

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی عمران
رشته مهندسی عمران گرایش سازه

پایان نامه کارشناسی ارشد

تجزیه و تحلیل اجزاء محدود گسترش یافته برای لایه لایه شدن و گسترش ترک در ساختارهای کامپوزیت

نگارنده: حسام الدین نساج مقدم

اساتید راهنما:

دکتر علی کیهانی

دکتر ایمان آقایان

شهریور ۱۳۹۵



فرم شماره ۷: صورت جلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای حسام الدین نساج مقدم به شماره دانشجویی ۹۲۱۴۳۲۴ رشته مهندسی عمران گرایش سازه تحت عنوان "تجزیه و تحلیل اجزاء محدود گسترش یافته برای لایه لایه شدن و گسترش ترک در ساختارهای کامپوزیت" که در تاریخ ۱۳۹۵/۰۶/۱۸ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه : امتیاز) دفاع مجدد مردود

۱- عالی (۲۰ - ۱۹) ۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹) ۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	دانشیار	دکتر علی کیهانی	۱- استادارهنمای اول
	استادیار	دکتر ایمان آقایان	۲- استادارهنمای دوم
	استادیار	دکتر مهدی گلی	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	دانشیار	دکتر وحیدرضا کلات جاری	۴- استاد ممتحن
	استادیار	دکتر مهدی عجمی	۵- استاد ممتحن

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگان به پاس عاطفه سرشار و گرمای امید بخش وجودشان که در این سردترین روزگار ان بهترین پشتیبان است.

به پاس قلب های بزرگشان که فریادس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می گراید و به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند.

همسر عزیزم

به پاس قدردانی از قلبی آکنده از عشق و معرفت که محیطی سرشار از سلامت و امنیت و آرامش و آسایش برای من فراهم آورده است و بدون وجود او طی این مسیر رویایی پیش نبود.

سپاس

سپاس بی‌کران پروردگار یکتا را که، مستمبم بخشید و به طریق علم و دانش، رهنمونم شد و به، همیشینی رهروان علم
منفخرم نمود و خوشه‌چینی از علم و معرفت را روزیم ساخت. از اساتید ارجمند و کرامت‌دارم جناب آقای
دکتر علی کیهانی و جناب آقای دکتر ایمان آقایان که فراتر از یک استاد، در مسیر پرپیچ و خم زندگی و مسیر حق
و حقیقت، سوار بر سچک دوستی و محبت، رهنمودهایشان، همواره راهگشای اینجانب بوده است، صمیمانه کمال
تشکر و قدردانی می‌نمایم و از خداوند منان توفیقات روز افزون، سلامتی و سرفرازی را برایشان خواستارم.
از جناب آقای دکتر وحید رضا کلات جاری و جناب آقای دکتر مهدی عجمی که زحمات مطالعه و داوری
این پایان نامه را بعهده گرفته اند صمیمانه تشکر می‌کنم.

تعهد نامه

اینجانب **حسام الدین نساچ مقدم** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی عمران-سازه دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه "تجزیه و تحلیل اجزاء محدود گسترش یافته برای لایه لایه شدن و گسترش ترک در ساختارهای کامپوزیت" تحت راهنمایی دکتر علی کیهانی و دکتر ایمان آقایان متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

امروزه ساختارهای کامپوزیتی از جمله ساختارهای رایج در علوم گوناگون اعم از مهندسی، نظامی، پزشکی و ... می‌باشد. رایج‌ترین علت شکست در ساختارهای کامپوزیتی وقوع پدیده گسترش ترک می‌باشد. وجود ترک اولیه در سازه یکی از عوامل بسیار مهم و تاثیرگذار در وقوع پدیده شکست می‌باشد. گسترش ترک از جمله مسائل مهمی می‌باشد که می‌بایست توسط محققان و مهندسين مورد بررسی و آزمایش قرار گیرد. از این رو با شناخت کافی از رفتار این پدیده می‌توان سالیانه از خسارت‌های هنگفتی که ناشی از پدیده گسترش ترک در قطعات گوناگون می‌باشد جلوگیری نمود. روش اجزاء محدود گسترش یافته از جمله روش‌های مناسب و کاربردی است که مورد توجه محققان زیادی در حوزه بررسی گسترش ترک واقع شده است. کارهای انجام شده در این پژوهش را می‌توان به دو قسمت اصلی، شامل بررسی رفتار گسترش ترک در دو مثال پر کاربرد مهندسی شامل تیر سه نقطه خمشی و همچنین تست فرورفتگی با در نظر گرفتن رفتار الاستوپلاستیک تقسیم‌بندی نمود. مدل‌سازی‌های مورد بررسی در این پژوهش توسط نرم‌افزار آباکوس و تحلیل‌های صورت گرفته با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته انجام شده است. در مثال اول به بررسی تاثیر دو پارامتر مدول یانگ و انرژی شکست در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه پرداخته شده است. با افزایش مقدار انرژی شکست در تیر سه نقطه خمشی، شروع گسترش ترک به‌ازای بارهای وارد شده بیشتر رخ خواهد داد. همچنین افزایش مقدار مدول یانگ باعث به‌وجود آمدن رفتار ترد و شکننده‌تری در تیر سه نقطه خمشی می‌گردد. در ادامه با اضافه کردن لایه روکش به تیر یک‌لایه، به بررسی گسترش ترک برای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس در این ساختار کامپوزیتی پرداخته شده است. با قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم مقدار بیشینه نیرو در نمودار نیرو-جابجایی افزایش می‌یابد و تیر سه نقطه خمشی بار بیشتری را تا لحظه وقوع گسترش ترک تحمل می‌کند. در قسمت آخر از این مثال، به بررسی اثر افزایش ضخامت لایه روکش به‌ازای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس پرداخته گردید، با افزایش ضخامت لایه روکش در حالت قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم، المان‌های لایه روکش در باربری مشارکت بیشتری خواهند داشت و گسترش ترک به‌ازای بار بیشتری رخ خواهد داد. به‌منظور بررسی گسترش ترک بین لایه‌ای در ساختارهای کامپوزیتی، مدل‌سازی سه‌بعدی تست فرورفتگی صورت پذیرفته است. در قسمت اول از مدل‌سازی تست فرورفتگی تحلیل حساسیتی برای قرارگیری لایه‌ای با تنش تسلیم بیشتر بر روی لایه‌ای با تنش تسلیم کمتر و بالعکس بر روی نمودار نیرو-جابجایی صورت پذیرفته است. در ادامه این مثال، اثر قرارگیری ترک اولیه در فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه بر روی نمودار نیرو-جابجایی مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده گردید وجود ترک اولیه باعث کاهش ظرفیت باربری در نمونه مورد بررسی می‌گردد. در ادامه با در نظر گرفتن ترک اولیه بین لایه روکش و زیرلایه به بررسی اثر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس بر گسترش ترک پرداخته گردید. در این قسمت نتیجه گردید، سخت‌تر شدن لایه روکش منجر به افزایش ترک بین‌لایه‌ای می‌گردد. در قسمت آخر از این مثال بررسی اثر ضخامت لایه روکش بر روی نمودار نیرو-جابجایی پرداخته گردید و مشاهده گردید با افزایش ضخامت لایه روکش در قرارگیری ماده سخت بر روی ماده نرم نمونه مورد بررسی قابلیت باربری بیشتری را دارا خواهد بود. همچنین با افزایش ضخامت لایه روکش در قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت ظرفیت باربری نمونه کاهش خواهد یافت.

واژه‌های کلیدی: اجزاء محدود گسترش یافته، تیر سه نقطه خمشی، تست فرورفتگی، گسترش ترک.

لیست مقالات

Nasaj Moghadam H., Keyhani A., Aghayan I. (2016) "Modelling of Crack Propagation in Layerd Structures Using Extended Finite Element Method" *C. E. J.*, **5**, **2**, pp **180-188**.

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه.....	۱
۱-۱- مقدمه.....	۲
۲-۱- ضرورت انجام تحقیق.....	۳
۳-۱- کارهای انجام شده در این تحقیق.....	۳
۴-۱- اهداف پایان نامه.....	۴
۵-۱- نوآوری.....	۵
۶-۱- ساختار تحقیق.....	۵
فصل دوم: مروری بر کارهای گذشته.....	۹
۱-۲- مقدمه.....	۱۰
۲-۲- مروری بر کارهای گذشته.....	۱۰
فصل سوم: تئوری‌ها و روش‌ها.....	۱۹
۱-۳- مقدمه.....	۲۰
۲-۳- معرفی شکست و گسترش ترک.....	۲۱
۳-۳- ضریب تمرکز تنش.....	۲۱
۴-۳- تئوری شکست ترد گریفیث.....	۲۳
۵-۳- نظریه اوروان.....	۲۴
۶-۳- نظریه ایروین.....	۲۵
۷-۳- انتگرال جی.....	۲۶
۸-۳- نظریه مکانیک شکست.....	۲۷
۹-۳- محاسبه تنش‌ها و جابجایی‌ها برای مود I.....	۲۸

- ۳-۱۰- محاسبه تنش‌ها و جابجایی‌ها برای مود II ۳۰
- ۳-۱۱- محاسبه تنش‌ها و جابجایی‌ها برای مود III ۳۱
- ۳-۱۲- میزان بازشدگی نوک ترک ۳۱
- ۳-۱۳- فرمول‌سازی مساله و علائم ۳۲
- ۳-۱۴- روش افزایشی ۳۵
- ۳-۱۵- روش نیوتن رافسون استاندارد ۳۶
- ۳-۱۶- نیوتن رافسون اصلاح شده ۳۷
- ۳-۱۷- روش اجزاء محدود ۳۸
- ۳-۱۸- روش اجزاء محدود در مکانیک شکست ۳۹
- ۳-۱۹- اجزاء محدود گسترش یافته غنی شده (تابع پرش) ۴۰
- ۳-۲۰- اجزاء محدود گسترش یافته در مواد ایزوتروپیک ۴۱
- ۳-۲۱- روابط اساسی ۴۴
- ۴۷ **فصل چهارم: مدل‌سازی و نتایج**
- ۴-۱- مقدمه ۴۸
- ۴-۲- مراحل ایجاد و تحلیل یک مدل در آباکوس ۴۸
- ۴-۳- اجزاء محدود گسترش یافته در آباکوس ۴۹
- ۴-۴- تعریف و مفهوم نمودار نیرو-جابجایی در گسترش ترک ۵۰
- ۴-۵- تیر سه نقطه خمشی ۵۲
- ۴-۵-۱- راستی‌آزمایی مدل‌سازی تیر سه نقطه خمشی ۵۲
- ۴-۵-۲- تیر سه نقطه خمشی دو لایه ۵۹
- ۴-۶- تست فرورفتگی ۶۶
- ۴-۶-۱- تئوری تست فرورفتگی برای حالت الاستوپلاستیک ۶۷

۷۱	۲-۶-۴- راستی آزمایی مدل سازی تست فرورفتگی.....
۷۴	۳-۶-۴- مدل سازی تست فرورفتگی.....
۷۸	۴-۶-۴- تحلیل حساسیت تنش تسلیم در تست فرورفتگی برای حالت بدون ترک.....
۸۱	۵-۶-۴- اثر قرارگیری ترک در بین دولایه.....
۸۲	۶-۶-۴- قرارگیری ماده سخت بر روی ماده نرم در تست فرورفتگی (حالت I).....
۸۴	۷-۶-۴- قرارگیری ماده نرم بر روی ماده سخت در تست فرورفتگی (حالت II).....
۸۷	۸-۶-۴- اثر ضخامت لایه روکش بر روی نمودار نیرو- جابجایی.....
۹۳	فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات.....
۹۴	۱-۵- نتیجه گیری.....
۹۶	۲-۵- پیشنهادات.....
۹۷	منابع.....

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: ساختار کلی کارهای انجام شده در این تحقیق..... ۷
- شکل ۱-۳: حفره بیضوی شکل درون ورق بزرگ که توسط اینگلس مورد استفاده قرار گرفته است..... ۲۲
- شکل ۲-۳: کانتور انتگرال بسته دوبعدی..... ۲۶
- شکل ۳-۳: مودهای مختلف برای گسترش ترک به‌ازای بارگذاری‌های مختلف..... ۲۸
- شکل ۳-۴: بررسی تنش‌ها در نقطه‌ای جلوی ترک از نوع مود I در دستگاه مماسی..... ۲۹
- شکل ۳-۵: میزان بازشدگی نوک ترک..... ۳۲
- شکل ۳-۶: دامنه‌ای شامل ترک که تحت جابجایی و نیروی کششی قرار گرفته است..... ۳۲
- شکل ۳-۷: روش افزایشی..... ۳۵
- شکل ۳-۸: روش نیوتن رافسون استاندارد..... ۳۷
- شکل ۳-۹: روش نیوتن رافسون اصلاح شده..... ۳۷
- شکل ۳-۱۰: هندسه دوبعدی دارای ترک..... ۴۰
- شکل ۳-۱۱: هندسه دوبعدی تبدیل یافته که فاقد ناپیوستگی می‌باشد..... ۴۱
- شکل ۳-۱۲: هندسه ترکی دلخواه در فضای مش‌بندی..... ۴۲
- شکل ۳-۱۳: بردارهای مماسی و عمودی بر ترک..... ۴۳
- شکل ۳-۱۴: گره‌های غنی شده توسط $H(x)$ و $F_I(r, \theta)$ ۴۳

- شکل ۳-۱۵: شرایط مرزی هندسه‌ای دوبعدی دارای ترک..... ۴۴
- شکل ۴-۱: نمودار نیرو- جابجایی در تیر سه نقطه خمشی..... ۵۰
- شکل ۴-۲: ترک اولیه و شروع گسترش ترک در تیر سه نقطه خمشی..... ۵۱
- شکل ۴-۳: هندسه و شرایط مرزی تیر سه نقطه خمشی تحت جابجایی وارد شده به لبه بالایی تیر..... ۵۲
- شکل ۴-۴: نمودار نیرو- جابجایی برای تیر سه نقطه خمشی با استفاده از رویکرد آسیب (کرورا و همکارانش، ۲۰۱۰)..... ۵۳
- شکل ۴-۵: نمودار نیرو- جابجایی برای تیر سه نقطه خمشی مدل‌سازی شده در نرم‌افزار آباکوس با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته..... ۵۳
- شکل ۴-۶: نمودار تحلیل حساسیت برای تعداد المان‌ها در تیر سه نقطه خمشی..... ۵۴
- شکل ۴-۷: نواحی مش‌بندی و نوع مش‌بندی در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه..... ۵۴
- شکل ۴-۸: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف برای مدول یانگ در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه..... ۵۵
- شکل ۴-۹: مراحل رشد ترک و توزیع تنش در گام ابتدایی، ۵۰ و ۱۰۰ در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه..... ۵۶
- شکل ۴-۱۰: مراحل رشد ترک و توزیع تنش در گام ۱۵۰، ۳۰۰ و ۴۳۲ در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه..... ۵۷
- شکل ۴-۱۱: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف انرژی شکست در تیر سه نقطه خمشی یک-لایه..... ۵۸

- شکل ۴-۱۲: هندسه و شرایط مرزی تیر سه نقطه خمشی دولایه..... ۵۹
- شکل ۴-۱۳: نواحی مش‌بندی در تیر سه نقطه خمشی دولایه..... ۶۰
- شکل ۴-۱۴: نوع مش‌بندی در تیر سه نقطه خمشی دولایه..... ۶۰
- شکل ۴-۱۵: نمودار نیرو- جابجایی برای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم..... ۶۱
- شکل ۴-۱۶: نمودار نیرو- جابجایی برای قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت..... ۶۲
- شکل ۴-۱۷: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای ضخامت‌های مختلف برای لایه روکش برای حالت قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم..... ۶۳
- شکل ۴-۱۸: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای ضخامت‌های مختلف برای لایه روکش برای حالت قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت..... ۶۴
- شکل ۴-۱۹: دستگاه تست فرورفتگی بر روی نمونه مورد آزمایش..... ۶۶
- شکل ۴-۲۰: شکل ۴-۲۰: گوه‌های متداول مورد استفاده در تست فرورفتگی..... ۶۷
- شکل ۴-۲۱: نمودار تنش- کرنش برای رفتار الاستوپلاستیک مواد..... ۶۸
- شکل ۴-۲۲: نفوذ گوه صلب مخروطی شکل به داخل لایه روکش که بر روی زیرلایه قرار گرفته است..... ۶۹
- شکل ۴-۲۳: نمودار بارگذاری و باربرداری که در آن h_f مقدار نفوذ باقی‌مانده، h_{max} جابجایی بیشینه در شاخه بارگذاری و P_{max} مقدار بیشینه بار وارد شده به گوه است..... ۷۰
- شکل ۴-۲۴: هندسه و شرایط مرزی تست فرورفتگی در حالت دوبعدی..... ۷۱
- شکل ۴-۲۵: نمودار نیرو- جابجایی (دوبعدی) به‌ازای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک اختصاص داده شده به فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه برای جابجایی بزرگ‌تر از ۷۰ نانومتر (هانگ و پلگری، ۲۰۰۷)..... ۷۲

شکل ۴-۲۶: نمودار نیرو- جابجایی (دوبعدی) به‌ازای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک اختصاص داده شده به فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه برای جابجایی بزرگ‌تر از ۷۰ نانومتر (بدست آمده از نرم‌افزار آباکوس).....۷۲

شکل ۴-۲۷: نمودار نیرو- جابجایی با در نظر گرفتن حالت کاملاً چسبنده بین دو لایه برای جابجایی بزرگ‌تر از ۷۰ نانومتر برای مدل‌سازی دوبعدی و سه‌بعدی.....۷۳

شکل ۴-۲۸: هندسه، ابعاد و شرایط مرزی مدل‌سازی تست فرورفتگی در حالت سه‌بعدی.....۷۴

شکل ۴-۲۹: گوه مخروطی شکل با $A_c=24.56h^2$ ، $A_l=27.03h^2$ و $\varphi = 70.3^\circ$۷۵

شکل ۴-۳۰: نواحی مش‌بندی و ساختار مش‌بندی در لایه روکش.....۷۶

شکل ۴-۳۱: نواحی مش‌بندی و ساختار مش‌بندی در زیرلایه.....۷۶

شکل ۴-۳۲: نمودار تحلیل حساسیت به‌ازای تعداد المان‌های لایه روکش.....۷۶

شکل ۴-۳۳: محل قرارگیری ترک بین لایه روکش و زیر لایه.....۷۷

شکل ۴-۳۴: ناحیه گسترش ترک در تست فرورفتگی.....۷۷

شکل ۴-۳۵: هندسه و شرایط مرزی تست فرورفتگی دارای دو لایه روکش.....۷۸

شکل ۴-۳۶: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه روکش اول با تنش تسلیم بیش‌تر بر روی لایه روکش دوم با تنش تسلیم کم‌تر.....۷۹

شکل ۴-۳۷: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه روکش اول با تنش تسلیم کم‌تر بر روی لایه روکش دوم با تنش تسلیم بیش‌تر.....۸۰

شکل ۴-۳۸: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف مدول یانگ در دو نمونه با ترک و بدون ترک در تست فرورفتگی.....۸۱

شکل ۴-۳۹: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم در تست فرورفتگی.....۸۳

شکل ۴-۴۰: نمایش ترک اولیه و حالت ترک نهایی در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم.....۸۳

- شکل ۴-۴۱: توزیع تنش در زمان بیشینه نفوذ گوه در لایه روکش برای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم..... ۸۴
- شکل ۴-۴۲: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت در تست فرورفتگی..... ۸۵
- شکل ۴-۴۳: نمایش ترک اولیه و حالت نهایی ترک در قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت..... ۸۵
- شکل ۴-۴۴: توزیع تنش در زمان بیشینه نفوذ گوه در لایه روکش برای قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت..... ۸۶
- شکل ۴-۴۵: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای تغییر ضخامت لایه روکش در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم..... ۸۸
- شکل ۴-۴۶: نمایش حالت نهایی ترک در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم به‌ازای ضخامت‌های ۱/۲ و ۱/۴ میکرومتر برای لایه روکش..... ۸۸
- شکل ۴-۴۷: نمایش حالت نهایی ترک در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم به‌ازای ضخامت‌های ۱/۶، ۱/۸ و ۲ میکرومتر برای لایه روکش..... ۸۹
- شکل ۴-۴۸: توزیع تنش در ناحیه زیر گوه به‌ازای بیشینه نفوذ گوه در لایه روکش به‌ازای ضخامت‌های ۱/۲، ۱/۴ و ۱/۶ میکرومتر برای لایه روکش..... ۹۰
- شکل ۴-۴۹: توزیع تنش در ناحیه زیر گوه به‌ازای بیشینه نفوذ گوه در لایه روکش به‌ازای ضخامت‌های ۱/۸ و ۲ میکرومتر برای لایه روکش..... ۹۱
- شکل ۴-۵۰: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای تغییر ضخامت لایه روکش در قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت..... ۹۲

فهرست جداول

- جدول ۴-۱: خصوصیات ماده اختصاص داده شده به تیر سه نقطه خمشی.....۵۲
- جدول ۴-۲: مشخصات مکانیکی اختصاص داده شده به تیر سه نقطه خمشی یک لایه.....۵۴
- جدول ۴-۳: تغییرات ظرفیت باربری به ازای تغییرات مدول یانگ و انرژی شکست در تیر سه نقطه خمشی یک لایه.....۵۹
- جدول ۴-۴: تغییرات مقدار بیشینه نیرو در نمودار نیرو- جابجایی قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس.....۶۲
- جدول ۴-۵: مشخصات مکانیکی لایه روکش و لایه زیرین برای تاثیر ضخامت لایه روکش.....۶۳
- جدول ۴-۶: تاثیر ضخامت لایه روکش بر روی نمودار نیرو- جابجایی و مقاومت تیر سه نقطه خمشی در برابر ترک خوردگی.....۶۵
- جدول ۴-۷: مشخصات مکانیکی اختصاص داده شده به لایه روکش و زیرلایه (هانگ و پلگری، ۲۰۰۷).....۷۱
- جدول ۴-۸: مشخصات مکانیکی اختصاص داده شده به لایه‌ها در تست فرورفتگی.....۷۸
- جدول ۴-۹: تغییرات ظرفیت باربری در تست فرورفتگی به ازای تغییر در تنش تسلیم لایه روکش.....۸۰
- جدول ۴-۱۰: خصوصیات مکانیکی اختصاص داده شده به لایه روکش و زیرلایه.....۸۲
- جدول ۴-۱۱: تغییرات ظرفیت باربری نمونه به ازای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس در تست فرورفتگی.....۸۷
- جدول ۴-۱۲: خصوصیات مکانیکی برای اثر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم در تست فرورفتگی.....۸۷
- جدول ۴-۱۳: تغییرات ظرفیت باربری نمونه در تست فرورفتگی به ازای ضخامت‌های مختلف لایه روکش.....۹۲

فصل اول: مقدمه

۱-۱- مقدمه

پدیده شکست از جمله پدیده‌های طبیعی می‌باشد که بشر از سالیان دور با آن مواجه بوده است. با گذر زمان و پیشرفت علم توجه به این پدیده طبیعی از جایگاه خاص و ویژه‌ای برخوردار شده است. بسیاری از حوادث رخ داده در گذشته اعم از وقوع شکست در کشتی‌ها، فضاپیماها، هواپیماها و ... ناشی از عدم توجه به مساله شکست بوده است. از آنجایی که شکست پدیده‌ای قابل توجه و بسیار مهم می‌باشد لذا بررسی علل وقوع شکست در اجسام و همچنین مطالعه رفتار آن می‌تواند باعث جلوگیری از وقوع حوادث غیر قابل جبران گردد. علم مکانیک شکست^۱ شاخه‌ای از علم مکانیک است که به بررسی چگونگی به‌وجود آمدن ترک، مکانیزم رشد و گسترش آن در مواد گوناگون می‌پردازد. وقوع شکست در مواد مختلف بر اثر به‌وجود آمدن ترک و یا گسترش ترک اولیه موجود در ماده مورد نظر صورت می‌پذیرد. موارد ذکر شده در ذیل از جمله دلایل مهم و متداولی است که باعث وقوع شکست در سازه‌ها می‌گردد:

۱- وجود خطا در طراحی سازه و عدم رعایت استانداردهای لازم.

۲- بی‌دقتی در ساخت قطعات، استفاده از مواد نامرغوب در ساخت قطعات و عدم اجرای صحیح سازه.

۳- عدم کنترل‌های مربوط به دوران پس از ساخت سازه.

۴- استفاده از مصالح جدید و روش‌های طراحی نو که منجر به پیامدهای غیر منتظره می‌گردد.

مواد کامپوزیت^۲ با نسبت مقاومت به وزن بسیار مناسب در مقایسه با سایر مواد متداول در صنایع گوناگون، از جمله موادی است که روزبه‌روز بر کاربردشان افزوده می‌گردد. این مواد معمولاً به‌صورت لایه‌های نازک ساخته می‌شوند. رفتار این لایه‌ها به‌صورت ورق‌های نازک و پوسته‌ها بسیار کارآمد می‌باشد. رایج‌ترین آسیب در مواد کامپوزیت وقوع ترک خوردگی و گسترش آن در کل ماده و یا انتشار ترک در بین لایه‌ها می‌باشد. بررسی رفتار این دسته از مواد می‌تواند منجر به بهبود هر چه بهتر در بسیاری

¹ Fracture mechanic

² Composite material

از علوم از جمله: علوم مهندسی، علوم نظامی، علوم پزشکی، علوم هوا و فضا و بسیاری دیگر از علوم گردد.

۱-۲- ضرورت انجام تحقیق

وقوع ترک خوردگی و گسترش ترک در اجسام مختلف از جمله نگرانی‌های مهم طراحان و محققان در حوزه مکانیک شکست می‌باشد. امروزه استفاده از مواد کامپوزیتی در ساخت وسازهای ساختمانی همچون تیرهای کامپوزیت، کف‌سازی‌های کامپوزیت و همچنین ساخت قطعات بسیار پرکاربرد همانند بال هواپیما، بدنه کشتی، بدنه اتومبیل و بسیاری دیگر از قطعات امری رایج و اجتناب ناپذیر می‌باشد. با توجه به پرکاربرد بودن مواد کامپوزیت در علوم و صنایع مختلف، مطالعه رفتار این دسته از مواد در حوزه مکانیک شکست از اهمیت بالایی برخوردار است. گسترش ترک به صورت عمود بر لایه‌ها و یا گسترش ترک در فصل مشترک لایه‌ها از رایج‌ترین دلایل وقوع خرابی در اجسام کامپوزیت می‌باشد. در این پروژه سعی شده است به بررسی مکانیزم گسترش ترک در اجسام کامپوزیتی با بررسی دو مثال پرکاربرد تیر سه نقطه خمشی کامپوزیت و همچنین تست فرورفتگی پرداخته گردد. در پروژه پیش رو منظور از جسم کامپوزیت جسمی است که از دو یا چند ماده مختلف تشکیل شده باشد.

۱-۳- کارهای انجام شده در این تحقیق

در این تحقیق بررسی گسترش ترک در یک تیر سه نقطه خمشی و همچنین در تست فرورفتگی با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته^۱ صورت می‌پذیرد. در ابتدای بررسی و آنالیز هر یک از مثال‌های مذکور، راستی آزمایشی مدل‌سازی‌های انجام شده در نرم‌افزار آباکوس^۲ با مقایسه نتایج بدست آمده از محققان قبلی تایید می‌گردد. در قسمت اول از این تحقیق، تیر سه نقطه خمشی که شامل ترک اولیه‌ای می‌باشد مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. در بخش اول از این مثال به بررسی اثر پارامترهای انرژی شکست^۳ و مدول یانگ بر روی نمودار نیرو-جابجایی در حالت یک‌لایه پرداخته می‌شود. در ادامه

^۱ Extended Finite Element Method

^۲ ABAQUS

^۳ Fracture energy

مثال اول، با قرارگیری لایه روکش بر روی تیر سه نقطه خمشی یک لایه، به بررسی اثر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم (لایه روکش سخت تر از زیرلایه است) و همچنین قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت (لایه روکش نرم تر از زیرلایه است) بر روی نمودار نیرو- جابجایی پرداخته می شود. در قسمت آخر از مثال تیر سه نقطه خمشی، به بررسی تاثیر ضخامت لایه روکش به ازای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس پرداخته می شود. در قسمت دوم از این تحقیق، به بررسی گسترش ترک به ازای قرارگیری ترک اولیه ای بین لایه روکش و زیرلایه در تست فرورفتگی پرداخته می شود. مشابه با قسمت قبلی مدل سازی این مثال در نرم افزار آباکوس و آنالیز گسترش ترک توسط روش اجزاء محدود گسترش یافته صورت پذیرفته است. مشابه با تیر سه نقطه خمشی، رفتار ماده در این مثال نیز به صورت الاستوپلاستیک در نظر گرفته می شود. در قسمت اول از این مثال، به بررسی میزان تغییرات ظرفیت باربری به ازای قرارگیری لایه ای با تنش تسلیم اولیه بیش تر بر روی لایه ای با تنش تسلیم اولیه کم تر پرداخته می گردد. در ادامه، تاثیر قرارگیری ترک اولیه بر روی نمودار نیرو- جابجایی پرداخته خواهد شد. در قسمت دوم از این مثال به بررسی اثر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس بر روی رفتار ترک در فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه پرداخته خواهد شد. در قسمت آخر از مدل سازی تست فرورفتگی، تاثیر ضخامت لایه روکش به ازای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس بر روی گسترش ترک بین لایه ای پرداخته خواهد شد.

۱-۴- اهداف پایان نامه

اهداف این پایان نامه عبارت است از:

- ۱- بررسی رفتار گسترش ترک در ساختارهای کامپوزیت به صورت عمودی با مدل سازی تیر سه نقطه خمشی.
- ۲- بررسی رفتار گسترش ترک بین لایه ای در ساختارهای کامپوزیت با مدل سازی تست فرورفتگی.
- ۳- بررسی تاثیر پارامترهای مدول یانگ و انرژی شکست بر روی نمودار نیرو- جابجایی.
- ۴- تاثیر ضخامت لایه روکش در نحوه گسترش ترک و همچنین بر روی نمودار نیرو- جابجایی.

۵- بررسی تاثیر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس بر گسترش ترک.

۶- مدل سازی ترک با روش اجزاء محدود گسترش یافته بر اساس فرضیات مکانیک شکست خطی و غیرخطی در نرم افزار آباکوس.

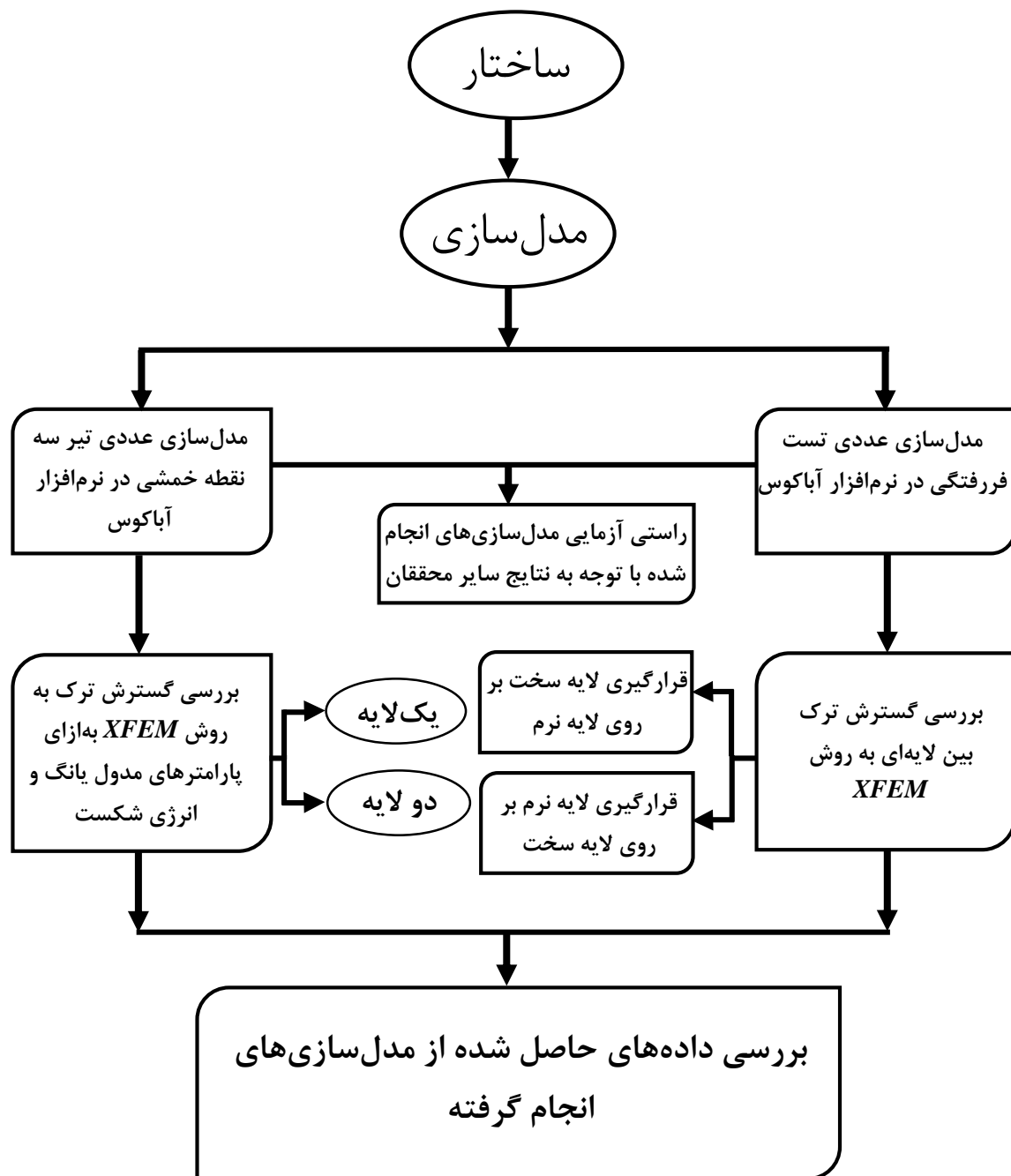
۵-۱- نوآوری

با مروری بر کارهای انجام گرفته، می توان گفت که تا کنون تحقیق جامعی در زمینه بررسی تاثیر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس بر روی نمودار نیرو- جابجایی و همچنین تاثیر آن بر روی گسترش ترک بین لایه‌ای با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته صورت پذیرفته است. در جهت بررسی موارد فوق الذکر به مدل سازی دو آزمایش تیر سه نقطه خمشی و همچنین تست فرورفتگی پرداخته شده است. مدل سازی سه بعدی تست فرورفتگی و بررسی گسترش ترک بین لایه‌ای با در نظر گرفتن رفتار الاستوپلاستیک ماده و همچنین استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته از دیگر مواردی است که تاکنون صورت پذیرفته است.

۶-۱- ساختار تحقیق

در فصل اول از این تحقیق به طور خلاصه مقدمه‌ای از کارهای انجام شده، ضرورت انجام تحقیق و اهداف و نوآوری‌های به کار رفته در این پژوهش ذکر شده است. در فصل دوم به بررسی و مروری بر کارهای مرتبط انجام شده توسط سایر محققان در زمینه گسترش ترک با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته و نتایج دستاوردهای آنها پرداخته شده است. در فصل سوم، تئوری‌ها و روش‌های به کار رفته در این پژوهش به طور کامل ذکر شده است، همچنین فرضیات و فرمول‌های مورد نیاز در فصل چهارم به تفصیل شرح داده شده است. فصل چهارم این تحقیق شامل دو قسمت می‌باشد، در قسمت اول از این فصل، مدل سازی تیر سه نقطه خمشی به صورت یک لایه و کامپوزیت همراه با ذکر جزئیات مدل سازی در نرم افزار آباکوس صورت پذیرفته است. در قسمت دوم از فصل چهارم، مدل سازی عددی تست فرورفتگی در فضای سه بعدی، شامل ترک اولیه‌ای در فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه به تفصیل

توضیح داده شده است. در پایان هر یک از قسمت‌های فصل چهارم به بررسی و آنالیز داده‌های حاصل از مدل‌سازی عددی پرداخته شده است و نتایج آن به صورت جداول و نمودارهای متعدد نشان داده شده است. در فصل پنجم نیز نتیجه‌گیری کلی و پیشنهاداتی برای ادامه فعالیت این پژوهش ارائه گردیده است. به طور کلی کارهای انجام شده در این تحقیق را می‌توان به صورت خلاصه در شکل ۱-۱ نشان داد.



شکل ۱-۱: ساختار کلی کارهای انجام شده در این تحقیق.

فصل دوم: مروری بر کارهای گذشته

۲-۱- مقدمه

بررسی گسترش ترک در ساختارهای کامپوزیت از جمله مباحث مهم در حوزه مکانیک شکست می‌باشد که محققان علاقه زیادی به بررسی و آنالیز آن از خود نشان می‌دهند. امروزه علاوه بر تحقیق‌های تجربی و آزمایشگاهی که دانشمندان در جهت بررسی رفتار گسترش ترک انجام می‌دهند، مدل‌سازی عددی این پدیده نیز به‌عنوان یکی از روش‌های مهم و موثر در مطالعه رفتار ترک مورد توجه محققان قرار گرفته است. مدل‌سازی عددی گسترش ترک می‌تواند بر اساس روش‌های گوناگونی که تا کنون ارائه شده است انجام گیرد. روش‌هایی همچون مش زدن مجدد^۱، مرزبندی المان^۲، حذف المان^۳، اجزاء محدود و اجزاء محدود گسترش یافته از جمله روش‌هایی است که برای بررسی رشد و گسترش ترک مورد استفاده قرار گرفته است. روش اجزاء محدود گسترش یافته در مقایسه با سایر روش‌های مورد استفاده از کارایی و محبوبیت بیش‌تری برخوردار است. مدل‌سازی ترک در سازه‌هایی با هندسه پیچیده و عدم نیاز به مش‌بندی‌های خاص و دشوار از جمله مزیت‌های استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته در مدل‌سازی گسترش ترک نسبت به سایر روش‌های مذکور می‌باشد. در ادامه به بیان فعالیت‌های صورت گرفته و نتایج حاصل شده توسط محققان و دانشمندان در حیطه آنالیز ترک پرداخته می‌شود.

۲-۲- مروری بر کارهای گذشته

مکانیک شکست مطالعه هدفمندی است که به بررسی گسترش ترک در جامدات می‌پردازد. آغاز مطالعه بر روی مکانیک شکست با توجه به حوادث تاسف بار رخ داده در دهه‌های گذشته صورت گرفته است. در اواسط جنگ جهانی دوم بسیاری از کشتی‌های حمل آذوقه و نجات در اثر شکست به دو قسمت تقسیم شدند. عدم شناخت کافی از علم مکانیک شکست، استفاده از مواد ترد و شکننده در ساخت کشتی‌ها و همچنین خطای ساخت در جوش دادن اجزاء تشکیل دهنده کشتی‌ها منجر به رخ دادن این

¹ Remeshing method

² Boundary element

³ Element deletion

حادثه تاسف بار بوده است. در سال ۱۹۶۲ پل کینگ^۱ در ملیورن به علت وقوع گسترش شکست در چهار تیر اصلی دچار شکست ناگهانی گردید. مطالعات انجام گرفته بر روی وقایع و حوادثی اینگونه منجر به گسترش علم مکانیک شکست گردیده است (برک^۲، ۲۰۱۱).

در طی گذر سالیان گذشته روش‌های عددی گوناگونی ایجاد و به‌عنوان روشی مناسب برای پیش‌بینی وقوع شکست در سازه‌های مهندسی مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه بررسی این روش‌های عددی منجر به پدید آمدن علمی به نام مکانیک شکست محاسباتی^۳ شده است. از سوی دیگر درک منطقی از رفتار مصالح پرکاربردی همچون کامپوزیت‌ها منجر به طراحی صحیح قطعات و سازه‌های گوناگون می‌گردد. امروزه آزمایش‌های گوناگونی در جهت شناخت رفتار مواد گوناگون اعم از مواد کامپوزیتی و تعیین رفتار شکستی آن‌ها صورت می‌پذیرد.

تست فرورفتگی از جمله آزمایش‌هایی است که به کمک آن می‌توان علاوه بر خصوصیات مکانیکی مصالح مختلف به بررسی رفتار مواد چندلایه اعم از کامپوزیت‌ها نیز پرداخت. موراکامی و همکارانش^۴ (۱۹۹۴) و همچنین لارسون و گیاناکوپولس^۵ (۱۹۹۶) از پیشگامان استفاده از تست فرورفتگی به‌عنوان تستی غیر مخرب در بدست آوردن خصوصیات مکانیکی مواد چند لایه و رفتار آن‌ها بوده‌اند. آن‌ها با بررسی نمودارهای نیرو-جابجایی بدست آمده در تحقیقات خود توانستند به بررسی خصوصیات الاستیک و غیرالاستیک مواد گوناگون بپردازند.

امروزه اجزاء محدود در تحلیل مسائلی که در آن‌ها تماس سطوح با یکدیگر و یا جدایشی نظیر حفره و ترک وجود داشته باشد مورد استفاده قرار می‌گیرد. حل اینگونه از مسائل به کمک اجزاء محدود نیاز به مش‌بندی خاص و متراکم دارد. استفاده از مش‌بندی خاص که متناسب با مساله مورد نظر باشد منجر به زمان‌بر بودن حل مسائلی از این گروه می‌گردد. در نتیجه، نیاز به مش‌بندی خاص و در نتیجه زمان‌بر

¹ King Bridge

² Burke

³ Computational fracture mechanics

⁴ Murakami et al.

⁵ Larsson & Giannakopoulos

بودن حل مساله از جمله معایب استفاده از روش اجزاء محدود می باشد که در برخی موارد منجر به عدم حل مسائل می گردد.

برای اولین بار موئس و همکارانش^۱ (۱۹۹۹) به بیان روش اجزاء محدود گسترش یافته بر پایه روش تقسیم بندی واحد^۲ پرداختند. در این تحقیق مدل سازی گسترش ترک با روش اجزاء محدود گسترش یافته انجام پذیرفت. در این روش با اضافه شدن درجات آزاد گره های به نواحی در معرض جدایش معایب روش اجزاء محدود برطرف گردید.

موئس و همکارانش (۲۰۰۲) به بررسی روشی برای حل مساله گسترش ترک در فضای سه بعدی با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته پرداختند. آن ها در این تحقیق به مدل سازی گسترش ترک در جسمی الاستوپلاستیک بدون وابستگی به مش بندی پرداختند. روش ارائه شده برای عدم وابستگی جسم سه بعدی به مش بندی، غنی سازی المان های قطع شده توسط ترک با استفاده از تابع هویساید و مفهوم روش تقسیم بندی می باشد.

موئس و بلیچکو^۳ (۲۰۰۲) در پژوهش خود به بررسی روشی برای گسترش ترک های چسبنده^۴ بدون نیاز به مش بندی مجدد پرداختند. با بررسی گسترش ترک در تیر سه نقطه خمشی با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته و مقایسه نتایج حاصل شده با روش اجزاء محدود سنتی که مبتنی بر آزاد سازی گره ها می باشد دریافتند که مدل سازی ترک با روش اجزاء محدود گسترش یافته بسیار دقیق تر از روش قدیمی می باشد. همچنین در این روش از تعداد المان های کمتری برای مدل سازی استفاده می گردد و ترک در مسیر دلخواه می تواند رشد پیدا کند. چاپ و سوکومار^۵ (۲۰۰۳) با ترکیب کردن دو روش *FMM*^۶ و اجزاء محدود گسترش یافته به بررسی روشی نوین برای رشد توام چند ترک خستگی بدون نیاز به اصلاح مش بندی پرداختند.

¹ Moes et al.

² Partition of Unity Method

³ Moes & Belytschko

⁴ Cohesive cracks

⁵ Chopp & Sukumar

⁶ Fast marching method

استولارسکا و چاپ^۱ (۲۰۰۳) به بررسی تاثیر اتصال قطعات بر روی گسترش ترک ناشی از چرخه حرارتی سرد و گرم شدن اجسام پرداختند. این پژوهشگران با ترکیب کردن روش اجزاء محدود گسترش یافته و مجموعه سطوح تراز^۲ به بررسی گسترش ترک ناشی از خستگی پرداختند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان دهنده تاثیر مستقیم فاصله بین اتصال قطعات در مسیر گسترش ترک بود.

برسان و همکارانش^۳ (۲۰۰۵) به مطالعه و بررسی رفتار پلاستیک و همچنین نمودارهای بارگذاری و باربرداری موادی همچون نیتانیوم، کوپر^۴ و آهن در تست فرورفتگی پرداختند. آن‌ها با مدل‌سازی تست فرورفتگی در نرم‌افزار آباکوس و با استفاده از روش اجزاء محدود به جواب‌های مشابهی همانند آزمایش‌های انجام شده بر روی این مواد دست یافتند. وابستگی جواب‌ها به اندازه مش‌بندی و شعاع نوک گوه و عدم وابستگی به ضریب اصطکاک بین نوک گوه و سطح لایه روکش نتیجه حاصل شده از این پژوهش بوده است.

الگوچ و همکارانش^۵ (۲۰۰۶) به بررسی روش اجزاء محدود گسترش یافته برای گسترش ترک در مواد گوناگون با در نظر گرفتن خاصیت پلاستیک پرداختند. در این تحقیق با استفاد از روش HRR^6 در قالب اجزاء محدود گسترش یافته روشی جدید برای بررسی و پیش‌بینی گسترش ترک‌های خستگی با در نظر گرفتن حالت‌های مختلف برای به‌وجود آمدن ترک حاصل گردید. شکست بر اثر خستگی از موضوعات مهمی می‌باشد که محققان بسیاری در این زمینه با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته به تحقیق و پژوهش پرداخته‌اند.

تحقیقات و پژوهش‌های ذکر شده در فوق همگی با در نظر گرفتن شکست همگن صورت پذیرفته است. اخیراً از روش اجزاء محدود گسترش یافته برای بررسی گسترش ترک‌های بین لایه‌ای و همچنین ساختارهای ناهمگن استفاده می‌گردد.

¹ Stolarska & Chopp

² Level set

³ Bressan et al.

⁴ Copper

⁵ Elguedj et al.

⁶ Hutchinson-Rice-Rosengren

هانگ و همکارانش^۱ (۲۰۰۵) به بررسی و آنالیز گسترش ترک در یک تیر چهار نقطه خمشی^۲ پرداختند. این تیر چهار نقطه خمشی از دو زیرلایه که به وسیله یک لایه نازک بهم متصل شده‌اند تشکیل شده است. آن‌ها در تحقیق خود با در نظر گرفتن ترک اولیه‌ای به صورت عمودی در یکی از زیرلایه‌ها به مقایسه گسترش ترک در نمونه آزمایشگاهی و همچنین نمونه مدل‌سازی شده پرداختند. نتیجه حاصل شده از کار آزمایشگاهی و مدل‌سازی انجام شده نشان از عدم وابستگی گسترش ترک به ابعاد زیرلایه مورد استفاده و همچنین انتشار نهایی ترک در فصل مشترک زیرلایه‌ها دارد.

هتیچ و رام^۳ (۲۰۰۶) با روشی مشابه با استولارکا و چاپ (۲۰۰۳) به بررسی گسترش ترک در مواد چند فازی مانند پلیمرها با توجه به قرار گیری ترک در مکان‌های مختلف پرداختند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که روش مورد استفاده بر خلاف روش اجزاء محدود به نوع مش‌بندی وابسته نمی‌باشد و ترک بدون وابستگی به مش می‌تواند در کل محیط گسترش پیدا کند. هتیچ و رام (۲۰۰۸) در ادامه پژوهش قبلی و با استفاده از ترکیب روش اجزاء محدود گسترش یافته و مجموعه سطوح تراز به روشی برای بررسی گسترش ترک در مواد کامپوزیتی نیز دست پیدا کردند.

لیو و همکارانش^۴ (۲۰۰۷) در پژوهش خود به بررسی جداسگی بین لایه‌ای^۵ در ساختارهای لایه‌ای پرداختند. آن‌ها با در نظر گرفتن محیط رشد ترک در لایه روکش به بررسی اثر دو پارامتر مقاومت بین‌لایه‌ای و انرژی فصل مشترک دو لایه و همچنین اثر ضخامت لایه روکش بر روی جداسگی بین دو لایه پرداختند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد جدایش و گسترش ترک بین دو لایه به پارامترهای مقاومت و انرژی بین‌لایه‌ای وابسته می‌باشد. از این‌رو انتخاب مصالح مورد استفاده در ساختارهای لایه‌ای از اهمیت بسیار زیادی برخوردار می‌باشد.

¹ Huang et al.

² Four-point bend test

³ Hettich & Ramm

⁴ Liu et al.

⁵ Delamination

پلگری و هانگ^۱ (۲۰۰۸) به بررسی تست فرورفتگی برای قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت و بالعکس با استفاده از روش اجزاء محدود در فضای دوبعدی پرداختند. در این تحقیق با فرض کردن مشخصات مکانیکی برای مصالح لایه روکش و زیرلایه به بررسی نمودارهای نیرو-جابجایی حاصل شده از تست فرورفتگی پرداختند. آن‌ها با تغییر نسبت به‌ازای نفوذ بیشینه گوه در لایه روکش به ضخامت این لایه از ۰/۰۵ تا ۰/۴۵ با گام‌های افزایشی ۰/۰۵ به مقایسه نتایج حاصل از مدل‌سازی خود و تحقیق‌های دیگر پرداختند. عدم وابستگی محاسبه سختی لایه روکش و از سوی دیگر وابستگی محاسبه مقدار مدول یانگ به میزان نفوذ گوه در لایه روکش نتیجه تحقیق آن‌ها بود.

خوئی و همکارانش^۲ (۲۰۰۸) با تقسیم‌بندی فضای سه‌بعدی دامنه مورد بررسی با المان‌های چهارضلعی و استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته و انتگرال‌گیری نقاط گاوس^۳ بر روی این المان‌های چهار ضلعی به بیان روشی جدید برای بررسی گسترش ترک در تغییر شکل‌های بزرگ پلاستیک پرداختند. آن‌ها با آنالیز چندین مثال گوناگون روش جدید را مورد راستی‌آزمایی قرار دادند و به نتایج قابل قبولی در مقایسه با روش اجزاء محدود دست پیدا کردند.

یان و همکارانش^۴ (۲۰۰۹) با مدل‌سازی تست فرورفتگی به بررسی اثر تغییر زاویه و سایز گوه پرداختند. آن‌ها با ارائه دو روش بر پایه تابع وزن^۵ و همچنین روشی بر اساس برون‌یابی^۶، مقدار مدول یانگ کاهش‌یافته^۷ در دو سیستم یک‌لایه و دولایه را مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد با افزایش سایز گوه مقدار تنش منتقل شده از لایه روکش به زیرلایه افزایش پیدا خواهد کرد. همچنین مقدار مدول یانگ کاهش‌یافته بدست آمده بر مبنای دو روش مذکور در تایید مقادیر حاصل شده از روش اجزاء محدود می‌باشد.

¹ Pelegri & Huang

² Khoei et al.

³ Gauss points

⁴ Yan et al.

⁵ Weight function

⁶ Extrapolation

⁷ Reduced young's modulus

لی می و همکارانش^۱ (۲۰۱۰) با مدل سازی عددی تست فرورفتگی و در نظر گرفتن حالت الاستوپلاستیک برای هر دو لایه روکش و زیرلایه در فضای دوبعدی به بیان روشی جدید در قالب اجزاء محدود پرداختند. آن‌ها با معرفی دو پارامتر بدون بعد که وابسته به مدول یانگ، تنش گسیختگی و ضریب کار سخت شدگی^۲ لایه روکش و زیرلایه می‌باشد به بیان روشی جدید برای ارزیابی خصوصیات مکانیکی مواد مختلف به‌ازای قرارگیری لایه روکش بر روی زیرلایه پرداختند. نتایج مدل سازی آن‌ها با روش اجزاء محدود در تطابق خوبی با نتایج کارهای انجام شده در گذشته می‌باشد.

هی و همکارانش^۳ (۲۰۱۱) با در نظر گرفتن رابطه‌ای چندجمله‌ای بین عمق نفوذ پلاستیک و مقدار بار وارده شده توسط گوه و همچنین تقریبی خطی بین نفوذ پلاستیک لگاریتمی و مدول یانگ موثر لگاریتمی به بیان روشی جدید برای بدست آوردن انرژی شکست برای مواد شکل پذیر با استفاده از تست فرورفتگی و گوه برکوویچ^۴ پرداختند. نتایج حاصل از تحقیق آن‌ها با تقریب بسیار خوبی با نتایج حاصل از کارهای آزمایشگاهی مطابق می‌باشد.

پورمدحجی و مشایخی^۵ (۲۰۱۲) مدلی بر پایه مکانیک شکست محیط‌های پیوسته و اجزاء محدود گسترش یافته ارائه دادند. آن‌ها با انجام آزمایش شکست بر روی تیر سه نقطه خمشی دارای ترک اولیه‌ای در لبه تیر و همچنین آزمایش بر روی ورقی حفره دار که دارای ترک لبه‌ای می‌باشد پارامترهای مرتبط با شکست را استخراج کردند. در ادامه با مدل سازی کارهای آزمایشگاهی انجام شده در محیط آزمایشگاهی به بررسی و راستی آزمایی روش ارائه شده پرداختند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان از تطبیق خوب نتایج حاصل از کار آزمایشگاهی و روش مذکور در بررسی گسترش ترک در مواد شکل پذیر می‌باشد.

¹ Li-mei et al.

² Work hardening exponent

³ He et al.

⁴ Berkovich

⁵ Pourmodheji & Mashayekhi

سین و همکارانش^۱ (۲۰۱۲) در تحقیق خود به بررسی عمر خستگی در ورقی ترک خورده در حضور ناپیوستگی‌هایی تحت بار گذاری چرخه‌ای با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته پرداختند. در این تحقیق ناپیوستگی‌های موجود در ورق همچون وجود حفره و ریزترک‌ها با کمک توابعی غنی‌ساز^۲ مدل‌سازی گردید. نتایج حاصل شده از مدل‌سازی با نمونه آزمایشگاهی مدل‌سازی شده مقایسه گردید و دریافتند که جواب‌های حاصل شده از مدل‌سازی آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی با روش اجزاء محدود گسترش یافته با یکدیگر تطابق بسیار نزدیکی دارد. از سوی دیگر وجود ناپیوستگی‌هایی همچون ریزترک‌ها و حفرات به مقدار ۵٪ در درون ورق باعث کاهش عمر ورق به میزان ۱۵ الی ۳۵٪ می‌گردد. در نهایت نتیجه گردید وجود ناپیوستگی همچون حفرات در ورق تاثیر بسیار بیش‌تری نسبت به وجود ریزترک‌ها بر طول عمر ورق دارد.

استفنسن و همکاران^۳ (۲۰۱۳) به بررسی روشی برای بدست آوردن انرژی شکست و طول ترک ایجاد شده در تست فرورفتگی مبتنی بر تنش به‌وجود آمده در لایه روکش پرداختند. آن‌ها با چسبنده در نظر گرفتن فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه با استفاده از مدل‌سازی اجزاء محدود، تنش به‌وجود آمده در لایه روکش را بدست آوردند. آن‌ها به کمک تنش بدست آمده به پیش‌بینی لازم برای شروع گسترش ترک و طول ترک به‌وجود آمده پرداختند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد تنش شعاعی به‌وجود آمده توسط گوه بیش‌ترین تاثیر در به‌وجود آمدن ترک را دارد.

فوکاماسو و سوزا^۴ (۲۰۱۴) به مدل‌سازی تست فرورفتگی در حالت دوبعدی و با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته و همچنین مدل‌سازی منطقه چسبنده^۵ پرداختند. در این تحقیق ترک‌هایی در لایه روکش فرض گردید و به کمک روش اجزاء محدود گسترش یافته مدل‌سازی گردید در ادامه جدایش بین لایه روکش و زیرلایه با استفاده از مدل‌سازی منطقه چسبنده صورت پذیرفت. نتایج تحقیق آن‌ها

¹ Singh et al.

² Enrichment function

³ Steffensen et al.

⁴ Fukumasu & Souza

⁵ Cohesive Zone Model

نشان داد به کمک نمودار نیرو-جابجایی بدست آمده از این مدل‌سازی می‌توان انرژی شکست لایه روکش را محاسبه نمود. آن‌ها همچنین با معرفی پارامتر F_I آستانه تحمل لایه روکش برای شروع گسترش ترک را بیان نمودند.

افشار و همکارانش^۱ (۲۰۱۵) با بیان رابطه‌ای جدید در قالب روش اجزاء محدود گسترش یافته به بررسی رشد ترک در مواد کامپوزیتی دو فازی پرداختند. در این تحقیق به بررسی رشد ترک در دو مثال تیر سه نقطه خمشی و صفحه حفره‌دار مقاوم شده با الیاف، پرداخته شد. نتایج حاصل شده از تحلیل عددی انجام شده و مدل‌سازی صورت گرفته در تطابق خوبی با یکدیگر می‌باشد.

فو و همکارانش^۲ (۲۰۱۵) به مطالعه رفتار شکست در قرارگیری لایه روکش سخت بر روی زیرلایه نرم در تست فرورفتگی پرداختند. آن‌ها با مقایسه نتایج حاصل از کار آزمایشگاهی و مدل‌سازی انجام شده توسط روش اجزاء محدود دریافتند، بیش‌ترین تنش کششی به‌وجود آمده در لایه روکش وابسته به نسبت مدول یانگ در لایه روکش و زیرلایه می‌باشد. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد با کاهش مقدار مدول یانگ در لایه روکش بیش‌ترین تنش به‌وجود آمده در این لایه به سمت ناحیه زیر گوه حرکت می‌کند.

¹ Afshar et al.

² Fu et al.

فصل سوم: تئوری‌ها و روش‌ها

۳-۱- مقدمه

یکی از مسائلی که امروزه بشر با آن سرو کار دارد مساله شکست مواد می‌باشد. قبل از وقوع شکست در ماده ترک‌هایی در ماده به وجود می‌آید که با گسترش این ترک‌ها و پیوستن این ترک‌ها به یکدیگر، زمینه گسیختگی ماده فراهم می‌شود. یکی از روش‌هایی که به وسیله آن می‌توان گسترش ترک را مدل‌سازی نمود روش اجزاء محدود می‌باشد. در روش اجزاء محدود، ماده مورد نظر به قطعات کوچک‌تری که المان نام دارد تقسیم می‌شود هر المان از تعدادی گره^۱ تشکیل شده است. لازم است در گره مشترک بین المان‌ها، دو ویژگی پیوستگی و تعادل برقرار باشد. با بررسی رفتار در هر گره و سرهم کردن^۲ المان‌ها به یکدیگر می‌توان رفتار کلی ماده را مورد بررسی قرار داد. برای مدل‌سازی گسترش ترک و باز شدگی آن به کمک این روش لازم است که مسیر گسترش ترک از قبل پیش‌بینی شود و سطوح المان‌ها بر روی مسیر گسترش ترک قرار گیرد. قرارگیری سطوح المان بر روی مسیر گسترش ترک نیازمند طراحی شکل خاصی از المان‌ها می‌باشد که کار را برای محققان و مهندسين دشوار می‌سازد. روش اجزاء محدود حتی با در نظر گرفتن مش‌بندی متراکم در اطراف ترک دقت کافی برای بدست آوردن تنش‌ها در اطراف نوک ترک را دارا نمی‌باشد.

امروزه گسترش ترک به وسیله علم اجزاء محدود گسترش یافته مدل‌سازی می‌گردد. زیرا در این روش نیازی به بازسازی مش در اطراف ترک نمی‌باشد و می‌توان مسیر گسترش ترک را بدون وابستگی به نوع مش‌بندی مدل‌سازی نمود و نیازی به اصلاح مش‌بندی نمی‌باشد. در این مطالعه به بررسی گسترش ترک با علم اجزاء محدود گسترش یافته پرداخته خواهد شد. برای مدل‌سازی ترک از تابع ناپیوسته تعمیم یافته هوپساید^۳ و همچنین از توابع دوبعدی تغییر مکان‌های نزدیک نوک ترک استفاده می‌شود. روابط و معادلات حاکم در این روش استخراج می‌گردد. در ادامه به بیان مفاهیم و روش اجزاء محدود گسترش یافته در گسترش ترک می‌پردازیم.

¹ Node

² Assemble

³ Heaviside

۲-۳- معرفی شکست و گسترش ترک

موضوع شکست از مباحث مهمی است که می‌توان از جنبه مکانیکی و متالورژیکی به بررسی آن پرداخت. به تقسیم شدن یک جسم جامد به دو یا چند قسمت در اثر اعمال تنش، شکست گفته می‌شود. شکست می‌تواند در اثر پیچش^۱، خستگی^۲، تردی هیدروژنی^۳، خزش^۴ و ضربه^۵ رخ دهد. امروزه مکانیک شکست به دو قسمت تقسیم می‌گردد. شکست کشسان خطی^۶، زمانی که شکل پذیری در اطراف ترک کم باشد و شکست الاستوپلاستیک، زمانی که شکل پذیری در اطراف ترک زیاد باشد.

۳-۳- ضریب تمرکز تنش^۷

در بررسی‌ها و آزمایش‌های انجام شده بر روی مواد مختلف مشخص گردید میزان تنشی که موجب گسیختگی ماده می‌گردد در حدود ۱۰ الی ۱۰۰۰ برابر کم‌تر از تنشی است که از مقدار تئوری بدست آمده است. وجود میکروترک‌های موجود در درون ماده عاملی است که موجب به‌وجود آمدن چنین پدیده‌ای می‌شود. وجود این میکروترک‌ها باعث می‌گردد که در نوک میکروترک‌ها تمرکز تنش به‌وجود آید و گسیختگی ماده در تنشی کم‌تر از مقدار تئوری رخ دهد.

اینگلس^۸ با آنالیز یک ورق که در مرکز آن حفره بیضی شکلی وجود داشت نشان داد تنش به‌وجود آمده در نوک حفره می‌تواند چندین برابر از تنش اعمالی به ورق بزرگ‌تر باشد (اینگلس، ۱۹۱۳). با توجه به شکل ۱-۳ تنش بیشینه به‌وجود آمده در ورق حفره‌دار از رابطه ۱-۳ بدست می‌آید.

$$\sigma_A = \sigma \left[1 + 2 \left(\frac{a}{\rho} \right)^{1/2} \right] \quad (1-3)$$

¹ Torsion

² Fatigue

³ Hydrogen Embrittlement

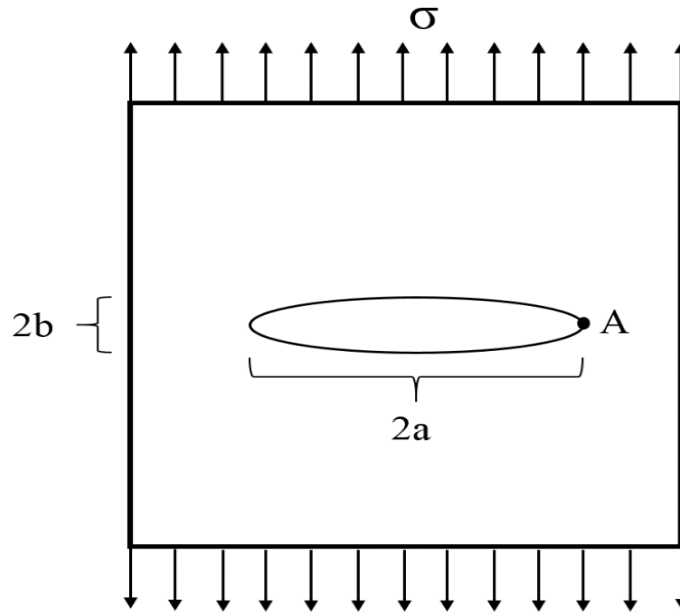
⁴ Creep

⁵ Impact

⁶ Linear elastic fracture

⁷ Stress intensity factor

⁸ Inglis



شکل ۱-۳: حفره بیضوی شکل درون ورق بزرگ که توسط اینگلس مورد استفاده قرار گرفته است.

در رابطه ۱-۳، σ تنش اعمالی به وجوه ورق، a نصف طول ترک و ρ شعاع انحنا می‌باشد. با توجه به

این که مقدار $\frac{a}{\rho}$ بسیار زیاد است رابطه ۱-۳ به رابطه ۲-۳ تبدیل می‌گردد.

$$\sigma_A = 2\sigma \left(\frac{a}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2-3)$$

از طرفی $\rho = \frac{b^2}{a}$ می‌باشد لذا رابطه اینگلس به رابطه ۳-۳ تبدیل خواهد شد.

$$\frac{\sigma_A}{\sigma} = 1 + \frac{2a}{b} \quad (3-3)$$

در رابطه ۳-۳ هر چه مقدار $\frac{a}{b}$ بیش تر گردد، به این معنی است که ترک تیز گوشه‌تر می‌گردد و میزان

تمرکز تنش در نوک ترک بیش تر می‌گردد. چنانچه $a=b$ آن گاه ترک دایره‌ای شکل خواهد بود و میزان

تنش بیشینه وارد شده به نوک حفره با توجه به رابطه ۳-۳ برابر ۳ خواهد بود. مقدار $\frac{\sigma_A}{\sigma}$ ضریب تمرکز

تنش (K_t) نامیده می‌گردد و مقدار آن به صورت $K_t = k\sqrt{2\pi}$ قابل محاسبه می‌باشد. منظور از k ضریب

تناسبی است که بستگی به نوع مود مورد بررسی دارد.

می‌توان نشان داد که میزان تنش در مجاورت نوک ترک در حالت شکست کشسان خطی^۱ در مواد ایزوتروپیک^۲ کشسان خطی طبق روابط ۳-۴ الی ۳-۶ قابل محاسبه است.

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (4-3)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad (5-3)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} f_{ij}^{(III)}(\theta) \quad (6-3)$$

در روابط ۳-۴ الی ۳-۶، K_I ، K_{II} و K_{III} ضرایب شدت تنش برای مودهای مختلف، r فاصله از نوک ترک و $f_{ij}^{(I)}$ ، $f_{ij}^{(II)}$ و $f_{ij}^{(III)}$ توابعی بدون بعد بر حسب θ می‌باشند.

۳-۴- تئوری شکست ترد گریفیث^۳

گریفیث در سال ۱۹۲۰ نظریه‌ای ارائه داد که در ابتدا تنها برای مواد تردی همچون شیشه کاربرد داشت اما بعدها با اعمال تغییراتی برای سایر فلزها نیز قابل استفاده گردید.

زمانی ترک شروع به گسترش می‌کند که در اطراف ترک گسترش سطح رخ دهد و ترک بتواند در امتدادهای مختلف گسترش پیدا کند. گسترش سطح مستلزم آن است که ترک بر نیروهای بین اتمی چیره شود لذا برای گسترش نیاز به انرژی دارد. انرژی کرنشی الاستیک، منبع تامین کننده این انرژی سطحی است.

گریفیث بیان کرد ترک زمانی شروع به رشد می‌کند که کاهش یا آزاد شدن انرژی کرنشی الاستیکی ماده برابر با جذب انرژی لازم برای ایجاد سطح ترک جدید باشد و یا به عبارتی مواد ترد هنگامی دچار شکست می‌شوند که سرعت آزاد شدن انرژی کرنشی الاستیک، برابر با سرعت جذب انرژی سطحی باشد (سجادی، ۱۳۸۴).

¹ Linear elastic fracture mechanic

² Isotropic

³ Griffith theory of brittle fracture

تنش لازم جهت شروع گسترش ترک در تئوری گریفیث در دو حالت تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای طبق روابط ۷-۳ و ۸-۳ بیان می‌گردد.

$$\sigma = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (7-3)$$

$$\sigma = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a(1-\nu^2)} \right)^{1/2} \quad (8-3)$$

در روابط فوق γ_s انرژی سطحی است. انرژی آزاد شده W بر اثر گسترش ترک در تئوری گریفیث در دو حالت تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای طبق معادلات زیر بیان می‌گردد.

$$W = \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \quad (9-3)$$

$$W = \frac{\pi a^2 \sigma^2 (1-\nu^2)}{E} \quad (10-3)$$

۳-۵- نظریه اوروان^۱

اوروان با اضافه کردن پارامتر γ_p معادله گریفیث را اصلاح کرد. این پارامتر نشان دهنده انرژی لازم برای تغییر فرم پلاستیک در نوک ترک است. روابط ۱۱-۳ و ۱۲-۳ نشان دهنده روابط اصلاح شده توسط اوروان است (سجادی، ۱۳۸۴).

$$\sigma = \left(\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (11-3)$$

$$\sigma = \left(\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a(1-\nu^2)} \right)^{1/2} \quad (12-3)$$

در روابط فوق، E مدول الاستیسیته، γ_p کار پلاستیک، γ_s انرژی سطحی و ν ضریب پواسون می‌باشد. با توجه به اینکه $\gamma_p \gg \gamma_s$ روابط ۱۱-۳ و ۱۲-۳ به صورت معادلات ۱۳-۳ و ۱۴-۳ تبدیل می‌شوند.

$$\sigma = \left(\frac{2E\gamma_p}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (13-3)$$

¹ Orowan theory

$$\sigma = \left(\frac{2E\gamma_p}{\pi a(1-\nu^2)} \right)^{1/2} \quad (14-3)$$

۳-۶- نظریه ایروین^۱

ایروین به جای استفاده از γ_p که پارامتر جذب کننده انرژی است از $-\frac{dW}{da}$ که سرعت آزاد شدن انرژی

الاستیک در واحد طول ترک می باشد استفاده کرد (ایروین، ۱۹۴۸). پارامتر G همان $-\frac{dW}{da}$ می باشد

و واحد آن $\frac{J}{m^2}$ می باشد. G برای دو حالت تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای مطابق روابط ۳-۱۵ و ۳-۱۶

تعریف می گردد.

$$G = \frac{\pi a \sigma^2}{E} \quad (15-3)$$

$$G = \frac{1}{2} \frac{dW}{da} = \frac{\pi a \sigma^2 (1-\nu^2)}{E} \quad (16-3)$$

لذا روابط ۳-۱۵ و ۳-۱۶ مطابق زیر تبدیل می گردد.

$$\sigma = \left(\frac{EG}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (17-3)$$

$$\sigma = \left(\frac{EG}{\pi a(1-\nu^2)} \right)^{1/2} \quad (18-3)$$

در روابط ۳-۱۷ و ۳-۱۸، G میزان انرژی کرنشی آزاد شده الاستیک در واحد طول ترک است. ایروین

در مواد کشسان خطی، در حالت مود I رابطه‌ی بین G و K_I را به صورت زیر بیان کرد.

$$G = \frac{K_I^2}{E'} \quad (19-3)$$

در معادله ۳-۱۹ برای حالت تنش صفحه‌ای $E' = E$ و برای حالت کرنش صفحه‌ای $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$

می باشد. بر طبق نظریه ایروین و گریفیث ضوابط گسترش ترک به صورت زیر بیان می گردد.

¹ Irwin theory

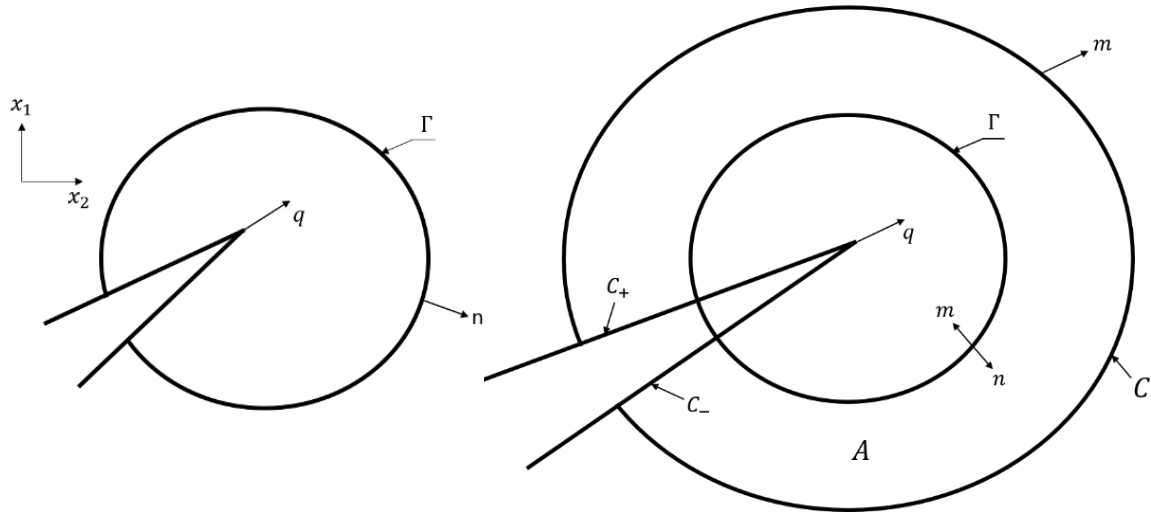
² Strain energy release rate per crack tip

$$\begin{cases} G < G_c \Rightarrow \delta_a = 0 & \text{گسترش ترک رخ نمی‌دهد} \\ G = G_c \Rightarrow \delta_a \geq 0 & \text{گسترش ترک می‌تواند رخ دهد} \\ G > G_c \Rightarrow \delta_a > 0 & \text{گسترش ترک رخ می‌دهد} \end{cases} \quad (۲۰-۳)$$

در رابطه ۲۰-۳، G_c میزان انرژی کرنشی آزاد شده بحرانی و δ_a میزان تغییرات طول ترک می‌باشد.

۳-۷- انتگرال جی^۱

انتگرال جی، انتگرال کانتوری برای هندسه دوبعدی می‌باشد (شکل ۲-۳). تعریف انتگرال جی را می‌توان برای هندسه‌های سه‌بعدی نیز تعمیم داد. به کمک انتگرال جی می‌توان ضریب شدت تنش را محاسبه نمود.



شکل ۲-۳: کانتور انتگرال بسته دوبعدی.

برای حالت دوبعدی، انتگرال جی به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} n.H.q d\Gamma \quad (۲۱-۳)$$

در رابطه ۲۱-۳ و شکل ۲-۳، Γ کانتوری است که شامل نوک ترک است، n بردار نرمال خارجی، همچنین $m = -n$ و C_+ و C_- بیان‌گر خطوط دو وجه ترک که به وسیله C احاطه شده‌اند. و q برداری یکه همراه با جابجایی مجازی در جهت راستای ترک است. تابع H به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$H = WI - \sigma \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (۲۲-۳)$$

^۱ J-Integral

در رابطه فوق، W انرژی کرنشی الاستیک، I تانسور مشخصه، σ تانسور تنش و n بردار جابجایی می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۲-۳ مشاهده می‌شود، کانتور Γ شامل دو وجه ترک و محصور به نوک ترک می‌باشد. لازم به توضیح است انتگرال جی وابسته به مسیر ترک تحت بارگذاری نمی‌باشد. با استفاده از تئوری دیورژانس می‌توان انتگرال جی را بر روی سطح به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$J = \int_S \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot (H \cdot \bar{q}) dS \quad (23-3)$$

در رابطه ۲۳-۳، S مساحت ناحیه محصور می‌باشد. معادلات تعادل نیروها به صورت زیر می‌باشد.

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot \sigma + f = 0 \quad (24-3)$$

در رابطه ۲۴-۳، σ تانسور تنش و f نیروهای حجمی می‌باشد. تغییرات انرژی کرنشی^۱ برای یک ماده همگن به صورت زیر می‌باشد.

$$\left(\frac{\partial W(\varepsilon)}{\partial x} \right) = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \quad (25-3)$$

در رابطه ۲۵-۳، ε کرنش مکانیکی است. با در نظر گرفتن معادلات ۲۴-۳ و ۲۵-۳ می‌توان انتگرال جی را به صورت زیر تعریف کرد.

$$J = - \int_S H \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \left(f \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \cdot \bar{q} \quad (26-3)$$

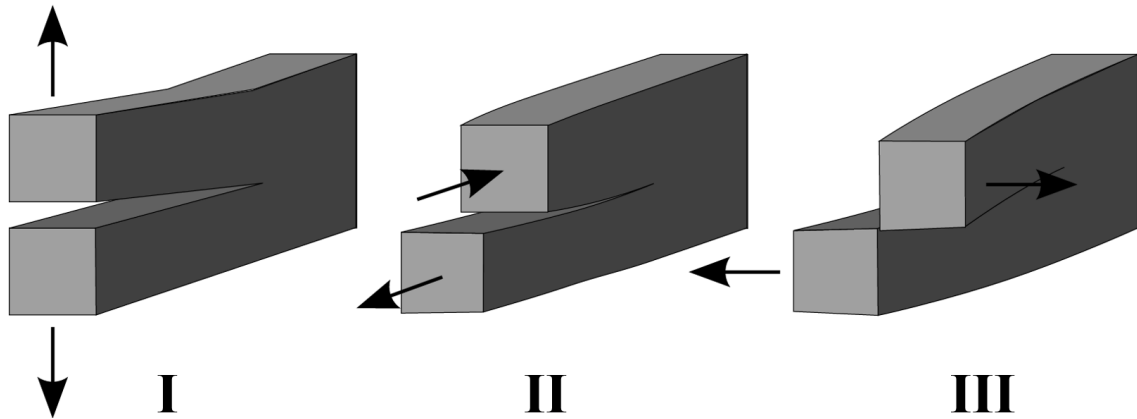
۳-۸- نظریه مکانیک شکست^۲

استفاده از نظریه مکانیک شکست امروزه از متداول‌ترین روش‌ها برای بررسی گسترش ترک است. در این نظریه از پارامتر K به‌ازای پارامتر G استفاده شده است که منظور از پارامتر K ضریب شدت تنش می‌باشد. این ضریب پارامتری مناسب برای بررسی توزیع تنش اطراف یک ترک است. نظریه مکانیک شکست به بررسی عواملی همچون فرآیند و نحوه گسترش ترک، منطقه تغییر فرم پلاستیک در نوک ترک، توزیع تنش‌ها و مولفه‌های تنش و کرنش در نوک ترک می‌پردازد.

¹ Energy strain gradient

² Fracture mechanics theory

مودهای مختلفی که یک برای ترک رخ می‌دهد به سه حالت است که در شکل ۳-۳ نشان داده شده است.



شکل ۳-۳: مودهای مختلف برای گسترش ترک به‌ازای بارگذاری‌های مختلف.

مود بازشونده^۱ (*I*): در این مود، سطوح ترک در اثر نیروی کششی از هم دور می‌شوند. این مدل از متداول‌ترین مودهای رخ داده برای ترک است.

مود لغزشی^۲ (*II*): در این مود، سطوح ترک بر روی یکدیگر می‌لغزند.

مود برش عرضی^۳ (*III*): در این مود، ترک عموماً بر اثر تنش‌های پیچشی به‌وجود می‌آید. در این نوع ترک سطوح ترک در یک امتداد و به موازات جبهه ترک می‌لغزند.

شکل‌گیری ترک می‌تواند ناشی از هر یک از مودهای فوق و یا ترکیبی از آن‌ها باشد (اندرسون، ۲۰۰۵).

۳-۹- محاسبه تنش‌ها و جابجایی‌ها برای مود *I*

شکل ۳-۴ نشان دهنده نقطه‌ای در جلوی یک ترک در ورقی با ابعاد نامحدود است که نوع ترک به‌وجود آمده از نوع مود بازشونده می‌باشد. تنش‌هایی که بر روی این نقطه به‌وجود می‌آید در شکل ۳-۴ مشخص شده است (تیموشنکو و گودیر^۴، ۱۹۷۰). تنش‌های موجود در این نقطه را می‌توان بر حسب ضریب شدت تنش به‌صورت روابط ۳-۲۷ الی ۳-۳۱ بدست آورد.

¹ Opening mode

² Sliding mode

³ Tearing mode

⁴ Timoshenko & Goodier

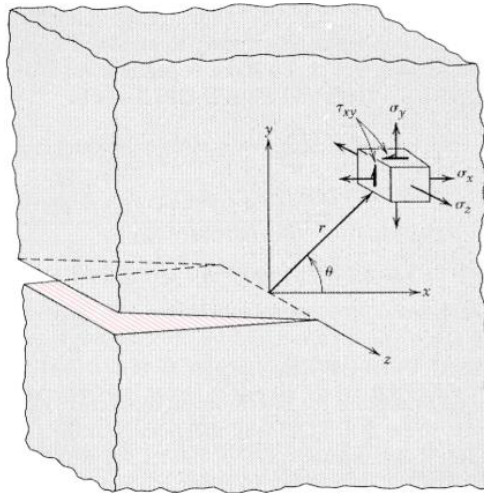
$$\sigma_x(r, \theta) = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (27-3)$$

$$\sigma_y(r, \theta) = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (28-3)$$

$$\sigma_z(r, \theta) = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (29-3)$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \left[\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (30-3)$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = \tau_{yz}(r, \theta) = 0 \quad (31-3)$$



شکل ۳-۴: بررسی تنش‌ها در نقطه‌ای جلوی ترک از نوع مود I در دستگاه مماسی.

همان طور که در روابط ۲۷-۳ الی ۳۱-۳ مشاهده می‌شود با کوچک‌تر شدن مقدار r مقدار تنش‌ها بسیار زیاد می‌گردد، ولی به علت تغییر شکل پلاستیکی که در نوک ترک رخ می‌دهد، تنش‌ها به مقادیر معادلات مذکور نمی‌رسند.

میزان جابجایی در نوک ترک نیز برای مود I به صورت زیر می‌باشد.

$$u_x(r, \theta) = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (32-3)$$

$$u_y(r, \theta) = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (33-3)$$

$$u_z(r, \theta) = 0 \quad (34-3)$$

در روابط ۳-۳۲ الی ۳-۳۴، K_I ضریب شدت تنش حالت I است که به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$K_I = (2\pi r)^{\frac{1}{2}} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_y(r, 0) \quad (۳۵-۳)$$

۳-۱۰- محاسبه تنش‌ها و جابجایی‌ها برای مود II

$$\sigma_x(r, \theta) = -\frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (۳۶-۳)$$

$$\sigma_y(r, \theta) = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (۳۷-۳)$$

$$\sigma_z(r, \theta) = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (۳۸-۳)$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (۳۹-۳)$$

$$\tau_{zy}(r, \theta) = \tau_{yz}(r, \theta) = 0 \quad (۴۰-۳)$$

$$u_x(r, \theta) = \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (۴۱-۳)$$

$$u_y(r, \theta) = \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(-1 + 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (۴۲-۳)$$

$$u_z(r, \theta) = 0 \quad (۴۳-۳)$$

در روابط ۳-۳۶ الی ۳-۴۳، K_{II} ضریب شدت تنش برای حالت II می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$K_{II} = (2\pi r)^{\frac{1}{2}} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{xy}(r, 0) \quad (۴۴-۳)$$

۳-۱۱- محاسبه تنش‌ها و جابجایی‌ها برای مود III

$$\sigma_x(r, \theta) = 0 \quad (۴۵-۳)$$

$$\sigma_y(r, \theta) = 0 \quad (۴۶-۳)$$

$$\sigma_z(r, \theta) = 0 \quad (۴۷-۳)$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = 0 \quad (48-3)$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = -\frac{K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (49-3)$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (50-3)$$

$$u_x(r, \theta) = 0 \quad (51-3)$$

$$u_y(r, \theta) = 0 \quad (52-3)$$

$$u_z(r, \theta) = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (53-3)$$

در روابط فوق، K_{III} ضریب شدت تنش برای حالت III می باشد که به صورت زیر محاسبه می گردد.

$$K_{III} = (2\pi r)^{\frac{1}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (54-3)$$

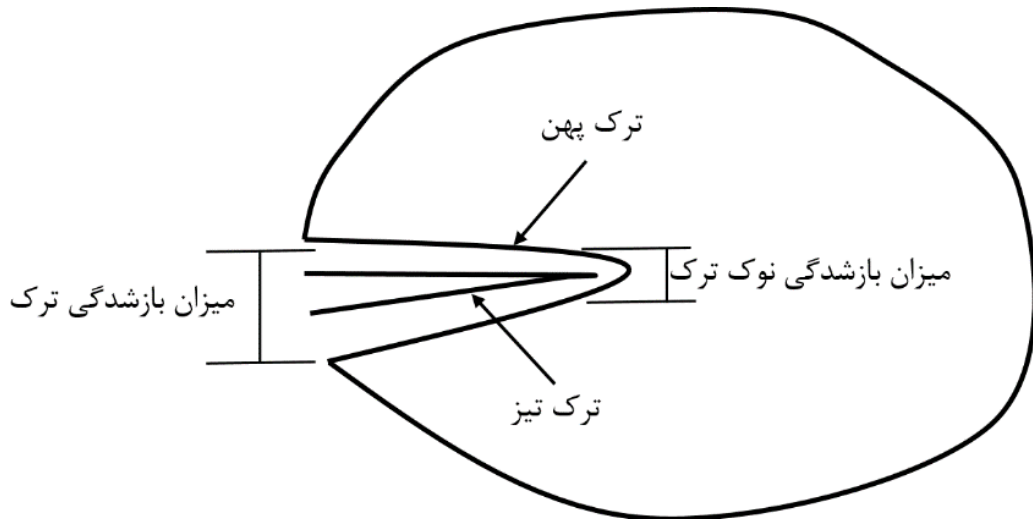
برای بدست آوردن تنش ها و جابجایی ها در حالت تنش صفحه ای (تیموشنکو و گودیر، ۱۹۷۰) باید σ_z را صفر در نظر گرفت و ضریب پواسون ν ، در روابط فوق با $\nu/(1+\nu)$ جایگزین گردد. واحد ضریب شدت تنش در دستگاه متریک به صورت $MPa\sqrt{m}$ می باشد.

۱۲-۳- میزان بازشدگی نوک ترک^۱

در شکست ترد و همچنین شکست الاستیک خطی، میزان بازشدگی نوک ترک صفر در نظر گرفته می شود و ترک ها به صورت تیز^۲ در نظر گرفته می شود. در شکست الاستوپلاستیک که تغییر شکل ها زیاد می باشد می توان میزان باز شدگی ترک را طبق رابطه ۳-۵۵ محاسبه نمود.

^۱ Crack Tip Opening Displacements(CTOD)

^۲ Sharp



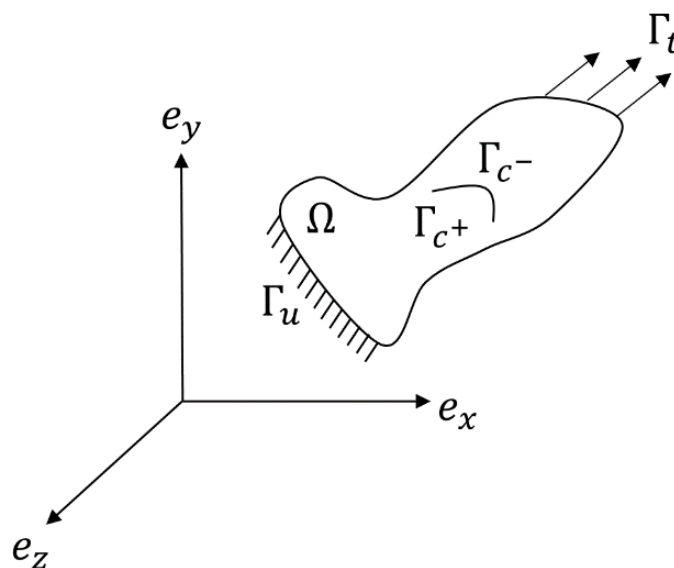
شکل ۳-۵: میزان بازشدگی نوک ترک.

$$CTOD = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{E \sigma_{yld}} \quad (۵۵-۳)$$

در رابطه ۳-۵۵، σ_{yld} تنش تسلیم می‌باشد.

۳-۱۳- فرمول‌سازی مساله و علائم

دامنه Ω دارای مرز Γ می‌باشد، این دامنه از دو وجه ترک (Γ_{c+}, Γ_{c-}) که بدون تنش هستند و قسمت Γ_u که تحت جابجایی \bar{u} قرار گرفته است و قسمت Γ_t که تحت نیروی کششی \bar{t} قرار گرفته است تشکیل شده است.



شکل ۳-۶: دامنه‌ای شامل ترک که تحت جابجایی و نیروی کششی قرار گرفته است.

تنش‌ها، کرنش‌ها و جابجایی‌ها به ترتیب با علائم σ ، ε و u نشان داده می‌شود. در صورتی که نیروهای حجمی^۱ به دامنه مورد نظر وارد نشود معادلات تعادل را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\nabla \cdot \sigma = 0 \quad \text{در } \Omega \quad (56-3)$$

$$\sigma \cdot n = \bar{t} \quad \text{بر روی } \Gamma_t \quad (57-3)$$

$$\sigma \cdot n = 0 \quad \text{بر روی } \Gamma_{c^+} \quad (58-3)$$

$$\sigma \cdot n = 0 \quad \text{بر روی } \Gamma_{c^-} \quad (59-3)$$

n بردار نرمال یکه خارجی است. معادلات کینماتیکی به صورت زیر قابل استخراج است.

$$\varepsilon = \varepsilon(u) = \nabla_s u \quad \text{بر روی } \Omega \quad (60-3)$$

$$u = \bar{u} \quad \text{بر روی } \Gamma_u \quad (61-3)$$

در رابطه ۳-۶۰، ∇_s عملگر گرادینان می‌باشد. روابط استخراجی با فرض در نظر گرفتن رفتار الاستیک خطی می‌باشد.

$$\sigma = C : \varepsilon \quad (62-3)$$

در معادله ۳-۶۲، C تانسور هوک می‌باشد. میزان جابجایی مجاز U و U_0 به صورت زیر می‌باشد.

$$U = \{v \in V \mid u = \bar{u}\} \quad (63-3)$$

$$U_0 = \{v \in V \mid u = 0\} \quad (64-3)$$

V فضایی است که شامل جابجایی‌های ناپیوسته در امتداد ترک می‌باشد (Γ_C). فرم ضعیف^۲ معادلات تعادل به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\int_{\Omega} \sigma : \varepsilon(v) d\Omega = \int_{\Gamma_t} \bar{t} \cdot v d\Gamma \quad \forall v \in U_0 \quad (65-3)$$

مرز Γ_C در فرم معادله ضعیف به دلیل عدم وجود تنش در نظر گرفته نمی‌شود. با در نظر گرفتن روابط ۳-۶۲ و ۳-۶۵ و همچنین معادلات کینماتیکی به ازای $u \in U$ می‌توان نوشت.

$$\int_{\Omega} \varepsilon(u) : C : \varepsilon(v) d\Omega = \int_{\Gamma_t} \bar{t} \cdot v d\Gamma \quad \forall v \in U_0 \quad (66-3)$$

¹ Body forces

² Weak form

راه حل بسیاری از مسائل مهندسی بر مبنای تقریب‌های خطی صورت می‌گیرد. در آنالیزهای سازه‌ای برای در نظر گرفتن تقریب، موارد زیر در نظر گرفته می‌شود.

- جابجایی‌ها کوچک هستند و می‌توان از آن‌ها در معادلات تعادل صرف نظر کرد.
- تنش و کرنش دارای رابطه خطی با یکدیگر هستند (قانون هوک برقرار است).
- بارگذاری ثابت است و به جابجایی وابسته نمی‌باشد.
- تکیه‌گاه‌ها در طول مدت بارگذاری ثابت هستند و دچار تغییر و جابجایی نمی‌شوند.

$$Kd = F \quad (۶۷-۳)$$

در معادله فوق K ماتریس سختی سازه، d بردار جابجایی گره‌ای و F بردار نیروی خارجی گره‌ای است.

ویژگی حل این مساله خطی بدین صورت است که:

- جابجایی متناسب با بارگذاری است.
- سختی سازه به میزان بارگذاری وابسته نمی‌باشد.

در واقعیت رفتار سازه‌ها غیرخطی است اما واگرایی آن نسبت به حالتی که رفتار سازه خطی در نظر گرفته می‌شود ناچیز است و می‌توان از آن صرف نظر کرد. از سوی دیگر رفتار برخی از سازه‌ها به صورت غیرخطی است و نمی‌توان رفتار این سازه‌ها را به صورت خطی در نظر گرفت. به عنوان مثال سازه‌های لاغر دارای رفتاری غیرخطی هستند. بسیاری از مواد دارای رفتار غیرخطی‌اند یا رفتار خطی ماده را نمی‌توان برای آن‌ها به کار برد. اگر تنش از حد معینی بیش‌تر گردد ممکن است تکیه‌گاه‌ها در حین اعمال بار تغییر کنند و در نتیجه سازه دارای رفتار غیرخطی گردد. اگر چنین رفتاری را در اجزاء محدود در نظر بگیریم، مجموعه معادلات تعادل که خطی می‌باشند به صورت غیرخطی تبدیل می‌گردند و مجموعه معادلات خطی رابطه ۶۷-۳ به مجموعه روابط جبری غیرخطی زیر تبدیل می‌گردد.

$$R(d) = F \quad (۶۸-۳)$$

جابجایی به شرایط مرزی وابسته است. شایع‌ترین شرایط مرز غیرخطی در مسائل تماسی پدید می‌آید. در نتیجه در رابطه با رفتار غیرخطی سازه‌ها باید دانست استفاده از اصل برهم‌نهی امکان‌پذیر نمی‌باشد.

به طور مثال نتایج حاصل از بارگذاری‌های مختلف را نمی‌توان با یکدیگر جمع نمود و نتیجه حاصل از آن را معادل با نتیجه مجموع بارهای وارده، یکسان در نظر گرفت.

۳-۱۴- روش افزایشی^۱

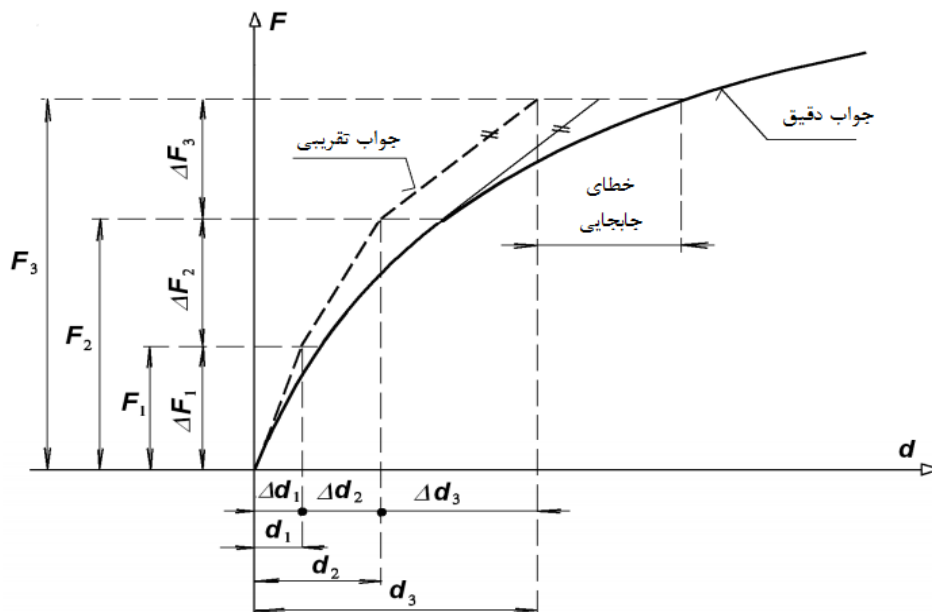
بار وارد شده به مجموعه‌ای از نیروهای افزایشی ΔF_i تقسیم می‌گردد. افزایش جابجایی‌ها Δd_i از طریق حل مجموعه‌ای از معادلات خطی بدست می‌آید.

$$K_{T(i-1)} \Delta d_i = \Delta F_i \quad (۶۹-۳)$$

و راه حل بروز رسانی شده از طریق رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$d_i = d_{i-1} + \Delta d_i \quad (۷۰-۳)$$

این روش در شکل ۷-۳ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود جواب تقریبی دارای خطا نسبت به جواب واقعی می‌باشد و تدریجاً به مقدار آن اضافه می‌گردد. برای کاهش این خطا، باید از گام‌های کوچک افزایشی استفاده گردد که این روش مناسب و کارآمد نمی‌باشد. از سوی دیگر، تقسیم کردن روند افزایشی بارگذاری به مقادیر کوچک، برای مدل کردن مسیر بارگذاری، که به رفتار سازه وابسته است ضروری می‌باشد.



شکل ۷-۳: روش افزایشی.

^۱ Incremental method

۳-۱۵- روش نیوتن رافسون^۱ استاندارد

فرض می‌شود که جابجایی اولیه d_0 مشخص باشد. اولین حدس برای جابجایی گره‌ای برای بار F ، با حل مجموعه معادلات جبری خطی بدست می‌آید.

$$K_{T(0)} d_1 = F \quad (۷۱-۳)$$

در رابطه ۳-۷۱، $K_{T(0)}$ ماتریس سختی مماسی محاسبه شده برای اولین جابجایی است:

$$K_{T(0)} = K_T(d_0) \quad (۷۲-۳)$$

رابطه ۳-۶۸ بیان‌گر مجموعه معادلات جبری غیرخطی، برای مشخص کردن جابجایی‌های ناشناخته d

است. در معادله ۳-۷۱ جابجایی d_1 دقیق نمی‌باشد و رابطه ۳-۶۸ ارضا نمی‌گردد. $R(d_1) \neq F$

میزان نیروهای باقی‌مانده گره‌ای برابر است با:

$$r_1 = R(d_1) - F \quad (۷۳-۳)$$

همچنین ماتریس سختی مماسی جدید برابر است با:

$$K_{T(1)} = K_T(d_1) \quad (۷۴-۳)$$

و با حل مجموعه جدید معادلات جبری خطی خواهیم داشت:

$$K_{T(1)} \Delta d_1 = r_1 \quad (۷۵-۳)$$

برای بدست آوردن راه حل بهبود یافته خواهیم داشت:

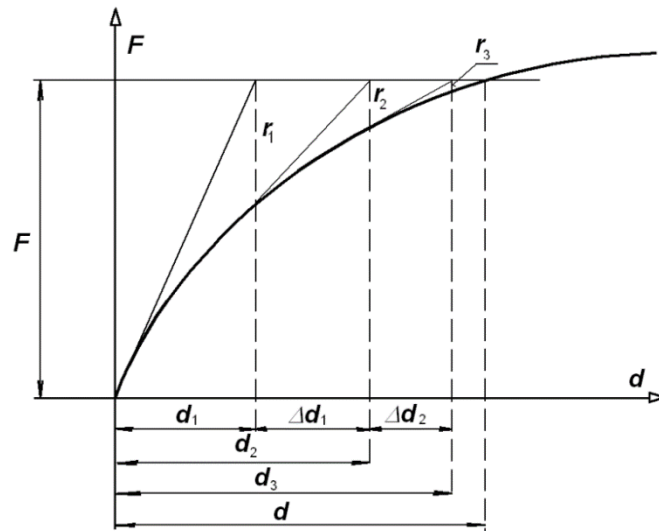
$$d_2 = d_1 + \Delta d_1 \quad (۷۶-۳)$$

اگر $r_2 = R(d_2) - F \neq 0$ باشد آن‌گاه این روند تا زمانی که جواب به اندازه کافی دقیق باشد تکرار

می‌گردد. این روند به صورت شکل ۳-۸ نمایش داده شده است. این روش موسوم به روش نیوتن رافسون

استاندارد می‌باشد.

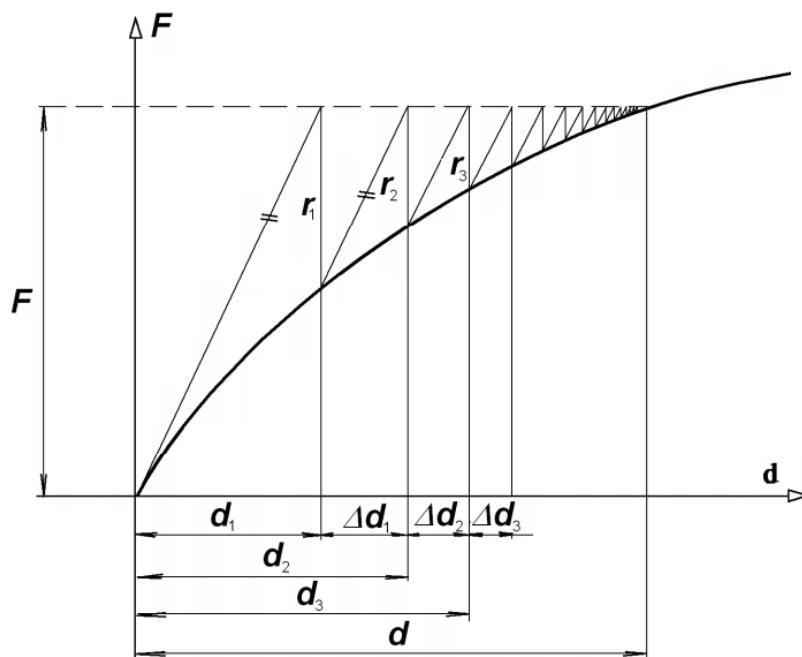
^۱ Newton-Raphson method



شکل ۳-۸: روش نیوتن رافسون استاندارد.

۳-۱۶- نیوتن رافسون اصلاح شده

تفاوت روش نیوتن اصلاح شده با روش استاندارد در ماتریس سختی می‌باشد که از آن فاکتور گرفته می‌گردد. شکل ۳-۹، ماتریس سختی مماسی تشکیل شده و در ابتدا تجزیه شده است و در ادامه راه حل مورد استفاده قرار گرفته است. حسن استفاده از این روش در صرفه‌جویی در زمان محاسبه شده توسط رایانه است.



شکل ۳-۹: روش نیوتن رافسون اصلاح شده.

۳-۱۷- روش اجزاء محدود^۱

در روش اجزاء محدود دامنه Ω به زیر دامنه‌های هندسی $\Omega_e, e=1, \dots, N_e$ که المان نام دارد تقسیم می‌شود.

$$\Omega = \bigcup_{e=1}^{N_e} \Omega_e \quad (۷۷-۳)$$

المان‌ها مش را تولید می‌کنند. در هر المان رشته‌های ناشناخته به وسیله تابعی ساده همانند توابع چند جمله‌ای گسسته‌سازی می‌شود. ضرایب شناخته شده به‌عنوان توابع شکل^۲ و ضرایب ناشناخته به‌عنوان درجات آزادی نامیده می‌شود. در حالت عمومی درجات آزادی از اهمیت مکانیکی بیشتری برخوردار هستند. برای المان‌هایی از مرتبه اول با تغییر مکان‌های x و y در هر گره سروکار خواهیم داشت.

d_i^α نشان دهنده جابجایی در گره i و در جهت α می‌باشد (α, x یا y می‌باشد) و ϕ_i^α متناظر با تابع شکل می‌باشد. تابع تقریب اجزاء محدود در المان Ω_e به‌صورت رابطه ۷۸-۳ بیان می‌گردد.

$$u(x)|_{\Omega_e} = \sum_{i \in N_n} \sum_{\alpha} d_i^\alpha \phi_i^\alpha(x) \quad (۷۸-۳)$$

در رابطه فوق، N_n مجموعه‌ای از حالت‌های المان Ω_e است. رابطه ۷۸-۳ بیان حالت سخت^۳ و کرنش ثابت را در درون المان ممکن می‌سازد. پیوستگی تابع تقریب در دامنه، بدین صورت تعریف می‌شود که درجات آزادی، در گره‌هایی که المان‌ها را به‌صورت مشترک به یکدیگر متصل کرده است به‌صورت یکسان تعریف می‌گردد.

K_{ij}^e ماتریس سختی و f_i^e بردار نیرو در اجزاء محدود به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$K_{i\alpha, j\beta}^e = \int_{\Omega_e} \mathcal{E}(\phi_i^\alpha) : C : \mathcal{E}(\phi_j^\beta) d\Omega \quad (۷۹-۳)$$

$$f_{i\alpha}^e = \int_{\Gamma_i \cap \partial\Omega^e} \bar{t} \cdot \phi_i^\alpha d\Gamma \quad (۸۰-۳)$$

معادلات کلی، با سرهم کردن ماتریس‌های ابتدایی و نیروها در ماتریس کلی سختی و بردار کلی نیرو بدست می‌آید.

^۱ Finite element method

^۲ Shape function

^۳ Rigid mode

در هنگام سرهم کردن کردن، معادلاتی را که شرایط مرزی درجات آزادی آنها از نوع دیریکله است را فرمول بندی نمی کنیم.

بر خلاف روش تابع تقریب رایلی_ ریتز، روش تابع تقریب اجزاء محدود روش قوی تری می باشد. رفتار المان با ماتریس سختی اولیه ای که با نیروهای گره ای و جابجایی های گره ای مرتبط است، تعریف می گردد. برای حل معادلات کلی نیاز است که سازه متعادل باشد، یعنی مجموع نیروهای گرهی در هر گره صفر باشد. نهایتاً روش اجزاء محدود روشی قوی در برنامه های کاربردی در صنعت و شبیه سازی عددی می باشد. با این حال استفاده از روش اجزاء محدود برای مسائلی با هندسه پیچیده و یا مسائل تکامل سطح داخلی، با مشکلاتی از جنبه مش بندی مواجه است.

۳-۱۸- روش اجزاء محدود در مکانیک شکست

مفهوم ریاضی روش اجزاء محدود بر پایه تعریف تقسیم بندی واحد^۱ می باشد، که به صورت زیر تعریف می گردد.

$$\sum_{k=1}^m f_k(x) = 1 \quad (۸۱-۳)$$

با انتخاب تابع دلخواه $\psi(x)$ می توان نشان داد:

$$\sum_{k=1}^m f_k(x)\psi(x) = \psi(x) \quad (۸۲-۳)$$

به کمک تعریف تقسیم بندی واحد، تابع تقریب بکار رفته برای جابجایی نقطه x در یک مدل اجزاء محدود را به شکل زیر می توان تعریف کرد.

$$u^h = \sum_{j=1}^n N_j(x) \left(u_j + \sum_{k=1}^m p_k(x) a_{jk} \right) \quad (۸۳-۳)$$

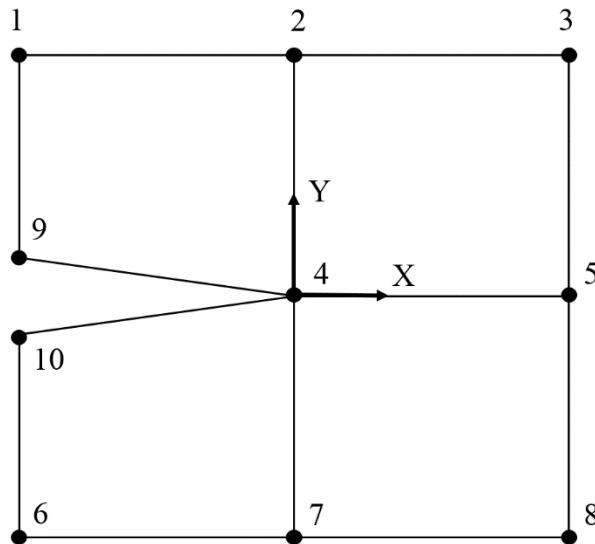
در رابطه ۳-۸۳، N_j تابع شکل، a_{jk} میزان درجه آزادی گرهی و P_k تابع غنی کننده^۲ می باشد.

^۱ Partition of unity

^۲ Enrichment function

۳-۱۹- اجزاء محدود گسترش یافته غنی شده (تابع پرش^۱)

برای توضیح این موضوع که چگونه ناپیوستگی به اجزاء محدود اضافه شده است، می‌توان هندسه‌ای دوبعدی که شامل چهار المان و ترک لبه‌ای است را در نظر گرفت (شکل ۳-۱۰).



شکل ۳-۱۰: هندسه دوبعدی دارای ترک.

میزان جابجایی را می‌توان بر طبق معادله زیر محاسبه نمود.

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^{10} N_i(x, y) u_i \quad (۳-۸۴)$$

در رابطه ۳-۸۴، $N_i(x, y)$ تابع شکل نقطه i است که این نقطه دارای مختصات (x, y) است و u_i بردار جابجایی است. با تعریف c در حدفاصل u_9 و u_{10} ، و d که مشخص کننده حد فاصل این دو گره است می‌توان روابط زیر را تعریف کرد.

$$c = \frac{u_9 + u_{10}}{2} \quad (۳-۸۵)$$

$$d = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \quad (۳-۸۶)$$

همچنین داریم:

$$u_9 = c + d \quad (۳-۸۷)$$

$$u_{10} = c - d \quad (۳-۸۸)$$

^۱ Jump function

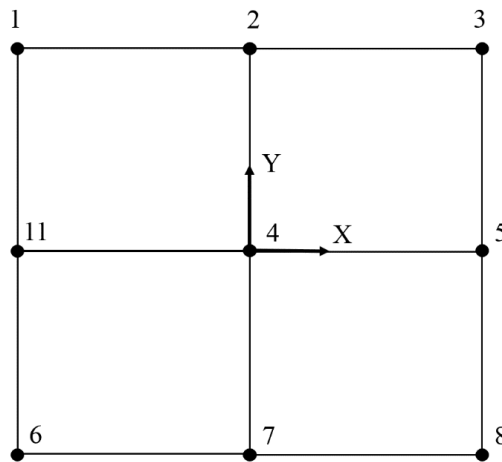
با تغییر در رابطه ۳-۸۳، می‌توان نوشت:

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^8 N_i(x, y)u_i + c(N_9 + N_{10}) + d(N_9 + N_{10})H(x, y) \quad (۸۹-۳)$$

در رابطه فوق تابع پرش به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$H(x, y) = \begin{cases} +1 & y > 0 \\ -1 & y < 0 \end{cases} \quad (۹۰-۳)$$

با جایگزین کردن $(N_9 + N_{10})$ با N_{11} و همچنین c با u_{11} ، معادله تقریب جابجایی به صورت معادله ۳-۹۱ تعریف می‌گردد. شکل ۳-۱۱ نشان دهنده هندسه دوبعدی تبدیل یافته می‌باشد.



شکل ۳-۱۱: هندسه دوبعدی تبدیل یافته که فاقد ناپیوستگی می‌باشد.

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^8 (N_i(x, y)u_i + N_{11}u_{11}) + (dN_{11}H(x, y)) \quad (۹۱-۳)$$

قسمت اول رابطه فوق نشان دهنده معادله اجزاء محدود، و قسمت دوم نشان دهنده معادله غنی کننده مرتبط با گره جدید u_{11} می‌باشد. این قسمت نشان دهنده درجه آزادی جدید می‌باشد. رابطه فوق نشان می‌دهد که هندسه ترک را می‌توان با مش بندی فاقد ناپیوستگی مدل سازی کرد.

۳-۲۰- اجزاء محدود گسترش یافته در مواد ایزوتروپیک^۱

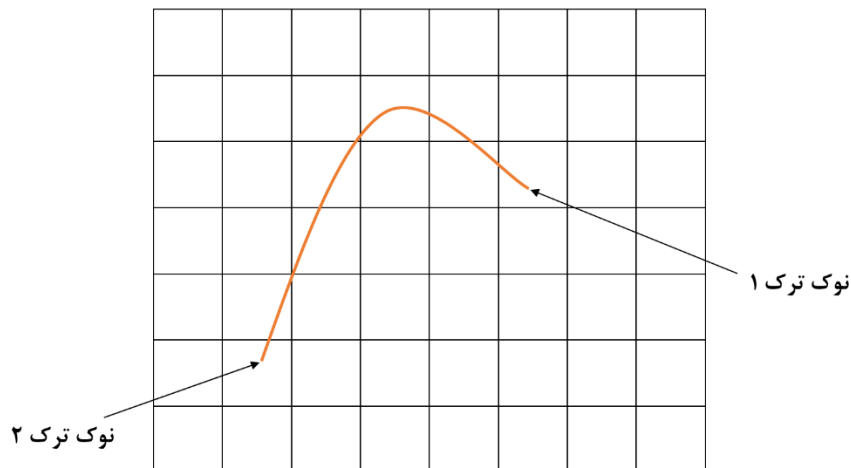
ماده‌ای ایزوتروپیک یا همگن است که مشخصات مکانیکی آن از قبیل مدول الاستیسته، مدول برشی و ضریب پواسون مستقل از موقعیت و راستای نقطه‌ای باشد. برای بدست آوردن میزان جابجایی نقطه x

^۱ Isotropic

در یک مدل اجزاء محدود که در حوزه جدایش قرار دارد می‌توان تابع تقریب زیر را بکار برد.

$$u^h(x) = u^{FE} + u^{enr} = \sum_{j=1}^n N_j(x)u_j + \sum_{k=1}^m N_k(x)\Psi(x)a_k \quad (92-3)$$

برای مدل‌سازی یک ترک دلخواه (شکل ۱۲-۳)، معادله ۹۳-۳ را می‌توان به کار برد.

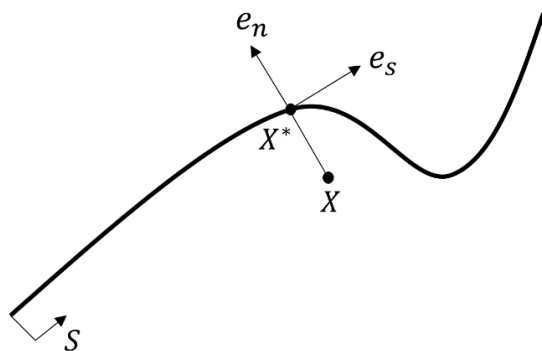


شکل ۱۲-۳: هندسه ترکی دلخواه در فضای مش‌بندی.

$$u^h = \sum_{j=1}^n N_j(x)u_j + \sum_{h=1}^m N_h(x)H(\xi(x))a_h + \sum_{k=1}^{mt_1} N_k(x) \left(\sum_{l=1}^{mf} F_l^1(x)b_k^{l1} \right) + \sum_{k=1}^{mt_2} N_k(x) \left(\sum_{l=1}^{mf} F_l^2(x)b_k^{l2} \right) \quad (93-3)$$

در رابطه فوق، m تعداد گره‌هایی است که ترک، المان آن‌ها را قطع کرده است و این المان‌ها در دو نوک ترک نیستند، mt_1 و mt_2 دلالت بر مجموعه گره‌های ابتدا و انتهای نوک ترک، a_h ، b_k^{l1} و b_k^{l2} درجات آزادی گرهی اضافی، N_i ، N_j و N_k دلالت بر تابع شکل و تابع $H(x)$ تابع هویساید است که اگر x در بالای ترک قرار گیرد، مثبت است و بالعکس منفی است. با توجه به شکل ۱۳-۳، e_n بردار واحد عمود بر امتداد ترک، e_s بردار واحد مماسی و x^* نزدیک‌ترین نقطه به x باشد. بنابراین هویساید با توجه به رابطه ۹۴-۳ بدست می‌آید (محمدی، ۲۰۰۸). همچنین $F_l^i(x)$ ، $i=1,2$ تابع تغییر مکانی دوبعدی، نزدیک نوک ترک می‌باشد که بر طبق رابطه ۹۵-۳ تعریف می‌شود.

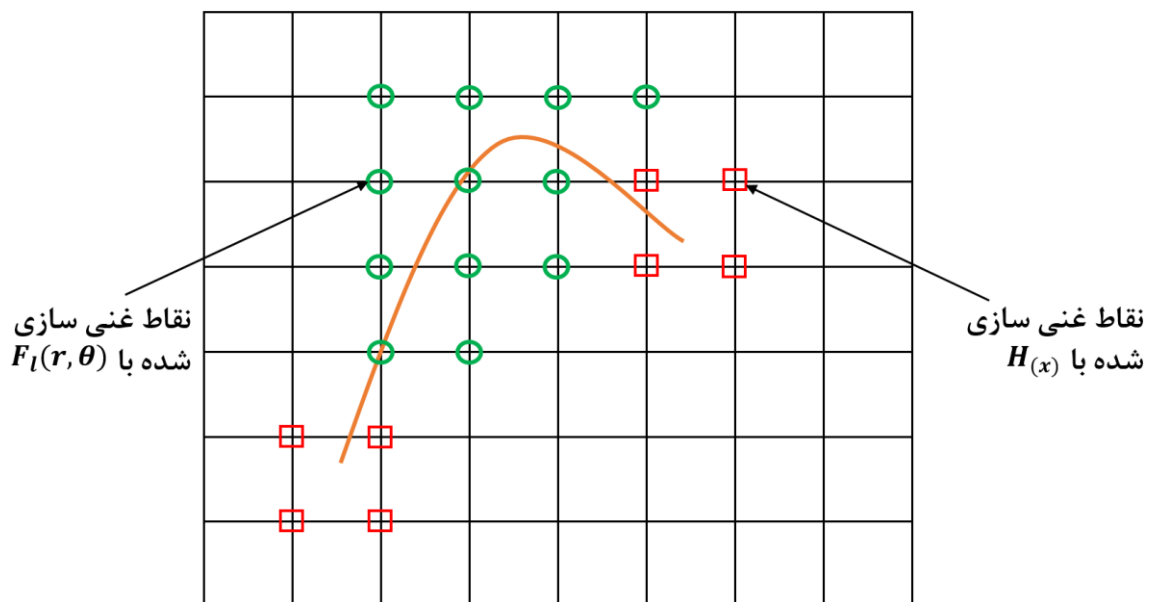
$$H(x) = \begin{cases} +1 & ; (x-x^*).e_n > 0 \\ -1 & ; (x-x^*).e_n < 0 \end{cases} \quad (94-3)$$



شکل ۳-۱۳: بردارهای مماسی و عمودی بر ترک.

$$\{F_l(r, \theta)\} = \left\{ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \right\} \quad (۹۵-۳)$$

نحوه غنی‌سازی گره‌ها بدین صورت است که گره‌های تشکیل دهنده المانی که ترک از درون آن‌ها رد شده و نوک ترک در آن المان نمی‌باشد، توسط $H(x)$ غنی می‌شوند و گره‌های تشکیل دهنده المانی که نوک ترک در درون المان قرار دارد با $F_l(r, \theta)$ غنی سازی می‌شوند. همان‌طور که در شکل (۳-۱۴) مشاهده می‌شود نقاط دایره‌ای شکل توسط $H(x)$ غنی می‌شوند و نقاط مربعی شکل توسط $F_l(x)$ غنی می‌شوند.



شکل ۳-۱۴: گره‌های غنی شده توسط $H(x)$ و $F_l(r, \theta)$.

۳-۲۱- روابط اساسی

دامنه Ω را که مرز آن Γ است را در نظر بگیرید. مرز Γ ترکیبی است از Γ_u ، Γ_t و Γ_c ، که $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_t \cup \Gamma_c$ می‌باشد و در شکل ۳-۱۵ نشان داده شده است. جابجایی بر روی مرز Γ_u ، کشش بر روی مرز Γ_t و ترک بر روی مرز Γ_c اعمال می‌گردد.

معادلات تعادل و شرایط مرزی به صورت روابط (۳-۹۶) الی (۳-۹۹) می‌باشد.

$$\nabla \cdot \sigma + f^b = 0 \quad \text{در } \Omega \quad (۳-۹۶)$$

$$\sigma \cdot n = f^t \quad \text{بر روی } \Gamma_t \quad (۳-۹۷)$$

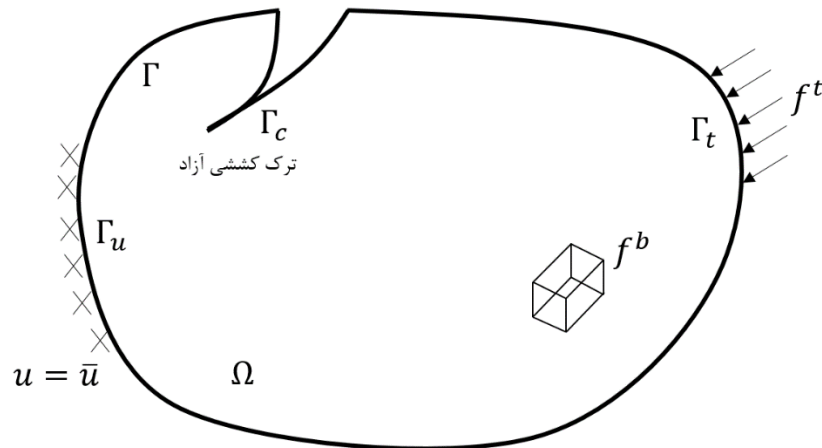
$$\sigma \cdot n = 0 \quad \text{بر روی } \Gamma_c \quad (۳-۹۸)$$

$$u = \bar{u} \quad \text{بر روی } \Gamma_u \quad (۳-۹۹)$$

معادله کینماتیکی مبتنی بر جابجایی به صورت رابطه (۳-۱۰۰) بدست می‌آید.

$$\varepsilon = \varepsilon(u) = \nabla_s u \quad (۳-۱۰۰)$$

در رابطه فوق، اپراتور گرادیان است.



شکل ۳-۱۵: شرایط مرزی هندسه‌ای دوبعدی دارای ترک.

طبق رابطه زیر داریم:

$$W_{int} = W_{ext} \quad (۳-۱۰۱)$$

لذا خواهیم داشت:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} f^b \delta u^b d\Omega + \int_{\Gamma} f^t \delta u^t d\Gamma \quad (102-3)$$

با گسسته‌سازی رابطه ۱۰۲-۳ و استفاده از رابطه ۳-۹۳، سیستمی از معادلات خطی را نتیجه خواهد داد.

$$Ku^h = f \quad (103-3)$$

در رابطه فوق K ، ماتریس سختی، f ماتریس بردار خارجی نیرو و u^h بردار درجه آزادی گره‌ها می‌باشد.

$$K_{ij}^e = \begin{bmatrix} k_{ij}^{uu} & k_{ij}^{ua} & k_{ij}^{ub} \\ k_{ij}^{au} & k_{ij}^{aa} & k_{ij}^{ab} \\ k_{ij}^{bu} & k_{ij}^{ba} & k_{ij}^{bb} \end{bmatrix} \quad (104-3)$$

$$f_i^e = \{f_i^u \quad f_i^a \quad f_i^{b1} \quad f_i^{b3} \quad f_i^{b3} \quad f_i^{b4}\}^T \quad (105-3)$$

$$u^h = \{u \quad a \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4\}^T \quad (106-3)$$

اعضای ماتریس روابط ۱۰۴-۳ و ۱۰۵-۳ به صورت زیر محاسبه خواهند شد.

$$K_{ij}^{rs} = \int_{\Omega^e} (B_i^r)^T D B_j^s d\Omega \quad (r, s = u, a, b) \quad (107-3)$$

$$f_i^u = \int_{\Gamma_i} N_i f^t d\Gamma + \int_{\Gamma_i} N_i f^b d\Omega \quad (108-3)$$

$$f_i^a = \int_{\Gamma_i} N_i H f^t d\Gamma + \int_{\Gamma_i} N_i H f^b d\Omega \quad (109-3)$$

$$f_i^{b\alpha} = \int_{\Gamma_i} N_i F_{\alpha} f^t d\Gamma + \int_{\Gamma_i} N_i F_{\alpha} f^b d\Omega \quad \alpha = (1, 2, 3, 4) \quad (110-3)$$

در معادله ۱۱۰-۳، B ماتریس تابع شکل می‌باشد که به صورت زیر به دست می‌آید.

$$B_i^u = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,y} & 0 \\ 0 & 0 & N_{i,z} \\ 0 & N_{i,z} & N_{i,y} \\ N_{i,z} & 0 & N_{i,x} \\ N_{i,y} & N_{i,x} & 0 \end{bmatrix} \quad (111-3)$$

با استفاده از مفهوم تقسیم‌بندی واحد مقدار ماتریس شکل به صورت به دست می‌آید.

$$B_i^b = \begin{bmatrix} (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,x} & 0 & 0 \\ 0 & (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,y} & 0 \\ 0 & 0 & (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,z} \\ 0 & (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,z} & (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,y} \\ (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,z} & 0 & (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,x} \\ (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,y} & (N_i(H(x) - H(x_i)))_{,x} & 0 \end{bmatrix} \quad (112-3)$$

$$B_i^b = [B_i^{b1} \quad B_i^{b2} \quad B_i^{b3} \quad B_i^{b4} \quad B_i^{b5} \quad B_i^{b6} \quad B_i^7 \quad B_i^{b8}] \quad (113-3)$$

$$\mathbf{B}_i^b = \begin{bmatrix} (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,x} & 0 & 0 \\ 0 & (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,y} & 0 \\ 0 & 0 & (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,z} \\ 0 & (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,z} & (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,y} \\ (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,z} & 0 & (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,x} \\ (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,y} & (N_i(\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_i)))_{,x} & 0 \end{bmatrix} \quad (114-3)$$

در رابطه ۳-۱۱۴، $\alpha = 1, 2, 3, 4$ می‌باشد.

فصل چهارم: مدل سازی و نتایج

۴-۱- مقدمه

امروزه نرم‌افزارهای گوناگون و متفاوتی در جهت بررسی و آنالیز مسائل خطی و غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. نرم‌افزار آباکوس یکی از پرکاربردترین نرم‌افزارها در زمینه آنالیز اجزاء محدود می‌باشد. ایده اولیه و اصلی طراحی نرم‌افزار آباکوس در سال ۱۹۷۲ میلادی از پایان‌نامه دکترای دیوید هبیت تحت عنوان "مکانیک محاسباتی بر پایه روش اجزاء محدود" گرفته شده است، سپس این نرم‌افزار در سال ۱۹۷۸ توسط پاول و همکارانش^۱ طراحی و مورد استفاده محققان قرار گرفت. اساس طراحی این نرم‌افزار بر پایه روابط غیرخطی بنا شده است از این‌رو به کمک این نرم‌افزار قدرتمند می‌توان مسائل پیچیده و دشواری را که مطابق با واقعیت هستند مدل‌سازی نمود. این نرم‌افزار علاوه بر تحلیل مسائل مکانیک جامدات و سازه، تحلیل مسائلی همچون انتقال حرارت، نفوذ جرم، تحلیل حرارتی اجزاء الکتریکی، آکوستیک، مکانیک خاک و پیزوالکتریک را نیز ممکن می‌سازد. از این‌رو آباکوس به‌عنوان نرم‌افزاری قدرتمند و محبوب در میان محققان و پژوهشگران شناخته می‌گردد.

تحلیل مسائل اجزاء محدود در نرم‌افزار آباکوس شامل سه قسمت می‌گردد:

- پیش پردازش^۲
- حل مساله^۳
- پس پردازش^۴

۴-۲- مراحل ایجاد و تحلیل یک مدل در محیط آباکوس

محیط آباکوس از قسمت‌های مختلفی تشکیل شده است که عبارتند از:

- Part: در این قسمت، مدل‌سازی هندسی قطعات به‌صورت دوبعدی یا سه‌بعدی انجام می‌گیرد.

¹ Paul et al.

² Preprocessing

³ Problem solving

⁴ Postprocessing

- **Property:** در این قسمت، تعریف خصوصیات مختلف، تعریف پروفیل سطح مقطع و همچنین نسبت دادن خصوصیات تعریف شده به مقاطع مورد تحلیل انجام می‌گیرد.
- **Assembly:** در این قسمت، اتصال قطعات مدل‌سازی شده صورت می‌گیرد.
- **Step:** در این قسمت، روش حل مساله مورد بررسی تعیین می‌گردد.
- **Interaction:** در این قسمت نوع تماس فیزیکی بین سطوح موجود تعیین می‌گردد.
- **Load:** در این قسمت، نوع بارگذاری، مقدار آن و محل وارد شدن بار تعیین می‌گردد.
- **Mesh:** در این قسمت، با تعیین شکل المان و نوع المان، مدل‌سازی صورت پذیرفته به قطعات کوچک‌تری جهت انجام آنالیز تقسیم‌بندی می‌گردد.
- **Job:** در این قسمت، با توجه به قابلیت رایانه مورد استفاده می‌توان تعداد پردازشگر مورد نیاز را انتخاب کرد و آنالیز را شروع کرد.
- **Visualization:** در این قسمت، نتایج آنالیز انجام گرفته قابل نمایش است.

۳-۴- اجزاء محدود گسترش یافته در آباکوس

روش اجزاء محدود گسترش یافته از جمله روش‌های نوین می‌باشد که در مدل‌سازی شکست ترد و شکل‌پذیر با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته است. خویی و برومند (۱۳۸۹) بیان کردند در شکست ترد تغییر شکل پلاستیک اندکی در نوک ترک روی می‌دهد و فرضیات تئوری اجزاء محدود خطی برقرار می‌باشد. اما در شکست شکل‌پذیر پیش از وقوع مرحله نهایی شکست، تغییر شکل پلاستیک زیادی روی داده و انرژی زیادی جذب می‌گردد. بنابراین نمی‌توان از ترم‌های پلاستیک صرف نظر نمود و تئوری اجزاء محدود خطی قابل استفاده نمی‌باشد.

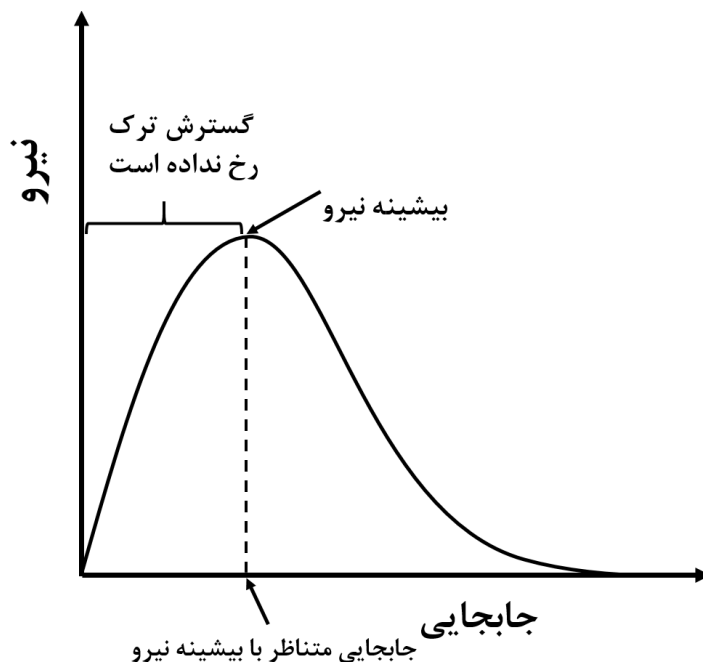
کاظمی و همکاران (۱۳۸۶) بیان کردند روش‌های سنتی اجزاء محدود که مبتنی بر بکارگیری توابع شکل پیوسته برای مدل‌سازی میدان جابجایی هستند، با دو مشکل نیاز به تغییر هندسه شبکه مش‌بندی در هنگام گسترش ترک و وابستگی نتایج تجزیه و تحلیل به هندسه شبکه‌بندی مواجه هستند. روش‌های

نوبت اجزاء محدود از جمله روش اجزاء محدود گسترش یافته امکان مدل‌سازی ترک در داخل اجزاء را مهیا می‌کند و بدین ترتیب نیازی به تغییر شبکه‌بندی در فرآیند گسترش ترک نیست.

در ادامه برای بررسی رفتار گسترش ترک در مواد چندلایه به بررسی دو مثال مهم و کلیدی در این زمینه خواهیم پرداخت. در مثال اول چگونگی مدل‌سازی و گسترش ترک در یک تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه و دولایه خواهیم پرداخت. در ادامه، چگونگی مدل‌سازی و مطالعه گسترش ترک در تست فرورفتگی را مورد بحث و بررسی قرار خواهیم داد. برای هر دو مثال مورد بررسی، رفتار الاستوپلاستیک در نظر گرفته می‌شود.

۴-۴ تعریف و مفهوم نمودار نیرو-جابجایی در گسترش ترک

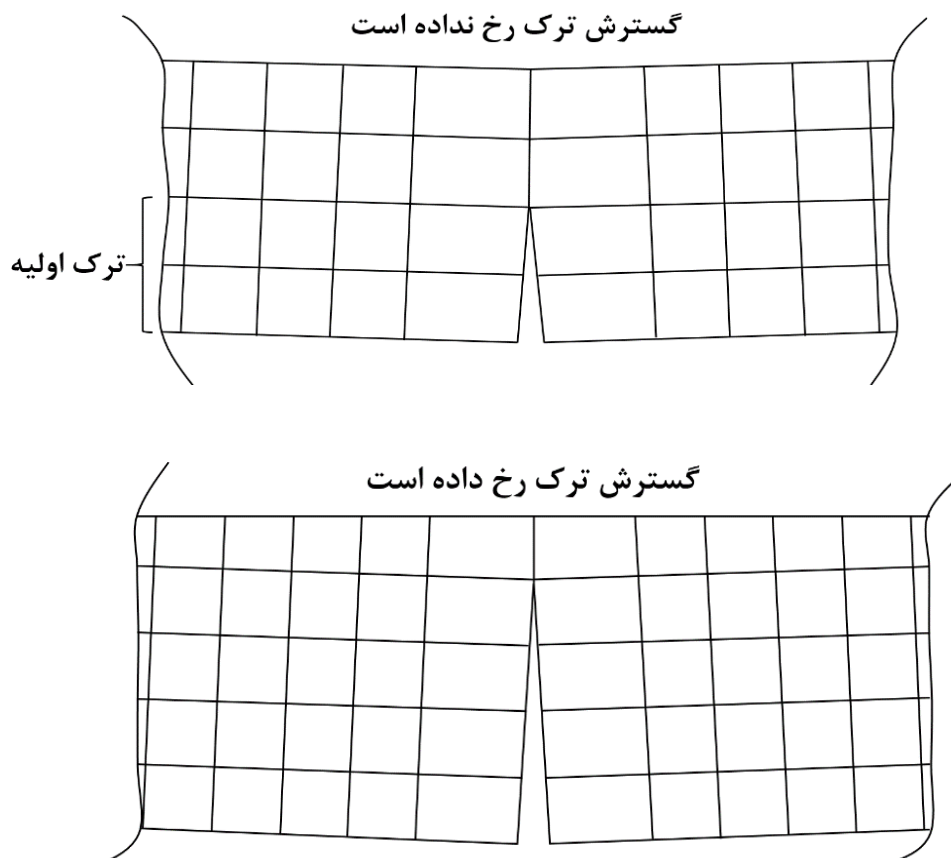
نمودار نیرو-جابجایی از جمله نمودارهای مهم و قابل توجه در بررسی رفتار و مقاومت ماده در گسترش ترک است. با توجه به شکل ۴-۱ هنگامی که نیرو و یا جابجایی به تیر وارد می‌گردد المان‌های موجود در تیر از خود واکنش نشان می‌دهند و شروع به مقاومت در برابر بار وارد شده می‌کنند.



شکل ۴-۱: نمودار نیرو-جابجایی در تیر سه نقطه خمشی.

المان‌ها تا زمانی که به مقاومت نهایی خود نرسیده باشند از خود مقاومت نشان می‌دهند و تیر همچنان می‌تواند باربری را داشته باشد، در این مرحله رشد ترک آغاز نشده است. هنگامی که المان‌ها به مقاومت

نهایی خود می‌رسند (بیشینه باربری تیر) آن‌گاه رشد ترک آغاز می‌گردد و همراه با جابجایی زیادی که در تیر به وجود می‌آید از نیرو کاسته می‌گردد. نمودارهای نیرو-جابجایی بدست آمده در این قسمت برای نقطه مرجع^۱ (RP) نشان داده شده در شکل ۳-۴ بدست آمده است. ترک اولیه در نمونه‌های آزمایشگاهی به صورت شکاف^۲ اولیه و در مدل‌سازی‌های انجام شده توسط نرم‌افزارهای مختلف به عنوان یک محل بحرانی برای شروع گسترش ترک در نظر گرفته می‌شود. برای توضیح دادن مفهوم رشد ترک فرض می‌شود طول هر وجه از ترک اولیه شامل دو المان باشد، به محض وارد شدن بارگذاری مورد نظر به تیر، وجوه ترک اولیه که شامل دو المان می‌باشد از یکدیگر جدا می‌شود. آن‌گاه در ادامه بارگذاری تیر شروع به باربری می‌کند و از خود مقاومت نشان می‌دهد. به هنگام رسیدن تیر به مقاومت نهایی المان‌های بعدی از یکدیگر جدا می‌شوند و گسترش ترک رخ می‌دهد (شکل ۴-۲).



شکل ۴-۲: ترک اولیه و شروع گسترش ترک در تیر سه نقطه خمشی.

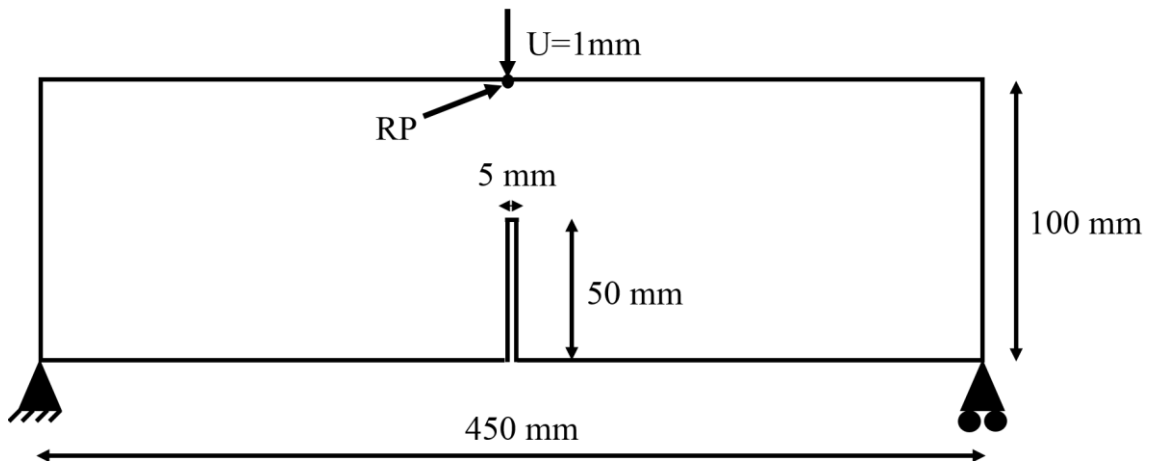
¹ Reference Point

² Notch

۴-۵- تیر سه نقطه خمشی

۴-۵-۱- راستی آزمایشی^۱ مدل سازی تیر سه نقطه خمشی^۲

شکل ۴-۳ نشان دهنده تیر سه نقطه خمشی است. این تیر شامل شکافی^۳ با طول ۵۰ و عرض ۵ میلی متر است که تحت جابجایی ثابت ۱ میلی متر به صورت عمودی در لبه بالایی قرار گرفته است. مصالح اختصاص داده شده به تیر سه نقطه خمشی در جدول ۴-۱ مشخص شده است.



شکل ۴-۳: هندسه و شرایط مرزی تیر سه نقطه خمشی تحت جابجایی وارد شده به لبه بالایی تیر.

جدول ۴-۱: خصوصیات مکانیکی ماده اختصاص داده شده به تیر سه نقطه خمشی.

انرژی شکست (N/mm)	مقاومت کششی (MPa)	ضریب پواسون	مدول یانگ (GPa)
۰/۱۱۳	۲/۴	۰/۲	۲۰

شکل ۴-۴ نمودار نیرو-جابجایی بدست آمده از رویکرد آسیب^۴ به ازای گام‌های مختلف می‌باشد (کرورا و همکارانش^۵ (۲۰۱۰)). با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته و مدل سازی این تیر سه نقطه خمشی در نرم افزار آباکوس نمودار نیرو-جابجایی مشخص شده در شکل ۴-۵ بدست آورده شده است. با توجه به اشکال ۴-۴ و ۴-۵ و مقادیر بیشینه نیرو ذکر شده در نمودار نیرو-جابجایی مشخص می‌گردد

¹ Validation

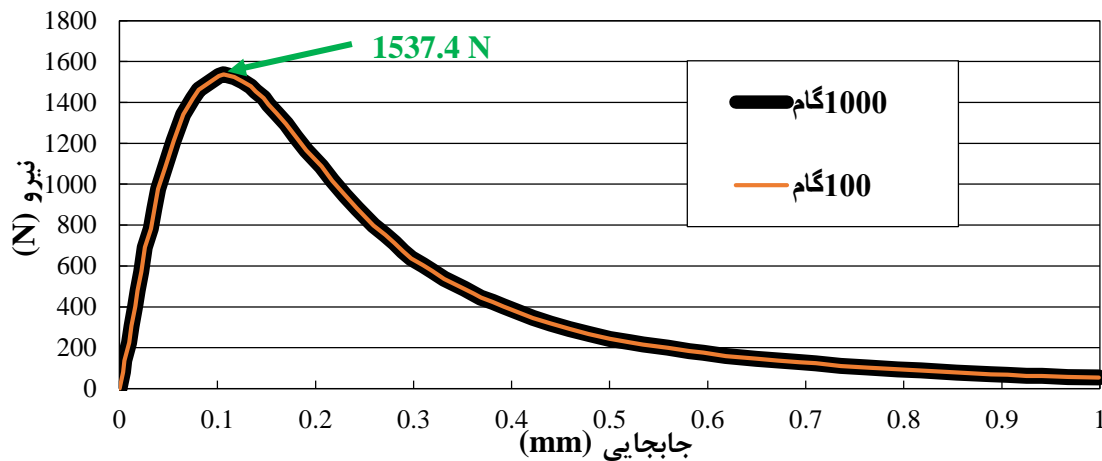
² Three point bending beam

³ Notch

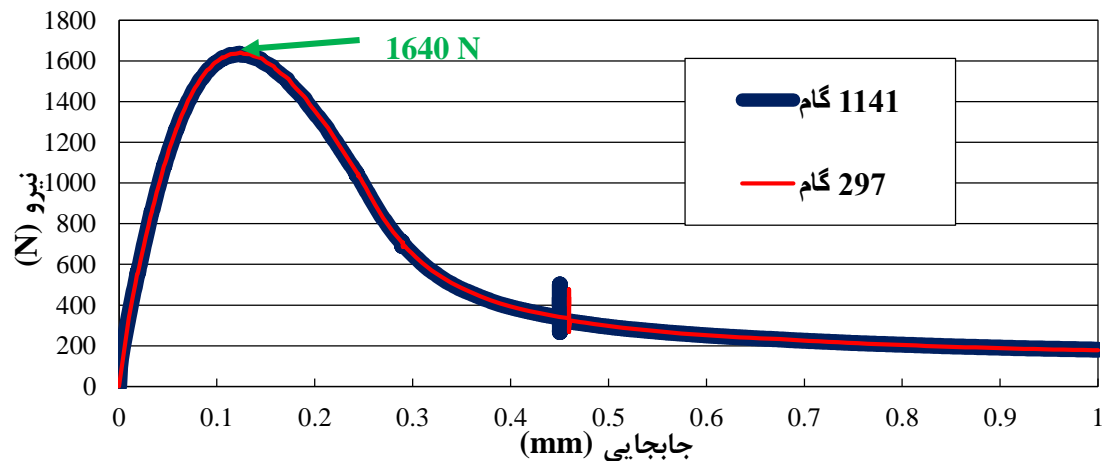
⁴ Damage approach

⁵ Cervera et al.

هر دو نمودار در تایید و تصدیق یکدیگر می‌باشند که نشان از صحت و سقم نرم‌افزار و همچنین مدل-سازی انجام گرفته می‌باشد.



شکل ۴-۴: نمودار نیرو-جابجایی برای تیر سه نقطه خمشی با استفاده از رویکرد آسیب (کرورا و همکارانش، ۲۰۱۰).



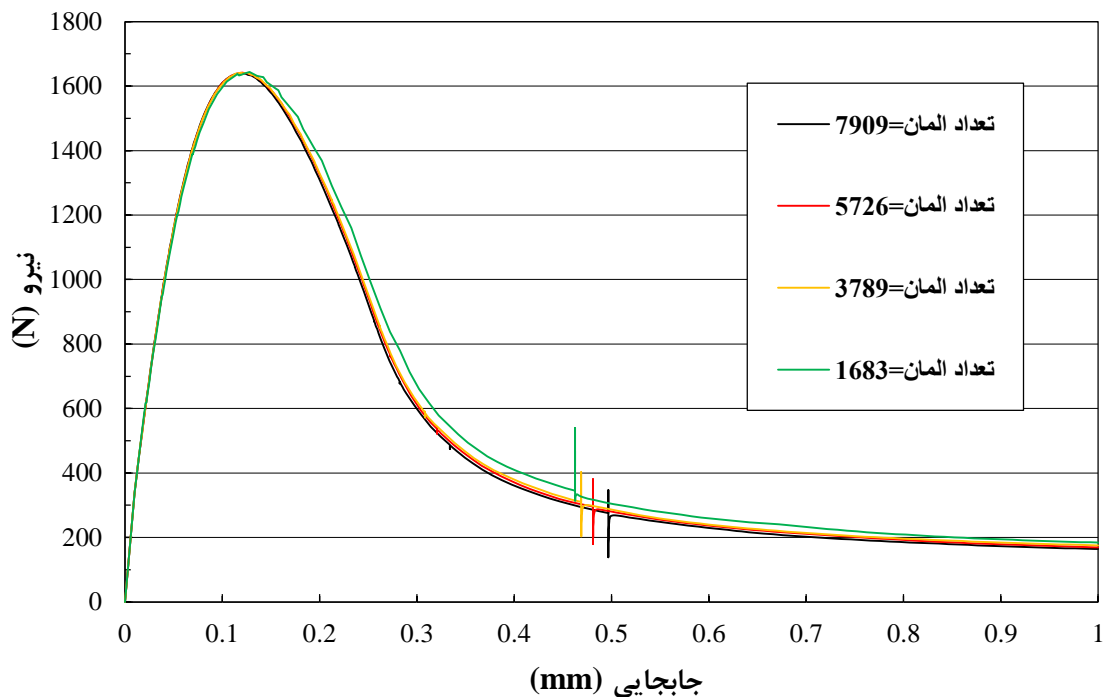
شکل ۴-۵: نمودار نیرو-جابجایی برای تیر سه نقطه خمشی مدل‌سازی شده در نرم‌افزار آباکوس با استفاده از روش اجزاء محدود گسترش یافته.

در ادامه اثر مدول یانگ و انرژی شکست در گسترش ترک مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. رفتار تیر سه نقطه خمشی به صورت الاستوپلاستیک و همگن در نظر گرفته می‌شود. مدل‌سازی مساله تیر سه نقطه خمشی در فضای دوبعدی صورت گرفته است و شرایط مساله به صورت تنش صفحه‌ای^۱ در نظر گرفته می‌شود. بارگذاری وارد شده به تیر از نوع کنترل جابجایی^۲ می‌باشد، بدین صورت که این جابجایی به صورت عمودی، در وسط دهانه و به لبه بالایی تیر به مقدار ۱ میلی‌متر اعمال می‌گردد. در این

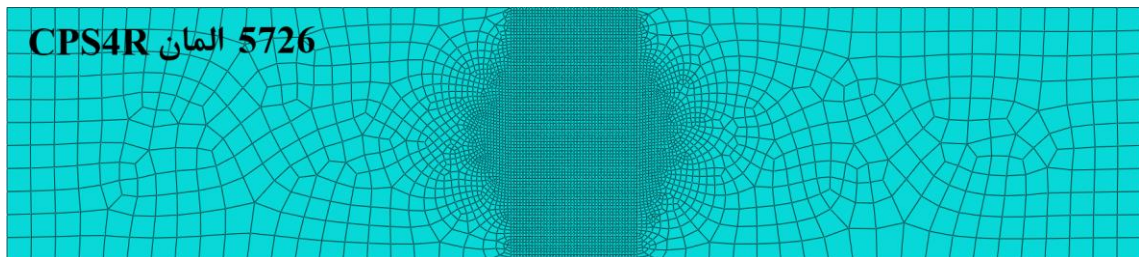
¹ Plain stress

² Displacement control

مدل سازی نوع ترک به وجود آمده از نوع مود بازشونده می باشد. مشخصات مصالح مورد استفاده در این مدل سازی در جدول ۲-۴ مشخص شده است. شکل ۴-۷ نشان دهنده دو ناحیه مختلف مش بندی می باشد که در ناحیه وسط از مش بندی منظم و در نواحی کناری از مش بندی آزاد استفاده شده است. در این مدل سازی با استفاده از تحلیل حساسیت برای بدست آوردن تعداد المان از ۵۷۲۶ المان *CPS4R* در کل تیر جهت مش بندی استفاده شده است (شکل ۴-۶).



شکل ۴-۶: نمودار تحلیل حساسیت برای تعداد المان ها در تیر سه نقطه خمشی.

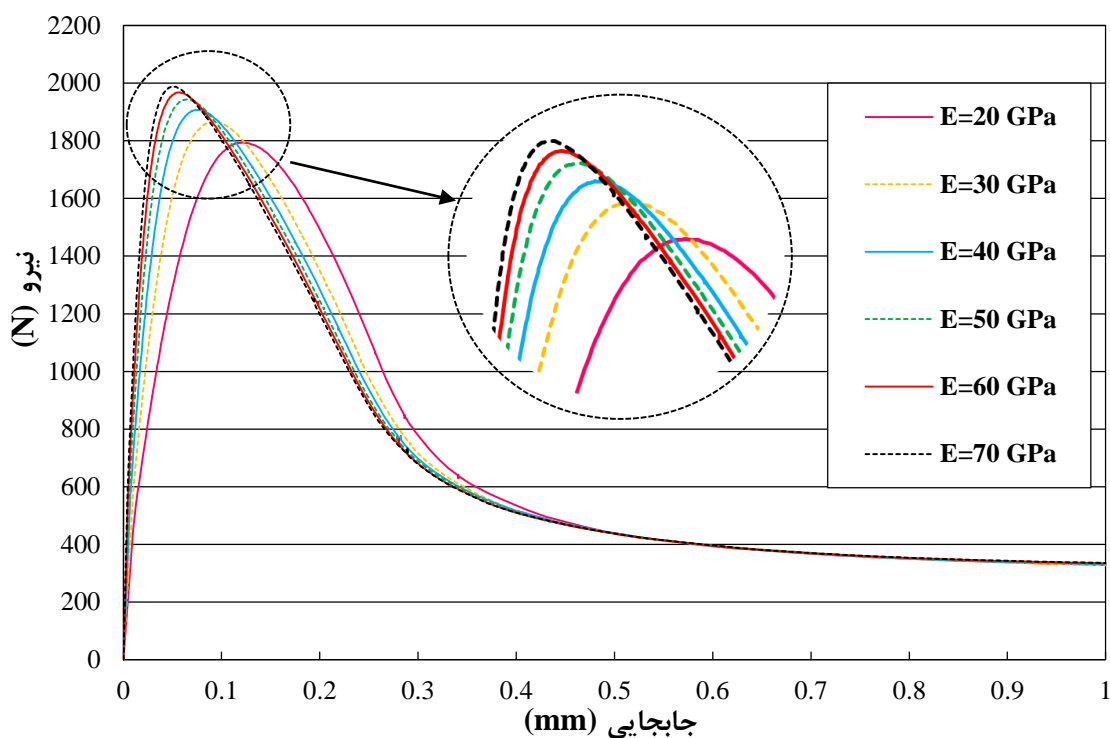


شکل ۴-۷: نواحی مش بندی و نوع مش بندی در تیر سه نقطه خمشی یک لایه.

جدول ۲-۴: مشخصات مکانیکی اختصاص داده شده به تیر سه نقطه خمشی یک لایه.

تنش تسلیم (MPa)	ضریب کار سخت شدگی	انرژی شکست (N/mm)	مقاومت کششی (MPa)	ضریب پواسون	مدول یانگ (GPa)
۱۰	۰/۱	۰/۱۱۳	۲/۴	۰/۲	۴۰

در ادامه به بررسی تاثیر مدول یانگ بر روی نمودار نیرو-جابجایی پرداخته می‌گردد. سختی^۱ یکی از خصوصیات ذاتی مواد می‌باشد که می‌تواند بر روی میزان باربری ماده مورد نظر تاثیرگذار باشد. میزان سختی یک ماده با مدول یانگ آن ماده رابطه مستقیمی دارد (مسیل و همکاران^۲، ۲۰۰۲). برای بررسی تاثیر مدول یانگ بر روی نمودار نیرو-جابجایی، مقادیر این پارامتر به صورت ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰ و ۷۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود و سایر پارامترها با توجه به جدول ۴-۲ به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شود.



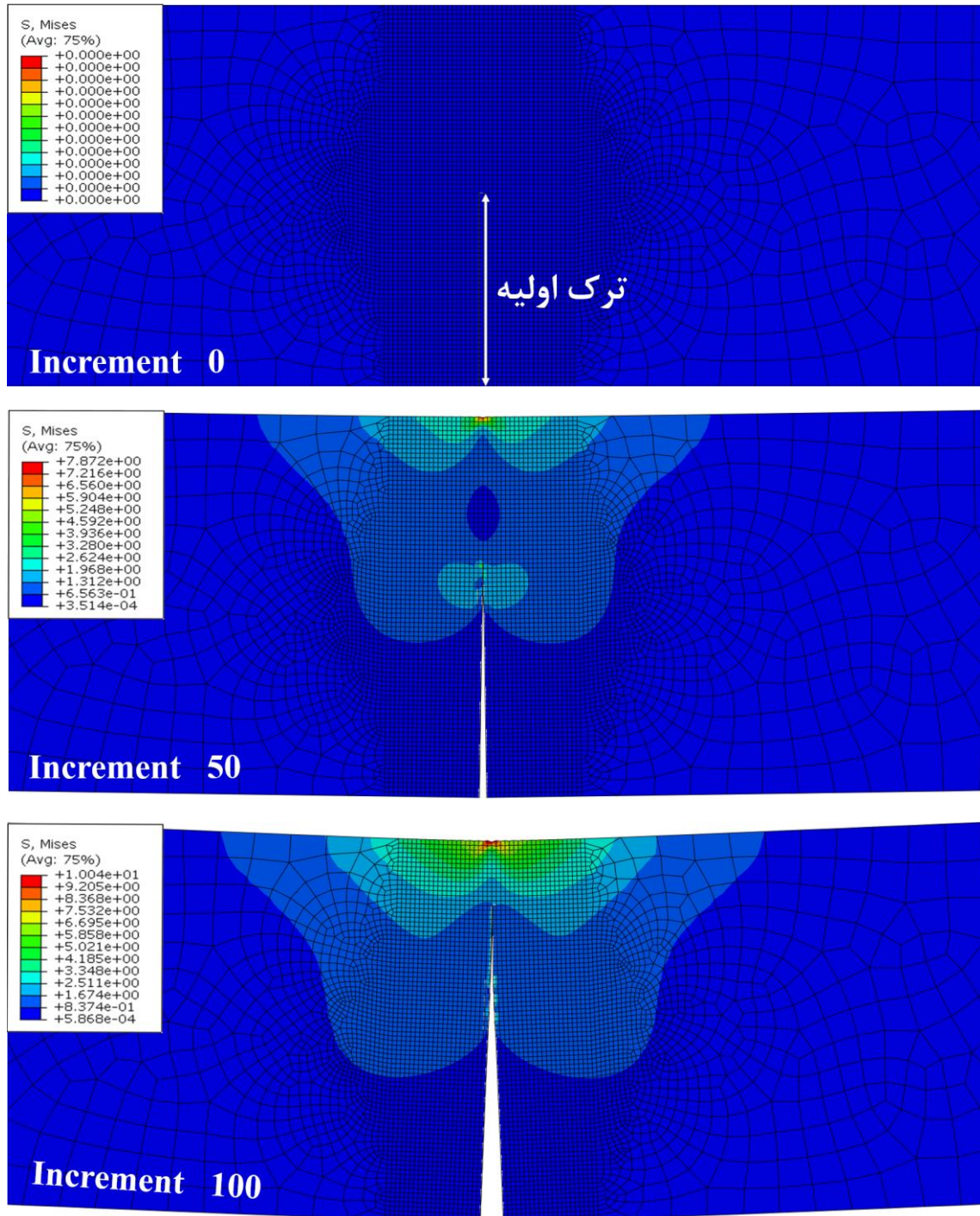
شکل ۴-۸: نمودار نیرو-جابجایی به ازای مقادیر مختلف برای مدول یانگ در تیر سه نقطه خمشی یک لایه.

با توجه به شکل ۴-۸ مشخص می‌گردد هر اندازه مقدار مدول یانگ ماده انتخاب شده برای تیر سه نقطه خمشی بیش‌تر گردد تیر قدرت باربری بیش‌تری را دارا خواهد بود و بار بیش‌تری را تا لحظه شروع گسترش ترک تحمل می‌کند. در واقع شروع گسترش ترک به ازای اعمال بار بیش‌تری صورت خواهد پذیرفت. اما از سوی دیگر با افزایش مقدار مدول یانگ در هر مرحله جابجایی مرتبط با بیشینه بار بدست آمده کم‌تر خواهد شد و این دلالتی بر رفتار ترد تیر در هر مرحله خواهد بود. در اشکال ۴-۹ و ۴-۱۰

¹ Stiffness

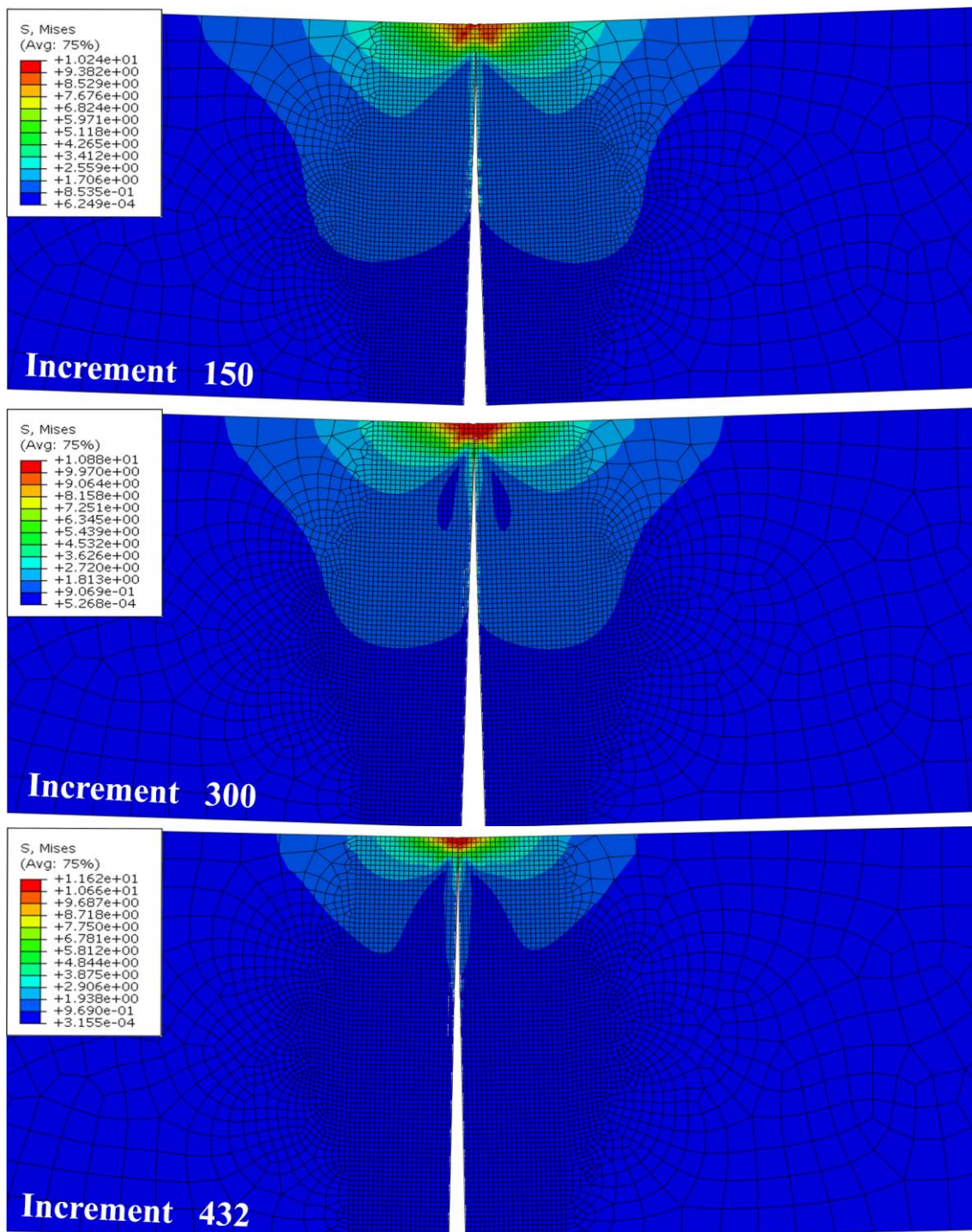
² Musil et al.

نحوه رشد ترک و توزیع تنش در تیر سه نقطه خمشی به‌ازای گام‌های افزایشی^۱ در یک مورد (مدول یانگ ۷۰ گیگاپاسکال) نشان داده شده است.



شکل ۴-۹: مراحل رشد ترک و توزیع تنش در گام ابتدایی، ۵۰ و ۱۰۰ در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه.

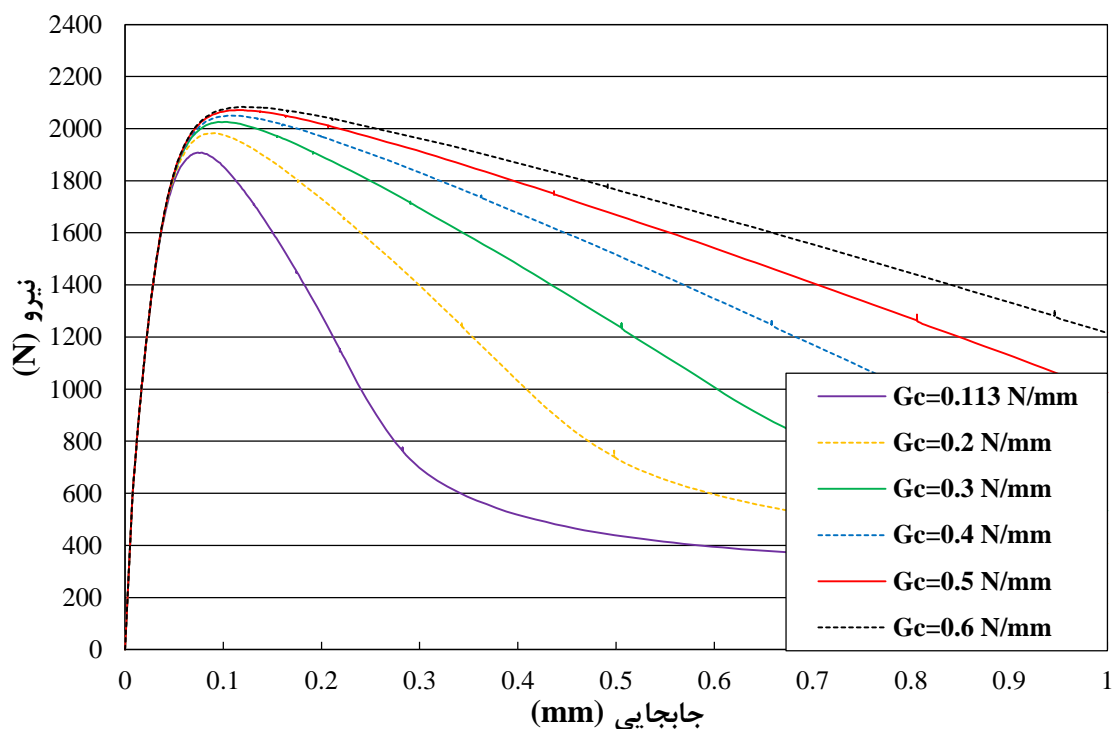
^۱ Increment



شکل ۴-۱۰: مراحل رشد ترک و توزیع تنش در گام ۱۵۰، ۳۰۰ و ۴۳۲ در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه.

در ادامه به بحث و بررسی تاثیر انرژی شکست بر روی نمودار نیرو-جابجایی پرداخته خواهد شد. انرژی شکست میزان توانایی جذب انرژی ماده تا مرحله شکست می‌باشد. توانایی یک ماده به مقاومت در برابر تنش‌هایی بالاتر از تنش تسلیم و عدم ایجاد ترک در بسیاری از قطعات و ساختارهای موجود در علم مهندسی نظیر بدنه اتومبیل، کشتی، هواپیما، پل‌ها و همچنین صنایع نظامی اهمیت زیادی دارد. این

پارامتر از جمله خصوصیات ذاتی مواد در طبیعت می‌باشد. یکی از روش‌های تعریف انرژی شکست، در نظر گرفتن سطح زیر منحنی تنش- کرنش در آزمایش تست کشش می‌باشد. این مساحت نشان‌دهنده کار در واحد حجم می‌باشد که می‌تواند روی ماده اعمال شود بدون این‌که باعث شکست در ماده گردد. بنابراین هر چه این مساحت بیشتر باشد انرژی ماده نیز بیشتر می‌گردد. جهت بررسی پارامتر انرژی شکست بر روی نمودار نیرو- جابجایی در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه، مدول یانگ ۲۰ گیگاپاسکال و مقدار پارامتر انرژی شکست به صورت ۰/۱۱۳، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴، ۰/۵ و ۰/۶ نیوتن بر میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود و سایر پارامترها با توجه به جدول ۴-۲ ثابت در نظر گرفته می‌گردد. شکل ۴-۱۱ نشان‌دهنده نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف برای پارامتر انرژی شکست می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد با افزایش مقدار انرژی شکست، بیشینه نیرو در نمودار نیرو- جابجایی افزایش پیدا می‌کند و هم‌زمان جابجایی متناظر با بیشینه نیرو نیز بیشتر می‌گردد. نتیجه می‌گردد با افزایش مقدار انرژی شکست، توانایی باربری تیر و شروع گسترش ترک افزایش پیدا خواهد کرد و ماده رفتار شکل- پذیرتری را به خود خواهد گرفت.



شکل ۴-۱۱: نمودار نیرو- جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف انرژی شکست در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه.

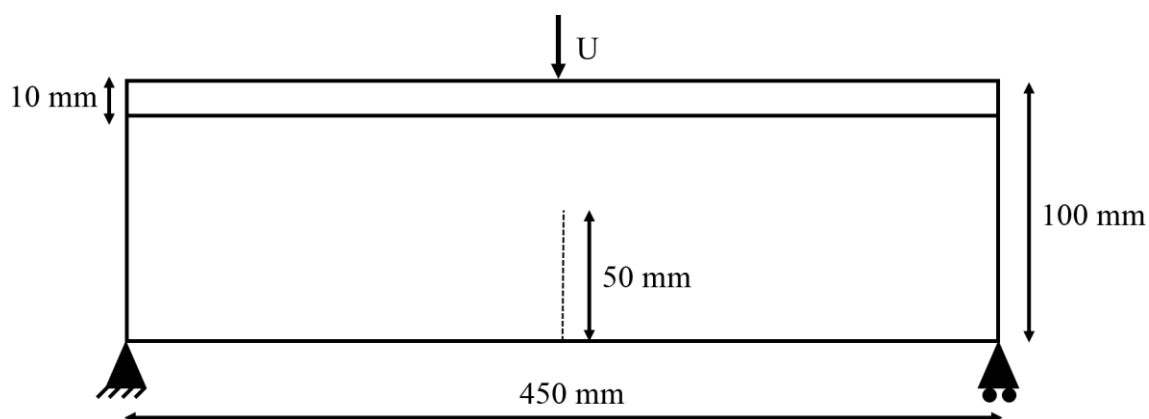
جدول ۳-۴ نشان‌دهنده تغییرات ظرفیت باربری تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه به‌ازای پارامترهای مدول یانگ و انرژی شکست می‌باشد.

جدول ۳-۴: تغییرات ظرفیت باربری به‌ازای تغییرات مدول یانگ و انرژی شکست در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه.

تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه					
مدول یانگ (GPa)	بیشینه نیرو (N)	درصد افزایش (%)	انرژی شکست (N/mm)	بیشینه نیرو (N)	درصد افزایش (%)
$E=20$	۱۷۹۴/۳۶	۰	۰/۱۱۳	۱۹۰۸/۳۸	۰
$1/5E$	۱۸۶۷/۲۴	۴	۰/۲	۱۹۸۲/۶	۴
$2E$	۱۹۰۸/۳۸	۶	۰/۳	۲۰۲۵/۸۳	۶
$2/5E$	۱۹۴۴/۰۴	۸	۰/۴	۲۰۵۰/۲۱	۷
$3E$	۱۹۶۸/۶۱	۱۰	۰/۵	۲۰۷۱/۴۹	۹
$3/5E$	۱۹۸۸/۵	۱۱	۰/۶	۲۰۸۳/۴۳	۹/۲

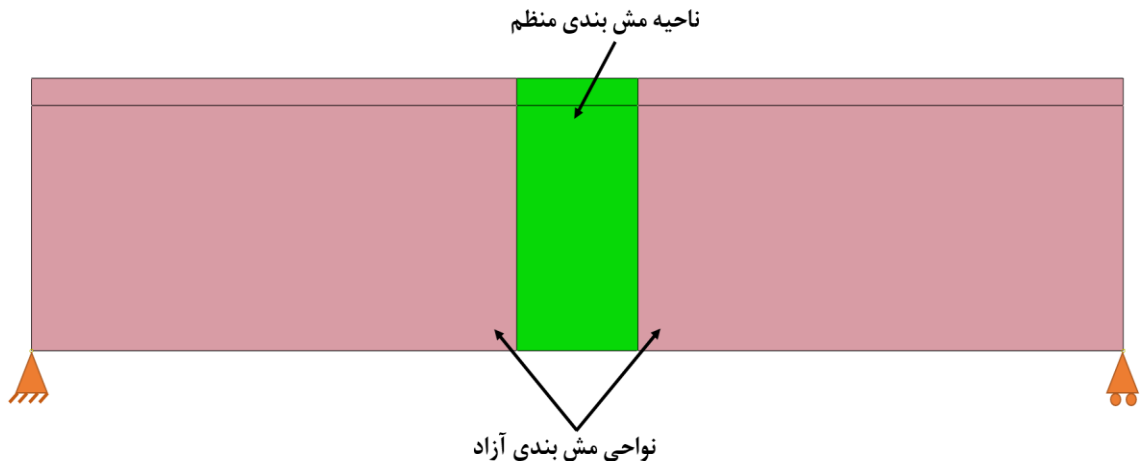
۴-۵-۲- تیر سه نقطه خمشی دو لایه

در این قسمت با قرارگیری یک لایه روکش بر روی تیر سه نقطه خمشی به بررسی اثر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم (حالت I) و قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت (حالت II) پرداخته می‌شود. شرایط بارگذاری وارد بر این تیر دولایه مشابه با تیر یک‌لایه سه نقطه خمشی می‌باشد. ضخامت لایه روکش ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود، هندسه و شرایط مرزی تیر سه نقطه خمشی دولایه در شکل ۴-۱۲ نمایش داده شده است.

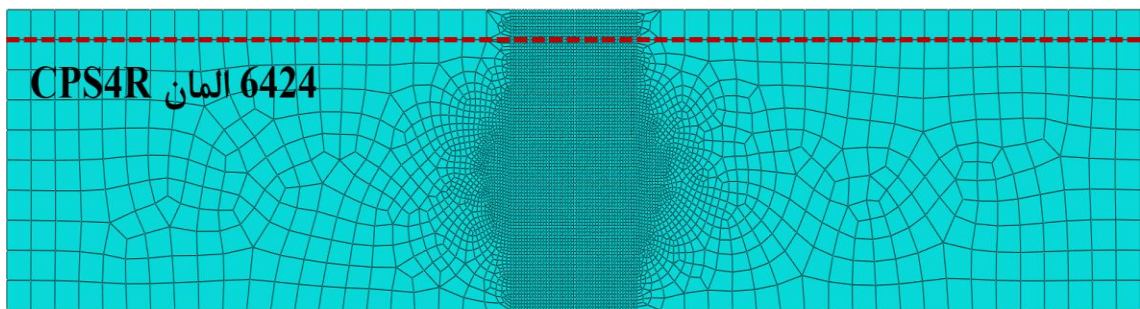


شکل ۴-۱۲: هندسه و شرایط مرزی تیر سه نقطه خمشی دو لایه.

فصل مشترک بین لایه روکش و لایه زیرین به صورت کاملاً چسبیده در نظر گرفته می‌شود. در تیر سه نقطه خمشی دولایه از ۷۳۸۵ المان *CPS4R* استفاده شده است. در اشکال ۴-۱۳ و ۴-۱۴ نواحی مش‌بندی و نوع مش‌بندی در تیر سه نقطه خمشی دولایه نمایش داده شده است.



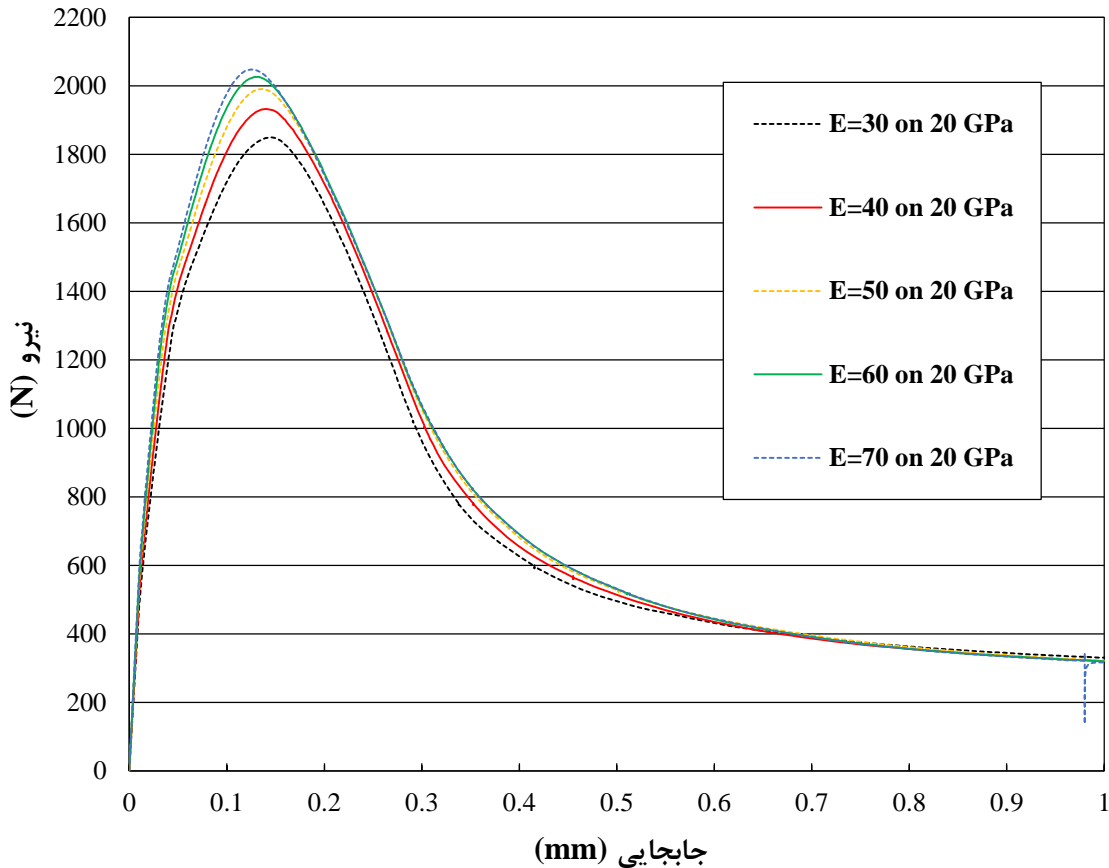
شکل ۴-۱۳: نواحی مش‌بندی در تیر سه نقطه خمشی دولایه.



شکل ۴-۱۴: نوع مش‌بندی در تیر سه نقطه خمشی دولایه.

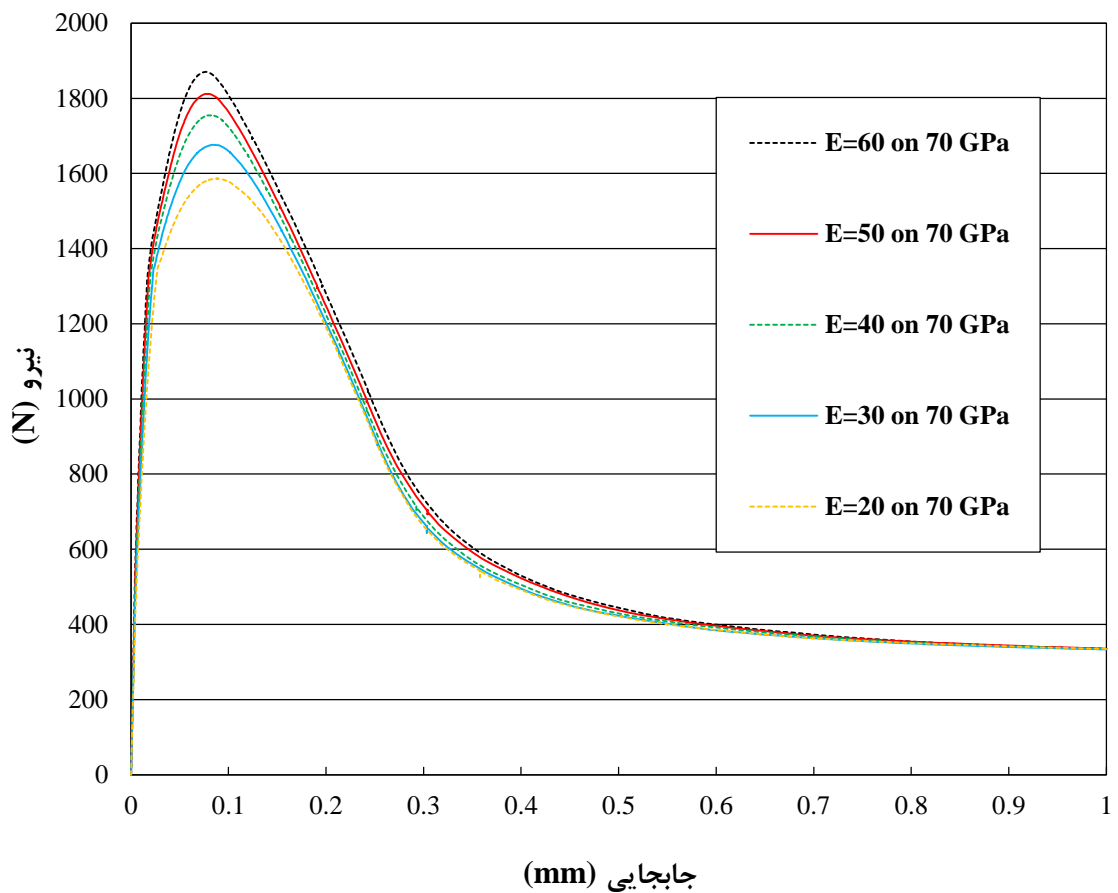
در قسمت اول به بررسی قرارگیری اثر لایه سخت بر روی لایه نرم (حالت I) بر روی نمودار نیرو-جابجایی پرداخته می‌گردد. مقادیر پارامتر مدول یانگ برای لایه روکش به صورت: ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰ و ۷۰ گیگاپاسکال و برای لایه زیرین ۲۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود. سایر پارامترها با توجه به جدول ۴-۲ برای هر دو لایه روکش و زیرین به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شود. شکل ۴-۱۵ نمودار نیرو-جابجایی به ازای مقادیر مختلف برای مدول یانگ می‌باشد که به لایه روکش اختصاص داده شده است. با افزایش مقدار مدول یانگ در هر مرحله المان‌های موجود در لایه روکش می‌توانند بار بیشتری را نسبت به لایه زیرین به خود جذب کرده و قدرت باربری تیر را افزایش دهند. در نتیجه با افزایش

مدول یانگ مقدار بیشینه نیرو در نمودار نیرو- جابجایی افزایش پیدا می کند که نشان دهنده افزایش مقاومت تیر سه نقطه خمشی دولایه تا لحظه شروع گسترش ترک می باشد.



شکل ۴-۱۵: نمودار نیرو- جابجایی برای قرار گیری لایه سخت بر روی لایه نرم.

در ادامه، اثر قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت (حالت II) بر روی نمودار نیرو- جابجایی بررسی خواهد شد. در این قسمت مقادیر مدول یانگ در نظر گرفته شده برای لایه روکش به ترتیب ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ گیگاپاسکال و برای لایه زیرین ۷۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته می شود. سایر خصوصیات مکانیکی مواد برای هر دو لایه روکش و زیرین با توجه به جدول ۴-۲ ثابت در نظر گرفته می شود. در این قسمت بر خلاف حالت I با کاهش پیدا کردن مقدار مدول یانگ در هر مرحله میزان مشارکت المانها در هر مرحله کاهش پیدا می کند و مقدار بیشینه نیرو در این نمودار با کاهش این پارامتر در هر مرحله کمتر می گردد و این موضوع منجر به کاهش باربری تیر سه نقطه خمشی نسبت به حالت I می گردد (شکل ۴-۱۶).



شکل ۴-۱۶: نمودار نیرو- جابجایی برای قرار گیری لایه نرم بر روی لایه سخت.

جدول ۴-۴ نشان دهنده تغییرات مقدار بیشینه نیرو در نمودار نیرو- جابجایی برای دو حالت قرار گیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس می باشد.

جدول ۴-۴: تغییرات مقدار بیشینه نیرو در نمودار نیرو- جابجایی قرار گیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس.

تیر سه نقطه خمشی دولایه							
لایه سخت بر روی نرم (GPa)	نسبت سختی لایه روکش به زیر لایه	بیشینه نیرو (N)	درصد افزایش (%)	لایه نرم بر روی سخت (GPa)	نسبت سختی لایه روکش به زیر لایه	بیشینه نیرو (N)	درصد کاهش (%)
۳۰ / ۲۰	۱/۵	۱۸۴۹/۵۸	۳	۶۰ / ۷۰	۰/۸۷	۱۸۷۰/۳۹	۶
۴۰ / ۲۰	۲	۱۹۳۲/۶۵	۸	۵۰ / ۷۰	۰/۷۱	۱۸۱۱/۹۴	۹
۵۰ / ۲۰	۲/۵	۱۹۹۰/۷۵	۱۱	۴۰ / ۷۰	۰/۵۷	۱۷۵۴/۸۵	۱۲
۶۰ / ۲۰	۳	۲۰۲۶/۴۵	۱۳	۳۰ / ۷۰	۰/۴۳	۱۶۷۶/۳۶	۱۶
۷۰ / ۲۰	۳/۵	۲۰۴۷/۹۲	۱۴	۲۰ / ۷۰	۰/۲۹	۱۵۸۶/۴	۲۰

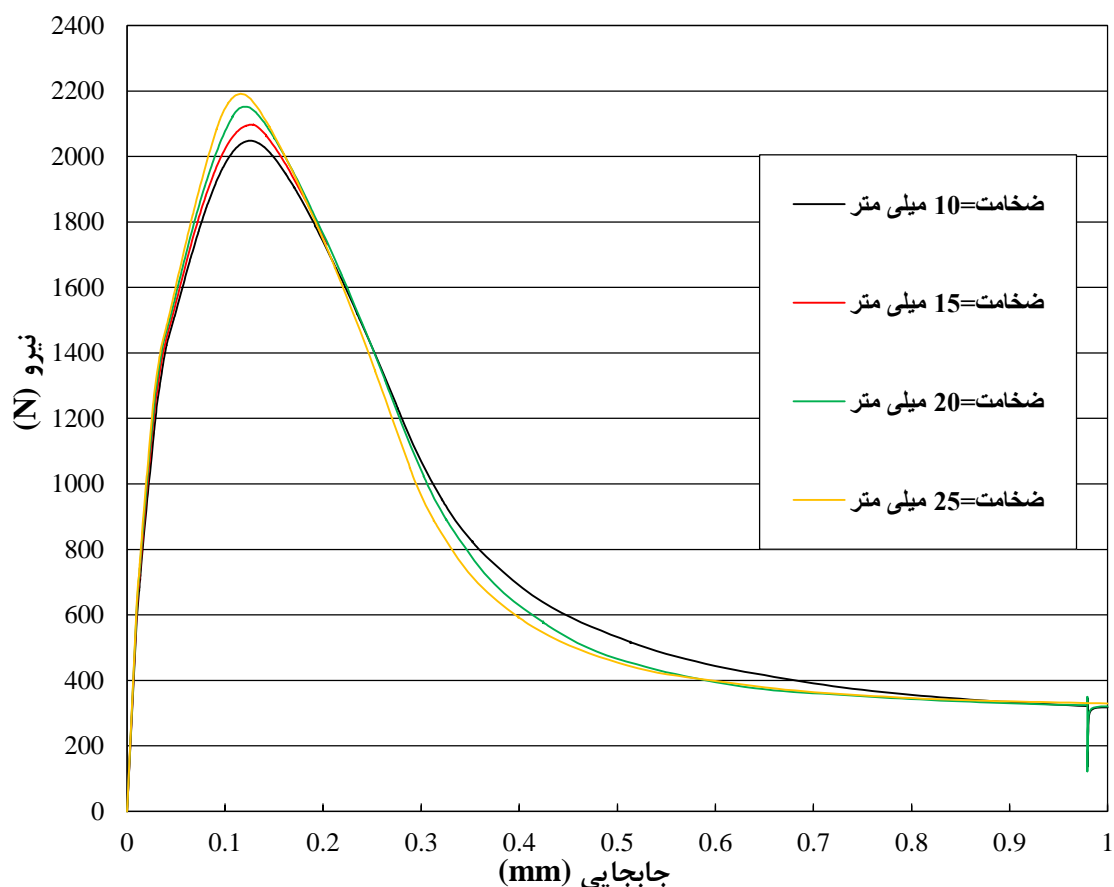
در قسمت آخر از مثال تیر سه نقطه خمشی، به بررسی تاثیر ضخامت لایه روکش برای دو حالت I و II با در نظر گرفتن حالت کاملا چسبیده برای فصل مشترک بین دو لایه انجام شده است که در ادامه

به بحث و بررسی در هر دو حالت پرداخته خواهد شد. ضخامت لایه روکش برای در هر دو حالت *I* و *II* به ترتیب ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده است و سایر خصوصیات مکانیکی برای هر دو لایه به صورت جدول ۴-۵ در نظر گرفته شده است.

جدول ۴-۵: مشخصات مکانیکی لایه روکش و لایه زیرین برای تاثیر ضخامت لایه روکش.

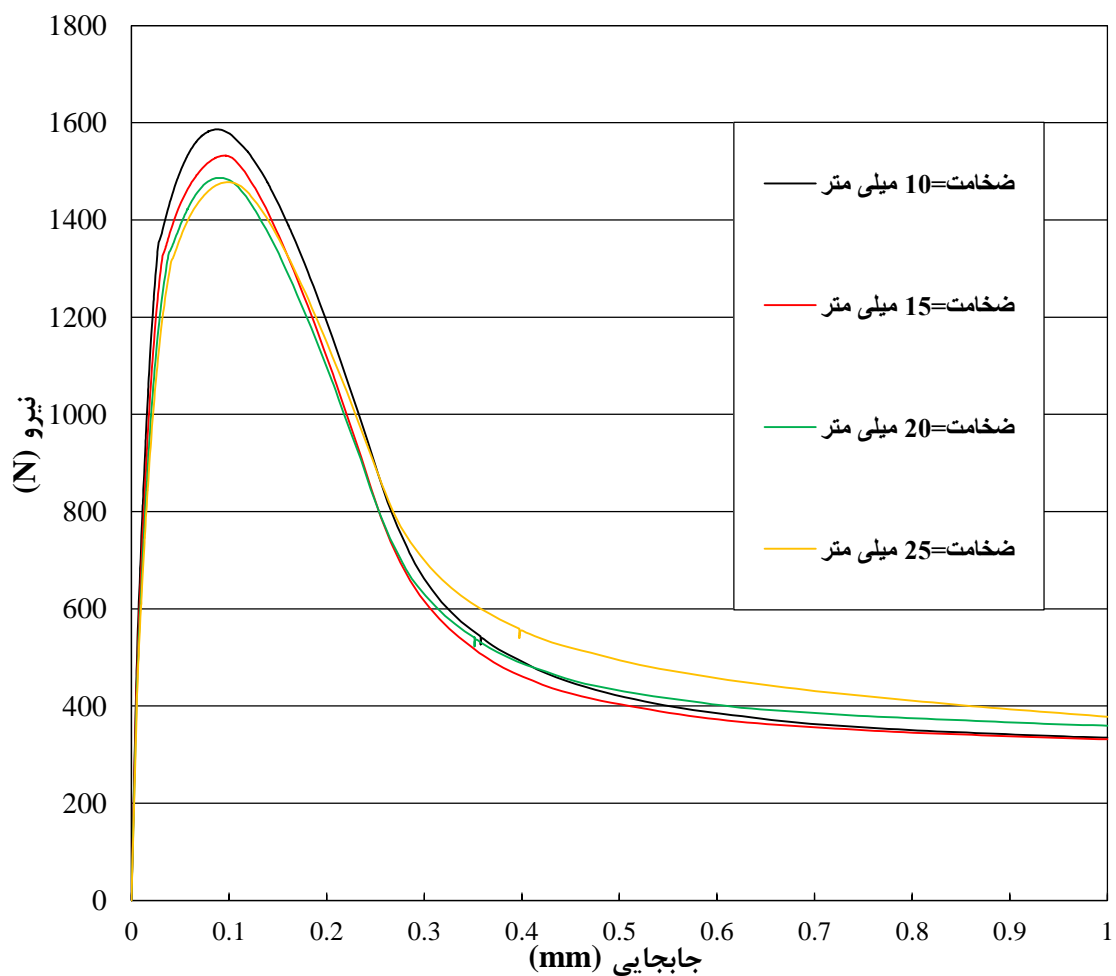
مکان قرارگیری	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	مقاومت کششی (MPa)	انرژی شکست (N/mm)	تنش تسلیم (MPa)	ضریب کار سخت‌شدگی
لایه روکش	۷۰	۰/۲	۲/۴	۰/۱۱۳	۱۰	۰/۱
لایه زیرین	۲۰	۰/۲	۲/۴	۰/۱۱۳	۱۰	۰/۱

با افزایش ضخامت لایه روکش در حالت قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم (حالت *I*) مشاهده می‌گردد که در هر مرحله با افزایش ضخامت لایه روکش تعداد المان‌های سخت‌تر در لایه روکش نسبت به لایه زیرین افزایش پیدا می‌کند و منجر به افزایش بیشینه بار در نمودار نیرو-جابجایی می‌گردد.



شکل ۴-۱۷: نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای ضخامت‌های مختلف لایه روکش برای حالت قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم.

در قسمت آخر از مثال تیر سه نقطه خمشی دولایه به بررسی اثر ضخامت لایه روکش در قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت خواهیم پرداخت. مشابه با قسمت قبل ضخامت لایه روکش با گام ۵ میلی‌متر از مقدار ۱۰ تا ۲۵ میلی‌متر افزایش پیدا می‌کند. مقدار مدول یانگ برای لایه روکش و لایه زیرین به ترتیب ۷۰ و ۲۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود. سایر مشخصات مکانیکی مواد اختصاص داده شده به لایه روکش و لایه زیرین در جدول ۴-۵ مشخص شده است. با توجه به شکل ۴-۱۸ مشاهده می‌گردد بر خلاف قسمت قبل، با افزایش ضخامت لایه نرم تعداد المان‌های لایه نرم در این روکش افزایش می‌یابد و گسترش ترک در نیرویی کم‌تر از حالات قبلی رخ دهد این روند منجر به کاهش قدرت باربری تیر سه نقطه خمشی دولایه می‌گردد.



شکل ۴-۱۸: نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای ضخامت‌های مختلف لایه روکش برای حالت قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت.

جدول ۴-۶ نشان‌دهنده تاثیر ضخامت لایه روکش بر روی نمودار نیرو-جابجایی و همچنین مقاومت

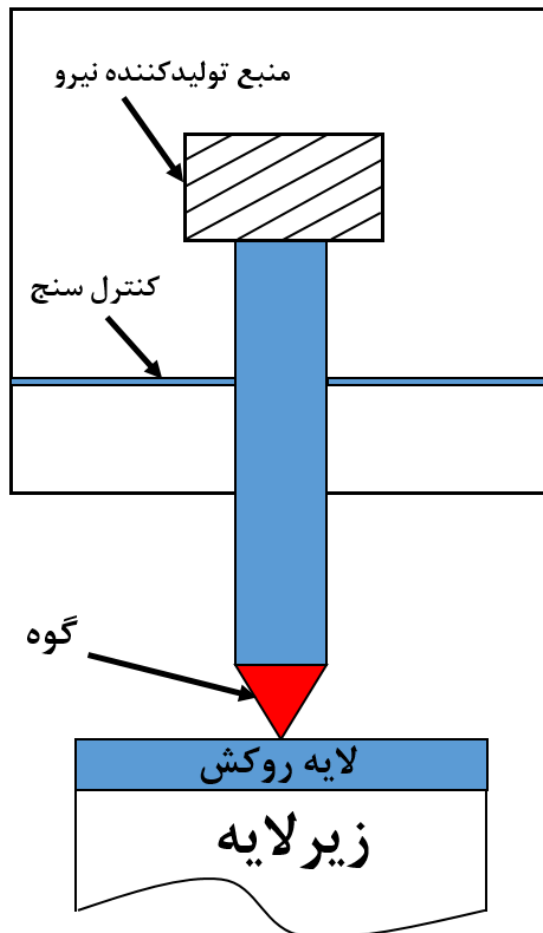
تیر سه نقطه خمشی در برابر ترک خوردگی می‌باشد.

جدول ۴-۶: تاثیر ضخامت لایه روکش بر روی نمودار نیرو-جابجایی و مقاومت تیر سه نقطه خمشی در برابر ترک خوردگی.

تیر سه نقطه خمشی دولایه					
لایه سخت بر روی نرم			لایه نرم بر روی سخت		
ضخامت لایه روکش (mm)	بیشینه نیرو (N)	درصد افزایش	ضخامت لایه روکش (mm)	بیشینه نیرو (N)	درصد کاهش
t=۱۰	۲۰۴۷/۹۲	۰	t=۱۰	۱۵۸۶/۴	۰
۱/۵t	۲۰۹۷/۱۸	۲	۱/۵t	۱۵۳۲/۱۸	۴
۲t	۲۱۵۲/۰۴	۵	۲t	۱۴۸۶/۱۹	۷
۲/۵t	۲۱۹۴/۴	۷	۲/۵t	۱۴۷۷/۷۶	۷/۴

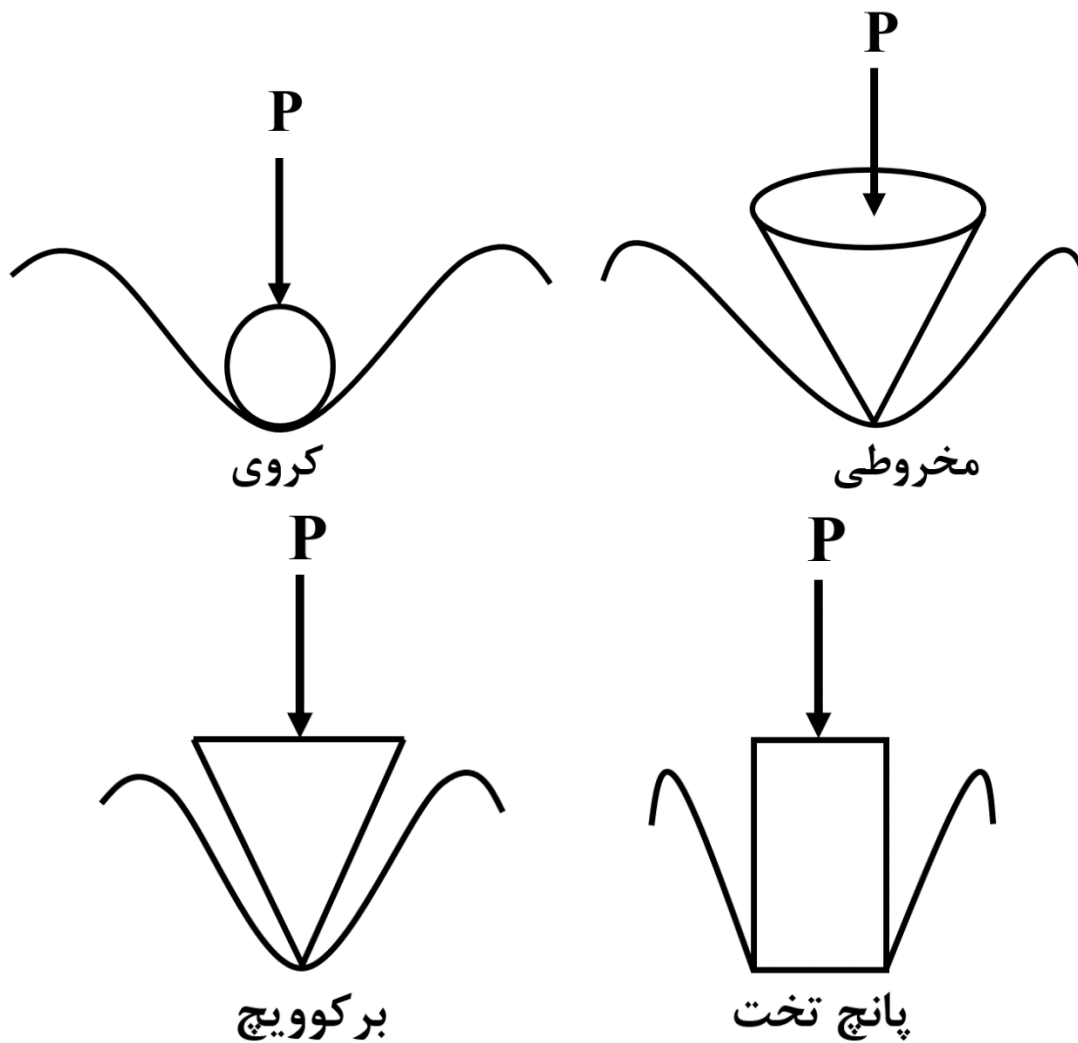
۴-۶- تست فرورفتگی^۱

یکی از تست‌های معتبر و پرکاربرد برای بدست آوردن خصوصیات مکانیکی یک ماده تست فرورفتگی می‌باشد. این تست از سال ۱۹۸۰ مورد استفاده محققان قرار گرفته است. شکل ۴-۱۹ نشان دهنده دستگاهی می‌باشد که با آن تست فرورفتگی انجام می‌پذیرد. در این تست یک گوه که معمولاً به یکی از انواع برکوویچ^۲، کروی^۳، مخروطی^۴ و یا پانچ تخت^۵ می‌باشد (شکل ۴-۲۰) در نمونه مورد آزمایش تا عمق مشخصی نفوذ می‌کند و سپس به محل ابتدایی خود باز می‌گردد. هنگامی که گوه درون نمونه نفوذ می‌کند مقدار نیرو و جابجایی به وسیله یک کنترل‌سنج^۶ اندازه‌گیری می‌گردد.



شکل ۴-۱۹: دستگاه تست فرورفتگی بر روی نمونه مورد آزمایش.

- ¹ Indentation test
- ² Berkovich
- ³ Spherical
- ⁴ Conical
- ⁵ Flat punch
- ⁶ Gage



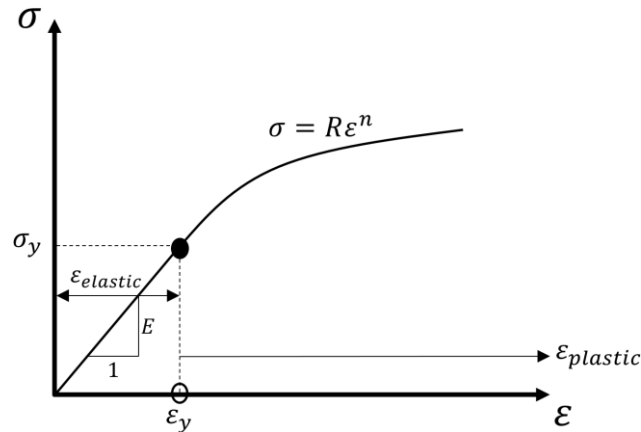
شکل ۴-۲۰: گوه‌های متداول مورد استفاده در تست فرورفتگی.

۴-۶-۱- تئوری تست فرورفتگی برای حالت الاستوپلاستیک^۱

در انجام این آزمایش گوه^۲ صلب مخروطی شکل درون لایه روکشی با ضخامت بسیار کم‌تر نسبت به زیرلایه نفوذ می‌کند (شکل ۴-۲۲). در این تحقیق و بررسی لایه روکش به صورت الاستوپلاستیک و زیرلایه به صورت الاستیک در نظر گرفته می‌شود. رابطه ۴-۱ بیان‌گر رابطه الاستوپلاستیک در مواد می‌باشد.

^۱ Elastoplastic

^۲ Indenter



شکل ۴-۲۱: نمودار تنش-کرنش برای رفتار الاستوپلاستیک مواد.

$$\begin{cases} \sigma = E\varepsilon & \text{for } \varepsilon \leq \frac{\sigma_y}{E} \\ \sigma = K\varepsilon^n & \text{for } \varepsilon > \frac{\sigma_y}{E} \end{cases} \quad (1-4)$$

در رابطه فوق σ_y تنش جاری شدن، n ضریب کار سخت‌شدگی، E مدول یانگ و ν ضریب پواسون می‌باشد. مقدار پارامتر ضریب کار سخت‌شدگی برای بیش‌تر مصالح موجود در طبیعت مقدار ۰/۱ الی ۰/۵ را در بر می‌گیرد. هنگامی که n برابر صفر است آن‌گاه ماده به‌صورت الاستیک-پلاستیک ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود. کرنش نهایی ε_f را می‌توان به‌صورت ترکیبی از کرنش الاستیک و کرنش پلاستیک به‌صورت رابطه ۲-۴ نوشت.

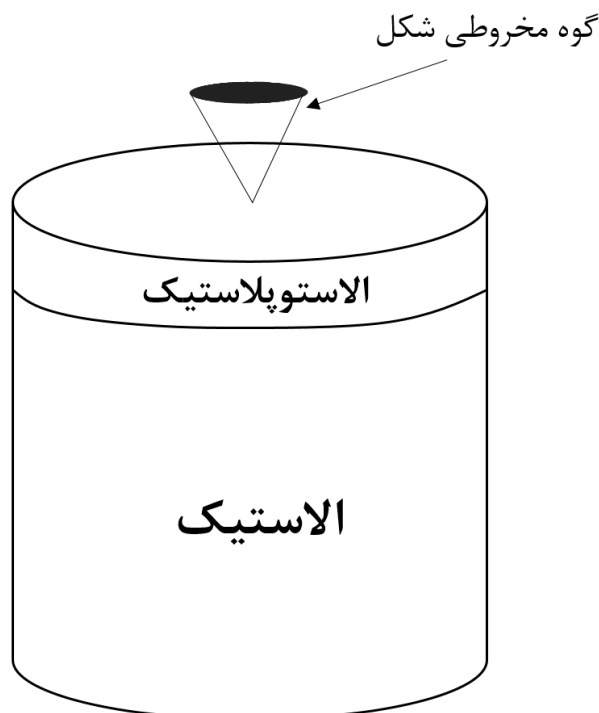
$$\varepsilon_f = \varepsilon_{elastic} + \varepsilon_{plastic} \quad (2-4)$$

در رابطه ۲-۴، $\varepsilon_{plastic}$ کرنش پلاستیک و $\varepsilon_{elastic}$ کرنش الاستیک است که می‌توان آن را به‌صورت $\frac{\sigma_y}{E}$

که بیان‌گر قانون هوک است بیان نمود. با در نظر گرفتن روابط ۱-۴ و ۲-۴ می‌توان نوشت:

$$\sigma = K\varepsilon^n = K\left(\frac{\sigma_y}{E} + \varepsilon_{plastic}\right)^n = \sigma_y \left(1 + \frac{E}{\sigma_y} \varepsilon_{plastic}\right)^n \quad (3-4)$$

رفتار کششی ماده به‌صورت تنش چندمحوره و سخت‌شدگی ماده به‌صورت ایزوتروپیک در نظر گرفته می‌شود. با توجه به در نظر گرفتن رفتار الاستوپلاستیک برای لایه روکش پارامترهای اختصاص داده شده برای این لایه به‌صورت E_c , ν_c , n_c , σ_{yc} و برای زیرلایه که به‌صورت الاستیک در نظر گرفته شده است این پارامترها به‌صورت E_s و ν_s در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۴-۲۲: نفوذ گوه صلب مخروطی شکل به داخل لایه روکش که بر روی زیرلایه قرار گرفته است.

نمودار بارگذاری- باربرداری مربوط به تست فرورفتگی در شکل ۴-۲۲ نمایش داده شده است. P_{max} بیشینه بار وارد شده در تست فرورفتگی، h_{max} بیشینه عمق نفوذ و h_f مقدار نفوذ باقی مانده می باشد. در

نمودار بارگذاری- باربرداری، مقدار کار کلی انجام شده $W_t = \int_0^{h_{max}} Pdh$ از مجموع انتگرال گیری از شاخه

بارگذاری $W_p = \int_0^{h_f} Pdh$ و همچنین انتگرال گیری از شاخه باربرداری $W_u = - \int_{h_{max}}^{h_f} Pdh$ بدست خواهد آمد

(شکل ۴-۲۳). کار حاصل از بارگذاری W_t ، کار حاصل از باربرداری W_u و مقدار نفوذ باقی مانده h_f تابعی

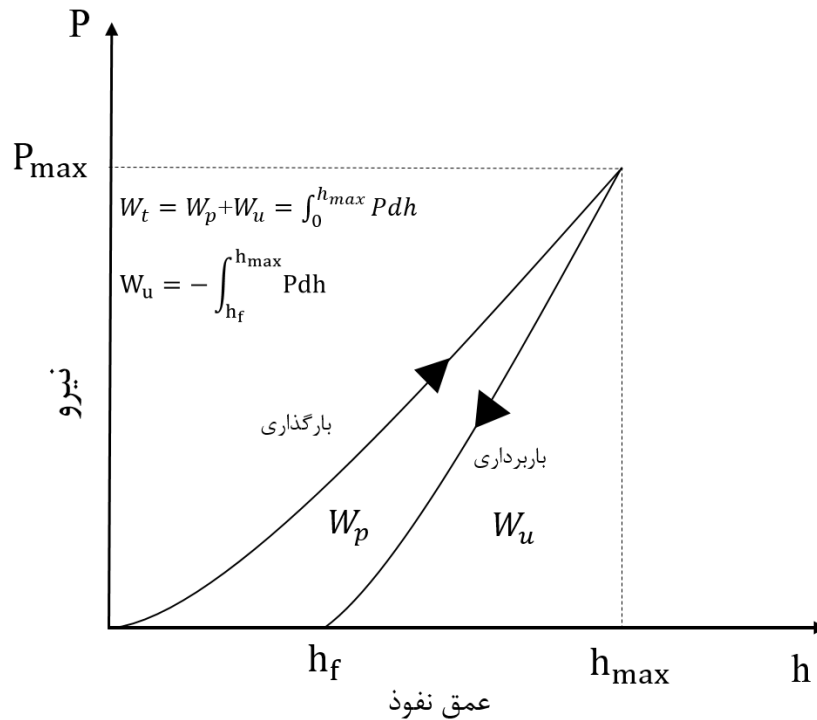
از پارامترهای بدون بعد $(E_c, \sigma_{yc}, n_c, \nu_c, E_s, \nu_s, t_c, h_{max}, \varphi)$ می باشند. منظور از t_c ضخامت لایه

روکش می باشد لذا خواهیم داشت:

$$W_t = W_t(E_c, \sigma_{yc}, n_c, \nu_c, E_s, \nu_s, t_c, h_{max}, \varphi) \quad (۴-۴)$$

$$W_u = W_u(E_c, \sigma_{yc}, n_c, \nu_c, E_s, \nu_s, t_c, h_{max}, \varphi) \quad (۵-۴)$$

$$h_f = h_f(E_c, \sigma_{yc}, n_c, \nu_c, E_s, \nu_s, t_c, h_{max}, \varphi) \quad (۶-۴)$$



شکل ۴-۲۳: نمودار بارگذاری و باربرداری که در آن h_f مقدار نفوذ باقی مانده، h_{max} جابجایی بیشینه در شاخه بارگذاری و P_{max} مقدار بیشینه بار وارد شده توسط گوه است.

به منظور کاهش تعداد پارامترهای روابط ۴-۴ الی ۴-۶ از مدول یانگ کاهش یافته به صورت زیر استفاده می گردد:

$$E^* = \left[\frac{1-V_i^2}{E_i} + \frac{1-V_c^2}{E_c} (1 - e^{-\frac{\alpha c}{a}}) + \frac{1-V_s^2}{E_s} (e^{-\frac{\alpha c}{a}}) \right]^{-1} \quad (۷-۴)$$

در رابطه فوق a ریشه دوم سطح تماسی بین گوه و لایه روکش، V_i و E_i ضریب پواسون و مدول یانگ گوه می باشند و همچنین α پارامتری بدون بعد بر حسب $\frac{a}{t_f}$ می باشد.

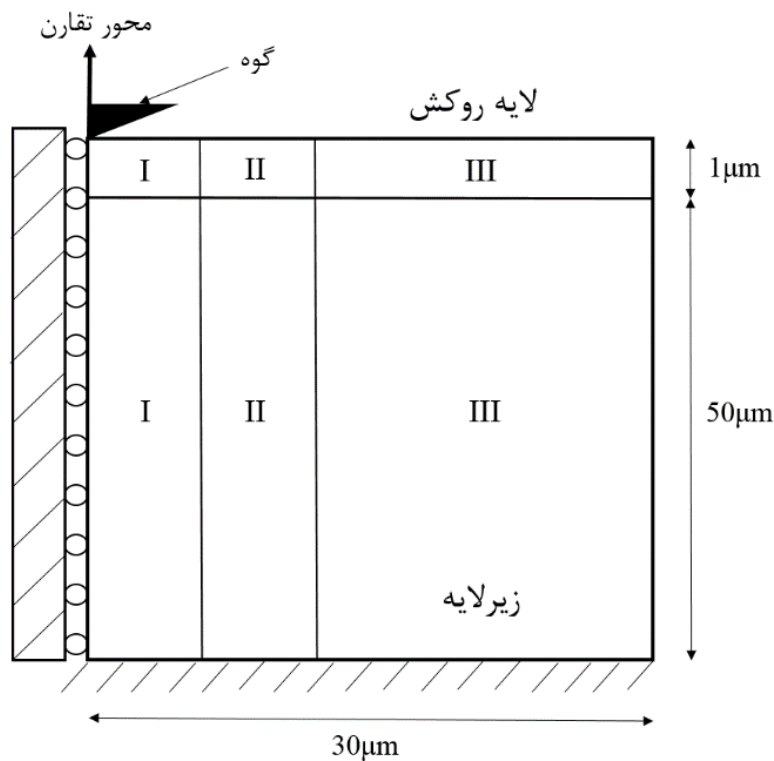
$$\alpha = -0.37828 - 0.0056092 \left(\frac{a}{t_f}\right) + 0.34744 \left(\frac{a}{t_f}\right)^{\frac{1}{2}} + 1.197 \left(\frac{a}{t_f}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (۸-۴)$$

در این تحقیق گوه مخروطی شکل به صورت صلب که اثرگذاری معادل با گوه برکویچ را دارا می باشد مورد استفاده قرار می گیرد. در تست فرورفتگی پارامتر ضریب پواسون دارای اهمیت نمی باشد و برای عمده مصالح مهندسی مقدار آن 0.3 در نظر گرفته می شود (لو و لین^۱، ۲۰۰۷).

^۱ Luo & Lin

۴-۶-۲- راستی آزمایی مدل سازی تست فرورفتگی

شکل ۴-۲۴ نشان دهنده تست فرورفتگی در حالت دوبعدی می باشد که توسط هانگ و پلگری^۱ (۲۰۰۷) مورد مطالعه قرار گرفته شده است. در این تست گوه ای به مقدار ۹۶ نانومتر درون لایه روکشی به ضخامت ۱ میکرومتر که بر روی زیرلایه ای به ضخامت ۵۰ میکرومتر قرار دارد نفوذ می کند و سپس به نقطه اولیه خود باز می گردد. در این تست لایه روکش به صورت الاستوپلاستیک و زیرلایه به صورت الاستیک در نظر گرفته می شود. مشخصات مکانیکی مصالح اختصاص داده شده به لایه روکش و زیرلایه در جدول شماره ۴-۷ نشان داده شده است.



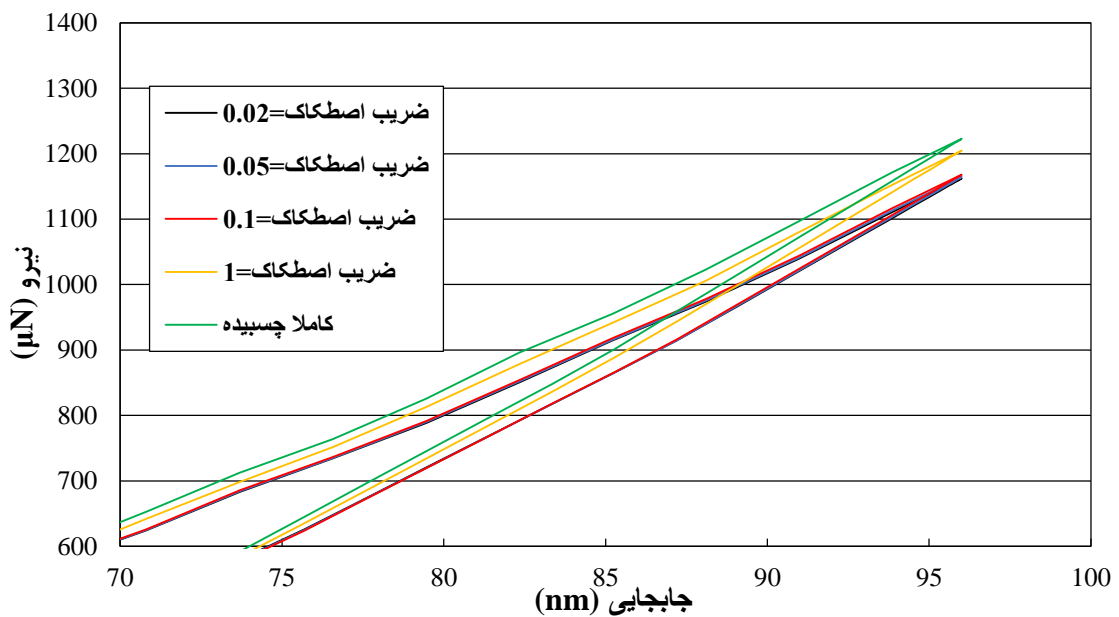
شکل ۴-۲۴: هندسه و شرایط مرزی تست فرورفتگی در حالت دوبعدی.

جدول ۴-۷: مشخصات مکانیکی مصالح اختصاص داده شده به لایه روکش و زیرلایه (هانگ و پلگری، ۲۰۰۷).

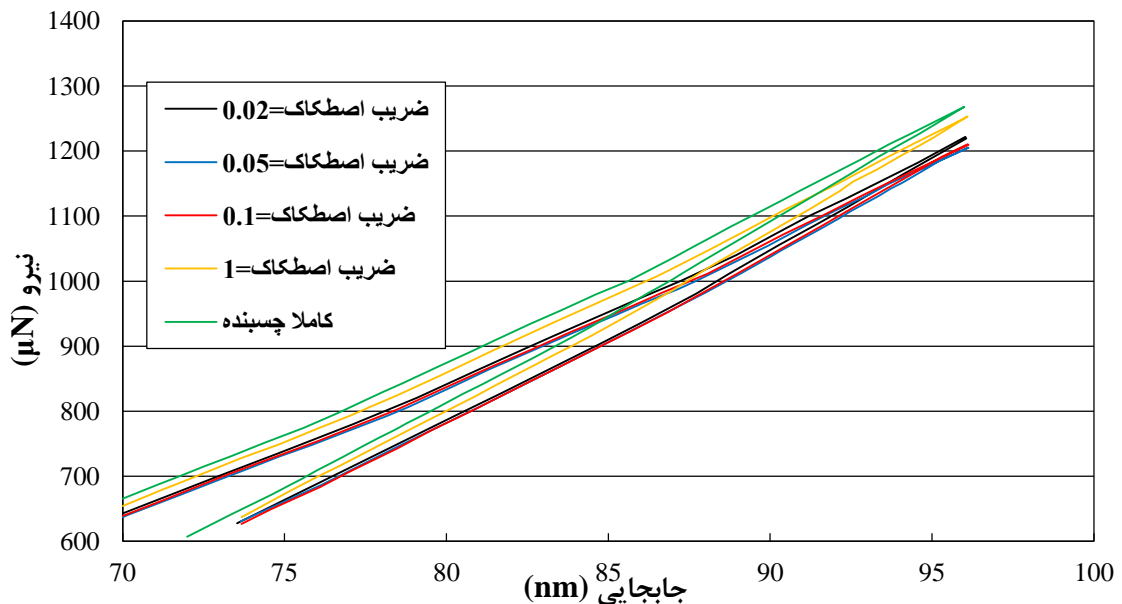
مکان	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	تنش جاری شدن (GPa)
لایه روکش	۶۵/۲	۰/۳۵	۶/۵
زیرلایه	۱۲۷	۰/۲۷۸	-

¹ Huang & Pelegri

شکل ۴-۲۵ نشان دهنده نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک اختصاص داده شده به فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه می‌باشد که در تحقیق هانگ و پلگری (۲۰۰۷) ارائه شده است. مدل‌سازی دوبعدی تست فرورفتگی در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی گردید و نمودار نیرو-جابجایی حاصل شده در شکل ۴-۲۶ ارائه شده است. هر دو نمودار ۴-۲۵ و ۴-۲۶ در تایید و تصدیق هم‌قرار دارند که نشان از مدل‌سازی صحیح مساله مورد نظر می‌باشد.

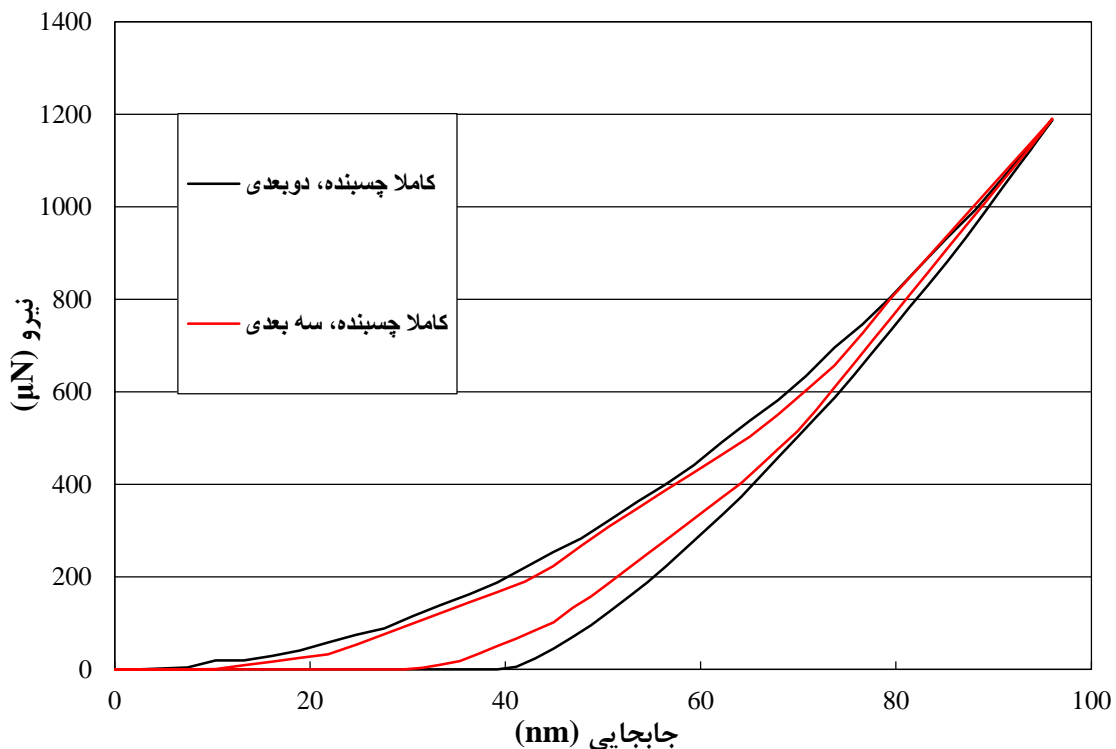


شکل ۴-۲۵: نمودار نیرو-جابجایی (دوبعدی) به‌ازای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک اختصاص داده شده به فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه برای جابجایی بزرگ‌تر از ۷۰ نانومتر (هانگ و پلگری، ۲۰۰۷).



شکل ۴-۲۶: نمودار نیرو-جابجایی (دوبعدی) به‌ازای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک اختصاص داده شده به فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه برای جابجایی بزرگ‌تر از ۷۰ نانومتر (بدست آمده از نرم‌افزار آباکوس).

در مدل‌سازی دوبعدی تست فرورفتگی با توجه به نحوه مدل‌سازی به صورت متقارن^۱ در تحقیق هانگ و پلگری (۲۰۰۷) از المان‌های *CAX4R* استفاده می‌گردد. دلیل استفاده از مدل‌سازی دوبعدی و متقارن برای بدست آوردن نتایج مورد نظر از تست فرورفتگی، کم‌تر کردن زمان اجرای برنامه و جلوگیری از اتلاف وقت می‌باشد. از سوی دیگر برای این که بتوانیم گسترش ترک در بین لایه روکش و زیرلایه را با استفاده از روش *XFEM* مدل‌سازی نماییم با محدودیت گسترش ترک در المان‌های *CAX4R* مواجه می‌شویم. در نتیجه مدل‌سازی تست فرورفتگی به صورت سه‌بعدی انجام می‌پذیرد. مدل‌سازی سه‌بعدی این تست همانند مشخصات هندسی، شرایط بارگذاری و شرایط مرزی حالت دوبعدی در نرم‌افزار آباکوس صورت پذیرفت. همان‌طور که در شکل ۴-۲۷ مشاهده می‌گردد نمودار نیرو-جابجایی بدست آمده از مدل‌سازی سه‌بعدی در تایید نمودار بدست آمده از نتیجه بدست آمده از تحقیقات هانگ و پلگری (۲۰۰۷) می‌باشد.

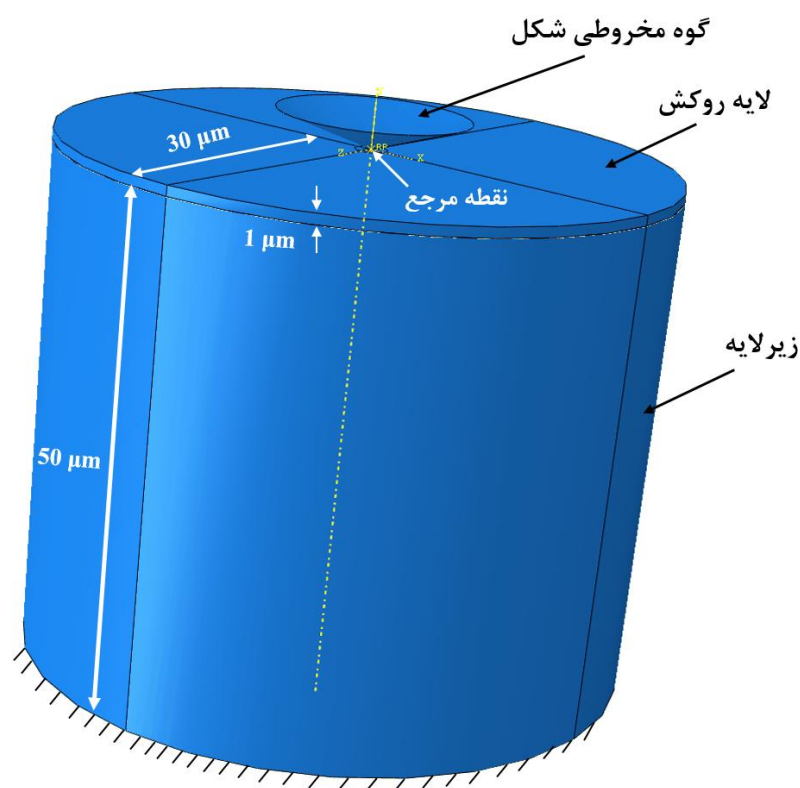


شکل ۴-۲۷: نمودار نیرو-جابجایی با در نظر گرفتن حالت کاملاً چسبنده بین دو لایه برای جابجایی بزرگ‌تر از ۷۰ نانومتر برای مدل‌سازی دوبعدی و سه‌بعدی.

^۱ Axisymmetric

۴-۶-۳- مدل سازی تست فرورفتگی

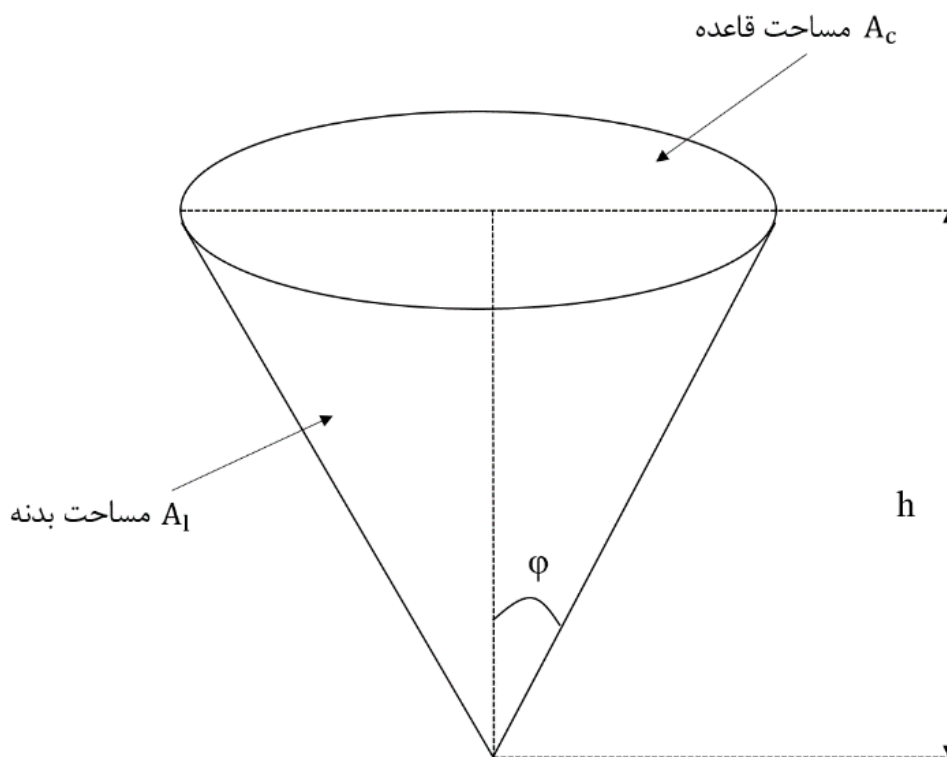
مدل سازی پیش رو تعمیم یافته مدل سازی انجام شده در تحقیق هانگ و پلگری (۲۰۰۷) می باشد. این مدل سازی در حالت سه بعدی و با قرارگیری ترکی بین لایه روکش و زیرلایه در نرم افزار آباکوس مورد بحث و بررسی قرار می گیرد. هندسه و شرایط مرزی این مدل سازی در شکل ۴-۲۸ نشان داده شده است. در مدل سازی این تست از گوه ای مخروطی شکل و صلب با $\varphi = 70/3^\circ$ که دارای نسبت عمق به مساحت پیرامونی مشابه با گوه برکوویچ است استفاده می گردد (شکل ۴-۲۹).



شکل ۴-۲۸: هندسه، ابعاد و شرایط مرزی مدل سازی تست فرورفتگی در حالت سه بعدی.

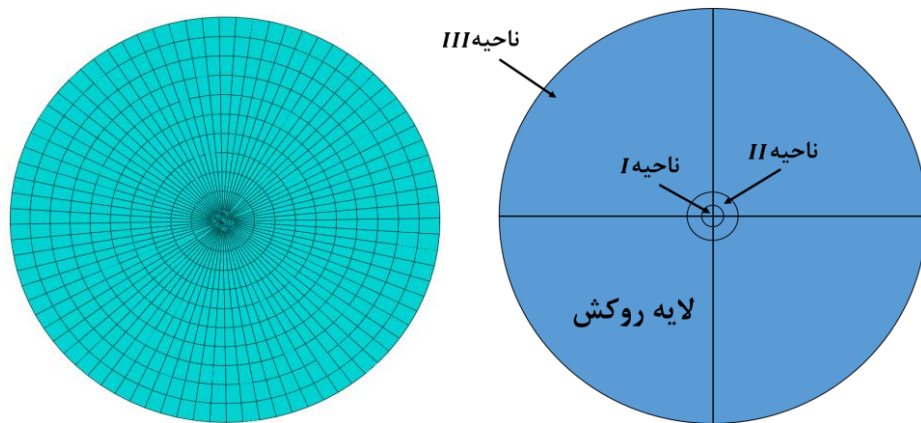
اشکال ۴-۳۰ و ۴-۳۱ نشان دهنده نواحی مش بندی و همچنین شکل مش بندی مورد استفاده در مدل سازی تست فرورفتگی می باشد. سه ناحیه I، II و III نشان دهنده سه منطقه برای مش بندی مساله پیش رو می باشد. با توجه به این که ناحیه زیر گوه از اهمیت بیش تری برای تحلیل و بررسی تست فرورفتگی برخوردار است، در این ناحیه از مش بندی با ابعاد کوچک تری نسبت به نواحی II و III استفاده می گردد. فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه به صورت کاملا چسبنده در نظر گرفته می گردد و همچنین در محل

برخورد گوه مخروطی شکل و لایه روکش اصطکاکی در نظر گرفته نمی‌شود. لایه روکش و زیرلایه از سه ناحیه دایره‌ای شکل تشکیل شده است که مساحت هر ناحیه در هر دو لایه با هم برابر و یکسان می‌باشد. همان‌طور که در اشکال ۴-۳۰ و ۴-۳۱ مشاهده می‌گردد ناحیه I در زیر گوه مخروطی شکل دارای متراکم‌ترین ناحیه مش‌بندی می‌باشد و در نواحی II و III به ترتیب از تراکم مش‌بندی کاسته می‌گردد. با توجه به اینکه مساله پیش رو در حالت تنش صفحه‌ای مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد لذا از المان $C3D8R$ برای هر دو لایه استفاده می‌گردد.

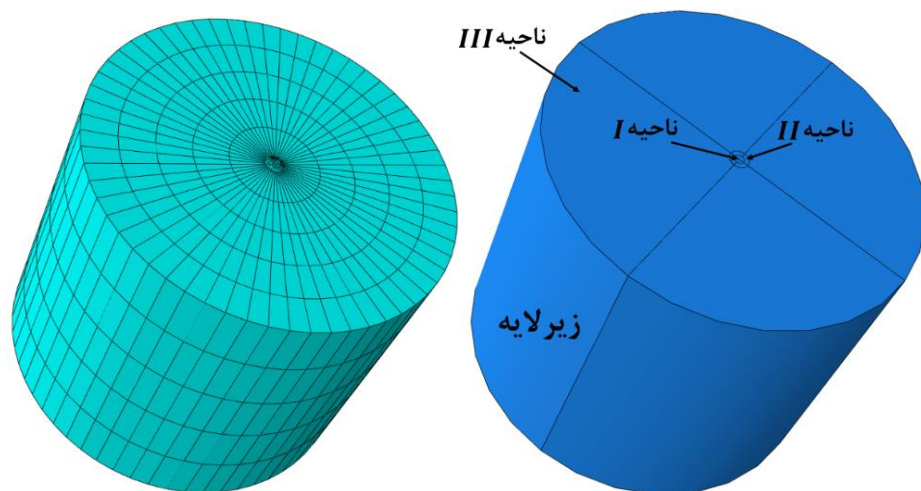


شکل ۴-۲۹: گوه مخروطی شکل با $A_c=24.56h^2$ ، $A_l=27.03h^2$ و $\varphi = 70.3^\circ$.

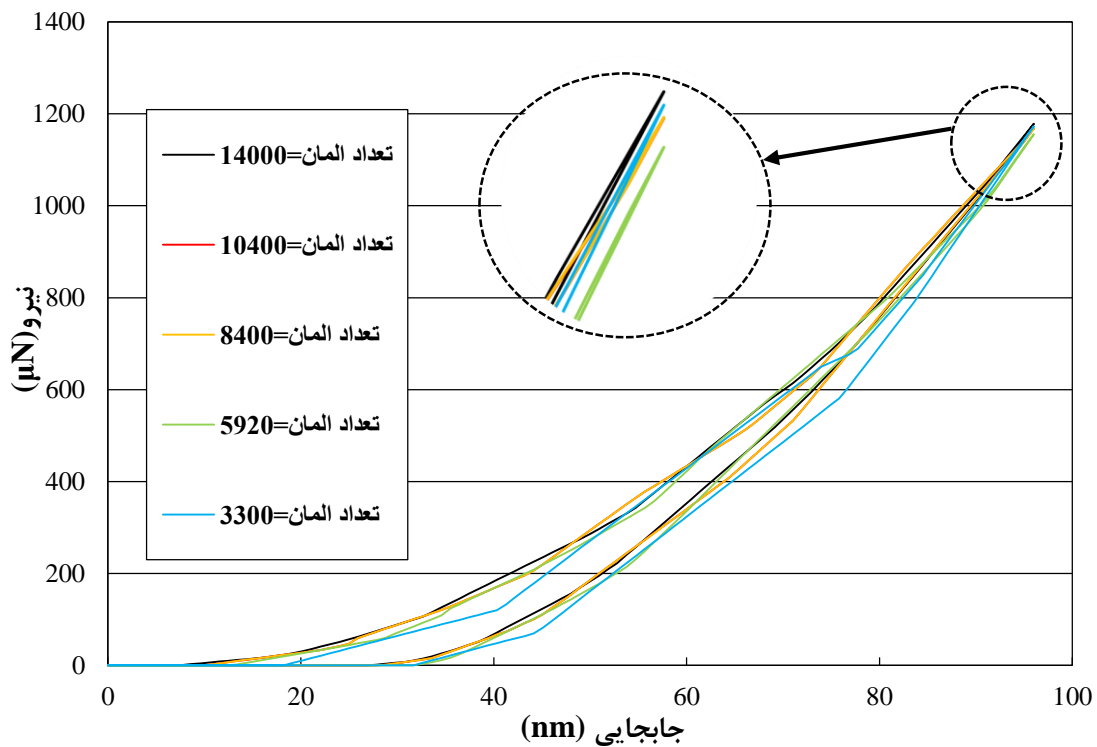
برای جلوگیری از اتلاف زمان ناشی از مش‌بندی نامناسب در مدل‌سازی و زیاد شدن زمان تحلیل نرم‌افزار آباکوس در جهت بدست آوردن تعداد المان‌های کافی و مناسب در لایه روکش از روش همگرایی جواب به وسیله تحلیل حساسیت استفاده شده است. با توجه به شکل ۴-۳۲ تعداد ۱۰۴۰۰ المان برای لایه روکش در نظر گرفته شده است. لازم به توضیح است نمودارهای نیرو-جابجایی رسم شده در این مثال برای نقطه مرجع تعریف شده در نوک گوه بدست آمده است (شکل ۴-۲۸).



شکل ۴-۳۰: نواحی مش بندی و ساختار مش بندی در لایه روکش.

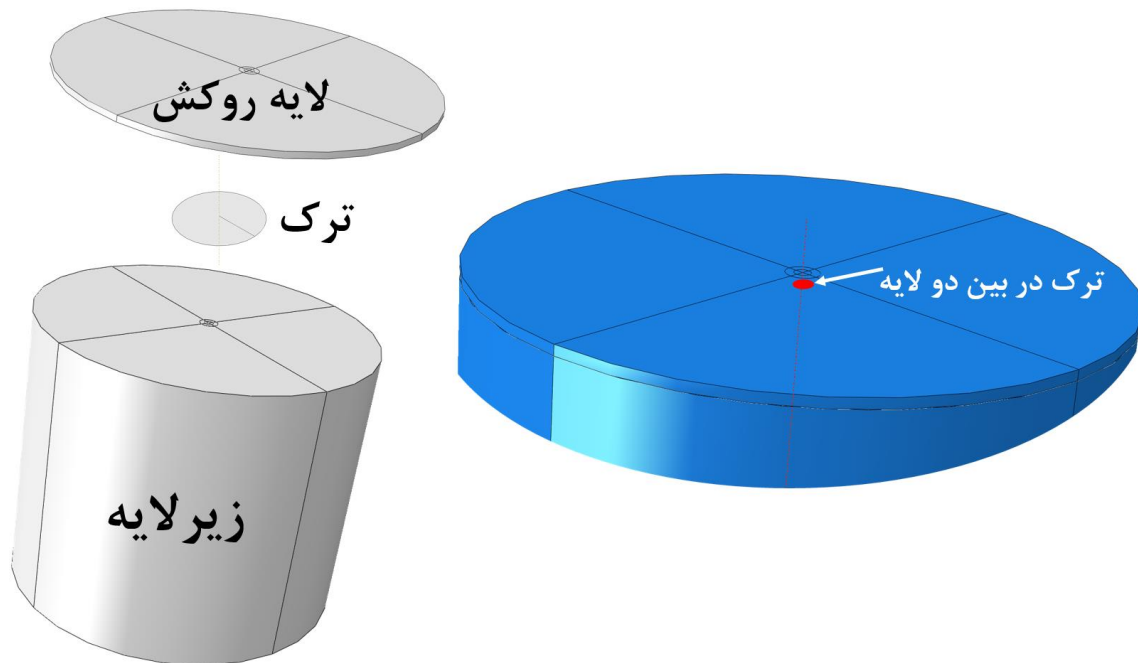


شکل ۴-۳۱: نواحی مش بندی و ساختار مش بندی در زیر لایه.

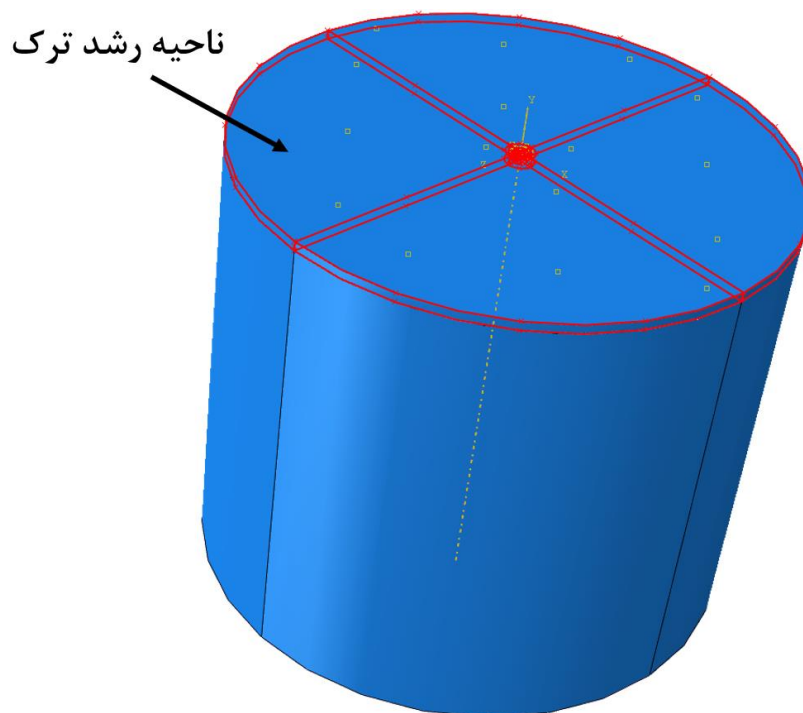


شکل ۴-۳۲: نمودار تحلیل حساسیت به ازای تعداد المان های لایه روکش.

شکل ۴-۳۳ محل قرارگیری ترک دایره‌ای شکل که در بین لایه روکش و زیرلایه قرار گرفته است را نشان می‌دهد. محل رشد ترک در لایه روکش و همچنین فصل مشترک لایه روکش و زیرلایه در نظر گرفته می‌شود که در شکل ۴-۳۴ نشان داده شده است.



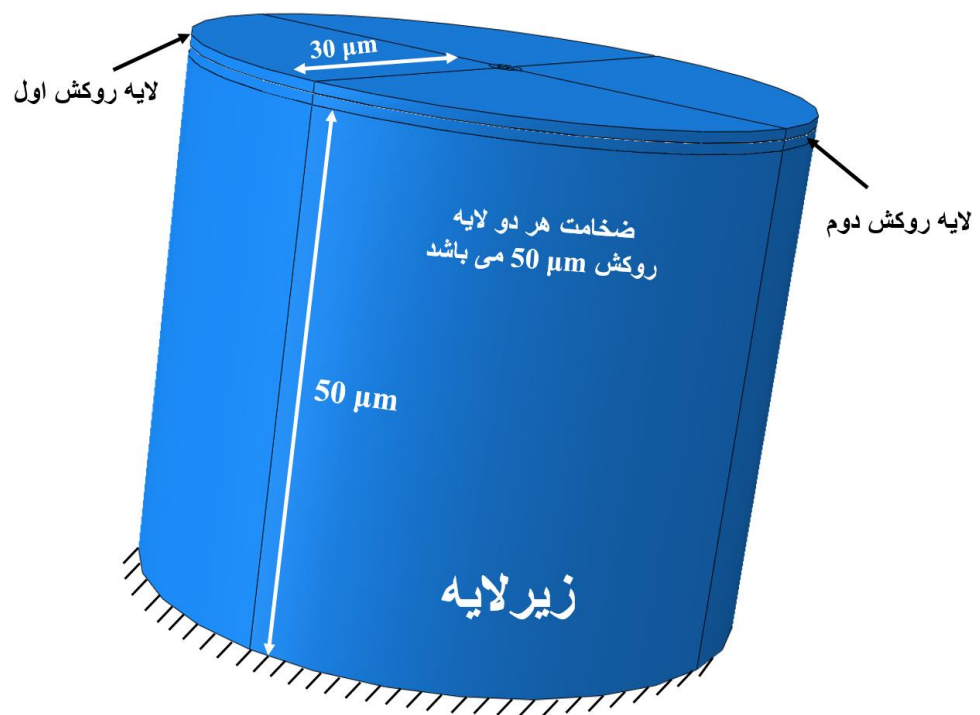
شکل ۴-۳۳: محل قرارگیری ترک بین لایه روکش و زیرلایه.



شکل ۴-۳۴: ناحیه گسترش ترک در تست فرورفتگی.

۴-۶-۴ تحلیل حساسیت تنش تسلیم در تست فرورفتگی برای حالت بدون ترک

در این قسمت اثر تنش تسلیم بر روی نمودار نیرو-جابجایی در تست فرورفتگی با مدل سازی نمونه‌ای با دو لایه روکش مورد بررسی قرار می‌گیرد (نمونه مورد بررسی فاقد ترک اولیه است). هر دو لایه روکش دارای هندسه مشابهی می‌باشند که در شکل (۴-۳۵) نشان داده شده است. تمامی قسمت‌های نمونه مدل سازی شده از المان‌های $C3D8R$ تشکیل شده است و اندرکنش در تمامی فصل مشترک‌های لایه‌ها به صورت کاملاً چسبنده در نظر گرفته شده است. رفتار هر دو لایه روکش به صورت الاستوپلاستیک و رفتار زیرلایه به صورت الاستیک در نظر گرفته شده است. مقادیر مدول یانگ، ضریب پواسون و ضریب کار سخت‌شدگی برای هر سه لایه با توجه به جدول ۴-۸ ثابت در نظر گرفته می‌شود.

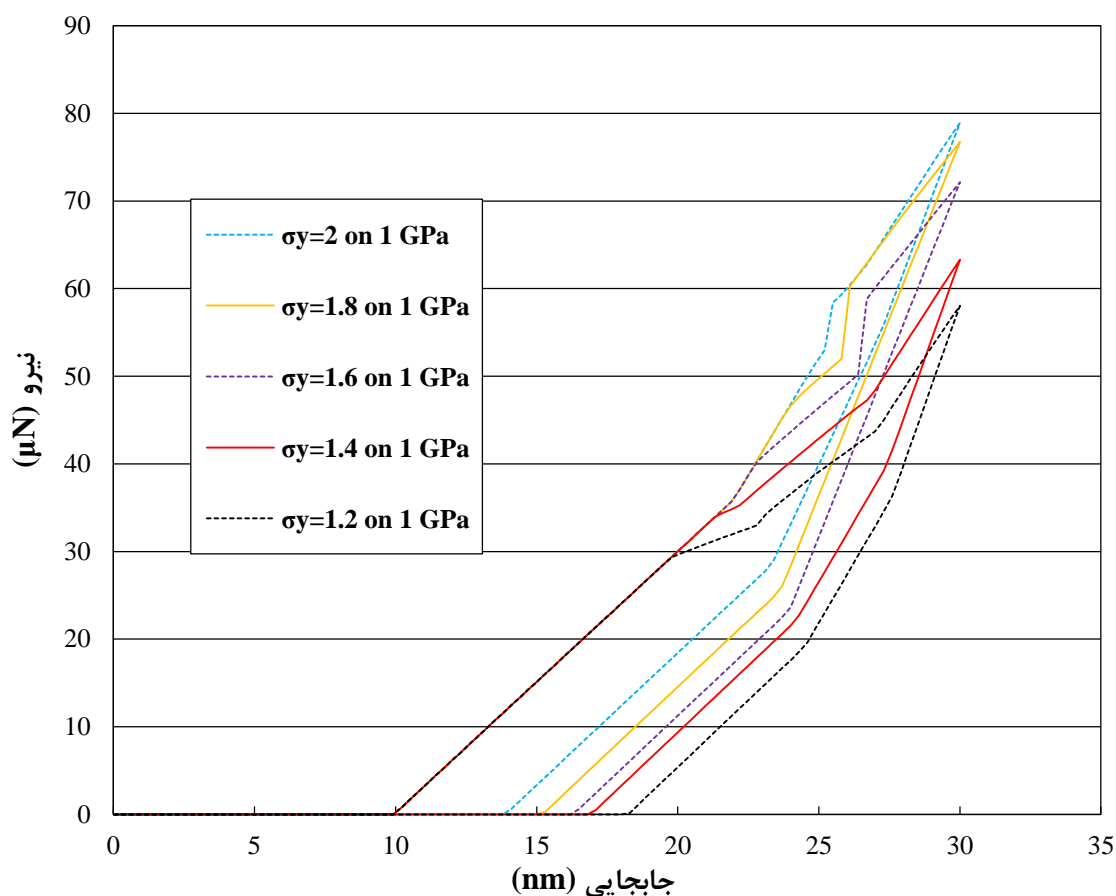


شکل ۴-۳۵: هندسه و شرایط مرزی تست فرورفتگی دارای دو لایه روکش.

جدول ۴-۸: مشخصات مکانیکی اختصاص داده شده به لایه‌ها در تست فرورفتگی.

مکان	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	ضریب کار سخت‌شدگی
لایه روکش اول	۸۰	۰/۳	۰/۱
لایه روکش دوم	۸۰	۰/۳	۰/۱
زیرلایه	۳۰۰	۰/۳	-

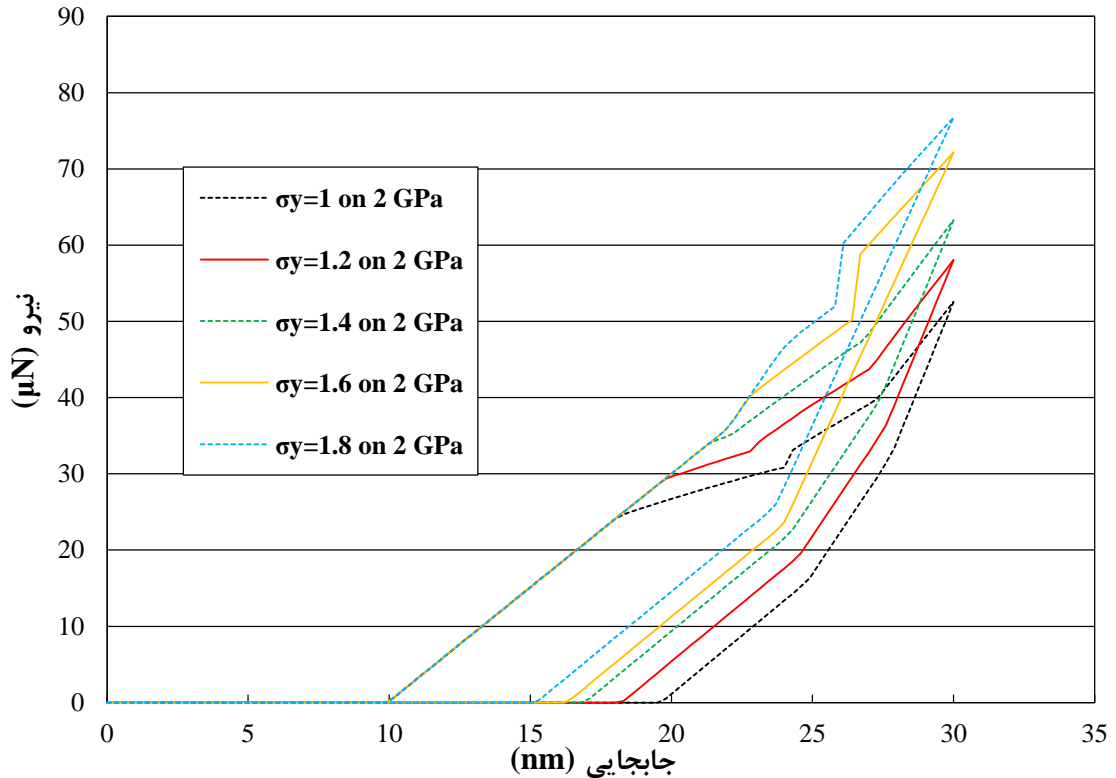
مقادیر تنش تسلیم برای لایه روکش اول به ترتیب $1/2$ ، $1/4$ ، $1/6$ ، $1/8$ و 2 گیگاپاسکال و برای لایه روکش دوم 1 گیگاپاسکال در نظر گرفته می‌گردد. شکل (۴-۳۶) نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه روکش اول با تنش تسلیم اولیه بیش‌تر بر روی لایه روکش دوم با تنش تسلیم اولیه کم‌تر می‌باشد. با افزایش مقدار تنش تسلیم اولیه در لایه روکش اول، المان‌های لایه روکش اول دیرتر به مقدار پلاستیک نهایی خود می‌رسند و نمونه می‌تواند ظرفیت باربری بیش‌تری را از خود نشان دهد.



شکل ۴-۳۶: نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه روکش اول با تنش تسلیم بیش‌تر بر روی لایه روکش دوم با تنش تسلیم کم‌تر.

شکل ۴-۳۷ بیان‌گر نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای قرارگیری تنش تسلیم اولیه کم‌تر برای لایه روکش اول بر روی تنش تسلیم اولیه بیش‌تر برای لایه روکش دوم می‌باشد. مشخصات الاستیک هر سه لایه مشابه با جدول ۴-۸ در نظر گرفته می‌شود. مقادیر تنش تسلیم اولیه برای لایه روکش اول $1/4$ ، $1/2$ ، $1/6$ و $1/8$ گیگاپاسکال و برای زیرلایه 2 گیگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود. با کاهش مقدار تنش تسلیم

اولیه در لایه روکش اول، المان‌های موجود در این لایه زودتر وارد مرحله پلاستیک می‌شوند و نمونه ظرفیت باربری کم‌تری را نمایش می‌دهد.



شکل ۴-۳۷: نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه روکش اول با تنش تسلیم کم‌تر بر روی لایه روکش دوم با تنش تسلیم بیش‌تر.

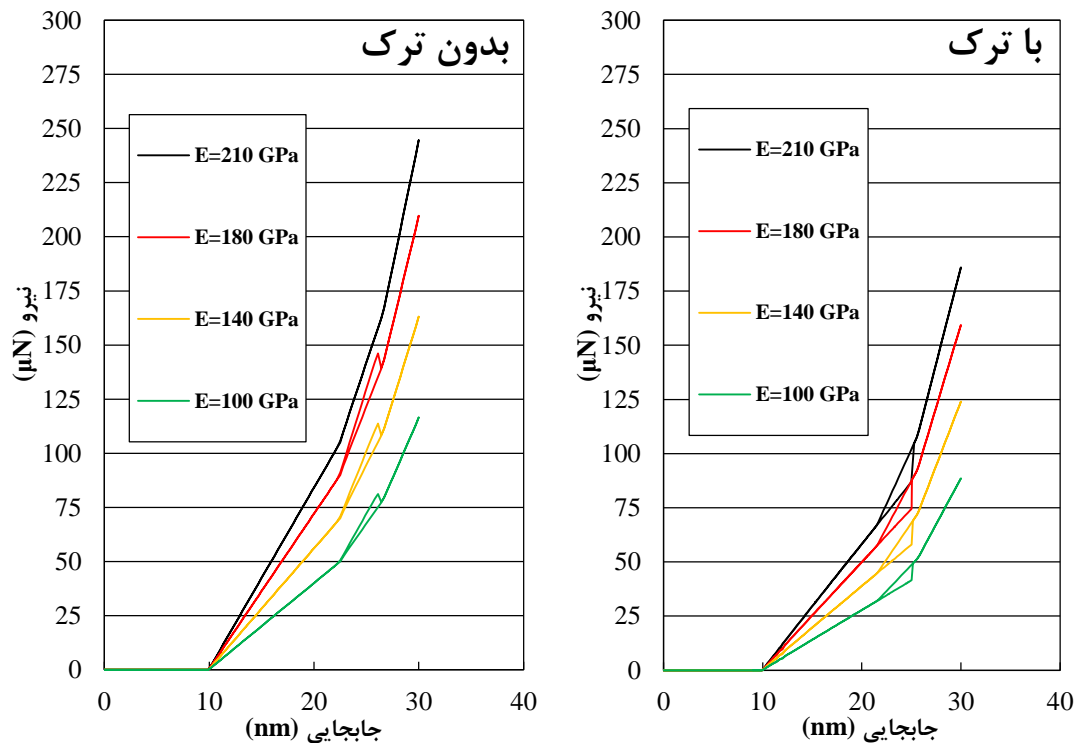
جدول ۴-۹ نشان‌دهنده میزان تغییرات ظرفیت باربری در تست فرورفتگی به‌ازای تغییر در تنش تسلیم لایه روکش می‌باشد.

جدول ۴-۹: تغییرات ظرفیت باربری در تست فرورفتگی به‌ازای تغییر در تنش تسلیم لایه روکش.

تست فرورفتگی					
تنش تسلیم اولیه بیش‌تر بر روی کم‌تر			تنش تسلیم اولیه کم‌تر بر روی بیش‌تر		
نسبت تنش تسلیم لایه روکش به زیرلایه (GPa)	مقدار بیشینه نیرو (N)	در صد افزایش (%)	نسبت تنش تسلیم لایه روکش به زیرلایه (GPa)	مقدار بیشینه نیرو (N)	در صد کاهش (%)
۱/۲	۵۸/۰۵	۰	۰/۹	۷۶/۷۳	۰
۱/۴	۶۳/۲۹	۸	۰/۸	۷۲/۱۵	۶
۱/۶	۷۲/۱۵	۲۴	۰/۷	۶۳/۲۹	۲۱
۱/۸	۷۶/۷۳	۳۲	۰/۶	۵۸/۰۵	۳۲
۲	۷۸/۹	۳۶	۰/۵	۵۲/۵۷	۴۶

۴-۶-۵- اثر قرارگیری ترک در بین دو لایه

شکل ۴-۳۸ نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف مدول یانگ برای دو نمونه در تست فرورفتگی می‌باشد. در یکی از نمونه‌ها ترک در بین دو لایه مدل‌سازی شده است و نمونه دیگر فاقد ترک است. با در نظر گرفتن خصوصیات مشابه الاستیک برای لایه‌های روکش و زیرلایه و تغییر در مقدار پارامتر مدول یانگ به بررسی اثر قرارگیری ترک در بین دو لایه پرداخته می‌شود. مقادیر پارامتر اختصاص داده شده به لایه‌های روکش و زیرین در هر دو نمونه به‌صورت ۱۰۰، ۱۴۰، ۱۸۰ و ۲۱۰ گیگاپاسکال می‌باشد.



شکل ۴-۳۸: نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف مدول یانگ در دو نمونه با ترک و بدون ترک در تست فرورفتگی.

با بررسی شکل ۴-۳۸ و مقایسه نمودار نیرو-جابجایی بدست آمده برای دو نمونه با ترک و بدون ترک مشخص می‌گردد که مقدار بیشینه نیروی حاصل شده در نمودار نیرو-جابجایی در نمونه بدون ترک بیش‌تر از نمونه با ترک می‌باشد. در نمونه بدون ترک با نفوذ گوه در داخل لایه روکش تمامی نیرو به‌وجود آمده در لایه روکش صرف نفوذ گوه می‌گردد اما وجود داشتن ترک در بین دو لایه موجب می‌گردد قسمتی از نیروی به‌وجود آمده در هنگام نفوذ گوه به داخل لایه روکش صرف گسترش ترک و

پدیدار شدن سطوح جدید در فصل مشترک دو لایه گردد. با بررسی مقادیر بیشینه نیرو در نمودار نیرو-جابجایی نتیجه می‌گردد مقدار ۳۲٪ از بیشینه ظرفیت باربری نمونه به علت وجود ترک اولیه کاسته می‌گردد.

۴-۶-۶- قرارگیری ماده سخت بر روی ماده نرم در تست فرورفتگی (حالت I)

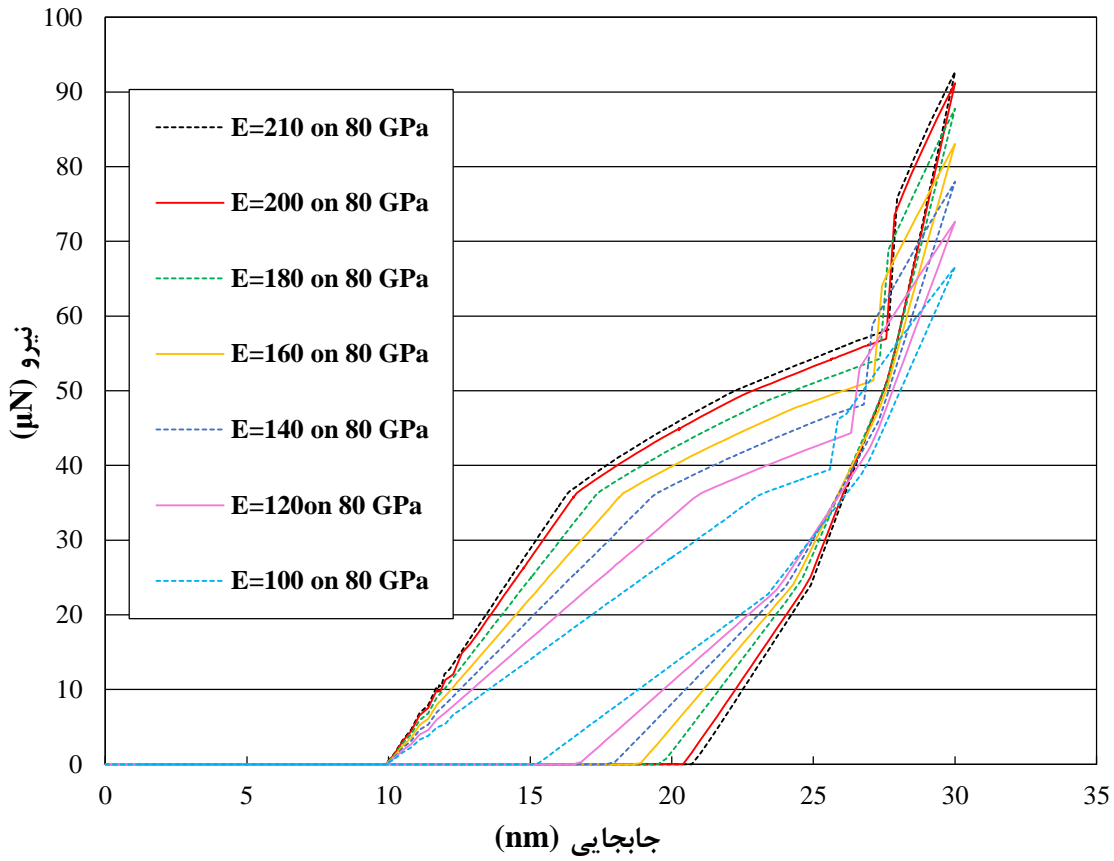
در این قسمت با در نظر گرفتن ترک اولیه بین لایه‌های روکش و زیرلایه به بررسی اثر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم (لایه روکش سخت‌تر از زیرلایه می‌باشد) بر روی نمودار نیرو-جابجایی بدست آمده از نقطه مرجع در نوک گوه پرداخته خواهد شد. مقدار پارامتر مدول یانگ برای لایه روکش به صورت ۱۰۰، ۱۲۰، ۱۴۰، ۱۶۰، ۱۸۰، ۲۰۰ و ۲۱۰ گیگاپاسکال و برای لایه روکش ۸۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود، همچنین سایر پارامترهای مربوط به لایه روکش و زیرلایه با توجه به جدول ۴-۱۰ مشخص می‌گردد.

جدول ۴-۱۰: خصوصیات مکانیکی اختصاص داده شده به لایه روکش و زیرلایه.

مکان	ضریب پواسون	مقاومت کششی (MPa)	انرژی شکست (N/mm)	تنش تسلیم (MPa)	ضریب کار سخت‌شدگی
لایه روکش	۰/۳	۲۰	۵	۱۵۰۰	۰/۱
زیرلایه	۰/۳	-	-	-	-

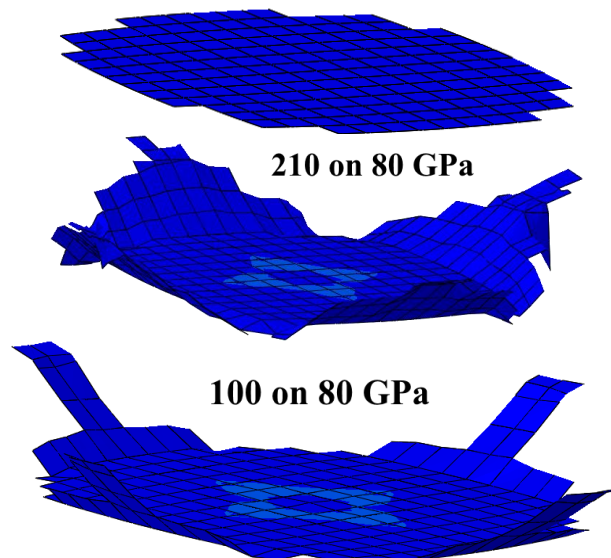
شکل ۴-۳۹ نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای مقادیر مختلف مدول یانگ که به لایه روکش اختصاص داده شده است را نمایش می‌دهد. با افزایش مقدار مدول یانگ در لایه روکش سختی ماده روکش افزایش پیدا می‌کند. با توجه به این‌که سخت‌تر شدن ماده منجر به افزایش مقاومت المان‌های تشکیل‌دهنده لایه روکش می‌شود و المان‌ها بار بیش‌تری را به خود جذب می‌کنند لذا بیشینه بار بدست آمده از نمودار نیرو-جابجایی در هر مرحله با سخت‌تر شدن لایه روکش نسبت به زیرلایه افزایش پیدا می‌کند. از سوی دیگر با سخت‌تر شدن لایه روکش رفتار ماده تُردتر خواهد شد که منجر به شکست و گسترش ترک ناگهانی در ماده می‌گردد. شکل ۴-۴۰ نشان دهنده شکل ترک اولیه و همچنین گسترش ترک به‌ازای

بیشینه نفوذ گوه درون لایه روکش (آخرین مرحله بارگذاری) به‌ازای مقادیر مدول یانگ ۲۱۰ و ۱۰۰ گیگاپاسکال (برای لایه زیرلایه) می‌باشد.

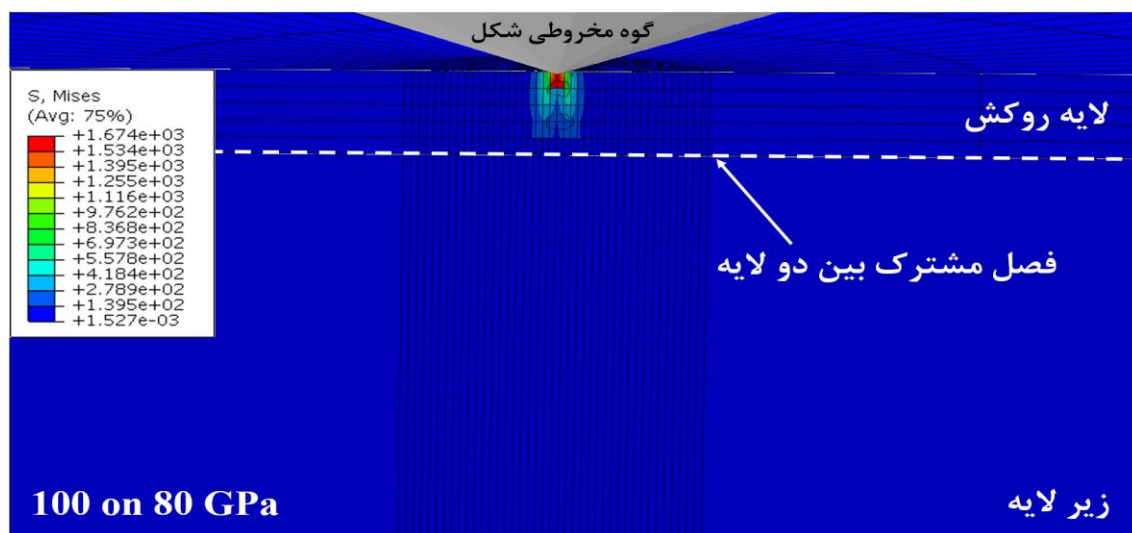
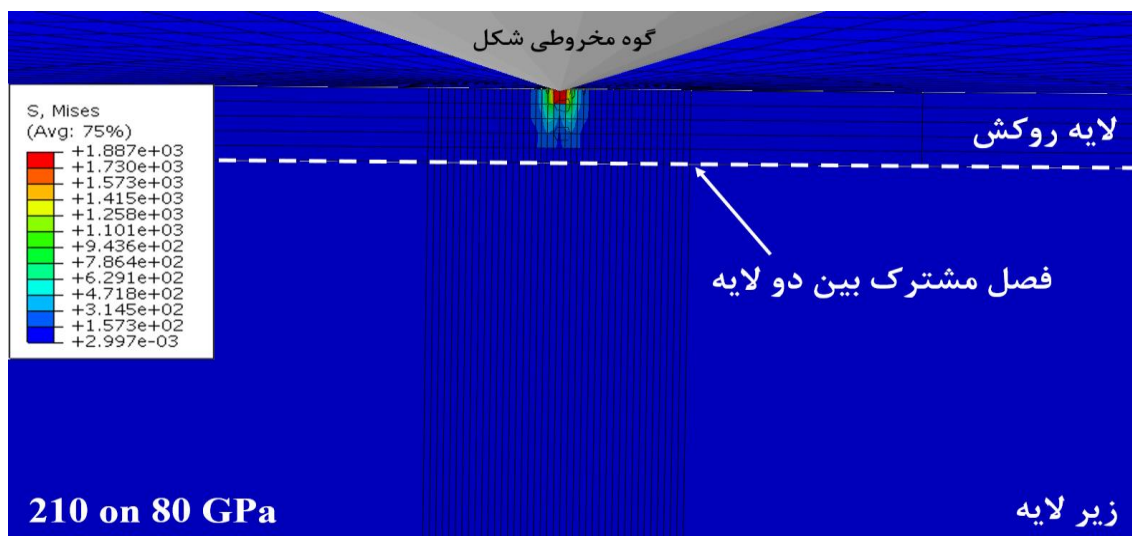


شکل ۴-۳۹: نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم در تست فرورفتگی.

ترک اولیه



شکل ۴-۴۰: نمایش ترک اولیه و حالت نهایی ترک در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم.

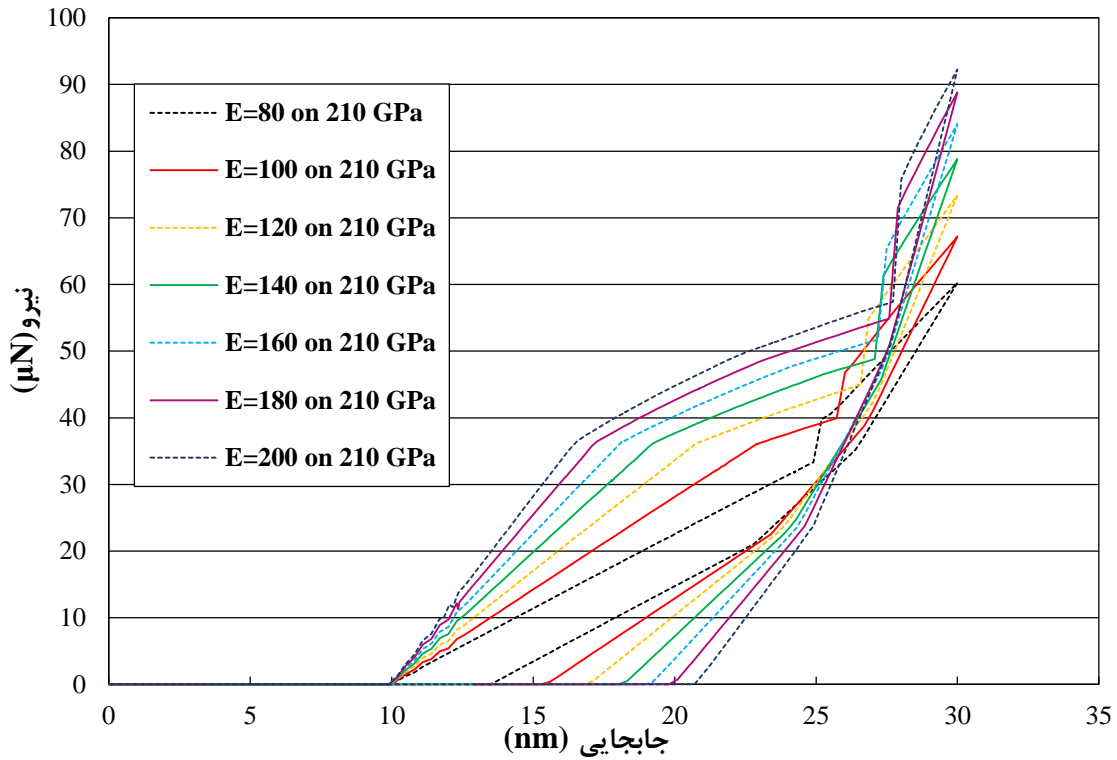


شکل ۴-۴: توزیع تنش در زمان بیشینه نفوذ گوه در لایه روکش برای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم.

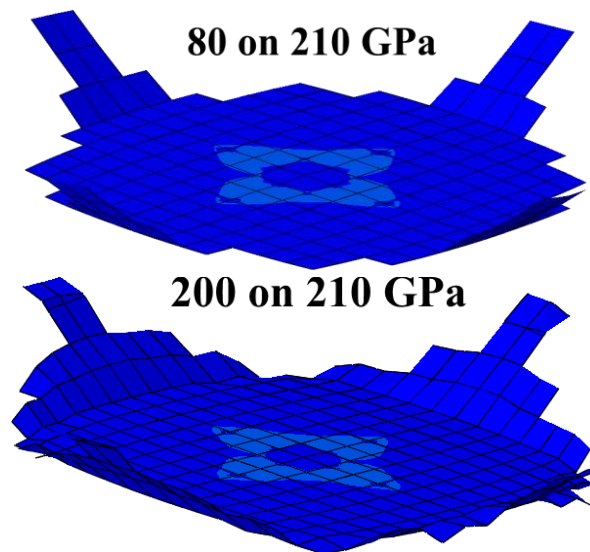
۴-۶-۷- قرارگیری ماده نرم بر روی ماده سخت در تست فرورفتگی (حالت II)

در ادامه به بررسی اثر قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت (لایه روکش نرم تر از زیرلایه می باشد) بر روی نمودار نیرو- جابجایی پرداخته می گردد. مقادیر مدول یانگ برای لایه روکش به صورت: ۸۰، ۱۰۰، ۱۲۰، ۱۴۰، ۱۶۰، ۱۸۰ و ۲۰۰ گیگاپاسکال و برای زیرلایه ۲۱۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته می شود. مشابه با قسمت قبلی سایر پارامترهای اختصاص داده شده به لایه ها با توجه به جدول ۴-۱۰ انتخاب می گردد. شکل ۴-۴۲ بیانگر نمودار نیرو- جابجایی به ازای مقادیر مختلف اختصاص داده شده به لایه روکش در قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت می باشد. با کاهش مقدار مدول یانگ در لایه روکش برخلاف قسمت قبل (قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم) مقدار بیشینه نیرو در نمودار نیرو- جابجایی

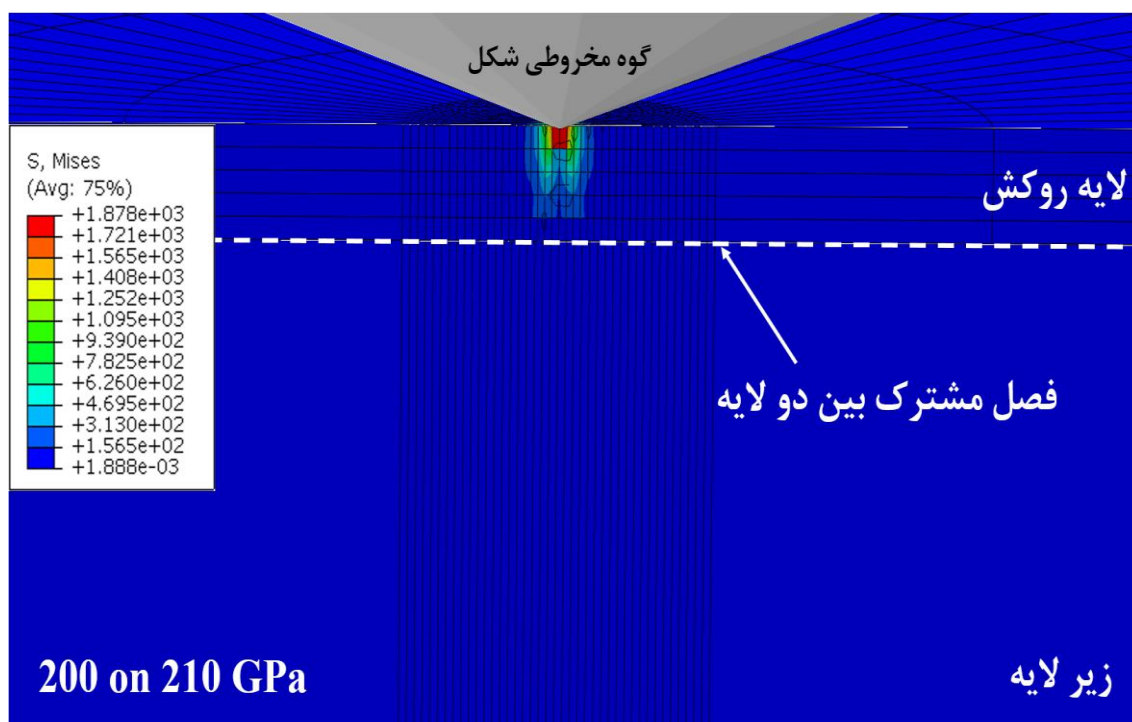
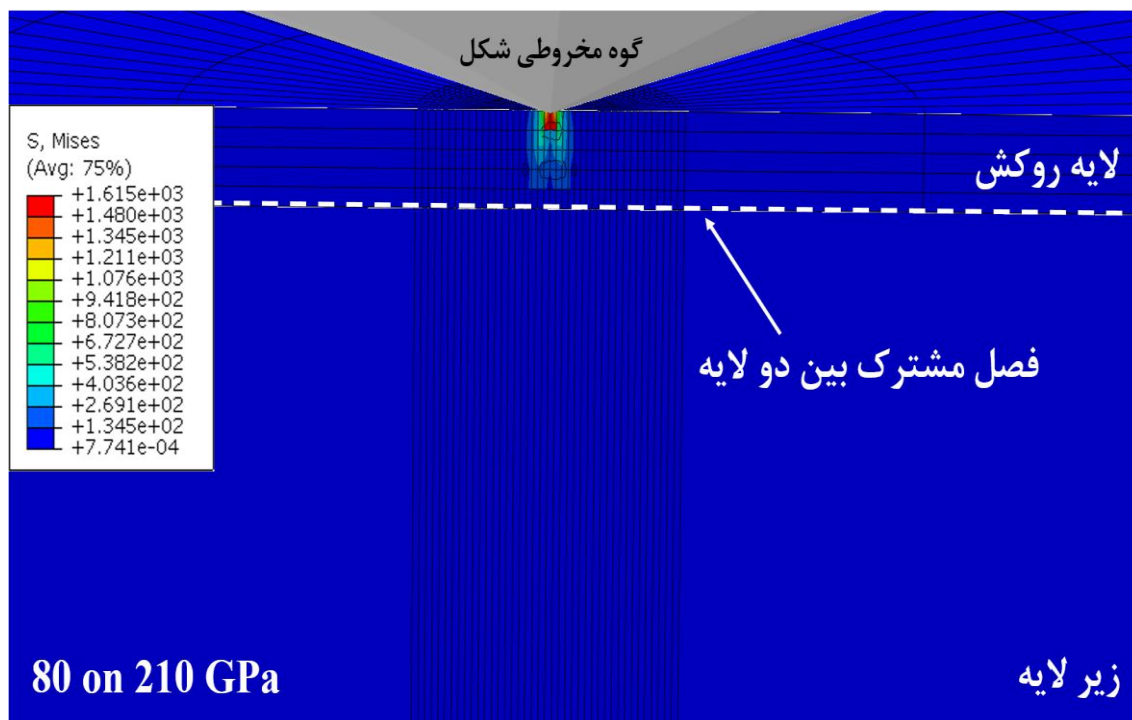
کاهش پیدا می‌کند. با کاهش مقدار مدول یانگ در هر مرحله، شروع گسترش ترک نیز در نیروهایی به مراتب کم‌تر از مرحله قبلی رخ می‌دهد. از سوی دیگر کاهش مقدار مدول یانگ باعث می‌گردد نمونه رفتار شکل پذیرتری را از خود نشان دهد و گسترش ترک کم‌تری در فصل مشترک دو لایه شکل گیرد (شکل ۴-۴۳).



شکل ۴-۴۲: نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت در تست فرورفتگی.



شکل ۴-۴۳: نمایش ترک اولیه و حالت نهایی ترک در قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت.



شکل ۴-۴: توزیع تنش در زمان بیشینه نفوذ گوه در لایه روکش برای قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت.

جدول ۴-۱۱ نشان دهنده میزان تغییرات ظرفیت باربری نمونه به‌ازای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه

نرم و بالعکس در تست فرورفتگی می‌باشد.

جدول ۴-۱۱: تغییرات ظرفیت باربری نمونه به‌ازای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس در تست فرورفتگی.

تست فرورفتگی							
درصد کاهش	بیشینه نیرو	نسبت سختی لایه روکش به زیرلایه	لایه نرم بر روی سخت	درصد افزایش	بیشینه نیرو	نسبت سختی لایه روکش به زیرلایه	لایه سخت بر روی نرم
(%)	(N)		(GPa)	(%)	(N)		(GPa)
۰	۹۲/۲۱	۰/۹۵	۲۰۰ / ۲۱۰	۰	۶۶/۵۷	۱/۲۵	۱۰۰ / ۸۰
۴	۸۸/۸۱	۰/۸۶	۱۸۰ / ۲۱۰	۹	۷۲/۶۴	۱/۵	۱۲۰ / ۸۰
۹	۸۴/۰۷	۰/۷۶	۱۶۰ / ۲۱۰	۱۷	۷۸/۰۱	۱/۷۵	۱۴۰ / ۸۰
۱۵	۷۸/۸۴	۰/۶۷	۱۴۰ / ۲۱۰	۲۵	۸۳/۰۷	۲	۱۶۰ / ۸۰
۲۰	۷۳/۳۷	۰/۵۷	۱۲۰ / ۲۱۰	۳۲	۸۷/۷۸	۲/۲۵	۱۸۰ / ۸۰
۲۷	۶۷/۱۹	۰/۴۸	۱۰۰ / ۲۱۰	۳۷	۹۱/۱۹	۲/۵	۲۰۰ / ۸۰
۳۵	۶۰/۲۶	۰/۳۸	۸۰ / ۲۱۰	۳۹	۹۲/۶۷	۲/۶۲۵	۲۱۰ / ۸۰

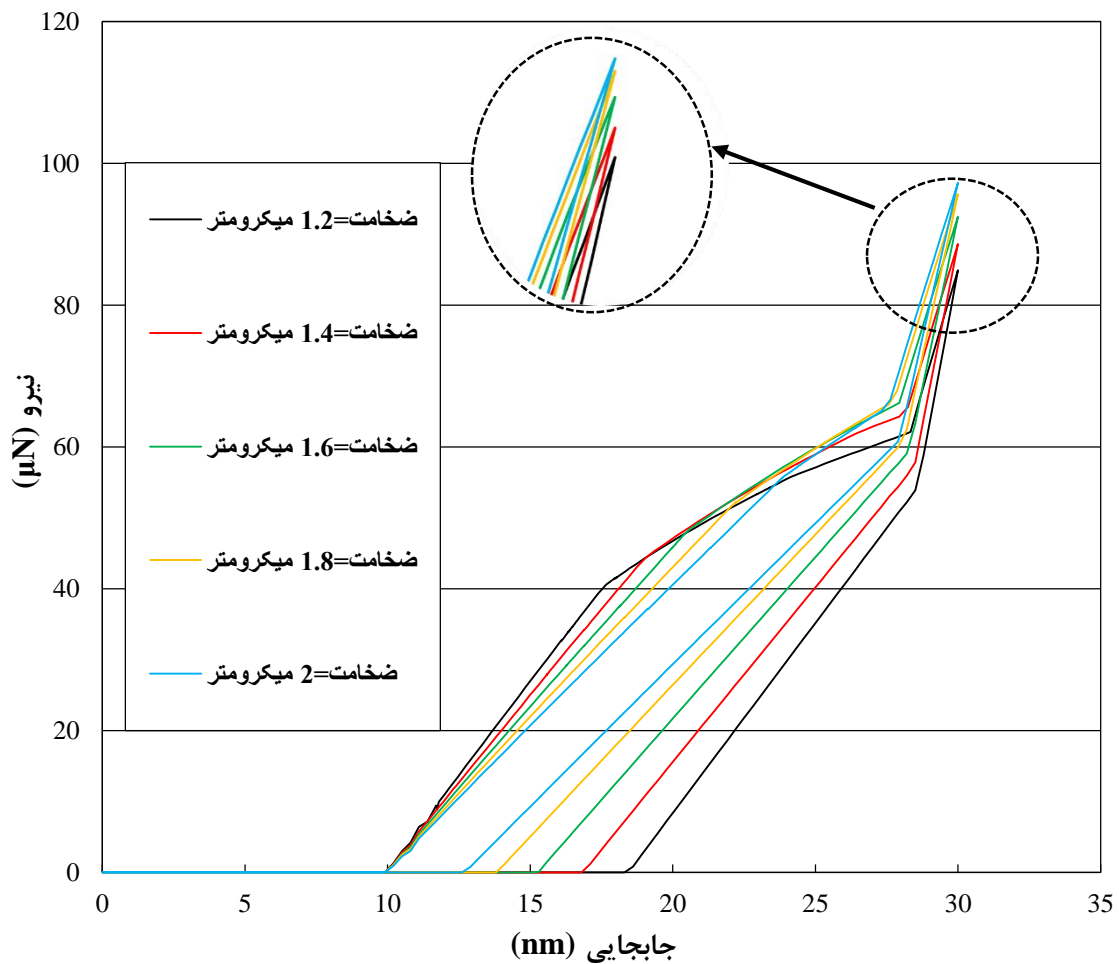
۴-۶-۸- اثر ضخامت لایه روکش بر روی نمودار نیرو- جابجایی

در این قسمت به بررسی اثر ضخامت لایه روکش در دو حالت قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس در نمودار نیرو- جابجایی پرداخته شده است. ضخامت لایه روکش از ۱/۲ تا ۲ میکرومتر با گام‌های افزایشی ۰/۲ میکرومتر انجام گرفته است. خصوصیات مکانیکی لایه روکش و زیرلایه برای قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم در جدول ۴-۱۲ نشان داده شده است.

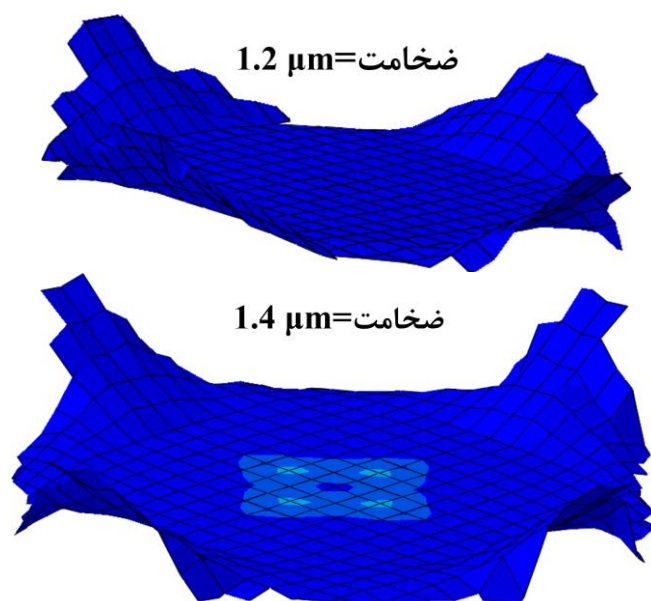
جدول ۴-۱۲: خصوصیات مکانیکی برای اثر قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم در تست فرورفتگی.

مکان	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	مقاومت کششی (MPa)	انرژی شکست (N/mm)	تنش تسلیم (MPa)
لایه روکش	۲۱۰	۰/۳	۲۰	۵	۱۵۰۰
زیرلایه	۸۰	۰/۳	-	-	-

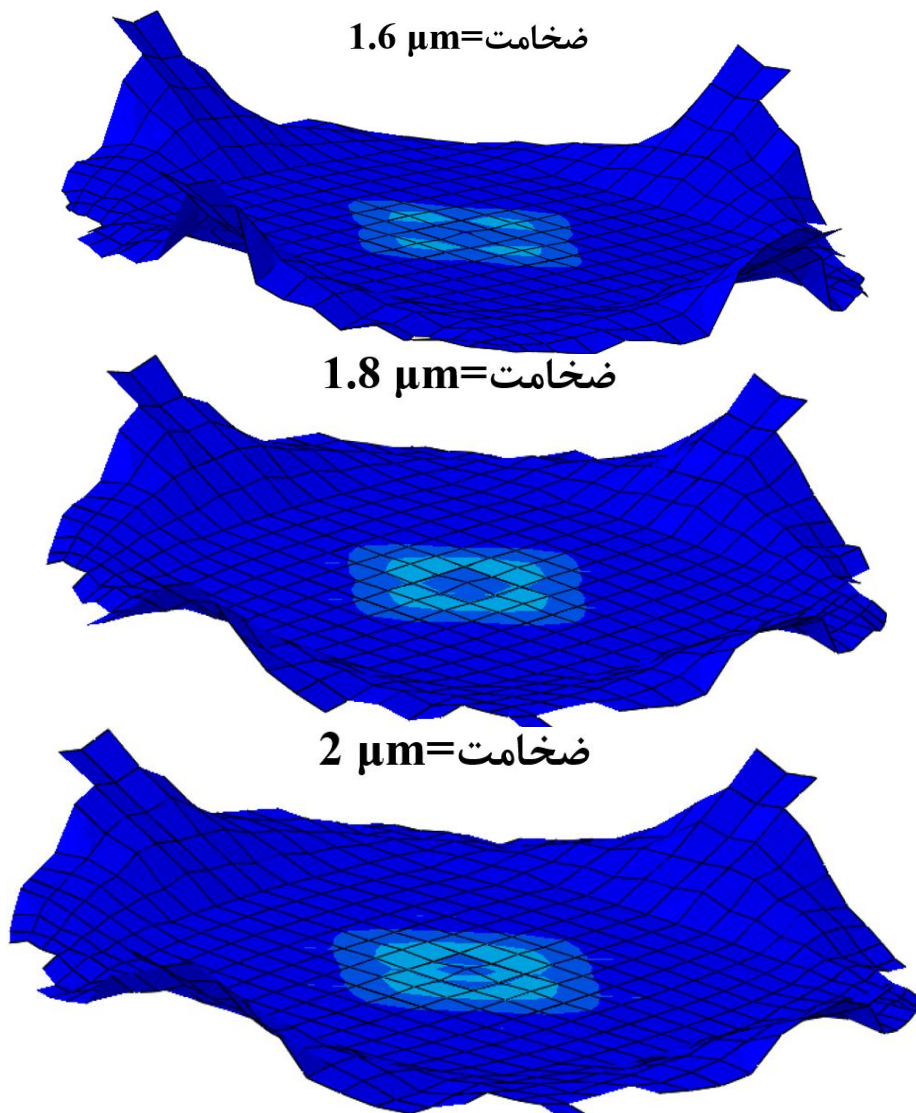
با توجه به شکل ۴-۴۵ مشخص می‌گردد که با افزایش ضخامت لایه روکش مقاومت نمونه در برابر شروع و گسترش ترک افزایش پیدا می‌کند، از سوی دیگر اضافه شدن ضخامت لایه روکش باعث افزایش درصد ماده سخت در کل نمونه می‌شود که این امر باعث تغییر رفتار ماده به سمت حالت شکننده و ترد می‌گردد. در نتیجه گسترش ترک نهایی در فصل مشترک بین دو لایه بیش‌تر خواهد شد (اشکال ۴-۴۶ و ۴-۴۷).



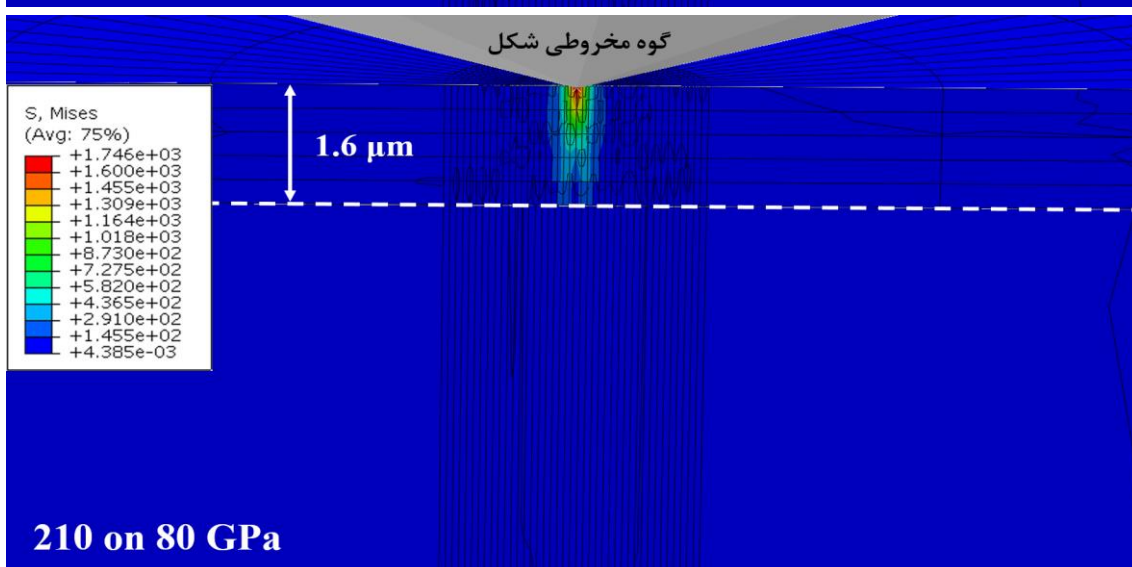
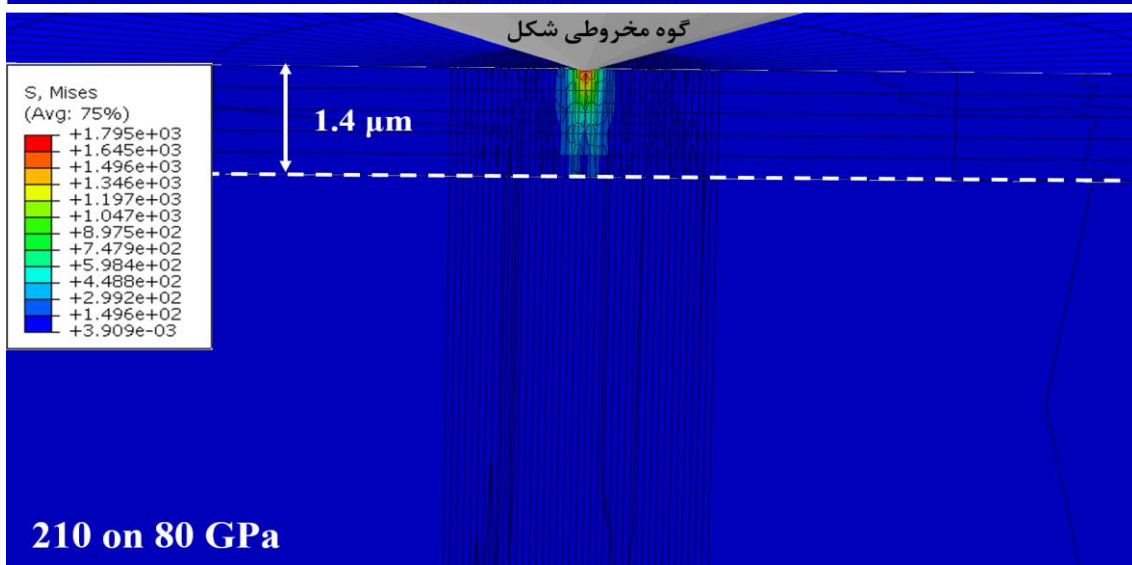
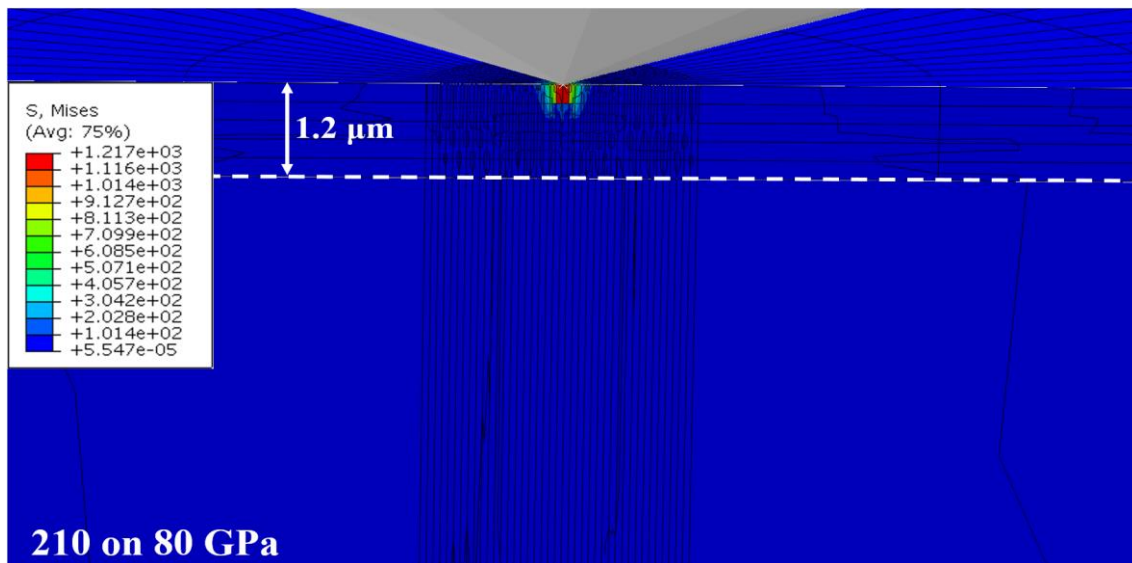
شکل ۴-۴۵: نمودار نیرو-جابجایی به‌ازای تغییر ضخامت لایه روکش در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم.



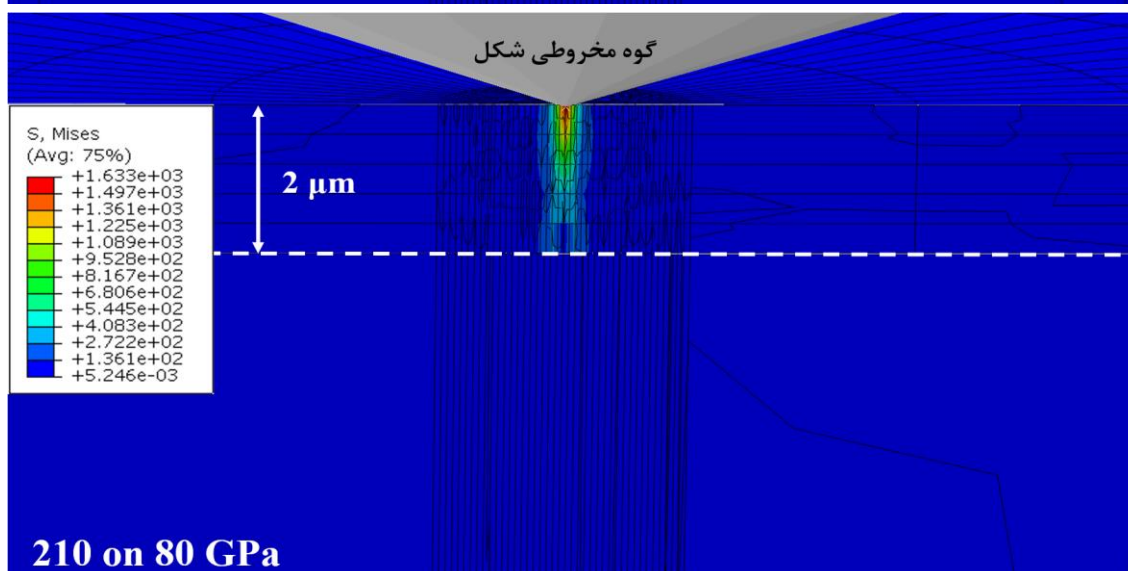
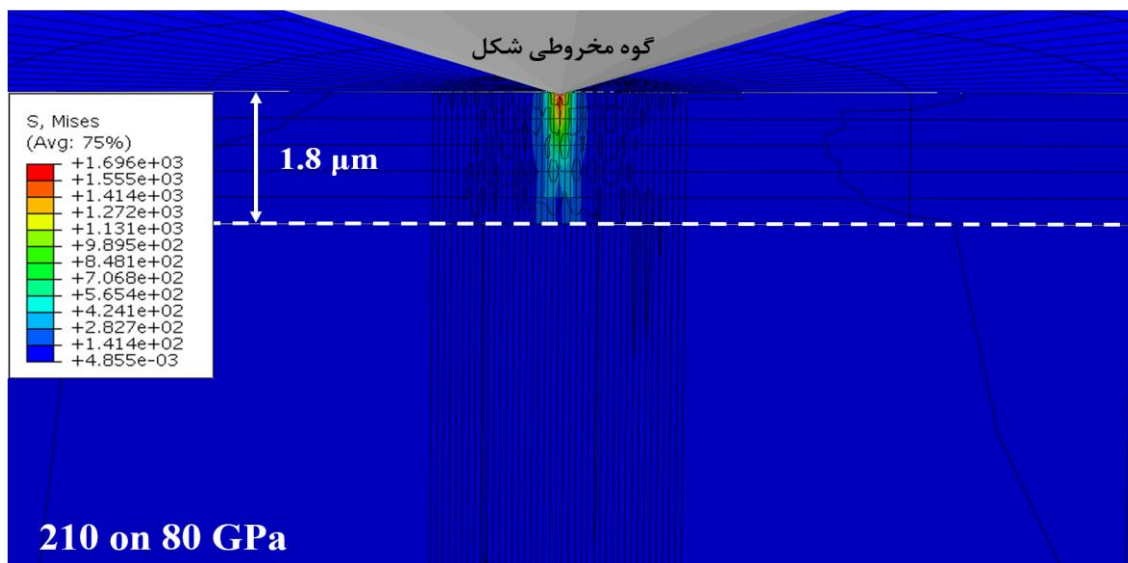
شکل ۴-۴۶: نمایش حالت نهایی ترک در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم به‌ازای ضخامت‌های ۱/۲ و ۱/۴ میکرومتر برای لایه روکش.



شکل ۴-۴۷: نمایش حالت نهایی ترک در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم به ازای ضخامت‌های $1/6$ ، $1/8$ و 2 میکرومتر برای لایه روکش.



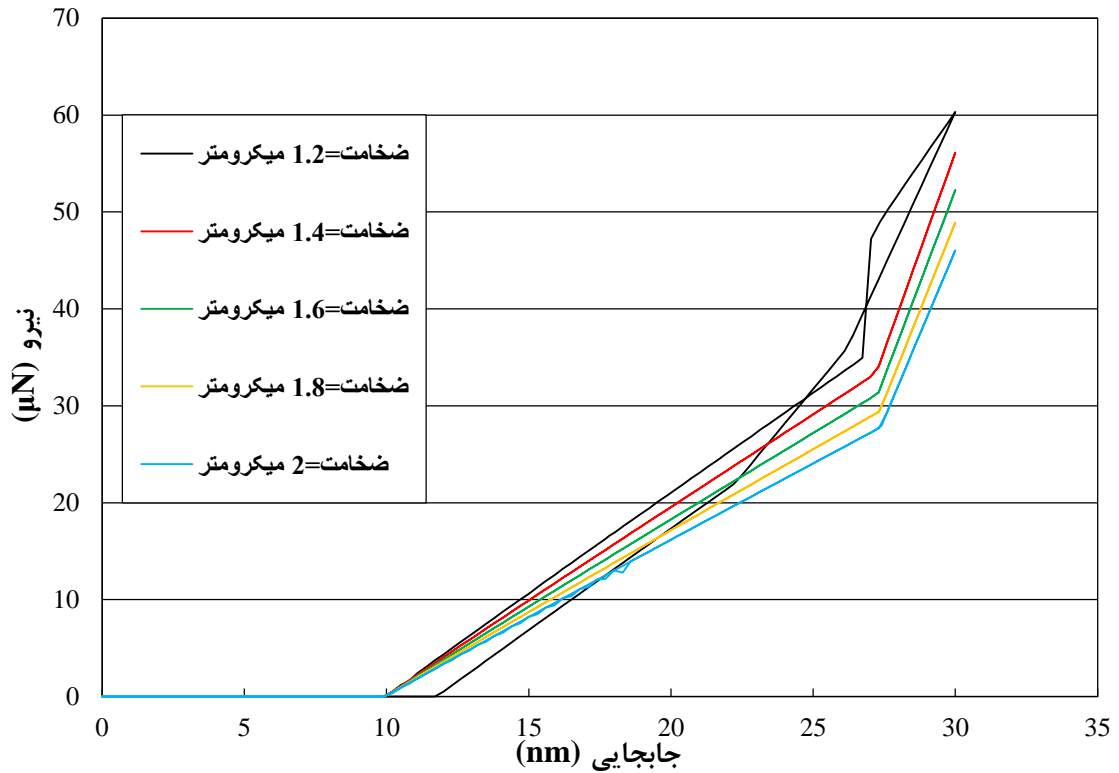
شکل ۴-۴: توزیع تنش در ناحیه زیر گوه به‌ازای بیشینه نفوذ گوه در لایه روکش به‌ازای ضخامت‌های ۱/۲، ۱/۴ و ۱/۶ میکرومتر برای لایه روکش.



شکل ۴-۴۹: توزیع تنش در ناحیه زیر گوه به‌ازای بیشینه نفوذ گوه در لایه روکش به‌ازای ضخامت‌های ۱/۸ و ۲ میکرومتر برای لایه روکش.

در آخرین قسمت از تست فرورفتگی، بررسی اثر ضخامت لایه روکش به‌ازای قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت در نمودار نیرو-جابجایی انجام پذیرفت. مشابه با قسمت قبل ضخامت لایه روکش ۱/۲، ۱/۴، ۱/۶، ۱/۸ و ۲ میکرومتر در نظر گرفته شده است. مقدار مدول یانگ برای لایه روکش و زیرلایه به ترتیب ۸۰ و ۲۱۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود و سایر پارامترها با توجه به جدول ۴-۱۲ برای هر دو لایه به‌صورت ثابت در نظر گرفته می‌شود. با توجه به شکل ۴-۵۰ نتیجه می‌شود که با افزایش ضخامت لایه روکش در هر مرحله از مقاومت نمونه در برابر گسترش ترک کاسته می‌گردد و گسترش ترک در اعمال نفوذ کم‌تری دچار گسترش ترک می‌گردد از سوی دیگر برخلاف قسمت قبل با افزایش ضخامت لایه

روکش رفتار نمونه به سمت شکل پذیری بیش تر حرکت می کند و قسمت بیش تری از نیروی اعمال شده به نمونه در لایه روکش صرف می گردد. همچنین مشاهده گردید گسترش ترک در فصل مشترک دو لایه تغییر محسوسی نمی کند.



شکل ۴-۵۰: نمودار نیرو-جابجایی به ازای تغییر ضخامت لایه روکش در قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت.

جدول ۴-۱۳ نشان دهنده تغییرات ظرفیت باربری نمونه در تست فرورفتگی به ازای ضخامت های مختلف لایه روکش می باشد.

جدول ۴-۱۳: تغییرات ظرفیت باربری نمونه در تست فرورفتگی به ازای ضخامت های مختلف لایه روکش.

تست فرورفتگی					
لایه سخت بر روی نرم			لایه نرم بر روی سخت		
ضخامت لایه روکش (µm)	بیشینه نیرو (N)	درصد افزایش	ضخامت لایه روکش (µm)	بیشینه نیرو (N)	درصد کاهش
۱/۲	۸۴/۹۵	۰	۱/۲	۶۰/۳۲	۰
۱/۴	۸۸/۶۲	۴	۱/۴	۵۶/۱۳	۷
۱/۶	۹۲/۴۶	۹	۱/۶	۵۲/۲۴	۱۳
۱/۸	۹۵/۶۹	۱۳	۱/۸	۴۸/۹۲	۱۹
۲	۹۷/۲۶	۱۵	۲	۴۶/۰۵	۲۶

فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۵-۱- نتیجه گیری

مواد کامپوزیتی از رایج ترین مواد مصرفی در صنایع مختلفی همچون مهندسی، نظامی، پزشکی و ... می باشد. شایع ترین علت خرابی و شکست در اجسام ساخته شده از مواد کامپوزیتی گسترش ترک در این مواد می باشد. علم مکانیک شکست از سالیان گذشته با ارائه روش های گوناگون و متفاوتی به بررسی خرابی و گسترش ترک در مواد گوناگون پرداخته است. روش اجزاء محدود گسترش یافته از جمله روش های قدرتمند در زمینه بررسی رشد ترک است. از این رو سالیانه محققان و پژوهشگران زیادی با استفاده از این روش به مطالعه گسترش ترک در مواد و اجسام گوناگون می پردازند.

در این تحقیق با مدل سازی گسترش ترک در دو مثال متداول و پرکاربرد حوزه مهندسی به بررسی عوامل تاثیرگذار در رشد ترک پرداخته گردید. با مدل سازی های صورت گرفته و مقایسه نتایج آن با تحقیقات سایر پژوهشگران نتیجه می گردد روش اجزاء محدود گسترش یافته روش بسیار مناسبی برای بررسی و مطالعه گسترش ترک در ساختارهای گوناگون می باشد.

در راستای بررسی گسترش ترک به صورت عمودی، تیر سه نقطه خمشی به صورت یک لایه و دولایه مدل سازی گردید. با بررسی نمودارهای نیرو- جابجایی حاصل شده از تیر سه نقطه خمشی یک لایه نتیجه گردید با افزایش پارامتر مدول یانگ با نسبت ۱ تا ۳/۵ به میزان ۱۱ درصد تیر قابلیت باربری بیش تری را تا لحظه شروع ترک خوردگی از خود بروز می دهد از سوی دیگر با زیاد شدن مقدار مدول یانگ، رفتار شکست تیر حالت تردتری را به خود می گیرد و گسترش ترک در تیر به صورت ناگهانی رخ می دهد. در ادامه به بررسی گسترش ترک به ازای پارامتر انرژی شکست پرداخته شد و نتیجه گردید به ازای افزایش مقدار این پارامتر از ۰/۱۱۳ الی ۰/۶ نیوتن بر میلی متر قابلیت تیر در برابر ترک خوردگی و شروع گسترش ترک به میزان ۹/۲ درصد افزایش پیدا می کند. در ادامه با اضافه کردن لایه روکش به تیر یک لایه و تبدیل آن به تیر دولایه به بررسی گسترش ترک عمودی در ساختارهای چندلایه پرداخته گردید. با قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و مطالعه نمودارهای نیرو- جابجایی حاصل شده نتیجه می گردد با سخت تر شدن لایه روکش نسبت به لایه زیرین به نسبت ۱/۵ الی ۳/۵ برابر میزان مشارکت

المان‌های لایه روکش که نسبت به لایه زیرین سخت‌تر می‌باشد در باربری افزایش پیدا کرده و منجر با بالارفتن ظرفیت باربری تیر به میزان ۳ الی ۱۴ درصد می‌گردد. در حالت قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت بر خلاف قسمت قبلی نتیجه می‌گردد با کاهش سختی کلی در تیر به نسبت ۰/۸۷ الی ۰/۲۹ ظرفیت باربری تیر کاهش پیدا می‌کند و مقدار بیشینه نیرو در نمودار نیرو-جابجایی با نرم‌تر شدن کلی تیر به ترتیب به مقدار ۶ الی ۲۰ درصد کاهش پیدا می‌کند. در قسمت آخر از بررسی تیر سه نقطه خمشی، اثر ضخامت لایه روکش بر روی نمودار نیرو-جابجایی انجام گردید. با افزایش ضخامت لایه روکش از مقدار ۱۰ الی ۲۵ میلی‌متر در حالت قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم درصد بیش‌تری از تیر توسط ماده سخت‌تر تشکیل شد و افزایش باربری به مقدار ۲ الی ۷ درصد در تیر نتیجه می‌گردد. همچنین با افزایش ضخامت لایه نرم مشابه با افزایش ضخامت لایه سخت، کاهش ظرفیت باربری در تیر به مقدار ۴ الی ۷/۴ درصد نتیجه گردید.

در ادامه، به مدل‌سازی و بررسی گسترش ترک بین‌لایه‌ای در تست فرورفتگی پرداخته شد. در ابتدا، اثر قرارگیری لایه‌ای با تنش تسلیم اولیه بیش‌تر بر روی لایه‌ای با تنش تسلیم اولیه کم‌تر و بالعکس مورد بررسی قرار گرفت. در این بخش نتیجه گردید با افزایش مقدار تنش تسلیم اولیه در لایه روکش اول نسبت به لایه روکش دوم به مقدار ۱/۲ الی ۲، المان‌های لایه روکش اول دیرتر به مقدار پلاستیک خود می‌رسند و در نتیجه نمونه ظرفیت باربری بیش‌تری به مقدار ۸ الی ۳۶ درصد را نشان می‌دهد. در ادامه، اثر قرارگیری ترک بین‌لایه‌ای بر روی نمودار نیرو-جابجایی پرداخته گردید و مشاهده گردید وجود ترک بین‌لایه‌ای باعث کاهش ظرفیت باربری در نمونه مورد بررسی به مقدار ۳۲ درصد می‌گردد. در ادامه، بررسی اثر گسترش ترک بین‌لایه‌ای در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم و بالعکس انجام پذیرفت. در قرارگیری لایه سخت بر روی لایه نرم ظرفیت باربری نمونه به‌ازای افزایش نسبت سختی لایه روکش به زیرلایه به مقدار ۱/۵ الی ۲/۶۲۵ ظرفیت باربری نمونه به مقدار ۹ الی ۳۹ درصد افزایش پیدا می‌کند. از سوی دیگر سخت‌تر شدن ماده روکش منجر به افزایش ترک‌خوردگی بین‌لایه‌ای می‌گردد. همچنین در بررسی اثر قرارگیری ماده نرم بر روی ماده سخت به‌ازای کاهش نسبت سختی لایه روکش

به زیرلایه به مقدار ۰/۸۶ الی ۰/۳۸، ظرفیت باربری نمونه ۴ الی ۳۵ درصد کاهش پیدا می‌کند و میزان رشد ترک بین‌لایه‌ای در نمونه مورد آزمایش کاهش پیدا می‌کند. در قسمت آخر از مطالعه گسترش ترک بین‌لایه‌ای در تست فرورفتگی، مشابه با مثال تیر سه نقطه خمشی به بررسی تاثیر ضخامت لایه روکش بر روی گسترش ترک بین‌لایه‌ای پرداخته گردید. افزایش ضخامت لایه سخت از مقدار ۱/۲ الی ۲ میلی‌متر منجر به افزایش ظرفیت باربری نمونه به میزان ۴ الی ۱۵ درصد می‌گردد و افزایش میزان گسترش ترک بین‌لایه‌ای می‌گردد. از طرفی دیگر با افزایش ضخامت لایه نرم از مقدار ۱/۲ الی ۲ میلی‌متر در حالت قرارگیری لایه نرم بر روی لایه سخت، ظرفیت باربری نمونه به مقدار ۷ الی ۲۶ درصد کاهش پیدا می‌کند اما تغییر محسوسی در گسترش ترک بین‌لایه‌ای مشاهده نمی‌گردد.

۵-۲- پیشنهادات

- ۱- بررسی موارد انجام پذیرفته در این تحقیق با استفاده از روش المان چسبنده و مقایسه نتایج با روش اجزاء محدود گسترش یافته.
- ۲- بررسی گسترش ترک در تیر سه نقطه خمشی یک‌لایه ساخته شده از مواد ناهمگن، منظور از ناهمگن بودن تیر وجود ذراتی با اشکال دایروی یا مستطیلی شکل می‌باشد.
- ۳- بررسی گسترش ترک در تیر سه نقطه خمشی دولایه که لایه‌های روکش آن ساخته شده از مواد ناهمگن مشابه با مورد ۲ از این قسمت باشد و لایه زیرین آن به صورت همگن ساخته شده باشد.
- ۴- بررسی گسترش ترک در ساختارهایی با قرارگیری دو لایه روکش همگن بر روی زیرلایه‌ای همگن و بررسی گسترش ترک در فصل مشترک لایه‌ها.
- ۵- بررسی گسترش ترک در ساختارهایی با قرارگیری دو لایه روکش ناهمگن بر روی زیرلایه‌ای همگن و بررسی گسترش ترک در فصل مشترک لایه‌ها.

منابع

منابع فارسی

- خویی ا. ر.، برومند پ.، (۱۳۸۹)، "مدل سازی شکست شکل پذیر به کمک روش *XFEM* با در نظر گرفتن اثر خرابی"، پنجمین کنگره ملی مهندسين عمران، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.
- سجادی ع.، (۱۳۸۴) "رفتار مکانیکی مواد" جلد اول، چاپ سوم، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ص ۲۵۳.
- کاظمی م. ت.، فرقانی ع. و خویی ا. ر.، (۱۳۸۶)، " کاربرد روش اجزاء محدود بسط یافته در مدل سازی ترک چسبنده"، فصلنامه علمی و پژوهشی شریف، شماره ۳۷، ص ۵۷-۶۳.

منابع لاتین

- Afshar A., Daneshyar A., Mohammadi S. (2015). "XFEM analysis of fiber bridging in mixed-mode crack propagation in composites" *Compos. Struct.*, **125**, pp 314-327.
- Anderson T. L. (2005). "Fracture mechanics fundamental and application" 3rd edn. Taylor & Francis, Boca Raton, Florida.
- Bressan J. D., Tramontin A., Rosa C. (2005). "Modeling of nanoindentation of bulk and thin film by finite element method" *Wear*, **258**, pp 115-122.
- Burke K. P., Benjamin A. (2011) "Measurment of ultra-thin film fracture by nano-indenttaion: a numerical study" Graduate Theses and Dissertations. Iowa State University.
- Cervera M., Pela L., Clemente R., Roca P. (2010). "A crack-tracking technique for localized damage in quasi-brittle materials" *Eng. Fract. Mech.*, **77**, pp 2431-2450.
- Chopp D. L., Sukumar N. (2003). "Fatigue crack propagation of multiple coplanar cracks with the coupled extended finite element/fast marching method" *Int. J. Eng. Sci.*, **41**, pp 845-869.
- Elguedj T., Gravouil A., Combescure A. (2006). "Appropriate extended functions for X-FEM simulation of plastic fracture mechanics" *Comput. Method Appl. M.*, **195**, pp 501-515.
- Fu K., Chang L., Zheng B., Tang Y., Yin Y. (2015). "Analysis on cracking in hard thin films on a soft substrate under Berkovich indentation" *Vacuum*, **112**, pp 29-32.
- Fukumasu N. K., Souza R. M. (2014). "Numerical evaluation of cohesive and adhesive failure modes during the indentation of coated systems with compliant substrates" *Surf. Coat. Technol.*, **260**, pp 266-271.

- He M., Li F., Cai J., Chen B. (2011). “An indentation technique for estimating the energy density as fracture toughness with Berkovich indenter for ductile bulk materials” *Theor. Appl. Fract. Mech.*, **56**, pp **104-111**.
- Hettich T. and Ramm H. (2006). “Interface material failure modeled by the extended finite-element method and level sets” *Comput. Method Appl. M.*, **195**, pp **4753-4767**.
- Hettich T., Hind A., Ramm H. (2008). “Modeling of failure in composites by X-FEM and level sets within a multiscale framework” *Comput. Method Appl. M.*, **917**, pp **414-424**.
- Huang Z., Suo Z., Xu G., He H., Prevost J. H., Sukumar N. (2005). “Initiation and arrest of an interfacial crack in a four-point bend test” *Eng. Fract. Mech.*, **72**, pp **2584-2601**.
- Inglis C. E. (1913). “Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners” *Transactions of the Institute of Naval Architects*, **55**, pp **219-241**.
- Irwin, G.R., (1948). “Fracture dynamics, in: Fracture of Metals” ASM, Cleveland, pp **147-166**.
- Khoei A. R., Biabanaki S. O. R., Anahid M. (2008). “Extended finite element method for three-dimensional large plasticity deformations on arbitrary interfaces” *Comput. Method Appl. M.*, **197**, pp **1100-1114**.
- Larson P. L., Giannakopoulos A. E. (1996). “Analysis of berkovich indentation” *Int. J. Solids Struct.*, **33**, pp **221-248**.
- Li-mei J., Yi-chun Z., Yong-li H. (2010). “Elastic-plastic properties of thin film on elastic-plastic substrates characterized by nanoindentation test” *T. Nonffer. Metal. Soc.*, **20**, pp **2345-2349**.
- Liu p., Zhang Y. W., Zeng K. Y., Lu C., Lam K. Y. (2007). “Finite element analysis of interface delamination and buckling in thin film systems by wedge indentation” *Eng. Fract. Mech.*, **74**, pp **1118-1125**.
- Luo J., Lin J. (2007). “A study on the determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using two sharp indenters” *Int. J. Solids Struct.*, **44**, pp **5803-5817**.
- Moes N., Belytschko T. (2002). “Extended finite element method for cohesive crack growth” *Eng. Fract. Mech.*, **69**, pp **813-833**.
- Moes N., Dolbow J., Belytschko T. (1999). “A finite element method for crack growth without remeshing” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **46**, pp **131-150**.
- Moes N., Gravouil A., Belytschko T. (2002). “Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets—Part I: Mechanical model” *Int. J. Numer. Methods Eng*, **53**., pp **549-2568**.
- Mohammadi S. (2008). “Extended finite element method for fracture analysis of structures” *UK: Blackwell*.

- Murakami Y., Tanaka K., Itokazo M., Shimamoto A. (2004). "Elastic analysis of triangular pyramidal indentation by the finite-element method and its application to nanoindentation measurement of glasses" *Philos. Mag. A*, **69**, pp **1131-1153**.
- Musil J., Kunc F., Zeman H., Polakova H. (2002). "Relationships between hardness, Young's modulus and elastic recovery in hard nanocomposite coatings" *Surf. Coat. Technol.*, **154**, pp **304-313**.
- Pelegri A., Huang X. (2008). "Nanoindentation on soft film/hard substrate and hard film/soft substrate material systems with finite element analysis" *Compos. Sci. Technol.*, **68**, pp **147-155**.
- Pourmodheji R., Mashayekhi M. (2012). "Improvement of the extended finite element method for ductile crack growth" *Mater. Sci. Eng.*, **551**, pp **255-271**.
- Singh I., V., Mishra B., K., Bhattacharya S., Patil R., U. (2012). "The numerical simulation of fatigue crack growth using extended finite element method" *Int. J. Fatigue*, **36**, pp **109-119**.
- Steffensen S., Madsen N.D., Jensen H.M. (2013). "Numerical estimation of fracture toughness from indentation-induced circumferential cracking in thin films on ductile substrates" *Int. J. Solids Struct.*, **50**, pp **3406-3417**.
- Stolarska M., Chopp D. L. (2003). "Modeling thermal fatigue cracking in integrated circuits by level sets and the extended finite element method" *Int. J. Eng. Sci.*, **41**, pp **2381-2410**.
- Timoshenko S. P., Goodier J. N. (1970). "Theory of Elasticity" *McGraw-Hill*.
- YAN W., WEN S., LIU J., YUE Z. (2009). "Determination of reduced Young's modulus of thin film using indentation test" *Acta Metall. Sinica*, **22**, pp **468-480**.



Shahrood University of Technology

Faculty of Civil Engineering

MSc Thesis of Structural Engineering

**An extended finite element analysis for delamination and crack
propagation in composite structures**

By: Hesamoddin Nasaj Moghadam

Supervisors:

Dr. Ali Keyhani

Dr. Iman Aghayan

September 2016

Abstract:

Today, the composite structures are common structures in various sciences such as engineering, military, medical, etc. The most common reason of failure in composite structures is occurrence of crack propagation. The initial crack in the structure is one of the most important and effective factor in occurrence of failure. Crack propagation is an important issue that should be examined and tested by researchers and engineers. Therefore, by knowing enough about this phenomenon, we can prevent annually huge damages caused by crack propagation in various parts. The extended finite element method is convenient and practical which attracted the attention of many researchers in Evaluation of crack propagation. The done works in this study can be classified in two main parts including checking the crack propagation behavior in two common engineering examples such as three point bending beam and indentation test with regard to the elastoplastic behavior. Examined modeling in this study has been done by ABAQUS software and analysis was performed by using the extended finite element method. In reviewing of first example, the impact of two parameters such as young's modulus and fracture energy in three point bending beam of one layer was studied. By increasing the amount of fracture energy in three point bending beam, crack propagation will occur for more loads. Also, as value of young's modulus is increased, it will lead to brittle behavior in three point bending beam. In the following, by adding laminated layer to a single layer beam, crack propagation will be discussed to site hard layer on soft layer and vice versa in this the composite structure. By wrapping a hard layer on soft, the maximum amount of maximum load on the load-displacement graph will be increased and three point bending beam will tolerate more load until the moment of crack propagation. In the final part of this example, sensitivity analysis will be done to increase the thickness of the coating layer for putting hard layer on soft layer and vice versa. By increasing the thickness of the coating layer in being of hard layer on soft layer, the elements of coating layer become more involved in freight and crack propagation will occur by more loads. In order to check crack propagation between layers in composite structures, three-dimensional modeling of indentation test has been done. In the first part of indentation test modeling, the sensitivity analysis for wrapping a layer with more submission stress on a layer with less submission stress and vice versa, has been shown on load-displacement graph. In the following of this example, the impact on putting first crack in intersection of coating layer and undercoating layer on load-displacement graph has been considered and it was observed the presence of initial crack that causes reduction of freight capacity in the example has been studied. By regarding to coating layer and undercoating layer, the consideration of impact of putting hard layer on soft layer and vice versa on crack propagation had been done and it was resulted that more hard coating layer more crack between layer. In the final part of this example, a sensitivity analysis was conducted for the thickness of the coating layer on the load-displacement graph and it was observed by increasing the thickness of wrapping layer in being of hard material on soft material, the sample has more freight ability. By increasing the thickness of wrapping layer in being soft layer on hard layer, the capacity or ability of sample's freight will be decreased.

Keywords: *Extended finite element method; Three point bending beam; Indentation test; Crack propagation.*