

به نام خداوند جان و خرد



دانشکده‌ی مهندسی عمران
گروه عمران - سازه

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد

بهینه‌یابی سطح مقطع و هندسه‌ی خرپاها تحت قید قابلیت اعتماد با استفاده از الگوریتم ژنتیک

کیارش بیابانی همدانی

استاد راهنما:

دکتر وحیدرضا کلات‌جاری

شهریور ۱۳۹۴

دانشگاه شاهرود

دانشکده‌ی مهندسی عمران

گروه عمران - سازه

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد آقای

به شماره‌ی دانشجویی:

تحت عنوان:

بهینه‌یابی سطح مقطع و هندسه‌ی خرپاها تحت قید قابلیت اعتماد با

استفاده از الگوریتم ژنتیک

در تاریخ توسط کمیته‌ی تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه‌ی مورد پذیرش قرار گرفت.

امضا	اساتید مشاور	امضا	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:

امضا	نماینده‌ی تحصیلات تکمیلی	امضا	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:

پیشکش به

پدر و مادر مهربانم

که هرچه دارم از مهربانی‌های بی‌کران آن‌هاست

و برادر و خواهران عزیزم

سیاوش، ستاره و پرستو بیابانی همدانی

با سپاس از

استاد راهنمای گرامی آقای دکتر وحیدرضا کلات جاری

که در مراحل مختلف تحصیل از دانش، تجربه و منش ایشان بهره‌ی بسیار بردم و بدون راهنمایی‌های بی‌دریغ ایشان، انجام این پژوهش امکان‌پذیر نبود.

و با تشکر از

دوست و همکار گرامی آقای دکتر محمدحسین طالب‌پور

که نتایج سال‌ها پژوهش ارزشمند خود را سخاوتمندانه در اختیار من قرار دادند.

استاد گرامی آقای دکتر مهدی قناد کهتویی

که اصول صحیح نگارش و پژوهش را از ایشان فرا گرفتیم.

دایی عزیزم آقای مسعود روانبخش

که در تصحیح نگارشی متن پایان‌نامه و مقاله‌ی برگرفته از آن به من یاری رساندند.

تعهدنامه

اینجانب کیارش بیابانی همدانی دانشجوی دوره‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی عمران (گرایش سازه) دانشکده‌ی مهندسی عمران دانشگاه شاهرود نویسنده‌ی پایان‌نامه‌ی بهینه‌یابی سطح مقطع و هندسه‌ی خرپاها تحت قید قابلیت اعتماد با استفاده از الگوریتم ژنتیک تحت راهنمایی جناب آقای دکتر وحیدرضا کلات‌جاری متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه‌ی اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه‌های تکثیر شده‌ی پایان‌نامه وجود داشته باشد.

چکیده

ضرورت کاستن از زمان و هزینه‌ی طراحی سازه‌ها و صرفه‌جویی در مصرف مصالح تشکیل‌دهنده‌ی آن‌ها، در چند دهه‌ی گذشته به طور فزاینده‌ای حس شده است. این ضرورت‌ها موجب شده است که مسائل بهینه‌یابی سازه‌ها اهمیت خاصی بیابد. در این میان، توجه ویژه‌ای به طراحی بهینه، سریع، ایمن و اقتصادی سازه‌های خرپایی - که یکی از سازه‌های پرکاربرد صنعت ساختمان هستند - شده است. از سوی دیگر، در اکثر پژوهش‌های انجام‌شده ماهیت تصادفی پارامترهای سازه‌ای مانند بار و مقاومت، و همبستگی‌های میان آن‌ها در نظر گرفته نشده است و بهینه‌یابی به صورت یقین‌اندیشانه انجام شده است. هدف این پژوهش ارائه‌ی چارچوبی برای بهینه‌یابی همزمان هندسه و سطح مقطع سازه‌های خرپایی است به طوری که وزن کل سازه تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای به کمترین مقدار ممکن خود برسد. افزون بر این، چارچوب ارائه شده تراز ایمنی سازه را تا سطح مورد نظر افزایش خواهد داد. با استفاده از این چارچوب می‌توان سازه‌های خرپایی را بدون استفاده از فرض‌های ساده‌کننده و بدون در نظر گرفتن ضرایب و التزام‌های آیین‌نامه‌ای طراحی کرد. ماهیت تصادفی بارهای وارد بر سازه و مقاومت مصالح تشکیل‌دهنده‌ی اعضای آن، به‌وسیله‌ی نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای وارد روند طراحی سازه شده است. همچنین استفاده از قید قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای موجب شده است که اثرات متقابل اعضای خرپا در طراحی آن منظور شود. تحلیل قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای با استفاده از روش شاخه و کرانه - که یکی از روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی است - انجام شده است. اما اغلب پژوهشگران احتمال خرابی سیستم سازه‌ای را بر اساس احتمال خرابی اعضا تخمین زده‌اند. این رویکرد سبب می‌شود که در بهینه‌یابی سازه نتایج نامطلوب و غیر اقتصادی به‌دست آید. تحلیل قابلیت اعتماد سیستم یک خرپای بزرگ معمولاً بسیار زمان‌بر و پیچیده است. بنابراین، اگر راه حلی عملی اندیشیده نشود، بهینه‌یابی خرپاها با استفاده از قید قابلیت اعتماد سیستم عملاً ناممکن خواهد بود. در این پایان‌نامه راهکارهایی برای بهبود نتایج روش شاخه و

کرانه و کاهش زمان اجرای تحلیل قابلیت اعتماد سیستم پیشنهاد می‌شود. بهینه‌یابی با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک انجام شده است.

واژگان کلیدی: بهینه‌یابی خراباها، شاخص قابلیت اعتماد سیستم، روش شاخه و کرانه، الگوریتم ژنتیک، احتمال خرابی سیستم سازه‌ای، روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی

فهرست مقاله‌های برگرفته از پایان‌نامه:

۱- بیابانی همدانی ک.، کلات‌جاری و.ر.، (۱۳۹۴)، "بهینه‌یابی سطح مقطع و هندسه‌ی خرپاها تحت قید قابلیت اعتماد با استفاده از الگوریتم ژنتیک"، اولین همایش ملی استفاده از فن‌آوری‌ها و تکنولوژی‌های نوین طراحی، محاسبه و اجرا در مهندسی عمران، معماری و شهرسازی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مراغه، مراغه.

فهرست مطالب

عنوان مطلب	شماره‌ی صفحه
صفحه‌ی عنوان	ب.....
تصویب‌نامه	ج.....
تقدیم اثر	د.....
تشکر و قدردانی	ه.....
اقرارنامه و واگذاری حقوق	و.....
چکیده‌ی فارسی	ز.....
فهرست مقاله‌های برگرفته از پایان‌نامه	ط.....
فهرست مطالب	ی.....
فهرست اشکال	ن.....
فهرست جداول	ع.....
فصل اول: مقدمه	۱.....
فصل دوم: مبانی نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای	۱۵.....
۱-۲- مقدمه	۱۶.....
۲-۲- تعریف خرابی	۲۱.....
۳-۲- توابع حالت حدی (توابع عملکرد)	۲۲.....
۴-۲- شاخص قابلیت اعتماد	۲۳.....
۱-۴-۲- فرم استاندارد متغیرهای تصادفی	۲۳.....
۲-۴-۲- تعریف عمومی شاخص قابلیت اعتماد	۲۴.....
۵-۲- انواع اعضای سازه‌ای	۲۶.....
۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها	۲۷.....

- ۲۸ ۱-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد عضو منفرد سازه‌ای
- ۳۱ ۲-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های سری و موازی
- ۳۱ ۱-۲-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های سری
- ۳۲ ۱-۲-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های موازی
- ۳۳ ۱-۲-۲-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های موازی با اعضای شکل‌پذیر
- ۳۴ ۲-۲-۲-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های موازی با اعضای شکننده
- ۳۵ ۳-۲-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های ترکیبی
- ۳۷ ۷-۲- خرابی سازه‌های خرپایی
- ۳۹ ۸-۲- ارزیابی قابلیت اعتماد خرپاهای معین استاتیکی
- ۴۱ ۱-۸-۲- فرمول‌بندی ماتریسی تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها
- ۴۵ ۹-۲- روش‌های کرانه‌ای تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های سری
- ۴۶ ۱-۹-۲- کرانه‌های کرنل
- ۴۷ ۲-۹-۲- کرانه‌های دیتلفسن
- ۴۹ ۱۰-۲- ارزیابی قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی
- ۵۱ ۱۱-۲- روش شاخه و کرانه
- ۵۱ ۱-۱۱-۲- تولید خودکار توابع حالت حدی سازه‌های خرپایی
- ۵۳ ۲-۱۱-۲- احتمال خرابی مشترک یک زوج از المان‌های خرابی
- ۵۵ ۳-۱۱-۲- اصول کلی روش شاخه و کرانه
- ۵۵ ۱-۳-۱۱-۲- عملیات تفکیک
- ۵۶ ۲-۳-۱۱-۲- عملیات شاخه‌ای (انشعاب)
- ۵۷ ۳-۳-۱۱-۲- عملیات کرانه‌ای
- ۵۸ ۱-۳-۳-۱۱-۲- مرجع کرانی
- ۵۹ ۴-۳-۱۱-۲- تنظیم کرانه‌های احتمال خرابی کل سازه
- ۵۹ ۱-۴-۳-۱۱-۲- کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه
- ۶۰ ۲-۴-۳-۱۱-۲- کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه
- ۶۰ ۱۲-۲- روابط نظریه‌ی کمانش

۶۷	فصل سوم: مبانی الگوریتم ژنتیک
۶۸	۱-۳- مقدمه
۷۰	۲-۳- تاریخچه‌ی الگوریتم ژنتیک
۷۱	۳-۳- مفاهیم پایه‌ای الگوریتم ژنتیک
۷۱	۱-۳-۳- فضای الگوریتم ژنتیک
۷۳	۲-۳-۳- بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک
۷۵	۳-۳-۳- رمزگذاری متغیرها در الگوریتم ژنتیک
۷۵	۱-۳-۳-۳- مبانی رمزگذاری در الگوریتم ژنتیک
۷۷	۲-۳-۳-۳- رمزگذاری دودویی
۸۱	۳-۳-۳-۳- رمزگشایی کروموزوم‌ها
۸۳	۴-۳-۳- تابع هدف
۸۴	۵-۳-۳- ارزیابی شایستگی طرح‌ها
۸۴	۱-۵-۳-۳- تابع جریمه
۸۶	۲-۵-۳-۳- تابع شایستگی
۸۷	۶-۳-۳- فرآیند انتخاب
۸۹	۱-۶-۳-۳- روش انتخاب چرخ گردان
۹۱	۲-۶-۳-۳- روش انتخاب مسابقه‌ای
۹۱	۳-۶-۳-۳- روش کلات جاری
۹۲	۴-۶-۳-۳- استراتژی نخبه‌گرایی (شایسته‌سالاری)
۹۴	۷-۳-۳- عملگر پیوند
۹۵	۱-۷-۳-۳- نرخ پیوند
۹۶	۲-۷-۳-۳- روش‌های مختلف پیوند
۹۷	۱-۲-۷-۳-۳- روش پیوند تک‌نقطه‌ای
۹۷	۲-۲-۷-۳-۳- روش پیوند دونقطه‌ای
۹۸	۸-۳-۳- عملگر جهش
۹۹	۱-۸-۳-۳- نرخ جهش

۱۰۰	۴-۳- توقف الگوریتم ژنتیک
۱۰۳	فصل چهارم: مبانی بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی تحت قید قابلیت اعتماد سیستم
۱۰۴	۱-۴- مقدمه
۱۰۴	۲-۴- فرمول‌بندی مسأله‌ی بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی مبتنی بر نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای
۱۰۷	۳-۴- برنامه‌ی کامپیوتری تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای معین استاتیکی
۱۱۱	۴-۴- برنامه‌ی کامپیوتری تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی
۱۱۵	۵-۴- راهکارهای کاهش زمان اجرای برنامه و افزایش دقت محاسبات
۱۲۵	۶-۴- صحت‌سنجی برنامه‌ی کامپیوتری نوشته‌شده برای روش شاخه و کرانه
۱۳۷	فصل پنجم: بررسی روند بهینه‌یابی تعدادی سازه‌ی خرپایی
۱۳۸	۱-۵- مقدمه
۱۳۸	۲-۵- مثال‌ها
۱۶۷	فصل ششم: نتایج و پیشنهادها
۱۶۸	۱-۶- مقدمه
۱۶۸	۲-۶- نتایج پژوهش
۱۶۹	۱-۲-۶- نتایج راهکار مرتبه‌ی اول
۱۶۹	۲-۲-۶- نتایج راهکار مرتبه‌ی دوم
۱۷۱	۳-۲-۶- نتایج راهکار مرتبه‌ی سوم
۱۷۲	۴-۲-۶- نتایج کلی پژوهش
۱۷۴	۳-۶- پیشنهادها
۱۷۷	فصل هفتم: مراجع

فهرست اشکال

شماره‌ی صفحه	عنوان شکل
۲۶	شکل (۱-۲) نماد عضو کاملاً ترد و شکننده و نمودار بار-تغییر مکان آن
۲۶	شکل (۲-۲) نماد عضو کاملاً شکل‌پذیر و نمودار بار-تغییر مکان آن
۲۷	شکل (۳-۲) نمودار بار-تغییر مکان عضو در خرابی ناشی از کماتش
۲۸	شکل (۴-۲) توابع چگالی احتمال در مسأله‌ی اساسی قابلیت اعتماد
۳۱	شکل (۵-۲) خرپای معین (نمونه‌ای از یک سیستم سری)
۳۱	شکل (۶-۲) نحوه‌ی مدل‌سازی یک سیستم سری n-عضوی
۳۳	شکل (۷-۲) سه تیر با فواصل نزدیک در نقش تکیه‌گاه دال (نمونه‌ای از سیستم‌های موازی)
۳۳	شکل (۸-۲) نحوه‌ی مدل‌کردن یک سیستم موازی با n عضو شکل‌پذیر
۳۴	شکل (۹-۲) سیستم موازی متشکل از n عضو کاملاً شکننده
۳۵	شکل (۱۰-۲) شمایی از یک سازه‌ی ترکیبی
۳۶	شکل (۱۱-۲) نمونه‌ای از یک سیستم ترکیبی (خرپای نامعین استاتیکی)
۷۳	شکل (۱-۳) نحوه‌ی نمایش یک کروموزوم با ۳ زیررشته
۹۰	شکل (۲-۳) نمونه‌ای از روش چرخ گردان
۹۷	شکل (۳-۳) نمونه‌ای از روش پیوند تک‌نقطه‌ای
۹۸	شکل (۴-۳) نمونه‌ای از روش پیوند دونقطه‌ای
۱۱۰	شکل (۱-۴) فرم استاندارد متغیرهای تصادفی
۱۱۱-۱۱۲	شکل (۲-۴) نمودارهای روش شاخه و کرانه
۱۲۰	شکل (۳-۴) شاخه‌های جستجو در روش شاخه و کرانه در سازه‌ی مربوط به مثال (۱-۴)
۱۲۲	شکل (۴-۴) صورت اصلاح‌شده‌ی شکل (۳-۴) (با استقاده از راهکار مرتبه‌ی دوم)
۱۲۶	شکل (۵-۴) خرپای نامعین استاتیکی مثال (۲-۴)

- شکل (۵-۱) خرپای شش عضوی با یک درجه نامعینی استاتیکی ۱۳۹
- شکل (۵-۲) خرپای شش عضوی با یک درجه نامعینی استاتیکی ۱۴۱
- شکل (۵-۳) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۲) ۱۴۳
- شکل (۵-۴) خرپای دوبعدی پانزده میله‌ای مثال (۵-۳) ۱۴۴
- شکل (۵-۵) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۳) ۱۴۷
- شکل (۵-۶) طرح بهینه‌ی به‌دست آمده از خرپای دو بعدی پانزده میله‌ای (مثال (۵-۳)) ۱۴۷
- شکل (۵-۷) خرپای معین استاتیکی سیزده میله‌ای مثال (۵-۴) ۱۴۸
- شکل (۵-۸) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۴) ۱۵۰
- شکل (۵-۹) خرپای معین استاتیکی بیست و نه میله‌ای مثال (۵-۵) ۱۵۲
- شکل (۵-۱۰) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۵) ۱۵۵
- شکل (۵-۱۱) سازه‌ی خرپایی مثال (۵-۶) ۱۵۶
- شکل (۵-۱۲) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۶) ۱۵۷
- شکل (۵-۱۳) طرح بهینه‌ی به‌دست آمده از قوس نیم‌دایره‌ای میشل (مثال (۵-۶)) ۱۵۷
- شکل (۵-۱۴) خرپای فولادی دوبعدی مثال (۵-۷) ۱۵۹
- شکل (۵-۱۳) طرح بهینه‌ی به‌دست آمده از قوس نیم‌دایره‌ای میشل (مثال (۵-۶)) ۱۵۷
- شکل (۵-۱۴) خرپای فولادی دوبعدی مثال (۵-۷) ۱۵۹
- شکل (۵-۱۵) طرح بهینه‌ی به‌دست آمده از سازه (مثال (۵-۷)) ۱۶۰
- شکل (۵-۱۶) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۷) ۱۶۱
- شکل (۵-۱۷) خرپای فضایی ۲۵ میله‌ای نامعین استاتیکی ۱۶۲
- شکل (۵-۱۶) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۸) ۱۶۵

فهرست جداول

عنوان جدول	شماره‌ی صفحه
جدول (۱-۴) مسیرهای خرابی و کرانه‌ی بالایی احتمالی آن‌ها در سازه‌ی مثال (۱-۴).....	۱۲۱
جدول (۲-۴) صورت اصلاح‌شده‌ی جدول (۱-۴) (با استفاده از راهکار مرتبه‌ی دوم).....	۱۲۳
جدول (۳-۴) مشخصات مربوط به سطح مقطع اعضای خرابی مثال (۲-۴).....	۱۲۶
جدول (۴-۴) مشخصات ابعاد خرابی مثال (۲-۴).....	۱۲۶
جدول (۵-۴) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۲-۴) (حالت پیشنهادی).....	۱۲۷
جدول (۶-۴) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۲-۴) (حالت ساده).....	۱۲۷
جدول (۷-۴) مدهای خرابی خرابی مثال (۲-۴) (حالت پیشنهادی و $\delta = 1$).....	۱۲۹
جدول (۸-۴) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۲-۴) (حالت پیشنهادی).....	۱۳۰
جدول (۹-۴) احتمال خرابی اعضای خرابی مثال (۳-۴).....	۱۳۱
جدول (۱۰-۴) شعاع ژیراسون مقطع اعضای خرابی مثال (۴-۴).....	۱۳۲
جدول (۱۱-۴) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۴-۴) (حالت پیشنهادی).....	۱۳۳
جدول (۱۲-۴) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۶-۴) (حالت پیشنهادی).....	۱۳۵
جدول (۱۳-۴) نتایج مرجع [۴۷] مربوط به تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۶-۴).....	۱۳۶
جدول (۱-۵) پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرابی مثال (۱-۵).....	۱۳۹
جدول (۲-۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرابی مثال (۱-۵).....	۱۴۰
جدول (۳-۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرابی مثال (۲-۵).....	۱۴۲
جدول (۴-۵) کرانه‌های متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی مثال (۳-۵).....	۱۴۵
جدول (۵-۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرابی مثال (۳-۵).....	۱۴۶
جدول (۶-۵) پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرابی مثال (۴-۵).....	۱۴۸
جدول (۷-۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرابی مثال (۴-۵).....	۱۵۰
جدول (۸-۵) مشخصات الگوریتم ژنتیک استفاده‌شده در مثال (۴-۵).....	۱۵۱
جدول (۹-۵) پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرابی مثال (۵-۵).....	۱۵۲

- جدول (۵-۱۰) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرپای مثال (۵-۵)..... ۱۵۳-۱۵۴
- جدول (۵-۱۱) مشخصات الگوریتم ژنتیک استفاده‌شده در مثال (۵-۵)..... ۱۵۵
- جدول (۵-۱۲) کرانه‌های متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی مثال (۵-۶)..... ۱۵۶
- جدول (۵-۱۳) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرپای مثال (۵-۶)..... ۱۵۸
- جدول (۵-۱۴) کرانه‌های متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی مثال (۵-۷)..... ۱۵۹
- جدول (۵-۱۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرپای مثال (۵-۷)..... ۱۶۰
- جدول (۵-۱۶) مختصات نقاط گرهی خرپای نمایش داده شده در شکل (۵-۱۷)..... ۱۶۲
- جدول (۵-۱۷) پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپای مثال (۵-۸)..... ۱۶۳
- جدول (۵-۱۸) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرپای مثال (۵-۸)..... ۱۶۴

فصل اول
مقدمه

در علم مکانیک، به هر ساختاری از مواد که برای تحمل کردن بار در نظر گرفته شده باشد سازه گفته می‌شود [۱]. بنابراین بهینه‌یابی سازه را می‌توان ایجاد ساختاری از مواد دانست که بارهای وارد بر خود را به بهترین شکل ممکن تحمل می‌کند [۲]. ممکن است از کلمه‌ی بهترین در این تعریف برداشت‌های گوناگونی شود. معیار انتخاب بهترین سازه می‌تواند مواردی از قبیل وزن کل سازه، هزینه‌ی سازه، سختی سازه، حساسیت آن در برابر کماتش یا ناپایداری و ... باشد. در حالت کلی، هدف از بهینه‌یابی در مهندسی سازه را می‌توان طراحی سازه‌هایی دانست که بیشترین بازده را دارند و در عین حال از کمترین مصالح در ساخت آن‌ها استفاده شده است. به بیان دیگر، علاوه بر صرف کمترین هزینه (کمترین مصالح)، طراحی باید به گونه‌ای انجام شود که سازه ایمن بوده و دارای حد بهره‌برداری خوبی باشد، به طوری که هیچکدام از قیدهای مسأله در برابر بارها و شرایط خارجی نقض نشود [۳].

در این میان، به بهینه‌یابی خرپاها - که یکی از سازه‌های پرکاربرد صنعت ساختمان هستند - توجه ویژه‌ای شده است. به طور کلی، مسائل بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی را می‌توان به چهار حوزه‌ی جداگانه تقسیم کرد. این حوزه‌ها عبارتند از (۱) بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرپاها، (۲) بهینه‌یابی شکل یا هندسه‌ی خرپاها، (۳) بهینه‌یابی توپولوژی خرپاها، و (۴) بهینه‌یابی پیکربندی^۱ خرپاها. در اکثر مسائل مهندسی، ترکیبی دوگانه از سه مورد اول در نظر گرفته شده و یا بهینه‌یابی بر اساس شیوه‌ی چهارم - که شامل هر سه حوزه‌ی قبلی است - انجام می‌شود.

دو رویکرد عمده در بهینه‌یابی سازه‌ها وجود دارد که عبارتند از (۱) روش‌های قطعی (برنامه‌نویسی ریاضی^۲)، و (۲) روش‌های جستجوی تصادفی^۳. در گذشته، دسته‌ای از روش‌های بهینه‌یابی که به دقت مسیری را دنبال می‌کردند که در فضای طراحی از طرح اولیه شروع می‌شد و تا طرح بهینه ادامه داشت، بیشترین توجه را به خود جلب می‌کرد [۴]. به این روش‌های جستجوی غیر خطی، برنامه‌نویسی ریاضی نیز گفته می‌شود. در این روش‌ها فرض می‌شود که هدف مسأله‌ی

¹ Layout optimization

² Mathematical programming

³ Stochastic search methods

بهینه‌یابی در قالب عموماً حداقل دو تابع متمایز، پیوسته و محدب فرمول‌بندی شده است. برنامه‌نویسی ریاضی اصطلاحی نسبتاً کلی است و شامل الگوریتم‌هایی است که فرض می‌شود در حالت کلی دارای توابع هدف و قید پیوسته و حداقل دو مرتبه مشتق‌پذیر هستند [۵]. روش‌های برنامه‌نویسی ریاضی را می‌توان به سه دسته‌ی روش‌های مستقیم (روش‌های مرتبه‌ی صفر)، روش‌های مبتنی بر مشتق (روش‌های مرتبه‌ی اول)، و روش‌های مرتبه‌ی دوم تقسیم کرد. روش‌های مرتبه‌ی صفر فقط به مقدار توابع هدف نیاز دارند. روش‌های مرتبه‌ی اول (مبتنی بر مشتق) علاوه بر مقدار توابع هدف، به مقدار مشتق اول آن‌ها هم نیاز دارند. برای استفاده از روش‌های مرتبه‌ی دوم نیز باید از مقدار توابع هدف و مقدار مشتق مرتبه‌ی اول و دوم آن‌ها آگاهی داشته باشیم [۴]. روش‌های برنامه‌نویسی ریاضی برای فضاهای پیوسته و همگن جستجو، فضاهای هدف پیوسته و اسکالر، و توابع هدف هموار و محدب کاملاً مناسب هستند. اما همیشه نمی‌توان انتظار داشت که این ویژگی‌ها در مسأله‌ی مهندسی مورد نظر ما برقرار باشد. به بیان دیگر، در مسائل بهینه‌یابی واقعی معمولاً با توابع هدفی سر و کار داریم که نمی‌توان آن‌ها را با روش‌های برنامه‌نویسی ریاضی ارزیابی کرد. روش‌های برنامه‌نویسی ریاضی عموماً مشکلات و نقایص زیادی دارند. از جمله‌ی این مشکلات می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- (۱) بیشتر این روش‌ها به صورت محلی کار می‌کنند.

- (۲) امکان افتادن در دام بهینه‌های محلی^۱ در این روش‌ها زیاد است.

- (۳) مسائل طراحی با ماهیت گسسته را نمی‌توان با استفاده از این روش‌ها حل کرد.

- (۴) برای استفاده از این روش‌ها نیاز به آگاهی کامل از توابع هدف و مراتبی از مشتق‌های آن‌ها داریم. اما، دسترسی به این اطلاعات در بسیاری از مسائل مقدور نیست.

محدودیت‌های بیان‌شده باعث شده است که الگوریتم‌های قطعی^۲ گزینه‌ی مناسبی برای حل

بیشتر مسائل بهینه‌یابی نباشد. بنابراین، پژوهشگران متعددی روی موضوع توسعه و کاربرد روش‌های

¹ Local optimums

² Deterministic algorithms

جستجوی تصادفی تمرکز کرده‌اند تا با استفاده از آن‌ها بتوانند محدودیت‌های روش‌های برنامه‌نویسی ریاضی را از سر راه بردارند.

روش‌های جستجوی تصادفی بر اساس مفاهیم الهام گرفته شده از طبیعت، صنعت و ... (برای نمونه تکامل زیستی یا سازوکار جستجوی باکتریایی) بنا شده‌اند. این روش‌ها شامل ارزیابی جمعیت کل راه حل‌های طراحی آزمایشی موجود در یک نسل از فرآیند تکاملی (یا شکل رمزگذاری شده‌ی آن‌ها) می‌شود [۴]. گروه بزرگی از روش‌های جستجوی تصادفی از زیست‌شناسی و فیزیک الهام گرفته شده‌اند. برای نمونه می‌توان به الگوریتم‌های تکاملی^۱، الگوریتم‌های بهینه‌یابی اجتماع مورچگان^۲، الگوریتم بهینه‌یابی اجتماع ذرات^۳ و الگوریتم سردوگرم‌سازی شبیه‌سازی شده^۴ اشاره کرد. تعداد دیگری از این روش‌ها از مکانیزم‌های یادگیری تقلید می‌کنند. برای نمونه می‌توان به الگوریتم جستجوی ممنوع^۵ و الگوریتم‌های شبکه‌های عصبی^۶ اشاره کرد. در روش‌های جستجوی تصادفی برای شناسایی راه حل‌های جدید طراحی از اعداد تصادفی استفاده می‌شود. روش‌های جستجوی تصادفی را می‌توان بر اساس حضور یکی از دو ویژگی زیر یا هر دوی آن‌ها شناسایی کرد [۶]:

(۱) وجود عدم قطعیت در ارزیابی‌های معیاری که باید بهینه شود یا در اطلاعات مربوط به آن یا در هر دو.

(۲) وجود یک انتخاب تصادفی در راستای جستجویی که صورت می‌گیرد. این انتخاب تصادفی، الگوریتم را طی عملیات جستجو برای دستیابی به یک راه حل هدایت می‌کند.

جستجوی تصادفی شامل دو استراتژی جستجو با نام‌های اکتشاف و بهره‌برداری است. این دو استراتژی مشخص‌کننده‌ی طریقه‌ی تولید راه حل‌های جدید در فرآیند تکرار الگوریتم هستند. استراتژی اکتشاف به کاوش در مناطق ناشناخته‌ی فضای جستجو می‌پردازد و استراتژی بهره‌برداری،

¹ Evolutionary algorithms

² Ant Colony optimization algorithms

³ Particle swarm optimization algorithm

⁴ Simulated annealing algorithm

⁵ Tabu search algorithm

⁶ Neural networks algorithms

مناطق پیرامون بهترین راه حل‌هایی که تاکنون شناخته شده‌اند را جستجو می‌کند. استراتژی بهره‌برداری الگوریتم را به سوی دستیابی به یک مقدار بهینه - که می‌تواند محلی یا عمومی باشد - سوق می‌دهد. به همین دلیل، استراتژی بهره‌برداری معمولاً جزء همگرا نامیده می‌شود. وظیفه‌ی استراتژی اکتشاف جلوگیری از وقوع همگرایی نارس¹ (یا به بیان دیگر دستیابی به بهینه‌ی محلی) است. به همین دلیل، به استراتژی اکتشاف نیز جزء واگرا گفته می‌شود. شانس یافتن راه حل بهینه بستگی زیادی به سهم استراتژی اکتشاف در مقابل استراتژی بهره‌برداری دارد. ترکیب مناسب این دو استراتژی نیز بستگی به تابع هدف² مسأله دارد. عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌یابی معمولاً بر اساس تعداد ارزیابی‌هایی که نیاز است از تابع هدف صورت گیرد تا یک راه حل بهینه یافته شود، سنجیده می‌شود. مسیر حرکت یک الگوریتم تصادفی به سوی یافتن یک راه حل، متأثر از تصمیمات تصادفی است. بنابراین، اگر الگوریتم جستجوی تصادفی مشخصی را چندین مرتبه برای یک مسأله‌ی بهینه‌یابی مشخص اجرا کنیم، احتمالاً با نتایج متفاوتی روبه‌رو خواهیم شد. به این ترتیب، برای ارزیابی تجربی عملکرد یک الگوریتم بهینه‌یابی لازم است چندین بار آن الگوریتم را اجرا کنیم. هر چند، روش‌های متنوعی برای رفع این مشکل ابداع شده است.

مولر³ توصیف ماهرانه‌ای از الگوریتم‌های محاسباتی تکاملی ارائه داد. او الگوریتم‌های محاسباتی را اینگونه توصیف کرد [۷]: «الگوریتم‌های محاسباتی تکاملی در این ویژگی اشتراک دارند که همگی بر مبنای اصول زیستی مانند تولید مثل، جهش، جداسازی، نو ترکیبی و انتخاب - که بر اعضای یک جمعیت اعمال می‌شوند - استوار هستند. اعضای یک جمعیت این توانایی را دارند که در طول زمان رشد کنند. منظور از رشد کردن اعضا، تطبیق یافتن آن‌ها با محیط است. در هر نسل، اعضای بیشتری با استفاده از جهش و پیوند تولید می‌شوند. از میان این اعضا آینده‌دارترین‌شان به عنوان اعضای نسل بعدی انتخاب می‌شوند. بر خلاف بیشتر الگوریتم‌های قطعی، الگوریتم‌های تکاملی، برای یک نقطه‌ی

¹ Premature convergence

² Objective function

³ Muller

مفروض از فضای طراحی، تنها نیاز به مقدار تابع هدف متناظر با آن نقطه دارند و نیازی به اطلاعات شیب آن ندارند. مانند سایر الگوریتم‌های تصادفی، الگوریتم‌های تکاملی نیز از ویژگی تصادفی بودن استفاده می‌کنند. این موضوع باعث می‌شود که از حساسیت آن‌ها نسبت به عدم قطعیت، عدم پیوستگی و خطر افتادن در دام بهینه‌های محلی کاسته شود.»

ایده‌ی الگوریتم‌های تکاملی از تکامل موجود در طبیعت الهام گرفته شده است. در این الگوریتم‌ها معمولاً از قیاسی از تکامل طبیعی استفاده شده و عملیات جستجو با استفاده از راه‌حل‌های در حال تکامل انجام می‌شود. در الگوریتم‌های تکاملی، جمعیت بزرگی از راه‌حل‌ها به‌طور همزمان ارزیابی می‌شود. از دیدگاه بهینه‌یابی کلاسیک، الگوریتم‌های تکاملی معرف دسته‌ای از روش‌های کارآمد جستجوی تصادفی مرتبه‌ی صفر هستند که حتی می‌توانند بهینه‌ی عمومی^۱ توابع بسیار ناهموار را نیز بیابند. در بهینه‌یابی سازه‌ها از اشکال متنوعی از الگوریتم‌های تکاملی استفاده می‌شود. الگوریتم‌های تکاملی، بر اساس پیشینه‌ی تاریخی‌شان، عموماً به چهار دسته‌ی مختلف تقسیم می‌شوند. این دسته‌ها عبارتند از:

(۱) الگوریتم ژنتیک: این الگوریتم توسط جان هالند^۲ پروراند شد [۸]. اصطلاحات پایه‌ی جستجوی ژنتیک و مؤلفه‌های اصلی آن را نیز گلدبرگ^۳ مطرح کرد [۹]. هاجلا^۴ نیز مقدمه‌ای بر کاربرد الگوریتم ژنتیک در بهینه‌یابی سازه‌ها ارائه کرد [۱۰]. الگوریتم ژنتیکی که هاجلا از آن استفاده می‌کرد، با استفاده از رمزگذاری باینری^۵ (دودویی) نوشته شده بود.

(۲) برنامه‌نویسی تکاملی: برنامه‌نویسی تکاملی ابتدا توسط لارنس فگل^۶ [۱۱] ابداع و پس از وی توسط پسرش دیوید فگل^۷ پروراند شد [۱۲].

¹ Global optimum

² John Holland

³ Goldberg

⁴ Hajela

⁵ Binary encoding

⁶ Lawrence Fogel

⁷ David Fogel

۳) استراتژی‌های تکامل: این استراتژی‌ها توسط اینگو ریچنرگ^۱ ابداع [۱۳] و پس از وی توسط اشخاصی چون توماس باک^۲ گسترش داده شد [۱۴].

۴) برنامه‌نویسی ژنتیک: برنامه‌نویسی ژنتیک که از توسعه‌ی الگوریتم‌های تکاملی پدید آمده است، توسط جان کوزا^۳ ابداع شده است [۱۵].

علی‌رغم اینکه تلاش‌های زیادی در زمینه‌ی بهینه‌یابی سازه‌ها صورت گرفته است، اما در بیشتر موارد توجهی به ماهیت تصادفی پارامترهای سازه‌ای نشده و بهینه‌یابی عموماً به صورت یقین‌اندیشانه انجام شده است. این در حالی است که در اغلب پارامترهای سازه‌ای میزانی از عدم قطعیت وجود دارد. عدم قطعیت‌های موجود در سازه گاهی آنچنان شدید است که چشم‌پوشی از آن‌ها موجب می‌شود که مدل به‌دست آمده از سازه نتواند شرایط واقعی آن را شبیه‌سازی کند. با استفاده از نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای^۴ می‌توان عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای سازه‌ای را وارد روند تحلیل و طراحی سازه‌ها نمود و آن‌ها را در شرایطی نزدیک‌تر به حالت بهره‌برداری‌شان تحلیل و طراحی کرد. نظریه‌ی قابلیت اعتماد شاخه‌ای از تئوری احتمالات است که با احتساب عدم قطعیت‌های ناشی از طبیعت آماری مسائل مهندسی و تجزیه و تحلیل آن‌ها بر اساس روش‌های ریاضی، امکان ارزیابی واقعی ایمنی یک سیستم را فراهم می‌آورد. قابلیت اعتماد یک سازه را می‌توان توانایی آن سازه در برآورده ساختن اهداف طراحی در طول معینی از زمان دانست.

در طول پنج دهه‌ی گذشته، دانشگاه‌های فراوانی دوره‌هایی را در زمینه‌ی نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ها ارائه کرده‌اند. امروزه قابلیت اعتماد سازه‌ای قسمتی معمول از برنامه‌ی درسی دانشجویان مهندسی مکانیک و عمران است. در نتیجه‌ی این پژوهش‌ها، کتاب‌های فراوانی در زمینه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای به چاپ رسیده است. در بیشتر این کتاب‌ها نشان داده شده است که چگونه

¹ Ingo Rechenberg

² Thomas Back

³ John Koza

⁴ Structural reliability theory

می‌توان قابلیت اعتماد اعضای منفرد سازه‌ای را با روندی منطقی ارزیابی کرد. روش‌هایی که عموماً در این کتاب‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند معروف به روش‌های مرتبه‌ی دوم هستند. در روش‌های مرتبه‌ی دوم، مقدار تقریبی احتمال خرابی اعضای سازه‌ای بر اساس یک سری محاسبات تکرار شونده‌ی تقریبی مشخص یافته می‌شود. در این روش‌ها، توزیع احتمال مشترک متغیرهای مورد نیاز برای حل مسأله (مقاومت، بارها و ...) ساده‌سازی شده است و معیارهای خرابی نیز ایده‌آل‌سازی شده‌اند تا بتوان محاسبات قابلیت اعتماد را بدون نیاز به صرف حجمی غیر منطقی از کار و زمان انجام داد. علی‌رغم استفاده از تقریب‌ها و ایده‌آل‌سازی‌های فراوان در روش‌های مرتبه‌ی دوم، این باور وجود دارد که با استفاده از این روش‌ها می‌توان برخوردی منطقی با عدم قطعیت‌های موجود در مهندسی سازه داشت. عموماً عدم دسترسی به اطلاعات کافی، انجام یک ارزیابی دقیق‌تر از قابلیت اعتماد اعضای سازه‌ای را ناممکن می‌سازد.

در سه دهه‌ی اخیر مشخص شده است که برای انجام یک ارزیابی کاملاً رضایت‌بخش از قابلیت اعتماد یک سازه باید رویکردی انتخاب شود که بر اساس سیستم سازه‌ای استوار باشد [۱۶]. زیرا در این صورت می‌توان برهم‌کنش اعضای سازه را وارد روند تحلیل سازه کرد و هر عضو از سازه را با توجه به وضعیت آن در سیستم سازه‌ای سازه طراحی کرد. با در نظر گرفتن برهم‌کنش اعضای سازه می‌توان سازه را برای شرایطی نزدیک‌تر به حالت واقعی سازه و حالت واقعی بهره‌برداری طراحی نمود. لازم به ذکر است حالت‌هایی نیز وجود دارد که ارزیابی قابلیت اعتماد اعضای منفرد سازه‌ای کفایت می‌کند. برای نمونه می‌توان به سازه‌های معین استاتیکی اشاره کرد که خرابی هر عضو از سازه منجر به خرابی کل سازه می‌شود. اما در حالت کلی، خرابی یکی از اعضای منفرد سازه لزوماً منجر به خرابی کل آن سازه نمی‌شود. زیرا ممکن است اعضای باقیمانده‌ی سازه، پس از بازتوزیع نیرو همچنان قادر به تحمل بارهای خارجی باشند. این حالت معمولاً مربوط به سازه‌های نامعین استاتیکی است. زیرا برای فروپاشی (انهدام سیستم سازه‌ای) یک سازه‌ی نامعین معمولاً باید بیش از یک عضو از آن خراب شود.

علاوه بر این، یک سازه‌ی واقعی معمولاً دارای تعداد زیادی مد خرابی^۱ است. ارزیابی احتمال خرابی یک سازه باید به گونه‌ای انجام شود که مهم‌ترین مدهای خرابی آن در این ارزیابی شرکت داده شوند. روش‌های ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌های پیچیده و سنگین را می‌توان در سه دسته طبقه‌بندی کرد. این روش‌ها عبارتند از (۱) روش انتگرال‌گیری عددی، (۲) تکنیک‌های شبیه‌سازی^۲، و (۳) روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی^۳. در روش انتگرال‌گیری عددی، هر مد خرابی با استفاده از یک سطح حالت حدی تعریف می‌شود. این سطح، فضای متغیرهای اصلی را به دو منطقه‌ی ایمن و منطقه‌ی خرابی تقسیم می‌کند [۱۷]. در این روش، احتمال خرابی با انتگرال‌گیری از تابع چگالی احتمال مشترک بارهای وارد بر سازه در سرتاسر منطقه‌ی خرابی محاسبه می‌شود [۱۸، ۱۹]. این روش محدود به فضاهاى دوبعدی مانده است. زیرا انتگرال‌گیری مستقیم در فضاهاى چندبعدی بسیار پیچیده و عملاً ناشدنی است. برای حل این انتگرال‌ها نیاز است از تکنیک‌های عددی خاصی استفاده شود. میزان دقت این تکنیک‌ها ممکن است به اندازه‌ی کافی بالا نباشد و منتج به جواب‌های غیر دقیقی شود. بنابراین ترجیح بر این است که قابلیت اعتماد سازه‌ها با استفاده از روش‌های دیگری ارزیابی شود. ایده‌ی اصلی تکنیک‌های شبیه‌سازی، همانطور که از نام آن‌ها پیداست، شبیه‌سازی عددی یک پدیده و سپس مشاهده‌ی تعداد دفعاتی است که رخدادی خاص در آن پدیده اتفاق می‌افتد [۲۰]. مهم‌ترین تکنیک‌های شبیه‌سازی عبارتند از (۱) تکنیک شبیه‌سازی مونت‌کارلو^۴، (۲) روش تخمین نقطه‌ی روزنبلو^۵، و (۳) روش نمونه‌گیری ابرمکعب لاتین^۶. از تکنیک شبیه‌سازی مونت‌کارلو معمولاً برای تخمین احتمال خرابی و صحت‌سنجی نتیجه‌ی سایر روش‌های تحلیل قابلیت اعتماد استفاده می‌شود [۲۱-۲۳]. در این تکنیک ابتدا متغیرهای تصادفی بار و مقاومت سازه شبیه‌سازی شده و تابع حالت

¹ Failure mode

² Simulation techniques

³ The failure-path-based methods

⁴ Monte Carlo simulation technique

⁵ Rosenblueth's point-estimate method

⁶ Latin hypercube sampling method

حدی^۱ تعیین می‌شود. با جایگذاری این داده‌های شبیه‌سازی شده در تابع حالت حدی پی برده می‌شود که آیا سازه خراب شده است یا نه. احتمال خرابی در این روش برابر است با نسبت تعداد خرابی‌ها به تعداد کل شبیه‌سازی‌ها [۲۴]. از این تکنیک به‌سادگی می‌توان استفاده کرد. اما در مواجهه با احتمال‌های خرابی کوچک - که در سازه‌های واقعی معمولاً اینچنین است - تعداد شبیه‌سازی‌های مورد نیاز بسیار زیاد بوده و این تکنیک‌ها عملاً غیر قابل استفاده خواهند بود. در روش‌های مبتنی بر مسیرهای خرابی، تحلیل قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای^۲ در دو مرحله انجام می‌شود. این دو مرحله عبارتند از (۱) شناسایی مدهای خرابی اصلی سازه، و (۲) تخمین احتمال مدهای خرابی اصلی سازه و احتمال خرابی کل سیستم. تعداد مدهای خرابی محتمل سازه‌های واقعی آنچنان زیاد است که شناسایی تمامی‌شان ناممکن خواهد بود. پژوهشگران بسیاری تلاش کرده‌اند مدهای خرابی اصلی^۳ سازه‌ها را شناسایی کرده و از آن‌ها برای تخمین احتمال خرابی سازه استفاده کنند [۱۶، ۲۵-۲۹]. اساس این پژوهش‌ها بر این فرض است که با استفاده از مدهای خرابی اصلی یک سازه می‌توان احتمال خرابی سیستم سازه‌ای^۴ آن را با دقت کافی تخمین زد. پس از شناسایی مدهای خرابی اصلی سازه و محاسبه‌ی احتمال آن‌ها، احتمال خرابی سیستم سازه‌ای بر اساس یکی از روش‌های کرانه‌ای تخمین زده می‌شود. مهم‌ترین روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی عبارتند از (۱) روش شاخه و کرانه^۵، و (۲) روش جداسازی β ^۶.

با استفاده از روش جداسازی β می‌توان قابلیت اعتماد سازه‌ها را در سطوح مختلفی ارزیابی کرد. هدف از ابداع روش جداسازی β ، ارائه‌ی روشی ساده و در عین حال نسبتاً دقیق برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها بوده است. این روش اولین بار توسط توف-کریستنسن^۷ پیشنهاد شد [۳۰] و

¹ Limit state function

² Structural system reliability

³ Dominant failure modes

⁴ Failure probability of structural system

⁵ Branch and bound method

⁶ β -unzipping method

⁷ Thoft-Christensen

سپس توسط او و سورنسن^۱ توسعه داده شد [۳۱، ۳۲]. روش جداسازی β روشی کاملاً عمومی است و می‌توان از آن برای سازه‌های قابی و خرابایی دوبعدی و سه‌بعدی، سازه‌های متشکل از اعضای شکل‌پذیر^۲ و اعضای شکننده^۳، و برای تعاریف مختلف از مد خرابی استفاده کرد.

روش شاخه و کرانه‌ای که در این پژوهش از آن استفاده شده است، نتیجه‌ی پژوهش‌های موروتسو^۴ و همکارانش در دانشگاه دولتی اوساکای ژاپن در اواخر دهه‌ی ۸۰ و اوایل دهه‌ی ۹۰ میلادی است [۲۷، ۳۳-۴۰]. هدف از روش شاخه و کرانه، شناسایی مسیرهای خرابی اصلی^۵ یک سازه - که احتمال بزرگ‌تری نسبت به سایر مسیرهای خرابی آن سازه دارند- و مدهای خرابی متناظر با آنهاست. سازوکار این روش برای شناسایی محتمل‌ترین مدهای خرابی به این ترتیب است که ابتدا مسیرهای خرابی سازه تولید می‌شوند. سپس، مسیرهای خرابی اصلی و مسیرهایی که باید کنار گذاشته شوند به ترتیب با استفاده از عملیات شاخه‌ای و عملیات کرانه‌ای شناسایی می‌شوند. در نهایت، احتمال خرابی سیستم سازه‌ای بر اساس یکی از روش‌های کرانه‌ای ارزیابی می‌شود.

در طول چند دهه‌ی گذشته، پژوهش‌های گسترده‌ای در زمینه‌ی بهینه‌یابی خرپاها با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام شده است. از سوی دیگر، پژوهشگران متعددی نیز به تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها با رویکرد سیستم سازه‌ای پرداخته‌اند. محاسبات موجود در این پژوهش‌ها زمان‌بر، طولانی و در مواردی پیچیده است. تلفیق این دو زمینه‌ی پژوهشی، زمینه‌ی نوینی با عنوان «بهینه‌یابی خرپاها تحت قید قابلیت اعتماد سیستم با استفاده از الگوریتم ژنتیک» پدید می‌آورد. خوشبختانه، پیشرفت‌های سریع نرم‌افزاری و سخت‌افزاری رایانه‌ها در طول چند دهه‌ی گذشته امکان انجام چنین پژوهش‌هایی را فراهم آورده است. با وجود این، در حالت کلی، بهینه‌یابی خرپاهای واقعی با تعداد اعضای بالا بر اساس روش بیان شده کاری زمان‌بر خواهد بود. بنابراین باید راهکارهایی برای کاهش

¹ Sorensen

² Ductile members

³ Brittle members

⁴ Murotsu

⁵ Dominant failure paths

زمان اجرای برنامه‌ی نوشته شده برای بهینه‌یابی اندیشیده شود. این راهکارها را می‌توان به سه دسته‌ی کلی تقسیم کرد: (۱) کاهش زمان تحلیل سازه‌ی خرپا؛ (۲) کاهش زمان تحلیل قابلیت اعتماد خرپا؛ و (۳) کاهش زمان اجرای الگوریتم ژنتیک. در ادامه‌ی مطلب، به تعدادی از مهم‌ترین پژوهش‌های انجام شده در زمینه‌های یاد شده اشاره می‌شود.

دیتلوسن^۱ و بژراگر^۲ در ۱۹۸۶ میلادی [۴۱] روش‌های تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های سازه‌ای را بررسی کردند. موروتسو و همکارانش در ۱۹۸۸ [۴۲] با در نظر گرفتن قید احتمال خرابی اعضا، سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرپاها را بهینه کردند و وزن کل سازه‌ی خرپا را به حداقل رساندند. پارک^۳ و همکاران در ۲۰۰۴ [۲۴] روشی کارآمد برای محاسبه‌ی قابلیت اعتماد سیستم‌های سازه‌ای پیچیده ارائه کردند. کلات‌جاری و همکاران در ۲۰۱۱ [۴۳] با استفاده از هوش مصنوعی و روش جبری نیروها، قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای^۴ خرپاهای نامعین را ارزیابی کردند. کلات‌جاری و منصوریان در ۲۰۱۱ [۴۴] با استفاده از روش شاخه و کرانه و الگوریتم ژنتیک جزیره‌ای، هندسه و سطح مقطع سازه‌های خرپایی را بهینه کردند. کیم^۵ و همکاران در ۲۰۱۳ [۴۵] با استفاده از تکنیک جستجوی انتخابی، روشی برای شناسایی مدهای خرابی اصلی سازه‌ها و تحلیل قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای آن‌ها ارائه کردند.

هدف از این پژوهش ارائه‌ی چارچوبی منطقی برای بهینه‌یابی همزمان هندسه و سطح مقطع سازه‌های خرپایی است، به طوری که وزن کل خرپا تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای به کم‌ترین مقدار ممکن خود رسانده شود و افزون بر آن، تراز ایمنی خرپا تا سطح مورد نظر افزایش داده شود. متغیرهای طراحی مسأله‌ی بهینه‌یابی عبارتند از (۱) سطح مقطع اعضای خرپا، و (۲) مختصات نقاط گرهی خرپا. بارهای وارد بر خرپا و مقاومت اعضای آن به عنوان متغیرهای تصادفی با توزیع احتمالاتی

¹ Ditlevsen

² Bjerager

³ Park

⁴ Structural system reliability

⁵ Kim

نرمال در نظر گرفته شده‌اند. همبستگی بین متغیرهای تصادفی مسأله نیز در نظر گرفته شده است. اعضای خرپا را می‌توان به هر دو صورت شکننده و شکل‌پذیر در نظر گرفت. امکان کمانش اعضای فشاری خرپا نیز در نظر گرفته شده است. تحلیل قابلیت اعتماد سازه با استفاده از روش شاخه و کرانه انجام شده است. روش شاخه و کرانه یکی از روش‌های ارزیابی قابل قبول قابلیت اعتماد سیستم‌های سازه‌ای است که بر اساس رفتار سیستم سازه عمل می‌کند، و نه بر اساس رفتار جداگانه‌ی اعضای آن. بهینه‌یابی با استفاده از الگوریتم ژنتیک - که یکی از زیرشاخه‌های الگوریتم‌های تکاملی است - صورت پذیرفته است. چارچوب ارائه شده در این پژوهش این توانایی را به ما می‌دهد که علاوه بر طراحی اقتصادی و سبک سازه‌های خرپایی مستقل از آیین‌نامه‌های طراحی و مستقل از ضرایب ایمنی بار و مقاومت، وزن آن‌ها را به حداقل ممکن و تراز ایمنی آن‌ها را به مقدار مطلوب برسانیم.

برنامه‌های کامپیوتری بهینه‌یابی نوشته شده برای این پژوهش را می‌توان به سه زیربرنامه تقسیم کرد. این زیربرنامه‌ها عبارتند از (۱) برنامه‌ی بهینه‌یابی با استفاده از الگوریتم ژنتیک، (۲) برنامه‌ی تحلیل سازه‌ای خرپاها، و (۳) برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای خرپا. برنامه‌ها با استفاده از نرم‌افزار برنامه‌نویسی Visual Basic 6.0 نوشته شده‌اند.

فصل دوم از این پایان‌نامه اختصاص دارد به نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای. در این فصل، ابتدا به بیان مبانی نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای و تاریخچه‌ی آن پرداخته شده است. سپس مبانی و روابط تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های سازه‌ای اساسی ارائه شده است. در ادامه‌ی مطلب، روش تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای معین استاتیکی با استفاده از روش ماتریسی و خرپاهای نامعین استاتیکی با استفاده از روش شاخه و کرانه ارائه شده است. در انتهای این فصل، روابط نظریه‌ی کمانش اعضای فشاری به‌طور خلاصه بیان شده است. در صورت شکست کمانشی اعضای فشاری خرپا می‌توان از این روابط استفاده کرد.

در فصل سوم این پایان‌نامه به معرفی الگوریتم ژنتیک پرداخته شده است. در این فصل، ابتدا تاریخچه‌ی الگوریتم ژنتیک و سپس اصول و مراحل کلی بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک بیان شده است.

پس از معرفی و تبیین هر مرحله از الگوریتم ژنتیک، توضیح داده شده است که در این پژوهش، آن مرحله به چه صورتی و با استفاده از کدام روش یا تکنیک انجام می‌شود. برای نمونه، پس از معرفی مرحله‌ی انتخاب طرح‌ها در الگوریتم ژنتیک، توضیح داده شده است که فرآیند انتخاب طرح‌ها در این پژوهش چگونه انجام می‌شود.

فصل چهارم از این پایان‌نامه اختصاص دارد به مبانی بهینه‌یابی خرپاها تحت قید قابلیت اعتماد سیستم. برنامه‌های کامپیوتری نوشته شده برای این منظور در این فصل شرح داده شده‌اند. این برنامه‌ها را می‌توان به سه دسته‌ی برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد خرپا، برنامه‌ی تحلیل سازه‌ای خرپا و برنامه‌ی الگوریتم ژنتیک تقسیم کرد. در این فصل، راهکاری برای کاهش زمان اجرای روش شاخه و کرانه و افزایش دقت آن ارائه شده است. صحت برنامه‌ی نوشته شده برای تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی (برنامه‌ی روش شاخه و کرانه) نیز سنجیده شده است.

در فصل پنجم پایان‌نامه، روند بهینه‌یابی هشت سازه‌ی خرپایی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در چهار عدد از این مثال‌ها، بهینه‌یابی در زمینه‌ی سطح مقطع اعضای خرپاها انجام شده است و در چهار مثال باقیمانده، سطح مقطع اعضا و مختصات نقاط گرهی خرپاها به‌طور همزمان بهینه شده‌اند. سعی شده است اطلاعات کاملی از روند بهینه‌یابی هر یک از خرپاها ارائه شود. نتیجه‌ی به‌دست آمده برای هر سازه با نتیجه‌ی سایر مراجع (در صورت وجود) مقایسه شده است.

در فصل ششم پایان‌نامه، نتایج کلی به‌دست آمده از این پژوهش بیان شده است. راهکارهایی نیز برای کاستن از زمان مورد نیاز برای تحلیل قابلیت اعتماد و بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی ارائه شده است. همچنین، پیشنهادها و راهکارهایی برای بهبود نتایج تحلیل قابلیت اعتماد و نتایج بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی ارائه شده است.

فصل هفتم پایان‌نامه - که فصل پایانی آن نیز است - به بیان مراجع و منابع این پژوهش اختصاص یافته است. شماره‌گذاری مراجع بر اساس ترتیب حضور آن‌ها در متن پایان‌نامه انجام شده است.

فصل دوم

مبانی نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای

بیشتر پارامترهای سازه‌ای ماهیتی احتمالاتی و غیر قطعی دارند. اما در اغلب روش‌های رایج برای طراحی سازه‌ها با پارامترهای سازه‌ای به صورت یقین‌اندیشانه و قطعی برخورد می‌شود و ماهیت تصادفی آن‌ها به‌طور مستقیم در فرآیند طراحی دخالت داده نمی‌شود. در این روش‌ها عمدتاً با قوانین و رویه‌های ساده‌شده‌ای سر و کار داریم و از ضرایبی به نام ضرایب اطمینان^۱ استفاده می‌کنیم تا تراز ایمنی سازه را در حد معینی نگه داریم. ضوابط آیین‌نامه‌ای طراحی یقین‌اندیشانه‌ی سازه‌ها فراهم‌کننده‌ی ضرایب اطمینان کافی برای جلوگیری از خرابی سازه‌ها هستند. از این ضرایب اطمینان برای رفع نگرانی‌های ناشی از استفاده از تقریب‌های ساده‌کننده در طراحی سازه‌ها و یقین‌اندیشانه تلقی کردن پارامترهای سازه‌ای استفاده می‌شود. به‌طور کلی، به نسبت مقاومت پاسخ مورد انتظار (ظرفیت) به بار مورد انتظار (تقاضا) ضریب اطمینان گفته می‌شود. پارامترهای بار و مقاومت ماهیتی متغیر دارند. در صورتی که پراکندگی موجود در این پارامترها در نظر گرفته شود، امکان بالقوه‌ی کوچکتر شدن ضریب اطمینان از مقدار واحد وجود دارد. اگر سازه‌ای بر اساس ضرایب اطمینان مرسوم طراحی شود و این ضرایب نیز کوچکتر از یک شود، سازه‌ی طراحی‌شده غیر قابل قبول خواهد بود. از سوی دیگر، ضرایب اطمینان معمولاً به صورت محافظه‌کارانه تعیین می‌شوند. به بیان دیگر، طراحی سازه‌ها بر اساس ضرایب اطمینان مرسوم معمولاً محافظه‌کارانه و غیر اقتصادی خواهد بود.

طراحی سازه‌های مدرن موضوعی پیچیده و بحرانی است. بنابراین باید به رویکردهایی توجه شود که بتوان بر اساس آن‌ها ارزیابی دقیقی از عدم قطعیت‌های موجود در مدل‌های کامپیوتری، بارهای وارد بر سازه، هندسه‌ی سازه، ویژگی‌های مصالح سازه، فرآیندهای تولید، و محیط عملیاتی انجام داد [۴۶]. در دنیای رقابتی امروز، شعار جامعه‌ی مهندسی «اگر عملی هست، بهترش کن» است. رویکرد احتمال‌اندیشانه، در مقایسه با رویکرد یقین‌اندیشانه‌ی ضریب اطمینان، قابلیت اعتماد طرح را بهبود می‌بخشد. رویکردهای احتمالاتی امکانات گسترده‌ای را در اختیار مهندسان قرار داده است. اگر

¹ Safety factors

چند نتیجه‌ی آماری مختلف مربوط به یک سازه، شامل مقادیر میانگین، واریانس، بازه‌ی اطمینان و ... موجود باشد، می‌توان به چشم‌اندازی گسترده‌تر و توصیفی کامل‌تر از سازه‌ی مفروض (توصیفی که عوامل و عدم قطعیت‌های بیشتری را در نظر می‌گیرد) دست یافت. استفاده‌ی همزمان از رویکردهای احتمالاتی و تحلیل حساسیت سازه این توانایی را به مهندسان می‌دهد که پارامترهای مهم مدل‌های عدم قطعیت سازه را بیابند. نادیده انگاشتن ماهیت احتمالاتی پارامترهای سازه‌ای که میزان عدم قطعیت آن‌ها زیاد است باعث می‌شود که نتایج مربوط به پاسخ سازه به بارهای وارد بر آن تبدیل به نتایجی اشتباه و دور از واقعیت شود. اما با وارد کردن این عدم قطعیت‌ها در روند طراحی سازه‌ها می‌توان شرایط طراحی آن‌ها را به حالت واقعی بهره‌برداری‌شان نزدیک‌تر نمود. با استفاده از نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای می‌توان عدم قطعیت‌های یادشده را به صورت روابط ریاضی درآورد و ملاحظات ایمنی و عملکرد سازه را به‌طور کمی وارد روند طراحی سازه کرد [۴۷]. در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها معمولاً سه نوع عدم قطعیت مختلف در نظر گرفته می‌شود که عبارتند از (۱) عدم قطعیت فیزیکی^۱، (۲) عدم قطعیت آماری^۲، و (۳) عدم قطعیت مدل‌سازی^۳ [۴۸].

همواره با مقداری از تغییرپذیری در ابعاد سازه، ویژگی‌های مصالح و بارها روبه‌رو هستیم. این تغییرپذیری معمولاً در قالب توزیع‌های احتمالاتی یا فرآیندهای تصادفی بیان می‌شود. به تغییرپذیری کمیت‌های فیزیکی عدم قطعیت فیزیکی گفته می‌شود. عدم قطعیت فیزیکی را بر اساس داده‌های نمونه تخمین می‌زنند. برای نمونه می‌توان پارامترهای توزیع را بر اساس داده‌های نمونه تخمین زد. این تخمین بستگی به حجم داده‌های نمونه دارد. به عدم قطعیت موجود در این تخمین، عدم قطعیت آماری گفته می‌شود. علت عدم قطعیت مدل‌سازی این واقعیت است که هرگز نمی‌توان یک مدل کاملاً دقیق ریاضی از یک سیستم سازه‌ای تولید کرد. بنابراین همواره باید تعدادی ساده‌سازی و ایده‌آل‌سازی انجام شود تا امکان مدل‌سازی یک سیستم سازه‌ای فراهم شود. این ساده‌سازی‌ها و ایده‌آل‌سازی‌ها

¹ Physical uncertainty

² Statistical uncertainty

³ Model uncertainty

قابلیت اعتماد سازه را تحت تأثیر قرار می‌دهد. برای نمونه، سازه‌ی خرپایی دلخواهی را در نظر بگیرید. قابلیت اعتماد هر میله‌ی این خرپا بستگی به نیروی محوری آن دارد. این نیروی محوری با استفاده از مدل‌سازی‌های مکانیکی سازه (مثلاً مدل‌سازی الاستیک خطی) محاسبه می‌شود. بنابراین، علاوه بر بارگذاری، مدل سازه‌ای استفاده‌شده نیز قابلیت اعتماد میله را تحت تأثیر قرار می‌دهد. مدل‌سازی باید به‌گونه‌ای انجام شود که مهم‌ترین مدهای خرابی سازه‌ی واقعی در مدل سازه‌ای آن منعکس شده باشد [۱۶]. عدم قطعیت‌های ناشی از مدل‌سازی سازه‌ها معمولاً تأثیر شدیدی بر قابلیت اعتماد آن‌ها می‌گذارد. بنابراین، عدم قطعیت مربوط به مدل‌سازی سازه‌ها نیز باید در ارزیابی قابلیت اعتماد آن‌ها دخالت داده شود. سورنسن و توف-کریستنسن [۴۹] مبانی عدم قطعیت‌های ناشی از مدل‌سازی سازه‌ها را معرفی نمودند و روش‌هایی برای دخالت دادن آن‌ها در فرآیند طراحی سازه‌ها ارائه کردند.

نظریه‌ی احتمالات به احتمال وقوع پیشامدی خاص می‌پردازد و کمیت‌های نامعین پیشامدهای تصادفی را تعیین می‌کند. تحلیل احتمالاتی سازه‌ها، هنر فرمول‌بندی مدل‌های ریاضی‌ای است که بتوان بر اساس آن‌ها این پرسش را مطرح کرد و به آن پاسخ داد که: «با در نظر گرفتن ماهیت تصادفی یا ناشناخته برای یک یا چند ویژگی هندسی سازه یا ویژگی‌های مصالح آن، یا در نظر گرفتن ماهیت تصادفی یا ناشناخته برای بارگذاری سازه، یا در نظر گرفتن تمام این موارد، احتمال آنکه سازه‌ی مفروض رفتاری معین را از خود نشان دهد چه میزان است؟» [۵۰]. یکی از رایج‌ترین تعریف‌های ارائه‌شده برای قابلیت اعتماد چنین است: «قابلیت اعتماد عبارت است از احتمال عملکرد با کفایت یک دستگاه در مدت معینی از زمان و در مواجهه با شرایط عملی مفروض [۵۱].»

از اواخر دهه‌ی ۳۰ میلادی، پژوهشگران کار روی روش‌های احتمالاتی برای ارزیابی کمی ایمنی سازه‌ها را شروع کردند. اولین فرمول‌بندی‌های ریاضی مسائل ایمنی سازه را می‌توان به مایر^۱ در ۱۹۲۶ [۵۲]، استرلتزکی^۲ در ۱۹۴۷ [۵۳] و ورزیسکی^۳ در ۱۹۳۶ [۵۴] نسبت داد. آن‌ها پذیرفتند که

¹ Mayer

² Streletzki

³ Wierzbicki

پارامترهای بار و مقاومت متغیرهایی تصادفی هستند. پذیرفتن این فرض معادل با پذیرفتن این مطلب است که احتمال خرابی معینی برای هر سازه وجود دارد. فرودنتال^۱ در ۱۹۵۶ [۵۵] مفاهیم ارائه شده توسط این افراد را گسترش داد. تا این زمان، فرمول‌بندی‌ها شامل توابعی پیچیده بود که مقادری به آن‌ها به صورت دستی کار سختی بود. تا پیش از پژوهش‌های کرنل^۲ و لیند^۳ در اواخر دهه‌ی ۷۰ و اوایل دهه‌ی ۸۰ میلادی، نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌های کاربرد عملی خاصی نداشت. کرنل در ۱۹۶۹ [۵۶] روش لنگر دوم را برای تعیین شاخص قابلیت اعتماد^۴ ارائه کرد. ایده‌ی اساسی کرنل این بود که تمام عدم قطعیت‌های مربوط به قابلیت اعتماد سازه بر اساس میانگین و کواریانس پارامترهای ورودی بیان شوند. هسوفر^۵ و لیند در ۱۹۷۴ [۵۷] به خطی‌سازی شاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها پرداختند. راکویتر^۶ و فیسلر^۷ در ۱۹۷۸ [۵۸] روش عددی کارآمدی برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها ارائه کردند. یکی از ملزومات روش آن‌ها، آگاهی از نوع توزیع احتمالاتی تمام متغیرهای درگیر در فضای مسأله بود. تا انتهای دهه‌ی ۸۰ میلادی، روش‌های قابلیت اعتماد به درجه‌ای نسبی از بلوغ رسیدند. در حال حاضر می‌توان از این روش‌ها برای تحلیل و طراحی سازه‌های جدید، ارزیابی سازه‌های موجود و توسعه‌ی آیین‌نامه‌های طراحی استفاده کرد.

در چند دهه‌ی گذشته، پژوهشگران متعددی در کتاب‌ها و مقالات خود مطالعات گسترده‌ای در زمینه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ها انجام داده‌اند. از مهم‌ترین این پژوهش‌ها می‌توان به مطالعات توف-کریستنسن و بیکر^۸ در ۱۹۸۲ [۴۸]، آگوستی^۹، باراتا^{۱۰} و کاسکیاتی^{۱۱} در ۱۹۸۴ [۵۹]، مدسن^{۱۲}،

¹ Freudenthal

² Cornell

³ Lind

⁴ Reliability index

⁵ Hasofer

⁶ Rackwitz

⁷ Fiessler

⁸ Baker

⁹ Augusti

¹⁰ Baratta

¹¹ Casciati

¹² Madsen

کرنک^۱ و لیند در ۱۹۸۵ [۶۰]، آنگ^۲ و تانگ^۳ در ۱۹۸۴ [۲۱]، توف-کریستنسن و موروتسو در ۱۹۸۶ [۱۶]، ایوب^۴ و مک کوئن^۵ در ۱۹۹۷ و ... اشاره کرد. این پژوهش‌ها در زمینه‌های مختلفی از نظریه قابلیت اعتماد سازه‌ای انجام شده است. برای نمونه می‌توان به روش‌های تعیین مسیرهای خرابی اصلی سیستم‌های سازه‌ای و محاسبه‌ی احتمال نظیر آن‌ها، بهینه‌یابی سازه‌ها با استفاده از قیدهای مبتنی بر مباحث نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای، و روش‌های تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها اشاره نمود. با وجود این پژوهش‌ها، در اغلب آیین‌نامه‌های طراحی مبتنی بر نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای، از این نظریه تنها برای طراحی اعضای سازه استفاده شده و توجهی به برهم‌کنش اعضا و سیستم سازه‌ای سازه نمی‌شود. انتظار می‌رود که در دهه‌های آینده، گرایش کمیته‌های تدوین آیین‌نامه‌های طراحی سازه‌ها به سمت روش‌های طراحی مبتنی بر قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای باشد. نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای امکانات جدیدی را در اختیار مهندسان سازه قرار داده است. این امکانات عبارت است از:

(۱) امکان طراحی سازه‌های نو در غیاب ضوابط آیین‌نامه‌ای. برای نمونه، هنگامی که طراحی سازه‌ای با مصالح نو مد نظر باشد.

(۲) استفاده‌ی کمیته‌های تدوین آیین‌نامه‌های طراحی سازه‌ها از تئوری قابلیت اعتماد سازه‌ای به عنوان ابزاری قوی برای تکمیل ضوابط آیین‌نامه‌ای موجود و یا ایجاد ضوابط جایگزین.

(۳) یافتن تناقض‌های آیین‌نامه‌های طراحی موجود و رفع نقایص آن‌ها.

(۴) بررسی کفایت سازه‌های جدیداً طراحی شده و یا بررسی ایمنی سازه‌های موجود.

با استفاده از این نظریه می‌توان علاوه بر بررسی رفتار جداگانه‌ی اعضای سازه، برهم‌کنش اعضای سازه و سیستم سازه‌ای سازه را نیز مطالعه کرد. گام‌های ارزیابی قابلیت اعتماد یک سازه عبارت است از:

(۱) مرزبندی روشن بین وضعیت‌های خرابی و عدم خرابی سازه (ارائه‌ی تعریفی دقیق از خرابی سازه).

¹ Krenk

² Ang

³ Tang

⁴ Ayyub

⁵ Mccuen

۲) انتخاب مدلی قطعی برای مدل سازی و ایجاد ارتباط بین متغیرهای اصلی و ضابطه‌ی خرابی سازه.

۳) شناسایی عدم قطعیت‌ها در متغیرهای اصلی سازه.

۴) به دست آوردن تابع توزیع احتمال متغیرهای اصلی سازه و محاسبه‌ی پارامترهای توزیع آن‌ها.

پس از انجام گام‌های بالا می‌توان به تحلیل قابلیت اعتماد سازه پرداخت.

۲-۲- تعریف خرابی

اولین گام در تحلیل قابلیت اعتماد یک سازه، تعریف معیاری مشخص و صریح برای خرابی آن سازه است. علی‌رغم اینکه ممکن است معنای مشخصی از واژه‌ی خرابی به ذهن برسد، اما اصطلاح «خرابی» معانی متفاوتی برای افراد مختلف دارد. بنابراین، تعریف خرابی تابعی از بینش و تلقی مهندس طراح است. اگر سازه‌ای نتواند عملکرد در نظر گرفته شده‌اش را داشته باشد، می‌توان گفت دچار خرابی شده است. اما این تعریف مبهم است. زیرا عملکرد مورد انتظار از سازه هنوز مشخص نشده است. «حالت حدی» مفهومی است که از آن برای تعریف خرابی در تحلیل قابلیت اعتماد سازه استفاده می‌شود. حالت حدی مرز بین عملکرد مطلوب و نامطلوب یک سازه است. این مرز غالباً به صورت ریاضی و با استفاده از یک تابع حالت حدی (تابع عملکرد^۱) بیان می‌شود. در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها عموماً از سه نوع حالت حدی استفاده می‌شود. این حالت‌ها عبارت است از:

(۱) حالت حدی نهایی که معمولاً مربوط به از دست رفتن ظرفیت باربری است.

(۲) حالت حدی خدمت‌پذیری که مربوط به فرسودگی تدریجی، آسایش کاربر یا هزینه‌های نگهداری است.

(۳) حالت حدی خستگی که مربوط به از دست رفتن مقاومت، تجمع خسارت و بروز خرابی قریب الوقوع تحت بارهای تکرارشونده است.

¹ Performance function

۲-۳- توابع حالت حدی (توابع عملکرد)

مفهوم مرسوم حاشیه‌ی ایمنی مرتبط با حالت حدی نهایی است. برای نمونه، یکی از مدهای خرابی یک تیر می‌تواند مربوط به حالتی باشد که لنگر خمشی ناشی از بارهای وارد بر تیر بیشتر از ظرفیت باربری خمشی تیر می‌شود. R را نماینده‌ی مقاومت (ظرفیت باربری خمشی) و S را نماینده‌ی اثر بار (کل لنگر خمشی وارد بر تیر) در نظر بگیرید. می‌توان R را به عنوان «ظرفیت» و S را به عنوان «تقاضا» نیز فرض کرد. تابع عملکرد برای این مد خرابی می‌تواند به شکل زیر تعریف شود:

$$M(R, S) = R - S \quad (۱-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، $M()$ تابع حالت حدی است.

حالت حدی هنگامی اتفاق خواهد افتاد که $M = 0$ شود. اگر $M \geq 0$ باشد، سازه ایمن (با عملکرد مطلوب) خواهد بود و اگر $M < 0$ باشد، سازه نایمن (با عملکرد نامطلوب) خواهد بود. احتمال خرابی (P_f) برابر است با احتمال اینکه سازه دارای عملکرد نامطلوب باشد. احتمال خرابی تیر را می‌توان بر اساس تابع عملکرد به صورت زیر بیان کرد:

$$P_f = Pr(M(R, S) < 0) = Pr(R - S < 0) \quad (۲-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، P_f احتمال خرابی است.

در صورتی که متغیرهای تصادفی R و S پیوسته باشند، آنگاه هر کدام دارای یک تابع چگالی احتمال اختصاصی خواهد بود. کمیت $R - S$ نیز یک متغیر تصادفی است و تابع چگالی احتمال اختصاصی خود را خواهد داشت. سازه در هر شرایطی که باشد زیرمجموعه‌ی یکی از دو حالت ایمن (اثر بار $>$ مقاومت) یا خراب (اثر بار \leq مقاومت) خواهد بود. در شرایط کلی، حالت سازه را می‌توان بر اساس پارامترهای X_1, X_2, \dots, X_n بیان نمود. X_1, X_2, \dots, X_n نماینده‌ی پارامترهای بار و مقاومت از قبیل بار مرده، بار زنده، طول، عمق، مقاومت فشاری، تنش تسلیم، ممان اینرسی و ... هستند. تابع حالت حدی تابعی است مانند $M(X_1, X_2, \dots, X_n)$ به طوری که:

$$\begin{cases} M(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0 & \text{برای یک سازه ایمن} \\ M(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 & \text{مرز بین حالت ایمن و نایمن} \\ M(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0 & \text{حالت خرابی} \end{cases} \quad (3-2)$$

در حالت کلی، تابع عملکرد می‌تواند تابعی متشکل از چندین متغیر مانند ضرایب تأثیر، پارامترهای مقاومت، ویژگی‌های مصالح، ابعاد، ضرایب تحلیل، اجزای بار و ... باشد. محاسبه‌ی P_f با استفاده از رابطه‌ی (۲-۲) غالباً بسیار دشوار و گاهی غیر ممکن است. بنابراین معمولاً ایمنی سازه در قالب شاخص قابلیت اعتماد سنجیده می‌شود.

۴-۲- شاخص قابلیت اعتماد

در این بخش مفهومی کلیدی به نام شاخص قابلیت اعتماد را معرفی می‌نماییم. البته پیش از تعریف شاخص قابلیت اعتماد لازم است با فرم استاندارد متغیرهای تصادفی آشنا شویم.

۴-۲-۱- فرم استاندارد متغیرهای تصادفی

فرم استاندارد یک متغیر تصادفی، فرمی بی‌بعد از آن متغیر است. با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان فرم استاندارد یک متغیر تصادفی را به دست آورد:

$$Z_X = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \quad (4-2)$$

در رابطه‌ی بالا، Z_X فرم استاندارد متغیر تصادفی X ، μ_X میانگین متغیر تصادفی X و σ_X انحراف معیار متغیر تصادفی X است. به Z_X متغیر کاهش یافته^۱ نیز گفته می‌شود. فرم استاندارد متغیرهای S و R برابر است با:

$$Z_R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (5-2)$$

^۱ Reduced variable

$$Z_S = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (6-2)$$

در روابط بالا، μ_R و μ_S به ترتیب نماینده میانگین مقاومت و اثر بار و σ_R و σ_S به ترتیب نماینده انحراف معیار مقاومت و اثر بار هستند. تابع حالت حدی $M(R, S) = R - S$ را می توان بر اساس فرم استاندارد متغیرهای R و S نیز بیان کرد:

$$M(Z_R, Z_S) = \mu_R + Z_R \sigma_R - \mu_S - Z_S \sigma_S = (\mu_R - \mu_S) + Z_R \sigma_R - Z_S \sigma_S \quad (7-2)$$

برای هر مقدار از تابع $M(Z_R, Z_S)$ ، رابطه‌ی (7-2) نماینده‌ی خطی مستقیم در فضای متغیرهای کاهش یافته‌ی Z_R و Z_S است. خطی که از اهمیت ویژه‌ی در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها برخوردار است، خط متناظر با $M(Z_R, Z_S) = 0$ است. دلیل اهمیت این خط این است که ناحیه‌ی ایمن و ناحیه‌ی خرابی را در فضای متغیرهای کاهش یافته از یکدیگر جدا می کند.

۲-۴-۲- تعریف عمومی شاخص قابلیت اعتماد

«شاخص قابلیت اعتماد برابر است با کوتاه‌ترین فاصله‌ی مبدأ فضای متغیرهای کاهش یافته تا خط $M(Z_R, Z_S) = 0$ » این تعریف را هسوفر و لیند در سال ۱۹۷۴ ارائه دادند. آن‌ها شاخص قابلیت اعتماد را از نقطه نظر هندسی تعریف کردند. شاخص قابلیت اعتماد هسوفر-لیند^۱ برابر است با:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (8-2)$$

در رابطه‌ی بالا، β برابر است با معکوس ضریب تغییرات تابع $M(R, S) = R - S$. به β شاخص قابلیت اعتماد گفته می شود. رابطه‌ی (8-2) در صورتی برقرار است که متغیرهای R و S ناهمبسته باشند. در صورتی که متغیرهای تصادفی ناهمبسته‌ی R و S دارای توزیع احتمالاتی نرمال باشند، می توان اثبات کرد که رابطه‌ی شاخص قابلیت اعتماد با احتمال خرابی عبارت است از:

¹ Hasofer-Lind reliability index

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad \text{یا} \quad P_f = \Phi(-\beta) \quad (9-2)$$

در رابطه‌ی بالا، $\Phi(Z)$ تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی نرمال استاندارد Z است. میانگین و واریانس یک متغیر تصادفی استاندارد به ترتیب برابر صفر و یک است. $\Phi(Z)$ را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$\Phi(Z) = \int_{-\infty}^Z \phi(z) dz \quad (10-2)$$

در رابطه‌ی بالا، $\phi(z)$ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی نرمال استاندارد Z است. $\phi(z)$ که آن را با نماد $f_Z(z)$ نیز نمایش می‌دهیم برابر است با:

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}(z)^2\right] = f_Z(z) \quad (11-2)$$

تعریفی که از شاخص قابلیت اعتماد ارائه شد برای حالت دومتغیره بود. می‌توان شاخص قابلیت اعتماد هسوفر-لیند را به حالت n متغیر تعمیم داد. برای این منظور، تابع حالت حدی $M(X_1, X_2, \dots, X_n)$ را در نظر بگیرید. X_i ها متغیرهای تصادفی این تابع هستند. این متغیرهای تصادفی را ناهمبسته‌ی آماری در نظر بگیرید. شاخص قابلیت اعتماد هسوفر-لیند به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۱) مجموعه‌ی متغیرهای کاهش‌یافته‌ی $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$ را با استفاده از رابطه‌ی (۲-۱۲) تعریف نمایید:

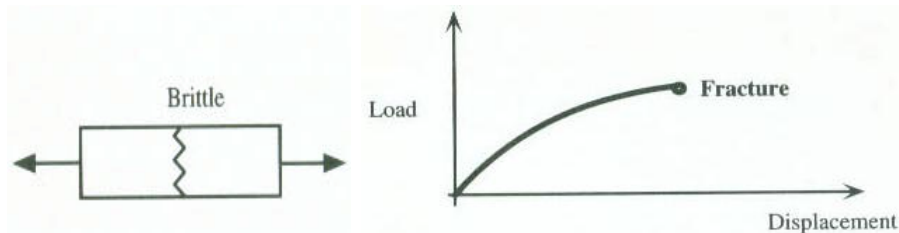
$$Z_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} ; i = 1, 2, \dots, n \quad (12-2)$$

(۲) تابع حالت حدی $M(X_1, X_2, \dots, X_n)$ را بر اساس متغیرهای کاهش‌یافته‌ی $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$ بازنویسی نمایید.

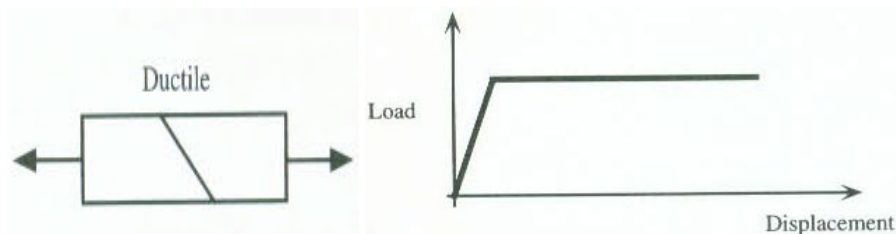
(۳) شاخص قابلیت اعتماد برابر است با کوتاه‌ترین فاصله‌ی مبدأ فضای n -بعدی متغیرهای کاهش‌یافته تا منحنی کشیده شده توسط $M(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) = 0$.

۲-۵- انواع اعضای سازه‌ای

معمولاً از دو نوع عضو سازه‌ای در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها استفاده می‌شود. این دو نوع عضو عبارتند از (۱) عضو کاملاً ترد و شکننده^۱، و (۲) عضو کاملاً شکل‌پذیر^۲ [۱۹]. عضو کاملاً ترد و شکننده و عضو کاملاً شکل‌پذیر را به ترتیب به اختصار عضو شکننده و عضو شکل‌پذیر می‌نامیم. عضو شکننده پس از تخریب به‌طور کامل غیر مؤثر شده و ظرفیت باربری آن کاملاً تخلیه می‌شود [۱۶]. از انواع اعضای ترد می‌توان به عضو بتنی غیر مسلح (در حالت کششی) اشاره کرد. عضوی شکل‌پذیر است که قادر باشد ظرفیت باربری خود را پس از خرابی حفظ کند. عضو شکل‌پذیر با رسیدن به نقطه‌ای معین خراب می‌شود؛ اما کماکان می‌تواند تراز نیروی خود را در صورت ایجاد تغییر شکل‌های بزرگتر حفظ کند. عضو ساخته‌شده از فولاد کم‌کربن را می‌توان نمونه‌ای از اعضای شکل‌پذیر دانست. در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها از نمادهای متفاوتی برای اعضای ترد و شکل‌پذیر استفاده می‌شود. نمودار بار-تغییر مکان و نماد عضو ترد و شکل‌پذیر به ترتیب در اشکال (۱-۲) و (۲-۲) نمایش داده شده است.



شکل (۱-۲) نماد عضو کاملاً ترد و شکننده و نمودار بار-تغییر مکان آن

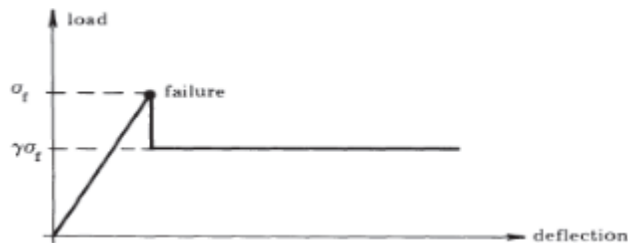


شکل (۲-۲) نماد عضو کاملاً شکل‌پذیر و نمودار بار-تغییر مکان آن

¹ Perfectly brittle member

² Perfectly ductile member

در اعضایی که شکست آن‌ها به علت کمانش اتفاق می‌افتد، بخشی از ظرفیت مقاومت شکست اولیه باقی می‌ماند، نه همه‌ی آن. به چنین رفتاری ارتجاعی-پسماند^۱ گفته می‌شود [۶۱]. در شکل (۳-۲) نمودار بار-تغییر مکان یک عضو در خرابی ناشی از کمانش نمایش داده شده است.



شکل (۳-۲) نمودار بار-تغییر مکان عضو در خرابی ناشی از کمانش

با دقت در شکل (۳-۲) متوجه می‌شویم که ظرفیت مقاومت باقیمانده‌ی عضو در خرابی ناشی از کمانش بستگی به پارامتر γ دارد. حالت $\gamma = 0$ شبیه به رفتار عضوی است که از مصالح کاملاً ترد و شکننده ساخته شده است. حالت $\gamma = 1$ نیز شبیه به رفتار عضوی است که از مصالح کاملاً شکل‌پذیر ساخته شده است.

اغلب سیستم‌های سازه‌ای از تعدادی عضو سازه‌ای به هم پیوسته تشکیل شده‌اند. بنابراین ضروری است که بین قابلیت اعتماد اعضا و قابلیت اعتماد سیستم‌ها تمایز قائل شویم.

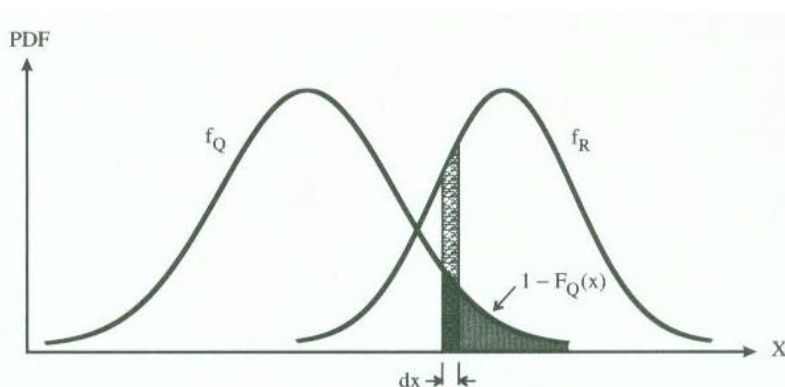
۲-۶- تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها

هدف اصلی از تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ای یک سازه این است که قادر باشیم سازه‌ی مفروض را طوری طراحی کنیم که احتمال خرابی آن از بعضی جهات به حداقل رسانده شود. در ادامه‌ی مطلب، اصول تحلیل قابلیت اعتماد عضو منفرد سازه‌ای، سیستم‌های سری، سیستم‌های موازی و سیستم‌های ترکیبی را مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم.

¹ Elastic-residual

۲-۶-۱- تحلیل قابلیت اعتماد عضو منفرد سازه‌ای

حالت‌های ساده‌ای وجود دارد که قابلیت اعتماد سازه یا عضو سازه‌ای را می‌توان تنها با استفاده از دو متغیر تصادفی ناهمبسته (متغیر تأثیر بار S و متغیر مقاومت R) و بر اساس معیار خرابی $R - S \leq 0$ تعیین کرد. این حالت ساده - که به مسأله‌ی اساسی قابلیت اعتماد معروف است - در شکل (۲-۴) نشان داده شده است [۱۶].



شکل (۲-۴) توابع چگالی احتمال در مسأله‌ی اساسی قابلیت اعتماد

برای بررسی این مسأله‌ی اساسی، عضوی از یک سازه‌ی خرپایی را در نظر بگیرید که تحت تأثیر بار تصادفی S قرار گرفته است. فرض کنید که میانگین و انحراف معیار بار S مشخص و به ترتیب برابر با μ_S و S است. سطح مقطع عرضی میله را برابر با مقدار قطعی A در نظر بگیرید. تنش تسلیم مصالح تشکیل‌دهنده‌ی میله نیز یک متغیر تصادفی با نماد σ_y است. میانگین این متغیر تصادفی برابر μ_{σ_y} و انحراف معیار آن برابر σ_{σ_y} است. بار وارد بر میله را کششی در نظر بگیرید. زیرا اگر بار S فشاری باشد، نیروی مقاوم میله باید بر اساس روابط مربوط به نظریه‌ی کمانش محاسبه شود. کششی فرض کردن بار وارد بر میله تأثیری بر کلیت مسأله‌ی تحلیل قابلیت اعتماد میله ندارد. روابط مربوط به تنش کمانش اعضای فشاری را می‌توان از کتاب‌های طراحی سازه‌های فولادی و کتاب‌های نظریه‌ی پایداری به دست آورد [۶۲]. مقاومت کششی میله برابر است با حاصل ضرب سطح مقطع عرضی میله (A) در تنش مقاوم میله (σ_y) . بنابراین مقاومت کششی میله نیز متغیری تصادفی مانند R با میانگین

μ_R و انحراف معیار σ_R است. خرابی را عدم توانایی سازه در اجرای عملکرد مطلوب تعریف کردیم. اگر تعبیر ما از عملکرد نامطلوب سازه، تجاوز بار تصادفی وارد بر میله از مقاومت کششی میله باشد، تابع عملکرد را می‌توان به صورت $M(R, S) = R - S$ در نظر گرفت. میله در صورتی خراب خواهد شد که $M(R, S)$ کوچکتر از یا مساوی با صفر شود. ممکن است این شبیه پیش بیاید که: اگر میانگین مقاومت کششی میله بیشتر از میانگین بار کششی وارد بر میله باشد، آیا احتمال خرابی میله برابر صفر خواهد بود و میله همواره سالم خواهد ماند؟ به بیان دیگر، آیا $M(R, S)$ همواره مقداری بزرگتر از صفر خواهد داشت؟ این مطلب در صورتی درست است که کمیت‌های بار وارد بر میله و مقاومت میله یقین‌اندیشانه باشند. اما با در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در پارامترهای بار و مقاومت، این احتمال وجود دارد که مقدار بار از مقدار مقاومت بیشتر شده و در نتیجه میله خراب شود. احتمال خرابی میله را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۲-۲) محاسبه کرد. در حالت کلی، احتمال خرابی میله را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر به‌دست آورد:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx \quad (۱۳-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، $F_R(x)$ تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی R و $f_S(x)$ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی S است. تنها در حالت‌های خاصی است که انتگرال رابطه‌ی (۱۳-۲) دارای حل معین و دقیق است. ارزیابی این انتگرال در حالت کلی کاری مشکل و زمان‌بر است و باید از تکنیک‌های عددی خاصی استفاده شود. بنابراین معمولاً احتمال خرابی سازه را بر اساس روش‌های مبتنی بر شاخص قابلیت اعتماد می‌سنجند [۲۰].

اگر R و S متغیرهای تصادفی ناهمبسته با توزیع نرمال باشند، آنگاه M - که حاصل ترکیب خطی این دو متغیر است - نیز متغیری تصادفی با توزیع نرمال خواهد بود. در این حالت، تابع چگالی احتمال این سه متغیر برابر خواهد بود با:

$$f_S(x) = \frac{1}{\sigma_S \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_S}{\sigma_S} \right)^2 \right] \quad (۱۴-۲)$$

$$f_R(x) = \frac{1}{\sigma_R \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_R}{\sigma_R} \right)^2 \right] \quad (15-2)$$

$$f_M(x) = \frac{1}{\sigma_M \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_M}{\sigma_M} \right)^2 \right] \quad (16-2)$$

میانگین و واریانس متغیر M را می‌توان با استفاده از روابط زیر به دست آورد:

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (17-2)$$

$$\sigma_M^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (18-2)$$

خرابی عضو زمانی اتفاق می‌افتد که $M(R, S) < 0$ باشد. بنابراین احتمال خرابی عضو را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$P_f = Pr(M(R, S) < 0) = \int_{-\infty}^{\cdot} f_M(x) dx = \Phi \left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M} \right) = \Phi \left(\frac{\mu_S - \mu_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right) \quad (19-2)$$

با مقایسه‌ی روابط (2-8) و (2-19) می‌توان نتیجه گرفت که در صورتی که متغیرهای تصادفی R و S ناهمبسته و دارای توزیع احتمالاتی نرمال باشند، رابطه‌ی شاخص قابلیت اعتماد و احتمال خرابی عبارت است از:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad \text{یا} \quad P_f = \Phi(-\beta) \quad (20-2)$$

در صورتی که متغیرهای R و S همبسته باشند، رابطه‌ی (20-2) کماکان برقرار خواهد بود. اما در این صورت σ_M برابر خواهد بود با:

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2 - 2\rho_{RS}\sigma_R\sigma_S} \quad (21-2)$$

در رابطه‌ی بالا، ρ_{RS} ضریب همبستگی آماری متغیرهای تصادفی R و S است. این ضریب همبستگی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho_{RS} = \frac{COV(R, S)}{\sigma_R \sigma_S} \quad (22-2)$$

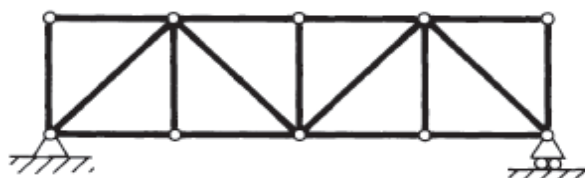
در رابطه‌ی بالا، $COV(R, S)$ کواریانس متغیرهای تصادفی R و S است.

۲-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های سری و موازی

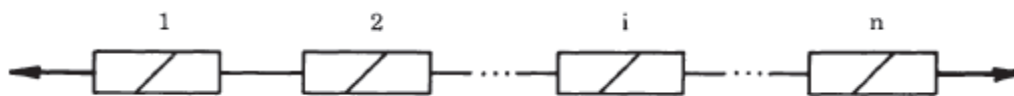
سیستم‌های سری و موازی نقشی مهم در مدل‌سازی قابلیت اعتماد سازه‌ها ایفا می‌نمایند. در ادامه‌ی مطلب، اصول تحلیل قابلیت اعتماد این سیستم‌ها ارائه می‌شود.

۲-۶-۲-۱- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های سری

خرابی یک سیستم سری معادل است با خرابی ضعیف‌ترین عضو آن سیستم [۲۰]. به همین دلیل سیستم سری را با عنوان سیستم ضعیف‌ترین اتصال نیز می‌شناسند. سازه‌های معین استاتیکی را می‌توان نمونه‌ای از سیستم‌های سری در نظر گرفت. زیرا به محض تخریب اولین عضو از یک سازه‌ی معین استاتیکی، سازه‌ی مفروض به‌طور کلی منهدم می‌شود. در شکل (۲-۵) نمونه‌ای از یک سیستم سری و در شکل (۲-۶) نحوه‌ی مدل‌سازی یک سیستم سری n -عضوی نشان داده شده است.



شکل (۲-۵) خرابی معین (نمونه‌ای از یک سیستم سری)



شکل (۲-۶) نحوه‌ی مدل‌سازی یک سیستم سری n -عضوی

از شکل (۲-۶) نباید اینگونه برداشت شود که ضریب تأثیر بار تمامی اعضای موجود در یک سیستم سری لزوماً یکسان خواهد بود. واضح است که در اثر وارد شدن بار خارجی بر یک سازه‌ی معین استاتیکی، ضرایب تأثیر بار متفاوتی در اعضای آن سازه ایجاد خواهد شد [۱۶]. بنابراین از شکل

(۶-۲) تنها برای بیان شکل خرابی یک سازه‌ی معین استاتیکی استفاده می‌شود و بر اساس آن نمی‌توان ضرایب تأثیر بار اعضای سازه را به‌دست آورد.

در سازه‌های منطبق با سیستم‌های سری تفاوتی نمی‌کند که اعضای سازه ترد باشند یا شکل‌پذیر [۱۶]. در یک سیستم سری متشکل از اعضای ترد، تخریب هر عضو از سیستم منجر به تخریب کل سیستم می‌شود. در یک سیستم سری متشکل از اعضای شکل‌پذیر، اگر اعضای سیستم رفتاری مشابه با نمودار شکل (۲-۲) داشته باشند، به محض تسلیم یکی از اعضای سیستم، آن عضو در معرض تغییر شکل بزرگ قرار می‌گیرد و سیستم به‌طور کلی خراب می‌شود [۲۰].

برای بررسی قابلیت اعتماد سیستم‌های سری، سیستمی سری متشکل از n عضو را در نظر بگیرید. مقاومت هر عضو از سیستم را یک متغیر تصادفی فرض کنید. R_i نماینده‌ی مقاومت i -امین عضو سیستم و R نیز نماینده‌ی مقاومت کل سیستم است. $F_{R_i}(r)$ نیز تابع توزیع تجمعی مقاومت i -امین عضو سیستم است. تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی R را می‌توان با در نظر گرفتن احتمال خرابی کل سیستم به‌دست آورد. فرض کنید بار یقین‌اندیشانه‌ی q بر سازه وارد شده است. سیستم هنگامی منهدم می‌شود که مقاومت R کمتر از بار q شود. احتمال خرابی هر عضو (P_{f_e}) را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$P_{f_e} = Pr(R_i \leq q_i) = 1 - Pr(R_i > q_i) = F_{R_i}(q_i) ; i = 1, 2, \dots, n \quad (23-2)$$

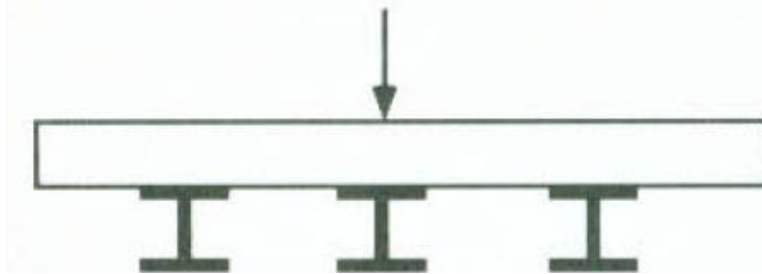
احتمال خرابی سیستم (P_f) نیز برابر است با:

$$P_f = F_R(q) = Pr(R \leq q) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P_{f_i}] \quad (24-2)$$

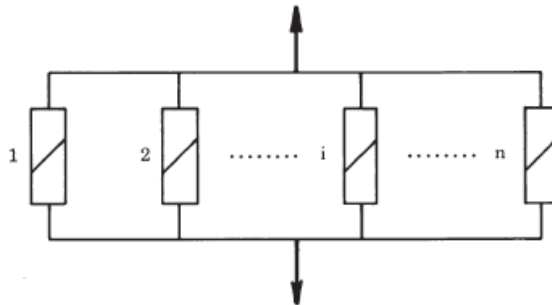
۲-۲-۶-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های موازی

سیستمی را می‌توان موازی محسوب کرد که تخریب تمام اعضای آن برای فروپاشی کل سیستم لازم باشد. رفتار سیستم‌های موازی بستگی زیادی به ترد یا شکل‌پذیر بودن اعضای آن‌ها دارد [۱۶].

در شکل (۷-۲) نمونه‌ای از یک سیستم موازی و در شکل (۸-۲) نحوه‌ی مدل‌سازی یک سیستم موازی n -عضوی نمایش داده شده است.



شکل (۷-۲) سه تیر با فواصل نزدیک در نقش تکیه‌گاه دال (نمونه‌ای از سیستم‌های موازی)



شکل (۸-۲) نحوه‌ی مدل کردن یک سیستم موازی با n عضو شکل‌پذیر

۲-۶-۲-۱- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های موازی با اعضای شکل‌پذیر

یک سیستم موازی با n عضو کاملاً شکل‌پذیر تنها در صورتی تخریب خواهد شد که تک تک اعضای آن تخریب شوند. در این حالت، مقاومت سیستم سازه‌ای برابر با مجموع مقاومت تمام اعضا است. یک سیستم موازی با n عضو کاملاً شکل‌پذیر خواهیم داشت:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad (۲۵-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، R_i نماینده‌ی مقاومت i -امین عضو سیستم و R نماینده‌ی مقاومت کل سیستم است. اگر فرض کنیم که مقاومت اعضای سیستم متغیرهای ناهمبسته‌ی آماری هستند، آنگاه مقاومت کل سیستم یک متغیر تصادفی نرمال خواهد بود. پارامترهای توزیع این متغیر برابر است با:

$$\mu_R = \sum_{i=1}^n \mu_{R_i} \quad (26-2)$$

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{R_i}^2 \quad (27-2)$$

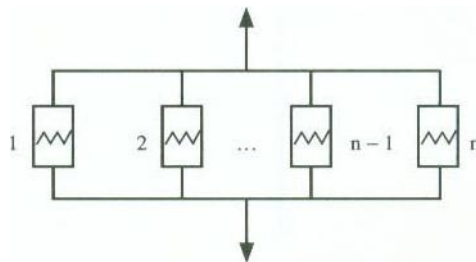
بر اساس قضیه‌ی حد مرکزی^۱، حتی در مواردی که توزیع احتمالاتی متغیرهای R_i غیر نرمال باشند (در صورتی که تعداد آن‌ها خیلی کم نباشد)، منطقی است فرض کنیم که R نیز متغیری با توزیع نرمال است. تعداد n متغیر تصادفی ناهمبسته با توزیع احتمالاتی دلخواه را در نظر بگیرید. قضیه‌ی حد مرکزی بیان می‌کند که با میل کردن n به بی‌نهایت، متغیر حاصل از جمع این متغیرها - در صورتی که هیچکدام از این متغیرهای تصادفی تمایل به حاکم شدن بر این مجموع را نداشته باشند - به سوی توزیع احتمالاتی نرمال میل می‌کند [۲۰].

احتمال خرابی کل سیستم (P_f) را می‌توان به‌سادگی محاسبه کرد. فرض کنید که بار یقین‌اندیشانه‌ی q بر سیستم وارد شده است. q_i را قسمتی از بار q در نظر بگیرید که توسط i -امین عضو سیستم جذب شده است. خرابی i -امین عضو متناظر است با وقوع پیشامد $R_i < q_i$. احتمال خرابی اعضا را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۲۳-۲) محاسبه کرد. به این ترتیب P_f برابر خواهد بود با:

$$P_f = \prod_{i=1}^n P_{f_i} \quad (28-2)$$

۲-۶-۲-۲-۲- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های موازی با اعضای شکننده

سیستمی موازی متشکل از n عضو کاملاً شکننده را مطابق شکل (۹-۲) در نظر بگیرید.



شکل (۹-۲) سیستم موازی متشکل از n عضو کاملاً شکننده

¹ Central limit theorem

اگر عضوی از این سیستم تخریب شود، ظرفیت باربری خود را به طور کامل از دست می‌دهد. بنابراین بار وارد بر سیستم باید بین $(n - 1)$ عضو باقیمانده‌ی آن مجدداً توزیع شود. اگر پس از بازتوزیع بار، سیستم منهدم نشود، بار وارد بر سیستم همچنان می‌تواند افزایش بیابد تا اینکه عضو بعدی تخریب شود. پس از تخریب دومین عضو از سیستم، بار وارد بر سیستم بین $(n - 2)$ عضو باقیمانده‌ی آن مجدداً توزیع خواهد شد. این روند تخریب عضو جدید و بازتوزیع بار آنقدر ادامه می‌یابد تا در نهایت کل سیستم منهدم شود. فرض کنید R_1, R_2, \dots, R_n نماینده‌ی مقاومت اعضای سیستم هستند. همچنین فرض کنید که مقاومت‌های اعضا به ترتیب صعودی مرتب شده‌اند، به طوری که:

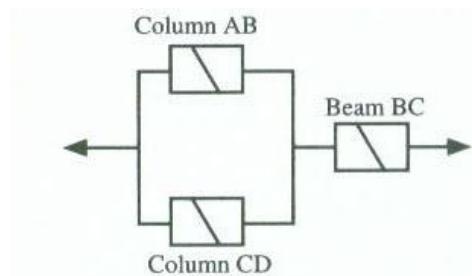
$$R_1 < R_2 < \dots < R_n \quad (29-2)$$

مقاومت کل سیستم برابر است با:

$$R = \max[nR_1, (n - 1)R_2, (n - 2)R_3, \dots, 2R_{n-1}, R_n] \quad (30-2)$$

۲-۶-۲-۳- تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های ترکیبی

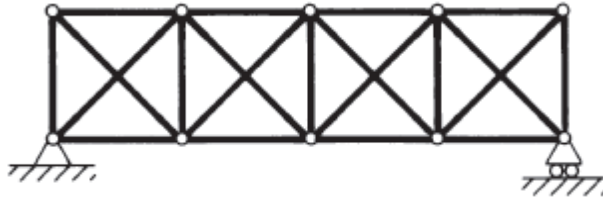
اکثر سازه‌ها را می‌توان به صورت ترکیبی از سیستم‌های سری و سیستم‌های موازی مدل‌سازی کرد. چنین سیستم‌هایی با عنوان سیستم‌های ترکیبی (پیوندی)^۱ شناخته می‌شوند. شکل (۱۰-۲) شمایی از یک سازه‌ی ترکیبی را نشان می‌دهد. در این سازه، ستون‌های AB و CD حالت یک سیستم موازی و ترکیب ستون‌های AB و CD با تیر BC حالت یک سیستم سری را دارد.



شکل (۱۰-۲) شمایی از یک سازه‌ی ترکیبی

¹ Hybrid (combined) systems

خرپای نامعین استاتیکی نشان داده شده در شکل (۲-۱۱) را در نظر بگیرید. تخریب یکی از اعضای این خرپا لزوماً منجر به فروپاشی کل آن نمی‌شود. زیرا احتمال دارد که پس از توزیع مجدد اثرات بار، اعضای باقیمانده‌ی خرپا همچنان قادر به تحمل بارگذاری خارجی باشند. بنابراین برای فروپاشی کل یک سازه‌ی نامعین استاتیکی معمولاً لازم است بیش از یک عضو از آن تخریب شود.



شکل (۲-۱۱) نمونه‌ای از یک سیستم ترکیبی (خرپای نامعین استاتیکی)

ضروری است که تعریف دقیقی از خرابی کل سیستم سازه‌ای ارائه شود. مرسوم‌ترین تعریف برای خرابی کل یک سیستم سازه‌ای، شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی در آن است. فرض کنید که در اینجا نیز از این تعریف استفاده می‌شود. به این ترتیب، تخریب مجموعه‌ای از اعضای خرپا منجر به شکل‌گیری مکانیزمی می‌شود که به آن یک مد خرابی می‌گوییم. برای تشکیل یک مد خرابی باید تعدادی از اعضای خرپا، مثلاً n عضو، به‌طور همزمان تخریب شوند. بنابراین می‌توان هر مد خرابی را با استفاده از یک سیستم موازی مدل‌سازی کرد. زیرا تنها در صورت تخریب همه‌ی اعضای موجود در آن مد خرابی است که خرپا منهدم می‌شود. در یک سازه‌ی نامعین، تعداد مدهای خرابی معمولاً خیلی زیاد است. یک سازه هنگامی تخریب می‌شود که ضعیف‌ترین مد خرابی آن اتفاق بیفتد. ضعیف‌ترین مد خرابی یک سازه عبارت است از مد خرابی‌ای که بیشترین احتمال را در بین مدهای خرابی سازه دارد. بنابراین مدهای خرابی یک سازه بر اساس یک سیستم سری با هم ترکیب شده‌اند. به بیان دیگر، پیشامد خرابی یک سازه هم‌ارز است با اجتماع پیشامد مدهای خرابی آن.

یک سازه‌ی بزرگ با درجه‌ی نامعینی بالا معمولاً دارای تعداد بسیار زیادی مد خرابی است. امکان شناسایی همه‌ی این مدهای خرابی برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه وجود ندارد. به همین دلیل

تعیین احتمال خرابی سیستم‌های سازه‌ای امری زمان‌بر و پیچیده است. روش‌های ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌های پیچیده و بزرگ عبارتند از (۱) روش انتگرال‌گیری عددی، (۲) روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی، و (۳) تکنیک‌های شبیه‌سازی [۲۴]. در صورتی که بخواهیم احتمال خرابی سازه‌های واقعی را با استفاده از روش انتگرال‌گیری محاسبه نماییم، با انتگرال‌های چندگانه‌ی پیچیده‌ای روبه‌رو خواهیم شد که به‌سادگی قابل حل نیستند [۴۷]. تعدادی از پژوهشگران روش‌هایی را برای تخمین مقدار این انتگرال‌ها پیشنهاد کرده‌اند [۶۰ و ۶۳]. از میان سه روش مذکور، روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی و تکنیک‌های شبیه‌سازی بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌اند [۲۴]. تاکنون چندین روش مبتنی بر مسیر خرابی برای تخمین کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال خرابی سیستم‌های سازه‌ای ارائه شده است. از این روش‌های کرانه‌ای به‌سادگی می‌توان استفاده کرد. در این روش‌ها، به‌جای محاسبه‌ی انتگرال‌های چندگانه، از تابع چگالی احتمال یک‌متغیره انتگرال گرفته می‌شود. تعدادی از مهمترین روش‌های کرانه‌ای عبارتند از (۱) روش جداسازی β [۱۶]، (۲) روش شاخه و کرانه [۱۶، ۲۷، ۳۶، ۳۸]، [۶۴]، (۳) روش افزایش بار^۱ [۶۵، ۶۶]، و (۴) روش مسیرهای قطع‌شده^۲ [۶۷].

۷-۲- خرابی سازه‌های خرابی

تعیین معیار (های) خرابی یک سازه بر عهده‌ی مهندس طراح آن سازه است و بستگی به انتظارات او از سازه دارد. دو تعریف معمول برای خرابی سازه‌های خرابی وجود دارد. در تعریف اول از خرابی سازه‌های خرابی، خرپا هنگامی تخریب می‌شود که تنش محوری موجود در یکی از میله‌های آن بیشتر از تنش مجاز محوری میله شود. به بیان دیگر، خرپا هنگامی خراب محسوب می‌شود که اولین عضو آن به ظرفیت بحرانی خود رسیده باشد. در این دیدگاه توجهی به سیستم سازه‌ای خرپا و برهم‌کنش اعضای آن نمی‌شود. این در حالی است که اعضای یک سازه

¹ The incremental loading method

² Truncates enumeration method

عموماً قسمتی از یک سیستم سازه‌ای هستند و تحت تأثیر عملکرد سازه‌ای آن قرار دارند. در این حالت، به سادگی می‌توان احتمال خرابی خرپا را محاسبه کرد. تنها اطلاعات مورد نیاز برای این منظور، میانگین و واریانس متغیرهای تصادفی مسأله است. بنابراین باید عضوی را بیابیم که بیشترین احتمال خرابی (کوچکترین شاخص قابلیت اعتماد) را بین اعضای سازه دارد. به بیان دیگر، احتمال خرابی خرپا برابر با احتمال خرابی آن عضو از خرپا است که کوچکترین شاخص قابلیت اعتماد را بین اعضای خرپا دارد. در اغلب آیین‌نامه‌های طراحی مبتنی بر نظریه‌ی قابلیت اعتماد، اعضای سازه به صورت منفرد و بدون در نظر گرفتن اثر متقابل اعضا (برهم‌کنش اعضا) طراحی می‌شوند. طراحی یک عضو بر اساس نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای لزوماً منجر به افزایش قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای نمی‌شود. این موضوع بستگی دارد به درجه‌ی نامعینی استاتیکی سازه، شکل‌پذیری مصالح سازه، خصوصیات مدهای خرابی سازه و پیکربندی سیستم سازه‌ای [۶۸].

در تعریف دوم از خرابی سازه‌های خرپایی، معیار خرابی خرپا شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی در سیستم سازه‌ای خرپا است. در این تعریف، تخریب اولین عضو از خرپا لزوماً منجر به انهدام کل آن نمی‌شود؛ بلکه پس از خرابی یک عضو، نیرو در اعضای باقیمانده مجدداً توزیع شده و عضو بعدی در معرض تخریب تعیین می‌شود. عمل حذف عضو و بازتوزیع نیرو آنقدر ادامه می‌یابد تا مکانیزم فروپاشی شکل بگیرد و سازه منهدم شود [۴۷]. به این ترتیب، پس از رسیدن چندین عضو از خرپا به ظرفیت نهایی، خرپا به‌طور کلی منهدم می‌شود. در این تعریف از خرابی سازه‌ی خرپایی، برهم‌کنش اعضای خرپا در نظر گرفته شده و خرپا به صورت یکپارچه تحلیل می‌شود. به توالی اعضای از خرپا که خرابی پی در پی آن‌ها منجر به شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی می‌شود، یک مسیر خرابی کامل^۱ گفته می‌شود. [۴۰]. یک مسیر خرابی کامل را می‌توان به صورت $r_1 \rightarrow r_2 \rightarrow \dots \rightarrow r_p \rightarrow \dots \rightarrow r_{pq}$ نمایش داد. بنابراین پس از تخریب p_q عضو، خرپا منهدم می‌شود. طول مسیر خرابی^۲ برابر با تعداد اعضای واقع در مسیر خرابی (p_q) است. به توالی اعضای از خرپا مانند $r_1 \rightarrow r_2 \rightarrow \dots \rightarrow r_p$ ($p < p_q$) که خرابی

¹ Complete failure path

² Length of the failure path

پی در پی آن‌ها منجر به فروپاشی خرپا نمی‌شود، مسیر خرابی جزئی یا ناکامل^۱ گفته می‌شود. به‌طور کلی مسیرهای خرابی، چه ناکامل و چه کامل، را با عنوان مسیرهای خرابی می‌شناسیم. حالتی را در نظر بگیرید که علی‌رغم حذف تعدادی از اعضای واقع در یک مسیر خرابی از آن مسیر خرابی، مکانیزم فروپاشی شکل گرفته است. برای نمونه فرض کنید که علی‌رغم حذف شدن عضو r_p از مسیر خرابی کامل $r_{p_1} \rightarrow r_p \rightarrow \dots \rightarrow r_q$ ، مکانیزم فروپاشی شکل گرفته است. به‌عضایی مانند r_p که حذف آن‌ها از مسیر خرابی کامل تأثیری بر شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی ندارد، عضو زائد^۲ و به‌عضایی که حضور آن‌ها برای شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی ضروری است، عضو اساسی^۳ گفته می‌شود. [۱۶]. هر یک از مسیرهای خرابی کامل سازه‌ی خرابی یکی از مدهای خرابی آن را تشکیل می‌دهد. در نهایت، احتمال خرابی خرپا با توجه به مدهای خرابی آن محاسبه می‌شود.

۲-۸- ارزیابی قابلیت اعتماد خرپاهای معین استاتیکی

خرپاهای معین استاتیکی جزء سیستم‌های سری محسوب می‌شوند. زیرا به محض تخریب اولین عضو از یک خرپای معین استاتیکی، خرپای مفروض به‌طور کلی منهدم می‌شود. بنابراین تخریب هر عضوی از یک خرپای معین استاتیکی معادل است با وقوع یکی از مدهای خرابی آن. به این ترتیب، خرپاهای معین استاتیکی به تعداد اعضایشان دارای مد خرابی خواهند بود. تابع حالت حدی i -امین مد خرابی یک خرپای معین استاتیکی n -میله‌ای را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$M_i = R_i - S_i ; i = 1, 2, \dots, n \quad (2-31)$$

در رابطه‌ی بالا، S_i عبارت است از نیروی ایجاد شده در i -امین عضو خرپا.

¹ Partial or incomplete failure path

² Redundant member

³ Essential member

i -امین عضو یک خرپای معین استاتیکی هنگامی خراب می‌شود که نیروی ایجاد شده در آن (S_i) بیشتر از مقاومت آن (R_i) شده باشد. بنابراین برای پیشامد i -امین مد خرابی یک خرپای معین استاتیکی می‌توان نوشت که:

$$M_i < 0 ; i = 1, 2, \dots, n \quad (32-2)$$

احتمال خرابی یک سیستم سری برابر است با احتمال پیشامد اجتماع خرابی تمام اعضای آن سیستم. بنابراین، احتمال خرابی یک خرپای معین استاتیکی n -میله‌ای برابر است با:

$$P_f = Pr [M_1 < 0 \cup M_2 < 0 \cup \dots \cup M_n < 0] \quad (33-2)$$

$$= 1 - Pr [M_1 > 0 \cap M_2 > 0 \cap \dots \cap M_n > 0]$$

احتمال خرابی خرپاهای معین استاتیکی معمولاً بر اساس روش‌های کرانه‌ای تخمین زده می‌شود. به دلیل تشابه سیستم خرپاهای معین استاتیکی با سیستم‌های سری، احتمال خرابی این خرپاها با استفاده از روش‌های کرانه‌ای مخصوص سیستم‌های سری با مدهای خرابی همبسته تخمین زده می‌شود. کرانه‌های متداول - که مخصوص سیستم‌های سری با مدهای خرابی همبسته هستند - عبارتند از (۱) کرانه‌های کرنل^۱ [۶۹]، (۲) کرانه‌های دیتلوسن^۲ [۱۷]، و (۳) کرانه‌ی بالایی ون‌مارک^۳ [۷۰].

برای استفاده از روش‌های کرانه‌ای یاد شده نیاز داریم که احتمال همه‌ی مدهای خرابی سازه را بدانیم. اگر U_i را تابع حالت حدی استاندارد i -امین مد خرابی خرابی تعریف کنیم، خواهیم داشت:

$$U_i = \frac{M_i - \mu_{M_i}}{\sigma_{M_i}} ; i = 1, 2, \dots, n \quad (34-2)$$

احتمال خرابی هر مد را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$P_{f_i} = Pr (M_i < 0) = Pr \left(U_i < \frac{-\mu_{M_i}}{\sigma_{M_i}} \right) = Pr (U_i < -\beta_i) ; i = 1, 2, \dots, n \quad (35-2)$$

در رابطه‌ی بالا، β_i برابر است با شاخص قابلیت اعتماد i -امین مد خرابی خرابی.

¹ Cornell's bounds

² Ditlevsen's bounds

³ Vanmarcke's upper bound

فرض می‌کنیم که بارهای وارد بر خرپا و مقاومت اعضای آن متغیرهایی با توزیع احتمالاتی نرمال هستند. در این صورت M_i نیز متغیری با توزیع احتمالاتی نرمال خواهد بود و رابطه‌ی (۳۵-۲) به شکل زیر در خواهد آمد:

$$P_{f_i} = \Pr(U_i < -\beta_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{-\beta_i} \exp\left[-\frac{u^2}{\pi}\right] du = \Phi(-\beta_i) \quad (۳۶-۲)$$

برای استفاده از رابطه‌ی (۳۶-۲) باید شاخص قابلیت اعتماد تمام مدهای خرابی را داشته باشیم. برای تعیین β_i باید میانگین و انحراف معیار حاشیه‌ی ایمنی M_i محاسبه شوند. در ادامه‌ی مطلب، روش ماتریسی با عنوان «فرمول‌بندی ماتریسی تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها» ارائه می‌شود که با استفاده از آن می‌توان شاخص قابلیت اعتماد مدهای خرابی خرپاهای معین استاتیکی را محاسبه کرد.

۲-۸-۱- فرمول‌بندی ماتریسی تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها

در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها می‌توان یک مد خرابی برای هر حالتی که سازه نتواند عملکرد مطلوبش را داشته باشد در نظر گرفت. یکی از معمول‌ترین حالت‌های وقوع یک مد خرابی حالتی است که بار تصادفی مودال بیشتر از مقاومت تصادفی مودال می‌شود. به بیان دیگر، بار مؤثر در یک مد خرابی بیشتر از مقاومت مؤثر در همان مد خرابی می‌شود. به بار تصادفی مودال و مقاومت تصادفی مودال به اختصار بار مودال و مقاومت مودال گفته می‌شود.

یک خرپای معین استاتیکی n -عضوی دلخواه را در نظر بگیرید. در این پژوهش سازه‌ها را در محدوده‌ی الاستیک خطی مورد بررسی قرار می‌دهیم. در محدوده‌ی الاستیک، بار مودال برای این خرپا برابر است با نیروی موجود در یکی از اعضا و تحت یکی از وضعیت‌های بارگذاری. مقاومت مودال نیز برابر با نیروی مقاوم عضو مفروض است. نیروی مقاوم یک عضو کششی برابر با نیروی تسلیم آن و نیروی مقاوم یک عضو فشاری برابر با نیروی کمانش آن خواهد بود [۴۷]. متغیرهای طراحی سازه را با برداری مانند $\{X\}$ نمایش خواهیم داد. در این صورت خواهیم داشت:

$$\{X\} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\} \quad (2-37)$$

درایه‌های این بردار را ظرفیت واقعی اعضا تشکیل می‌دهد. در تحلیل پلاستیک سازه‌ها، درایه‌های بردار $\{X\}$ برابر با ظرفیت پلاستیک اعضا، و در تحلیل الاستیک خطی سازه‌ها، این درایه‌ها برابر با نیروی مقاوم اعضا است. در محدوده‌ی الاستیک، بردار متغیرهای طراحی یک سازه‌ی خرابی n -عضوی برداری است n -عضوی شامل نیروی مقاوم میله‌های خرپا. اگر عضو فشاری باشد، نیروی مقاوم آن را باید بر اساس روابط نظریه‌ی کمانش به‌دست آورد. این روابط در بخش پایانی این فصل (بخش (2-12)) ارائه شده‌اند. اما اگر i -امین عضو خرپا کششی باشد، نیروی مقاوم آن برابر خواهد بود با:

$$x_i = A_i \sigma_y \quad (2-38)$$

در رابطه‌ی بالا، A_i نماینده‌ی سطح مقطع عرضی i -امین عضو خرپا و σ_y نماینده‌ی تنش تسلیم مصالح تشکیل‌دهنده‌ی خرپا است. می‌توان بردار مقاومت مودال $\{R\}$ را بر اساس رابطه‌ی ماتریسی زیر به بردار ظرفیت واقعی اعضا $\{X\}$ مرتبط کرد:

$$\{R\} = [B]\{X\} \quad (2-39)$$

در رابطه‌ی بالا، درایه‌های بردارهای $\{R\}$ و $\{X\}$ متغیرهای تصادفی هستند. بردار $\{R\}$ را بردار مقاومت مودال می‌نامیم. ماتریس $[B]$ شامل ضرایبی ثابت است. ماتریس $[B]$ بردار ظرفیت مقاوم اعضا را به بردار مقاومت مودال مرتبط می‌کند. در تحلیل الاستیک خطی خرپاها، درایه‌های ماتریس $[B]$ یا صفر است یا یک. یکی از وضعیت‌های بارگذاری را در نظر بگیرید. تحت وضعیت بارگذاری مفروض، اگر j -امین میله در i -امین مد خرابی خراب شود، آنگاه b_{ij} برابر با یک خواهد بود. تحت همان وضعیت بارگذاری، اگر j -امین میله در i -امین مد خراب نشود، آنگاه b_{ij} برابر با صفر خواهد بود. تخریب هر عضوی از یک خرپای معین استاتیکی به‌منزله‌ی وقوع یک مد خرابی آن است. بنابراین یک خرپای معین استاتیکی، در هر مد خرابی تنها یک عضو دخالت خواهد داشت. به بیان دیگر، ماتریس $[B]$ یک ماتریس واحد خواهد بود.

در تحلیل الاستیک خطی سازه‌ها می‌توان درایه‌های بردار بارهای مودال ($\{S\}$) را به صورت ترکیبی خطی از درایه‌های بردار بارهای تصادفی خارجی ($\{L\}$) بیان کرد. فرم ماتریسی این ترکیب به صورت زیر است:

$$\{S\} = [A]\{L\} \quad (۲-۴۰)$$

در رابطه‌ی بالا، درایه‌ی s_i از بردار $\{S\}$ برابر است با بار تصادفی مودال در i -امین مد خرابی. درایه‌ی l_i از بردار $\{L\}$ نیز برابر است با i -امین بار تصادفی خارجی. درایه‌ی a_{ij} از ماتریس $[A]$ نیز به معنای نیروی ایجادشده در i -امین مؤلفه در اثر j -امین وضعیت بار است. $[A]$ ماتریسی است که بردار بارهای تصادفی مودال را به بردار بارهای تصادفی خارجی ارتباط می‌دهد. در سازه‌های خرپاهایی، a_{ij} برابر است با نیروی ایجاد شده در i -امین میله در اثر j -امین وضعیت بار. در تحلیل الاستیک خطی سازه‌ها، ماتریس $[A]$ را می‌توان با استفاده از روش‌های نرمی یا سختی به‌دست آورد. j -امین ستون ماتریس $[A]$ را می‌توان با قرار دادن یک بار واحد در وضعیت‌ی مشابه با j -امین بار خارجی و تحلیل سازه به‌ازای این بار به‌دست آورد. در سازه‌های خرپایی، درایه‌های j -امین ستون ماتریس $[A]$ برابرند با نیروهای ایجاد شده در میله‌های خرپا در اثر اعمال بار واحد در وضعیت‌ی مشابه با j -امین بار خارجی. در تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها بهتر است ماتریس $[A]$ را با استفاده از روش سختی به‌دست بیاوریم، زیرا (۱) از این ماتریس در تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین نیز استفاده می‌شود، (۲) در روش سختی به‌سادگی می‌توان تغییر مکان‌های سازه را نیز محاسبه کرد.

در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها فرض می‌شود که درایه‌های بردار متغیرهای طراحی $\{X\}$ برابرند با میانگین ظرفیت اعضا ($\{X\} = \{\mu_X\}$) میانگین بردار $\{L\}$ به صورت $\{\mu_L\}$ و ماتریس کواریانس آن به صورت $[C_L]$ نمایش داده می‌شود. ماتریس کواریانس بارهای خارجی ($[C_L]$) یک ماتریس متقارن مربعی است. i -امین درایه‌ی قطر اصلی این ماتریس برابر با واریانس بار خارجی l_i است. درایه‌ی i -امین سطر و j -امین ستون این ماتریس (درایه‌ی غیر قطری) نیز برابر با کواریانس بارهای خارجی l_i و l_j است ($i \neq j$). به‌طور مشابه، ماتریس کواریانس ظرفیت اعضا به صورت $[C_X]$

نمایش داده می‌شود. ماتریس کواریانس $[C_X]$ نیز یک ماتریس متقارن مربعی است. i -امین درایه‌ی قطری اصلی این ماتریس برابر با واریانس ظرفیت i -امین عضو (واریانس x_i) است. درایه‌ی i -امین سطر و j -امین ستون این ماتریس (درایه‌ی غیر قطری) نیز برابر با کواریانس ظرفیت‌های x_i و x_j (مربوط به i -امین عضو و j -امین عضو) است ($i \neq j$). بردار میانگین و ماتریس کواریانس بار مودال، مقاومت مودال و حاشیه‌های ایمنی مودال را به ترتیب به صورت $\{\mu_S\}$ و $[C_S]$ ، $\{\mu_R\}$ و $[C_R]$ ، و $\{\mu_M\}$ و $[C_M]$ نمایش می‌دهیم.

از ضرب ماتریس $[A]$ در بردار میانگین بارهای خارجی $\{\mu_L\}$ ، میانگین نیروی داخلی اعضا به دست می‌آید. از علامت نیروی داخلی اعضا برای تعیین نیروی مقاوم آن‌ها استفاده می‌شود. با فرض عدم همبستگی آماری بارهای خارجی و مقاومت اعضای سازه و با توجه به مفهوم ارائه‌شده از تابع حالت حدی و حاشیه‌ی ایمنی خواهیم داشت:

$$\{\mu_M\} = \{\mu_R\} - \{\mu_S\} = [B]\{\mu_X\} - [A]\{\mu_L\} \quad (41-2)$$

$$[C_M] = [C_R] + [C_S] = [B][C_X][B]^T + [A][C_L][A]^T \quad (42-2)$$

i -امین درایه‌ی قطری اصلی ماتریس‌های $[C_R]$ ، $[C_S]$ و $[C_M]$ به ترتیب برابر با واریانس‌های $\sigma_{M_i}^2$ ، $\sigma_{S_i}^2$ ، $\sigma_{R_i}^2$ است. درایه‌های بردار انحراف معیار حاشیه‌های ایمنی مودال $\{\sigma_M\}$ برابرند با ریشه‌ی دوم درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس کواریانس حاشیه‌های ایمنی مودال $[C_M]$.

ماتریس ضرایب همبستگی حاشیه‌های ایمنی مودال $[\rho_M]$ را می‌توان با استفاده از ماتریس کواریانس $[C_M]$ به دست آورد. درایه‌ی i -امین سطر و j -امین ستون ماتریس ضرایب همبستگی حاشیه‌های ایمنی مودال (ρ_{ij}) برابر است با:

$$\rho_{ij} = \frac{COV(M_i, M_j)}{\sigma_{M_i} \sigma_{M_j}} \quad (43-2)$$

همانطور که می‌دانیم، ماتریس $[B]$ برای خرپاهای معین استاتیکی ماتریسی واحد است. به این ترتیب، بردار میانگین و ماتریس کواریانس حاشیه‌های ایمنی مودال خرپاهای معین استاتیکی عبارت است از:

$$\{\mu_M\} = \{\mu_X\} - [A]\{\mu_L\} \quad (۴۴-۲)$$

$$[C_M] = [C_X] + [A][C_L][A]^T \quad (۴۵-۲)$$

اکنون می‌توانیم بردار شاخص قابلیت اعتماد اعضا $\{\beta\}$ را به دست آوریم. شاخص قابلیت اعتماد i -امین مد خرابی برابر است با:

$$\beta_i = \frac{\mu_{M_i}}{\sigma_{M_i}} \quad (۴۶-۲)$$

با استفاده از بردار $\{\beta\}$ می‌توان بردار احتمال مدهای خرابی $\{P_f\}$ را تعیین کرد. i -امین درایه‌ی این بردار (P_{f_i}) برابر است با احتمال i -امین مد خرابی. این احتمال را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۳۵-۲) به دست آورد. در صورتی که متغیرهای بار و مقاومت توزیع احتمالاتی نرمال داشته باشند، احتمال خرابی هر مد بر اساس رابطه‌ی (۳۶-۲) محاسبه می‌شود. ضریب همبستگی مدهای خرابی سازه را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۴۳-۲) به دست آورد. پس از محاسبه‌ی احتمال مدهای خرابی سازه و ضرایب همبستگی میان آن‌ها، اکنون می‌توان احتمال خرابی کل سازه را بر اساس یکی از روش‌های کرانه‌ای ارزیابی کرد. در مورد سازه‌های متعارف گاهی می‌توان میانگین کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال خرابی کل سازه را به عنوان احتمال خرابی کل سازه در نظر گرفت. اما برای سازه‌های حساس‌تر باید کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه را معیار طراحی قرار دهیم [۴۷].

۹-۲- روش‌های کرانه‌ای تحلیل قابلیت اعتماد سیستم‌های سری

احتمال خرابی سیستم‌های سری معمولاً بر اساس روش‌های کرانه‌ای تخمین زده می‌شود. خرابی‌های معین استاتیکی نیز نمونه‌ای از سیستم‌های سری هستند. در ادامه‌ی مطلب، دو عدد از روش‌های کرانه‌ای متداول - که مخصوص سیستم‌های سری با مدهای خرابی همبسته هستند - را معرفی می‌نماییم. کرانه‌هایی که معرفی خواهند شد عبارتند از (۱) کرانه‌های کرنل، و (۲) کرانه‌های دیتلوسن.

۲-۹-۱- کرانه‌های کرنل

کرنل اولین کسی بود که احتمال خرابی یک سیستم سازه‌ای را بر حسب کرانه‌های بالایی و پایینی تخمین زد [۶۹]. کرانه‌هایی که کرنل در سال ۱۹۶۷ ارائه کرد به کرانه‌های کرنل مشهورند. کرانه‌های کرنل را می‌توان با استفاده از روابط زیر به‌دست آورد:

$$\max_{1 \leq i \leq k} (P_{f_i}) \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_{f_i}) \quad (۴۷-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، P_{f_i} برابر است با احتمال i -امین مد خرابی سازه. همچنین k برابر است با تعداد مدهای خرابی سازه. عبارت‌های سمت چپ و راست رابطه‌ی (۴۷-۲) به‌ترتیب برابرند با کرانه‌ی پایینی و کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی یک سیستم سازه‌ای سری.

کرانه‌ی پایینی کرنل متناظر است با حالت همبستگی آماری کامل مدهای خرابی. یعنی حالتی که در آن داریم:

$$\rho_{ij} = \rho(M_i, M_j) = 1 ; i, j = 1, 2, \dots, k \quad (۴۸-۲)$$

کرانه‌ی بالایی کرنل نیز متناظر است با حالت استقلال آماری کامل مدهای خرابی. یعنی حالتی که در آن داریم [۴۷]:

$$\rho_{ij} = \rho(M_i, M_j) = 0 ; i, j = 1, 2, \dots, k, (i \neq j) \quad (۴۹-۲)$$

در روابط بالا، ρ_{ij} برابر است با ضریب همبستگی آماری i -امین و j -امین مدهای خرابی.

کرانه‌های کرنل را می‌توان به‌سادگی محاسبه کرد. دلایل سادگی محاسبه‌ی کرانه‌های کرنل عبارت است از [۷۱]: (۱) در کرانه‌های کرنل اثر همبستگی واقعی میان مدهای خرابی سازه در نظر گرفته نمی‌شود، (۲) مقدار کرانه‌های کرنل بستگی به ترتیب مدهای خرابی ندارد. این فرض‌های ساده‌کننده باعث شده است که کرانه‌های بالایی و پایینی کرنل، مخصوصاً برای سازه‌های پیچیده و با درجه‌ی نامعینی استاتیکی بالا، فاصله‌ی زیادی از هم داشته باشند.

۲-۹-۲- کرانه‌های دیتلوسن

دیتلوسن در سال ۱۹۷۹ [۱۷] کرانه‌های کم‌عرضی را برای تعیین احتمال خرابی سیستم‌های سازه‌ای سری معرفی کرد. کرانه‌های کم‌عرضی که دیتلوسن معرفی کرد به کرانه‌های دیتلوسن مشهورند. در این روش، بر خلاف روش کرنل، همبستگی آماری میان مدهای خرابی سازه در نظر گرفته می‌شود. کرانه‌های بالایی و پایینی دیتلوسن عبارتند از:

$$P_{f_1} + \sum_{i=2}^k \max \left(P_{f_i} - \sum_{j=1}^{i-1} P_{f_{ij}}, 0 \right) \leq P_f \leq \sum_{i=1}^k P_{f_i} - \sum_{i=2}^k \max_{j < i} (P_{f_{ij}}) \quad (50-2)$$

در رابطه‌ی بالا، $P_{f_{ij}}$ برابر است با احتمال خرابی مشترک i -امین و j -امین مدهای خرابی سازه. عبارت‌های سمت چپ و راست رابطه‌ی (۲-۵۰) به ترتیب برابرند با کرانه‌ی پایینی و بالایی احتمال خرابی یک سیستم سازه‌ای سری با k مد خرابی. به دلیل در نظر گرفتن همبستگی واقعی میان مدهای خرابی سازه در روش دیتلوسن (بر خلاف روش کرنل)، کرانه‌های دیتلوسن باریک‌تر از کرانه‌های کرنل هستند.

$P_{f_{ij}}$ را می‌توان بر اساس رابطه‌ی زیر محاسبه کرد [۲۱]:

$$P_{f_{ij}} = \Phi_{\nu}(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}) = \int_{-\infty}^{-\beta_i} \int_{-\infty}^{-\beta_j} \phi_{\nu}(x_i, x_j, \rho_{ij}) dx_i dx_j \quad (51-2)$$

که در آن

$$\phi_{\nu}(x_i, x_j, \rho_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{1-\rho_{ij}^2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i^2 + x_j^2 - 2\rho_{ij}x_i x_j}{1-\rho_{ij}^2} \right) \right] \quad (52-2)$$

در روابط بالا، β_i و β_j به ترتیب برابرند با شاخص قابلیت اعتماد i -امین و j -امین مد خرابی سازه. $\Phi_{\nu}(\cdot)$ و $\phi_{\nu}(\cdot)$ نیز به ترتیب برابر با تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد دومتغیره و تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد دومتغیره است. رابطه‌ی (۲-۵۱) مقدار دقیق $P_{f_{ij}}$ را بیان می‌کند. این رابطه شامل انتگرال دوگانه‌ای است که محاسبه‌ی آن کاری پیچیده و زمان‌بر است. برای رهایی از این محاسبات پیچیده از روش‌های تقریبی استفاده می‌شود. یکی از این تقریب‌ها، تخمین $P_{f_{ij}}$ بر اساس

کرانه‌های بالایی و پایینی آن است. دیتلوسن روابط ویژه‌ای برای ارزیابی کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال خرابی مشترک i -امین و j -امین مدهای خرابی سازه ($P_{f_{ij}}$) ارائه کرده است. این روابط عبارتند از:

$$\max[P(A), P(B)] \leq P_{f_{ij}} \leq P(A) + P(B) \quad \rho_{ij} > 0 \quad (53-2)$$

$$0 \leq P_{f_{ij}} \leq \min[P(A), P(B)] \quad \rho_{ij} < 0 \quad (54-2)$$

که در آن

$$P(A) = \Phi(-\beta_i) \Phi\left(-\frac{\beta_j - \rho_{ij}\beta_i}{\sqrt{1-\rho_{ij}^2}}\right) \quad (55-2)$$

$$P(B) = \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_i - \rho_{ij}\beta_j}{\sqrt{1-\rho_{ij}^2}}\right) \quad (56-2)$$

در صورتی که از مقادیر کرانه‌ای $P_{f_{ij}}$ برای تعیین کرانه‌های دیتلوسن استفاده می‌کنیم، باید کرانه‌ی بالایی $P_{f_{ij}}$ را در کرانه‌ی پایینی دیتلوسن و کرانه‌ی پایینی $P_{f_{ij}}$ را در کرانه‌ی بالایی دیتلوسن قرار دهیم [47]. روابط (53-2) و (54-2) به‌جای تعیین مقدار دقیق $P_{f_{ij}}$ ، کرانه‌های بالایی و پایینی آن را تخمین می‌زنند. به همین دلیل از این روابط به‌ندرت استفاده می‌شود. فنگ¹ در سال 1989 [72] کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال خرابی مشترک i -امین و j -امین مدهای خرابی سازه ($P_{f_{ij}}$) را به صورت نقطه‌ای تخمین زد. این تخمین عبارت است از:

$$P_{f_{ij}} = [P(A) + P(B)] \left[1 - \cos^{-1}(\rho_{ij})/\pi\right] \quad (57-2)$$

در رابطه‌ی بالا، $P(A)$ و $P(B)$ به‌ترتیب مشابه با روابط (55-2) و (56-2) تعریف می‌شوند. هنگامی که ρ_{ij} برابر با 0 یا 1 است، مقدار رابطه‌ی (57-2) نیز برابر با مقدار دقیق $P_{f_{ij}}$ خواهد بود. در حالت $0 < \rho_{ij} < 1$ نیز (مخصوصاً هنگامی که $\rho_{ij} \leq 0.6$ باشد) این رابطه دقت محاسباتی بالایی دارد. کرانه‌ی پایینی به‌دست آمده از رابطه‌ی (57-2) گاهی می‌تواند کوچک‌تر از کرانه‌ی پایینی به‌دست آمده از روابط (53-2) و (54-2) باشد [71].

¹ Feng

۲-۱۰- ارزیابی قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی

یکی از مرسوم‌ترین تعریف‌ها برای خرابی خرپاهای نامعین استاتیکی، شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی در سیستم سازه‌ای خرپا (تبدیل شدن سازه به مکانیزم) است. تخریب اولین عضو از یک خرپای نامعین استاتیکی لزوماً منجر به انهدام کل سازه نمی‌شود. بلکه پس از تخریب اولین عضو یک خرپای نامعین استاتیکی، نیروی داخلی در اعضای باقیمانده‌ی آن مجدداً توزیع شده و عضو بعدی در معرض تخریب تعیین می‌شود. برای تحلیل تنش، پس از تخریب هر عضو، نیرویی برابر با مقاومت باقیمانده‌ی عضو تخریب‌شده در راستای آن به سازه وارد می‌گردد و ماتریس سختی عضو تخریب‌شده برابر صفر قرار داده می‌شود. این نیرو معرف ظرفیت باربری پس از خرابی عضو است. مقاومت باقیمانده‌ی یک عضو بر اساس نوع خرابی آن (کششی، فشاری، یا کمانشی) تعیین می‌شود. در صورتی که عضو خراب‌شده از مصالح ترد تشکیل شده باشد، مقاومت باقیمانده‌ی آن برابر صفر خواهد بود. حالتی را در نظر بگیرید که عضو خراب‌شده از مصالح شکل‌پذیر و الاستو-پلاستیک کامل تشکیل شده باشد. اگر خرابی چنین عضوی (عضو شکل‌پذیر و الاستو-پلاستیک کامل) فشاری یا کششی باشد، مقاومت باقیمانده‌ی آن برابر است با نیروی تسلیم عضو. اگر خرابی عضو یادشده بر اثر کمانش اتفاق بیفتد، مقاومت باقیمانده‌ی آن برابر است با نیروی کمانش عضو. این عمل (عمل حذف عضو و بازتوزیع نیرو) آنقدر تکرار می‌شود تا مکانیزم فروپاشی شکل بگیرد و در نتیجه خرپا به‌طور کلی منهدم شود. شرط شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی در یک خرپا، صفر شدن دترمینان ماتریس سختی کل اعضای باقیمانده‌ی آن است. برای نمونه حالتی را فرض کنید که تعداد معین P_q عضو (مثلاً اعضای r_1, r_2, \dots, r_{p_q}) از خرپا حذف شده‌اند. شرط شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی در این حالت عبارت است از منفرد شدن ماتریس سختی کل خرپای متشکل از $(n - P_q)$ عضو باقیمانده. ماتریس سختی کل خرپای متشکل از $(n - P_q)$ عضو باقیمانده را به صورت $\bar{K}^{(P_q)}$ نمایش می‌دهیم. به این ترتیب، مکانیزم فروپاشی هنگامی شکل خواهد گرفت است که:

$$|\bar{K}^{(Pq)}| = . \quad (58-2)$$

در رابطه‌ی بالا، $|\bar{K}|$ نماینده‌ی دترمینان ماتریس سختی K است.

اعضایی از یک خرپا که تخریب و حذف پی در پی آن‌ها منجر به شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی (صفر شدن دترمینان ماتریس سختی کل اعضای باقیمانده) شود، یک مسیر خرابی کامل (مد خرابی) آن را تشکیل می‌دهند. بنابراین هر یک از مدهای خرابی یک سازه را می‌توان بر اساس یک سیستم موازی مدل کرد. سازه‌های نامعین واقعی معمولاً دارای تعداد زیادی مد خرابی هستند. در این پژوهش، به دلیل تعداد زیاد مدهای خرابی و پیچیدگی محاسبه‌ی ضریب همبستگی آماری بین مدهای خرابی سازه، از کرانه‌های کرنل برای تخمین احتمال خرابی کل سازه استفاده شده است. یادآوری می‌شود که برای محاسبه‌ی کرانه‌های کرنل نیازی به دانستن ضریب همبستگی آماری مدهای خرابی سازه نداریم.

هر یک از مدهای خرابی سازه دارای احتمال مشخصی است. احتمال وقوع تک تک مدهای خرابی یک سازه وجود دارد. با این حال، تعدادی از مدهای خرابی دارای احتمال بالاتر و تعدادی دیگر دارای احتمال به نسبت پایینتری هستند. در روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی، قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای بر اساس مدهای خرابی اصلی - که از نظر احتمالاتی غالب هستند - سنجیده می‌شود. روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی معمولاً قابلیت اعتماد سازه را در دو مرحله ارزیابی می‌کنند. این دو مرحله عبارتند از (۱) شناسایی مدهای خرابی اصلی سازه، و (۲) تخمین احتمال تک تک مدهای خرابی شناسایی‌شده‌ی سازه و احتمال خرابی کل سازه. در این پژوهش از روش شاخه و کرانه برای ارزیابی قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی استفاده شده است. روش شاخه و کرانه یکی از بهترین روش‌های ارائه‌شده برای شناسایی مدهای خرابی اصلی سازه‌های نامعین و ارزیابی قابلیت اعتماد آن‌ها است. در بخش (۴-۵) از فصل چهارم این پایان‌نامه راهکارهایی برای کاهش زمان و افزایش دقت محاسبات این روش ارائه شده است. در ادامه‌ی مطلب، مراحل و اصول روش شاخه و کرانه و نحوه‌ی استفاده از آن در سازه‌های خرپایی را بیان می‌کنیم.

۲-۱۱- روش شاخه و کرانه

سازوکار روش شاخه و کرانه به این ترتیب است که مسیرهای خرابی اصلی سازه شناسایی شده و احتمال خرابی سیستم سازه‌ای با استفاده از آن‌ها تخمین زده می‌شود. منظور از مسیرهای خرابی اصلی یک سازه مسیرهای خرابی‌ای است که احتمال بیشتری نسبت به سایر مسیرهای خرابی سازه‌ی مفروض دارند. در روش شاخه و کرانه ابتدا مسیرهای خرابی سازه بر اساس روش‌های ماتریسی تولید می‌شوند. سپس مسیرهای خرابی اصلی و مسیرهایی که باید کنار گذاشته شوند به ترتیب با استفاده از عملیات شاخه‌ای و عملیات کرانه‌ای شناسایی می‌شوند. در نهایت، احتمال خرابی کل سازه بر اساس روش‌های کرانه‌ای ارزیابی می‌شود.

۲-۱۱-۱- تولید خودکار توابع حالت حدی سازه‌های خرابی

روش کلی تولید خودکار حاشیه‌های ایمنی در قالب متغیرهای تصادفی، نخستین بار برای یک سازه‌ی خرابی بسط داده شد [۳۳-۳۵]. یک خرابی نامعین n -عضوی سه‌بعدی را در نظر بگیرید. داده‌های مربوط به پیکربندی سازه و مشخصات مکانیکی مصالح موجود است. i -امین عضو این خرپا در صورتی تخریب می‌شود که نیروی داخلی آن بیشتر از مقاومت آن شده باشد. حاشیه‌ی ایمنی i -امین عضو این خرپا به صورت تفاضل نیروی داخلی آن از مقاومت آن تعریف می‌شود و عبارت است از:

$$M_i = R_i(C_{yi}, A_i) - S_i(A_1, \dots, A_n; L_1, \dots, L_n; l_1, \dots, l_n; E_1, \dots, E_n) \quad (۵۹-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، M_i ، R_i ، A_i ، E_i ، l_i و S_i به ترتیب نماینده‌ی حاشیه‌ی ایمنی، مقاومت، سطح مقطع عرضی، مدول الاستیسیته، طول، و نیروی داخلی i -امین عضو خرپا است. L_j نیز نماینده‌ی نیروی خارجی وارد بر سازه در درجه‌ی آزادی j -ام ($j = 1, 2, \dots, 3L$) است. n تعداد اعضا، و l تعداد نقاط گرهی است. C_{yi} نماینده‌ی تنش مجاز i -امین عضو خرپا است که بر اساس مصالح سازنده‌ی عضو و ابعاد آن تعیین می‌شود. اگر تخریب عضو به صورت شکست فشاری یا شکست کششی باشد، تنش

مجاز (C_{yi}) برابر خواهد بود با تنش تسلیم (σ_y) مصالح سازنده‌ی عضو. اما اگر عضو در اثر کمانش (ناپایداری عضو فشاری) خراب شود، تنش مجاز (C_{yi}) برابر خواهد بود با تنش کمانش (σ_a). به این ترتیب، مقاومت i -امین عضو خرابی مفروض برابر است با:

$$R_i(C_{yi}, A_i) = C_{yi}A_i \quad (۶۰-۲)$$

نیروی داخلی i -امین عضو خرابی (S_i) را می‌توان با استفاده از یک روش ماتریسی محاسبه کرد [۷۳]، [۷۴]. S_i برابر است با:

$$S_i = \sum_{j=1}^{r_l} b_{ij}L_j \quad (۶۱-۲)$$

b_{ij} پارامترهای S_i و L_j را به هم مرتبط می‌کند. ضریب b_{ij} در خرابی‌های معین استاتیکی دارای مقداری ثابت است. اما ضریب b_{ij} در خرابی‌های نامعین استاتیکی تابعی است از سطح مقطع عرضی اعضا. با جایگذاری روابط (۶۰-۲) و (۶۱-۲) در رابطه‌ی (۵۹-۲) خواهیم داشت:

$$M_i = C_{yi}A_i - \text{sign}(S_i) \sum_{j=1}^{r_l} b_{ij}L_j \quad (۶۲-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، $\text{sign}(\cdot)$ تابع علامت (\cdot) است.

نیروی داخلی عضو i -ام (عضو i -ام یکی از اعضای سازه است که پس از خرابی اعضای r_1 تا r_{p-1} سالم باقی مانده است)، در مرحله‌ی p -ام خرابی (پس از خرابی اعضای r_1 تا r_{p-1}) برابر خواهد بود با:

$$S_{i(r_1, r_2, \dots, r_{p-1})}^{(p)} = \sum_{j=1}^{r_l} b_{ij}^{(p)} L_j^{(p)} = \sum_{j=1}^{r_l} b_{ij}^{(p)} L_j - a_{ir_1}^{(p)} R_{r_1} - \dots - a_{ir_{p-1}}^{(p)} R_{r_{p-1}} \quad (۶۳-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، $S_{i(r_1, r_2, \dots, r_{p-1})}^{(p)}$ برابر است با نیروی داخلی عضو i -ام در مرحله‌ی p -ام خرابی.

$\{r_1, r_2, \dots, r_{p-1}\}$ نیز مجموعه‌ی اعضای تخریب‌شده و ترتیب خرابی آن‌ها است. $a_{ij}^{(p)}$ نیروی داخلی عضو i -ام در مرحله‌ی p -ام خرابی است که در اثر اعمال بار واحد در راستای عضو حذف‌شده‌ی j -ام ایجاد شده است. همچنین $b_{ij}^{(p)}$ نیز نیروی داخلی عضو i -ام در مرحله‌ی p -ام خرابی است که در اثر

اعمال بار واحد در راستای درجه‌ی آزادی z -ام ایجاد شده است. بنابراین، حاشیه‌ی ایمنی عضو i -ام در مرحله‌ی p -ام خرابی برابر خواهد بود با:

$$M_{i(r_1, r_2, \dots, r_{p-1})}^{(p)} \triangleq C_{yi} A_i - S_{i(r_1, r_2, \dots, r_{p-1})}^{(p)} \quad (64-2)$$

مکانیزم فروپاشی هنگامی شکل می‌گیرد که تمام P_q عضو خرابا (شامل اعضای r_1 تا r_{P_q}) خراب شوند. بنابراین حاشیه‌ی ایمنی اعضای تخریب‌شده‌ی یکی از مدهای خرابی عبارت است از:

$$M_{i(r_1, r_2, \dots, r_{p-1})}^{(p)} \leq 0 ; P = 1, 2, \dots, P_q \quad (65-2)$$

برای تعیین ضرایب $a_{ij}^{(p)}$ باید سازه را $p-1$ مرتبه ($p-1$ برابر است با تعداد اعضای حذف‌شده از سازه) تحلیل کنیم. برای تعیین ضرایب $b_{ij}^{(p)}$ نیز باید سازه را l مرتبه (l برابر است با تعداد اولیه‌ی بارهای خارجی وارد بر سازه) تحلیل کنیم. بنابراین تعیین توابع حالت حدی زمان زیادی می‌برد.

۲-۱۱-۲- احتمال خرابی مشترک یک زوج از المان‌های خرابی

ρ_{jk} را برابر با ضریب همبستگی آماری بین دو پیشامد مرحله‌ی z -ام (خرپای فاقد میله‌های r_1 تا r_{j-1}) و مرحله‌ی k -ام (خرپای فاقد میله‌های r_1 تا r_{k-1}) در نظر می‌گیریم. ρ_{jk} برابر است با:

$$\rho_{jk} = \frac{COV(F^{(j)}, F^{(k)})}{\sigma_{F^{(j)}} \sigma_{F^{(k)}}} \quad (66-2)$$

در رابطه‌ی بالا، $F^{(j)}$ و $F^{(k)}$ به ترتیب نماینده‌ی پیشامدهای مراحل z -ام و k -ام خرابی هستند. $COV(F^{(k)}, F^{(j)})$ نیز برابر با کواریانس این دو پیشامد است.

حاشیه‌های ایمنی خطی M_1 و M_p را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$M_1 = a_0 + a_1 Z_1 + a_2 Z_2 + \dots + a_n Z_n \quad (67-2)$$

$$M_p = b_0 + b_1 Z_1 + b_2 Z_2 + \dots + b_n Z_n \quad (68-2)$$

فرض کنید که متغیرهای تصادفی Z_i ناهمبسته‌ی آماری بوده و دارای توزیع احتمالاتی نرمال (با میانگین صفر و انحراف معیار یک) هستند. حاشیه‌های ایمنی M_1 و M_2 حاصل ترکیب خطی متغیرهای تصادفی ناهمبسته‌ی Z_i هستند. بنابراین متغیرهای تصادفی M_1 و M_2 نیز دارای توزیع احتمالاتی نرمال استاندارد خواهند بود. ضریب همبستگی آماری این متغیرهای تصادفی (ρ) برابر خواهد بود با:

$$\rho = \sum_{i=1}^n a_i b_i \quad (69-2)$$

برای یک زوج از المان‌های خرابی، تابع توزیع تجمعی نرمال دومتغیره با مقادیر میانگین صفر - که آن را به صورت $\Phi_2(X_1, X_2; \rho)$ نشان می‌دهیم - برابر خواهد بود با:

$$\Phi_2(X_1, X_2; \rho) = \int_{-\infty}^{X_1} \int_{-\infty}^{X_2} \varphi_2(t_1, t_2; \rho) dt_1 dt_2 \quad (70-2)$$

در رابطه‌ی بالا، X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی متناظر با المان‌های خرابی، ρ ضریب همبستگی آماری متغیرهای تصادفی X_1 و X_2 و φ_2 تابع چگالی احتمال نرمال دومتغیره با مقادیر میانگین صفر است. φ_2 را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$\varphi_2(t_1, t_2; \rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(t_1^2 + t_2^2 - 2\rho t_1 t_2)\right) \quad (71-2)$$

رابطه‌ی (70-2) را می‌توان به صورت زیر نیز بازنویسی کرد [۱۶]:

$$\begin{aligned} \Phi_2(X_1, X_2; \rho) &= \Phi_2(X_1, X_2; \cdot) + \int_0^\rho \varphi_2(X_1, X_2; z) dz \\ &= \Phi(X_1) \Phi(X_2) + \int_0^\rho \varphi_2(X_1, X_2; z) dz \end{aligned} \quad (72-2)$$

در رابطه‌ی بالا، Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد یک متغیره است.

برای استفاده از رابطه‌ی (72-2) تنها باید یک انتگرال یگانه را محاسبه کنیم. اما در رابطه‌ی (70-2) انتگرال دوگانه‌ی پیچیده‌ای وجود دارد که ارزیابی آن کاری مشکل و زمان‌بر است. بنابراین، محاسبه‌ی Φ_2 با استفاده از رابطه‌ی (72-2) نسبت به رابطه‌ی (70-2) ساده‌تر است.

۲-۱۱-۳- اصول کلی روش شاخه و کرانه

روش شاخه و کرانه معمولاً از سه بخش اصلی تشکیل می‌شود. این بخش‌ها عبارتند از (۱) عملیات تفکیک، (۲) عملیات شاخه‌ای (انشعاب)، و (۳) عملیات کرانه‌ای. در ادامه‌ی مطلب، وظیفه‌ی هر بخش توضیح داده می‌شود.

۲-۱۱-۳-۱- عملیات تفکیک

در عملیات تفکیک، یک مرحله‌ی جدید به مراحل خرابی مسیر خرابی ناکامل مورد نظر افزوده می‌شود. به بیان دیگر، تمام اعضای بالقوه‌ی سازه را به مسیر خرابی ناکامل مورد نظر می‌افزاییم. در هر مرحله از تشکیل مسیرهای خرابی، تمام مسیرهای تفکیک‌شده را به مجموعه‌ای با نام «مجموعه‌ی مسیرهای خرابی نامزد برای عملیات شاخه‌ای» می‌افزاییم. این مجموعه در شروع عملیات شاخه و کرانه مجموعه‌ای تهی (خالی از عضو) در نظر گرفته می‌شود.

در حالت کلی، یک مسیر خرابی مانند $r_1 \rightarrow r_2 \rightarrow \dots \rightarrow r_p$ را در نظر بگیرید. احتمال این مسیر خرابی - که متشکل از P عضو است - برابر است با:

$$P_{fp}(r_1, r_2, \dots, r_p) = P \left[\left(M_{r_1}^{(1)} \leq \cdot \right) \cap \left(M_{r_2(r_1)}^{(2)} \leq \cdot \right) \cap \dots \cap \left(M_{r_p(r_1, r_2, \dots, r_{p-1})}^{(P)} \leq \cdot \right) \right] \quad (73-2)$$

با استفاده از مکمل‌های پیشامدهای خرابی، رابطه‌ی (۷۳-۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی

کرد:

$$P_{fp}(r_1, r_2, \dots, r_p) = 1 - P \left[\bigcup_{i=1}^P M_{r_i(r_1, r_2, \dots, r_{i-1})}^{(i)} > \cdot \right] \quad (74-2)$$

پارامتر P را طول مسیر خرابی می‌نامیم. هنگامی که طول مسیر خرابی بزرگتر از ۳ باشد

($P > 3$)، تعیین دقیق احتمال مسیر خرابی کار بسیار مشکلی خواهد بود [۷۵، ۷۶]. بنابراین معمولاً

کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال مسیرهای خرابی را تقریب می‌زنند. یکی از روابط ارائه شده برای این کرانه‌ها عبارت است از [۴۰]:

$$P_{fp(r_1, r_2, \dots, r_p)(U)} = \min_{j \in \{1, \dots, p\}} P \left[\left(M_{r_1}^{(1)} \leq \cdot \right) \cap \left(M_{r_j(r_1, r_2, \dots, r_{j-1})}^{(j)} \leq \cdot \right) \right] \quad (75-2)$$

$$P_{fp(r_1, r_2, \dots, r_p)(L)} = \max \left[\cdot, P \left[\left(M_{r_1}^{(1)} \leq \cdot \right) \right] - P \left[\left(M_{r_1}^{(1)} \leq \cdot \right) \cap \left(M_{r_1(r_1)}^{(2)} > \cdot \right) \right] \right. \\ \left. - \sum_{j=2}^p \min \left\{ P_{fp(r_1, r_2, \dots, r_{j-1})(U)}, P \left[\left(M_{r_1}^{(1)} \leq \cdot \right) \cap \left(M_{r_i(r_1, r_2, \dots, r_{j-1})}^{(j)} > \cdot \right) \right] \right\} \right] \quad (76-2)$$

کرانه‌های $P_{fp(r_1 r_2 \dots r_p)(U)}$ و $P_{fp(r_1 r_2 \dots r_p)(L)}$ توابعی غیر صعودی از طول مسیر خرابی (p) هستند؛ یعنی با افزوده شدن عضو جدید به مسیر خرابی، مقدار این کرانه‌ها افزایش نخواهد یافت. با دقت در روابط (۷۵-۲) و (۷۶-۲) متوجه می‌شویم که در این روابط فقط از حاشیه‌های ایمنی متناظر با مسیر خرابی در مرحله‌ی اول خرابی و مرحله‌ی کنونی خرابی استفاده می‌شود. به این ترتیب تنها باید حاشیه‌ی ایمنی متناظر با مرحله‌ی اول خرابی را ذخیره نماییم. بنابراین از اشغال حجم زیادی از حافظه‌ی کامپیوتر جلوگیری می‌شود و زمان اجرای برنامه نیز کاهش می‌یابد. این موضوع، به‌خصوص در مورد سازه‌های بزرگ و با درجه‌ی نامعینی بالا که تعداد مسیرهای خرابی مورد نیاز برای ارزیابی آن‌ها را نمی‌توان پیش‌بینی کرد، بسیار مفید خواهد بود [۱۶].

۲-۱۱-۳-۲- عملیات شاخه‌ای (انشعاب)

عملیات شاخه‌ای را می‌توان عملیات انتخاب یک عضو برای تشکیل یک مسیر خرابی جدید تعریف کرد [۱۶]. انتخاب عضو در هر مرحله از تشکیل مسیرهای خرابی باید به‌گونه‌ای انجام شود که مسیر خرابی منشعب از عضو دارای بیشترین احتمال در میان مسیرهای خرابی تازه تفکیک شده باشد. به بیان دیگر باید عضوی را انتخاب نماییم که مسیر خرابی تفکیک شده از آن بیشترین مقدار $P_{fp(r_1 r_2 \dots r_p)(U)}$ را در مرحله‌ی کنونی تشکیل مسیرهای خرابی دارد. عملیات انتخاب عضو تا زمانی

ادامه می‌یابد که مکانیزم فروپاشی شکل بگیرد. مکانیزم فروپاشی هنگامی شکل می‌گیرد که ماتریس سختی کل سازه‌ی متشکل از اعضای باقیمانده منفرد شود. در این پژوهش از روابط (۲-۷۵) و (۲-۷۶) برای ارزیابی کرانه‌ی بالایی و پایینی مدهای خرابی سازه استفاده شده است.

۲-۱۱-۳-۳- عملیات کرانه‌ای

به عملیات حذف مسیرهای خرابی غیر ضروری از مجموعه‌ی مسیرهای خرابی نامزد برای عملیات شاخه‌ای، عملیات کرانه‌ای گفته می‌شود [۱۶]. عملیات کرانه‌ای باید پس از دستیابی به یک مد خرابی جدید از سازه انجام شود. منظور از مسیرهای خرابی غیر ضروری، مسیرهای خرابی‌ای است که در تعیین احتمال خرابی کل سازه نقش چندانی ندارند. فرض کنید که عضوی جدید به یک مسیر خرابی ناکامل افزوده می‌شود. کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر خرابی مفروض (با در نظر گرفتن عضو افزوده‌شده) کوچکتر از یا مساوی با کرانه‌ی بالایی احتمال همان مسیر خرابی (بدون در نظر گرفتن عضو افزوده‌شده) خواهد بود. به بیان دیگر، احتمال تخریب متوالی اعضای ۱ تا P موجود در یک مسیر خرابی، کوچکتر از یا مساوی با احتمال تخریب متوالی اعضای ۱ تا $P-1$ موجود در همان مسیر خرابی است. بنابراین نیازی به ادامه‌ی عملیات شاخه‌ای (ادامه‌ی انشعاب اعضا) از مسیرهای خرابی‌ای که کرانه‌ی بالایی احتمال آن‌ها کوچکتر از مقداری معین شده است وجود ندارد. زیرا در همین مرحله از عملیات شاخه‌ای نیز می‌توان تشخیص داد که این مسیرهای خرابی، مسیرهای خرابی محتمل و غالبی نیستند. بنابراین این مسیرهای خرابی را نادیده می‌گیریم و آن‌ها را از مجموعه‌ی مسیرهای خرابی نامزد برای عملیات شاخه‌ای حذف می‌نماییم. مسیرهای خرابی حذف‌شده در تمام مراحل خرابی را وارد مجموعه‌ای به نام «مجموعه‌ی مسیرهای خرابی حذف‌شده» می‌کنیم. در آغاز عملیات شاخه و کرانه، مجموعه‌ی مسیرهای خرابی حذف‌شده به صورت مجموعه‌ای تهی در نظر گرفته می‌شود.

برای شناسایی مسیرهای خرابی غیر ضروری، کرانه‌ی بالایی احتمال مسیرهای خرابی موجود در مجموعه‌ی مسیرهای خرابی نامزد برای عملیات شاخه‌ای را با مقدار پارامتری به نام «مرجع کرانی» مقایسه می‌کنیم.

۲-۱۱-۳-۳-۱- مرجع کرانی

مرجع کرانی متغیری است که از آن برای شناسایی مسیرهای خرابی غیر ضروری استفاده می‌شود. منظور از مسیرهای خرابی غیر ضروری مسیرهای خرابی‌ای است که باید از عملیات انشعاب حذف شوند. مرجع کرانی را با Br نمایش می‌دهیم. مقدار مرجع کرانی در پایان شناسایی n -امین مد خرابی سازه برابر است با مضربی از بزرگترین کرانه‌ی پایینی احتمال این n مد خرابی. ReV را متغیری تعریف می‌کنیم که مقدار آن در پایان شناسایی n -امین مد خرابی سازه برابر است با بزرگترین کرانه‌ی پایینی احتمال این n مد خرابی. ReV را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$\text{if } P_{fp}(r_1, r_2, \dots, r_p)(L) > ReV \Rightarrow ReV = P_{fp}(r_1, r_2, \dots, r_p)(L) \quad (77-2)$$

مقدار اولیه‌ی متغیر ReV برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. رابطه‌ی کنترلی (۷۷-۲) را باید بلافاصله پس از شناسایی یک مد خرابی جدید از سازه بررسی نماییم. به بیان دیگر باید بررسی شود که آیا کرانه‌ی پایینی احتمال مد خرابی تازه شناسایی شده‌ی سازه ($P_{fp}(r_1, r_2, \dots, r_p)(L)$) بزرگتر از مقدار ReV کنونی است یا خیر؟ «مرجع کرانی را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$Br = ReV \times 10^{-\delta} \quad (78-2)$$

متغیر Br را نیز باید بلافاصله پس از شناسایی یک مد خرابی جدید بازیابی کنیم. پارامتر δ مقداری ثابت است که با توجه به دقت مورد نظر طراح و نوع سازه انتخاب می‌شود. این پارامتر را ثابت روش شاخه و کرانه می‌نامیم. هرچه پارامتر δ بزرگتر در نظر گرفته شود، تعداد مسیرهای حذف‌شده

کاهش می‌یابد و در نتیجه دقت محاسبات بالاتر می‌رود. می‌توان نتیجه گرفت که کرانه‌ی بالایی احتمال تمام مسیرهای خرابی‌ای که از عملیات شاخه‌ای کنار گذاشته شده‌اند، کوچک‌تر از Br است [۱۶]. به بیان دیگر، کرانه‌ی بالایی احتمال تک تک مسیرهای خرابی موجود در مجموعه‌ی مسیرهای خرابی حذف‌شده کوچکتر از Br است.

۲-۱۱-۳-۴- تنظیم کرانه‌های احتمال خرابی کل سازه

در این پژوهش برای محاسبه‌ی کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال خرابی کل سازه از کرانه‌های کرنل استفاده شده است. کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه را با p_{up-s} و کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه را با p_{low-s} نشان می‌دهیم.

۲-۱۱-۳-۴-۱- کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه

بر اساس روش کرنل، p_{low-s} برابر است با بزرگ‌ترین کرانه‌ی بالایی احتمال تمام مدهای خرابی شناسایی شده‌ی سازه. p_{low} را متغیری تعریف می‌کنیم که مقدار آن در پایان شناسایی n -امین مد خرابی سازه برابر است با بزرگترین کرانه‌ی بالایی احتمال این n مد خرابی. بنابراین p_{low} برابر است با:

$$\text{if } P_{fp(r_1, r_2, \dots, r_p)}(U) > p_{low} \Rightarrow p_{low} = P_{fp(r_1, r_2, \dots, r_p)}(U) \quad (79-2)$$

مقدار اولیه‌ی متغیر p_{low} برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. متغیر p_{low} را باید بلافاصله پس از شناسایی یک مد خرابی جدید بازبایی کنیم. به بیان دیگر باید بررسی می‌شود که آیا کرانه‌ی بالایی احتمال مد خرابی تازه شناسایی شده‌ی سازه ($P_{fp(r_1, r_2, \dots, r_p)}(U)$) بزرگتر از p_{low} کنونی است یا خیر؟ با پایان یافتن اجرای برنامه و اتمام عملیات شاخه و کرانه می‌توان به‌سادگی p_{low-s} را به‌دست آورد.

p_{low-s} برابر است با p_{low} محاسبه شده پس از آخرین بازیابی (p_{low} به دست آمده پس از شناسایی آخرین مد خرابی سازه).

۲-۱۱-۳-۴-۲- کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه

p_{up-s} برابر با مقدار کرانه‌ی بالایی کرنل است. p_{up} را متغیری تعریف می‌کنیم که مقدار آن در پایان شناسایی n -امین مد خرابی سازه برابر خواهد بود با:

$$p_{up} = p_{up} \times \left[1 - P_{fp(r_1, r_2, \dots, r_p)}(U) \right] \quad (۲-۸۰)$$

مقدار اولیه‌ی متغیر p_{up} برابر با یک در نظر گرفته می‌شود. متغیر p_{up} را باید بلافاصله پس از شناسایی یک مد خرابی جدید بازیابی کنیم. با پایان یافتن اجرای برنامه و اتمام عملیات شاخه و کرانه می‌توان به سادگی p_{up-s} را محاسبه نمود. p_{up-s} برابر است با p_{up} محاسبه شده پس از آخرین بازیابی (p_{up} به دست آمده پس از شناسایی آخرین مد خرابی سازه).

با ادامه‌ی عملیات شاخه و کرانه در نهایت به حالتی خواهیم رسید که دیگر عضوی برای ادامه‌ی عملیات شاخه‌ای (انشعاب مسیر خرابی جدید) وجود ندارد. رسیدن به این حالت بدین معناست که عملیات شاخه و کرانه به اتمام رسیده است. p_{low-s} و p_{up-s} محاسبه شده تا این مرحله به ترتیب برابرند با کرانه‌ی بالایی و کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه.

۲-۱۲- روابط نظریه‌ی کماتش

از اصطلاح‌های «ستون» و «میله» برای اعضای تحت بار فشاری، چه در حضور لنگر خمشی و چه در نبود آن، استفاده می‌شود. عملاً نمی‌توان ستونی یافت که انحنای اولیه نداشته باشد و تحت بارگذاری خالص محوری باشد. به بیان دیگر، خروج از مرکزیت در بارگذاری ستون‌ها اجتناب‌ناپذیر

است. دلایل این اجتناب‌ناپذیری عبارتند از (۱) نقایص موجود در ستون، و (۲) نقایص موجود در بارگذاری. این نقایص می‌توانند لنگر خمشی قابل توجهی در ستون تولید کنند و در نهایت باعث تخریب ستون در مد خمشی شوند. چنین ستونی احتمالاً در راستای جانبی تغییر شکل می‌دهد. به خرابی ناشی از تغییر شکل در راستای جانبی، کمانش (ناپایداری جانبی) گفته می‌شود [۷۷].

ستون‌ها را می‌توان به دو دسته‌ی مختلف تقسیم کرد: (۱) ستون‌های کوتاه؛ (۲) ستون‌های بلند. ستون‌های بلند به دلیل کمانش تخریب می‌شوند. اما ستون کوتاه بر اثر از بین رفتن مصالح سازنده‌اش تخریب می‌شود. حداقل طولی که در آن، ستونی با مقطع عرضی مشخص بر اثر کمانش تخریب می‌شود به عنوان طول بحرانی ستون^۱ شناخته می‌شود [۷۷].

در قرن هجدهم میلادی، اولر^۲ روابط کمانش یک ستون دو سر مفصل را فرمول‌بندی کرد. اولر در نظریه‌ی خود ستون دو سر مفصل بلند مستقیمی را تحت اثر بارگذاری محوری در دو انتهای آن در نظر می‌گیرد. بار بحرانی این ستون - که به آن بار بحرانی اولر^۳ نیز گفته می‌شود - برابر است با:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (۸۱-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، P_{cr} بار بحرانی ستون، E مدول الاستیسیته‌ی مصالح سازنده‌ی ستون، I ممان اینرسی مقطع ستون، و L طول ستون است. اگر ممان اینرسی مقطع ستون را به صورت $I = Ar^2$ بنویسیم، رابطه‌ی اولر به شکل زیر در خواهد آمد:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EA r^2}{L^2} = \frac{\pi^2 EA}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} \quad (۸۲-۲)$$

در روابط بالا، r شعاع ژیراسیون مقطع ستون و λ نسبت لاغری ستون است.

در شرایط کلی، بار بحرانی اولر یک ستون را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (۸۳-۲)$$

^۱ The critical length of column

^۲ Euler

^۳ Euler's critical load

در رابطه‌ی بالا، k ضریب طول مؤثر ستون است. به پارامتر kL نیز طول مؤثر ستون گفته می‌شود. طول مؤثر ستونی با شرایط تکیه‌گاهی دلخواه برابر است با طول یک ستون دو سر مفصل معادل که ظرفیت باربری آن برابر با ظرفیت باربری ستون مفروض است [۷۸]. نظریه‌ی اولر بر پایه‌ی تعدادی فرض بنا شده است. این فرض‌ها عبارتند از [۷۹]:

- (۱) از وزن ستون صرف نظر می‌شود.
- (۲) ستون تنها در اثر کمانش تخریب می‌شود.
- (۳) مقطع عرضی ستون در طول آن یکنواخت فرض می‌شود.
- (۴) از کاهش طول ستون، ناشی از فشار مستقیم چشم‌پوشی می‌شود.
- (۵) طول ستون در مقایسه با ابعاد مقطع عرضی آن خیلی بلند در نظر گرفته می‌شود.
- (۶) فرض می‌شود که ستون تحت بار خالص محوری قرار دارد و در ابتدا کاملاً مستقیم است.
- (۷) فرض می‌شود که ستون از مصالح الاستیک خطی، همگن و ایزوتروپیک ساخته شده است و در نتیجه از قانون هوک پیروی می‌کند.

از تنش مستقیم ستون‌های بلند می‌توان چشم‌پوشی کرد. اما تنش مستقیم ستون‌های کوتاه نقشی اساسی در رفتار آن‌ها دارد و نمی‌توان آن را نادیده گرفت. جدی‌ترین محدودیت نظریه‌ی اولر این است که تنها برای ستون‌های بلند (با طولی بیشتر از طول بحرانی) قابل استفاده است. به بیان دیگر تنها در صورتی می‌توان از رابطه‌ی اولر استفاده کرد که نامساوی $\sigma_{cr} < \sigma_y$ برقرار باشد. بیان ریاضی‌وار این محدودیت عبارت است از:

$$\lambda_{cr} > \left[\frac{\pi^2 E}{\sigma_y} \right]^{1/2} \quad (۸۴-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، λ_{cr} نسبت لاغری بحرانی ستون است. اگر نسبت لاغری یک ستون بزرگتر از λ_{cr} باشد، انتظار می‌رود که ستون بر اثر کمانش تخریب شود و اگر این نسبت کوچکتر از λ_{cr} باشد، انتظار می‌رود که ستون بر اثر انهدام مصالح تخریب شود.

اما دیده شده است که ستون‌های با نسبت لاغری نزدیک به نسبت لاغری بحرانی، در تنشی کمتر از تنش اولر خراب می‌شوند. این ستون‌ها را نمی‌توان به شکل قطعی متعلق به یکی از دو گروه ستون‌های کوتاه یا بلند دانست. این ستون‌ها با عنوان ستون‌های با طول متوسط شناخته می‌شوند. دلیل این رفتار ستون‌های با طول متوسط را می‌توان به انحنای اولیه‌ی آن‌ها و عدم قطعیت تصادفی یا ناخواسته نسبت داد.

از نظریه‌ی اولر تنها می‌توان برای شرایط خاصی استفاده کرد. پژوهش‌ها و آزمایش‌های فراوانی برای ارزیابی تنش مجاز واقعی ستون‌ها (σ_a) انجام شده و روابط تجربی متعددی نیز پیشنهاد شده است. در ادامه‌ی مطلب، تعدادی از مشهورترین این روابط ارائه می‌شود [۷۷]:

(۱) رابطه‌ی رانکین-گوردون^۱: رانکین^۲ رابطه‌ی تجربی زیر را برای محاسبه‌ی تنش مجاز ستون‌های با طول متوسط پیشنهاد داده است:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y}{1+a(L/r)^2} \quad (۸۵-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، a پارامتری است که مقدار نظری آن برابر است با:

$$a = \frac{\sigma_y}{\pi^2 E} \quad (۸۶-۲)$$

علی‌رغم وجود مقدار دقیق نظری برای پارامتر a ، معمولاً ترجیح داده می‌شود مقدار این پارامتر بر اساس آزمایش و اندازه‌گیری سنجیده شود.

(۲) رابطه‌ی سهمی‌وار جانسون^۳: جانسون^۴ نیز بر اساس نتایج تجربی، رابطه‌ای مشابه با رابطه‌ی رانکین-گوردون ارائه کرده است. این رابطه عبارت است از:

$$\sigma_a = \sigma_y [1 - b\lambda^2] \quad (۸۷-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، b پارامتر ثابتی است که مقدار آن با توجه به شرایط تکیه‌گاهی ستون تعیین می‌شود. برای نمونه در ستون‌های دو سر مفصل این پارامتر برابر با 0.00003 است. تنش مجاز به‌دست آمده از

^۱ Rankine-Gordon's formula

^۲ Rankine

^۳ Johnson's parabolic formula

^۴ Johnson

رابطه‌ی جانسون، در مقایسه با تنش مجاز به‌دست آمده از رابطه‌ی رانکین-گوردون، تقریب نزدیکتری از تنش اولر است.

(۳) رابطه‌ی خط مستقیم جانسون^۱: جانسون بر اساس نتایج پژوهش‌های آزمایشگاهی خود، خطی مستقیم برای تقریب تنش مجاز ستون‌ها پیشنهاد کرد. فرمول کلی خط مستقیم جانسون عبارت است از:

$$\sigma_a = \sigma_y [1 - a\lambda] \quad (۸۸-۲)$$

از رابطه‌ی ساده‌ی (۸۸-۲) تنها می‌توان برای بازه‌ی کوتاهی از نسبت لاغری استفاده کرد. مقدار پیشنهادی a برای میله‌های فولادی متوسط با $\sigma_{cr} = 110 \text{ MPa}$ برابر است با:

$$a = 0.005 \quad \text{برای حالت دو سر مفصل}$$

$$a = 0.004 \quad \text{برای حالت دو سر گیردار}$$

این پارامترها یک ضریب اطمینان را نیز شامل می‌شوند.

(۴) رابطه‌ی رانکین-مرچنت^۲: رابطه‌ی رانکین-مرچنت، در مقایسه با رابطه‌ی رانکین-گوردون، تقریب نزدیکتری از منحنی اولر ارائه می‌کند. رابطه‌ی تجربی رانکین-مرچنت، تنش کمانش اولر و تنش تسلیم مصالح را به تنش مجاز فشاری ستون مرتبط می‌کند. رابطه‌ی رانکین-مرچنت عبارت است از:

$$\sigma_a = 0.66 \frac{[\sigma_y \sigma_{cr}]}{\sqrt[n]{[\sigma_y^n + \sigma_{cr}^n]}} \quad (۸۹-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، n یک پارامتر ثابت است. تنش مجاز به‌دست آمده از رابطه‌ی (۸۹-۲)، برای ستون‌های کوتاه ($\lambda \rightarrow 0$) به سوی تنش تسلیم مصالح و برای ستون‌های بلند ($\lambda \rightarrow \infty$) به سوی تنش اولر میل می‌کند [۷۸].

(۵) رابطه‌ی پری-رابرتسون^۳: در رابطه‌ی پری-رابرتسون اثر خروج از مرکزیت بار و اثر انحنای اولیه‌ی میله‌ها با یکدیگر تلفیق شده است. این رابطه عبارت است از:

¹ Johnson's straight line formula

² Rankine-Merchant's formula

³ Perry-Robertson's formula

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y + (1+\eta)\sigma_E}{2} - \sqrt{\left[\frac{\sigma_y + (1+\eta)\sigma_E}{2}\right]^2 - \sigma_y\sigma_E} \quad (90-2)$$

رابطه‌ی (۹۰-۲) با این فرض به دست آمده است که تمام نقایص عملی موجود در ستون را می‌توان با در نظر گرفتن یک انحنای اولیه‌ی فرضی برای ستون بیان کرد. در رابطه‌ی بالا، σ_a مقدار متوسط تنش در مقطع عرضی ستون است که موجب ایجاد تنش تسلیم در میانه‌ی ارتفاع ستون (برای هر مقدار معینی از η) می‌شود [۸۰]. η پارامتر ثابتی است که بستگی به نوع مصالح ستون دارد. مقدار پیشنهادی برای η برابر است با:

$$\eta = \frac{0.15L}{r} \quad \text{برای مصالح ترد}$$

$$\eta = 0.13\left(\frac{L}{100r}\right)^2 \quad \text{برای مصالح شکل‌پذیر}$$

اگر σ_a را نماینده‌ی میانگین تنش مجاز رابطه‌ی پری-رابرتسون در نظر بگیریم، ضریب پراکندگی تنش مجاز رابطه‌ی پری-رابرتسون (V_{σ_a}) برابر خواهد بود با:

$$V_{\sigma_a} = \frac{\sqrt{(V_{\sigma_y}\sigma_y)^2 + \left(\frac{\sigma_E}{r}\right)^2 (V_w \cdot w.)^2}}{[\sigma_y + (1+\eta)\sigma_E]} \sqrt{1 - \frac{4(\sigma_y\sigma_E)}{[\sigma_y + (1+\eta)\sigma_E]^2}} \quad (91-2)$$

در رابطه‌ی بالا، η برابر است با نسبت انحنای اولیه‌ی ستون به شعاع ژیراسون مقطع ستون. بنابراین خواهیم داشت:

$$\eta = \frac{w.}{r} \quad (92-2)$$

در روابط بالا، w نماینده‌ی انحنای اولیه‌ی ستون و r نماینده‌ی شعاع ژیراسیون مقطع ستون است. V_{σ_y} و V_w نیز به ترتیب برابرند با ضریب پراکندگی تنش تسلیم مصالح ستون و ضریب پراکندگی انحنای اولیه‌ی ستون. σ_E نیز برابر با تنش کمانش اولر است.

اگر ستون از مصالح ترد ساخته شده باشد و وقوع خرابی کششی نیز محتمل باشد، علامت بین

دو عبارت رابطه‌ی پری-رابرتسون باید مثبت در نظر گرفته شود. در این حالت، σ_y برابر خواهد بود با

مقاومت تسلیم کششی مصالح ستون. به این ترتیب، رابطه‌ی پری-رابرتسون در حالت مذکور برابر

است با:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y + (1+\eta)\sigma_E}{\gamma} + \sqrt{\left[\frac{\sigma_y + (1+\eta)\sigma_E}{\gamma}\right]^2 - \sigma_y\sigma_E} \quad (93-2)$$

فصل سوم
مبانی الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک (با نماد اختصاری GA) یکی از الگوریتم‌های بهینه‌یابی عددی است که از قوانین ژنتیک طبیعی و انتخاب طبیعی الهام گرفته می‌شود [۸۱]. اساس این قوانین، حق بقای بهترین اعضا است. الگوریتم ژنتیک یکی از شاخه‌های گرایش هوش مصنوعی رشته‌ی کامپیوتر محسوب می‌شود. این الگوریتم را می‌توان یک روش جستجوی تصادفی دانست که از قوانین طبیعی تکامل زیستی پیروی می‌کند [۸۲]. از این روش عموماً در مسائل بهینه‌یابی و مسائلی که نیاز است به جستجوی فضای طراحی پرداخته شود استفاده می‌شود. GA این امکان را فراهم می‌آورد که فضای طراحی مسأله به شکلی جستجو شود تا الگوریتم به تدریج به سوی راه حل بهینه‌ی عمومی^۱ یا راه حل نزدیک به بهینه‌ی عمومی هدایت شود. الگوریتم ژنتیک طی نسل‌های مختلف عملیات بهینه‌یابی، با شناسایی راه حل‌های شایسته‌تر و فراهم آوردن امکان پیوند آن‌ها با یکدیگر و نیز حذف راه حل‌های نامناسب و غیر قابل استفاده، مسیر جستجو را به سوی نواحی با شایستگی بیشتر هدایت می‌کند. این روش هوشمند به‌طور موفقیت‌آمیزی راه حل بهینه‌ی عمومی را بدون توجه به چالش‌های محدودکننده‌ای از قبیل پیوسته بودن فضای کاوش مسأله، عدم وجود مشتقات و ... پیدا می‌کند [۸۳].

یافتن روش‌های ساده برای بهینه‌یابی سیستم‌های پیچیده همواره مد نظر پژوهشگران بوده است. اغلب ابزارها و روش‌های ریاضی در حل اینگونه مسائل ناتوانند. بررسی تمامی راه‌های ممکن مسأله نیز موضوعی خارج از تصور است. بنابراین تنها راه حل ممکن، نمونه‌برداری از فضای راه حل‌ها است. برتری اصلی الگوریتم ژنتیک نسبت به روش‌های ریاضی بهینه‌یابی این است که GA ، بر خلاف روش‌های ریاضی، به‌طور همزمان با جمعیتی از راه حل‌ها سر و کار دارد. الگوریتم ژنتیک در هر مرتبه تکرار عملیات جستجو (در هر نسل) مجموعه‌ای از طرح‌های ممکن را ارزیابی می‌کند. این ویژگی امکان اجرای موازی الگوریتم ژنتیک و مهاجرت بین زیرجمعیت‌ها - که باعث تنوع ژنتیکی می‌شود - را فراهم می‌آورد. اما روش‌های ریاضی بهینه‌یابی در هر لحظه تنها یکی از راه حل‌های محتمل را

¹ Global optimum solution

می‌توانند ارزیابی کنند. به همین دلیل، در صورت استفاده از این روش‌ها، امکان افتادن در دام بهینه‌های محلی زیاد است. بین GA و اکثر بقیه‌ی روش‌های مرسوم بهینه‌یابی تفاوت‌های قابل توجهی وجود دارد. چهار تفاوت عمده عبارتند از [۹]:

(۱) الگوریتم ژنتیک با شکل رمزگذاری‌شده‌ی متغیرهای طراحی سر و کار دارد، نه با مقدار واقعی آن‌ها.

(۲) الگوریتم ژنتیک جستجوی فضای طراحی مسأله را با استفاده‌ی همزمان از مجموعه‌ای از نقاط انجام می‌دهد، نه با استفاده از تنها یکی از نقاط فضای مسأله.

(۳) الگوریتم ژنتیک ماهیتی احتمالاتی دارد، نه یقین‌اندیشانه. این ویژگی را می‌توان نتیجه‌ی مستقیم تکنیک‌های تصادفی‌ای دانست که در الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود.

(۴) تنها اطلاعات مورد نیاز یک الگوریتم ژنتیک تخمینی است از شایستگی نقاط مورد نظر از فضای طراحی مسأله. این تخمین معمولاً با عنوان مقدار تابع هدف شناخته می‌شود. در صورتی که الگوریتم ژنتیک به مقدار شایستگی نقاط مورد نظر دسترسی داشته باشد، می‌تواند از آن‌ها برای ادامه‌ی عملیات جستجو برای یافتن راه حل بهینه استفاده کند.

(۵) الگوریتم ژنتیک ذاتاً به موازی اجرا می‌شود. به بیان دیگر، الگوریتم ژنتیک به‌طور همزمان با تعداد زیادی از نقاط (رشته‌ها^۱) کار می‌کند. این نکته یکی از قدرتمندترین ویژگی‌های الگوریتم ژنتیک را بیان می‌کند. هالند تخمین زده است که یک الگوریتم ژنتیک که n رشته را در هر نسل پردازش می‌کند، در حقیقت در حال پردازش n^3 زیررشته‌ی^۲ مفید است.

در نگاه اول ممکن است تصور شود که بهینه‌یابی با استفاده از الگوریتم ژنتیک چیزی بیش از یک جستجوی تصادفی نیست. اما با شناخت و دقت بیشتر متوجه می‌شویم که GA یک جستجوی تصادفی هدایت‌شده^۳ در راستای یافتن طرح بهینه است.

^۱ Strings

^۲ Substring

^۳ Guided random search

۳-۲- تاریخچه‌ی الگوریتم ژنتیک

امکان تعمیم مفهوم انتخاب طبیعی و ژنتیک طبیعی به مسائل دیگر، در بسیاری از زمینه‌ها آنقدر مشهود است که گاهی ممکن است این سؤال مطرح شود که: «چرا از این امکان در گذشته استفاده نشده است؟» اما حقیقت این است که از همان آغاز، دانشمندان علم کامپیوتر تصوراتی از سیستم‌هایی که یک یا چند ویژگی از حیات را شبیه‌سازی می‌کنند در سر داشته‌اند. در دهه‌های ۵۰ و ۶۰ میلادی بود که ایده‌ی استفاده از جمعیتی از راه حل‌ها برای حل مسائل عملی بهینه‌یابی مطرح شد [۸۱]. در این دو دهه، چندین دانشمند علم کامپیوتر به صورت جداگانه سیستم‌های تکاملی^۱ را مطالعه می‌کردند. این پژوهش‌ها با این ایده صورت می‌گرفت که بتوان از تکامل به عنوان ابزاری برای مسائل بهینه‌یابی مهندسی استفاده کرد. سازوکار این سیستم‌ها تکامل بخشیدن به جمعیتی از راه حل‌های نامزدِ مربوط به مسأله‌ی مفروض، با استفاده از عملگرهای الهام‌گرفته‌شده از ژنتیک طبیعی و انتخاب طبیعی بود. ریچنبرگ استراتژی‌های تکامل را در دهه‌ی ۶۰ میلادی معرفی کرد. او از استراتژی‌های تکامل برای بهینه‌یابی مقدار واقعی پارامترهای دستگاه‌ها استفاده می‌کرد. پژوهش‌های گسترده‌ی ریچنبرگ و گروهش باعث شد تکامل مصنوعی تبدیل به یک روش بهینه‌یابی کاملاً شناخته‌شده شود. این گروه قادر بودند که مسائل پیچیده‌ی مهندسی را با استفاده از استراتژی‌های تکامل حل کنند.

الگوریتم‌های ژنتیک در اصل توسط جان هالند در دهه‌ی ۶۰ میلادی ابداع و در نتیجه‌ی پژوهش‌های گسترده‌ی وی، دانشجویان و همکارانش در دانشگاه میشیگان در طول دهه‌های ۶۰ و ۷۰ میلادی گسترش داده شد. بر خلاف ریچنبرگ و گروهش، هالند پژوهش‌هایش را با هدف ابداع الگوریتم‌هایی برای حل دسته‌ی خاصی از مسائل انجام نمی‌داد؛ بلکه او به دنبال روش‌هایی بود تا با استفاده از آن‌ها بتواند مکانیزم سازگاری طبیعی را وارد سیستم‌های کامپیوتری کند. هالند در کتابش [۸] الگوریتم ژنتیک را چکیده‌ای از تکامل زیستی معرفی کرد و چارچوبی نظری برای سازگاری با

¹ Evolutionary systems

الگوریتم ژنتیک و پیشبینی کیفیت نسل بعد ارائه کرد که به عنوان قضیه‌ی الگوی هالند^۱ شناخته می‌شود. الگوریتم ژنتیک هالند روشی بود برای حرکت از جمعیتی از طرح‌ها به یک جمعیت جدید. این حرکت بر اساس یک انتخاب طبیعی و با استفاده از عملگرهای الهام‌گرفته‌شده از علم ژنتیک مانند عملگر پیوند^۲، جهش^۳ و ... انجام می‌شود. تا این زمان پیشرفت‌های چشمگیری در زمینه‌ی تئوری الگوریتم ژنتیک به دست آمده بود؛ اما هنوز *GA* زمینه‌ای برای بروز کاربرد عملی خود به دست نیاورده بود. دلیل اصلی این موضوع حجم بالای محاسبات موجود در الگوریتم ژنتیک و عدم دسترسی به کامپیوترهای با قدرت بالای پردازش بود. اواخر دهه‌ی ۸۰ میلادی بود که کارخانه‌ی جنرال الکتریک اولین محصول الگوریتم ژنتیک خود را روانه‌ی بازار کرد. این محصول برای فرآیندهای صنعتی طراحی شده بود. در سال‌های اخیر، در نتیجه‌ی پیشرفت‌های سریع سخت‌افزاری و نرم‌افزاری رایانه‌ها و پژوهش‌های گسترده‌ی دانشمندان علم کامپیوتر و هوش مصنوعی، *GA* تبدیل به یکی از ابزارهای قدرتمند علم بهینه‌یابی شده است.

۳-۳- مفاهیم پایه‌ای الگوریتم ژنتیک

در این بخش ابتدا به معرفی مفاهیم پایه‌ای الگوریتم ژنتیک پرداخته می‌شود. سپس، اصول و مراحل کلی بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک بیان می‌شود.

۳-۳-۱- فضای الگوریتم ژنتیک

برای بهینه‌یابی با استفاده از الگوریتم ژنتیک باید فضای جستجوی متغیرهای طراحی مسأله را تبدیل به فضای جستجوی رمزگذاری‌شده کنیم. به بیان دیگر، متغیرهای طراحی مسأله باید تبدیل به

¹ Holland's schema theorem

² Crossover operator

³ Mutation operator

متغیرهای طراحی رمزگذاری شده^۱ شوند. به این تبدیل فضا رمزگذاری^۲ گفته می‌شود. متغیرهای طراحی رمزگذاری شده به صورت رشته‌ای از کاراکترها با طول محدود هستند. هر یک از راه‌حل‌های ممکن مسأله (هر نقطه از فضای طراحی مسأله) در تناظر با یک رشته‌ی منحصر به فرد است که به آن کروموزوم^۳ گفته می‌شود. مزیت کار با متغیرهای رمزگذاری شده این است که تبدیل فضاهای پیوسته به فضاهای گسسته امکان‌پذیر می‌شود. هر کروموزوم متناسب با تعداد متغیرهای طراحی از تعداد زیررشته تشکیل می‌شود. در یک مسأله‌ی طراحی، تعداد زیررشته‌های هر کروموزوم برابر با تعداد متغیرهای طراحی مسأله‌ی مفروض است. هر زیررشته از تعدادی بیت^۴ تشکیل شده است که زنجیروار در کنار هم قرار گرفته‌اند. هر بیت هم‌ارز با یک ژن در الفبای ژنتیک است. در روش رمزگذاری دودویی^۵ به هر بیت یکی از دو عدد صفر یا یک نسبت داده می‌شود. طول هر زیررشته برابر با تعداد بیت‌های تشکیل‌دهنده‌ی آن و طول هر کروموزوم برابر با مجموع تعداد بیت‌های تشکیل‌دهنده‌ی زیررشته‌های آن است. طول یک زیررشته چنان تعیین می‌شود که در مرحله‌ی رمزگشایی^۶ بتوان تمام اطلاعات متغیر طراحی متناظر با زیررشته‌ی مفروض را بین کرانه‌های بالایی و پایینی آن متغیر به‌دست آورد. مقدار یک متغیر طراحی همواره بین کرانه‌های بالایی و پایینی آن است. به بیان دیگر، برای i -امین متغیر طراحی مسأله خواهیم داشت:

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad (1-3)$$

در این رابطه، X_i معرف i -امین متغیر طراحی، و X_i^L و X_i^U به ترتیب کرانه‌ی پایینی و بالایی آن است. برای نمونه، در شکل (۱-۳) کروموزومی متشکل از ۳ زیررشته با طول ۱۵ نمایش داده شده است. بنابراین، این کروموزوم حاوی ۳ متغیر طراحی است. طول زیررشته‌ها به ترتیب ۵، ۴ و ۶ است. رمزگذاری در این کروموزوم به شیوه‌ی دودویی انجام شده است.

¹ Encoded design variables

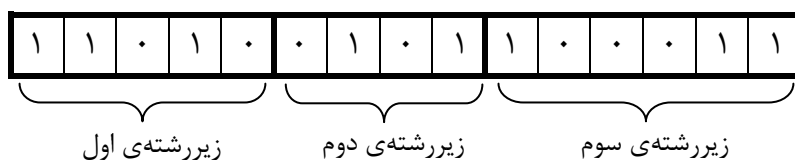
² Encoding

³ Chromosome

⁴ Bit

⁵ Binary encoding

⁶ Decoding



شکل (۱-۳) نحوه‌ی نمایش یک کروموزوم با ۳ زیررشته

۳-۲-۳- بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک

بهینه‌یابی با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر اساس اصل ادامه‌ی حیات بهترین‌ها و تکثیر نوع برتر انجام می‌شود. برای انجام عملیات بهینه‌یابی، ابتدا تعدادی راه حل تصادفی تولید شده و شایستگی همه‌ی آن‌ها بر اساس معیارهای از پیش تعیین‌شده‌ی ارزیابی می‌شود. در گام بعدی، راه‌حل‌های شایسته‌تر انتخاب می‌شوند و با انجام تعدادی عملیات روی کروموزوم‌های متناظر با آن‌ها، جمعیت بعدی شکل می‌گیرد. این روند آنقدر تکرار می‌شود تا راه حل بهینه‌ی مسأله بر اساس معیارهای همگرایی در نظر گرفته‌شده به دست آید. بهینه‌یابی با استفاده از الگوریتم ژنتیک در مرحله‌ی اساسی انجام می‌شود. این مراحل عبارتند از:

مرحله‌ی اول: در اولین مرحله تعداد معینی طرح به شکل تصادفی تولید می‌شود. مجموعه‌ی این طرح‌های تولیدشده را جمعیت اولیه^۱ و تعداد اعضای جمعیت اولیه را اندازه‌ی جمعیت^۲ می‌نامیم. هر طرح در این جمعیت متناظر با یک رشته‌ی منحصر به فرد (کروموزوم) است.

مرحله‌ی دوم: در این مرحله ابتدا به رمزگشایی تک تک کروموزوم‌های تولیدشده در مرحله‌ی اول پرداخته می‌شود. به بیان دیگر، مقدار واقعی متغیرهای طراحی هر طرح ارزیابی می‌شود. سپس به‌ازای مقدار متغیرهای طراحی هر طرح، مقدار نقض احتمالی قیود مسأله در ارتباط با پاسخ سازه به بارگذاری خارجی تعیین می‌شود. تابع هدف مربوط به هر طرح نیز باید ارزیابی شود. در صورت

^۱ Initial population

^۲ Population size (PopSize)

استفاده از رمزگذاری دودویی، رمزگشایی عبارت است از نگاشت از دستگاه دودویی به دستگاه دهگانی.

مرحله سوم: در این مرحله، با تعریف تابع جریمه^۱ که وابسته به میزان نقض قیود است و ترکیب آن با تابع هدف مسأله، تابع هدف اصلاح شده^۲ تشکیل می شود. تابع هدف اصلاح شده، مسأله ی بهینه یابی مقید^۳ را تبدیل به مسأله ی بهینه یابی نامقید^۴ می کند. در ادامه، تابع شایستگی^۵ تعریف شده و بر اساس آن یک مقدار شایستگی به هر طرح اختصاص داده می شود. انتظار می رود که طرحی که تابع هدف آن کوچکتر بوده و قیدهای مسأله را نیز کمتر نقض کرده است، شایستگی بیشتری داشته باشد و بالعکس. سپس با الهام از قوانین تکامل طبیعی و روش هایی که در ادامه گفته می شود، فرآیند انتخاب^۶ اجرا می شود تا بهترین طرح ها بر مبنای میزان شایستگی انتخاب شوند. فرآیند انتخاب کروموزومها بر اساس عمل جایگزینی انجام می شود. به این ترتیب، یک کروموزوم خیلی خوب این شانس را می یابد که چندین بار در جمعیت منتخب تکرار شود.

مرحله چهارم: در این مرحله، با استفاده از عملگرهای الگوریتم ژنتیک^۷ - که مرسوم ترین آنها عملگرهای پیوند و جهش است - جمعیت جدید (فرزندان) تولید می شود. سعی می شود جمعیت جدید به گونه ای تولید شود که میانگین کیفیت (شایستگی) کروموزومهای هر نسل نسبت به نسل های قبل افزایش یافته باشد. عملگرهای الگوریتم ژنتیک روی اعضای جمعیت منتخب کار می کنند. این جمعیت جدید در واقع اعضای نسل بعدی را شامل می شود. وظیفه ی عملگر پیوند را می توان جفت یابی از میان کروموزومهای جمعیت منتخب و ایجاد پیوند متقاطع بین جفت های انتخاب شده دانست. تعداد پیوندهایی که برقرار می شود بستگی به نرخ پیوند^۸ دارد. عملگر جهش نیز با توجه به

¹ Penalty function

² Modified objective function

³ Constrained optimization problem

⁴ Unconstrained optimization problem

⁵ Fitness function

⁶ Selection process

⁷ Genetic algorithm operator

⁸ Crossover rate

نرخ جهش^۱ سبب تغییر مقدار تعدادی از بیت‌های کروموزوم‌ها می‌شود. در ادامه از جمعیت فرزندان به عنوان اعضای نسل جدید استفاده می‌شود. در صورتی که شرط توقف الگوریتم برآورده شود، برنامه متوقف می‌شود و در غیر این صورت، الگوریتم به مرحله‌ی دوم برده می‌شود و بهینه‌یابی ادامه می‌یابد. شرط توقف الگوریتم ممکن است رسیدن تعداد نسل‌های الگوریتم به عددی معین باشد. زیرا اگر چنین شرطی در نظر گرفته نشود، ممکن است اجرای الگوریتم تا ابد ادامه بیابد.

۳-۳-۳- رمزگذاری متغیرها در الگوریتم ژنتیک

در الگوریتم ژنتیک، فضای متغیرهای طراحی مسأله تبدیل به یک فضای رمزگذاری شده می‌شود. سیستم‌های متنوعی برای تبدیل فضای متغیرها به فضای رمزگذاری شده وجود دارد. روش رمزگذاری‌ای که استفاده می‌شود بستگی به ماهیت مسأله‌ی بهینه‌یابی دارد. مهمترین این روش‌ها عبارتند از رمزگذاری درختی^۲، رمزگذاری (دودویی)، رمزگذاری مقداری^۳ و رمزگذاری جایگشتی^۴.

۳-۳-۳-۱- مبانی رمزگذاری در الگوریتم ژنتیک

هنگامی که یک سیستم جدید رمزگذاری ارائه می‌شود، عموماً لازم است به این پرسش پاسخ داده شود که: «آیا می‌توان با استفاده از این سیستم رمزگذاری جستجویی مؤثر در فضای طراحی رمزگذاری شده‌ی مسأله انجام داد یا خیر؟» معیارهای مختلفی برای ارزیابی کارایی یک سیستم رمزگذاری پیشنهاد شده است. این معیارها عبارت است از [۸۴]:

(۱) نگاهت بین کروموزوم‌ها و نقاط فضای طراحی (راه حل‌ها) باید یک نگاهت یک به یک باشد.

¹ Mutation rate

² Tree encoding

³ Value encoding

⁴ Permutation encoding

به‌طور کلی ممکن است سه حالت در نگاشت از فضای رمزگذاری شده به فضای رمزگذاری نشده اتفاق بیفتد. این سه حالت عبارتند از (۱) نگاشت یک به یک، (۲) نگاشت n به یک، و (۳) نگاشت یک به n . برای سادگی، فضای رمزگذاری شده را فضای ژنتیک، و فضای رمزگذاری نشده را فضای مسأله می‌نامیم. نگاشت یک به یک مطلوب‌ترین حالت نگاشت است. در این نگاشت مطمئن هستیم که هیچ عملیات جزئی‌ای هنگام تولید فرزندان اتفاق نمی‌افتد. در نگاشت n به یک، زمان زیادی طی فرآیند جستجو در فضای ژنتیک اتلاف خواهد شد. نگاشت n به یک به این معنا است که دو طرح در فضای مسأله تکثیر دوتایی شده‌اند، اما در فضای ژنتیک تکثیر دوتایی نشده‌اند. الگوریتم ژنتیک نمی‌تواند با این طرح‌ها به‌طور یکسان رفتار کند و همین مسأله احتمال همگرایی نارس الگوریتم ژنتیک را افزایش خواهد داد. ناطلوب‌ترین حالت نگاشت مربوط به حالت نگاشت یک به n است. زیرا در این حالت برای تشخیص یکی از راه‌ها از میان چندین راه حل ممکن مجبور هستیم فرآیندهای اضافی‌ای روی فضای مسأله انجام دهیم.

(۲) هر جایگشتی از یک کروموزوم در تناظر با یک نقطه از فضای طراحی مسأله باشد. به بیان دیگر، کروموزوم‌هایی که هم‌ارز با هیچ‌کدام از نقاط فضای طراحی مسأله نیستند، قابل ترمیم باشند. این ویژگی تضمین می‌کند که به‌آسانی می‌توان اکثر عملگرهای الگوریتم ژنتیک موجود را روی کروموزوم‌ها اعمال کرد.

(۳) هر نقطه از فضای طراحی مسأله قابل تبدیل به یک کروموزوم باشد. این ویژگی تضمین می‌کند که در جستجوی فضای ژنتیک، قابلیت دسترسی به هر نقطه از فضای طراحی مسأله وجود خواهد داشت.

(۴) معنای آلل‌ها^۱ برای یک ژن بستگی به محتوای آن نداشته باشد. به این معیار، ویژگی لامارکین^۲ گفته می‌شود. ویژگی لامارکین بر این نکته تأکید می‌کند که آیا یک کروموزوم می‌تواند شایستگی‌هایش را با استفاده از عملگرهای مرسوم الگوریتم ژنتیک به جمعیت‌های بعدی انتقال دهد یا خیر [۱۸۵].

^۱ Alleles

^۲ Lamarckian property

(۵) بروز تغییرات کوچک در فضای ژنتیک - که ناشی از عملگر جهش است - منجر به ایجاد تغییراتی کوچک در فضای مسأله شود. این ویژگی را ریچنبرگ در رابطه با استراتژی‌های تکامل پیشنهاد داده است [۱۳].

در این پژوهش از سیستم رمزگذاری دودویی برای رمزگذاری متغیرها استفاده می‌شود.

۳-۳-۲- رمزگذاری دودویی

سیستم رمزگذاری دودویی رایج‌ترین سیستم رمزگذاری متغیرها در الگوریتم ژنتیک است. در این سیستم رمزگذاری، متغیرهای طراحی تبدیل به رشته‌ای از اعداد دودویی (در مبنای دو) می‌شوند. هر بیت می‌تواند یکی از دو عدد صفر یا یک را اختیار کند. به این ترتیب، هر طرح (راه حل) تبدیل به رشته‌ای متشکل از اعداد صفر و یک می‌شود. تعداد بیت‌هایی که برای رمزگذاری یک متغیر طراحی لازم است بستگی به محدوده‌ی تغییرات آن متغیر و دقت مورد نظر طراح دارد. برای تبدیل یک عدد صحیح به شکل دودویی آن، ابتدا خود آن عدد را بر دو تقسیم می‌کنیم. سپس خارج قسمت حاصل از این تقسیم را نیز بر دو تقسیم می‌کنیم و این عمل را آنقدر ادامه می‌دهیم تا به خارج قسمت صفر برسیم. اگر باقیمانده‌ی حاصل از اولین تا آخرین تقسیم را به ترتیب از راست به چپ کنار هم قرار دهیم، رشته‌ای متشکل از اعداد صفر و یک به دست می‌آید. این رشته در واقع همان شکل دودویی عدد مورد نظر است. با استفاده از یک رشته‌ی n -بیتی می‌توانیم اعداد 0 تا $2^n - 1$ را رمزگذاری نماییم. اگر مقدار عددی معادل با زیررشته‌ی S را با IR_S نمایش دهیم، آنگاه خواهیم داشت [۱۶]:

$$IR_S = \sum_{k=0}^{k=n-1} 2^k s_{k+1} \quad (2-3)$$

در رابطه‌ی بالا، s_{k+1} برابر با مقدار k -امین بیت زیررشته‌ی S است و می‌تواند یکی از دو عدد صفر یا یک را اختیار کند. متغیر n نیز برابر با تعداد بیت‌های زیررشته‌ی S است. هر زیررشته‌ی S به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$S_{n-1}S_{n-2} \dots S_2S_1S. \quad (3-3)$$

فرض کنید که X_i نماینده‌ی متغیر طراحی متاظر با زیررشته‌ی S باشد. مقدار متغیر X_i برابر است با:

$$X_i = X_L + \frac{(X_U - X_L)}{2^{n-1}} \times \sum_{k=0}^{k=n-1} 2^k S_{k+1} = X_L + \frac{(X_U - X_L)}{2^{n-1}} \times IR_{X_i} \quad (4-3)$$

سیستم رمزگذاری دودویی در مثال (۱-۳) توضیح داده شده است.

مثال ۳-۱: تابع دو متغیره‌ی $F(X_1, X_2)$ را در نظر بگیرید. محدوده‌ی تغییرات متغیرهای X_1 و

X_2 را اعداد صحیح ۱ تا ۳۲ در نظر بگیرید. یکی از کروموزوم‌های دلخواه این متغیر را به دست بیاورید.

مقدار عددی معادل با زیررشته‌های این کروموزوم را نیز به دست بیاورید.

پاسخ: طول زیررشته‌های مناسب برای رمزگذاری دودویی متغیرهای X_1 و X_2 برابر ۵ است.

زیرا با رشته‌ای متشکل از ۵ بیت می‌توان ۳۲ زنجیره‌ی متمایز متشکل از اعداد صفر و یک را تولید

کرد. برای نمونه فرض کنید که زیررشته‌ی (۱۰۰۱۰) هم‌ارز با متغیر X_1 و زیررشته‌ی (۱۱۱۱۰) هم‌ارز

با متغیر X_2 باشد. کروموزوم به دست آمده از این دو زیررشته برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} \text{زیررشته‌ی اول} \Rightarrow 10010 \\ \text{زیررشته‌ی دوم} \Rightarrow 11110 \end{cases}; \text{Chromosome} \Rightarrow 1001011110$$

اعداد ۱ و ۳۲ به ترتیب کرانه‌ی پایینی و کرانه‌ی بالایی متغیرهای X_1 و X_2 هستند. نمایش باینری این

کرانه‌ها به صورت زیر است:

$$(00000, 00000). (11111, 11111) \Leftrightarrow (X_1^L, X_2^L), (X_1^U, X_2^U)$$

زیررشته‌ی (۰۰۰۰۰) هم‌ارز با عدد ۰ و زیررشته‌ی (۱۱۱۱۱) هم‌ارز با عدد ۳۱ است. اگر بیت‌های

زیررشته‌های X_1 و X_2 را در رابطه‌ی (۲-۳) قرار دهیم، مقدار عددی معادل با آن‌ها به دست خواهد

آمد. این مقادیر عبارتند از:

$$IR_{(10010)} = 2^0 \times (0) + 2^1 \times (1) + 2^2 \times (0) + 2^3 \times (0) + 2^4 \times (1) = 18$$

$$IR_{(11110)} = 2^0 \times (0) + 2^1 \times (1) + 2^2 \times (1) + 2^3 \times (1) + 2^4 \times (1) = 30$$

انواع متغیرهای طراحی عبارتند از (۱) متغیرهای طراحی گسسته، و (۲) متغیرهای طراحی پیوسته.

متغیرهای طراحی گسسته: متغیرهای طراحی گسسته می‌توانند مقدار یکی از اعضای مجموعه‌ای با تعداد اعضای محدود را بپذیرند. مقدار اعضای این مجموعه معمولاً از پیش تعیین شده است. رمزگذاری متغیرهای طراحی گسسته به سادگی انجام می‌شود. نحوه‌ی رمزگذاری و رمزگشایی متغیرهای طراحی گسسته در مثال (۲-۳) توضیح داده شده است

مثال ۲-۳: فرض کنید A_j نماینده‌ی متغیر طراحی سطح مقطع j -امین عضو یک خرپا باشد.

مقدار A_j باید از مقاطع موجود در مجموعه‌ی مقاطع SS انتخاب شود. این مجموعه برابر است با:

$$SS = \left\{ 1/2 + 0.2i ; i = 1, 2, \dots, 16 \right\} \text{ cm}^2$$

عضو i -ام مجموعه‌ی SS را با SS_i نشان می‌دهیم. دقت شود که اعضای مجموعه‌ی SS به

صورت صعودی مرتب شده‌اند تا کار با آن‌ها ساده شود. سطح مقطع متناظر با زیررشته‌ی (۰۱۱۱) را به دست بیاورید.

پاسخ: متغیر A_i می‌تواند یکی از ۱۶ مقدار موجود در مجموعه‌ی SS را داشته باشد. بنابراین

طول زیررشته‌ی مناسب برای رمزگذاری دودویی متغیر A_j برابر ۴ است. زیررشته‌ی (۰۰۰۰) بیانگر

اولین عضو مجموعه‌ی SS یعنی مقطع $1/2 \text{ cm}^2$ و زیررشته‌ی (۱۱۱۱) بیانگر آخرین عضو مجموعه‌ی

SS یعنی مقطع $4/2 \text{ cm}^2$ است. زیررشته‌ی متناظر با مقاطع بین این دو مقطع را می‌توان با

رمزگشایی به دست آورد. معادل دهگانی اعداد دودویی از صفر شروع می‌شود، نه از یک. بنابراین

خواهیم داشت:

$$A_j = SS_{i+1} \quad (5-3)$$

در رابطه‌ی بالا، i برابر با عدد رمزگشایی شده‌ی متناظر با j -امین متغیر طراحی است. این عدد را

می‌توانیم از رابطه‌ی (۲-۳) به دست بیاوریم. اگر بیت‌های زیررشته‌ی (۰۱۱۱) را در رابطه‌ی (۲-۳) قرار

دهیم، مقدار عددی معادل با آن برابر خواهد بود با:

$$IR_{(0,111)} = \tau^0 \times (1) + \tau^1 \times (1) + \tau^2 \times (1) + \tau^3 \times (0) = 7$$

با جایگذاری عدد 7 در رابطه‌ی (3-5) خواهیم داشت:

$$A_j = SS_{\gamma_{j+1}} \Rightarrow A_j = SS_{\lambda} \Rightarrow A_j = 2/6 \text{ cm}^2$$

به بیان دیگر، متغیر طراحی A_j برابر با هشتمین مقدار موجود در مجموعه‌ی مقاطع SS است.

متغیرهای طراحی پیوسته: متغیرهای طراحی پیوسته محدوده‌ی تغییرات معینی دارند و می‌توانند هر مقداری از آن محدوده را اختیار نمایند. اگر متغیر طراحی مورد نظر شما پیوسته باشد باید ابتدا آن را تبدیل به یک متغیر گسسته نمایید. فرض کنید Y_i نماینده‌ی متغیر طراحی مختصات i -امین گره یک خرپا باشد. Y_i^L و Y_i^U را به ترتیب معادل کرانه‌ی بالایی و کرانه‌ی پایینی این متغیر طراحی در نظر بگیرید. اگر طول زیررشته‌ی مورد نیاز برای نمایش دودویی متغیر طراحی Y_i را با L_{Y_i} نشان دهیم، مقدار آن برابر خواهد بود با:

$$L_{Y_i} = \text{Int}\left(1 + \frac{\log\left(\frac{Y_i^U - Y_i^L}{\varepsilon}\right)}{\log \tau}\right) \quad (3-6)$$

در رابطه‌ی بالا، $\text{Int}()$ تابع جزء صحیح است. این تابع قسمت اعشاری عدد درون پرانتز را حذف می‌کند و عدد صحیح باقیمانده را ارائه می‌دهد. ε نیز دقت مورد نظر برای متغیر طراحی Y_i است که با توجه به نظر طراح انتخاب می‌شود. مقدار عددی معادل با هر زیررشته را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (3-2) به دست آورد. مقدار عددی معادل با متغیر طراحی Y_i را با IR_{Y_i} نشان می‌دهیم. مقدار متغیر طراحی Y_i برابر خواهد بود با:

$$Y_i = Y_i^L + \frac{(Y_i^U - Y_i^L)}{\tau^{L_{Y_i} - 1}} \times \sum_{k=0}^{k=L_{Y_i} - 1} \tau^k S_{k+1} = Y_i^L + \frac{(Y_i^U - Y_i^L)}{\tau^{L_{Y_i} - 1}} \times IR_{Y_i} \quad (3-7)$$

یکی از نقاط ضعف سیستم رمزگذاری دودویی نامناسب بودن آن برای رمزگذاری مسائل پیچیده و مسائل دارای متغیرهای طراحی متعدد است. زیرا در این حالت طول رشته‌های لازم برای نگهداری اطلاعات مربوط به متغیرهای طراحی خیلی زیاد شده و در نتیجه کار کردن با آن‌ها سخت می‌شود. این سیستم رمزگذاری نقایص دیگری نیز دارد. برای نمونه فرض کنید که زیررشته‌های

(۰۱۱۱۱) و (۱۰۰۰۰) معادل‌های رمزگذاری‌شده‌ی دو مقدار مختلف از یک متغیر عددی باشند. با دقت در این زیررشته‌ها متوجه می‌شویم که مقدار رمزگذاری‌نشده‌ی آن‌ها تنها یک واحد با هم اختلاف دارد. اما تفاوت ظاهری زیادی در معادل رمزگذاری‌شده‌ی آن‌ها وجود دارد. این تفاوت ظاهری زیاد باعث بروز مشکلاتی هنگام استفاده از عملگرهای GA می‌شود. مشکل اصلی سیستم رمزگذاری دودویی زمانی بروز می‌کند که تعداد حالت‌های ممکن که یک متغیر می‌تواند داشته باشد برابر با یکی از توان‌های عدد ۲ نباشد. در این حالت طی اجرای الگوریتم به احتمال زیاد با زیررشته‌هایی مواجه خواهیم شد که هم‌ارز با هیچکدام از اعضای مجموعه‌ی مقادیر ممکن آن متغیر نیستند. برای سادگی، مجموعه‌ی مقادیر ممکن برای یک متغیر طراحی را از این پس مجموعه‌ی مرجع آن متغیر می‌نامیم. در بخش (۳-۳-۳-۳) این پایان‌نامه راهکاری برای رهایی از این مشکل ارائه شده است. علی‌رغم وجود این مشکلات، سیستم رمزگذاری دودویی همچنان نیز مرسوم‌ترین شیوه‌ی نمایش رشته‌ها در الگوریتم ژنتیک است. دلیل این موضوع را می‌توان انطباق سیستم رمزگذاری دودویی با ذات عملگرهای GA دانست.

۳-۳-۳-۳- رمزگشایی کروموزوم‌ها

برای ارزیابی شایستگی یک طرح ابتدا باید زیررشته‌های تشکیل‌دهنده‌ی کروموزوم متناظر با طرح مفروض را تبدیل به متغیرهای طراحی هم‌ارزشان کنیم. عمل تبدیل متغیرهای رمزگذاری‌شده به متغیرهای رمزگذاری‌نشده را رمزگشایی می‌نامیم. یکی از ویژگی‌های اصلی سیستم‌های رمزگذاری مناسب این است که رمزگشایی در آن‌ها به صورت یک به یک انجام می‌شود. رمزگشایی یک به یک به این معنا است که هر نقطه از فضای طراحی مسأله قابل تبدیل به یک و فقط یک کروموزوم باشد و بالعکس. برای تبدیل یک رشته (کروموزوم) به متغیرهای طراحی تشکیل‌دهنده‌ی آن لازم است که تعداد بیت‌های هر زیررشته و محل مربوط به آن در کروموزوم معلوم باشد. با استفاده از روابطی که در

ادامه‌ی مطلب ارائه می‌شود می‌توان رشته‌های دودویی را رمزگشایی کرد. برای رمزگشایی رشته‌های دودویی باید از یک نگاشت از دستگاه دودویی (در مبنای ۲) به دستگاه دهگانی استفاده کرد. طول هر زیررشته را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$2^{LS} \geq Noc \quad (8-3)$$

در رابطه‌ی بالا، LS متغیری است که مقدار آن برابر است با تعداد بیت‌های زیررشته‌ی مورد نظر. Noc نیز تعداد کلیه‌ی حالت‌های ممکن است که متغیر هم‌ارز با زیررشته‌ی مفروض می‌تواند داشته باشد (تعداد اعضای مجموعه‌ی مرجع متغیر). مقدار پارامتر Noc معمولاً از پیش معلوم است. طول زیررشته‌ی مورد نظر برابر خواهد بود با کوچکترین عدد صحیحی که به‌ازای آن نامساوی (۸-۳) برقرار باشد.

برای متناظر کردن عدد صحیح به دست آمده از رابطه‌ی (۸-۳) با یکی از اعضای مجموعه‌ی مرجع i -امین متغیر طراحی مسأله، از رابطه‌ی کلی زیر استفاده می‌شود:

$$IS_i = Int \left(IR_i * \frac{(Noc-1)}{(2^{LS}-1)} \right); \quad 1 \leq IS_i \leq Noc, \quad 0 \leq IR_i \leq 2^{LS} - 1 \quad (9-3)$$

در رابطه‌ی بالا، LS برابر است با تعداد بیت‌های زیررشته‌ی i -امین متغیر طراحی (طول زیررشته). Noc نیز برابر تعداد اعضای مجموعه‌ی مرجع i -امین متغیر طراحی است. IR_i مقدار عددی معادل با i -امین زیررشته (به دست آمده از رابطه‌ی (۲-۳))، و IS_i شماره‌ی متناظر با مقدار i -امین متغیر طراحی است.

در صورت استفاده از رابطه‌ی (۹-۳)، زیررشته‌هایی که هم‌ارز با هیچکدام از اعضای مجموعه‌ی مرجع یک متغیر طراحی نیستند ترمیم می‌شوند و متناظر با یکی از اعضای مجموعه‌ی مرجع متغیر طراحی مفروض می‌شوند. البته باید ذکر شود که این کار باعث می‌شود بعضی از اعضای مجموعه‌ی مرجع متغیر مفروض با بیش از یک زیررشته متناظر شوند. بنابراین احتمال انتخاب آن حالت (ها) برای متغیر مفروض بیشتر خواهد شد.

۳-۳-۴- تابع هدف

با استفاده از روش‌های معمول طراحی سازه می‌توان به سازه‌هایی با طراحی قابل قبول دست یافت. اما این روش‌ها تنها ضرایب و التزام‌های آیین‌نامه‌ای طراحی سازه‌ها را برآورده می‌کنند و توجهی به افزایش بازدهی و کارایی سازه‌ی طراحی شده ندارند. در بهینه‌یابی سازه‌ها قابل قبول بودن طراحی لازم است، اما کافی نیست؛ بلکه هدف از بهینه‌یابی انتخاب بهترین طراحی از میان طراحی‌های قابل قبول است. بنابراین باید معیار یا معیارهایی برای شناسایی طرح‌های قابل قبول و انتخاب بهترین آن‌ها تعیین شود. بهینه‌یابی عبارت است از یافتن بهترین طراحی قابل قبول بر اساس معیار یا معیارهای شایستگی از پیش تعیین شده [۸۷]. معیار یا معیارهایی که سازه نسبت به آن (ها) بهینه می‌شود، باید به صورت تابعی از متغیرهای طراحی مسأله بیان شود. این تابع با عنوان تابع هدف مسأله‌ی بهینه‌یابی یا به‌طور خلاصه تابع هدف شناخته شده است. انتخاب تابع هدف بستگی به ماهیت مسأله‌ی بهینه‌یابی دارد. برای نمونه، در طراحی سیستم‌های مکانیکی هدف معمولاً بیشینه کردن بازدهی مکانیکی و در مهندسی سازه هدف معمولاً کمینه کردن هزینه است. در طراحی سازه‌های فضایی نیز هدف عمدتاً به حداقل رساندن وزن کل سازه است. گاهی در طراحی سازه‌ها مواردی پیش می‌آید که لازم است که به‌طور همزمان از بیش از یک معیار طراحی استفاده شود. در این حالت چندین تابع هدف متمایز خواهیم داشت. به چنین مسائلی، مسائل بهینه‌یابی با توابع هدف چندگانه گفته می‌شود. برای نمونه می‌توان از وزن کل سازه، تغییر مکان‌های سازه، تنش‌های موجود در سازه، بسامدهای ارتعاشی، بارهای کمانشی، هزینه‌ی ساخت، طراحی یا نگهداری، یا ترکیبی از این معیارها به عنوان تابع هدف مسائل بهینه‌یابی سازه‌ها استفاده کرد. کار کردن با توابع هدف چندگانه پیچیده است و معمولاً از آن پرهیز می‌شود. دو روش عمومی برای کاهش تعداد توابع هدف به یک تابع وجود دارد:

(۱) تشکیل یک تابع هدف مرکب که جایگزین همه‌ی توابع هدف می‌شود.

۲) انتخاب مهمترین تابع هدف به عنوان تنها تابع هدف مسأله و استفاده از قید به جای سایر توابع هدف.

در این پژوهش از وزن کل سازه‌ی خرپایی به عنوان تابع هدف مسأله‌ی بهینه‌یابی سازه استفاده شده و بهینه‌یابی سازه با هدف کمینه‌سازی وزن کل سازه‌ی خرپایی انجام می‌شود.

۳-۳-۵- ارزیابی شایستگی طرح‌ها

برای ارزیابی شایستگی هر طرح باید میزان سازگاری و کارایی نسبی آن را محاسبه کرد. این ارزیابی بر اساس تابع (های) هدف مسأله‌ی بهینه‌یابی و با توجه به قید (های) طراحی در نظر گرفته شده انجام می‌شود. سازگاری و کارایی هر طرح بستگی به مقدار تابع (های) هدف آن طرح و مقدار نقض احتمالی قید (های) مسأله توسط آن طرح دارد. بنابراین شایستگی هر کروموزوم باید طوری ارزیابی شود که تأثیر توامان میزان تابع (های) هدف و میزان نقض قید (ها) در آن دیده شود. با استفاده از تابعی به نام تابع جریمه که وابسته به میزان نقض قید (های) مسأله است و ترکیب آن با تابع هدف مسأله، تابع هدف اصلاح شده به دست می‌آید. سپس تابع شایستگی را با استفاده از تابع هدف اصلاح شده به دست می‌آوریم. با استفاده از تابع شایستگی می‌توان به ارزیابی شایستگی راه حل‌ها پرداخت.

۳-۳-۵-۱- تابع جریمه

تابع جریمه تابعی است که مقداری را به عنوان جریمه به هر طرح اختصاص می‌دهد. مقدار جریمه‌ای که به هر طرح اختصاص می‌یابد بستگی دارد به میزان نقض قید (های) مسأله توسط آن طرح. هرچه طرحی بیشتر قید (های) مسأله را نقض کند، مقدار تابع جریمه‌ی آن نیز بیشتر خواهد

بود و بالعکس. مقدار تابع جریمه‌ی طرحی که هیچکدام از قیدهای مسأله را نقض نمی‌کند برابر صفر است. روابط متعددی برای تابع جریمه پیشنهاد شده است. تعدادی از مهم‌ترین این توابع عبارتند از:

(۱) راجیو^۱ و کریشنامورتی^۲ در ۱۹۹۲ تابع جریمه‌ی زیر را پیشنهاد کردند [۸۸]:

$$F_{Penalty} = F(X) \cdot K \cdot C ; C = \sum_{q=1}^Q \max [\cdot, g_q(X)] \quad (10-3)$$

در رابطه‌ی بالا، $F(X)$ تابع هدف مسأله‌ی بهینه‌یابی، C مجموع کل نقض‌های صورت‌گرفته توسط سازه، Q تعداد کل قیدهای حاکم بر مسأله، $F_{Penalty}$ تابع جریمه، X بردار متغیرهای طراحی، $g_q(X)$ میزان نقض سازه در ارتباط با هر یک از قیود و K ثابت تابع جریمه است که با نظر طراح انتخاب می‌شود.

(۲) راجان^۳ در ۱۹۹۵ تابع جریمه‌ی زیر را پیشنهاد کرد [۸۹]:

$$F_{Penalty} = r \cdot C ; C = \sum_{q=1}^Q \max [\cdot, g_q(X)] , r = K' \cdot F_{min} \quad (11-3)$$

در رابطه‌ی بالا، C مشابه رابطه‌ی (۱۰-۳) تعریف می‌شود. K' عددی ثابت است که با نظر طراح انتخاب می‌شود. F_{min} حداقل مقدار شایستگی برای کلیه‌ی طرح‌های قابل قبول نسل قبلی است. در نسل اول عملیات بهینه‌یابی مقداری برای r فرض می‌شود.

(۳) ارباتور^۴ و همکاران در ۲۰۰۰ تابع جریمه‌ی پویای زیر را پیشنهاد کردند [۹۰]:

$$F_{Penalty} = (r \cdot g_c)^2 \sum_{q=1}^Q \max [g_q(X) \cdot K] \quad (12-3)$$

در رابطه‌ی بالا، $g_q(X)$ میزان نقض سازه در ارتباط با هر یک از قیود و g_c شماره‌ی نسل است. K و r نیز ثابت‌هایی هستند که مقدار آن‌ها با توجه به نظر طراح تعیین می‌شود.

تمام روابطی که تاکنون برای تابع جریمه ارائه شده‌اند وابسته به پارامترهای ثابتی هستند که طراح باید مقداری را برای آن‌ها در نظر بگیرد. مقدار این پارامترها تأثیر شدیدی بر کیفیت راه

¹ Rajeev

² Krishnamoorthy

³ Rajan

⁴ Erbatur

حل‌های مسأله می‌گذارد. بنابراین طراح معمولاً مقادیر مختلفی را برای این پارامترها در نظر می‌گیرد تا بتواند تأثیر آن‌ها را بر طرح بهینه بررسی کند. این موضوع باعث افزایش حجم محاسبات الگوریتم ژنتیک می‌شود. کلات جاری تابع جریمه‌ی پویایی پیشنهاد کرده است که پارامتر آن در یک حلقه‌ی تکرار قرار می‌گیرد و به این ترتیب وابستگی آن به انتخاب طراح از بین می‌رود.

(۴) کلات جاری تابع جریمه‌ی پویای زیر را پیشنهاد می‌کند [۹۱]:

$$F_{Penalty} = F(X) \cdot K \cdot C_g ; C_g = \sum_{q=1}^{nlc} \max [0, g_q(X)] , K = K_j + \ln(j') \quad (۱۳-۳)$$

$$j = 1, \dots, nk , j' = 1, \dots, ng$$

در رابطه‌ی بالا، C_g مجموع کل نقض‌های صورت‌گرفته توسط سازه، $g_q(X)$ میزان نقض سازه در ارتباط با هر یک از قیود، Q تعداد کل قیدهای حاکم بر مسأله، nlc کل تعداد کل وضعیت‌های بارگذاری و K ثابت تابع جریمه‌ی پویا است. K_j پارامتر ثابتی است که با توجه به نظر طراح تعیین می‌شود. j' شمارنده‌ی حلقه‌ی تکرار مربوط به شماره‌ی نسل‌ها است. ng نیز برابر با تعداد کل نسل‌های الگوریتم ژنتیک است. استفاده از عبارت $\ln(j')$ در محاسبه‌ی پارامتر تابع جریمه باعث می‌شود که در آغاز عملیات بهینه‌یابی، جریمه‌ی اندکی به طرح‌های ناقض قیدهای مسأله اختصاص داده شود و به این ترتیب از نخبه‌گرایی جلوگیری می‌شود. با افزایش مقدار j' (افزایش تعداد نسل‌ها)، مقدار $\ln(j')$ و در نتیجه مقدار K افزایش می‌یابد. بنابراین طرح‌های ناقض قید (های) مسأله بیشتر جریمه شده و به تدریج از جمعیت کنار گذاشته می‌شوند. مزیت دیگر استفاده از این تابع جریمه، از بین رفتن هر گونه ابهام در مورد اتخاذ مقدار مناسب برای ثابت تابع جریمه است.

۳-۳-۵-۲- تابع شایستگی

با استفاده از تابع شایستگی می‌توان میزان کارایی و سازگاری نسبی هر طرح را ارزیابی کرد. تابع شایستگی همواره باید مقداری مثبت داشته باشد. برای به‌دست آوردن تابع شایستگی باید ابتدا

تابع هدف اصلاح شده را به دست بیاوریم. تابع هدف اصلاح شده تأثیر توامان تابع (های) هدف و تابع جریمه را برای هر طرح در نظر می‌گیرد. تابع هدف اصلاح شده از ترکیب تابع (های) هدف و تابع جریمه به دست می‌آید. تعاریف مختلفی برای تابع هدف اصلاح شده و تابع شایستگی ارائه شده است. تعدادی از مهمترین این تعاریف عبارت است از:

(۱) راجیو و کریشنامورتی برای تابع هدف اصلاح شده و تابع شایستگی روابط زیر را ارائه کردند [۸۸]:

$$\phi(X) = F(X) + F_{Penalty} \quad (۱۴-۳)$$

$$R(X) = [\phi_{max}(X) + \phi_{min}(X)] - \phi(X) \quad (۱۵-۳)$$

در روابط بالا، $\phi(X)$ تابع هدف اصلاح شده، $F(X)$ تابع هدف مسأله‌ی بهینه‌یابی، $F_{Penalty}$ تابع جریمه، $R(X)$ تابع شایستگی، و $\phi_{max}(X)$ و $\phi_{min}(X)$ به ترتیب مقدار بیشینه و مقدار کمینه‌ی تابع هدف اصلاح شده در نسل کنونی است.

(۲) تابعی که گلدبرگ [۹] به عنوان تابع هدف اصلاح شده پیشنهاد می‌کند مشابه رابطه‌ی (۱۴-۳) است. اما برای به دست آوردن تابع شایستگی پیشنهاد می‌کند که تابع هدف اصلاح شده را از یک عدد ثابت بزرگ کم کنیم. این عدد با نظر طراح انتخاب می‌شود. بنابراین مقدار شایستگی هر طرح عددی مثبت خواهد بود.

۳-۳-۶- فرآیند انتخاب

بر اساس نظریه‌ی تکامل باید بهترین طرح‌ها انتخاب شوند تا بتوان امید داشت که نسل بعدی بهتری نسبت به نسل‌های قبلی تولید شود. انتخاب طرح‌ها در مرحله‌ای با نام فرآیند انتخاب انجام می‌شود. مرحله‌ی انتخاب نقش رابط بین دو نسل متوالی را ایفا می‌کند و طرح‌های با شایستگی بالای نسل کنونی را برمی‌گزیند. انتخاب یک کروموزوم در یک نسل به این معنا است که این کروموزوم شایستگی تولید مثل و یا حضور مستقیم در نسل بعد را خواهد داشت. مرحله‌ی انتخاب ماهیتی تصادفی دارد.

هدف اصلی از فرآیند انتخاب، گزینش کروموزوم‌های شایسته‌ی نسل کنونی و تولید کپی‌های چندگانه از آن‌ها و قرار دادن آن‌ها در مکانی به نام استخر تولید مثل^۱ است. تنها معیار انتخاب کروموزوم‌ها میزان تابع شایستگی آن‌ها است و انتظار می‌رود کروموزوم‌هایی که میانگین شایستگی بالاتری دارند به دفعات بیشتری در استخر تولید مثل حضور داشته باشند. در حالت کلی انتخاب کروموزوم‌ها باید به‌گونه‌ای انجام شود که میانگین شایستگی هر نسل نسبت به نسل قبل افزایش یابد. به میزان ارجحیتی که به انتخاب طرح‌های بهتر داده می‌شود، فشار انتخاب^۲ گفته می‌شود [۹۳]. فشار انتخاب معمولاً بر نرخ همگرایی الگوریتم ژنتیک اثر می‌گذارد. استفاده از فشار انتخاب بالاتر باعث می‌شود که تعداد بیشتری از طرح‌های بهتر انتخاب شوند و در نتیجه نرخ همگرایی افزایش می‌یابد. الگوریتم ژنتیک این توانایی را دارد که راه حل‌های بهینه یا نزدیک به بهینه را در بازه‌ی گسترده‌ای از فشار انتخاب تشخیص دهد [۹۴]. اگر فشار انتخاب خیلی پایین باشد، نرخ همگرایی کم خواهد شد و در نتیجه *GA* زمان بیشتری برای یافتن راه حل بهینه لازم خواهد داشت. از سوی دیگر، استفاده از فشار انتخاب خیلی بالا نیز احتمال همگرایی نارس الگوریتم ژنتیک افزایش می‌دهد [۹۳]. روش‌های مختلفی برای انتخاب کروموزوم‌ها و قرار دادن آن‌ها در استخر تولید مثل پیشنهاد شده است. مهمترین این روش‌ها عبارتند از (۱) روش انتخاب چرخ گردان^۳، (۲) روش انتخاب رتبه‌بندی^۴، (۳) روش انتخاب مسابقه‌ای^۵، (۴) روش کلات جاری^۵، (۵) استراتژی نخبه‌گرایی^۶ (شایسته‌سالاری)، (۶) روش انتخاب بولتزمن^۷، و (۷) روش انتخاب حالت پایدار^۸.

در این پژوهش، فرآیند انتخاب با استفاده از تلفیقی استراتژی نخبه‌گرایی، و روش انتخاب مسابقه‌ای، روش انتخاب چرخ گردان و روش کلات جاری انجام شده است.

¹ Mating pool

² Selection pressure

³ Roulette-wheel selection method

⁴ Ranking selection method

⁵ Tournament selection method

⁶ Elitism strategy

⁷ Boltzmann selection method

⁸ Steady-state selection method

۳-۶-۱- روش انتخاب چرخ گردان

روش انتخاب چرخ گردان یکی از مرسوم‌ترین روش‌های انتخاب کروموزوم‌ها برای قرارگیری در استخر تولید مثل است [۹۲]. در این روش، انتخاب کروموزوم‌ها بر اساس یک احتمال انجام می‌شود. احتمال انتخاب کروموزوم‌های مختلف متفاوت بوده و بستگی به شایستگی طرح‌های متناظر با آن‌ها دارد. شایستگی نسبی هر کدام از کروموزوم‌های موجود در یک نسل را می‌توان با تقسیم کردن مقدار تابع شایستگی آن کروموزوم بر مجموع مقدار تابع شایستگی همه‌ی کروموزوم‌های آن نسل به دست آورد. شایستگی نسبی i -امین کروموزوم یک نسل را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه نمود:

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^n F_j} \quad (۱۶-۳)$$

در رابطه‌ی بالا، n برابر است با اندازه‌ی جمعیت (تعداد کروموزوم‌های نسل). P_i و F_i نیز به ترتیب برابرند با شایستگی نسبی و مقدار تابع شایستگی i -امین کروموزوم نسل مورد نظر. انتظار می‌رود که حاصل مجموع مقدار P_i کروموزوم‌های موجود در یک نسل برابر یک شود. میانگین شایستگی کروموزوم‌های هر نسل را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

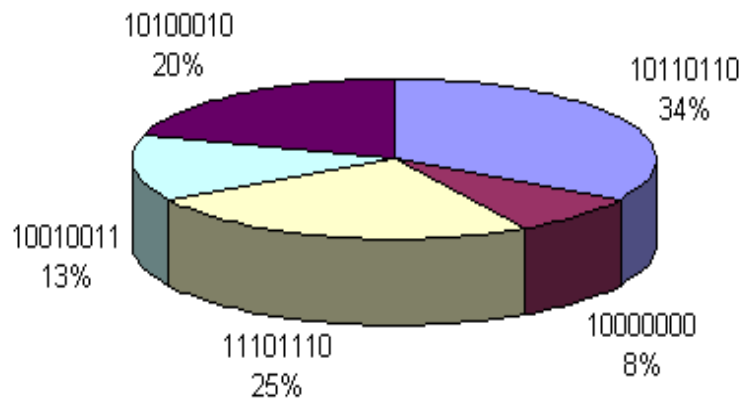
$$\bar{F} = \frac{\sum_{j=1}^n F_j}{n} \quad (۱۷-۳)$$

در رابطه‌ی بالا، \bar{F} برابر است با میانگین شایستگی کروموزوم‌های نسل مورد نظر. شایستگی نسبی جمعی j -امین کروموزوم نسل نیز برابر است با:

$$\bar{P}_j = \sum_{i=1}^m P_i ; j = 1, 2, \dots, n \quad (۱۸-۳)$$

در رابطه‌ی بالا، n اندازه‌ی جمعیت و m نماینده‌ی شماره‌ی کروموزوم مورد نظر در نسل کنونی است. اگر درصد شایستگی نسبی کروموزوم‌های یک نسل را به صورت قطاعی از یک دایره نشان دهیم، چرخ گردان مربوط به آن نسل به دست خواهد آمد. در شکل (۳-۲) نمونه‌ای از چرخ گردان نمایش داده شده است. هر کروموزوم برشی از چرخ گردان را به خود اختصاص می‌دهد. اندازه‌ی برش اختصاص یافته به هر طرح متناسب با شایستگی آن است. بنابراین کروموزومی با قطاع بزرگتر

(شایستگی بیشتر) شانس بیشتری برای حضور در نسل بعد می‌یابد. انتظار می‌رود که روش انتخاب چرخ گردان تعداد F_i/\bar{F} از i -امین کروموزوم را انتخاب نماید.



شکل (۲-۳) نمونه‌ای از روش چرخ گردان

چرخ گردان شکل (۲-۳) تعداد ۵ کروموزوم را در خود جای داده است. این بدان معنا است که اندازه‌ی جمعیت برابر ۵ است. کروموزوم‌های این نسل عبارتند از (۱۰۱۱۰۱۱۰)، (۱۰۱۰۰۰۱۰)، (۱۰۰۱۰۰۱۱)، (۱۱۱۰۱۱۱۰) و (۱۰۰۰۰۰۰۰). درصد شایستگی نسبی این ۵ کروموزوم به ترتیب برابر با ۲۰، ۳۴، ۱۳، ۲۵ و ۸ درصد است. طول کروموزوم‌های این نسل نیز برابر با ۸ است.

برای اجرای این روش، چرخ گردان را n مرتبه می‌چرخانیم (n اندازه‌ی جمعیت است). در هر چرخش، کروموزومی که نشانگر چرخ گردان در داخل قطاع متناظر با آن واقع شده است انتخاب شده و در استخر تولید مثل قرار می‌گیرد.

برای انتخاب هر عضو از جمعیت منتخب، برنامه ابتدا عددی تصادفی مانند N_S در بازه‌ی بسته‌ی $[0, 1]$ تولید می‌کند، $\{N_S: 0 \leq N_S \leq 1\}$ با مقایسه‌ی N_S تولیدشده با شایستگی نسبی تجمعی کروموزوم‌های نسل، کروموزوم منتخب به دست می‌آید. این مقایسه به این شکل انجام می‌شود که اگر N_S تولیدشده کوچکتر از یا مساوی با \bar{P}_j نظیر کروموزوم j -ام باشد و از \bar{P}_{j-1} نظیر کروموزوم $j-1$ بزرگتر باشد، آنگاه کروموزوم j -ام برای تکثیر انتخاب می‌شود و در استخر تولید مثل قرار می‌گیرد.

هستند که با ایجاد تغییراتی اندک در مقدار دو بیت سمت راست زیررشته‌های بهترین کروموزوم نسل کنونی ایجاد می‌شوند. تغییرات در زیررشته‌ها به صورت جداگانه انجام می‌شود. برای اجرای این روش ابتدا کروموزوم‌های نسل کنونی مرتب می‌شوند. ترتیب جدید کروموزوم‌ها به این صورت است که شایسته‌ترین کروموزوم نسل، اولین کروموزوم نسل و ناشایسته‌ترین کروموزوم نسل، آخرین کروموزوم نسل خواهد بود. سپس تعداد $2n_p - 2n_c - nc$ کروموزوم اول این جمعیت (جمعیت مرتب‌شده) به استخر تولید مثل منتقل می‌شوند. nc ، n_p و n_c به ترتیب برابرند با اندازه‌ی جمعیت، تعداد متغیرهای طراحی سطح مقطع مسأله و تعداد متغیرهای طراحی هندسه‌ی مسأله. $2n_p + 2n_c$ کروموزوم دیگر نیز با افزودن و کاستن عدد ۱ به هر یک از زیررشته‌های بهترین کروموزوم نسل کنونی و اعمال تغییرات در تنها دو بیت سمت راست این زیررشته‌ها به دست می‌آید. به این ترتیب به‌ازای هر متغیر طراحی دو کروموزوم جدید به دست می‌آید. سایر زیررشته‌های دو کروموزوم جدید نیز مشابه با زیررشته‌های شایسته‌ترین کروموزوم نسل کنونی در نظر گرفته می‌شوند. برای نمونه فرض کنید نمایش دودویی زیررشته‌ی نخست کروموزوم مفروض به صورت (۱۰۱۱) است. با افزودن و کسر عدد یک به زیررشته‌ی نخست این کروموزوم و اعمال تغییرات در تنها دو بیت سمت راست آن، دو کروموزوم جدید با زیررشته‌ی نخست (۱۰۱۰) و (۱۰۰۰) تشکیل می‌شود. مقدار بیت‌های سایر زیررشته‌های این دو کروموزوم تغییری نمی‌کند.

۳-۳-۶-۴- استراتژی نخبه‌گرایی (شایسته‌سالاری)

نخبه‌گرایی استراتژی‌ای است که الگوریتم ژنتیک را ملزم می‌کند تعدادی از بهترین کروموزوم‌های نسل کنونی را به‌طور دست‌نخورده وارد نسل بعدی کند. در صورتی که این کروموزوم‌ها برای تولید دوباره انتخاب نشوند یا عملگرهای جهش یا پیوند آن‌ها را دستخوش تغییرات بی‌تی کند، ممکن است از دست بروند. اما استراتژی نخبه‌گرایی باعث می‌شود که طرح‌های خوب موجود در

نسل‌های مختلف، طی بهینه‌یابی گم نشود. این استراتژی را نخستین بار جانگ^۱ در ۱۹۷۵ میلادی مطرح کرد [۹۶]. از این استراتژی همیشه در کنار سایر روش‌های انتخاب بهره گرفته می‌شود. اساس این استراتژی استفاده از بهترین کروموزوم یا کروموزوم‌های هر نسل برای نسل بعدی، به صورت مستقیم و بدون ورود به استخر تولید مثل است. تجربه نشان داده است که استراتژی نخبه‌گرایی به شکل چشم‌گیری عملکرد الگوریتم ژنتیک را بهبود می‌بخشد [۹۵]. با استفاده از این استراتژی می‌توان مطمئن بود که شایسته‌ترین طرح هر نسل نسبت به شایسته‌ترین طرح نسل‌های قبلی، شایستگی کمتری نخواهد داشت؛ یعنی می‌توان اطمینان داشت که روند شایستگی بهترین کروموزوم نسل‌ها روندی غیر نزولی است.

در این پژوهش، برای انتخاب اعضای استخر تولید مثل از تلفیقی از روش کلات‌جاری، استراتژی نخبه‌گرایی، روش انتخاب مسابقه‌ای و روش انتخاب چرخ گردان استفاده شده است. لازم به ذکر است که در همه‌ی روش‌های انتخاب کروموزوم‌ها، جمعیت‌های جدیدی تولید می‌شود؛ اما در هیچکدام از این روش‌ها (به استثنای روش کلات‌جاری) رشته‌ی جدیدی تولید نمی‌شود. در این پژوهش، روش انتخاب کروموزوم‌ها به این صورت است که ابتدا کروموزوم‌های هر نسل بر اساس معیار شایستگی مرتب می‌شوند. به این ترتیب، کروموزوم اول دارای بیشترین شایستگی و آخرین کروموزوم دارای کمترین شایستگی خواهد بود. در گام بعدی، کروموزوم‌های تکراری نسل کنونی حذف می‌شوند. به بیان دیگر کروموزوم‌هایی که مشابه با یکی دیگر اعضای نسل هستند حذف می‌شوند. مجموعه‌ی کروموزوم‌های باقیمانده را مجموعه‌ی شایسته‌ترین کروموزوم‌های غیر تکراری می‌نامیم. ۱ تا ۳ عدد از کروموزوم‌های اول مجموعه‌ی شایسته‌ترین کروموزوم‌های غیر تکراری انتخاب شده و به صورت مستقیم و بدون اعمال عملگرهای الگوریتم ژنتیک وارد جمعیت نسل بعدی می‌شوند. این عدد با نظر طراح و با توجه به اندازه‌ی جمعیت انتخاب می‌شود. حداکثر ۱۰ درصد از کروموزوم‌های منتخب برای عمل پیوند نیز با استفاده از روش کلات‌جاری تولید شده و وارد استخر تولید مثل می‌شوند. سایر

¹ Jong

کروموزوم‌های منتخب برای عمل پیوند نیز با استفاده از یکی از روش‌های چرخ گردان یا انتخاب مسابقه‌ای انتخاب شده و وارد استخر تولید مثل می‌شوند.

پس از انتخاب اعضای استخر تولید مثل، نوبت به اعمال عملگرهای GA روی اعضای جمعیت منتخب می‌رسد. عملگرهای الگوریتم ژنتیک متعددی برای تولید رشته‌های بهتر وجود دارد. وظیفه‌ی این عملگرها حفظ و استخراج اطلاعات نهفته در رشته‌ها تا حد امکان و جستجوی بهتر فضای طراحی مسأله است. زیرا کروموزوم‌های گزینش‌شده در مرحله‌ی انتخاب شامل بهترین کروموزوم‌ها هستند و نباید از دست بروند. تعدادی از مهمترین عملگرهای GA عبارتند از (۱) عملگر معکوس‌سازی^۱، (۲) عملگر حذف^۲، (۳) عملگر جداسازی^۳، (۴) عملگر مهاجرت^۴، (۵) عملگر اشتراک^۵، (۶) عملگر پیوند، (۷) عملگر جهش، (۸) عملگر دوگانه‌سازی^۶ و (۹) عملگر تسلط^۷.

پیوند و جهش عملگرهای اصلی الگوریتم ژنتیک هستند. در ادامه‌ی مطلب، سازوکار عملگرهای پیوند و جهش بیان شده است.

۳-۳-۷- عملگر پیوند

عملگر پیوند روی تعدادی از کروموزوم‌های موجود در استخر تولید مثل اعمال می‌شود تا جمعیتی از کروموزوم‌های جدید (فرزندان) تولید شود. میانگین شایستگی کروموزوم‌های جدید معمولاً بیشتر از میانگین شایستگی والدین آن‌هاست. عمل پیوند باعث جستجوی بیشتر فضای طراحی مسأله می‌شود. این عمل با هدف تعویض ویژگی طرح‌ها میان اعضای جمعیت و افزایش میانگین شایستگی کروموزوم‌های نسل بعدی نسبت به نسل کنونی انجام می‌شود. عمل پیوند بین دو کروموزوم - که به

¹ Inversion operator

² Deletion operator

³ Segregation operator

⁴ Migration operator

⁵ Sharing operator

⁶ Duplication operator

⁷ Dominance operator

آن‌ها کروموزوم‌های والد^۱ گفته می‌شود- انجام می‌گیرد. هر یک از کروموزوم‌های والد خصوصیتی از خود را به کروموزوم‌های جدید (فرزندان) انتقال می‌دهد. این عمل مشابه با انتقال صفات ژنتیکی در فرآیند زایش موجودات زنده است. اگر از عملگرهای GA استفاده نشود، میانگین شایستگی جمعیت تنها می‌تواند تا مقدار معینی - که برابر با شایستگی شایسته‌ترین کروموزوم نسل اول است- افزایش یابد و هرگز بیش از آن نخواهد شد. این حالت مربوط به زمانی است که تمام کروموزوم‌ها مشابه شایسته‌ترین کروموزوم نسل اول شوند. عملگر پیوند امکان جابه‌جایی اطلاعات بین طرح‌های مختلف را فراهم می‌آورد. بنابراین نقاط جدیدی از فضای طراحی مسأله جستجو خواهد شد. عمل پیوند در سه مرحله انجام می‌شود. این مراحل عبارتند از:

(۱) از بین کروموزوم‌های موجود در استخر تولید مثل، دو کروموزوم به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند. این دو کروموزوم همان کروموزوم‌های والد هستند.

(۲) در طول رشته‌ی دو کروموزوم والد، یک زیررشته به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. طول و محل این زیررشته باید در دو کروموزوم والد یکسان باشد تا امکان انتقال زیررشته‌ی انتخاب‌شده وجود داشته باشد.

(۳) زیررشته‌های انتخاب‌شده بین دو کروموزوم والد جابه‌جا می‌شوند.

۳-۳-۷-۱- نرخ پیوند

عملگر پیوند روی همه‌ی کروموزوم‌های موجود در استخر تولید مثل اعمال نمی‌شود. شانس حضور کروموزوم‌های استخر تولید مثل در فرآیند پیوند بر اساس مفهومی به نام نرخ پیوند بررسی می‌شود. نرخ پیوند که آن را با P_C نمایش می‌دهند، عددی در بازه‌ی بسته‌ی $[0 و ۱]$ بوده و بیانگر احتمال حضور کروموزوم‌های موجود در استخر تولید مثل در عمل پیوند است. کروموزوم‌های

¹ Parent chromosomes

شرکت‌کننده در عمل پیوند به این ترتیب تعیین می‌شوند که برای هر کروموزوم عددی تصادفی مانند R_C در بازه‌ی بسته‌ی $[0, 1]$ تولید شده و با مقدار نرخ پیوند مقایسه می‌شود. اگر عدد تصادفی تولیدشده برای یک کروموزوم کوچکتر از یا مساوی با نرخ پیوند باشد (یعنی $R_C \leq P_C$ باشد)، آن کروموزوم برای عمل پیوند انتخاب می‌شود. اما اگر $R_C > P_C$ باشد، کروموزوم مستقیماً به مرحله‌ی جهش فرستاده می‌شود. با فرض نرخ پیوند P_C می‌توان انتظار داشت که $100 \times P_C$ درصد از کروموزوم‌های موجود در استخر تولید مثل وارد فرآیند پیوند شوند و $100 \times (1 - P_C)$ درصد از آن‌ها نیز وارد فرآیند جهش شوند. نرخ پیوند همواره مقداری بین 0 و 1 دارد. انتخاب نرخ پیوند مناسب یکی از مسائل مهم الگوریتم نژاد است. استفاده از نرخ پیوند خیلی بزرگ معمولاً باعث می‌شود که کروموزوم‌ها امکان دستیابی به شایستگی بیشتر را از دست بدهند. از سوی دیگر، اگر نرخ پیوند خیلی کوچک انتخاب شود، کروموزوم‌ها به احتمال زیاد شانس شرکت در عمل پیوند را از دست می‌دهند و در نتیجه تعداد فرزندان تولیدشده کافی نخواهد بود. نرخ پیوند مناسب معمولاً مقداری بین 0/4 و 0/9 دارد ($\{P_C: 0/4 \leq P_C \leq 0/9\}$).

۳-۳-۷-۲- روش‌های مختلف پیوند

روش‌های مختلفی برای انجام عمل پیوند بین کروموزوم‌ها وجود دارد. تعدادی از مهمترین روش‌های پیوند عبارتند از (۱) روش پیوند تک‌نقطه‌ای^۱، (۲) روش پیوند دونقطه‌ای^۲، (۳) روش پیوند چند نقطه‌ای^۳، (۴) روش پیوند یکنواخت^۴. در این پژوهش از روش پیوند دونقطه‌ای برای تولید فرزندان استفاده شده است. در ادامه‌ی مطلب، روش‌های پیوند تک‌نقطه‌ای و دونقطه‌ای بیان شده است.

¹ Single-point crossover method

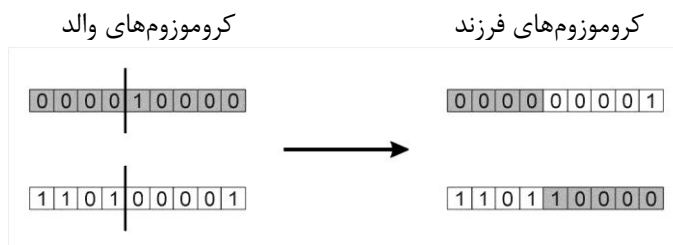
² Double-point crossover method

³ Multi-point crossover method

⁴ Steady-state crossover method

۳-۳-۷-۲-۱- روش پیوند تک نقطه‌ای

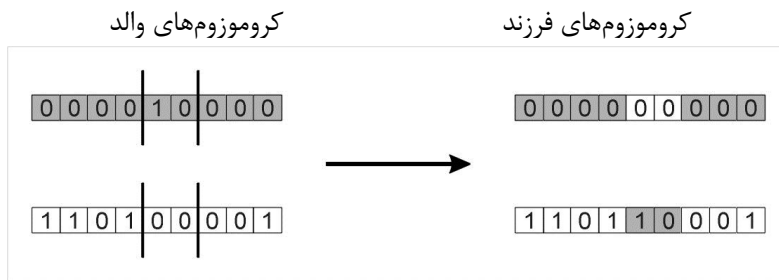
روش پیوند تک نقطه‌ای ساده‌ترین روش برای انجام عمل پیوند است. در این روش پس از آنکه کروموزوم‌های والد انتخاب شدند، نقطه‌ی مشترکی به صورت تصادفی در طول رشته‌ی آن‌ها انتخاب می‌شود. این نقطه را نقطه‌ی پیوند نامگذاری می‌کنیم. در مرحله‌ی بعدی، بیت‌های پس از نقطه‌ی پیوند در دو کروموزوم جابه‌جا می‌شوند. کروموزوم‌های تولیدشده همان کروموزوم‌های فرزند هستند. نقطه‌ی ضعف روش پیوند تک نقطه‌ای این است که ممکن است نقطه‌ی پیوند انتخاب شده نقطه‌ای نامناسب باشد. اگر نقطه‌ی پیوند نامناسب انتخاب شود، کیفیت خوب کروموزوم‌های والد از بین خواهد رفت و فرزندان تولیدشده کیفیت پایینی خواهند داشت. این فرزندان به احتمال زیاد در نسل یا نسل‌های بعدی از جمعیت حذف خواهند شد. در شکل (۳-۳) نمونه‌ای از روش پیوند تک نقطه‌ای نمایش داده شده است.



شکل (۳-۳) نمونه‌ای از روش پیوند تک نقطه‌ای

۳-۳-۷-۲-۲- روش پیوند دونقطه‌ای

در این روش پس از آنکه کروموزوم‌های والد انتخاب شدند، دو نقطه‌ی مشترک به صورت تصادفی در طول رشته‌ی آن‌ها انتخاب می‌شود. در گام بعدی، بیت‌های بین این نقطه در دو کروموزوم جابه‌جا می‌شوند. کروموزوم‌های تولیدشده همان کروموزوم‌های فرزند هستند. در شکل (۴-۳) نمونه‌ای از روش پیوند دونقطه‌ای نمایش داده شده است.



شکل (۳-۴) نمونه‌ای از روش پیوند دونقطه‌ای

۳-۳-۸- عملگر جهش

پس از انجام عمل پیوند روی کروموزوم‌ها نوبت به عملگر جهش می‌رسد. عملگر جهش سبب جستجوی بهتر فضای طراحی مسأله، ایجاد جنبش در فضای طراحی مسأله و تکامل جمعیت می‌شود. عمل جهش در رمزگذاری دودویی عبارت است از تبدیل مقدار یک بیت از ۰ به ۱ یا بالعکس. این تبدیل با توجه به نرخ جهش انجام می‌شود. نرخ جهش - که آن را با P_M نمایش می‌دهند - عددی است در بازه‌ی بسته‌ی [۰ و ۱] و بیانگر احتمال تبدیل مقدار بیت‌های کروموزوم‌ها از ۰ به ۱ یا بالعکس می‌باشد. نحوه‌ی اعمال عملگر جهش روی یک کروموزوم به این ترتیب است که برای هر یک از بیت‌های کروموزوم مفروض عددی تصادفی مانند R_M در بازه‌ی بسته‌ی [۰ و ۱] تولید شده و با مقدار نرخ جهش مقایسه می‌شود. اگر عدد تصادفی تولیدشده برای بیت مفروض کوچکتر از یا مساوی پس از انجام عمل پیوند روی کروموزوم‌ها نوبت به عملگر جهش می‌رسد. عملگر جهش سبب جستجوی بهتر فضای طراحی مسأله، ایجاد جنبش در فضای طراحی مسأله و تکامل جمعیت می‌شود. عمل جهش در رمزگذاری دودویی عبارت است از تبدیل مقدار یک بیت از ۰ به ۱ یا بالعکس. این تبدیل با توجه به نرخ جهش انجام می‌شود. نرخ جهش - که آن را با P_M نمایش می‌دهند - عددی است در بازه‌ی بسته‌ی [۰ و ۱] و بیانگر احتمال تبدیل مقدار بیت‌های کروموزوم‌ها از ۰ به ۱ یا بالعکس می‌باشد. نحوه‌ی اعمال عملگر جهش روی یک کروموزوم به این ترتیب است که برای هر یک از

بیت‌های کروموزوم مفروض عددی تصادفی مانند R_M در بازه‌ی بسته‌ی $[0, 1]$ تولید شده و با مقدار نرخ جهش مقایسه می‌شود. اگر عدد تصادفی تولیدشده برای بیت مفروض کوچکتر از یا مساوی با نرخ پیوند باشد (یعنی $R_M \leq P_M$ باشد)، مقدار آن بیت تغییر می‌کند و اگر $R_M > P_M$ باشد، تغییری در مقدار بیت مفروض ایجاد نمی‌شود. تغییر مقدار بیت به این شکل انجام می‌شود که اگر مقدار آن برابر با ۱ باشد، تبدیل به ۰ می‌شود و اگر مقدار آن برابر با ۰ باشد، تبدیل به ۱ می‌شود. عملگر جهش روی هر بیت به صورت مستقل عمل می‌کند؛ یعنی جهش یا عدم جهش یک بیت از یک کروموزوم بر احتمال جهش سایر بیت‌های آن کروموزوم تأثیری ندارد. عملگر جهش مانع از همگرایی سریع الگوریتم می‌شود و به GA کمک می‌کند که از دام بهینه‌های محلی فرار کند. علاوه بر این، عملگر جهش می‌تواند کروموزوم‌هایی تولید کند که امکان تولید آن‌ها در فرآیند انتخاب و فرآیند پیوند وجود ندارد. برای نمونه حالتی را در نظر بگیرید که مقدار بیت سوم تمامی کروموزوم‌های موجود در یک نسل برابر ۰ باشد. از سوی دیگر می‌دانیم که مقدار بیت سوم کروموزوم متناظر با راه حل بهینه‌ی مسأله برابر ۱ است. عملگرهای پیوند و انتخاب قادر به تولید چنین کروموزومی نبوده و تنها با استفاده از عملگر جهش است که می‌توان امید به تولید چنین کروموزومی داشت. فارغ از پراکندگی جمعیت اولیه، عملگر جهش تضمین می‌کند که احتمال جستجوی تمامی نقاط فضای طراحی مسأله وجود دارد. به بیان دیگر، در صورت استفاده از عملگر جهش، امکان از دست رفتن هیچ طرحی وجود ندارد.

۳-۳-۸-۱- نرخ جهش

نرخ جهش بیانگر احتمال تغییر مقدار هر بیت است. تعیین مقدار مناسب نرخ جهش یکی از چالش‌های الگوریتم ژنتیک است. مقدار نرخ جهش تأثیر چشم‌گیری بر کیفیت نتایج می‌گذارد. اگر نرخ جهش مقداری کمتر از مقدار مناسب خود داشته باشد، الگوریتم به سرعت همگرا می‌شود و فضای طراحی مسأله به‌طور مناسب جستجو نخواهد شد. در این شرایط، احتمال افتادن در دام بهینه‌های

محلی نیز افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، اگر نرخ جهش بیشتر از مقدار مناسب انتخاب شده باشد، جستجوی فضای طراحی مسأله حالتی تصادفی خواهد داشت. در این شرایط، روند همگرایی الگوریتم ژنتیک با مشکل مواجه می‌شود. توصیه می‌شود که در صورت استفاده از استراتژی نخبه‌گرایی، نرخ جهش بیشتر از حد معمول انتخاب شود. پیشنهاد می‌شود که برای اندازه‌ی جمعیت ۲۰ تا ۲۰۰ نفر، نرخ جهش در بازه‌ی [۰/۰۵ و ۰/۰۰۵] انتخاب شود. نرخ جهش را هم می‌توان به صورت ثابت در نظر گرفت و هم می‌توان متناسب با شماره‌ی نسل، مقدار آن را تغییر داد. انواع نرخ‌های جهش متغیر عبارتند از:

(۱) نرخ جهش کاهشی: در این حالت، نرخ جهش در اولین نسل بیشترین مقدار خود را دارد و با افزایش تعداد نسل‌ها مقدار آن به صورت خطی کاهش می‌یابد. استفاده از نرخ جهش کاهشی موجب می‌شود که عمل جهش در نسل‌های اولیه‌ی بهینه‌یابی با احتمال زیادی رخ دهد و در نتیجه فضای جستجو گسترش یابد. در نسل‌های بعدی، از احتمال جهش کاسته شده و جستجو در راه حل‌های مناسب متمرکز می‌شود. بنابراین سرعت همگرایی افزایش می‌یابد.

(۲) نرخ جهش افزایشی: در این حالت، نرخ جهش در اولین نسل کمترین مقدار خود را دارد و با افزایش تعداد نسل‌ها مقدار آن به صورت خطی افزایش می‌یابد.

۳-۴- توقف الگوریتم ژنتیک

چه زمانی باید الگوریتم ژنتیک را متوقف نمود؟ پاسخ دقیقی به این پرسش وجود ندارد. با وجود این، چند حالت مفید را مد نظر داشته باشید. این حالات عبارتند از [۹۷]:

(۱) رسیدن به راه حل درست: این حالت ممکن است ساده به نظر برسد. اما حتماً بهترین راه حل موجود (شایسته‌ترین کروموزوم تمام نسل‌ها) را امتحان کنید تا پی ببرید که آیا طرح متناظر با آن

کروموزوم راه حل دقیق مسأله یا راه حلی قابل قبول برای مسأله هست یا نه. اگر اینچنین بود الگوریتم را متوقف کنید.

۲) عدم پیشرفت: بهترین کروموزوم هر نسل را ذخیره کنید. اگر تغییری در بهترین کروموزوم چندین نسل متوالی یک الگوریتم ژنتیک به وجود نیامد، الگوریتم را متوقف کنید. در این شرایط، یا الگوریتم به راه حل خوبی دست یافته است و یا در دام یک بهینه‌ی محلی گرفتار شده است. حواستان را جمع کنید. زیرا گاهی ممکن است بهترین راه حل الگوریتم در چندین نسل متوالی تغییر نکند و ناگهان، بر اثر انجام یک جهش یا یک پیوند مناسب، کروموزوم بهتری تولید شود.

۳) اطلاعات آماری: اگر انحراف معیار یا میانگین شایستگی طرح‌های یک نسل به حد مشخصی رسید، الگوریتم را متوقف کنید. زیرا این بدان معناست که نتایج از این پس تغییر چندانی نخواهند کرد.

۴) تعداد نسل‌ها: اگر الگوریتم به یکی از دلایل بالا متوقف نشد، حداکثر تعداد نسل‌های بهینه‌یابی را محدود نمایید. الگوریتم در این حالت می‌تواند تا ابد ادامه داشته باشد، مگر اینکه متوقف شود.

اگر الگوریتم به راه حل خوبی همگرا نمی‌شود، مقدار پارامترهای GA مانند اندازه‌ی جمعیت، نرخ جهش و نرخ پیوند را تغییر دهید و مجدداً برنامه را اجرا کنید. در نظر داشته باشید که مانند سایر روش‌های بهینه‌یابی، الگوریتم ژنتیک نیز ممکن است به راه حل بهینه یا راه حلی نزدیک به راه حل بهینه دست نیابد و حتی ممکن است در دام یک بهینه‌ی محلی گرفتار شود.

فصل چهارم

مبانی بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی تحت قید
قابلیت اعتماد سیستم

در فصل‌های دوم و سوم، مبانی نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای و مبانی الگوریتم ژنتیک بیان شدند. در این فصل از پایان‌نامه، مسأله‌ی بهینه‌یابی خرپاها تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک بررسی می‌شود. مطالب این فصل را می‌توان به صورت زیر طبقه‌بندی کرد:

- فرمول‌بندی مسأله‌ی بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی مبتنی بر نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای
- معرفی برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده برای تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای معین استاتیکی
- معرفی و شرح برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده برای تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی (روش شاخه و کرانه)
- ارائه‌ی راهکارهایی برای کاهش زمان اجرای برنامه و افزایش دقت محاسبات
- صحت‌سنجی برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده برای روش شاخه و کرانه

۴-۲- فرمول‌بندی مسأله‌ی بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی مبتنی بر نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای

نخستین گام در یک مسأله‌ی بهینه‌یابی، فرمول‌بندی آن مسأله است. در بهینه‌یابی سازه‌ها مبتنی بر نظریه‌ی قابلیت اعتماد سازه‌ای، متغیرهای طراحی عموماً پارامترهایی از کمیت‌های تصادفی هستند. با توجه به نظر طراح سازه، فرمول‌بندی‌های مختلفی را می‌توان برای این منظور مطرح کرد. این فرمول‌بندی‌ها عموماً به سه حالت بیان می‌شوند [۴۷]:

(۱) کمینه‌سازی وزن کل سازه تحت قید قابلیت اعتماد اعضای آن
در اینجا، فرمول‌بندی‌های مربوط به سازه‌های خرپایی ارائه می‌شود. برای مسأله‌ی کمینه‌سازی وزن کل یک سازه‌ی خرپایی تحت قید قابلیت اعتماد اعضای آن می‌توان نوشت:

کمینه کنید:

$$W(X_1, X_2, \dots, X_{ndv}) \quad (1-4)$$

را به گونه ای که:

- خرابی از نظر هندسی پایدار باشد؛
- قیدهایی زیر نقض نشوند.

$$\begin{cases} \beta_j(X_1, X_2, \dots, X_{ndv}) \geq \beta_{min}^j; j = 1, 2, \dots, ne \\ X_i^L \leq X_i \leq X_i^U; i = 1, 2, \dots, ndv \end{cases} \quad (2-4)$$

(۲) کمینه سازی وزن کل سازه تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه ای آن

برای مسأله ای کمینه سازی وزن کل یک سازه ی خرابی تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه ای آن می توان نوشت:

کمینه کنید:

$$W(X_1, X_2, \dots, X_{ndv}) \quad (3-4)$$

را به گونه ای که:

- خرابی از نظر هندسی پایدار باشد؛
- قیدهایی زیر نقض نشوند.

$$\begin{cases} \beta_s(X_1, X_2, \dots, X_{ndv}) \geq \beta_{min}^{system} \\ X_i^L \leq X_i \leq X_i^U; i = 1, 2, \dots, ndv \end{cases} \quad (4-4)$$

(۳) کمینه سازی احتمال خرابی سازه (بیشینه سازی شاخص قابلیت اعتماد سازه) تحت قید وزن کل آن برای مسأله ای کمینه سازی احتمال خرابی یک سازه ی خرابی (بیشینه سازی شاخص قابلیت اعتماد

خرابی مورد نظر) تحت قید وزن کل آن می توان نوشت:

بیشینه کنید:

$$\beta_s(X_1, X_2, \dots, X_{ndv}) \quad (5-4)$$

را به گونه‌ای که:

- خرپا از نظر هندسی پایدار باشد؛
- قیدهای زیر نقض نشوند.

$$\begin{cases} W(X_1, X_2, \dots, X_{ndv}) \leq W_{allow} \\ X_i^L \leq X_i \leq X_i^U; i = 1, 2, \dots, ndv \end{cases} \quad (6-4)$$

در روابط بالا، X_i برابر با میانگین i -امین متغیر طراحی و ndv برابر با تعداد کل متغیرهای طراحی است. ne نیز برابر با تعداد اعضای خرپا است. $\beta_s(X_1, X_2, \dots, X_{ndv})$ نماینده‌ی شاخص قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای^۱ خرپا و β_{min}^{system} برابر با حداقل مقدار قابل قبول برای شاخص قابلیت اعتماد سیستم خرپا است. X_i^U و X_i^L نیز به ترتیب نماینده‌ی کرانه‌ی پایینی و کرانه‌ی بالایی i -امین متغیر طراحی خرپا هستند. W_{allow} حداکثر وزن کل مجاز سازه‌ی خرپایی و $W(X_1, X_2, \dots, X_{ndv})$ وزن کل سازه‌ی خرپایی است. $\beta_j(X_1, X_2, \dots, X_{ndv})$ نماینده‌ی شاخص قابلیت اعتماد j -امین عضو خرپا و β_{min}^j حداقل مقدار مجاز برای شاخص قابلیت اعتماد j -امین عضو خرپا است.

در این پژوهش، بهینه‌یابی به صورت کمینه‌سازی وزن کل سازه‌ی خرپایی تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ی آن انجام پذیرفته است. متغیرهای سطح مقطع اعضا و مختصات نقاط گرهی سازه‌ی خرپایی به عنوان متغیرهای طراحی مسأله در نظر گرفته شده‌اند. وزن کل سازه‌ی خرپایی برابر است با مجموع وزن تک تک اعضای آن. بنابراین خواهیم داشت:

$$W(X_1, X_2, \dots, X_{ndv}) = \sum_{i=1}^{ne} \rho_i L_i A_i \quad (7-4)$$

در رابطه‌ی بالا، A_i ، L_i و ρ_i به ترتیب نماینده‌ی سطح مقطع، طول و وزن مخصوص مصالح i -امین عضو خرپا هستند.

¹ Structural system reliability index

۳-۴- برنامه‌ی کامپیوتری تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای معین استاتیکی

همانطور که پیش‌تر گفته شد، خرابی هر عضوی از یک خرپای معین استاتیکی متناظر است با یک مد خرابی آن خرپا. زیرا تخریب هر عضوی از یک خرپای معین استاتیکی منجر به انهدام کل آن خرپا می‌شود. برای تحلیل قابلیت اعتماد یک خرپای معین استاتیکی باید شاخص قابلیت اعتماد و احتمال خرابی تک تک اعضای آن را محاسبه کنیم. سپس می‌توانیم با استفاده از یکی از روش‌های کرانه‌ای، کرانه‌ی بالایی و کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه‌ی خرپایی را تخمین بزنیم. در این پایان‌نامه از روشی ماتریسی برای تحلیل قابلیت اعتماد خرپای معین استاتیکی استفاده شده است. این روش را نخستین بار ون‌مارک در ۱۹۷۱ میلادی مطرح کرد [۷۰]. مبانی و گام‌های این روش ماتریسی، به‌طور کامل در بخش (۲-۸-۱) این پایان‌نامه با عنوان «فرمول‌بندی ماتریسی تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها» بیان شده است. نمودار موجود در شکل (۴-۱)، سازوکار کلی برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده برای تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای معین استاتیکی را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که راهکار گروه دوم - که در ادامه‌ی مطلب توضیح داده خواهد شد - در این نمودار گنجانده نشده است. در ادامه‌ی مطلب، وظیفه‌ی هر گام از این برنامه به‌طور مختصر بیان شده است.

گام اول برنامه: در این گام، کاربر برنامه تمام داده‌های مورد نیاز برای شروع عملیات تحلیل

قابلیت اعتماد خرپا را به برنامه می‌دهد. این داده‌ها عبارتند از تعداد بعدهای خرپا، تعداد نقاط گرهی خرپا، تعداد اعضای خرپا، تعداد نقاط گرهی بارگذاری شده‌ی خرپا، شماره و مختصات نقاط گرهی خرپا، وضعیت گیرداری نقاط گرهی خرپا، شماره‌ی اعضای خرپا، شماره‌ی نقاط گرهی ابتدا و انتهای هر عضو خرپا، سطح مقطع اعضای خرپا، مدول الاستیسیته‌ی اعضای خرپا، شماره‌ی گره‌های بارگذاری شده و مقدار نیروهای واحد در هر بعد، قدر مطلق میانگین بارهای خارجی، ضریب پراکندگی بارهای خارجی، ماتریس ضرایب همبستگی بارهای خارجی، میانگین مقاومت اعضای خرپا، ضریب پراکندگی مقاومت اعضای خرپا، ماتریس ضرایب همبستگی مقاومت اعضای خرپا، و روش کرانه‌ای انتخاب شده.

گام دوم برنامه: در این گام، ماتریس $[A]$ تشکیل می‌شود. یادآوری می‌شود که $[A]$ ماتریسی است که بردار بارهای تصادفی مودال را به بردار بارهای تصادفی خارجی مرتبط می‌کند. در سازه‌های خرپاهایی، a_{ij} به مفهوم نیروی ایجاد شده در میله i -ام در اثر وضعیت بار j -ام است.

گام سوم برنامه: در سومین گام از برنامه، تابع حالت حدی هر مد خرابی (عضو) خرپا تشکیل می‌شود. با جایگذاری قدر مطلق میانگین بارهای خارجی و میانگین مقاومت اعضا در رابطه‌ی تابع حالت حدی هر مد خرابی (عضو)، میانگین حاشیه‌ی ایمنی آن مد خرابی به دست می‌آید. میانگین حاشیه‌ی ایمنی اعضای خرپا، بردار میانگین حاشیه‌های ایمنی مودال را تشکیل می‌دهد. میانگین حاشیه‌های ایمنی مودال را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۲-۴۱) به دست آورد.

گام چهارم برنامه: در این گام، ماتریس کواریانس حاشیه‌های ایمنی مودال محاسبه می‌شود. ماتریس کواریانس حاشیه‌های ایمنی مودال را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۲-۴۲) محاسبه کرد.

گام پنجم برنامه: در این گام از برنامه، شاخص قابلیت اعتماد هر مد خرابی (عضو) را از تقسیم میانگین حاشیه‌ی ایمنی آن مد خرابی بر انحراف معیار حاشیه‌ی ایمنی آن به دست می‌آوریم. شاخص قابلیت اعتماد مدهای خرابی را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۲-۴۶) محاسبه کرد. لازم به ذکر است که بردار انحراف معیار حاشیه‌های ایمنی مودال را می‌توان با جذر گرفتن از درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس کواریانس حاشیه‌های ایمنی مودال به دست آورد.

گام ششم برنامه: در این گام از برنامه، احتمال خرابی هر عضو (مد خرابی) محاسبه می‌شود. احتمال خرابی اعضای سازه‌ی خرپایی، اعضای بردار احتمال خرابی مودال را تشکیل می‌دهند. فرض شده است که بارهای وارد بر خرپا و مقاومت اعضای آن متغیرهایی با توزیع احتمالاتی نرمال هستند. بنابراین می‌توان از رابطه‌ی (۲-۳۶) برای محاسبه‌ی اعضای بردار احتمال خرابی مودال استفاده کرد.

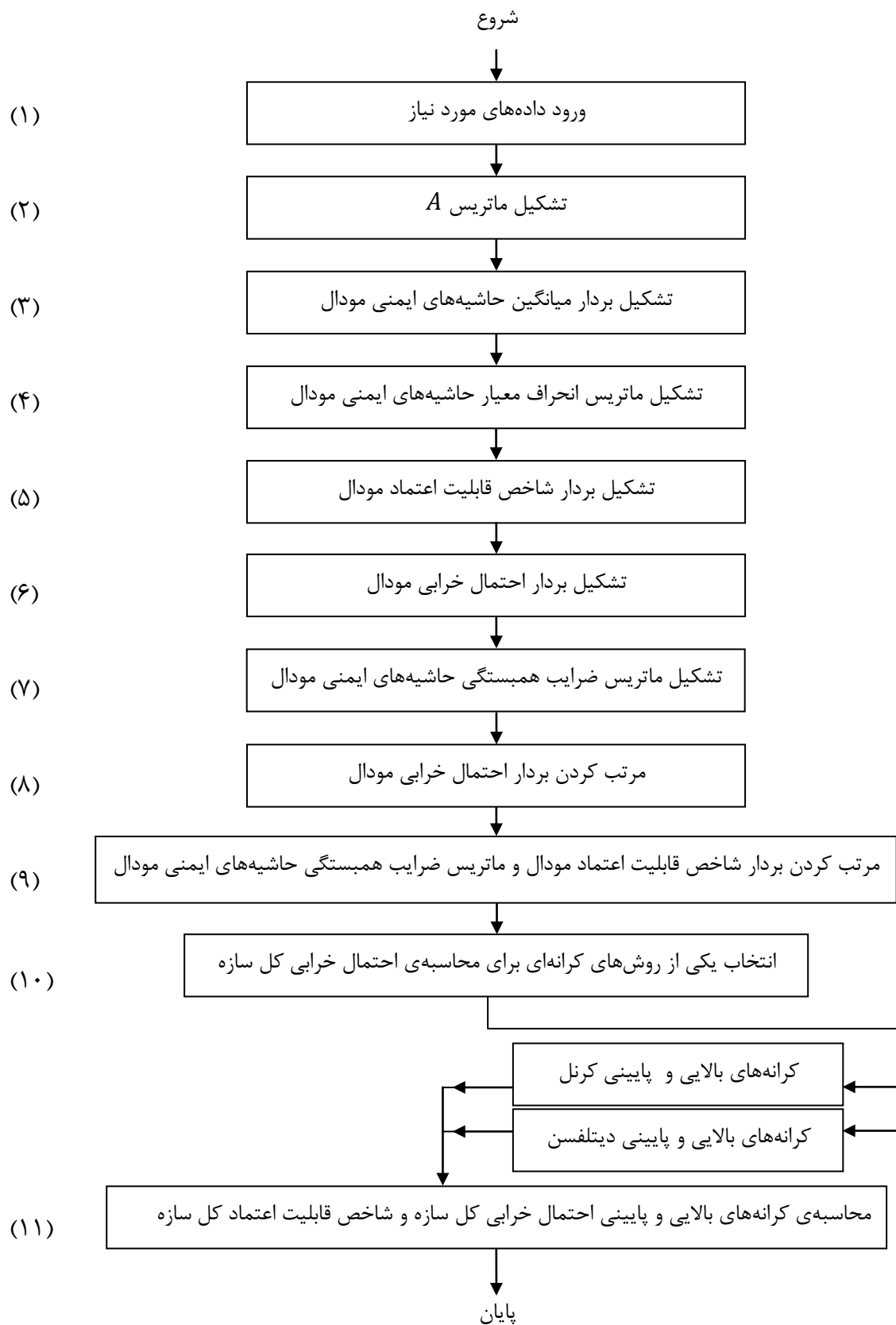
گام هفتم برنامه: در این گام، ماتریس ضرایب همبستگی حاشیه‌های ایمنی مودال تشکیل می‌شود. ضریب همبستگی مدهای خرابی خرپا را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۲-۴۳) محاسبه کرد.

گام هشتم برنامه: در این گام، بردار احتمال خرابی مودال مرتب می‌شود. اولین عضو بردار احتمال خرابی مودال مرتب شده، عضوی است که بزرگ‌ترین احتمال خرابی را میان اعضای خرپا دارد و آخرین عضو این بردار نیز عضوی است که کوچک‌ترین احتمال خرابی را میان اعضای خرپا دارد.

گام نهم برنامه: در گام نهم برنامه، بردار شاخص قابلیت اعتماد مودال و ماتریس ضرایب همبستگی حاشیه‌های ایمنی مودال مرتب می‌شوند. ترتیب جدید اعضای بردار شاخص قابلیت اعتماد مودال و ماتریس ضرایب همبستگی حاشیه‌های ایمنی مودال مشابه با ترتیب اعضای موجود در حالت مرتب شده‌ی بردار احتمال خرابی مودال خواهد بود. به بیان دیگر، جایگاه شاخص قابلیت اعتماد مدهای خرابی در بردار شاخص قابلیت اعتماد مودال مرتب شده، مشابه با جایگاه احتمال خرابی آن مدهای خرابی در بردار احتمال خرابی مودال مرتب شده است. جایگاه ضریب همبستگی حاشیه‌های ایمنی بین هر دو مد در ماتریس ضرایب همبستگی حاشیه‌های ایمنی مودال مرتب شده نیز مشابه با جایگاه احتمال خرابی آن مدهای خرابی در بردار احتمال خرابی مودال مرتب شده است. با دقت در بردار شاخص قابلیت اعتماد مودال مرتب شده متوجه می‌شویم اولین عضو بردار عضوی است که کوچک‌ترین شاخص قابلیت اعتماد را در میان اعضای خرپا دارد. آخرین عضو بردار نیز عضوی است که بزرگ‌ترین شاخص قابلیت اعتماد را در میان اعضای خرپا دارد.

گام دهم برنامه: در این گام از برنامه، با توجه به نظر طراح، یکی از روش‌های کرانه‌ای محاسبه‌ی احتمال خرابی سیستم‌های سری انتخاب می‌شود. در این پژوهش، امکان استفاده از روش‌های کرنل و دیتلوسن فراهم شده است. یادآوری می‌شود که در روش کرنل، برخلاف روش دیتلوسن، نیازی به دانستن ضریب همبستگی حاشیه‌های ایمنی مودال نداریم. بنابراین، روش کرنل نسبت به روش دیتلوسن زمان کمتری می‌برد.

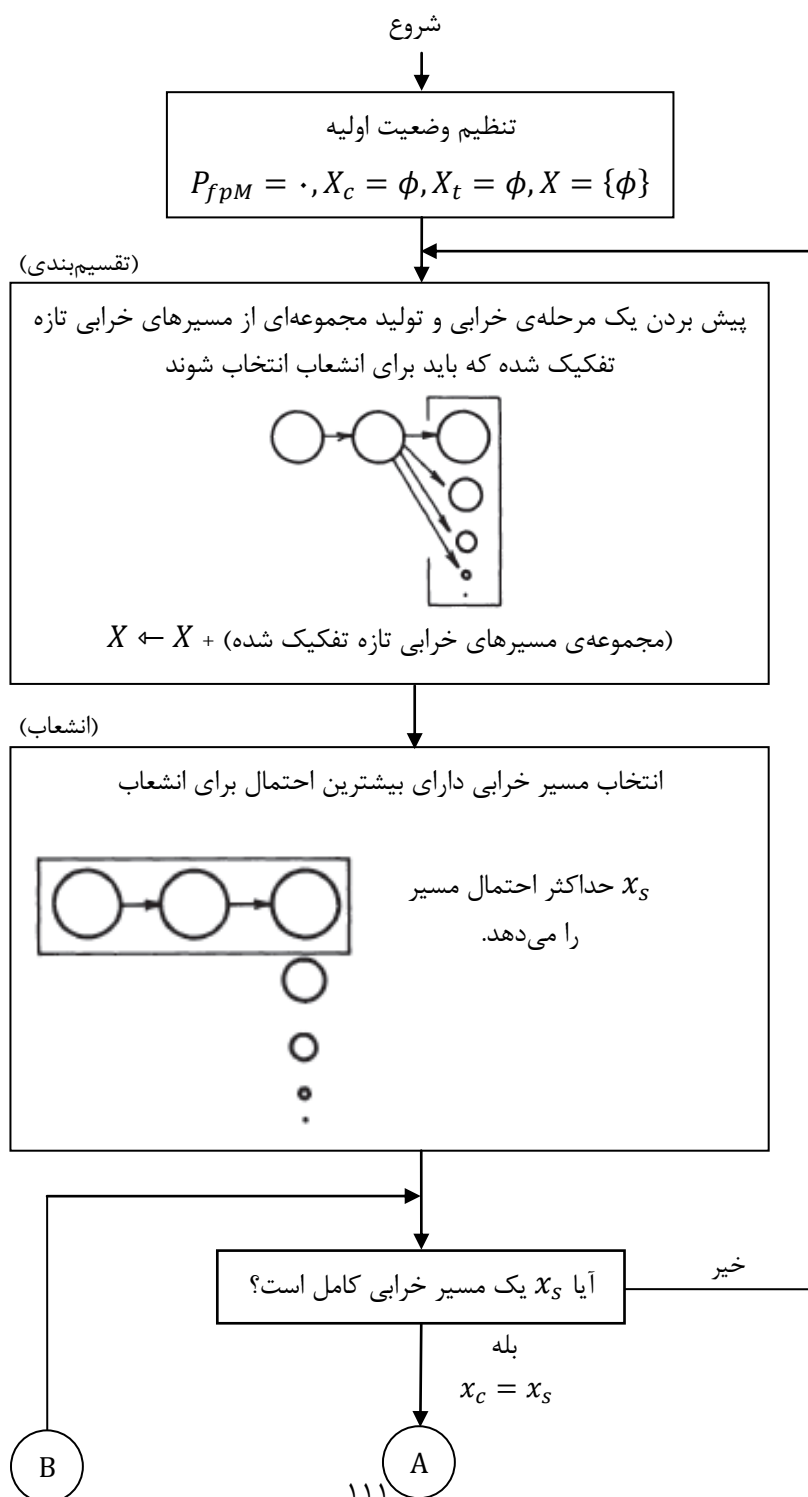
گام یازدهم برنامه: در این گام، بر اساس روش کرانه‌ای انتخاب شده، کرانه‌ی بالایی و پایینی احتمال خرابی کل سازه محاسبه می‌شوند. با استفاده از این کرانه‌ها می‌توان کرانه‌ی بالایی و پایینی شاخص قابلیت اعتماد کل سازه را محاسبه کرد. از این کرانه‌ها در بهینه‌یابی خرپا استفاده می‌شود.

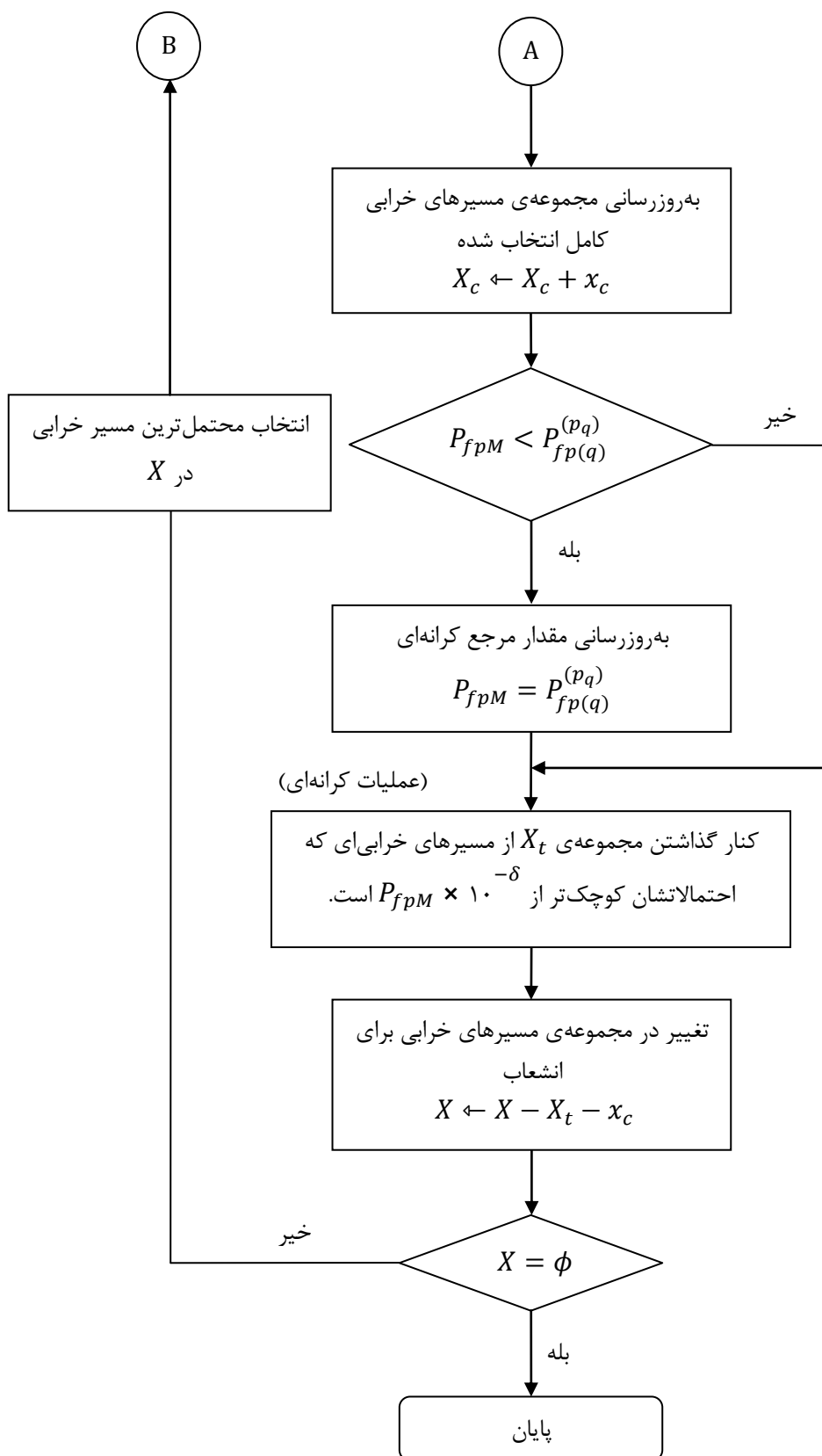


شکل (۱-۴) نمودار سازوکار برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد خراباهای معین استاتیکی

۴-۴- برنامه‌ی کامپیوتری تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی

در این پژوهش، قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی بر اساس روش شاخه و کرانه ارزیابی شده است. شکل (۴-۲) سازوکار کلی برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده برای این روش را نشان می‌دهد.





شکل (۴-۲) نمودارهای روش شاخه و کرانه

در نمودارهای بالا، P_{fpm} برابر است با بیشینه‌ی احتمال مسیرهای خرابی کامل انتخاب شده. $P_{fp(q)}^{(pq)}$ نیز احتمال یک مسیر خرابی کامل انتخاب شده است. X نیز نماینده‌ی مجموعه‌ی مسیرهای خرابی‌ای است که باید برای انشعاب انتخاب شوند. X_c نماینده‌ی مجموعه‌ی مسیرهای خرابی کامل انتخاب شده، و X_t نماینده‌ی مجموعه‌ی مسیرهای خرابی کنار گذاشته شده است. همچنین، x_s نماینده‌ی یک مسیر خرابی انتخاب شده، x_c نماینده‌ی یک مسیر خرابی کامل انتخاب شده، δ ثابت کرانه‌ای، ϕ مجموعه‌ی تهی، و x نقطه‌ی آغازین مسیر خرابی است که به‌طور بالقوه می‌تواند تا هر یک از اعضای سازه‌ی خرپایی پیش برود.

روش شاخه و کرانه به منظور یافتن ترکیب بهینه در مسائل ترکیبی ابداع شد [۹۸]. از این روش عمدتاً برای انتخاب مسیرهای خرابی اصلی سازه‌ها و سیستم‌ها استفاده می‌شود. مسیرهای خرابی اصلی احتمال خرابی بیشتری نسبت به سایر مسیرهای خرابی دارند. روش شاخه و کرانه معمولاً در پنج گام اجرا می‌شود. در ادامه‌ی مطلب، وظیفه‌ی هر گام از روش شاخه و کرانه به‌طور مختصر بیان شده است:

گام اول (شروع عملیات):

وضعیت اولیه را به صورت زیر تنظیم کنید:

$$P_{fpm} = 0, X_c = \phi, X_t = \phi, X = x.$$

x مسیری است که برای انشعاب تعیین می‌شود.

گام دوم (عملیات تفکیک):

(۱) با افزودن تمام اعضای بالقوه‌ی سازه‌ی خرپایی به مسیر خرابی ناکامل مفروض، خرابی را یک مرحله‌ی دیگر پیش ببرید. مسیرهای خرابی به‌دست آمده را به مجموعه‌ی X (مجموعه‌ی مسیرهای خرابی‌ای که باید برای انشعاب انتخاب شوند) بیفزایید.

(۲) احتمال مسیرهای خرابی جدید ($P_{fp(q)}^{(p)}$ ها) را تخمین بزنید.

گام سوم (عملیات انشعاب):

(۱) مسیر خرابی‌ای را انتخاب کنید که بیش‌ترین احتمال را در بین مسیرهای خرابی تازه تفکیک‌شده دارد. این مسیر خرابی را با x_s نمایش می‌دهیم. فرض کنید که در مرحله p -ام تشکیل مسیرهای خرابی هستید. در هر مرحله از خرابی، یکی از اعضا به عنوان عضو در معرض خرابی انتخاب می‌شود. عضو در معرض خرابی بر اساس این معیار انتخاب می‌شود که احتمال مشترک خرابی مربوط به آن، بزرگ‌ترین مقدار در میان اعضای بالقوه داشته باشد. عضوی که در مرحله p -ام تشکیل مسیرهای خرابی باید انتخاب شود را می‌توان با استفاده از روابط زیر به‌دست آورد:

$$P \left[M_{r_1(q)}^{(1)} \leq \cdot \right] = \max_{i_1 \in I_1} P \left[M_{i_1}^{(1)} \leq \cdot \right]; \quad p = 1 \quad (۸-۴)$$

$$P \left[(M_{r_1(q)}^{(1)} \leq \cdot) \cap (M_{r_p(q)}^{(p)} \leq \cdot) \right] = \quad (۹-۴)$$

$$\max_{i_p \in I_p} P \left[(M_{r_1(q)}^{(1)} \leq \cdot) \cap (M_{i_p(q)}^{(p)} \leq \cdot) \right]; \quad p \geq 2$$

در روابط بالا، I_p نماینده‌ی مجموعه‌ی اعضای i_p انتخاب‌شده در مرحله p -ام تشکیل مسیرهای خرابی، $M_{i_1}^{(1)}$ حاشیه‌ی ایمنی عضو i_1 -ام در مرحله‌ی اول تشکیل مسیرهای خرابی است. در مرحله‌ی اول تشکیل مسیرهای خرابی هنوز هیچکدام از اعضای سازه خراب نشده‌اند. $M_{i_p}^{(p)}$ نیز حاشیه‌ی ایمنی عضو i_p -ام در مرحله p -ام ($p \geq 2$) تشکیل مسیرهای خرابی است. منظور از مرحله p -ام تشکیل مسیرهای خرابی هنگامی است که اعضای r_1, r_2, \dots, r_p خراب شده‌اند.

(۲) کنترل کنید که آیا مکانیزم خرابی تشکیل شده است یا نه.

(۳) اگر مکانیزم خرابی تشکیل شده است، به گام چهارم بروید و عملیات کرانه‌ای را با افزودن مسیر خرابی انتخاب شده‌ی $x_c = x_s$ به مجموعه‌ی مسیرهای خرابی کامل انتخاب شده (X_c) انجام دهید. در غیر این صورت به گام دوم بروید و انشعاب بعدی را انجام دهید. این انشعاب به این صورت انجام می‌شود که مسیر خرابی انتخاب شده به عنوان مسیر خرابی‌ای که باید منشعب شود، تعیین می‌شود.

گام چهارم (عملیات کرانه‌ای):

(۱) مقدار بیشینه‌ی احتمال مسیرهای خرابی کامل انتخاب شده (P_{fpm}) را با استفاده از رابطه‌ی زیر به‌روزرسانی کنید:

$$\text{if } P_{fpm} < P_{fp(q)}^{(pq)} \Rightarrow P_{fpm} = P_{fp(q)}^{(pq)} \quad (10-4)$$

(۲) مسیرهای خرابی‌ای که احتمال کوچک‌تر از $P_{fpm} \times 10^{-\delta}$ دارند را جدا کنید. مسیرهای خرابی جدا شده را وارد مجموعه‌ی مسیرهای خرابی کنار گذاشته شده (X_t) کنید. مسیرهای خرابی کنار گذاشته شده و مسیر خرابی کامل انتخاب شده را از مجموعه‌ی X حذف کنید. (X مجموعه‌ی مسیرهای خرابی‌ای است که باید برای انشعاب انتخاب شوند). بنابراین، مجموعه‌ی X تبدیل می‌شود به:

$$X \leftarrow X - X_t - x_c \quad (11-4)$$

گام پنجم (پایان دهنده‌ی عملیات):

اگر مسیر خرابی دیگری برای ادامه‌ی عملیات انشعاب وجود نداشته باشد (یعنی $X = \phi$ باشد)، عملیات جستجو خاتمه یافته است. در غیر این صورت، به مرحله‌ی دوم از گام سوم بروید و انشعاب بعدی را از محتمل‌ترین مسیر خرابی انتخاب شده (موجود در مجموعه‌ی X) انجام دهید.

۴-۵- راهکارهای کاهش زمان اجرای برنامه و افزایش دقت محاسبات

در سازه‌های بزرگ با درجه‌ی نامعینی بالا، تعداد مدهای خرابی آنچنان زیاد است که شناسایی تمام آن‌ها برای ارزیابی قابلیت اعتماد سازه مقدور نیست. روش‌های مبتنی بر مسیرهای خرابی، مسیرهای خرابی اصلی سازه را از میان تمام مسیرهای خرابی ممکن آن شناسایی می‌کنند و کرانه‌ی بالایی و کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه را با استفاده از آن‌ها تخمین می‌زنند. یکی از اصلی‌ترین مشکلات روش‌های مبتنی بر مسیرهای خرابی، زمان‌بر بودن استفاده از این روش‌ها در

مورد سازه‌های بزرگ با درجه‌ی نامعینی بالا است. از سوی دیگر، در صورتی که از روش‌های جستجوی تصادفی مانند الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌یابی یک سازه استفاده شود، آن سازه باید بارها و بارها در طول عملیات بهینه‌یابی تحلیل و ارزیابی شود. همراه شدن این دو موضوع، یعنی بهینه‌یابی سازه‌ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک و بر اساس روش‌های مبتنی بر مسیرهای خرابی، مشکل را دوچندان می‌کند. به بیان دیگر، در چنین شرایطی، بهینه‌یابی سازه‌های بزرگ با درجه‌ی نامعینی بالا آنقدر زمان خواهد برد که عملاً امکان آن وجود نخواهد داشت.

همانطور که پیش‌تر بیان شد، در این پایان‌نامه به بهینه‌یابی سطح مقطع و هندسه‌ی خرپاها تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای آن‌ها پرداخته شده است و تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها نیز به روش شاخه و کرانه - که یکی از اصلی‌ترین روش‌های مبتنی بر مسیرهای خرابی است - انجام شده است. برنامه‌ی کامپیوتری بهینه‌یابی نوشته شده برای این پژوهش را می‌توان به سه زیربرنامه‌ی عمده تقسیم کرد. این زیربرنامه‌ها عبارتند از (۱) برنامه‌ی بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک، (۲) برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد خرپا (برنامه‌ی شاخه و کرانه)، و (۳) برنامه‌ی تحلیل سازه‌ای خرپا. هر راهکاری که برای کاستن از طول زمان اجرای این برنامه‌ی بهینه‌یابی ارائه شود، خارج از این سه زیربرنامه نخواهد بود. راهکارهای مربوط به برنامه‌ی الگوریتم ژنتیک، برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد خرپا، و برنامه‌ی تحلیل سازه‌ای خرپا را به ترتیب راهکارهای گروه اول، دوم و سوم می‌نامیم. در ادامه‌ی مطلب، راهکارهایی از گروه اول، دوم و سوم ارائه می‌شود تا با استفاده از آن‌ها بتوان زمان اجرای برنامه را کاهش داد و امکان بهینه‌یابی خرپاهای واقعی را فراهم آورد.

راهکارهای گروه اول: الگوریتم ژنتیک در نسل اول خود طرح‌هایی (راه‌حلهایی) را به صورت تصادفی تولید کرده و شایستگی آن‌ها را ارزیابی می‌کند. سپس، اعضای نسل‌های بعدی با استفاده از روش‌های مختلف و متنوعی تولید می‌شوند و الگوریتم ادامه می‌یابد. ممکن است طرح‌هایی در روند اجرای الگوریتم تولید شوند که عیناً در نسل یا نسل‌های قبلی هم تولید شده باشند. هرچه فضای طراحی مسأله‌ی بهینه‌یابی کوچک‌تر و تعداد متغیرهای طراحی آن کمتر باشد، احتمال تولید

طرح‌های مشابه با طرح‌های نسل(های) قبلی نیز بیشتر خواهد بود. همچنین، با پیش رفتن عملیات بهینه‌یابی و افزایش تعداد نسل‌ها، الگوریتم معمولاً به همگرایی نزدیک‌تر شده و جستجو در ناحیه‌ی کوچک‌تری از فضای طراحی مسأله انجام می‌شود. $\{Set_{ch}\}$ را مجموعه‌ای تعریف می‌کنیم که متشکل از طرح‌های غیر تکراری‌ای است که تاکنون تولید شده‌اند. با افزایش تعداد نسل‌ها، اعضای جدیدی به این مجموعه اضافه می‌شود. بر اساس همه‌ی موارد گفته شده می‌توان نتیجه گرفت که: «با افزایش تعداد نسل‌های الگوریتم ژنتیک، احتمال روبه‌رو شدن با کروموزوم‌های تکراری نیز بیشتر خواهد شد.» در این پایان‌نامه از راهکاری استفاده شده است تا در صورت مواجه شدن با یک طرح تکراری، برنامه به ارزیابی و تحلیل مجدد آن طرح نپردازد و به‌جای آن، مستقیماً از نتایج ذخیره شده‌ی مربوط به طرح تکراری استفاده کند. سازوکار این راهکار به این صورت است که تمام کروموزوم‌های غیر تکراری مربوط به طرح‌های هر نسل، در مجموعه‌ی $\{Set_{ch}\}$ ذخیره می‌شوند. مقدار نقض احتمالی قیود مسأله و مقدار تابع هدف متناظر با این طرح‌ها نیز ذخیره می‌شود. از نسل دوم به بعد، اگر کروموزومی مشابه با یکی از کروموزوم‌های موجود در مجموعه‌ی $\{Set_{ch}\}$ تولید شد، آن کروموزوم به مرحله‌ی تحلیل و ارزیابی نمی‌رود و به‌جای آن، از نتایج ذخیره شده‌ی مربوط به آن کروموزوم استفاده می‌شود. با استفاده از توابع رشته‌ای و توابع مقایسه‌ای موجود در نرم‌افزار ویژوال بیسیک، به‌سادگی می‌توان به مقایسه‌ی رشته‌های کروموزوم‌ها پرداخت و موارد تکراری را شناسایی کرد.

راهکارهای گروه دوم: در این پژوهش از روش کرنل برای ارزیابی کرانه‌های بالایی و پایینی

احتمال خرابی کل سازه استفاده شده است. در روش کرنل، همبستگی آماری واقعی میان مدهای خرابی سازه در نظر گرفته نمی‌شود. بلکه کرانه‌های بالایی و پایینی کرنل به ترتیب متناظر با حالت‌های حدی استقلال آماری کامل مدهای خرابی (ضریب همبستگی بین هر دو مد متمایز سازه برابر صفر در نظر گرفته می‌شود) و همبستگی آماری کامل مدهای خرابی (ضریب همبستگی بین هر دو مد متمایز سازه برابر یک در نظر گرفته می‌شود) است. حالتی را در نظر بگیرید که در مرحله‌ی p -ام تشکیل مسیرهای خرابی، m انشعاب از یکی از مسیرهای خرابی ایجاد شده است. مسیر خرابی‌ای که این m

انشعاب از آن انجام شده است را مسیر سرشاخه و هر یک از این m مسیر خرابی منشعب را یک مسیر خرابی زیرشاخه می‌نامیم. طول مسیر سرشاخه برابر با $(p - 1)$ و طول هر یک از مسیرهای خرابی زیرشاخه برابر با (p) است. تک تک مسیرهای خرابی زیرشاخه زیرمجموعه‌ی مسیر سرشاخه‌ی خود هستند. زیرا کرانه‌های بالایی و پایینی ارائه شده در روابط $(2-75)$ و $(2-76)$ ، توابعی غیر صعودی از طول مسیر خرابی هستند. یعنی با افزوده شدن یک عضو جدید به مسیر خرابی معین، مقدار کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال مسیر خرابی مفروض افزایش نمی‌یابد. بنابراین، کرانه‌ی بالایی احتمال هر یک از مسیرهای خرابی زیرشاخه کوچک‌تر از یا مساوی با کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر سرشاخه است. در حالت کلی، اجتماع مسیرهای خرابی منشعب از یک مسیر خرابی مشترک نیز باید زیرمجموعه‌ی مسیر خرابی مشترک (مسیر سرشاخه) باشد. بنابراین، احتمال اجتماع مسیرهای خرابی زیرشاخه نیز باید کوچک‌تر از احتمال مسیر سرشاخه باشد. زیرا همانطور که تک تک مسیرهای خرابی زیرشاخه زیرمجموعه‌ی مسیر سرشاخه هستند، اجتماع این مسیرها نیز زیرمجموعه‌ی مسیر سرشاخه است. به این ترتیب، احتمال اجتماع مسیرهای خرابی زیرشاخه به هیچ عنوان نباید از احتمال مسیر سرشاخه بیشتر شود. در روش کرنل، احتمال اجتماع مسیرهای خرابی زیرشاخه برابر است با مجموع احتمال تک تک مسیرهای خرابی زیر شاخه. یعنی همبستگی آماری واقعی میان مسیرهای خرابی زیرشاخه در نظر گرفته نمی‌شود. این در حالی است که مسیرهای خرابی زیرشاخه عموماً همبستگی آماری بالایی با یکدیگر دارند. بنابراین ممکن است در روند تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین حالتی رخ دهد که کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر سرشاخه کوچک‌تر از مجموع کرانه‌ی بالایی احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی آن شود. اگر برای این حالت راهکاری اندیشیده نشود، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه، به شکلی غیر منطقی و اشتباه، دست بالا و محافظه‌کارانه تخمین زده خواهد شد. هرچه کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل یک سازه بزرگ‌تر تخمین زده شود، سازه‌ی بهینه آن نیز طراحی سنگین‌تر و پرهزینه‌تری خواهد داشت. بنابراین ضروری است که برای مقابله با این شرایط راهی اندیشیده شود. در برنامه‌ی شاخه و کرانه‌ی نوشته شده برای این پژوهش، راهکاری برای این حالت پیش‌بینی شده است.

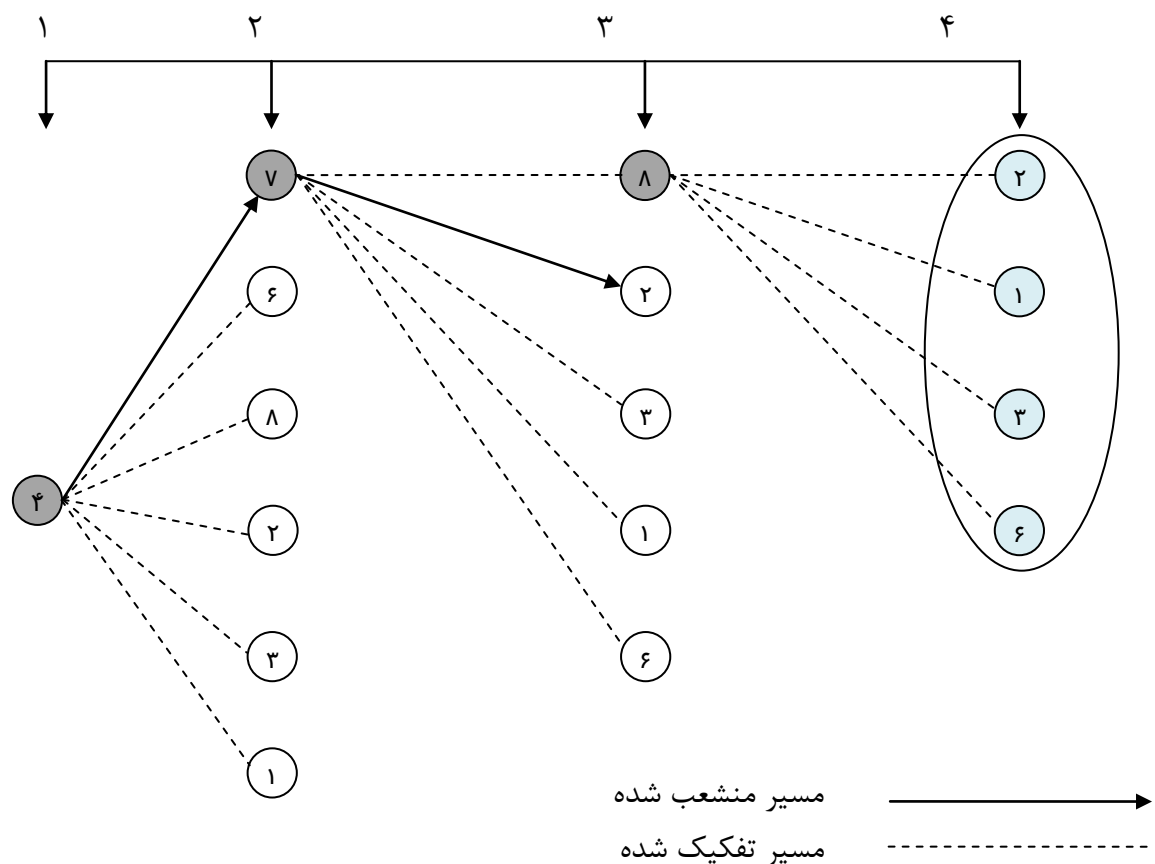
سازوکار این راهکار به این صورت است که در صورت پیش آمدن حالت بیان شده، برنامه تمام مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی مورد نظر و مسیر سرشاخه‌ی آن‌ها را از مجموعه‌ی X (مجموعه‌ی مسیرهای خرابی‌ای که باید برای انشعاب انتخاب شوند) خارج کرده، مسیرهای خرابی زیرشاخه را وارد مجموعه‌ی X_t (مجموعه‌ی مسیرهای خرابی کنار گذاشته شده) می‌کند و مسیر سرشاخه را نیز وارد مجموعه‌ی X_c (مجموعه‌ی مسیرهای خرابی کامل انتخاب شده) می‌کند. منظور از حالت بیان شده حالتی است که مجموع کرانه‌ی بالایی احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه بزرگتر از کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر سرشاخه‌ی آن‌ها می‌شود. احتمال مسیر سرشاخه نیز برابر با مجموع احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی آن در نظر گرفته می‌شود. به بیان دیگر، برنامه در چنین حالتی تمام مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی مورد نظر و احتمال آن‌ها را حذف می‌کند و به جای آن‌ها، مسیر سرشاخه را به عنوان یکی از مسیرهای خرابی کامل در نظر می‌گیرد. احتمال این مسیر نیز برابر با مجموع احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی آن خواهد بود. سپس، برنامه سراغ مسیر سرشاخه‌ی بعدی می‌رود و عملیات شاخه و کرانه ادامه می‌یابد. به این ترتیب، پس از هر بار انجام عملیات انشعاب باید کنترل شود که آیا مجموع احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه از احتمال مسیر سرشاخه بیشتر شده است یا نه. با استفاده از این راهکار کرانه‌های بالایی کوچک‌تری برای احتمال خرابی کل سازه تخمین زده می‌شود و در نتیجه، سازه‌های سبک‌تری به دست می‌آید. از طول زمان مورد نیاز برای تحلیل قابلیت اعتماد خرپا نیز به‌طور محسوسی کاسته می‌شود. اگر از این راهکار استفاده نشود، تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها تبدیل به یک امر زمان‌بر خواهد شد و در این شرایط، امکان عملی بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی واقعی وجود نخواهد داشت. در ادامه‌ی مطلب، با استفاده از یک مثال ساده، نحوه‌ی عملکرد این راهکار بیان شده است.

مثال ۴-۱: یک خرپای نامعین استاتیکی دلخواه را در نظر بگیرید. فرض کنید که شاخه‌های

جستجوی روش شاخه و کرانه برای این سازه مشابه شکل (۳-۴) باشد. اعداد داخل دوایر نشان

دهنده‌ی شماره‌ی اعضای سازه است. اعداد ۱ تا ۴ نوشته شده در بالای شکل، مراحل خرابی خرپا را

نشان می‌دهد. مسیرهای خرابی نمایش داده شده در شکل (۳-۴) و کرانه‌ی بالایی احتمال آن‌ها، در جدول (۱-۴) آورده شده است. همبستگی آماری مدهای خرابی سازه در نظر گرفته نشده است. بر اساس تعریف ارائه شده از مسیر سرشاخه و مسیر خرابی زیرشاخه، به مسیرهای خرابی زیرشاخه و مسیرهای سرشاخه‌ی متعددی می‌توان در در شکل (۳-۴) اشاره کرد. برای نمونه اگر مسیر خرابی ۸ → ۷ → ۴ را به عنوان یک مسیر سرشاخه در نظر بگیریم، آنگاه مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی آن عبارتند از مسیرهای خرابی ۲ → ۸ → ۷ → ۴، ۳ → ۸ → ۷ → ۴، ۱ → ۸ → ۷ → ۴ و ۶ → ۸ → ۷ → ۴. در شکل (۳-۴) این مسیرها از سایر مسیرهای خرابی متمایز شده‌اند. مسیر خرابی ۸ → ۷ → ۴ را نیز می‌توان به عنوان یکی از مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی مسیر سرشاخه‌ی ۷ → ۴ در نظر گرفت.



شکل (۳-۴) شاخه‌های جستجو در روش شاخه و کرانه در سازه‌ی مربوط به مثال (۱-۴)

جدول (۱-۴) مسیرهای خرابی و کرانه‌ی بالایی احتمال آن‌ها در سازه‌ی مثال (۱-۴)

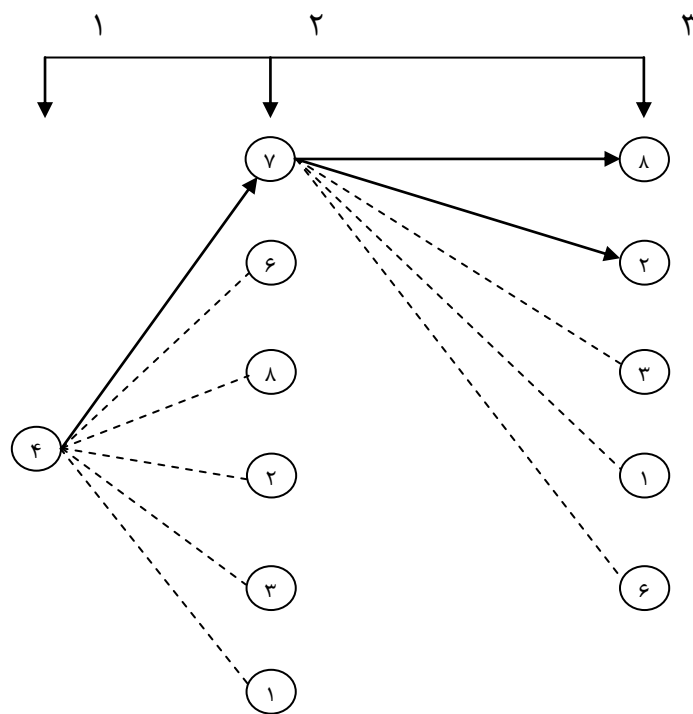
مرحله‌ی خرابی	مسیر خرابی	کرانه‌ی بالایی احتمال
۱	۴	0.7389×10^{-1}
۲	۴ → ۷	0.3175×10^{-1}
	۴ → ۶	0.1126×10^{-1}
	۴ → ۸	0.1013×10^{-1}
	۴ → ۲	0.9061×10^{-2}
	۴ → ۳	0.3642×10^{-2}
	۴ → ۱	0.2912×10^{-2}
	۳	۴ → ۷ → ۸
۴ → ۷ → ۲		0.8542×10^{-2}
۴ → ۷ → ۳		0.3211×10^{-2}
۴ → ۷ → ۱		0.1913×10^{-2}
۴ → ۷ → ۶		0.1412×10^{-2}
۴	۴ → ۷ → ۸ → ۲	0.6311×10^{-2}
	۴ → ۷ → ۸ → ۳	0.2108×10^{-2}
	۴ → ۷ → ۸ → ۱	0.1605×10^{-2}
	۴ → ۷ → ۸ → ۶	0.8671×10^{-3}

با دقت در کرانه‌ی بالایی احتمال مسیرهای خرابی چهارم متوجه می‌شویم که حاصل

مجموع آن‌ها عددی بزرگ‌تر از کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر خرابی ۴ → ۷ → ۸ می‌شود. یعنی:

$$\begin{aligned}
 & P_{fp(4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 2)}(U) + P_{fp(4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 3)}(U) + P_{fp(4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 1)}(U) + P_{fp(4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 6)}(U) \\
 &= 0.6311 \times 10^{-2} + 0.2108 \times 10^{-2} + 0.1605 \times 10^{-2} + 0.8671 \times 10^{-3} \\
 &= 0.1089 \times 10^{-1} > P_{fp(4 \rightarrow 7 \rightarrow 8)}(U) = 0.1007 \times 10^{-1}
 \end{aligned}$$

این در حالی است که تمام مسیرهای خرابی زیرشاخه زیرمجموعه‌ی مسیر سرشاخه‌ی خود هستند و اجتماع آن‌ها نیز باید زیرمجموعه‌ی مسیر سرشاخه باشد. اما به دلیل در نظر نگرفتن همبستگی آماری میان مسیرهای خرابی زیرشاخه، احتمال اجتماع آن‌ها - که در اینجا برابر با مجموع احتمال تک تک آن‌ها در نظر گرفته شده است - بزرگ‌تر از احتمال مسیر سرشاخه‌ی آن‌ها شده است. در این شرایط، برنامه مسیرهای خرابی زیرشاخه را حذف می‌کند و به جای آن‌ها، مسیر سرشاخه را جایگزین می‌کند. احتمال مسیر سرشاخه نیز برابر با مجموع احتمال مسیرهای زیرشاخه در نظر گرفته می‌شود. با بررسی اعداد جدول (۱-۴) متوجه می‌شویم که این حالت برای سایر مسیرهای سرشاخه و مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی آن‌ها پیش نیامده است. همچنین با اندکی دقت متوجه می‌شویم که با افزایش مرحله‌ی خرابی، احتمال مسیرهای خرابی کوچکتر می‌شود. حالت اصلاح شده‌ی جدول (۱-۴) و شکل (۳-۴) را می‌توان به ترتیب در جدول (۲-۴) و شکل (۴-۴) مشاهده کرد. منظور از حالت اصلاح شده حالتی است که از راهکار گروه دوم استفاده شده است.



شکل (۴-۴) صورت اصلاح‌شده‌ی شکل (۳-۴) (با استفاده از راهکار گروه دوم)

جدول (۴-۲) صورت اصلاح شده‌ی جدول (۴-۱) (با استفاده از راهکار گروه دوم)

مرحله‌ی خرابی	مسیر خرابی	کرانه‌ی بالایی احتمال
۱	۴	0.7389×10^{-1}
۲	۴ → ۷	0.3175×10^{-1}
	۴ → ۶	0.1126×10^{-1}
	۴ → ۸	0.1013×10^{-1}
	۴ → ۲	0.9061×10^{-2}
	۴ → ۳	0.3642×10^{-2}
	۴ → ۱	0.2912×10^{-2}
۳	۴ → ۷ → ۸	0.1089×10^{-1}
	۴ → ۷ → ۲	0.8542×10^{-2}
	۴ → ۷ → ۳	0.3211×10^{-2}
	۴ → ۷ → ۱	0.1913×10^{-2}
	۴ → ۷ → ۶	0.1412×10^{-2}

راهکارهای گروه سوم: در اغلب برنامه‌های تحلیل خرابیها، ماتریس سختی کل خرپا بر اساس

روش سختی مستقیم^۱ ذخیره می‌شود. به ماتریس سختی ذخیره شده بر اساس روش سختی مستقیم،

ماتریس سختی مادر^۲ گفته می‌شود. در این روش ماتریس سختی کل خرپا یک ماتریس مربعی است.

اگر مرتبه‌ی این ماتریس مربعی را با نماد d_k نمایش دهیم، d_k برابر خواهد بود با:

$$d_k = \text{تعداد درجات آزادی هر گره} \times \text{تعداد نقاط گرهی خرپا} \quad (۴-۱۲)$$

در صورتی که یک خرپا خیلی بزرگ باشد، پارامتر d_k ماتریس سختی مادر آن نیز بزرگ خواهد

بود. کار کردن با چنین ماتریس سختی بزرگی، علاوه بر افزایش زمان محاسبات، باعث ایجاد

دشواری‌های محاسباتی زیادی خواهد شد.

^۱ Direct stiffness method

^۲ Master stiffness matrix

در این پژوهش، از روش ذخیره‌سازی نواری^۱ برای ذخیره‌سازی ماتریس سختی کل سازه استفاده شده است. در یک ماتریس نواری، تمام اعضای غیر صفر ماتریس در یک نوار قرار می‌گیرند. به این ترتیب، تمام اعضای خارج از این نوار عدد صفر خواهد بود که نیازی به ذخیره‌سازی آن‌ها نیست. از سوی دیگر، ماتریس سختی کل یک سازه دارای خاصیت تقارن است. به بیان دیگر، در ماتریس سختی کل یک سازه، درایه‌ی i -امین سطر و j -امین ستون (k_{ij}) برابر با درایه‌ی j -امین سطر و i -امین ستون (k_{ji}) است. این خاصیت به ما اجازه می‌دهد که تنها نیمی از نوار مورد نظر را ذخیره نماییم. استفاده از روش ذخیره‌سازی نصف عرض نوار برای ذخیره‌سازی ماتریس سختی کل سازه، با توجه به خاصیت تقارن آن، باعث کاهش زمان محاسبات، کاهش زمان محاسبات و کاهش حجم اطلاعات ذخیره شده می‌شود.

در اغلب برنامه‌های تحلیل سازه‌ها، دستگاه‌های معادلات با استفاده از روش حذفی گوس^۲ حل می‌شوند. اساس روش حذفی گوس حذف متوالی مجهولات دستگاه معادلات است. از اصلی‌ترین مشکلات روش حذفی گوس می‌توان به محاسبات سنگین آن، زمان بر بودن آن، و وجود خطاهای بالای ناشی از گرد کردن اعداد اشاره کرد. در این روش از خواص ماتریس سختی کل سازه نیز استفاده نمی‌شود.

در این پژوهش، از روش چولسکی^۳ برای حل دستگاه معادلات استفاده شده است. در روش چولسکی، در ماتریس سختی کل سازه رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$[K] = [L][L]^T \quad (۱۳-۴)$$

در رابطه‌ی بالا، $[K]$ ماتریس سختی کل سازه، و $[L]$ یک ماتریس پایین‌مثلثی است.

به این ترتیب، تنها باید نیمی از اعضای ماتریس‌های $[K]$ و $[L]$ ذخیره شوند (ذخیره‌سازی نواری). در روش چولسکی از تمام ویژگی‌های ماتریس سختی کل سازه مانند متقارن بودن و مثبت

¹ Banded storage method

² Gauss elimination method

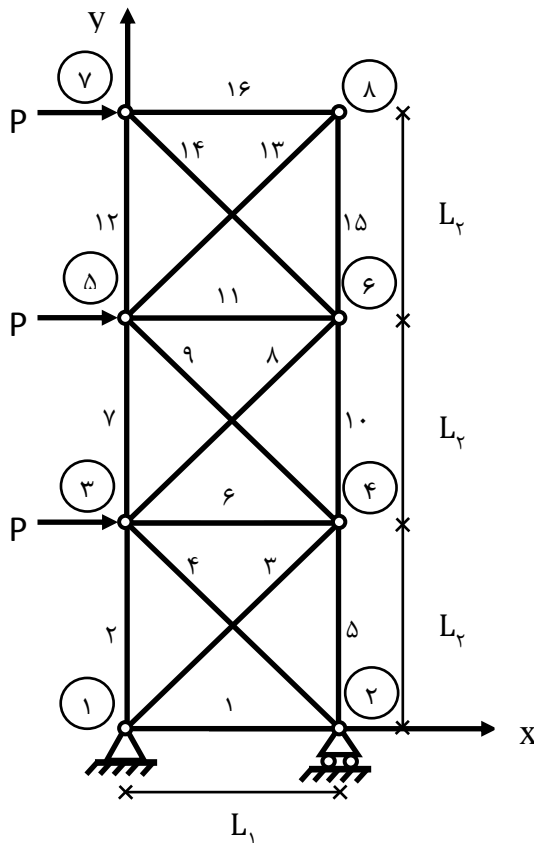
³ Cholesky method

معین بودن استفاده می‌شود. در مقایسه با روش حذفی گوس، روش چولسکی سرعت عمل بالاتری در حل دستگاه‌های معادلات دارد. برتری دیگر این روش نسبت به روش حذفی گوس را می‌توان دقت محاسباتی بالای آن دانست.

۴-۶- صحت‌سنجی برنامه‌ی کامپیوتری نوشته‌شده برای روش شاخه و کرانه

برای سنجش صحت و دقت و سرعت عمل برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده برای تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین (برنامه‌ی روش شاخه و کرانه)، نتایج به‌دست آمده از این برنامه برای یک سازه‌ی خرپایی نامعین مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. با مقایسه‌ی این نتایج با نتایج سایر مراجع (برای همین سازه) می‌توان صحت و دقت و سرعت عمل برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده را سنجید.

مثال ۴-۲: خرپای نامعین شانزده میله‌ای نشان داده شده در شکل (۴-۵) در نظر بگیرید. بارهای وارد بر خرپا و تنش تسلیم مصالح سازنده‌ی اعضای آن، متغیرهای تصادفی ناهمبسته با توزیع احتمالاتی نرمال هستند. میانگین بارهای وارد بر خرپا و تنش تسلیم اعضا به‌ترتیب برابر 4445 kg و 2760 kg/cm^2 است. ضریب تغییرات بارها و مقاومت اعضا به‌ترتیب برابر با $0/2$ و $0/1$ در نظر گرفته شده است. سازه از مصالح شکل‌پذیر و الاستو-پلاستیک کامل ساخته شده است. مدول الاستیسیته‌ی اعضای خرپا برابر با $2106 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ است. رفتار اعضای خرپا در کشش و فشار یکسان فرض شده است. سطح مقطع اعضای خرپا و ابعاد آن را می‌توان به‌ترتیب در جدول‌های (۴-۳) و (۴-۴) مشاهده کرد. در این مثال، شکست کمانشی اعضا منظور نشده است. برای سادگی، این حالت را حالت شکست غیر کمانشی می‌نامیم. شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی به عنوان معیار خرابی خرپا در نظر گرفته شده است.



شکل (۵-۴) خرابی نامعین استاتیکی مثال (۲-۴)

جدول (۳-۴) مشخصات مربوط به سطح مقطع اعضای خرابی مثال (۲-۴)

شماره‌ی عضو	سطح مقطع (cm^2)
۱	۳/۳۵
۲ و ۵	۸/۶۴
۳، ۴ و ۱۴	۵/۷۶
۳، ۱۳ و ۱۶	۲/۲۹
۷، ۸ و ۱۰	۴/۰۳
۹	۷/۳۵
۱۱، ۱۲ و ۱۵	۱/۵۸

جدول (۴-۴) مشخصات ابعاد خرابی مثال (۲-۴)

بعد	طول (cm)
L_x	۱۲۱/۹
L_y	۹۱/۴۴

در این مثال، برنامه‌ی کامپیوتری تحلیل قابلیت اعتماد برای دو حالت مختلف اجرا شده است. این حالت‌ها عبارتند از (۱) با استفاده از راهکار گروه دوم (حالت پیشنهادی)، و (۲) بدون استفاده از راهکار گروه دوم (حالت ساده). نتایج مربوط به حالت پیشنهادی و حالت ساده را به ترتیب در جدول‌های (۴-۵) و (۴-۶) آورده‌ایم. این نتایج شامل کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال خرابی کل سازه، زمان صرف‌شده برای اجرای برنامه‌ی کامپیوتری شاخه و کرانه، و تعداد مدهای خرابی شناسایی‌شده‌ی سازه است. برنامه برای چهار مقدار مختلف δ اجرا شده است. با استفاده از این نتایج می‌توان تأثیر استفاده از راهکار پیشنهادی گروه دوم بر روند اجرای برنامه‌ی شاخه و کرانه و بر نتایج آن را ارزیابی کرد. همچنین می‌توان تأثیر مقادیر مختلف پارامتر δ بر نتایج تحلیل قابلیت اعتماد سازه را ارزیابی کرد.

جدول (۴-۵) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۴-۲) (حالت پیشنهادی)

$\delta = 1$	$\delta = 3$	$\delta = 5$	$\delta = \infty$	
۱۰	۲۸	۴۴	۱۵۳	تعداد مدهای خرابی سازه
0.97×10^{-2}	1.02×10^{-2}	1.03×10^{-2}	1.03×10^{-2}	کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه
5.87×10^{-3}	5.87×10^{-3}	5.87×10^{-3}	5.87×10^{-3}	کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه
۰/۱۸۸	۰/۴۰۶	۰/۶۴۱	۲/۳۲۸	زمان اجرای برنامه (sec)

جدول (۴-۶) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۴-۲) (حالت ساده)

$\delta = 1$	$\delta = 3$	$\delta = 5$	$\delta = \infty$	
۱۸۵	۵۴۲	۱۲۴۷	۱۷۳۷۲	تعداد مدهای خرابی سازه
5.10×10^{-2}	6.80×10^{-2}	6.86×10^{-2}	6.86×10^{-2}	کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه
5.84×10^{-3}	5.84×10^{-3}	5.84×10^{-3}	5.84×10^{-3}	کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه
۱/۰۵۵	۳/۰۷۰	۶/۱۰۹	۱۱۸/۷۴۲	زمان اجرای برنامه (sec)

با بررسی نتایج موجود در جدول‌های (۴-۶) و (۴-۷) نتایج متوجه می‌شویم که با افزایش مقدار δ ، تعداد مسیرهای حذف شده کاهش می‌یابد و در نتیجه دقت محاسبات بالاتر می‌رود. از سوی دیگر، هرچه مقدار δ افزایش می‌یابد، زمان اجرای برنامه هم بیشتر می‌شود. با اندکی دقت می‌بینیم که کرانه‌های بالایی و پایینی مربوط به حالت‌های $\delta = 5$ و $\delta = \infty$ کاملاً یکسان شده‌اند. بنابراین می‌توان عدد ۵ را به عنوان مقداری مناسب برای پارامتر δ در نظر گرفت. با مقایسه‌ی حالت پیشنهادی و حالت ساده متوجه می‌شویم که در تمام موارد (برای تمام مقادیر پارامتر δ)، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه در حالت پیشنهادی نسبت به حالت ساده کاهش یافته است. در تمام موارد (برای تمام مقادیر پارامتر δ)، زمان اجرای برنامه نیز در حالت پیشنهادی نسبت به حالت ساده کاهش چشم‌گیری یافته است. برای نمونه حالتی را در نظر بگیرید که $\delta = 1$ باشد. در این مورد، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه برای حالت ساده برابر ۰/۰۵۱۰ و برای حالت پیشنهادی برابر ۰/۰۰۹۶۷ تخمین زده

شده است. بنابراین، در حالت پیشنهادی، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه نسبت به حالت ساده کاهش یافته است. دلیل این کاهش قابل ملاحظه را می‌توان جلوگیری از جمع بستن غیر ضروری، اشتباه و محافظه‌کارانه‌ی احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه - که عموماً همبستگی بالایی با یکدیگر دارند- دانست. همچنین در این مورد، زمان اجرای برنامه نیز از $1/0.55$ ثانیه به $0/1.88$ ثانیه کاهش یافته است.

به این ترتیب، از مزایای اصلی استفاده از راهکار پیشنهادی گروه دوم می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

(۱) از زمان مورد نیاز برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه به‌طور محسوسی کاسته می‌شود. بنابراین زمان مورد نیاز برای بهینه‌یابی سازه نیز کم می‌شود. این مزیت خیلی ارزشمند است. به بیان دیگر، اگر از زمان مورد نیاز برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه (زمان مورد نیاز برای اجرای برنامه‌ی کامپیوتری روش شاخه و کرانه) کاسته نمی‌شد، امکان بهینه‌یابی سازه نیز عملاً وجود نداشت.

(۲) با استدلالی منطقی، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه کوچک‌تر شده و مقدار آن به واقعیت نزدیک‌تر می‌شود. این مزیت نیز اهمیت فوق‌العاده‌ای دارد. زیرا هرچه کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل یک سازه کوچک‌تر تخمین زده شود، طرحی که از عملیات بهینه‌یابی آن سازه به‌دست می‌آید وزن کمتری خواهد داشت.

(۳) نتایج دقیق‌تر و مطمئن‌تری از تحلیل قابلیت اعتماد سازه به‌دست می‌آید و سازه با آسودگی خاطر بیشتری طراحی می‌شود.

در جدول (۷-۴) نیز مدهای خرابی خرپا و کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی آن‌ها، برای یکی از حالت‌ها آورده شده است. نتایج جدول (۷-۴) مربوط به حالت پیشنهادی (استفاده از راهکار گروه دوم) و برای $\delta = 1$ است. برنامه در این حالت تعداد ۱۰ مد خرابی را به عنوان مدهای خرابی اصلی سازه شناسایی کرده است.

جدول (۷-۴) مدهای خرابی خرابی مثال (۲-۴) (حالت پیشنهادی و $\delta = 1$)

مد خرابی	کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی مد
$7 \rightarrow 11 \rightarrow \underline{12}$	$8/227 \times 10^{-4}$
$7 \rightarrow 8$	$8/141 \times 10^{-4}$
$7 \rightarrow 9$	$5/428 \times 10^{-4}$
$7 \rightarrow 3 \rightarrow \underline{11} \rightarrow 12$	$3/383 \times 10^{-4}$
$7 \rightarrow 12 \rightarrow \underline{11}$	$2/850 \times 10^{-4}$
$7 \rightarrow 2 \rightarrow \underline{4}$	$1/817 \times 10^{-4}$
$7 \rightarrow 1 \rightarrow \underline{6}$	$9/129 \times 10^{-5}$
$5 \rightarrow \underline{3}$	$5/838 \times 10^{-3}$
$3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$	$7/827 \times 10^{-5}$
$2 \rightarrow \underline{4}$	$6/673 \times 10^{-4}$
مجموع	$9/67 \times 10^{-3}$

مسیرهایی که زیر شماره‌ی یکی از اعضای آن‌ها خط کشیده شده است مسیرهایی هستند که تحلیل قابلیت اعتماد سازه در آن‌ها متوقف شده است و برنامه به دنبال مسیر سرشاخه‌ی بعدی رفته است. این توقف‌ها بر اساس راهکار پیشنهادی گروه دوم انجام شده است. برنامه هنگامی متوقف می‌شود که مجموع کرانه‌ی بالایی احتمال مسیره‌ی خرابی زیرشاخه‌ی منشعب از یک مسیر مشترک، بیشتر از کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر سرشاخه‌ی آن‌ها شود. بنابراین، منظور از مسیر خرابی‌ای مانند $7 \rightarrow 11 \rightarrow \underline{12}$ تمام مسیره‌ی خرابی‌ای است که زیرشاخه‌ی مسیر سرشاخه‌ی $7 \rightarrow 11$ هستند.

مثال ۳-۴: در این مثال نیز به تحلیل قابلیت اعتماد خرابی نشان داده شده در شکل (۴-۵)

پرداخته می‌شود. تنها تفاوت این مثال با مثال (۲-۴) این است که فرض شده است اعضای سازه از مصالح ترد و شکننده ساخته شده‌اند. از شکست کمانشی اعضا چشم‌پوشی شده است. نتایج تحلیل

قابلیت اعتماد خرپا در جدول (۸-۴) آورده شده است. لازم به ذکر است که این نتایج مربوط به حالت پیشنهادی است.

جدول (۸-۴) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرپای مثال (۳-۴) (حالت پیشنهادی)

$\delta = 1$	$\delta = 3$	$\delta = 5$	$\delta = \infty$	
۲	۷	۸	۷۲	تعداد مدهای خرابی سازه
$2/6 \times 10^{-2}$	$2/88 \times 10^{-2}$	$2/88 \times 10^{-2}$	$2/88 \times 10^{-2}$	کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه
$2/0.5 \times 10^{-2}$	$2/0.5 \times 10^{-2}$	$2/0.5 \times 10^{-2}$	$2/0.5 \times 10^{-2}$	کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه
۰/۰۷۸	۰/۱۰۹	۰/۱۲۵	۰/۹۸۸	زمان اجرای برنامه (sec)

با مقایسه‌ی نتایج جداول (۵-۴) و (۸-۴) متوجه می‌شویم که کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه‌ی با اعضای شکننده کاهش قابل توجهی نسبت به سازه‌ی با اعضای شکل‌پذیر یافته است. برای نمونه، در حالت $\delta = 5$ ، این کرانه از مقدار ۰/۰۱۰۲۶ به مقدار ۰/۰۲۸۸ رسیده است. دلیل این افزایش این است که عضو شکل‌پذیر، برخلاف عضو شکننده، بعد از خرابی نیز کماکان می‌تواند تراز نیروی خود را در صورت ایجاد تغییر شکل‌های بزرگ‌تر حفظ کند. این موضوع باعث می‌شود که خرابی اعضای بعدی سازه و در نتیجه خرابی کل سازه به تأخیر بیفتد. بنابراین ضروری است که برای طراحی و ساخت سازه‌ها -مخصوصاً در مورد سازه‌های نامعینی که تأثیر سیستم سازه‌ای در طراحی آن‌ها مد نظر است- از مصالح شکل‌پذیر استفاده شود. زیرا اعضای شکل‌پذیر همخوانی بیشتری با برهم‌کنش اعضای سازه دارند.

در جدول (۹-۴) احتمال خرابی تک تک اعضای سازه‌ی مثال (۳-۴) آورده شده است. اعداد مربوط به حالتی است که از شکست کمانشی چشم‌پوشی شده است. با کمی دقت متوجه می‌شویم که مجموع احتمال خرابی اعضای این سازه تقریباً برابر با احتمال خرابی کل سازه‌ی با اعضای شکننده است. برای نمونه در حالت $\delta = 5$ ، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه برابر ۰/۰۲۸۸ و مجموع

احتمال خرابی اعضا نیز برابر ۰/۰۲۹ است. این مطلب بیانگر این واقعیت است که در خرابی ساخته شده از مصالح شکننده، به محض آنکه عضوی خراب شود، سایر اعضای خراب نیز به دنبال آن خراب شده و سازه به سرعت منهدم می‌شود. بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت که رفتار خرپاهای نامعین استاتیکی ساخته شده از مصالح ترد شبیه به رفتار خرپاهای فاقد درجه‌ی نامعینی استاتیکی است.

جدول (۹-۴) احتمال خرابی اعضای خرپای مثال (۳-۴)

شماره‌ی عضو	احتمال خرابی عضو
۱	$۴/۹۱ \times ۱۰^{-۴}$
۲	$۶/۷۰ \times ۱۰^{-۴}$
۳	$۸/۴۷ \times ۱۰^{-۴}$
۴	$۲/۳۴ \times ۱۰^{-۷}$
۵	$۵/۸۷ \times ۱۰^{-۳}$
۶	$۱/۰۵ \times ۱۰^{-۱۰}$
۷	$۲/۰۵ \times ۱۰^{-۲}$
۸	$۱/۲۹ \times ۱۰^{-۹}$
۹	$۹/۸۸ \times ۱۰^{-۹}$
۱۰	$۷/۷۰ \times ۱۰^{-۵}$
۱۱	$۷/۰۹ \times ۱۰^{-۱۶}$
۱۲	$۵/۸۰ \times ۱۰^{-۴}$
۱۳	$۱/۳۷ \times ۱۰^{-۱۰}$
۱۴	$۳/۹۰ \times ۱۰^{-۱۲}$
۱۵	$۴/۱۹ \times ۱۰^{-۱۲}$
۱۶	$۵/۶۶ \times ۱۰^{-۱۳}$
مجموع	$۲/۹۰ \times ۱۰^{-۲}$

مثال ۴-۴: در این مثال نیز به تحلیل قابلیت اعتماد خریای نشان داده شده در شکل (۴-۵) پرداخته می‌شود. تنها تفاوت این مثال با مثال (۴-۲) این است که در اینجا امکان شکست کمانشی اعضای خرپا نیز فراهم شده است. برای سادگی، این حالت را حالت شکست کمانشی می‌نامیم. برای محاسبه‌ی تنش مجاز فشاری اعضای تحت فشار از رابطه‌ی پری-رابرتسون استفاده شده است. فرض شده است که پارامتر η برابرست با نسبت میانگین خیز اولیه‌ی عضو به شعاع ژیراسیون مقطع آن. مقدار این پارامتر در این مثال برابر با ۰/۱ فرض شده است. ضریب پراکندگی خیز اولیه‌ی عضو - که آن را با نماد V_w نمایش می‌دهیم- نیز برابر ۰/۱ در نظر گرفته شده است. شعاع ژیراسیون مقطع اعضای خرپا در جدول (۴-۱۰) آورده شده است. در جدول (۴-۱۱) نیز می‌توان نتایج مربوط به تحلیل قابلیت اعتماد این خرپا را مشاهده کرد.

جدول (۴-۱۰) شعاع ژیراسیون مقطع اعضای خرپای مثال (۴-۴)

شماره‌ی عضو	شعاع ژیراسیون (cm)
۱	۲/۴۳
۲	۴/۴۵
۳	۳/۰۳
۴	۳/۰۳
۵	۴/۴۵
۶	۱/۷۰
۷	۲/۴۳
۸	۲/۴۳
۹	۳/۸۲
۱۰	۲/۴۳
۱۱	۱/۳۶
۱۲	۱/۳۶
۱۳	۲/۱۴
۱۴	۳/۰۳
۱۵	۱/۳۶
۱۶	۲/۱۴

جدول (۴-۱۱) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۴-۴) (حالت پیشنهادی)

$\delta = 1$	$\delta = 2$	$\delta = 5$	$\delta = \infty$	
۱۰	۲۰	۲۷	۱۰۰	تعداد مدهای خرابی سازه
0.92×10^{-2}	$1/0.4 \times 10^{-2}$	$1/0.4 \times 10^{-2}$	$1/0.4 \times 10^{-2}$	کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه
$3/28 \times 10^{-3}$	$3/28 \times 10^{-3}$	$3/28 \times 10^{-3}$	$3/28 \times 10^{-3}$	کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه
۰/۲۰۳	۰/۳۷۵	۰/۵۷۸	۱/۹۲۲	زمان اجرای برنامه (sec)

با مقایسه‌ی نتایج جداول (۴-۱۱) و (۴-۵) متوجه می‌شویم که در حالت شکست کمانشی، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل خرپا افزایش اندکی نسبت به حالت شکست غیر کمانشی یافته است. برای نمونه، در حالت $\delta = 5$ ، این کرانه‌ی از مقدار $0/0.103$ به مقدار $0/0.104$ رسیده است.

ممکن است این پرسش مطرح شود که: «چرا در حالت شکست کمانشی، تغییر چندانی در نتایج تحلیل قابلیت اعتماد سازه نسبت به حالت شکست غیر کمانشی حاصل نشده است؟ به بیان دیگر، چرا علی‌رغم در نظر گرفتن امکان شکست کمانشی اعضا، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل خرپا تنها به میزان $0/0.001$ نسبت به حالت شکست غیر کمانشی افزایش یافته است؟» پاسخ این است که: در حالت شکست غیر کمانشی، تنش مقاوم عضو برابر با تنش تسلیم عضو است و ضریب تغییرات تنش تسلیم عضو نیز مقدار از پیش معین شده‌ی خود را دارد. اما در حالت شکست کمانشی، تغییراتی در تنش مقاوم اعضای فشاری و ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای فشاری ایجاد می‌شود. در حالت شکست کمانشی، تنش مقاوم اعضای فشاری کمتر از تنش تسلیم آن‌ها است. ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای کششی ثابت می‌ماند. اما ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای فشاری می‌تواند بزرگ‌تر یا کوچک‌تر شود. ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای فشاری بر اساس روابط نظریه‌ی کمانش به‌دست خواهد آمد. بنابراین در حالت شکست کمانشی، کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال خرابی کل سازه نسبت به حالت شکست غیر کمانشی تغییر می‌کند. علل این تغییر عبارتند از (۱) کاهش تنش مقاوم اعضای فشاری، و (۲) تغییر (کاهش یا افزایش) ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای فشاری.

اگر ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای فشاری ثابت می‌ماند، کاهش تنش مقاوم اعضای فشاری باعث افزایش کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه می‌شد. همچنین اگر تنش مقاوم اعضای فشاری ثابت می‌ماند، افزایش ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای فشاری باعث افزایش کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه، و کاهش آن باعث کاهش کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه می‌شد. اما در حالت کلی، اثر توأمان این دو عامل است که میزان تغییر در کرانه‌های احتمال خرابی کل سازه تعیین می‌کند. این اثر را می‌توان در مقدار انحراف معیار تنش مقاوم عضو فشاری بررسی کرد. زیرا مقدار انحراف معیار یک متغیر تصادفی وابسته است به مقدار میانگین و ضریب تغییرات آن متغیر.

در مثال (۴-۴)، ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای کششی برابر ۰/۱ در نظر گرفته شده است که عدد نسبتاً بزرگی است. زیرا محاسبات نشان می‌دهد که مقدار ضریب تغییرات تنش مقاوم تقریباً همه‌ی اعضای فشاری خیلی کوچک‌تر از ۰/۱ شده است. این نکته باعث شده است که در حالت شکست کمانشی، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه تغییر چندانی نسبت به حالت شکست غیر کمانشی نکند. به بیان دیگر، تأثیر کاهش تنش مقاوم اعضای فشاری به‌وسیله‌ی تأثیر کاهش ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای فشاری خنثی شده است. اگر ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای کششی کوچک‌تر از ۰/۱ بود (مثلاً برابر ۰/۰۳ بود)، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه یقیناً به‌طور چشم‌گیری افزایش می‌یافت. در ادامه‌ی مطلب، با استفاده از مثالی ساده به بررسی این موضوع پرداخته شده است.

مثال ۴-۵: سازه‌ی نشان داده شده در شکل (۴-۵) را در نظر بگیرید. در این مثال نیز به تحلیل قابلیت اعتماد این سازه پرداخته شده است. تنها تفاوت این مثال با مثال (۴-۴) این است که ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای کششی برابر با ۰/۰۳ است. پس از اجرای برنامه، در حالت شکست کمانشی، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل خرپا برابر $10^{-3} \times 4/46$ به‌دست می‌آید. در حالت شکست غیر کمانشی نیز، مقدار این کرانه برابر با $10^{-4} \times 3/58$ به‌دست خواهد آمد. (این اعداد مربوط به

حالتی است که پارامتر δ برابر ۵ در نظر گرفته شده است. همانطور که دیده می‌شود، در این دو حالت، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل خرپاها تفاوت قابل ملاحظه‌ای با یکدیگر دارند. دلیل وجود تفاوت زیاد بین این کرانه‌ها را می‌توان بزرگ‌تر بودن ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای فشاری خرپا نسبت به ضریب تغییرات تنش مقاوم اعضای کششی خرپا دانست. این نکته باعث شده است که در حالت شکست کمانشی، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه افزایش قابل ملاحظه‌ای نسبت به حالت شکست غیر کمانشی بیابد.

مثال ۴-۶: مجدداً خرابی نشان داده شده در شکل (۴-۵) را در نظر بگیرید. در این مثال نیز به تحلیل قابلیت اعتماد این خرپا پرداخته می‌شود. خرپا در هر دو حالت با اعضای شکل‌پذیر و با اعضای شکننده ارزیابی می‌شود. برای ضرایب تغییرات بار و مقاومت اعضا مقادیرهای مختلفی فرض شده است. سایر اطلاعات مورد نیاز مشابه با مثال (۴-۲) است. نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرپا در جدول (۴-۱۲) آورده شده است. نتایج مرجع [۴۷] نیز در جدول (۴-۱۳) آورده شده است.

جدول (۴-۱۲) نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرپای مثال (۴-۶) (حالت پیشنهادی)

کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه ($\delta = 3$)				
تعداد مدهای خرابی	خرپای ساخته شده از مصالح شکننده	تعداد مدهای خرابی	خرپای ساخته شده از مصالح شکل‌پذیر	ضریب تغییرات مقاومت اعضا
				ضریب تغییرات بار
۲	$8/65 \times 10^{-8}$	۲	$4/17 \times 10^{-8}$	۰/۰۲
				۰/۱
۲	$2/17 \times 10^{-5}$	۷	$1/22 \times 10^{-7}$	۰/۰۵
				۰/۱
۵	$4/99 \times 10^{-3}$	۱۲	$8/65 \times 10^{-4}$	۰/۱
				۰/۱
۵	$8/29 \times 10^{-3}$	۱۱	$4/69 \times 10^{-3}$	۰/۰۵
				۰/۲
۶	$2/62 \times 10^{-2}$	۲۰	$1/04 \times 10^{-2}$	۰/۱
				۰/۲
۱/۱۸۸				زمان اجرای برنامه‌ها (sec)

جدول (۴-۱۳) نتایج مرجع [۴۷] مربوط به تحلیل قابلیت اعتماد خرابی مثال (۴-۶)

کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه ($\delta = 3$)				
تعداد مدهای خرابی	خرپای ساخته شده از مصالح شکننده	تعداد مدهای خرابی	خرپای ساخته شده از مصالح شکل‌پذیر	ضریب تغییرات مقاومت اعضا
				ضریب تغییرات بار
۲	$6/51 \times 10^{-8}$	۱۱	$6/47 \times 10^{-8}$	۰/۰۲
				۰/۱
۳	$3/87 \times 10^{-6}$	۶	$3/02 \times 10^{-7}$	۰/۰۵
				۰/۱
۱۲	$3/90 \times 10^{-3}$	۵۸	$8/88 \times 10^{-4}$	۰/۱
				۰/۱
۵	$6/34 \times 10^{-3}$	۱۱	$4/59 \times 10^{-3}$	۰/۰۵
				۰/۲
۱۸	$2/18 \times 10^{-2}$	۱۵۵	$6/87 \times 10^{-3}$	۰/۱
				۰/۲
۳۶/۸				زمان اجرای برنامه‌ها (sec)

مقایسه‌ی نتایج موجود در جداول (۴-۱۲) و (۴-۱۳) نشان می‌دهد که در حالت‌های مختلف، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه در این پژوهش و در مرجع [۴۷] نسبتاً به یکدیگر نزدیکند. به این ترتیب می‌توان از صحت و دقت برنامه‌ی کامپیوتری نوشته شده برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه اطمینان حاصل کرد. دلایل احتمالی وجود اختلاف جزئی میان این نتایج عبارت است از:

(۱) تفاوت در روابط استفاده شده برای محاسبه‌ی کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال خرابی هر مد

(۲) استفاده از راهکار پیشنهادی گروه دوم در این پژوهش

(۳) تفاوت در روش محاسبه‌ی مرجع کرانی

نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از این برنامه‌ی کامپیوتری، زمان اجرای برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد نسبت به مرجع [۴۷] به شکل بسیار محسوس کاهش یافته است. این کاهش محسوس را می‌توان نتیجه‌ی مستقیم استفاده از راهکار پیشنهادی گروه دوم دانست. به این ترتیب، مدت زمان لازم برای بهینه‌یابی سازه نیز کاهش خواهد یافت.

فصل پنجم

بررسی روند بهینه‌یابی تعدادی سازه‌ی
خرپایی

۵-۱- مقدمه

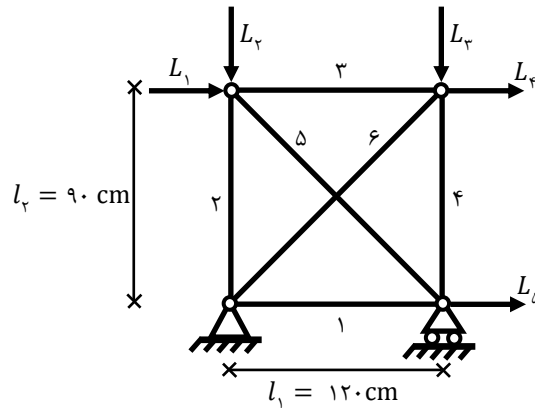
در این فصل از پایان نامه به بهینه‌یابی تعدادی سازه‌ی خرپایی پرداخته می‌شود. بهینه‌یابی تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای خرپا (احتمال خرابی کل سازه‌ی خرپایی) انجام می‌شود. در این مثال‌ها، احتمال خرابی کل سازه‌ی خرپایی برابر با کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل به دست آمده از روش شاخه و کرانه در نظر گرفته می‌شود. سعی می‌شود اطلاعاتی کامل از مراحل بهینه‌یابی هر سازه ارائه شود. مثال‌های این فصل را می‌توان به دو دسته‌ی جداگانه تقسیم کرد:

- مثال‌هایی که بهینه‌یابی سازه‌ی خرپایی در زمینه‌ی سطح مقطع اعضا انجام می‌شود،
- مثال‌هایی که بهینه‌یابی سازه‌ی خرپایی به‌طور همزمان در زمینه‌های سطح مقطع اعضا و هندسه انجام می‌شود.

۵-۲- مثال‌ها

مثال ۵-۱: خرپای نامعین استاتیکی نشان داده شده در شکل (۵-۱) را در نظر بگیرید. بارهای وارد بر این خرپا و تنش تسلیم اعضای آن را متغیرهای تصادفی ناهمبسته‌ای با توزیع احتمالاتی نرمال در نظر بگیرید. رفتار اعضا را در کشش و فشار یکسان فرض کرده و از شکست کماتشی اعضا چشم‌پوشی کنید. مصالح سازنده‌ی اعضای خرپا شکل‌پذیر و الاستو-پلاستیک کامل هستند. جرم مخصوص مصالح و مدول الاستیسیته‌ی آن به ترتیب برابر 2700 kg/m^3 و $70/6 \text{ GPa}$ است. میانگین و ضریب تغییرات تنش تسلیم اعضا نیز به ترتیب برابر 2760 kg/cm^2 و $0/05$ است. پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپا را می‌توان از جدول (۵-۱) به دست آورد. در این مثال به بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرپا تحت قید احتمال خرابی سیستم سازه‌ای خرپا پرداخته می‌شود. بنابراین، سطح

مقطع اعضای خرپا ($A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$) را به عنوان متغیرهای طراحی مسأله در نظر می‌گیریم.



شکل (۱-۵) خرپای شش عضوی با یک درجه نامعینی استاتیکی

جدول (۱-۵) پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپای مثال (۱-۵)

بار	میانگین بار (kN)	ضریب تغییرات بار
L_1	۵۰	۰/۲
L_2 و L_3	۳۰	۰/۲
L_4 و L_5	۲۰	۰/۲

درجه‌ی نامعینی استاتیکی این خرپا برابر ۱ است. بنابراین، تخریب هر دو عضو دلخواه از اعضای این خرپا منجر به شکل‌گیری مکانیزم فروپاشی خواهد شد. به بیان دیگر، طول تمامی مسیرهای خرابی کامل این سازه‌ی خرابایی برابر ۲ است. بهینه‌یابی برای مقادیر مختلفی از حداکثر مقدار قابل قبول برای احتمال خرابی کل سازه (P_{fp}^{max}) انجام شده است. در جدول (۲-۵) مقدار سطح مقطع اعضای خرابی بهینه، وزن کل خرابی بهینه (w) و احتمال خرابی کل سازه (P_{fp}) برای هر حالت آورده شده است. پارامتر δ برابر با ۵ در نظر گرفته شده است. نتایج به‌دست آمده با نتایج مربوط به مرجع [۱۶] مقایسه شده است. تعداد متغیرهای طراحی سطح مقطع در این مثال برابر با تعداد اعضای خرپا است. مجموعه‌ی مقاطع موجود برای متغیرهای طراحی سطح مقطع ($\{S\}$) عبارت است از:

$$S = \{0.15 + 0.15 i ; i = 1, 2, \dots, 31\} \text{ cm}^2$$

جدول (۲-۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرابی مثال (۱-۵)

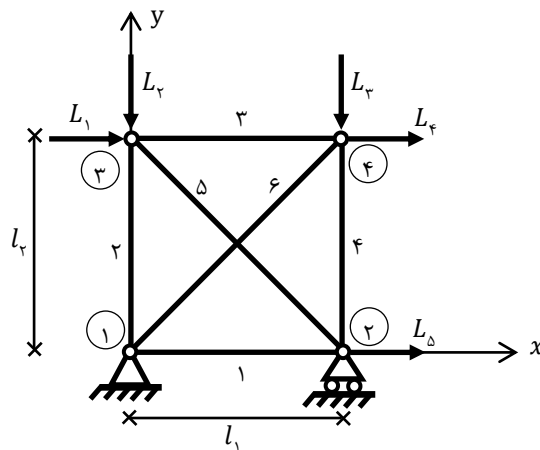
P_{fp}^{max}	10^{-1}		10^{-2}		10^{-3}		10^{-5}	
	$A_i \text{ (cm}^2\text{)}$		$A_i \text{ (cm}^2\text{)}$		$A_i \text{ (cm}^2\text{)}$		$A_i \text{ (cm}^2\text{)}$	
عضو	مرجع [۱۶]	این پژوهش	مرجع [۱۶]	این پژوهش	مرجع [۱۶]	این پژوهش	مرجع [۱۶]	این پژوهش
۱	۲/۹۱	۳/۷۵	۳/۱۴	۴/۰۵	۳/۳۳	۴/۲	۳/۶۶	۴/۸
۲	۰/۶۱	۱/۰۵	۰/۸۰	۱/۳۵	۰/۹۶	۱/۶۵	۱/۲۳	۲/۱
۳	۰/۶۰	۰/۶۰	۰/۷۶	۰/۷۵	۰/۸۹	۱/۰۵	۱/۱۲	۱/۳۵
۴	۲/۴۲	۱/۸	۲/۶۸	۲/۱	۲/۹۰	۲/۵۵	۳/۲۷	۲/۷
۵	۲/۶۰	۱/۳۵	۲/۸۳	۱/۳۵	۳/۰۲	۱/۲	۳/۳۵	۱/۲
۶	۱/۷۶	۱/۰۵	۲/۰۰	۱/۲	۲/۲۰	۱/۳۵	۲/۵۵	۱/۵
$w \text{ (kg)}$	۳/۶۴	۳/۰۷	۴/۰۷	۳/۴۳	۴/۴۲	۳/۷۵	۵/۰۳	۴/۲۵
P_{fp}	10^{-1}	$9/86 \times 10^{-2}$	10^{-2}	$8/06 \times 10^{-3}$	10^{-3}	$9/71 \times 10^{-4}$	10^{-5}	$5/35 \times 10^{-6}$

با بررسی نتایج جدول (۲-۵) متوجه می‌شویم که در این پژوهش، در تمامی موارد (تمام مقادیر P_{fp}^{max})، وزن کل خرابی بهینه نسبت به نتایج مرجع [۱۶] کاهش قابل ملاحظه‌ای یافته است. برای نمونه، در حالت $P_{fp}^{max} = 0.01$ ، وزن کل خرپا از $4/42 \text{ kg}$ به $3/75 \text{ kg}$ رسیده است. دلایل این موضوع در ادامه‌ی مطلب بیان شده است. در مرجع [۱۶]، احتمال خرابی کل خرپای شکل (۱-۵) برابر با مجموع احتمال خرابی تک تک اعضای آن در نظر گرفته شده است (کرانه‌های کرنل). به بیان دیگر، خرپای مفروض تحت قید مجموع احتمال خرابی اعضای آن بهینه شده است. استفاده از این قید بدین معنا است که با خرپای مفروض شبیه به یک خرپای معین استاتیکی رفتار شده است. یعنی فرض شده است که به محض خراب شدن اولین عضو از خرپا، کل سازه‌ی خرپا کارایی خود را از دست می‌دهد و منهدم می‌شود. اما همانطور که پیش‌تر نیز گفته شد، با تخریب اولین عضو از یک خرپای نامعین استاتیکی، آن خرپا لزوماً منهدم نمی‌شود؛ بلکه پس از بازتوزیع بار، سایر اعضای باقیمانده‌ی

سازه معمولاً همچنان قادر به تحمل بار خواهند بود. ملاک قرار دادن این تعریف از خرابی باعث می‌شود که برهم‌کنش اعضای خرپا نقشی در تعیین چگونگی خرابی آن نداشته باشد و از سیستم سازه‌ای خرپا عملاً استفاده نشود. به بیان دیگر، خرابی یکی از اعضای خرپا تأثیری در خرابی سایر اعضای آن نخواهد داشت. بنابراین می‌توان گفت که در این حالت از تمام ظرفیت خرپا استفاده نشده است. عدم استفاده از تمام ظرفیت باربری یک خرپا در طراحی آن باعث می‌شود که خرپای مفروض به صورت دست بالا و غیر اقتصادی طراحی شود.

مثال ۲-۵: خرابی نامعین استاتیکی نشان داده شده در شکل (۲-۵) را در نظر بگیرید. در این

مثال به بهینه‌یابی همزمان و سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی این خرپا تحت قید احتمال خرابی سیستم سازه‌ای خرپا پرداخته می‌شود. متغیرهای طراحی مسأله عبارت است از مختصات تعدادی از نقاط گرهی خرپا ($X_3 = X_4$ و $Y_3 = Y_4$)، و سطح مقطع همه‌ی اعضای آن ($A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$). در این مثال نیز از شکست کمانشی اعضای فشاری خرپا چشم‌پوشی شده است. سایر مشخصات سازه را مشابه با مثال (۱-۵) فرض کنید.



شکل (۲-۵) خرابی شش عضوی با یک درجه نامعینی استاتیکی

بهینه‌یابی برای مقادیر مختلف حداکثر مقدار قابل قبول برای احتمال خرابی کل سازه (P_{fp}^{max})

انجام شده است. در جدول (۳-۵) مقدار سطح مقطع اعضا و مختصات نقاط گرهی خرپای بهینه، وزن

کل خرابی بهینه (w) و احتمال خرابی کل سازه (P_{fp}) برای هر حالت آورده شده است. پارامتر δ برابر با ۵ در نظر گرفته شده است. در این مثال، تعداد متغیرهای طراحی مسأله برابر ۸ است. تعداد متغیرهای طراحی سطح مقطع نیز برابر با تعداد اعضای خرپا است. بنابراین ۶ متغیر طراحی سطح مقطع خواهیم داشت. مجموعه‌ی مقاطع موجود برای متغیرهای طراحی سطح مقطع (S) یک مجموعه‌ی ۳۲ عضوی به صورت زیر است:

$$S = \{0.15 + 0.15 i ; i = 1, 2, \dots, 31\} \text{ cm}^2$$

تعداد متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی خرپا نیز برابر ۲ است. کرانه‌ی بالایی و کرانه‌ی پایینی متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی عبارت است از:

$$100 \text{ cm} \leq X_v = X_f \leq 140 \text{ cm}$$

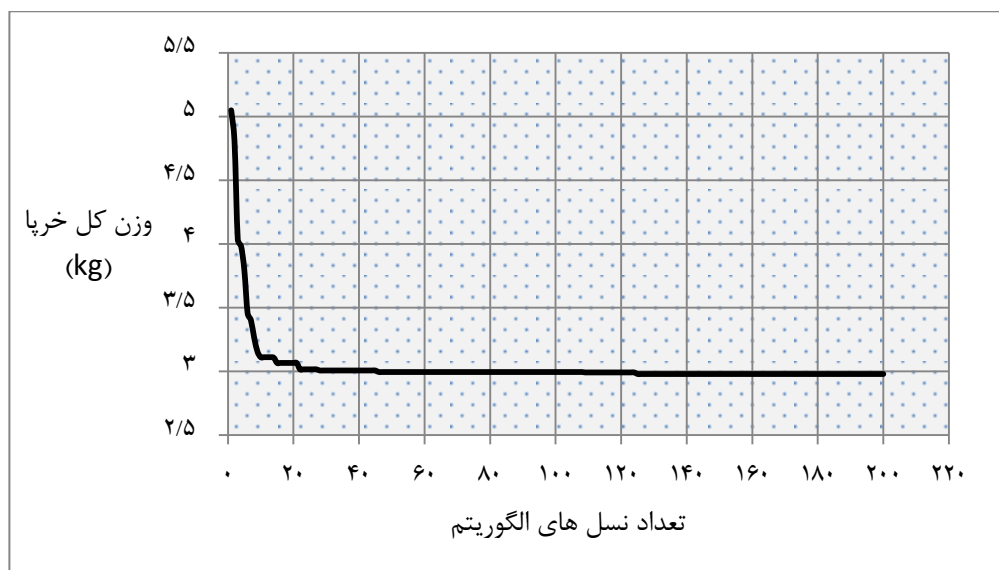
$$70 \text{ cm} \leq Y_v = Y_f \leq 110 \text{ cm}$$

جدول (۳-۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرابی مثال (۲-۵)

P_{fp}^{max}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-5}
متغیر طراحی	متغیرهای طراحی مربوط به سطح مقطع اعضای خرپا			
$A_1 \text{ (cm}^2\text{)}$	۳/۷۵	۴/۰۵	۴/۳۵	۴/۸
$A_v \text{ (cm}^2\text{)}$	۱/۰۵	۱/۵	۱/۶۵	۲/۱
$A_r \text{ (cm}^2\text{)}$	۰/۶	۰/۷۵	۰/۹	۱/۲
$A_f \text{ (cm}^2\text{)}$	۱/۸	۲/۱	۲/۱	۲/۵۵
$A_\delta \text{ (cm}^2\text{)}$	۱/۳۵	۱/۲	۱/۳۵	۱/۳۵
$A_\varphi \text{ (cm}^2\text{)}$	۱/۰۵	۱/۲	۱/۲	۱/۳۵
	متغیرهای طراحی مربوط به هندسه‌ی خرپا			
$X_v = X_f \text{ (cm)}$	۱۰۰	۱۰۱	۱۰۱	۱۰۰
$Y_v = Y_f \text{ (cm)}$	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰
$w \text{ (kg)}$	۲/۵۰	۲/۷۸	۲/۹۸	۳/۳۹
P_{fp}	$7/90 \times 10^{-2}$	$9/78 \times 10^{-3}$	$9/99 \times 10^{-4}$	$7/39 \times 10^{-6}$

مقایسه‌ی نتایج موجود در جداول (۲-۵) و (۳-۵) نشان می‌دهد که در این حالت (حالت بهینه‌یابی همزمان هندسه و سطح مقطع اعضا)، در تمامی موارد (تمام مقادیر P_{fp}^{max})، وزن کل خرپای بهینه به‌طور قابل ملاحظه‌ای نسبت به حالت بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا کاهش یافته است. برای نمونه، در حالت $P_{fp}^{max} = 0.001$ ، وزن کل خرپا از 3.75 kg به 2.98 kg رسیده است. بنابراین می‌توان اینگونه نتیجه گرفت: در صورتی که بخواهید وزن کل یک سازه‌ی خرپایی را کاهش دهید، بهینه‌یابی همزمان سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرپای مفروض می‌تواند منجر به تولید طرح‌های سبک‌تری نسبت به حالت بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرپا شود.

برای نمونه، سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک برای یکی از حالت‌های این مثال (حالت $P_{fp}^{max} = 0.001$) در شکل (۳-۵) نمایش داده شده است. این شکل مربوط به حالت بهینه‌یابی همزمان سطح مقطع اعضای خرپا و هندسه‌ی آن است.

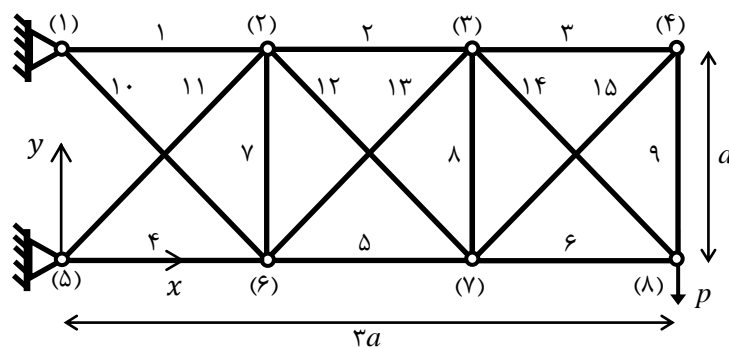


شکل (۳-۵) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۲-۵)

شکل (۳-۵) نشان می‌دهد که طی نسل‌های مختلف الگوریتم ژنتیک، نمودار سیر همگرایی بهینه‌یابی حالتی کاملاً غیر صعودی دارد. یعنی با افزایش تعداد نسل‌های الگوریتم ژنتیک، وزن کل خرپای بهینه شده یا ثابت می‌ماند یا کاهش می‌یابد. دلیل این سیر غیر صعودی را می‌توان استفاده از

استراتژی شایسته‌سالاری در برنامه‌ی کامپیوتری الگوریتم ژنتیک نوشته شده برای این پژوهش دانست. زیرا در صورت استفاده از این استراتژی، غیر صعودی بودن سیر همگرایی تضمین می‌شود.

مثال ۳-۵: در این مثال به بهینه‌یابی همزمان هندسه و سطح مقطع اعضای یک خرپای دوبعدی پانزده میله‌ای پرداخته می‌شود. احتمال خرابی سیستم سازه‌ای خرپا به عنوان قید مسأله‌ی بهینه‌یابی در نظر گرفته می‌شود. هندسه‌ی اولیه‌ی خرپا مطابق شکل (۴-۵) است ($a = 30.4/8 \text{ cm}$). تابع هدف مسأله نیز وزن کل خرپا است. بار وارد بر خرپا و تنش تسلیم اعضای آن را متغیرهای تصادفی ناهمبسته‌ای با توزیع احتمالاتی نرمال فرض کنید. رفتار مصالح در کشش و فشار یکسان فرض شده و از شکست کمانشی اعضا چشم‌پوشی می‌شود. فرض کنید که اعضای خرپا از مصالح شکل‌پذیر و الاستو-پلاستیک کامل ساخته شده‌اند. جرم مخصوص مصالح و مدول الاستیسیته‌ی آن به ترتیب برابر $2767/99 \text{ kg/m}^3$ و $68/9476 \text{ GPa}$ است. میانگین و ضریب تغییرات بار p نیز به ترتیب برابر $44/482 \text{ kN}$ و $0/1$ است. میانگین و ضریب تغییرات تنش تسلیم اعضا نیز به ترتیب برابر $1757/674 \text{ kg/cm}^2$ و $0/05$ است.



شکل (۴-۵) خرپای دو بعدی پانزده میله‌ای مثال (۳-۵)

در این مثال سازه دارای ۲۳ متغیر طراحی است. متغیرهای طراحی به صورت گسسته در نظر گرفته شده‌اند. این متغیرها شامل ۱۵ متغیر طراحی سطح مقطع اعضای خرپا و ۸ متغیر طراحی مختصات نقاط گرهی می‌شوند و عبارتند از:

$$\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}\}$$

$$\{x_2 = x_6, x_3 = x_7, y_2, y_3, y_4, y_6, y_7, y_8\}$$

مجموعه‌ی مقاطع موجود برای متغیرهای طراحی سطح مقطع (S) یک مجموعه‌ی ۳۲ عضوی به صورت زیر است:

$$S = \left\{ 0.716, 0.91, 1.123, 1.419, 1.742, 1.852, 2.239, 2.839, 3.477, 6.155, 6.974, 7.574, 8.16, 9.16, 11.381, 13.819, 17.4, 18.064, 20.2, 23, 24.6, 31, 38.4, 42.4, 46.4, 55, 60, 70, 86, 92.193, 110.774, 123.742 \right\} cm^2$$

کرانه‌ی بالایی و کرانه‌ی پایینی متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی را می‌توان از جدول (۴-۵) به‌دست آورد.

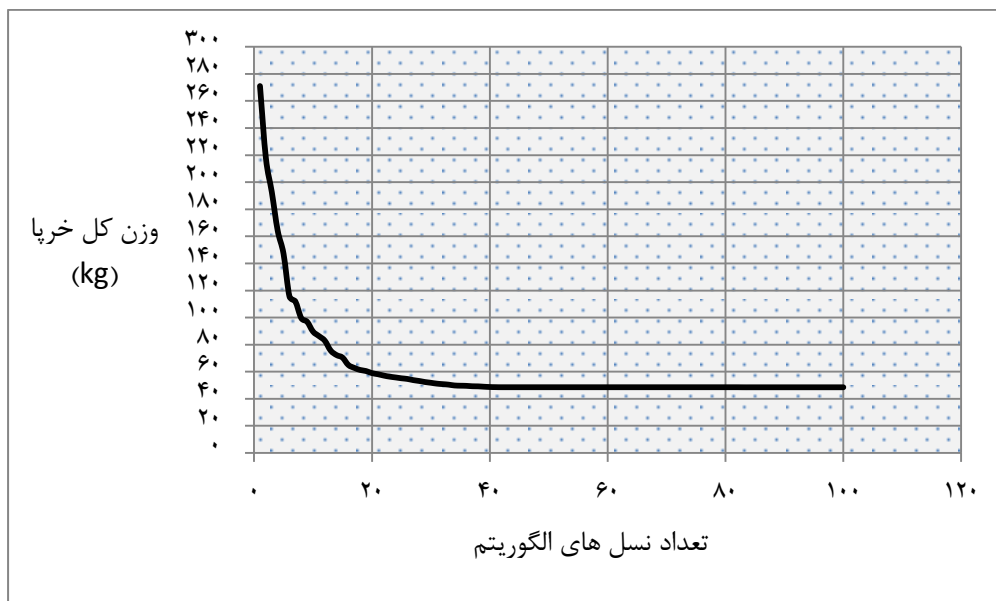
جدول (۴-۵) کرانه‌های متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی مثال (۳-۵)

متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی	کرانه‌ی پایینی (cm)	کرانه‌ی بالایی (cm)
x_2	۲۵۴	۳۵۵/۶
x_3	۵۵۸/۸	۶۶۰/۴
y_2	۲۵۴	۳۵۵/۶
y_3	۲۵۴	۳۵۵/۶
y_4	۱۲۷	۲۲۸/۶
y_6	-۵۰/۸	۵۰/۸
y_7	-۵۰/۸	۵۰/۸
y_8	۵۰/۸	۱۵۲/۴

پارامتر δ برابر با ۵ و حداکثر مقدار قابل قبول برای احتمال خرابی کل سازه برابر (P_{fp}^{max}) با ۰/۰۰۱ در نظر گرفته شده است. در جدول (۵-۵)، مقدار سطح مقطع اعضا، مختصات نقاط گرهی، وزن کل (W)، و احتمال خرابی کل (P_{fp}) طرح بهینه‌ی خرپا آورده شده است. سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک این سازه نیز در شکل (۵-۵) نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که برنامه‌ی کامپیوتری الگوریتم ژنتیک به‌خوبی کار می‌کند.

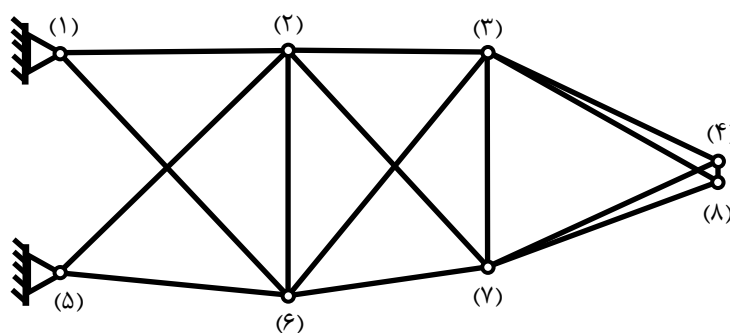
جدول (۵-۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا
و هندسه‌ی خرپای مثال (۳-۵)

متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی	(cm)
$x_۲$	۳۱۶/۹
$x_۳$	۵۹۴/۳
$y_۲$	۳۰۸/۸
$y_۳$	۳۰۵/۶
$y_۴$	۱۵۴/۴
$y_۶$	-۳۳/۱
$y_۷$	۷/۳
$y_۸$	۱۲۵
متغیرهای طراحی سطح مقطع اعضا	(cm ^۲)
$A_۱$	۸/۶
$A_۲$	۶/۱۵۵
$A_۳$	۲/۸۳۹
$A_۴$	۹/۶
$A_۵$	۶/۱۵۵
$A_۶$	۱/۷۴۲
$A_۷$	۱/۱۲۳
$A_۸$	۰/۷۱۶
$A_۹$	۲/۸۳۹
$A_{۱۰}$	۳/۴۷۷
$A_{۱۱}$	۱/۷۴۲
$A_{۱۲}$	۱/۷۴۲
$A_{۱۳}$	۲/۸۳۹
$A_{۱۴}$	۱/۸۵۲
$A_{۱۵}$	۲/۸۳۹
w (kg)	۴۸/۴۸
احتمال خرابی کل خرپا	$۹/۸۹ \times ۱۰^{-۴}$



شکل (۵-۵) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۳-۵)

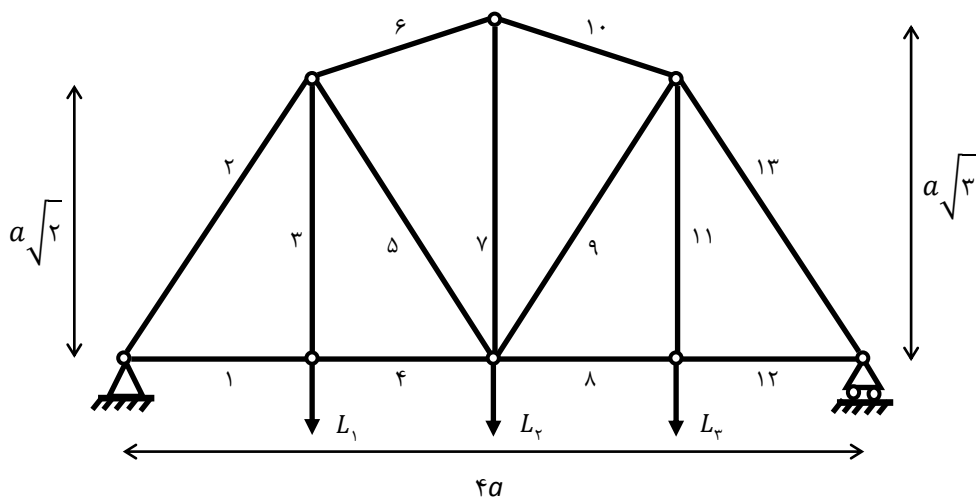
مشابه با شکل (۳-۵)، شکل (۵-۵) نیز نشان می‌دهد که نمودار سیر همگرایی بهینه‌یابی سازه طی نسل‌های مختلف الگوریتم ژنتیک حالتی کاملاً غیر صعودی دارد. مطابق این شکل، وزن کل سازه‌ی خریایی طی بهینه‌یابی از مقدار $271/06 \text{ kg}$ در نسل اول الگوریتم به مقدار $48/48 \text{ kg}$ در نسل صدم الگوریتم رسیده است. هندسه‌ی طرح بهینه‌ی به‌دست آمده از سازه نیز در شکل (۶-۵) نمایش داده شده است.



شکل (۶-۵) طرح بهینه‌ی به‌دست آمده از خریای دو بعدی پانزده میله‌ای (مثال (۳-۵))

مثال ۴-۵: در این مثال به بهینه‌یابی خریای معین استاتیکی نشان داده شده در شکل (۷-۵) پرداخته می‌شود. بهینه‌یابی در حوزه‌ی سطح مقطع اعضای خرپا و تحت قید احتمال خرابی سیستم

سازه‌ای خرپا انجام می‌شود. احتمال خرابی خرپا را برابر با کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی سیستم سازه‌ای خرپا در نظر بگیرید. بارهای وارد بر خرپا و تنش تسلیم اعضای آن را متغیرهای تصادفی ناهمبسته با توزیع احتمالاتی نرمال در نظر بگیرید. رفتار مصالح سازنده‌ی خرپا در کشش و فشار یکسان فرض شده و از شکست کمانشی اعضا چشم‌پوشی می‌شود. خرپا از فولاد شکل‌پذیر و الاستو-پلاستیک کامل ساخته شده است. جرم مخصوص و مدول الاستیسیته‌ی فولاد به ترتیب برابر kg/m^3 و 7850 و $206/84 GPa$ است. میانگین و ضریب تغییرات تنش تسلیم اعضای خرپا نیز به ترتیب برابر kg/cm^2 و 2531 و $0/12$ است. پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپا را می‌توان از جدول (۵-۶) به دست آورد. ($a = 365/76 cm$)



شکل (۵-۷) خرپای معین استاتیکی سیزده میله‌ای مثال (۵-۴)

جدول (۵-۶) پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپای مثال (۵-۴)

بار	میانگین بار (kN)	ضریب تغییرات بار
L_1	۶۶/۷۲	۰/۱۶
L_2	۶۶/۷۲	۰/۱۶
L_3	۶۶/۷۲	۰/۱۶

سطح مقطع اعضای خرپا ($A_1, A_2, \dots, A_{12}, A_{13}$) را به عنوان متغیرهای طراحی مسأله در نظر

می‌گیریم. با دقت در شکل (۵-۷) متوجه می‌شویم که به استثنای تفاوت کوچکی در شرایط

تکیه‌گاهی خرپا، سایر شرایط و مشخصات خرپا شامل بارگذاری و هندسه‌ی آن نسبت به محور y دارای تقارن است. بنابراین اعضای خرپا نیز به‌طور قرینه طراحی می‌شوند تا تقارن کلی سازه حفظ شود. به این ترتیب خرپا دارای ۷ متغیر طراحی سطح مقطع خواهد بود. این متغیرهای طراحی عبارتند از:

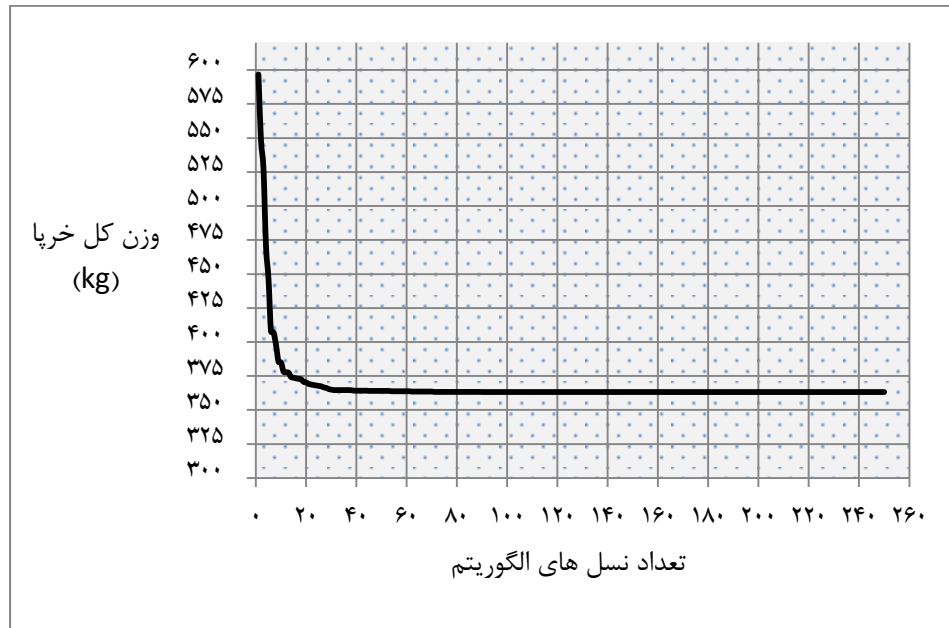
$$\{A_1 = A_{12}, A_2 = A_{13}, A_3 = A_{11}, A_4 = A_8, A_5 = A_9, A_6 = A_{10}, A_7\}$$

مجموعه‌ی مقاطع موجود برای متغیرهای طراحی سطح مقطع ($\{S\}$) عبارت است از:

$$S = \{0.3951605 + 0.3951605 i ; i = 1, 2, \dots, 511\} \text{ cm}^2$$

به محض خراب شدن اولین عضو از یک خرپای معین استاتیکی، آن خرپا به‌طور کلی منهدم می‌شود. خرابی نشان داده شده در شکل (۷-۵) معین استاتیکی است. بنابراین تخریب هر عضوی از این خرپا معادل است با وقوع یکی از مدهای خرابی آن. به این ترتیب، این خرپا سیزده مد خرابی (برابر با تعداد اعضایش) خواهد داشت. برای تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای معین استاتیکی از روش شاخه و کرانه استفاده نمی‌شود؛ بلکه احتمال خرابی آن‌ها بر اساس یکی از روش‌های کرانه‌ای متداول -که مخصوص سیستم‌های سری با مدهای خرابی همبسته هستند- تخمین زده می‌شود. در این مثال از کرانه‌های دیتلوسن برای تخمین احتمال خرابی سیستم سازه‌ای خرپا استفاده شده است. در کرانه‌های دیتلوسن، بر خلاف کرانه‌های کرنل، همبستگی آماری واقعی میان مدهای خرابی سازه در نظر گرفته می‌شود. این نکته باعث می‌شود که کرانه‌های دیتلوسن باریک‌تر و دقیق‌تر از کرانه‌های کرنل باشند.

در جدول (۷-۵) مقدار سطح مقطع اعضا، وزن کل (w) و احتمال خرابی کل (P_{fp}) طرح بهینه‌ی خرابی شکل (۷-۵) آورده شده است. سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک این سازه نیز در شکل (۸-۵) نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که طی نسل‌های مختلف الگوریتم ژنتیک، وزن کل سازه به‌طور چشم‌گیری کاهش پیدا کرده است. به این ترتیب می‌توان از عملکرد مناسب برنامه‌ی کامپیوتری الگوریتم ژنتیک نیز اطمینان حاصل کرد.



شکل (۵-۸) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۴)

جدول (۵-۷) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خریای مثال (۵-۴)

متغیر طراحی	این پژوهش	مرجع [۹۹] روش تابع جریمه‌ی داخلی ^۲	مرجع [۹۹] روش راستاهای قابل قبول ^۱
$A_1 = A_{1r} (cm^2)$	۷/۴۲۹	۷/۵۹۴	۷/۴۵۸
$A_r = A_{1r} (cm^2)$	۱۲/۰۱۳	۱۱/۹۰۳	۱۲/۱۸۷
$A_r = A_{11} (cm^2)$	۷/۴۲۹	۷/۳۴۸	۷/۵۲۹
$A_f = A_{18} (cm^2)$	۷/۳۹	۷/۵۹۴	۷/۴۵۲
$A_\Delta = A_4 (cm^2)$	۲/۳۳۱	۲/۳۱۶	۲/۲۷۱
$A_f = A_{11} (cm^2)$	۸/۲۵۹	۸/۴۳۲	۸/۴
$A_v (cm^2)$	۵/۰۹۸	۵/۱۴۲	۵/۲۱۹
$w (kg)$	۳۶۳/۲	۳۶۴/۷۹	۳۶۷/۰۵
احتمال خرابی کل خریا	$9/994^{-6}$	10^{-5}	10^{-5}
P_{fp}^{max}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}

¹ Feasible directions method

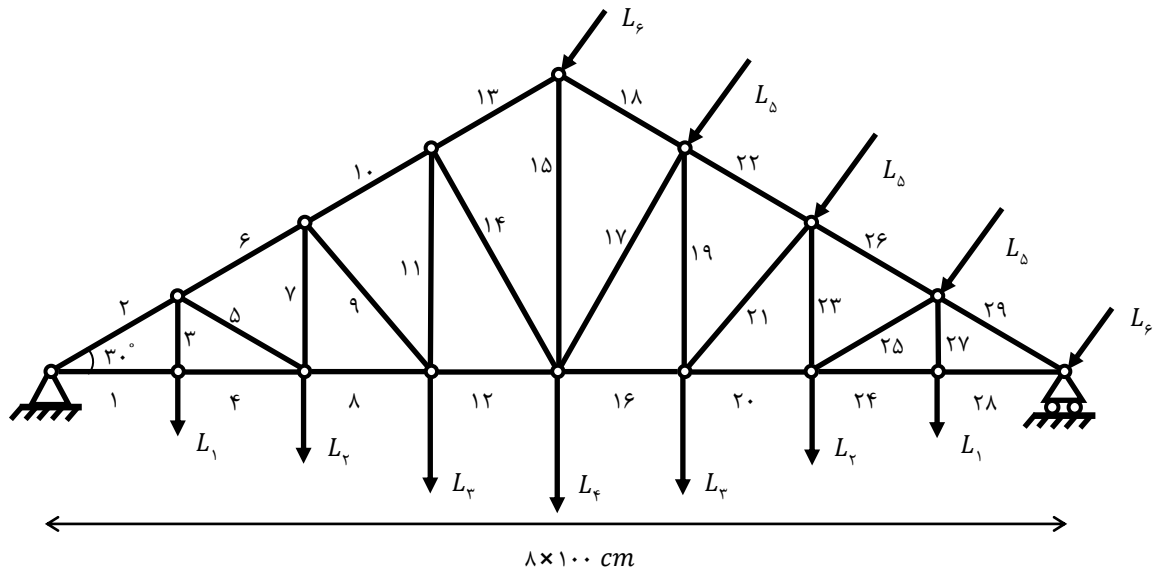
² Interior penalty function method

در جدول (۸-۵) مشخصات و پارامترهای برنامه‌ی کامپیوتری الگوریتم ژنتیک استفاده شده در این مثال آورده شده است. در این مثال از نرخ جهش کاهشی استفاده شده است. نرخ جهش کاهشی در اولین نسل الگوریتم بیشترین مقدار خود را دارد و با افزایش تعداد نسل‌ها از مقدار آن به‌طور خطی کاسته می‌شود. در این مثال، نرخ جهش در نسل اول برابر 0.3985 و در نسل دویست و پنجاهم برابر 0.025 در نظر گرفته شده است. استفاده از نرخ جهش کاهشی باعث گسترش فضای جستجو در نسل‌های ابتدایی عملیات بهینه‌یابی می‌شود. با افزایش تعداد نسل‌های بهینه‌یابی، احتمال جهش بیت‌های کروموزوم‌ها کاهش می‌یابد و در نتیجه جستجو به صورت هدایت‌شده‌تری انجام می‌شود.

جدول (۸-۵) مشخصات الگوریتم ژنتیک استفاده‌شده در مثال (۴-۵)

تعداد نسل‌های الگوریتم ژنتیک	۲۵۰
اندازه‌ی جمعیت	۲۵۰
شماره‌ی اولین نسل شامل طرح بهینه	نسل ۱۶۲-ام
نرخ پیوند	$0/8$
روش انتخاب	روش انتخاب رقابتی
اندازه‌ی رقابت	۴
نرخ جهش	نرخ جهش کاهشی

مثال ۵-۵: در این مثال به بهینه‌یابی خرپای نشان داده شده در شکل (۹-۵) پرداخته می‌شود. بهینه‌یابی در حوزه‌ی سطح مقطع اعضای خرپا و تحت قید احتمال خرابی سیستم سازه‌ای خرپا انجام می‌شود. بارهای وارد بر خرپا و تنش تسلیم اعضای آن، متغیرهای تصادفی ناهمبسته با توزیع نرمال هستند. رفتار مصالح خرپا در کشش و فشار یکسان فرض شده و از شکست کمانشی اعضا چشم‌پوشی می‌شود. جرم مخصوص و مدول الاستیسیته‌ی مصالح خرپا به‌ترتیب برابر 2700 kg/m^3 و 206 GPa است. میانگین و ضریب تغییرات تنش تسلیم اعضا به‌ترتیب برابر $27/6 \text{ kN/cm}^2$ و $0/05$ است. پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپا را می‌توان از جدول (۹-۵) به‌دست آورد.



شکل (۹-۵) خرپای معین استاتیکی بیست و نه میله‌ای مثال (۵-۵)

جدول (۹-۵) پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپای مثال (۵-۵)

بار	میانگین بار (kN)	ضریب تغییرات بار
L_1	۰/۲۹	۰/۲
L_2	۰/۶۹	۰/۲
L_3	۱/۰۸	۰/۲
L_4	۱/۳۷	۰/۲
L_5	۱۹/۶	۰/۲
L_6	۹/۸	۰/۲

سطح مقطع اعضای خرپا ($A_1, A_2, \dots, A_{28}, A_{29}$) را به عنوان متغیرهای طراحی مسأله در نظر

می‌گیریم. متغیرهای طراحی سطح مقطع در این مثال عبارتند از:

$$\{A_1, A_2, \dots, A_{28}, A_{29}\}$$

مجموعه‌ی مقاطع موجود برای متغیرهای طراحی سطح مقطع ($\{S\}$) عبارت است از:

$$S = \{0.02 + 0.025i ; i = 1, 2, \dots, 255\} \text{ cm}^2$$

در این مثال نیز از کرانه‌های دیتلوسن برای تخمین احتمال خرابی کل خرپا استفاده شده است.

در جدول (۱۰-۵) مقدار سطح مقطع اعضای خرپای بهینه، وزن کل خرپای بهینه (W) و احتمال

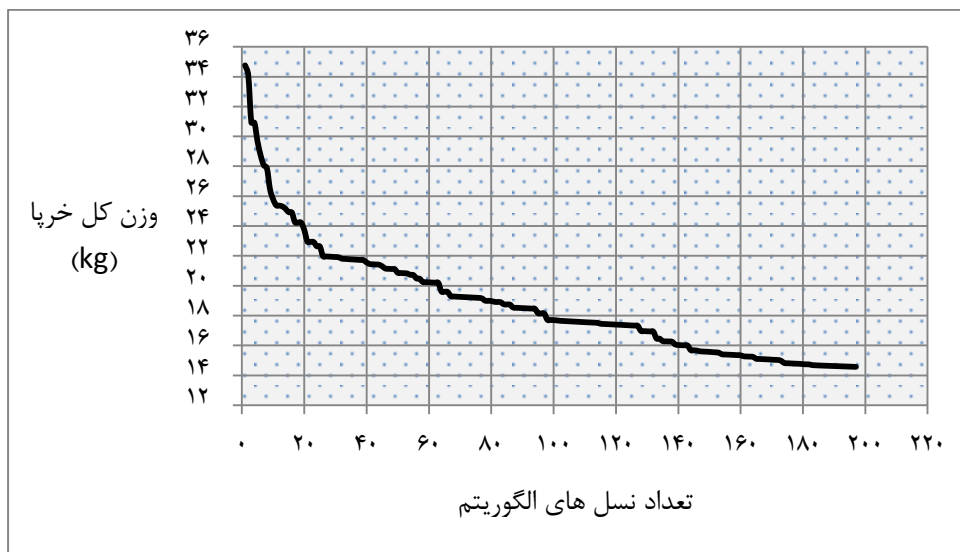
خرابی کل خرپای بهینه (P_{fp}) آورده شده است. ستون سوم جدول (۵-۱۰) مربوط به حالتی است که احتمال خرابی یکسانی برای اعضای خرپا در نظر گرفته شده است. در این حالت برای به دست آوردن حداکثر مقدار قابل قبول برای احتمال خرابی برای هر عضو برابر باید حداکثر مقدار قابل قبول برای احتمال خرابی کل خرپا را تقسیم بر تعداد کل اعضای خرپا نماییم. به این ترتیب، حداکثر مقدار قابل قبول برای احتمال خرابی تمام اعضا یکسان خواهد بود.

جدول (۵-۱۰) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرپای مثال (۵-۵)

متغیر طراحی	این پژوهش	مرجع [۹۹] (احتمال خرابی اعضا یکسان است)	مرجع [۹۹] (احتمال خرابی اعضا لزوماً یکسان نیست)
$A_1 (cm^2)$	۲/۱۲	۰/۵۶	۰/۵۷
$A_2 (cm^2)$	۲/۴۷	۲/۹۸	۲/۹۶
$A_3 (cm^2)$	۰/۰۷	۰/۰۲	۰/۰۲
$A_4 (cm^2)$	۲/۳۷	۰/۵۶	۰/۵۷
$A_5 (cm^2)$	۰/۰۴۵	۰/۰۲	۰/۰۲
$A_6 (cm^2)$	۲/۴۷	۲/۹۷	۲/۹۵
$A_7 (cm^2)$	۰/۰۷	۰/۰۶	۰/۰۷
$A_8 (cm^2)$	۲/۱۹۵	۰/۵۵	۰/۵۶
$A_9 (cm^2)$	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۰۵
$A_{10} (cm^2)$	۲/۴۲	۲/۹۵	۲/۹۲
$A_{11} (cm^2)$	۰/۱۲	۰/۱۱	۰/۱۲
$A_{12} (cm^2)$	۲/۴۴۵	۰/۵۳	۰/۵۳
$A_{13} (cm^2)$	۲/۴۹۵	۲/۹۱	۲/۸۸
$A_{14} (cm^2)$	۰/۰۹۵	۰/۰۹	۰/۱۰

$A_{15} (cm^2)$	۱/۷۹۵	۲/۳۳	۲/۳۰
$A_{16} (cm^2)$	۱/۳۹۵	۱/۶۱	۱/۶۰
$A_{17} (cm^2)$	۱/۹۴۵	۲/۵۶	۲/۵۳
$A_{18} (cm^2)$	۲/۳۷	۲/۶۰	۲/۵۸
$A_{19} (cm^2)$	۱/۲۴۵	۱/۶۱	۱/۵۹
$A_{20} (cm^2)$	۱/۱۴۵	۲/۷۴	۲/۶۵
$A_{21} (cm^2)$	۱/۵۹۵	۲/۰۷	۲/۰۷
$A_{22} (cm^2)$	۲/۰۹۵	۳/۳۱	۳/۲۸
$A_{23} (cm^2)$	۰/۷۴۵	۰/۹۱	۰/۹۱
$A_{24} (cm^2)$	۱/۸۷	۳/۹۱	۳/۸۸
$A_{25} (cm^2)$	۱/۳۹۵	۱/۷۶	۱/۷۴
$A_{26} (cm^2)$	۲/۷۹۵	۴/۰۱	۳/۹۸
$A_{27} (cm^2)$	۰/۰۴۵	۰/۰۲	۰/۰۲
$A_{28} (cm^2)$	۱/۸۴۵	۳/۹۱	۳/۸۸
$A_{29} (cm^2)$	۲/۵۹۵	۴/۷۱	۴/۷۰
وزن کل خرپا (kg)	۱۴/۵۷	۱۷/۵۲	۱۷/۴۲
احتمال خرابی کل خرپا	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}
P_{fp}^{max}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}

سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک مربوط به این سازه نیز در شکل (۵-۱۰) نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که طی عملیات بهینه‌یابی، وزن کل سازه از مقدار $34/76 \text{ kg}$ در نسل اول الگوریتم به مقدار $14/57 \text{ kg}$ در نسل صدم الگوریتم رسیده است. در جدول (۵-۱۱) نیز مشخصات و پارامترهای برنامه‌ی کامپیوتری الگوریتم ژنتیک استفاده شده برای این مثال آورده شده است.



شکل (۵-۱۰) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۵)

جدول (۵-۱۱) مشخصات الگوریتم ژنتیک استفاده شده در مثال (۵-۵)

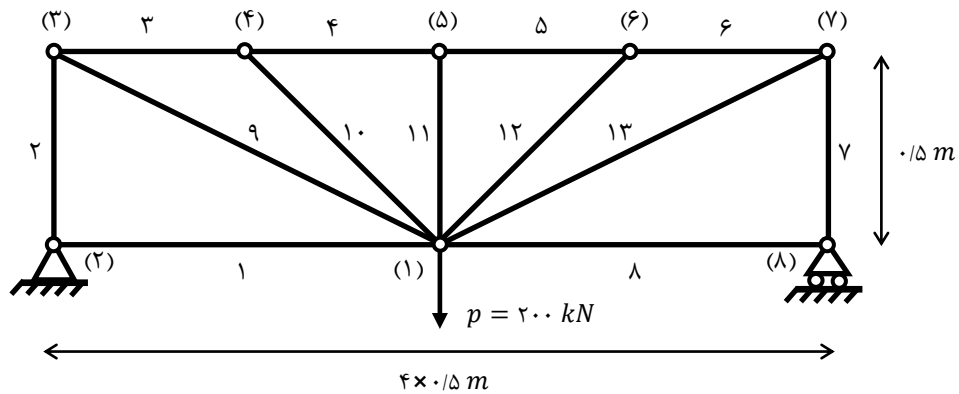
تعداد نسل های الگوریتم ژنتیک	۲۰۰
اندازه ی جمعیت	۲۰۰
نرخ پیوند	۰/۸
روش انتخاب	روش انتخاب رقابتی
اندازه ی رقابت	۴
نرخ جهش	نرخ جهش کاهشی (مشابه نرخ جهش مثال (۵-۴))

مثال ۵-۶: در این مثال به بهینه یابی سازه ی خرپایی نشان داده شده در شکل (۵-۱۱)

پرداخته می شود. به این سازه ی خرپایی قوس نیم دایره ای میشل^۱ نیز گفته می شود. بهینه یابی در حوزه های سطح مقطع اعضا و هندسه ی خرپا (مختصات نقاط گرهی خرپا) انجام می شود. از کرانه ی بالایی احتمال خرابی سیستم سازه ای خرپا به عنوان قید مسأله ی بهینه یابی استفاده می شود. بارهای وارد بر خرپا و تنش تسلیم اعضای آن را متغیرهای تصادفی ناهمبسته با توزیع احتمالاتی نرمال در نظر بگیرید. رفتار مصالح سازنده ی خرپا در کشش و فشار یکسان در نظر گرفته می شود. از شکست کمانشی اعضای خرپا نیز چشم پوشی می شود. نقطه ی گرهی (۱) را مبدأ دستگاه مختصات در نظر

¹ Michell semi-circular arch

بگیرید. جرم مخصوص و مدول الاستیسیته‌ی مصالح سازنده‌ی اعضا به ترتیب برابر 7800 kg/m^3 و 210 GPa است. میانگین و ضریب تغییرات تنش تسلیم اعضا نیز به ترتیب برابر 24 kN/cm^2 و 0.05 است. میانگین و ضریب تغییرات بار وارد بر خرپا نیز به ترتیب برابر 200 kN و 0.1 است.



شکل (۵-۱۱) سازه‌ی خرپایی مثال (۵-۶)

این خرپا دارای ۱۰ متغیر طراحی است که شامل ۷ متغیر طراحی سطح مقطع اعضای خرپا و ۳ متغیر طراحی مختصات نقاط گرهی می‌شود. این متغیرها عبارتند از:

$$\{A_1 = A_8, A_2 = A_7, A_3 = A_6, A_4 = A_5, A_9 = A_{13}, A_{10} = A_{12}, A_{11}\}$$

$$\{x_3 = -x_7, y_4 = y_6, y_5\}$$

مجموعه‌ی مقاطع در نظر گرفته شده برای متغیرهای طراحی سطح مقطع سازه $\{S\}$ عبارت است از:

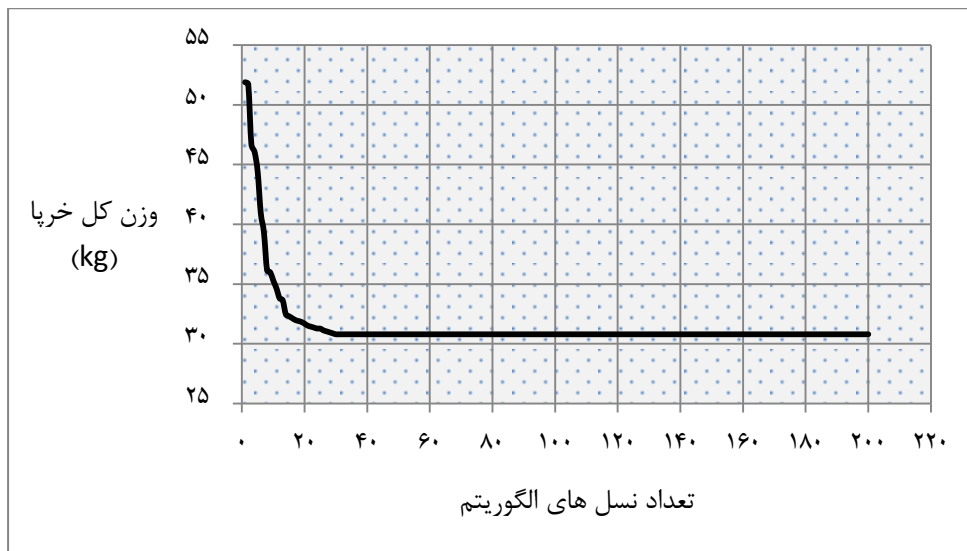
$$S = \{0.1 + 0.1 i ; i = 0, 1, \dots, 127\} \text{ cm}^2$$

در جدول (۵-۱۲) کرانه‌ی بالایی و پایینی متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی آورده شده است.

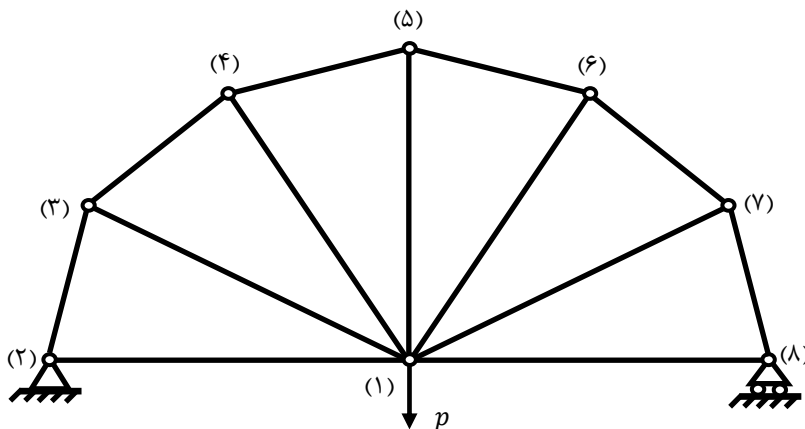
جدول (۵-۱۲) کرانه‌های متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی مثال (۵-۶)

متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی	کرانه‌ی پایینی (cm)	کرانه‌ی بالایی (cm)
$y_4 = y_6$	۶۰	۱۲۴
y_5	۶۰	۱۲۴
x_3	-۹۲	-۶۰
x_7	۶۰	۹۲

سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک سازه در شکل (۵-۱۲) نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد طی نسل‌های مختلف الگوریتم ژنتیک، وزن کل خرپا از مقدار $51/89 \text{ kg}$ در نسل اول الگوریتم به مقدار $30/79 \text{ kg}$ در نسل دویستم آن رسیده است. هندسه‌ی طرح بهینه‌ی به دست آمده از سازه نیز در شکل (۵-۱۳) نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که سازه‌ی طراحی شده‌ی بهینه نسبت به محور عمودی دارای تقارن است. سطح مقطع اعضا و مختصات نقاط گره‌ی خرپای بهینه، وزن کل خرپای بهینه (W) و احتمال خرابی کل سازه‌ی بهینه (P_{fp}) نیز در جدول (۵-۱۳) آورده شده است.



شکل (۵-۱۲) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۶)



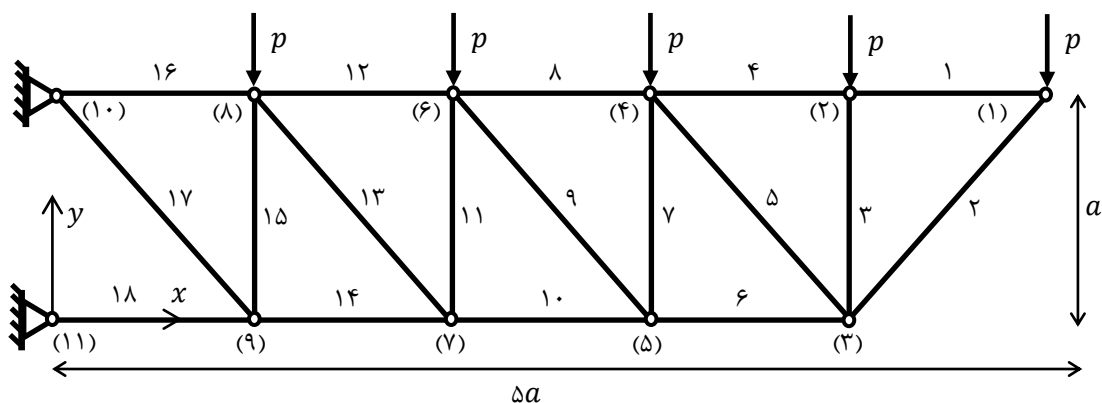
شکل (۵-۱۳) طرح بهینه‌ی به دست آمده از قوس نیم‌دایره‌ای میشل (مثال (۵-۶))

جدول (۵-۱۳) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرابی مثال (۵-۶)

متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی	(cm)
$x_3 = -x_4$	-۸۸/۹۵
$y_4 = y_6$	۸۶/۲۰
y_5	۱۰۰/۸۲
متغیرهای طراحی سطح مقطع اعضا	(cm ^۲)
$A_1 = A_8$	۱/۴
$A_2 = A_7$	۶/۳
$A_3 = A_6$	۶/۳
$A_4 = A_5$	۶/۳
$A_9 = A_{13}$	۳/۷
$A_{10} = A_{12}$	۲/۹
A_{11}	۳/۶
وزن کل خرابی (kg)	۳۰/۷۹
احتمال خرابی کل خرابی	$۹/۶۱ \times ۱۰^{-۴}$
p_{fp}^{max}	$۱۰^{-۵}$

مثال ۵-۷: در این مثال به بهینه‌یابی خرابی فولادی نشان داده شده در شکل (۵-۱۴)

می‌پردازیم ($a = ۶۳۵ \text{ cm}$). بهینه‌یابی در حوزه‌ی سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرابی و تحت قید احتمال خرابی سیستم سازه‌ای انجام می‌شود. کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی سیستم سازه‌ای به عنوان احتمال خرابی سیستم سازه‌ای در نظر گرفته می‌شود. بارهای وارد بر خرابی و تنش تسلیم اعضا، متغیرهای ناهمبسته‌ی نرمال هستند. رفتار مصالح در کشش و فشار یکسان فرض شده و از شکست کمانشی اعضا چشم‌پوشی می‌شود. جرم مخصوص و مدول الاستیسیته‌ی مصالح به ترتیب برابر $۲۷۶۸ \text{ kg/m}^۳$ و $۶۸/۹ \text{ GPa}$ است. میانگین و ضریب تغییرات تنش تسلیم اعضا به ترتیب برابر $۱۳/۷۸۹ \text{ kN/cm}^۲$ و $۰/۰۵$ است. میانگین و ضریب تغییرات بار وارد بر خرابی به ترتیب برابر $۸۸/۹ \text{ kN}$ و $۰/۱$ است.



شکل (۱۴-۵) خربای فولادی دوبعدی مثال (۷-۵)

این خرپا دارای ۱۲ متغیر طراحی است که شامل ۴ متغیر طراحی سطح مقطع اعضای خرپا و ۸ متغیر طراحی مختصات نقاط گرهی می‌شود. این متغیرها عبارتند از:

$$\{A_1 = A_4 = A_8 = A_{12} = A_{16}, A_2 = A_6 = A_{10} = A_{14} = A_{18}, A_3 = A_7 = A_{11} = A_{15},$$

$$A_5 = A_9 = A_{13} = A_{17}\}$$

$$\{x_3, x_5, x_7, x_9, y_3, y_5, y_7, y_9\}$$

مجموعه‌ی مقاطع موجود برای متغیرهای طراحی سطح مقطع $\{S\}$ برابر است با:

$$S = \{(1 + 0.16i) \times 12/9.032; i = 0, 1, \dots, 127\} \text{ cm}^2$$

کرانه‌های بالایی و پایینی متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی سازه نیز در جدول (۱۴-۵) آورده شده است.

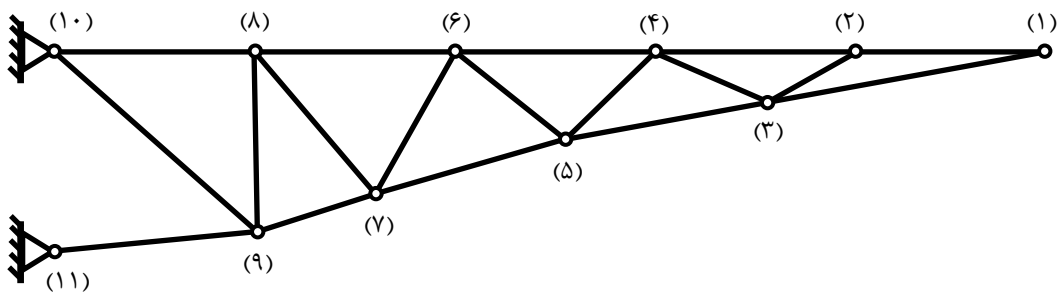
جدول (۱۴-۵) کرانه‌های متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی مثال (۷-۵)

متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی	کرانه‌ی پایینی (cm)	کرانه‌ی بالایی (cm)
x_3	۱۹۶۸/۵	۳۱۱۰/۹
x_5	۱۳۳۳/۵	۲۴۷۵/۹
x_7	۶۹۸/۵	۱۸۴۰/۹
x_9	۶۳/۵	۱۲۰۵/۹
y_3, y_5, y_7, y_9	-۵۷۱/۵	۶۲۱/۹

در جدول (۵-۱۵) مقدار سطح مقطع اعضای خرپای بهینه، مختصات نقاط گرهی خرپای بهینه، وزن کل خرپای بهینه (W) و احتمال خرابی کل سازه (P_{fp}) آورده شده است. هندسه‌ی طرح بهینه‌ی به‌دست آمده از سازه نیز در شکل (۵-۱۵) نمایش داده شده است.

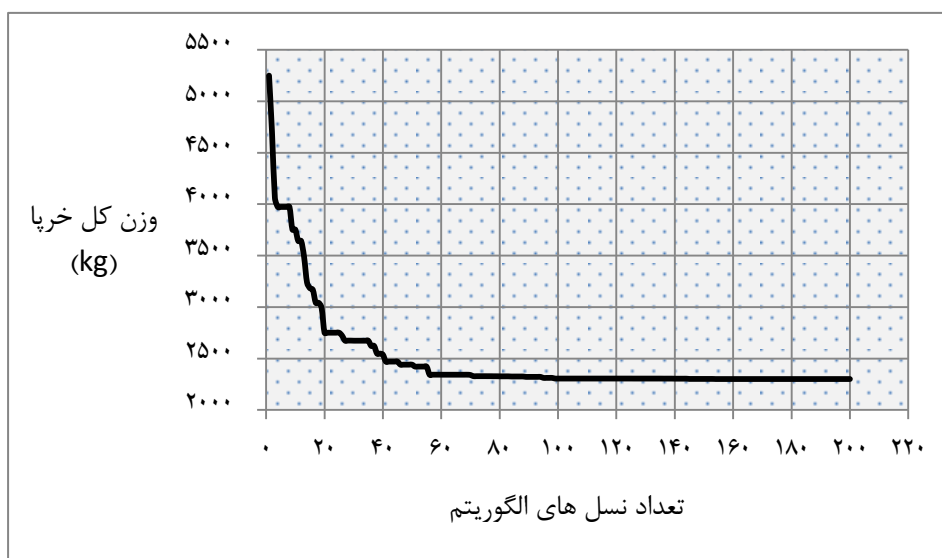
جدول (۵-۱۵) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضا و هندسه‌ی خرپای مثال (۵-۷)

متغیرهای طراحی مختصات نقاط گرهی	(cm)
x_3	۲۲۵۸/۶۸
x_5	۱۶۱۹/۸۸
x_7	۱۰۱۹/۹۳
x_9	۶۴۴/۷۵
y_3	۴۷۲/۱۴
y_5	۳۵۵/۱۴
y_7	۱۸۱/۹۸
y_9	۶۰/۳
متغیرهای طراحی سطح مقطع اعضا	(cm ^۲)
$A_1 = A_4 = A_8 = A_{12} = A_{16}$	۹۱/۳۵
$A_2 = A_6 = A_{10} = A_{14} = A_{18}$	۱۲۲/۳۲
$A_3 = A_7 = A_{11} = A_{15}$	۲۱/۱۶
$A_5 = A_9 = A_{13} = A_{17}$	۴۵/۹۴
وزن کل خرپا (kg)	۲۳۰۰/۴
احتمال خرابی کل خرپا	$۹/۹۹ \times 10^{-۶}$
p_{fp}^{max}	$10^{-۵}$



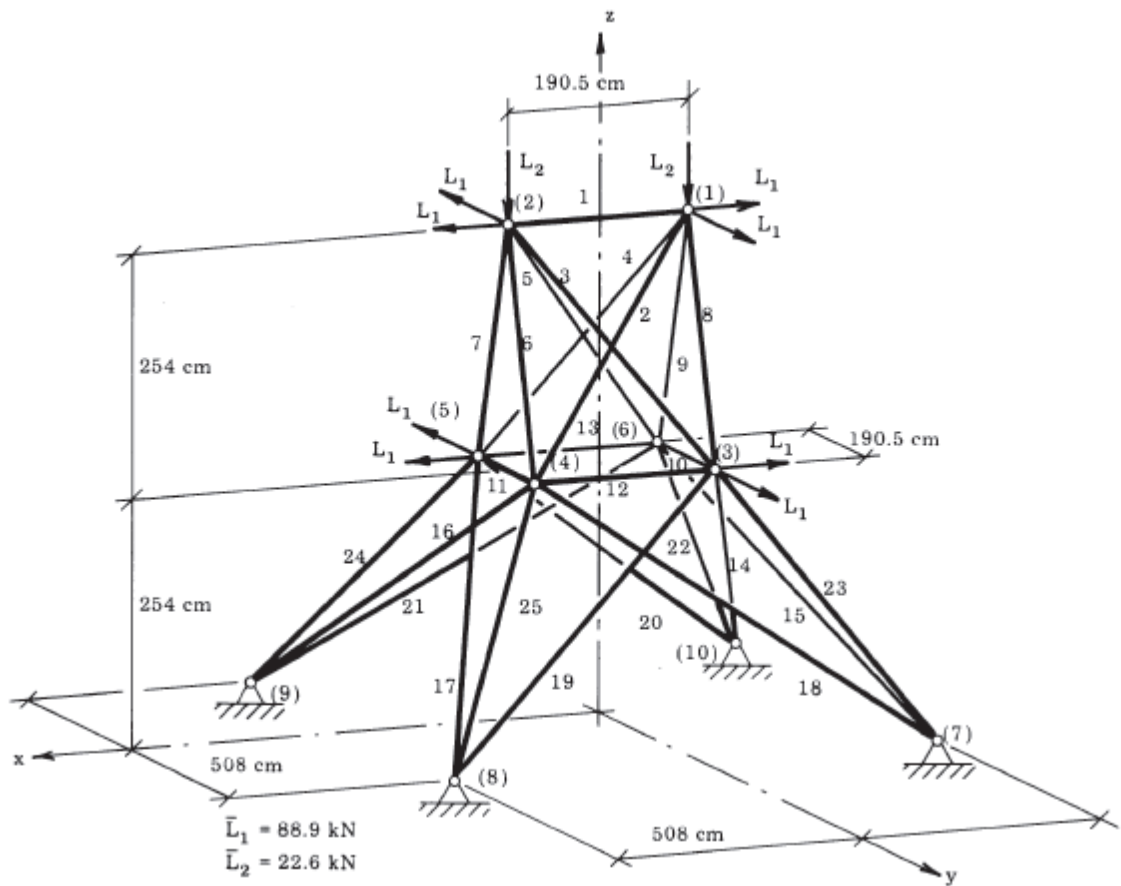
شکل (۵-۱۵) طرح بهینه‌ی به‌دست آمده از سازه (مثال (۵-۷))

سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک مربوط به این سازه در شکل (۵-۱۶) نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که طی عملیات بهینه‌یابی، وزن کل سازه‌ی خرابایی از مقدار $5250/01 \text{ kg}$ در نسل اول الگوریتم به مقدار $2300/4 \text{ kg}$ در نسل دویستم الگوریتم رسیده است.



شکل (۵-۱۶) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۵-۷)

مثال ۵-۸: در این مثال به بهینه‌یابی خرپای سه‌بعدی نامعین استاتیکی نشان داده شده در شکل (۵-۱۷) پرداخته می‌شود. بهینه‌یابی در حوزه‌ی سطح مقطع اعضای خرپا و تحت قید احتمال خرابی سیستم سازه‌ای خرپا انجام می‌شود. از کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی سیستم سازه‌ای خرپا به عنوان احتمال خرابی خرپا استفاده نمایید. بارهای وارد بر خرپا و تنش تسلیم اعضای آن را متغیرهای تصادفی ناهمبسته با توزیع احتمالاتی نرمال در نظر بگیرید. رفتار مصالح سازنده‌ی خرپا در کشش و فشار یکسان فرض شده و از شکست کمانشی اعضا چشم‌پوشی می‌شود. خرپا از مصالح شکل‌پذیر و الاستو-پلاستیک کامل ساخته شده است. جرم مخصوص و مدول الاستیسیته‌ی مصالح به ترتیب برابر است با 2700 kg/m^3 و 210 GPa . میانگین و ضریب تغییرات تنش تسلیم اعضای خرپا نیز به ترتیب برابر است با $27/6 \text{ kN/cm}^2$ و $0/05$. در جدول (۵-۱۶) مختصات نقاط گرهی خرپا آورده شده است. پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپا را نیز می‌توان از جدول (۵-۱۷) به‌دست آورد.



شکل (۵-۱۷) خرپای فضایی ۲۵ میله‌ای نامعین استاتیکی

جدول (۵-۱۶) مختصات نقاط گرهی خرپای نمایش داده شده در شکل (۵-۱۷)

شماره‌ی گره	x_i (cm)	y_i (cm)	z_i (cm)
۱	-۹۵/۲۵	۰	۵۰۸
۲	۹۵/۲۵	۰	۵۰۸
۳	-۹۵/۲۵	۹۵/۲۵	۲۵۴
۴	۹۵/۲۵	۹۵/۲۵	۲۵۴
۵	۹۵/۲۵	-۹۵/۲۵	۲۵۴
۶	-۹۵/۲۵	-۹۵/۲۵	۲۵۴
۷	-۲۵۴	۲۵۴	۰
۸	۲۵۴	۲۵۴	۰
۹	۲۵۴	-۲۵۴	۰
۱۰	-۲۵۴	-۲۵۴	۰

جدول (۵-۱۷) پارامترهای توزیع بارهای وارد بر خرپای مثال (۵-۸)

بار	میانگین بار (kN)	ضریب تغییرات بار
L_1	۸۸/۹	۰/۲
L_2	۲۲/۶	۰/۲

سطح مقطع اعضای خرپا ($A_1, A_2, \dots, A_{24}, A_{25}$) را به عنوان متغیرهای طراحی مسأله در نظر

می‌گیریم. این متغیرهای طراحی عبارتند از:

$$\{A_1, A_2 = A_5, A_3 = A_4, A_6 = A_9, A_7 = A_8, A_{10} = A_{11}, A_{12} = A_{13}, A_{14} = A_{17}, \\ A_{15} = A_{16}, A_{18} = A_{21}, A_{19} = A_{20}, A_{22} = A_{25}, A_{23} = A_{24}\}$$

به این ترتیب، در این مثال با ۱۳ متغیر طراحی روبه‌رو خواهیم بود. مجموعه‌ی مقاطع موجود برای متغیرهای طراحی سطح مقطع ($\{S\}$) عبارت است از:

$$S = \{(1 + 0.08i) ; i = 0, 1, \dots, 127\} \text{ cm}^2$$

درجه‌ی نامعینی استاتیکی این خرپا برابر با ۷ است. این درجه‌ی نامعینی استاتیکی نسبتاً بزرگ باعث شده است که تعداد مسیرهای خرابی بالقوه‌ی سازه بسیار زیاد (بیش از ۴/۳۶ میلیارد) باشد. بنابراین، مدت زمان اجرای برنامه در این مثال بسیار طولانی خواهد بود. برای کاهش زمان اجرای برنامه، مقدار پارامتر δ را برابر با ۳ در نظر می‌گیریم. (هنگامی که مقادیر بزرگتری برای پارامتر δ در نظر گرفته می‌شد، زمان اجرای برنامه آنقدر طولانی می‌شد که عملاً بهینه‌یابی سازه غیر ممکن می‌نمود.)

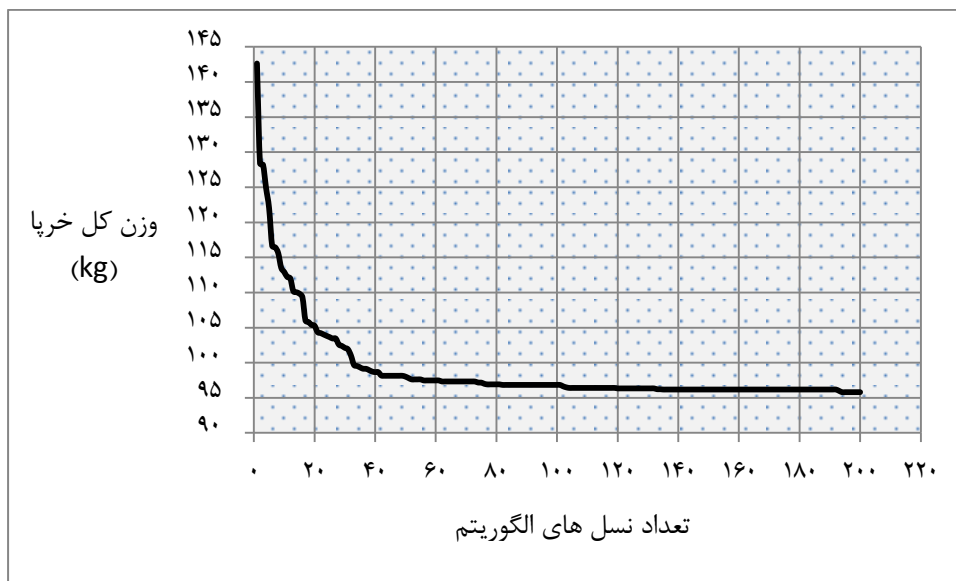
در جدول (۵-۱۸) مقدار سطح مقطع اعضای خرپای بهینه، وزن کل خرپای بهینه (W) و احتمال خرابی کل سازه (P_{fp}) آورده شده است. نتایج به‌دست آمده با نتایج مراجع [۱۶ و ۱۰۰] مقایسه شده است. در این مراجع فرض شده است که احتمال خرابی کل سازه برابر است با مجموع احتمال خرابی تک تک اعضای سازه. به بیان دیگر، در این مراجع با این سازه‌ی نامعین استاتیکی شبیه به یک سازه‌ی معین استاتیکی رفتار شده است. این فرض موجب می‌شود که احتمال خرابی

سازه به صورت دست بالا تخمین زده شود. هرچه احتمال خرابی سازه بزرگتر تخمین زده شود، وزن سازه‌ی به دست آمده از عملیات بهینه‌یابی نیز افزایش خواهد یافت.

سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک مربوط به این سازه در شکل (۵-۱۸) نمایش داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که طی عملیات بهینه‌یابی، وزن کل سازه‌ی خرابی از مقدار $142/63 \text{ kg}$ در نسل اول الگوریتم به مقدار $95/81 \text{ kg}$ در نسل دویستم الگوریتم رسیده است.

جدول (۵-۱۸) نتایج حاصل از بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرابی مثال (۵-۸)

متغیر طراحی	این پژوهش	مرجع [۱۶] (احتمال خرابی اعضا یکسان است)	مرجع [۱۰۰] (متغیرهای طراحی پیوسته)	مرجع [۱۰۰] (متغیرهای طراحی گسسته)
$A_1 (cm^2)$	۴/۶۸	۴/۳۶	۴/۳۸۷	۶/۹۰
$A_7 = A_8 (cm^2)$	۵	۴/۵۶	۴/۵۸۸	۵/۱۵
$A_7 = A_8 (cm^2)$	۷	۷/۴۷	۷/۴۵۰	۶/۹۰
$A_6 = A_9 (cm^2)$	۴/۶	۲/۳۹	۴/۳۷۶	۵/۶۸
$A_7 = A_8 (cm^2)$	۷/۲۴	۷/۵۲	۷/۴۹۶	۹/۵۴
$A_{10} = A_{11} (cm^2)$	۱/۷۲	۱/۵۱	۲/۲۰۴	۶/۹۰
$A_{12} = A_{13} (cm^2)$	۱/۸۸	۱/۷۷	۱/۷۷۸	۳/۱۸
$A_{14} = A_{15} (cm^2)$	۴/۶	۴/۸۸	۴/۶۰۰	۳/۱۸
$A_{16} = A_{17} (cm^2)$	۲/۱۲	۱/۸۹	۲/۱۷۹	۴/۳۱
$A_{18} = A_{19} (cm^2)$	۱/۷۲	۱/۷۸	۱/۸۱۰	۲/۷۹
$A_{19} = A_{20} (cm^2)$	۲/۸۴	۲/۶۳	۲/۵۹۵	۲/۰۶
$A_{22} = A_{25} (cm^2)$	۴/۷۶	۴/۸۹	۴/۹۳۳	۶/۹۰
$A_{22} = A_{25} (cm^2)$	۷/۷۲	۷/۶۶	۷/۴۸۳	۹/۵۴
$w (kg)$	۹۵/۸۱	۹۷/۸	۹۵/۸۱	۱۱۸/۷
احتمال خرابی کل خرپا	$9/93 \times 10^{-6}$	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}
P_{fp}^{max}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}



شکل (۱۸-۵) نمودار سیر همگرایی الگوریتم ژنتیک در مثال (۸-۵)

فصل ششم
نتایج و پیشنهادات

هدف از این پژوهش ارائه‌ی چارچوبی برای بهینه‌یابی همزمان هندسه و سطح مقطع سازه‌های خرابایی است، به‌طوری که وزن کل سازه تحت قید احتمال خرابی سیستم سازه‌ای به کمترین مقدار ممکن خود برسد و افزون بر آن، تراز ایمنی سازه تا سطح مورد نظر افزایش داده شود. متغیرهای طراحی مسأله عبارتند از (۱) سطح مقطع اعضا، و (۲) مختصات نقاط گرهی خرپا. مقاومت اعضای خرپا و بارهای وارد بر آن به عنوان متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال در نظر گرفته شده‌اند. همبستگی آماری بین متغیرهای تصادفی مسأله نیز لحاظ شده است. اعضای خرپا را می‌توان به هر دو صورت شکل‌پذیر و شکننده در نظر گرفت. امکان شکست کمانشی اعضای فشاری نیز در نظر گرفته شده است. بهینه‌یابی با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام می‌شود. تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها بر اساس روش شاخه و کرانه انجام می‌شود. ارزیابی دقیق احتمال خرابی سیستم سازه‌ای کاری زمان‌بر و پیچیده است. به همین دلیل، در اکثر پژوهش‌های انجام‌شده، احتمال خرابی سیستم سازه‌ای به‌طور محافظه‌کارانه و بر اساس احتمال خرابی اعضا تخمین زده شده است.

در ادامه‌ی مطلب، مهم‌ترین نتایج به‌دست آمده از این پژوهش بیان شده و راهکارهایی برای کاهش طول زمان بهینه‌یابی خرپاها، بهبود نتایج بهینه‌یابی آن‌ها، و افزایش دقت تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها ارائه می‌شود.

۶-۲- نتایج پژوهش

برنامه‌ی بهینه‌یابی نوشته‌شده در این پژوهش را می‌توان به سه زیربرنامه‌ی عمده تقسیم کرد. این زیربرنامه‌ها عبارتند از (۱) برنامه‌ی الگوریتم ژنتیک، (۲) برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد سیستم، و (۳) برنامه‌ی تحلیل سازه‌ای خرپا. هر راهکاری که برای کاهش زمان اجرای برنامه‌ی بهینه‌یابی ارائه شود، خارج از این سه زیربرنامه نخواهد بود. راهکارهای مربوط به برنامه‌ی الگوریتم ژنتیک، برنامه‌ی

تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها، و برنامه‌ی تحلیل سازه‌ای خرپا را به ترتیب راهکارهای گروه اول، دوم و سوم می‌نامیم. این راهکارها به‌طور مفصل در بخش (۴-۵) از پایان‌نامه با عنوان «راهکارهای کاهش زمان اجرای برنامه و افزایش دقت محاسبات» ارائه شده‌اند.

۶-۲-۱- نتایج راهکار گروه اول

راهکار گروه اول با هدف جلوگیری از ارزیابی و تحلیل مجدد طرح‌های تکراری موجود در نسل‌های الگوریتم ژنتیک پیشنهاد شده است. یادآوری می‌شود که سازوکار این راهکار به این صورت است که در صورت مواجه شدن با یک طرح تکراری (طرحی که مشابه آن در نسل یا نسل‌های قبلی الگوریتم تولید شده است)، برنامه به ارزیابی و تحلیل مجدد آن نمی‌پردازد و به جای آن، مستقیماً از نتایج ذخیره‌شده‌ی مربوط به این طرح استفاده می‌کند. با پیش رفتن عملیات بهینه‌یابی و افزایش تعداد نسل‌ها، الگوریتم معمولاً به همگرایی نزدیکتر شده و جستجو در ناحیه‌ی کوچکتري از فضای طراحی مسأله انجام می‌شود. همچنین، با افزایش تعداد نسل‌ها، تعداد طرح‌های غیر تکراری ارزیابی‌شده نیز بیشتر می‌شود. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش تعداد نسل‌های الگوریتم ژنتیک، احتمال روبه‌رو شدن با کروموزوم‌های تکراری نیز بیشتر خواهد شد. بنابراین، این راهکار بدون تردید طول زمان اجرای برنامه‌ی بهینه‌یابی سازه را به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد.

۶-۲-۲- نتایج راهکار گروه دوم

راهکار گروه دوم با هدف کاهش زمان تحلیل قابلیت اعتماد خرپا و افزایش دقت محاسبات تحلیل قابلیت اعتماد خرپا پیشنهاد شده است. مجدداً این راهکار را به‌طور مختصر شرح می‌دهیم.

حالتی را در نظر بگیرید که در مرحله‌ی p -ام تشکیل مسیرهای خرابی یک خرپا، تعداد m مسیر خرابی جدید از یکی از مسیرهای خرابی منشعب شده است. به مسیر خرابی‌ای که این m انشعاب از آن انجام شده است، مسیر سرشاخه گفته می‌شود. به هر یک از این m مسیر خرابی منشعب نیز یک مسیر خرابی زیرشاخه گفته می‌شود. تک تک مسیرهای خرابی زیرشاخه زیرمجموعه‌ی مسیر سرشاخه‌ی خود هستند. زیرا کرانه‌های بالایی و پایینی ارائه‌شده در روابط (۲-۸۷) و (۲-۸۸)، توابعی غیر صعودی از طول مسیر خرابی هستند. یعنی با افزوده شدن یک عضو جدید به یک مسیر خرابی معین، کرانه‌های بالایی و پایینی احتمال مسیر خرابی مفروض افزایش نمی‌یابد. بنابراین، کرانه‌ی بالایی احتمال هر یک از مسیرهای خرابی زیرشاخه کوچکتر از یا مساوی با کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر سرشاخه خواهد بود. در حالت کلی، اجتماع مسیرهای خرابی منشعب از یک مسیر خرابی مشترک (مسیرهای خرابی زیرشاخه) نیز باید زیرمجموعه‌ی مسیر خرابی مشترک (مسیر سرشاخه) باشد. بنابراین، احتمال اجتماع مسیرهای خرابی زیرشاخه نیز باید کوچکتر از احتمال مسیر سرشاخه باشد. همانطور که پیش‌تر اشاره شد، در این پژوهش، کرانه‌ی بالایی و کرانه‌ی پایینی احتمال خرابی کل سازه بر اساس روش کرنل تخمین زده شده‌اند. در روش کرنل، همبستگی آماری واقعی میان مسیرهای خرابی زیرشاخه در نظر گرفته نمی‌شود. به این ترتیب، احتمال اجتماع مسیرهای خرابی زیرشاخه بر اساس روش کرنل برابر خواهد بود با مجموع احتمال تک تک مسیرهای خرابی زیر شاخه. این در حالی است که مسیرهای خرابی زیرشاخه عموماً همبستگی آماری بالایی با یکدیگر دارند. بنابراین، در صورت استفاده از روش کرنل، احتمال اجتماع مسیرهای خرابی زیرشاخه خیلی دست بالا و محافظه‌کارانه تخمین زده خواهد شد. بنابراین ممکن است حین اجرای برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین، مخصوصاً خرپاهای با درجه‌ی نامعینی استاتیکی بالا، حالتی رخ دهد که مجموع کرانه‌ی بالایی احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه بزرگتر از کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر سرشاخه‌ی آن‌ها شود. اگر برنامه به همین شکل ادامه بیابد و راهی اندیشیده نشود، کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل سازه به صورت اشتباه و بسیار محافظه‌کارانه تخمین زده خواهد شد.

در این پژوهش، راهکاری برای این حالت اندیشیده شده است. سازوکار این راهکار به این شکل است که در صورت پیش آمدن حالت بیان شده، برنامه تمام مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی مورد نظر و احتمال‌های آن‌ها را حذف می‌کند و به جای آن‌ها، مسیر سرشاخه‌ی آن‌ها را به عنوان یکی از مسیرهای خرابی کامل در نظر می‌گیرد. (منظور از حالت بیان شده حالتی است که مجموع کرانه‌ی بالایی احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه بزرگتر از کرانه‌ی بالایی احتمال مسیر سرشاخه‌ی آن‌ها می‌شود.) احتمال این مسیر خرابی برابر خواهد بود با مجموع احتمال مسیرهای خرابی زیرشاخه‌ی آن. سپس، برنامه سراغ مسیر سرشاخه‌ی بعدی می‌رود و عملیات شاخه و کرانه ادامه می‌یابد. استفاده از این راهکار نتایج مفید و ارزشمندی دارد. این نتایج را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

(۱) کاستن از طول زمان اجرای برنامه‌ی تحلیل قابلیت اعتماد خرپا

(۲) جلوگیری از تخمین اشتباه کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل خرپا

(۳) کاستن از کرانه‌ی بالایی احتمال خرابی کل خرپا

(۴) ارزیابی دقیق قابلیت اعتماد خرپا

(۵) کاستن از وزن کل طرح بهینه‌ی خرپا

۶-۲-۳- نتایج راهکارهای گروه سوم

راهکارهای گروه سوم مربوط هستند به برنامه‌ی تحلیل سازه‌ای خرپا. بخش قابل توجهی از زمان اجرای برنامه‌ی بهینه‌یابی یک سازه‌ی خرپایی اختصاص دارد به تحلیل سازه‌ای طرح‌های تولیدشده. در صورت ارائه‌ی راهکار یا راهکارهایی برای کاهش طول زمان تحلیل سازه‌ای یک خرپا، طول زمان اجرای برنامه‌ی بهینه‌یابی خرپای مفروض نیز به شکل چشم‌گیری کاهش خواهد یافت. در این پژوهش، دو راهکار برای کاهش طول زمان تحلیل سازه‌ای خرپا ارائه شده است. اولین راهکار مربوط است به روش ذخیره‌سازی ماتریس سختی کل خرپا. در این پژوهش، به‌جای استفاده از روش

سختی مستقیم، از روش ذخیره‌سازی نواری برای ذخیره‌سازی ماتریس سختی کل خرپا استفاده شده است. از خاصیت تقارن ماتریس سختی کل خرپا نیز استفاده شده و بر اساس آن، نیمی از ماتریس سختی کل خرپا ذخیره شده است. به ماتریس به‌دست آمده ماتریس نیم‌نواری¹ گفته می‌شود. استفاده از خاصیت تقارن ماتریس سختی کل خرپا و روش ذخیره‌سازی نواری ماتریس سختی کل خرپا باعث کاهش ابعاد ماتریس سختی خرپا (کاهش حجم اطلاعات ذخیره‌شده) و کاهش زمان و حجم محاسبات می‌شود. راهکار دوم مربوط است به روش حل دستگاه معادلات. در این پژوهش، به‌جای استفاده از روش حذفی گوس، از روش چولسکی برای حل دستگاه معادلات استفاده شده است. در روش چولسکی از تمام ویژگی‌های ماتریس سختی کل سازه مانند مثبت‌معین بودن و متقارن بودن استفاده می‌شود. این روش، نسبت به روش حذفی گوس، سرعت عمل خیلی بالاتری در حل دستگاه معادلات دارد. بنابراین، استفاده از این دو راهکار باعث افزایش سرعت عملیات بهینه‌یابی خرپاها خواهد شد.

۶-۲-۴- نتایج کلی پژوهش

از این پژوهش می‌توان نتایج زیر را به‌دست آورد:

- جنس مصالح خرپاهای نامعین استاتیکی بر نتایج تحلیل قابلیت اعتماد آن‌ها تأثیر می‌گذارد. احتمال خرابی خرپاهای نامعین استاتیکی تشکیل‌شده از اعضای شکننده، از احتمال خرابی همان خرپاها با اعضای شکل‌پذیر بزرگ‌تر است.
- نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای نامعین استاتیکی ساخته‌شده از مصالح شکننده، شبیه به نتایج تحلیل قابلیت اعتماد خرپاهای فاقد درجه‌ی نامعینی استاتیکی (خرپاهای معین استاتیکی) است. به

¹ Half-banded matrix

بیان دیگر، احتمال خرابی خرپاهای نامعین استاتیکی ساخته شده از مصالح شکننده تقریباً برابر است با مجموع احتمال خرابی اعضای آنها.

- جنس مصالح تشکیل دهنده خرپاهای معین استاتیکی بر نتایج تحلیل قابلیت اعتماد آنها بی تأثیر است.

- در مورد خرپاهای نامعین استاتیکی، بهینه‌یابی تحت قید قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای، در مقایسه با بهینه‌یابی تحت قید قابلیت اعتماد اعضا، منجر به تولید طرح‌های سبک‌تر و اقتصادی‌تری می‌شود.

- با استفاده از نتایج تحلیل قابلیت اعتماد سیستم سازه‌ای خرپایی می‌توانیم عضو یا اعضای ضعیف و در معرض خرابی آنها را شناسایی کرده و در صورت لزوم، آن عضو یا اعضا را تقویت کنیم.

- با استفاده از روش شاخه و کرانه می‌توان قابلیت اعتماد سازه‌های خرپایی را با دقت بالایی ارزیابی کرد. به وسیله‌ی این روش می‌توان عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای سازه‌ای و همبستگی آماری واقعی این پارامترها را در روند طراحی و تحلیل قابلیت اعتماد خرپاها وارد کرد. همچنین می‌توان خرپاهای نامعین استاتیکی را با توجه به برهم‌کنش اعضای آنها (بر اساس رویکرد سیستم سازه‌ای) طراحی کرد.

- به‌طور کلی، در نظر گرفتن امکان شکست کمانشی اعضای سازه‌های خرپایی بر نتایج تحلیل قابلیت اعتماد آنها تأثیر می‌گذارد.

- به‌طور کلی، افزایش ضریب تغییرات متغیرهای تصادفی بارهای اعمال شده بر سازه‌های خرپایی و مقاومت اعضای آنها سبب افزایش احتمال خرابی آنها می‌شود.

- در روش‌های مبتنی بر مسیر خرابی، برای ارزیابی قابلیت اعتماد یک سازه‌ی خرپایی، تعدادی از مسیرهای خرابی اصلی سازه‌ی مفروض شناسایی می‌شوند. در حالت کلی، افزایش تعداد این مسیرهای خرابی شناسایی شده لزوماً منجر به افزایش دقت محاسبات تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ی خرپایی مورد نظر نمی‌شود.

۳-۶- پیشنهادها

- در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک نسبتاً ساده‌ای استفاده شده است. با استفاده الگوریتم‌های ژنتیک پیشرفته یا سایر روش‌ها و الگوریتم‌های بهینه‌یابی ممکن است بتوان نتایج بهتری کسب کرد.
- در این پژوهش، کرانه‌ی بالایی و کرانه‌ی پایینی احتمال مدهای خرابی به ترتیب بر اساس روابط (۷۵-۲) و (۷۶-۲) تخمین زده شده‌اند. این روابط تنها بر اساس حاشیه‌ی ایمنی مرحله‌ی اول خرابی و مرحله‌ی کنونی خرابی نوشته شده است و حاشیه‌ی ایمنی سایر مراحل خرابی نقشی در تعیین مقدار این کرانه‌ها ندارد. در صورتی که از کرانه‌های دقیق‌تری برای تخمین احتمال مدهای خرابی خرابها استفاده شود، به‌طور حتم نتایج دقیق‌تری به‌دست خواهد آمد و سازه‌های سبکتر و اقتصادی‌تری طراحی خواهد شد. منظور از کرانه‌های دقیق‌تر کرانه‌هایی است که از تعداد بیشتری از حاشیه‌های ایمنی مراحل خرابی استفاده می‌کنند.
- در این پژوهش، همبستگی آماری میان مقاومت اعضای خرپا و بارهای وارد بر آن در نظر گرفته نشده است. اگر این همبستگی را نیز وارد روند تحلیل، طراحی و بهینه‌یابی خرپاها کنیم، می‌توانیم انتظار دست‌یابی به نتایجی دقیق‌تر و واقعی‌تر را داشته باشیم.
- در این پژوهش، خرپاها بر اساس رویکرد مبتنی بر شاخص قابلیت اعتماد^۱ بهینه شده‌اند. در صورتی که بهینه‌یابی خرپاها بر اساس رویکرد مبتنی بر عملکرد هدف^۲ انجام شود، امکان دارد نتایج بهتری به‌دست آید. رویکرد مبتنی بر عملکرد هدف، شرایط اقناع یک قید احتمالاتی را به‌وسیله‌ی علامت عملکرد هدف مشخص می‌کند. روند محاسبه‌ی عملکرد هدف، معکوس آن چیزی است که برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد انجام می‌شود.
- در این پژوهش از متغیرهای طراحی گسسته استفاده شد. اگر از متغیرهای طراحی پیوسته استفاده شود، به احتمال زیاد نتایج بهتری به‌دست خواهد آمد.

¹ Reliability-index-based approach

² Target-performance-based approach

- در این پژوهش فرض شده است که متغیرهای تصادفی بار و مقاومت دارای توزیع احتمالاتی نرمال هستند. در صورتی که از سایر توزیع‌های احتمالاتی نیز استفاده شود، نتایج جامع‌تری به دست خواهد آمد.
- در این پژوهش، در بیشتر موارد، همبستگی آماری واقعی میان مدهای خرابی در نظر گرفته نشده است. اگر ضریب همبستگی واقعی میان مدهای خرابی سازه در نظر گرفته شود، انتظار می‌رود نتایج دقیق‌تری به دست آید.

فصل هفتم
مراجع

[1] Gordon J.E.; **Structures: Or Why Things Don't Fall Down**, 1st ed., 1st published, Penguin Books, Great Britain, 1978.

[2] Christensen P.W., Klabring A.; **An Introduction to Structural Optimization**, 1st ed., Springer Science & Business Media, Netherlands, 2009.

[۳] منصوریان پ.؛ رساله‌ی دکتری: بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی با استفاده از الگوریتم ژنتیک
تعمیم‌یافته تحت قید قابلیت اعتماد اعضا و کل سازه، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه
شاهرود، ۱۳۹۰.

[4] Kress G., Keller D.; Lecture notes: **Structural Optimization**, Centre of Structure Technologies, ETH Zurich, Zurich, Switzerland, 2007.

[5] Eschenauer H., Olhoff N., Schnell W.; **Applied Structural Mechanics: Fundamentals of Elasticity, Load-Bearing Structures, Structural Optimization**, 1st ed., Springer, Berlin, 1997.

[6] Spall J.C.; **Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control**, 1st ed., John Wiley & Sons, New Jersey, 2003.

[7] Muller S.D.; **Bio-Inspired Optimization Algorithms for Engineering Applications**, Shaker Verlag GmbH, Germany, 2002.

[8] Holland J.H.; **Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence**, The University of Michigan Press, Michigan, 1975.

[9] Goldberg D.E.; **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**, 1st ed., Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1989.

[10] Hajela P.; **Stochastic Search in Structural Optimization: Genetic Algorithms and Simulated Annealing**, PP. 611-637, In: **Structural optimization: status and promise**, Kamat (ed.), American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, D.C., 1992.

[11] Fogel L.J.; **Biotechnology: Concepts and Applications**, Prentice-Hall, New Jersey, 1963.

- [12] Fogel D.B.; **Evolving Artificial Intelligence**, Ph.D. Thesis, University of California, California, 1992.
- [13] Rechenberg I.; **Evolutionsstrategie: Optimierung Technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution**, Ph.D. Thesis, Department of Process Engineering, Technical University of Berlin, 1971.
- [14] Back T.; **Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms**, 1st ed., Oxford University Press, New York, 1996.
- [15] Koza J.R.; **Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection**, The MIT Press, Massachusetts, 1992.
- [16] Thoft-Christensen P., Murotsu Y.; **Application of Structural Systems Reliability Theory**, 1st ed., Springer, Berlin, 1986.
- [17] Ditlevsen O.; **Narrow Reliability Bounds for Structural Systems**, Journal of Structural Mechanics, Vol. 7, Iss. 4, PP. 453-472, 1979.
- [18] Kam T.Y., Corotis R.B., Rossow E.C.; **Reliability of Nonlinear Framed Structures**, Journal of Structural Engineering, Vol. 109, Iss. 7, PP. 1585-1601, 1983.
- [19] Lin T.S., Corotis R.B.; **Reliability of Ductile Systems with Random Strengths**, Journal of Structural Engineering, Vol. 111, Iss. 6, PP. 1306-1325, 1985.
- [20] Nowak A.S., Collins K.R.; **Reliability of Structures**, McGraw-Hill Higher Education, Singapore, 2000.
- [21] Ang A.H.S., Tang W.H.; **Probability Concepts in Engineering Planning and Design**, Vol. 2: **Decision, Risk, and Reliability**, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [22] Grimmelt M.J., Schueller G.I.; **Benchmark Study on Methods to Determine Collapse Failure Probabilities of Redundant Structures**, Structural Safety, Vol. 1, Iss. 2, PP. 93-106, 1982-1983.
- [23] Schueller G.I., Stix R.; **A Critical Appraisal of Methods to Determine Failure Probabilities**, Structural Safety, Vol. 4, Iss. 4, PP. 293-309, 1987.
- [24] Park S., Choi S., Sikorski C., Stubbs N.; **Efficient Method for Calculation of System Reliability of a Complex Structure**, International Journal of Solids and Structures, Vol. 41, Iss. 18-19, PP. 5035-5050, 2004.

- [25] Moses F., Stahl B.; **Reliability Analysis Format for Offshore Structures**, 10th Offshore Technology Conference, Houston, Texas, USA, 8-11 May 1978.
- [26] Ang A.H.S., Ma H.F.; **On the Reliability of Structural Systems**, 3rd International Conference on Structural Safety and Reliability, Trondheim, Norway, 23-25 June 1981.
- [27] Murotsu Y., Okada H., Taguchi K., Grimmelt M.J., Yonezaw M.; **Automatic Generation of Stochastically Dominant Failure Modes of Frame Structures**, Structural Safety, Vol. 2, Iss. 1, PP. 17-25, 1984.
- [28] Ranganathan R., Deshpande A.G., Taguchi K., Grimmelt M.J., Yonezaw M.; **Generation of Dominant Modes and Reliability Analysis of Frames**, Structural Safety, Vol. 4, Iss. 3, PP. 217-228, 1987.
- [29] Tung, A.T.Y., Kiremidjian, A.S., Taguchi K., Grimmelt M.J., Yonezaw M.; **Application of System Reliability Theory in the Seismic Analysis of Structures**, Earthquake Spectra, Vol. 8, Iss. 3, PP. 471-494, 1992.
- [30] Thoft-Christensen P.; **The β -unzipping Method**, Institute of Building Technology and Structural Engineering, University of Alborg, Denmark, Report No. 8207, 1982.
- [31] Thoft-Christensen P., Sorensen J.D.; **Calculation of Failure Probabilities of Ductile Structures by the β -unzipping Method**, Institute of Building Technology and Structural Engineering, University of Alborg, Denmark, Report No. 8208, 1982.
- [32] Thoft-Christensen P., Sorensen J.D.; **Reliability Analysis of Elasto-Plastic Structures**, 11th International Federation for Information Processing Conference, Copenhagen, Denmark, 25-29 July 1983.
- [33] Murotsu Y., Okada R., Niwa K., Miwa S.; **A New Method for Evaluating Lower and Upper Bounds of Failure Probability in Redundant Truss Structures**, Bulletin of University of Osaka Prefecture, Series A: Engineering and Natural Sciences, Vol. 28, No. 1, PP. 79-91, 1979.
- [34] Murotsu Y., Okada R., Niwa K., Miwa S.; **Reliability Analysis of Truss Structures by Using Matrix Method**, Journal of Mechanical Design, Vol. 102, No. 4, PP. 749-756, 1980.

- [35] Murotsu Y., Okada R., Niwa K., Miwa S.; **Reliability Analysis of Redundant Truss Structures**, PP. 81-93, In: **Stress Analysis and Failure Prevention Methods in Mechanical Design**, Milestone W.D. (ed.), ASME Publication, New York, 1980.
- [36] Murotsu Y., Okada R., Yonezawa M., Taguchi K.; **Reliability Assessment of Redundant Structures**, 3rd International Conference on Structural Safety and Reliability, Trondheim, Norway, 23-25 June 1981.
- [37] Murotsu Y.; **Reliability Analysis of Frame Structure through Automatic Generation of Failure Modes**, PP. 525-540, In: **Reliability Theory and Its Application in Structural and Soil Mechanics**, Thoft-Christensen P. (ed.), Springer, Netherlands, 1983.
- [38] Murotsu Y., Okada R., Yonezawa M., Kishi M.; **Identification of Stochastically Dominant Failure Modes in Frame Structure**, 4th International Conference of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, University of Florence, Italy, 13-17 June 1983.
- [39] Murotsu Y., Okada H., Matsuzaki S.; **Reliability Analysis of Frame Structure Under Combined Load Effects**, Structural Safety and Reliability, Vol. 1, PP. 117-128, 1985.
- [40] Murotsu Y.; **Combinatorial Properties of Identifying Dominant Failure Paths in Structural Systems**, Bulletin of University of Osaka Prefecture, Series A: Engineering and natural sciences, Vol. 32, No. 2, PP. 107-116, 1983.
- [41] Ditlevsen O., Bjerager P.; **Methods of Structural System Reliability**, Structural Safety, Vol. 3, Iss. 3-4, PP. 195-229, 1986.
- [42] Murotsu Y., Kishi M., Yonezawa M.; **On the Shape Optimization of Truss Structure Based on Reliability Concept**, Proceedings of the IUTAM Symposium on Structural Optimization, Melbourne, Australia, PP. 193-200, 9-13 Feb. 1988.
- [43] Kalatjari V., Kaveh A., Mansoorian P.; **System Reliability Assessment of Redundant Trusses Using Improved Algebraic Force Method and Artificial Intelligence**, Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing), Vol. 12, No. 4, PP. 523-550, 2011.

[44] Kalatjari V., Mansoorian P.; **Bi-level Reliability Based Optimization of Trusses via Competitive Distributed Genetic Algorithm**, 6th National Congress on Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran, 26-27 Apr. 2011.

[45] Kim D.S., Ok S.Y., Song J., Koh H.M.; **System Reliability Analysis Using Dominant Failure Modes Identified by Selective Searching Technique**, Reliability Engineering & System Safety, Vol. 119, PP. 316-331, 2013.

[46] Choy S.K., Grandhi R.V., Canfield R.A.; **Reliability-based Structural Design**, Springer, London, 2007.

[۴۷] کاوه، ع.، کلات‌جاری، و.ر.؛ نظریه‌ی قابلیت اعتماد و کاربرد آن در مهندسی سازه. چاپ اول، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ایران، ۱۳۷۳.

[48] Thoft-Christensen P., Baker M.J.; **Structural Reliability Theory and Its Applications**, 1st ed., Springer, Berlin, 1982.

[49] Sorensen J.D., Thoft-Christensen P.; **Model Uncertainty for Bilinear Hysteretic Systems**, 11th International Federation for Information Processing Conference, Copenhagen, Denmark, July 25-29 1983.

[50] Ditlevsen O.D., Madsen H.O.; **Structural Reliability Methods**, 1st ed., John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 1996.

[51] Barlow R.E.; **Engineering Reliability**, 1st ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, New York, 1998.

[52] Mayer M.; **Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen**, Springer, Berlin, 1926.

[53] Streletzki N.S.; **Statistical Basis for the Evaluation of the Structural Safety Factor**, Stroizdat: State Publishing House for Buildings, Moscow, 1947.

[54] Wierzbicki W.; **Safety of Structures as a Probabilistic Problem**, Technical Report, Warsaw, Poland, 1936.

[55] Freudenthal A.M.; **Safety and the Probability of Structural Failure**, Transaction of ASCE, Vol. 121, Paper 2843, PP. 1337-1375, 1956.

- [56] Cornell C.A.; **A Probability-based Structural Code**, ACI Journal, Vol. 66, PP. 974-985, 1969.
- [57] Hasofer A.M., Lind N.C.; **An Exact and Invariant First-Order Reliability Format**, Journal of Engineering Mechanical Division, Vol. 100, PP. 111-121, 1974.
- [58] Rackwitz R., Fiessler B.; **Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences**, Computers & Structures, Vol. 9, Iss. 5, PP. 489-494, 1978.
- [59] Augusti G., Baratta A., Casciati F.; **Probabilistic Methods in Structural Engineering**, Chapman and Hall, New York, 1984.
- [60] Madsen H.O., Krenk S., Lind N.C.; **Methods of Structural Safety**, Prentice Hall, New Jersey, 1985.
- [61] Melchers R.E., Tang L.K.; **Reliability of Structural Systems with Stochastically Dominant Modes**, Department of Civil Engineering, Monash University, Melbourne, Civil Engineering Research Report No. 2/1983, 1983.
- [62] Timoshenko S.P., Gere J.M.; **Theory of Elastic Stability**, 2nd ed., Dover Publications, New York, 2009.
- [63] Song B.F.; **A Numerical Integration Method for Computing Structural System Reliability**, Computers & Structures, Vol. 36, Iss. 1, PP. 65-70, 1990.
- [64] Murotsu Y.; **Development in Structural Systems Reliability Theory**, Nuclear Engineering and Design, Vol. 94, Iss. 2, PP. 101-114, 1986.
- [65] Rashedi M.R., Moses F.; **Identification of Failure Modes in System Reliability**, Journal of Structural Engineering, Vol. 114, Iss. 2, PP. 292-313, 1988.
- [66] Moses F., Rashedi M.R.; **The Application of System Reliability to Structural Safety**, 4th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Florence, Italy, 13-17 June, 1983.
- [67] Melchers R.E., Tang L.K.; **Dominant Failure Modes in Stochastic Structural Systems**, Structural Safety, Vol. 7, Iss. 2, PP. 127-143, 1984.
- [68] Moses F.; **Reliability of Structural Systems**, Journal of the Structural Division, Vol. 100, No. 9, PP. 1813-1820, 1974.

- [69] Cornell C.A.; **Bounds on the Reliability of Structural Systems**, Journal of the Structural Division, Vol. 93, No. 1, PP. 171-200, 1967.
- [70] Vanmarcke, E.H.; **Matrix Formulation for Reliability Analysis and Reliability-Based Design**, Computers & Structures, Vol. 3, Iss. 4, PP. 757-770, 1973.
- [71] Zhong W.Q., Zhao Y.G., Ang A.H.S.; **A Method for Computing Reliability Bound of Series Structural Systems**, 13th IFIP WG 7.5 Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems, Kobe, Japan, 11-14 Oct. 2006.
- [72] Feng Y.S.; **A Method for Computing Structural System Reliability with High Accuracy**, Computers & Structures, Vol. 33, Iss. 1, PP. 1-5, 1989.
- [73] Przemieniecki J.S.; **Theory of Matrix Structural Analysis**, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [74] Zienkiewicz O.C.; **The Finite Element Method in Engineering Science**, McGraw-Hill, New York, 1971.
- [75] Murotsu Y., Yonezawa M., Oba F., Niwa K.; **Method for Reliability Analysis of Structures**, PP. 3-21, In: **Advances in Reliability and Stress Analysis**, Bruns J.J. (ed.), ASME Publication, New York, 1979.
- [76] Hohenbichler M., Rackwitz R.; **First Order Concepts in System Reliability**, Structural Safety, Vol. 3, Iss. 1, PP. 177-188, 1982.
- [77] Parkash Rao D.S.; **Strength Of Materials: A Practical Approach**, Vol. 1, Sangam Books Ltd, London, 1999.
- [78] The Steel Construction Institute; **Steel Designer's Manual**, Davison B., Owens G.W. (eds.), 6th ed., Blackwell Science Ltd, Oxford, 2003.
- [79] Khurmi R.S., Gupta J.K.; **A Textbook of Machine Design**, 14th ed., Eurasia Publishing House, India, 2005.
- [80] McKenzie W.M.C.; **Examples in Structural Analysis**, 2th ed., CRC Press, Taylor & Francis Group, Florida, 2014.
- [81] Coley D.A.; **An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers**, World Scientific, New Jersey, 1999.

[۸۲] باوی ا.، صالحی م.؛ الگوریتم های ژنتیک و بهینه سازی سازه های مرکب، انتشارات عابد، چاپ دوم، تهران، ۱۳۸۹.

[۸۳] کلات جاری و.ر.؛ رساله‌ی دکتری: بهینه‌یابی خرپاها با استفاده از الگوریتم ژنتیکی و روش جبری نیروها، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۲.

[84] Gen M., Cheng R.; **Genetic Algorithms and Engineering Optimization**, 1st ed., John Wiley & Sons, New York, 2000.

[85] Cheng R., Gen M., Tsujimura Y.; **A Tutorial Survey of Job-shop Scheduling Problems Using Genetic Algorithms, Part I: Representation**, Computers & Industrial Engineering, Vol. 30, PP. 983-997, 1996.

[۸۶] علیرضا م.؛ مقدمه‌ای بر الگوریتم های ژنتیک و کاربردهای آن، انتشارات ناقوس، چاپ ششم، تهران، ۱۳۹۳.

[87] Wilde D.J.; **Globally Optimal Design**, John Wiley & Sons, New York, 1978.

[88] Rajeev S., Krishnamoorthy C.; **Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms**, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 5, PP. 1233-1250, 1992.

[89] Rajan S.; **Sizing, Shape, and Topology Optimizations of Roof Trusses Using Hybrid Genetic Algorithms**, Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No. 10, PP. 1480-1487, 1995.

[90] Erbatur F, Hasancebi O., Tutuncu I., Kilic H.; **Optimal Design of Planar and Space Structures with Genetic Algorithms**, Computers & Structures, Vol. 75, Iss. 2, PP. 209-224, 2000.

[۹۱] کلات جاری و.ر.؛ رساله‌ی دکتری: بهینه‌یابی خرپاها با استفاده از الگوریتم ژنتیکی و روش جبری نیروها، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۲.

[92] Mitchell M.; **An Introduction to Genetic Algorithms**, The MIT Press, Massachusetts, 1998.

- [93] Miller B.L., Goldberg D.E.; **Genetic Algorithms, Tournament Selection, and the Effects of Noise**, Complex Systems, Vol. 9, Iss. 3, PP. 1233-1250, 1995.
- [94] Goldberg D.E., Deb K., Thierens D.; **Toward a Better Understanding of Mixing in Genetic Algorithms**, Journal of the Society of Instruments and Control Engineers, Vol. 32, No. 1, PP. 10-16, 1993.
- [95] Bagchi T.P.; **Multiobjective Scheduling by Genetic Algorithms**, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 1999.
- [96] Bagchi T.P.; **An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems**, Ph.D. Thesis, Department of computer and communication sciences, University of Michigan, 1975.
- [97] Haupt R.L., Haupt S.E.; **Practical Genetic Algorithms**, 2nd ed., John Wiley & Sons, New Jersey, 2004.
- [98] Taha H.A.; **Integer Programming: Theory, Applications and Computations**, Academic Press, New York, 1975.
- [99] Nakib R., Frangopol D.M.; **RBSA and RBSA-OPT: Two Computer Programs for Structural System Reliability Analysis and Optimization**, Computers & Structures, Vol. 36, Iss. 1, PP. 13-27, 1990.
- [100] Togan V., Daloglu A.; **Optimum Design of a Truss System under the Constraint of Failure Probability**, ARI Bulletin of the Istanbul Technical University, Vol. 54, No. 5, PP. 8-19, 2005.

Abstract

In the last decades, the necessity of time and cost reduction in designing structures and economical consumption of their constituent materials has been felt increasingly. These necessities have given special importance to structural optimization problems. In the meantime, the optimal, rapid, safe, and economical design of truss structures -one of the most commonly used structures in construction industry- has received special attention. On the other hand, in most researches done, random nature of structural parameters such as load and resistance and their correlations have not been considered, and optimization has been done in a deterministic way. The goal of this research is to introduce a framework for simultaneous geometry and sizing optimization of truss structures, so that the total weight of structure obtains its minimum possible value under the structural reliability system constraint. In addition, this framework will increase the safety rating of structure to its target level. Using this framework, truss structures can be designed without applying simplifying assumptions and considering design code factors and requirements. Random nature of loads acting on structure and the resistance of its constituent materials are included in design process of structure by means of structural reliability theory. Also, use of structural reliability system constraint causes interactive effects of truss members to be considered in its designing. Structural system reliability analysis is done with branch and bound method – one of the failure-path-based methods. However, most researchers have estimated failure probability of structural system based on failure probability of members. This approach leads to undesirable and uneconomical results in optimization of structure. Usually, system reliability analysis of a large-scale truss is very complex and time-consuming. Therefore, in the absence of a practical solution, the optimization of trusses using system reliability constraint will be impractical. In this dissertation, we suggest strategies to improve results of branch and bound method and to reduce the time of system reliability analysis. Optimization is done by genetic algorithm method.

Keywords: Optimization of trusses, System reliability index, Branch and bound method, Genetic algorithm, Failure probability of structural system, The failure-path-based methods



University of Shahrood
Faculty of Civil Engineering

Reliability-based Size and Geometry
Optimization of Trusses Using Genetic Algorithm

Kiarash Biabani Hamedani

Supervisor:

Dr. Vahid Reza Kalatjari

September 2015