بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده: عمران و معماری

گروه مهندسی عمران – گرایش سازه‌های هیدرولیکی

مقایسه نتایج تحلیلی و مدل‌سازی عددی جریان آشفته روی برآمدگی کف کانال

دانشجو:

محمد صابری سیدآباد

استاد راهنما:

دکتر رامین امینی

استاد مشاور:

دکتر علی کیهانی

پایان‌نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

تیرماه۸۹

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: عمران و معماری

گروه مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای محمد صابری سیدآباد

تحت عنوان:

مقایسه نتایج تحلیلی و مدل‌سازی جریان آشفته روی برآمدگی کف کانال

در تاریخ۱۳۸۹/۴/۱۴ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه عالی مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما:	امضاء	اساتید مشاور:	امضاء
نام و نام خانوادگی: **دکتر رامین امینی**		نام و نام خانوادگی: **دکتر علی کیهانی**	

اساتید داور:	امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء
نام و نام خانوادگی: **دکتر احمد حمدی**		نام و نام خانوادگی: **مهندس عباس محمدی**	
نام و نام خانوادگی:**دکتر وحید کلاتجاری**			

تقدیم به پدر و مادر مهربانم

و

تقدیم به همسر دلسوز و فداکارم

و

تقدیم به دختر عزیزم ءسال

تشکر و قدردانی

در این مقام بایسته است از تلاش‌ها و زحمات بی‌دریغ استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر امینی که در تمام مدت انجام این پایان نامه با راهنمایی‌های سازنده مرا مورد لطف خود قرار دادند کمال تشکر و قدردانی را به عمل آورم.

تعهد نامه

اینجانب محمد صابری سیدآباد دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته سازه‌های هیدرولیک دانشکده عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه مقایسه نتایج تحلیلی و مدلسازی عددی جریان آشفته روی برآمدگی کف کانال تحت راهنمائی دکتر رامین امینی به عنوان استاد راهنما متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام <<دانشگاه صنعتی شاهرود>> و یا <<shahrood university of technology>> به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیر گذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ:

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

یکی از بحث‌های مهم در هیدرولیک کانال‌های باز، بررسی اثر یک برآمدگی در کف کانال است. زیرا اثراین پدیده درطراحی برخی تاسیسات اندازه‌گیری دبی، طراحی سرریزها وکنترل پرش هیدرولیکی بسیار مهم تلقی می شود. بیشتر جریانات سیالی موجود در طبیعت مانند جریان آب در رودخانه‌ها و کانال‌های باز دارای ماهیتی آشفته هستند. در این تحقیق شبیه‌سازی عددی جریان در یک کانال باز که دارای مانعی در کف کانال است با استفاده از روش حجم محدود[1] انجام شده است. در مدل‌های عددی استفاده شده، ازمعادلات ناویراستوکس متوسط گیری شده زمانی رینولدز[2] برای محاسبه میدان جریان، مدل‌های آشفتگی $k-\varepsilon, RNGk-\varepsilon, k-\omega$ و SST و RSM برای تعیین کمیتهای آشفتگی و نیز ازروش حجم سیال[3] برای تعیین موقعیت سطح آزاد سیال استفاده شده است.

در آخر برای صحت سنجی نتایج عددی، به حل سه مساله پرداخته شده است. در آزمون اول به بررسی پروفیل سطح آزاد و برخی رفتار جریان آشفته هنگام عبور از روی یک مانع نیمه استوانه‌ای چسبیده به کف کانال با استفاده ازشرایط مرزی متقارن برای دیواره های جلویی و عقبی مدل، مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ برای محاسبه پارامترهای آشفتگی و روش حجم سیال برای بررسی پروفیل سطح آب می‌پردازیم و در آخر نتایج را با نتایج تحلیلی مقایسه می‌کنیم. آزمون اول در واقع مجموعه بزرگی از مدلسازی‌ها با اعداد فرود متفاوت را شامل می‌شود که فقط نتایج آن به عنوان نمونه برای یک عدد فرود ارائه شده است.

در دو آزمون بعدی نتایج عددی جهت صحت سنجی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌شوند. در آزمون دوم، یک فلوم آزمایشگاهی با مقیاس یک به یک مدلسازی عددی شده که دارای یک مانع مستطیلی در کف فلوم می‌باشد و از انواع شرایط مرزی دیواره، متقارن، شرایط مرزی باز و شرایط

[1]) Finite Volume Method(FVM)

[2]) Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations(RANS)

[3]) Volume Of Fluid(VOF)

ورودی و خروجی به تناسب رفتار جریان به همراه مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ برای تعیین کمیت‌های آشفتگی و روش حجم سیال برای بررسی پروفیل سطح آزاد جریان و تابع دیوار بالارونده[1] برای مدل کردن رفتار جریان نزدیک دیواره، استفاده شده و جهت صحت‌سنجی و دقت نتایج عددی آنها را با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه می‌کنیم. در آزمون آخر نیز یک نمونه آزمایشگاهی دیگر با مقیاس یک به یک مدلسازی عددی شده است و علاوه بر شرایط موجود در آزمون دوم از مدل آشفتگی $k-\omega$ و تابع دیوارخودکار[2] نیز استفاده شده و برای صحت سنجی نتایج عددی حاصل با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

آزمون اول نشان داد که در نظر نگرفتن آشفتگی می‌تواند صحت نتایج را دچار مشکل نماید و دو آزمون بعدی حاکی از آن بودند که تطابق بسیار خوب و نزدیکی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی وجود دارد و کارهای عددی می‌توانند جایگزین مناسبی برای مدل‌ها و کارهای آزمایشگاهی در زمینه مدلسازی کانال‌های دارای برآمدگی در کف باشند.

کلمات کلیدی: مانع موجود در کف کانال،دینامیک سیالات محاسباتی، مدل‌های آشفتگی، روش حجم سیال

---

[1]) Scalable Wall Function

[2]) Automatic Near Wall Treatment

فهرست مطالب

فهرست اشکال

فهرست جداول

فصل اول

مقدمه و مروری برکلیات

در این فصل ابتدا مفاهیم اولیه و کلیات بکار رفته در این مطالعه و اهمیت این پدیده بطور خلاصه بررسی می‌شود.

۱-۱ کانال‌های باز

۱-۱-۱ هیدرولیک کانال‌های باز

جریان سیال در یک مجرا ممکن است به دو صورت تحت فشار و یا جریان آزاد صورت پذیرد و از این نظر می توان هیدرولیک مجاری را به هیدرولیک مجاری تحت فشار و هیدرولیک کانال‌های باز تقسیم کرد.

در کانال باز سیال در حرکت در تمامی مرزها در تماس با جدار جامد نمی‌باشد بلکه یک مرز جریان در تمام مسیر در معرض فشار اتمسفر قرار دارد و لایه جدایی محیط مایع با فضای اطراف در تعادل با این فشار ثابت عمل می‌کند. البته این نکته نباید از نظر دور بماند که یک مجرای بسته نیز می‌تواند بصورت کانال باز عمل کند که این امر مستلزم این است که جریان تعریف عمومی کانال باز را ارضا نماید و سطح آزاد آن در معرض فشار ثابت اتمسفر قرار گیرد.

درکانال های باز نسبت به مجاری تحت فشار وابستگی بیشتری بین پارامترهای هیدرولیکی جریان مشاهده می‌شود. به عنوان مثال در یک جریان تحت فشار، سرعت هنگامی تغییر می‌کند که مقطع جریان تغییر کند ولی سرعت در کانال باز، بستگی به شیب طولی کانال، زبری جدار مقطع، مساحت مقطع، شکل مقطع و سایر پارامترهای هیدرولیکی جریان دارد.

۱-۱-۲ وضعیت جریان در کانال باز

در جریان آب در کانالهای باز، نیروهای مختلفی نظیر نیروهای ثقل، لزجت، شتاب دهنده و کشش سطحی بر روی عناصر سیال تاثیر می‌گذارند که در این میان از تاثیر نیروی کشش سطحی در مسایل عملی مهندسی به علت ناچیز بودن آن صرفنظر می‌گردد. با توجه به اثرات نسبی نیروهای

لزجت و نیروی ثقل نسبت به نیروهای اینرسی وضعیت‌های متفاوتی از جریان در کانال ها مشاهده می شود که عبارتند از:

۱-جریان آرام (لایه ای)[۱]: در این حالت نیروهای لزجت قدرت بیشتری نسبت به نیروهای شتاب دهنده داشته و ذرات آب در راستای اصلی حرکت به آرامی بر روی هم می‌لغزند. در این جریان گرادیان سرعت و تنش برشی توسط قانون لزجت نیوتن به یکدیگر مرتبط می‌گردند.

۲-جریان آشفته[۲]: در این حالت نیروهای شتاب دهنده قدرت بیشتری نسبت به نیروهای لزجت دارند و ذرات آب از مسیر اصلی خود خارج شده و دارای حرکت پراکنده، غیر مشخص و نامنظم در عرض نیز می‌باشد. در جریان آشفته علاوه بر خاصیت لزجت مطلق باید انتظار داشت که حرکات پراکنده ذرات نیز در مقاومت جریان در مقابل تغییر شکل برشی تاثیر داشته باشد که در این رابطه از خاصیتی از جریان تحت عنوان لزجت گردابه‌ای نام برده می‌شود.

۳-جریان انتقالی[۳]: در جریان آب در کانال ها یک حالت حد واسط نیز مشاهده می‌شود که در این حالت جریان نه حالت آشفته دارد و نه حالت آرام و جریان براحتی قادر است از آشفته به آرام و یا بالعکس تبدیل گردد. این حالت از جریان را جریان انتقالی یا تبدیلی می گویند.

معیار طبقه بندی و تشخیص این سه وضعیت از جریان پارامتر بدون بعدی بنام عدد رینولدز می‌باشد که متناسب با نسبت نیروی شتاب دهنده به نیروی لزجت است و با رابطه زیر مشخص می شود:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho u R}{\mu} \qquad \text{۱-۱}$$

که در رابطه بالا Re و ρ و u و R و μ به ترتیب عبارتند از: عدد رینولدز وجرم حجمی و سرعت متوسط جریان و شعاع هیدرولیکی جریان و لزجت دینامیکی سیال، رابطه بالا برای کانال

---

[۱]) Laminar Flow

[۲]) Turbulent Flow

[۳]) Transient Flow

مستطیلی عریض بصورت زیر بیان می شود:

$$Re = \frac{\rho u y}{\mu} \qquad ۲-۱$$

در رابطه بالا y عمق نرمال جریان است. تقسیم‌بندی وضعیت‌های جریان در کانال‌های باز در جدول ۱-۱ ارائه شده است.

جدول ۱-۱ تقسیم بندی وضعیت جریان در کانال های باز با استفاده از عدد رینولدز

$Re > 2000$	$500 < Re < 2000$	$Re < 500$
جریان آشفته	جریان انتقالی	جریان آرام

۱-۱-۳ توزیع سرعت در کانال‌های باز

با توجه به تاثیر لزجت آب، وجود جداره‌ها و زبری آنها، وجود سطح آزاد آب و همچنین نامنظمی مقاطع، توزیع سرعت در کانال‌ها پیچیده و سه بعدی بوده و بدست آوردن یک رابطه کلی که بیانگر توزیع سرعت در کانال‌هایی با خصوصیات متفاوت باشد به سادگی میسر نمی‌باشد به عبارت دیگر، فرض ثابت بودن سرعت در مقطع جریان درست نبوده و با اندازه‌گیری سرعت طولی در چند نقطه از یک مقطع از جریان می‌توان منحنی‌های هم سرعت را در یک مقطع بدست آورده و ترسیم نمود. با توجه به منحنی‌های هم سرعت اندازه‌گیری شده در مقاطع مختلف می‌توان قضاوت‌های کلی زیر را در مورد توزیع سرعت در کانال‌های باز ارائه نمود:

-مقدار سرعت در جداره‌ها صفربوده و با دور شدن از جداره‌ها افزایش می‌یابد.

-گرادیان سرعت در مجاورت مرزها شدیدتر می باشد.

-سرعت ماکزیمم در هر مقطع قائم، در نزدیکی سطح آزاد آب اتفاق می‌افتد که علت اصلی آن تاثیر جریان‌های ثانویه ضعیف می‌باشد. جریان‌های ثانویه جریان‌هایی هستند که در صفحه مقطع

جریان و یا حول محوری عمود بر صفحه مقطع جریان بوجود می‌آیند.

- با توجه به این که در تحلیل بسیاری از مسایل کانال‌های باز و نیز اندازه گیری دبی جریان در آنها، توزیع سرعت در راستای اصلی جریان مدنظر می‌باشد و حتی در بیشتر موارد مهندسی هیدرولیک تحلیل جریان بر اساس سرعت متوسط در مقطع صورت می‌گیرد که به تجربه ثابت شده، سرعت متوسط از میانگین سرعت در اعماق $0.2y_0$ و $0.8y_0$ بدست می آید:

$$u_{mean} = \frac{u_{0.2y_0} + u_{0.8y_0}}{2} \qquad ۳-۱$$

۴-۱-۱ سرعت توسعه یافته

اگر بخواهیم در مرز ورودی جریان به کانال مبنا از توزیع سرعت یکنواخت استفاده کنیم مدل سازی حالت واقعی نخواهد یافت چرا که در واقعیت سرعت ها در کانال نسبت به عمق تغییر می‌کنند. اگر جریان را بصورت یکنواخت بداخل کانال هدایت کنیم سرعت ها در امتداد عمق شروع به تغییر می کنند و پس از گذشت مسافتی پروفیل سرعت در امتداد عمق ثابت می‌ماند و دیگر تغییر نمی‌یابد. به این پروفیل که در آن سرعت نسبت به مسافت تغییری ندارد پروفیل سرعت توسعه یافته می‌گویند و به مسافتی که طول می‌کشد تا جریان به حالت توسعه یافته برسد طول توسعه یافته می‌گویند. برای مدل‌سازی صحیح لازم است ورودی جریان به کانال مبنا بصورت سرعت توسعه یافته اعمال شودتا شبیه‌سازی عددی تشابه بیشتری با واقعیت داشته باشد. به همین منظور، ابتدا جریان را در یک کانال طولانی با همان مقطع کانال مبنا و بدون هیچ‌گونه مانع و برآمدگی هدایت می‌کنند تا پس از گذشت مسافتی پروفیل‌های سرعت عمودی تقریباً حالت ثابت و بدون تغییری بخود بگیرند و به این ترتیب پروفیل سرعت توسعه یافته و طول توسعه یافتگی بدست می آیند.

رانجا راجو و همکاران[۲۱] طول توسعه را در یک کانال مستطیلی مورد مطالعه قرار دادند و طول بینh ۱۰۰-۵۰ را برای این پارامتر ارائه کردند. لین و همکاران[۲۲] یک حداقل طولی برابر ۱۳۰h را برای رسیدن به پروفیل سرعت ثابت در یک جریان با سطح آزاد را پیشنهاد کردند. که h ارتفاع آب در

کانال می‌باشد در این مطالعات تنها پارامتری که در طول توسعه مطالعه شده است شعاع هیدورلیکی یا (ارتفاع آب) می باشد. در حالیکه به نظر می‌رسد نقش پارامترهای دیگری همچون سرعت، ارتفاع آب، عرض کانال و ضریب زبری کانال و عدد فرود نیز حائز اهمیت باشد. با این عمل طول کانال مدل اصلی بطور قابل ملاحظه‌ای کوچک‌تر و در نتیجه تعداد المان‌های محدوده محاسباتی کاهش یافته و نرم افزار باسرعت بیشتر و زمان کوتاه‌تری مساله را حل می‌کند.

۱-۲ مکانیک سیالات

۱-۲-۱ دینامیک سیالات محاسباتی

حل معادلات حاکم در مکانیک سیالات یکی از مطرح ترین مسایل در علوم و مهندسی است. عموماً معادلات حاکم در مکانیک سیالات یک مجموعه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای غیر خطی و وابسته را ایجاد می‌کنند که باید دریک قلمرو ناهموار با شرایط اولیه و مرزی مختلف حل شوند. در بیشتر موارد حل تحلیلی معادلات مکانیک سیالات بسیار محدود است که با اعمال شرایط مرزی، این محدودیت ها تنگ‌تر می‌شوند.

مکانیک سیالات تجربی می‌تواند اطلاعات مورد نیاز یک میدان جریان خاص را فراهم کند. در هر حال به علت محدودیت‌های تجهیزاتی، مانند اندازه نمونه‌های آزمایش و اندازه تونل باد و همچنین مشکلات ناشی از عدم تشابه کامل با میدان جریان واقعی، کسب اطلاعات آزمایشگاهی در بیشتر میدان‌های جریان غیرعملی است. به هر حال از نتایج آزمایشگاهی برای اثبات درستی حل معادلات ریاضی استفاده می‌شود. پس در طراحی، نتایج آزمایشگاهی و نتایج محاسباتی معادلات در کنار یکدیگر بکار می‌روند.

روشی که در سال های اخیر شهرت زیادی یافته، روش دینامیک سیالات محاسباتی است. البته تحلیل عددی برای سالیان دراز مطرح بوده است. در هر حال پیشرفت‌های بدست آمده در امر ساخت کامپیوترها که سبب افزایش حافظه و کارآیی شده، امکان حل معادلات مکانیک سیالات را با استفاده

از روش‌های عددی مختلف فراهم کرده است. این پیشرفت‌ها سبب معرفی روش‌های عددی جدیدتری شده‌اند. بر خلاف مکانیک سیالات تجربی، شرایط جریان و ابعاد و اندازه های آن به راحتی قابل تغییرند تا اهداف طراحی مختلفی را بتوان برآورده کرد.

جوابی که از چنین حل عددی حاصل می شود را پس از مقایسه با نتایج تجربی می‌توان مورد تایید قرار داد، اما پس از اینکه درستی چنین برنامه‌ای مورد تایید قرار گرفت از آن برنامه برای طراحی های مختلف می‌توان استفاده کرد، البته به این شرط که مساله در محدوده فرض‌های بکار رفته در آن برنامه قرار داشته باشد.

با توجه به توصیفات بالا می‌توان گفت که دینامیک سیالات محاسباتی عبارت است از تحلیل سیستمهای شامل جریان سیال، انتقال حرارت و پدیده‌های همراه نظیر واکنشهای شیمیایی، براساس شبیه‌سازی کامپیوتری. دینامیک سیالات محاسباتی روش بسیار توانایی می‌باشد، بطوری که طیف وسیعی از کاربردهای صنعتی و غیر صنعتی را در بر می‌گیرد. برخی مثال‌ها عبارتند از:

☑آئرودینامیک هواپیما و وسائط نقلیه

☑هیدرودینامیک کشتی ها

☑نیروگاه: احتراق در موتورها و توربین‌های گاز

☑توربوماشین: جریان داخل گذرگاه‌های دوار، پخش کننده‌ها و غیره

☑مهندسی برق و الکترونیک: خنک‌کاری دستگاه هایی که دارای مدارهای ریزند.

☑مهندسی فرآیندهای شیمیایی: اختلاط، جداسازی

☑محیط داخلی وخارجی ساختمان ها: بارگذاری باد و گرمایش وتهویه

☑مهندسی محیط زیست: توزیع آلودگی و جریان‌های گذرا

☑آب شناسی و اقیانوس: جریان‌های داخل رودخانه‌ها و اقیانوس‌ها

☑هواشناسی: پیش بینی هوا

☑مهندسی پزشکی: جریان خون در سرخرگ‌ها و سیاهرگ‌ها

از سال‌های ۱۹۶۰به بعد صنعت هوافضا روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی را در طراحی، تحقیق، توسعه وساخت موتورهای هواپیما و جت بکار گرفته است. اخیراً روش‌هایی برای طراحی موتورهای احتراق داخلی و محفظه‌های احتراق توربین‌های گاز و کوره‌ها بکار می‌رود. به علاوه، سازندگان موتورهای وسائط نقلیه همه روزه با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی نیروهای مقاوم ناشی از جریان هوا روی بدنه و محیط داخل اتومبیل را پیش بینی می‌کنند. لذا دینامیک سیالات محاسباتی بطور فزاینده‌ای بصورت یک جز اساسی در طراحی تولیدات صنعتی و فرآیندها درآمده است. دلیل اصلی اینکه چرا دینامیک سیالات محاسباتی به کندی پیشرفت کرده است، در حقیقت پیچیدگی‌های زیاد رفتاراساسی آن و عدم بحث جریان سیال دررابطه با مسائل اقتصادی و مقرون به صرفه بودن آن است. توضیح جریان که همزمان اقتصادی و کامل باشد و نیز وجود سخت افزارهای با عملکرد بسیار خوب محاسباتی و واسطه های با استفاده ساده، منتهی به رشد جالبی شده و دینامیک سیالات محاسباتی موفق شدکه در دهه ۱۹۹۰درحدگسترده‌تری وارد حوزه ارتباطات صنعتی شود.

دینامیک سیالات محاسباتی درطراحی سیستم‌های سیالاتی چند مزیت منحصر به فرد نسبت به روشهای تجربی دارا می باشد:

-کاهش اساسی در هزینه‌ها وقیمت طراحی‌های جدید

-توانایی مطالعه سیستم‌هایی که انجام آزمایشات کنترل شده روی آنها مشکل ویا غیرممکن می باشد.

-توانایی مطالعه سیستم ها، تحت شرایط تصادفی و بالاتر از حد معمول آنها

-عملاً سطح جزئیات نتایج نامحدود می‌باشد.

۱-۲-۲ یک برنامه دینامیک سیالات محاسباتی چگونه کار می کند؟

ساختاربرنامه‌های دینامیک سیالات محاسباتی روش عددی است، بطوری که مسائل جریان سیال با استفاده از این روش قابل حل می‌باشند. به منظور فراهم آمدن دسترسی آسان به توان حل

آنها، تمام بسته های نرم افزاری تجاری دینامیک سیالات محاسباتی شامل واسطه های کاربری پیچیده ای جهت ورود پارامترهای مسائل وتحلیل نتایج می‌باشند. از این رو تمام برنامه‌ها شامل سه جز اصلی می‌باشند:

۱-پیش پردازنده[۱] ۲-حل کننده[۲] ۳-پس پردازنده[۳]

۱-پیش پردازنده:

عبارت است از ورودی مساله جریان به یک برنامه دینامیک سیالات محاسباتی با استفاده از یک واسطه عملگر ساده و سپس تبدیل این ورودی به یک شکل مناسب برای استفاده توسط حل کننده. وظایف کاربر در مرحله پیش پردازنده عبارتند از:

- تعریف هندسه ناحیه مورد نظر: میدان محاسباتی.
- تولید شبکه یا تقسیم بخش‌های کوچک به نواحی کوچکتر، بدون همپوشانی(روی هم قرارگرفتن) زیر محدوده ها: شبکه(مش) سلول ها(حجم های کنترل یا عناصر).
- انتخاب مجموعه پدیده های فیزیکی و شیمیایی که باید مدل شوند.
- تعریف خواص سیال.
- تشخیص و تعریف شرایط مرزی لازم در سلول‌هایی که منطبق و یا درتماس با مرز محدوده می باشند.

حل یک مساله جریان (سرعت، فشار،دما و غیره) در گره‌های داخلی هر سلول صورت می‌گیرد. دقت مربوط به یک حل دینامیک سیالات محاسباتی از تعداد سلول‌های موجود در شبکه پیروی می کند.

---

۱) Preprocessing

۲) Solver

۳) Postprocessing

۲-حل کننده: در اینجا سه روش مجزا برای روش های حل عددی وجود دارد:

- اختلاف محدود[۱]
- عناصر محدود[۲]
- روش‌های طیفی[۳]

روش‌های اختلاف محدود: روش‌های اختلاف محدود مجهولات ϕ مساله جریان را با استفاده از همسایه‌های هر نقطه در نقاط گره مربوط به شبکه خطوط مختصات تعیین می‌کنند. اغلب از بسط های سری تیلور منقطع برای بدست آوردن تقریب‌های اختلاف محدود مشتقات ϕ درعبارات همسایه های نقطه ϕ در هر گره شبکه و در همسایه‌های آن استفاده می‌شود. بنابراین مشتقات ظاهر شده در معادلات حاکم توسط اختلاف محدود جایگذاری شده و یک معادله جبری برای مقادیر ϕ در هر نقطه از شبکه را می‌دهند. اسمیت[۴] یک مفهوم جامعی ازتمام جنبه‌های روش اختلاف محدود ارائه کرد.

روش عناصر محدود: در روش های عناصر محدود از توابع تکه ای ساده (خطی یا درجه دوم) که برای عناصر ارزش داشته باشد، به منظور شرح تغییرات محلی متغیرهای مجهول جریانϕاستفاده می‌شود. معادلات حاکم با استفاده از حل دقیق ϕ کاملاً ارضا می‌شوند. اگر توابع تقریب تکه ای برای ϕ در معادله جایگذاری شوند، معادله دقیقاً ارضا نخواهد شد و یک باقیمانده برای اندازه گیری خطاها تعریف می‌شود. سپس باقیمانده‌ها در برخی جهات توسط ضرب آنها در یک مجموعه‌ای از توابع وزنی وانتگرالی، به حداقل می‌رسند. در نتیجه ما یک مجموعه‌ای از معادلات جبری برای ضرایب مجهول توابع تقریب بدست می‌آوریم. تئوری عناصر محدود اولین بار برای تحلیل تنش سازه‌ای بیان شد. از جمله کارهای استاندارد ارائه شده برای کاربرد عناصر محدود در سیالات می توان زینکیویچ و تیلور[۵] را

---

۱) Finite Difference

۲) Finite Elements

۳) Spectrum Method

۴) Smith

۵) Zienkiewicz and Taylor

نام برد.

روش های طیفی: روش های طیفی مجهولات را با استفاده ازسری‌های قطع شده فوریه یا سری‌های چند جمله ای چبی شف[1] تقریب می‌زنند. بر خلاف روش اختلاف محدود یا عناصر محدود، تقریب ها محلی نیستند اما برای تمام ناحیه محاسباتی معتبر می‌باشند. در این روش، مجهولات در معادله حاکم حاصل از سری‌های قطع شده جایگذاری می‌شوند. تغییراتی که منجربه معادلات جبری برای ضرایب سری‌های فوریه و چبی شف می‌شود درحقیقت همان مفاهیم باقیمانده‌های وزنی درروش عناصر محدود و یا توابع تقریبی منطبق بر حل دقیق در تعدادی از نقاط شبکه را نتیجه می‌دهد.

۳-پس پردازنده: مانند پیش‌پردازنده، اخیراً مقدار زیادی از کار در محیط پس پردازنده صورت می‌گیرد. بدلیل افزایش تنوع نیازهای مهندسی، بسیاری از آنها دارای تواناییهای ترسیمی بالایی هستند. راهنمای بسته‌های دینامیک سیالات محاسباتی در حال حاضر با ابزارهای مجسم سازی مجهز شده‌اند که عبارتند از:

۱. نمایش هندسه و شبکه مساله
۲. ترسیمات بردار
۳. نمایش نتایج به صورت خطوط هم تراز[2]
۴. نمایش سطوح به صورت دو بعدی و سه بعدی
۵. مسیر حرکت ذره
۶. نمایش نتایج بصورت رنگی

اخیراً نتایج به صورت انیمیشن نیز ارائه می‌شودکه این امر باعث درک بهتر نتایج می‌گردد، همچنین ابزارهایی نیز برای انتقال داده‌ها فراهم آمده است که بدین وسیله می‌توان در خارج از برنامه نیز عملیات خاصی را بر روی نتایج انجام داد.

---

[1] Chebyshev

[2] Contour Lines

۱-۳ معادلات حاکم بر جریان سیال

معادلات حرکت سیال همگن براساس سه قانون بقای فیزیکی استوار است و از آنجا که در بیشتر کاربردهای مهندسی، مقدار متوسط کمیت قابل اندازه‌گیری در جریان سیال مورد نظر است، از فرض پیوستگی توزیع مواد استفاده می‌کنیم. این فرض محیط های پیوسته نامیده می‌شود و تا زمانی که کوچک‌ترین بعد فیزیکی، بسیار بزرگتر از فاصله آزاد مولکول‌ها باشد این فرض درست است. معادلات پایداری حرکت سیال در شکل دیفرانسیلی آن از قوانین زیر استخراج می‌شوند:

۱-قانون بقای جرم(پیوستگی) ۲- قانون بقای اندازه حرکت(مومنتم)

۳- قانون بقای انرژی

دستگاه معادلات بدست آمده را معادلات ناویر-استوکس می‌نامند، که به عنوان معادلات مدل و حاکم بر جریان سیال در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

این دستگاه معادلات در حالت کلی بصورت زیر بیان می‌شوند:

۱-معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.\left(\rho U\right) = 0 \qquad (۱-۴)$$

۲-معادله مومنتم:

$$\rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = -\nabla P + B + \mu \nabla^2 U \qquad (۱-۵)$$

که در معادلات بالا، U بردار سرعت، P بیانگر فشار، B نیروی حجمی و μ لزجت دینامیکی سیال می باشند و $\frac{D}{Dt}$ و ∇^2 دو اپراتور برداری هستند که به ترتیب بیانگر مشتق و لاپلاسین می‌باشند.

۱-۴ معادله انرژی

۱-۴-۱ معادله انرژی مخصوص

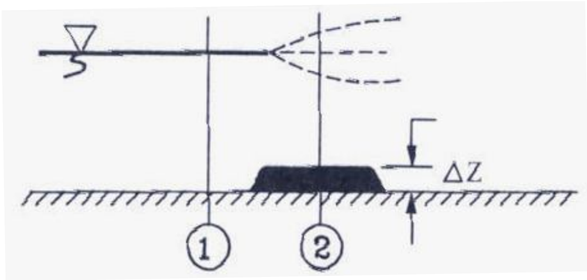
کاربرد وسیع معادله انرژی در تحلیل مسائل کانال‌های باز و از طرفی ضرورت تفسیر معادله در بسیاری از مواقع، استفاده از یک مفهوم قراردادی تحت عنوان (انرژی مخصوص[۱]) را ایجاب نموده که بدین طریق می‌توان با حذف یکی از عوامل موثر در انرژی کل، تحلیل مسایل مربوط را آسان‌تر نمود. از جمله مسایل خاص مورد بررسی در کانال‌ها، تغییر ارتفاع کف می باشد که خود می‌تواند در تحلیل جریان در تاسیسات اندازه‌گیری دبی در کانال‌های باز و همچنین سرریزها مورد استفاده قرار گیرد. با توجه به طبیعت مسائل تحلیلی از افت انرژی[۲] درطول کانال صرفنظر می‌شود.

۱-۴-۲ معادله انرژی برای یک کانال مستطیلی باز با برآمدگی در کف

چنانچه در کانالی با مقطع مستطیلی و عرض ثابت b جریان یکنواختی با دبی در واحد عرض q برقرار باشد و در مسیر کانال یک برآمدگی هموار با طول کوتاه (هموار بودن مسیر مانع ایجاد افت انرژی موضعی و کوتاه بودن مسیر باعث کاهش افت انرژی طولی می‌گردد. در هر حال برآمدگی باید دارای یک طول حداقل به منظور شکل‌گیری جریان موازی و پرهیز از انحنای جریان باشد تا بتوان از معادله انرژی به صورت زیر استفاده کرد.) و ارتفاع ثابت در سرتاسر عرض ایجاد گردد، در تحلیل جریان این سوال مطرح خواهد شد که تغییرات سطح آب و یا عمق جریان در حین رسیدن به این مانع چگونه خواهد شد.

[۱] Specific energy

[۲] Energy Loss



شکل ۱-۱ تصویر یک برآمدگی در کف کانال

با توجه به فرض عدم وجود افت انرژی در مسیر کوتاه بین دو مقطع، معادله انرژی با فرض شیب کم کانال به صورت زیر در می‌آید:

$$H_1 = H_2 \qquad ۶-۱$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta Z \qquad ۷-۱$$

از طرفی با استفاده از رابطه پیوستگی داریم:

$$V_1 y_1 b_1 = V_2 y_2 b_2 \qquad ۸-۱$$

و چون $b_1 = b_2$ بنابراین داریم:

$$V_1 y_1 = V_2 y_2 = q \qquad ۹-۱$$

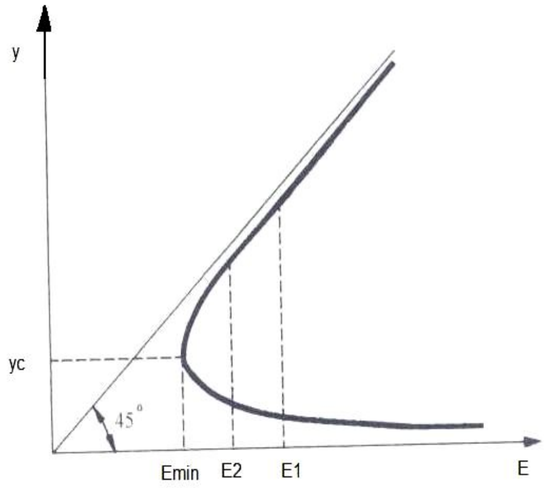
که در این رابطه: H_1 و H_2 مقدار انرژی کل (هد کل)، y_1 و y_2 عمق جریان، V_1 و V_2 سرعت جریان، ΔZارتفاع برآمدگی، b_1 و b_2 عرض مقطع کانال، g شتاب گرانش و q دبی در واحد عرض کانال می‌باشند. از ترکیب معادلات بالا رابطه زیر بدست می‌آید:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z \qquad ۱۰-۱$$

$$E_1 = E_2 + \Delta Z$$
$$E_2 = E_1 - \Delta Z \qquad (۱۱-۱)$$

در رابطه بالا E_1 و E_2 انرژی مخصوص نامیده می‌شوند.

این رابطه نشان می‌دهد که ضمن حرکت از مقطع ۱به مقطع ۲ انرژی مخصوص به اندازه ΔZ کاهش پیدا می‌کند. این کاهش انرژی بر روی منحنی $E - y$ نشان داده شده است.

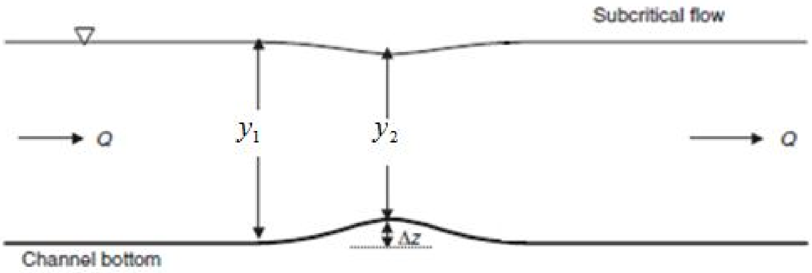


شکل ۱-۲ منحنی انرژی مخصوص برحسب عمق جریان

در اینجا حالات خاصی را که ممکن است پیش بیاید بررسی می‌کنیم:

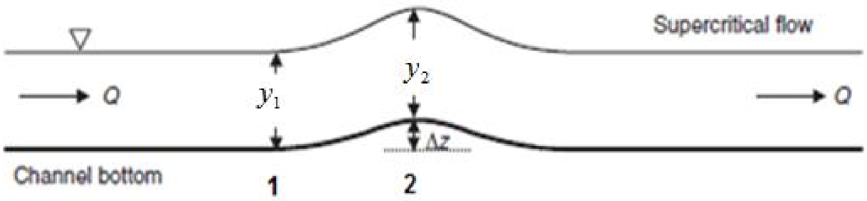
۱-اگر عمق y_1 قبل از برآمدگی زیربحرانی[۱] باشد مقدار y_2 کوچکتر از y_1 خواهد شد درنتیجه فاصله سطح آب در مقطع ۲ تا خط تراز انرژی از فاصله سطح آب در مقطع ۱ تا خط تراز انرژی بیشتر بوده و سطح آب پایین افتادگی خواهد داشت.

[۱]) Sub Critical



شکل ۱-۳ تصویر یک برآمدگی در کف کانال در وضعیت زیر بحرانی

۲-اگر وضعیت جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی[۱] باشد در این صورت مقدار y_2 بزرگتر از y_1 خواهد شد و این باعث بالاآمدگی در سطح آب می‌شود.

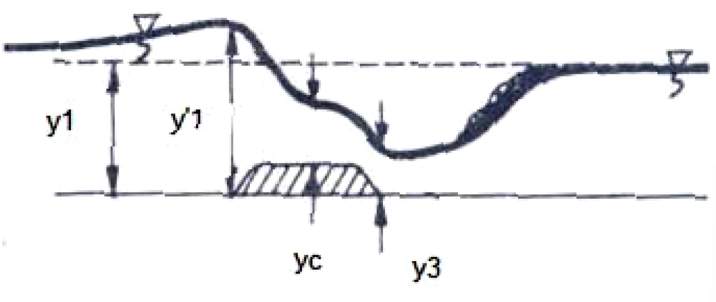


شکل ۱-۴ تصویر یک برآمدگی در کف کانال در وضعیت فوق بحرانی

۳-اگر جریان قبل از مانع زیربحرانی باشد ولی در روی مانع مقدار انرژی مخصوص کمتر از انرژی مخصوص حداقل گردد $E_2 < E_{min}$ در این صورت انعکاس اثر مانع به بالادست امکان‌پذیر است و جریان بالادست خود را با وجود مانع هماهنگ خواهد ساخت، به عبارت دیگر انرژی مخصوص در قبل از برآمدگی به مقداری افزایش خواهد یافت که عبور جریان از مقطع ۲ با حداقل انرژی مخصوص ممکن گردد، لذا در این حالت جریان بر روی برآمدگی در وضعیت بحرانی قرار دارد. به چنین حالتی اصطلاحاً وضعیت انسداد[۲] جریان می‌گویند.

[۱]) Super Critical

[۲]) Choke



شکل ۱-۵ وضعیت انسداد برای جریان زیر بحرانی

۴-در صورتی که جریان قبل از برآمدگی حالت فوق بحرانی داشته باشد و در روی مانع مقدار انرژی مخصوص کمتر از انرژی مخصوص حداقل گردد $E_2 < E_{\min}$ تغییر اجباری جریان در بالادست توام با پرش هیدرولیکی بوده و از آنجا که موقعیت دقیق پرش قبل از مانع و افت انرژی حاصل بدون مطالعه و مشاهده عینی جریان مشخص نمی باشد، نمی توان این وضعیت را از طریق معادله انرژی مورد بررسی قرار داد.

۱-۵مدل‌سازی عددی[۱]

موانع موجود در مسیر جریان سیال از عوامل مهم و تاثیرگذار در بررسی رفتار جریان می‌باشد. موانع و جداره‌ها به عنوان مهمترین منابع تولید آشفتگی به شمار می‌روند. چنانچه بخواهیم شبیه‌سازی عددی جریان اثر این پدیده‌ها را در نظر بگیرد، در ناحیه نزدیک جداره باید از شبکه‌بندی بسیار ریزی استفاده شود که مستلزم توان محاسباتی بسیار بالایی است. برای بررسی دقیق رفتار سازه‌های هیدرولیکی در بسیاری از مواقع مدل‌های فیزیکی از سازه مورد نظر،که همواره تحت تاثیر عامل مقیاس بوده و محدودیت‌هایی دارند، ساخته و آن را مورد آزمایش قرار می‌دهند که این خود متحمل هزینه‌های اقتصادی و زمانی قابل توجه است. ضمن اینکه اثر مقیاس بر روی نتایج خود از جمله مشکلاتی است که گریبان‌گیر مدل‌های فیزیکی است. از طرفی پایه اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی به حواس انسان منتهی می‌شود و ساختمان وسایل اندازه‌گیری نیز به علت دقت محدود انسان کامل

[۱]) Numerical Simulation

نیست، لذا اندازه‌گیری‌های حاصله هیچگاه به مقدار مطلق خود نمی‌رسند و این نواقص غیرقابل اجتناب می‌باشند. همچنین به کارگیری درست وسایل اندازه‌گیری بستگی به رعایت استانداردها در طراحی وسیله، انتخاب درست ابزارها، ساخت و نصب مناسب، کالیبراسیون, آنالیز دقیق داده‌ها دارد ولی بروز عوامل مختلف باعث ایجادخطا می‌شود. با پیشرفت قابل توجه کامپیوترهای امروزی روشهای عددی، قدرت بیشتری را برای حل مسائل پیچیده پیدا نموده‌اند.

برتری ویژه مدل‌های عددی، شبیه‌سازی مسئله با همان مقیاس واقعی می‌باشدکه همین امر باعث گردیده است که مدل‌های عددی رقیب سرسختی برای مدل‌های فیزیکی باشند و به زودی بتوانند جایگزین مناسبی برای آن‌ها شوند. با توجه به نیاز اجتناب ناپذیر تخمین سطح آزاد جریان در مسائل صنعتی و طبیعی، رشد روش‌های عددی در مسائل هیدرودینامیک جهت تخمین سطح آزاد بصورت قابل توجهی در حال گسترش است. از این رو در چند سال اخیر در این زمینه تحقیقات زیادی صورت گرفته است و روش‌های مختلفی برای تعیین سطح آزاد بکار گرفته شده است که در زمینه مدل‌های اولری می‌توان به روش حجم سیال اشاره کرد.

۱-۶ مروری بر مطالعات قبلی انجام گرفته در زمینه مدل‌سازی عددی جریان آب

مدل‌سازی‌های عددی که بر اساس معادلات ناویر- استوکس بنا شده باشند می‌توانند میدان جریان را با جزییات بسیار خوبی شبیه‌سازی کنند. تولید، انتقال و استهلاک آشفتگی نیز می‌تواند به خوبی و با بهره گرفتن از یک مدل آشفتگی مناسب شبیه‌سازی شود. همچنین شکل سطح آزاد در زمانهای مختلف می تواند با استفاده از الگوریتم های عددی مناسب برای جریانهای دارای سطح آزاد تخمین زده شود. در زمینه شبیه‌سازی‌های عددی کارهای زیادی انجام شده، که در این قسمت سعی بر این است تا به بخش مختصری از کارهای انجام گرفته در رابطه با کانال پرداخته شود. بدلیل پیشرفتهای صورت گرفته در زمینه تکنیکها و روشهای تجربی، تحقیقات تجربی توانسته‌اند در درک بهتر شبیه‌سازی‌های عددی نقش مهمی ایفا کنند. ازکارهای انجام شده دراین زمینه می‌توان به کار

AKHTARUZZAMAN Sarker and David G.Rhodes [۱] در زمینه مدل‌سازی سه بعدی پروفیل سطح آزاد جریان برای یک کانال آزمایشگاهی دارای یک سرریز مستطیلی و Latif Bouhadji [۲] که به شبیه سازی سه بعدی جریان عبوری از روی سرریز پرداخته و Hirt, C.W. and Nichols, B.D [۳] که روش حجم سیال را برای بدست آوردن پروفیل سطح آزاد جریان ارائه نمودند و[۲۳] Boyes, H. K. , Donohoo, که به تحلیل عددی جریان بر روی سرریزها می پردازد و آقای سید علی هاشمی جوان[۱۶] بررسی عددی شکست موج بر روی موج شکن مستغرق وآقای اسمعیلیان [۱۵] تحلیل جریان عبوری از روی مانع چسبیده به کف کانال وآقای علی اکبر مهران [۱۷] شبیه سازی عددی سه بعدی جریان های ساحلی در منطقه ساحلی پرداخته اند، اشاره نمود.

۱-۷ دیدگاه عددی مورد مطالعه

معادلات پایه این مطالعه، معادلات متوسط گیری شده زمانی ناویر – استوکس هستند که به روش حجم محدود گسسته شده‌اند که در کنار مدل‌های آشفتگی میدان سرعت و فشار وپارامترهای آشفتگی را محاسبه می‌نمایند و برای بررسی پروفیل سطح آزاد جریان از روش حجم سیال و برای شبیه سازی جریان نزدیک دیواره از توابع دیواره استفاده می‌کنیم. در ضمن برای حل همزمان سرعت و فشار الگوریتم‌های عددی خاص موجود در نرم افزارANSYS CFX را بکار می‌گیریم.

هدف اصلی از انجام این تحقیق، بررسی رفتار جریان آشفته هنگام عبور از روی مانع چسبیده به کف کانال است تا با مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود بتوانیم به دقت روش های عددی پی ببریم و با مشخص شدن صحت نتایج عددی بتوانیم از این روش‌ها بطور مطمئن در کارهای عملی مهندسی به عنوان جایگزینی مناسب و کم هزینه برای نتایج آزمایشگاهی استفاده نماییم.

فصل دوم

مدل‌سازی ریاضی جریان آشفته

۲-۱ مقدمه

از نیازهای اولیه برای طراحی انواع سازه‌های هیدرولیکی، تعیین نیروها و بارهای وارد بر آنها می‌باشد. این نیروها و ممانها یا بوسیله آزمایش و تجربه مشخص می‌شوند یا از طریق حل معادلات حاکم بر آنها با اعمال شرایط مرزی مناسب حاصل می‌شوند. با توجه به اینکه انجام آزمایش برای هر مسئله‌ای مقرون به صرفه نیست و از طرفی بدست آوردن حل دقیق برای معادلات حاکم تنها در حالت‌های ساده قابل انجام است، بنابراین گرایش به روشهای عددی برای حل جریان اطراف هندسه های مختلف مورد توجه قرار گرفته است. توسعه سریع ابزار محاسباتی باعث رونق گرفتن روشهای عددی شده است و به دینامیک سیالات محاسباتی به عنوان یکی از راهکارهای مهم در طراحی سازه های هیدرولیکی نگاه می‌شود. با توجه به اینکه ماهیت جریانات موجود در طبیعت لزج می‌باشد، برای در نظر گرفتن اثرات لزجت مانند اصطکاک روی سطح یا ضریب انتقال حرارت، معادلات کلی ناویر-استوکس یا فرم‌های ساده شده این معادلات باید در نظر گرفته شود.

از مشخصات این نوع جریانها، سه بعدی بودن و همچنین در بر گرفتن بازه وسیعی از مقیاسهای زمانی و طولی می‌باشد. یک روش معمول برای برای حل جریان آشفته حل معادلات متوسط گیری شده زمانی ناویر- استوکس است. مشکل این معادلات وجود یک سری تنشهای نامعلوم است که این عبارات نامشخص باید به طریقی بر حسب پارامترهای جریان متوسط و مشتقات آنها تخمین زده شوند و به نوعی مدل شوندکه اصطلاح مدلسازی جریان آشفته در این نوع حل مطرح می‌شود.

معادلات حاکم بر جریان سیال

حرکت هر سیال نیوتنی تراکم ناپذیر از طریق معادلات معروف ناویر- استوکس بیان می‌شود که این معادلات از قوانین بقای جرم و اندازه حرکت بدست آمده‌اند.

الف – معادله پیوستگی

معادله پیوستگی یا معادله بقای جرم در یک سیال به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i)=0 \qquad ۱-۲$$

که برای یک جریان تراکم ناپذیر به صورت زیر در می آید:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad ۲-۲$$

ب – معادله مومنتم

معادلات ناویر-استوکس، معادلات مومنتم حاکم بر جریان سیالات نیوتنی لزج می‌باشند که در حالت کلی بصورت زیر بیان می گردد:

$$\rho(\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j})=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+B_i+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k})\right] \qquad ۳-۲$$

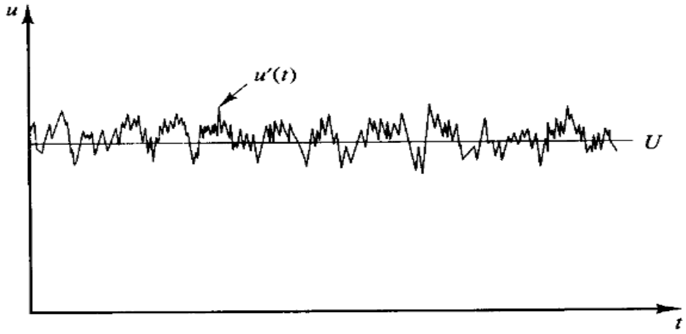
که در معادلات بالا، u_i مولفه بردار سرعت در راستای فضایی i، P بیانگر فشار، B_iنیروی حجمی در راستای i و μ لزجت دینامیکی سیال می‌باشند.

معمولاً می‌توان لزجت سیال را از داخل مشتق خارج نمود و در این بین تنها خطای اندک و قابل چشم پوشی بوجود می‌آید. برای یک جریان تراکم ناپذیر می‌توان معادله بالا را بصورت برداری زیر نشان داد:

$$\rho\frac{D\vec{U}}{Dt}=-\nabla P+B+\mu\nabla^2 U \qquad ۴-۲$$

که در این معادله U بردار سرعت و $\frac{D}{Dt}$و ∇^2دو اپراتور برداری هستند که به ترتیب بیانگر مشتق و لاپلاسین می باشند.

۲-۲ معادلات متوسط گیری شده زمانی ناویر-استوکس



شکل ۲-۱ اندازه گیری سرعت یک نقطه ای در جریان

معادلات ناویر استوکس در واقع بخش مهمی از معادلات هیدرودینامیک برای تشریح سرعت در میدان جریان به حساب می‌آیند. ابتدا در مورد معادلات ناویر استوکس و اجزای مختلف آن در فرم تانسوری توضیح داده خواهد شد. این معادلات نتیجه تعادل نیروها (قانون دوم نیوتن) روی حجم کنترل کوچک آب درجریان آرام می‌باشند. برای جریان آشفته، معمولا از روش میانگین رینولدز استفاده می شود. به طور اختصار اساس و مبنای این روش توضیح داده می‌شود و سپس معادله ناویر-استوکس در فرم تانسوری بیان خواهد شد. در واقع، هدف این معادلات، تعیین سرعت در موقعیت مورد نظر نسبت به زمان مطابق شکل(۲-۱) است. در این شکل که اساس روش رینولدز در حالت آشفته می‌باشد، سرعت به دو جزء $\overline{u}_i$ وجزء نوسانی u_i' تقسیم می‌شود. این دو جزء یعنی جزء متوسط و نوسانی سرعت در معادلات ناویر- استوکس به جای مولفه های سرعت قرار می گیرند. بعد از یک سری میانیابی و ساده سازی معادله ناویر - استوکس برای جریان آشفته به صورت زیر در می آید:

۲-۲-۱ معادله پیوستگی

$$u_i = \overline{u}_i + u'_i$$ ۲-۵

$$P = \overline{P}_i + P'_i$$ ۲-۶

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho' u'_i}) = 0$$ ۲-۷

که برای یک جریان تراکم ناپذیر معادله به صورت زیر در می آید:

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0$$ ۲-۸

۲-۲-۲ معادله مومنتم

برای جریانات آشفته متغیرهای سرعت و فشار بطور کامل وابسته به زمان می‌باشند، حال اگر بخواهیم آنها را بصورت دو جز متوسط و نوسانی در معادلات ناویر-استوکس بکار ببریم یک سری پارامترهای مجهول در معادله ظاهر می‌شود که به آنها در اصطلاح تنش‌های رینولدزی گفته می‌شود. با قرار دادن سرعت و فشار تفکیک شده در معادله ناویر-استوکس و ساده سازی آن، معادله بصورت زیر در می آید:

$$\rho\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}\right) = \overline{B}_i - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j}\right)$$ ۲-۹

تنها تفاوت معادله مومنتم حاصله با معادله مومنتم لحظه‌ای، ترم آخر سمت راست معادله بالایی است که به این ترم در اصطلاح تنش رینولدزی یا تنش آشفتگی گفته می‌شود.

۲-۲-۳ فرضیه بوزینیسک[۱]

این رابطه اساس و مبنای مفهوم لزجت گردابه‌ای است و بر این اصل بنا نهاده شده که مولفه های تنش رینولدزی متناسب با گرادیان‌های سرعت متوسط می‌باشد. این رابطه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$-\rho\overline{u_i'u_j'} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \qquad (۱۰\text{-}۲)$$

که در رابطه بالا S_{ij} تانسورنرخ کرنش متوسط[۲] است که بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (۱۱\text{-}۲)$$

با جاگذاری در رابطه بالا، رابطه بوزینیسک بصورت زیر ساده سازی می‌شود:

$$-\rho\overline{u_i'u_j'} = \mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \qquad (۱۲\text{-}۲)$$

که در روابط بالا S_{ij} نرخ کرنش متوسط و δ_{ij} دلتای کرونکر می باشد که بصورت زیر تعریف می شود :

$$\delta_{ij} = 1$$

$$\delta_{ij} = 0 \qquad (۱۳\text{-}۲)$$

۲-۳ مدل های آشفتگی

یک مدل آشفته ابزاری است برای تولید یک سری معادلات اضافی که به کمک آنها معادلات متوسط گیری شده ناویر-استوکس را می‌توان حل نمود. در نهایت با حذف مولفه‌های سرعت نوسانی در معادلات ناویر – استوکس و تبدیل آنها به یکسری گرادیان سرعت، مدل مفروض قادر خواهد بود اثر آشفتگی را نیز در محاسبات لحاظ نماید . هدف نهایی تمامی مدل های آشفتگی محاسبه تنش

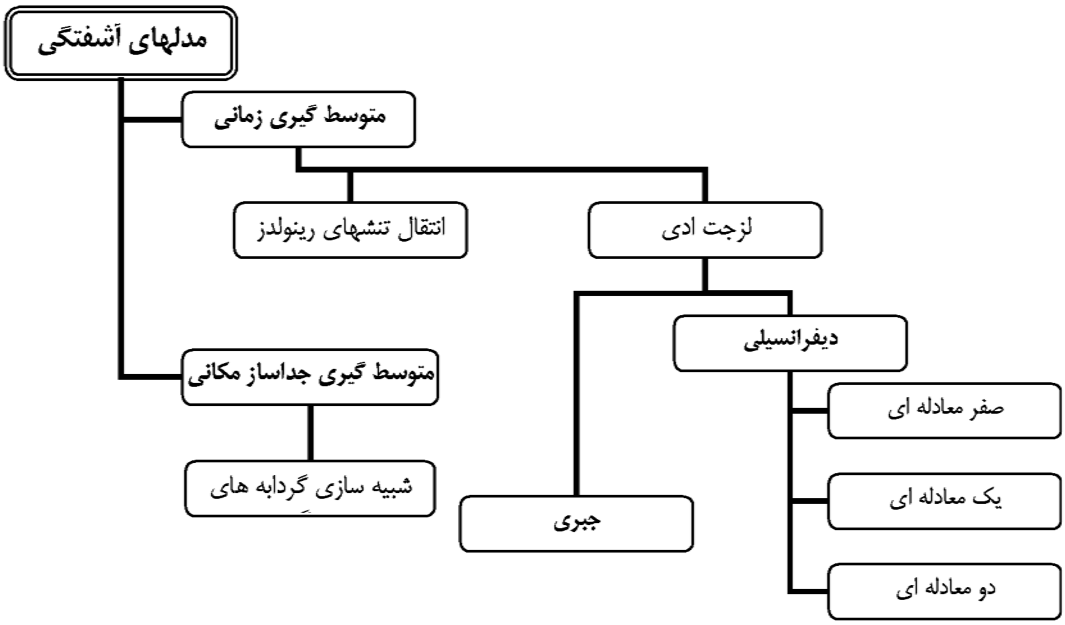
---

[۱]) Bossinesq Assumption

۱) Mean Strain Rate Tensor

رینولدز[1] است.

شکل(۲-۲) یک تقسیم بندی کلی از مهمترین مدلهای آشفتگی را ارائه می‌دهد. در گروه اول این تقسیم‌بندی که به مدلهای متوسط‌گیری شده زمانی معروف می‌باشند، اساس کار بر مبنای متوسط گیری معادلات ناویر استوکس در زمان و محاسبه تنشهای رینولدز می اشد. این مدلها به دو دسته مدلهای لزجت ادی[2] و مدلهای انتقال تنش رینولدز[3] تقسیم بندی می‌شوند. در دسته اول تانسور تنش رینولدز بر اساس گرادیان سرعت متوسط جریان بیان می‌شود. فرض اساسی در اینجا تئوری لزجت ادی بوسینسک(۱۸۷۷) می باشد که براساس آن تنشهای رینولدز متناسب با نرخ تغییر شکل متوسط جریان در نظر گرفته می‌شود و کمیت لزجت ادی نیزضریب این تناسب



شکل ۲-۲ تقسیم بندی مدل های آشفتگی

می باشد. این گروه از مدلهای آشفتگی با توجه به فرضیات گفته شده و تعداد معادلات حمل دیفرانسیل جهت ارتباط تنش های آشفتگی با سرعتهای متوسط گیری شده یا گرادیان آنها به صورت زیر تقسیم می شوند:

[1]) Reynolds Stress

[2]) Eddy Viscosity

[3]) Reynolds Stress Transport

مدل های صفر معادله ای[1]   مدل های یک معادله ای[2]   مدل های دومعادله ای[3]

۲-۳-۱ مدل‌های صفر معادله‌ای

در این مدلها هیچگونه معادله دیفرانسیلی برای کمیت‌های آشفتگی ارائه نمی‌شود. این مدلها نسبتاً ساده بوده و داده های تجربی و آزمایشگاهی در آنها نقش اساسی دارد و تنش‌های آشفتگی در هر جهت متناسب با گرادیان سرعت می‌باشد. نمونه‌ای از این مدلها عبارتند از:

-مدل لزجت گردابه ای ثابت[4]   -مدل طول اختلاط پرانتل[5]

۲-۳-۱-۱مدل صفر معادله‌ای در ***ANSYS CFX***

این مدل ساده ترین مدل از مدل‌های لزجت گردابه‌ای است که به محاسبه یک مقدار کلی و ثابت برای لزجت گردابی با استفاده از سرعت متوسط و یک مقیاس طول هندسی که از فرمول های تجربی بدست آمده می‌پردازد و بخاطر اینکه هیچ معادله انتقال اضافی برای حل پارامترهای مجهول بکار گرفته نمی‌شود به مدل صفر معادله‌ای معروف است.

این مدل یک معادله جبری را برای محاسبه سهم لزجت از گردابه های(ادی ها) آشفته بکار می گیرد و برای کل محدوده یک لزجت گردابی آشفته ثابت را محاسبه می‌کند.

برای بدست آوردن لزجت گردابی در این مدل از یک مقیاس سرعت U_tو یک مقیاس طول آشفتگی l_t که توسط پرانتل و کولموگروف[6] پیشنهاد شده، استفاده می‌کنیم.

$$\mu_t = \rho f_\mu U_t l_t \qquad (۲-۱۴)$$

---

[1]) Zero-Equation Models

[2]) One-Equation Models

[3]) Two-Equation Models

[4]) Fixed Eddy Viscosity Model

[5]) Prandtl's Mixing Length Model

[6]) Kolmogorov

f_μ یک ثابت تناسب است.

در رابطه بالا مقیاس طول بصورت زیر بیان می شود:

۱۵-۲
$$l_t = \frac{(V_D^{\frac{1}{3}})}{7}$$

V_Dنشان دهنده حجم محدوده سیال است.

۲-۳-۱-۲ مدل طول اختلاط پرانتل

در بررسی ابعادی فرض می‌کنیم که لزجت سنیماتیکی[۱] آشفته ν_t (که واحد آن $\frac{m^2}{s}$ می باشد) را می توان نتیجه حاصلضرب مقیاس سرعت آشفته u (m/s) و مقیاس طول l (m) بیان کرد. اگر یک مقیاس سرعت و یک مقیاس طول برای تشریح اثرات آشفتگی کافی باشد، لزجت گردابی آشفتگی عبارت است از:

۱۶-۲
$$\nu_t = Cul$$

که C ثابت بی بعد است. البته لزجت دینامیکی آشفته بصورت زیر بیان می‌شود:

بیشتر انرژی جنبشی آشفته درون ادی‌های بزرگ نهفته است و بنابراین مقیاس طول آشفتگی l

۱۷-۲
$$\nu_t = C\rho ul$$

مشخصه این ادی‌ها است که روی متوسط جریان تاثیر مستقیم دارند. اگر بپذیریم که یک رابطه قوی بین جریان متوسط و رفتار بزرگ‌ترین ادی ها برقرار است، می‌توانیم رابطه‌ای بین مشخصه مقدار سرعت ادی ها با خواص جریان متوسط پیدا کنیم. مشخص شده است که این روش برای جریان‌های آشفته دو بعدی ساده که تنها تنش رینولدز مهم آنها $\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho u'v'$ وتنها گرادیان سرعت متوسط قابل توجه $\frac{\partial U}{\partial y}$ است، خوب عمل می‌کند. برای چنین جریان‌هایی داریم:

---

[۱]) Kinetic Viscosity

$$\nu = Cl\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|$$ ۱۸-۲

که C ثابت بی‌بعد است. مقدار قدر مطلق گرادیان سرعت متوسط به این مفهوم است که مقیاس سرعت بدون در نظر گرفتن علامت گرادیان سرعت، همیشه مقدار مثبتی است.

با ترکیب دو معادله قبلی و حذف ثابتهای که در این دو معادله ظاهر می‌شوند، به مقیاس طول جدید l_m می‌رسیم:

$$\nu_t = l_m{}^2\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|$$ ۱۹-۲

این مدل، مدل طول اختلاط پرانتل است. با استفاده از فرضیه بوزینسک و توجه به اینکه $\frac{\partial U}{\partial y}$ تنها گرادیان سرعت متوسط قابل توجه می‌باشد، تنش رینولدز آشفته بصورت زیر می‌شود:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho u'v' = l_m{}^2\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right|\frac{\partial U}{\partial y}$$ ۲۰-۲

آشفتگی زیر تابعی از جریان است و اگر آشفتگی تغییر کرد لازم است که درمدل طول اختلاط این تغییرات را با تغییر l_m در نظر بگیریم. برای یک دسته اساسی از جریان های آشفته ساده، شامل جریان‌های آشفته آزاد و لایه‌های مرزی دیوار می‌توان با یک سری فرمول‌های جبری ساده به این موضوع رسید. مدل طول اختلاط همچنین می‌تواند برای پیش‌بینی حمل آشفته کمیت‌های اسکالراستفاده شود. تنها عبارت حمل آشفته که در جریان‌های دو بعدی مهم است، بصورت زیر مدل می‌شود:

$$-\rho\overline{u'\phi'} = \Gamma_t\frac{\partial\phi}{\partial y}$$ ۲۱-۲

که در آن $\Gamma_t = \frac{\nu_t}{\sigma_t}$ و ν_t از رابطه (۲-۱۹) بدست می‌آید. رودی[۱]، σ_tرا برای جریانهای

---

[۱]) Rodi

نزدیک دیوار ۰/۹ و برای فواره ها و لایه های مخلوط برابر ۰/۵ و برای فواره های با تقارن محوری ۰/۷ پیشنهاد کرد. نتایج نهایی نشان می‌دهد که در جریان‌های دو بعدی ساده توافق خوبی بین نتایج محاسبه شده و تجربی برای توزیع سرعت متوسط، ضرایب اصطکاک دیوار و سایر خواص جریان نظیر ضریب انتقال حرارت و غیره وجود دارد.

بدیهی است که طول اختلاط در جریان‌هایی که خواص آشفتگی نسبت به مقیاس طول جریان متوسط رشد می‌کند بسیار مفید است، بنابراین l_m می‌تواند با استفاده از یک فرمول ساده جبری بصورت تابعی از مکان معرفی شود. این موضوع نشان دهنده تمایل کلی برای بکارگیری این روش در محاسبات مربوط به جریان‌های اطراف بال می‌باشد. اصلاحات بسیار مهم رابطه l_m برای نشان دادن اثرات گرادیان فشار، مقیاس کوچک جدایش و لایه مرزی دمش یا مکش در دسترس می‌باشد. مدلهای طول اختلاط نظیر آنچه توسط بالدوین و لوماکس[۱] و اسمیت توسعه داده شده‌اند، مدلهای آشفتگی هستند که برای محاسبات آئرودینامیک خارجی در صنعت هوا فضا مورد استفاده قرار می‌گیرند.

مزایا مدل طول اختلاط

-آسان بکار می‌رود و محاسبات آن ارزان است.

-برای لایه‌های برشی نازک پیش بینی‌های خوبی ارائه می‌دهد: جت ها، دنباله ها و لایه های مرزی.

معایب مدل طول اختلاط

-برای توضیح جریان های با جدائی و چرخش مجدد، کاملا ناتوان است.

-فقط خواص جریان متوسط و تنش برشی آشفته را محاسبه می کند.

۱) Baldwin and Lomax

۲-۳-۲ مدل های یک معادله ای

این مدلها بر خلاف مدلهای صفر معادله ای، از یک معادله برای انتقال کمیت آشفتگی استفاده می‌کنند. این معادله ارتباط بین مقیاس سرعت نوسانی و کمیت آشفتگی می‌باشد که جذر انرژی جنبشی آشفتگی به عنوان مقیاس سرعت در حرکت آشفته مدنظر می باشد و مقدار آن توسط معادله انتقال محاسبه می‌گردد.

این مدل‌ها برای جریان های با رینولدز بالا بهتر جواب می‌دهند و در تعیین زیر لایه لزج کناره دیواره ناتوان هستند. در استفاده از این گونه مدل‌ها، تعیین توزیع مقیاس طولی بسیار مشکل است.

۲-۳-۲-۱ مدل یک معادله‌ای در *ANSYS CFX*

این مدل خیلی ساده یک معادله‌ای توسط آقای منتر[۱] ارائه شده است و بطور مستقیم از مدل $k-\varepsilon$ بدست آمده و به همین جهت به آن مدل $k-\varepsilon$ یک معادله‌ای می‌گویند.

$$\frac{\partial \rho \tilde{\nu}_t}{\partial t}+\frac{\partial \rho U_j \tilde{\nu}_t}{\partial x_j}=c_1 \rho \tilde{\nu}_t S-c_2 \rho (\frac{\tilde{\nu}_t}{L_{\nu K}})^2+[(\mu+\frac{\rho \tilde{\nu}_t}{\sigma})\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}] \qquad ۲۲-۲$$

که در این رابطه $\tilde{\nu}$ لزجت جنبشی و $\tilde{\nu}_t$ لزجت گردابی جنبشی و σ عدد ثابت معادله است.

این مدل دارای یک ترم مستهلک کننده است که به عنوان مقیاس طول ون کارمن بصورت زیر بیان می‌شود:

$$(L_{\nu K})^2=\left|\frac{S^2}{\frac{\partial S}{\partial x_j}\frac{\partial S}{\partial x_j}}\right| \qquad ۲۳-۲$$

که در آن S تانسور نرخ کرنش برشی است و لزجت گردابی عبارت است از: $\mu_t=\rho\tilde{\nu}_t$

برای بهبود مقیاس طول ون کارمن و رفع مشکلات آن در شرایط خاص، ترم مستهلک کننده بصورت

---

[۱]) Menter

زیر بازنویسی می‌شود:

$$E_{k-\varepsilon} = \left(\frac{\widetilde{\nu}_t}{L_{\nu K}} \right) \qquad ۲۴-۲$$

$$E_{BB} = \frac{\partial \widetilde{\nu}_t}{\partial x_j} \frac{\partial \widetilde{\nu}_t}{\partial x_j}$$

و در نهایت معادله انتقال اضافی مدل یک معادله‌ای فوق بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \rho \widetilde{\nu}_t}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \widetilde{\nu}_t}{\partial x_j} = c_1 D_1 \rho \widetilde{\nu}_t S - c_2 \rho E_{1e} + [(\mu + \frac{\rho \widetilde{\nu}_t}{\sigma}) \frac{\partial \widetilde{\nu}}{\partial x_j}] \qquad ۲۵-۲$$

$$D_1 = \frac{\nu_t + \nu}{\widetilde{\nu}_t + \nu} \qquad ۲۶-۲$$

مقادیر ثابت مدل یک معادله ای فوق در جدول زیر نشان داده شده است:

جدول ۲-۱ مقادیر ثابت مدل یک معادله ای درANSYS CFX

C_1	C_2	C_3	A^+	k	σ
۰/۱۴۴	۱/۸۶	۷	۱۳/۵	۰/۴۱	۱

۲-۳-۳ مدل های دو معادله‌ای

مدلهای دو معادله‌ای قادرند نتایج بهتری در جریانهایی که مدل طول اختلاط نمی‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد، ارائه دهند. بطور مثال جریانهای چرخشی از این نمونه‌اند. تقسیم بندی این مدلها بر اساس محاسبه تنش رینولدز و یا ویسکوزیته گردابه‌ای بصورت زیر است:

-مدل ویسکوزیته گردابه ای

-مدل تنش جبری[۱]

-مدل تنش رینولدزی[۲]

---

[۱]) Algebric Stress Model

[۲]) Reynolds Stress Model

اما در مدلهای انتقال تنشهای رینولدز بجای استفاده از مفهوم لزجت ادی، معادلات کامل انتقال تنشهای رینولدز بسط داده و تحلیل می‌گردند.

یک روش کلی دیگر در مدل کردن آشفتگی، استفاده از یک جداساز مکانی وجداکردن نوسانات آشفتگی بزرگ مقیاس و کوچک مقیاس از یکدیگر می‌باشد. این روش تحت عنوان شبیه سازی گردابه‌های بزرگ[۱] معروف می‌باشد. در این روش نوسانات آشفتگی در دو بخش نوسانات بزرگ مقیاس و نوسانات کوچک مقیاس تقسیم بندی می‌شوند، که بخش بزرگ مقیاس به طور مستقیم شبیه سازی می‌شود و در مورد بخش کوچک مقیاس اثرات آن در نظر گرفته می‌شود.

دراینجا چند مورد از مدل‌های آشفتگی که در این تحقیق بکار گرفته شده را بطور مختصر بررسی می‌کنیم.

۲-۳-۳-۱ مدل $k-\varepsilon$ استاندارد

این مدل رایج ترین مدل آشفتگی است که دراغلب نرم افزارهای دینامیک سیالات محاسباتی بصورت پیش فرض قرار دارد. این مدل برای طیف وسیعی از مسایل نسبتاً مشکل، بخوبی کار می‌کند.

برخی ازکاربردهای مدل $k-\varepsilon$ عبارتند از:

۱-مدلسازی انحلال ادی در احتراق

۲-محاسبه جریانات بویانسی و جریان سیال در داخل ساختمان

۳-جریان درون یک لوله با انقباض ناگهانی

۴-پیش بینی جریان و انتقال حرارت در یک دسته لوله پیچیده در مبدل‌های حرارتی

۵-مدل‌سازی پراکندگی آلودگی در هوا و دریاچه‌ها

۶-محاسبه و بررسی نرخ گسترش جت‌های متقارن محوری در محیط‌های ساکن

بر خلاف بسیاری از موفقیت‌های مدل $k-\varepsilon$ استاندارد، این مدل دارای جواب‌های نه چندان

[۱] Large Eddy Simulation(LES)

قوی در بحث جریانات غیرمحصور است. برخی از نواقص این مدل آشفتگی عبارتند از:

۱-مدل‌سازی لایه های برشی ضعیف

۲-مدل‌سازی جریانات پیچشی

۳-مدل‌سازی جریانات دورانی و چرخشی

۴-جریانات ثانویه در کانال های طویل با مقاطع غیردایره‌ای

۵-جریانات کاملاً توسعه یافته در کانال‌های با مقاطع غیر دایره‌ای

۶-جریانات با جدایش لایه های مرزی

۷- جریانات با تغییر ناگهانی در نرخ کرنش متوسط

معادلات انتقال در مدل آشفتگی $k-\varepsilon$

مدل $k-\varepsilon$ استاندارد که توسط لاندرو اسپالدینگ [۱۰] ارائه شد شامل دو معادله حمل می باشد، یکی برای k و یکی برای ε.

k و ε را برای تعریف مقیاس سرعت و مقیاس طول استفاده می‌کنیم که بصورت زیر معرف مقیاس بزرگ آشفتگی می‌باشند:

$$l=\frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon} \qquad u=k^{\frac{1}{2}} \tag{۲-۲۷}$$

با استفاده از مقیاس‌های سرعت و طول، لزجت گردابی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_t=C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{۲-۲۸}$$

در مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ استاندارد از دو معادله حمل زیر برای انرژی جنبشی آشفتگی k و نرخ استهلاک انرژی جنبشی آشفتگی ε استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla.(\rho U k) = \nabla.\left[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\nabla k\right] + P_k + P_{kb} - \rho\varepsilon \qquad ۲۹-۲$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla.(\rho U\varepsilon) = \nabla.\left[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})\nabla\varepsilon\right] + \frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon 1}(P_k + P_{\varepsilon b}) - C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon) \qquad ۳۰-۲$$

که روابط بالا دارای ثابت های C_μ و $C_{\varepsilon 1}$ و $C_{\varepsilon 2}$ و σ_k و σ_ε است که مقادیر آنها در جدول ۲-۲ ارائه شده است.

پارامترهای P_k و P_{kb} و $P_{\varepsilon b}$ به ترتیب تولید آشفتگی نیروهای لزج و تاثیر نیروهای بویانسی می‌باشند.

جدول ۲-۲ مقادیر ثابت مدل آشفتگی $k-\varepsilon$

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
۰/۰۹	۱/۴۴	۱/۹۲	۱	۱/۳

۲-۳-۳-۲ مدل آشفتگی $RNGk-\varepsilon$ [۱]

این مدل بر اساس تحلیل نرمالسازی گروهی معادلات ناویر استوکس پایدار است. معادلات حمل برای تولید آشفتگی و نرخ استهلاک همانند مدل $k-\varepsilon$ استاندارد است، اما ثابت‌های مدل ها با هم تفاوت دارد. این روش بر پایه ریاضی و محاسبات بنا شده است. بطوری که در این روش آشفتگی جریان بر اساس یک تکنیک آماری دقیق به کمک روابط ریاضی بدست می‌آید. در این مدل یک ترم اضافی در معادله ε وارد می شود که باعث افزایش دقت محاسباتی در جریان کرنشی می‌گردد. این مدل نسبت به مدل $k-\varepsilon$استاندارد در جریان های چرخشی کارآیی بیشتری دارد و بر خلاف مدل استاندارد به منظورتعیین اعداد آشفتگی پرانتل از رابطه تحلیلی استفاده می‌کند. نظریه‌ی RNG یک فرمول تحلیلی برای اعداد Prandtl آشفتگی را فراهم می‌سازد، در حالی که در مدل $k-\varepsilon$ استاندارد کاربران از مقادیر ثابت مخصوص، استفاده می‌کنند.

---

[۱]) The Renormalization Group k-ε Model

با وجود این که مدل $k-\varepsilon$ استاندارد یک مدل عددی برای اعداد رینولدز بالا می‌باشد، نظریه RNG یک فرمول تحلیلی برای ویسکوزیته فراهم می‌کند که برای اثرات عدد رینولدز کم محاسبه می‌شود. اما، موثر بودن استفاده از این خصوصیات، به رفتار مناسب منطقه مجاور دیوار بستگی دارد. بدین ترتیب این مدل در اعداد رینولدز پایین دقت مناسبی دارد به همین دلیل از این مدل در تعیین مقادیر آشفتگی جریان در میدان‌های دارای انحنا یا پیچیدگی هندسی، بیشتر استفاده می‌کنند. برخی دیگر از خصوصیات این مدل آشفتگی عبارتند از:

۱- بواسطه داشتن ترم‌های اضافی در معادله ε، تحلیل جریانات به سرعت کرنش یافته بهبود می‌یابد.

۲- اثرات پیچش برای حل مساله در نظر گرفته شده است.

۳- این مدل آشفتگی برای شبیه‌سازی جریانات گذرا توانایی بالایی دارد.

۴- انتقال جرم و مومنتم از دیواره در این مدل بهتر پیش بینی می‌شود.

معادله انتقال برای نرخ استهلاک انرژی سینماتیکی آشفتگی بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t}+\nabla.(\rho U\varepsilon)=\nabla.\left[(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon RNG}})\nabla\varepsilon\right]+\frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon 1RNG}(P_k+P_{\varepsilon b})-C_{\varepsilon 2RNG}\rho\varepsilon) \qquad ۳۱-۲$$

$$C_{\varepsilon 1RNG}=1.42-f_\eta \qquad ۳۲-۲$$

$$f_\eta=\frac{\eta(1-\frac{\eta}{4.38})}{(1+\beta_{RNG}\eta^3)} \qquad ۳۳-۲$$

این مدل دارای چندین ثابت است که در جدول۲-۳ نشان داده شده است.

جدول ۲-۳مقادیر ثابت مدل آشفتگی $RNGk-\varepsilon$

$C_{\mu RNG}$	$C_{\varepsilon 1RNG}$	$C_{\varepsilon 2RNG}$	σ_{kRNG}	$\sigma_{\varepsilon RNG}$
۰/۰۸۵	۱/۶۸	۰/۷۱۷۹	۰/۷۱۷۹	۰/۱۲

۲-۳-۳-۳مدل آشفتگی $k-\omega$

این مدل برای شبیه‌سازی رفتار جریان نزدیک دیواره در اعداد رینولدز پایین و جدایش جریانات ناشی از گرادیان فشار معکوس نسبت به مدل $k-\varepsilon$ مناسب‌تر است. این مدل توابع میراگر غیرخطی وپیچیده مورد نیاز در مدل $k-\varepsilon$ را شامل نمی‌شود و بنابراین روش قوی‌تر و دقیق‌تری می باشد. مدل‌های $k-\omega$فرض می‌کنند که لزجت آشفتگی به انرژی سینماتیکی آشفتگی و نرخ فرکانس های آشفتگی مرتبط می‌شود. در مدل $k-\omega$ لزجت آشفتگی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \qquad ۳۴-۲$$

این مدل شامل دو معادله انتقال یکی برای انرژی جنبشی آشفتگی و دیگری برای فرکانس آشفتگی می‌باشد که بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla.(\rho U k) = \nabla.\left[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\nabla k\right] + P_k + P_{kb} - \beta' \rho k \omega \qquad ۳۶-۲$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla.(\rho U \omega) = \nabla.\left[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega})\nabla \omega\right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k + P_{\omega b} - \beta \rho \omega^2) \qquad ۳۵-۲$$

ثابت های این معادله در جدول ۲-۴ نشان داده شده اند.

جدول ۲-۴مقادیر ثابت مدل آشفتگی $k-\omega$

α	β	β'	σ_k	σ_ω
۵/۹	۰/۰۷۵	۰/۰۹	۲	۲

۲-۳-۳-۴ مدل آشفتگی انتقال تنش برشی[۱]:

یکی از مسائل اصلی در مدل‌های آشفتگی، دقت پیش بینی جدایش جریان از یک سطح صاف است. اغلب مدل‌های دو معادله‌ای استاندارد آشفتگی نمی‌توانند شروع و مقدار جدایش جریان تحت شرایط گرادیان فشار معکوس را پیش بینی کنند. در بیشتر کارهای فنی به خصوص در آیرودینامیک هواپیما، این پدیده مهمی است. اخیراً مدل دو معادله‌ای برجسته SST که اولین بار توسط منتر بیان شد وحاصل اختلاط و بهینه سازی رفتار دو مدل آشفتگی $k-\omega$ و $k-\varepsilon$ است، برای پیش بینی شروع و مقدار جدایش جریان تحت گرادیان های فشار معکوس با دقت بالایی بکار گرفته می‌شود. اجرای عالی این مدل در تعداد زیادی از مطالعات معتبر دنیا نمایش داده شده است.

باردینا و همکارانش [۱۹] برای شبیه‌سازی لایه مرزی با دقت بالا مدل SST را پیشنهاد کردند. البته برای جریان‌های برشی آزاد مدل SST همانند مدل $k-\varepsilon$ عمل می‌کند. مدل SST در اصل برای غلبه بر عیوب مدل‌های $k-\omega$ و $BSLk-\omega$ توسعه یافت.

۲-۳-۴ مدل تنش رینولدزی

مدل‌های آشفتگی دو معادله‌ای معمولاً با استفاده از مفهوم لزجت گردابه‌ای تنش‌های رینولدزی را به گرادیان‌های سرعت متوسط جریان مرتبط می‌کنند، در حالی که در مدل های تنش رینولدزی برای محاسبه هر یک از تنش های رینولدزی از معادله انتقالی کمک گرفته می‌شود. علاوه بر شش معادله انتقال اضافی در مدل‌های تنش رینولدزی یک معادله اضافی دیگر برای تعیین مقیاس طول بکار گرفته می‌شود. در جریان‌هایی که انتقال آشفتگی یا تاثیرات نامتعادل مهم هستند فرضیات مدل های لزجت گردابی قابل قبول نیست و نتایج حاصل ممکن است نادرست باشند.

پیچیده‌ترین مدل کلاسیک آشفتگی مدل معادله تنش رینولدزاست که مدل مرتبه دوم یانگز نیز نامیده می‌شود. مدل‌های تنش رینولدزی در مورد انواع جریان‌های زیر بکار گرفته می‌شوند:

---

[۱]) Shear Stress Transport (SST)

-جریان‌های برشی آزاد

-جریان با تغییرات ناگهانی در نرخ کرنش متوسط

- جریانات دارای خطوط جریان با منحنی‌های قوی

-جریان‌های ثانویه

-جریان‌های بویانسی

در مقایسه با مدل $k-\varepsilon$، مدل تنش رینولدزی دارای هفت معادله انتقال اضافی است که برای هر گام زمانی حل می‌شوند. ترم‌های منبع در مدل‌های تنش رینولدزی به مراتب پیچیده‌تر از مدل $k-\varepsilon$ هستند و همچنین گام های زمانی در این مدل‌ها نسبت به مدل‌های دیگر آشفتگی به سبب افزایش پیچیدگی معادلات موجود و شرایط مرزی با چرخش دوره‌ای بایستی کوچک‌تر انتخاب شود. مدل تنش رینولدز RSM به هیچ عنوان به اندازه مدل $k-\varepsilon$ کاربرد ندارد و بدلیل قیمت گران محاسبات معمولاً در حد گسترده در صنعت استفاده نمی شود.

مزایا:

-برای جریانات غیرایزوتروپیک نسبت به مدل‌های لزجت گردابه‌ای جواب های دقیق‌تری ارائه می‌کند.

-فقط شرایط اولیه و یا مرزی لازم است تامین شود.

-محاسبه خیلی دقیق خواص جریان متوسط و همه تنش های رینولدز برای بیشتر جریانهای ساه و خیلی پیچیده شامل جت‌ها، جریانهای متقارن کانال دایره‌ای و غیر دایره‌ای و جریان های قوس دار.

معایب:

-قیمت خیلی بالای محاسبات (هفت معادله دیفرانسیل جزئی اضافی)

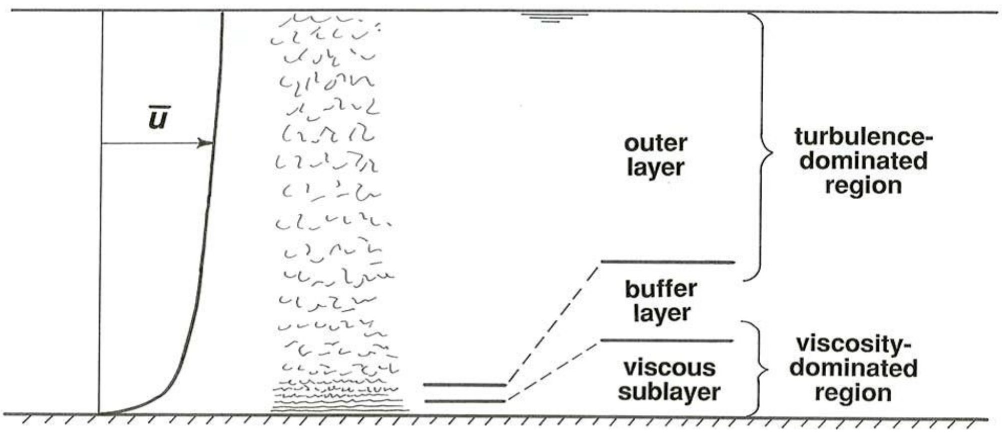
-به گستردگی مدلهای طول اختلاط و $k-\varepsilon$ کاربرد ندارد. در بعضی از جریان‌ها همانند مدل $k-\varepsilon$ (مثلاً جریان جت‌های متقارن محور و جریان‌های با چرخش مجدد) ضعیف عمل می کند.

۴-۲ رفتار سیال نزدیک دیوار

در جریان‌های لایه مرزی کنار دیوار، محققان با توجه به اینکه تاثیر آشفتگی در پروفیل سرعت از مرز(کف کانال) تا سطح آزاد جریان متغیر است این فاصله را به چندین لایه تقسیم کرده‌اند که عبارتند از:

۱-زیرلایه لزج[1] ۲- لایه میانی[2] ۳- لایه خارجی[3]

شکل (۲-۳) تقسیم بندی ساختار آشفتگی پروفیل توسعه یافته سرعت را بصورت شماتیک نمایش می‌دهد.



شکل ۲-۳ تقسیم بندی پروفیل سرعت در لایه مرزی دیوار

۱-زیرلایه لزج: یک لایه خیلی نازک است که در مجاورت دیوار قرار گرفته و در این لایه تنش برشی لزجی بر جریان حکمفرماست، در مورد این لایه اگر زبری مرز از حد معینی بیشتر شود تاثیرات لزجت بسیار ناچیز خواهد شد و آشفتگی بر این لایه غالب می‌شود و عملاً این لایه حذف می شود.

۲- لایه میانی: این لایه در قسمت خارجی زیر لایه لزج قرار گرفته و قسمت بالای آن را لایه خارجی اشغال کرده است. در این لایه تاثیرات لزجت و آشفتگی هر دو حائز اهمیت است و نمی توان

---

[1] Viscous Sublayer

[2] Buffer Sublayer

[3] Outer Sublayer

تاثیرات لزجت را نادیده گرفت. در یک ضخامت کمی از میان این لایه هر دو نوع تنش برشی با هم برابرند.

۳-لایه خارجی: این لایه بیشترین عمق جریان را شامل می‌شود. در این لایه تنش برشی آشفتگی بر جریان سیال حاکم است و می‌توان تنش برشی لزجی را نادیده گرفت. گردابه‌ها و ادی هایی که در این لایه تشکیل می‌شوند بسیار بزرگ‌تر از گردابه‌های موجود در لایه های نزدیک مرز هستند و قابلیت بیشتری برای انتقال مومنتم دارند.

به علت حضورمرز جامد، رفتار جریان و ساختمان آشفتگی به میزان قابل توجهی نسبت به جریان‌های آشفته آزاد متفاوت است. تحلیل ابعادی در مقایسه با داده‌های تجربی توافق خوبی دارد. بطور کلی درجریان‌هایی که در طول مرزهای جامد حرکت می‌کنند معمولاً یک ناحیه قابل توجه وجود دارد به طوریکه در فاصله دور از دیوار اثر اینرسی زیاد است و یک لایه نازک در داخل آن وجود دارد که اثرات لزجت در آن بسیار مهم است. در نزدیکی دیوار، جریان تحت تاثیر اثرات لزجت قرار دارد و به پارامترهای جریان آزاد بستگی ندارد. سرعت جریان متوسط فقط به فاصله y از دیوار، چگالی سیال و لزجت سیال و تنش برشی دیواربستگی دارد، بنابراین:

$$U = f(y, \rho, \mu, \tau_\omega)$$

تحلیل ابعادی نشان می‌دهد که:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu}\right) = f(y^+) \qquad ۳۷-۲$$

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = g\left(\frac{y}{\delta}\right) \qquad ۳۸-۲$$

اگر تنش برشی دیوار را بصورت کسری از سرعت $U_{\max} - U$ درنظر بگیریم، بطوری که هر چه به لبه لایه مرزی نزدیک می‌شویم کاهش می‌یابد، شکل بسیار مفیدی حاصل می‌شود. بنابراین:

$$\frac{U_{max}-U}{u_\tau}=g\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad ۳۹-۲$$

این رابطه قانون کاهش سرعت نامیده می‌شود.

۲-۴-۱ زیر لایه خطی – لایه سیال در تماس با دیوار صاف

در سطح جامد، سیال ساکن است. حرکتهای آشفته ادی نیز در نزدیکی دیواره به صفر میل می کند. در غیاب اثرات تنش برشی رینولدز آشفته، سیال نزدیک دیواره تحت تاثیر برش لزج می‌باشد. این لایه عملاً خیلی نازک است (y^+<۱۱/۰۶) و می‌توانیم فرض کنیم که تنش برشی تقریباً ثابت و برابر با تنش برشی دیواره (τ_ω) می‌باشد. بنابراین:

$$\tau(y)=\mu\frac{\partial U}{\partial y}\cong\tau_\omega \quad ۴۰-۲$$

بعداز انتگرال گیری نسبت به y و اعمال شرط مرزی ($U=0$ در $y=0$)، یک رابطه خطی بین سرعت متوسط و فاصله از دیوار بدست می‌آید:

$$U=\frac{\tau_\omega y}{\mu} \quad ۴۱-۲$$

بدلیل رابطه خطی بین سرعت و فاصله از دیوار، لایه سیال نزدیک دیوار اغلب بصورت زیر لایه خطی[۱] شناخته شده است.

۲-۴-۲ لایه قانون لگاریتمی – ناحیه آشفته نزدیک دیوار صاف

خارج از زیر لایه لزج ناحیه ای وجود دارد که درآن هردواثر لزجت و آشفتگی مهم است. تنش برشی τ با فاصله از دیوار به آرامی تغییر می‌کند و در این ناحیه داخلی فرض شده است که مقدار آن ثابت و برابر باتنش برشی دیوار باشد. فرض دیگر راجع به مقیاس طول آشفتگی (طول اختلاط l_m برابر κy می باشد)، ما را به یک شکل صحیح ولی بی بعد از رابطه بین u^+ و y^+ می‌رساند.

---

۱) Linear sub-layer

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B = \frac{1}{\kappa} \ln\left(Ey^+\right) \qquad ۴۲-۲$$

مقادیر عددی مربوط به ثابتها، با استفاده از اندازه‌گیری بدست می‌آید. برای دیوارهای صاف κ =۰/۴ و B =۵/۵ و E=۹/۸. دیوار زبرتر سبب کاهش مقدار مربوط به B می‌شود. مقدار κ و B ثابتهای جهانی می باشند که برای همه جریانهای آشفته عبوری از دیوارهای صاف و در اعداد رینولدز بالا صادق هستند. بدلیل رابطه لگاریتمی بین u^+ و y^+ در معادله بالا، آن را قانون لگاریتمی می نامند و لایه ای که این قانون در آن برقرار است لایه قانون لگاریتمی نامیده می‌شود.

۲-۴-۳ تابع دیوار

برای متصل کردن ناحیه تحت تاثیر لزجت و ناحیه کاملاً آشفته از یک سری فرمول‌ها و توابع نیمه تجربی که توابع دیوار نامیده می‌شوند استفاده می‌کنیم.

۲-۴-۳-۱ تابع دیوار بالارونده[۱]

یکی از مشکلات اصلی تابع دیوار این است که پیش بینی‌ها به موقعیت نزدیک‌ترین نقطه به دیواره وابسته‌اند و نسبت به شبکه‌بندی نزدیک دیوار حساسند و اصلاح مش‌ها ضرورتاً یک حل با دقت بالا و منحصر به فردرا ارائه نمی‌کند. معادله زیر مربوط به تابع دیوار بالارونده می‌باشد:

$$u^+ = \frac{U_t}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \qquad ۴۳-۲$$

که در آن:

$$u_\tau = \left(\frac{\tau_\omega}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad y^+ = \frac{\rho \Delta y u_\tau}{\mu} \qquad ۴۴-۲$$

u^+ سرعت نزدیک دیوار و u_τ سرعت اصطحکاکی و U_t سرعت مماس بر دیواره در فاصله Δy از دیواره و y^+ فاصله بدون بعد از دیوار و τ_ω تنش برشی دیوار و κ ثابت ون کارمن و C ثابت لایه

[۱]) Scalable Wall Function

لگاریتمی است که به زبری دیواره وابسته است.

مشکل اصلی معادله(۲-۴۳) در نقاط جدایش اتفاق می‌افتد که در آنجا سرعت در نزدیک دیواره به صفر می‌رسد. در ناحیه لگاریتمی یک مقیاس سرعت تناوبی تعریف می‌شود که از آن u^* بجای u_τ در معادله مذکور استفاده می‌کنیم.

$$u^* = C_\mu^{\frac{1}{4}} k^{\frac{1}{2}} \qquad \text{۲-۴۵}$$

خاصیت مقیاس سرعت جدید این است که اگر U_tصفر شد دیگر u^* صفر نمی‌شود و بر اساس این تعریف:

$$u_\tau = \frac{U_t}{\frac{1}{\kappa}\ln(y^+) + C} \qquad \text{۲-۴۶}$$

به همین ترتیب مقدار مطلق تنش برشی دیوار عبارت است از:

$$y^* = \frac{(\rho u^* \Delta y)}{\mu} \qquad \text{۲-۴۷}$$

$$\tau_\omega = \rho u^* u_\tau \qquad \text{۲-۴۸}$$

$$y^* = \frac{u^* \frac{\Delta n}{4}}{\nu} \qquad \text{۲-۴۹}$$

خاصیت اصلی تابع دیوار بالارونده این است که مقدار y^* موجود در رابطه لگاریتمی (۲-۴۶) را با استفاده از فرمول زیر محدود می‌کند تا مقدار آن در هیچ حالتی از ۱۱/۰۶ کمتر نگردد.

$$\tilde{y}^* = \max(y^*, 11.06) \qquad \text{۲-۵۰}$$

۱۱/۰۶فصل مشترک بین ناحیه لگاریتمی و ناحیه خطی نزدیک دیوار است. بنابراین محاسبه$\tilde{y}^*$ اجازه نمی‌دهد که مش‌ها در زیر این محدوده قرار بگیرند و همه نقاط مش خارج از زیر لایه لزج خواهند بود و بدین ترتیب از ناسازگاری های مش‌های ریز جلوگیری می‌شود.

در تابع دیوار مذکور شرایط مرزی برای نرخ استهلاک انرژی جنبشی آشفتگی بوسیله رابطه زیر

در ناحیه لگاریتمی تعیین می‌گردد:

$$\varepsilon = \frac{\rho u^*}{\tilde{y}^* \mu} \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}}}{\kappa} k^{\frac{3}{2}} \qquad ۵۱-۲$$

برای استفاده صحیح از تابع دیوارلازم است به نکات زیر توجه شود:

برای حل کامل لایه مرزی لازم است حداقل ۱۰گره درآن لایه در نظر گرفته شود. حد بالای y^+ تابع عدد رینولدز است. اگرنتایج بطور زیادی از دامنه مشخص شده منحرف شوند مش طراحی شده در مرزهای دیوار نیاز به تصحیح دارد مگر اینکه تنش برشی دیوار و انتقال حرارت در شبیه سازی اهمیت نداشته باشد.

در بیشتر جریانات آشفته، انرژی جنبشی آشفتگی کاملاً صفر نمی‌شود و در این موارد u^* مقادیر درستی را ارائه می کند ولی در بعضی موارد که مقدار u^* بسیار ناچیز و یا صفر می‌شود u^* را باید از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$u^* = \max\left(C_\mu^{\frac{1}{4}} k^{\frac{1}{2}}, coef.U_t / \tilde{y}^* \right) \qquad ۵۲-۲$$

که $coef$ یک ضریب است که بصورت پیش فرض برابر ۰/۰۱ می‌باشد.

۲-۴-۳-۲ رفتار دیوار خودکار[۱]

این تابع دیوار برای مدل های مختلف آشفتگی $k-\omega$ طراحی شده است. در تابع دیوار Scalable و برای اعداد رینولدز بالا، از تاثیر ناحیه زیر لایه لزج جهت تعادل معادلات بقای جرم و مومنتم چشم پوشی می‌شود که این عمل برای مدل‌های با عدد رینولدز پایین سبب بروز خطا و تحلیل نادرست نتایج می‌گردد. بنابراین کار درست و منطقی این است که از یک تابع دیوار که در شرایط رینولدز پایین عملکرد و توانایی بهتری دارد و تاثیرات زیر لایه لزج را هم مد نظر دارد استفاده کنیم.

[۱]) Automatic Wall Treatment

مدل $k-\omega$ ویلکاکس[1] به سبب ارائه یک مقدار تحلیلی برای ω در ناحیه زیر لایه لزج توانسته یک ارتباط و ترکیب مناسب بین فرمول بندی ناحیه لگاریتمی و ناحیه نزدیک دیوار ایجاد کند.

در این تابع دیوار مقدار شار برای معادله k بطور مصنوعی برابر صفر نگه داشته می‌شود و مقدار شار در معادله مومنتم از پروفیل سرعت بدست می‌آید.

$$F_K = 0 \tag{۵۳-۲}$$

$$F_U = -\rho u_\tau u^* \tag{۵۴-۲}$$

$$u^* = \sqrt[4]{\left(\sqrt{\frac{\mu}{\rho}\left|\frac{\Delta U}{\Delta y}\right|}\right)^4 + \left(\sqrt{a_1 k}\right)^4} \tag{۵۵-۲}$$

$$u_\tau = \sqrt[4]{\left(u_\tau^{vis}\right)^4 + \left(u_\tau^{\log}\right)^4} \tag{۵۶-۲}$$

$$u_\tau^{vis} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}\left|\frac{\Delta U}{\Delta y}\right|} \tag{۵۷-۲}$$

۲

$$u_\tau^{\log} = \frac{U}{\frac{1}{\kappa}\log(y^+) + C} \tag{۵۸-۲}$$

درمعادله ω بجای عبارت شار از یک رابطه جبری استفاده می‌شودکه این رابطه ترکیبی از عبارت تحلیلی مربوط به ω در ناحیه لگاریتمی و عبارت متناظر با آن در ناحیه زیر لایه لزج می باشد.

$$\omega_l = \frac{u^*}{a_1 \kappa y} = \frac{1}{a_1 \kappa \nu}\frac{u^{*2}}{y^+} \tag{۵۹-۲}$$

[1]) Wilcox

$$\omega_s = \frac{6\nu}{\beta(\Delta y)^2} \qquad ۶۰-۲$$

Δy در رابطه بالا فاصله بین نقطه اول و دوم مش می‌باشد. برای جلوگیری از واگرایی رابطه از فرمول زیر استفاده می شود.

$$\omega_\omega = \omega_s \sqrt{1+\left(\frac{\omega_l}{\omega_s}\right)^2} \qquad ۶۱-۲$$

در تابع دیوار بالارونده اولین نقطه نزدیک به دیواره مربوط به نقطه روی خارجی‌ترین لبه زیر لایه لزج بود و بطور کلی محاسبات تابع دیوار خارج از ناحیه زیر لایه لزج انجام می‌شد ولی در تابع دیوار مذکور مکان اولین نقطه بطور مصنوعی در داخل زیر لایه لزج واقع شده و عملاً تاثیر ناحیه زیر لایه لزج در محاسبات تابع دیوار وارد می‌شود.

۲-۵روش تعیین سطح آزاد جریان

در تحلیل جریان‌های دارای سطح آزاد، علاوه بر میدانهای سرعت، فشار و آشفتگی، موقعیت مکانی و زمانی سطح آزاد نیز یکی از مجهول های مورد بررسی می باشد و تعیین آن در زمانهای مختلف از اهمیت خاصی برخوردار است، زیرا در این شبیه سازی ها، موقعیت و در نتیجه مرزهای سطح آزاد در زمانهای مختلف تغییر می‌کنند و بنابر این برای آنکه بتوان شرایط مرزی مناسب مربوط به سطح آزاد را اعمال نمود، موقعیت مکانی و زمانی سطح آزاد باید به طور کامل و دقیق مشخص گردد. موضوع مهم در رابطه با روشهای تقریب سطح آزاد این است که روش‌های تقریب سطح آزاد باید قاد ر به پیش بینی هرگونه شکلی اعم از افقی، عمودی، چرخش، ریزش و غیره درسطح آزاد، به صورت بهینه و مستقل از متغیرهای شرطی باشند.

تاکنون روشهای زیادی برای تعیین موقعیت سطح آزاد در شبیه‌سازی های عددی جریان‌های روباز صورت گرفته است. در تحلیل جریانهای دارای سطح آزاد دو دیدگاه مختلف لاگرانژی و اویلری وجود دارد و محققین بر اساس دیدگاههای مختلف اویلری و لاگرانژی، الگوریتم های عددی متفاوتی

را ارائه کرده‌اند، در دیدگاه لاگرانژی حرکت هر ذره سیال نزدیک سطح آزاد، بر اساس سرعت جریان دنبال می‌شود اما در دیدگاه اویلری تغییرات سطح آزاد در موقعیتهای مکانی ثابت بررسی می‌شود. به عبارت دیگر در دیدگاه اویلری، بر خلاف دیدگاه لاگرانژی، مکان، ثابت در نظر گرفته می‌شود و تغییرات سطح آزاد در زمانهای مختلف در آن موقعیتهای ثابت بدست می‌آید. دیدگاه اویلری با تحلیلگرهای ناویر استوکس سازگارتر است و این دیدگاه اساس روش حجم سیال محسوب می شود.

۲-۵-۱ روش حجم سیال

بسیاری از الگوریتم های عددی که در آنها بازسازی اطلاعات سطح آزاد صورت می‌گیرد از کسر حجم اشغال شده سلول محاسباتی توسط سیال(نسبت حجم اشغال شده به کل حجم سلول) به عنوان کمیت مشخص کننده سطح آزاد استفاده می‌کنند. اگر برای یک سلول این کسر برابر با صفر باشد سیالی در آن وجود نخواهد داشت و بنابراین سطح آزادی برای آن سلول تعریف نخواهد شد. همچنین اگر کسر مورد نظر برابر با یک نیز باشد باز هم سطح آزاد در آن سلول نخواهد بود چرا که تمام حجم سلول از سیال اشغال شده است. سطح آزاد در سلولهایی تعریف می شود که برای آنها مقدار کسر مورد نظر بین ۰ تا ۱ باشد. در این روش که توسط Nichols وHirt [۳] ارائه شد نیز از همین کمیت برای تعیین موقعیت سطح آزاد استفاده می‌شود.

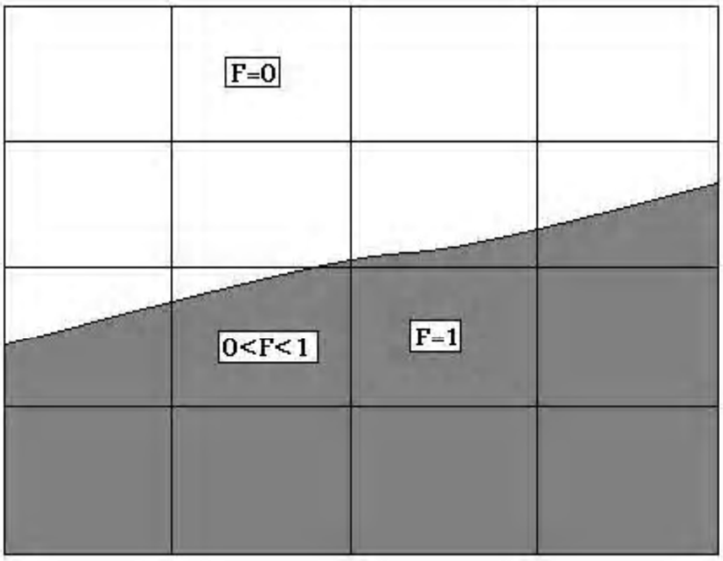
در روش حجم سیال تابعی تحت عنوان $F(x,y,z,t)$ بگونه ای تعریف می شود که مقدار آن برای هر نقطه اشغال شده توسط سیال ۱ و در بقیه نقاط ۰ باشد. زمانی که میانگین این تابع برای یک سلول محاسباتی بدست آید آنگاه حجم اشغال شده سلول توسط سیال مشخص می‌شود. سلول هایی دربرگیرنده سطح آزاد خواهند بود که مقدارF برای آنها بین ۰ تا ۱ و نیز دارای حداقل یک سلول با مقدار صفر در همسایگی خود باشند. علاوه بر تعیین سلول‌هایی دربرگیرنده سطح آزاد، تابعF می تواند برای تخمین موقعیت سیال در این سلولها نیز بکار گرفته شود.

برای تعیین موقعیت سیال در یک سلول محاسباتی می توان از مشتقات تابعF استفاده نمود. با

محاسبه مشتقات تابع F می توان جهتی که تغییرات سریعتر می باشد را تعیین نموده و پس از آن بردار عمود بر سطح آزاد را مشخص کرد. با مشخص بودن مقدارF و جهت بردار عمود بر سطح آزاد برای یک سلول محاسباتی می‌توان خطی ترسیم نمود که آن خط تقریبی از سطح آزاد باشد. همچنین با محاسبه نیروهای کشش سطحی می‌توان انحنای سطح آزاد را نیز مشخص نمود. شکل(۲-۴) چگونگی تقریب سطح آزاد توسط روش عددی حجم سیال را نشان می‌دهد. معادله وابسته به زمان تغییرات عبارت است از:

$$\frac{\partial F}{\partial t}+u\frac{\partial F}{\partial x}+v\frac{\partial F}{\partial y}+w\frac{\partial F}{\partial z}=0 \qquad ۶۲-۲$$

وقتی که معادله بالا را با معادله پیوستگی ترکیب کنیم، به معادله‌ای خواهیم رسید که تغییرات زمانی را با در نظر گرفتن قانون بقای جرم ارائه می‌دهد. زمانی که رابطه بالا بر روی یک سلول محاسباتی انتگرال گیری شود، تغییرات در آن سلول تبدیل به شار عبوریF از وجوه سلول خواهند شد. نکته‌ای که وجود دارد این است کهF یک تابع پله ای و ناپیوسته است و بنابراین شارF باید بگونه ای خاص محاسبه شود تا سطوح آزاد بدون مشکل خطاهای عددی، تخمین زده شوند. برای این منظور از روش عددی دهنده - گیرنده که اولین باردر سال ۱۹۷۰ توسط Johnson ارائه شد، استفاده می شود. استفاده از این روش باعث خواهد شد تغییرات نامنظم در شکل سطح آزاد بخوبی تخمین زده شود و همچنین مقدار کل سیال در ناحیه محاسباتی ثابت بماند.



شکل ۲-۴ محاسبه تابع حجم سیال در روشVOF

فصل سوم

روش‌های گسسته‌سازی و الگوریتم‌های حل معادلات حاکم بر جریان

۳-۱ روش‌های گسسته‌سازی معادلات

تاکنون به معادلات حاکم بر مدل عددی مورد مطالعه پرداخته شده است، اما حل عددی این معادلات نیز از اهمیت بسزایی برخوردار است. در ابتدا باید هر کدام از معادلات به کار رفته ساده شوند و بصورت معادلاتی برای خاصیت اسکالر Ø بیان شوند. حال به جای خاصیت اسکالر Ø می‌توان سایر سرعت های جریان سیال در جهات مختلف را قرار داد. پس در ابتدا، حالت عمومی و ساده شده معادلات حاکم باید مشخص شوند و سپس تحت روشی خاص به گسسته‌سازی و حل معادلات پرداخته شود.

۳-۱-۱ روش تفاضل محدود

از عمده‌ترین مسائل در حل عددی معادلات حاکم، بدست آوردن مشتقات درجه یک به بالا برای معادلات حاکم است. در روش تفاضل محدود برای بدست آوردن این مشتقات، از بسط تیلور استفاده می‌شود که در نهایت در هر کدام از جهات مختصات کارتزین خواهیم داشت:

$$k.\phi = A \qquad (۳-۱)$$

که به ترتیب kعبارت است از ماتریس ضرایب و ϕ ماتریس مقادیر در امتداد جهت مختصاتی مد نظر است و در نهایت A مقادیر معلوم است که عمدتاً در مسائل مرزی، در ابتدا و انتهای هر کدام از جهات محاسباتی، مقدار دارد و در نهایت با حل ماتریسی در هر کدام از جهات مختصات کارتزین، مقادیر ϕ در هر نقطه مشخص خواهد شد.

۳-۱-۲ روش اجزا محدود

در روش اجزا محدود، محدوده حل معادلات مورد نظر به تعدادی زیر حوزه تقسیم می‌شود. سپس تقریب خاصیت ϕ در داخل هر جزء به روش تکه‌ای انجام می‌شود و بدین ترتیب می‌توان در داخل هر یک از اجزاء از توابع آزمونی استفاده نمود و در نهایت در این روش، مجموعه‌ای از توابع تکه‌ای موجود خواهد بود که نقاط اتصال اجزاء بعنوان گره ها انتخاب شده و تقریب مورد نظر در هر ناحیه با استفاده از توابع شکل کلی N_i به دست می‌آید که در آن N_i برای هر گره i تعریف می‌شود. این

توابع شکل کلی N_i، تنها بر روی اجزاء مربوط به گره iغیر صفر است به طوری که در گره i، $N_i = 1$ ولی مقدار آن در تمامی گره های دیگر معادل صفر می‌باشد. بنابراین مشاهده می‌شود که تابع شکل کلی N_i در صورتی دارای مقداری غیر صفر بر روی جزء می‌باشد که i جزو یکی از گره های جزء مورد نظر باشد. پس در هر بازه مشخص، با انتخاب تابع شکل تکه‌ای مناسب این روش قادر خواهد بود تا با دقت بیشتر و خطای کمتری به حل عددی معادلات بپردازد.

۳-۱-۳ روش حجم محدود

روش حجم محدود جزو روش‌های عددی انتگرالی جهت حل معادلات می‌باشد، به طور کلی می توان معادلات حاکم بر محیط را به صورت یک رابطه انتگرالی بیان نمود. برای حل معادلات انتگرالی به روش حجم محدود، محیط مورد مطالعه به حجم های کوچک تقسیم می شود و در نهایت برای حل عددی این معادلات باید مجموع انتگرال معادلات در محیط محاسباتی را در نظر گرفت. لذا اولین قدم در روش حجم محدود، تقسیم کردن ناحیه به حجم کنترل‌های گسسته می‌باشد. مرزحجم‌های کنترل در حد فاصل بین گره‌های همسایه قرار داده شده‌اند. بنابراین هر گرهی توسط یک حجم کنترل یا سلول احاطه شده است و این کار یک روش معمول برای ایجاد حجم های کنترل در نزدیکی لبه ناحیه است، بطوریکه مرزهای فیزیکی منطبق برمرزهای حجم کنترل باشند. قدم دوم در روش حجم محدود، انتگرال گیری از معادله حاکم روی یک حجم کنترل، برای رسیدن به یک معادله گسسته در نقطه گرهی می‌باشد و از آنجاکه نتایج انتگرال عبارتست از شارعبوری هر یک از وجوه سلول، لذا معادله گسسته شده، یک تعبیر فیزیکی روشن دارد و در قدم سوم و آخر معادلات حاکم گسسته شده حل خواهند شد. استفاده از روش حجم محدود از سایر روش‌ها مناسب‌تر است زیرا اولاً در روش تفاضل محدود، رسیدن به همگرایی حل در مواردی که مقدار صفر به خاصیت ϕ در وسط فضای محاسباتی اختصاص داده شود به سختی امکان پذیر است و دیگر آنکه اگر از روش اجزاء محدود برای گسسته سازی محیط استفاده شود، تعیین توابع شکل جزئی و همگرایی حل مشکل خواهد بود.

۳-۱-۳-۱ گسسته‌سازی معادلات حاکم به روش حجم محدود

در این فصل، نحوه گسسته‌سازی و تحلیل میدان جریان سه بعدی غیر قابل تراکم آشفته که معادلات حاکم بر آن شامل معادلات ناویر – استوکس و مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ هستند تشریح می‌گردد. در ابتدا، معادلات کلی ناویر-استوکس ارائه گشته و سپس حالت کلی معادلات پخش وانتقال ارائه می گردد. در ادامه، نحوه گسسته سازی میدان جریان سه بعدی ارا ئه می‌گردد و نحوه تقریب پارامترها در روش حجم محدود بطور خلاصه تشریح می‌شود.

$$\frac{\partial U}{\partial t}+div(\rho u\boldsymbol{u})=-\frac{\partial P}{\partial x}+div(\mu\cdot gradu)+S_{Mx} \qquad ۳-۲$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+div(\rho v\boldsymbol{u})=-\frac{\partial P}{\partial y}+div(\mu\cdot gradv)+S_{My} \qquad ۳-۳$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}+div(\rho w\boldsymbol{u})=-\frac{\partial P}{\partial z}+div(\mu\cdot gradw)+S_{Mz} \qquad ۳-۴$$

$$\frac{\partial k}{\partial t}+U_i\frac{\partial k}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\vartheta_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_i}\right)+P_k-\varepsilon \qquad ۳-۵$$

$$P_k=\vartheta_t\left[\frac{\partial \boldsymbol{u_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial \boldsymbol{u_j}}{\partial x_i}\right]\frac{\partial \boldsymbol{u_i}}{\partial x_j} \qquad ۳-۶$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\boldsymbol{u_i}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\vartheta_t}{\sigma_k}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right)+c_1\frac{\varepsilon}{k}P_k+c_2\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad ۳-۷$$

حال باید با استفاده از روش گسسته‌سازی حجم محدود، معادلات را گسسته و حل کرد. روش حجم محدود جزو روش‌های عددی انتگرالی جهت حل معادلات می باشد، به طور کلی قانون بقاء حرکت سیال را می‌توان به صورت یک رابطه انتگرالی بیان نمود. برای حل معادلات انتگرالی به روش حجم محدود، محیط مورد مطالعه به حجم های کوچک تقسیم می‌شود. سپس قانون‌های بقاء در شکل انتگرالی در این حجم های اولیه بکار می‌رود. برای حل معادلات، در ابتدا باید معادلات حاکم را تا حد

دلخواه ساده کرد و در ادامه نیز با قرار دادن خاصیت$\emptyset$در معادلات به جای پارامترهای خواص سیال، یک معادله عمومی ایجاد کرد. بطور مثال در مورد معادلات مومنتوم و پیوستگی، با حذف بخش گذرا $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ و در غیاب چشمه ها(مقادیرثابت در مرزها)خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u \emptyset) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma \frac{\partial \emptyset}{\partial x_i}\right) \qquad ۸\text{-}۳$$

که در این معادله، $\emptyset$ با سایر مشخصات سیال قابل جایگزینی است.

معادلات فوق و انتگرال آنها روی حجم کنترل، مجموعه‌ای از معادلات بقاء گسسته شده را می دهد که شامل شارهای خاصیت $\emptyset$منتقل شده از سطوح حجم کنترل است. بمنظور تامین بقاء$\emptyset$در تمام محدوده حل، مقدار شار$\emptyset$ که سطح مشخصی از حجم کنترل را ترک می‌کند باید به همان اندازه شار$\emptyset$باشد که از همان سطح وارد حجم کنترل می‌شود. برای رسیدن به این منظور شار عبوری از یک سطح مشترک باید با استفاده از یک حجم کنترل و حجم کنترل‌های مجاور، به طریق سازگار نشان داده شود. پخش همواره در طبیعت در راستای انتقال رخ می‌دهد. معادله (۳-۸) معادله ساده شده و عمومی است که سمت چپ آن گویای انتقال و سمت راست آن گویای پخش است. در ادامه، روند حل معادلات انتقال و پخش در حالت دائم (بدون حضور ترم زمانی) بررسی خواهد شد.

معادله پخش - انتقال دائم

معادله پخش - انتقال دائم، برای خاصیت کلی $\emptyset$ از معادله کلی انتقال با حذف بخش گذرا استخراج می‌شود.

$$div(\rho U \emptyset) = div(\Gamma grad\ \emptyset) + S_\emptyset \qquad ۹\text{-}۳$$

انتگرال کلی روی حجم کنترل رابطه زیر را ارائه می‌کند:

$$\int n \cdot (\rho \emptyset U) dA = \int n \cdot (\Gamma grad\ \emptyset) dA + \int S_\emptyset dV \qquad ۱۰\text{-}۳$$

این معادله تمام شار را در یک حجم کنترل نشان می‌دهد. سمت چپ معادله، انتقال خالص شار و سمت راست شارپخشی خالص و تولید یا از بین رفتن خاصیت$\emptyset$در داخل حجم کنترل را نشان می

دهد. مشکل اساسی در گسسته کردن بخش های انتقال، محاسبه مقادیر منتقل شده $\emptyset$ از سطوح حجم کنترل و شار عبوری از این مرزها می باشد.

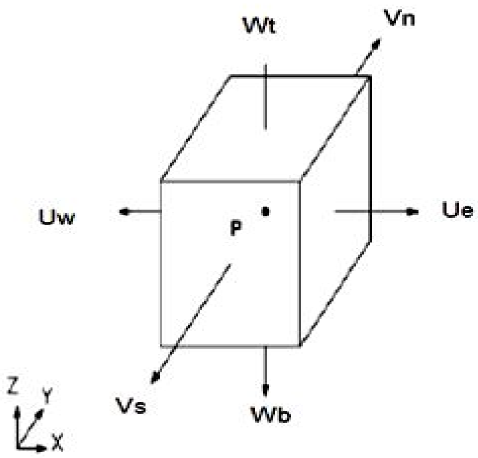
گسسته سازی فضای محاسباتی به روش حجم محدود در غیاب چشمه‌ها، پخش و انتقال طبیعی خاصیت$\emptyset$ در یک میدان جریان سه بعدی u از رابطه زیر پیروی می کند:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\emptyset)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v\emptyset)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w\emptyset)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\emptyset}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\emptyset}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma\frac{\partial\emptyset}{\partial z}\right)+S_{\emptyset} \quad ۱۱-۳$$

جریان همچنین باید پیوستگی را ارضا کند:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=0 \quad ۱۲-۳$$

یک حجم کنترل سه بعدی مطابق شکل زیر در نظر گرفته می شود، بیشتر توجه روی گره عمومیp (شکل۳-۱) متمرکز می باشد. گره های همسایه با N,S,E,W,T,B و سطوح حجم کنترل با n,s,e,w,t,b نشان داده شده اند.



شکل ۳-۱ سلول محاسباتی درروش حجم محدود

که در آن علائم N,S,E,W,T,B به ترتیب مربوط به گره های همسایه پایینی، بالایی، غربی، شرقی، جنوبی و شمالی می باشند.

$$(\rho uA\emptyset)e-(\rho uA\emptyset)w+(\rho uA\emptyset)n-(\rho uA\emptyset)s+(\rho uA\emptyset)t-(\rho uA\emptyset)b= \quad ۱۳-۳$$

$$\left(\Gamma A\frac{d\emptyset}{dx}\right)e-\left(\Gamma A\frac{d\emptyset}{dx}\right)w+\left(\Gamma A\frac{d\emptyset}{dx}\right)n-\left(\Gamma A\frac{d\emptyset}{dx}\right)s+\left(\Gamma A\frac{d\emptyset}{dx}\right)t-\left(\Gamma A\frac{d\emptyset}{dx}\right)b$$

انتگرال گیری روی معادله پیوستگی نتیجه می دهد:

$$(\rho uA)e-(\rho uA)w+(\rho uA)n-(\rho uA)s+(\rho uA)t-(\rho uA)b=0$$ ۱۴-۳

برای رسیدن به معادلات گسسته شده مسئله پخش- انتقال، باید عبارتهای معادله تقریب زده شوند. این عمل، برای تعریف دو متغیر F و D جهت نشان دادن شار جرم جابجا شده در واحد سطح و قابلیت پخش در سطوح سلول انجام می‌شود:

$$F=\rho uD=\frac{\Gamma}{dx}=\frac{\Gamma}{dy}=\frac{\Gamma}{dz}$$ ۱۵-۳

با فرض اینکه $A=A_e=A_w=A_n=A_s=A_t=A_b$ از روش اختلاف بالادست برای نشان دادن سهم عبارتهای پخش در سمت راست معادله، استفاده می‌شود. معادله پخش - انتقال انتگرالگیری شده (۳-۱۴) بصورت زیر نوشته می‌شود:

۱۶-۳

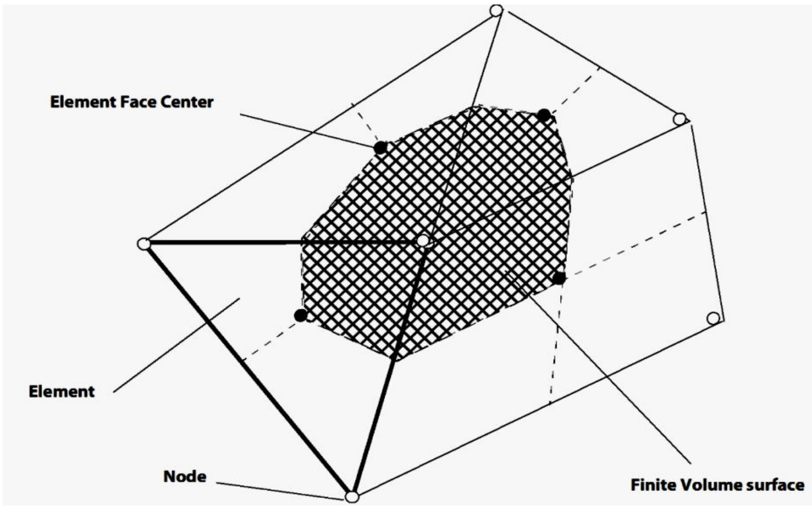
$$F_e\emptyset_p-F_w\emptyset_W+F_n\emptyset_p-F_s\emptyset_S+F_t\emptyset_p-F_b\emptyset_B=D_e(\emptyset_E-\emptyset_p)-D_w(\emptyset_p-\emptyset_W)+D_n(\emptyset_N-\emptyset_p)-D_s(\emptyset_p-\emptyset_S)+D_t(\emptyset_T-\emptyset_p)-D_b(\emptyset_p-\emptyset_B)$$

و معادله پیوستگی انتگرالگیری شده عبارتست از:

$$F_e-F_w+F_n-F_s+F_t-F_b=0$$ ۱۷-۳

همچنین فرض شد که میدان سرعت در آنجا تا حدودی معلوم است و توسط مقادیرF_b و F_e , F_w , F_n , F_s , F_t , بدست می‌آید. برای حل معادله (۳-۱۶) به محاسبه خاصیت $\emptyset$ منتقل شده از سطوح e,w,n,s,t,b نیازاست.

۲-۳ گسسته‌سازی و تئوری حل



شکل ۳-۲ سطح حجم کنترل

گسسته‌سازی معادلات حاکم: این روش شامل گسسته‌سازی محدوده محاسباتی به حجم کنترل های محدود و کوچک با کمک یک مش بندی (شبکه) می‌باشد. معادلات حاکم روی هر حجم کنترل انتگرال‌گیری می‌شوند بطوریکه کمیت‌های وابسته(جرم، مومنتم، انرژی و غیره) در قسمتهای گسسته شده هر حجم کنترل حفظ شود. شکل زیر یک نوع مش را با عمق واحد نشان می‌دهد.

واضح است که هر گرهی بوسیله یک سری از سطوحی که حجم کنترل را مشخص می‌کنند احاطه می‌شود. همه متغیرهای حل و خصوصیات سیال در گره‌های ا لمان ذخیره می‌شوند. شکل متوسط زمانی معادلات بقای جرم، مومنتم و تابع اسکالر بررسی می‌شود که مولفه های کارتزین این معادلات بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho U_j\right)=0 \qquad ۱۸-۳$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho U_j U_i\right)=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\right) \qquad ۱۹-۳$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\emptyset)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j\emptyset)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_{eff}\left(\frac{\partial\emptyset}{\partial x_j}\right)\right)+S_{\emptyset} \qquad ۲۰-۳$$

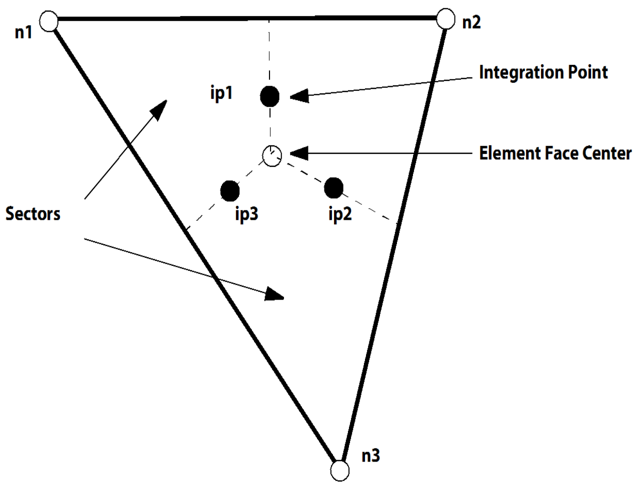
این معادلات بر روی هر حجم کنترل انتگرال‌گیری می‌شوند و تئوری دیورژانس گوس برای تبدیل انتگرال‌های حجمی شامل عملگرهای دیورژانس و گرادیان به انتگرالهای سطحی بکار گرفته می شود. اگر حجم های کنترل با زمان تغییر شکل نیابند آنگاه مشتق‌های زمانی می‌توانند به خارج از انتگرالهای حجمی انتقال داده شوند و معادلات به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{d}{dt}\int\rho dV+\int\rho U_j dn_j=0 \qquad ۲۱-۳$$

$$\frac{d}{dt}\int\rho U_i dV+\int\rho U_j U_i dn_j=-\int P dn_j+\int\mu_{eff}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)dn_j+\int S_{U_i}dV \qquad ۲۲-۳$$

$$\frac{d}{dt}\int\rho\emptyset\, dV+\int\rho U_j\emptyset\, dn_j=\int\Gamma_{eff}\left(\frac{\partial\emptyset}{\partial x_j}\right)dn_j+\int S_{\emptyset}\, dV \qquad ۲۳-۳$$

که V و S به ترتیب حجم وسطح نواحی انتگرال‌گیری را مشخص می کنند و dn_j مولفه های کارتزین دیفرانسیلی بردار سطح نرمال خارجی هستند. انتگرال‌های حجمی ترم‌های انباشتگی یا منبع و انتگرال‌های سطحی مجموع شارها را نشان می‌دهند. نخستین گام در حل عددی این معادلات گسسته‌سازی انتگرال های سطحی و حجمی است. این به وسیله تبدیل هر ترم به شکل گسسته انجام می‌شود. برای مثال یک المان مش جداشده مانند شکل (۳-۳) را بررسی می‌کنیم.



شکل ۳-۳ المان مش

ترم های حجمی بوسیله مقادیر ویژه تقریبی در هر بخش به شکل گسسته تبدیل می‌شوند، سپس این مقادیر روی همه بخش‌های حجم کنترل انتگرال‌گیری می‌شوند. ترم های جریان سطحی بوسیله اولین شارهای تقریبی در نقاط انتگرال گیری به شکل گسسته شان تبدیل می شوند که این نقاط در مرکز هر بخش سطحی در یک المان سه بعدی احاطه شده حجم کنترل واقع می‌شوند. جریان‌ها بوسیله انتگرال‌گیری شارها روی بخش‌های سطحی یک حجم کنترل ارزیابی می‌شوند. بیشتر تقریب های گسسته سازی شده توسعه یافته در دینامیک سیالات محاسباتی بر اساس یک سری بسط های تقریبی توابع پیوسته می‌باشد (مانند سری های تیلور) مرتبه دقت تقریب‌ها بوسیله توان روی فضای مش یا عامل گام زمانی بزرگ‌ترین ترم در قسمت کوتاه شده بسط سری ها، مشخص می‌شود. برای افزایش مرتبه دقت یک تقریب معمولاً خطاها با سرعت بیشتری همراه با تصحیح اندازه گام زمانی یا اندازه مش کاهش داده می شوند.

شکل گسسته معادلات انتگرالی بصورت زیر می‌شوند:

$$V\left(\frac{\rho-\rho^{\circ}}{\Delta t}\right)+\sum_{ip}\left(\rho U_j \Delta n_j\right)_{ip}=0 \qquad \text{۲۴-۳}$$

$$V\left(\frac{\rho U_i-\rho^{\circ} U_i^{\circ}}{\Delta t}\right)+\sum_{ip}\dot{m}_{ip}(U_i)_{ip}=\sum_{ip}(P\Delta n_i)_{ip}+\sum_{ip}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\Delta n_j\right)_{ip}+\overline{S_{U_i}}\mathrm{V} \qquad \text{۲۵-۳}$$

$$V\left(\frac{\rho\emptyset-\rho^{\circ}\emptyset^{\circ}}{\Delta t}\right)+\sum_{ip}\dot{m}_{ip}\emptyset_{ip}=\sum_{ip}\left(\Gamma_{eff}\frac{\partial\emptyset}{\partial x_j}\Delta n_j\right)_{ip}+\overline{S_{\emptyset}}\mathrm{V} \qquad \text{۲۶-۳}$$

که V حجم کنترل، Δt گام زمانی، Δn_j بردار سطحی خروجی گسسته شده می‌باشند. زیر نویس ip سنجش را در یک نقطه انتگرالی مشخص می‌کند و حاصل جمع روی همه نقاط حجم کنترل است. در اینجا از فرض روش پسروی مرتبه اول اویلر استفاده شده، اگر چه روش مرتبه دومی نیز در دسترس است که در ادامه بحث خواهد شد. بالانویس $^{\circ}$ به زمان قبلی مربوط می‌شود. جریان جرمی گسسته شده یک سطح از حجم کنترل که با $\dot{m}_{ip}$ مشخص می‌شود بوسیله رابطه زیر داده شده است:

$$\dot{m}_{ip} = \left(\rho U_j \Delta n_j\right)_{ip}$$ ۲۷-۳

۳-۲-۱ توابع شکل

در اجزا محدود از توابع شکل برای ارزیابی جواب و تغییراتش بین المان‌های مش استفاده می شود. یک متغیر بین یک المان بصورت زیر تغییر می‌کند.

$$\phi = \sum_{i=1}^{Node} N_i \phi_i$$ ۲۸-۳

که N_i تابع شکل برای گره i و ϕ_i مقدارمتغیر ϕ در گره i است. Σ به منزله حاصلجمع روی همه گره‌های المان است. ویژگی‌های کلیدی تابع شکل به صورت زیر است:

$$\sum_{i=1}^{Node} N_i = 1$$ ۲۹-۳

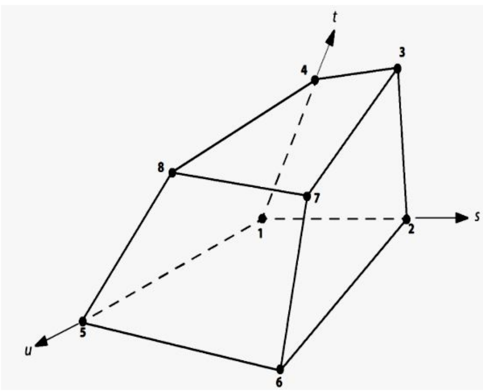
$$N_i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$ ۳۰-۳

توابع شکل بکار گرفته شده در این تحقیق بر حسب مولفه های پارامتری خطی بیان شده‌اند. آنها برای محاسبه کمیت‌های هندسی مختلف شامل مولفه‌های ip وبردارهای نواحی سطحی، بخوبی استفاده می‌شوند.

$$y = \sum_{i=1}^{Node} N_i y_i$$ ۳۱-۳

توابع شکل سه خطی برای گره های هر المان شش وجهی مش پایه بصورت زیر داده می شود:

$$\begin{aligned}
N_1(s,t,u) &= (1-s)(1-t)(1-u) \\
N_2(s,t,u) &= s(1-t)(1-u) \\
N_3(s,t,u) &= st(1-u) \\
N_4(s,t,u) &= (1-s)t(1-u) \\
N_5(s,t,u) &= (1-s)(1-t)u \\
N_6(s,t,u) &= s(1-t)u \\
N_7(s,t,u) &= stu \\
N_8(s,t,u) &= (1-s)tu
\end{aligned}$$ ۳۲-۳

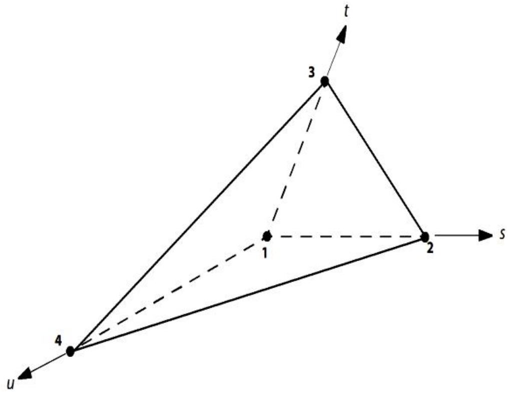


شکل ۳-۴ المان شش وجهی

توابع شکل سه خطی برای گره‌های هر المان چهاروجهی مش پایه بصورت زیر است:

۳-۳۳

$$
\begin{aligned}
N_1(s,t,u) &= 1-s-t-u \\
N_2(s,t,u) &= s \\
N_3(s,t,u) &= t \\
N_4(s,t,u) &= u
\end{aligned}
$$

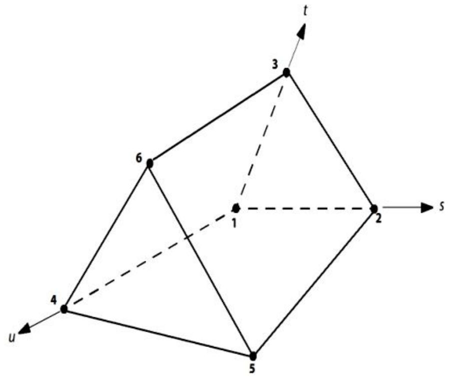


شکل ۳-۵ المان چهار وجهی

توابع شکل سه خطی برای گره‌های هر المان گوه‌ای مش پایه بصورت زیر است:

معادله ۳-۳۴

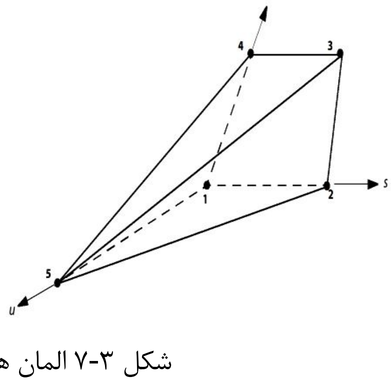
$$
\begin{aligned}
N_1(s,t,u) &= (1-s-t)(1-u) \\
N_2(s,t,u) &= s(1-u) \\
N_3(s,t,u) &= t(1-u) \\
N_4(s,t,u) &= (1-s-t)u \\
N_5(s,t,u) &= su \\
N_6(s,t,u) &= tu
\end{aligned}
$$



شکل ۳-۶ المان گوه ای

توابع شکل سه خطی برای گره‌های هر المان هرمی مش پایه بصورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
N_1(s,t,u) &= (1-s)(1-t)(1-u) \\
N_2(s,t,u) &= s(1-t)(1-u) \\
N_3(s,t,u) &= st(1-u) \\
N_4(s,t,u) &= (1-s)t(1-u) \\
N_5(s,t,u) &= u
\end{aligned}
\qquad ۳-۳۵
$$



شکل ۳-۷ المان هرمی

۳-۲-۲ گرادیان‌های حجم کنترل[۱]

در تعدادی از مراحل محاسبه گرادیان‌ها در گره‌ها ضرورت می‌یابد از تئوری دیورژانس گوس گرادیان‌های حجم کنترل بصورت زیر استفاده شود:

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum_{ip} \left(\phi \Delta \vec{n} \right)_{ip} \qquad ۳۶\text{-}۳$$

که $\Delta \vec{n}$ بردار سطح خارجی در نقطه ip، مقدار ϕ باید با استفاده از یک تابع شکل مناسب در این معادله محاسبه شود.

۳-۲-۳ ترم‌های جابجایی:

این ترم در نقاط انتگرال‌گیری برا ی محاسبه مقدار خاصیت ϕ بکارگرفته می‌شود. الگوریتم کلی جابجایی ارائه شده بصورت زیر است:

$$\phi_{ip} = \phi_{up} + \beta \nabla \phi . \Delta \vec{r} \qquad ۳۷\text{-}۳$$

که در این رابطه مقدار ϕ_{up} در گره بالادست و $\vec{r}$ بردار از نقطه بالادست به سمت نقطه انتگرال گیری ip است. انتخاب‌های مختلف β و $\nabla\phi$ منجربه الگوهای متفاوت جابجایی می‌شود.

۳-۲-۳-۱ روش اختلاف بالادست مرتبه اول[۲]

مقدار $\beta = 0$ باعث ایجاد روش اختلاف بالادست مرتبه اول می‌شود. این روش خیلی قوی است اما خطاهای گسسته‌سازی پخشی را بوجود خواهد آورد که تمایل به ترکیب با گرادیان‌های فضایی با شیب تند را دارد.

عامل ترکیبی صریح[۳]

با انتخاب β بین ۰ و ۱ و تنظیم $\nabla\phi$معادل با میانگین گرادیان‌های گره‌ای مجاور خطاهای

---

۱) control volume gradients

۲) first order Upwind Difference Scheme (UDS)

۳) Specified Blend Factor

گسسته‌سازی مانند روش اختلاف بالادست مرتبه اول کم می‌شوند. کمیت $\beta\nabla\phi - \Delta\vec{r}$ (تصحیح انتقال عددی نامیده می شود) ممکن است به عنوان یک تصحیح ضد پخش برای روش بالادست بکار گرفته شود. ظاهراً انتخاب $\beta = 1$ دارای دقت مرتبه دوم فضایی است و در نتیجه گسسته سازی باعث تولید دوباره گرادیان‌های فضایی با شیب تند خواهد شد.

۳-۲-۳-۲ روش اختلاف مرکزی[۱]

در این روش مقدار $\beta = 1$ و $\nabla\phi$ معادل گرادیان محلی المان انتخاب می شود. طبق یک تعبیر دیگر ϕ_{ip} با استفاده از توابع شکل سه خطی ارزیابی می‌شود.

$$\phi_{ip} = \sum_{ip} N_n\left(s_{ip}, t_{ip}, u_{ip}\right)\phi_n \qquad ۳۸-۳$$

نتایج این روش دارای دقت مرتبه دوم هستند و در آن هر دو مشخصات مطلوب و نامطلوب روش تصحیح جابجایی عددی شرکت دارند. مشخصه نامطلوب این روش، آن است که متحمل نتایج عدم پیوستگی و کوپل جدی می‌شود که در این صورت استفاده از این روش پیشنهاد نمی‌شود. همچنین ثابت شده است که اگر این روش همراه روش LES برای مدل‌های آشفتگی استفاده شود مفید و دقیق خواهد بود.

۳-۲-۳-۳ روش تفکیک پذیری بالا[۲]

این روش β را بطور محلی نزدیک به یک در نظر می‌گیرد و در صورت امکان بدون در نظر گرفتن نوسانات محلی $\nabla\phi$ را معادل گرادیان حجم کنترل گره بالادست درنظر می‌گیرند. این روش دقیق و کران‌دار است، چون ناپیوستگی‌های مرتبه اول را کاهش می‌دهد. قابل ذکر است که برای کمیت‌های برداری مانند سرعت، β بصورت مستقل برای هر مولفه برداری محاسبه می‌شود.

---

۱) Central DifferenceScheme (CDS)

۲) High Resolution Scheme

۳-۲-۴ ترم‌های پخش

در روش‌های اجزا محدود استاندارد، توابع شکل برای ارزیابی مشتق‌های مکانی همه ترم های پخش استفاده می‌شوند. به عنوان مثال، برای محاسبه مشتق در جهت x درنقطه انتگرالی ip داریم:

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{ip} = \sum_n \left.\frac{\partial N_n}{\partial x}\right|_{ip} \phi_n \qquad ۳۹\text{-}۳$$

که $\sum$ به منزله حاصل جمع روی همه توابع شکل مربوط به المان است.

مشتق های کارتزین توابع شکل از طریق ماتریس انتقالی ژاکوبین می‌تواند بیان شود. گرادیان

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial u} \end{bmatrix} \qquad ۴۰\text{-}۳$$

های توابع شکل در محل های واقعی هر نقطه انتگرالی (مانند درون یابی توابع سه خطی) یا در محل های تقاطع سطحی لبه‌های المان (درون یابی خطی-خطی) می‌توانند ارزیابی شوند. فرمول‌های بعدی به قیمت کاهش محلی دقت مرتبه فضایی تقریب های گسسته شده، حل را بهبود می بخشد.

۳-۲-۵ ترم‌های گرادیان فشار

انتگرال سطحی گرادیان فشار در معادلات مومنتم شامل ارزیابی عبارت زیر است:

$$\left(P\Delta n_{ip}\right)_{ip} \qquad ۴۱\text{-}۳$$

که مقدار P_{ip} با استفاده از توابع شکل محاسبه می‌شود:

$$P_{ip} = \sum_n N_n\left(s_{ip}, t_{ip}, u_{ip}\right) p_n \qquad ۴۲\text{-}۳$$

توابع شکل معمولاً برای محاسبه ترم فشار بطور پیش فرض از درون‌یابی خطی-خطی استفاده می کنند بجز جریانات بویانسی، که برای این جریانات جهت بالا بردن دقت حل بهتر است از درون‌یابی های سه خطی استفاده شود.

۳-۲-۶ کوپل کردن سرعت و فشار: یک آرایش شبکه‌ای ثابت (جابجا نشده) مانند حجم کنترل‌ها که برای همه معادلات انتقال مشخص می‌شود، را استفاده می‌کنیم.

Rhie and Chow [۹] یک گسسته‌سازی متناوب را برای جریان‌های جرمی، به منظور جلوگیری از عدم پیوستگی (کوپل) پیشنهاد کردند و این گسسته‌سازی توسط Majumdar [۲۰] جهت حذف وابستگی حل حالت دائمی به گام زمانی اصلاح شد. یک استراتژی مشابه در CFX وجود داردکه با بکارگیری یک معادله مانند مومنتم برای هر نقطه انتگرالی عبارات زیر برای سرعت جابجایی (انتقال جرم) بدست می‌آید.

$$U_{i,ip} = \overline{U}_{i,ip} + f_{ip}\left(\left.\frac{\partial P}{\partial x_i}\right|_{ip} - \left.\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i}\right|_{ip} \right) - c_{ip} f_{ip}\left(U^{\circ}_{i,ip} - \overline{U}^{\circ}_{i,ip} \right) \qquad ۴۳-۳$$

$$f_{ip} = \frac{d_{ip}}{1 - c_{ip} d_{ip}} \qquad ۴۴-۳$$

$$d_{ip} = -\frac{V}{A} \qquad ۴۵-۳$$

A ضریب مرکزی تقریبی معادله مومنتم بجز ترم لحظه ای

$$c_{ip} = \frac{\rho}{\Delta t} \qquad ۴۶-۳$$

علامت (¯) میانگین مقادیر رئوس همجوار را نشان می‌دهد در حالیکه بالانویس(°) مقادیر گام زمانی قبلی را نشان می‌دهد. گسسته‌سازی ساده که بوسیله میانگین سرعت های رئوس همجوار نقطه انتگرال‌گیری به آسانی تعیین می‌شود توسط تغییرات فشار مرتبه بالا تقویت می‌شود. مخصوصاً وقتی که در معادله پیوستگی جایگزین می‌شود، ترمی را که دارای دقت مرتبه سوم فضایی است را نشان می دهد و بعضی مواقع ترم توزیع مجدد فشار نیز نامیده می‌شود. این ترم معمولاً بطور محسوسی از میانگین رئوس کوچکتر است بویژه وقتی مش برای ترازهای متعارف تصحیح می شود.

۳-۲-۷ **ترم لحظه‌ای:** برای حجم‌های کنترلی که با زمان تغییر شکل نمی‌یابند، معمولاً تقریب گسسته ترم لحظه‌ای برای n امین گام زمانی بصورت معادله زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\phi dV \approx V\frac{(\rho\phi)^{n+\frac{1}{2}}-(\rho\phi)^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \qquad ۴۷\text{-}۳$$

که مقادیر در شروع وپایان هر گام زمانی با بالا نویس های□ $n+$ و□ $n-$ به ترتیب مشخص می‌شوند با روش پسروی مرتبه اول اویلر شروع و پایان مقادیر گام زمانی به ترتیب با استفاده از مقادیر حل کنونی و زمان قبلی تقریب زده می‌شوند. نتایج این گسسته‌سازی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\phi dV \approx V\left(\frac{\rho\phi-\rho^{\circ}\phi^{\circ}}{\Delta t}\right) \qquad ۴۸\text{-}۳$$

این رابطه کاملاً ضمنی، بسته و بقایی در زمان است و هیچ محدودیتی برای اندازه گام زمانی ایجاد نمی‌کند، هر چند این گسسته‌سازی تنها دارای دقت مرتبه اول در زمان است و خطای گسسته سازی را ایجاد خواهد کرد. این رفتار شبیه پخش عددی باروش اختلاف بالادست برای گسسته سازی ترم انتقالی است. با روش پسروی مرتبه دوم اویلر مقادیر گام زمانی ابتدا و انتها به صورت زیر تقریب زده می‌شوند:

$$(\rho\phi)^{n-\frac{1}{2}}=(\rho\phi)^{\circ}+\frac{1}{2}\left((\rho\phi)^{\circ}-(\rho\phi)^{\circ\circ}\right) \qquad ۴۹\text{-}۳$$

$$(\rho\phi)^{n+\frac{1}{2}}=(\rho\phi)+\frac{1}{2}\left((\rho\phi)-(\rho\phi)^{\circ}\right) \qquad ۵۰\text{-}۳$$

وقتی این مقادیر در تقریب گسسته‌سازی معمولی (معادله۳-۴۷) جایگزین شوند، نتایج گسسته‌سازی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\phi dV \approx V\frac{1}{\Delta t}\left(\frac{3}{2}(\rho\phi)-2(\rho\phi)^{\circ}+\frac{1}{2}(\rho\phi)^{\circ\circ}\right) \qquad ۵۱\text{-}۳$$

این روش نیز پایدار، ضمنی و بقایی در زمان است و محدودیتی برای گام زمانی ایجاد نمی‌کند. ضمناً دارای دقت مرتبه دوم زمانی است، اما کران‌دار و محدود نیست و ممکن است تعدادی نوسانات

حل غیر فیزیکی ایجاد کند. برای کمیت‌هایی مانند کسرهای حجمی، یک روش پسروی مرتبه دوم تصحیح شده بجای این روش استفاده می‌شود.

۳-۳ سیستم معادلات کوپل شده

سری خطی معادلاتی که بوسیله روش های حجم محدود برای همه المانهای محدوده بدست آمده‌اند، معادلات بقای گسسته شده هستند. این سیستم معادلات می‌توانند به صورت زیر نوشته شوند:

$$\sum_{nb_i} a_i^{nb} \phi_i^{nb} = b_i \qquad ۳-۵۲$$

که ϕ مجهول معادله، b طرف راست معادله و a ضرایب معادله هستند. i شماره حجم کنترل یا گره را مشخص می‌کند، nb معنی همسایه و همجوار را دارد اما شامل حاصلضرب ضرایب مرکزی جواب در مکان i ام نیز می‌شود. یک گره ممکن است چندین همسایه داشته باشد. این روش دارای کاربرد یکسان برای مش‌های سازمان یافته و بی سازمان می‌باشد.

مجموعه اینها برای همه حجم‌های کنترل، کل سیستم معادلات خطی را تشکیل می‌دهد. برای یک معادله اسکالر (مانند آنتالپی یا انرژی سینماتیکی آشفتگی) ϕ_i^{nb} و a_i^{nb} و b_i هر کدام عدد خاصی هستندکه به صورت ماتریس ۴×۴ و یا بردارهای ۴×۱ می‌توانند به صورت زیر بیان شوند:

$$a_i^{nb} = \begin{bmatrix} a_{uu} a_{uv} a_{uw} a_{up} \\ a_{vu} a_{vv} a_{vw} a_{vp} \\ a_{wu} a_{wv} a_{ww} a_{wp} \\ a_{pu} a_{pv} a_{pw} a_{pp} \end{bmatrix}$$

$$b_i^{nb} = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix} \phi_i^{nb} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i^{nb}$$

امتیازات سیستم‌های کوپل شده نسبت به سیستم های کوپل نشده عبارت است: نیرومندی، بازده، عمومیت و سادگی.

همه این امتیازات با هم ترکیب شده‌اند تا این حلال کوپل شده دارای ویژگی های بسیار قوی تری نسبت به ما بقی کدهای موجود در زمینه دینامیک سیالات محاسباتی گردد. تنها اشکال این سیستم نیاز به فضای ذخیره سازی بالا برای ضرایب موجود است.

۳-۴ انواع الگوریتم‌های حل عددی معادلات حاکم بر جریان سیال

الگوریتم‌های عددی شامل مراحل زیر است:

۱-گسسته‌سازی، شامل جایگذاری نوعی از تقریب‌های اختلاف محدود برای عبارت‌های داخل معادله انتگرالی می باشد، که فرآیندهای جریان مانند: انتقال، پخش و چشمه‌ها را نشان می‌دهد. این عمل معادلات انتگرالی را به یک سیستم معادلات جبری تبدیل می‌کند.

۲-حل معادلات جبری با استفاده از یک روش تکرار، زیرا پدیده های فیزیکی اساسی، پیچیده و غیر خطی می‌باشند، بنابراین یک روش تکرار مورد نیاز است.

۳-۴-۱ الگوریتم SIMPLE[1]

این الگوریتم اولین بار توسط پاتانکار و اسپالدینگ [۱۴] مطرح شد و بطور اساسی یک روش حدس و تصحیح برای محاسبه فشار می‌باشد. این روش با فرض معادلات جریان دائم و آرام دو بعدی در مختصات کارتزین تشریح شده است. برای شروع فرآیند محاسبه SIMPLE، یک میدان فشار p^* حدس زده می‌شود. مولفه های سرعت u^* و v^* بصورت زیر نتیجه شود:

$$a_{i,J}u^*_{i,J} = \sum a_{nb}u^*_{nb} + \left(p^*_{I-1,j} - p^*_{I,J}\right)A_{i,J} + b_{i,J} \qquad ۳-۵۳$$

$$a_{I,j}v^*_{I,j} = \sum a_{nb}v^*_{nb} + \left(p^*_{I,j-1} - p^*_{I,J}\right)A_{I,j} + b_{I,j} \qquad ۳-۵۴$$

حال تصحیح p' را بصورت اختلاف بین میدان فشار صحیح p و میدان فشار حدسی p^* تعریف می‌کنیم، بنابراین داریم:

---

[1]) Semi- Implicit Method for Pressure –Linked Equations

$$p = p^* + \acute{p}$$ ۳-۵۵

بصورت مشابه، اصلاحات سرعت u' و v' را به منظور مرتبط کردن سرعتهای صحیح u و v به سرعتهای حدسی u^* و v^* تعریف می‌کنیم:

$$u = u^* + \acute{u}$$ ۳-۵۶

$$v = v^* + \acute{v}$$

با جایگذاری میدان فشار صحیح p در معادلات اندازه حرکت، میدان سرعت صحیح (u, v) حاصل می‌شود.

$$a_{i,J}\left(u_{i,J} - u_{i,J}^*\right) = \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + \left[\left(p_{I-1,J} - p_{I,J}^*\right) - \left(p_{I,J} - p_{I,J}^*\right)\right]A_{i,J}$$ ۳-۵۷

$$a_{I,j}\left(v_{I,j} - v_{I,j}^*\right) = \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + \left[\left(p_{I,J-1} - p_{I,J-1}^*\right) - \left(p_{I,J} - p_{I,J}^*\right)\right]A_{I,j}$$ ۳-۵۸

با استفاده از روابط تصحیح (۳-۵۵ و ۳-۵۶)، معادلات (۳-۵۷ و ۳-۵۸) را می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

$$a_{i,J}u'_{i,J} = \sum a_{nb}u'_{nb} + \left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}\right)A_{i,J}$$ ۳-۵۹

$$a_{I,j}v'_{I,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + \left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}\right)A_{I,j}$$ ۳-۶۰

در اینجا $\sum a_{nb}u'_{nb}$ و $\sum a_{nb}v'_{nb}$ به منظور ساده شدن معادلات (۳-۵۹) و (۳-۶۰)، در روابط مربوط به اصلاحات سرعت حذف می‌شود. حذف این عبارات، تقریب اصلی مربوط به الگوریتم SIMPLE می باشد. در نتیجه داریم:

$$u'_{i,J} = d_{i,J}\left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}\right)$$ ۳-۶۱

$$v'_{I,j} = \left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}\right)d_{I,j}$$ ۳-۶۲

$$d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}}$$ ۳-۶۳

$$d_{i,J} = \frac{A_{i,J}}{a_{i,J}}$$ ۳-۶۴

معادلات (۳-۶۱) و (۳-۶۲) اصلاحات اعمال شده به سرعتها توسط روابط (۳-۵۵) و (۳-۵۶) را

توصیف می‌کنند، که در نتیجه:

$$u_{i,J} = u^*_{i,J} + d_{i,J}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J})$$ ۶۵-۳

$$v_{I,j} = v^*_{I,j} + d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J})$$ ۶۶-۳

عبارات مشابه ای برای $u_{i+1,J}$, $v_{I,j+1}$ بدست می‌آید:

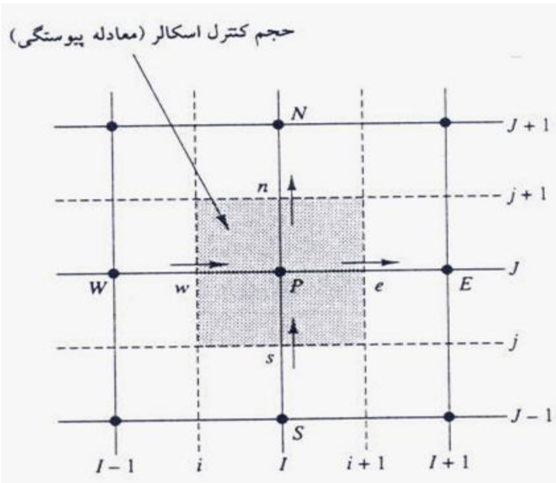
$$u_{i+1,J} = u^*_{i+1,J} + d_{i+1,J}(p'_{I,J} - p'_{I+1,J})$$ ۶۷-۳

$$v_{I,j+1} = v^*_{I,j+1} + d_{I,j+1}(p'_{I,J} - p'_{I,J+1})$$ ۶۸-۳

$$d_{i+1,J} = \frac{A_{i+1,J}}{a_{i+1,J}}$$ ۶۹-۳

$$d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1}}{a_{I,j+1}}$$ ۷۰-۳

تا اینجا فقط معادلات اندازه حرکت را ملاحظه کردیم اما با توجه به آنچه که قبلا ذکر شد، میدان سرعت نیز باید معادله پیوستگی را ارضاء کند. پیوستگی به شکل گسسته برای حجم کنترل اسکالر نشان داده شده در شکل (۳-۸)، ارضاء می‌شود:



شکل ۳-۸ حجم کنترل اسکالر استفاده شده برای گسسته‌سازی معادله پیوستگی

$$[(\rho uA)_{i+1,J} - (\rho uA)_{i,J}] + [(\rho vA)_{I,j+1} - (\rho vA)_{I,j}] = 0$$ ۷۱-۳

با جایگذاری سرعتهای تصحیح شده از معادلات (۳-۶۷ و۳-۶۸)، در معادله پیوستگی گسسته شده(۳-۷۱) و با جایگذاری تعیین ضرایب $\acute{p}$، می‌توان نوشت:

$$a_{I,J}p'_{I,J} = a_{I+1,J}p'_{i+1,j} + a_{I-1,J}p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}p'_{I,J+1} + a_{I,J-1}p'_{I,J-1} + b'_{I,J} \quad ۷۲-۳$$

که $a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$ وسایرضرایب به صورت جدول ۳-۱ می‌باشند:

جدول ۳-۱ ضرایب تصحیح فشار در روش SIMPLE

$a_{I+1,J}$	$a_{I-1,J}$	$a_{I,J+1}$	$a_{I,J-1}$	$b'_{I,J}$
$(\rho dA)_{i+1,J}$	$(\rho dA)_{i,J}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$	$(\rho dA)_{I,j}$	$(\rho u^* A)_{i,J} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1}$

معادله (۳-۷۲) معادله گسسته پیوستگی را بصورت معادله‌ای برای تصحیح فشار $\acute{p}$ نشان می‌دهد. بخش چشمه b'در معادله، ناپیوستگی ناشی از میدان سرعت ناصحیح u^* و v^* می‌باشد. با حل معادله (۳-۷۲)، میدان تصحیح فشار $\acute{p}$ در تمام نقاط بدست می‌آید. وقتی که میدان تصحیح فشار معلوم نیست، میدان فشار صحیح با استفاده از رابطه (۳-۵۵) بدست می‌آید و همچنین مولفه های سرعت از طریق رابطه تصحیح (۳-۶۵ و ۳-۶۶) بدست می‌آیند. حذف عبارتهایی نظیر $\sum a_{nb} u'_{nb}$ در مشتق‌گیری، اثری روی حل نهایی ندارد، زیرا اصلاحات فشار و سرعت در یک حل همگرا هنگامی‌که $p^*=p$ و $u^*=u$ و $v^*=v$ باشد، صفر خواهند بود. معادله تصحیح فشار تمایل به واگرایی دارد و فشارهای اصلاح شده جدید p^{new} با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad ۷۳-۳$$

که α_pضریب مادون رهایی فشار است. اگر α_pرا برابر ۱ در نظر بگیریم، میدان فشار حدسی p^* با استفاده از $\acute{p}$ تصحیح خواهد شد. ولی اصلاحات $\acute{p}$ مخصوصاً هنگامی‌که فشار حدسی p^*از جواب نهایی دور باشد، اغلب برای محاسبات پایداری بزرگ می‌باشد. α_p برابر صفر هیچگونه اصلاحاتی را به دنبال نخواهد داشت که این هم برای ما مطلوب نیست. با α_pبین صفر و یک می توانیم کسری از میدان تصحیح $\acute{p}$ را (که برای انجام فرآیند تصحیح تکرار پیشرو به اندازه کافی بزرگ می‌باشد، اما برای رسیدن به محاسبات پایدار خیلی کوچک است) به میدان حدسی p^*اضافه کنیم.

سرعتها نیز مادون رهایی شده‌اند. مولفه های سرعت بهبود یافته به صورت تکراری u^{new} و v^{new} از روابط زیر بدست آمده‌اند:

$$u^{new} = \alpha_u u + (1-\alpha_u) u^{(n-1)} \qquad ۷۴\text{-}۳$$

$$v^{new} = \alpha_v v + (1-\alpha_v) v^{(n-1)} \qquad ۷۵\text{-}۳$$

که α_u و α_v عبارتند از ضرایب مادون رهایی سرعت u و v، با مقادیر بین صفر و یک. u و v عبارتند از مولفه های تصحیح شده سرعت، بدون رهایی، و $u^{(n-1)}$ و $v^{(n-1)}$ نشان دهنده مقادیر بدست آمده آنها در تکرار قبلی می‌باشند. بعد از یک سری عملیات جبری می‌توان نشان داد که معادله گسسته اندازه حرکت u توسط مادون رهایی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{a_{i,J}}{\alpha_u} u_{i,J} = \sum a_{nb} u_{nb} + \left(p_{I-1,J} - p_{I,J}\right) A_{i,J} + b_{i,J} + \left[(1-\alpha_u)\frac{a_{i,J}}{\alpha_u}\right] u_{i,J}^{(n-1)} \qquad ۷۶\text{-}۳$$

و معادله گسسته اندازه حرکت v عبارتست از:

$$\frac{a_{I,j}}{\alpha_v} v_{I,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + \left(p_{I,J-1} - p_{I,J}\right) A_{I,j} + b_{I,j} + \left[(1-\alpha_v)\frac{a_{I,j}}{\alpha_v}\right] v_{I,j}^{(n-1)} \qquad ۷۷\text{-}۳$$

همچنین معادله تصحیح فشار تحت تاثیر مادون رهایی سرعت قرار می‌گیرد و می‌توان نشان داد که عبارتهای d معادله تصحیح فشار بصورت زیر می‌باشد:

$$d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1}\alpha_v}{a_{I,j+1}} \qquad ۷۸\text{-}۳$$

$$d_{I,j} = \frac{A_{I,j}\alpha_v}{a_{I,j}} \qquad ۷۹\text{-}۳$$

$$d_{i,J} = \frac{A_{i,J}\alpha_u}{a_{i,J}} \qquad ۸۰\text{-}۳$$

$$d_{i+1,J} = \frac{A_{i+1,J}\alpha_u}{a_{i+1,J}} \qquad ۸۱\text{-}۳$$

توجه شود که در این رابطه $a_{i,J}$، $a_{I,j+1}, a_{I,j}, a_{i+1,J}$ عبارتند از ضرایب مرکزی معادلات گسسته سرعت در مکانهای (i,J)، $(i+1,J)$، (I,j) و $(I,j+1)$ مربوط به مرکز سلول اسکالر اطراف p. انتخاب صحیح ضرایب مادون رهایی α برای شبیه‌سازیهای پیچیده ضروری می‌باشد. مقدار خیلی بزرگ α ممکن است منجر به جوابهای نوسانی و یا حتی تکراری واگرا شود و مقدار خیلی کوچک α

باعث می‌شود که همگرایی بسیار آرام صورت گیرد. متأسفانه، مقادیر بهینه ضرایب مادون رهایی بستگی به نوع جریان دارد و باید مورد بررسی قرار گیرد.

الگوریتم SIMPLE روشی برای محاسبه فشارها و سرعتها می باشد، که یک روش تکراری است. روند کاملی از عملکرد الگوریتم SIMPLE در شکل ۳-۹ نشان داده شده است.

۳-۴-۲ الگوریتم SIMPLER

الگوریتم SIMPLER (SIMPLE اصلاح شده) یک نسخه اصلاح شده برای SIMPLE می‌باشد که توسط پاتانکار [۶] ارائه شد. در این الگوریتم معادله پیوستگی گسسته (۳-۷۱) جهت استخراج یک معادله گسسته برای فشار، بجای معادله تصحیح فشار در روش SIMPLE، استفاده شده است. بنابراین میدان فشار متوسط بطور مستقیم و بدون استفاده از تصحیح بدست می‌آید. اما سرعتها باز هم از اصلاحات سرعت (۳-۶۵ تا ۳-۶۸) مربوط به روش SIMPLE، بدست می‌آیند.

معادله گسسته اندازه حرکت (۳-۵۳ و ۳-۵۴) بصورت زیر باز نویسی می‌شوند:

$$u_{i,J} = \frac{\sum a_{nb}u_{nb}+b_{i,J}}{a_{i,J}} + \frac{A_{i,J}}{a_{i,J}}\left(p_{I-1,J} - p_{I,J}\right) \quad ۸۲\text{-}۳$$

$$v_{I,j} = \frac{\sum a_{nb}v_{nb}+b_{I,j}}{a_{I,j}} + \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}}\left(p_{I,J-1} - p_{I,J}\right) \quad ۸۳\text{-}۳$$

در الگوریتم SIMPLER، سرعتهای غیر واقعی $\hat{u}$ بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\hat{u}_{i,J} = \frac{\sum a_{nb}u_{nb}+b_{i,J}}{a_{i,J}} \quad ۸۴\text{-}۳$$

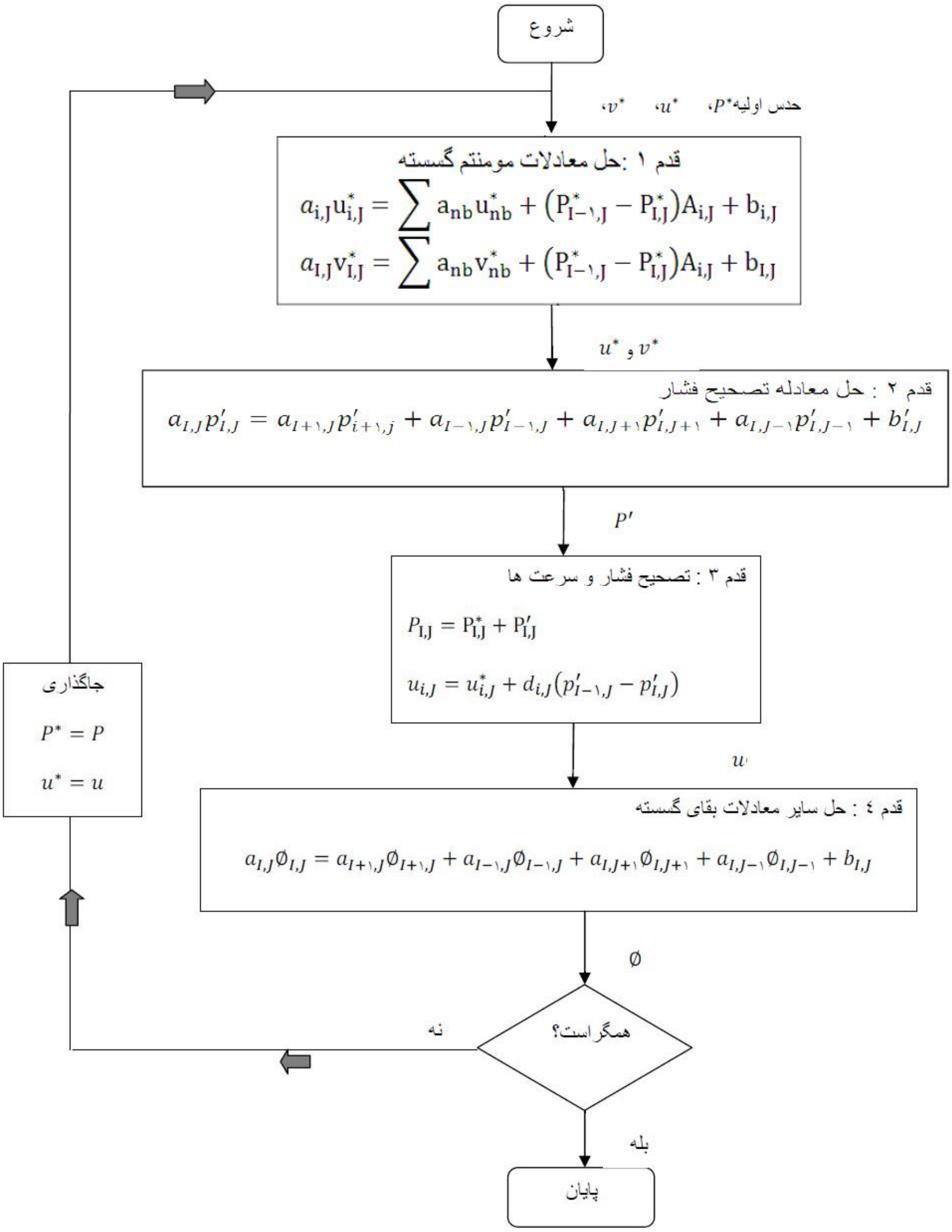
$$\hat{v}_{I,j} = \frac{\sum a_{nb}v_{nb}+b_{I,j}}{a_{I,j}} \quad ۸۵\text{-}۳$$

معادلات(۳-۸۲ و ۳-۸۳) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$u_{i,J} = \hat{u}_{i,J} + d_{i,J}\left(p_{I-1,J} - p_{I,J}\right) \quad ۸۶\text{-}۳$$

$$v_{I,j} = \hat{v}_{I,j} + d_{I,j}\left(p_{I,J-1} - p_{I,J}\right) \quad ۸۷\text{-}۳$$

تعریف مربوط به d که در بخش قبل ارائه شد.



شکل ۳-۹ الگوریتم SIMPLE

در معادلات (۳-۸۶ و ۳-۸۷) اعمال شده است. با جا گذاری $u_{i,J}$ و $v_{I,j}$ از این معادلات در معادله پیوستگی گسسته (۳-۷۱) و با استفاده از شکلهای مشابه برای $u_{i+1,J}$ و $v_{I,j+1}$ نتیجه می شود:

$$a_{I,J}p_{I,J} = a_{I+1,J}p_{I+1,J} + a_{I-1,J}p_{I-1,J} + a_{I,J+1}p_{I,J+1} + a_{I,J-1}p_{I,J-1} + b_{I,J} \qquad ۳-۸۸$$

$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$ که این ضرایب در جدول(۳-۲) داده شده اند:

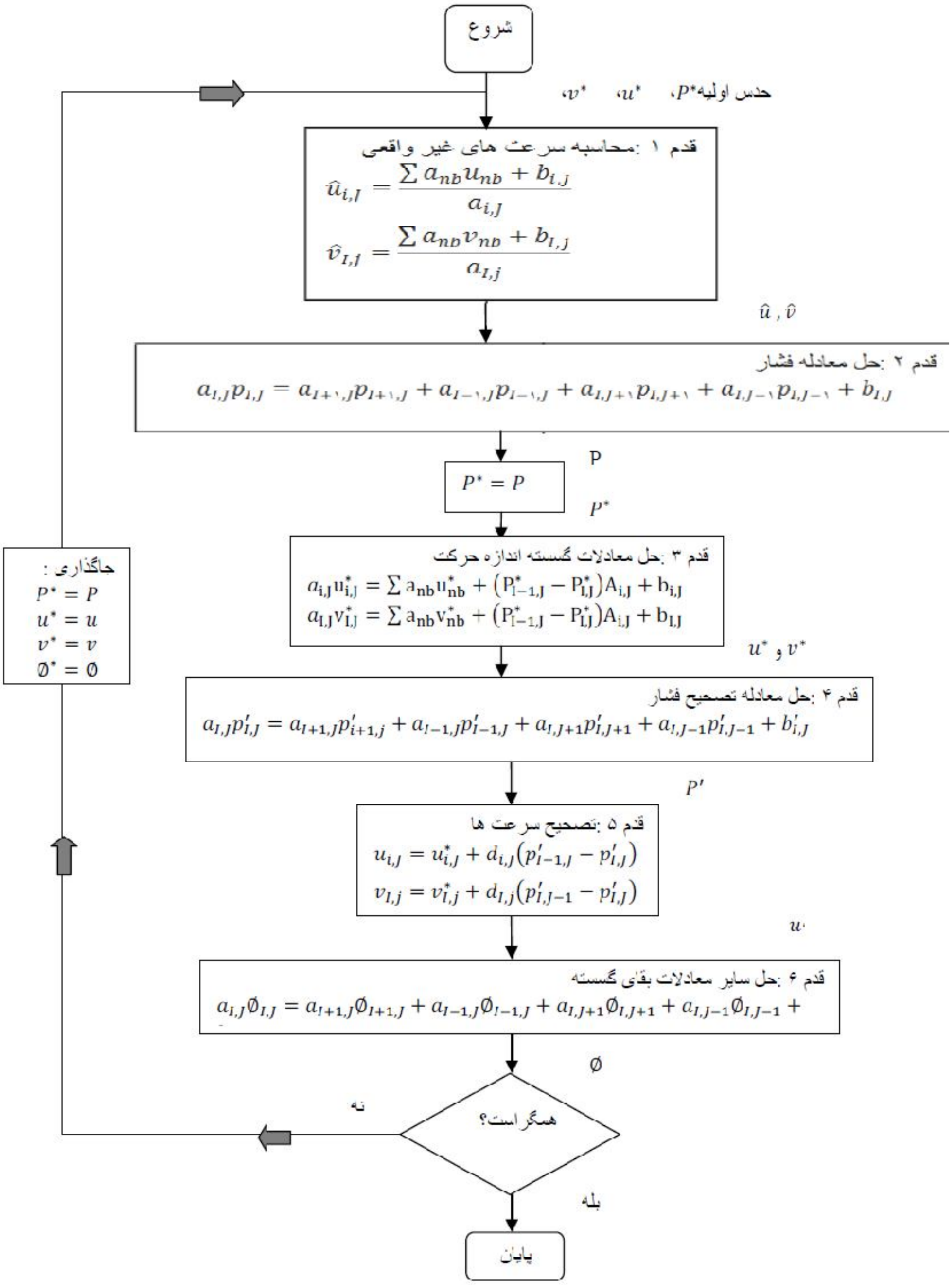
جدول ۳-۲ ضرایب فشار در الگوریتم SIMPLER

$a_{I+1,J}$	$a_{I-1,J}$	$a_{I,J+1}$	$a_{I,J-1}$	$b'_{I,J}$
$(\rho dA)_{i+1,J}$	$(\rho dA)_{i,J}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$	$(\rho dA)_{I,j}$	$(\rho\hat{u}A)_{i,J} - (\rho\hat{u}A)_{i+1,J} + (\rho\hat{v}A)_{I,j} - (\rho\hat{v}A)_{I,j+1}$

توجه شود که ضرایب معادله (۳-۸۸) مشابه ضرایب معادله گسسته تصحیح فشار(۳-۷۲) هستند، با این تفاوت که بخش چشمه b با استفاده از سرعتهای غیر واقعی ارزیابی شده است. سپس، معادلات اندازه حرکت گسسته (۳-۵۳ و ۳-۵۴) با استفاده از میدان فشار بدست آمده در بالا، حل می شود. با این عمل مولفه های u^* و v^* سرعت بدست می‌آید. معادلات تصحیح سرعت (۳-۶۵ تا ۳-۶۸) در الگوریتم SIMPLER برای بدست آوردن سرعتهای تصحیح شده استفاده می‌شود. بنابراین، معادله(۳-۷۲) نیز به منظور بدست آوردن اصلاحات سرعت باید حل شود. روند کاملی از عملکردها در شکل (۳-۱۰) نشان داده شده است.

۳-۴-۳ الگوریتم SIMPLEC

الگوریتم SIMPLEC (SIMPLE سازگار) از همان مراحل الگوریتم SIMPLE پیروی می‌کند، با این تفاوت که معادلات اندازه حرکت دستکاری شده است، بطوریکه در استخراج معادلات تصحیح سرعت در الگوریتم SIMPLEC بخشهای حذف شده تصحیح سرعت u برای SIMPLEC توسط رابطه



شکل ۳-۱۰ الگوریتم SIMPLER

زیر داده شده است:

$$u'_{i,J} = d_{i,J}\left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}\right) \qquad ۸۹-۳$$

که:

$$d_{i,J} = \frac{A_{i,J}}{a_{i,J} - \sum a_{nb}} \qquad ۹۰-۳$$

بطور مشابه، معادله اصلاح شده تصحیح سرعت v عبارتست از:

$$v'_{I,j} = d_{I,j}\left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}\right) \qquad ۹۱-۳$$

که:

$$d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j} - \sum a_{nb}} \qquad ۹۲-۳$$

معادله تصحیح فشار گسسته در اینجا همانند SIMPLE می باشد، به استثناء اینکه عبارتهای d از معادلات (۳-۹۰) و (۳-۹۲) محاسبه می‌شوند. روند عملکردهای الگوریتم SIMPLEC با SIMPLE یکسان می‌باشد.

۳-۴-۴ الگوریتم PISO

الگوریتم PISO توسط عیسی[1] ابداع شد و یک روش محاسبه سرعت - فشار می‌باشدکه اساساً برای محاسبه غیر تکراری جریانهای تراکم پذیر غیر دائمی بکار می‌رود. این روش بطور موفقیت آمیز برای حل تکراری مسائل حالت نیز سازگار می باشد. PISO دارای یک مرحله پیش بینی و دو مرحله تصحیح می‌باشد و در واقع بسط روش SIMPLE با یک مرحله تصحیح اضافه می‌باشد.

مرحله پیش بینی

معادلات گسسته اندازه حرکت(۳-۵۳) و (۳-۵۴) با یک میدان فشار حدسی یا میدان فشار متوسط p^* با استفاده از روش مشابهی مانند الگوریتم SIMPLE برای بدست آوردن مولفه های سرعت u^* و v^* حل می‌شوند.

[1]) Issa

مرحله تصحیح ۱

میدانهای سرعت u^* و v^* پیوستگی را ارضاء نخواهد کرد، مگر اینکه میدان فشار p^* صحیح باشد. اولین مرحله تصحیح SIMPLE با دادن یک میدان سرعت (v^{**} و u^{**}) که معادله گسسته پیوستگی را ارضاء می‌کند شروع می‌شود. معادلات حاصل همان معادلات تصحیح سرعت (۴-۷۰ و ۴-۷۱)SIMPLE می‌باشند، اما چون در یک الگوریتم PISO مرحله تصحیح دیگری وجود دارد، از علائم دیگری استفاده می‌کنیم:

$$p^{**} = p^* + \acute{p}$$ ۹۳-۳

$$u^{**} = u^* + \acute{u}$$ ۹۴-۳

$$v^{**} = v^* + \acute{v}$$ ۹۵-۳

این روابط برای تعریف سرعتهای تصحیح شده u^{**} و v^{**} بکار می‌روند:

$$u^{**} = u^*_{i,J} + d_{i,J}\left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}\right)$$ ۹۶-۳

$$v^{**} = v^*_{I,j} + d_{I,j}\left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}\right)$$ ۹۷-۳

همانند الگوریتم SIMPLE برای بدست آوردن معادله تصحیح فشار (۳-۷۲) با ضرایب و بخش چشمه آن، معادلات (۳-۹۶ و ۳-۹۷) در معادله گسسته پیوستگی (۳-۷۱) جایگذاری می‌شوند. در روش PISO معادله (۳-۷۲) اولین معادله تصحیح فشار نامیده می‌شود، که برای بدست آوردن اولین تصحیح فشار $\acute{p}$، حل می‌شود. اگر اصلاحات فشار معلوم باشند، مولفه های v^{**} و u^{**} سرعت را می توان از معادلات(۳-۹۶ و ۳-۹۷) بدست آورد.

مرحله تصحیح ۲

در روش PISO یک مرحله تصحیح اضافه نسبت به روش SIMPLE وجود دارد. معادلات گسسته اندازه حرکت برای u^{**} و v^{**} عبارتند از:

$$a_{i,J}u^{**}_{i,J} = \sum a_{nb}u^*_{nb} + \left(p^{**}_{I-1,j} - p^{**}_{I,J}\right)A_{i,J} + b_{i,J}$$ ۹۸-۳

$$a_{I,j}v_{I,j}^{**} = \sum a_{nb}v_{nb}^{*} + (p_{I,j-1}^{**} - p_{I,J}^{**})A_{I,j} + b_{I,j}$$ ۹۹-۳

میدان سرعت دوبار تصحیح شده (u^{***} و v^{***}) با حل دوباره معادلات اندازه حرکت بدست می‌آید:

$$a_{i,J}u_{i,J}^{***} = \sum a_{nb}u_{nb}^{**} + (p_{I-1,j}^{***} - p_{I,J}^{***})A_{i,J} + b_{i,J}$$ ۱۰۰-۳

$$a_{I,j}v_{I,j}^{***} = \sum a_{nb}v_{nb}^{**} + (p_{I,j-1}^{***} - p_{I,J}^{***})A_{I,j} + b_{I,j}$$ ۱۰۱-۳

توجه داشته باشید که عبارتهای جمع جبری، با استفاده از سرعتهای محاسبه شده u^{**}و v^{**} در مرحله تصحیح قبلی بدست می‌آید. با تفریق معادله(۳-۵۳) و همچنین(۳-۵۴) از (۳-۱۰۰) و (۳-۱۰۱) داریم:

$$u_{i,J}^{***} = u_{i,J}^{**} + \frac{\sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^{*})}{a_{i,J}} + d_{i,J}(p''_{I-1,J} - p''_{I,J})$$ ۱۰۲-۳

$$v_{I,j}^{***} = v_{I,j}^{**} + \frac{\sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^{*})}{a_{I,j}} + d_{I,j}(p''_{I,J-1} - p''_{I,J})$$ ۱۰۳-۳

p'' تصحیح فشار دوم می باشد، بنابراین p^{***} با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p^{***} = p^{**} + p''$$ ۱۰۴-۳

با جایگذاری u^{***}و v^{***} در معادله گسسته پیوستگی(۳-۷۱) معادله تصحیح فشار دوم حاصل می شود.

$$a_{I,J}p''_{I,J} = a_{I+1,J}p''_{I+1,J} + a_{I-1,J}p''_{I-1,J} + a_{I,J+1}p''_{I,J+1} + a_{I,J-1}p''_{I,J-1} + b''_{I,J}$$ ۱۰۵-۳

که $a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$ و مقدارضرایب به صورت جدول۳-۳ می باشند:

در استخراج (۳-۱۰۵)، تا زمانی که مولفه های سرعت u^{**}و v^{**} پیوستگی را ارضاء می‌کنند، بخش چشمه زیر صفر می‌باشد:

$$[(\rho A u^{**})_{i,J} - (\rho A u^{**})_{i+1,J}] + [(\rho A v^{**})_{I,j} - (\rho A v^{**})_{I,j+1}]$$ ۱۰۶-۳

معادله (۳-۱۰۵) برای بدست آوردن میدان تصحیح فشار دوم p'' حل شده است و میدان فشار دوبار تصحیح شده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p^{***} = p^{**} + p'' = p^{*} + p' + p''$$ ۱۰۷-۳

در نهایت، میدان سرعت دوبار تصحیح شده از معادلات(۳-۱۰۲ و ۳-۱۰۳) بدست می‌آید. درمحاسبه

غیر تکراری جریانهای غیر دائمی، میدان فشار p^{***} و میدانهای سرعت u^{***} و v^{***} برابر مقادیر صحیح u, v, p فرض می‌شود. الگوریتم PISO معادله تصحیح فشار را دوباره حل می‌کند، از اینرو این روش به ذخیره اضافی محاسبه نیاز دارد.

جدول ۳-۳ ضرایب تصحیح فشار در الگوریتم PISO

$a_{I+1,J}$	$a_{I-1,J}$	$a_{I,J+1}$	$a_{I,J-1}$	$b''_{I,J}$
$(\rho dA)_{i+1,J}$	$(\rho dA)_{i,J}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$	$(\rho dA)_{I,j}$	$\left[\left(\frac{\rho A}{a}\right)_{i,J}\sum a_{nb}(u^{**}_{nb}-u^{*}_{nb}) - \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{i+1,J}\sum a_{nb}(u^{**}_{nb}-u^{*}_{nb}) + \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{I,j}\sum a_{nb}(v^{**}_{nb}-v^{*}_{nb}) - \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{I,j+1}\sum a_{nb}(v^{**}_{nb}-v^{*}_{nb})\right]$

به منظور پایداری فرآیند محاسبه، مطابق رویه بالا به یک مادون رهایی نیاز است. اگر چه این روش افزایش قابل توجهی را در هزینه انجام محاسبات به همراه دارد، اما بسیار مفید و موثر می‌باشد. بطور مثال، برای یک مساله جریان آرام پله، عیسی و همکارانش، کاهش زمان CPU را با ضریب دو نسبت به SIMPLE استاندارد، ارائه کردند. الگوریتم PISO که در بالا تشریح شد، تعدیل شده است و نسخه حالت دائم مربوط به الگوریتمی می‌باشد که در اصل برای محاسبات غیر تکراری وابسته به زمان، توسعه داده شده است.

۳-۴-۵ توضیحهای کلی روی SIMPLE، SIMPLER، SIMPLEC، PISO

الگوریتم SIMPLE نسبتا آسان و بصورت ابزاری موفق در بیشتر رویه‌های دینامیک سیالات محاسباتی عمل می‌کند. در SIMPLE، تصحیح فشار p' برای اصلاح سرعتها رضایت بخش است، اما برای اصلاح فشار چندان خوب نیست. از اینرو رویه بهبود یافته SIMPLER اصلاحات فشار را فقط برای بدست آوردن اصلاحات سرعت استفاده می‌کند و یک معادله فشار خیلی موثر، بطور جداگانه برای رسیدن به میدان فشار صحیح حل می‌شود. از آنجائیکه در SIMPLER هیچ یک از عبارتها در استخراج معادله گسسته شده حذف نمی‌شوند، میدان فشار حاصل با میدان سرعت مرتبط می‌باشد. بنابراین در SIMPLER کاربرد میدان سرعت صحیح، در میدان فشار صحیح حاصل می‌شود، در حالیکه در الگوریتم SIMPLE چنین نیست. نتیجه آنکه این روش در محاسبه ی میدان فشار صحیح، بسیار موثر است. این موضوع در هنگام حل معادلات اندازه حرکت مزیت های چشمگیری دارد. اگر چه تعداد محاسبات در الگوریتم SIMPLER حدود ٪۳۰ بیشتر از SIMPLE می باشد، ولی نرخ سریع همگرایی، زمان محاسبه را ٪۵۰-۳۰ کاهش می‌دهد. بنابراین الگوریتم SIMPLER اغلب به صورت پیش فرض در برنامه‌های تجاری دینامیک سیالات محاسباتی، استفاده می شود. SIMPLEC و PISO ثابت شده است که در انواع مشخصی از جریان ها موثرترازSIMPLER می‌باشند، اما معلوم نیست که در هر حالتی و به طور مطلق، بهتر از SIMPLER عمل کنند.

مقایسه‌ها نشان می‌دهد که عملکرد هر الگوریتم بستگی به شرایط جریان دارد، درجه و میزان کوپل شدن معادله اندازه حرکت با معادلات اسکالر، برای مثال در جریانهای احتراق بدلیل پیروی چگالی محلی از غلظت و درجه حرارت، و بعضی مواقع حتی به جزئیات مربوط به روش عددی استفاده شده برای حل معادلات جبری، بستگی دارد. مقایسه کلی و جامع روشهای PISO، SIMPLER، SIMPLEC برای یک متغیری از مسائل جریان دائم، توسط جانگ و همکارانش[۱] نشان داده شده است، بطوریکه برای مسائلی که معادلات اندازه حرکت به یک متغیر اسکالر کوپل نشده است، الگوریتم

[۱]) Jang et al.

PISO رفتار همگرایی قویتری دارد و مراحل محاسباتی کمتری نسبت به SIMPLER و SIMPLEC نیاز دارد. همچنین مشاهده شد که وقتی متغیرهای اسکالر بطور بسته با سرعتها مرتبط می‌شوند، مزیت قابل توجهی نسبت به روشهای دیگر ندارد. روشهای تکرار با استفاده از SIMPLER و SIMPLEC در مسائلی که قویاً کوپل شده‌اند، مشخصه‌های همگرایی قویتری دارند، اما نمی‌توان ثابت کرد که کدامیک از SIMPLEC یا SIMPLER برتر هستند.

فصل چهارم

نتایج مدل‌سازی عددی جریان آشفته

۴-۱ مقدمه

ما در این فصل با حل چند مساله با استفاده از مدل‌سازی عددی و مقایسه نتایج آنها با نتایج تحلیلی وآزمایشگاهی موجود به صحت سنجی نتایج و بررسی دقت آنها می‌پردازیم.

در این فصل ما به حل سه مساله می‌پردازیم که نتایج مساله اول با نتایج تحلیلی مقایسه می شوند ولی برای مساله دوم و سوم نتایج آزمایشگاهی موجود می‌باشد.

در مساله اول، ما رفتار جریان آشفته عبوری از روی یک مانع نیمه استوانه‌ای چسبیده به کف کانال را مورد بررسی قرار می‌دهیم و معادلات پایه بکار گرفته شده برای این مساله معادلات متوسط گیری شده زمانی ناویر-استوکس می‌باشد و برای حل پارامترهای آشفتگی از مدل دو معادله‌ای $k-\varepsilon$ و برای تعیین پروفیل سطح آزاد از روش حجم سیال و برای شبیه‌سازی رفتار سیال نزدیک دیواره از تابع دیوار بالارونده استفاده کرده‌ایم.

در مساله دوم، پروفیل طولی و عرضی سطح آب عبوری از روی یک مانع مکعب مستطیلی به روش حجم سیال بررسی می‌شود و برای محاسبه پارامترهای آشفتگی از مدل دو معادله‌ای آشفتگی $k-\varepsilon$ استفاده شده است.

در مساله آخر، به بررسی بردارهای سرعت در مقاطع مختلف و همچنین پروفیل طولی سطح آزاد جریان عبوری از روی یک مانع مکعب مستطیلی موجود درکف کانال می‌پردازیم. در این مساله برای حل پارامترهای آشفتگی از مدل‌های دو معادله‌ای $k-\varepsilon$ و $k-\omega$ و برای تعیین سطح آزاد جریان از روش حجم سیال استفاده شده است.

۴-۲ مساله اول (مدل سازی جریان در کانال با یک برآمدگی نیم دایره‌ای در کف)

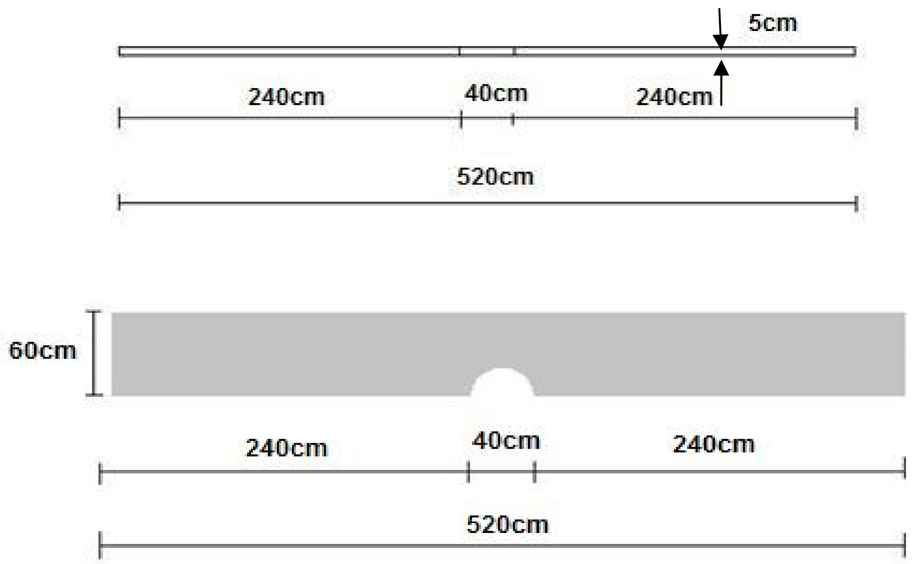
در این مساله سطح آزاد سیال خود به عنوان یکی از مجهولات مساله است و به علت اهمیت بالای آن باید با یک روش مناسب مدل شود، در این تحقیق از روش حجم سیال برای مدل کردن سطح آزاد سیال استفاده شده است که در فصل دوم با جزییات کامل بحث شده است. در این روش

نیاز به یک محیط دوفازی است که در این تحقیق، این محیط متشکل ازدو سیال آب و هواست به طوری که آب در پایین و هوا روی آن جریان دارد. در روش حجم سیال هر سلول می تواند عددی بین صفر تا یک داشته باشد که عدد یک نشانه پر بودن سلول از آب وعدد صفر نشانه پر بودن سلول از هواست و اعداد بین صفر و یک نشان دهنده سطح آزاد سیال هستند. نسبت حجم هوا به حجم آب باید طوری انتخاب شود که در مرز سطح بالایی آن شرایط مرزی دور برقرار باشد. در این شرایط مرزی سرعت‌های عمود بر سطح برابر صفر و سرعت‌های مماس بر مرز، گرادیانی در جهت عمود بر سطح ندارند. کوچک گرفتن این حجم خطای مدل‌سازی را ایجاد می‌کندکه با فیزیک مساله مغایرت دارد و بزرگ گرفتن آن سبب پر هزینه شدن محاسبات می‌گردد. در این مساله نسبت حجم هوا به حجم آب برابر یک سوم در نظر گرفته شده، که بنظر می رسد بخوبی تغییرات سطح آب را پوشش می‌دهد.

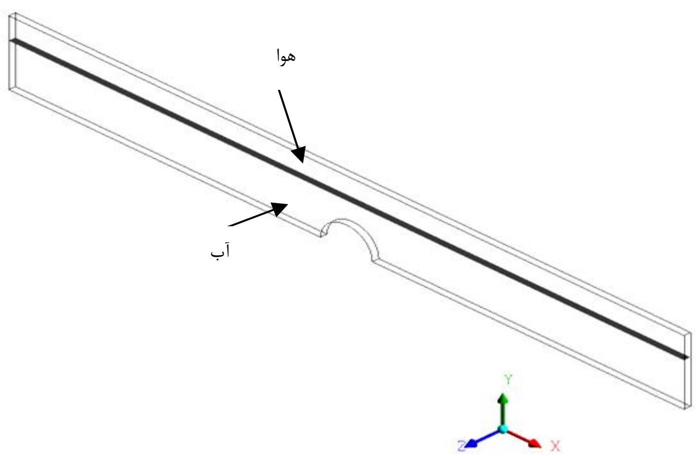
برای مدل سازی عددی کانالی به طول ۵۲۰cm، ارتفاع ۶۰cm و عرض ۵cm در نظر گرفته شده است. عرض کانال مذکور ممکن است کم بنظر برسد ولی شرایط مرزی در دو طرف کانال طوری اعمال شده که این مدل بتواند جریان موجود در یک کانال عریض را شبیه‌سازی نماید. ضمناً در قسمت کف کانال یک برآمدگی به شکل نیم استوانه به شعاع ۲۰cm در فاصله ۲۴۰cm از ورودی کانال در نظر گرفته می‌شود که شکل ۴-۱ و ۴-۲ شمای کلی مساله را نمایش می‌دهد. در این اشکال مرکز مختصات درست در مرکز مانع واقع شده است. از این به بعد در قسمت اول به کانال با ابعاد مذکور به عنوان کانال مبنا اشاره می‌گردد. این کانال بوسیله المان های چهاروجهی[۱] مش بندی شده است که این مش بندی از ۱۱۳۴۶ گره(node) و۴۹۴۱۲ المان چهاروجهی تشکیل می‌گردد. در این مساله تاثیراصطکاک فقط در مرز کف کانال اعمال می‌گردد و در دو طرف عرض سرعت ها گرادیانی در جهت عرضی ندارند. از ارتفاع کانال ۴۰cm پایین را آب و ۲۰cm بالا را هوا تشکیل می‌دهد. چنین عمقی می‌تواند یک عمق معمول آب در کانال‌های باز باشد. البته بر روی ابعاد کانال حساسیت زیادی وجود ندارد، چرا که از لحاظ آنالیز ابعادی فقط عدد فرود حائز اهمیت می‌باشد و در این مطالعه

[۱] tetrahedron

سرعت ورودی را طوری تغییر می‌دهیم که دامنه‌ای از اعداد فرود را شامل شود. به این ترتیب ابعاد کانال خیلی اهمیت نمی‌یابند و نتایج بدست آمده یک حالت کلی به خود می‌گیرند.



شکل ۴-۱ هندسه کانال مساله اول



شکل ۴-۲ محدوده دو سیال آب و هوا

اگر بخواهیم در مرز ورودی جریان به کانال مبنا از توزیع سرعت یکنواخت استفاده کنیم مدل سازی حالت واقعی نخواهد یافت چرا که در واقعیت سرعت‌ها در کانال نسبت به عمق تغییر می‌کنند. برای مدل‌سازی صحیح لازم است سرعت ورودی جریان به کانال مبنا بصورت توسعه یافته اعمال شود

تا شبیه‌سازی عددی تشابه بیشتری با واقعیت داشته باشد. به همین منظور، ابتدا جریان را در یک کانال طولانی با همان مقطع کانال مبنا و بدون هیچ گونه مانع و برآمدگی هدایت می‌کنند تا پس از گذشت مسافتی پروفیل‌های سرعت عمودی تقریباً حالت ثابت و بدون تغییری بخود بگیرند و به این ترتیب پروفیل سرعت توسعه یافته و طول توسعه یافتگی بدست می‌آیند.

۴-۲-۱ اعمال شرایط مرزی

شرایط مرزی بکارگرفته شده در این تحقیق عبارتند از:

۱-شرایط مرزی ورودی[1]

۲-شرایط مرزی خروجی[2]

۳-شرایط مرزی متقارن[3]

۴-شرایط مرزی باز[4]

۵-شرایط مرزی دیوار[5]

۱-شرایط مرزی ورودی

مناسب ترین حالت برای شرایط مرزی در مقطع ورودی جریان های دوفازی (آب-هوا) درون کانال‌های باز انتخاب سرعت یا نرخ جرمی جریان می‌باشد، زیرا نسبت به گزینه‌های دیگر پایدارتر بوده و سریع تر همگرا می‌گردد. البته قابل ذکر است که در این تحقیق از یک پروفیل سرعت کاملاً توسعه یافته در مقطع ورودی جریان استفاده شده است.

۲-شرایط مرزی خروجی

مناسب‌ترین گزینه برای شرایط مرزی در مقطع خروجی فشارهیدرواستاتیکی است. در این

---

[1])Inlet Boundary condition

[2])Outlet Boundary Condition

[3])Symmetry Boundary Condition

[4])Opening Boundary Condition

[5])Wall Boundary Condition

روش عمق در خروجی ثابت در نظر گرفته می شود و توسط قانون ساده فشار هیدرواستاتیک، از ضرب کردن عمق هر نقطه خروجی در وزن مخصوص مقدار فشار محاسبه می‌شود.

۳-شرایط مرزی متقارن

همان طور که از نام این شرایط مرزی استنباط می‌شود، در مواردی به کار می‌رود که فضای محاسباتی از نظرهیدرولیکی متقارن باشد و بر طبق آن شار عبوری عمود بر این مرز صفر در نظر گرفته می‌شود و مولفه های سرعت به موازات آن در هر دو طرف دیواره برابرند و گرادیان سرعت ایجاد نمی شود. این شرط باعث می‌شود که محدوده محاسباتی کوچک‌تر شده و تعداد المانها کمتر شود و حل مساله با سرعت بیشتری انجام شود که در مرزهای دو طرف عرض کانال مبنا در این تحقیق از شرایط مرزی متقارن استفاده شده است و به این ترتیب یک کانال عریض را شبیه‌سازی نمودیم.

۴-شرایط مرزی باز

در مرزهایی که سیال مرز حرکت مشخصی ندارد و قادر است وارد یک محدوده شده یا از آن خارج شود، از این شرایط استفاده می‌کنیم. مرزسطح بالایی کانال مدل شده در این تحقیق دارای شرایط مرزی باز است و در اینجا برای تعیین وضعیت سطح آب از روش حجم سیال استفاده می گردد.

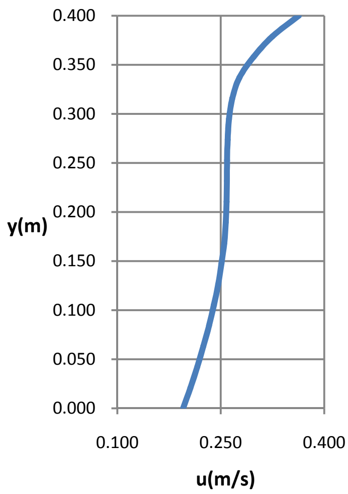
۵-شرایط مرزی دیوار:

برای مرز کف کانال از شرایط دیوار بدون لغزش و صاف استفاده شده است. با توجه به این که کف کانال بدون حرکت است اعمال این شرط باعث می‌گردد که سرعت در تمام جهات در کف کانال برابر صفر شود.

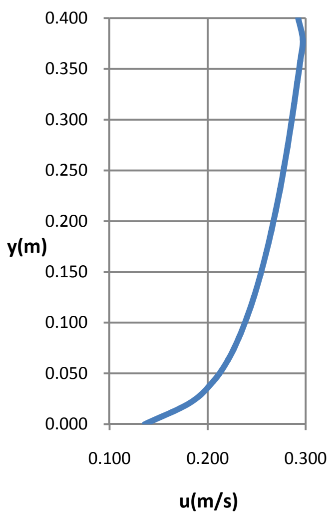
۴-۲-۲ نتایج مدل سازی عددی در کانال دارای برآمدگی کف

در این تحقیق، مساله را با مدل آشفتگی k-epsilon استاندارد برای سرعت های‌m/s ۰/۲ تا ۰/۵m/s و عدد فرود ۰/۱۰۱ تا ۰/۲۵۲حل کردیم ولی برای خلاصه نمودن مطالب فقط نتایج مربوط به

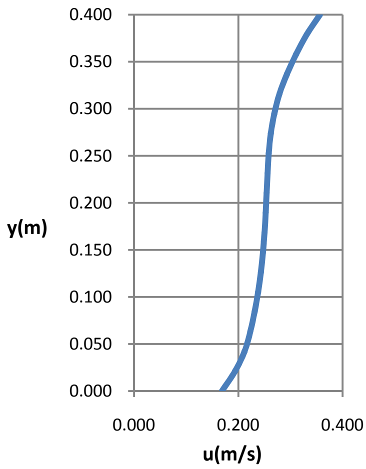
سرعت متوسط m/s ۰/۲۶ در مقاطع مختلف کانال مبنا در شکل (۴-۳) نمایش داده شده است. در اشکال ارئه شده برای مساله اول، مرکز مختصات در مرکز برآمدگی قرار دارد.



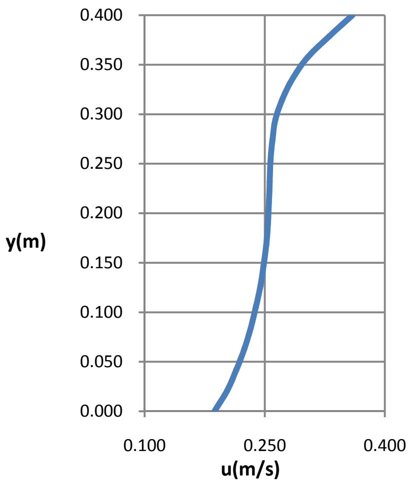
۲- پروفیل سرعت درمقطع x=-1m



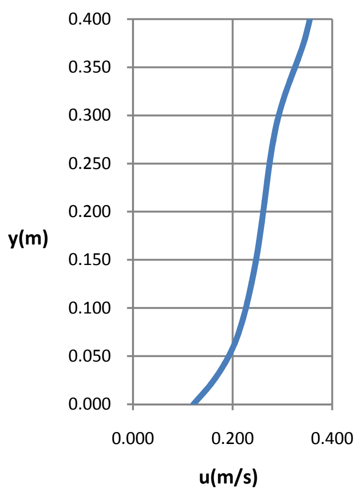
۱- پروفیل سرعت ورودی



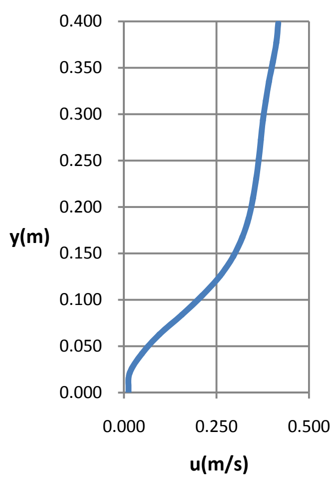
۴-پروفیل سرعت درمقطع x=-0.60m



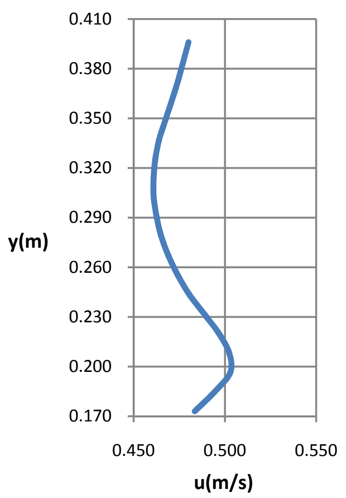
۳-پروفیل سرعت درمقطع x=-0.8m



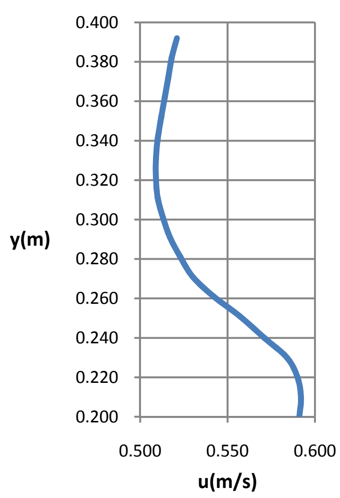
۵-پروفیل سرعت درمقطع x=-0.40m



۶-پروفیل سرعت درمقطع x=-0.20m

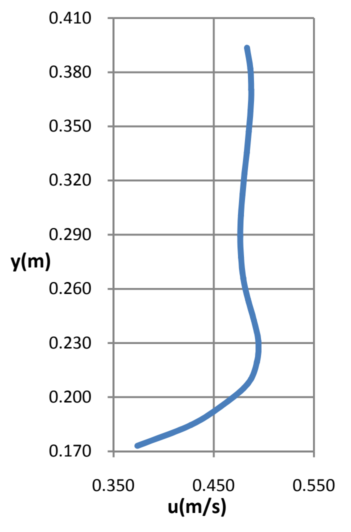


۷-پروفیل سرعت درمقطع x=-0.10m

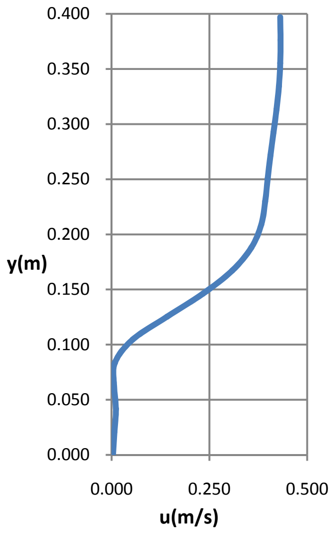


۸-پروفیل سرعت درروی مرکز مانع

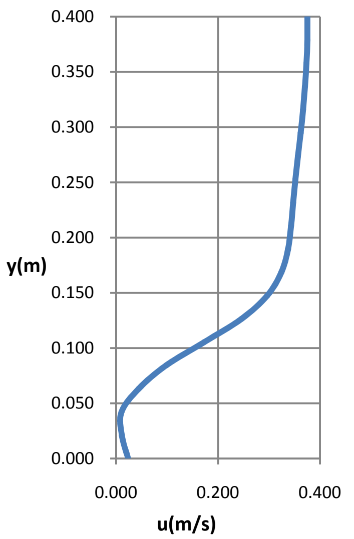
و مقادیر سرعت در این مقطع شبیه مقادیر حاصل از روش توانی می‌باشد و هر چه در جهت جریان



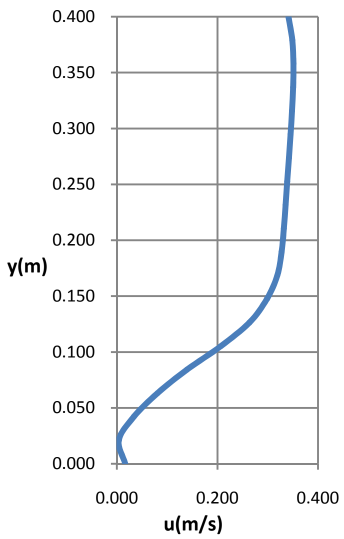
۹-پروفیل سرعت درمقطع x=0.10m



۱۰-پروفیل سرعت درمقطع x=0.20m



۱۱-پروفیل سرعت درمقطع x=0.40m



۱۲-پروفیل سرعت درمقطع x=0.60m

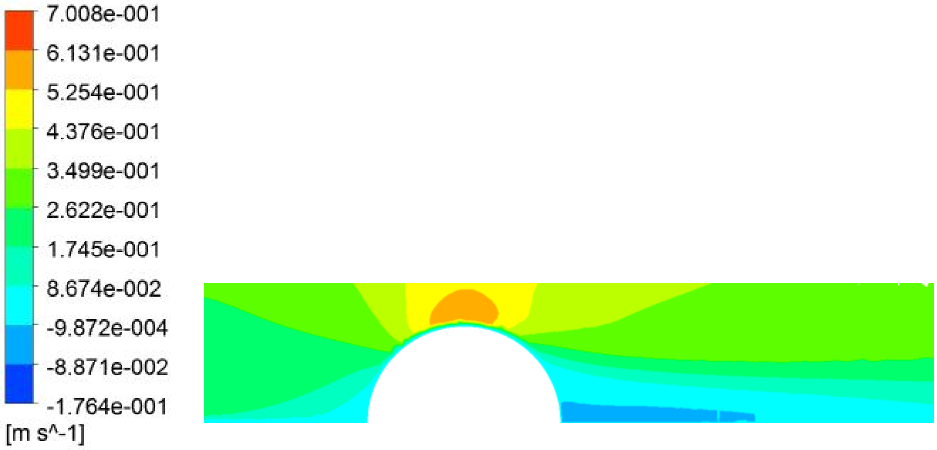
شکل ۴-۳ پروفیل های سرعت در مقاطع مختلف

همان طور که شکل (۴-۳) نشان می‌دهد اولین پروفیل مربوط به جریان توسعه یافته است که در ورودی کانال مبنا اعمال شده، که از یک مدلینگ جداگانه قبل از محاسبه اصلی بدست آمده است و مقادیر سرعت در این مقطع شبیه مقادیر حاصل از روش توانی می‌باشد و هر چه در جهت جریان

پیش می‌رویم گرادیان سرعت در نزدیکی کف کانال در حال کاهش یافتن است و در مجاورت قسمت بالای مرکز برآمدگی به علت نزدیک شدن خطوط جریان به یکدیگر سرعت ماکزیمم در آنجا اتفاق می افتد و همین طور که در جهت جریان پیش می‌رویم در قسمت پایین دست مانع به علت جریان‌های گردابی، پروفیل سرعت در نزدیکی کف کانال دارای مقادیر منفی و یا نزدیک به صفر است.(مانند پروفیل سرعت در مقطع x=۰/۲m بعد از مرکز مانع). شکل (۴-۴) ناحیه چرخشی را که بلافاصله بعد مانع ایجاد می‌شود و باعث تغییر جهت بردارهای سرعت در این ناحیه می‌گردد را نمایش می‌دهد. به لحاظ آن که ارتفاع برآمدگی در کف کانال مبنا ۲۰cm است بنابراین پروفیل سرعت برای مقطع روی برآمدگی از ارتفاع بیش از ۲۰cm ترسیم شده است. همچنین برای مقاطع ۱۰cm پایین‌دست وبالادست مرکز برآمدگی نیز پروفیل سرعت از ارتفاع بیش از ۱۷cm ترسیم شده است که این موضوع مربوط به ارتفاع برآمدگی در این نقاط است.

روش تحلیلی سرعت را به صورت یکنواخت در هر مقطع از تقسیم دبی واحد عرض به عمق جریان محاسبه می‌کند، واضح است که شکل‌های ارائه شده کاملاً متفاوت از روش تحلیلی می‌باشند و روش تحلیلی نمی‌تواند بدرستی سرعت‌ها را در هر نقطه از طول تعیین نماید. با توجه به کانتور سرعت ارائه شده در شکل (۴-۵) مشخص است که مقادیر حداکثر سرعت بر روی برآمدگی اتفاق می‌افتد و بلافاصله در پایین دست برآمدگی جریان چرخشی بوجود می‌آید که روش تحلیلی قادر به پیش بینی ناحیه چرخشی نمی‌باشد و بنابراین واضح است که روش تحلیلی نمی‌تواند جواب واقعی و دقیقی برای سرعت جریان ارائه دهد و جواب‌ها تقریبی محسوب می‌گردند.

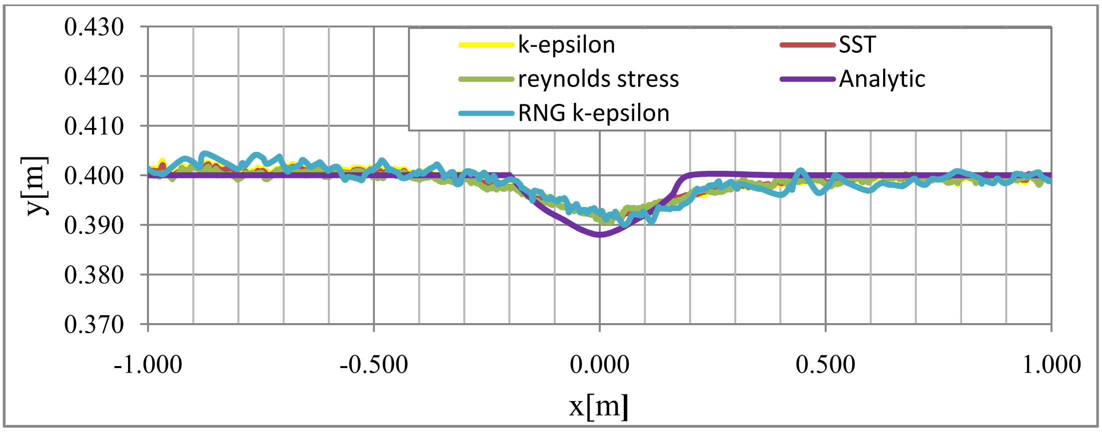
شکل ۴-۴ ناحیه چرخشی ایجاد شده بلافاصله پایین دست مانع



شکل ۴-۵ کانتور طولی سرعت در کانال

۴-۲-۳ تعیین پروفیل سطح آزاد جریان

در تحلیل جریان‌های دارای سطح آزاد، علاوه بر میدانهای سرعت، فشار و آشفتگی، موقعیت مکانی و زمانی سطح آزاد نیز یکی از مجهول‌های مورد بررسی می‌باشد و تعیین آن در زمانهای مختلف از اهمیت خاصی برخوردار است، زیرا در این شبیه سازی ها، موقعیت و در نتیجه مرزهای سطح آزاد در زمانهای مختلف تغییر می‌کنند و بنابر این برای آنکه بتوان شرایط مرزی مناسب مربوط به سطح آزاد را اعمال نمود، موقعیت مکانی و زمانی سطح آزاد باید به طور کامل و دقیق مشخص گردد. تاکنون روشهای زیادی برای تعیین موقعیت سطح آزاد در شبیه سازی های عددی جریان‌های روباز صورت گرفته است. در این تحقیق ما از روش حجم سیال برای تعیین پروفیل سطح آزاد جریان استفاده کرده ایم که شکل (۴-۶) پروفیل سطح آزاد بدست آمده برای مدل‌های مختلف آشفتگی را در مقایسه با جواب تحلیلی بدست آمده از رابطه برنولی را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۶ مقایسه پروفیل های سطح آزاد برای مدل های مختلف آشفتگی

جدول ۴-۱ مقایسه نتایج پروفیل سطح آزاد مدل های آشفتگی(sst و تنش رینولدزی) و روش تحلیلی

فاصله از ورودی	عمق روش تحلیلی	روش sst	روش reynolds stress	درصد اختلاف روش تحلیلی و مدل sst	درصد اختلاف روش تحلیلی و مدل stress reynolds
0.000	0.400	0.398	0.398	0.500	0.500
0.100	0.400	0.405	0.405	1.250	1.250
0.204	0.400	0.400	0.400	0.000	0.000
0.305	0.400	0.398	0.398	0.500	0.500
0.409	0.400	0.405	0.404	1.250	1.000
0.528	0.400	0.402	0.401	0.500	0.250
0.655	0.400	0.399	0.399	0.250	0.250
0.802	0.400	0.400	0.399	0.000	0.250
0.950	0.400	0.401	0.400	0.250	0.000
1.055	0.400	0.402	0.401	0.500	0.250
1.226	0.400	0.399	0.400	0.250	0.000
1.350	0.400	0.402	0.402	0.500	0.500
1.501	0.400	0.403	0.404	0.750	1.000
1.752	0.400	0.402	0.402	0.500	0.500
1.950	0.400	0.403	0.402	0.750	0.500
2.100	0.400	0.404	0.402	1.000	0.500
2.303	0.400	0.399	0.399	0.250	0.250
2.395	0.400	0.399	0.397	0.250	0.750
2.446	0.395	0.397	0.396	0.506	0.253

2.474	0.391	0.396	0.394	1.201	0.690
2.502	0.388	0.396	0.393	1.983	1.210
2.550	0.384	0.395	0.392	2.758	1.977
2.600	0.383	0.392	0.388	2.457	1.411
2.655	0.385	0.393	0.388	2.131	0.832
2.689	0.388	0.394	0.390	1.625	0.593
2.750	0.394	0.396	0.395	0.533	0.279
2.795	0.399	0.396	0.393	0.702	1.454
2.870	0.400	0.397	0.396	0.750	1.000
2.915	0.400	0.398	0.398	0.500	0.500
3.000	0.400	0.398	0.398	0.500	0.500
3.200	0.400	0.399	0.398	0.250	0.500
3.401	0.400	0.397	0.397	0.750	0.750
3.601	0.400	0.398	0.398	0.500	0.500
3.805	0.400	0.399	0.400	0.250	0.000
4.002	0.400	0.399	0.398	0.250	0.500
4.212	0.400	0.401	0.401	0.250	0.250
4.450	0.400	0.399	0.399	0.250	0.250

جدول ۴-۲ مقایسه نتایج پروفیل سطح آزاد مدل های آشفتگی($k-\varepsilon$ و $RNGk-\varepsilon$) و روش تحلیلی

فاصله از ورودی	عمق روش تحلیلی	روش $k-\varepsilon$	روش $RNGk-\varepsilon$	درصد اختلاف روش تحلیلی و مدل $k-\varepsilon$	درصد اختلاف روش تحلیلی و مدل $RNGk-\varepsilon$
0.000	0.400	0.398	0.398	0.500	0.500
0.100	0.400	0.406	0.407	1.500	1.750
0.204	0.400	0.401	0.403	0.250	0.750
0.305	0.400	0.398	0.399	0.500	0.250
0.409	0.400	0.405	0.406	1.250	1.500
0.528	0.400	0.402	0.404	0.500	1.000
0.655	0.400	0.400	0.401	0.000	0.250
0.802	0.400	0.401	0.402	0.250	0.500
0.950	0.400	0.401	0.402	0.250	0.500
1.055	0.400	0.402	0.402	0.500	0.500
1.226	0.400	0.400	0.401	0.000	0.250
1.350	0.400	0.403	0.404	0.750	1.000
1.501	0.400	0.404	0.404	1.000	1.000
1.752	0.400	0.403	0.403	0.750	0.750
1.950	0.400	0.404	0.404	1.000	1.000
2.100	0.400	0.403	0.402	0.750	0.500
2.303	0.400	0.401	0.399	0.250	0.250

2.395	0.400	0.399	0.397	0.250	0.750
2.446	0.395	0.396	0.395	0.253	0.000
2.474	0.391	0.395	0.394	0.946	0.690
2.502	0.388	0.394	0.393	1.468	1.210
2.550	0.384	0.392	0.390	1.977	1.457
2.600	0.383	0.390	0.388	1.934	1.411
2.655	0.385	0.389	0.387	1.091	0.572
2.689	0.388	0.391	0.387	0.851	0.181
2.750	0.394	0.392	0.391	0.482	0.736
2.795	0.399	0.394	0.395	1.204	0.953
2.870	0.400	0.395	0.394	1.250	1.500
2.915	0.400	0.397	0.396	0.750	1.000
3.000	0.400	0.397	0.396	0.750	1.000
3.200	0.400	0.398	0.397	0.500	0.750
3.401	0.400	0.397	0.396	0.750	1.000
3.601	0.400	0.397	0.397	0.750	0.750
3.805	0.400	0.400	0.398	0.000	0.500
4.002	0.400	0.399	0.398	0.250	0.500
4.212	0.400	0.400	0.399	0.000	0.250
4.450	0.400	0.399	0.399	0.250	0.250

با توجه به شکل (۴-۶) و جداول(۴-۱) و (۴-۲) مشخص می‌گردد که تمام روش های عددی تقریباً جواب یکسانی می‌دهند که همگی به مقدار کمی از جواب تحلیلی متفاوت هستند که این اختلاف به این علت است که در روش تحلیلی افتی برای جریان در طول مسیر در نظر نمی‌گیرد و در ضمن در رابطه برنولی اثر لزجت نادیده گرفته می‌شود که این خود در حل مساله ایجاد خطا می‌کند، بنابراین روش تحلیلی جواب‌های منطبق بر واقعیت را ارائه نمی‌کند و جواب مدل‌های آشفتگی به مراتب دقیق‌تر است.

جدول ۴-۳ مقایسه نتایج پروفیل سطح آزاد مدل های مختلف آشفتگی

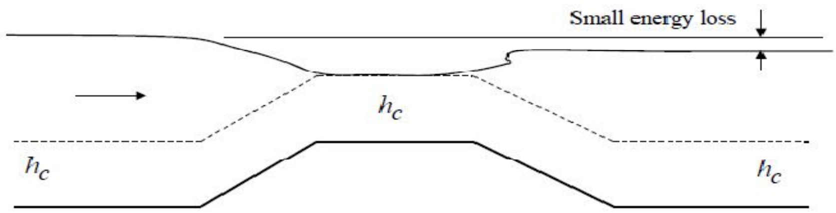
مدل های آشفتگی	ماکزیمم درصد اختلاف با روش تحلیلی	درصد اختلاف میانگین با روش تحلیلی
k-epsilon	۱/۹۷۷	۰/۶۹۵
RNG k-e	۱/۷۵	۰/۷۴۹
SST	۲/۷۸۵	۰/۷۴
reynolds stress	۱/۹۷۷	۰/۵۸۷

با توجه به جدول (۴-۳) نزدیک بودن جواب ها به جواب تحلیلی در مدل‌های آشفتگی برای تعیین سطح آزاد سیال به ترتیب عبارتند از: ۱-reynolds stress ۲-k-epsilon

۳-sst ۴-RNG k-e

بیشترین درصد اختلاف نقطه‌ای ثبت شده مربوط به روش sst است که یکی از روش‌های متداول مدل کلی k-omega می‌باشد.

در همه مدل‌های آشفتگی سطح آزاد جریان بلافاصله بعد از عبور از مانع (برآمدگی) به همان عمق نرمال بالادست بر نمی‌گردد و مقداری افت می‌کند که نتایج آزمایشگاهی کارهای انجام شده قبلی نیز این پایین افتادگی و افت را تصدیق می‌کنند. این موضوع در شکل (۴-۷) بطور شماتیک و بدون مقیاس نشان داده شده است.

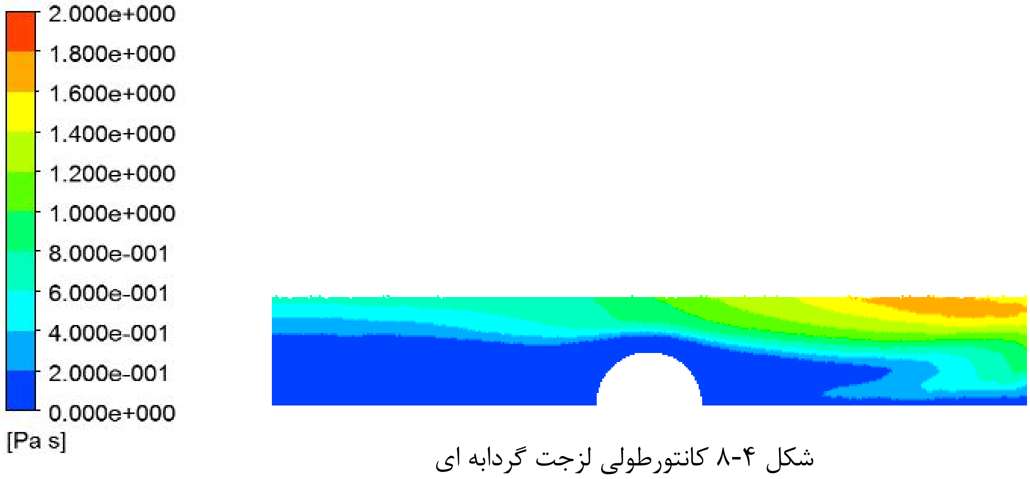


شکل ۴-۷ پایین افتادگی و افت انرژی بر روی مانع و بلافاصله پایین دست مانع

در یک کانال واقعی کف کانال مقدار کمی شیب دارد تا سیال به سهولت و بطور ثقلی جریان پیدا کند و سیال در طی مسیر کانال مقداری افت انرژی خواهد داشت، ولی در روش تحلیلی فرض می‌شود که در طول مسیر هیچ گونه شیب و افت جریانی نداریم و در واقع در نظر می‌گیرد که تاثیر شیب که یک عامل کمک کننده به جریان یافتن سیال است توسط اثر افت جریان خنثی می‌شود. در مدلینگ عددی برای مساله شیبی در نظر نگرفتیم ولی بخاطر اینکه مدل عددی قادر به محاسبه افت انرژی هستند بنابراین یک اختلاف ارتفاع در سطح مایع بین ورودی و خروجی ایجاد می‌گردد که هر چه مقدار افت بیشتر باشد این اختلاف ارتفاع نیز بیشتر می‌شود.

۴-۲-۴ بررسی لزجت گردابه‌ای و انرژی جنبشی آشفتگی

همان طور که قبلاً ذکر شد سیال طبق تقسیم بندی لایه مرزی از مرز تا سطح آزاد جریان دارای دو نوع تنش برشی است که برای هر کدام یک نوع لزجت معرفی می‌شود: یکی لزجت دینامیکی که بیشتر در زیر لایه لزج حاکم است و خاصیت سیال محسوب می‌شود و دیگری لزجت ادی(گردابه ای) که دارای مقدار ثابتی نبوده و به تغییرات عمق وابسته است که در شکل(۴-۸) کانتور مربوط به لزجت گردابه‌ای نشان داده شده است.



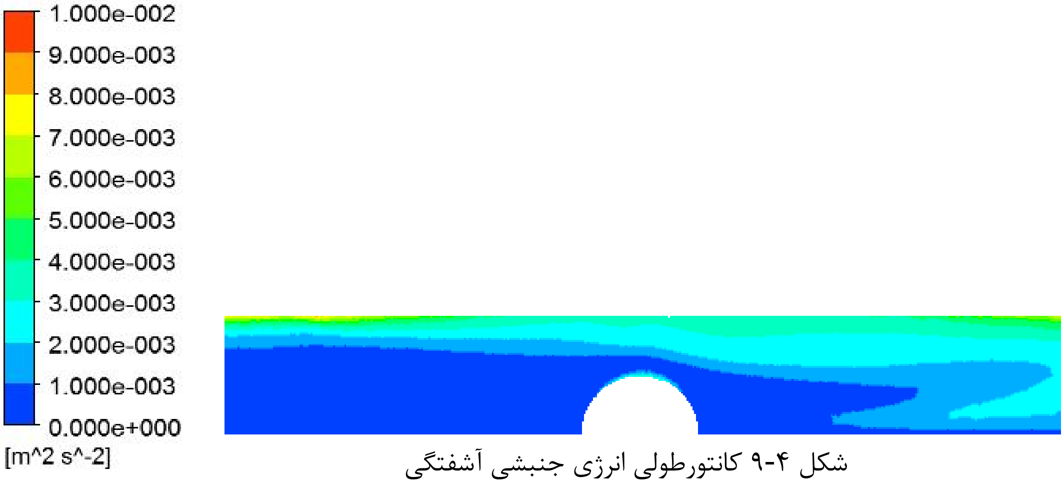
شکل ۴-۸ کانتورطولی لزجت گردابه ای

لزجت موثر سیال در حالت آشفته و لزجت گردابه ای از روابط زیر بدست می آیند:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \qquad \mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \qquad \text{۱-۴}$$

که در این روابط μ_{eff}، μ_t، μ، C_μ، k، εبه ترتیب عبارتند از: لزجت موثر، لزجت گردابه ای، لزجت دینامیکی، ضریب ثابت، انرژی جنبشی آشفتگی و استهلاک انرژی آشفتگی.

یکی از پارامترهای مهم در جریان آشفته مقدار انرژی جنبشی آشفتگی است که با توان دوم سرعت سیال نسبت مستقیم دارد. با توجه به شکل مشخص است که انرژی آشفتگی در پایین دست مانع دارای مقدار بیشتری است و علت این امر افزایش سرعت سیال در این ناحیه از کانال است.



شکل ۴-۹ کانتورطولی انرژی جنبشی آشفتگی

برای محاسبه انرژی جنبشی آشفتگی در ورودی کانال از رابطه زیر استفاده می شود:

$$k = \frac{3}{2} I^2 u^2 \qquad (۴-۲)$$

در رابطه بالا I شدت آشفتگی و u سرعت سیال می‌باشند. در این نرم افزار شدت آشفتگی از۱٪ تا ۱۰٪ تعریف شده و مقدار پیش فرض نرم افزار۳/۷٪ می باشد.

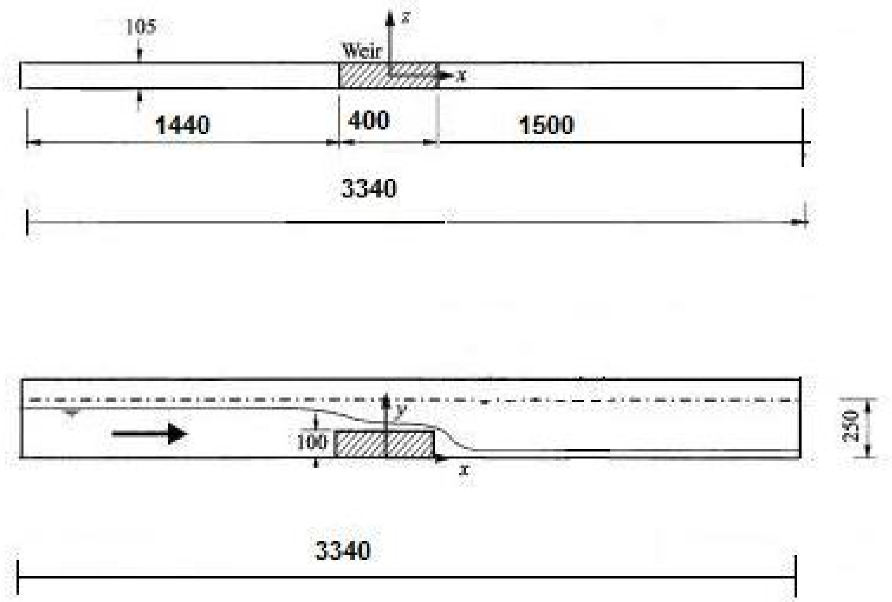
۴-۳مساله دوم(مدل سازی عددی جریان در کانال با یک برآمدگی مستطیلی شکل)

در این تحقیق ما یک جریان آشفته سه بعدی که دارای یک برآمدگی مستطیلی شکل در کف کانال است را بصورت عددی مدل سازی می‌کنیم. بدلیل پیچیدگی جریان دوفازی آب و هوا بر روی مانع برای شبیه‌سازی جریان دو فازی آب و هوا با الگوی حجم سیال صورت می‌گیرد و برای مدلسازی آشفتگی جریان از مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ و تابع دیوار بالارونده استفاده شده است و به منظور صحت سنجی و ارزیابی دقت نتایج عددی، آنها را با نتایج آزمایشگاهی[۱] مقایسه کرده‌ایم که این مقایسه تطابق بسیار خوب نتایج عددی و آزمایشگاهی را نشان می‌دهد.

۴-۳-۱ مشخصات هندسی و هیدرولیکی کانال

ابعاد کانال مدل عبارتند از: طول۳۳۴۰ میلی متر، عرض ۱۰۵ میلی متر و ارتفاع ۲۵۰ میلی متر و ابعاد مانع مکعب مستطیلی عبارتند از: طول ۴۰۰میلی متر، عرض ۱۰۵ میلی مترو ارتفاع ۱۰۰ میلی متر. شکل(۴-۱۰) طرح کلی مدل را نمایش می‌دهد. سرعت متوسط درمقطع ورودی، عدد فرود و عدد رینولدز در این مقطع به ترتیب عبارتند از:m/s۰/۲۲۳، ۰/۱۶۱، ۴۳۴۸۵، که این عدد رینولدز نشان دهنده آشفتگی جریان است.

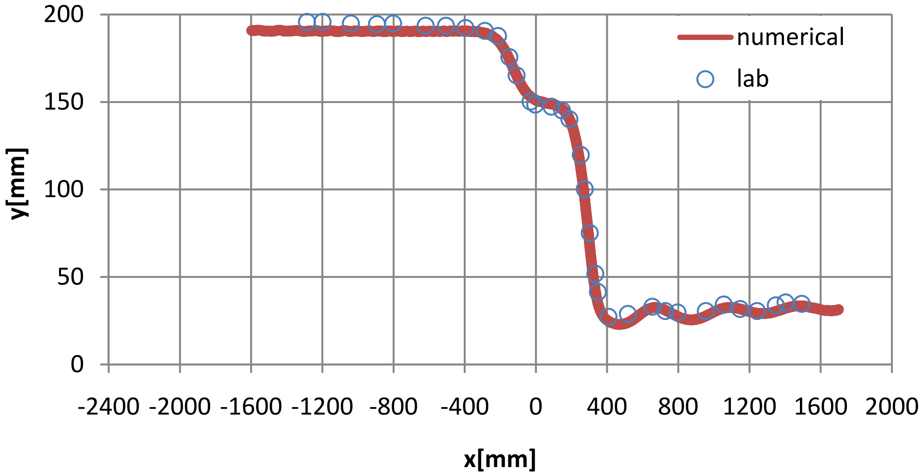
در این تحقیق چون جریان سیال دوفازی است، بنابراین مقداری از حجم مدل به آب و مقداری به هوا اختصاص می‌یابد که در حدود ۲۰۰ میلی متر از ارتفاع کانال مربوط به آب و ۵۰ میلی متر بالا را هوا پر می کند.



شکل ۴-۱۰هندسه مربوط به کانال مساله دوم

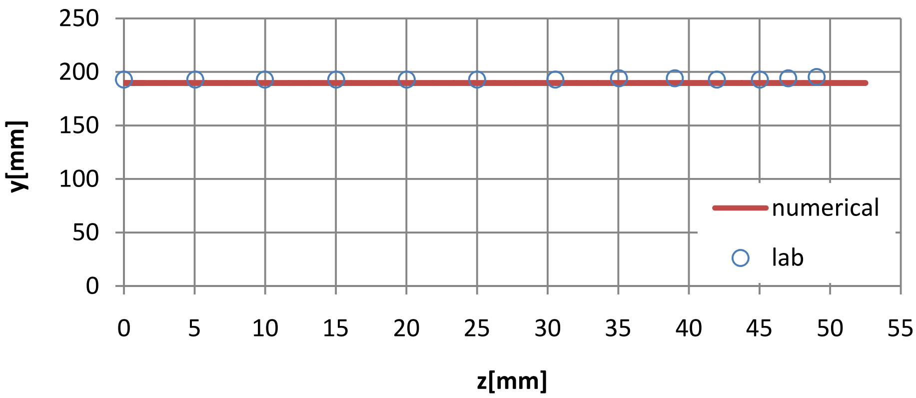
۴-۳-۲ بحث در نتایج

در این تحقیق به منظور بدست آوردن پروفیل سطح آزاد جریان دوفازی (آب-هوا) بر روی یک مانع مکعب مستطیلی از یک مدل سه بعدی استفاده شده است و نتایج پروفیل سطح آزاد در ۶ مقطع عرضی بدست آمده است که به منظور بررسی صحت نتایج مدل سازی عددی، نتایج بدست آمده را با نتایج آزمایشگاهی [۱] مقایسه می‌کنیم. درپروفیل طولی سطح آزاد در شکل(۴-۱۱) می‌توان به وضوح دریافت که نتایج از مرکز مانع به سمت پایین دست جریان تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و بیشتر اختلاف مربوط به بالادست مانع است.



شکل ۴-۱۱ پروفیل طولی سطح آزاد جریان

بیشترین اختلاف و ناهمخوانی نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی در مقاطع ترسیم شده مربوط به مقطع x= -۳۰۰mm است که در شکل (۴-۱۲) نمایش داده شده است. علت اصلی اختلاف نتایج در این مقطع، آن است که مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ قادر به محاسبه افت انرژی در ناحیه جدایش جریان بلافاصله بالادست مانع نیست.

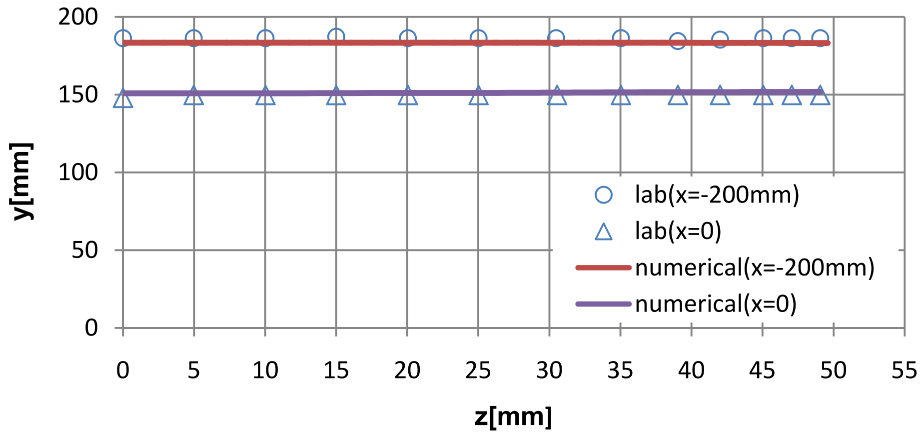


شکل ۴-۱۲پروفیل عرضی جریان در مقطع x=-300mm

جدول ۴-۴ مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی در مقطع x=-300mm

x=-300mm			
z[mm]	y[mm]-lab	y[mm]-numerical	error
0.0	192.9	189.7	1.64
5.1	192.9	189.7	1.64
10.0	192.9	189.7	1.64
15.0	192.9	189.7	1.64
20.0	192.9	189.7	1.64
25.0	192.9	189.7	1.64
30.5	192.9	189.6	1.69
35.1	194.0	189.6	2.29
39.0	194.0	189.6	2.29
42.0	192.9	189.7	1.64
45.0	192.9	189.7	1.64
47.0	194.0	189.7	2.24
49.0	195.2	189.7	2.84
بیشترین خطا			2.84
خطای میانگین			1.88

این اختلاف در نتایج عددی و تحلیلی از مقطع x= -۳۰۰mm به سمت x= -۲۰۰mm کاهش یافته و در مقطع عرضی مرکز مانع x=۰ و جریان فوق بحرانی پایین دست این اختلاف بسیار ناچیز است.



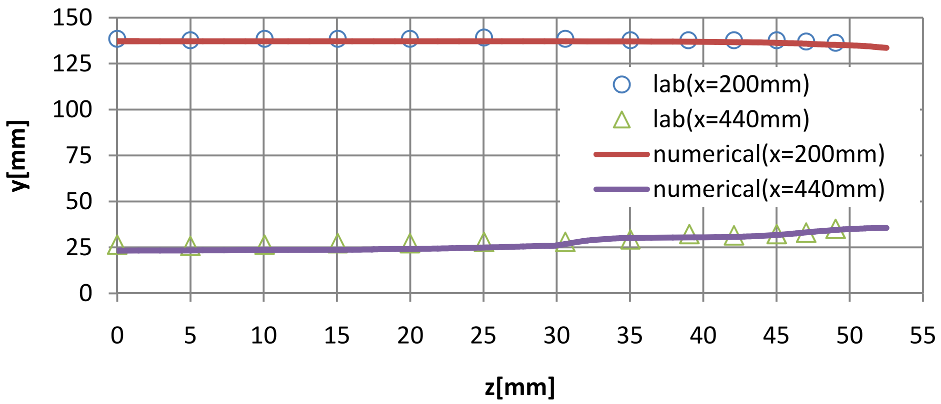
شکل ۴-۱۳پروفیل عرضی جریان در مقطع x= -200 , 0 mm

جدول ۴-۵ مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی در مقطع x=-200, 0 mm

x=-200mm			
z[mm]	y[mm]-lab	y[mm]-numerical	error
0.0	186.3	183.3	1.61
5.0	186.3	183.3	1.61
10.0	186.3	183.3	1.61
15.0	187.2	183.4	2.04
20.0	186.3	183.4	1.56
25.0	186.3	183.4	1.56
30.5	186.3	183.4	1.56
35.0	186.3	183.4	1.56
39.0	184.5	183.3	0.64
42.0	185.4	183.3	1.13
45.1	186.3	183.3	1.61
47.1	186.3	183.2	1.66
49.1	186.3	183.2	1.66
بیشترین خطا			2.04
میانگین خطا			1.52

x=0mm			
z[mm]	y[mm]-lab	y[mm]-numerical	error
0.0	147.9	150.9	2.00
5.0	149.8	150.9	0.75
10.0	149.8	150.9	0.75
15.0	149.8	151	0.82
20.0	149.8	151.1	0.89
25.0	149.8	151.1	0.89
30.5	149.8	151.3	1.02
35.0	149.8	151.5	1.15
39.0	149.8	151.6	1.22
42.0	149.8	151.6	1.22
45.1	149.8	151.7	1.29
47.1	149.8	151.7	1.29
49.1	149.8	151.8	1.35
بیشترین خطا			2.00
میانگین خطا			1.13

پروفیل عرضی سطح آزاد نسبت به مولفه z در طول مسیر تقریباً ثابت است بجز در منطقه جریان فوق بحرانی(منطقه پایین دست مانع). در مقطع x=440mm عمق جریان تا حدود ۳۰ میلی متر از هر طرف خط مرکزی کانال تقریبا ثابت است ولی با نزدیک شدن به دیواره های دو طرف کانال به سرعت عمق جریان افزایش می‌یابد که مدل عددی نیز بخوبی توانسته این موضوع را اثبات کند. شکل (۴-۱۴) این نتایج را نمایش می دهد.



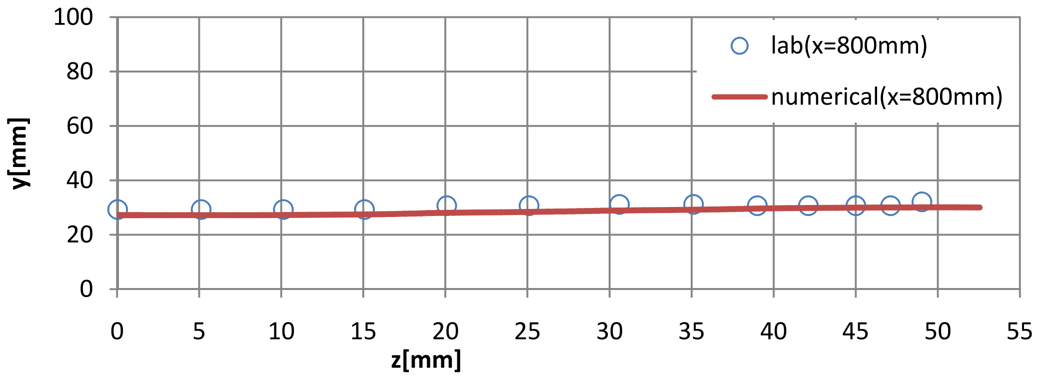
شکل ۴-۱۴ پروفیل عرضی جریان در مقطع x=200 , 440 mm

جدول ۴-۶ مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی در مقطع x=200, 440 mm

(x=200mm)			
z[mm]	y[mm]-lab	y[mm]-numerical	error
0.0	138.5	137.3	0.91
5.0	137.8	137.3	0.40
10.1	138.5	137.2	0.92
15.1	138.5	137.2	0.93
20.0	138.5	137.2	0.94
25.0	139.2	137.2	1.45
30.6	138.5	137.2	0.97
35.0	137.8	137.1	0.51
39.0	137.8	136.9	0.63
42.1	137.8	136.7	0.79
45.0	137.8	136.4	1.04
47.0	137.1	135.8	0.94
49.0	136.4	135.1	0.93
بیشترین خطا			1.45
خطای میانگین			0.87

(x=440mm)			
z[mm]	y[mm]-lab	y[mm]-numerical	error
0.0	26.6	23.3	12.26
5.0	25.8	23.4	9.43
10.1	26.6	23.5	11.50
15.1	27.3	23.7	13.10
20.0	27.3	24.3	10.90
25.0	28.0	24.9	11.04
30.6	28.0	26.2	6.40
35.0	29.4	30.2	-2.63
39.0	32.3	30.5	5.56
42.1	31.6	30.9	2.15
45.0	32.3	31.9	1.23
47.0	33.0	33.2	-0.56
49.0	35.2	34.5	1.90
بیشترین خطا			13.10
خطای میانگین			6.33

روند تغییر ارتفاع در مقطع x=۸۰۰mm رو به کاهش بوده و بصورت یک موج ضعیف با تغییر ارتفاع بسیار کم مشاهده می‌شود که این تغییرات در شکل (۴-۱۵) ارائه شده است.



شکل ۴-۱۵ پروفیل عرضی جریان در مقطع x=800 mm

مقایسه نتایج عددی وآزمایشگاهی و بررسی خطاهای روش‌های عددی برای مقاطع مختلف در جدول(۴-۷) نشان داده شده است.

جدول ۴-۷ مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی در مقطع x=800 mm

x=800mm			
z[mm]	y[mm]-lab	y[mm]-numerical	error
0.0	29.3	27.2	7.06
5.1	29.3	27.2	7.12
10.1	29.3	27.3	6.96
15.0	29.3	27.5	6.31
20.0	30.7	28.1	8.50
25.0	30.7	28.4	7.57
30.5	31.2	28.9	7.22
35.1	31.2	29.2	6.29
39.0	30.7	29.7	3.38
42.1	30.7	29.9	2.70
45.0	30.7	30.0	2.33
47.1	30.7	30.0	2.19
49.0	32.1	30.1	6.30
بیشترین خطا			8.50
خطای میانگین			5.69

جدول ۴-۸ بررسی خطای روش عددی در مقاطع مختلف کانال

بیشترین خطا(٪)	خطای متوسط(٪)	اختلاف روش عددی وآزمایشگاهی(mm)		مقطع بر حسب میلی متر(mm)
		بیشترین	کمترین	
۲/۸۴	۱/۸۸	۵/۵	۳/۲	x= -۳۰۰
۲/۰۴	۱/۵۲	۳/۸	۱/۲	x= -۲۰۰
۲	۱/۱۳	۳	۰/۱	x=۰
۱/۵	۰/۹	۲	۰/۴	x=۲۰۰
۱۳/۱	۶/۴	۳/۵	۰/۲	x=۴۴۰
۸/۴۹	۵/۶۹	۲/۶	۰/۷	x=۸۰۰

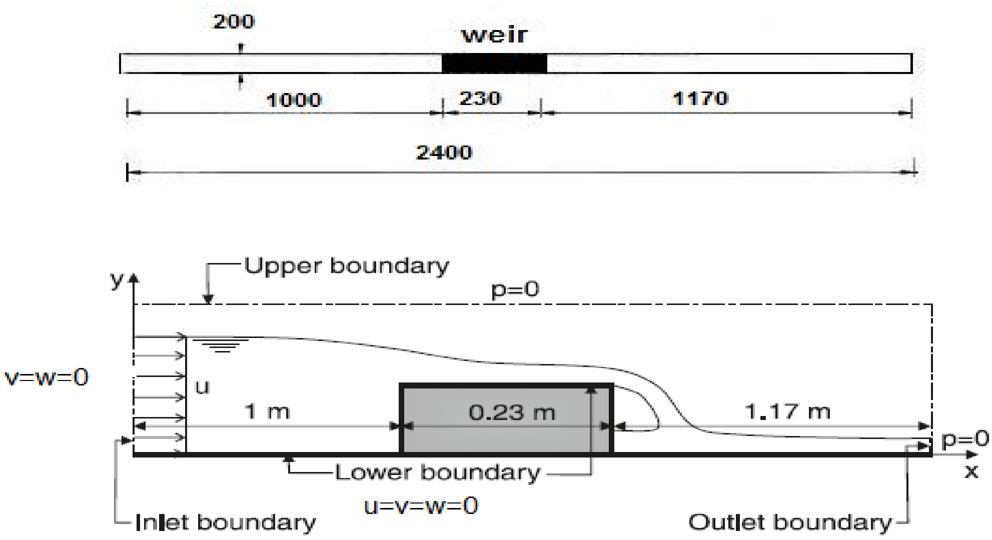
همان طور که از جدول پیداست کمترین اختلاف نتایج عددی و آزمایشگاهی مربوط به مقطع x=۰ یعنی درست بر روی مرکز برآمدگی می‌باشد و بیشترین آن مربوط به مقطع x=۳۰۰mm است.

۴-۴ مساله سوم(مدل‌سازی عددی جریان آشفته درون یک فلوم آزمایشگاهی)

در این مساله ما رفتار یک جریان آشفته دوفازی(شامل آب و هوا) عبوری از روی یک مانع مستطیلی در کف کانال را بصورت عددی مدل‌سازی می‌کنیم. برای شبیه سازی سطح آزاد جریان دوفازی از الگوی حجم سیال استفاده می‌شود و برای مدل‌سازی پارامترهای آشفتگی از مدل‌های $k-\varepsilon$ و $k-\omega$ و برای شبیه‌سازی جریان نزدیک دیواره از تابع دیوار بالارونده و تابع دیوار با رفتار خودکار استفاده می‌کنیم و در نهایت برای ارزیابی دقت وصحت نتایج عددی آنها را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌کنیم.

۴-۴-۱ مشخصات هندسی و هیدرولیکی کانال

آزمایشات و اندازه گیری‌های پروفیل سطح آزاد جریان و پروفیل‌های سرعت در یک فلوم شیشه ای به ابعاد ۲۴۰۰ میلی متر طول، ۲۰۰ میلی متر عرض و ۲۰۰ میلی متر ارتفاع انجام شده است. در ضمن یک مانع مکعب مستطیلی به ابعاد: ۲۳۰ میلی متر طول، ۲۰۰ میلی متر عرض و ۸۸ میلی متر ارتفاع در فاصله یک متری از ورودی قرار دارد که جهت بررسی نتایج عددی، مدل عددی نیز دقیقاً با همین ابعاد ایجاد گردیده است. شکل (۴-۱۶) طرح کلی مدل را نمایش می‌دهد.



شکل ۴-۱۶هندسه و شرایط مرزی کانال مربوط به مساله سوم

سرعت متوسط درمقطع ورودی، عدد فرود و عدد رینولدز در این مقطع به ترتیب عبارتند از:m/s۰/۰۸۶۶، ۰/۰۷۸، ۱۹۱۹۰و دبی جریان آب در این تحقیق ۲/۲ لیتر بر ثانیه وعمق نرمال آب

در مقطع ورودی ۱۲۷ میلی متر و باقیمانده ارتفاع فلوم که ۷۳ میلی متر است را هوا تشکیل می‌دهد.
شرایط مرزی این مساله عبارتند از:

۱- شرایط مرزی مقطع ورودی: در مقطع ورودی کانال، سرعت با توزیع یکنواخت به عنوان شرط مرز قرار داده شده است.

۲- شرایط مرزی مقطع خروجی: در مقطع خروجی کانال، فشار هیدرواستاتیکی شرط مرزی می باشد.

۳-شرایط مرزی قسمت فوقانی: برای این مقطع کانال از شرایط مرزی باز استفاده شده است.

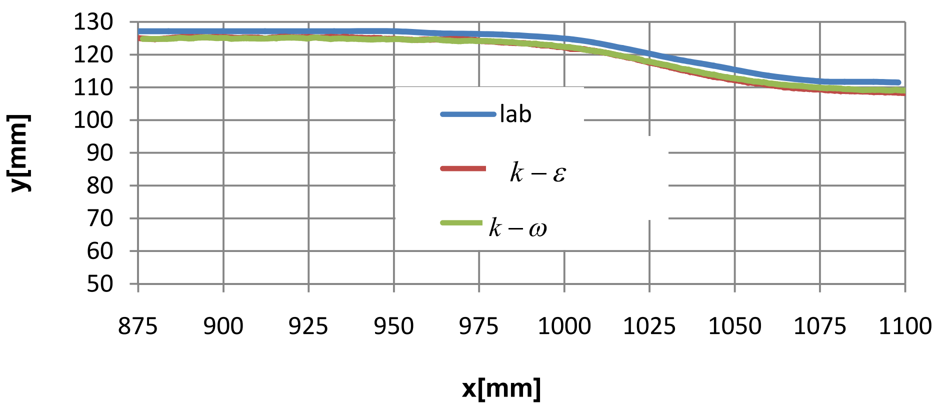
۴-شرایط مرزی قسمت جلو و عقب: برای این دو قسمت از شرط مرزی دیوار استفاده کردیم.

۵-شرایط مرزی قسمت کف: در این مقطع از شرط مرزی دیوار استفاده کردیم.

در این تحقیق برای حل مساله هندسه کانال (محدوده محاسباتی) را به المان‌های ریز غیر یکنواخت چهاروجهی تقسیم کردیم. این شبکه مش بندی شده دارای ۳۲۸۰۸ گره و۱۵۵۱۰۲ المان با اندازه های غیریکنواخت است. این مساله با دو مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ و $k-\omega$ حل شده است وگام زمانی استفاده شده در مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ برابر ۰/۰۱ ثانیه و برای مدل آشفتگی $k-\omega$ برابر ۰/۰۰۵ ثانیه می‌باشد.

۴-۴-۲ بحث در نتایج

در این قسمت به منظور ارزیابی نتایج عددی، پروفیل طولی سطح آزاد جریان و بردارهای سرعت در چند مقطع با نتایج آزمایشگاهی [۴] که بوسیله روش PIV بدست آمده مقایسه می‌شود. شکل۴-۱۷پروفیل طولی سطح آزاد جریان را نمایش می‌دهد که در این شکل x فاصله از ورودی می باشد.

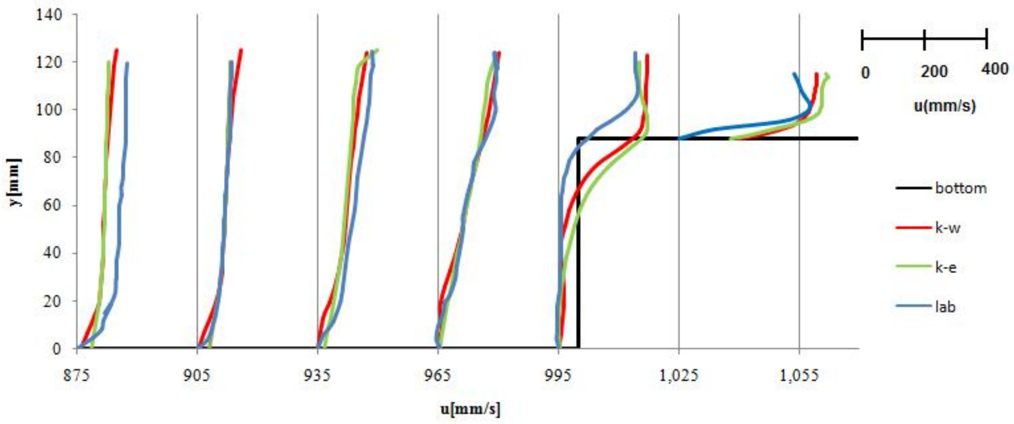


شکل ۴-۱۷ پروفیل طولی سطح آزاد جریان

جدول ۴-۹ بررسی خطای روش های عددی در مقطع طولی کانال

x[mm]	y[mm]-lab	y[mm] $k-\varepsilon$	y[mm] $k-\omega$	error($k-\varepsilon$)	error($k-\omega$)
875	127	125	125	1.67	1.67
884	127	125	125	1.67	1.67
900	127	125	125	1.67	1.67
912	127	125	125	1.67	1.67
932	127	125	125	1.67	1.67
950	127	125	125	1.67	1.67
964	127	125	124	1.19	1.98
982	126	124	124	1.66	1.66
1002	125	122	122	2.13	2.13
1017	122	119	119	2.44	2.44
1032	119	116	116	2.26	2.26
1044	117	113	114	3.11	2.25
1060	114	111	111	2.24	2.24
1075	112	109	110	2.59	1.69
1082	112	109	109	2.41	2.41
1091	112	109	109	2.41	2.41
1098	111	108	109	3.12	2.23
بیشترین خطا				3.12	2.44
میانگین خطا				2.09	1.98

از شکل(۴-۱۷) و جدول(۴-۸) می‌توان دریافت که نتایج عددی مدل آشفتگی $k-\omega$ بطور خیلی نامحسوس به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر است و برای شبیه‌سازی سطح آزاد جریان هر دو مدل قادر به ارائه نتایج قابل قبول و منطبق بر نتایج آزمایشگاهی می‌باشند. در این تحقیق، بردارهای سرعت افقی درمقاطع(۹۹۵،۹۶۵،۹۳۵،۹۰۵،۸۸۰،۱۰۳۸mm) محاسبه شده و برای ارزیابی دقت وصحت نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

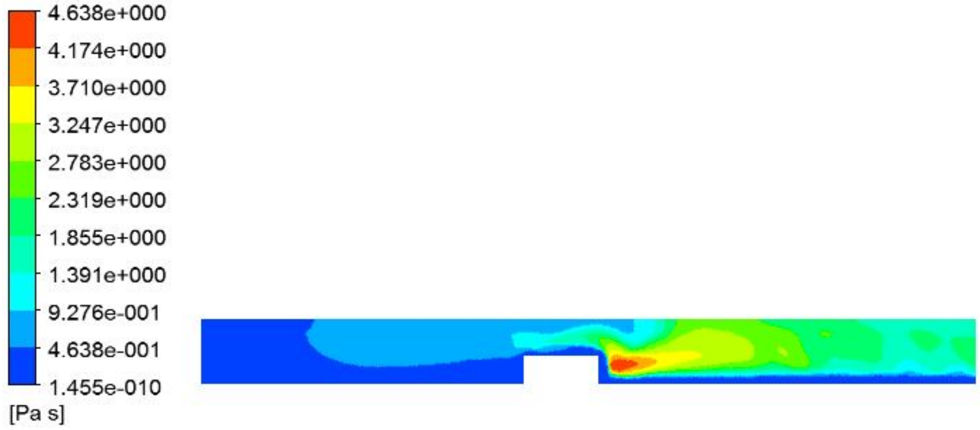


شکل ۴-۱۸مقایسه بردارهای سرعت مدل‌های آشفتگی $k-\varepsilon$ و $k-w$ با نتایج آزمایشگاهی

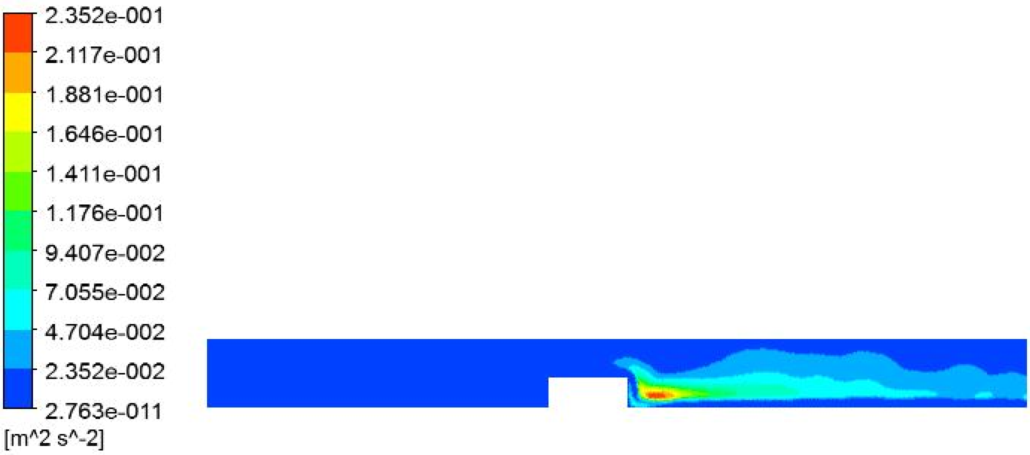
از پروفیل‌های سرعت نمایش داده شده در شکل۴-۱۸ به وضوح می‌توان دریافت که نتایج عددی و آزمایشگاهی در مقاطع x=۹۶۵،۹۳۵،۹۰۵mm تطابق خوبی دارند و اختلاف آنها بسیار ناچیز است و بعد از این مقاطع و با نزدیک شدن به مانع و نزدیکی های گوشه بالادست مانع اختلاف اندازه بردارهای سرعت مدل‌های عددی با نتایج آزمایشگاهی بیشتر به چشم می‌خورد که علت این اختلاف بخصوص در مقطع x=۹۹۵mm جدایش جریان درگوشه بالادست مانع است که نتایج مدل $k-\omega$ تا حدودی بهتر از مدل $k-\varepsilon$ می‌باشد چون مدل $k-\varepsilon$ قادر به شبیه‌سازی دقیق ناحیه جدایش جریان نیست این مشکل تا حدودی در مدل $k-\omega$ برطرف شده است.

۴-۴-۳ بررسی لزجت گردابی و انرژی جنبشی آشفتگی

درشکل (۴-۱۹) می‌توان دریافت که لزجت گردابی در بلافاصله پایین دست مانع بیشترین مقدار است، چون در این ناحیه گرادیان‌های سرعت زیاد می‌باشند و همان طور که می دانیم آشفتگی در محل هایی با گرادیان های سرعت بالا، بیشتر است که شکل (۴-۲۰) این موضوع را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱۹ کانتور طولی مربوط به لزجت گردابه



شکل ۴-۲۰ کانتور طولی مربوط به انرژی جنبشی آشفتگی

فصل پنجم

نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات

۵-۱ نتیجه‌گیری

در این تحقیق برای حل مساله از ترکیب معادلات ناویر-استوکس متوسط‌گیری شده زمانی و روش حجم سیال(برای مدل کردن سطح آزاد سیال) و یک مدل آشفتگی استفاده کردیم و مهم‌ترین نتایج بدست آمده عبارتند از:

در مساله اول، هنگام عبور جربان از روی مانع بلافاصله در پایین دست مانع گردابه ها(ادی‌ها) تشکیل شده و باعث چرخش جریان در آن محدوده شده و سرعت حرکت سیال را در همان ناحیه کاهش می‌دهند(درمحدوده تشکیل گردابه‌ها سرعت سیال دارای مقادیر منفی و صفر می شود).

نکته دیگری که در مساله اول دیده می‌شود این است که نتایج همه مدل ها هنگام عبور از مانع تقریباً بر هم منطبقند و با جواب تحلیلی اختلاف دارند و این امر به علت آن است که در روش تحلیلی تاثیر آشفتگی که باعث افت انرژی می‌گردد در نظر گرفته نمی‌شود و همچنین مدل عددی به دقیق ترین شکل حمل مومنتم را در نظر می‌گیرد.

در بین مدل‌های آشفتگی که در مساله اول بکار گرفته شد روش تنش رینولدزی علی رغم زمان طولانی‌تر برای همگرایی، جواب های دقیق‌تری ارائه می‌دهد. مدل تنش رینولدزی احتیاج به صرف وقت و حافظه و فضای محاسباتی بیشتری نسبت به مدل k-epsilon دارد و در روش تنش رینولدزی هفت معادله به طور همزمان حل می‌گردد در حالی که در روش k-epsilon فقط دو معادله حل می‌گردد جواب‌های هر دو مدل اختلاف ناچیزی با هم دارند، لذا مدل k-epsilon برای حل مساله مناسب است.

در عبور جریان از یک برآمدگی، برای مدل‌های مختلف آشفتگی جریان بلافاصله پس از عبور از روی مانع به عمق نرمال قبلی نمی‌رسد و به علت افت انرژی مقداری پایین افتادگی دارد که نتایج آزمایشگاهی این موضوع را اثبات می‌کنند ولی روش تحلیلی این پایین افتادگی بعد از عبور از روی مانع را نشان نمی‌دهد زیرا در روش تحلیلی فرض بر این است که بین دو مقطع مورد نظر افت انرژی وجود ندارد. در واقع روش تحلیلی در نظر می‌گیرد که شیب طولی کانال که باعث حرکت جریان است

با افت انرژی کل جریان برابر است و همدیگر را خنثی می‌کنند و در نتیجه فرض می‌گردد که کانالی بدون شیب و افت داریم در حالی که در روش های عددی که از مدل های آشفتگی برای حل جریان استفاده می‌کنند برای کانال بدون شیب، مقدار افت محاسبه می‌شود که در واقع این افت انرژی باعث اختلاف ارتفاع بین ورودی و خروجی کانال می‌شود.

این نرم افزار برای حل مسائل مشابه مساله اول، برای اعداد فرود ورودی ۰/۱ تا ۰/۲۵۲ بخوبی همگرا می‌شود و جواب‌های دقیق و قابل قبولی ارائه می‌کند ولی در خارج از این دامنه قادر به ارائه جواب‌های دقیق و منطقی نیست.

در مساله دوم که بررسی پروفیل سطح آزاد جریان مد نظر بود، مدل عددی بخوبی قابلیت حل مساله را داشت و نتایج پروفیل سطح آزاد در روی مرکز مانع و جریان پایین دست بخوبی با نتایج آزمایشگاهی موجود همخوانی داشته و بسیار به هم نزدیک بودند و بیشترین اختلاف مربوط به مقطعی بلافاصله بالادست مانع می‌شد که البته این اختلاف ناشی از جدایش جریان در این ناحیه می‌باشد.

در مساله آخر، پروفیل سطح آزاد جریان و بردارهای سرعت در چند مقطع محاسبه شد و جهت صحت سنجی نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه شدند و این مقایسه نشان داد که جواب های مدل آشفتگی $k-\omega$ تا حدودی نسبت به مدل آشفتگی $k-\varepsilon$دقیق‌ترند و به جواب‌های آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌باشند که علت این امر توانایی بیشتر مدل آشفتگی $k-\omega$ برای مدل کردن جریان در ناحیه جدایش است.

با توجه به نتایج بدست آمده از روش‌های عددی در این تحقیق می‌توان گفت که مدل عددی مورد مطالعه، قابلیت انطباق با نتایج آزمایشگاهی را داراست و در کارهای دقیق در این زمینه می‌توان از روش‌های عددی بجای کارهای آزمایشگاهی استفاده کرد که این کار هم موجب کاهش هزینه‌های سنگین آزمایشگاهی و هم صرفه جویی در زمان می‌گردد.

۵-۲ پیشنهادات

- در خصوص شبیه‌سازی عددی سطح آزاد، پیشنهاد می‌شود که برای مدل کردن سطح آزاد از روشهای دیگر مانند روش مختصات سیگما استفاده شود.

-برای همگرایی بهتر و مناسب‌تر معادلات، بهینه‌سازی مش‌بندی در نواحی با گرادیان‌های سرعت بالا پیشنهاد می‌شود.

- استفاده از روش‌هایی با دقت مرتبه بالاتر برای گسسته‌سازی معادلات حاکم بر جریان سیال

- با توجه به ماهیت پیچیده‌ترجریان‌های دوفازی و وجود نواحی با آشفتگی‌های متغیر از مدلهای دقیق‌تر آشفتگی مانند LES استفاده شود.

- شبیه‌سازی عددی جریان آشفته در حالتی که جریان بالادست حالت فوق بحرانی داشته باشد.

- بررسی تاثیر زبری کف و دیوارها در میدان‌های سرعت و آشفتگی و پروفیل سطح آزاد جریان

مراجع

[1] Sarker, M.D.A. and Rhodes, D.G., (2000), “3D FREE Surface Model of Laboratri Channel With Rectangular Broad-Crested Weir” Cranfield University, Engineering Systems Department.

[2] Bouhadji, L., (2004), “ Three Dimensional Numerical Simulation of Turbulent Flow Over Spillways,*” ASL-AQFlow Inc., Sidney, British Columbia, Canada.*

[3] Hirt, C.W. and Nichols, B.D, (1981), “ Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries,” J. Computational Physics, volume 39, pages 201-225 .

[4] M. Salih Kirkgoz, M. Sami Akoz, and A. Alper Oner., (2008), “Experimental and theoretical analyses of twodimensional flows upstream of broad-crested weirs”, Can. J. Civ. Eng. 35: 975–986.

[5] Cheng, X. Chen, Y. and Luo, L., (2006)," Numerical simulation of air-water two-phase flow over stepped spillways,"Science in China Series E, Technological Sciences, Vol.49 No.6 674—684

[6] Patankar, S.V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation, New York.

[7] Rodi, W. (1984). Turbulence Models and their Applications in Hydraulics-A State of the Art Review. 2nd Edn., IAHR, The Netherlands

[8] D. Ho, K. Boyes, S. Donohoo and B. Cooper,(2003), *Numerical Flow Analysis For Spillways,* 43*rd* ANCOLD Conference, Hobart, Tasmania, 24-29.

[9] Rhie, C.M. and Chow, W.L.,(1982),“A Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Isolated Airfoil with Trailing Edge Separation”, AIAA Paper 82-0998.

[10] Menter, F.R.,(1994),“Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications”,AIAA-Journal., 32(8), pp. 1598 – 1605.

[11] Launder, B.E. and Spalding, D.B.,(1974),“The numerical computation of turbulent flows”,Comp Meth Appl Mech Eng, 3:269-289.

[12] Wilcox, D.C.,(2000)“Turbulence Modelling for CFD”,DCW Industries,La Canada, CA 91011, p. 314.

۱۳. ابریشمی، جلیل. حسینی، سید محمود، (۱۳۸۷)، "هیدرولیک کانالهای باز"، موسسه چاپ و انتشارات آستان قدس رضوی، چاپ هجدهم.

۱۴. شجاعی فرد، محمد حسین. نورپور هشترودی، علیرضا، (۱۳۸۶)،" مقدمه ای بر دینامیک سیالات محاسباتی"،(نوشته ورستیگ و مالالاسکرا) انتشارات دانشگاه علم و صنعت، چاپ دوم.

۱۵. اسمعیلیان، سید رسول، (۱۳۸۱)،" تحلیل عددی جریان آرام روی مانع چسبیده به سطح داخل کانال همراه با بررسی اثر ابعاد مانع"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۱۶. هاشمی جوان، سید علی، (۱۳۸۶)،" شبیه سازی عددی پدیده شکست موج بر روی موج شکن مستغرق"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت.

۱۷. مهران، علی اکبر، (۱۳۸۶)،" شبیه سازی عددی سه بعدی جریان های ساحلی در منطقه ساحلی"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت.

[18] Malalasekera.V and Weeratunge.A, (1960), “ An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method”

[19] Bardina, J.E., Huang, P.G. and Coakley, T.J.,(1997) “Turbulence Modeling Validation Testing and Development”, NASA Technical Memorandum 110446,. (See also Bardina, J.E., Huang, P.G. and Coakley, T.J., “Turbulence Modeling Validation”, AIAA Paper 97-2121.)

[20] S. Majumdar,(1988), “Role of Underrelaxation in Momentum Interpolation for Calculation of Flow with Nonstaggered Grids”, Numerical Heat Transfer 13:125-132.

[21] Ranga Raju K. G., Asawa G. L., Mishra H. K., (2000), Flow establishment length in rectangular channels and duct, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 126, No. 7, pp 533-539.

[22] Lien K., Monty J. P., Chong M. S., Ooi A., (2004), The entrance length for fully developed turbulent channel flow, 15th Australasian Fluid Mechanics Conference, The University of Sydney, Ausralia.

[23] Boyes, H. K. , Donohoo, S. and Cooper , B., (2003), “Numerical Flow Analysis For Spillways,” 43rd ANCOLD Conference, Hobart, Tasmania, 24-29 October.

Abstract
Computers have been used to solve fluid flow problems for many years. Numerous programs have been written to solve either specific problems, or specific classes of problems. From the mid-1970's, the complex mathematics required to generalize the algorithms began to be understood, and general purpose CFD solvers were developed. Computational Fluid Dynamics is now an established industrial design tool, helping to reduce design time scales and improve processes throughout the engineering world. CFD provides a cost-effective and accurate alternative to scale model testing, with variations on the simulation being performed quickly, offering obvious advantages. ANSYS CFX is a general purpose Computational Fluid Dynamics (CFD) software suite that combines an advanced solver with powerful pre- and post-processing capabilities.

There are a number of different solution methods which are used in CFD codes. The most common, and the one on which CFX is based, is known as the finite volume technique. In this technique, the region of interest is divided into small sub-regions, called control volumes. The equations are discretized and solved iteratively for each control volume.

This study presents the results of numerical studies on a three-dimensional free-surface channel flow over a bottom obstacle. Main interest is the capability of commercial CFD codes to solve such problems. ANSYS CFX was used with its built to solve two-phase flow models. The flow field is obtained by the Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations. The dynamics of the turbulence and Reynolds stress is described by turbulent models. Also, The free surface has been simulated by Volume Of Fluid technique (VOF).

The boundary conditions which were used to solve these cases, are as following:

Symmetric boundary condition

Wall boundary condition

Inlet boundary condition

Outlet boundary condition

Openning boundary condition

For validation of these models, two sets of experimental results were used. In the first case, which was free surface profile over rectangular broad-crested weir, numerical results were compared with experimental results of MD. Akhtaruzzaman, Sarker and David G. Rhodes. In the second case, free surface profile and velocity vectors were computed for several sections and numerical results were compared with experimental results of M. Salih Kirkgoz, M. Sami Akoz, and A. Alper Oner. The numerical simulation results were entirely consistent with experimental results.

Keywords: Computational Fluid Dynamics, obstacle, turbulent flow, numerical modeling

Shahrood University of Technology
Department of Civil engineering

Comparison between Analytical results and numerical modeling of turbulent flow over a local bump in a bottom of channel

By:
Mohammad Saberi Seydabad

Supervisor:
Dr Ramin Amini

July 2010