرد [۷].

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu \sigma_1) \quad (12-3)$$

که  $E$  مدول الاستیسته یانگ جداره لوله،  $\sigma_2$  تنش جانبی (کمربندی)<sup>۲</sup>،  $\sigma_1$  تنش محوری و  $\mu$  نسبت پواسون می‌باشد.

جایگذاری معادله فوق در معاله (۱۱-۳) منجر به رابطه زیر خواهد شد

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{2}{E} \left( \frac{d\sigma_2}{dt} - \mu \frac{d\sigma_1}{dt} \right) \quad (13-3)$$

با قرار دادن معادله فوق و معادله (۱۰-۳) در معادله (۷-۳) به فرم جدیدی برای معادله پیوستگی به صورت زیر دست می‌یابیم

<sup>1</sup> Total strain in the lateral direction

<sup>2</sup> Lateral (hoop) stress

$$\frac{1}{K} \frac{dp}{dt} + \frac{2}{E} \left( \frac{d\sigma_2}{dt} - \mu \frac{d\sigma_1}{dt} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (۱۴-۳)$$

تنش‌های محوری و جانبی با فشار مرتبطانند و با فرض یک درز انبساطی برای اتصال لوله در سرتاسر لوله  $\sigma_1 = 0$  خواهد بود و در نتیجه  $d\sigma_1/dt = 0$  همچنین تنش جانبی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\sigma_2 = \frac{pD}{2e} \quad (۱۵-۳)$$

در رابطه فوق  $e$  ضخامت جداره لوله می‌باشد. در نتیجه

$$\frac{d\sigma_2}{dt} = \frac{D}{2e} \frac{dp}{dt} \quad (۱۶-۳)$$

با جاگذاری این معادله در معادله (۱۴-۳) معادله پیوستگی به شکل زیر در می‌آید

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} + a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (۱۷-۳)$$

که در آن  $a$  سرعت موج ضربه قوچ است که به صورت زیر بیان می‌شود

$$a^2 = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K}{E} \frac{D}{e} c_1} \quad (۱۸-۳)$$

که  $c_1$  پارامتری بی بعد است که اثرات شرایط تکیه گاهی را بر سرعت موج اعمال می‌کند. به طوری که برای لوله با درز انبساطی مقدار  $c_1$  یک خواهد بود. مقادیر دیگر این ضریب در منابع مرتبط موجود می‌باشد. همچنین چنانچه جداره لوله صلب باشد، مخرج کسر معادله به سمت یک میل خواهد کرد.

حال به دلیل اینکه عملاً، در محاسبات و طراحی‌های شبکه‌های آبیاری و نیروگاه‌های برق آبی از ارتفاع پیزومتری استفاده می‌شود، این متغیر را جایگزین پارامتر فشار می‌کنیم. که معادلات به اشکال زیر تبدیل خواهند شد.

$$p = \rho g(H - z) \quad (19-3)$$

که  $z$  تراز لوله است. در نتیجه با مشتق‌گیری نسبت به زمان خواهیم داشت

$$\frac{dp}{dt} = \rho g \left( \frac{dH}{dt} - \frac{dz}{dt} \right) \quad (20-3)$$

که رابطه فوق از تغییرات چگالی در مقایسه با تغییرات ارتفاع پیزومتری و تراز لوله صرف نظر شده است. با توجه به اینکه جداره لوله حرکتی ندارد بر اساس شکل ۱-۳ رابطه زیر بدست می‌آید

$$\frac{dz}{dt} = V \frac{\partial z}{\partial x} = V \sin \theta \quad (21-3)$$

سرانجام پس از بازآرایی، معادله پیوستگی بر حسب متغیرهای سرعت ( $V$ ) و ارتفاع پیزومتری ( $H$ ) به صورت زیر بدست خواهد آمد.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} - V \sin \theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (22-3)$$

در بیشتر کاربردهای مهندسی از ترم شتاب جابجایی<sup>۱</sup>  $V(\partial H / \partial x)$  و ترم شیب  $V \sin \theta$  به علت این که در مقایسه با دیگر عبارتها بسیار کوچک می‌باشند، در معادله قبل می‌توان از آنها صرف نظر کرد.

<sup>۱</sup> Convective acceleration

همچنین از متغیر دبی به جای سرعت جریان استفاده می‌شود. در نهایت با این ترکیب و ساده سازی، شکل ساده شده معادله پیوستگی حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (23-3)$$

در معادله فوق پارامترهای مکان  $x$  و زمان  $t$  متغیرهای مستقل بوده در حالی که ارتفاع پیزومتری  $H$  (یا فشار  $p$ ) و دبی  $Q$  (یا سرعت  $V$ ) پارامترهای وابسته می‌باشند.

### ۳-۲-۲- معادله حرکت ضربه قوچ

سمت چپ معادله (۲-۳) برآیند نیروهای وارد بر حجم کنترل می‌باشد. با مراجعه به حجم کنترل در شکل ۱-۳ مشاهده می‌شود که نیروهای وارده شامل نیروهای فشاری وارد بر انتهای حجم کنترل، نیروی وارد به سیال به واسطه تغییر سطح مقطع، مولفه نیروی جاذبه در راستای لوله و نیروی برشی ایجاد شده به واسطه اصطکاک لوله می‌شوند. که به صورت زیر نوشته می‌شوند

$$\sum F = pA - \left[ pA + \frac{\partial}{\partial x}(pA)\delta x \right] + \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} \delta x - g\delta x \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \left( A + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \sin \theta - \tau_0 \pi D \delta x \quad (24-3)$$

تنش برشی  $\tau_0$  با استفاده از معادله داریسی و ایسباخ در حالت جریان پایدار به شکل زیر بیان می‌شود

$$\tau_0 = \frac{\rho f V |V|}{8} \quad (25-3)$$

که در این رابطه  $f$  ضریب اصطکاک داری و ایسباخ است.

اولین عبارت در سمت راست معادله (۲-۳) (معادله مومنوم) نرخ تغییرات مومنوم درون حجم کنترل

نسبت به زمان است که به شکل زیر نوشته می شود

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho V dV = \frac{-\rho V A \delta x + \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta t \right) \left( V + \frac{\partial V}{\partial t} \delta t \right) \left( A + \frac{\partial A}{\partial t} \delta t \right) \left( \delta x + \frac{\partial \delta x}{\partial t} \delta t \right)}{\delta t} \quad (۲۶-۳)$$

عبارت دوم در سمت راست آن مقدار خالص جریان خروجی از حجم کنترل می باشد که به شکل زیر

نشان داده می شود

$$\int_{cs} \rho V \vec{V} d\vec{A} = -\rho V^2 A + \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \delta x \right) \left( V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x \right)^2 \left( A + \frac{\partial A}{\partial x} \delta x \right) \quad (۲۷-۳)$$

با ساده کردن معادلات (۲۴-۳) ، (۲۶-۳) و (۲۷-۳) و حذف جملات مرتبه بالاتر و جایگزینی در

معادله (۲-۳) و به کار بردن معادلات (۵-۳) و معادله تنش برشی منجر به رابطه زیر خواهد شد

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (۲۸-۳)$$

همانند معادله پیوستگی مقدار فشار  $p$  با متغیر ارتفاع پیزومتری  $H$  جایگزین، و با استفاده از آن

روابط معادله زیر حاصل خواهد شد

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (۲۹-۳)$$

با صرف نظر کردن از شتاب جابجایی  $V(\partial V/\partial x)$  که در مقایسه با سایر عبارات بسیار کوچک می باشد



و همچنین استفاده از دبی به جای سرعت ( $Q = AV$ ) در نهایت رابطه مومنوم به شکل زیر خواهد بود

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0 \quad (3-30)$$

### ۳-۳- معادلات جریان دو فازی برای مخلوط همگن سیال و حباب‌های بخار-

#### سیال

معادلات جریان دو فازی برای یک مخلوط همگن سیال<sup>۱</sup> و حباب‌های بخار سیال<sup>۲</sup>، به صورت زیر بدست می‌آیند. یک مخلوط همگن سیال و حباب‌های بخار سیال در جریان لوله‌های تحت فشار هنگامی فرض می‌شود رخ داده که یک موج با فشار منفی در ناحیه‌ای از طول لوله که فشار آن کاهش یافته عبور کند و باعث می‌شود که فشار در طول گسترده‌ای از لوله برابر فشار بخار سیال گردد.

فرضیاتی که برای توسعه معادلات جریان دو فازی برای مخلوط همگن سیال و حباب‌های بخار سیال به کار می‌رود شامل موارد زیر می‌شوند [۷، ۲۷، ۲۸]:

۱- جریان به صورت تک بعدی بوده که از مقادیر میانگین مقطعی، برای سرعت مخلوط، فشار، چگالی و نسبت تخلخل به کار می‌رود.

۲- در خلال کاویتاسیون بخاری مقدار ناچیزی از گاز سیال به صورت حباب‌های بخار آزاد می‌گردد.

۳- اثرات نیروهای گرانشی بر حباب‌ها، قابل صرف نظر کردن می‌باشد.

<sup>1</sup> Homogenous mixture of liquid

<sup>2</sup> Liquid vapor bubbles

۴- نسبت تخلخل بخار بسیار کوچکتر از واحد بوده بنابراین از جرم و مومنتوم حبابها می‌توان چشم‌پوشی کرد.

۵- فشار بخار سیال دارای مقدار ثابتی است و از اثرات کشش سطحی که سبب اختلاف فشار در عبور از حبابهای بخار می‌شود نادیده گرفته می‌شود.

۶- سیال و حبابهای سیال در مخلوط هنگام کاویتاسیون بخاری دارای مقادیر سرعت یکسانی می‌باشند.

۷- حبابهای بخار سیال تحت تاثیر انقباض و انبساط حبابهای مجاور قرار نمی‌گیرند.

۸- کاویتاسیون بخاری به صورت کاویتاسیون هیدرودینامیکی بدست آمده است. (معادلات تا دمای ۵۵ درجه سلسیوس (۳۲۸ K) معتبر می‌باشند.

معادلات جریان دو فازی برای ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده برای حجم کنترل نشان داده شده در شکل ۲-۳ در حالت کلی استخراج می‌شوند. دو معادله‌ای که برای ناحیه کاویتاسیون بخاری بدست می‌آیند معادلات پیوستگی و مومنتوم هستند که با استفاده از روابط (۱-۳) و (۲-۳) حاصل می‌شوند.

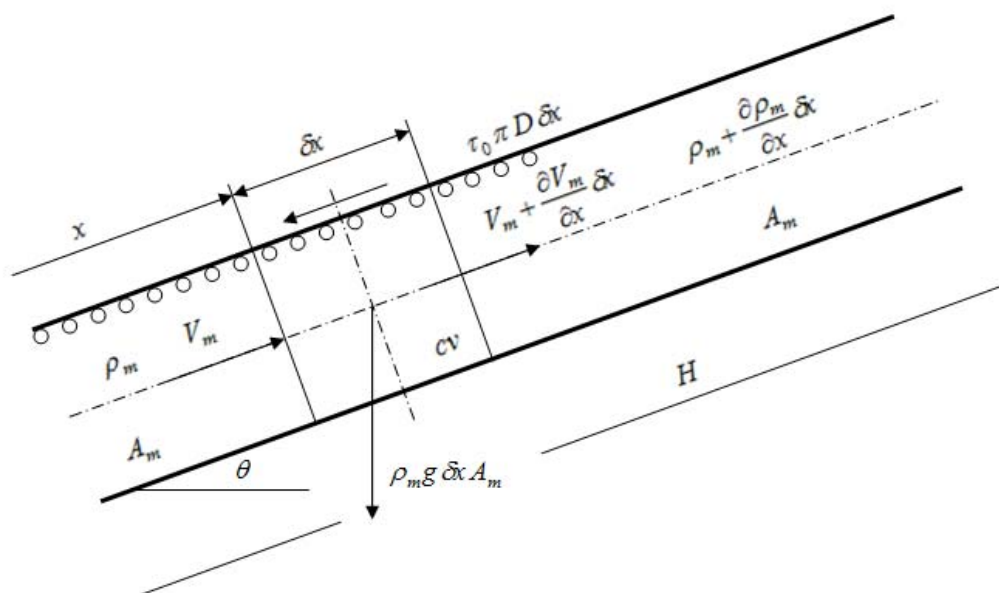
### ۳-۳-۱- معادله پیوستگی برای مخلوط بخار سیال

اولین عبارت در معادله نرخ افزایش جرم (مخلوط سیال و حبابهای بخار گسترده در سیال) درون حجم کنترل نسبت به زمان است که به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV = \frac{-\rho_m A_m \delta x + \left( \rho_m + \frac{\partial \rho_m}{\partial t} \delta t \right) A_m \delta x}{\delta t} \quad (3-3)$$

که  $\rho_m$  چگالی مخلوط بخار سیال و  $A_m$  مساحت مقطع عرضی لوله که تماماً با مخلوط بخار سیال در

ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده که در فشار ثابت (فشار بحر سیال) قرار دارد، پر شده است. به دلیل وجود فشار ثابت مساحت سطح مقطع ثابت می‌ماند.



۲-۳ حجم کنترل ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده، برای معادلات جریان دو فازی

عبارت دوم در معادله (۱-۳) نرخ خالص جرم خروجی از حجم کنترل است که در شکل ۲-۳ نمایش داده شده است

$$\int_{cs} \rho \vec{V} d\vec{A} = -\rho_m V_m A_m + \left( \rho_m + \frac{\partial \rho_m}{\partial x} \delta x \right) \left( V_m + \frac{\partial V_m}{\partial x} \delta x \right) A_m \quad (۳۲-۳)$$

$V_m$  سرعت مخلوط بخار-سیال است.

با جاگذاری دو معادله قبل در معادله (۱-۳) و ساده نمودن آن و حذف جملات با مرتبه بالاتر به معادله بعد دست پیدا خواهیم کرد

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + V_m \frac{\partial \rho_m}{\partial x} + \rho_m \frac{\partial V_m}{\partial x} = 0 \quad (33-3)$$

نسبت تخلخل بخار ( $\alpha_m$ ) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\alpha_m = \frac{V_v}{V_m} \quad (34-3)$$

که در آن  $V_v$  حجم حباب‌های بخار سیال که به طور همگن گسترده شده‌اند، می‌باشد.  $V_m$  حجم کل مخلوط بخار سیال است. هر دو این متغیرها در فشار بخار قرار دارند.

چگالی مخلوط بخار سیال<sup>۱</sup> را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\rho_m = \alpha_v \rho_v + (1 - \alpha_v) \rho_l \quad (35-3)$$

که  $\rho_v$  چگالی بخار سیال و  $\rho_l$  چگالی سیال هستند. که چگالی بخار، بسیار کوچکتر از چگالی سیال می‌باشد. و هنگامی که نسبت‌های تخلخل کوچک باشند می‌توان از مقدار چگالی بخار صرف نظر نمود که معادله قبل به صورت زیر ساده می‌شود

$$\rho_m = (1 - \alpha_v) \rho_l(p_v) \quad (36-3)$$

که  $\rho_l(p_v)$  چگالی سیال در فشار بخار سیال است. با جایگزینی این معادله در (33-3) بدست می‌آید

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} + V_m \frac{\partial \alpha_v}{\partial x} - (1 - \alpha_v) \frac{\partial V_m}{\partial x} = 0 \quad (37-3)$$

<sup>۱</sup> Liquid vapor mixture density

با معرفی مشتق کامل برای حرکت مخلوط بخار-سیال به صورت زیر

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_m \frac{\partial}{\partial x} \quad (38-3)$$

و با استفاده از معادله (37-3) و فرض مقدار کوچکی برای نسبت تخلخل به معادله زیر می‌رسیم

$$\frac{d \alpha_v}{dt} = \frac{\partial V_m}{\partial t} \quad (39-3)$$

که در این معادله نسبت تخلخل بخار  $\alpha_v$  و سرعت مخلوط بخار سیال  $V_m$  متغیرهای وابسته می‌باشند.

### 3-3-2- معادله حرکت برای مخلوط بخار-سیال

عبارت سمت چپ معادله (2-3) برآیند نیروهای وارد بر حجم کنترل است. تا زمانی که فشار در ناحیه بخاری ثابت است نیروهای عمل کننده بر انتهای حجم کنترل با هم برابر بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند. با مراجعه به حجم کنترل در شکل نیروهای وارد در جهت طول لوله شامل نیروهای گرانشی و نیروی برشی به واسطه افت اصطکاک به صورت زیراند:

$$\sum F = -\rho_m g \delta x A_m \sin \theta - \tau_0 \pi D \delta x \quad (40-3)$$

که فرض می‌گردد تنش برشی جداره در حالت جریان پایدار بوده به این معنی که از اثرات افت اصطکاک حباب‌های بخار در مخلوط، برای مقادیر کوچک نسبت تخلخل، صرف نظر شده است.

$$\tau_0 = \frac{\rho f V_m |V_m|}{8} \quad (41-3)$$

اولین عبارت در سمت راست معادله (۲-۳) نرخ افزایش مومنتوم نسبت به زمان درون حجم کنترل است که در شکل ۲-۳ نیز نشان داده شده است.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho V dV = \frac{-\rho_m V_m A_m \delta x + \left( \rho_m + \frac{\partial \rho_m}{\partial t} \delta t \right) \left( V_m + \frac{\partial V_m}{\partial t} \delta t \right) A_m \delta x}{\delta t} \quad (۴۲-۳)$$

عبارت دوم در سمت راست معادله مومنتوم خالص خروجی از حجم کنترل است که به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\int_{cs} \rho V \vec{V} d\vec{A} = -\rho_m V_m^2 A_m + \left( \rho_m + \frac{\partial \rho_m}{\partial x} \delta x \right) \left( V_m + \frac{\partial V_m}{\partial x} \delta x \right)^2 A_m \quad (۴۳-۳)$$

با ساده کردن دو معادله قبل و حذف عبارات با مراتب بالاتر و جاگزینی آن‌ها در معادله مومنتوم اولیه و به همراه معادله (۴۰-۳) و با استفاده از معادله پیوستگی (۳۳-۳) و معادله تنش برشی (۴۱-۳) بدست می‌آید

$$\frac{\partial V_m}{\partial t} + V_m \frac{\partial V_m}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{f V_m |V_m|}{2D} = 0 \quad (۴۴-۳)$$

با تعریف مشتق کامل به صورت معادله (۳۸-۳)، معادله فوق به صورت زیر تبدیل خواهد شد

$$\frac{dV_m}{dt} = -g \sin \theta - \frac{f V_m |V_m|}{2D} \quad (۴۵-۳)$$

که در این رابطه سرعت مخلوط بخار-سیال  $V_m$  تنها متغیر وابسته معادله می‌باشد.

### ۳-۴- معادلات ضربه برای تراکم مخلوط بخار-سیال و بازگشت به فاز سیال

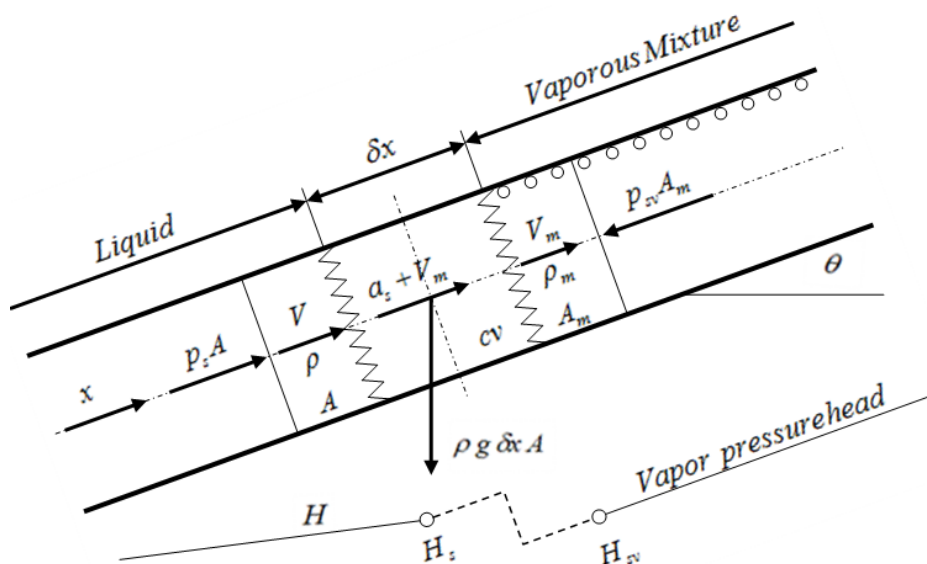
یک ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده با انتشار درون یک ناحیه ضربه قوچ گسترش پیدا می‌کند. هرگاه گسترش ناحیه بخاری گسترده متوقف شود، مرز جدا کننده نواحی ضربه قوچ و کاویتاسیون بخاری تمایل دارد که به درون ناحیه کاویتاسیون (بخاری) باز گردد. فرآیند تبدیل سیال به مخلوط بخار سیال توسط یک موج فشاری (موج ضربه) و یا متلاشی شدن یک حفره میانی که بین دو ناحیه مخلوط بخار سیال با منابع متفاوت قرار گرفته، سبب ایجاد امواج ضربه و تراکم ناحیه مخلوط بخار سیال و بازگشت آن به فاز سیال می‌شود. در ادامه سیال تحت فشار  $p_s$  قرار می‌گیرد که بدون قید و شرط این فشار بزرگتر از فشار بخار سیال  $p_v$  می‌باشد.

حرکت سطح مشترک<sup>۱</sup> بین سیال تک فازی (مایع) و سیال دو فازی تک مولفه‌ای<sup>۲</sup> (مخلوط همگن سیال و حباب‌های بخار سیال) توسط معادلات ضربه توصیف می‌گردد. در این قسمت معادلاتی که حرکت پیشانی موج ضربه را بیان می‌کنند بدست آورده می‌شود. علاوه بر فرضیاتی که قسمت‌های قبل برای سیال و مخلوط بخار-سیال آورده شد فرضیات دیگری نیز برای حرکت وجه مشترک بین دو فاز بیان خواهد شد که در ادامه به توضیح آن‌ها پرداخته می‌شود [۲۷، ۲۸].

- ۱- عرض ناپیوستگی بسیار کوچک و قابل صرف نظر کردن است.
- ۲- افزایش دما در اثر عبور جرم از پیشانی موج ضربه کوچک می‌باشد.
- ۳- شرایط دمایی یکسانی در عبور از وجه مشترک فرض می‌شود.
- ۴- جرم و مومنتوم فاز بخاری مخلوط بخار-سیال قابل چشم پوشی است.

<sup>1</sup> Interface

<sup>2</sup> One component two phase fluid



۳-۳ حجم کنترل برای معادلات ضربه

با استفاده از حجم کنترل نمایش داده شده در شکل ۳-۳ معادلات ضربه را برای بدست آوردن حرکت کلی سطح مشترک (حرکت در هر دو جهت لوله) بدست می‌آوریم. دو معادله‌ای که برای بدست آوردن معادله حرکت سطح مشترک به کار می‌روند شامل معادله پیوستگی و معادله مومنوم هستند، که به کمک معادلات اولیه انتگرال گیری از حجم کنترل قابل دستیابی‌اند. برای تمایز بین دو ناحیه در دو طرف پیشانی موج ضربه از زیر نویس‌های زیر استفاده می‌شود. برای ناحیه ضربه قوچ از زیر نویسی استفاده نمی‌گردد بجز پارامتر فشار که از نشانه  $p_s$  استفاده شده است. متغیرهایی که به ناحیه کاویتاسیون بخاری اشاره دارند با زیر نویس  $m$  مشخص می‌شوند، بجز متغیر فشار که با  $p_{sv}$  نمایش داده شده است ( $p_{sv} \equiv p_s$ ).



۳-۴-۱- معادله پیوستگی برای پیشانی موج ضربه<sup>۱</sup>

اولین عبارت در معادله (۳-۱) نرخ افزایش جرم درون حجم کنترل در شکل ۳-۳ است.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV = \frac{\rho A \delta x - \rho_m A_m \delta x}{\delta t} \quad (۴۶-۳)$$

افزایش جرم، تشکیل شده از حجم بخار که با تراکم آن به فاز سیال تبدیل شده است، افزایش جرم به واسطه افزایش چگالی سیال و در نهایت افزایش سطح مقطع لوله به واسطه افزایش فشار و بالاتر رفتن آن از فشار بخار سیال.

عبارت دوم در معادله نرخ خالص جریان خروجی از حجم کنترل می‌باشد. که به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\int_{cs} \rho \vec{V} d\vec{A} = -\rho VA + \rho_m V_m A_m \quad (۴۷-۳)$$

با جاگذاری دو معادله قبل در معادله اولیه پیوستگی داریم

$$(\rho A - \rho_m A_m) \frac{\delta x}{\delta t} + \rho_m V_m A_m - \rho VA = 0 \quad (۴۸-۳)$$

اکنون به بررسی تغییرات چگالی و سطح مقطع لوله می‌پردازیم. اختلاف چگالی بین سیال و مخلوط  $\rho - \rho_m$  به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\rho - \rho_m = (\rho - \rho(p_v)) + (\rho(p_v) - \rho_m) \quad (۴۹-۳)$$

<sup>۱</sup> Shock wave front

با جایگزینی تغییرات چگالی  $\Delta\rho$  به جای اختلاف چگالی‌ها که در حقیقت تفاوت فشار بین ناحیه ضربه قوچ و فشار بخار سیال است، داریم

$$\Delta\rho = \rho - \rho(p_v) \quad (50-3)$$

با ترکیب دو معادله قبل عبارتی برای چگالی ناحیه کاویتاسیون بخاری حاصل می‌شود

$$\rho_m = \rho - [\Delta\rho + (\rho(p_v) - \rho_m)] \quad (51-3)$$

همچنین برای مساحت مقطع عرضی لوله در ناحیه بخاری داریم

$$A_m = A - (A - A_m) \quad (52-3)$$

مساحت عرضی لوله در ناحیه کاویتاسیون بخاری مقداری است ثابت که مقدار آن با ناحیه ضربه قوچ با ضربه قوچ با فشاری برابر فشار بخار سیال، برابر است. تغییرات مساحت لوله را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\Delta A = A - A_m \quad (53-3)$$

یا به عبارت دیگر خواهیم داشت

$$A_m = A - \Delta A \quad (54-3)$$

در هنگام تراکم ناحیه بخاری، پیشانی موج ضربه فاصله  $\delta x$  را در زمان  $\delta t$  طبق رابطه زیر خواهد پیمود

$$\delta x = (a_s + V_m)\delta t \quad (55-3)$$

که  $a_s$  سرعت موج ضربه است. با جاگذاری معادله (3-51) و دو معادله قبل و ساده سازی و حذف جملات مراتب بالاتر رابطه زیر حاصل می‌شود [46]

$$a_s \left[ \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\rho(\rho_v) - \rho_m}{\rho} \right] - (V - V_m) = 0 \quad (56-3)$$

با استفاده از رابطه (3-36) و تعریف نسبت تخلخل در رابطه بالا خواهیم داشت

$$a_s \left[ \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\alpha_v \rho(\rho_v)}{\rho} \right] - (V - V_m) = 0 \quad (57-3)$$

رابطه موج سیال با تغییرات چگالی سیال و تغییرات مساحت مقطع عرضی با استفاده از رابطه پایین قابل بیان خواهد بود

$$a^2 = \frac{\frac{\Delta p}{\rho}}{\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho}} \quad (58-3)$$

که در آن  $\Delta p$  تغییرات فشار به ازای حرکت پیشانی موج ضربه در فاصله  $\delta x$  می‌باشد. با جاگذاری معادله قبل در معادله (3-57) رابطه زیر بدست می‌آید

$$a_s \left[ \frac{\Delta p}{\rho a^2} + \frac{\alpha_v \rho(\rho_v)}{\rho} \right] - (V - V_m) = 0 \quad (59-3)$$

تغییرات فشار را می‌توان با استفاده از رابطه زیر، با تغییرات ارتفاع پیزومتری  $\Delta H$  جایگزین نمود. (با

فرض ناپیوستگی بسیار کوچک، برای تراز لوله داریم  $(z_s = z_{sv} = z)$

$$\Delta p = p_s - p_{sv} = \rho g (H_s - H_{sv}) \quad (۶۰-۳)$$

که  $H_s$  ارتفاع پیزومتری سمت ناحیه ضربه قوچ وجه مشترک و  $H_{sv}$  ارتفاع پیزومتری سمت ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده، وجه مشترک می‌باشد. همچنین در ناحیه ضربه قوچ نسبت  $\rho(p_v)/\rho$  تقریباً برابر یک خواهد بود [۴۶]، با این تخمین می‌توان معادله قبل را به شکل زیر بازنویسی کرد که معادله نهایی پیوستگی موج ضربه می‌باشد

$$a_s \left[ \frac{g}{a^2} (H_s - H_{sv}) + \alpha_v \right] - (V - V_m) = 0 \quad (۶۱-۳)$$

در معادله پیوستگی بدست آمده مجهولات شامل سرعت موج ضربه  $a_s$ ، ارتفاع پیزومتری سمت ناحیه ضربه قوچ پیشانی موج ضربه  $H_s$ ، نسبت تخلخل مخلوط در ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده مجاور موج ضربه  $\alpha_v$ ، سرعت جریان در ناحیه ضربه قوچ  $V$  و سرانجام سرعت جریان در ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده مجاور پیشانی موج ضربه  $V_m$ .

### ۳-۴-۲- معادله حرکت برای پیشانی موج ضربه

سمت چپ معادله (۲-۳) برآیند نیروهای وارد بر حجم کنترل است. با مراجعه به حجم کنترل نشان داده شده در شکل ۳-۳ برآیند نیروها، شامل نیروهای فشاری وارد بر انتهای حجم کنترل و نیروهای گرانشی در راستای لوله می‌باشند، که به صورت زیر بیان می‌شوند

$$\sum F = p_s A - p_{sv} A_m - \rho g A \delta x \sin \theta \quad (۶۲-۳)$$

که از نیروی اصطکاک به علت کوچک بودن مقدار آن صرف نظر می‌شود (عرض ناپیوستگی بسیار کوچک است). برای محاسبه نیروی جاذبه از چگالی و مساحت ناحیه سمت ضربه قوچ وجه مشترک استفاده می‌شود (که از مقدار کوچک نسبت تخلخل و مقدار کوچک تغییرات مقطع لوله در محاسبه وزن سیال چشم پوشی شده است).

عبارت اول در سمت راست معادله نرخ افزایش مومنتوم درون حجم کنترل نسبت به زمان است که با توجه به شکل ۳-۳ داریم

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho V dV = \frac{\rho V A \delta x - \rho_m V_m A_m \delta x}{\delta t} \quad (۶۳-۳)$$

عبارت دوم در سمت راست آن معادله مقدار خالص مومنتوم خروجی از حجم کنترل است که به صورت زیر محاسبه خواهد شد

$$\int_{cs} \rho V \vec{V} d\vec{A} = -\rho V^2 A + \rho_m V_m^2 A_m \quad (۶۴-۳)$$

جاگذاری سه معادله قبل در معادله (۶۳-۳) منجر به رابطه زیر می‌شود

$$p_s A - p_{sv} A_m - \rho g A \delta x \sin \theta = (\rho V A - \rho_m V_m A_m) \frac{\delta x}{\delta t} + \rho_m V_m^2 A_m - \rho V^2 A = 0 \quad (۶۵-۳)$$

عبارت سوم شامل  $\delta x \sin \theta$  است که با توجه به شکل می‌توان آن را با تغییرات تراز جایگزین کرد

$$\delta x \sin \theta = z_{sv} - z_s \quad (۶۶-۳)$$

با لحاظ کردن این معادله و معادلات (۵۱-۳) و (۵۲-۳) در معادله (۴۵-۳) و استفاده از معادلات (۱۹-۳) و (۵۵-۳) و ساده سازی و حذف عبارات با مراتب بالاتر معادله جدید به صورت زیر قابل دست یابی است [۲۸، ۲۷]

$$\rho g(H_s A - H_{sv} A_m) = \rho A(a_s + V_m)(V - V_m) + a_s V_m [A(\rho - \rho_m) + \rho(A - A_m)] - \rho A(V^2 - V_m^2) \quad (۴۷-۳)$$

برای ساده نمودن رابطه بدست آمده فرض می شود که افزایش سطح مقطع لوله در سمت ناحیه ضربه قوچ وجه مشترک نسبت به سطح مقطع لوله در ناحیه کاویتاسیون بخاری کوچک باشد ( $A = A_m$ ). با استفاده از این ساده سازی و معادله پیوستگی (۵۶-۳) (چگالی و سطح مقطع لوله در معادله (۵۶-۳) به وسیله معادلات (۵۱-۳) و (۵۳-۳) بیان شده اند. و معادله (۵۶-۳) در  $\rho A V_m$  ضرب شده است) و ادغام آن در معادله و انجام عملیات جبری شکل نهایی معادله مومنتوم برای پیشانی موج ضربه به صورت زیر حاصل می شود

$$g(H_s - H_{sv}) + (V - V_m)(V - V_m - a_s) = 0 \quad (۴۸-۳)$$

در معادله مومنتوم بدست آمده مجهولات در برگیرنده متغیرهای زیر می باشد. ارتفاع پیزومتری در سمت ضربه قوچ پیشانی موج ضربه ( $H_s$ )، سرعت جریان در سمت ناحیه ضربه قوچ پیشانی موج ضربه ( $V$ )، سرعت جریان در ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده مجاور پیشانی موج ضربه ( $V_m$ ) و سرعت موج ضربه ( $a_s$ ).

### ۳-۵- معادلات حفره بخار گسسته

یک حفره بخار گسسته می‌تواند در مرزها (پمپ، شیر، توربین و ...) و یا در نقاط با ارتفاع نسبی زیاد (در محل تغییر شیب به صورت محدب) رخ دهد و البته هنگامی صورت خواهد گرفت که فشار از فشار بخار سیال کمتر شود. همچنین یک حفره میانی زمانی تشکیل می‌شود که دو موج کم فشار در خلاف جهت هم حرکت کنند و باتلاقی آن‌ها و اثر مجموع آن‌ها سبب کاهش فشار به فشاری کمتر از فشار بخار سیال شود. حفره‌های میانی می‌توانند در هر نقطه‌ای در طول خطوط لوله تشکیل شوند.

یک حفره بخار گسسته می‌تواند بین موقعیت‌های زیر قرار داشته باشد [۲۷، ۳۹]:

۱- دو ناحیه سیال

۲- دو ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده

۳- در میان یک ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده و یک ناحیه سیال

۴- در فاصله مرزهای انتهایی و ناحیه سیال

۵- مرزهای انتهایی و ناحیه کاویتاسیون بخاری

فرضیاتی که برای رشد کردن، کوچک شدن و متلاشی شدن حفره بخار گسسته به کار می‌روند موارد زیر را در بر می‌گیرد

۱- اندازه فشار در یک حفره برابر فشار بخار سیال است.

۲- ماکزیمم حجم حفره در مقایسه با طول و حجم ستون سیال (سیال یا مخلوط بخار سیال) بسیار کوچک می‌باشد.

۳- امواج ضربه قوچ در حفره‌ها بازتابیده می‌شود. و فرض می‌گردد که حفره تمامی مقطع عرضی

لوله را در بر می‌گیرد.

۴- حفره بخار گسسته هیچگونه حرکتی نخواهد داشت.

۵- حفره بخار حاوی بخار خالص سیال است.

۶- جرم و مومنتوم بخار سیال که تمامی حفره را پر کرده است بسیار ناچیز می‌باشد.

۷- در یک حفره شرایط دمایی یکسانی برقرار می‌باشد.

۸- در لحظه‌ای که ستون‌های سیال به یکدیگر می‌رسند و یا حفره متلاشی می‌گردد بخار سریعاً به طور کامل متراکم شده و به حالت قبلی باز می‌گردد.

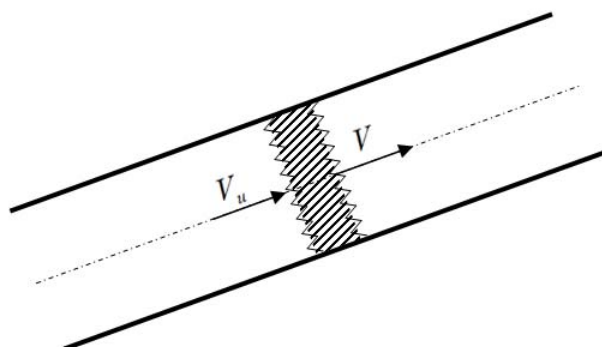
۹- تشکیل حفره‌ها اثری بر افت‌های اصطکاک در طول لوله نخواهد داشت.

رشد و کوچک شدن حفره‌های بخار گسسته همان طور که در شکل ۳-۴ نمایش داده شده است توسط رابطه پیوستگی که در ادامه آمده است تعریف می‌شود

$$F_{vc} = \int_{t_{in}}^t A(V - V_u) dt \quad (۳-۶۹)$$

که در آن  $F_{vc}$  حجم بخار حفره گسسته،  $t_{in}$  زمان شروع تشکیل حفره بخار گسسته،  $V$  سرعت جریان خروجی در پایین دست ناپیوستگی (وجه مشترک) و  $V_u$  سرعت جریان ورودی در بالا دست ناپیوستگی می‌باشند.





۴-۳ حفره بخار گسسته در طول لوله

برای محاسبه سرعت جریان‌های فوق از معادلات ضربه قوچ معمولی و یا معادلات جریان مخلوط بخار-سیال دو فاز و یا ترکیبی از این روابط استفاده می‌شود. متلاشی شدن حفره زمانی اتفاق خواهد افتاد که مجموع حجم‌های تجمعی حفره در طی گذشت زمان، کوچکتر از صفر شود. که در نتیجه آن حفره از بین رفته و جریان سیال تک فاز تشکیل خواهد شد. متلاشی شدن حفره سبب تشکیل نواحی ضربه قوچ، شروع موج ضربه و یا هر دو آن‌ها می‌شود که در فصول بعد به تفصیل در مورد آن‌ها بحث خواهد شد.

فصل چهارم

۴ مدل سازی عددی

#### ۴-۱- مقدمه

تا سال ۱۹۶۰ به علت در دسترس نبودن کامپیوتر انجام تحقیقات گسترده‌ای در مورد جدایی ستون مایع در لوله‌ها امکان پذیر نبود. تا اینکه در دهه ۷۰ میلادی اولین مطالعات در مورد شبیه سازی کامپیوتری پدیده‌های غیر ماندگار توسط تیسرد<sup>۱</sup>، لای<sup>۲</sup> و دیگران مانند استریتر و وایلی در دانشگاه میشیگان و دانشمندان دیگری در کشورهای بلژیک و هلند صورت گرفت. مدل‌های عددی به طور کلی شامل مدل تک حفره‌ایی و مدل‌های حفره‌ایی چندگانه گسسته می‌شوند، مدل تک حفره‌ایی با فرض تک نقاط از پیش مشخص شده، کاربرد محدودی داشته اما در مدل‌های دسته دوم امکان ایجاد حفره‌ها در تمامی نقاط شبکه عددی وجود دارد. که با دقت نسبتاً خوبی توانایی مدل سازی انواع جدایی ستون را دارند. و در نهایت مدل‌های وجه مشترک، مدل‌های پیشرفته‌تری می‌باشند که با استفاده از مدل سازی جریان دو فازی و ترکیب آن با مدل‌های قبل حالت عمل و عکس‌العملی بین حالت‌های مختلف را ایجاد می‌کنند. این مدل‌ها قابلیت اعتماد بالاتری نسبت به مدل‌های قبلی دارند.

#### ۴-۲- روش خطوط مشخصه برای حل معادلات ضربه قوچ

معادلات ضربه قوچ که در بخش ۳-۲- تعریف شدند یک مجموعه معادلات شبه خطی را تشکیل می‌دهند که حل عمومی مستقیمی برای آن‌ها وجود ندارد. روش حل استاندارد برای حل معادلات

<sup>1</sup> Thibessard

<sup>2</sup> Lai

ضربه قوچ استفاده از روش خطوط مشخصه می‌باشد [۷]. با تبدیل معادلات (۳-۲۳) و (۳-۳۰) با استفاده از روش خطوط مشخصه، معادلات تبدیل به چهار معادله دیفرانسیل معمولی می‌شوند که شامل دو معادله سازگاری  $C^+$  و  $C^-$  و دو رابطه برای خطوط مشخصه می‌شوند. دو معادله سازگاری به صورت زیر خواهند بود.

$$\pm \frac{dH}{dt} + \frac{a}{gA} \frac{dQ}{dt} + \frac{fa}{2gDA^2} Q|Q| = 0 \quad (۱-۴)$$

هر معادله سازگاری در امتداد خطوط مشخصه  $C^+$  و  $C^-$ ، که با روابط زیر بدست می‌آیند معتبر خواهد بود

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \quad (۲-۴)$$

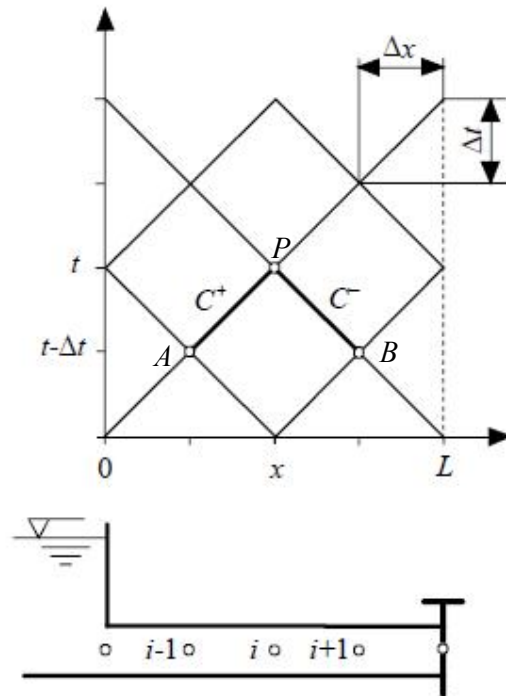
شکل ۱-۴ خطوط مشخصه را در صفحه  $x-t$  نشان می‌دهد. که از یک شبکه مستطیلی معمولی تشکیل شده است که در حقیقت خود این شبکه از دو شبکه ضربدری مستقل شکل گرفته است. در اجرای کامپیوتری استفاده از شبکه ضربدری بیشتر توصیه می‌شود. با فرض ثابت بودن سرعت موج  $a$  و ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ  $f$  با انتگرال گیری از معادله (۱-۴) در امتداد خطوط مشخصه  $C^+$  و  $C^-$  منجر به یک حل عددی پایدار می‌شود که روابط آن در زیر آورده شده است.

در امتداد خط مشخصه مثبت ( $\Delta x / \Delta t = a$ )

$$H_P - H_A + \frac{a}{gA} (Q_P - Q_A) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_P |Q_A| = 0 \quad (۳-۴)$$

در امتداد خط مشخصه منفی ( $\Delta x / \Delta t = -a$ )

$$H_P - H_B + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_P |Q_B| = 0 \quad (4-4)$$



شکل ۱-۴ خطوط شبکه مشخصه در صفحه  $x-t$

که در معادلات قبل  $H_A$ ،  $H_B$ ،  $Q_A$  و  $Q_B$  فشارهای پیزومتری و دبی‌های معلوم در زمان  $t - \Delta t$  می‌باشند.  $H_P$  و  $Q_P$  فشار پیزومتری و دبی مجهول در زمان  $t$  هستند.  $\Delta x$  طول دامنه محاسباتی و  $\Delta t$  گام زمانی است. که با استفاده از دو معادله فوق می‌توان به روش زیر دو مجهول  $H_P$  و  $Q_P$  را محاسبه نمود. معادلات (۳-۴) و (۴-۴) را می‌توان به شکل ساده‌تری به صورت زیر برای هر گره داخلی در مقاطع محاسباتی نوشت. سپس در ادامه مدل سازی جدایی ستون، این معادلات با مدل‌های جدایی ستون مایع ترکیب خواهند شد.

$$C^+ : H_j - C_P + B_P Q_{uj} = 0 \quad (5-4)$$

و رابطه  $C^-$  به شکل زیر خواهد بود

$$C^- : H_j - C_M - B_M Q_j = 0 \quad (6-4)$$

که  $C_P$  ،  $C_M$  ،  $B_P$  ،  $B_M$  ضرایب ثابت معلوم در معادلات سازگاری ضربه قوچ هستند که در ادامه آورده شده‌اند. دبی در سمت بالا دست گره محاسباتی  $Q_{uj}$  و دبی در سمت پایین گره محاسباتی  $Q_j$  برای حالت ضربه قوچ، یکسان می‌باشند ( $Q_{uj} = Q_j$ ). به این معنی که فشار در آن مقاطع بزرگتر از فشار بخار سیال می‌باشد. در مرزها، متناسب با شرایط فیزیکی، معادله شرط مرزی با یکی از معادلات سازگاری جایگزین خواهد شد.

$$B_M = \frac{a}{gA} + R|Q_{u\ i-1}|$$

$$B_P = \frac{a}{gA} + R|Q_{i+1}| \quad (7-4)$$

$$C_M = H_{i+1} + RQ_{u\ i+1}|Q_{u\ i+1}|$$

$$C_P = H_{i-1} - RQ_{i-1}|Q_{i-1}|$$

#### ۴-۳- مدل‌های تک حفره‌ایی گسسته<sup>۱</sup>

برای جدایی ستون محلی از مدل‌های عددی تک حفره‌ای گسسته استفاده می‌شود. مدل تک حفره‌ای برای کاویتاسیون محلی در مرزها، در نقاط ارتفاعی بلند در خطوط لوله و یا تغییر در شیب

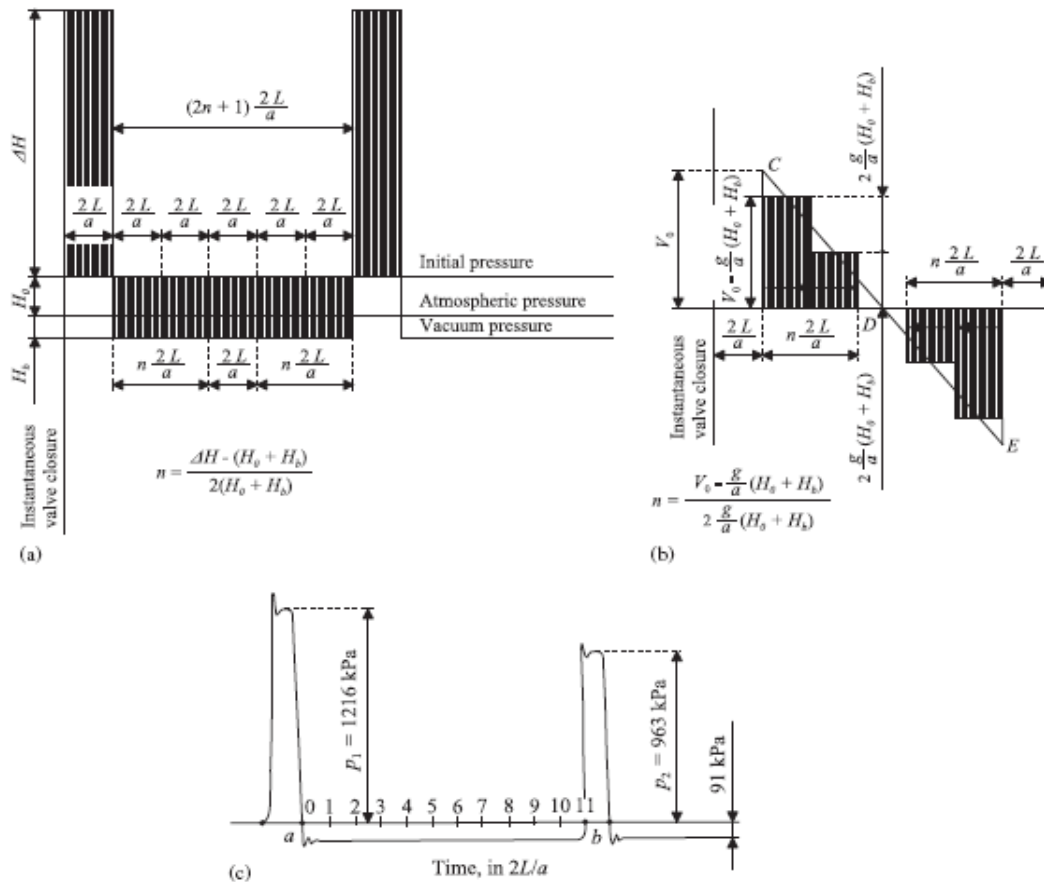
<sup>۱</sup> Discrete single cavity models

لوله به کار می رود. اکثر مدل‌های حل گرافیکی، برای مدل سازی مسائل ضربه قوچ از این روش استفاده می کنند. برخی مواقع از تئوری ستون صلب برای محاسبه رفتار سیستم‌هایی که دارای مشخصات تک حفره‌ای باشند استفاده می‌شود. در این مدل که به صورت محدود به کار می‌رود اجازه تشکیل حفره را در نقاطی محدود و از پیش تعیین شده می‌دهد.

موستوچکی در سال ۱۹۲۹ جدایی ستون را در یک شیر پایین دست آنالیز کرد [۴۱]. در شکل ۴-۲ نمودار زمان فشار برای یک لوله بدون اصطکاک که زمان وقوع جدایی ستون ضریب صحیحی از زمان رفت و برگشت موج  $(2L/a)$  می باشد نشان داده شده است [۴۱]. همچنین در قسمت  $b$  نمودار سرعت-زمان نظیر آن دیده می شود که زمان جدایی ستون در این دیاگرام مشخص می گردد. آزمایش توسط موستوچکی با لوله‌ای به طول ۲۹/۵ متر و قطر ۲ اینچ انجام گرفت. که فشار اندازه گیری شده نسبت به زمان در شکل  $c$  نمایش داده شده است. بر خلاف شکل  $a$  مقدار افزایش فشار در مرحله دوم کاهش یافته است. که او علت آن را به اصطکاک نسبت داد.

استریتز و وایلی در سال ۱۹۶۷ یک مدل کامپیوتری را ارائه دادند. که کاویتاسیون بخاری را فقط به وسیله بخار تک حفره‌ای در لوله توصیف می کرد. همچنین در مطالعه آن‌ها شکست یک لوله از محلی دقیقاً زیر مخزن بالا دست مورد بررسی قرار گرفت. و جهت انجام محاسبات مدل عددی، فرض شد که یک تک حفره‌ای در نقطه‌ای که اولین بار فشار آن از فشار بخار کمتر گردد، ایجاد می‌شود. رشد و منبسط شدن و در ادامه از بین رفتن حفره بخار گسسته به وسیله معادله پیوستگی زیر محاسبه می‌گردد.

$$\dot{K}_{vc} = \int_{t_{in}}^t A(V - V_u) dt \quad (۸-۴)$$



۲-۴ نتایج تئوری و آزمایشی جدایی ستون در سیستم شیر، لوله، مخزن (a) فشار تئوری، تابعی از زمان (b) سرعت جریان تئوری تابعی از زمان (c) فشار آزمایشگاهی تابعی از زمان بی بعد

#### ۴-۴- مدل حفره‌ای بخار گسسته

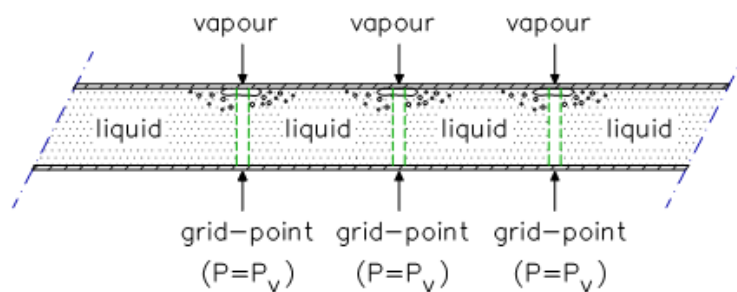
این مدل بیشترین و گسترده ترین مدلی است که برای مدل سازی جدایی ستون و کاویتاسیون گسترده به کار می رود. یکی از مزایای مهم این روش الگوریتم و اجرای ساده آن است، همچنین این مدل توانایی آن را دارد که بسیاری از حالت‌های فیزیکی جدایی ستون را در خطوط لوله پاسخگو باشد. اولین طرح و بهبود این روش (حفره‌های چندگانه) توسط تیسارد و استریتر در سال‌های ۱۹۶۱



و ۱۹۶۹ مستقلاً ارائه شد.

#### ۴-۴-۱- شرح عددی مدل عددی

در این روش حفره‌ها به گونه ای هستند که با کاهش فشار محاسبه شده در مقاطع محاسباتی و کوچکتر شدن آن از فشار بخار سیال، این حفره‌ها تشکیل شوند و با تغییرات فشار، حجم متناظر آن‌ها نیز تغییر کند. در این مدل تفاوت خاصی بین حفره‌های بخار محلی و کائیتاسیون بخاری گسترده وجود ندارد. حفره‌های بخار فقط محدود به نقاط محاسباتی می‌شوند و در نتیجه فرض می‌گردد بین دو نقطه سیال وجود خواهد داشت بر این اساس سرعت موج بین نقاط ثابت فرض خواهد شد (شکل ۴-۳) [۴۲]. در مرحله‌ای که حفره‌ها شکل گرفته‌اند مقاطع محاسباتی همچون شرایط مرزی داخلی ثابت عمل کرده به طوریکه فشار آن نقاط برابر فشار بخار بوده و این وضعیت (باقی ماندن حفره در گره محاسباتی) تا هنگامی که حفره از بین برود (فشار از فشار بخار فراتر رود) برقرار می‌باشد.



۴-۳ طرح شماتیک برای مدل حفره‌ای گسسته

در این روش همانطور که گفته شد برای هر نقطه فرض شده یک مقطع بالادست و یک مقطع پایین دست داریم که اختلاف دبی‌های گذرنده از آن برای محاسبه حجم بخار به کار می‌رود. حال برای محاسبه دبی هر کدام از مقاطع بالا دست و پایین دست، از روابط مشخصه مثبت و مشخصه منفی که

در روش خطوط مشخصه‌ها آورده شده است استفاده می شود. با استفاده از هر کدام از این دو رابطه دبی در یکی از مقاطع بالادست یا پایین دست به طور جداگانه بدست می آید. که روابط آن در زیر آورده شده است.

$$H_p = C_{pc} - B_{pc} Q_{pu} \quad (9-4)$$

$$H_p = C_{mc} - B_{mc} Q_p \quad (10-4)$$

که در آن  $C_{pc}$  و  $B_{pc}$  ضرایب مثبت یا مشخصه مثبت و پارمترهای  $C_{mc}$  و  $B_{mc}$  مشخصه‌های منفی هستند. که بر اساس گام زمانی قبلی محاسبه می گردد (نقاط  $A$  و  $B$  در شکل ۴-۱). تغییرات حجم حفره بخار در مقاطع محاسباتی که اختلاف دبی بین مقاطع بالادست  $Q_{pu}$  و پایین دست  $Q_p$  می باشد توسط رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\Delta V_{vc} = \int_t^{t+\Delta t} (Q_p - Q_{pu}) dt \quad (11-4)$$

تا زمانی که در نقاط محاسباتی فشار برابر فشار بخار باشد حجم حفره در آن نقاط محاسبه شده و در هر نقطه متناظر آن انباشته می شوند. تا اینکه حجم بخار برابر صفر و یا منفی گردد. در این زمان فشار نقطه از فشار بخار بالاتر رفته و معادلات حاکم به معادلات خطوط مشخصه استاندارد (ضربه قوچ کلاسیک) تغییر می یابند.

برگانت و سیمسون شروع کاویتاسیون همراه با فشار منفی را به وسیله مدل عددی حفره بخار گسسته بررسی کردند [۴۳]. نتایج عددی و آزمایش‌های انجام گرفته که فشارهای منفی میخی<sup>۱</sup> را نشان

<sup>۱</sup> Negative pressure spikes

می‌داد مقایسه شدند. فشارهای منفی میخی شکل محلی، در شروع کاویتاسیون اثر قابل توجه‌ای بر پدیده جدایی ستون نداشتند.

#### ۴-۴-۲- اصلاح و بهبود مدل حفره‌ایی

اصلاحات مختلفی برای بهبود این مدل پیشنهاد شده است که هر کدام از آن‌ها دارای مزایا و معایب متفاوتی می‌باشد که در ادامه به مهمترین این روش‌ها اشاره می‌شود.

۱- درون یابی درون شبکه خطوط مشخصه (مستهلك کننده عددی<sup>۱</sup>): ابتدا یک روش درون یابی فضایی<sup>۲</sup> برای مجموعه کاملی از معادلات سازگاری ضربه قوچ (بدون حذف جملات، ترم‌های شتاب جابجایی) توسط کات<sup>۳</sup> و یانگدل<sup>۴</sup> به کار گرفته شد. در ادامه یک اصلاح مجازی به صورت  $\Delta t = 0.95\Delta x / a$  توسط میوا<sup>۵</sup> و همکاران انجام گرفت و سپس درون یابی فضایی را به آن افزودند. این نوع درون یابی سبب مستهلك شدن عددی می‌شود و نیز ممکن است پالس‌های فشاری فیزیکی که در آزمایش‌ها دیده می‌شوند را کاهش دهد.

۲- مکانیزم‌های مستهلك کننده اضافی<sup>۶</sup> (مستهلك کننده فیزیکی): ابتدا اثراتی برای تنش برشی حباب‌ها در نظر گرفته شد و در ادامه اثرات اصطکاک و اصطکاک ناپایدار به مدل‌های عددی اضافی شد [۴۴]. بررسی اثرات اصطکاک ناپایدار و شیوه اعمال آن همچنان در حال بررسی است.

<sup>1</sup> Numerical damping

<sup>2</sup> Spatial interpolation

<sup>3</sup> Kot

<sup>4</sup> Youngdahl

<sup>5</sup> Miwa

<sup>6</sup> Additional damping mechanisms

۳- بررسی حجم بخار گسسته (مستهلك کننده عددی): سفوات، ون دن و پلدر<sup>۱</sup> در سال ۱۹۷۳ تشکیل حبابها در نقاط مختلف را محدود کردند، به طوری که حفره‌های گسسته فقط در نقاطی که از پیش تعیین شده بود شکل می گرفت بنابراین از مشکل فروپاشی حفره چندگانه (چند حفره با هم از بین بروند) جلوگیری می شد و هنگامی که فشار در مقاطع محاسباتی داخلی کمتر از فشار بخار گردد، دبی در آن مقطع از یک میانگین گیری بین دو دبی محاسبه شده بالا دست و پایین دست محاسبه می شود. یک نقص این روش آن است که نقاطی که دارای احتمال جدایی ستون هستند می بایست از پیش انتخاب شوند. همچنین میانگین گیری از دبی‌ها معنای فیزیکی ندارد. تعدادی از محققین سعی کردند برای کنترل عددی فشارهای ناگهانی زیاد از یک انتگرال گیری مناسب استفاده کنند. یک طرح انتگرال گیری عددی کلی برای توصیف معادله پیوستگی حجم حفره بخار ارائه شد که به صورت زیر می باشد.

$$F_v^t = F_v^{t-\Delta t} + \left\{ \psi (Q_p^t - Q_{pu}^t) + (1-\psi)(Q_p^{t-\Delta t} - Q_{pu}^{t-\Delta t}) \right\} \Delta t \quad (۱۲-۴)$$

که در آن  $\psi$  ضریب وزن است. سیمسون و برگانت یک سری محاسبات عددی با فرض  $\psi$  بین ۰/۵ تا ۱ را انجام دادند و در سرانجام مقادیر نزدیک به یک را پیشنهاد کردند. همچنین لیو توصیه مشابهی را برای هنگامی که از فشارهای شدید جلوگیری شود پیشنهاد کرد [۴۵].

۴- فرض مقداری گاز آزاد در حفره: این عمل در حقیقت منجر به روش حفره گاز گسسته می شود که در بخش بعدی بررسی می گردد.

۵- فیلترها (مستهلك کننده عددی): کرانگ برگ از یک فیلتر عددی برای کنترل شدید نوسانات استفاده کرد. سیمون و برگانت یک سری مدل‌های جدایی ستون را مقایسه کردند. آنها دریافتند که

<sup>1</sup> Safwat and Van Den and Polder

در روش خطوط مشخصه، شبکه‌های ضربدری نسبت به شبکه‌های مستطیلی بهتر خواهند بود. در حقیقت شبکه مستطیلی متشکل از دو شبکه ضربدری مستقل می باشد. هنگامی که از شبکه ضربدری و  $\frac{1}{2}$  برابر ۱ استفاده کنیم مدل عددی نتایج منطقی می دهد. همچنین نسبت ماکزیمم اندازه حجم حفره به حجم کل دامنه<sup>۱</sup> به ۱۰ درصد محدود می شود.

#### ۴-۵- مدل حفره‌ایی گسیسته<sup>۲</sup> (DGCM)

در هنگام پدیده‌های غیر ماندگار و در غیاب گازهای آزاد موجود در سیال در شبکه‌های لوله، تا زمانی که فشار بزرگتر از فشار بخار باشد سرعت موج در طول لوله ثابت باقی می‌ماند. هنگامی که فشار به مقدار فشار بخار کاهش یابد تبخیر رخ داده و رفتار دینامیکی سیستم به شدت تحت تاثیر قرار می‌گیرد. اگر چه سرعت انتشار موج در جایی که سیال، خالص باقی مانده باشد بدون تغییر خواهد ماند. گاز آزادی که در کل سیال در مخلوط همگن گسترده شده باشد سبب خواهد شد که سرعت انتشار موج شدیداً وابسته به فشار شود [۷]. موج‌های کم فشار در جریان سیال در حضور گاز آزاد به عنوان کاویتاسیون گازی یا جریان دو مولفه‌ای دو فازی شناخته می‌شوند، که امواج با سرعت‌های بسیار کمتر، نسبت به سیال خالص حرکت می‌کنند. بسته‌های متمرکز گاز آزاد، گازهای به دام افتاده در جداره لوله و اتصالات و در ناهمواری سطوح و ... اثر مشابهی دارند. در این قسمت به بررسی رهایی گاز نامحلول در فشار کم و جذب گاز آزاد در فشار زیاد پرداخته می‌شود. همچنین پاسخ بسیار غیرخطی گذرا، خصوصاً در فشارهای کم در حالتی که حجم‌های گاز به دام افتاده و یا حباب‌های آزاد وارد سیستم می‌شوند، بحث و تحلیل شده‌اند.

<sup>1</sup> Reach

<sup>2</sup> Discrete Gas Cavit Model

در بسیاری از سیستم‌های فیزیکی کاربردی، جریان‌های تک فاز و دو فاز به طور هم زمان رخ می‌دهد. که در بر گیرنده، جدایی ستون سیال و در ادامه متصل شدن آن (به هم پیوستن ستون‌های سیال)، تبخیر سیال و متراکم شدن بخار سیال، انتشار یک موج کم فشار و سپس ایجاد موج ضربه می‌باشند. در این بخش مدلی عددی ارائه می‌شود که قادر به شبیه سازی رفتار دینامیکی جریان‌های غیرماندگار یک و دو مولفه‌ای دو فاز (با نسبت تخلخل کم) می‌باشد. قبل از آن بحثی پیرامون مخلوط گاز سیال در لوله‌های الاستیک مطرح می‌شود.

#### ۴-۵-۱- مخلوط گاز و سیال در لوله‌های الاستیک

اکثر سیالات حاوی گاز نامحلول هستند و بسیاری از سیالات جاری در خطوط لوله شامل گاز آزاد می‌باشند. هر چند که ممکن است نسبت حجمی آن بسیار کوچک باشد. هنگامی که سیال در حال تعادل قرار داشته باشد می‌توان جرم گاز نامحلول در واحد حجم سیال را با استفاده از قانون هنری<sup>۱</sup> بدست آورد. این قانون که در کتب شیمی آورده شده است بیان می‌کند که تراکم گاز نامحلول به طور مستقیم با فشار نسبی گاز، در دمای ثابت مرتبط است. ضریب تناسب در قانون هنری به عنوان ضریب حلالیت یا ضریب جذب بونسن<sup>۲</sup> شناخته می‌شود ( $S$ ). که این رابطه به صورت زیر است.

$$\frac{V'_g}{V} = S \frac{p_s^*}{p_0^*} \quad (۴-۱۳)$$

که در آن  $p_s^*$  فشار اشباع گاز نامحلول و  $p_0^*$  فشار استاندارد است. که هر دو در حالت مطلق می‌باشند.  $V$  حجم سیال و  $V'_g$  حجم کاهش یافته گاز نامحلول در شرایط اتمسفر استاندارد است. در دمای ۲۵

<sup>۱</sup> Henry's law

<sup>۲</sup> Solubility or Bunsen absorption coefficient

درجه سانتی گراد و شرایط فشار استاندارد مقدار  $S$  برای نیتروژن، هوا، اکسیژن و دی اکسید کربن مخلوط در آب به ترتیب برابر  $0/0143$ ،  $0/0184$ ،  $0/0283$  و  $0/0759$  می باشد.

معادله قبل یک رابطه تعادل است. چنانچه فشار در سیال برای مدت زمان کافی به اندازه فشار  $p^*$  کاهش یابد مقدار گازی که از سیال خارج می شود برابر  $S(p_s^* - p^*)/p_0$  خواهد بود. نرخ تغییرات گاز وابسته به پارامترهای زیر است. درجه آشفستگی<sup>۱</sup> سیال، موجود بودن، اندازه و گستردگی هسته ها، همچنین به اختلاف فشار  $(p_s^* - p^*)$  و ضریب حلالیت  $S$ .

زمانی که یک موج رقیق کننده (موجی که سبب کاهش فشار در سیستم شود) در خلال جریان سیال در طول لوله ایجاد شود ممکن فشار به کمتر از مقدار فشار اشباع کاهش یابد و در نتیجه آن گازهای نامحلول شروع به خارج شدن و پخش شدن به سمت حبابها کنند. چنانچه فرض شود که انتشار امواج فشاری در جریان آشفته، سطح کافی از آشفستگی را ایجاد کنند، لزوماً مقداری از گازها رها خواهند شد، پارامتر کنترل کننده که تغییر یا انتشار گاز را در سیال خاصی تعیین می کند درجه فوق اشباع<sup>۲</sup> است. که به وسیله مقدار  $p_s^* - p^*$  سنجیده می شود. هنگامی که فشار اشباع فراتر رود رها سازی گاز متوقف شده و فرآیند عکس آن رخ می دهد، البته در زمانی آهسته تر و طولانی تر نسبت به حالت قبل، که می توان آن را یک فرآیند یک طرفه فرض نمود. ارائه رابطه دقیقی برای رها سازی گاز در حالت دینامیکی مسلماً بسیار پیچیده خواهد بود. با در نظر گرفتن فرضیات فوق در جریانهای غیرماندگار سیال رابطه ای به صورت زیر را می توان فرض نمود.

$$\dot{m} = C_K (p_s^* - p^*) \quad \text{for} \quad p^* < p_s^* \quad (14-4)$$

<sup>1</sup> Agitation

<sup>2</sup> Degree of supersaturation

که در آن  $m$  نرخ زمانی جرم گاز رها شده در واحد حجم سیال است و  $C_K$  تابعی از ضریب حلالیت، وجود هسته‌های اولیه، سطح آشفته‌گی و سطوح میانی مشترک برای انتقال گاز بر واحد حجم سیال است. پارامترهای دیگری نیز بر این متغیر اثر می‌گذارند که از اهمیت کمتری برخوردارند.

کارهای آزمایشگاهی بروی تجمع گازها در جریان‌های آبی آشفته در خطوط لوله تحت شرایط فوق اشباع و سرعت‌های مختلف توسط زیلک و همکاران صورت گرفت. آزمایشات آنها با دو لوله به طول‌های ۳۲ و ۴۶ متر با قطر ۰/۱۲۵ متر انجام شد. سرعت جریان در محدوده ۰/۶ تا ۴/۵ متر بر ثانیه قرار داشت که در این سرعت‌ها جریان همیشه آشفته بوده است. همچنین تراکم گاز در محدوده ۰/۱۷ تا ۰/۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب بوده است. برای رسیدن به حالت فوق اشباع گاز از افت فشار ناگهانی در شبکه لوله، از فشار ۲۰۰ کیلو پاسکال تا فشار ۱۰ کیلو پاسکال در مدت زمان کمتر از یک ثانیه، استفاده شد. یک دستگاه نوری برای اندازه‌گیری و تعیین تعداد و اندازه‌های حباب‌های گاز به کار گرفته شد. همچنین از یک اندازه‌گیر صوتی (آکوستیک) برای تعیین مقدار گاز رها شده استفاده شد. آزمایشات لازم انجام شده نشان می‌داد که رها سازی گاز تحت تاثیر هسته‌های مجاور جداره قرار دارد.

رابطه قوی بین نسبت تخلخل گاز آزاد، فشار و سرعت انتشار موج حتی برای مقادیر کوچک گاز آزاد، وجود دارد. امواج غیرماندگار کم فشار تحت تاثیر مقادیر لحظه‌ای جرم گاز آزاد در سیال قرار دارند. به هر حال در بیشتر سیستم‌های عملی در زمان شروع پدیده غیرماندگار تخمین درست و دقیقی از مقدار جرم گاز آزاد وجود دارد. و به خاطر اینکه رابطه غیر دقیقی که برای محاسبه تغییرات گاز نامحلول وجود دارد و با توجه به زمان طولانی که برای رهاسازی صورت می‌گیرد این سوال مطرح می‌شود که آیا تلاش برای محاسبه تغییرات گاز آزاد در هنگام پدیده‌های غیرماندگار که از دوره زمانی



بسیار پایین تر هستند منطقی است. بنابراین اگر چه یک فرض ضروری نیست لیکن در بیشتر حالات فرض می‌شود که جرم گاز آزاد در طی گذر پدیده غیرماندگار، مقدار ثابتی برابر مقدار اولیه آن خواهد داشت. در هنگام وقوع فشارهای کم در جریان‌های گذرا وجود گاز آزاد سبب جلوگیری از رخ دادن تبخیر سیال نخواهد شد. برای مثال در هوای موجود در آب، حباب‌های گاز مسلماً حاوی بخار آب و هوا می‌باشند که فضای یکسانی را پر کرده‌اند. قانون دالتون<sup>۱۱</sup> این چنین بیان می‌کند که فشار مطلق از فشارهای نسبی مولفه‌ی گازها تشکیل شده است. که در حضور هوا و بخار آب رابطه آن به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$p^* = p_g^* + p_v^* \quad (۱۵-۴)$$

که در آن  $p^*$  فشار مطلق کل،  $p_g^*$  فشار جزئی مطلق هوا و  $p_v^*$  فشار بخار مطلق در دمای سیال است. برای نسبت‌های تخلخل گاز آزاد کوچک، معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی ساده خواهند شد. همچنین فرض می‌شود که گازهای آزاد گسترده در طول لوله به صورت مخلوط همگن سیال-حباب با حباب‌های گاز و سیال با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند (لغزشی بین مولفه‌ها وجود ندارد) نسبت تخلخل  $\alpha$  برای توصیف نسبت حجم گاز آزاد به حجم مخلوط به کار می‌رود [۷]. که برای یک جرم داده شده از گاز وابسته به فشار می‌باشد. که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\alpha = \frac{V_g}{V} \quad (۱۶-۴)$$

در این قسمت به بررسی نسبت تخلخل‌های کوچک در شرایط استاندارد پرداخته می‌شود. با توجه به این شرایط عدم تغییرات دما فرضی منطقی برای گاز آزاد می‌باشد. که برای یک جرم مشخص گاز،

<sup>11</sup> Dalton's law

$M_g$  ، قانون گازها به صورت زیر بیان می‌شود.

$$p_g^* V_g = M_g R_g T \quad (۱۷-۴)$$

که در آن  $R_g$  ثابت گازها و  $T$  دمای مطلق می‌باشد. با تعریف  $m = M_g / V$  ، جرم گاز آزاد در واحد حجم مخلوط، با بازنویسی معادله فوق می‌توان نشان داد که نسبت تخلخل رابطه معکوس با فشار دارد.

$$\alpha = \frac{m R_g T}{P_g^*} \quad (۱۸-۴)$$

#### ۴-۵-۲- سرعت انتشار موج

سرعت صوت در سیالات که شامل اثرات الاستیک جداره لوله می‌باشد با استفاده از معادله زیر محاسبه می‌شود

$$a' = \sqrt{\frac{K / \rho_m}{1 + (K / A)(\Delta A / \Delta p)}} \quad (۱۹-۴)$$

که در آن  $a'$  سرعت صوت در مخلوط سیال در لوله است. همان طور که قبلاً گفته شد چگالی مخلوط را می‌توان به صورت  $\rho_m = \rho_g \alpha + (1 - \alpha) \rho_l$  نوشت. برای مقادیر کوچک عبارت اول سمت راست کوچک بوده و می‌توان از آن صرف نظر نمود. همچنین مدول بالک الاستیک برای سیال مخلوط، به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$K = \frac{K_l}{1 + \alpha (K_l / p_g^*)} \quad (۲۰-۴)$$

که برای تراکم در دمای ثابت، و با توجه به اینکه  $K_l / p_g^*$  در مقایسه با واحد بسیار بزرگتر است مقادیر کوچکتر مقابل چشم پوشی هستند. با جایگزینی در معادله (۴-۱۹) و انجام عملیات جبری به رابطه زیر دست خواهیم یافت.

$$a' = \sqrt{\frac{a^2}{(1-\alpha)(1+\alpha\rho_l a^2 / p_g^*)}} \quad (۲۱-۴)$$

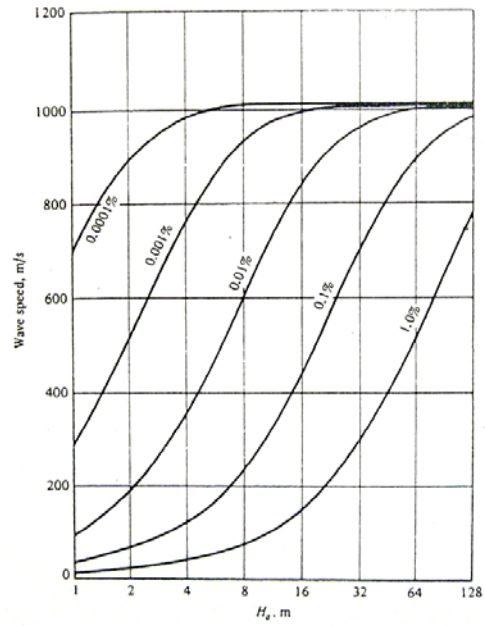
که در آن  $a$  سرعت موج در سیال خالص است. بسیار معمول است که برای نسبت تخلخل کم کمیت  $(1-\alpha)$  با واحد جایگزین شود که مانند آن است که گفته شود  $\rho_m \approx \rho_l$  در نتیجه معادله به فرم زیر تبدیل می شود

$$a' = \sqrt{\frac{a^2}{1+\alpha\rho_l a^2 / p_g^*}} \quad (۲۲-۴)$$

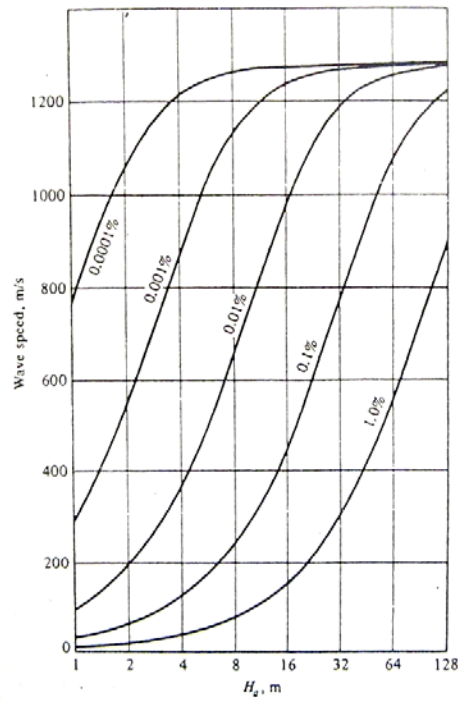
از آن جایی که نسبت تخلخل  $(\alpha)$  به طور معکوس با فشار تغییر می کند، اثر فشار بر روی سرعت موج با رابطه زیر مشهودتر خواهد بود.

$$a' = \sqrt{\frac{a^2}{1+m\rho_l R_g T a^2 / p_g^{*2}}} \quad (۲۳-۴)$$

تغییرات سرعت موج طبق رابطه فوق به عنوان تابعی از هد فشار مطلق، برای یک لوله الاستیک با جداره نازک در شکل ۴-۴ و ۵-۴ نشان داده شده است. این نمودارها مقادیر متفاوتی از هوای مخلوط در مخلوط آب و هوا را نشان می دهند. اگر چه سرعت موج شدیداً بازای یک فشار ثابت با افزایش مقدار هوای موجود سریعاً کاهش می یابد لیکن افزایش فشار سبب بازگشت سرعت خواهد شد.



۴-۴ سرعت موج برای مخلوط آب و هوا  $(K_r / E)(D/e) = 1$  هوا



۴-۵ سرعت موج برای مخلوط آب و هوا  $(K_r / E)(D/e) = 0.263$  هوا

## ۴-۵-۳- معادلات اساسی

اگر فرض کنیم که بین دو مولفه، در مخلوط حبابی همگن با نسبت تخلخل کم لغزشی وجود نداشته باشد یا بسیار کوچک باشد قانون بقای جرم را به شکل زیر می توان نوشت

$$V_x + \frac{p_g^*}{\rho_m a'^2} = 0 \quad (24-4)$$

و معادله حرکت به صورت زیر خواهد بود

$$VV_x + V_t + \frac{p_{gx}^*}{\rho_m} + g \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (25-4)$$

که از معادله دارسی و ایسباخ برای تعریف افت اصطکاک استفاده شده است. با استفاده از روش خطوط مشخصه معادلات فوق به صورت زیر تبدیل می شوند

$$\frac{dV}{dt} \pm \frac{1}{\rho_m a'} \frac{p_g^*}{dt} + g \sin \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (26-4)$$

$$\frac{dx}{dt} = V \pm a' \quad (27-4)$$

خطوط مشخصه به واسطه‌ی تغییرات سرعت ( $V$ ) با زمان و مکان و به واسطه تغییرات  $a'$  با فشار که آن هم تابعی از زمان و مکان می باشد، منحنی‌هایی در صفحه  $xt$  می باشند. برای به کار بردن این معادلات چنانچه از معادله (۴-۱۸) بر می آید می بایست چگالی مخلوط با فشار تغییر کند. در روش‌هایی که از بازه‌های زمانی ثابت استفاده می شود تغییر در سرعت و ترم‌های شتاب جابجایی مجاز نخواهد بود مگر با استفاده از درون یابی، که می توان به طور موثری از شبکه خطوط مشخصه برای

یک تک لوله افقی در برخی حالات خاص استفاده نمود. اما برای دیگر حالات غیر قابل استفاده می‌باشد. اگر کاربردها به اعداد ماخ کوچک محدود شوند می‌توان از عبارت شتاب جابجایی صرف نظر نمود. برای ساده سازی بیشتر در اکثر حالت‌های ممکن می‌توان فرض نمود  $\rho_m \approx \rho_l$  در نتیجه معادلات قبل به صورت زیر تبدیل خواهد شد.

$$dV \pm \frac{\sqrt{p_g^{*2} + m\rho_l R_g Ta^2}}{p_g^* \rho_l a} + \left( g \sin \theta + \frac{fV^2}{2D} \right) dt = 0 \quad (28-4)$$

$$dx = \pm a' dt \quad (29-4)$$

از معادله (28-4) بجز عبارت اصطکاک می‌توان در طول خطوط مشخصه که با معادله‌ی (29-4) تعریف می‌شوند انتگرال دقیق گرفت. اما برای معادله‌ی دوم انتگرال گیری عددی ضروری است. از دیگر روش‌های عددی برای حل این معادلات با درجه‌ی غیر خطی بالا می‌توان بهره جست. در ادامه یک مدل عددی که فرض می‌کند بسته‌های گسسته گاز، در طول گسترده شده‌اند ارائه می‌شود.

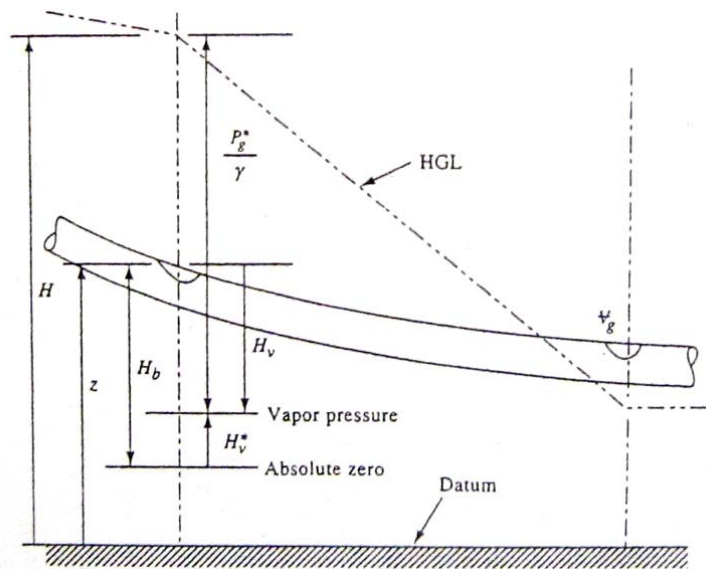
#### ۴-۵-۴ - شرح جزئیات مدل عددی

یک روش سودمند که برای مدل سازی گاز آزاد که در طول لوله در مخلوط همگن گسترده شده، آن است که جرم‌های گاز آزاد را در مقاطع محاسباتی متمرکز کنیم. هر حجم کوچک گاز ایزوله شده در دمای ثابت با تغییرات فشار بر اساس قانون گاز کامل منبسط و منقبض می‌شود. ما بین مقاطع محاسباتی یا گازهای متمرکز، سیال خالص بدون گاز فرض می‌گردد. متمرکز نمودن مقادیر یکسان گاز در نقاط گسسته همانند گاز گسترده شده در طول دامنه‌ی محاسباتی عمل خواهد نمود. که اجرای این روش سرعت انتشار موجی را نتیجه می‌دهد که بسیار نزدیک به سرعت واقعی موج در

مخلوط گسترده می‌باشد. رابطه بقای جرم سیال با اضافه کردن یک رابطه پیوستگی محلی در حجم گاز برقرار خواهد شد. زمانی که فشار به حدود فشار بخار کاهش یابد، ممکن است حجم‌های بزرگی از گاز در مقاطع محساباتی شکل بگیرد. تا هنگامی که حجم گاز به مقدار مشخصی کوچک‌تر از حجم سیال بین مقاطع باشد، انتظار می‌رود که این مدل عددی نتایج منطقی ارائه نماید.

شکل ۴-۶ یک لوله با حجم‌های متمرکز در مقاطع محساباتی را نشان می‌دهد. مقدار گازی که در هر مقطع قرار می‌گیرد برابر مجموع گازهای گسترده در اطراف آن مقطع خواهد بود. اگر نسبت تخلخل در فشار مرجع ( $p_0^*$ ) باشد، برای یک جرم ثابت گاز، معادله‌ی (۴-۱۷) به صورت زیر بیان خواهد شد

$$M_g R_g T = p_g^* \alpha V = p_0^* \alpha_0 V \quad (4-30)$$



۴-۶ حجم گاز آزاد گسسته در طول لوله

با توجه به آن که بحث پیرامون هوای آزاد در آب می‌باشد، استفاده از خط گرادیان هیدرولیکی به

صورت زیر محاسبات را آسان تر خواهد نمود

$$p_g^* = \rho_l g (H - z - H_v) \quad (31-4)$$

تراز خط گرادیان هیدرولیکی ( $H$ ) و تراز لوله ( $z$ ) از یک مرجع مبنا اندازه گیری می شوند. و  $H_v$  فشار بخار فشار سنج است که برابر  $H_v = p_g^* / \rho_l g H_b$  و  $H_b$  فشار بارومتریک می باشد. هنگامی که  $\mathcal{F}$  حجم مخلوط در یک دامنه محاسباتی ثابت باشد از دو معادله قبل می توان برای تعیین حجم گاز در هر مقطع برای شرایط اولیه و هر گام زمانی استفاده نمود.

$$\mathcal{F}'_g = \frac{C_1}{p_g^*} = \frac{C_3}{H - z - H_v} \quad (32-4)$$

که  $C_3 = C_1 / \rho_l g$  و  $C_1 = p_0^* \alpha_0 \mathcal{F}$  می باشند.

شکل ۴-۷ یک شبکه ضربدری خطوط مشخصه را نشان می دهد. که در هر یک از مقاطع داخلی در طول لوله یک حجم گاز قرار دارد. معادلاتی که برای حل مجهولات در هر گام زمانی استفاده می شوند شامل معادلات سازگاری  $C^+$  و  $C^-$  می باشند. و همچنین معادله پیوستگی که برای شکل زیر برای حجم گاز به کار می رود.

$$\frac{dV_g}{dt} = Q_{out} - Q_{in} \quad (33-4)$$

برای استفاده از معادله فوق در حل عددی می بایست از این معادله انتگرال گرفته شود. در این راستا از یک تابع وزنی در جهت زمان به صورت زیر استفاده می شود.





$$B_2 = 0.5 / (B_p + B_M) \quad (37-4)$$

$$C_4 = C_3 B_p B_M B_2 / (\Delta t \psi) \quad (38-4)$$

$$B_v = [F_g / (2\Delta t) + (1 - \psi)(Q - Q_u)] / \psi \quad (39-4)$$

$$B_1 = -B_2 (B_p C_M + C_p B_M) + B_2 B_p B_M B_v + (z + H_v) / 2 \quad (40-4)$$

معادله درجه دوم (۳۶-۴) دارای ریشه‌های زیر می‌باشد

$$H - z - H_v = -B_1 (1 + \sqrt{1 + B_B}) \quad \text{if } B_1 < 0 \quad (41-4)$$

$$H - z - H_v = -B_1 (1 - \sqrt{1 + B_B}) \quad \text{if } B_1 > 0 \quad (42-4)$$

در این معادلات  $B_B = C_4 / B_1^2$  است. با فشار محاسبه شده ( $H$ ) از معادلات فوق و با استفاده از روابط مشخصه مثبت و منفی می‌توان دبی بالا دست ( $Q_{pu}$ ) و دبی پایین دست ( $Q_p$ ) را محاسبه نمود. همچنین با استفاده از معادله (۳۵-۴) مقدار حجم گاز،  $(F_g')$ ، در گام زمانی بعدی قابل محاسبه است. در بعضی از شرایط مانند فشار زیاد همراه حجم‌های بسیار کوچک گاز و یا فشارهای بسیار کم همراه حجم‌های بزرگ، معادلات (۴۱-۴) و (۴۲-۴) ممکن است به علت خطا در محاسبه مقدار رادیکال منجر به ایجاد نتایج غیر دقیق شود. این مسئله زمانی اتفاق می‌افتد که  $|B_B| \ll 1$  و ممکن است نتایج عددی را شدیداً دچار خطا کند. یک راه آسان برای جلوگیری از ایجاد هرگونه خطا و اشتباه، خطی سازی معادلات می‌باشد (برای حالتی که  $|B_B| \ll 1$  است). که روابط خطی شده به صورت زیر می‌باشند

$$H - z - H_v = -2B_1 - \frac{C_4}{2B_1} \quad \text{if } B_1 < 0 \quad (43-4)$$

$$H - z - H_v = \frac{C_4}{2B_1} \quad \text{if } B_1 > 0 \quad (44-4)$$

معادلات فوق زمانی به کار می‌روند که  $B_B$  کوچک باشد ( $B_B < 0.001$ ) و در دیگر حالات معادلات (۴۱-۴) و (۴۲-۴) قابل استفاده‌اند.

ضریب وزن  $\psi$  برای کنترل نوسانات عددی به کار می‌رود. که در بیشتر شبیه سازی پدیده‌های غیر ماندگار که حباب‌های گاز تحت فشار را بررسی می‌کنند، ظاهر می‌شود. مقادیر  $\psi$  بین صفر و نیم، سبب ایجاد ناپایداری در حل می‌شود. در  $\psi$  برابر نیم معمولاً برخی از نوسانات در نتایج عددی مشاهده می‌شود. خصوصاً هنگام گذر امواج مثبت و وجود حجم‌های کوچک گاز، این مسئله اهمیت بیشتری می‌یابد. زمانی که  $\psi$  به سمت واحد میل کند گسترش امواج کاهش دهنده فشار، کمی بیشتر از مقدار واقعی خواهد شد. همچنین میرایی در نوسانات فشار بیشتر می‌شود. در هر صورت در  $\psi$  برابر واحد کمترین نوسانات عددی مشاهده می‌شود. برای کاربردهای عملی یک مقدار  $\psi$  نزدیک به نیم توصیه می‌شود. البته باید توجه داشت که تخصیص این مقدار سبب ایجاد نوسانات غیر واقعی نشود.

#### ۴-۶- مدل وجه مشترک کاویتاسیون بخاری تعمیم یافته<sup>۱</sup> (GIVCM)

برای بررسی این مدل نیاز به روش‌های تحلیلی و عددی برای حل مجموعه معادلات جدایی ستون که در زیر آورده شده است می‌باشد [۴۶].

<sup>۱</sup> Generalized Interface Vaporous Cavitation Model

۱- روش حل خطوط مشخصه برای معادلات ضربه قوچ

۲- انتگرال گیری عددی و تحلیلی برای معادلات جریان دوفازی در ناحیه مخلوط بخار سیال

۳- حل تداخلی معادلات ضربه

۴- انتگرال گیری عددی جهت حل معادله پیوستگی حفره بخار گسسته

با استفاده از مجموعه معادلات فوق یک مدل عددی وجه مشترک تعمیم یافته ارائه خواهد شد، که به صورت هم زمان با استفاده از روش‌های عددی و تحلیلی برای حل معادلات جدایی ستون برای انواع مشخصات لوله به کار می‌رود. در این صورت حالت‌های مختلفی از عکس العمل بین نواحی ضربه قوچ، نواحی کاویتاسیون بخاری گسترده، حفره‌های میانی و حفره‌هایی که در مرزها تشکیل می‌شوند، وجود خواهد داشت. برای شکل دادن الگوریتم کلی این مدل از الگوریتم استاندارد مدل حفره‌ای بخار گسسته به عنوان پایه اساسی استفاده می‌شود. این الگوریتم استاندارد اجازه می‌دهد حفره‌ها در مقاطع محاسباتی روش خطوط مشخصه شکل بگیرند.

مهمترین مشخصه در اصلاح این الگوریتم افزودن معادلات جریان دو فازی برای مخلوط بخار سیال و همچنین استفاده از معادلات ضربه برای تراکم مخلوط بخار سیال و بازگرداندن آن به فاز سیال می‌باشد. در چهار زیر بخش آتی ابزارهای عددی اساسی جهت توسعه الگوریتم جدایی ستون برای انواع مختلف مشخصات لوله ارائه می‌شوند.

#### ۴-۶-۱- روش خطوط مشخصه برای معادلات ضربه قوچ

با توجه به اینکه در نواحی ضربه قوچ فشار بیشتر از فشار بخار سیال است، این نواحی فقط حاوی سیال بوده و در نتیجه مشخصات و شرایط حاکم آن (مجهولات و معادلات) مانند ضربه قوچ معمولی

است و معادلاتی که برای حل مجهولات به کار می‌رود همان معادلاتی است که قبلاً بیان شد. بدست آوردن معادلات و حل آن‌ها به ترتیب در بخش‌های ۲-۳ و ۲-۴ آورده شده است.

#### ۲-۶-۴- انتگرال گیری تحلیلی و عددی از معادلات جریان دو فازی

معادلات جریان دو فازی که برای مخلوط سیال-بخار به کار می‌روند یک جفت معادله دیفرانسیل جزئی هذلولوی را تشکیل می‌دهند. از آن جا که امواج فشاری نمی‌توانند در مخلوط بخار سیال انتشار یابند (به علت فشار ثابت بخار سیال) بنابراین نمی‌توان روش خطوط مشخصه را برای حل این معادلات به کار برد. با تعریف و افزودن مشتق کامل در این معادلات به معادلاتی دست می‌یابیم که امکان حل تحلیلی بخشی از آن وجود دارد. اولین بار این معادلات توسط سیمسون برای یک لوله به سمت بالا و سپس برای لوله‌های افقی و به سمت پایین توسط برگنت تکمیل گردید.

روش حل بدین گونه است که ابتدا سرعت مخلوط بخار سیال ( $V_m$ ) از معادله حرکت جریان دو فازی (۳-۴۵) با استفاده از روش تحلیلی محاسبه می‌شود، سپس نسبت تخلخل ( $\alpha_v$ ) را با استفاده از انتگرال گیری عددی از معادله پیوستگی بدست می‌آوریم.

حل معادله حرکت (۳-۴۵) برای مجهول  $V_m$  به شیب لوله (افقی، روبه بالا یا روبه پایین) وابسته است. با استفاده از این معادله سرعت نهایی<sup>۱</sup>  $V_{mt}$  در جریان حالت پایدار در فشار بخار با صفر قرار دادن شتاب بخار سیال ( $dV_m / dt = 0$ ) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$V_{mt} = \sqrt{\frac{2gD|\sin \theta|}{f}} \quad (۴۵-۴)$$

<sup>۱</sup> Terminal velocity

سرعت اولیه مخلوط بخار سیال با  $V_{mi}$  نشان داده می‌شود، که در زمان شروع کاویتاسیون  $t_i$  در فاصله  $x$  در طول لوله در جایی که فشار به زیر فشار بخار برسد شکل می‌گیرد. در نهایت با انتگرال گیری از معادله (۳-۴۵) در زمان  $t$  می‌توان سرعت مخلوط بخار سیال ( $V_m$ ) را به شکل زیر بیابیم.

$$\int_{V_{mi}}^{V_m} \frac{dV_m}{V_{mi} - g \sin \theta - \frac{fV_m |V_m|}{2D}} = \int_{t_i}^t dt \quad (۴۶-۴)$$

سرعت اولیه را می‌توان به وسیله یکی از معادلات مشخصه ضربه قوچ ( $C^+$  و  $C^-$ ) در شبکه روش عددی خطوط مشخصه با قرار دادن فشار برابر فشار بخار محاسبه نمود. زمانی که جریان به سمت بالادست باشد از معادله  $C^-$  و زمانی که جریان به سمت پایین دست باشد از معادله  $C^+$  استفاده می‌کنیم. در ادامه نتایج انتگرال گیری تحلیلی برای محاسبه  $V_m$  آورده شده است.

الف) لوله شیب دار با  $\theta V_{mi} > 0$

با این فرض دو حالت وجود خواهد داشت. اول شیب و سرعت اولیه هر دو مثبت باشند. دوم هر دو پارامتر منفی باشند. در این حالات ابتدا یک جریان رو به بالا برقرار خواهد بود، با توجه به اینکه فشار در این ناحیه ثابت می‌باشد، سرعت جریان در اثر وزن آن در لحظه بازگشت<sup>۱</sup> ( $t_r$ ) به صفر می‌رسد. و بعد از آن جهت جریان عکس می‌گردد. در نهایت برای محاسبه سرعت قبل از  $t_r$  از رابطه زیر استفاده خواهد شد

$$V_m = V_{mi} \tan \left( \tan^{-1} \left( \frac{V_{mi}}{V_{mi}} \right) - \text{sign}(\theta) \frac{fV_{mi}}{2D} (t - t_i) \right) \quad (۴۷-۴)$$

<sup>۱</sup> Reversal time

که در رابطه فوق  $sign$  تابع علامت می‌باشد. بعد از تغییر جهت جریان ( $t > t_r$ ) خواهیم داشت

$$V_m = V_{mt} \frac{e^{-sign(\theta)fV_{mt}(t-t_r)/D} - 1}{e^{-sign(\theta)fV_{mt}(t-t_r)/D} + 1} \quad (48-4)$$

همچنین زمان تغییر جهت جریان ( $t_r$ ) از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$t_r = t_i + sign(\theta) \frac{2D}{fV_{mt}} \tan^{-1} \left( \frac{V_{mi}}{V_{mt}} \right) \quad (49-4)$$

لوله شیب دار با  $\theta V_{mi} < 0$

این حالت شامل جریان روبه بالا و شیب منفی و یا جریان روبه پایین و شیب مثبت می‌شود. که

سرعت مخلوط از رابطه زیر حاصل می‌گردد

$$V_m = V_{mt} \frac{V_{mi} - V_{mt} + (V_{mt} + V_{mi})e^{-sign(\theta)fV_{mt}(t-t_r)/D} - 1}{V_{mi} - V_{mt} + (V_{mt} + V_{mi})e^{-sign(\theta)fV_{mt}(t-t_r)/D} + 1} \quad (50-4)$$

و در لوله‌های افقی داریم

$$V_m = V_{mt} \frac{2DV_{mi}}{2D + sign(V_{mi})fV_{mi}(t-t_i)} \quad (51-4)$$

با محاسبه سرعت مخلوط بخار سیال از روابط فوق می‌توان با انتگرال گیری از معادله پیوستگی

(۳-۳۹) در زمان  $t$ ، برای محاسبه نسبت تخلخل با فرض گام زمانی  $\Delta t$  و ضریب وزن  $\psi$  در جهت

محور زمان، رابطه زیر را بدست آورد

$$(\alpha_v)_{k,t} = (\alpha_v)_{k,t-\Delta t} + \psi((V_m)_{j+1,t} - (V_m)_{j,t})\Delta t / \Delta x + (1-\psi)((V_m)_{j+1,t-\Delta t} - (V_m)_{j,t-\Delta t})\Delta t / \Delta x \quad (52-4)$$

که در آن  $z$  شماره گره بالا دست و  $z+1$  شماره گره پایین دست در دامنه محاسباتی  $k$  با طول  $\Delta x$  می باشد.

#### ۴-۶-۳- حل تداخلی معادلات ضربه

معادلات ضربه ((۳-۶۱) و ((۳-۶۸) یک سیستم معادلات جبری راتشکیل می دهند که حرکت پیشانی موج ضربه را در مخلوط بخار سیال توصیف می کنند. این معادلات با یکی از معادلات سازگاری ضربه قوچ مقتضی ترکیب می شود (چنانچه موج به سمت بالا دست حرکت کند از رابطه مشخصه مثبت و اگر موج به سمت پایین دست حرکت کند از رابطه مشخصه منفی استفاده خواهد شد). همچنین برای مسیر طی شده توسط موج ضربه ( $L_M$ ) در زمان یک گام زمانی ( $\Delta t$ ) می توان رابطه زیر را نوشت

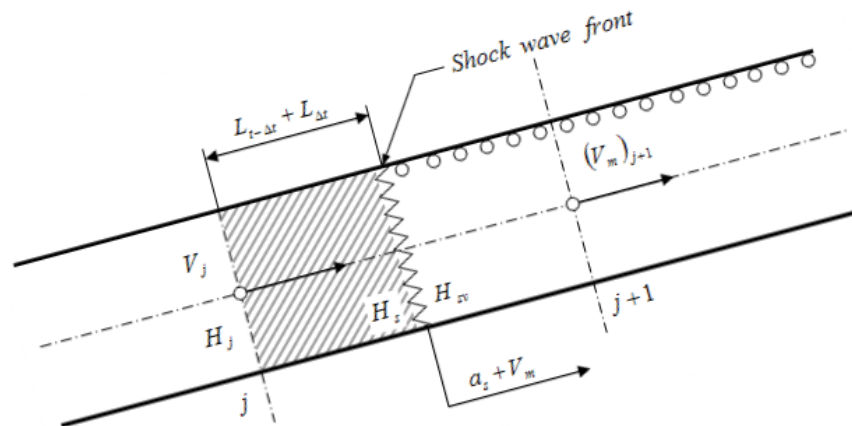
$$L_{\Delta t} - (a_s + V_m)\Delta t = 0 \quad (53-4)$$

اگر معادله حرکت را طبق شکل ۴-۸ برای سیال متراکم شده در فاصله  $L_{t-\Delta t} + L_{\Delta t}$  بنویسیم معادله زیر حاصل می شود [۴۶]

$$H_j - H_s - f \frac{L_{t-\Delta t} + L_{\Delta t}}{D} \frac{V|V|}{2g} = \frac{L_{t-\Delta t} + L_{\Delta t}}{g} \frac{dV}{dt} \quad (54-4)$$

که در این معادله  $H_j$  هد پیزومتری در بالا دست سیال متراکم شده می باشد (مقطع  $j$ ).





شکل ۴-۸ حرکت پیشانی موج ضربه در محدوده محاسباتی

معادله حرکت بدست آمده می‌بایست برای حرکت موج ضربه در شبکه محاسباتی باز نویسی شود. با گسسته سازی عبارت لختی در معادله قبل، انتگرال گیری از عبارت اصطکاک و استفاده از دبی به جای سرعت ( $Q = AV$ ) به رابطه زیر دست خواهیم یافت

$$H_j - H_s - \frac{f(L_{t-\Delta t} + L_{\Delta t})}{2gDA^2} Q_j |Q_{j,t-\Delta t}| - \frac{L_{t-\Delta t} + L_{\Delta t}}{gA\Delta t} (Q_j - Q_{j,t-\Delta t}) = 0 \quad (55-4)$$

همچنین معادلات ضربه ((۶۱-۳) و ((۶۸-۳) برای حرکت وجه مشترک در فاصله نقاط شبکه (شکل ۴-۸) به صورت‌های زیر نوشته می‌شوند.

- معادله پیوستگی برای حرکت پیشانی موج ضربه

$$a_s \left[ \frac{g}{a^2} (H_s - H_{sv}) + (\alpha_v)_k \right] - \left( \frac{Q_j}{A} - (V_m)_{j+1} \right) = 0 \quad (56-4)$$

- معادله حرکت برای حرکت پیشانی موج ضربه

$$g(H_s - H_{sv}) + \left( \frac{Q_j}{A} - (V_m)_{j+1} \right) \left( \frac{Q_j}{A} - (V_m)_{j+1} - a_s \right) = 0 \quad (57-4)$$

که در این روابط  $(V_m)_{j+1}$  مستقیماً از یکی از روابط (4-47) تا (4-51) محاسبه می‌شود (که به شیب لوله و سرعت شروع کاویتاسیون بستگی دارد).

مجهولات در این سیستم پنج معادله غیر خطی، ((4-5) یا (4-6)، (4-53)، (4-55)، (4-56) و (4-57)) شامل هد پیزومتری  $(H_j)$ ، فشار  $(H_s)$  در وجه مشترک سمت ضربه قوچ، دبی  $(Q_j)$ ، سرعت موج ضربه  $(a_s)$  و طول حرکت موج وجه مشترک  $(L_M)$  در زمان  $\Delta t$  می‌باشند. که مجهولات این دستگاه معادلات غیر خطی می‌بایست با یکی از روش‌های عددی بدست آیند.

از بین رفتن یک حفره میانی که بین دو ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده قرار دارد ترکیبی از حرکت دو وجه مشترک به سمت بالا دست و پایین دست را ایجاد خواهد کرد. در این حالت معادله ضربه قوچ را نمی‌توان به کاربرد. روابط موجود در این حالت شامل موارد زیراند، معادلات ضربه، معادله کینماتیکی (3-55) که برای این معادلات برای هر دو سمت ناحیه تازه تشکیل شده، نوشته می‌شوند. رابطه دیگری که اضافه خواهد شد معادله حرکت (4-54) است که برای هر دو سمت آن نوشته می‌شود. در این صورت مجهولات عبارت‌اند از دبی، سرعت موج ضربه، فشار پیزومتری در سمت ضربه قوچ وجه مشترک و طول حرکت پیشانی وجه مشترک در یک گام زمانی، که این مجهولات برای هر دو سمت می‌بایست همزمان بدست آیند. در این حالت نیز با یک سیستم غیر خطی معادلات روبه رو هستیم که به کمک یکی از روش‌های عددی حل می‌گردد.

## ۴-۶-۴- انتگرال عددی معادله پیوستگی حفره گسسته

حفره‌های بخار گسسته به مقاطع محاسباتی، در شبکه خطوط مشخصه محدود می‌شوند. یک حفره بخار زمانی می‌تواند در گره‌های داخلی و یا مرزهای انتهایی (شیر، پمپ و ...) تشکیل شود که فشار محاسبه شده  $(H_j)$  در ناحیه ضربه قوچ از فشار بخار کمتر شود. هد فشار به وسیله یکی از معادلات سازگاری ضربه قوچ محاسبه می‌شود. در گره‌های داخلی هر دو معادله و در مرزها یکی از معادلات به کار گرفته می‌شوند.

یک حفره بخار گسسته در گره‌های داخلی زمانی شکل می‌گیرد که فشار گره‌های مجاور در گام زمانی قبلی بیشتر از فشار بخار باشد. اگر یکی از گره‌های مجاور فشاری برابر فشار بخار داشته باشد و یا در گام زمانی قبلی یک ناحیه بخاری گسترده بوده باشد، فرض می‌گردد که در آن ناحیه محاسباتی، یک ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده به سمت گره مورد نظر شکل بگیرد. برای این حالت می‌بایست سرعت اولیه  $(V_m)$  برای گره  $j$  محاسبه شود. همچنین نسبت تخلخل برای رشد و کوچک شدن ناحیه‌ی بخاری در آن دامنه محاسبه خواهد شد. زمانی که یک حفره بخار گسسته در مدل عددی در گره‌های داخلی شکل بگیرد، فشار پیژومتری را در معادلات مشخصه برابر فشار بخار قرار می‌دهیم. این فشار به صورت زیر بیان می‌شود

$$H_j = H_v = z_j - \frac{p_b^*}{\gamma} + \frac{p_v^*}{\gamma} \quad (۵۸-۴)$$

که  $p_b^*$  فشار بارومتريک مطلق،  $p_v^*$  فشار بخار مطلق و  $\gamma$  وزن مخصوص سیال می‌باشد.

افزایش و کاهش حجم حفره بخار گسسته (شکل ۳-۴) به وسیله معادله پیوستگی (۳-۶۹) تعریف می‌شود. این معادله نیز که برای محاسبه حجم حفره به کار می‌رود توسط انتگرال گیری عددی و

استفاده از ضریب وزن در جهت زمان در شبکه ضربدری روش خطوط مشخصه به کار گرفته می‌شود. در نتیجه آن رابطه زیر حاصل خواهد شد.

$$(F_{vc})_{j,t} = (F_{vc})_{j,t-2\Delta t} + [(1-\psi)(Q_{j,t-2\Delta t} - Q_{uj,t-2\Delta t}) + \psi(Q_{j,t} - Q_{uj,t})] 2\Delta t \quad (59-4)$$

هنگامی که دو ناحیه مجاور حفره، حاوی سیال خالص باشد، برای محاسبه دبی در دو طرف حفره از معادلات سازگاری ضربه قوچ با فشار برابر فشار بخار ( $H_j = H_v$ ) استفاده می‌شود. زمانی که نواحی مجاور حفره حالت بخاری پیدا کند، سرعت در ناحیه کاویتاسیون بخاری توسط یکی از معادلات جریان دو فازی که رابط آن قبلاً بدست آمد، محاسبه خواهد شد، و برای محاسبه حجم حفره از دبی نظیر آن ( $Q = V_m A$ ) استفاده می‌شود.

متلاشی شدن حفره زمانی اتفاق می‌افتد که حجم تجمعی حفره کوچکتر از صفر شود. و در نتیجه آن مجدداً جریان تک فازی سیال تشکیل خواهد شد. از بین رفتن حفره سبب تشکیل موج ضربه، ناحیه ضربه قوچ و یا هر دو خواهد شد. که متناسب با حالت شکل گرفته در هر سمت آن از معادلات ضربه قوچ و/یا معادلات ضربه برای جریان سیال و/یا تراکم ناحیه مخلوط بخار سیال به فاز سیال استفاده می‌شود.

#### ۴-۶-۵- جزئیات مدل سازی در حل عددی

ساختار کلی روش عددی در زیر بخش‌های قبلی بیان شد. در این قسمت به تشریح جزئیات آن برای یک لوله با شیب دلخواه پراخته می‌شود. در ضمن بدین منظور برنامه‌های کامپیوتری به زبان *MATLAB* نوشته شده است. شرط مرزی بالا دست، مخزن با هد ثابت می‌باشد. شرط مرزی پایین دست، یک شیر در انتهای لوله است. (مدل سازی لوله و شرایط مرزی آن مستقل از واحد انتخابی

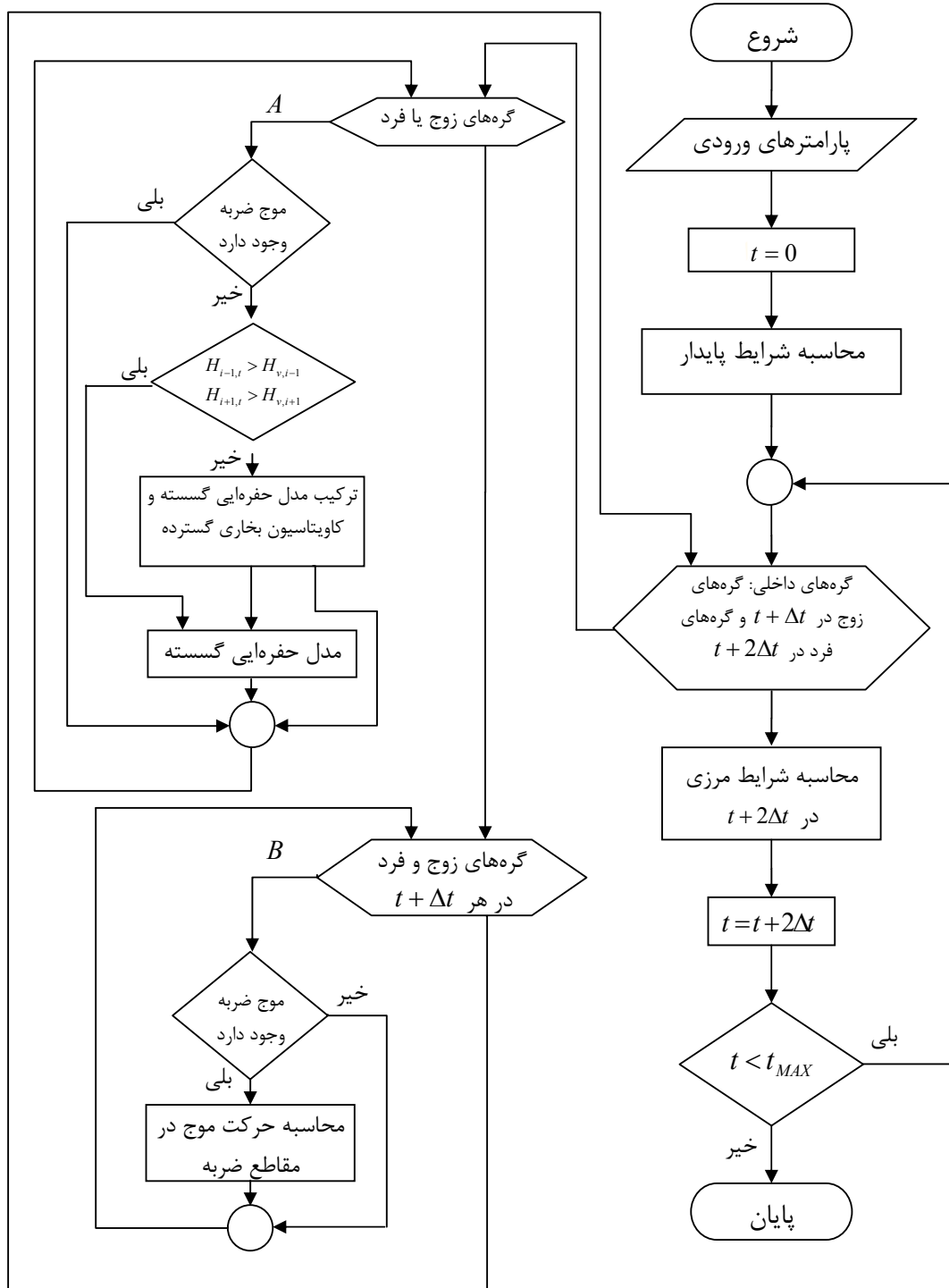
خواهد بود.) ویژگی‌های این مدل سبب می‌شود شرایط مرزی مختلفی در پایین دست و بالا دست در مراحل بعدی آشکار شود. مثلاً برای حالات مختلف شبکه لوله (شیب‌های متفاوت، قطرها، طول‌ها و مصالح گوناگون) اتصالات، وجود اریفیس، توربو ماشین‌ها و ... که سبب تشکیل الگوریتم پیچیده برای اجرای کامپیوتری خواهد شد.

همانطور که قبلاً بیان شد از الگوریتم استاندارد مدل حفره‌ای بخار گسسته به عنوان پایه اساسی برای ایجاد مدل وجه مشترک استفاده می‌شود. همچنین در طی مطالعات صورت گرفته، استفاده از شبکه ضربدری پیش بینی بهتری از تشکیل یک حفره در مقایسه با شبکه ضربدری می‌دهد. همچنین نتایج بدست آمده از این شبکه در محدوده گسترده‌ای از پارامترها همخوانی بهتری با نتایج آزمایشگاهی نسبت به شبکه مستطیلی دارد.

اولین گام در تحلیل مدل محاسبه شرایط جریان حالت پایدار است. گام دوم محاسبه جریان غیرماندگار خواهد بود. که این مرحله خود از دو قسمت تشکیل می‌شود، اول محاسبه گره‌های داخلی و دوم محاسبه شرایط مرزی انتهایی.

محاسبه شرایط اولیه در زمان  $t=0$  انجام می‌گیرد. در انجام حلقه غیرماندگار، ابتدا گره‌های داخلی مورد تحلیل و محاسبه قرار می‌گیرند. مقادیر مجهول گره‌های محاسباتی با شماره زوج در اولین گام زمانی  $\Delta t$  تعیین می‌شوند. سپس گره‌های محاسباتی با شماره فرد در گام زمانی بعدی  $2\Delta t$  محاسبه می‌شوند. اعمال شرایط مرزی انتهایی بعد از گذشت یک جفت گام زمانی صورت می‌گیرد. در نهایت، این ترتیب محاسبات برای هر جفت گام‌های زمانی تکرار خواهد شد  $(3\Delta t, 4\Delta t), (5\Delta t, 6\Delta t), \dots$ .

در شکل شماره ۴-۹ ساختار کلی مدل وجه مشترک تعمیم یافته در یک فلوچارت نشان داده شده است. که در ادامه شرح جزئیات آن آورده شده است.



۹-۴ فلوجارت روش عددی

#### ۴-۶-۵-۱ عملکرد گره‌های محاسباتی داخلی

عملکرد گره‌های محاسباتی داخلی در طول لوله در شرایط غیرماندگار خود شامل دو بخش عمده است. الف) محاسبه وضعیت جریان در تمامی گره‌های داخلی (حلقه  $A$  در شکل ۴-۹) که جزییات آن در ادامه آورده شده است (قسمت الف). ب) محاسبات حرکت موج ضربه‌ی شکل یافته درون ناحیه کاویتاسیون بخاری در هر گام زمانی (حلقه  $B$  در شکل ۴-۹)، توضیحات آن در قسمت ب آمده است. برای حرکت موج ضربه نیاز به درون یابی در فواصل بین شبکه محاسباتی می‌باشد.

*الف) محاسبه وضعیت جریان در گره‌های داخلی در گام‌های زمانی به صورت یک در میان*

محاسبه خط گرادیان هیدرولیکی و دبی در این گره‌ها در دو قسمت انجام می‌شود. ابتدا بررسی می‌شود که آیا در گره مورد نظر موج ضربه از قبل وجود داشته یا خیر (حلقه  $A$ ). سپس کنترل دیگری صورت می‌گیرد که آیا فشار گره‌های مجاور از فشار بخار بیشتر است یا نه. چنانچه پاسخ هر دو سؤال مثبت باشد، به این معنی که در آن گره نه موج ضربه وجود دارد، نه فشار گره‌های مجاور کمتر از فشار است. در این حالت روش خطوط مشخصه در نواحی ضربه قوچ (معادلات سازگاری) و مدل حفره‌ایی گسسته که خود از این معادلات استفاده می‌کند، به کار خواهند رفت. چنانچه کنترل اول منفی باشد (وجود موج ضربه در گره) محاسبات به قسمت ب انتقال می‌یابد، و اگر شرط کنترل کننده دوم منفی باشد، (فشار یکی از گره‌ها کمتر از فشار بخار باشد) می‌بایست از ترکیب روش‌های حفره بخار گسسته و کاویتاسیون گسترده استفاده شود (موضوع پارگراف آتی).

چنانچه فشار در یک یا هر دو مقطع مجاور در حال بررسی، کمتر از فشار بخار (برابر فشار بخار) باشد، برای تحلیل آن گره از مدل کاویتاسیون گسترده همراه با مدل حفره‌ایی گسسته، در یک فرآیند سه مرحله‌ای بهره جسته می‌شود. که مراحل آن عبارتند از

۱- مرحله اول گره‌هایی را شامل می‌شود که در آن گره‌ها حفره‌های میانی از قبل شکل گرفته و در مجاورت این حفره‌های میانی یک یا دو ناحیه کاویتاسیون بخاری قرار دارد. برای این گونه مقاطع می‌بایست حجم حفره بخار گسسته را محاسبه نمود. که برای بدست آوردن دبی بالا دست و پایین دست حفره از معادلات متناسب با وضعیت موجود استفاده می‌شود (از معادله مشخصه برای ناحیه ضربه قوچ و از معادلات جریان دو فازی برای ناحیه کاویتاسیون گسترده) حال اگر حجم حفره منفی یا صفر گردد (متلاشی شدن حفره) سبب ایجاد موج ضربه خواهد شد. که در واقع نقطه شروع موج ضربه می‌باشد و بعد از آن باید معادلات ضربه برای آن گره به کار روند. اگر یک طرف حفره ناحیه بخاری باشد بعد از متلاشی شدن حفره، فقط یک موج در ناحیه بخاری پیشرفت خواهد کرد (شکل ۴-۱۰ A) و اگر حفره در میان دو ناحیه بخاری باشد دو موج جداگانه در هر دو جهت (در دو ناحیه) پیش خواهند رفت. توضیحات حرکت موج در قسمت ب آورده شده است.

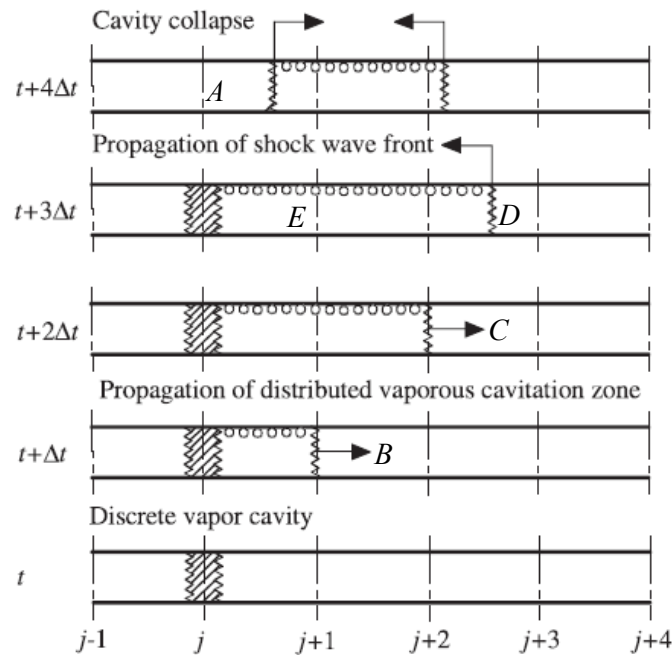
۲- در مرحله دوم گره‌های بخاری<sup>۱</sup> تحلیل می‌شوند. این گره‌ها، گره‌هایی هستند که حفره‌ایی در آن‌ها تشکیل نشده است، ولی در دو ناحیه مجاور آن گره، جریان دو فازی برقرار می‌باشد (ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده شکل ۴-۱۰ E)، لذا در آن گره فشار ثابت، و برابر فشار بخار است. مجهولاتی که در این گره و دامنه‌های کناری می‌بایست محاسبه شوند، سرعت مخلوط بخاری ( $V_m$ ) و نسبت تخلخل دامنه‌ها است.

۳- گره‌های باقیمانده که شرایط این مراحل را دارا هستند و در دو دسته اول قرار نمی‌گیرند در این قسمت بررسی می‌شوند. چنانچه فشار محاسبه شده در این گره‌ها از فشار بخار کمتر شود و با توجه به اینکه فشار گره مجاور برابر فشار بخار بوده لذا این ناحیه تبدیل به ناحیه کاویتاسیون بخاری خواهد شد. این گسترش می‌تواند یا از یک حفره گسسته باشد (شکل ۴-۱۰ B) و یا اینکه از ناحیه بخاری

<sup>1</sup> Vaporous sections



مجاور آن شکل گرفته باشد، و در نتیجه آن یک ناحیه بخاری و یک گره بخاری جدید شکل بگیرد (شکل ۴-۱۰ C). و چنانچه فشار محاسبه شده از فشار بخار بیشتر باشد و یکی از نواحی کناری از نوع کاویتاسیون بخاری گسترده بوده باشد سبب ایجاد موج ضربه خواهد شد، و با شروع موج ضربه در این موج در ناحیه کاویتاسیون بخاری پیشرفت خواهد نمود (شکل ۴-۱۰ D) که این حالت نوع دیگری از شروع موج ضربه را شکل می‌دهد.



۴-۱۰ تشکیل کاویتاسیون و موج ضربه در یک لوله افقی

(ب) محاسبه حرکت موج ضربه در هر گام زمانی

محاسبات ضربه در هر گره، زمانی انجام می‌شود که شرایط تشکیل دهنده موج ضربه در آن گره رخ داده باشد و گره مورد نظر به عنوان ضربه تشخیص داده شود (با نشانه گذاری در آغاز ضربه). حرکت وجه مشترک بین نواحی سیال و کاویتاسیون بخاری، نتیجه پیشروی موج فشار مثبت درون ناحیه

کاویتاسیون بخاری می‌باشد. که تراکم مخلوط بخاری را و تبدیل آن به سیال در پی خواهد داشت. در مدل کامپیوتری محاسبات ضربه در مقاطع مقتضی که با ایجاد ضربه مشخص می‌شوند در تمامی گام‌های زمانی صورت می‌گیرد. در حالت کلی حرکت موج ضربه در ناحیه بخاری به سه دسته تقسیم می‌شود

۱- حرکت وجه مشترک به سمت بالا دست لوله

۲- حرکت وجه مشترک به سمت پایین دست لوله

۳- با از بین رفتن یک حفره میانی مابین دو ناحیه بخاری دو موج ضربه در دو سمت منتشر شود

همانطور که قبلاً بیان شد برای دو حالت اول، دستگاه پنج معادله پنج مجهول غیر خطی شکل می‌گیرد که معادلات به صورت خلاصه عبارتند از ۱- معادله پیوستگی ۲- معادله مومنتوم ۳- معادله سازگاری ضربه قوچ (مشخصه مثبت یا مشخصه منفی) ۴- معادله حرکت برای سیال متراکم شده ۵- معادله کینماتیک برای طول طی شده موج ضربه. و برای حالت سوم معادله ضربه قوچ حذف شده و معادله حرکت برای سیال افزوده شده، اضافه می‌شود.

#### ۴-۶-۵-۲ شرایط مرزی

مدل عددی برای دو شرط مرزی بسط داده شده است. اول یک مخزن بالا دست با هد ثابت و دوم یک شیر در پایین دست. لوله.

الف) مخزن بالا دست

چنانچه فشار در گره پایین دست مخزن بالاتر از فشار مخزن باشد، دبی را می‌توان با استفاده از معادله استاندارد ضربه قوچ محاسبه نمود. زمانی که در ناحیه مجاور مخزن کاویتاسیون بخاری گسترده رخ

دهد، یک موج ضربه از مخزن شروع می‌شود و به سمت پایین دست حرکت خواهد کرد، فرآیند حرکت موج در قسمت‌های قبل بیان شد. تنها تفاوت آن جایگزینی معادله مشخصه مثبت ضربه قوچ با شرط هد ثابت مخزن می‌باشد.

(ب) شیر پایین دست

برای مدل سازی شیر از یک تابع نمایی که رابطه بستن شیر را ارائه می‌دهد و روابط اندازه گیری شده در آزمایشگاه استفاده شده است. در ادامه رخ دادهایی که ممکن است برای شیر همراه با پدیده کاویتاسیون به وقوع بپیوندد، آورده شده است.

۱- یک حفره بخار گسسته در گره شیر رخ دهد بدون آن که ناحیه مجاور آن (اولین دامنه محاسباتی بالا دست شیر) کاویتاسیون بخاری گسترده باشد.

۲- یک حفره بخار گسسته در گره شیر رخ دهد و سپس یک ناحیه کاویتاسیون بخاری از حفره مجاور شیر گسترش پیدا کند و به سمت بالا دست شیر انتشار یابد.

۳- حفره بخار گسسته همراه با ناحیه بخاری که از گره بالا دست به سمت شیر گسترش یافته باشد

برای حالتی که در دامنه مجاور شیر، کاویتاسیون بخاری گسترده وجود دارد احتمال دو نوع حرکت موج ضربه وجود دارد. ۱- حرکت وجه مشترک از شیر به سمت بالا دست بعد از، از بین رفتن حفره در محل شیر که از معادلات ضربه و معادله کینماتیک حرکت برای حل آن استفاده می‌شود. ۲- حرکت وجه مشترک در ناحیه بخاری از مقطع بالا دست به سمت حفره در شیر. حالت‌های خاص دیگری وجود دارد که خارج از بحث‌های این قسمت‌اند.

در فصل بعد پیرامون نتایج خروجی برنامه مدل‌های عددی بحث و بررسی خواهد شد.

فصل پنجم

۵ مقایسه و تحلیل

نتایج عددی و آزمایشگاهی

## ۵-۱- مقدمه

در این فصل ابتدا توضیحات مختصری در مورد آزمایش‌های مختلف صورت گرفته، آورده می‌شود. سپس به شرح دقیق یک مدل آزمایشگاهی به عنوان مدل مرجع جهت مقایسه و اعتبار سنجی نتایج مدل‌های عددی پرداخته می‌شود. در قسمت بعد نتایج روش‌های مختلف عددی ارائه و به بررسی و تحلیل هر کدام و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی پرداخته خواهد شد.

در اواخر قرن ۱۹ ژاکوفسکی در مسکو روسیه، آزمایشاتی که شامل لوله‌هایی به طول ۳۲۰، ۳۲۰ و ۳۲۵ متر به ترتیب با قطرهای ۵۱، ۱۰۲ و ۱۵۲ میلی‌متر می‌شدند، انجام شد. که این سیستم به یک شیر پایین دست متصل شده بود. او اولین کسی بود که جدایی ستون را تشریح نمود. البته او در مقالات خود آورده است که کارپنتر برای نخستین بار فشارهای زیر فشار بخار را به ثبت رسانید.

دانشمندان دیگری سیستمی را طراحی کردند که با یک شیر ورودی هوا ترکیب می‌شد. زمانی که از شیر ورودی هوا استفاده نمی‌شد ضربات شدید همراه با ایجاد کاویتاسیون در سیستم مشاهده می‌شد. جردن در سال ۱۹۶۵ جدایی ستون و کاویتاسیون گسترده را در لوله‌ای به طول ۲۰۲ متر و قطر ۵۲ میلی‌متر مورد آزمایش قرار داد. سفوت در سال ۱۹۷۲ اندازه‌گیری‌های در لوله‌ای به طول ۴۶ متر و قطر ۹۰ میلی‌متر از جنس پلکسی گلاس انجام داد. آزمایشات در این رابطه ادامه داشت تا اینکه سیمسون در سال ۱۹۸۶ درباره فشارهای با بازه کوتاه مدت به تحقیق پرداخت که سیستم او شامل لوله‌ای به طول ۳۶ متر و قطر ۱۹ میلی‌متر و ضخامت ۱.۶ میلی‌متر بود و در ادامه کار تسلیینگ و فن آزمایشات را همراه با بررسی اندرکنش سازه و سیال ادامه دادند. در سال ۱۹۹۲ برگنت آزمایشات دقیقی انجام داد که در قسمت بعد آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در سال ۲۰۰۰ میتوسک جدایی

ستون را در لوله‌های پلاستیکی بررسی کرد. لای و همکران نیز در سال ۲۰۰۰ جریان‌هایی با مقداری خلاء اولیه آزمایش کردند. تابئی و همکاران در سال ۲۰۰۳ مقداری گازهای نجیب زنون و آرگون را برای مشاهده متلاشی شدن حباب‌ها وارد آب نمودند [۵۰]. به این ترتیب آن‌ها قادر بودند که سرعت موج ضربه را که وارد یک ناحیه حبابی می‌شود اندازه‌گیری کنند.

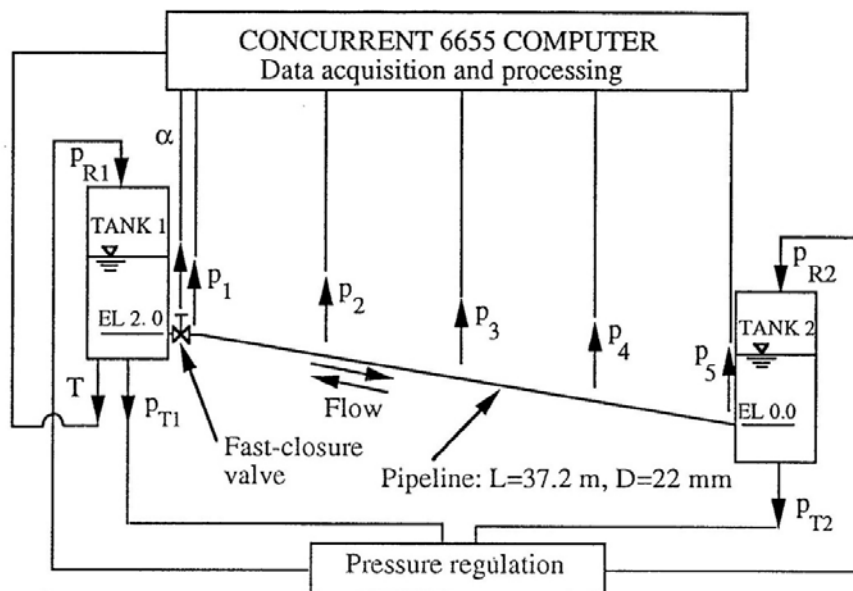
## ۵-۲- مدل آزمایشگاهی مرجع

مدل آزمایشگاهی که در این قسمت بررسی می‌شود توسط سیمسون و برگنت در دانشگاه آدلاید استرالیا طراحی و ساخته شده است [۴۷]. هدف از طراحی این سیستم ساخت مدلی دقیق و قابل تنظیم جهت مقادیر مختلف سرعت‌های اولیه، فشارهای اولیه متفاوت و بستن‌های مختلف شیر بوده است. که به بررسی پدیده جدایی ستون مایع اختصاص داشته است.

این مدل که شکل شماتیک آن در شکل ۵-۱ آورده شده است، از دو مخزن تحت فشار که به صورت کامپیوتری کنترل می‌شوند، تشکیل شده است. که مخازن توسط یک لوله مسی با شیب ۵/۴۵ درصد به یکدیگر متصل شده‌اند. اختلاف تراز دو مخزن ۲/۰۳ متر می‌باشد. امکان قرار دادن شیر در کنار دو مخزن و یا در میانه لوله وجود دارد. شیر توسط یک فنر پیچشی<sup>۱</sup> محرک بسته می‌شود که زمان بسته شدن آن حدود ۵ میلی ثانیه تا ۱۰ میلی ثانیه می‌باشد. که به یک سیستم نوری جهت ثبت مکان شیر به صورت لحظه‌ای مجهز می‌باشد. جهت اندازه‌گیری فشار از پنج مبدل فشار<sup>۲</sup> (فشار سنج) استفاده شد. مشخصات لوله ۳۷.۲ متری به کار رفته در آزمایش در جدول ۱ آورده شده است.

<sup>۱</sup> Torsional spring

<sup>۲</sup> Pressure transducer



۱-۵ طرح سیستم آزمایشگاهی

جدول ۱-۵ مشخصات لوله مورد آزمایش

مشخصات لوله	مقادیر
طول لوله ( $L$ )	37.23 (m)
قطر داخلی لوله ( $D$ )	22.1 (mm)
ضخامت جداره ( $e$ )	1.6 (mm)
نسبت پواسون ( $\mu$ )	0.34
مدول الاستیسیته یانگ ( $E$ )	37.120 (GPa)
فشار طراحی ( $p_d$ )	5000 (kPa)

سرعت موج تئوری برای لوله مسی با مشخصات فوق در مجاری جداره ضخیم، طبق رابطه زیر (معادله

(۳-۱۸)) محاسبه می‌شود

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K D}{E e} c_1}} = \sqrt{\frac{\frac{2.19 \times 10^9}{998}}{1 + \frac{2.19 \times 10^9 \cdot 0.0221}{120 \times 10^9 \cdot 0.0016} \cdot 1.02}} = 1321 \text{ (m/s)} \quad (1-5)$$

که متغیر بی بعد  $c_1$  اثرات شرایط مرزی را در سرعت موج اعمال می‌کند. که توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$c_1 = \frac{2e}{D}(1 + \mu) + \frac{D(1 - \mu^2)}{D + e} \quad (2-5)$$

$$c_1 = \frac{2 \times 0.0016}{0.0221}(1 + 0.34) + \frac{0.0221 \times (1 - 0.34^2)}{0.0221 + 0.0016} = 1.02$$

قابل ذکر است که مقدار اندازه گیری شده سرعت موج برابر ۱۳۱۹ می‌باشد که خطای آن (۰/۱۵٪) قابل چشم پوشی است. در مدل آزمایشگاهی از آب خالص جهت انجام آزمایش استفاده شده است. مشخصات سیال به کار رفته در آزمایشات و روابط فوق در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۲-۵ مشخصات سیال (آب)

ویژگی‌های سیال	مقادیر
دما ( $T_w$ )	20 ( $^{\circ}C$ )
چگالی ( $\rho$ )	998 ( $kg/m^3$ )
مدول بالک ( $K$ )	$2.19 \times 10^9$ ( $N/m^2$ )
لزجت سینماتیکی ( $\nu$ )	$1.01 \times 10^{-6}$ ( $m^2/s$ )
فشار مطلق بخار ( $p_v^*$ )	2.34 ( $kPa$ )

در آزمایشات گسترده‌ای که انجام شد (در مجموع ۱۱۶ آزمایش) اثر کمیت‌های زیر در وقوع رخ داد



کاویتاسیون غیرماندگار در سیستم‌های لوله مورد بررسی قرار گرفت

۱- سرعت جریان اولیه در لوله

۲- هد فشار استاتیکی در هر کدام از مخازن

۳- شیب لوله (روبه بالا و روبه پایین)

۴- موقعیت شیر در لوله

۵- زمان بسته شدن شیر

در ادامه این فصل نتایج مدل‌های عددی اجرا شده برای شاخص‌ترین مدل‌ها آورده شده و متناسب با شرایط ویژه آن نکات مهم آن تحلیل شده است.

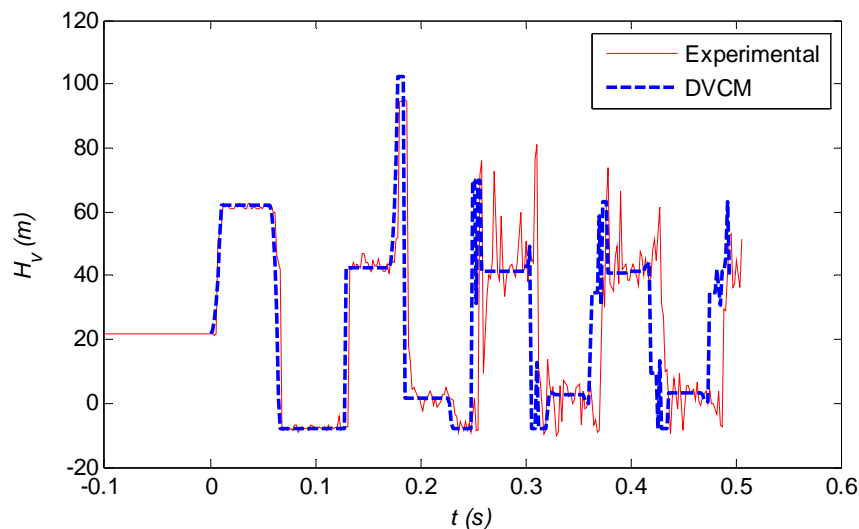
### ۵-۳- نتایج عددی و مقایسه و تحلیل آن‌ها

در اولین مدلی که مورد بررسی قرار می‌گیرد جریان رو بالا (از مخزن شماره ۲ به سمت مخزن شماره یک) برقرار بوده و شیر مجاور مخزن شماره ۱ قرار دارد و با سرعت بسیار زیاد بسته می‌شود (کل زمان بسته شدن حدود ۰/۰۰۹ ثانیه می‌باشد) هد مخزن شماره دو ۲۲ متر و سرعت اولیه جریان ۰/۳ متر بر ثانیه می‌باشد.

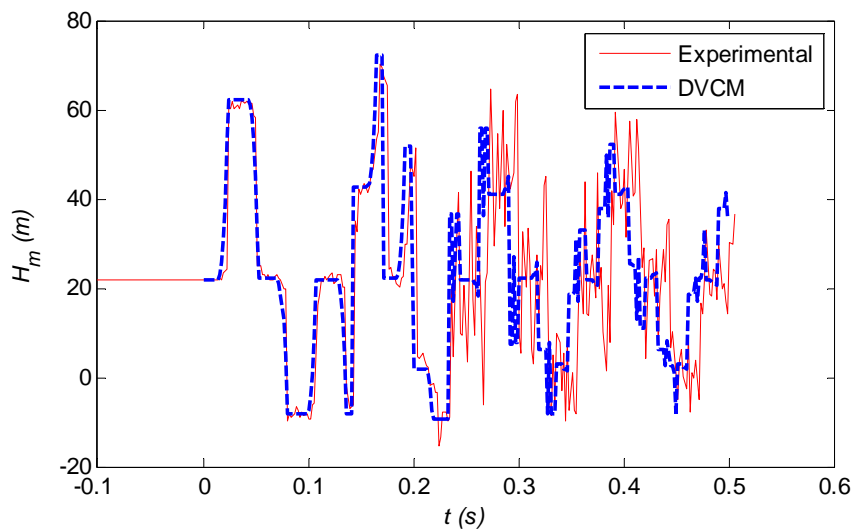
با مشخصات فوق رینولدز جریان برابر ۶۵۶۴ خواهد شد و ضریب اصطکاک لوله با استفاده از رابطه کلبروک ۰/۰۳۵۶ به دست می‌آید (زبری نسبی لوله  $\varepsilon/D = 0.0009$ ).

بستن سریع شیر در  $t = 0.0$  آغاز می‌شود مدت زمان بستن موثر شیر حدود ۰/۰۰۴ ثانیه می‌باشد، که از زمان بازگشت موج ضربه قوچ ( $2L/a = 2 \times 37.23 / 1319 = 0.056 s$ ) بسیار کوچکتر است. و تعداد

دامنه‌های محاسباتی در طول لوله ۳۲ عدد در نظر گرفته می‌شود. با توجه به فرضیات فوق نمودار فشار در محل شیر و نقطه میانی با استفاده از روش حفره بخاری گسسته در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی به صورت خواهد شد.

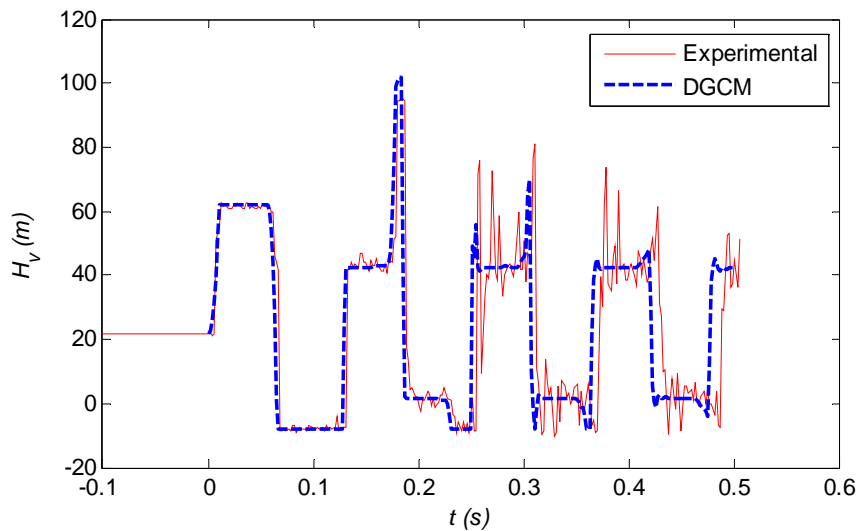


۲-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *DVCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$

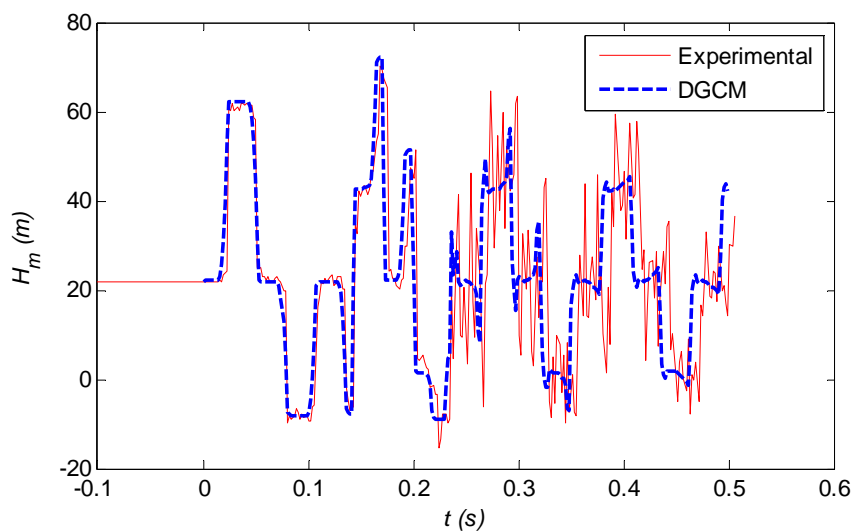


۳-۵ نمودار فشار در گره میانی به روش *DVCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$

در مدل گازی گسسته نسبت تخلخل گاز را  $\alpha_g = 10^{-7}$  و ضریب وزن در رابطه پیوستگی جهت محاسبه حجم گاز را برابر با  $\psi = 1$  فرض می‌کنیم. که در نتیجه آن نمودارهای فشار در محل شیر و نقطه میانی به صورت زیر خواهند بود

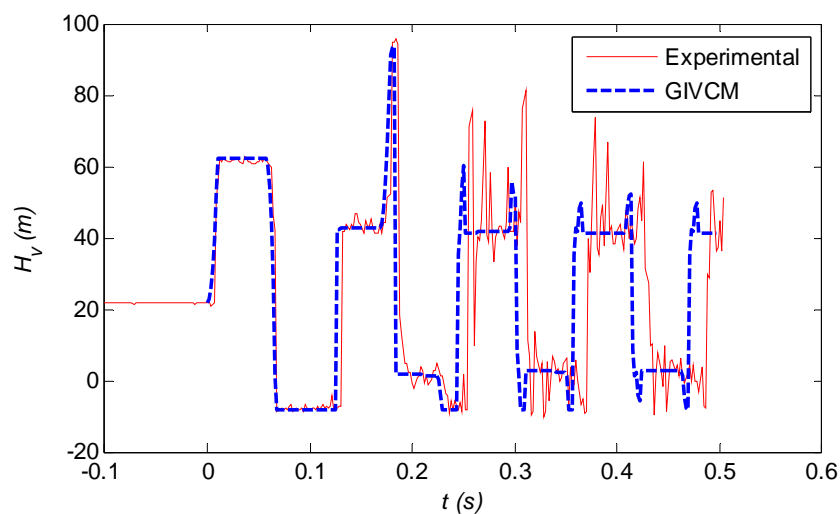


۴-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *DGCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 \text{ (m/s)}$

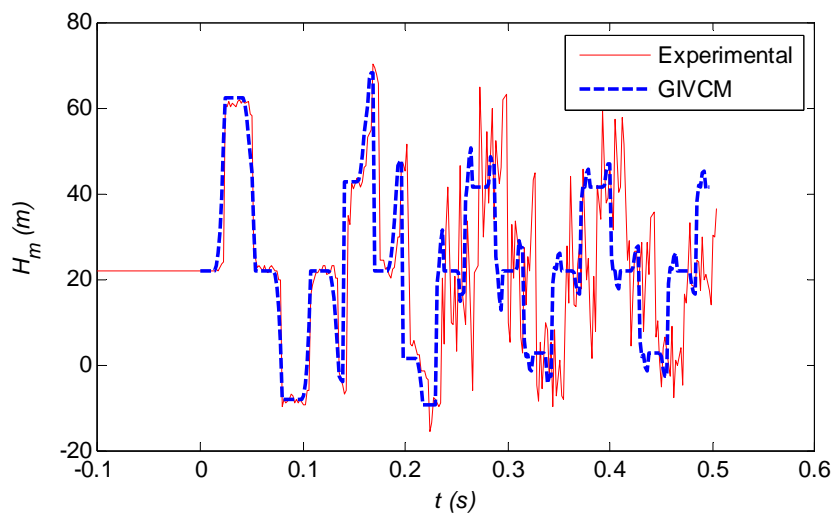


۵-۵ نمودار فشار در گره میانی به روش *DGCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 \text{ (m/s)}$

و در نهایت نمودارهای فشار در مدل وجه مشترک کاویتاسیون بخاری تعمیم یافته که دارای الگوریتم کاملاً پیچیده‌ی جهت اجرای کامپیوتری می‌باشد به شکل زیر خواهند بود.



۶-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *GIVCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$



۷-۵ نمودار فشار در گره میانی به روش *GIVCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 0.3 (m/s)$

در این مثال همان طور که در نمودارها دیده می‌شود فشاری که در اولین موج ضربه قوچ ایجاد

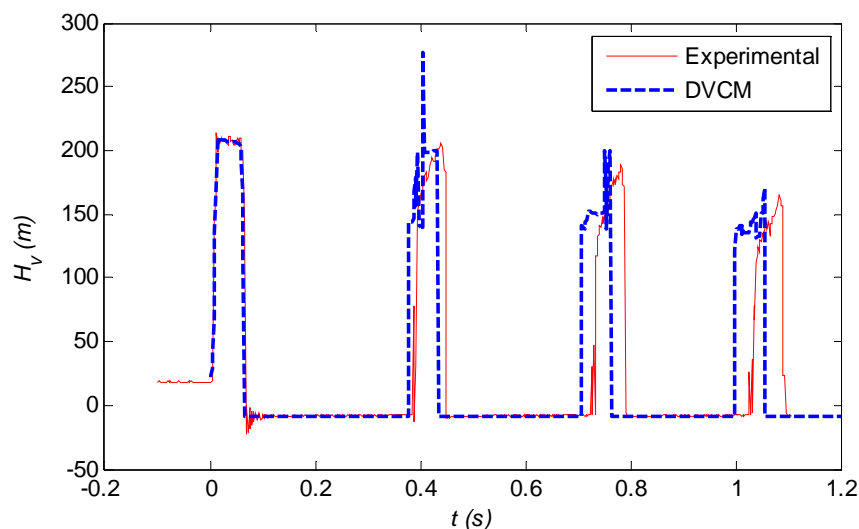
می‌شود برابر  $h = 62.5$  (m) می‌باشد. و جدایی ستون در لحظه‌ی  $t = 0.0662$  ثانیه در محل شیر آغاز می‌شود و حفره محلی در مجاورت شیر تا زمان  $t = 0.1298$  باقی می‌ماند. و بعد از آن با متلاشی شدن حفره و بازگشت موج مثبت از مخزن فشار به مقدار بیشینه  $h_{MAX} = 95.6$  خود در لحظه‌ی  $t = 0.1842$  می‌رسد. فشار بیشینه که در سه مدل عددی  $DVCM, DGCM, GIVCM$  به ترتیب برابر  $102/4$  و  $101/7$  و  $94/0$  می‌باشد. که در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی اختلاف کمی را نشان می‌دهند. اما در گره میانی همخوانی مناسبی بین نتیجه آزمایشگاهی و نتایج مدل‌های عددی دیده می‌شود. همچنین تا زمانی حدود  $0/22$  ثانیه از نظر زمانبندی اختلاف بسیار جزئی و قابل چشم پوشی مشاهده می‌شود.

فشارسنج‌های قرار گرفته در طول لوله شکل گیری یک حفره میانی بین مخزن و یک چهارم بالا دست لوله را نشان می‌دهند، که با انتشار موج کم فشار سبب تشکیل یک ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده می‌شود که به سمت شیر حرکت می‌کند. سه مدل عددی تشکیل حفره میانی را در فاصله حدود  $4/65$  متری از مخزن بالادست در لحظه‌ی  $0/212$  ثانیه پیش بینی می‌کنند. اختلاف بین نتایج عددی و آزمایشگاهی بعد از این لحظه شروع می‌شود و با گذشت زمان بیشتر می‌شود. اختلاف اساسی بین سه مدل در توصیف و مدل سازی فیزیکی ناحیه کاویتاسیون بخاری گسترده می‌باشد که از حفره میانی شروع شده و به سمت شیر پیش می‌رود و سپس در ادامه جریان دو فازی متراکم شده و به فاز سیال باز می‌گردد. که در این قسمت از معادلات موج ضربه استفاده می‌کنیم. برنامه نویسی این بخش با الگوریتم وجه مشترک با توجه به احتمال وقوع حالت‌های مختلف و اثرپذیری گره‌ها و نواحی مجاور بر یکدیگر و تعیین حالت‌های آن در گام‌های بعدی روند اجرای کامپیوتری را بسیار مشکل و پیچیده می‌کند. به این دلیل که می‌بایست ابتدا وضعیت هر گره مشخص شود و سپس با وضعیت موجود از روابط مربوطه استفاده شود و در ادامه با مقادیر بدست آمده وضعیت جدید را تعیین نمود که در این قسمت وضعیت گره‌های مجاور از اهمیت قابل توجهی برخوردارند. یکی از عوامل افزایش اختلاف بین

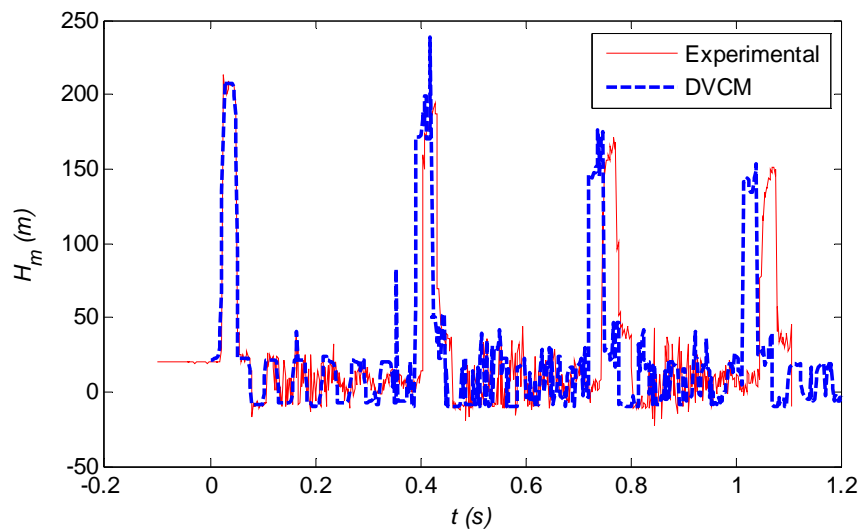
نتایج آزمایشگاهی و مدل‌های عددی در زمان وقوع فشارهای دوره سوم و چهارم می‌تواند به علت عدم لحاظ کردن اثرات اصطکاک غیرماندگار باشد.

مثال دومی که در این قسمت بررسی می‌شود با سرعت اولیه  $1/4$  متر بر ثانیه می‌باشد. با این سرعت رینولدز جریان برابر با  $30366$  بدست می‌آید و در نتیجه مقدار ضریب اصطکاک لوله  $0.0236$  خواهد بود. ضمناً تعداد گره‌ها را در این مثال  $33$  عدد فرض شده است.

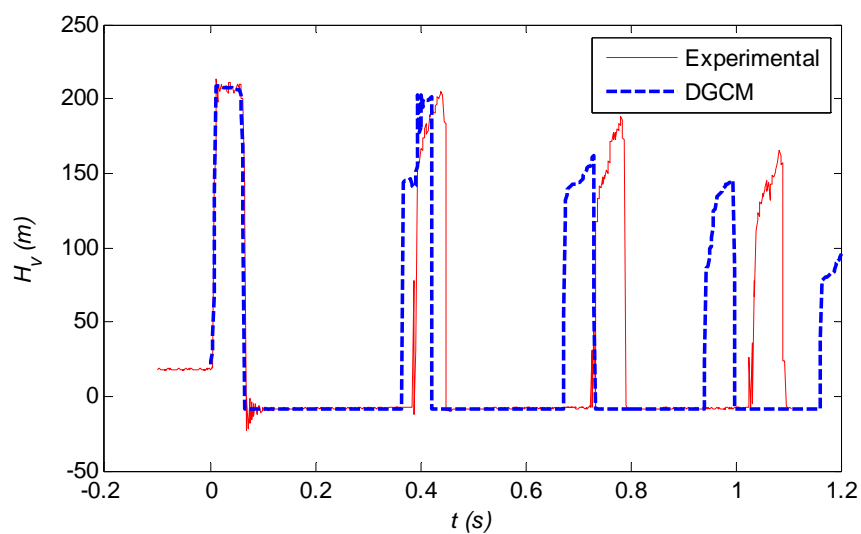
با توجه به مقادیر بدست آمده و فرضیات در نظر گرفته شده در مثال قبلی نمودارهای فشار به صورت آورده شده در اشکال آتی خواهند شد.



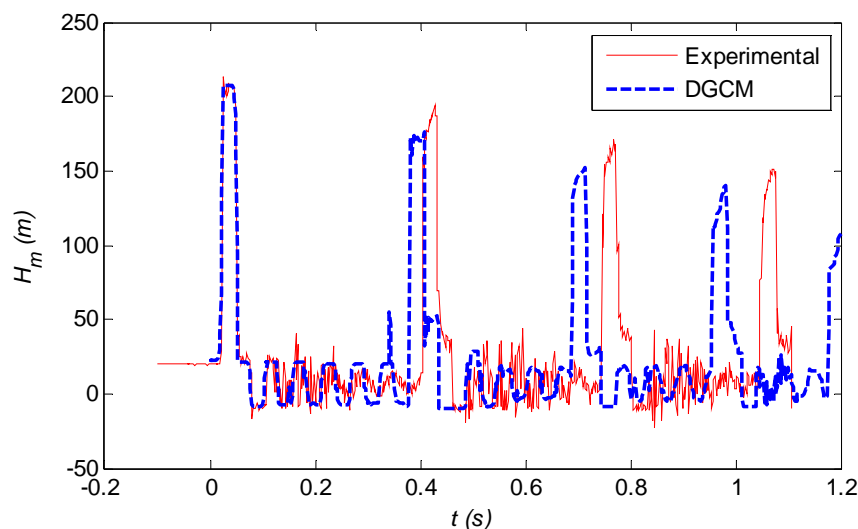
۸-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *DVCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 1.4 (m/s)$



۹-۵ نمودار فشار در محل گره میانی به روش *DVCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 1.4 (m/s)$



۱۰-۵ نمودار فشار در محل شیر به روش *DGCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 1.4 (m/s)$



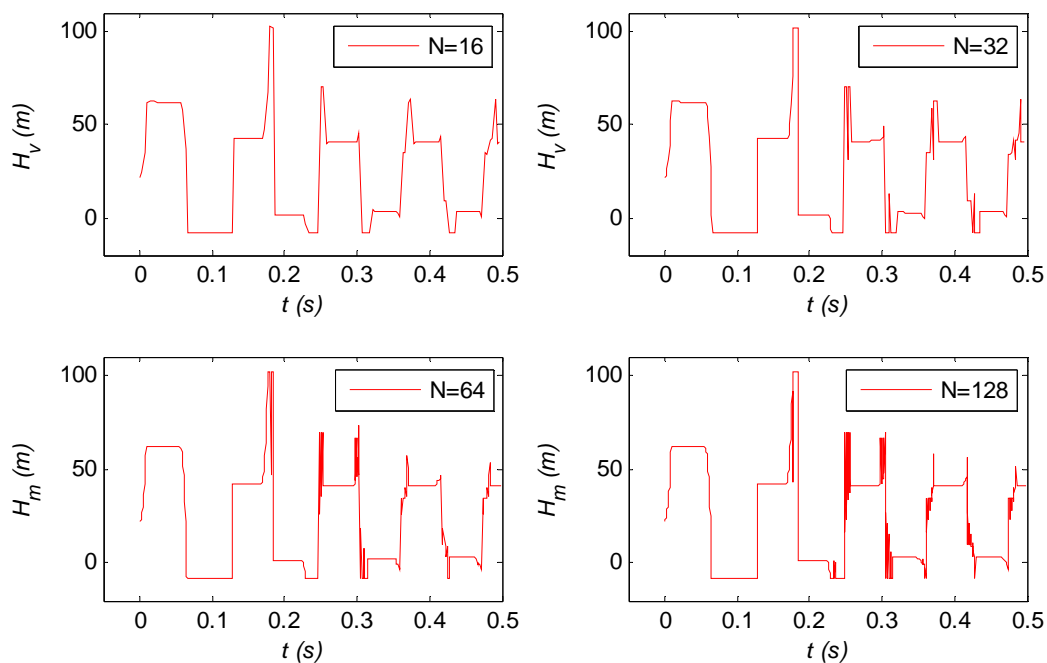
۱۱-۵ نمودار فشار در محل گره میانی به روش *DGCM* و نتایج آزمایشگاهی به ازای  $V_0 = 1.4 (m/s)$

همان طور که در این اشکال مشاهده می‌شود فشار ایجاد شده حدود ۲۰۹ متر می‌باشد بعد از تشکیل حفره در مجاورت شیر یک ناحیه کاویتاسیون بخاری در کنار حفره به طول حدوداً ۲/۳ متر شکل می‌گیرد. زمان باقی ماندن حفره در اندازه‌گیری آزمایشگاهی برابر ۰/۳۱۸ ثانیه و روش‌های عددی حدود ۰/۳۱۷ ثانیه می‌باشد، که نسبت به مثال قبلی زمان بیشتری حضور دارد. همچنین در ناحیه میانی لوله نیز یک ناحیه بخاری مشاهده می‌شود. بیشینه حجم حفره در کنار شیر شکل می‌گیرد که در حدود ۴ درصد حجم دامنه محاسباتی است که نشان دهنده یک حفره محلی می‌باشد. در نواحی میانی که کاویتاسیون بخاری تشکیل شده است حجم حفره در حدود ۰/۱ تا ۰/۰۰۱ برابر حفره محلی تشکیل شده در شیر می‌باشد.

مبحث دیگری که از اهمیت قابل توجه‌ای برخوردار است تعداد گره‌های محاسباتی است، خصوصاً در روش حفره‌ایی بخار گسسته که به علت همزمانی از بین رفتن حفره‌ها باعث ایجاد پیک‌های غیر واقعی می‌شود. در شکل ۱۲-۵ اثر تعداد گره‌ها در نمودار فشار در محل شیر مثال ابتدایی را که با تعداد



گره‌های ۱۶، ۳۲، ۶۴ و ۱۲۸ حل شده است نشان می‌دهد. در این نمودارها مشاهده می‌شود که با افزایش گره‌ها فشارهای میخ مانند ظاهر می‌شود.



۵-۱۲ اثر تعداد گره‌ها در نمودار فشار در محل شیر

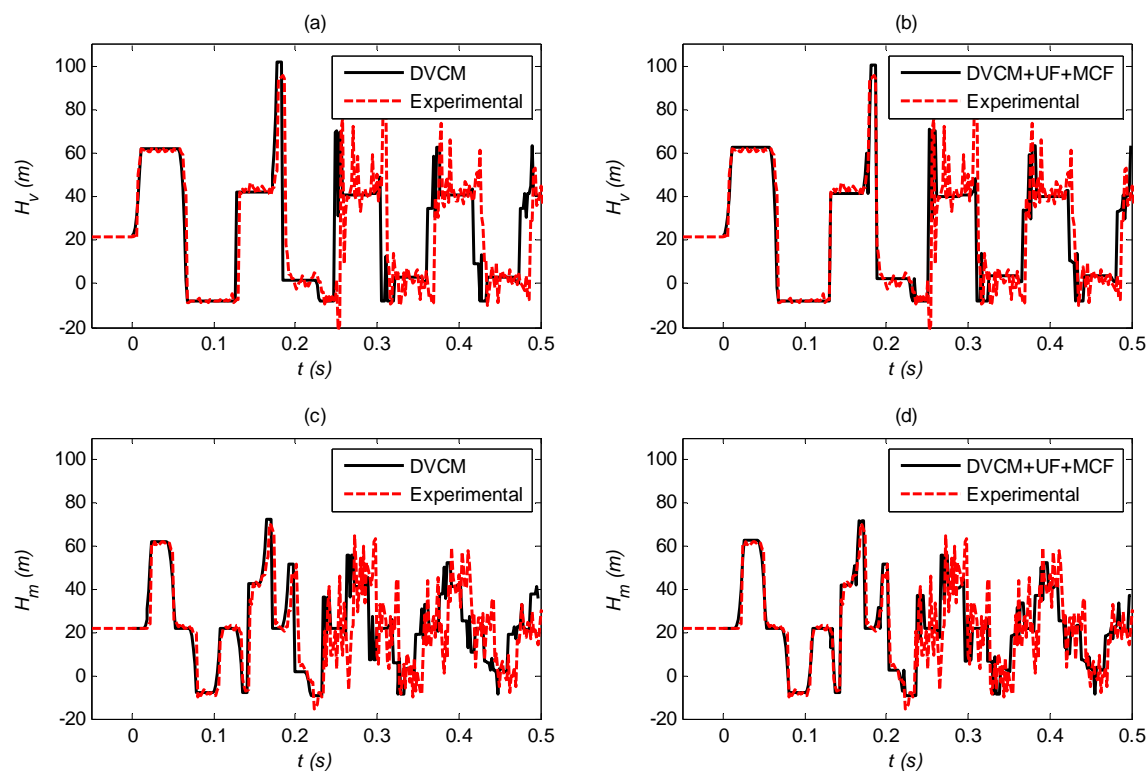
### ۵-۳-۱- بهبود مدل جدایی ستون مایع

در این قسمت نتایج عددی مدل حفره‌ای بخاری گسسته توسط روابط اصطکاک غیرماندگار<sup>۱</sup> ( $UF$ ) و ضریب تصحیح مومنتوم<sup>۲</sup> ( $MCF$ ) اصلاح و نتایج آن در برابر نتایج آزمایشگاهی با یکدیگر مقایسه شده‌اند (شکل ۵-۱۳). با استفاده از نتایج بدست آمده به خوبی اثر اعمال مدل اصطکاک واردی براون [۴۸، ۴۹] و ضریب اصلاح مومنتوم را در بهبود نتایج عددی هم از لحاظ مقادیر ماکزیمم پالس‌های

<sup>۱</sup> *Unsteady Friction*

<sup>۲</sup> *Momentum Correction Factor*

فشاری و هم از لحاظ مطابقت زمانی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده است. بنابراین نتایج، افزودن مدل‌های اصطکاک غیر ماندگار به مدل‌های جدایی ستون ضروری به نظر می‌رسد. البته در انتخاب صحیح مدل اصطکاک نیز، باید دقت نمود. سرانجام آن که این اصلاحات را می‌توان در مدل‌های دیگر جدایی ستون به کار برد.



۱۳-۵ مقایسه فشارها در محل شیر و نقطه میانی  $V_0 = 0.3$  به روش DVCM و روش اصلاح شده

فصل ششم

۶ خلاصه، نتیجه گیری، پیشنهادات

## ۶-۱- خلاصه

در این پایان نامه همان گونه که آورده شد، ابتدا به تشریح پدیده جدایی ستون مایع و حالت‌های مختلف آن پرداخته شد که در برگیرنده کاویتاسیون بخاری (محلی و گسترده) و کاویتاسیون گازی می‌باشند. معادلات حاکم بر این پدیده که شامل روابط ضربه قوچ، معادلات جریان دو فازی و معادلات موج ضربه و رابطه پیوستگی برای یک حفره گسسته بود، شرح داده شد. در ادامه روش‌های عددی مختلف و الگوریتم آن‌ها برای تحلیل جدایی ستون بسط داده شدند. و در نهایت مروری مختصر بر آزمایشات انجام شده، صورت گرفت و بعد از بیان جزییات یک مدل آزمایشگاهی، نتایج مدل‌های عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شدند. و در نهایت در مدل جدایی ستون اصلاحاتی جهت بهبود نتایج مدل‌های عددی صورت گرفت.

## ۶-۲- نتیجه گیری

- مقایسه نتایج مدل‌های عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل‌های عددی به خوبی می‌توانند پدیده جدایی ستون را خصوصاً در دو پیک ابتدایی پیش بینی کنند. اما با گذشت زمان در زمان‌بندی مقادیر فشار اختلاف ایجاد می‌شود. که یکی از عوامل مهم و تاثیر گذار فرض اصطکاک ماندگار در مدل‌های اولیه می‌باشد.
- در مدل حفره‌ای بخاری گسسته به علت از بین رفتن متوالی حفره‌ها پیک‌های فشار غیر واقعی ایجاد می‌شوند که با افزایش تعداد گره‌ها افزایش می‌یابند. لذا در انتخاب تعداد گره‌ها می‌بایست دقت نمود.

- در مدل حفره‌ایی گازی به دلیل فرض وجود مقداری گاز آزاد از ابتدا به علت حضور همیشگی حجم گاز نمودار فشار نسبت به حالت واقعی هموارتر می‌گردد (پیک‌های فشار مستهک می‌شوند). البته استفاده از این مدل در مواردی که سیال حاوی گاز آزاد باشد پیشنهاد می‌شود.
- در مدل کاویتاسیون وجه مشترک تعمیم یافته با توجه به این که مدل ریاضی آن به فیزیک مسئله نزدیک‌تر می‌باشد نسبت به دو مدل قبلی قابل اعتمادتر است. لیکن به دلیل پیچیده بودن الگوریتم و زمانبر بودن محاسبات آن در کاربردهای عملی به سختی می‌توان از آن بهره جست.
- در مدل وجه مشترک به علت اثر پذیری وضعیت گره‌ها و دامنه‌های مجاور از یکدیگر، در مدل‌های پیچیده و خصوصاً اعمال شرایط مرزی مختلف می‌بایست دقت و توجه فراوانی نمود.

### ۳-۶- پیشنهادات

- استفاده از درون یابی در روش خطوط مشخصه جهت تخمین صحیح زمان شروع و از بین رفتن حفره‌های گسسته در مدل بخاری حفره‌ایی گسسته
- اعمال اثرات مدل‌های مختلف اصطکاک غیرماندگار و بررسی آن‌ها و تشخیص مدل مناسب جهت استفاده در مدل‌های جدایی ستون
- اعمال اثرات عکس‌العمل سازه در مدل‌های جدایی ستون مایع
- افزودن شرایط مرزی مختلف مانند پمپ، سرچ تانک، تقاطع در مدل‌های مختلف، خصوصاً مدل وجه مشترک
- بررسی و مدل سازی روش‌های کاربردی کاهش دهنده خسارات پدیده جدایی ستون



1. Rouse, H., Ince, S., 1957. History of Hydraulics. Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa, Ames, Iowa, USA. (Reprint in 1963, New York: Dover Publications.)
2. Martin, C.S., 1973. Status of fluid transients in Western Europe and the United Kingdom. Report on laboratory visits by Freeman scholar. ASME Journal of Fluids Engineering 95, 301-318.
3. Joukowski, N., 1900. Über den hydraulischen Stoss in Wasserleitungsröhren. (On the hydraulic hammer in water supply pipes.) Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg, 1900, Series 8, Vol. 9, No. 5 (in German). (English translation, partly, by Simin, O., 1904.)
4. Jaeger, C., 1977. Fluid Transients (in hydro-electric engineering practice). Glasgow: Blackie & Son.
5. Chaudhry, M.H., 1979. Applied Hydraulic Transients. New York: Van Nostrand Reinhold. (First edition 1979, Second edition 1987.)
6. Fox, J.A., 1989. Transient Flow in Pipes, Open Channels and Sewers. Chichester: Ellis Horwood.
7. Wylie, E.B., Streeter, V.L., 1993. Fluid Transients in Systems. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
8. Bonin, C.C., 1960. Water-hammer damage to Oigawa Power Station. ASME Journal of Engineering for Power 82, 111-119.
9. Kottmann, A., 1989. Vorgänge beim Abreißen einer Wassersäule. (Phenomena during breakaway of a water column.) 3R international 28, 106-110 (in German).
10. List, E.J., Burnam, J., Solbrig, R., Hogatt, J., 1999. Vapor cavity formation and collapse: field evidence for major pipeline damage. In: Proceedings of the 3rd ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference, Symposium S-290 Water Hammer, San Francisco, USA, July 1999, ASME-FED 248, Paper FEDSM99-6886, 7 pp.
11. Ménabréa, L.-F., 1858. Note sur les effets du choc de l'eau dans les conduites. (Note on the effects of water shock in conduits.) Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, Paris, 47, 221-224 (in French). (English translation by A. Anderson (1976).)
12. Allievi, L., 1902. Teoria generale del moto perturbato dell'acqua nei tubi in pressione. (General theory of the variable motion of water in pressure conduits.) Annali della Società degli Ingegneri ed Architetti Italiani, Milan, Italy (in Italian). (French translation by Allievi himself, in Revue de Mécanique, Paris, 1904; German translation by R. Dubs and V. Bataillard, Berlin: Springer, 1909.)
13. Kranenburg, C., 1974a. Transient cavitation in pipelines. PhD Thesis, Delft University of Technology, Dept. of Civil Engineering, Laboratory of Fluid Mechanics, Delft, The Netherlands. Also: Communications on Hydraulics, Delft University of Technology, Dept. of Civil Engineering, Report No. 73-2, 1973.

14. Lee, I.Y., Kitagawa, A., Takenaka, T., 1985. On the transient behaviour of oil flow under negative pressure. *Bulletin of JSME* 28(240), 1097-1104.
15. Trevena, D.H., 1984. Cavitation and the generation of tension in liquids. *Journal of Physics, D: Applied Physics* 17(11), 2139-2164.
16. Williams, P.R., Williams, P.M., Brown, S.W.J., Temperley, H.N.V., 1999. On the tensile strength of water under pulsed dynamic stressing. *Proceedings of the Royal Society: Mathematical, Physical and Engineering Sciences A*, 455, 3311-3323.
17. Williams, P.R., Williams, R.L., 2000. On anomalously low values of the tensile strength of water. *Proceedings of the Royal Society (London) A: Mathematical and Physical Sciences*, 456, 1321-1332.
18. Brown, S.W.J., Williams, P.R., 2000. The tensile behaviour of elastic liquids under dynamic stressing. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 90, 1-11.
19. LeConte, J.N., 1937. Experiments and calculations on the resurge phase of water hammer. *Transactions of the ASME* 59, Paper HYD-59-12, 691-694.
20. Lupton, H.R., 1953. Graphical analysis of pressure surges in pumping systems. *Journal of the Institution of Water Engineers* 7, 87-125.
21. O'Neill, I.C., 1959. Water-hammer in simple pipe systems. MSc Thesis, University of Melbourne, Melbourne, Australia.
22. Sharp, B.B., 1960. Cavity formation in simple pipes due to rupture of the water column. *Nature* 185(4709), 302-303.
23. Jordan, V., 1961. Vpliv povratne lopute na hidravlicni udar pri izklopu crpalke. (The influence of check valves on water hammer at pump failure.) *Strojnski Vestnik* 7(4, 5), 19-21 (in Slovene).
24. Bergant, A., Simpson, A.R., 1999a. Pipeline column separation flow regimes. *ASCE Journal of Hydraulic Engineering* 125, 835 - 848.
25. De Haller, P., Bédoué, A., 1951. The break-away of water columns as a result of negative pressure shocks. *Sulzer Technical Review* 43(4), 18-25.
26. Jordan, V., 1975. Neue Ermittlungen über den Druckstoß in Pumpenleitungen ohne Druckstoßdämpfung. (New investigations on waterhammer in pump pipelines without waterhammer-damping.) *GWF - Wasser/Abwasser*, 116(12), 540-548 (in German).
27. Simpson, A.R., 1986. Large water hammer pressures due to column separation in sloping pipes. PhD Thesis, The University of Michigan, Dept. of Civil Engineering, Ann Arbor, USA.
28. Bergant, A., 1992. Kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevni sistemih. (Transient cavitating flow in pipelines.) PhD Thesis, University of Ljubljana, Ljubljana, Slovenia, (in Slovene).
29. Angus, R.W., 1935. Simple graphical solution for pressure rise in pipes and discharge lines. *Journal of the Engineering Institute of Canada* 18(2), 72-81, 264-273.



30. Heath, W.E., 1962. Vapor-cavity formation in a pipe after valve closure. MSc Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA.
31. Moshnin, L.F., Timofeeva, E.T., 1965. Повышение давления при гидравлических ударах, сопровождающихся разрывами сплошности потока. (Pressure-rise in water-hammer accompanied with column-separation.) Водоснабжение и Санитарная Техника (Water Supply and Sanitary Technology) 7, 3-5 (in Russian).
32. Simpson, A.R., Wylie, E.B., 1985. Problems encountered in modeling vapor column separation. In: Proceedings of Symposium on Fluid Transients in Fluid-Structure Interaction, ASME Winter Annual Meeting, Miami Beach, Florida, USA, 103-107.
33. Li, W.H., Walsh, J.P., 1964. Pressure generated by cavitation in a pipe. ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division 90(6), 113 - 133.
34. Yamaguchi, K., Ichikawa, T., Suzuki, S., 1977. Transient characteristics of oil pipelines with column separation. Bulletin of the JSME 20(143), 630-637.
35. Gottlieb, L., Larnæs, G., Vasehus, J., 1981. Transient cavitation in pipelines - laboratory tests and numerical calculations. In: Proceedings of the 5th International Symposium on Water Column Separation, IAHR, Obernach, Germany, 487-508.
36. Martin, C.S., 1981. Gas release in transient pipe flow. In: Proceedings of the 5th International Round Table on Hydraulic Transients with Water Column Separation, IAHR, Obernach, Germany.
37. Graze, H.R., Horlacher, H.B., 1983. Pressure transients following the collapse of vapor cavities. In: Proceedings of the 6th International Symposium on Hydraulic Transients in Power Stations, IAHR, Gloucester, UK.
38. Fanelli, M., 2000. Hydraulic Transients with Water Column Separation, IAHR Working Group 1971-1991 Synthesis Report, Delft: IAHR and Milan: ENEL-CRIS.
39. Bergant, A., Simpson, A. R., 1992. Interface model for transient cavitating flow in pipelines. In: Unsteady Flow and Fluid Transients (Eds. Bettess, R., Watts, J.), 333 - 342, Rotterdam: A.A. Balkema.
40. Streeter, V.L., 1983. Transient cavitating pipe flow. ASCE Journal of Hydraulic Engineering 109(HY11), 1408-1423.
41. Mostowsky, A.F., 1929. Исследование гидравлического удара в трубах при малых напорах. (Research of water hammer in pipes at low pressure.) Bulletins of the Moscow Transport Engineering Institute - in memory of F.E. Dzerjinsky, 11, 263-304 (in Russian).
42. Tijsseling, A.S., Vardy, A.E., Fan, D., 1996. Fluid-structure interaction and cavitation in a single-elbow pipe system. Journal of Fluids and Structures 10, 395-420.
43. Bergant, A., Simpson, A.R., 1999. Cavitation inception in pipeline column separation. In: Proceedings of the 28th IAHR Congress, Graz, Austria, CD-ROM, 7 pp.
44. Bergant, A., Tijsseling, A., 2001. Parameters affecting water hammer wave attenuation, shape

- and timing. In: Proceedings of the 10th International Meeting of the IAHR Work Group on the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, Trondheim, Norway, Paper C2, 12 pp.
45. Liou, J.C.P., 2000. Numerical properties of the discrete gas cavity model for transients. ASME Journal of Fluids Engineering 122, 636 - 639.
  46. Bergant, A., Simpson, A.R., 1997. Development of a generalised set of pipeline water hammer and column separation equations. Report No. R149, Dept. of Civil and Environmental Engineering, University of Adelaide, Adelaide, Australia.
  47. Bergant, A., and Simpson, A. R., (1995), Water Hammer and Column Separation Measurements in an Experimental Apparatus. Report No. R128, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Adelaide, Adelaide, Australia.
  48. Vítkovský, J., Stephens, M., Bergant, A., Lambert, M., Simpson, A.R., (2004), Efficient and accurate calculation of Zielke and Vardy-Brown unsteady friction in pipe transients. Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Pressure Surges (Ed. Murray, S.J.), BHR Group, Chester, UK, Vol. II, pp 405-419.
  49. Vítkovský, J., Stephens, M., Bergant, A., Simpson, A.R., Lambert, M., (2006), Numerical Error in Weighting Function-Based Unsteady Friction Model for Pipe Transients. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 132(7), pp. 709-721.
  50. Tabei, K., Mashiko, S., Shirai, H., 2003. Study of cavitation light emission generated by a waterhammer. In: Proceedings of the 4th ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference, Honolulu, Hawaii, USA, Paper FEDSM2003-45274, 6 pp.

## **Abstract**

In the Pipeline networks including water supply system, industrial plants and hydropower and nuclear power stations sudden closure of a valve or shut down of a pump or turbine cause the steady fluid flow to change to unsteady state. The formation of the unsteady flow in the network cause the flow velocity and pressure to start changing and as the time goes on the pressure varies extremely high in some points of the network.

In the case of decreasing the pressure to the vapor pressure of the fluid at a certain point of the network, the state of fluid in the pipe will change to vapor state, causing liquid column separation. The fluid mechanics phenomenon is manifested as a localized vapor cavity separating the fluid column or distributed vaporous cavitations region which may extend over long sections of the pipe. The collapse of a discrete vapor cavity or the movement of the shock wave front into a distributed vaporous mixture reestablishes the liquid phase.

In the case of liquid column separation, the standard water hammer equations are not applicable and depending on the state of the transient flow i.e. vapor cavity or distributed vaporous cavitation, other equations will be used. For analysis and simulation of these phenomena, different models based on finite difference method and method of characteristics including Discrete Single Cavity, Discrete Vapor Cavity, Discrete Generalized Cavity and generalized Interface Vaporous Cavitation models have been introduced.

In this study, various types of cavitations along with detailed mathematical and numerical models for transient flow have been discussed and new suggestions for improving the numerical methods are introduced.

**Key words:** Unsteady flow, Liquid column separation, Method of characteristics



**Shahrood University of Technology**

**Faculty: Civil engineering**

**Investigation of liquid column separation in unsteady flow**

**Ali Majd**

**Supervisor:  
Dr Ahmad Ahmadi**

**July 2009**