

الحمد لله  
الرحمن الرحيم



دانشکده: عمران و معماری

گروه مهندسی عمران – گرایش سازه‌های هیدرولیکی

مقایسه نتایج تحلیلی و مدل‌سازی عددی جریان آشفته در یک کانال با تنگنای

موضعی عرضی

دانشجو: محمد صادق روزگار

استاد راهنما:

دکتر رامین امینی

استاد مشاور:

دکتر علی کیهانی

پایان‌نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

خرداد ۸۹

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : عمران و معماری

گروه مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای محمد صادق روزگار

تحت عنوان:

مقایسه نتایج تحلیلی و مدل سازی عددی جریان آشفته در یک کانال با تنگنای موضعی عرضی  
در تاریخ ..... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد  
مورد ارزیابی و با درجه ..... مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور:	امضاء	اساتید راهنما:
	نام و نام خانوادگی : دکتر علی کیهانی		نام و نام خانوادگی : دکتر رامین امینی

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور:
	نام و نام خانوادگی : مهندس عباس محمدی		نام و نام خانوادگی : دکتر احمد احمدی
			نام و نام خانوادگی : دکتر وحیدرضا کلات جاری

## تقدیم اثر

این اثر ناچیز را با تمام وجودم به ف.ک و ن.آ.س و دیگر آزادگان این مرز و بوم تقدیم می‌کنم.

می‌گذرد کاروان روی گل ارغوان

قافله سالار آن سرو شهید جوان

در غم این عاشقان چشم فلک خون فشان

داغ جدایی به دل آتش حسرت به جان

خورشیدی تابیدی ای شهید در دل‌ها جاویدی ای شهید

می‌گرید در سوگت آسمان می‌سوزد از داغت شمع جان

چون روید لاله از خاک تو یاد آرم از جان پاک تو

بنگر چون شد دل‌ها خون شد زین آتش‌ها

از موج خون شد لاله‌گون دشت و صحرا

زین درد و غم گرید عالم ای شهید ما

از این ماتم خون می‌گرید ای یاران

سوزم از داغ غمی داغ ظلم ستمی

خون هر جانباز می‌دهد آواز

جان فدای وطنم خاک ایران کفنم

ای دریغا! خانه ما گشته گلگون خفته در خون

خورشیدی تابیدی ای شهید در دل‌ها جاویدی ای شهید

می‌گرید در سوگت آسمان می‌سوزد از داغت شمع جان

## تشکر و قدردانی

از زحمات استاد ارجمند جناب آقای دکتر رامین امینی که مرا در این پژوهش راهنمایی و مساعدت نمودند کمال تشکر را دارم. همچنین از استاد ارجمند جناب آقای دکتر علی کیهانی که زحمت مشاوره این پایان نامه را به عهده داشتند سپاس گزارم.

همچنین از دکتر صالحی نیشابوری و دکتر طالب بیدختی و همچنین مهندس رستم آبادی و مهندس خورشیدی و همچنین مهندس خواجه که مرا صمیمانه یاری نمودند، سپاس گزارم.

## تعهد نامه

اینجانب محمد صادق روزگار دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته سازه‌های هیدرولیک دانشکده عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه مقایسه نتایج تحلیلی و مدل-سازی عددی جریان آشفته در یک کانال با تنگنای موضعی عرضی تحت راهنمایی دکتر رامین امینی به عنوان استاد راهنما متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «shahrood university of technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیر گذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ:

امضای دانشجو

### مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم-افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

## چکیده:

بررسی اثر یک تنگنای عرضی بر روی جریان در یک کانال با اهمیت می‌باشد. این پدیده در محل پایه‌های یک پل که در کناره‌های رودخانه قرار می‌گیرند، ایجاد می‌گردد. معمولاً برای کاهش هزینه‌های پل‌سازی عرض مقطع رودخانه را در یک محل کوچکتر کرده و در همان محل پل را احداث می‌کنند. در محل تنگنا، بررسی تغییرات جریان و بخصوص عمق جریان مهم می‌باشد. چرا که اگر تنگنا بیش از اندازه باشد می‌تواند سبب انسداد گشته و آب از کانال خارج می‌گردد. برای تحلیل اثر تنگنا بر روی جریان، می‌توان از روش‌های تحلیلی استفاده نمود که بر طبق آن انرژی جریان در محل تنگنا با انرژی در قبل از تنگنا برابر در نظر گرفته می‌شود. در روش‌های تحلیلی امکان محاسبه افت انرژی وجود ندارد و بنابراین آن را صفر فرض می‌کنند. واقعیت این است که افت انرژی کمی وجود دارد ولی بلحاظ سختی محاسبات از آن صرف نظر می‌شود. در این بررسی از روش‌های عددی برای مدل‌کردن جریان در محل تنگنا استفاده شده است. حسن روش عددی در آن است که می‌تواند افت انرژی‌ها را محاسبه نماید. بنابراین هدف از این تحقیق محاسبه عددی جریان و مقایسه نتایج آن با روش‌های تحلیلی می‌باشد. در مدل‌سازی‌های انجام شده برای محاسبه میدان جریان از معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده زمانی رینولدز<sup>1</sup> (RANS)، برای تعیین کمیت‌های آشفته از مدل‌های K-ε و RSM و همچنین برای تعیین موقعیت سطح آزاد سیال از روش VOF استفاده شده است. در این مدل‌سازی از الگوریتم پیرو (PISO) برای حل هم زمان معادلات سرعت - فشار استفاده شده است. به منظور صحت سنجی مدل‌سازی از نتایج آزمایشگاهی (Aukle 1983) استفاده شده است. مدل‌سازی با استفاده از نرم‌افزار Fluent انجام شده است و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: جریان آشفته، الگوی حجم سیال (VOF)، تنگنای موضعی عرضی، جریان دوفازی،

Fluent.

---

<sup>1</sup> Reynolds Averaged Navier-Stokes

## فهرست مطالب

فصل ۱ مقدمه و آشنایی کلی با نرم افزار و قابلیت های آن.....	۱
۱-۱ - حل تحلیلی جریان در یک تنگنای عرضی.....	۲
۲-۱ - روش های مدل سازی جریان سیالات.....	۵
۳-۱ - محاسن مدل سازی عددی.....	۷
۴-۱ - معایب مدل سازی عددی.....	۹
۵-۱ - نحوه صحیح استفاده از مدل سازی آزمایشگاهی و عددی.....	۹
۶-۱ - کارهای انجام گرفته در رابطه با مدل سازی جریان مرتبط با کانال ها.....	۱۰
۷-۱ - تحلیل عددی به کمک نرم افزار.....	۱۱
۸-۱ - معرفی نرم افزار FLUENT.....	۱۳
فصل ۲ معادلات حاکم.....	۱۷
۱-۲ - معادلات حاکم.....	۱۸
۲-۲ - مدل های آشفتگی.....	۱۹
۱-۲-۲ - معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده نسبت به زمان (RANS).....	۱۹
۲-۲-۲ - روش مدل سازی ادی های بزرگ (LES).....	۲۴
۳-۲ - مدل های موجود در FLUENT.....	۲۴
۱-۳-۲ - مدل $k-\epsilon$ استاندارد.....	۲۵
۲-۳-۲ - مدل $RNG\ k-\epsilon$ .....	۲۷
۳-۳-۲ - مدل $k-\epsilon$ محسوس.....	۳۱
۴-۳-۲ - اثرات شناوری روی آشفتگی در مدل های $k-\epsilon$ .....	۳۵
۵-۳-۲ - مدل تنش رینولدز (Reynolds Stress Model).....	۳۷
۴-۲ - رفتار نزدیک دیوار برای جریان های آشفته مرز دیوار.....	۴۲
۲-۴-۱ - زیر لایه خطی - لایه سیال در تماس با دیوار صاف.....	۴۳



۴۴	۲-۴-۲ - لایه قانون لگاریتمی - ناحیه آشفته نزدیک دیوار.....
۴۴	۳-۴-۲ - لایه خارجی - ناحیه تحت تاثیر اینرسی دور از دیوار.....
۴۷	۴-۴-۲ - تابع استاندارد دیوار: (Standard Wall Function).....
۴۸	۵-۴-۲ - تابع دیوار نامتعادل (Non-Equilibrium wall Function).....
۴۸	۶-۴-۲ - محدودیت‌های روش تابع دیوار.....
۴۹	۷-۴-۲ - رهنمودهای مش نزدیک دیوار برای توابع دیوار.....
۵۰	۵-۲ - ملاحظات شبکه برای شبیه‌سازی جریان آشفته.....
۵۰	۶-۲ - انتخاب مدل آشفتگی.....
۵۲	فصل ۳ تعیین سطح سیال بوسیله روش حجم سیال (VOF).....
۵۳	۱-۳ - مقدمه.....
۵۳	۲-۳ - محدودیت‌های مدل VOF.....
۵۳	۳-۳ - معادله حاکم بر روش VOF.....
۵۴	۴-۳ - روش‌های VOF موجود در نرم‌افزار.....
۵۴	۱-۴-۳ - الگوی دهنده و گیرنده : (Donor – Acceptor Scheme).....
۵۶	۲-۴-۳ - الگوی یانگ (Geometric Reconstruction Scheme).....
۵۸	فصل ۴ روش‌های انفصال.....
۵۹	۱-۴ - روش‌های انفصال معادلات.....
۵۹	۲-۴ - روش حجم محدود.....
۶۱	۳-۴ - صورت‌های دیفرانسیلی و انتگرالی معادلات کلی انتقال.....
۶۲	۴-۴ - جابجایی و نفوذ یک‌بعدی دائم.....
۶۴	۵-۴ - طرح اختلاف مرکزی.....
۶۵	۶-۴ - طرح اختلاف بالادست.....
۶۷	۷-۴ - طرح اختلاف پیوندی.....

۶۸	۸-۴ - طرح قاعده توانی.....
۶۹	۹-۴ - طرح اختلاف بالادست مرتبه دوم: روش QUICK.....
۷۳	فصل ۵ الگوریتم‌های حل توأم سرعت - فشار در جریان‌های دائم.....
۷۴	۱-۵ - مقدمه.....
۷۵	۲-۵ - شبکه جابجا شده.....
۷۵	۳-۵ - معادلات اندازه حرکت.....
۷۶	۴-۵ - الگوریتم سیمپل [۱۵].....
۸۳	۵-۵ - الگوریتم سیمپلسی [۱۵].....
۸۳	۶-۵ - الگوریتم PISO.....
۸۸	فصل ۶ مدل‌سازی عددی.....
۸۹	۱-۶ - مدل‌سازی دوبعدی جریان آشفته آب با دو نوع شرایط مرزی.....
۹۱	۱-۶-۱ - تشریح حوزه حل.....
۹۱	۱-۶-۲ - شرایط مرزی و رفتار نزدیک دیوار.....
۹۴	۱-۶-۳ - چگونگی انتخاب شرایط مرزی.....
۹۴	۱-۶-۴ - مدل‌های موجود در نرم‌افزار.....
۹۶	۱-۶-۵ - شرح مدل.....
۹۷	۱-۶-۶ - مدل‌های آشفتگی.....
۹۸	۱-۶-۷ - نکته.....
۹۸	۱-۶-۸ - پروفیل طولی کانال در مقاطع مختلف در عرض کانال.....
۱۰۱	۱-۶-۹ - پروفیل عرض سطح آب در مقاطع مختلف در طول کانال.....
۱۰۳	۱-۶-۱۰ - پروفیل سرعت در عمق در مقاطع مختلف در طول کانال برای مدل‌های مختلف آشفتگی.....
۱۰۵	۱-۶-۱۱ - تغییرات پروفیل سرعت در عمق برای مدل‌های آشفتگی مختلف در مقاطع مختلف در طول کانال.....

۱۰۷.....	۱۲-۱-۶ - مقایسه پروفیل طولی سطح آب در روش‌های مختلف آشفستگی
۱۰۸.....	۱۳-۱-۶ - مقایسه پروفیل سرعت در مقاطع عرضی در طول کانال
۱۱۱.....	۱۴-۱-۶ - بررسی سرعت در کانال
۱۱۳.....	۱۵-۱-۶ - تغییرات انرژی جنبشی آشفستگی در مقاطع مختلف در عمق
۱۱۴.....	۱۶-۱-۶ - تغییرات شدت آشفستگی در مقاطع مختلف در عمق
۱۱۶.....	۱۷-۱-۶ - تغییرات نرخ اتلاف انرژی آشفستگی در مقاطع افقی
۱۱۷.....	۱۸-۱-۶ - تغییرات ویسکوزیته آشفستگی در مقاطع افقی
۱۱۸.....	۱۹-۱-۶ - دیاگرام‌های سرعت جریان
۱۲۰.....	۲۰-۱-۶ - تنش برشی در کف و دیوار کانال
۱۲۱.....	۲-۶ - مشاهدات عینی جریان در یک تنگنای عرضی
۱۲۴.....	۳-۶ - مدل‌سازی سطح آب در مقطع با تنگ‌شدگی در طول کانال
۱۲۵.....	۱-۳-۶ - تنش برشی در کف و دیوار کانال
۱۲۶.....	۴-۶ - مقایسه نتایج مدل‌سازی و آزمایشگاهی
۱۳۳.....	فصل ۷ نتیجه‌گیری و پیشنهادها
۱۳۴.....	۱-۷ - نتیجه‌گیری
۱۳۶.....	۲-۷ - پیشنهادها
۱۳۸.....	منابع و مراجع

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۱- پلان کانال مستطیلی با تنگ‌شدگی در عرض ..... ۳
- شکل ۲-۱- منحنی‌های  $E - y$  در عبور آب از یک تنگنا ..... ۵
- شکل ۳-۱- منحنی‌های  $E - y$  ..... ۵
- شکل ۴-۱- تصویر قائم جریان [۱] ..... ۵
- شکل ۵-۱- ارتباط بین مولفه‌ها ..... ۱۵
- شکل ۱-۲- مدل‌های آشفتگی ..... ۱۹
- شکل ۲-۲- تقسیم سرعت به دو جزء سرعت نوسانی و سرعت متوسط [۱۵] ..... ۲۰
- شکل ۳-۲- توزیع سرعت نزدیک یک دیوار جامد ..... ۴۵
- شکل ۴-۲- رفتارهای نزدیک دیوار در فلوئنت ..... ۴۶
- شکل ۱-۴- حجم کنترل اطراف گره  $P$  ..... ۶۳
- شکل ۲-۴- جریان در جهت مثبت ..... ۶۶
- شکل ۳-۴- جریان در جهت منفی ..... ۶۶
- شکل ۴-۴- پروفیل‌های مرتبه دوم استفاده شده در روش QUICK ..... ۷۰
- شکل ۱-۵- نمونه‌ای از شبکه جابجا شده ..... ۷۶
- شکل ۲-۵- یک حجم کنترل  $u$  و مولفه‌های سرعت همسایه آن ..... ۷۷
- شکل ۳-۵- حجم کنترل اسکالر استفاده شده برای گسسته‌سازی معادله پیوستگی ..... ۸۰
- شکل ۱-۶- مقایسه پروفیل سرعت مدل یک و دوفازی ..... ۹۰
- شکل ۲-۶- پروفیل هم سرعت آب ورودی برحسب متر بر ثانیه ..... ۹۲
- شکل ۳-۶- پروفیل سرعت آب ورودی در وسط عرض کانال ..... ۹۲
- شکل ۴-۶- جریان برگشتی و طول مورد نیاز برای توسعه یافته شدن جریان [۱۵] ..... ۹۳
- شکل ۵-۶- کانال مناسب نهایی ..... ۹۳

- شکل ۶-۶- الف مشبندی قسمت نیم‌دایره‌ای کانال مینا..... ۹۵
- شکل ۶-۷- پروفیل سطح جریان از وسط کانال به سمت کناره‌ها برای عرض تنگ‌شدگی  $7/5\text{ cm}$  و سرعت ورودی  $0/4\text{ m/s}$  و مدل آشفتگی  $k-\varepsilon$  برای کانال مینا..... ۱۰۰
- شکل ۶-۸- موج ایجاد شده در سطح آب برای عرض تنگنا  $7/5\text{ cm}$  و سرعت ورودی  $0/4\text{ m/s}$  با مدل آشفتگی  $k-\varepsilon$  استاندارد برای کانال مینا..... ۱۰۲
- شکل ۶-۹- پروفیل‌های سرعت در مقاطع مختلف کانال با استفاده از روش‌های آشفتگی مختلف..... ۱۰۴
- شکل ۶-۱۰- پروفیل سرعت با روش‌های مختلف آشفتگی در مقاطع مختلف کانال..... ۱۰۶
- شکل ۶-۱۱- پروفیل سطح آب بدست آمده از روش‌های مختلف در وسط عرض کانال مینا..... ۱۰۸
- شکل ۶-۱۲- پروفیل سرعت در ورودی..... ۱۰۹
- شکل ۶-۱۳- پروفیل سرعت در  $z=-1\text{m}$ ..... ۱۰۹
- شکل ۶-۱۴- پروفیل سرعت در  $z=-0.5\text{m}$ ..... ۱۰۹
- شکل ۶-۱۵- پروفیل سرعت در  $z=-0.075\text{m}$ ..... ۱۱۰
- شکل ۶-۱۶- پروفیل سرعت در  $z=0\text{ m}$ ..... ۱۱۰
- شکل ۶-۱۷- پروفیل سرعت در  $z=0.075\text{ m}$ ..... ۱۱۰
- شکل ۶-۱۸- نمودارهای هم‌سرعت در  $z=0.5\text{ m}$ ..... ۱۱۰
- شکل ۶-۱۹- سرعت آب در روی دیوار کانال..... ۱۱۱
- شکل ۶-۲۰- مولفه  $x$  سرعت در ارتفاع کانال..... ۱۱۲
- شکل ۶-۲۱- انرژی جنبشی آشفتگی ( $k$ ) در عمق‌های مختلف..... ۱۱۴
- شکل ۶-۲۲- شدت آشفتگی جریان در عمق‌های مختلف کانال..... ۱۱۵
- شکل ۶-۲۳- نرخ اتلاف آشفتگی ( $\varepsilon$ ) در برخورد با تنگ‌شدگی..... ۱۱۷
- شکل ۶-۲۴- ویسکوزیته آشفته بعد از برخورد با تنگ‌شدگی..... ۱۱۸

- شکل ۶-۲۵- مقدار سرعت در کانال در سطح آب..... ۱۱۹
- شکل ۶-۲۶- خطوط جریان در سطح آب..... ۱۱۹
- شکل ۶-۲۷- بردارهای سرعت و خطوط جریان و گرداب‌های ایجاد شده..... ۱۲۰
- شکل ۶-۲۸- بردارهای سرعت آب و هوا در مقطع تنگ‌شدگی..... ۱۲۰
- شکل ۶-۲۹- تغییر جهت و سرعت بردارهای جریان در قبل و بعد از تنگ‌شدگی..... ۱۲۰
- شکل ۶-۳۰- تنش برشی در کف کانال..... ۱۲۱
- شکل ۶-۳۱- تنش برشی در کف و دیوار تنگ‌شدگی..... ۱۲۱
- شکل ۶-۳۲- ایجاد امواج سطحی در برخورد با تنگ‌شدگی [۲۰]..... ۱۲۲
- شکل ۶-۳۳- هدایت شدن جریان از گوشه‌ها به مرکز کانال [۲۱]..... ۱۲۳
- شکل ۶-۳۴- کانال با تنگ‌شدگی به طول ۵۰ سانتیمتر با شعاع ۷/۵ سانتیمتر..... ۱۲۴
- شکل ۶-۳۵- مقایسه پروفیل سطح آب مدل‌سازی و تحلیلی..... ۱۲۴
- شکل ۶-۳۶- نمودار سرعت در طول محور کانال..... ۱۲۵
- شکل ۶-۳۷- تنش برشی در کف کانال..... ۱۲۵
- شکل ۶-۳۸- تنش برشی در دیوار و کف کانال..... ۱۲۵
- شکل ۶-۳۹- ابعاد کانال مدل شده..... ۱۲۶
- شکل ۶-۴۰- ابعاد مش‌بندی کانال..... ۱۲۷
- شکل ۶-۴۱- مقایسه نتایج مدل‌سازی و آزمایشگاهی با استفاده از روش‌های مختلف..... ۱۲۸
- شکل ۶-۴۲- پروفیل سرعت در سطح آب برای کانال با مشخصات  $Q=0.0278 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $H=0.196 \text{ m}$ ..... ۱۲۹
- شکل ۶-۴۳- بردارهای سرعت در قسمت تنگ‌شدگی..... ۱۲۹
- شکل ۶-۴۴- نمودار هم‌سرعت در تنگ‌شدگی..... ۱۲۹
- شکل ۶-۴۵- مقایسه نتایج آزمایشگاهی و روش‌های مختلف مدل‌سازی سطح آب..... ۱۳۰

- شکل ۴۶-۶- مقایسه سطح آب با دبی ورودی مختلف با استفاده از روش  $k-\varepsilon$  استاندارد..... ۱۳۰
- شکل ۴۷-۶- نمودار سرعت در کانال ..... ۱۳۱
- شکل ۴۸-۶- انرژی جنبشی آشفته ( $k$ ) ..... ۱۳۱
- شکل ۴۹-۶- نرخ اتلاف انرژی ( $\varepsilon$ ) ..... ۱۳۱
- شکل ۵۰-۶- شدت آشفتگی ..... ۱۳۱
- شکل ۵۱-۶- ویسکوزیته آشفتگی ..... ۱۳۲
- شکل ۵۲-۶- نمودار  $y^*$  در دیوار کانال ..... ۱۳۲
- شکل ۵۳-۶- نمودار  $y^+$  در دیوار کانال ..... ۱۳۲

# فصل ۱

مقدمه و آشنایی کلی با نرم افزار و

قابلیت های آن



## ۱-۱- حل تحلیلی جریان در یک تنگنای عرضی

در جریان آب در کانال‌های باز، نیروهای مختلفی نظیر نیروهای ثقل، لزجت، شتاب‌دهنده و کشش سطحی بر روی عناصر سیال اثر می‌کنند که در این میان از تاثیر نیروی کشش سطحی در مسائل عملی مهندسی به علت ناچیز بودن آن صرف‌نظر می‌گردد. با توجه به اثرات نسبی نیروهای لزجت و نیروی ثقل نسبت به نیروهای اینرسی وضعیت‌های متفاوتی از جریان در کانال‌های باز مشاهده می‌شود.

### معادله انرژی (Energy Equation)

مقدار انرژی موجود در هر مقطع جریان از یک کانال باز را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$H = y \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} + Z \quad \text{یا} \quad H = d \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} + Z \quad (1-1)$$

و چنانچه جریان در کانال با شیب کم ( $\theta < 6^\circ$ ) برقرار باشد و  $\alpha = 1$  فرض گردد، معادله به شکل ساده‌تر زیر تبدیل می‌گردد:

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + Z$$

با استفاده از این رابطه، معادله انرژی بین دو مقطع به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f \quad (2-1)$$

که در صورت عدم وجود افت انرژی ( $h_f = 0$ ) خط انرژی کل، موازی سطح مبنا خواهد بود. در این حالت با معلوم بودن  $q_1 = V_1 y_1 = Q/b_1$  و  $q_2$ ، تعیین مقدار  $y_2$  موکول به حل یک معادله درجه سوم خواهد شد.

### جریان ناشی از یک تنگنای موضعی در کانال مستطیلی

چنانچه عرض یک کانال مستطیلی را که دبی ثابت  $Q$  در آن جریان دارد بتدریج تنگ‌تر کرده و

از  $b_1$  به  $b_2$  تقلیل دهیم، (شکل (۱-۱))، برای تعیین عمق جریان در محل تنگنای موضعی می‌توان از

معادله انرژی به شکل زیر استفاده نمود:

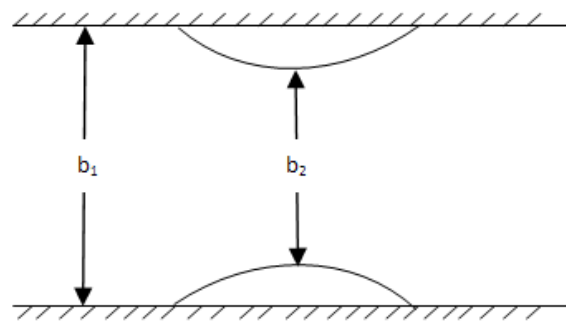
$$H_1 = H_2 \quad (3-1)$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad (4-1)$$

$$q_1 = V_1 y_1 = \frac{Q}{b_1} \quad (5-1)$$

$$q_2 = V_2 y_2 = \frac{Q}{b_2} \quad (6-1)$$

$$y_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1^3} = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^3} \quad (7-1)$$



شکل (۱-۱) پلان کانال مستطیلی با تنگ‌شدگی در عرض

برای حل معادله درجه سوم گفته شده، تحلیل مساله از طریق منحنی  $E - y$  انجام می‌پذیرد.

انرژی مخصوص بین دو مقطع ۱ و ۲ ثابت باقی مانده است، اما مقدار دبی عبوری در واحد عرض بین دو مقطع تغییر کرده است یعنی :

$$q_2 > q_1 \quad \text{و} \quad E_1 = E_2$$

به منظور تعبیر فیزیکی مساله، دو منحنی انرژی مخصوص در برابر عمق یکی با مشخصه  $q_1$  و دیگری با مشخصه  $q_2$  لازم به ترسیم می‌باشند، (شکل (۲-۱))، و با توجه به اینکه  $q_2 > q_1$  می‌باشد می‌توان

$$q_2 > q_1 \Rightarrow (y_c)_2 > (y_c)_1 \rightarrow E_{\min 2} > E_{\min 1} \quad \text{گفت که:}$$

چنانچه مشخص است، منحنی‌های  $E - y$  با افزایش  $q$  به سمت راست متمایل خواهند شد و

نقاط مینیمم منحنی‌ها بر روی خطی به معادله  $E = \frac{3}{4}y$  قرار خواهند گرفت.

در صورتی که قبلاً از تنگنای موضعی، مقدار انرژی مخصوص برابر  $E_1$  باشد، هنگام رسیدن به تنگنا مقدار انرژی مخصوص ثابت مانده ولی اعماق، از روی منحنی  $E - y$  با مشخصه  $q_1$  به منحنی  $E - y$  با مشخصه  $q_2$  منتقل خواهند شد، (شکل (۲-۱))، و لذا توجه به موارد زیر در تحلیل جریان ضرورت دارد:

۱ - چنانچه وضعیت جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی باشد جریان کاهش عمق داشته، عمق  $y_1$  به  $y_2$  تبدیل خواهد شد.

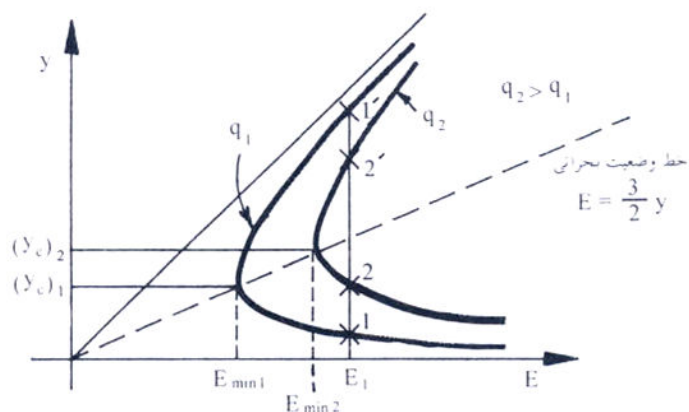
۲ - در صورتی که وضعیت جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی باشد، عمق  $y_1$  به  $y_2$  تبدیل شده و افزایش عمق خواهد داد.

۳ - جهش از یک شاخه منحنی به شاخه دیگر منحنی از نظر فیزیکی امکان پذیر نمی‌باشد.

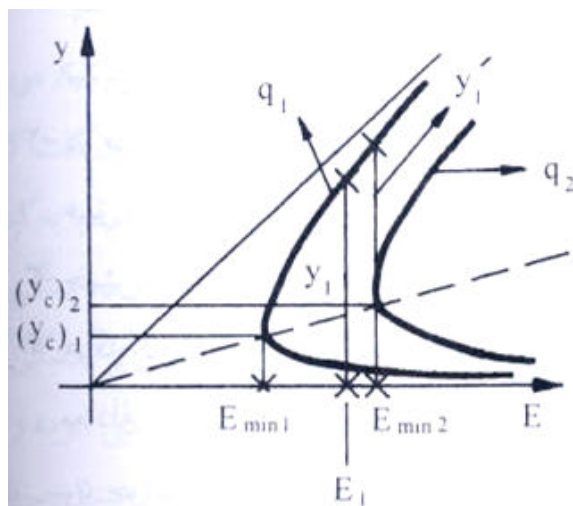
۴ - هرگاه کاهش عرض به گونه‌ای باشد که منحنی  $E - y$  با مشخصه  $q_2$  در سمت راست خط قائم به معادله  $E_1 = E_2$  قرار گیرد ( $E_1 < E_{min2}$ ) در این صورت هیچ نقطه از منحنی  $E - y$  با مشخصه  $q_2$  جواب مساله نخواهد بود، (شکل (۳-۱)). با توجه به این مطلب، در صورتی که وضعیت جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی باشد، وضعیت انسداد پیش آمده و انرژی مخصوص در ابتدای تنگنا به اندازه‌ای افزایش پیدا خواهد کرد که عبور جریان از مقطع ۲ با حداقل انرژی مخصوص  $E_{min2}$  ممکن گردد و این کار با افزایش عمق  $y_1$  انجام می‌شود. در این حالت عمق در مقطع ۲ به مقدار  $(y_c)_2$  تثبیت خواهد شد و لذا می‌توان گفت که مقطع ۲ به عنوان یک مقطع کنترل عمل می‌نماید. این موضوع اساس اندازه‌گیری دبی جریان در کانال‌های باز می‌باشد. تصویر قائم جریان می‌تواند مشابه شکل (۴-۱) باشد.

چنانچه وضعیت جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی باشد، انعکاس اثر تنگنا به بالادست ممکن نخواهد بود و قبل از تنگنا پرش هیدرولیکی اتفاق خواهد افتاد. تفسیر و بررسی این وضعیت از جریان

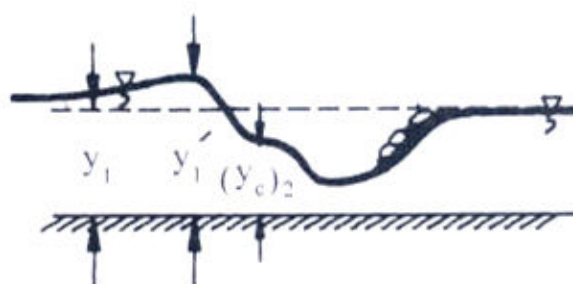
از طریق معادله انرژی به تنهایی انجام نمی‌شود.



شکل (۲-۱) منحنی‌های  $E - y$  در عبور آب از یک تنگنا



شکل (۳-۱) منحنی‌های  $E - y$



شکل (۴-۱) تصویر قائم جریان [۱]

## ۲-۱- روش‌های مدل‌سازی جریان سیالات

مدل‌سازی جریان سیالات به دو شکل آزمایشگاهی و عددی ممکن می‌باشد. اطلاعات دقیق در

مورد یک فرایند فیزیکی غالباً توسط اندازه‌گیری عملی بدست می‌آید. تحقیق آزمایشگاهی انجام شده در مورد یک دستگاه که اندازه‌هایش عیناً اندازه‌های دستگاه اصلی باشد، جهت مدل‌سازی چگونگی کار نسخه‌های مشابه از دستگاه مذکور، تحت همان شرایط استفاده می‌شود، اما در بیشتر حالت‌ها انجام چنین آزمایش‌هایی به علت بزرگ بودن اندازه‌های دستگاه، بسیار گران و اغلب غیر ممکن است، لذا آزمایش‌ها روی مدل‌هایی با اندازه‌هایی در مقیاس کوچکتر انجام می‌شود. این محدودیت‌ها، مفید بودن نتایج آزمایش را کاهش می‌دهند، همچنین، باید به خاطر داشت که در بسیاری از حالت‌ها، مشکلات جدی اندازه‌گیری وجود داشته و وسایل اندازه‌گیری نیز عاری از خطا نمی‌باشند.

در مدل‌سازی عددی جریان، معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار سیال، به شکل خطی تبدیل گردیده و در حوزه مورد نظر حل می‌گردد. حل ریاضی معادلات حرکت سیال فقط برای تعداد بسیار محدودی از مسائل ممکن می‌باشد و بدین جهت مجبور هستیم به روش‌های عددی متوسل گردیم. خوشبختانه توسعه روش‌های عددی و در دسترس بودن پردازشگرهای بزرگ این اطمینان را بوجود آورده است که تقریباً برای هر مساله عملی بتوان از مدل عددی آن استفاده نمود. دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) علمی است که راجع به مدل‌سازی عددی جریان بحث می‌نماید. CFD روش بسیار توانایی می‌باشد، به طوری که طیف وسیعی از کاربردهای صنعتی و غیر صنعتی را در بر می‌گیرد.

برخی کاربردهای CFD عبارتند از:

- آیرودینامیک هواپیما و وسایل نقلیه،
- هیدرودینامیک کشتی‌ها،
- نیروگاه: احتراق در موتورهای IC و توربین‌های گاز،
- توربو ماشین: جریان‌های داخل گذرگاه‌های دوار، پخش‌کننده‌ها و غیره،
- مهندسی برق و الکترونیک: خنک‌کاری دستگاه‌هایی که دارای مدارهای ریز می‌باشند،
- مهندسی فرایند شیمیایی: اختلاط، جداسازی، شکل‌گیری پلیمر،
- مهندسی محیط زیست: توزیع آلودگی و جریان‌های گذرا،

- مهندسی پزشکی: جریان خون عبوری از رگ‌ها و ...

- هواشناسی: پیش‌بینی وضع هوا و ...

از سال‌های دهه ۱۹۶۰ به بعد صنعت هوافضا روش‌های CFD را در طراحی، تحقیق، توسعه و ساخت موتورهای هواپیما و جت بکار گرفته است. اخیراً روش‌هایی برای طراحی موتورهای احتراق داخلی و محفظه‌های احتراق توربین‌های گاز و کوره‌ها بکار می‌رود. به علاوه، سازندگان موتورهای وسایل نقلیه همه روزه با استفاده از CFD نیروهای مقاوم ناشی از جریان هوا روی بدنه و محیط داخل اتومبیل را پیش‌بینی می‌کنند. لذا CFD به طور فزاینده‌ای به صورت یک جزء اساسی در طراحی تولیدات صنعتی و فرایندها در آمده است.

### ۱-۳- محاسن مدل‌سازی عددی

#### هزینه کم

مهمترین امتیاز یک مدل‌سازی عددی هزینه پایین آن است. در بیشتر مسائل، هزینه بکار بردن یک برنامه کامپیوتری به مراتب کمتر از مخارج تحقیق آزمایشگاهی مشابه می‌باشد، این عامل وقتی که وضعیت فیزیکی مورد مطالعه بزرگ و پیچیده‌تر می‌شود اهمیت بیشتری پیدا می‌کند و در حالی که قیمت بیشتر اقلام در حال زیاد شدن است، هزینه‌های محاسبات در آینده احتمالاً کمتر خواهد بود.

#### سرعت

یک تحقیق عددی می‌تواند با سرعت قابل ملاحظه‌ای انجام شود. طراح می‌تواند مفاهیم چندین ترکیب از حالت‌های مختلف را در کمتر از یک روز مطالعه کرده، طرح بهینه را انتخاب نماید. از طرف دیگر، بسادگی می‌توان تصور کرد که رسیدگی به تحقیق آزمایشگاهی مشابه نیاز به زمان زیادی خواهد داشت.

## اطلاعات کامل

حل عددی یک مساله اطلاعات کامل و جزئیات لازم را به ما خواهد داد و مقادیر تمام متغیرهای مربوط (مانند سرعت، فشار، درجه حرارت، تمرکز نمونه‌های شیمیایی، شدت آشفستگی) را در سراسر حوزه مورد نظر بدست می‌دهد. بر خلاف شرایط نامطلوبی که ضمن آزمایش پیش می‌آید، مکان‌های غیر قابل دسترس در یک کار محاسباتی کم بوده و تغییر جریان به علت وجود میل‌های اندازه‌گیری در آن وجود ندارد. بدیهی است از هیچ بررسی آزمایشگاهی نمی‌توان انتظار داشت تا چگونگی توزیع تمام متغیرها را روی تمام میدان اندازه بگیرد. بنابراین، حتی وقتی یک کار آزمایشگاهی انجام می‌شود، بسیار با ارزش خواهد بود که جهت تکمیل اطلاعات آزمایشگاهی حل کامپوتری همزمان با آن بدست آید.

## توانایی شبیه‌سازی شرایط واقعی

در یک مدل‌سازی عددی، چون شرایط واقعی به آسانی می‌تواند شبیه‌سازی شود، نیازی به متوسل شدن به مدل‌های با مقیاس کوچک نداریم. برای یک برنامه کامپیوتری، داشتن ابعاد هندسی بسیار بزرگ یا خیلی کوچک، بکار بردن درجات حرارت خیلی کم یا بسیار زیاد، عمل کردن با مواد سمی یا قابل اشتعال، تعقیب فرایندهای بسیار سریع یا خیلی آهسته مشکل مهمی را ایجاد نمی‌کند.

## توانایی شبیه‌سازی شرایط ایده آل

گاهی اوقات یک مدل‌سازی عددی برای مطالعه یک پدیده بصورت پایه‌ای استفاده می‌شود. در یک مطالعه پایه‌ای، شخص توجه‌اش را روی تعداد کمی از پارامترهای اصلی متمرکز کرده، جنبه‌های دیگر را حذف می‌کند. بدین ترتیب، شرایط ایده‌آل زیادی ممکن است به عنوان شرایط مطلوب مورد بررسی قرار گیرند، به عنوان مثال می‌توان از دوبعدی بودن، ثابت بودن جرم مخصوص، وجود یک سطح آدیاباتیک، یا داشتن نرخ نامحدود فعل و انفعال نام برد، در یک کار عددی این شرایط می‌توانند به آسانی و دقیقاً برقرار شوند. ولی در یک آزمایش عملی به زحمت می‌توان به شرایط ایده‌آل نزدیک

شد.

#### ۱-۴- معایب مدل سازی عددی

امتیازهای گفته شده در بالا به اندازه کافی موثر هستند که شخص را برای تحلیل کامپیوتری ترغیب نمایند. به هر حال ایجاد علاقه کورکورانه به هر علتی مطلوب نیست. لذا مفید خواهد بود که از موانع و محدودیت‌ها نیز آگاه باشیم. همان گونه که قبلاً تذکر داده شد، تحلیل کامپیوتری مفاهیم یک مدل ریاضی را مورد استفاده قرار می‌دهد. در مقابل، تحلیل آزمایشگاهی خود واقعیت را مورد مشاهده قرار می‌دهد. بنابراین، اعتبار مدل ریاضی مفید بودن یک کار محاسبه‌ای را محدود می‌کند. باید توجه داشت، نتیجه نهایی فردی که از تحلیل عددی استفاده می‌کند، به مدل ریاضی و نیز به روش عددی بستگی دارد، بطوری که بکار بردن یک مدل ریاضی نامتناسب می‌تواند موجب شود تا یک تکنیک عددی ایده‌آل نتایج بی‌ارزشی تولید نماید.

بنابراین، برای بحث در مورد نارسایی‌های یک محاسبه عددی، تقسیم کردن تمام مسائل عملی به دو گروه به شرح زیر مفید خواهد بود:

**گروه اول:** مسائلی که برای آن‌ها یک بیان ریاضی مناسب می‌توان نوشت (مانند هدایت

حرارت، جریان‌های آرام، لایه‌های مرزی مغشوش ساده)

**گروه دوم:** مسائلی که برای آن‌ها هنوز یک بیان ریاضی مناسب به دست نیامده است (مانند

جریان‌های مغشوش پیچیده، جریان‌های غیر نیوتنی معین، بعضی جریان‌های دوفازی). البته اینکه یک مسئله مشخص جزء کدام گروه قرار می‌گیرد، به اطلاعات ما درباره آن بستگی خواهد داشت.

#### ۱-۵- نحوه صحیح استفاده از مدل سازی آزمایشگاهی و عددی

برای بررسی یک پدیده جدید، مدل سازی آزمایشگاهی لازم می‌باشد. پس از مقایسه نتایج مدل سازی عددی و آزمایشگاهی در یک پدیده جدید و اطمینان از صحت عملکرد مدل عددی، می‌توان مدل عددی را به سادگی برای آن پدیده بکار برد. در طی فرایند ساخت مدل عددی، می‌توان از



مدل آزمایشگاهی به عنوان راهنما برای مدل عددی استفاده نمود. از طرف دیگر برای طراحی یک دستگاه، می‌توان روش‌های عددی را بارها بکار برد تا طرح مناسبی ایجاد گردد و در نهایت طرح نهایی را آزمایش نمود تا از صحت عملکرد روش عددی مطمئن گردیم. در اینجا روش عددی به مقدار زیادی از تعداد آزمایش‌ها خواهد کاست.

بنابراین، حجم مناسب فعالیت برای انجام یک مدل‌سازی باید ترکیب خردمندانه‌ای از محاسبات و آزمایش باشد. مقدار هر یک از این دو در ترکیب مذکور بستگی به طبیعت مساله و اهداف مدل‌سازی، مسائل اقتصادی و سایر شرایط خاص وضعیت مورد نظر دارد.

با توجه به توضیحات بیان شده و آشنایی با مفاهیم کلی، هدف از این تحقیق، محاسبه عددی جریان و مقایسه نتایج آن با روش تحلیلی و در صورت امکان، آزمایشگاهی می‌باشد. در این تحقیق جریان در کانال با تنگنای عرضی با ابعاد مختلف مدل‌سازی و همچنین با یک مدل آزمایشگاهی مقایسه گردیده است که مقایسه نتایج، تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

## ۱-۶- کارهای انجام گرفته در رابطه با مدل‌سازی جریان مرتبط با کانال‌ها

کارهای انجام گرفته در رابطه با مدل‌سازی جریان بسیار زیاد می‌باشد. در این قسمت سعی می‌گردد فقط به قسمت کوچکی از کارهای انجام گرفته در رابطه با کانال‌ها که موضوع این تحقیق می‌باشد اشاره شود.

Khafagi (1942) [۲] به بررسی آزمایشگاهی تنگ‌شدگی در کانال پرداخت و سرعت و پروفیل سطح آب را در طول کانال با دبی‌های مختلف مورد بررسی قرار داد، همچنین Aukle (1983) [۳] مشخصات دبی جریان را در کانال با تنگنای عرضی با شرایط جریان آزاد در خروجی مورد بررسی قرار داد.

Barbhuiya and Dey (2003) [۴] به بررسی میدان جریان آشفته در کانال مستطیلی در اطراف یک مانع نیم‌دایره‌ای چسبیده به دیوار کانال پرداختند. Ramamurthy and Tadayan (2008) [۵] نیز شبیه‌سازی عددی جریان در کانال با مشخصات عددی مدل Aukle را انجام دادند. حیدری (۱۳۸۱)، [۶] و فرشچی (۱۳۸۳)، [۷] جریان را با استفاده از نرم‌افزار Fluent شبیه‌سازی نموده‌اند. صفرزاده گندشمین و صالحی نیشابوری (۱۳۸۵)، [۸] به مطالعه عددی الگوی جریان آشفته پرداخته‌اند. همچنین مهران و هاشمی جوان (۱۳۸۶)، [۹، ۱۰] به شبیه‌سازی عددی سه‌بعدی جریان پرداخته‌اند. جریان اطراف پایه‌های پل نیز توسط Ahmed, Rajaratnam (1998)، [۱۱] و Melville, Chiew، [۱۲] و همچنین Salaheldin, Imran, Chaudhry (2004) [۱۳] بررسی شده است.

## ۷-۱- تحلیل عددی به کمک نرم‌افزار

به منظور تحلیل عددی میدان جریان دو گزینه مطرح است:

– نوشتن کد و برنامه

– استفاده از برنامه‌ها و نرم‌افزارهای موجود

نوشتن برنامه و یا کدهای مختلفی که تقریباً هدف‌های مشترکی را دنبال می‌کنند از نظر زمانی نمی‌تواند خیلی مقرون به صرفه باشد ضمن اینکه نرم‌افزارهای بسیار قوی‌تر از آن کدی که قرار است توسط خود ما نوشته شود موجود می‌باشد که استفاده از این کدها روند و زمان نتیجه‌گیری از تحلیل را بهینه خواهد کرد به همین دلیل در زیر نمونه‌هایی از کدهای تجاری موجود، با کمی توضیح در مورد روش تحلیل آنها آمده است.

### Fluent

Fluent یک نرم‌افزار حل میدان جریان می‌باشد که به صورت دوبعدی و سه‌بعدی بر اساس روش حجم محدود میدان جریان را تحلیل می‌نماید. ویرایش‌های جدید این نرم‌افزار تحلیل شبکه

نامنظم را نیز دارد که در ویرایش‌های قبلی چنین امکانی موجود نبوده است.

### **Fidap**

Fidap یک نرم‌افزار عمومی حل میدان جریان می‌باشد که به صورت دوبعدی و سه‌بعدی بر اساس روش المان محدود میدان جریان را تحلیل می‌نماید. این نرم‌افزار ابتدا به منظور تحلیل سازه تهیه شده بود اما در ویرایش‌های بعدی قابلیت آنالیز سیالات نیز به آن اضافه شد. شبکه استفاده شده در نرم‌افزار می‌تواند منظم یا نامنظم باشد.

### **Telemac**

این نرم‌افزار قابلیت تحلیل دوبعدی یا سه‌بعدی میدان جریان را به صورت المان محدود دارا می‌باشد. این نرم‌افزار برای مدل‌کردن بسیاری از رودخانه‌ها استفاده شده است و در مساله شکست سد نیز از آن بهره گرفته شده است.

### **Flow-3d**

این نرم‌افزار قابلیت تحلیل دوبعدی یا سه‌بعدی میدان جریان را به صورت حجم محدود دارا می‌باشد. این نرم‌افزار از المان‌های سه‌بعدی متعامد استفاده می‌کند و در ایجاد مانع در برابر جریان قابلیت‌های ویژه‌ای دارد. در تعیین سطح آزاد جریان روش‌های متفاوتی در نرم‌افزار دیده شده است و در تعیین شکست سد و حرکت موج به کمک این نرم‌افزار مدل‌های زیادی تحلیل شده است.

### **Cfx**

از دیگر نرم‌افزارهای تحلیلی عمومی میدان جریان می‌باشد که حل میدان را به روش حجم محدود انجام می‌دهد و از شبکه منظم و نامنظم غیر متعامد در آنالیز استفاده می‌کند. این نرم‌افزار ابتدا به cfd-flow3d معروف بوده است.

## **دلیل انتخاب نرم‌افزار Fluent**

این نرم‌افزار یکی از قوی‌ترین نرم‌افزارهای موجود می‌باشد که در صنعت به وفور از آن استفاده

می‌گردد. محیطی ساده و قوی برای ورود اطلاعات دارد. تمام قسمت‌های ورود اطلاعات، حل‌کننده و دیدن نتایج آن دارای توانایی بالایی می‌باشد. در گذشته یک نرم‌افزار مستقل بوده ولی اخیراً توسط شرکت انسیس خریداری شده است و بلحاظ معروفیتی که از گذشته کسب کرده، هنوز هم با همان اسم ولی تحت شرکت انسیس به فروش می‌رسد.

## ۸-۱- معرفی نرم‌افزار FLUENT

نرم‌افزار FLUENT، اوج هنر برنامه‌نویسی برای مدل‌کردن جریان سیال و انتقال حرارت در هندسه‌های پیچیده می‌باشد. این نرم‌افزار امکان تغییر شبکه، به صورت کامل و تحلیل جریان با شبکه‌های غیر ساختار یافته برای هندسه‌های پیچیده را فراهم می‌سازد. نوع مش‌های قابل تولید و دریافت توسط این گروه نرم‌افزاری شامل شبکه‌هایی با المان‌های مثلثی و چهار ضلعی (برای هندسه‌های دوبعدی) و چهاروجهی، شش‌وجهی، هرمی یا گوه‌ای (برای هندسه‌های سه‌بعدی) می‌باشد. همچنین FLUENT به کاربر اجازه بهبود شبکه (مثلاً ریز کردن یا درشت کردن شبکه در مرزها و مکان‌های لازم در هندسه) را می‌دهد. این بهینه‌سازی برای حل و شبکه، قابلیت در اختیار کاربر قرار می‌دهد که نتایج را در ناحیه‌هایی که دارای گرادیان‌های بزرگ (مثل لایه مرزی و ...) باشند، دقیق‌تر سازد. این قابلیت‌ها مدت زمانی را که برای تولید یک شبکه خوب احتیاج می‌باشد در مقایسه با حل در شبکه‌های ساختار یافته به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد.

این نرم‌افزار با زبان برنامه‌نویسی C نوشته شده است و از تمامی توان و قابلیت انعطاف این زبان بهره می‌برد. نتیجتاً این نرم‌افزار استفاده از حافظه دینامیک، ساختار مناسب داده‌ها و اطلاعات و کنترل انعطاف‌پذیر محاسبات را ممکن می‌سازد. تمامی توابعی که برای انجام محاسبات و نمایش نتایج لازم‌اند از طریق منوهای برنامه بسادگی قابل دسترسی می‌باشند. صفحات کاربری برنامه همگی با استفاده از زبان Scheme که یکی از شاخه‌های LISP است، برنامه‌نویسی شده‌اند. البته نرم‌افزار این قابلیت را در اختیار کاربران حرفه‌ای قرار می‌دهد که بتوانند صفحات کاربری را با تعریف و ماکروهای

جدید به دلخواه تنظیم نمایند، [۲۶].

## توانایی‌های نرم‌افزار FLUENT

برنامه Fluent قادر به انجام کارهای زیر می‌باشد:

- جریان حول یا داخل اجسام دوبعدی یا سه‌بعدی،
- جریان‌های تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر،
- ساختارهای دورانی یا ثابت (Stationary or Rotating Frames)
- جریان‌های غیر لزج، لزج، آرام و آشفته،
- محیط‌های متخلخل (Porous Media)،
- انتقال حرارت جابجایی (آزاد یا اجباری)،
- انتقال حرارت کوپل (شامل هدایت، جابجایی و تشعشع)،
- جریان‌های دائمی یا غیر دائمی،
- احتراق،
- سیال‌های نیوتونی یا غیر نیوتنی،
- فن‌های یک بعدی،
- مبدل‌های حرارتی و جریان‌های چند فاز.

## ساختار برنامه

گروه نرم‌افزاری FLUENT شامل محصولات زیر است:

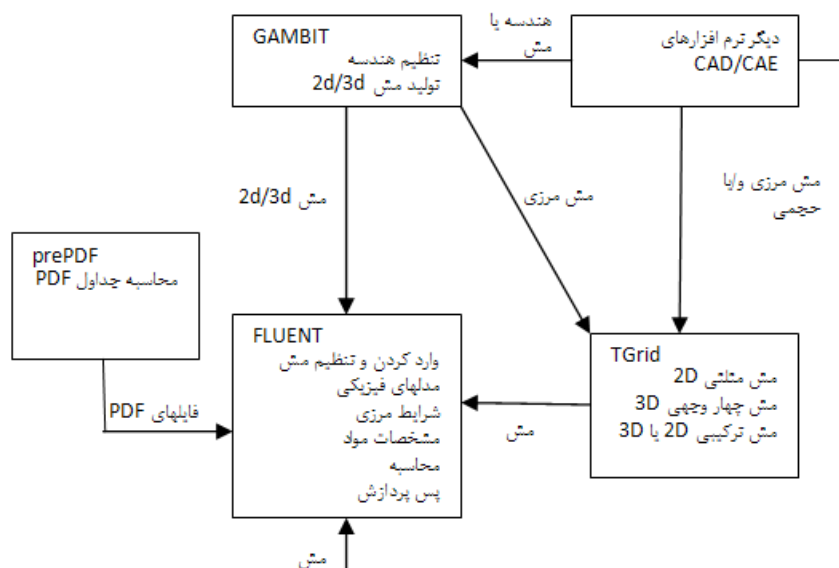
- FLUENT : حل کننده<sup>۱</sup>،
- prePDF : پیش پردازنده برای مدل کردن احتراق در FLUENT.
- Tgrid : پیش پردازنده کمکی که امکان تولید مش‌های حجمی را فراهم می‌کند و

---

<sup>۱</sup> Solver

- فیلترها : برای وارد کردن (یا خارج کردن) فایل‌ها به (یا از) FLUENT از مش‌هایی با المان-های سطحی و حجمی از نرم‌افزارهای CAD/CAE (مانند نرم‌افزارهای ANSYS, I-DEAS, PATRAN, Solid work, AutoCAD و ...).

هندسه و شبکه را می‌توان توسط نرم‌افزار پیش پردازنده GAMBIT تولید کرد. همچنین می‌توان از نرم‌افزار پیش پردازنده Tgrid برای تولید مش‌های مثلثی و مش‌های حجمی چهاروجهی و شش‌وجهی از مش‌های مرزی موجود (که توسط نرم‌افزار GAMBIT یا توسط نرم‌افزارهای CAD/CAE به وجود آمده‌اند) استفاده کرد.



شکل ۵-۱ ارتباط بین مولفه‌ها

FLUENT از مش‌های غیر ساختار یافته نیز برای کاهش زمانی که برای حل شبکه مصرف می‌شود، بهره می‌برد و نیز مدل‌سازی هندسی و پروسه تولید مش را ساده می‌کند و می‌توان مدل‌های پیچیده‌تر را نیز پیاده کرد.

استفاده از مش‌های غیر ساختار یافته موجب کاهش زمان ساختار شبکه، با توجه به ساده‌سازی مدل هندسی و فرایند تولید شبکه به این نرم‌افزار می‌گردد و نیز این روش، پیاده‌سازی شبکه‌های پیچیده‌تر را نسبت به روش قدیمی (مش‌سازی چند بلوکی ساختار یافته) آسانتر می‌کند.

چنین قابلیت انعطافی این اجازه را به کاربران می‌دهد که یک توپولوژی شبکه‌بندی که مناسب کاربرد و مساله مورد نظر باشد را انتخاب نمایند.

### **محاسبه‌گر یک‌دقته و محاسبه‌گر دودقته**

در هر رایانه‌ای که برنامه FLUENT بر روی آن نصب می‌شود، هر دو انتخاب محاسبه‌گر یک-دقته و دودقته از FLUENT موجود می‌باشد. برای اغلب موارد محاسبه‌گر یک‌دقته از دقت خوبی برخوردار است. اما برای مسائل خاص ممکن است به کارگیری حل کننده دودقته مفید باشد. اگر هندسه مساله مورد تحلیل دارای مقیاس‌های طولی نامتقارن بزرگ باشد (مانند لوله‌های با قطر کم و طول زیاد)، ممکن است محاسبات یک‌دقته برای بیان کردن مختصات گره‌ها مناسب نباشد. اگر هندسه مساله مورد تحلیل شامل چند دیوار متصل شونده به لوله‌های قطری کوچک (مانند منیفولد اتومبیل) باشد، برای اینکه تراز فشار متوسط می‌تواند در یکی از ناحیه‌های خیلی بزرگ باشد محاسبه‌گر دودقته لازم و ضروری می‌باشد.

## فصل ۲

### معادلات حاکم



## ۲-۱- معادلات حاکم

معادله پیوستگی و سه معادله ممنتوم در جهات محورهای سه گانه مختصات معادلاتی اساسی هستند که در واقع بیانگر بقای جرم و ممنتوم به بیان ریاضی می باشند.

معادلات حاکم بر اساس دیدگاه اویلری است، که یک جزء کوچک سیال را به عنوان حجم کنترل ثابت در فضای محاسباتی در نظر می گیرد. در این صورت نیروهای وارد بر آن و اصل بقای جرم در این سلول به صورت معادلات مشتق جزئی نمایان می شوند.

معادله بقای جرم (پیوستگی) برای یک سیال تراکم ناپذیر به شکل زیر می باشد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1-2)$$

معادله بقای ممنتوم (ناویر استوکس) برای یک سیال تراکم ناپذیر به شکل زیر می باشد:

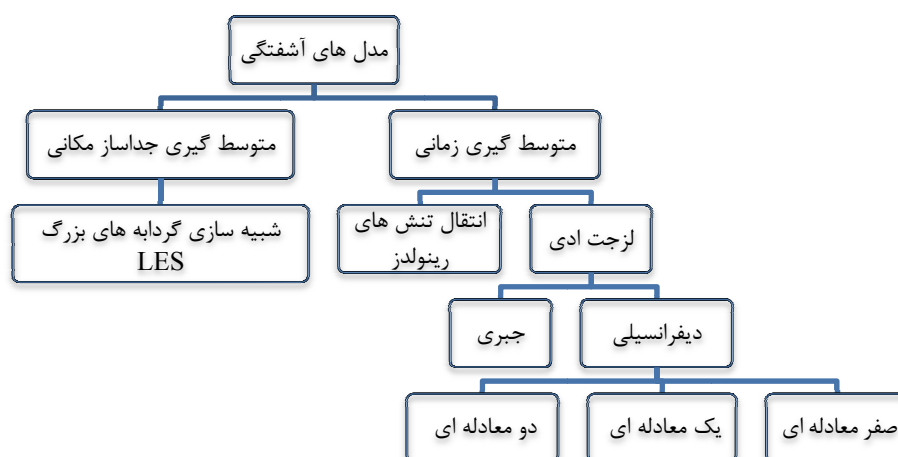
$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i x_i + \nu \Delta^2 u_i \quad (2-2)$$

که در این روابط  $u_i$  مولفه سرعت در جهت  $x_i$ ،  $\nu$  لزجت ملکولی،  $\rho$  چگالی سیال،  $g_i$  مولفه شتاب ثقل در جهت  $i$  و  $P$  ترم فشار در هر نقطه از سیال می باشد.

این معادلات برای جریان های آرام و همچنین مدل سازی مستقیم آشفته گی قابل استفاده می باشند. با توجه به اینکه برای جریان های آشفته، مدل سازی مستقیم آشفته گی بسیار پرهزینه و تقریباً غیر عملی است در قسمت بعدی روش های مختلف مدل سازی آشفته گی بررسی می گردند.

## ۲-۲- مدل های آشفتگی

روش های زیادی برای مدل سازی آشفتگی وجود دارد. ساده ترین روش و در عین حال پرهزینه ترین روش از لحاظ زمانی، روش شبیه سازی مستقیم عددی است.<sup>۱</sup> در این روش در تمام نقاط، تمامی نوسانات سرعت ها مدل می گردد. انجام این عمل نیازمند آنست که مش بسیار ریزی داشته باشیم و گام زمانی نیز بسیار کوچک باشد. چنین مدل سازی فقط برای مسائل کوچک و با کارکرد بسیار طولانی کامپیوتر ممکن می باشد. بنابراین روش شبیه سازی مستقیم عددی در عمل برای مسائل نمی تواند به کار رود و مجبور هستیم به روش های دیگری روی بیاوریم. برای کاهش دادن زمان محاسبات مجبور هستیم معادلات ناویر استوکس را متوسط گیری نسبت به زمان و یا مکان نماییم. شکل زیر نمایی از روش های مختلف کاربردی را نشان می دهد.



شکل (۱-۲) مدل های آشفتگی

همان طور که این شکل نشان می دهد، مدل سازی آشفتگی به دو دسته متوسط گیری نسبت به زمان و متوسط گیری نسبت به مکان تقسیم بندی می گردد که در زیر هر یک توضیح داده شده است.

### ۲-۲-۱- معادلات ناویر استوکس متوسط گیری شده نسبت به زمان (RANS)<sup>۲</sup>

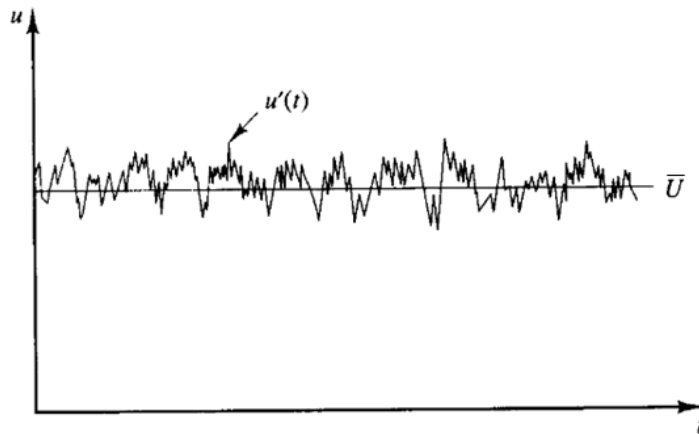
اگر معادلات ناویر استوکس (۱-۲) و (۲-۲) را نسبت به زمان متوسط گیری نماییم به معادلات

<sup>۱</sup> Direct Numerical Simulation, DNS

<sup>۲</sup> Reynolds Averaged Navier-Stokes equations , RANS

ناویر استوکس متوسط‌گیری شده نسبت به زمان می‌رسیم. برای این کار اگر مقدار هر کمیت را برابر مقدار متوسط آن بعلاوه مقدار نوسانی آن در نظر بگیریم، برای نمونه برای سرعت، فشار و کمیت  $\phi$  خواهیم داشت:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i, \quad P_i = \bar{P}_i + P'_i, \quad \phi_i = \bar{\phi}_i + \phi'_i \quad (۳-۲)$$



شکل (۲-۲) تقسیم سرعت به دو جزء سرعت نوسانی و سرعت متوسط [۱۵]

که متوسط این کمیت‌ها بر حسب  $\phi$  چنین تعریف می‌گردد:

$$\bar{\phi}_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \phi_i dt \quad (۴-۲)$$

$\Delta t$ : دوره تناوبی است که نوسانات اتفاقی آشفته را بیان می‌کند و به اندازه کافی بزرگ می‌باشد ولی در مقایسه با زمان لازم برای جریان غیر دائمی کوچک است. با جایگزینی روابط فوق در معادلات پیوستگی و ممنتوم، در معادله پیوستگی تغییری ایجاد نمی‌شود ولی در معادلات ممنتوم پارامتر  $\overline{u'_i u'_j}$  اضافه می‌شود<sup>۱</sup>:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (۵-۲)$$

<sup>۱</sup> مقدمه‌ای بر دینامیک سیالات محاسباتی

معادله ممنتوم:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + g_i x_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i' u_j'} \right) \quad (6-2)$$

که پارامتر  $\rho \overline{u_i' u_j'}$  تنش رینولدز است که بر سیال عمل کرده و اثر گردابه‌ای آشفتگی را در سیال اعمال می‌کند. در اکثر جریان‌های آشفته، مقدار تنش رینولدز بسیار بیشتر از تنش ناشی از لزجت ملکولی  $\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$  می‌باشد. تعیین تنش رینولدز مشکل می‌باشد که بدین منظور از مدل‌های آشفتگی متفاوتی استفاده می‌گردد.

ترم‌های آشفتگی در معادلات بر اساس یک سری معادلات جبری یا معادلات دیفرانسیل تعیین خواهند شد. در سال ۱۸۷۷ بوزینسک فرض کرد که تنش‌های آشفتگی متناسب با گرادیان سرعت متوسط جریان است<sup>۱</sup>. بر اساس فرض بوزینسک می‌توان مقادیر تنش رینولدز را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$-\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (7-2)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

لزجت گردابه‌ای  $\nu_t$  بر خلاف لزجت ملکولی از نوع خاصیت سیال نمی‌باشد، بلکه تابع خصوصیات جریان و آشفتگی آن است و مقدار آن از سیالی به سیال دیگر و از نقطه‌ای به نقطه دیگر متفاوت است. در معادلات فوق انرژی جنبشی آشفتگی بر واحد جرم ( $k$ ) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$k = \frac{1}{2} \left( \overline{u_i'^2} + \overline{u_j'^2} + \overline{u_k'^2} \right) \quad (8-2)$$

همان‌طور که می‌دانیم انرژی جنبشی آشفتگی باعث حرکت ملکول‌های سیال شده و ضمن برخورد آن‌ها با سایر ملکول‌ها، تغییراتی در ممنتوم آنها ایجاد می‌کند. از آنجا که لزجت ملکولی

<sup>1</sup> FLUENT user's guide

تعیین نمودن مقدار  $v_t$ ، اساس روش‌های مختلف می‌باشد. این روش‌ها عبارتند از مدل‌های صفر، یک و دو معادله‌ای که در زیر درباره هر کدام توضیحاتی ارائه گردیده است.

است. با توجه به جریان‌های بسیار پیچیده در سازه‌های هیدرولیکی تعیین توزیع مقیاس طول به صورت تجربی بسیار مشکل است لذا در تلاش برای افزایش محدوده توانایی مدل‌های آشفتگی یک معادله دیفرانسیل دیگر برای تعیین مقیاس طول در نظر گرفته می‌شود.

شکل کلی این معادلات به صورت زیر است:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + u_i \frac{\partial z}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\sqrt{kl}}{\delta z} \frac{\partial z}{\partial x_i} \right) + C_{z1} \frac{z}{k} P_k - C_{z2} z \frac{\sqrt{k}}{l} + S \quad (11-2)$$

$\delta z$  و  $C_{z1}$  و  $C_{z2}$  ثابت‌های تجربی هستند و  $P_k$  تولید انرژی جنبشی است که اثرات متقابل تنش - های رینولدز و گرادیان‌های سرعت را بیان می‌کند و  $S$  جمله منبع یا چشمه است که بر اساس نوع  $z$  انتخابی متغیر است ولی در جریان‌های آزاد ترم چشمه تقریباً مستقل از نوع  $z$  عمل می‌کند و فقط در نزدیکی دیوار گرادیان  $z$  فرض شده برای پخش‌شدگی (Diffusion) نشانگر آنست که انتخاب  $z = \varepsilon$  بهتر از سایر متغیرها می‌باشد که در این صورت در معادله  $\varepsilon$  ترم ثانویه  $S$  برابر صفر خواهد بود.

## ۲-۱-۳-۲- مدل‌های دو معادله‌ای

مدل‌های دو معادله‌ای کاربردی‌ترین مدل‌ها هستند که قادرند نتایج بهتری در جریان‌هایی که مدل طول اختلاط نمی‌تواند به صورت تجربی در یک روش ساده مورد استفاده قرار بگیرد، ارائه دهند. بطور مثال جریان‌های چرخشی از این نمونه‌اند. تقسیم‌بندی این مدل‌ها بر اساس محاسبه تنش رینولدز و یا ویسکوزیته گردابه‌ای است.

این مدل‌ها دو معادله دیفرانسیل را حل می‌کنند، به معادله  $k$  که از قبل بود، معادله  $\varepsilon$  هم اضافه می‌شود. معادله انرژی جنبشی،  $k$ ، بیان‌کننده مقیاس سرعت است، و جذر آن می‌تواند مقیاس سرعت را تعیین نماید. در حقیقت مقیاس طول، اندازه گردابه‌های بزرگ دارای انرژی جنبشی را می‌دهد که باعث انتقال آشفتگی در توده سیال می‌شود.

## ۲-۲-۲- روش مدل سازی ادی های بزرگ (LES)

LES یک روش دیگر ارائه می دهد که با استفاده از یک سری معادلات فیلتر شده، گردابه های بزرگ در یک شبیه سازی وابسته به زمان محاسبه می شوند. فیلتر کردن در اصل دستکاری معادلات دقیق ناویر استوکس است برای خارج کردن گردابه هایی که کوچکتر از اندازه فیلتر، (که معمولاً به عنوان همان اندازه مش در نظر گرفته می شود)، هستند. همانند متوسط گیری رینولدز فرایند فیلتر کردن یک سری ترم های نامعلوم دیگر اضافه می کند که باید به منظور برابری مجهولات و معادلات مدل شوند. ارقام کمیت های متوسط جریان، که مورد علاقه مهندسين می باشد، در طی شبیه سازی وابسته به جریان جمع آوری می شود.

جذابیت LES این است که با مدل کردن کمتر آشفتگی (و حل بیشتر) خطای ایجاد شده بوسیله مدل آشفتگی کمتر خواهد بود. همچنان باید تاکید شود که کاربرد LES در شبیه سازی در صنعت در ابتدای عمر آن می باشد. در بیشتر شبیه سازی های موفق که با LES انجام شده است از گسسته سازی های سه بعدی با رتبه بالا استفاده شده است.

## ۲-۳- مدل های موجود در FLUENT

برنامه Fluent قادر به مدل سازی آشفتگی به روش های زیر می باشد:

۱ - مدل اسپالارت - آلماراس (Spalart-Allmaras Model)

از نوع RANS می باشد و یک معادله ای محسوب می گردد

۲ - مدل  $k-\epsilon$  استاندارد (Standard  $k-\epsilon$  Model)

از نوع RANS می باشد و دو معادله ای محسوب می گردد

۳ - مدل  $k-\epsilon$  RNG (Renormalization-group (RNG  $k-\epsilon$  Model)

از نوع RANS می باشد و دو معادله ای محسوب می گردد

۴ - مدل  $k-\varepsilon$  محسوس (Realizable  $k-\varepsilon$  Model)

از نوع RANS می‌باشد و دو معادله‌ای محسوب می‌گردد

۵ - مدل تنش رینولدز ((Reynolds Stress Model (RSM))

از نوع RANS می‌باشد و بیش از دو معادله‌ای می‌باشد

۶ - مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (Large Eddy Simulation (LES) Model)

از نوع فیلتر کردن ادی‌های بزرگ می‌باشد.

در این تقسیم‌بندی، مدل‌های آشفتگی به ترتیب از ساده‌ترین و کم هزینه‌ترین تا مشکل‌ترین و پرهزینه‌ترین مدل‌ها مرتب شده‌اند.

### مدل‌های $k-\varepsilon$ استاندارد، RNG، و محسوس

در این قسمت مدل‌های  $k-\varepsilon$  استاندارد، RNG، و محسوس بررسی می‌شود. همه‌ی مدل‌ها برای تشکیل معادلات انتقال برای  $k$  و  $\varepsilon$  مانند هم هستند. اختلافات اصلی در مدل‌ها در زیر بیان شده است:

- روش محاسبه‌ی لزجت آشفتگی،  $\mu_t$

- اعداد پرانتل<sup>۱</sup> آشفتگی حاکم بر پخش‌شدگی آشفتگی  $k$  و  $\varepsilon$

- تولید و افت برحسب معادله  $\varepsilon$

معادلات انتقال، روش‌های محاسبه ویسکوزیته آشفتگی، و ثابت‌های مدل بطور جداگانه برای هر مدل ارائه می‌شود. خصوصیتی که برای همه مدل‌ها مشترک هستند، شامل تولید آشفتگی، تولید نیروی بعثت خاصیت شناوری، محاسبه اثرات تراکم‌پذیری، و مدل‌سازی انتقال گرما و جرم.

### ۲-۳-۱- مدل $k-\varepsilon$ استاندارد

مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد یک مدل نیمه تجربی است که براساس معادلات انتقال برای انرژی جنبشی

---

<sup>۱</sup>) Prandtl



آشفته و نرخ پراکندگی آشفتگی می‌باشد. در تحلیل جریان‌های آشفته با مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد که بیشترین کاربرد را در بین دیگر مدل‌ها دارند، ثابت‌های معادلات و نیز استخراج خود معادلات توسط اسپالدینگ و لندر (Spalding & Launder) [۱۶] صورت گرفته است. مدل استاندارد در اعداد رینولدز بالا بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. در روش  $k-\varepsilon$  استاندارد که یک روش نیمه‌تجربی است، معادله  $k$  دقیقاً از ترکیب معادلات رینولدز حاکم بر جریان مشتق می‌شود. اما معادله  $\varepsilon$  حاکم توسط شواهد تجربی و آزمایشگاهی و روابط ریاضی حاصل می‌گردد.

در مدل  $k-\varepsilon$ ، فرض می‌شود که جریان بطور کامل آشفته است، و اثرات مولکولی لزجت قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. بنابراین مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  فقط برای جریان‌های کاملاً آشفته معتبر است.

## ۲-۳-۱-۱- معادلات انتقال برای مدل استاندارد $k-\varepsilon$

انرژی جنبشی آشفته،  $k$ ، و نرخ اتلاف آن،  $\varepsilon$ ، از معادلات انتقال زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon \quad (12-2)$$

و

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{\varepsilon 2} G_b) - C_{\varepsilon 3} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (13-2)$$

در این معادلات،  $G_k$  بیانگر تولید انرژی جنبشی بعلت گرادیان‌های سرعت متوسط است، محاسبه‌ی آن در بخش ۲-۳-۱-۴، مدل‌سازی تولید آشفتگی در مدل  $k-\varepsilon$ ، توضیح داده شده است.  $G_b$  تولید انرژی جنبشی آشفته بعلت خاصیت شناوری می‌باشد، محاسبه آن در بخش ۲-۳-۱-۵، مدل‌سازی شناوری روی آشفتگی در مدل‌های  $k-\varepsilon$  توضیح داده شده است.  $C_{1\varepsilon}$ ،  $C_{2\varepsilon}$  و  $C_{3\varepsilon}$  مقادیر ثابت هستند.  $\sigma_k$  و  $\sigma_\varepsilon$  بترتیب اعداد پرانتل آشفتگی برای  $k$  و  $\varepsilon$  هستند.

## ۲-۱-۳-۲- مدل سازی لزجت آشفتگی

لزجت آشفتگی  $\mu_t$ ، بوسیله‌ی ترکیب  $k$  و  $\varepsilon$  بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (۱۴-۲)$$

که  $C_\mu$  ثابت می‌باشد.

## ۲-۱-۳-۳- مقادیر ثابت

ثابت‌های مدل  $C_{1\varepsilon}$ ،  $C_{2\varepsilon}$ ،  $C_\mu$ ،  $\sigma_k$  و  $\sigma_\varepsilon$  دارای مقادیر زیر هستند:

$$C_{1\varepsilon} = 1/44, \quad C_{2\varepsilon} = 1/92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

این مقادیر قراردادی از آزمایش‌های با هوا و آب برای جریان‌های برشی آشفتنه بدست می‌آیند و تجربه آزمایشگاهی نشان داده که مقادیر مناسبی می‌باشند.

اگرچه مقادیر قراردادی ثابت‌های مدل که استاندارد هستند افراد بیشتری قبول دارند، اما می‌توان آنها را در مدل لزج (در صورت نیاز)، تغییر داد.

## ۲-۳-۲- مدل RNG k-ε

مدل  $k-\varepsilon$  RNG با استفاده از یک روش آماری پیچیده بدست می‌آید (معروف به نظریه گروه عادی سازی)، شبیه به مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  می‌باشد، اما شامل ویژگی‌های مخصوص زیر است:

- مدل RNG یک عبارت اضافی در معادله‌ی  $\varepsilon$  دارد که دقت را برای جریان‌های کرنشی سریع بطور قابل ملاحظه‌ای بهبود می‌بخشد.

- در مدل RNG برای بالا بردن دقت برای جریان‌های چرخشی، اثر چرخش روی آشفتگی در نظر گرفته می‌شود.

- نظریه‌ی RNG یک فرمول تحلیلی برای اعداد پراوتل آشفتگی دارد، درحالی‌که مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد از مقادیر ثابت تعریف شده توسط کاربر استفاده می‌کند.

در حالی که مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  یک مدل عددی برای اعداد رینولدز بالا می باشد، نظریه RNG یک فرمول دیفرانسیلی مشتق تحلیلی برای لزجت فراهم می کند که برای اثرات اعداد رینولدز کم محاسبه می شود. اما موثر بودن استفاده از این خصوصیات، به رفتار مناسب منطقه دیوار مجاور بستگی دارد [۱۴].

این خصوصیات مدل  $k-\varepsilon$  RNG دقت بیشتر و قابل اطمینان تری برای بیشتر جریان ها نسبت به مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  را فراهم می کند.

این روش بر پایه ریاضی و محاسبات بنا شده است. بطوری که در این روش آشفتگی جریان بر اساس یک تکنیک آماری دقیق به کمک روابط ریاضی بدست می آید. در این مدل یک ترم اضافی در معادله  $\varepsilon$  وارد می شود که باعث افزایش دقت محاسباتی در جریان کرنشی می گردد. این مدل نسبت به مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد در جریان های چرخشی کارایی بیشتری دارد و بر خلاف مدل استاندارد به منظور تعیین اعداد آشفتگی پرانتل از رابطه تحلیلی استفاده می کند. بدین ترتیب این مدل در اعداد رینولدز پایین دقت مناسبی دارد به همین دلیل از این مدل در تعیین مقادیر آشفتگی جریان در میدان های دارای انحنا یا پیچیدگی هندسی، بیشتر استفاده می کنند.

## ۲-۳-۱- معادلات انتقال برای مدل $k-\varepsilon$ RNG

مدل  $k-\varepsilon$  RNG معادلاتی شبیه به مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  دارد:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon \quad (15-2)$$

و

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{2\varepsilon} G_b) - C_{3\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon \quad (16-2)$$

در این معادلات،  $G_k$  نشان‌دهنده تولید انرژی جنبشی آشفته بعثت گرادیان‌های سرعت متوسط است، محاسبه آن در بخش ۲-۳-۱-۴، مدل‌سازی تولید آشفتگی در مدل‌های  $k-\varepsilon$  می‌باشد.  $G_b$  تولید انرژی جنبشی آشفته بعثت خاصیت شناوری است، محاسبه آن در بخش ۲-۳-۱-۵، اثرات شناوری روی آشفتگی در مدل‌های  $k-\varepsilon$  توضیح داده شده است. مقادیر  $\alpha_k$  و  $\alpha_\varepsilon$  بترتیب معکوس اعداد پرانتل موثر برای  $k$  و  $\varepsilon$  می‌باشد.

## ۲-۲-۳-۲- مدل‌سازی لزجت موثر

لزجت گردایه‌ای موثر  $\mu_{eff}$  در معادلات فوق توسط روابط زیر معین می‌شود:

$$d\left(\frac{\rho^\tau k}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right) = 1.72 \frac{\hat{v}}{\sqrt{\hat{v}^\tau - 1 + C_v}} d\hat{v} \quad (17-2)$$

$$\hat{v} = \mu_{eff} / \mu \quad C_v \approx 100, \quad \text{که}$$

در اعداد رینولدز بالا، معادله (۱۷-۲) بصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^\tau}{\varepsilon} \quad (18-2)$$

که با استفاده از نظریه RNG،  $C_\mu = 0.0845$  بدست می‌آید. جالب است که این مقدار  $C_\mu$  خیلی نزدیک به مقدار تعیین شده تجربی مقدار  $0.09$  استفاده شده در مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  می‌باشد.

## ۲-۳-۲-۳- اصلاح چرخش RNG

بطورکلی، آشفتگی بوسیله دوران یا چرخش در جریان متوسط اثر می‌گذارد. مدل RNG در فلوئنت یک گزینه برای محاسبه اثرات چرخش یا دوران با استفاده از اصلاح لزجت آشفتگی بطور مناسب فراهم می‌کند. شکل تابع اصلاح شده بصورت زیر است:

$$\mu_t = \mu_{t,0} f\left(\alpha_s, \Omega, \frac{k}{\varepsilon}\right) \quad (19-2)$$

که  $\mu_{t,0}$  مقدار لزجت آشفتگی محاسبه شده بدون اصلاح چرخش استفاده شده در معادله (۱۷-۲) یا معادله (۱۸-۲) است.  $\Omega$  خصوصیت ارزیابی شده عدد چرخش در فلوئنت می‌باشد، و  $\alpha_s$

ثابت چرخش است که به اینکه آیا در جریان چرخش حاکم است یا تنها چرخش کمی وجود دارد بستگی دارد. برای جریان‌های چرخشی کم (طبق فرض در فلوئنت)،  $\alpha_s$  برابر ۰/۰۵ قرار دارد و نمی‌توان اصلاح کرد. اما برای جریان‌های چرخشی شدید، مقدار زیاد  $\alpha_s$  را می‌توان انتخاب نمود.

## ۲-۳-۴- محاسبه معکوس اعداد پرانتل موثر

معکوس اعداد پرانتل موثر،  $\alpha_k$  و  $\alpha_\varepsilon$ ، با استفاده از فرمول تحلیلی بوسیله نظریه RNG محاسبه

می‌شود:

$$\left| \frac{\alpha - 1/3929}{\alpha - 1/3929} \right|^{0.6321} \left| \frac{\alpha + 2/3929}{\alpha + 2/3929} \right|^{0.3679} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}} \quad (20-2)$$

در جریان‌های با رینولدز بالا ( $1 < \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}}$ ) که جریان کاملاً آشفتنه است،  $\alpha_0 = 1$  بوده و معکوس

اعداد پرانتل آشفتگی ثابتی خواهند داشت یعنی  $\alpha_\varepsilon = \alpha_k = 1/3929$ .

## ۲-۳-۵- ترم $R_\varepsilon$ در معادله $\varepsilon$

تفاوت اصلی بین RNG و مدل استاندارد در ترم اضافی معادله  $\varepsilon$  می‌باشد که بطریق زیر فرض

می‌شود:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^\tau (1 - \eta / \eta_*)}{1 + \beta \eta^\tau} \frac{\varepsilon^\tau}{k} \quad (21-2)$$

که  $\beta = 0.12$ ،  $\eta_* = 4/38$ ،  $\eta \cong Sk/\varepsilon$  است.

اثرهای این ترم در معادله  $\varepsilon$  RNG می‌تواند با دقت بیشتری بوسیله بررسی مجدد معادله

(۱۶-۲) دیده شود. با استفاده از معادله (۲۱-۲)، سومین و چهارمین ترم در طرف سمت راست معادله

(۱۶-۲) می‌تواند ترکیب شود، و در نتیجه معادله  $\varepsilon$  می‌تواند بطور زیر بازنویسی شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_e \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{2\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (22-2)$$

که  $C_{2\varepsilon}^*$  بطریق زیر فرض می‌شود:

$$C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{C_{\mu} \eta^+ (1 - \eta / \eta_+)}{1 + \beta \eta^+} \quad (23-2)$$

در محدوده‌های که  $\eta < \eta_+$ ، ترم R یک سهم مثبت فراهم می‌کند، و  $C_{2\varepsilon}^*$  بزرگتر از  $C_{2\varepsilon}$  خواهد شد. برای مثال، در لایه لگاریتمی می‌توان نشان داد که  $\eta \approx 3/0$  و  $C_{2\varepsilon}^* \approx 2/0$ ، که نزدیک به مقدار  $C_{2\varepsilon}$  در مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  (1/92) است. بنابراین، برای جریان‌های کرنش ملایم، مدل RNG نتایج بزرگتری در مقایسه با مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  را می‌دهد.

بهرحال، در محدوده‌های نرخ کرنش بزرگ ( $\eta > \eta_+$ )، ترم R سهم منفی دارد، مقدار  $C_{2\varepsilon}^*$  کمتر از  $C_{2\varepsilon}$  می‌باشد. در مقایسه با مدل استاندارد  $k-\varepsilon$ ، اتلافات کوچکتر  $\varepsilon$  افزایش  $\varepsilon$  و  $k$  نهایتاً لزجت موثر را کاهش می‌دهد. در جریان‌های کرنش سریع، مدل RNG یک لزجت آشفته‌گی کمتر از مدل  $k-\varepsilon$  را ایجاد می‌کند.

بنابراین، مدل RNG به اثرات تغییرات فشار سریع و انحنای خط جریان نسبت به مدل استاندارد  $k-\varepsilon$  حساس‌تر است، که انجام بهتر مدل RNG برای قسمت‌های مشخص جریان‌ها را روشن می‌کند.

## ۲-۳-۶- ثابت‌های مدل

ثابت‌های مدل  $C_{1\varepsilon}$  و  $C_{2\varepsilon}$  در معادله (۱۶-۲) برای مقادیر نتیجه گرفته از آنالیز بوسیله نظریه RNG می‌باشد. در فلوننت این مقادیر بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:  $C_{1\varepsilon} = 1/42$ ،  $C_{2\varepsilon} = 1/68$ .

## ۲-۳-۳- مدل $k-\varepsilon$ محسوس

مدل  $k-\varepsilon$  محسوس توسط شین و همکاران<sup>۱</sup> [۱۴] به این علت ارائه شد که بتواند کمبودهای

<sup>۱</sup>) Shin et al

روش‌های معمول  $k-\varepsilon$  را با اتخاذ موارد زیر برطرف نماید:

- مدل  $k-\varepsilon$  محسوس شامل یک فرمول جدید برای لزجت آشفتگی است.
- یک معادله انتقال جدید برای نرخ افت،  $\varepsilon$ ، که از یک معادله دقیق برای انتقال متوسط مربع نوسانات گردابی ناشی شده است.

اصطلاح "محسوس" به این معنی است که مدل قیود ریاضی مشخصی را در تنش‌های رینولدز اغنا می‌نماید که سازگار با فیزیک جریان آشفته می‌باشد، [۱۴]. برای فهم این مطلب، از ترکیب رابطه بوزینسک (معادله (۷-۲)) و تعریف لزجت گردابی (معادله (۱۰-۲)) برای تنش رینولدز عمودی در یک جریان متوسط تراکم‌پذیر داریم:

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3}k - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \quad (24-2)$$

مزیت مدل  $k-\varepsilon$  محسوس این است که دقت بیشتری برای پیش‌بینی نرخ گسترش جت صفحه‌ای و جت منحنی را دارد. همچنین قابلیت مدل‌سازی بسیار خوبی برای جریان‌های شامل چرخش، لایه‌های مرزی تحت گرادیان‌های فشار معکوس قوی، جداشدگی، و دورانی را فراهم می‌کند. هر دو مدل  $k-\varepsilon$  محسوس و RNG در جریان‌هایی با انحنای شدید خط جریان، گردابه‌ها، و چرخشی نسبت به  $k-\varepsilon$  استاندارد دارای عملکرد بهتری هستند. چون مدل هنوز نسبتاً جدید می‌باشد، بطور دقیق روشن نیست که نمونه‌های مدل  $k-\varepsilon$  محسوس عملکرد بهتری نسبت به مدل RNG دارد. بهر حال، مطالعات اولیه نشان می‌دهد که مدل محسوس برای مدل‌سازی جریان‌های جدا شده و جریان‌های با خصوصیات جریان ثانویه پیچیده مناسب می‌باشد.

## ۲-۳-۱- معادلات انتقال برای مدل k-ε محسوس

معادلات انتقال مدل شده برای k و ε در مدل k-ε محسوس عبارتند از:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon \quad (25-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_{1\varepsilon} S_\varepsilon - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b \quad (26-2)$$

$$C_1 = \max \left[ \cdot / 43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad \text{که}$$

در این معادلات،  $G_k$  نشان‌دهنده تولید انرژی جنبشی بعثت گرادیان‌های سرعت متوسط می‌باشد، طبقه محاسبه آن در بخش ۲-۳-۱-۴: مدل‌سازی تولید آشفستگی در مدل‌های k-ε آمده است.  $G_b$  تولید انرژی جنبشی در نتیجه خاصیت شناوری، محاسبه آن در بخش ۲-۳-۱-۵: اثرات خاصیت شناوری روی آشفستگی در مدل‌های k-ε توضیح داده شده است.  $C_1$  و  $C_{1\varepsilon}$  ثابت هستند.  $\sigma_k$  و  $\sigma_\varepsilon$  برتریب اعداد پراوتل برای k و ε می‌باشند.  $S_\varepsilon$  ترم مرجع تعریف شده کاربر هستند.

توجه کنید که معادله k معادله (۲۴-۲) مانند مدل استاندارد k-ε معادله (۸-۲) و مدل RNG k-ε معادله (۱۱-۲) هستند تنها تفاوت آنها در ثابت‌های مدل می‌باشد. اما، شکل معادله ε کاملاً با مدل‌های استاندارد و k-ε RNG متفاوت می‌باشند (معادلات (۹-۲) و (۱۲-۲)). یکی از خصوصیات قابل توجه این است که ترم تولیدی در معادله ε (دومین ترم سمت راست معادله (۲۶-۲)) شامل تولید k نمی‌شود، بدین معنی که، دارای ترم همسان  $G_k$  موجود در دیگر مدل‌های k-ε نمی‌شود. که موجب می‌شود شکل موجود انتقال انرژی طیفی را بهتر بیان کند. دیگر خصوصیت مطلوب این است که ترم افت (کنار آخرین ترم سمت راست معادله (۲۶-۲)) هیچ‌گونه یکتایی ندارد، یعنی، مقسوم‌علیه آن هرگز بسمت صفر میل نمی‌کند، ولو اینکه k بسمت صفر یا کوچکتر از صفر میل کند.



این مدل برای محدوده‌ی زیادی از جریان‌ها دارای اعتبار می‌باشد، که شامل جریان‌های برشی همگن چرخشی، جریان آزاد شامل جت‌ها و لایه‌های مختلط، جریان‌های کانال و لایه مرزی، و جریان‌های جدا شده می‌باشد. برای همه این حالات، کارایی مدل نسبت به مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد بهتر می‌باشد.

## ۲-۳-۳-۲- مدل سازی لزجت گردابی

همانند سایر مدل‌های دیگر  $k-\varepsilon$ ، لزجت گردابی بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (27-2)$$

اختلاف بین مدل  $k-\varepsilon$  محسوس و مدل‌های استاندارد و RNG  $k-\varepsilon$  در مقدار ثابت  $C_\mu$  می‌باشد

که بطریق زیر محاسبه می‌شود:

$$C_\mu = \frac{1}{A_1 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (28-2)$$

که

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \quad (29-2)$$

$$\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k \quad \tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k \quad \text{و}$$

که  $\bar{\Omega}_{ij}$  میانگین تانسور نرخ چرخش مدنظر قرار گرفته در تنظیم مرجع چرخش با سرعت

زاویه‌ای  $\omega_k$  است. ثابت‌های مدل  $A_1$  و  $A_s$  برابر است با:

$$A_1 = 4/0.4 \quad , \quad A_s = \sqrt{6}\cos\phi$$

$$\phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}(\sqrt{6}W) \quad , \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\bar{S}^3} \quad , \quad \bar{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \quad , \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \quad \text{که}$$

می‌توان درک نمود که  $C_\mu$  تابعی از کرنش متوسط و نرخ چرخش، سرعت زاویه‌ای چرخش

سیستم و میدان‌های آشفتگی می‌باشد  $(k, \varepsilon)$ . می‌توان نشان داد که  $C_\mu$  در معادله (۲۷-۲) برای زیر

لایه داخلی در حال تعادل در لایه مرزی همان مقدار استاندارد ۰/۰۹ را ارائه می‌دهد..

در فلوئنت، ترم  $-\epsilon_{ijk}\omega_k$  بطور پیش فرض در محاسبه  $\tilde{\Omega}_{ij}$  دخالت داده نمی‌شود.

### ۳-۳-۳-۲- ثابت‌های مدل

ثابت‌های مدل  $C_2$ ،  $\sigma_k$  و  $\sigma_\epsilon$  با اطمینان از اینکه مدل برای جریان‌های معمول بخوبی اجرا می‌شود ایجاد شده است. ثابت‌های مدل برابر است با:

$$C_{1\epsilon} = 1/44 \quad , \quad C_{2\epsilon} = 1/9 \quad , \quad \sigma_k = 1/0 \quad , \quad \sigma_\epsilon = 1/2$$

### ۳-۳-۴-۲- مدل‌سازی تولید آشفتگی در مدل‌های k-ε

ترم  $G_k$ ، تولید انرژی جنبشی آشفته، بطور یکسان برای مدل‌های k-ε استاندارد، RNG، و محسوس محاسبه می‌گردد. از معادله دقیق برای انتقال k، این ترم بصورت زیر قابل تعریف است:

$$G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (30-2)$$

برای ارزیابی  $G_k$  در یک حالت سازگار با فرضیه بوزینسک،

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (31-2)$$

که S قدر مطلق تانسور نرخ کرنش متوسط است، که بصورت زیر بیان می‌شود:

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (32-2)$$

هرگاه روش k-ε برای جریان با اعداد رینولدز بالا به کار رود،  $\mu_{eff}$  بجای  $\mu_t$  در معادله (31-2) بکار برده می‌شود.

### ۳-۳-۴-۲- اثرات شناوری روی آشفتگی در مدل‌های k-ε

هرگاه میدان گرانشی غیر صفر و گرادیان دما بطور همزمان وجود داشته باشد، اثر شناوری که توسط ترم چشمه  $G_b$  در معادلات دیده می‌شود.

تولید نیرو آشفتگی بعلاوه شناوری بصورت زیر فرض می‌شود:

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (33-2)$$

که  $Pr_t$  عدد پرانتل آشفته برای انرژی و  $g_i$  مولفه بردار گرانشی در راستای  $i$ ام است. برای مدل-های استاندارد و محسوس، مقدار عدد پرانتل برابر  $0.85$  است. در مورد مدل  $k-\varepsilon$  RNG، عدد پرانتل برابر  $1/\alpha$ ، که  $\alpha$  بوسیله معادله  $(20-2)$  بدست می‌آید، اما با در نظر داشتن  $\alpha = 1/Pr = k/\mu_{cp}$ . ضریب انبساط گرمایی،  $\beta$ ، بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (34-2)$$

برای گازهای ایده‌آل، معادله  $(33-2)$  بصورت زیر بیان می‌شود:

$$G_b = -g_i \frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (35-2)$$

می‌توان از معادلات انتقال  $k$  (معادلات  $(2-8)$ ،  $(2-11)$  و  $(2-25)$ )، دریافت که انرژی جنبشی آشفتهگی تمایل به زیاد شدن در لایه‌های نامتعادل دارد ( $G_b > 0$ ). برای لایه‌بندی متعادل، شناوری تمایل به از بین بردن آشفتهگی دارد ( $G_b < 0$ ). در فلوئنت، اثرات خاصیت شناوری در ایجاد  $k$  همیشه برای ناحیه ثقل غیر صفر و گرادیان‌های دمای غیر صفر، لحاظ می‌گردد.

در حالی‌که اثرات شناوری روی تولید  $k$  نسبتاً خوب فهمیده می‌شود، اثر روی  $\varepsilon$  کمتر واضح می‌باشد. در فلوئنت، با توجه به قرارداد، اثرات شناوری روی  $\varepsilon$  بسادگی بوسیله قرار دادن  $G_b$  برابر صفر در معادله انتقال  $\varepsilon$  صرف‌نظر می‌شود (معادلات  $(2-9)$ ،  $(2-20)$  و  $(2-17)$ ).

اما، می‌توانیم اثرات شناوری روی  $\varepsilon$  را در قسمت مدل لزج شامل کنیم. در این حالت، مقدار  $G_b$  بوسیله معادله  $(2-35)$  استفاده شده در معادله انتقال برای  $\varepsilon$  بدست می‌آید معادلات  $(2-8)$ ،  $(2-11)$  و  $(2-25)$ .

درجه تاثیر  $\varepsilon$  بعلت شناوری بوسیله ثابت  $C_{\varepsilon}$  تعیین می‌شود. در فلوئنت،  $C_{\varepsilon}$  نمی‌تواند مشخص شود، اما در عوض طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_{\tau\epsilon} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right| \quad (2-36)$$

که  $v$  مولفه سرعت جریان موازی با بردار گرانشی و  $u$  مولفه سرعت جریان عمود بر بردار گرانشی می‌باشد. بدین طریق،  $C_{\tau\epsilon}$  برای لایه‌های برشی شناور برای راستای جریان اصلی هم‌جهت با راستای گرانشی برابر ۱ می‌شود. برای لایه‌های برشی شناور که عمود به بردار گرانش هستند،  $C_{\tau\epsilon}$  برابر صفر خواهد شد.

### ۲-۳-۵- مدل تنش رینولدز (Reynolds Stress Model)

مدل تنش رینولدز با جزئیات ترین مدل آشفتگی است که در فلوئنت وجود دارد. گذشته از فرضیه ویسکوزیته گردابه‌ای، RSM معادلات میانگیری شده رینولدز را با حل کردن معادله انتقال برای تنش‌های رینولدز به همراه یک معادله برای نرخ پراکندگی، می‌بندد. این بدان معنی است که ۴ معادله انتقال اضافی برای جریان‌های دوبعدی و ۷ معادله انتقال اضافی برای جریان‌های سه‌بعدی باید حل شود. از آنجا که RSM محاسبات سخت‌تری را برای اثر انحناى خطوط جریان، حرکت گردابه‌ای، کشش و تغییرات سریع در کرنش نسبت به مدل‌های یک معادله‌ای و دو معادله‌ای انجام می‌دهد، این مدل پتانسیل بیشتری برای پیش‌بینی‌های دقیق جریان‌های پیچیده دارد. درستی پیش‌بینی‌های RSM هنوز محدود به فرضیات جریان بکار گرفته شده برای مدل کردن ترم‌های مختلف در معادلات انتقال برای تنش‌های رینولدز است. از جمله استفاده‌های RSM عبارتند از:

جریان‌های چرخه‌ای، جریان‌های با چرخش سریع در محفظه احتراق، عبور جریان چرخشی و جریان‌های تنش‌زا در لوله‌ها.

در این مورد چنانچه معادله انتقالی برای تمام ترم‌های  $u_i' u_j'$  حل گردد، مستقیماً تنش‌های رینولدز بدست می‌آیند برای تعیین معادله انتقال برای هر دو مولفه  $i$  و  $j$  معادله ممنوم از معادله ناویر استوکس کم شده و سپس معادله حاصل برای مولفه  $i$  در سرعت نوسانی  $u_j'$  و برای  $j$  در سرعت نوسانی  $u_i'$  ضرب می‌شوند.

با جمع کردن معادلات و متوسط‌گیری زمانی از آن معادله انتقال مطلوب برای  $u_i' u_j'$  حاصل می‌گردد که نهایتاً شکل تانسوری این معادله انتقال به صورت زیر می‌باشد:

$$U_k = \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} = P_{ij} + \Phi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (37-2)$$

در معادله فوق  $P_{ij}$  تانسور تولید (Generation Tensor) و  $\Phi_{ij}$  تانسور فشار-کرنش (Peressure- Correlation) می‌باشند.  $D_{ij}$  تانسور پخش‌شده‌گی (Diffusion Tensor) و  $\varepsilon_{ij}$  تانسور اتلاف (Dissipative) می‌باشند.

این مدل بدلیل پیچیدگی معادلات ریاضی بسیار پرهزینه می‌باشد ولی دقت بسیار بالایی در حل مسائل پیچیده سیالاتی را از خود نشان می‌دهد.

معادلات دقیق انتقال برای تنش‌های رینولدز، به صورت زیر نوشته می‌شود:

(38-2)

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u_i u_j})}_{\text{مشتق محلی زمان}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho U_k \overline{u_i u_j})}_{C_{ij} = \text{جابجایی}}$$

$$= - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} [\rho \overline{u_i u_j u_k} + P(\delta_{kj} u_i + \delta_{ik} u_j)]}_{D_{ij}^T = \text{انتشار آشفته}}$$

$$+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_j}) \right]}_{D_{ij}^L = \text{انتشار مولکولی}} - \underbrace{\rho \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right)}_{P_{ij} = \text{تولید تنش}} - \underbrace{\rho \beta (\overline{g_i u_j \theta} + \overline{g_j u_i \theta})}_{G_{ij} = \text{تولید شناوری}}$$

$$\underbrace{+ P \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}_{\phi_{ij} = \text{کرنش فشار}} - \underbrace{\underbrace{2 \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}}_{\varepsilon_{ij} = \text{اتلاف}}}_{\text{تولید تنش}}$$

$$\underbrace{-2\rho\Omega_k(\overline{u_j u_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u_i u_m} \varepsilon_{jkm})}_{F_{ij} = \text{تولید بخاطر چرخش سیستم}}$$

بخاطر ترم‌های مختلف در این معادلات دقیق،  $C_{ij}$ ،  $D_{ij}^L$ ،  $P_{ij}$  و  $F_{ij}$  نیازی به مدل کردن ندارند.

اما  $D_{ij}^T$ ،  $G_{ij}$ ،  $\phi_{ij}$  و  $\varepsilon_{ij}$  برای بسته شدن معادلات نیاز به مدل کردن دارند.

$D_{ij}^T$  را می‌توان با استفاده از مدل انتشار گرادیان تعمیم یافته Daly و Harlow، مدل کرد:

$$D_{ij}^T = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho \frac{k \overline{u_k u_i}}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (39-2)$$

این معادله ممکن است منجر به ناپایداری‌های عددی شود، بنابراین در فلوئنت به صورت زیر

ساده شده است:

$$D_{ij}^T = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \quad (40-2)$$

Lien و Leschziner [۱۴] با اعمال مدل انتشار گرادیان تعمیم یافته، به یک جریان برشی

همگن صفحه‌ای،  $\sigma_k = 0.82$  را بدست آوردند. توجه شود که مقدار  $\sigma_k$  متفاوت است از مقدار آن در

مدل‌های k-ε استاندارد و محسوس که برابر  $\sigma_k = 1$  بود.

$\phi_{ij}$ ، کرنش فشار خطی می‌باشد که برای محاسبه آن از رابطه زیر استفاده می‌گردد:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,\gamma} + \phi_{ij,\gamma}^w + \phi_{ij}^w \quad (41-2)$$

که در آن  $\phi_{ij,\gamma}$  ترم کند کرنش فشار،  $\phi_{ij,\gamma}^w$  ترم سریع کرنش فشار و  $\phi_{ij}^w$  ترم انعکاس دیوار است.

ترم کند کرنش فشار به صورت زیر مدل می‌شود:

$$\phi_{ij,\gamma} \equiv -C_\gamma \rho \frac{\varepsilon}{k} \left[ \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \quad (42-2)$$

که  $C_\gamma = 1/8$  می‌باشد.

ترم سریع کرنش فشار به صورت زیر مدل می‌شود:

$$\phi_{ij,r} \equiv -C_r \left[ (P_{ij} + F_{ij} + G_{ij} - C_{ij}) - \frac{r}{r} \delta_{ij} (P + G - C) \right] \quad (43-2)$$

که:

$$P = \frac{1}{r} P_{kk}, \quad G = \frac{1}{r} G_{kk}, \quad C = \frac{1}{r} C_{kk}, \quad C_r = 0/6 \quad (44-2)$$

ترم انعکاس دیوار مربوط است به تنش‌های نزدیک به دیوار. این ترم تمایل به استهلاک تنش‌های عمود بر دیوار دارد، درحالی که تنش‌های موازی را افزایش می‌دهد.

این ترم به صورت زیر مدل می‌شود:

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^w \equiv & C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( u_k u_m n_k n_m \delta_{ij} - \frac{r}{r} u_i u_k n_j n_k - \frac{r}{r} u_j u_k n_i n_k \right) \frac{k^{r/r}}{C_l \varepsilon d} \\ & + C_r \left( \phi_{km,r} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{r}{r} \phi_{ik,r} n_j n_k - \frac{r}{r} \phi_{jk,r} n_i n_k \right) \frac{k^{r/r}}{C_l \varepsilon d} \end{aligned} \quad (45-2)$$

که در آن  $C_1 = 0/5$ ،  $C_r = 0/3$  و  $n_k$  مولفه  $x_k$  ی واحد عمود بر دیوار است،  $d$  فاصله عمودی

تا دیوار است.  $C_l = C_\mu^{r/4} / k$  که  $C_\mu = 0/09$  و  $k = 0/41$  است.

$G_{ij}$ ، که ترم تولید شناوری می باشد به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$G_{ij} = \beta \frac{\mu_t}{P_{rt}} \left( g_i \frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (46-2)$$

که  $P_{rt}$  عدد پرانتل آشفته‌گی برای انرژی است با مقدار پیش فرض  $0/85$  و  $\beta$  ضریب انبساط

حرارتی است.  $k$ ، که انرژی جنبشی آشفته‌گی است با در نظر گرفتن تانسور تنش رینولدز به صورت زیر

محاسبه می‌شود:

$$k = \frac{1}{r} \overline{u_i' u_i'} \quad (47-2)$$

همان‌طور که در قسمت‌های بعد توضیح داده خواهد شد، در فلونت یک گزینه برای حل

معادله انتقال انرژی جنبشی آشفته به منظور بدست آوردن شرایط مرزی برای تنش‌های رینولدز وجود

دارد.

در این مورد معادله مدل مقابل حل می‌شود:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{2} (G_{ii} + P_{ii}) - \rho \varepsilon \quad (48-2)$$

که در آن،  $\sigma_k = 0.82$  می‌باشد.

$\varepsilon_{ij}$ ، تانسور اتلاف به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \varepsilon \quad (49-2)$$

نرخ اتلاف اسکالر،  $\varepsilon$ ، با یک معادله انتقال همانند مدل k- $\varepsilon$  استاندارد محاسبه می‌شود:

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{1}{2} [P_{ij} + C_{\varepsilon 3} G_{ii}] \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (50-2)$$

که  $\sigma_\varepsilon = 1$ ،  $C_{\varepsilon 1} = 1/44$ ،  $C_{\varepsilon 2} = 1/92$  و  $C_{\varepsilon 3}$  همانطور که در بخش‌های قبل توضیح داده شد

به عنوان تابعی از جهت جریان موضعی نسبت به بردار شتاب محاسبه می‌شود.

$\mu_t$ ، (ویسکوزیته آشفته) مانند مدل‌های k- $\varepsilon$  محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (51-2)$$

که در آن  $C_\mu = 0.09$  می‌باشد.

برای شرایط مرزی ورودی برای تنش‌های رینولدز، نیاز به مقادیری برای تنش‌های رینولدز،

$u'_i u'_j$ ، و نرخ اتلاف آشفته می‌باشد. این مقادیر را می‌توان یا بطور مستقیم وارد کرد یا از شدت

آشفستگی و طول مشخصه بدست آورد. در دیوارا، فلوئنت مقادیر نزدیک به دیوار تنش‌های رینولدز و  $\varepsilon$

را از توابع دیوار محاسبه می‌کند.

فلوئنت برای تنش‌های رینولدز با استفاده از قانون لگاریتم و فرض تعادل و با نادیده گرفتن

انتقال گرما و نفوذ در معادله انتقال برای تنش‌ها، شرایط مرزی صریح را اعمال می‌کند. با استفاده از

یک سیستم مختصات موضعی، که در آن  $\tau$  مختصات مماسی،  $\eta$  مختصات عمود و  $\lambda$  مختصات عمود

بر  $\eta$  و  $\tau$  می‌باشند، تنش‌های رینولدز در سلول‌های مجاور از معادلات زیر بدست می‌آیند:



$$\frac{\overline{u_{\tau\tau}^{'2}}}{k} = 1/0.98, \quad -\frac{\overline{u_{\eta}^{'2}}}{k} = 0/247, \quad -\frac{\overline{u_{\lambda}^{'2}}}{k} = 0/655, \quad -\frac{\overline{u_{\tau}^{'2}u_{\eta}^{'2}}}{k} = 0/255 \quad (52-2)$$

برای بدست آوردن k معادله انتقال (48-2) حل می‌شود.

در مناطق دورتر k مستقیماً از تنش‌های رینولدز عمودی با استفاده از معادله (48-2) بدست می‌آیند.

به صورت دیگری، تنش‌های رینولدز را می‌توان به صورت ترم‌های تنش برشی دیوار بجای k به صورت صریح مشخص کرد:

$$\frac{\overline{u_{\tau\tau}^{'2}}}{u_{\tau}^{'2}} = 5/1, \quad -\frac{\overline{u_{\eta}^{'2}}}{u_{\tau}^{'2}} = 1/0.0, \quad -\frac{\overline{u_{\lambda}^{'2}}}{u_{\tau}^{'2}} = 2/3, \quad -\frac{\overline{u_{\tau}^{'2}u_{\eta}^{'2}}}{u_{\tau}^{'2}} = 1/0.0 \quad (53-2)$$

که در آن  $u_{\tau}$ ، سرعت اصطکاکی است که به صورت  $u_{\tau} \equiv \sqrt{\tau_w/\rho}$  تعریف می‌شود. که در آن  $\tau_w$ ، تنش برشی دیوار است. در این صورت دیگر معادله k حل نمی‌شود.

## ۴-۲- رفتار نزدیک دیوار برای جریان‌های آشسته مرز دیوار

در نزدیکی دیوار، جریان تحت تاثیر اثرات لزجت قرار دارد و به پارامترهای جریان آزاد بستگی ندارد. سرعت جریان متوسط فقط به فاصله y از دیوار، چگالی سیال  $\rho$  و لزجت سیال  $\mu$  و تنش برشی دیوار  $\tau_w$  بستگی دارد بنابراین:

$$U = f(y, \rho, \mu, \tau_w)$$

تحلیل ابعادی نشان می‌دهد که:

$$u^+ = \frac{U}{u_{\tau}} = f\left(\frac{\rho u_{\tau} y}{\mu}\right) = f(y^+) \quad (54-2)$$

رابطه بالا "قانون دیوار" نامیده می‌شود و شامل دو عدد بی‌بعد مهم  $u^+$  و  $y^+$  می‌باشد. توجه شود که مقیاس سرعت مناسب عبارتست از  $u_{\tau} = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ ، که "سرعت اصطکاکی" نیز نامیده می‌شود. در منطقه دور از دیوار انتظار می‌رود که سرعت در یک نقطه، فقط تحت تاثیر تنش برشی دیوار قرار گیرد، نه لزجت خودش. مقیاس سرعت مناسب برای این منطقه عبارتست از ضخامت لایه مرزی

در این ناحیه داریم:

$$U = g(y, \delta, \rho, \tau_w)$$

با استفاده از تحلیل ابعادی داریم:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = g\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

اگر تنش برشی دیوار را به صورت کسری از سرعت  $U_{\max}$ - $U$  در نظر بگیریم، به طوریکه هر چه به لبه لایه مرزی یا خط مرکزی لوله نزدیک می‌شویم کاهش یابد، شکل بسیار مفیدی حاصل می‌شود. بنابراین:

$$\frac{U_{\max} - U}{u_\tau} = g\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (۵۵-۲)$$

این رابطه "قانون کاهش سرعت" نامیده می‌شود.

## ۲-۴-۱- زیر لایه خطی - لایه سیال در تماس با دیوار صاف

در سطح جامد، سیال ساکن است. حرکت‌های آشفته‌ی ادی نیز در نزدیکی دیوار به صفر میل می‌کند. در غیاب اثرات تنش برشی رینولدز آشفته، سیال نزدیک دیوار تحت تاثیر برش لزج می‌باشد. این لایه عملاً خیلی نازک است ( $y^+ < ۵$ ) و می‌توانیم فرض کنیم که تنش برشی تقریباً ثابت و برابر

$$\tau(y) = \mu \frac{\partial U}{\partial y} \cong \tau_w \quad \text{با تنش برشی دیوار } (\tau_w) \text{ می‌باشد. بنابراین:}$$

بعد از انتگرال‌گیری نسبت به  $y$  و اعمال شرایط مرزی ( $U = 0$  در  $y = 0$ )، یک رابطه خطی بین

$$U = \frac{\tau_w y}{\mu} \quad \text{سرعت متوسط و فاصله از دیوار بدست می‌آید:}$$

بعد از کمی ساده‌سازی و با استفاده از تعاریف  $u^+$  و  $y^+$  داریم:

$$u^+ = y^+ \quad (۵۶-۲)$$

به دلیل رابطه خطی بین سرعت و فاصله از دیوار، لایه سیال نزدیک دیوار اغلب به صورت "زیر لایه خطی" شناخته می‌شود.

## ۲-۴-۲- لایه قانون لگاریتمی - ناحیه آشفته نزدیک دیوار

خارج از زیر لایه لزج ( $30 < y^+ < 500$ )، ناحیه‌ای وجود دارد که در آن هر دو اثر لزجت و آشفتگی مهم است. تنش برشی  $\tau$  با فاصله از دیوار به آرامی تغییر می‌کند و در این ناحیه داخلی فرض شده است که مقدار آن ثابت و برابر با تنش برشی دیوار باشد. فرض دیگر راجع به مقیاس طول آشفتگی<sup>۱</sup>، ما را به استخراج یک شکل صحیح ولی بی‌بعدی از رابطه بین  $u^+$  و  $y^+$  قادر می‌سازد.

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B = \frac{1}{k} \ln(Ey^+) \quad (57-2)$$

مقادیر عددی مربوط به ثابت‌ها، با استفاده از اندازه‌گیری بدست می‌آید. برای دیوارهای صاف

$$E = 9/8 \text{ یا } B = 5/5 \text{ و } k = 0/4$$

دیوار زبرتر سبب کاهش مقدار مربوط به  $B$  می‌شود. مقدار  $k$  و  $B$  ثابت‌هایی می‌باشند که برای همه جریان‌های آشفته عبوری از دیوارهای صاف و در عدد رینولدز بالا صادق هستند. بدلیل رابطه لگاریتمی بین  $u^+$  و  $y^+$ ، رابطه بالا اغلب "قانون لگاریتمی" نامیده می‌شود و لایه‌ای که در آن  $y^+$  بین ۳۰ تا ۵۰۰ می‌باشد، "لایه قانون لگاریتمی" می‌باشد.

## ۲-۴-۳- لایه خارجی - ناحیه تحت تاثیر اینرسی دور از دیوار

اندازه‌گیری‌های تجربی نشان می‌دهد که قانون لگاریتمی در ناحیه  $0/2 < y/\delta < 0/02$  معتبر است. برای مقادیر بزرگتر  $y$ ، قانون کاهش سرعت (۵۵-۲) شکل صحیحی را ارائه می‌کند. در ناحیه فصل مشترک قانون لگاریتمی و قانون کاهش سرعت برابر هستند. تینکس و لاملی نشان دادند که با استفاده از فرض لگاریتمی زیر، یک فصل مشترک به دست می‌آید:

$$\frac{U_{\max} - U}{u_{\tau}} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) + A \quad (58-2)$$

در اینجا  $A$  یک ثابت است. قانون کاهش سرعت اغلب "قانون دنباله" نامیده می‌شود. شکل زیر سازگاری نزدیکی را بین معادلات تئوری (۵۷-۲) و (۵۶-۲) در سطوح مربوط به کارکردشان با داده-

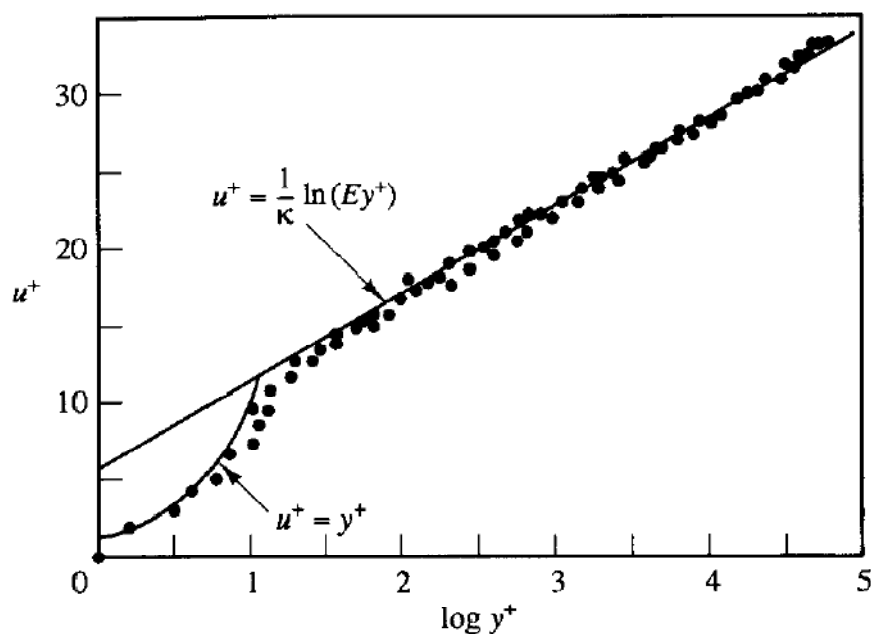
<sup>1</sup> malalasekera

های تجربی نشان می‌دهد.

لایه مرزی آشفته نزدیک به یک سطح جامد از دو ناحیه زیر ترکیب شده است:

- ناحیه داخلی: ۱۰٪ تا ۲۰٪ ضخامت کل لایه دیوار؛ که تنش برشی تقریباً ثابت بوده و برابر تنش برشی دیوار، عبارتند:
- زیر لایه خطی: تنش‌های لزج بر جریان نزدیک سطح حاکم می‌باشد.
- لایه میانی: تنش‌های لزج و آشفته از نظر مقدار برابر است.
- لایه قانون لگاریتمی: تنش‌های آشفته رینولدز بر جریان حاکم است.
- ناحیه خارجی یا لایه قانون دنباله: جریان مرکزی در فاصله دور از دیوار که تحت تاثیر اینرسی می‌باشد؛ از اثرات مستقیم لزجت آزاد است.

شکل زیر توزیع اطلاعات مربوط به سرعت متوسط و خاصیت آشفتگی برای یک لایه مرزی روی صفحه تخت با فشار اعمال شده ثابت را نشان می‌دهد. سرعت متوسط در فاصله خیلی دور از دیوار قرار دارد و در ناحیه  $y/\delta \leq 0.2$ ، به دلیل شرط عدم لغزش سریعاً کاهش می‌یابد.



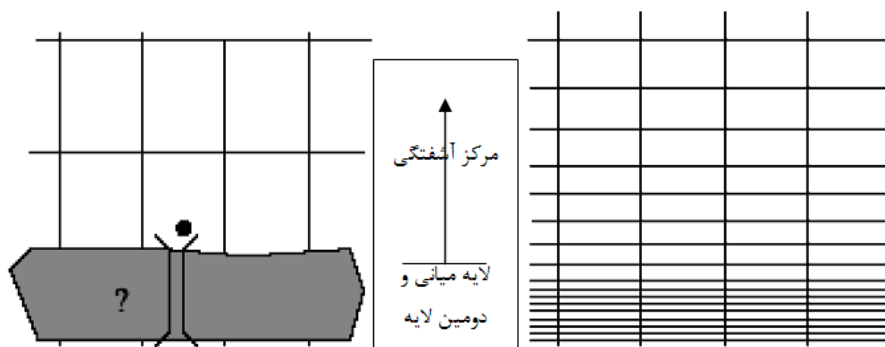
شکل (۲-۳) توزیع سرعت نزدیک یک دیوار جامد

دو روش برای مدل کردن منطقه نزدیک دیوار وجود دارد. در یک روش منطقه داخلی، تحت تاثیر لزجت (زیر لایه لزج و لایه میانی) حل نمی‌شود. در عوض فرمول‌های نیمه تجربی معروف به توابع دیوار استفاده می‌شوند برای اتصال منطقه تحت تاثیر ویسکوزیته بین دیوار و منطقه کاملاً آشفته. در یک روش دیگر مدل‌هایی اصلاح می‌شوند برای قادر ساختن منطقه تحت تاثیر ویسکوزیته که با یک مش از آخرین نقطه تا دیوار شامل زیر لایه لزج، حل می‌شود.

این دو روش در شکل نشان داده شده‌اند:

– روش تابع دیوار

– روش نزدیک دیوار



روش تابع دیوار

روش مدل دیوار نزدیک

✓ منطقه ویسکوزیته موثر حل نمی‌شود،  
در عوض بوسیله توابع دیوار روابط  
برقرار می‌شود.  
✓ مدل‌های آشفتگی رینولدز بالا می‌تواند  
استفاده شود.

✓ منطقه دیوار نزدیک همه راه نزدیک به  
دیوار را حل می‌کند.  
✓ مدل‌های آشفتگی باید در سرتاسر  
منطقه دیوار نزدیک معتبر باشند.  
شکل ۲-۴ رفتارهای نزدیک دیوار در فلوئنت

در تحلیل تابع دیوار دو مدل برای ناحیه نزدیک دیوار وجود دارد:

۱ – Standard Wall Function

۲ – Non-Equilibrium Wall Function

در تابع دیوار (Wall Function) ناحیه تاثیر لزجت ملکولی (buffer zone sub layer) حل

نمی‌گردد، بلکه فقط ناحیه کاملاً متلاطم (fully turbulent layer) از دیوار حل می‌شود. بدین ترتیب یک پل بین این دو ناحیه و نواحی موثر از لزجت ملکولی ایجاد می‌گردد، تا اثر لزجت نزدیک دیوار دیده شود.

در استفاده از مدل‌سازی نزدیک دیوار، ناحیه تاثیر لزجت ملکولی با توجه به شبکه ریز کناره دیوار حل می‌گردد و اثر کل دیوار در مدل دیده می‌شود.

## ۴-۴-۲ تابع استاندارد دیوار: (Standard Wall Function)

تابع استاندارد دیوار که توسط لاندرو اسپالدینگ [۱۶] ارائه شده است به شکل زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} u^* \equiv \frac{u_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/4}}{\tau_w / \rho} \\ y^* \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/4} y_p}{\mu} \end{cases} \quad (۵۹-۲)$$

$k_p$ : انرژی جنبشی آشفته در نقطه  $p$ ،  $y_p$ : فاصله نقطه  $p$  تا دیوار،  $\mu$ : ویسکوزیته دینامیکی سیال،

$k$ : ثابت ون کارمن برابر  $۰/۴۲$ ،  $E$ : ثابت تجربی برابر  $۰/۹۸$  و  $u_p$ : سرعت متوسط سیال در نقطه  $p$  می‌باشد.

چنانچه  $y^* \approx ۳۰ >$  باشد، در این صورت قانون لگاریتمی سرعت حاکم خواهد بود اما در نرم-

افزار این مقدار کاهش یافته و  $y^* > ۱۱/۲۲۵$  جداکننده این مرز می‌باشد بنابراین رابطه حاکم در این لایه چنین است:

$$u^* = \frac{1}{k} \ln(Ey^*) \quad (۶۰-۲)$$

اما چنانچه  $y^* < ۱۱/۲۲۵$  باشد در این صورت رابطه خطی تنش-کرنش به صورت رابطه زیر در ناحیه زیر لایه لزج حاکم است:

$$u^* = y^* \quad (۶۱-۲)$$

البته باید ذکر شود که برای معادله  $k$  شرط مرزی به صورت  $\frac{\partial k}{\partial n} = ۰$  می‌باشد، که  $n$  جهت

عمود بر دیوار می‌باشد. ترم  $G_k$  حکم چشمه در معادله  $k$  را دارد و  $\varepsilon_P$  مقدار نرخ پراکندگی آشفستگی در نزدیکی دیوار برابر مقادیر سلول کنار دیوار می‌باشد که روابط آن‌ها بدین شکل در معادلات اصلاح می‌گردند:

$$G_k \approx \tau_\omega \frac{\partial u}{\partial y} = \tau_\omega \frac{\tau_\omega}{k \rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/4} y_P} \quad (62-2)$$

$$\varepsilon_P = \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/4}}{k y_P} \quad (63-2)$$

## ۲-۴-۵- تابع دیوار نامتعادل (Non-Equilibrium wall Function)

چنانچه گرادیان فشار در نزدیکی دیوار بسیار زیاد باشد و حالت جدایی جریان و برگشت جریان در میدان دیده شود، بهتر است قانون دیوار کمی تغییر نموده و اثر گرادیان فشار در آن وارد شود. در این صورت روابط زیر بر قانون دیوار حاکم خواهند شد که این روابط به تابع دیوار نامتعادل معروف است:

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{u} &= u - \frac{1}{2} \frac{dP}{dx} \left[ \frac{y_v}{\rho k^o k^{1/4}} \ln \left( \frac{y}{y_v} \right) + \frac{y - y_v}{\rho k^o k^{1/4}} + \frac{y_v}{\mu} \right] \\ y_v &= \frac{\mu y_v^*}{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/4}} \end{aligned} \right. \quad (64-2)$$

در روابط بالا منظور از  $y_v$  ضخامت فیزیکی لایه لزج می‌باشد، که در این صورت در برنامه

$$y_v^* = 11/225 \text{ فرض می‌گردد.}$$

## ۲-۴-۶- محدودیت‌های روش تابع دیوار

توابع دیوار استاندارد پیش‌بینی‌های دقیقی برای اکثریت جریان‌های با عدد رینولدز بالای مرز دیوار می‌دهد. توابع دیوار نامتعادل بیشتر کاربرد روش دیوار را با شامل کردن تاثیرات گرادیان فشار و ناعادلی قوی، توسعه می‌دهند. روش تابع دیوار وقتی که شرایط جریان خیلی زیاد از شرایط ایده‌آل اساسی توابع دیوار جابجا می‌شود، تابع دیوار کمتر قابل اعتماد است.

برای مثال جریان‌هایی مثل:

- عدد رینولدز پایین نافذ یا تاثیرات دیوار نزدیک (برای مثال جریان عبوری از یک شکاف کوچک یا جریان سیال سرعت پایین لزج)
- تراوش حجیم از دیوار (دمیدن / مکش)
- گرادیان‌های فشار شدید که منجر به جدایش لایه مرزی می‌شوند
- نیروهای حجمی قوی (مثل جریان نزدیک به دیسک‌های چرخان، جریان‌های گردنده شناوری)
- High three-dimensionality در منطقه نزدیکی دیوار (مثل جریان مارپیچ EKMAN، لایه-های مرزی سه‌بعدی خیلی مورب)

اگر هر یک از آیتم‌های بالا یک ویژگی غالب جریان باشد، باید از روش مدل‌سازی نزدیک دیوار استفاده شود.

## ۷-۴-۲- رهنمودهای مش نزدیک دیوار برای توابع دیوار

فاصله از دیوار در سلول‌های مجاور دیوار باید بوسیله در نظر گرفتن رنجی که در آن قانون لگاریتمی قابل قبول است تعیین شود.

- قانون لگاریتمی برای  $y^* \approx 60 > y^*$  معتبر است.
- اگرچه فلوئنت قانون خطی را وقتی  $y^* < 11/225$  بکار می‌برد، استفاده از یک مش بی‌نهایت کوچک در نزدیکی دیوار باید دوری جست، چون توابع دیوار دیگر در زیر لایه لزج با ارزش نیستند.
- مرز بالای لایه لگاریتمی به عدد رینولدز و گرادیان‌های فشار بستگی دارد. وقتی که عدد رینولدز افزایش پیدا کند، مرز بالایی نیز تمایل به افزایش پیدا می‌کند.



## ۲-۵- ملاحظات شبکه برای شبیه‌سازی جریان آشفته

محاسبات موفق جریان‌های آشفته نیاز به ملاحظات در مرحله تولید مش دارد.

از آنجا که آشفتگی یک نقش حاکم را در انتقال و ممنوم و دیگر اسکالرها برای اکثر جریان‌های آشفته پیچیده دارد، باید معین شود که کمیت‌های آشفتگی به طرز مناسبی حل می‌شوند. بخاطر اثر متقابل قوی جریان متوسط و آشفتگی، نتایج عددی برای جریان‌های آشفته تمایل به حساسیت به وابستگی به شبکه دارند تا جریان‌های آرام. بنابراین پیشنهاد می‌شود که در مناطقی که جریان متوسط خیلی سریع تغییر می‌کند و لایه‌های برشی با یک نرخ متوسط کرنش بزرگ وجود دارد، مش به اندازه کافی خوب و کوچک باشد.

## ۲-۶- انتخاب مدل آشفتگی

از لحاظ محاسباتی در فلوئنت، مدل اسپالارت - آلماراس ساده‌ترین مدل آشفتگی است چون فقط یک معادله انتقال آشفته حل می‌کند. مدل  $k-\epsilon$  استاندارد بوضوح نیاز به تلاش‌های محاسباتی بیشتری نسبت به مدل اسپالارت - آلماراس دارد، چون یک معادله انتقال اضافی حل می‌شود. مدل  $k-\epsilon$  محسوس نیاز به انجام اندک محاسبات بیشتری نسبت به مدل  $k-\epsilon$  استاندارد دارد. بدلیل ترم‌های اضافی توابع در بدست آوردن معادلات و درجه غیر خطی بیشتر، محاسبات با مدل  $k-\epsilon$  RNG حدود ۱۰ تا ۱۵٪ وقت CPU را نسبت به مدل  $k-\epsilon$  استاندارد بیشتر می‌گیرد.

RSM در مقایسه با مدل‌های  $k-\epsilon$ ، به خاطر افزایش تعداد معادلات انتقال برای تنش‌های رینولدز، احتیاج به حافظه و زمان CPU بیشتری دارد. در کل در فلوئنت RSM احتیاج به ۵۰ تا ۶۰٪ زمان CPU بیشتری برای هر تکرار در مقایسه با مدل‌های  $k-\epsilon$  دارد علاوه بر این ۱۵ تا ۲۰٪ بیشتر به حافظه نیاز دارد.

گذشته از زمان هر تکرار انتخاب مدل آشفتگی می‌تواند توانایی فلوئنت برای حل همگرا را تحت تاثیر قرار دهد. برای مثال مدل  $k-\epsilon$  استاندارد معروف است که در بعضی از حل‌ها، کمی بیش از حد

انتشار دارد، در حالی که مدل  $k-\epsilon$  RNG طوری طراحی شده است که ویسکوزیته آشفتگی در واکنش به نرخ‌های زیاد کرنش کاهش یابد. به همین نحو RSM ممکن است بخاطر ترکیب بین جریان متوسط و تنش‌های رینولدز، تعداد دفعات تکرار بیشتری برای همگرا شدن نسبت به مدل‌های  $k-\epsilon$  نیاز داشته باشد. با توجه به مسئله مورد نظر در این تحقیق و با توجه به دقت مورد نیاز، مدل  $k-\epsilon$  و تابع استاندارد دیوار برای این تحقیق مناسب تشخیص داده شد.

## فصل ۳

تعیین سطح سیال بوسیله روش حجم

سیال (VOF)

### ۳-۱- مقدمه

در بسیاری از مسائل هیدرودینامیک و مکانیک سیالات تعیین سطح مشترک دو فاز سیال دارای اهمیت بوده و در پدیده‌های هیدرولیکی نیز تعیین سطح آزاد جریان در حل میدان از اهمیت خاصی برخوردار است. روش‌های گوناگونی در تعیین سطح آزاد استفاده می‌شود که نسبت به دیدگاه حاکم بر حل میدان جریان، متفاوت می‌باشد.

در میدان جریان با شبکه ثابت، تعیین سطح آزاد براساس دیدگاه اوپلری نسبت به جریان مشخص می‌شود. در روش VOF برای هر جزء حجم سلول یک معادله دیفرانسیلی حل می‌شود که نهایتاً مقدار جزء حجم سیال در هر سلول معین می‌گردد. نهایتاً در این روش مشخص می‌گردد که این سلول از کدام فاز سیال می‌باشد یا به چه درصدهایی از این دو فاز تبدیل شده است. روش‌های توسعه یافته براساس VOF با توجه به دیدگاه اوپلری نسبت به میدان جریان کارایی بیشتری دارند.

### ۳-۲- محدودیت‌های مدل VOF

- باید در نرم‌افزار از روش Pressure Based solver استفاده شود. مدل VOF در هیچ یک از روش‌های Density Based solver موجود نیست.
- همه حجم‌های کنترل از یک فاز سیال یا ترکیبی از فازها پر می‌شوند. مدل VOF برای مناطق خالی که هیچ سیالی تعریف نشده است مجاز نیست.
- سیال باید تراکم ناپذیر باشد.
- مدل‌سازی انتقال گرما با مدل VOF امکان پذیر نیست.
- انواع مخلوط کردن و جریان واکنشی را نمی‌توان با مدل VOF مدل کرد.
- مدل آشفتگی LES را نمی‌توان با مدل VOF استفاده کرد.
- مدل تغییر فاز برای یخ‌زدن یا ذوب شدن را نمی‌توان در ترکیب با مدل VOF استفاده کرد.

### ۳-۳- معادله حاکم بر روش VOF

در تعیین سطح آزاد به روش VOF از یک تابع متغیر به نام  $f$  استفاده می‌شود که جزء حجم سیال (volume of fluid) نامیده می‌شود. فرمول‌بندی VOF بر این اصل تکیه دارد که دو یا چند

سیال در یکدیگر نفوذ نمی‌کنند. برای هر فاز اضافی که به مدل اضافه می‌شود، یک متغیر تولید می‌شود. کسر حجمی فاز در سلول محاسباتی در هر حجم کنترل، جمع کسرهای حجمی همه فازها به واحد است. بنابراین متغیرها و خصوصیات در هر سلول یا کاملاً معرف یکی از فازهاست یا مخلوطی از فازها. به عبارت دیگر اگر کسر حجمی سیال  $q$  در سلول با  $\alpha q$  مشخص شود، بنابراین سه شرط زیر ممکن می‌شود:

سلول خالی از سیال  $q$   $\rightarrow \alpha q = 0$

سلول پر از سیال  $q$   $\rightarrow \alpha q = 1$

سلول شامل سطح مشترک بین سیال‌هاست  $\rightarrow 0 < \alpha q < 1$

تشکیل این تابع دیفرانسیلی در حالت دو بعدی چنین است:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (1-3)$$

در حل معادلات فوق در سلولی که پر از سیال می‌باشد مقدار  $F$  برابر با ۱ می‌باشد ولی در سلول خالی از سیال این مقدار برابر صفر است در سلول سطحی این مقدار بین صفر و یک است. به هنگام استفاده از معادلات ناویر استوکس و معادله VOF پارامترهای لزجت و چگالی سیال در هر سلول طبق روابط زیر معین می‌گردد، که در سلول‌های سطحی ترکیب دو فاز سیال در چگالی و لزجت هر سلول دیده می‌شود.

$$\rho = \sum_{i=1}^n F_i \rho_i, \quad \mu = \sum_{i=1}^n F_i \mu_i \quad (2-3)$$

روش‌های متفاوتی از حل معادله VOF استفاده می‌شود که به تفصیل در ادامه آورده شده است.

### ۳-۴- روش‌های VOF موجود در نرم‌افزار

#### ۳-۴-۱- الگوی دهنده و گیرنده : (Donor – Acceptor Scheme)

در این روش که روش اصلی حل معادله VOF می‌باشد، جریان به صورت غیر دائمی تحلیل

می‌شود. در سلول سطحی، سطح سیال یا به صورت افقی یا به صورت قائم در نظر گرفته می‌شود، که نحوه چرخش سطح بستگی به سلول‌های همسایه دارد. روش استفاده شده بدین صورت است که یک سلول به عنوان بخشنده یا دهنده (Donor) حجمی معین از سیال می‌باشد که آن را به سلول مجاور خود که سلول گیرنده (Acceptor) می‌باشد، منتقل می‌نماید. در تعیین سطح آزاد هم از پایین دست و هم از بالادست معادلات حل می‌گردند.

چنانچه سرعت در جهت  $x$  را  $u$  بنامیم در این صورت اگر  $u > 0$ ، سلول سمت چپ (بالادست) به عنوان سلول دهنده مطرح می‌شود و سلول سمت راست (پایین دست) به عنوان سلول گیرنده در نظر گرفته می‌شود. و چنانچه  $u < 0$ ، موقعیت سلول دهنده و گیرنده جابجا می‌شود.

مقدار جریان (FLUX) جابجا شده از یک سلول دهنده به یک سلول گیرنده طبق روابط زیر مشخص می‌شوند.

چنانچه میزان فلاکس سیال در سلول  $|v|$  باشد و مقدار آن برابر  $u \cdot \delta t$  باشد و  $f_A$  یا  $f_D$  بیانگر جزء حجم سیال سلول گیرنده یا دهنده باشد، در این صورت مقدار فلاکس  $f$  سلول دهنده یا گیرنده مطابق روابط زیر بدست می‌آید:

$$FL_A = f_A \times |v| \quad (3-3)$$

$$FL_D = f_D \times |v| \quad (4-3)$$

تغییر فلاکس  $f$  در گام زمانی چنانچه برابر (مساحت سطح مورد نظر  $\times \delta f$ ) باشد در این صورت:

$$\delta f = \min\{f_{AD} |v| + CF, f_D \delta x_D\} \quad (5-3)$$

$$CF = \max\{(1 - f_{AD}) |v| - (1 - f_D) \delta x_D, 0\} \quad (6-3)$$

منظور از  $\min$  استفاده شده در معادله فوق آنست که فلاکس  $f$  بیشتری از فلاکس  $f$  وجوه سلول دهنده خارج نشود و منظور از  $\max$  استفاده شده آنست که چنانچه برای سلول مورد نظر فلاکس  $f$  بیشتری مد نظر باشد، که این حجم فلاکس  $f$  بیش از فلاکس  $f$  ورودی باشد، در این صورت این کمبود تامین شود، پس اگر فلاکس  $f$  موجود از وجه سلول دهنده بیش از فلاکس  $f$  وجه سلول گیرنده باشد آنگاه برای ایجاد تعادل از  $CF$  استفاده می‌گردد و چنانچه فلاکس  $f$  موجود از وجه سلول

دهنده کمتر از فلاکس  $f$  وجه سلول گیرنده باشد آنگاه برای ایجاد تعادل از رابطه دارای  $\min$  استفاده می‌شود.

### ۳-۴-۲- الگوی یانگ (Geometric Reconstruction Scheme)

در این روش جریان به صورت غیر دائمی تحلیل می‌شود. در شبکه‌های غیر منظم این روش دقت مناسبی دارد و نیز در شبکه‌های منظم رفتار آن قابل قبول است. از آنجا که این روش توسط یانگ ارائه شده است، این روش بنام روش یانگ معروف می‌باشد.

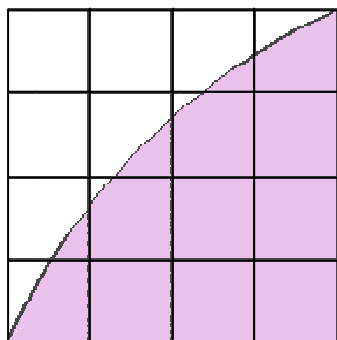
در این روش به منظور تعیین سطح مشترک دو سیال از درون‌یابی خطی استفاده می‌شود. پس از آن در هر سلول براساس شیب سطح بدست آمده از دو سلول مجاور، سرعت محلی تعیین می‌گردد. انفصال معادله VOF به روش آپویند مرتبه اول می‌باشد و با مشخص شدن مقدار جزء حجم سیال  $F_{i,j}$  در هر سلول میزان فلاکس  $F$  در دیوار سمت راست هر سلول  $FL_r$  طبق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$FL_r = \begin{cases} F_{ij} \times u_r \frac{\Delta t}{\Delta x} & : u_r \geq 0 \\ F_{i+1,j} \times u_r \frac{\Delta t}{\Delta x} & u_r < 0 \end{cases} \quad (7-3)$$

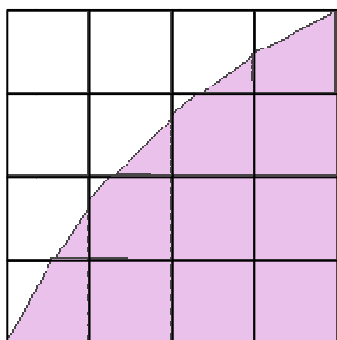
در تعیین شیب سطح مشترک دو سیال در هر سلول از رابطه زیر برای تعیین  $\beta$  (زاویه بین محور مثبت  $x$  و سطح مشترک دو سیال) استفاده می‌شود:

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{-n^x}{n^y} \right) \quad (8-3)$$

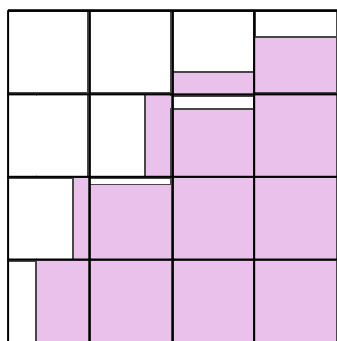
$$\begin{cases} n_{ij}^x = \frac{1}{\Delta x} (F_{i+1,j+1} + 2F_{i+1,j} + F_{i+1,j-1} - F_{i-1,j+1} - 2F_{i-1,j} - F_{i-1,j-1}) \\ n_{ij}^y = \frac{1}{\Delta x} (F_{i+1,j+1} + 2F_{ij+1} + F_{i-1,j+1} - F_{i+1,j-1} - 2F_{ij-1} - F_{i-1,j-1}) \end{cases} \quad (9-3)$$



سطح سیال واقعی



سطح ایجاد شده بوسیله طرح  
بازسازی هندسی



سطح ایجاد شده بوسیله طرح  
دهنده - گیرنده

شکل (۱-۳) مقایسه سطح دو سیال با استفاده از روش‌های مختلف



## فصل ۴

### روش‌های انفصال

#### ۴-۱- روش‌های انفصال معادلات

معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار جریان سیالات که در فصل دوم به آن‌ها اشاره شد، به طور مستقیم قابل استفاده برای کارهای عددی نیستند و باید در ابتدا آن‌ها را به شکلی گسسته‌سازی<sup>۱</sup> نمود. معادلات ناویر - استوکس دارای ترم‌های انتقالی و پخش می‌باشد که هر یک از ترم‌ها را می‌توان به روش‌های مختلف و با دقت‌های متفاوتی گسسته‌سازی نمود. با گسسته‌سازی مقادیر مجهول سرعت در جهات مختلف و فشارها فقط روی یک سری از نقاط که روی مش محاسباتی قرار دارند محاسبه می‌گردند.

بنابراین معادله انفصالی رابطه‌ای جبری است که مقادیر متغیر در یک میدان کوچک را به هم مرتبط می‌سازد.

دو روش عمده بعنوان روش‌های انفصال میدان جریان مطرح می‌باشد:

- روش اجزاء محدود (Finite Element Method)

- روش تفاضل محدود (Finite Difference Method)

تفاوت بین روش‌های تفاضل محدود و اجزاء محدود از نحوه انتخاب پروفیل‌های میدان‌های منفصل شده و نحوه بدست آوردن معادلات انفصال حاصل می‌شود.

روش دیگری که این پروژه بر آن متکی می‌باشد دارای ظاهر روش تفاضل محدود است ولی بسیاری از ایده‌های اجزاء محدود را به کار می‌گیرد. این روش به روش حجم محدود (Finite Volume Method) مشهور است. روش حجم محدود به علت مستتر بودن خاصیت بقای جرم در آن در حل میدان جریان سیال نسبت به سایر روش‌های انفصال ارجح می‌باشد.

#### ۴-۲- روش حجم محدود

الگوریتم‌های عددی شامل مراحل زیر می‌باشند:

---

<sup>۱</sup> Discretization

- انتگرال کلی از معادلات حاکم بر جریان سیال روی تمام حجم‌های کنترل مربوط به میدان حل،

- گسسته‌سازی؛ شامل جای‌گذاری نوعی از تقریب‌های اختلاف محدود برای عبارت‌های داخل معادله انتگرالی می‌باشد، که فرایندهای جریان مثل جابجایی، نفوذ و چشمه‌ها را نشان می‌دهد. این عمل معادلات انتگرالی را به یک سیستم معادلات جبری تبدیل می‌کند،

- حل معادلات جبری با استفاده از یک روش تکرار.

قدم اول، یعنی انتگرال‌گیری از حجم کنترل، حجم محدود را از سایر روش‌های CFD متمایز می‌کند. دیدگاه حجم محدود بقاء محلی هر خاصیت از سیال را برای هر حجم کنترل تضمین می‌کند. این روش رابطه بین الگوریتم عددی و قاعده کلی بقاء محلی هر خاصیت از سیال را برای هر حجم کنترل تضمین می‌کند. این رابطه روشن بین الگوریتم عددی و قاعده کلی بقاء اصل فیزیکی، یکی از جاذبه‌های اصلی روش حجم محدود را تشکیل می‌دهد و درک مفاهیم آن را برای مهندسين، خیلی ساده‌تر از روش‌های عناصر محدود و طیفی برای بقاء یک متغیر جریان  $\phi$  مهیا می‌سازد. برای مثال یک مولفه سرعت در داخل یک حجم کنترل را، می‌توان به صورت یک تساوی بین فرایندهای متفاوت که منجر به افزایش یا کاهش آن می‌شود، نشان داد:

نرخ تغییر  $\phi$  در حجم کنترل نسبت به زمان =

شار خالص  $\phi$  به دلیل جابجایی به داخل حجم کنترل +

شار خالص  $\phi$  به دلیل نفوذ به داخل حجم کنترل +

نرخ خالص تولید  $\phi$  در داخل حجم کنترل

برنامه‌های CFD، شامل روش‌های گسسته‌سازی مناسب، برای حل پدیده‌های انتقالی مهم، جابجایی (انتقال بدلیل جریان سیال)، نفوذ (انتقال بدلیل تغییرات  $\phi$  از نقطه‌ای به نقطه دیگر) و همچنین عبارات چشمه (همراه با تولید یا اتلاف  $\phi$ ) و نرخ تغییر نسبت به زمان می‌باشند. همچنین پدیده‌های فیزیکی اساسی، پیچیده و غیر خطی می‌باشند بنابراین یک روش حل تکرار مورد نیاز است.

در روش مانده‌های وزن‌دار (weighted residual) ابتدا دامنه مورد نظر به تعدادی حجم کنترل غیر همپوشان تقسیم شده به نحوی که هر حجم حول یک نقطه از میدان قرار می‌گیرد و آنگاه از معادله دیفرانسیل روی حجم کنترل انتگرال‌گیری شده و معادلات به فرم عددی منفصل می‌گردند. ایده اصلی در این روش انفصال تقریب معادلات دیفرانسیل جزئی در نقاط مجزا نمی‌باشد، بلکه شرط برقراری اصل بقای جرم به صورت ماکروسکوپی دارای اهمیت است. پس از انتگرال‌گیری روی حجم کنترل مورد نظر مربوط به هر گره، عبارات جابجایی (convection) و پخش (diffusion) باید به گونه‌ای منفصل شوند که فرمول حاصل پایدار و دقیق باشد.

#### ۴-۳- صورت‌های دیفرانسیلی و انتگرالی معادلات کلی انتقال

اگر شکل بقاء تمامی معادلات جریان سیال از جمله معادلات مربوط به کمیت‌های مقیاسی مانند درجه حرارت، تمرکز آلودگی و غیره را با متغیر کلی  $\phi$  معرفی نماییم، می‌توان آن را به شکل زیر نوشت:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho u\phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) + S_\phi \quad (۱-۴)$$

به عبارت دیگر:

$\text{نرخ افزایش } \phi \text{ ناشی از چشمه ها} + \text{نرخ افزایش } \phi \text{ ناشی از نفوذ} = \text{نرخ خالص جریان } \phi \text{ خروجی از المان} + \text{نرخ افزایش } \phi \text{ در المان سیال}$
---

معادله بالا معادله انتقال خاصیت  $\phi$  نامیده می‌شود. و به روشنی فرآیندهای مختلف انتقال را بیان می‌کند. عبارت نرخ تغییر و عبارت جابجایی در سمت چپ رابطه و عبارت نفوذ (ضریب نفوذ =  $\Gamma$ ) و عبارت چشمه به ترتیب در سمت راست رابطه قرار دارد.

در مسائلی که جریان سیال نقص اساسی را ایفا می‌کنند، باید به اثرات جابجایی توجه بیشتری داشته باشیم. نفوذ در طبیعت همواره در راستای جابجایی رخ می‌دهد. معادله نفوذ - جابجایی دائم برای خاصیت کلی  $\phi$  از معادله انتقال (۱-۴) با حذف بخش گذرا قابل استخراج می‌باشد.

$$\operatorname{div}(\rho u \phi) = \operatorname{div}(\Gamma \operatorname{grad} \phi) + S_\phi \quad (2-4)$$

انتگرال گیری روی حجم کنترل می دهد:

$$\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho u \phi) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \operatorname{grad} \phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV \quad (3-4)$$

این معادله، شار را در یک حجم کنترل نشان می دهد. سمت چپ معادله، جابجایی خالص شار و سمت راست شار نفوذی خالص و تولید یا از بین رفتن خاصیت  $\phi$  در داخل حجم کنترل را نشان می دهد.

#### ۴-۴- جابجایی و نفوذ یک بعدی دائم

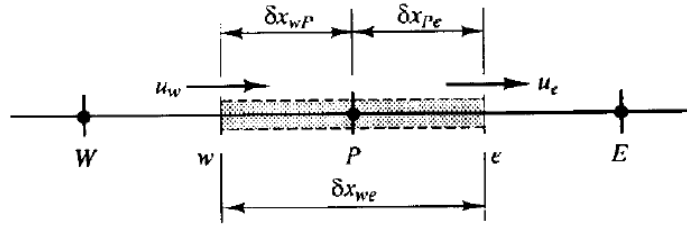
در غیاب چشمه ها، نفوذ و جابجایی معمول خاصیت  $\phi$  در یک میدان جریان یک بعدی  $u$  از رابطه زیر پیروی می کند:

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (4-4)$$

جریان همچنین باید پیوستگی را اغنا کند:

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0 \quad (5-4)$$

یک حجم کنترل یک بعدی را مطابق شکل (۴-۱) در نظر می گیریم. بیشتر توجه ما روی گره عمومی  $P$  متمرکز می باشد. گره های همسایه با  $N$  و  $E$  و سطوح حجم کنترل با  $w$  و  $e$  نشان داده شده اند:



شکل (۱-۴) حجم کنترل اطراف گره P

انتگرال معادله انتقال (۱-۴)، روی حجم کنترل شکل (۱-۴) نتیجه می‌دهد:

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w = \left( \Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \quad (۶-۴)$$

انتگرال روی معادله پیوستگی (۲-۴) نتیجه می‌دهد:

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w = 0 \quad (۷-۴)$$

برای رسیدن به معادلات گسسته شده مساله نفوذ - جابجایی، باید عبارت‌های معادله (۶-۴) را تقریب بزنیم. این عمل، برای تعریف دو متغیر  $F$  و  $D$  جهت نشان دادن شار جرم جابجا شده در واحد سطح و قابلیت نفوذ در سطوح سلول انجام می‌شود:

$$D = \frac{\Gamma}{\delta x} \text{ و } F = \rho u \quad (۸-۴)$$

مقادیر متغیرهای  $F$  و  $D$  مربوط به سطوح سلول بصورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} F_w &= (\rho u)_w, & F_e &= (\rho u)_e \\ D_w &= \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}}, & D_e &= \frac{\Gamma_e}{\delta x_{Pe}} \end{aligned} \quad (۹-۴)$$

با فرض  $A_w = A_e = A$  این روش را توسعه داده و روش اختلاف مرکزی را برای نشان دادن

سهام عبارت‌های نفوذ در سمت راست بکار می‌گیریم.

معادله نفوذ - جابجایی انتگرال‌گیری شده (۶-۴) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_e \phi_e - F_w \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (10-4)$$

و معادله پیوستگی انتگرال گیری شده عبارت است:

$$F_e - F_w = 0 \quad (11-4)$$

همچنین فرض کردیم که میدان سرعت در آنجا تا حدودی معلوم است که توسط مقادیر  $F_e$  و  $F_w$  به دست می آید.

برای حل معادله (10-4) نیاز به محاسبه خاصیت  $\phi$  منتقل شده از سطوح  $e$  و  $w$  داریم. طرح-هایی برای این منظور در بخش های زیر آورده شده است.

#### ۴-۵- طرح اختلاف مرکزی<sup>۱</sup>

تقریب اختلاف مرکزی برای بیان عبارت های نفوذ که در سمت راست معادله (10-4) ظاهر می شوند استفاده می شود و برای محاسبه مقادیر عبارت های جابجایی سطح سلول در سمت چپ این معادله استفاده از یک درونیابی خطی منطقی به نظر می رسد. برای یک شبکه یکنواخت، مقادیر مربوط به خاصیت  $\phi$  روی سطح سلول را به صورت زیر می نویسیم:

$$\begin{aligned} \phi_e &= (\phi_P - \phi_E) / 2 \\ \phi_w &= (\phi_W - \phi_P) / 2 \end{aligned} \quad (12-4)$$

با جاگذاری نتایج بالا در بخش های جابجایی مربوط به (10-4) نتیجه می دهد:

$$\frac{F_e}{2} (\phi_P + \phi_E) - \frac{F_w}{2} (\phi_W + \phi_P) = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (13-4)$$

این رابطه را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \left[ \left( D_w - \frac{F_w}{2} \right) + \left( D_e + \frac{F_e}{2} \right) \right] \phi_P &= \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right) \phi_W + \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right) \phi_E \\ \left[ \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right) + \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right) + (F_e - F_w) \right] \phi_P &= \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right) \phi_W + \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right) \phi_E \end{aligned} \quad (14-4)$$

با در نظر گرفتن ضرایب مربوط به  $\phi_w$  و  $\phi_E$  به صورت  $a_w$  و  $a_E$ ، نتایج اختلافات مرکزی برای

<sup>1</sup> Central Differencing Scheme

معادله گسسته شده نفوذ - جابجایی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E \quad (15-4)$$

که در آنجا :

$a_W$	$a_E$	$a_P$
$D_w + \frac{F_w}{2}$	$D_e - \frac{F_e}{2}$	$a_W + a_E + (F_e - F_w)$

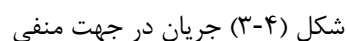
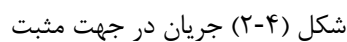
برای حل یک مساله نفوذ - جابجایی یک‌بعدی، معادلات گسسته شده به صورت (۱۵-۴) را برای تمام گره‌های شبکه می‌نویسیم. این عمل یک دستگاه معادلات جبری را نتیجه می‌دهد که برای تعیین توزیع خاصیت منتقل شده  $\phi$  باید حل شود.

#### ۴-۶- طرح اختلاف بالادست<sup>۱</sup>

یکی از بزرگترین نقایص طرح اختلاف مرکزی، ناتوانی آن در تعیین اثر جهت جریان می‌باشد. در طرح اختلاف مرکزی مقدار خاصیت  $\phi$  در سطح غربی یک سلول همواره توسط  $\phi_P$  و  $\phi_W$  تحت تاثیر قرار می‌گیرد. در یک جریان با جابجایی قوی از غرب به شرق، رفتار مذکور نامناسب است، زیرا سطح غربی سلول باید تاثیرات قوی‌تری را از گره  $W$  نسبت به گره  $P$  دریافت کند. روش اختلاف بالادست یا اختلاف "سلول دهنده" جهت جریان را برای تعیین مقدار آن در سطح سلول استفاده می‌کند. به طوریکه مقدار جابجا شده  $\phi$  در سطح سلول برابر با مقدار  $\phi$  در گره بالادست در نظر گرفته می‌شود. در شکل (۴-۲) مقادیر گره‌ای استفاده شده برای محاسبه مقادیر روی سطح سلول هنگامیکه جریان در جهت مثبت حرکت می‌کند (غرب به شرق) نشان داده شده است و در شکل (۴-۳) برای جهت منفی نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Upwind





بالادست می دهد:

معادله گسسته شده (۴-۱۰) می دهد:

که می‌توان به صورت زیر باز نویسی کرد:

تا اینکه

هنگامیکه جریان در جهت منفی حرکت کند،  $u_w < 0$ ،  $(F_e < 0, F_w < 0)$  داریم:

حال معادله گسسته شده عبارت است از:

$$F_e \phi_E - F_w \phi_P = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (۲۰-۴)$$

یا

$$[D_w + (D_e - F_e) + (F_e - F_w)] \phi_P = D_w \phi_W + (D_e - F_e) \phi_E \quad (۲۱-۴)$$

با تعریف ضرایب  $\phi_E$  و  $\phi_W$  به صورت  $a_E$  و  $a_W$ ، معادلات (۱۸-۴) و (۲۱-۴) به صورت کلی زیر

نوشته می‌شود:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E \quad (۲۲-۴)$$

$$a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w) \quad \text{با ضریب مرکزی}$$

و ضرایب همسایه

	$a_W$	$a_E$
$F_w > 0, F_e > 0$	$D_w + F_w$	$D_e$
$F_w < 0, F_e < 0$	$D_w$	$D_e - F_e$

صورتی از عبارت مربوط به ضرایب همسایه طرح اختلاف بالادست که شامل هر دو جهت

جریان (منفی و مثبت) می‌باشد، در زیر داده شده است:

$a_W$	$a_E$
$D_w + \max(F_w, 0)$	$D_e + \max(0, -F_e)$

#### ۷-۴- طرح اختلاف پیوندی

طرح اختلاف پیوند اسپالدینگ براساس ترکیبی از طرح‌های اختلاف بالادست و اختلاف مرکزی

می‌باشد. طرح اختلاف مرکزی که از دقت مرتبه دوم می‌باشد، برای اعداد پکلت کوچک ( $Pe < 2$ )

بکار می‌رود و طرح بالادست از دقت مرتبه اول می‌باشد، اما بدلیل قابلیت انتقال، برای اعداد پکلت

بزرگ ( $Pe \geq 2$ ) بکار می‌رود. طرح اختلاف پیوندی از فرمول تکه خطی براساس عدد پکلت محلی،

برای عرض‌یابی شار خالص عبوری از هر سطح حجم کنترل استفاده می‌کند. عدد پکلت در سطح یک

حجم کنترل ارزیابی می‌شود. بطور مثال برای یک سطح غریبی:

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} = \frac{(\rho u)_w}{\Gamma_w / \delta x_{WP}} \quad (23-4)$$

قاعده اختلاف پیوندی برای شار خالص در واحد سطح که از سطح غربی عبور می کند بصورت زیر می باشد:

$$q_w = F_w \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2}{Pe_w} \right) \phi_w + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2}{Pe_w} \right) \phi_P \right] \quad -2 < Pe_w < 2$$

$$q_w = F_w A_w \phi_w \quad Pe_w \geq 2 \quad (24-4)$$

$$q_w = F_w A_w \phi_P \quad Pe_w \leq -2$$

به آسانی می توان مشاهده کرد که این روش برای اعداد پکلت کوچک هم ارز با روش اختلاف مرکزی برای عبارت های جابجایی و نفوذ می باشد. اما هنگامی که  $|Pe| > 2$  می باشد، با طرح بالادست برای جابجایی هم ارز است، و نفوذ برابر صفر می باشد. شکل عمومی معادله گسسته شده بصورت زیر است:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E \quad (25-4)$$

ضریب مرکزی توسط رابطه زیر بیان می شود:

$$a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w)$$

پس از جاگذاری و بازنویسی ضرایب همسایه برای طرح اختلاف پیوند برای نفوذ - جابجایی یک بعدی و دائم بصورت زیر نوشته می شود:

$a_W$	$a_E$
$\max \left[ F_w, \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right), 0 \right]$	$\max \left[ -F_e, \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right), 0 \right]$

#### ۴-۸- طرح قاعده توانی

طرح اختلاف قاعده توانی پاتانکار یک تقریب خیلی دقیق نسبت به حل دقیق یک بعدی می باشد و نتایج بهتری نسبت به طرح پیوندی ارائه می کند. در این روش هنگامی که عدد پکلت سلول از ۱۰ تجاوز کند، نفوذ صفر در نظر گرفته می شود. اگر  $10 < Pe < \infty$ ، شار با استفاده از یک چند جمله ای

ارزیابی می‌شود. برای مثال، شار خالص در واحد سطح در سطح غربی حجم کنترل با استفاده از رابطه زیر ارزیابی می‌شود:

$$q_w = F_w [\phi_w - \beta_w (\phi_P - \phi_w)] \quad 0 < Pe < 10 \quad (26-4)$$

که در آن

$$\beta_w = (1 - 0.1/Pe_w)^5 / Pe_w$$

و

$$q_w = F_w \phi_w \quad Pe > 10 \quad (27-4)$$

ضرایب معادله گسسته شده یک‌بعدی با استفاده از قاعده توانی برای نفوذ - جابجایی یک‌بعدی دائم، توسط روابط زیر داده بدست می‌آید:

$$a_P = a_w + a_E + (F_e - F_w) \quad \text{ضریب مرکزی} :$$

و

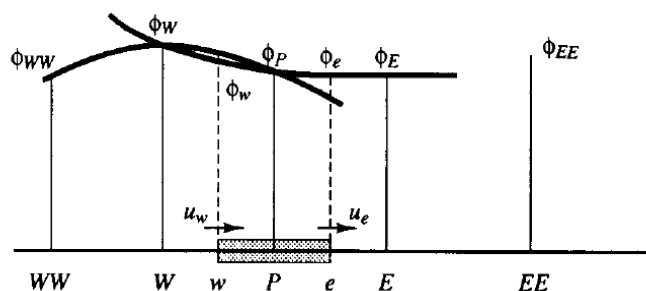
$a_w$	$a_E$
$D_w \max[0, (1 - 0.1/ Pe_w )^5] + \max[F_w, 0]$	$D_e \max[0, (1 - 0.1/ Pe_e )^5] + \max[-F_e, 0]$

خواص طرح اختلاف قاعده توانی شبیه به طرح پیوندی می‌باشد. طرح اختلاف قاعده توانی دقت بیشتری را برای مسائل یک‌بعدی دارا می‌باشد، از این رو مبادرت به ارائه حل دقیق با دقت زیاد می‌کند. ثابت شده است که این طرح در محاسبات جریان واقعی مفید خواهد بود و می‌تواند به صورت متناوب با روش پیوندی استفاده شود.

#### ۹-۴- طرح اختلاف بالادست مرتبه دوم: روش QUICK

طرح درون‌یابی بالادست مرتبه دو برای سینتیک هدایتی (Quick)، از یک درون‌یابی درجه دوم تعدیل شده بالادست سه‌نقطه‌ای برای مقادیر سطح سلول استفاده می‌کند. مقدار  $\phi$  روی سطح، از یک تابع درجه دوم گذرنده از دو گره همسایه سطح و یک گره در سمت بالادست بدست می‌آید (شکل

((۴-۴)).



شکل ((۴-۴)) پروفیل‌های مرتبه دوم استفاده شده در روش QUICK

برای مثال هنگامی که  $u_w > 0$  و  $u_e > 0$  می‌باشد یک منحنی درجه دوم مناسب گذرنده از  $WW$  و  $W$  برای ارزیابی  $\phi_w$ ، و یک منحنی درجه دوم مناسب دیگر گذرنده از  $W$ ،  $P$  و  $E$  برای محاسبه  $\phi_e$  استفاده می‌شود. برای  $u_w > 0$  و  $u_e > 0$  مقادیر  $\phi$  در  $W$ ،  $P$  و  $E$  برای محاسبه  $\phi_w$  و مقادیر  $\phi$  در  $E$  و  $EE$  برای محاسبه  $\phi_e$  استفاده می‌شود. می‌توان نشان داد که برای یک شبکه یکنواخت، مقدار  $\phi$  در سطح سلول بین دو فاصله گره  $i$  و  $i-1$  و گره بالادست  $i-2$  توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\phi_{face} = \frac{6}{\lambda} \phi_{i-1} + \frac{3}{\lambda} \phi_i - \frac{1}{\lambda} \phi_{i-2} \quad (۲۸-۴)$$

هنگامی که  $u_w > 0$  باشد، گره‌های اطراف سطح غربی  $w$  عبارتند از  $W$  و  $P$ ، و گره بالادست

$WW$  می‌باشد (شکل ((۴-۴))، و

$$\phi_w = \frac{6}{\lambda} \phi_W + \frac{3}{\lambda} \phi_P - \frac{1}{\lambda} \phi_{WW} \quad (۲۹-۴)$$

هنگامی که  $u_e > 0$  باشد، گره‌های اطراف سطح شرقی  $e$  عبارتند از  $P$  و  $E$ ، و گره بالادست  $W$

می‌باشد. بنابراین

$$\phi_e = \frac{6}{\lambda} \phi_P + \frac{3}{\lambda} \phi_E - \frac{1}{\lambda} \phi_W \quad (۳۰-۴)$$

بخش‌های نفوذ را می‌توان با استفاده از شیب سهمی مناسب ارزیابی کرد. لازم به ذکر است که

این عمل روی یک شبکه یکنواخت نتایج مشابهی با اختلاف مرکزی برای نفوذ ارائه می‌دهد. اگر

$F_w > 0$  و  $F_e > 0$  باشد و اگر از معادلات (۴-۲۹) و (۴-۳۰) برای بخش‌های جابجایی و از اختلاف

مرکزی برای بخش‌های نفوذ استفاده کنیم، شکل گسسته شده معادله انتقال نفوذ - جابجایی یک

بعدی (۴-۱۰) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\left[ F_e \left( \frac{\epsilon}{\lambda} \phi_P + \frac{\gamma}{\lambda} \phi_E - \frac{1}{\lambda} \phi_W \right) - F_w \left( \frac{\epsilon}{\lambda} \phi_W + \frac{\gamma}{\lambda} \phi_P - \frac{1}{\lambda} \phi_{WW} \right) \right] = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W)$$

که می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\left[ D_w - \frac{\gamma}{\lambda} F_w + D_e + \frac{\epsilon}{\lambda} F_e \right] \phi_P = \left[ D_w + \frac{\epsilon}{\lambda} F_w + \frac{1}{\lambda} F_e \right] \phi_W + \left[ D_e - \frac{\gamma}{\lambda} F_e \right] \phi_E - \frac{1}{\lambda} F_w \phi_{WW} \quad (۴-۳۱)$$

شکل استاندارد برای معادلات گسسته شده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_{WW} \phi_{WW} \quad (۴-۳۲)$$

که در آن:

$a_W$	$a_E$	$a_{WW}$	$a_P$
$D_w + \frac{\epsilon}{\lambda} F_w + \frac{1}{\lambda} F_e$	$\left[ D_e - \frac{\gamma}{\lambda} F_e \right]$	$-\frac{1}{\lambda} F_w$	$a_W + a_E + a_{WW} + (F_e - F_w)$

برای  $F_w < 0$  و  $F_e < 0$  شار عبوری از مرزهای غربی و شرقی توسط عبارات زیر داده می‌شود:

$$\begin{aligned} \phi_w &= \frac{\epsilon}{\lambda} \phi_P + \frac{\gamma}{\lambda} \phi_W - \frac{1}{\lambda} \phi_E \\ \phi_e &= \frac{\epsilon}{\lambda} \phi_E + \frac{\gamma}{\lambda} \phi_P - \frac{1}{\lambda} \phi_{EE} \end{aligned} \quad (۴-۳۳)$$

با جای‌گذاری این دو رابطه در بخش‌های جابجایی در معادله نفوذ - جابجایی گسسته شده

(۴-۱۰)، همراه با اختلاف مرکزی برای بخش‌های نفوذ، پس از بازنویسی به صورت بالا، ضرایب زیر را

نتیجه می‌دهد:

$a_W$	$a_E$	$a_{EE}$	$a_P$
$D_w + \frac{\gamma}{\lambda} F_w$	$D_e - \frac{\epsilon}{\lambda} F_e - \frac{1}{\lambda} F_w$	$\frac{1}{\lambda} F_e$	$a_W + a_E + a_{EE} + (F_e - F_w)$

عبارات کلی معتبر برای جهت‌های مثبت و منفی جریان، با استفاده از ترکیب دو مجموعه ضرایب بالا بدست می‌آید. طرح QUICK برای مسائل نفوذ - جابجایی یک‌بعدی به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_{WW} \phi_{WW} + a_{EE} \phi_{EE} \quad (34-4)$$

با ضریب مرکزی

$$a_P = a_w + a_E + a_{WW} + a_{EE} + (F_e - F_w)$$

و ضریب همسایه

$a_W$	$a_E$	$a_{WW}$	$a_P$
$D_w + \frac{\rho}{\lambda} \alpha_w F_w$ $+ \frac{1}{\lambda} \alpha_e F_e + \frac{\gamma}{\lambda} (1 - \alpha_w) F_w$	$-\frac{1}{\lambda} \alpha_w F_w$	$D_e - \frac{\gamma}{\lambda} \alpha_e F_e$ $- \frac{\rho}{\lambda} (1 - \alpha_e) F_e - \frac{1}{\lambda} (1 - \alpha_w) F_w$	$\frac{1}{\lambda} (1 - \alpha_e) F_e$

که در آن

$$F_w > 0 \Rightarrow \alpha_w = 1, \quad F_e > 0 \Rightarrow \alpha_e = 1$$

$$F_w < 0 \Rightarrow \alpha_w = 0, \quad F_e < 0 \Rightarrow \alpha_e = 0$$

## فصل ۵

الگوریتم‌های حل توام سرعت – فشار

در جریان‌های دائم



## ۵-۱- مقدمه

معادلات حاکم بر جریان لایه‌ای آرام دوبعدی دائمی بصورت زیر می‌باشد.

معادله ممنتوم در جهت  $x$ :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_u \quad (۵-۱)$$

معادله ممنتوم در جهت  $y$ :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial y} + S_v \quad (۵-۲)$$

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (۵-۳)$$

هر سه معادله بالا بطور پیچیده با هم ترکیب شده‌اند، زیرا همه مولفه‌های سرعت در هر معادله اندازه حرکت و معادله پیوستگی ظاهر می‌شوند. بیشتر پیچیدگی حل مساله نقشی است که توسط فشار ایفا می‌شود، که در هر دو معادله اندازه حرکت مشاهده می‌شود، اما ظاهراً هیچ معادله (انتقال یا غیره) برای فشار وجود ندارد.

ما می‌خواهیم میدان فشار را به عنوان قسمتی از حل محاسبه کنیم. اگر جریان تراکم‌پذیر باشد معادله پیوستگی ممکن است بصورت معادله انتقال برای چگالی و بعلاوه برای دستگاه معادلات ۵-۱ و ۵-۳ استفاده شود. معادله انرژی یک معادله انتقال برای دما می‌باشد، لذا فشار با استفاده از معادله حالت  $p = p(\rho, T)$  بصورت تابعی از چگالی و دما بدست می‌آید. ولی اگر جریان غیرقابل تراکم باشد، چگالی ثابت است و از اینرو طبق تعریف نمی‌تواند به فشار مربوط شود. در این حالت ترکیب بین فشار صحیح در معادلات اندازه حرکت اعمال شود، میدان سرعت حاصل باید پیوستگی را اغنا کند.

## ۵-۲- شبکه جابجا شده

روش حجم محدود، همیشه با گسسته‌سازی ناحیه جریان و معادلات انتقال مربوطه شروع می‌شود. ابتدا لازم است جایی برای ذخیره سرعت‌ها تعیین کنیم. منطقی به نظر می‌رسد که این سرعت‌ها را در مکان‌های یکسانی بصورت متغیرهای اسکالر مانند فشار، درجه حرارت و غیره تعریف کنیم. ولی اگر سرعت‌ها و فشارها هر دو در گره‌های یک حجم کنترل معمولی تعریف شده باشند، یک میدان فشار به شدت غیریکنواخت می‌تواند شبیه یک میدان یکنواخت در معادلات اندازه حرکت گسسته شده عمل کند.

روشن است که اگر سرعت‌ها در گره‌های شبکه اسکالر تعریف شده باشند، تاثیر فشار در معادلات گسسته اندازه حرکت به خوبی ظاهر نمی‌شود. یک راه‌حل برای این مشکل، استفاده از یک شبکه جابجا شده برای مولفه‌های سرعت می‌باشد. این ایده برای محاسبه متغیرهای اسکالر، از جمله فشار، چگالی، دما و غیره در نقاط گرهی معمولی و نیز محاسبه مولفه‌های سرعت روی شبکه جابجا شده متمرکز در اطراف وجوه سلول می‌باشد. ترتیب محاسبات جریان دوبعدی در شکل (۵-۱) نشان داده شده است.

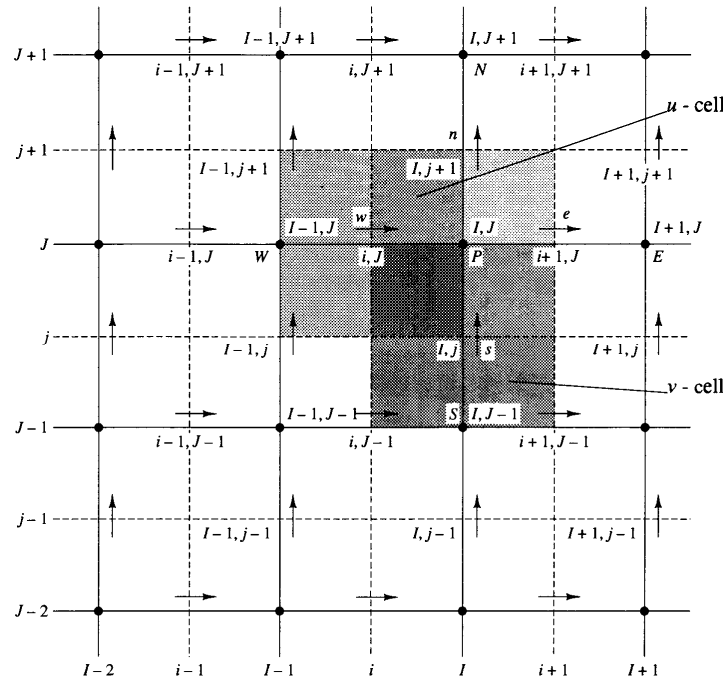
متغیرهای اسکالر شامل فشار، در گره‌هایی که با علامت • نشان داده شده است ذخیره می‌شوند. سرعت‌ها در وجوه سلول (اسکالر) بین گره‌ها تعریف شده و با پیکان نمایش داده شده‌اند. پیکان‌های افقی (→) نشان‌دهنده سرعت‌ها در جهت  $u$  و پیکان‌های عمودی (↑) مبین سرعت‌ها در جهت  $v$  می‌باشند.

## ۵-۳- معادلات اندازه حرکت

معادله گسسته شده اندازه حرکت  $u$  مربوط به سرعت، در موقعیت  $(i, J)$  در سیستم مختصات جدید مذکور توسط رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$a_{i,J} u_{i,J} = \sum a_{nb} u_{nb} - \frac{P_{I,J} - P_{I-1,J}}{\delta x_u} \Delta V_u + \bar{S} \Delta V_u$$

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{I-1,j} - p_{I,j})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (۴-۵)$$



شکل (۱-۵) نمونه‌ای از شبکه جابجا شده

که  $\Delta V_u$  حجم سلول  $u$ ،  $b_{i,j} = \bar{S} \cdot \Delta V_u$  بخش چشمه اندازه حرکت و  $A_{i,j}$  عبارتست از وجه (شرقی یا غربی) سلول مربوط به حجم کنترل  $u$  می‌باشد. عبارت چشمه شیب فشار در ۴-۵ با درون-یابی خطی بین گره‌های فشار واقع در مرزهای حجم کنترل  $u$  گسسته شده است. در سیستم شماره-گذاری جدید، همسایه‌های  $S, N, W, E$  که در  $\sum a_{nb}u_{nb}$  قرار دارند عبارتند از:  $(i-1, j)$ ،  $(i+1, j)$ ،  $(i, j-1)$ ،  $(i, j+1)$ . موقعیت آنها و غلب سرعت‌ها در شکل (۲-۵) با جزئیات بیشتری شرح داده شده است. مقادیر ضرایب  $a_{i,j}$  و  $a_{nb}$  ممکن است یا هر یک از روش‌های اختلاف (QUICK، پیوند، بالادست) که برای مسائل نفوذ - جابجایی مناسب هستند قابل محاسبه باشند.

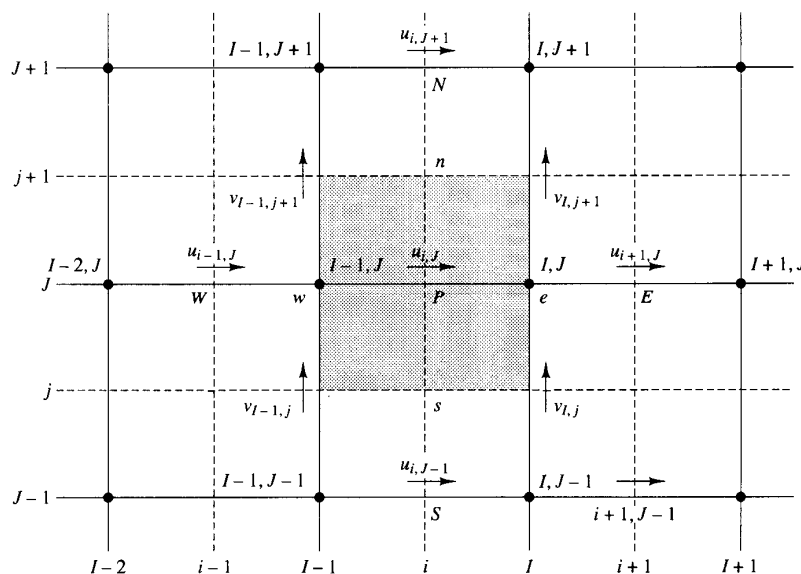
معادله اندازه حرکت در جهت  $v$  بصورت زیر می‌باشد:

$$a_{i,j}v_{i,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + (p_{I,j-1} - p_{I,j})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (۵-۵)$$

#### ۴-۵- الگوریتم سیمپل [۱۵]

این الگوریتم اولین بار توسط پاتانکار و اسپالدینگ مطرح شد و اساساً یک روش حدس و

$$a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I \rightarrow j}^* - p_{I,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (9-5)$$

$$a_{l,j}v_{l,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{l,j \rightarrow}^* - p_{l,j}^*)A_{l,j} + b_{l,j} \quad (10-5)$$


شکل (۲-۵) یک حجم کنترل  $u$  و مولفه‌های سرعت همسایه آن

$$p = p^* + p' \quad (\lambda - \delta)$$

بصورت مشابه برای سرعت‌ها داریم:

$$u = u^* + u' \quad (9-5)$$

$$v = v^* + v' \quad (1 \cdot -5)$$

با جایگذاری میدان فشار صحیح  $p$  در معادلات اندازه حرکت، میدان سرعت صحیح  $(u, v)$  حاصل می‌شود. معادلات گسسته (۴-۵) و (۵-۵) میدان‌های سرعت صحیح را به میدان فشار صحیح مرتبط می‌سازند. اگر معادلات (۶-۵) و (۷-۵) را به ترتیب از معادلات (۴-۵) و (۵-۵) کم کرده و از روابط تصحیح (۹-۵) و (۱۰-۵) استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{I-1,j} - p'_{I,j})A_{i,j} \quad (۱۱-۵)$$

$$a_{i,j}v'_{i,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{I,j} - p'_{I,j-1})A_{i,j} \quad (۱۲-۵)$$

در اینجا  $\sum a_{nb}u'_{nb}$  و  $\sum a_{nb}v'_{nb}$  بمنظور ساده شدن معادلات (۱۱-۵) و (۱۲-۵)، در روابط مربوط به اصلاحات سرعت حذف می‌شود. حذف این عبارات، تقریب اصلی مربوط به الگوریتم سیمپل می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$u'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \quad (۱۳-۵)$$

$$v'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{I,j} - p'_{I,j-1}) \quad (۱۴-۵)$$

که:

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}}, \quad d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}} \quad (۱۵-۵)$$

معادلات (۱۳-۵) و (۱۴-۵) اصلاحات اعمال شده به سرعت‌ها توسط روابط (۹-۵) و (۱۰-۵) را توصیف می‌کنند، بنابراین داریم:

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \quad (۱۶-۵)$$

$$v_{i,j} = v_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{I,j} - p'_{I,j-1}) \quad (۱۷-۵)$$

عبارت مشابهی برای  $u_{i+1,j}$  و  $v_{i,j+1}$  می‌توان بدست آورد:

$$u_{i+1,j} = u_{i+1,j}^* + d_{i+1,j}(p'_{I,j} - p'_{I+1,j}) \quad (۱۸-۵)$$

$$v_{i,j+1} = v_{i,j+1}^* + d_{i,j+1}(p'_{I,j} - p'_{I,j+1}) \quad (۱۹-۵)$$

که:

$$d_{i+1,j} = \frac{A_{i+1,j}}{a_{i+1,j}}, \quad d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1}}{a_{I,j+1}} \quad (20-5)$$

با توجه به اینکه میدان سرعت باید معادله پیوستگی ۳-۵ را اغنا کند با در نظر گرفتن شکل

(۳-۵) داریم:

$$[(\rho u A)_{i+1,j} - (\rho u A)_{i,j}] + [(\rho v A)_{I,j+1} - (\rho v A)_{I,j}] = 0 \quad (21-5)$$

با جایگذاری سرعت‌های تصحیح شده از معادلات ۱۶-۵ تا ۲۰-۵، در معادله پیوستگی گسسته-

شده (۲۱-۵) قرار داده و پس از ساده سازی داریم:

$$a_{I,j} p'_{I,j} = a_{I+1,j} p'_{I+1,j} + a_{I-1,j} p'_{I-1,j} + a_{I,j+1} p'_{I,j+1} + a_{I,j-1} p'_{I,j-1} + b'_{I,j} \quad (22-5)$$

$$a_{I,j} = a_{I+1,j} + a_{I-1,j} + a_{I,j+1} + a_{I,j-1} \quad \text{که}$$

$a_{I+1,j}$	$a_{I-1,j}$	$a_{I,j+1}$	$a_{I,j-1}$	$b'_{I,j}$
$(\rho dA)_{i+1,j}$	$(\rho dA)_{i,j}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$	$(\rho dA)_{I,j}$	$(\rho u^* A)_{I,j} - (\rho u^* A)_{i+1,j} + (\rho u^* A)_{I,j} - (\rho u^* A)_{I,j+1}$

با حل معادله (۲۲-۵) میدان تصحیح فشار  $p'$  در تمام نقاط بدست می‌آید. وقتی که میدان

تصحیح فشار معلوم است، میدان فشار صحیح با استفاده از رابطه (۸-۵) بدست می‌آید و همچنین

مولفه‌های سرعت از طریق رابطه تصحیح (۱۶-۵) تا (۲۰-۵) بدست می‌آیند.

معادله تصحیح فشار تمایل به واگرایی دارد، مگر اینکه در طول فرآیندهای تکرار مادون رهایی<sup>۱</sup>

استفاده شود و فشارهای اصلاح شده جدید ( $p^{new}$ ) با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad (23-5)$$

که  $\alpha_p$  ضریب مادون رهایی فشار است. اگر  $\alpha_p$  را برابر یک در نظر بگیریم، میدان فشار

حدسی  $p^*$  با استفاده از  $p'$  تصحیح خواهد شد. و اگر برابر صفر باشد هیچ‌گونه اصلاحاتی را به دنبال

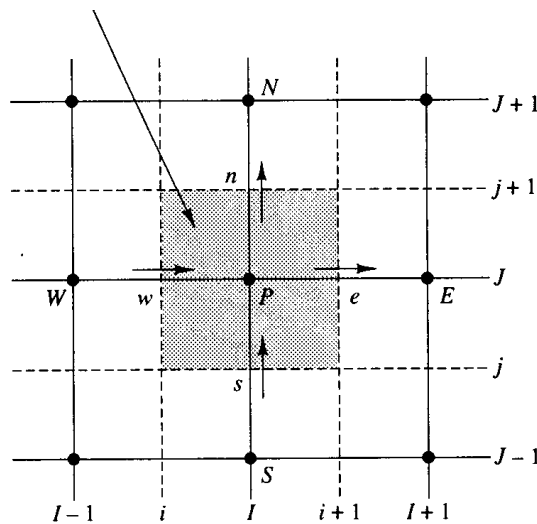
<sup>1</sup> Underrelaxation

نخواهد داشت که این هم برای ما مطلوب نیست. با  $\alpha_p$  بین صفر و یک می‌توانیم کسری از میدان تصحیح  $p'$  را به میدان حدسی  $p^*$  اضافه کنیم. سرعت‌ها نیز مادون رهایی شده‌اند. مولفه‌های سرعت بهبود یافته به صورت تکراری  $u^{new}$  و  $v^{new}$  از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$u^{new} = \alpha_u u + (1 - \alpha_u) u^{(n-1)} \quad (24-5)$$

$$v^{new} = \alpha_v v + (1 - \alpha_v) v^{(n-1)} \quad (25-5)$$

حجم کنترل اسکالر (معادله پیوستگی)



شکل (۳-۵) حجم کنترل اسکالر استفاده شده برای گسسته‌سازی معادله پیوستگی

که  $\alpha_u$  و  $\alpha_v$  عبارتند از ضرایب مادون رهایی سرعت  $u$  و  $v$ ، با مقادیر بین صفر و یک.  $u$  و  $v$  عبارتند از مولفه‌های تصحیح شده سرعت، بدون رهایی، و  $u^{(n-1)}$  و  $v^{(n-1)}$  نشان دهنده مقادیر بدست آمده آنها در تکرار قبلی می‌باشند. بعد از یک سری عملیات جبری می‌توان نشان داد که معادله گسسته اندازه حرکت  $u$  توسط مادون رهایی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{a_{i,j}}{\alpha_u} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{I-1,j} - p_{I,j}) A_{i,j} + b_{i,j} + \left[ (1 - \alpha_u) \frac{a_{i,j}}{\alpha_u} \right] u_{i,j}^{(n-1)} \quad (26-5)$$

و معادله گسسته اندازه حرکت  $v$  عبارتست از:

$$\frac{a_{i,j}}{\alpha_v} v_{i,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_{I,j-1} - p_{I,j}) A_{i,j} + b_{i,j} + \left[ (1 - \alpha_v) \frac{a_{i,j}}{\alpha_v} \right] v_{i,j}^{(n-1)} \quad (27-5)$$

همچنین معادله تصحیح فشار تحت تاثیر مادون رهایی سرعت قرار می گیرد و می توان نشان

داد که عبارت های  $d$  معادله تصحیح فشار بصورت زیر می باشد:

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}\alpha_u}{a_{i,j}} \quad d_{i+1,j} = \frac{A_{i+1,j}\alpha_u}{a_{i+1,j}} \quad d_{I,j} = \frac{A_{I,j}\alpha_v}{a_{I,j}} \quad d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1}\alpha_v}{a_{I,j+1}}$$

توجه شود که در این رابطه  $a_{i,j}$ ،  $a_{i+1,j}$ ،  $a_{I,j}$ ،  $a_{I,j+1}$  عبارتند از ضرایب مرکزی معادلات

گسسته سرعت در مکان های  $(i, j)$ ،  $(i+1, j)$ ،  $(I, j)$  و  $(I, j+1)$  مربوط به مرکز سلول اسکالر

اطراف  $P$ .

انتخاب صحیح ضرایب مادون رهایی  $\alpha$  برای شبیه سازی های پیچیده ضروری می باشد. مقدار

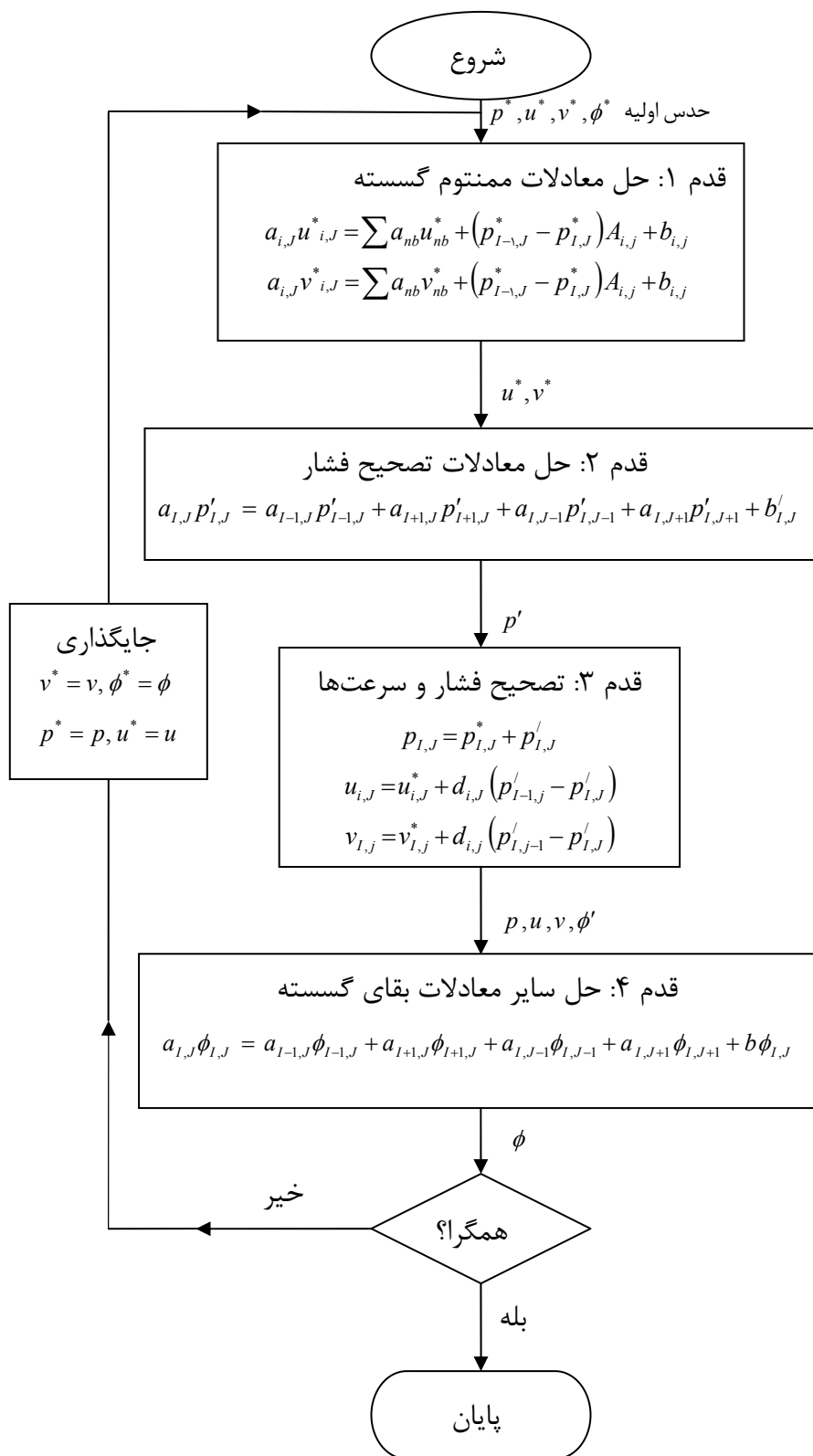
خیلی بزرگ  $\alpha$  ممکن است منجر به جواب های نوسانی و یا حتی تکراری واگرا شود و مقدار خیلی

کوچک  $\alpha$  باعث می شود که همگرایی بسیار آرام صورت گیرد.

مراحل مربوط به عملکرد یک روش روش CFD که از الگوریتم سیمپل استفاده می کند، در

شکل (۴-۵) نشان داده شده است.





شکل (۵-۴) الگوریتم سیمپل

## ۵-۵- الگوریتم سیمپل سی [۱۵]

الگوریتم سیمپل سی (سیمپل سازگار) ون دورمال و رایتبی<sup>۱</sup> از همان مراحل الگوریتم سیمپل پیروی می کند، با این تفاوت که معادلات اندازه حرکت دستکاری شده است، بطوریکه در استخراج معادلات تصحیح سرعت در الگوریتم سیمپل سی بخش های حذف شده اهمیت کمتری نسبت به بخش های حذف شده در سیمپل دارند.

معادله تصحیح سرعت  $u$  برای سیمپل سی توسط رابطه زیر داده شده است:

$$u'_{i,j} = d_{i,j} (p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \quad (28-5)$$

که

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j} - \sum a_{nb}} \quad (29-5)$$

بطور مشابه، معادله اصلاح شده تصحیح سرعت  $v$  عبارتست از:

$$v'_{I,j} = d_{I,j} (p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) \quad (29-5)$$

که

$$d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j} - \sum a_{nb}} \quad (30-5)$$

معادله تصحیح فشار گسسته در اینجا همانند سیمپل می باشد، به استثناء اینکه عبارت های  $d$  از معادلات (۲۸-۵) و (۳۰-۵) محاسبه می شوند. روند عملکردهای الگوریتم سیمپل سی با سیمپل یکسان می باشد.

## ۵-۶- الگوریتم PISO

الگوریتم PISO توسط عیسی<sup>۲</sup> ابداع شد و یک روش محاسبه سرعت - فشار می باشد که اساسا برای محاسبه غیر تکراری جریاهای تراکم پذیر غیردائمی بکار می رود. این روش بطور موفقیت آمیز

<sup>1</sup> Van Doormal and Raithby

<sup>2</sup> Issa

برای حل تکراری مسائل حالت دائمی نیز سازگار می‌باشد. PISO دارای یک مرحله پیش‌بینی و دو مرحله تصحیح می‌باشد و در مواقع بسط روش سیمپل با یک مرحله تصحیح اضافه می‌باشد.

#### مرحله پیش‌بینی

معادلات گسسته اندازه حرکت (۵-۶) و (۵-۷) با یک میدان فشار حدسی یا میدان فشار متوسط  $p^*$  با استفاده از روش مشابهی مانند الگوریتم سیمپل برای بدست آوردن مولفه‌های سرعت  $u^*$  و  $v^*$  حل می‌شوند.

#### مرحله تصحیح ۱

میدان‌های سرعت  $u^*$  و  $v^*$  پیوستگی را اغنا نخواهد کرد، مگر اینکه میدان فشار  $p^*$  صحیح باشد. اولین مرحله تصحیح سیمپل با دادن سرعت  $(u^{**}, v^{**})$  که معادلات گسسته پیوستگی را اغنا می‌کند شروع می‌شود. معادلات حاصل همان معادلات تصحیح سرعت (۵-۱۶) و (۵-۱۷) سیمپل می‌باشند، اما چون در یک الگوریتم PISO مرحله تصحیح دیگری وجود دارد، از علائم دیگری استفاده می‌کنیم:

$$p^{**} = p^* + p' \quad u^{**} = u^* + u' \quad v^{**} = v^* + v'$$

این روابط برای تعریف سرعت‌های تصحیح شده  $u^{**}$  و  $v^{**}$  بکار می‌روند:

$$u_{i,j}^{**} = u_{i,j}^* + d_{i,j} (p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \quad (۵-۳۱)$$

$$v_{I,j}^{**} = v_{I,j}^* + d_{I,j} (p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) \quad (۵-۳۲)$$

همانند الگوریتم سیمپل، برای دست آوردن معادله تصحیح فشار (۵-۲۲) با ضرایب و بخش چشمه آن، معادلات (۵-۳۱) و (۵-۳۲) در معادله گسسته پیوستگی (۵-۲۱) جایگذاری می‌شوند. در روش PISO معادله (۵-۲۲) اولین معادله تصحیح فشار نامیده می‌شود، که برای بدست آوردن اولین میدان تصحیح فشار  $p'$ ، حل می‌شود. اگر اصلاحات فشار معلوم باشند، مولفه‌های  $u^{**}$  و  $v^{**}$  سرعت را می‌توان از معادلات (۵-۳۱) و (۵-۳۲) بدست آورد.

## مرحله تصحیح ۲

در روش PISO یک مرحله تصحیح اضافه نسبت به روش سیمپل وجود دارد. معادلات گسسته

اندازه حرکت برای  $u^{**}$  و  $v^{**}$  عبارتند از:

$$a_{i,j}u_{i,j}^{**} = \sum a_{nb}u_{nb}^{**} + (p_{I-1,j}^{**} - p_{I,j}^{**})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (33-5)$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^{**} = \sum a_{nb}v_{nb}^{**} + (p_{I,j-1}^{**} - p_{I,j}^{**})A_{I,j} + b_{I,j} \quad (34-5)$$

میدان سرعت دوبار تصحیح شده  $(u^{***}, v^{***})$ ، با حل دوباره معادلات اندازه حرکت بدست

می‌آید:

$$a_{i,j}u_{i,j}^{***} = \sum a_{nb}u_{nb}^{**} + (p_{I-1,j}^{***} - p_{I,j}^{***})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (35-5)$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^{***} = \sum a_{nb}v_{nb}^{**} + (p_{I,j-1}^{***} - p_{I,j}^{***})A_{I,j} + b_{I,j} \quad (36-5)$$

توجه داشته باشید که عبارت‌های جمع جبری، با استفاده از سرعت‌های محاسبه شده  $u^{**}$  و

$v^{**}$  در مرحله تصحیح قبلی بدست می‌آید. با تفریق معادله (33-5) از (35-5) و همچنین (34-5) از

(36-5) داریم:

$$u_{i,j}^{**} = u_{i,j}^{**} + \frac{\sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^{*})}{a_{i,j}} + d_{i,j}(p_{I-1,j}^{**} - p_{I,j}^{**}) \quad (37-5)$$

$$v_{I,j}^{**} = v_{I,j}^{**} + \frac{\sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^{*})}{a_{I,j}} + d_{I,j}(p_{I,j-1}^{**} - p_{I,j}^{**}) \quad (38-5)$$

$p^{**}$  تصحیح فشار دوم می‌باشد، بنابراین  $p^{***}$  با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p^{***} = p^{**} + p^{**} \quad (39-5)$$

با جایگذاری  $u^{***}$  و  $v^{***}$  در معادله گسسته پیوستگی (41-5) معادله تصحیح فشار دوم حاصل

می‌شود:

$$a_{I,j}p_{I,j}^{**} = a_{I+1,j}p_{I+1,j}^{**} + a_{I-1,j}p_{I-1,j}^{**} + a_{I,j+1}p_{I,j+1}^{**} + a_{I,j-1}p_{I,j-1}^{**} + b_{I,j}^{**} \quad (40-5)$$

که

$$a_{I,j} = a_{I+1,j} + a_{I-1,j} + a_{I,j+1} + a_{I,j-1}$$

و ضرایب بصورت زیر می‌باشند:

$a_{I+1,J}$	$a_{I-1,J}$	$a_{I,J+1}$	$a_{I,J-1}$	$b'_{I,J}$
$(\rho dA)_{i+1,J}$	$(\rho dA)_{i,J}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$	$(\rho dA)_{I,j}$	$\left(\frac{\rho A}{a}\right)_{i,J} \sum a_{nb} (u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)$ $- \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{i+1,J} \sum a_{nb} (u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)$ $+ \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{I,j} \sum a_{nb} (v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)$ $- \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{I,j+1} \sum a_{nb} (v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)$

در استخراج (۴۰-۵)، تا زمانیکه مولفه‌های سرعت  $u^{**}$  و  $v^{**}$  پیوستگی را اغنا می‌کنند، بخش

چشمه زیر صفر می‌باشد:

$$[(\rho Au^{**})_{i,J} - (\rho Au^{**})_{i+1,J}] + [(\rho Av^{**})_{I,j} - (\rho Av^{**})_{I,j+1}] = 0$$

معادله (۴۰-۵) برای بدست آوردن میدان تصحیح فشار دوم  $p''$  حل شده است و میدان فشار

دوبار تصحیح شده از رابطه زیر بدست می‌آید:

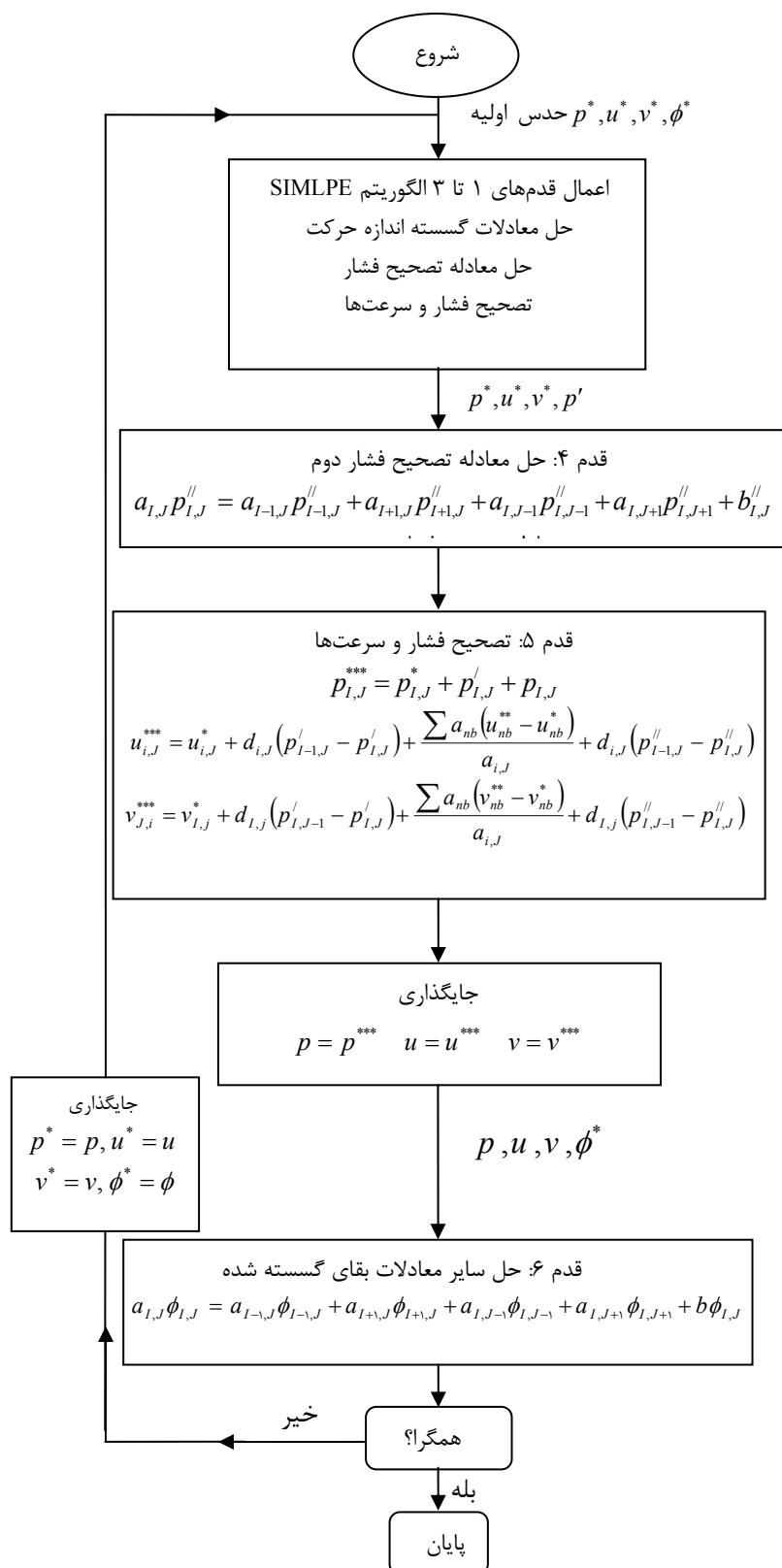
$$p^{***} = p^{**} + p'' = p^* + p'' + p'' \quad (۴۱-۵)$$

در نهایت، میدان سرعت دوبار تصحیح شده از معادلات (۳۷-۵) و (۳۸-۵) بدست می‌آید. در

محاسبه غیر تکراری جریان‌های گذرا، میدان فشار  $p^{***}$  و میدان‌های سرعت  $u^{***}$  و  $v^{***}$  برابر مقادیر

صحیح  $p$ ،  $u$  و  $v$  فرض می‌شود. روند عملکردهای یک محاسبه تکراری PISO در حالت دائم در

شکل (۵-۵) داده شده است.



شکل ۴-۵- الگوریتم PISO

## فصل ۶

### مدل سازی عددی

## ۱-۶- مدل سازی دوبعدی جریان آشفته آب با دو نوع شرایط مرزی

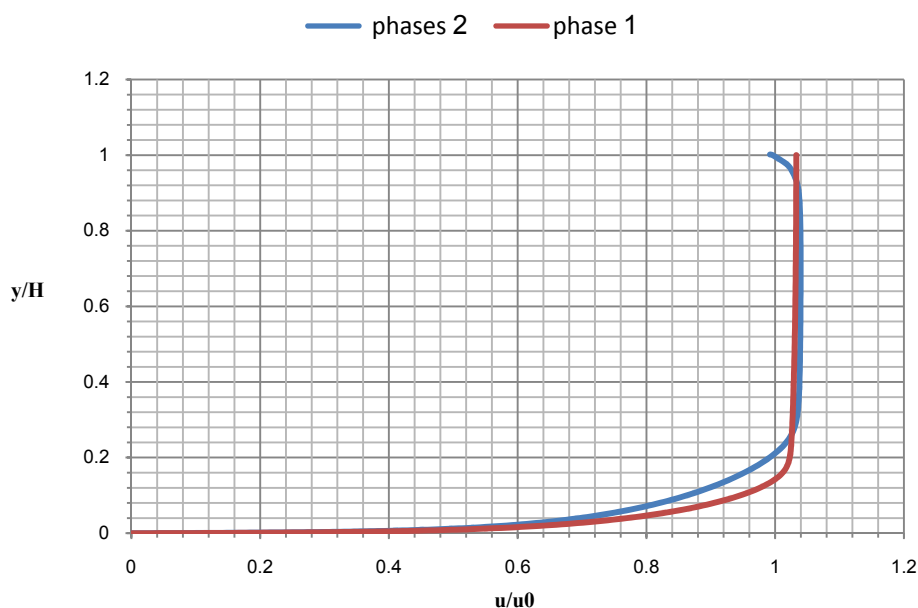
معمولا برای مدل سازی جریان آب در کانال، برای ساده سازی مدل، از مدل کردن فاز هوا صرف نظر می شود، برای مثال مدل کردن آب شستگی اطراف پایه های پل. برای مدل سازی جریان آب در حالت دوبعدی معمولا از دو روش استفاده می کنند، یکی مدل سازی تکفازی آب و یکی مدل سازی دوفازی آب و هوای بالای آن. در حالت اول مرز بین آب و هوا، سطح آب، را به صورت متقارن (Symmetry) تعریف می کنند. در این مدل سازی بدلیل تکفاز بودن مدل، تاثیر هوا بر روی سرعت جریان نادیده گرفته شده است، اما در حالت دوفازی تاثیر هوا می تواند قابل توجه باشد. در شکل ۱-۶ پروفیل های سرعت در کانال در حالت های تک و دوفاز برای یک مدل دوبعدی نمایش داده شده است.

ابعاد مدل به طول ۶۰۰ سانتیمتر و ارتفاع مدل تکفاز ۱۶ سانتیمتر و در حالت دوفاز ۲۰ سانتیمتر که ارتفاع آب ۱۶ و هوا ۴ سانتیمتر می باشد. دبی در واحد عرض ورودی جریان  $0.48 \text{ m}^3/\text{s.m}$  برابر با سرعت متوسط ورودی ( $0.3 \text{ m/s}$ )، در ارتفاع آب می باشد.

جدول ۱-۶- شرایط مرزی و دیگر مشخصات مدل ها

	مدل تکفازی	مدل دوفازی
تعداد گره	۹۶۷۶۱	۱۰۶۳۷۷
تعداد سلول	۹۶۰۰۰	۱۰۵۶۰۰
شرایط مرزی ورودی	Velocity Inlet	Velocity Inlet
شرایط مرزی خروجی	Pressure Outlet	Pressure Outlet
شرایط مرزی سطح آب	Symmetry	(VOF)
شرایط مرزی سطح هوا	-	Symmetry
Max courant Number	۰/۹۶۹	۰/۹۶۹
Time Step size (s)	۰/۰۰۲۵	۰/۰۰۲۵





شکل ۶-۱- مقایسه پروفیل سرعت مدل یک و دوفازی

همان‌طور که در شکل ۶-۱ مشاهده می‌شود در حالت تک‌فازی نمودار سرعت در ارتفاع ۲/۷ سانتیمتر به حالت یکنواخت خود می‌رسد و سرعت ماکزیمم  $0.3098 \text{ m/s}$  می‌باشد. در حالی که در حالت دوفازی سرعت ماکزیمم  $0.3118 \text{ m/s}$  می‌باشد و نمودار دوفازی در ارتفاع ۴/۸ سانتیمتری به حالت یکنواخت خود می‌رسد، همچنین در سطح آب از مقدار سرعت آب کاسته می‌شود، ولی در حالت تک‌فازی این تغییر سرعت وجود ندارد.

با توجه به نمودار بالا می‌توان به این نتیجه رسید که، برای مدل کردن جریان دوفازی آب و هوا، بهتر است که از شرایط متقارن در سطح آب (مدل یک‌فازی) دوری جست بخصوص اگر در سطح آب اختلاف ارتفاع وجود داشته باشد، برای مثال جریان در کانال در اطراف پایه‌های پل [۱۸]. در اطراف پایه‌های پل در کانال، سطح آب تغییر می‌کند بنابراین برای ساده کردن مدل‌سازی نمی‌توان از مدل یک‌فازی با شرایط مرزی متقارن در سطح آب استفاده نمود. برای مدل کردن جریان‌های پیچیده مثل آب شستگی اطراف پایه‌های پل [۱۸]، و یا حرکت ذرات رسوب در کانال باز [۱۹]، مناسب نیست که از مدل یک‌فازی (فقط آب) یا حتی دوفازی (آب و فاز بستر کانال) استفاده گردد. بهترین مدل برای آب‌شستگی، مدل سه‌فازی آب، هوا و فاز بستر می‌باشد.

در ادامه این فصل به شرح مدل و چگونگی انجام مدل سازی و نتایج بدست آمده می پردازیم. با توجه به نبود کار آزمایشگاهی کانالی به طول ۳۰۰ cm، عرض ۵۰ cm و عمق ۴۰ cm و شعاع انحنای مقطع تنگنای ۷/۵ cm انتخاب گردید که در این مطالعه به عنوان کانال مبنا در نظر گرفته می شود. این کانال با سه تنگ شدگی به صورت نیم دایره ای به شعاع ۲/۵ cm، ۵ و ۷/۵ در دو طرف کانال برای سرعت های ۰/۱ تا ۰/۴ m/s مدل شده است. با توجه به ابعاد کانال این سرعت ها ایجاد اعداد فرود از ۰/۰۵۸ تا ۰/۲۳۳ می نماید. در خارج از این اعداد فرود مدل عددی همگرا نگردید و بنابراین می توان عنوان نمود که مدل های عددی جریان در کانال با مقاطع عرضی در اعداد فرود از ۰/۰۵۸ تا ۰/۲۳۳ ممکن است.

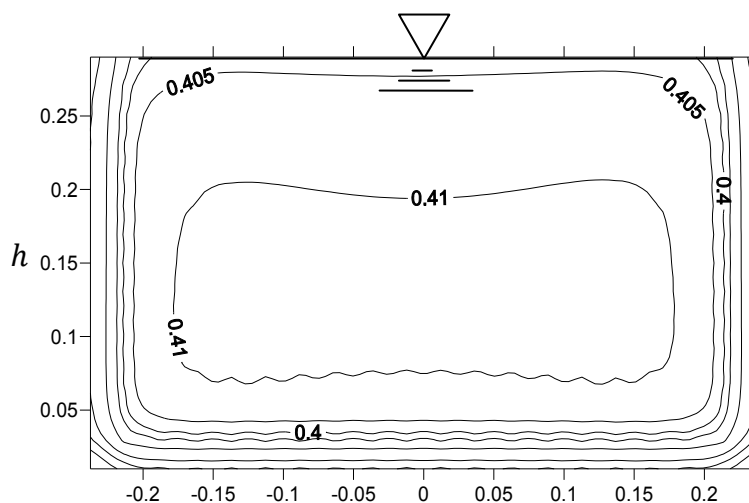
#### ۶-۱-۱- تشریح حوزه حل

در این تحقیق یک دامنه دو فازی شامل جریان آب در کانال و یک ناحیه هوا در بالای آن با استفاده از مدل جریان چند فازی حل می شود. ارتفاع قسمت هوا باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا از هر تاثیری از شرایط مرزی در بالای دامنه جلوگیری شود. اگر نسبت عمق اولیه هوا به آب  $\frac{1}{3}$  یا بیشتر باشد [۱۳]، دیگر تاثیری از شرایط مرزی در بالا روی دامنه نخواهد بود. بنابراین در کل شبیه سازی های انجام شده در مطالعه حاضر این نسبت  $\frac{1}{3}$  انتخاب شده است.

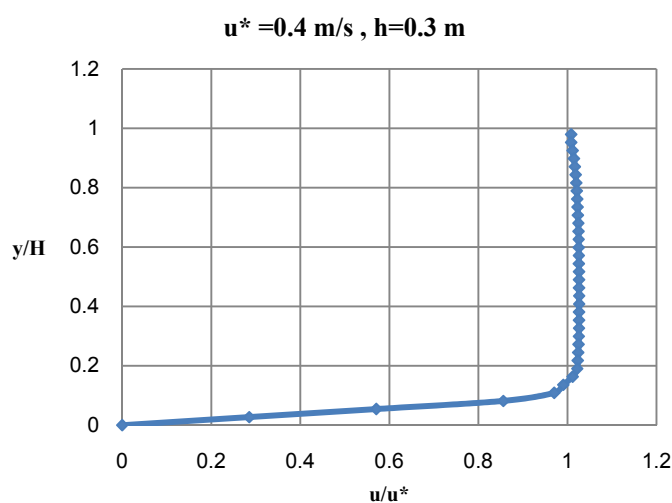
#### ۶-۱-۲- شرایط مرزی و رفتار نزدیک دیوار

شرایط مناسبی باید برای مرزها، بسته به چگونگی جریان، مشخص شود. در شبیه سازی انجام شده در این تحقیق، دو ورودی مجزا برای هوا و آب در نظر گرفته شده است. در ورودی هوا توزیع یکنواختی برای متغیرهای وابسته داده شده است. اما برای ورودی آب از یک پروفیل سرعت توسعه یافته استفاده می شود. برای بدست آوردن این پروفیل ابتدا یک کانال بدون مانع به ابعاد کانال اصلی مدل شده است که در ورودی از توزیع سرعت یکنواخت استفاده می شود. بعد از حل و رسیدن به دقت

کافی پروفیل سرعت در مقطعی مناسب انتخاب شده و به ابتدای کانال مبنا وارد می‌شود. همچنین دو خروجی مجزا نیز برای آب و هوا در انتهای کانال در نظر گرفته شده و همچنین عمق آب در خروجی مشخص شده‌است. در سطح بالای هوا با تعریف کردن شرط مرزی متقارن، سرعت نرمال صفر و گرادیان‌های نرمال صفر برای همه متغیرها اعمال شده است. با توجه به استفاده از پروفیل توسعه یافته در ابتدای کانال می‌توان مقدار طول کانال تا قبل از انقباض در بالادست را کاهش داد. در شکل-های زیر پروفیل سرعت ورودی آب را برای سرعت متوسط  $0.4 \text{ m/s}$  می‌توان مشاهده نمود.



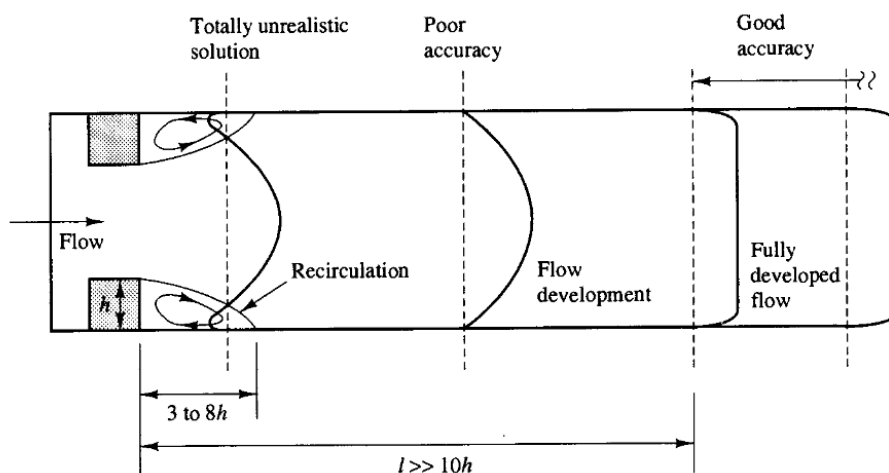
شکل ۲-۶- پروفیل هم سرعت آب ورودی برحسب متر بر ثانیه



شکل ۳-۶- پروفیل سرعت آب ورودی در وسط عرض کانال

ورودی بالادست در فاصله‌ای کافی از انقباض قرار داده شده است، برای اطمینان بیشتر از اینکه جریان به طور کامل توسعه یافته می‌شود.

همانطور که در شکل ۴-۶ دیده می‌شود، جریان در فاصله‌ای مناسب از تنگ‌شدگی بصورت کاملاً توسعه یافته می‌رسد که این فاصله باید بزرگتر از ده برابر عرض برآمدگی باشد. بنابراین در این مدل‌سازی فاصله کافی بین انقباض و خروجی پایین دست نیز با انتخاب طول ۱/۵ متر تا وسط تنگ‌شدگی تامین شده است.

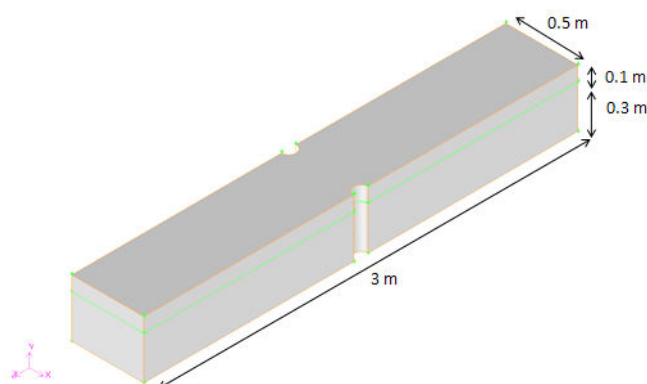


شکل ۴-۶- جریان برگشتی و طول مورد نیاز برای توسعه یافتن شدن جریان [۱۵]

در قسمت خروجی برای آب می‌توان از پروفیل فشار استاتیکی نیز استفاده کرد بدین صورت که

فشار خروجی آب برابر است با فشار هیدرواستاتیک آب.

$$P = \gamma h$$



شکل ۵-۶- کانال مناسب نهایی

در دیوارها شرایط مرزی غیر لغزان برای تنظیم سرعت صفر و از تابع استاندارد دیوار<sup>۱</sup>، برای رفتار نزدیک دیوار استفاده شده است.

### ۶-۱-۳- چگونگی انتخاب شرایط مرزی

در ابتدا با توجه به شرایط مرزی کانال باز موجود در نرم‌افزار مدل‌های بسیاری ساخته شد از جمله مدل‌هایی با یک ورودی و خروجی، دو ورودی و یک خروجی و دو ورودی و دو خروجی.

### ۶-۱-۴- مدل‌های موجود در نرم‌افزار<sup>۲</sup>

دو نوع شرط مرزی برای بالادست در نرم‌افزار وجود دارند:

- 1) Pressure Inlet
- 2) Mass Flow Rate

که شرط مرزی دوم به صورت زیر محاسبه و برای هر فاز وارد می‌شود.

$$m_{Phase} = \rho_{Phase} (Area_{Phase}) (Velocity)$$

شرایط مرزی پایین‌دست با توجه به شرایط مرزی بالادست انتخاب می‌شوند که به صورت زیر می‌باشند:

- 1) Pressure Outlet
- 2) Outflow Boundary

اگر شرط مرزی Pressure Inlet انتخاب شود، شرط پایین دست فقط باید Pressure Outlet باشد. اگر شرط مرزی Mass Flow Rate انتخاب شود هم می‌توان از شرط مرزی Pressure Outlet استفاده کرد و هم از شرط مرزی Outflow. البته می‌توان به جای شرط مرزی Mass Flow Rate در ورودی از Velocity Inlet نیز استفاده کرد<sup>۳</sup>.

به این ترتیب مدل‌های بسیاری با یک یا دو ورودی و خروجی ایجاد شد و برای هر کدام از آن-

---

<sup>1</sup> Standard Wall Function

<sup>2,3</sup> FLUENT user's guide

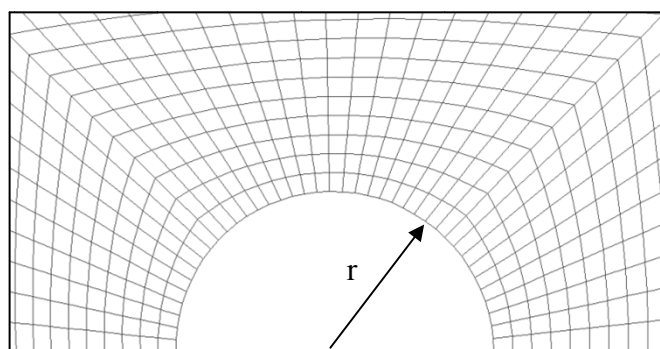
ها تمامی شرایط مرزی استفاده شد تا نتیجه مناسب بدست آمد.

قابل ذکر است که بعد از اجرای تمامی مدل‌ها که هر کدام به مدت زمان زیادی برای اجرا نیاز دارد، نتایج قابل توجهی بدست آمد. بدین صورت که برای شرط مرزی Outflow فقط یک فاز در خروجی باید در نظر گرفت بدین معنی که خروجی یا باید فقط آب یا فقط هوا باشد. اگر در خروجی یک مرز برای خروج مجزای آب و هوا ایجاد شود بتدریج سطح آب در خروجی بالا می‌آید که نشان از حل غلط مدل دارد.

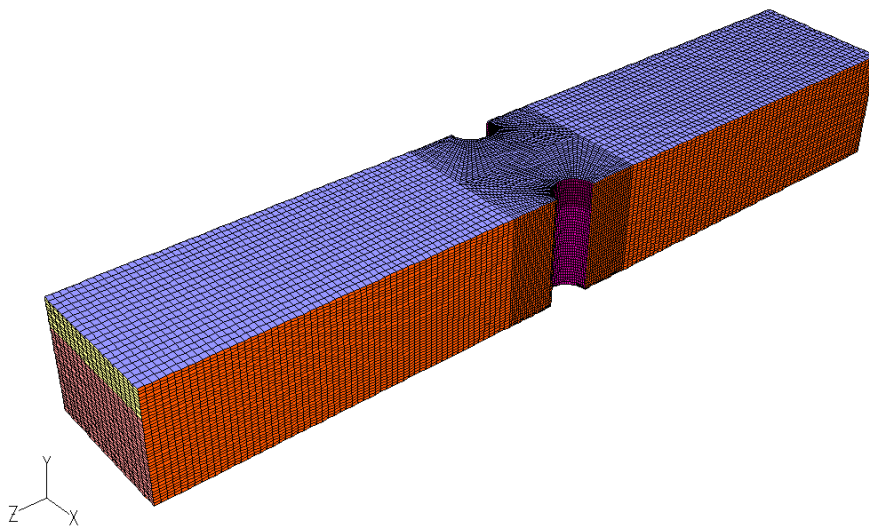
اگر از یک ورودی با شرط مرزی Pressure Inlet استفاده شود، بتدریج سطح آب ورودی کاهش یافته و بنابراین شدت جریان ورودی کم می‌شود، بنابراین این شرط نیز مناسب نمی‌باشد. همچنین نمی‌توان شرط مرزی Pressure inlet, Outlet را با Outflow بکار برد.

پس از اجرای مدل‌های بسیاری این نتیجه بدست می‌آید که بهترین شرایط مرزی به صورت دو ورودی و دو خروجی با شرط مرزی Velocity Inlet برای ورودی و Pressure Outlet برای خروجی می‌باشد.

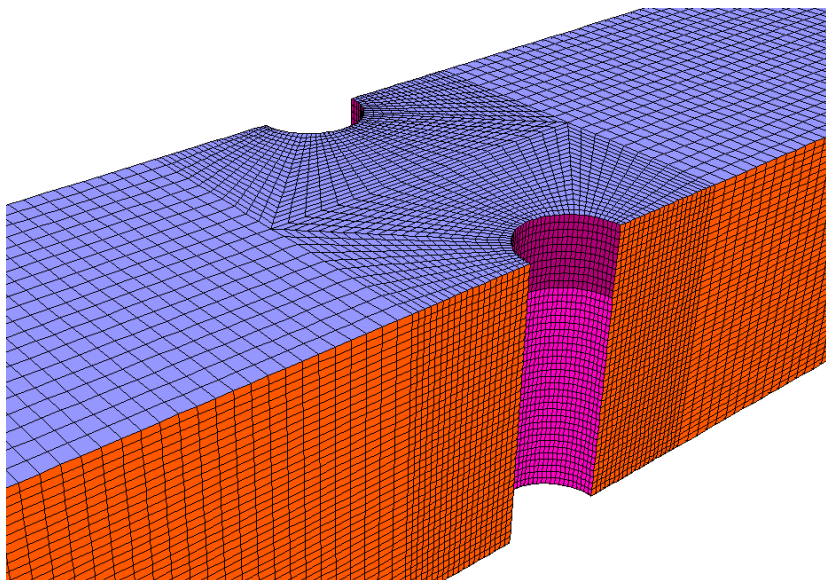
در انتها مدلی با  $203763$  گره و  $381900$  سلول در کانالی به ابعاد  $40 \times 50 \times 300$  cm در نظر گرفته شد.



شکل ۶-۶- الف مش بندی قسمت نیم دایره ای کانال مبنا



شکل ۶-۶- ب مش بندی کانال مبنا



شکل ۶-۶- ج مش بندی کانال در قسمت تنگ شدگی

## ۶-۱-۵- شرح مدل

نرم افزار Fluent استفاده شده برای این مدل، معادلات سه بعدی ناویر استوکس متوسط گیری شده رینولدز را برای جریان های غیر قابل تراکم حل می کند. Fluent معادلات بدست آمده را بصورت تکراری با استفاده از روش حجم کنترل حل کرده و برای شکل دادن معادلات جبری تفکیک شده برای متغیرهای وابسته، معادلات بدست آمده روی هر حجم کنترل انتگرال گیری می شوند و همچنین

این معادلات تفکیک شده با استفاده از یک روش ضمنی خطی می‌شوند.

برای حل کردن تغییرات سطح آب در اطراف انقباض، دامنه دو فاز با استفاده از فرمول‌بندی چند فاز فلوئنت حل می‌شود که به روش حجم سیال (VOF) معروف می‌باشد. در حالی که دو معادله پیوستگی برای هر فاز حل می‌شود، معادلات ممنتوم و انتقال برای فازها بصورت مشترک حل می‌شوند.

ضرایب تخفیف بین  $0.2$  تا  $0.5$  انتخاب شده‌اند. در شبیه‌سازی جریان چند فاز که از روش حجم سیال استفاده می‌شود، مقادیر پایین ضرایب تخفیف برای پایداری حل مورد نیاز است.

## ۶-۱-۶- مدل‌های آشفتگی

تنش‌های آشفته در معادلات متوسط‌گیری شده رینولدز را می‌توان با استفاده از یکی از چندین مدل آشفتگی موجود محاسبه نمود. هیچ روش آشفتگی به تنهایی بطور عمومی برای حل مسائل با کلاس‌های مختلف پذیرفته نیست، بلکه هر روش بسته به شرایط میدان جریان شبیه‌سازی شده و دقت مورد نظر مزیت مشخص خود را نسبت به بقیه روش‌ها دارا می‌باشد.

ساده‌ترین و مورد قبول‌ترین مدل آشفته دو معادله‌ای، مدل  $k-\epsilon$  می‌باشد که همانطور که قبلاً گفته شد، دو معادله انتقال مجزا برای انرژی جنبشی آشفته و نرخ از بین رفتن این انرژی حل می‌کند. سه نوع مدل  $k-\epsilon$  و همچنین مدل تنش رینولدز در مطالعه حاضر استفاده شده است، (مدل  $k-\epsilon$  استاندارد، RNG و محسوس و مدل RSM). مدل‌های  $k-\epsilon$  یک شکل یکسان از معادلات حمل برای انرژی جنبشی آشفته و نرخ از بین رفتن انرژی جنبشی دارا می‌باشند ولی در روشی که بوسیله آن ویسکوزیته آشفته، عدد پرانتل آشفتگی و تولید و پراکندگی ترم  $\epsilon$  محاسبه می‌شود، تفاوت دارند.

مدل استاندارد  $k-\epsilon$  از مقدار ثابت مشخص شده توسط کاربر برای اعداد پرانتل آشفتگی استفاده می‌کند، در حالی که در مدل RNG  $k-\epsilon$  از یک فرمول‌بندی تحلیلی استفاده می‌شود. مدل  $k-\epsilon$



محسوس شامل فرمول‌بندی متفاوتی برای ویسکوزیته آشفته و نرخ پراکندگی  $\varepsilon$ ، بر اساس معادله دقیق نوسانات ورتیسیته، می‌باشد.

روش تنش رینولدز (RSM) معادلات ناویر استوکس متوسط‌گیری شده رینولدز را با حل معادلات انتقال (شامل هفت معادله برای جریان سه‌بعدی) برای تنش‌های رینولدز و یک معادله برای نرخ از بین رفتن انرژی محاسبه می‌کند.

در تحقیق حاضر شبیه‌سازی‌های انجام شده با استفاده از روش‌های  $k-\varepsilon$  استاندارد و RNG و محسوس و همچنین RSM بوده و در آخر با نتایج تحلیلی مقایسه شده است.

#### ۶-۱-۷- نکته

همانطور که گفته شد مدل‌هایی با شعاع تنگ‌شدگی  $2/5$ ،  $5$  و  $7/5$  سانتیمتر با سرعت‌های  $0/1$  تا  $0/4$  متر بر ثانیه ایجاد و اجرا شد که در صفحات بعد این نتایج نشان داده شده‌اند.

نتایج بدست آمده بصورت نمودارهایی نشان داده خواهند شد، ولی به چند نکته باید توجه کرد:

الف) ایجاد امواج در سطح آب در مقطع تنگ‌شدگی

ب) بالا آمدن سطح آب در مقطع عرضی تنگ‌شدگی ناشی از امواج بوجود آمده

در این مورد می‌توان گفت که مانع موجود در جریان باعث هدایت جریان به وسط کانال می‌-

شود در نتیجه ارتفاع و سرعت نیز در وسط کانال در سطح آب بیشتر از کناره‌ها می‌باشد. اما در حل

تحلیلی ارتفاع و سرعت در عرض کانال یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. همین امر باعث تفاوت‌هایی

در جواب‌های تحلیلی و مدل‌سازی جریان می‌شود. همچنین این نکته قابل توجه است که گردابه

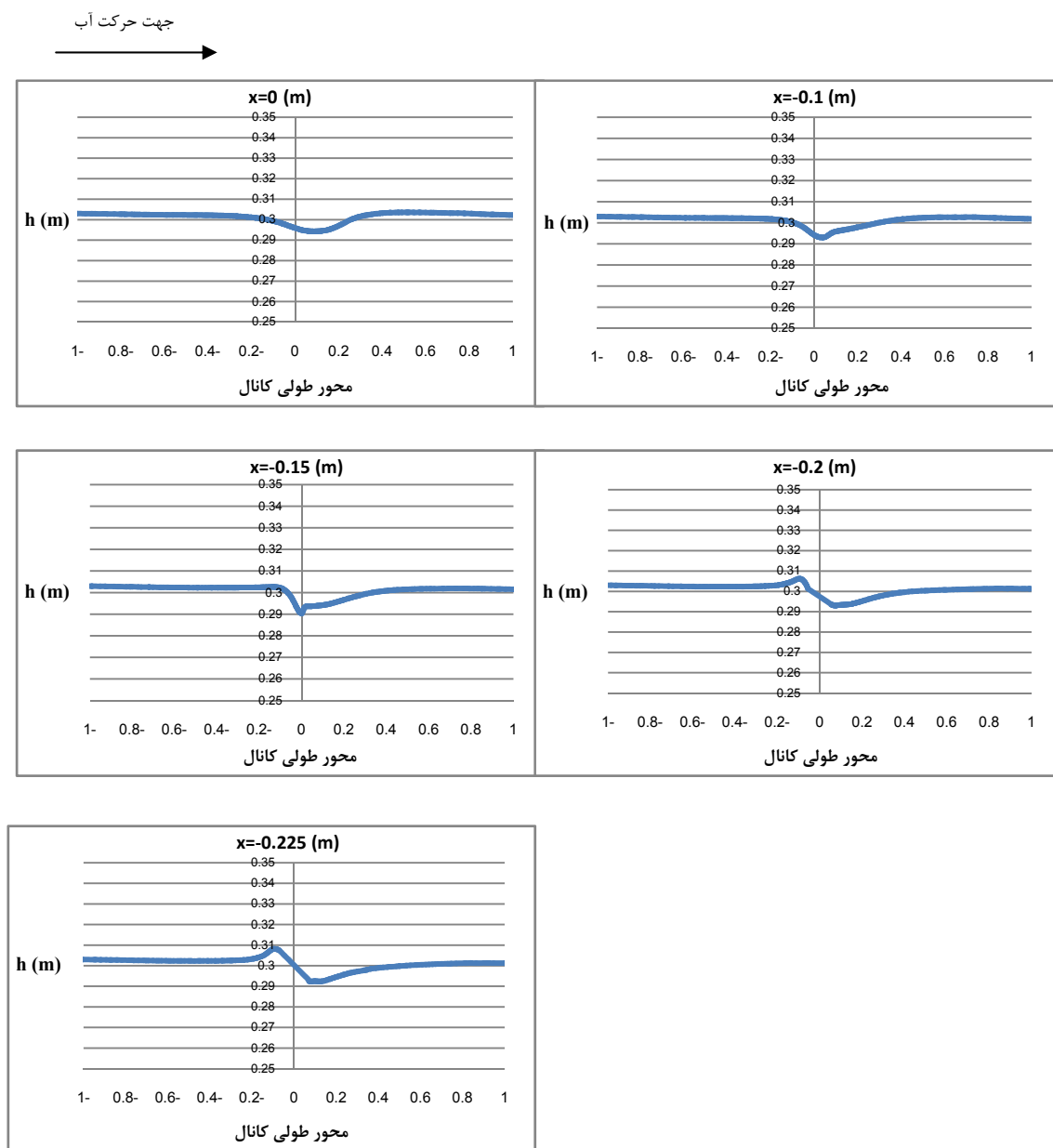
ایجاد شده پشت تنگ‌شدگی به خوبی مدل شده است.

#### ۶-۱-۸- پروفیل طولی کانال در مقاطع مختلف در عرض کانال

شکل ۶-۷ نشان‌دهنده پروفیل طولی سطح آب در مقاطع مختلف می‌باشد. در این نمودارها

$x=0$  نشان‌دهنده مقطع طولی در وسط عرض کانال می‌باشد و مقادیر دیگر  $x$  که منفی می‌باشند، نشان‌دهنده فاصله مقطع در عرض نسبت به مقطع در وسط عرض کانال می‌باشد.

شکل ۶-۷ به علت تقارن و یکی بودن جواب‌ها برای مقادیر مثبت  $x$ ، منحنی نشان‌داده نشده است و این منحنی‌ها با منحنی‌های منفی متناظر خود یکی می‌باشند. این اشکال برای سرعت ورودی  $0.4 \text{ m/s}$  و عرض در محل تنگنای  $35 \text{ cm}$  در کانال مبنا داده شده است. همچنین از مدل آشفتگی  $k-\epsilon$  استاندارد برای محاسبات استفاده شده است. همانطور که این نمودارها نشان می‌دهند پروفیل سطح آب بسیار نسبت به مقطع تغییر می‌یابد. در مقطع وسط ( $x=0$ ) و مقاطع نزدیک به آن فقط پایین افتادگی سطح دیده می‌شود که شبیه به حل تحلیلی است، اما در مقاطع نزدیک به کناره حتی سطح آب بالا هم می‌آید که در حل تحلیلی برای حالتی که انسداد نداریم، اصلاً دیده نمی‌شود. در این اشکال  $x = -0.225 \text{ m}$  در واقع مقطع چسبیده به دیوار در محل تنگنا را نشان می‌دهد. حل تحلیلی یک حل یک‌بعدی است و اصلاً نمی‌تواند تغییرات عمق در عرض کانال را در نظر بگیرد. می‌توان گفت حل تحلیلی جواب‌هایی مشابه با حل در مقطع مرکزی می‌دهد، اما در اینجا هم حداکثر پایین افتادگی در پایین‌دست رخ می‌دهد و دقیقاً در محل تنگنا نمی‌باشد. همچنین حل تحلیلی هیچگونه محاسباتی برای تعیین افت انرژی در نظر نمی‌گیرد و مقدار افت انرژی را در عبور از تنگنا برابر صفر در نظر می‌گیرد در حالیکه مدل عددی با محاسبات پیچیده‌ای این افت را لحاظ می‌کند.



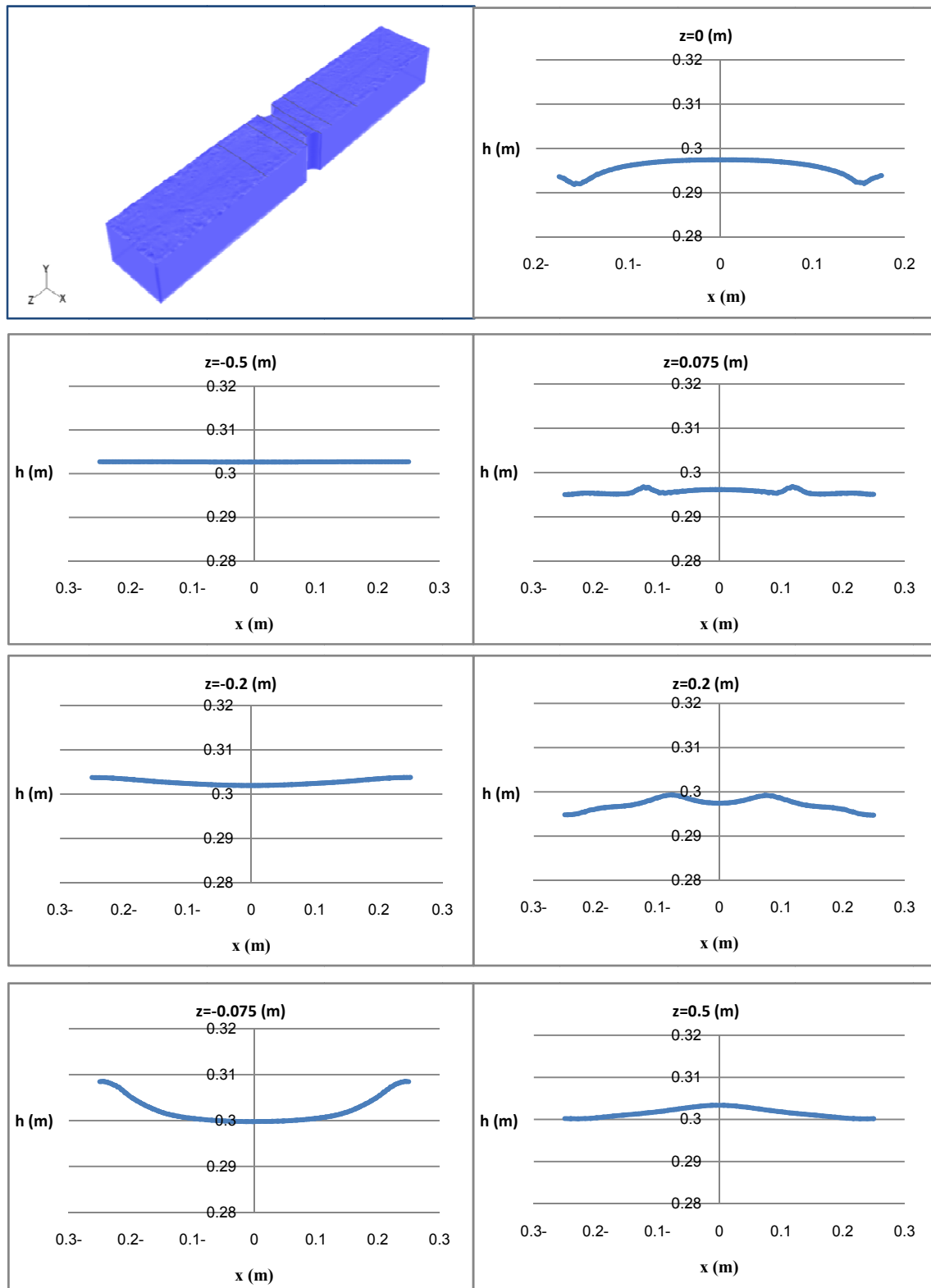
شکل ۶-۷- پروفیل سطح جریان از وسط کانال به سمت کناره‌ها برای عرض تنگ‌شدگی ۷/۵ cm و سرعت ورودی m/s ۰/۴ و مدل آشفتگی  $k-\epsilon$  برای کانال مبنا

## ۹-۱-۶- پروفیل عرض سطح آب در مقاطع مختلف در طول کانال

در شکل ۸-۶ پروفیل‌های سطح آب در مقاطع عرضی داده شده است. در این نمودار اعداد منفی  $z$  نشان‌دهنده فاصله مقطع از محل تنگنا در بالادست می‌باشد و اعداد مثبت  $z$  نشان‌دهنده فاصله مقطع از محل تنگنا در پایین دست می‌باشد. این نمودار برای کانال مبنای ذکر شده با شعاع تنگ‌شدگی  $7/5 \text{ cm}$  و سرعت  $0/4 \text{ m/s}$  بدست آمده است.

همانگونه که این نمودارها نشان می‌دهند هرچه به مقطع تنگنا نزدیکتر می‌شویم، میزان تغییرات عمق در عرض بیشتر می‌شود و در فواصل دور تقریباً عمق در عرض ثابت است. این گونه تغییرات در روش تحلیلی قابل محاسبه نیست و روش تحلیلی چون بصورت یک بعدی می‌باشد، نمی‌تواند هیچگونه محاسباتی در عرض یا عمق بدست دهد. تمامی اشکال متقارن می‌باشند که منطقی می‌باشد و می‌تواند نشانه‌ای برای صحت محاسبات باشد. عکس‌های آزمایشگاهی از محل تنگنا نشان می‌دهند که در محل تنگنا به سمت پایین دست موج‌هایی ایجاد می‌گردد. این موج‌ها را می‌توان به صورت افزایش عمق به صورت متقارن در پایین دست تنگنا مشاهده نمود. این موج‌ها به طرف یکدیگر حرکت نموده و در نهایت یکی می‌شوند که با توجه به فیزیک مسئله کاملاً منطقی به نظر می‌رسد.

## سطح آب در مقاطع عرضی قبل و بعد از تنگ‌شدگی



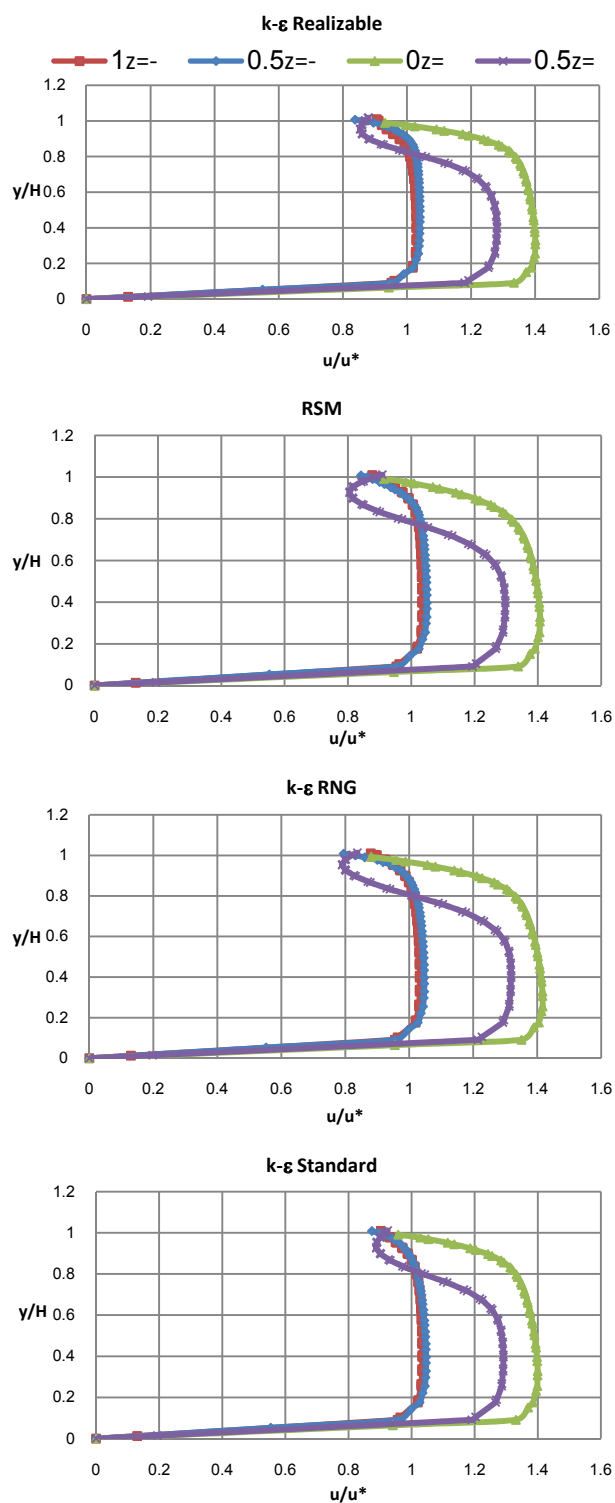
شکل ۶-۸- موج ایجاد شده در سطح آب برای عرض تنگنا ۷/۵ cm و سرعت ورودی ۰/۴ m/s با مدل آشفتگی  $k-\epsilon$  استاندارد برای کانال مبنا

## ۶-۱-۱۰- پروفیل سرعت در عمق در مقاطع مختلف در طول کانال برای مدل‌های

### مختلف آشفستگی

شکل ۶-۹ نشان‌دهنده پروفیل سرعت در عمق در مقاطع مختلف در طول کانال برای مدل‌های مختلف آشفستگی می‌باشد. در این نمودارها  $z=0$  نشان‌دهنده محل تنگنا و مقادیر مثبت و منفی  $z$  به ترتیب فاصله مقطع برحسب متر در پایین‌دست و بالادست تنگنا می‌باشد. تمامی مقاطع در وسط عرض کانال در نظر گرفته شده‌اند. همانطور که این اشکال نمایش می‌دهند پروفیل سرعت در مقطع تنگنا بیشترین مقادیر سرعت را داراست که این کاملاً منطقی است چرا که دبی واحد عرض در این مقطع حداکثر می‌باشد. همچنین در مقطع  $z=0.5$  m که در فاصله نیم متر پایین‌دست مقطع تنگناست نیز مقادیر سرعت زیاد می‌باشد که این پروفیل نیز طبیعی به نظر می‌رسد، چرا که پس از عبور از تنگنا عمده جریان از قسمت میانی رد می‌شود و در گوشه‌ها جریان گردابی ایجاد می‌گردد. در مقاطع  $z=-0.5$  m و  $z=-1$  نیز پروفیل سرعت شبیه به پروفیل جریان توسعه یافته می‌باشد که در ورودی کانال داده شده است، زیرا هنوز تنگنا تاثیری بر روی جریان نگذاشته است. چنین پروفیل‌های عمودی سرعت قابل ایجاد بوسیله مدل یک‌بعدی تحلیلی نمی‌باشد و باز هم مزایای استفاده از یک مدل عددی را نشان می‌دهد.

## پروفیل‌های سرعت آب در مقاطع مختلف



شکل ۶-۹- پروفیل‌های سرعت در مقاطع مختلف کانال با استفاده از روش‌های آشفتگی مختلف برای کانال با سرعت ورودی  $u^* = 0.4$  m/s و عرض تنگنای  $7/5$  cm در کانال مبنا

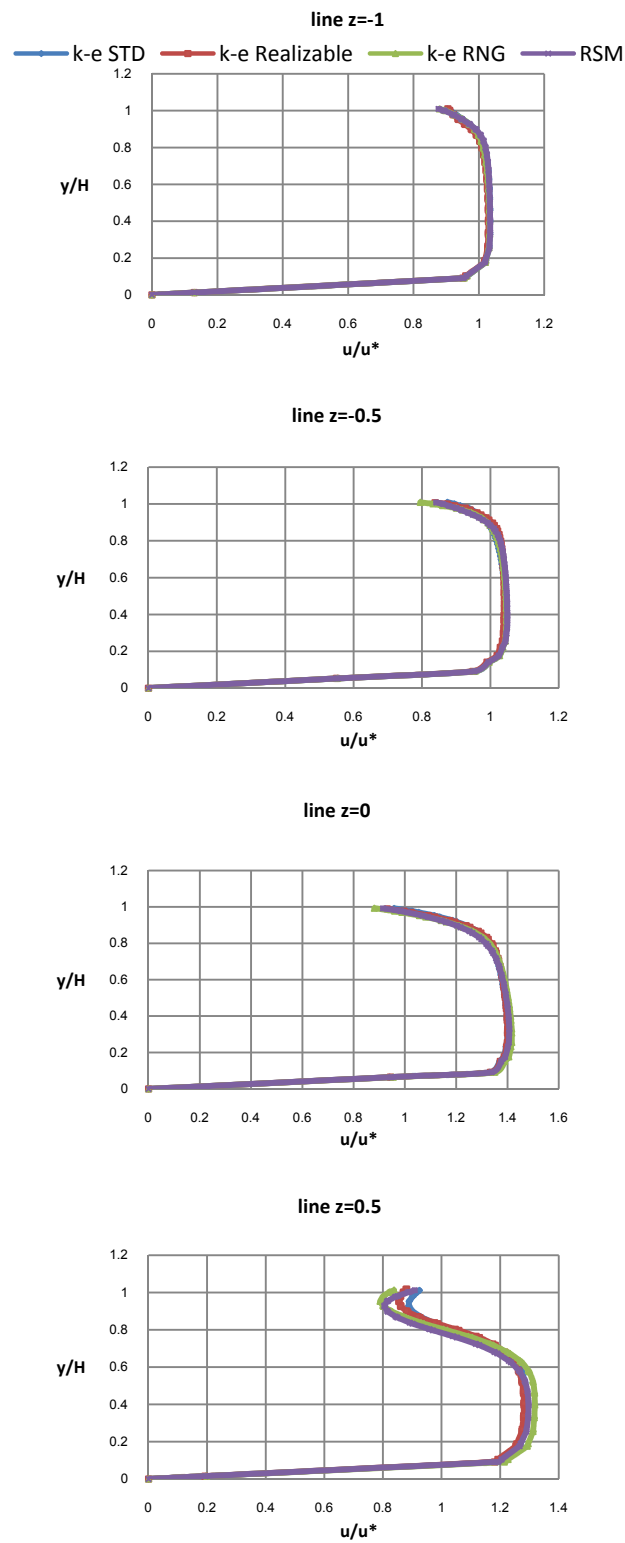
## ۶-۱-۱۱- تغییرات پروفیل سرعت در عمق برای مدل‌های آشفتگی مختلف در مقاطع

### مختلف در طول کانال

در این قسمت برای آنکه اثر مدل آشفتگی بر روی نتایج بررسی گردد، پروفیل‌های سرعت برای مدل‌های آشفتگی مختلف در مقاطع مختلف در طول کانال بررسی گردیده‌اند. این مقایسه در شکل ۶-۱۰ صورت پذیرفته است. همانطور که این نمودارها نشان می‌دهند، مدل‌های مختلف آشفتگی در تمام مکان‌ها تقریباً یک جواب می‌دهند. تنها در آخرین مقطع یعنی  $z=0.5$  m در پایین دست تنگناست که کمی تفاوت بین مدل‌ها آشکار می‌شود. دلیل آن این است که طول جریان زیاد شده و افت انرژی ناشی از آشفتگی امکان یافته است که اثرات خود را نشان بدهد. بنابراین با ملاحظه این نتایج می‌توان گفت که اولاً مقدار افت انرژی قابل ملاحظه نیست، که این را در فرضیات روش تحلیلی نیز می‌توان مشاهده نمود، و همچنین روش‌های مختلف آشفتگی همگی تقریباً یکسان عمل می‌کنند و نیاز به استفاده از مدل‌های گران‌قیمتی مثل RSM نمی‌باشد برای مثال مدل  $k-\epsilon$  کاملاً جواب‌گوی دقت مورد نیاز می‌باشد.



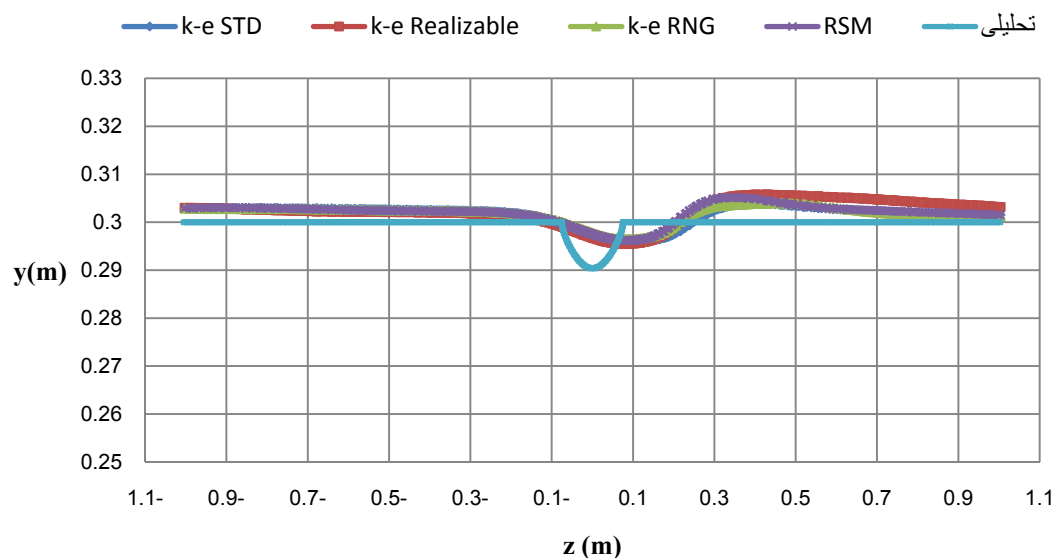
مقایسه نتایج بدست آمده با استفاده از روش‌های مختلف



شکل ۱۰-۶- پروفیل سرعت با روش‌های مختلف آشفتگی در مقاطع مختلف کانال  
برای کانال مبنا با سرعت ورودی  $u^* = 0.4$  m/s و عرض تنگنای  $7/5$  cm

## ۶-۱-۱۲- مقایسه پروفیل طولی سطح آب در روش‌های مختلف آشفستگی

برای آنکه اثر مدل‌های مختلف آشفستگی بر روی پروفیل سطح آب مشخص گردد، در شکل ۱۱-۶ پروفیل سطح آب به روش‌های مختلف ترسیم شده است. همچنین تمامی این روش‌ها با نتیجه تحلیلی مقایسه گردیده‌اند. در روش تحلیلی از معادله برنولی برای تعیین پروفیل سطح آب استفاده گردیده است. در آنالیز تحلیلی عمق فقط در ناحیه تنگنای عرضی تغییر می‌یابد و در هر مقطع بر حسب آنکه عرض در آن مقطع چه اندازه است، براحتی قابل محاسبه می‌باشد. در روش تحلیلی فرض می‌گردد که افت انرژی وجود ندارد و جمع ترم‌های رابطه برنولی در تمام مقاطع ثابت است. همانطور که این نمودار نشان می‌دهد بین تمام روش‌های عددی و روش تحلیلی تفاوت وجود دارد. همچنین برطبق نمودار تقریباً تمام روش‌های عددی با مدل‌های مختلف آشفستگی همگی تقریباً جواب‌های یکسانی بدست می‌دهند. یکبار دیگر این نتیجه بدست می‌آید که روش‌های مختلف آشفستگی استفاده شده همگی موثر می‌باشند و نیاز به استفاده از روش‌های گران قیمتی مثل RSM نمی‌باشد. همچنین روش تحلیلی تغییر عمق را فقط منحصر به ناحیه تغییر عرض می‌بیند در حالیکه روش‌های عددی در خارج از ناحیه تغییر عرض نیز تغییر عمق نشان می‌دهند و بنابراین بخوبی پدیده حمل مومنتوم را نشان می‌دهند. با مشاهده این نمودار می‌توان دریافت که روش تحلیلی دقت لازم برای تعیین عمق را ندارد و برای دقت بالاتر هم از لحاظ مکان تغییر عمق حداکثر و هم از لحاظ مقدار تغییر عمق باید از روش‌های عددی استفاده نمود.

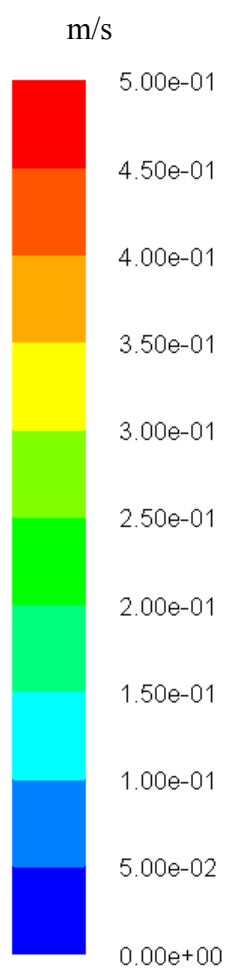


شکل ۱۱-۶- پروفیل سطح آب بدست آمده از روش‌های مختلف در وسط عرض کانال مبنا

### ۱۳-۱-۶- مقایسه پروفیل سرعت در مقاطع عرضی در طول کانال

در اشکال ۱۲-۶ تا ۱۸-۶ پروفیل سرعت در مقاطع ورودی و مکان‌های ۱m، ۰/۵m و ۰/۰۷۵m بالادست تنگنا و همچنین در مکان تنگنا و مکان‌های ۰/۰۷۵m و ۰/۵m پایین دست تنگنا ترسیم شده‌اند. همانطور که این اشکال نشان می‌دهند در ۱m و ۰/۵m بالادست تنگنا تقریباً تغییر محسوسی نسبت به مقطع ورودی ایجاد نشده است. در ۰/۷۵m بالادست تنگنا که در واقع محل شروع تنگنا می‌باشد، تغییرات پروفیل سرعت ملاحظه می‌گردد. در مقطع تنگنا پروفیل سرعت کاملاً نسبت به پروفیل ورودی تغییر می‌یابد و همچنین سرعت در محدوده  $\frac{1}{3}$  ارتفاع کانال به حداکثر می‌رسد. در مقطع ۰/۷۵m پایین دست تنگنا دو مرکز برای حداکثر سرعت مشاهده می‌گردد و همچنین دو چرخش گردابی در دو طرف مشاهده می‌گردد که کاملاً طبیعی می‌باشد. در واقع ۰/۵m پایین دست تنگنا مجدداً یک حداکثر سرعت مشاهده می‌شود و می‌توان تغییر مجدد به سمت پروفیل ورودی را مشاهده نمود.

خطوط هم‌سرعت در مقاطع قبل از تنگ‌شدگی

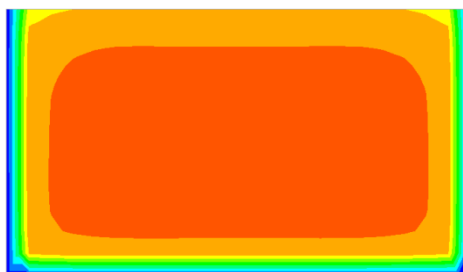


Y  
z-x



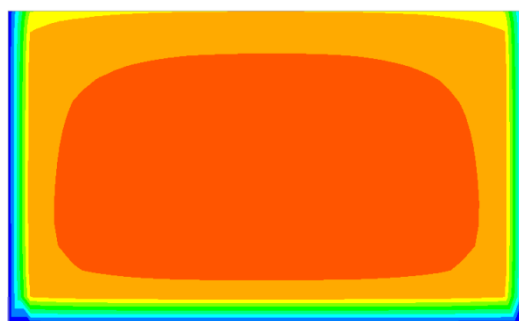
شکل ۶-۱۲- پروفیل سرعت در ورودی

Y  
z-x

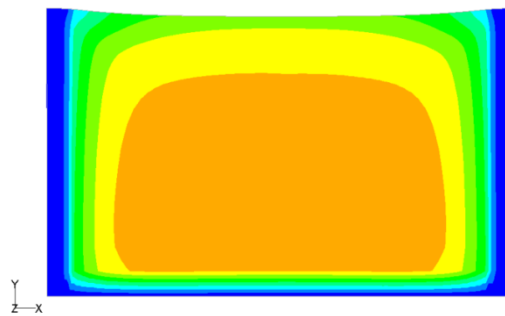


شکل ۶-۱۳- پروفیل سرعت در  $z = -1\text{m}$

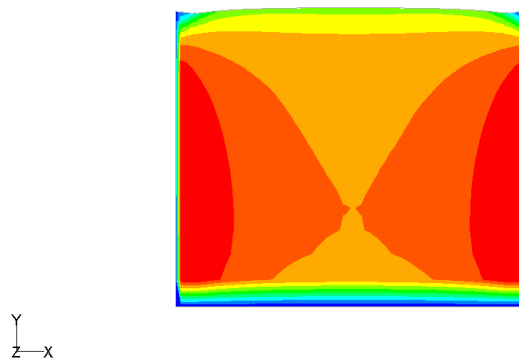
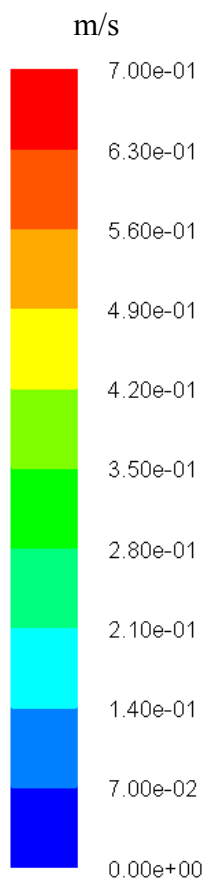
Y  
z-x



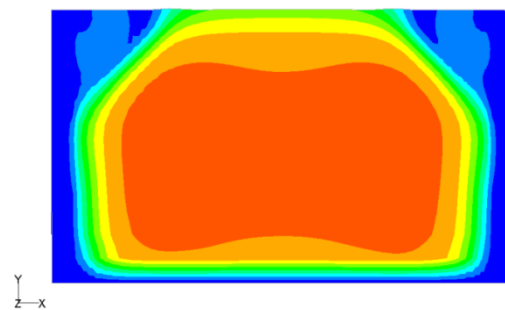
شکل ۶-۱۴- پروفیل سرعت در  $z = -0.5\text{m}$



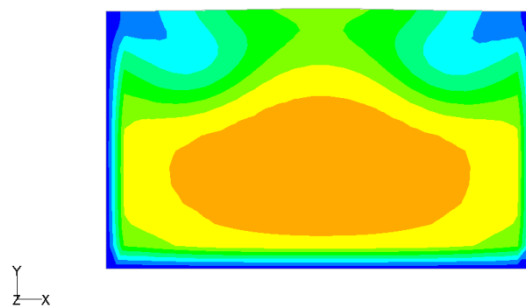
شکل ۶-۱۵ - پروفیل سرعت در  $z = -0.075 \text{ m}$



شکل ۶-۱۶ - پروفیل سرعت در  $z = 0 \text{ m}$



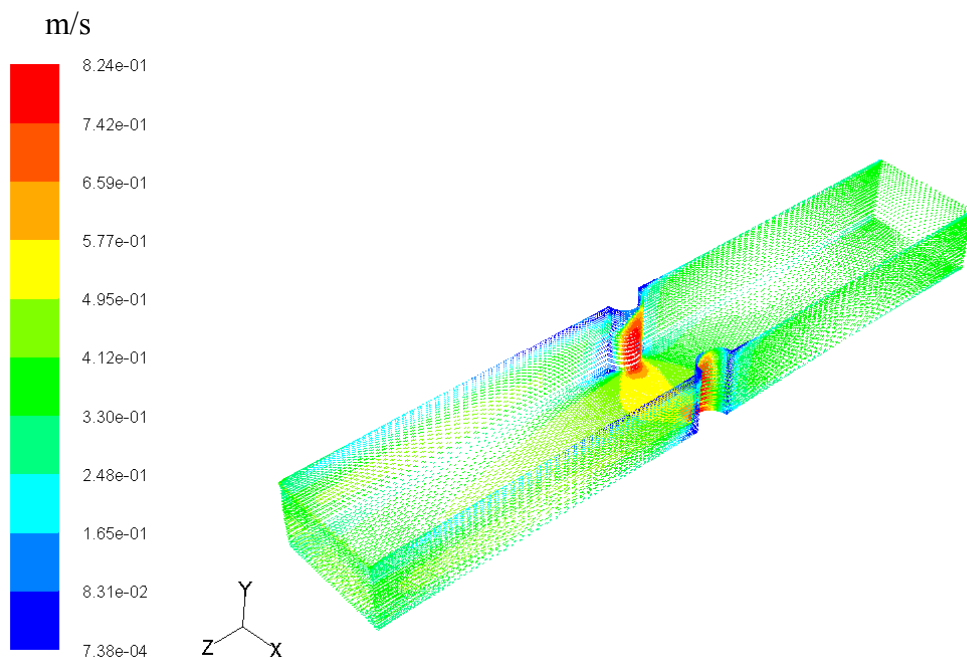
شکل ۶-۱۷ - پروفیل سرعت در  $z = 0.075 \text{ m}$



شکل ۶-۱۸ - نمودارهای هم‌سرعت در  $z = 0.5 \text{ m}$

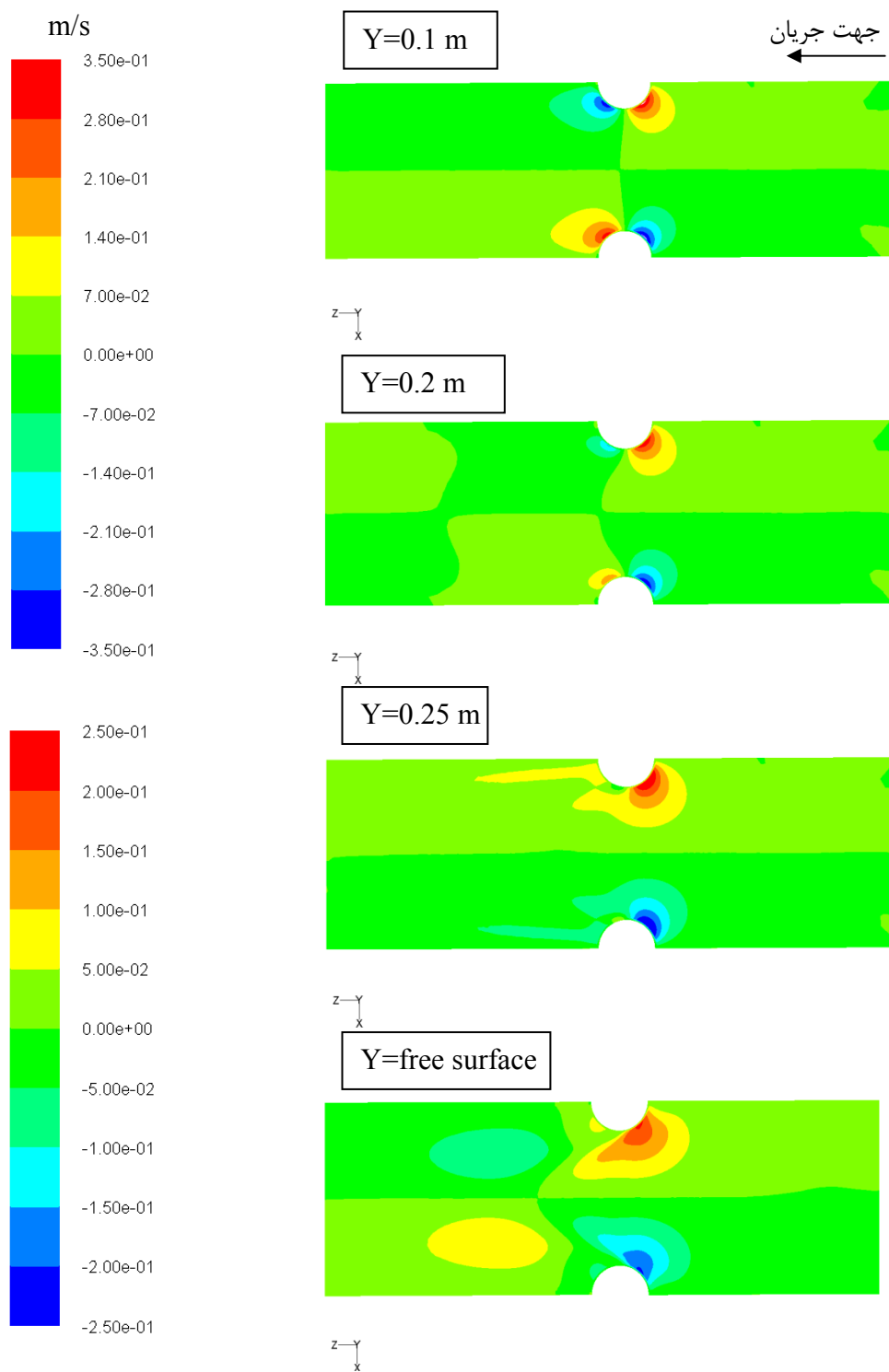
## ۱۴-۱-۶- بررسی سرعت در کانال

در شکل ۱۹-۶ سرعت در تمام دیوارهای کانال به شکل برداری و نمایش کانتوری نشان داده شده است. همچنین در شکل ۲۰-۶ سرعت‌ها در جهت عرضی در مقاطع مختلف افقی نشان داده شده است. این مقاطع افقی در ۰/۲۵m، ۰/۲ و ۰/۱ از کف کانال و همچنین در سطح آب می‌باشند. همانطور که این نمودارها نشان می‌دهند مقادیر سرعت در امتداد عرضی کانال کاملاً منطقی می‌باشند. در بالادست تنگنا سرعت‌ها به سمت داخل کانال می‌باشند و در پایین دست تنگنا این سرعت‌ها به سمت خارج از کانال می‌باشند. همچنین این نمودارها نشان می‌دهند که تغییرات سرعت در عمق کاملاً حالت سه بعدی داشته و هرچه به سطح آب می‌آییم مقدار جریان‌های عرضی به طور قابل توجه‌ای افزایش می‌یابد و در واقع به همین خاطر است که جریان‌های گردابی در پایین دست تنگنا به طور واضح‌تری در نزدیکی سطح آب تشکیل می‌گردند.



شکل ۱۹-۶- سرعت آب در روی دیوار کانال

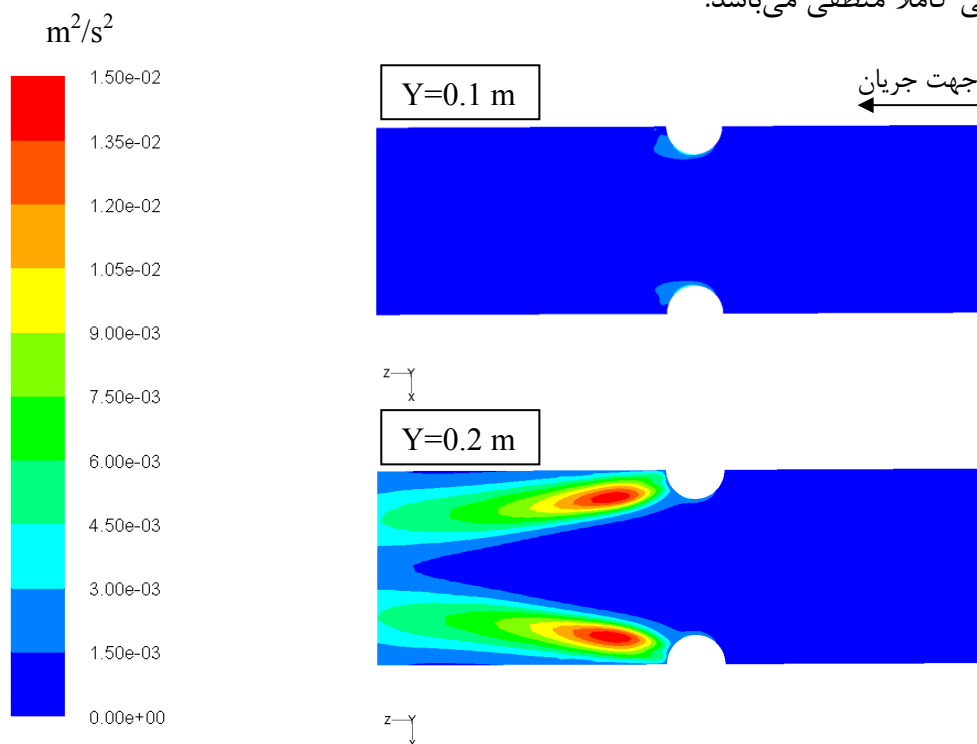
همانطور که در شکل ۱۹-۶ دیده می‌شود سرعت آب بر روی قسمت نیم‌دایره در حدود یک سوم ارتفاع آب به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد، و همچنین جریان در قسمت تنگ‌شدگی در سطح آب به سمت پایین مایل است.



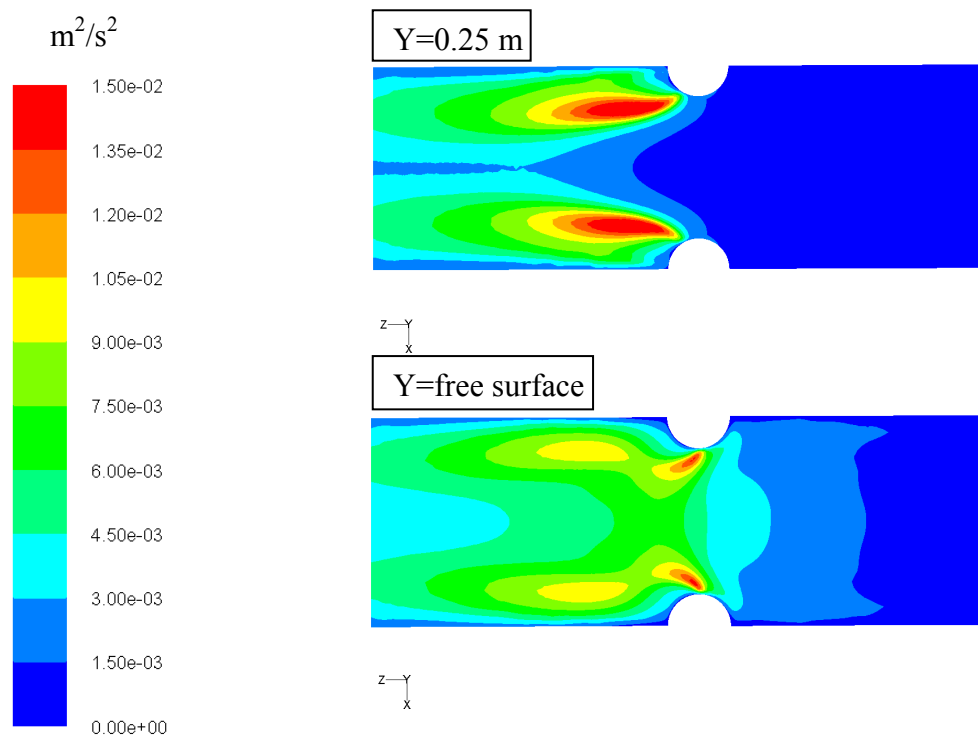
شکل ۶-۲۰- مولفه  $x$  سرعت در ارتفاع کانال

## ۱۵-۱-۶- تغییرات انرژی جنبشی آشفتگی در مقاطع مختلف در عمق

شکل ۶-۲۱ تغییرات انرژی جنبشی آشفتگی ( $k$ ) را در روش  $k-\epsilon$  در اعماق مختلف ۰/۲، ۰/۲۵، و ۰/۱m از کف کانال و همچنین در سطح آب نمایش می‌دهد. همانطور که این اشکال نمایش می‌دهند، بیشترین مقدار انرژی جنبشی آشفتگی در عمق ۰/۲۵m که نزدیک به سطح آب است رخ می‌دهد و در اعماق نزدیک به کف کمتر می‌باشد. این نتیجه منطقی می‌باشد چرا که  $k$  در نقاطی که گرادیان‌های سرعت بیشتر است مقدار بالاتری دارد و همانطور که در قسمت قبلی دیدیم هرچه به سطح آب نزدیک شویم سرعت‌های عرضی و گرادیان‌های آن مقادیر بیشتری دارند. اما بنظر می‌رسد مقدار  $k$  بدلیل عدم وجود برش در سطح آب باید مقدار صفر در سطح آب داشته باشد که این مقدار در شکل ۶-۲۱ مشاهده نمی‌گردد. دلیل این امر این است که آشفتگی نیز حمل می‌گردد و از مکان‌های دیگر به سطح آب منتقل می‌گردد. درست است که در سطح آب منبع ایجاد آشفتگی را نداریم ولی از اعماق مقادیر  $k$  به سطح آب حمل می‌گردد. همچنین مقادیر  $k$  در پایین دست تنگنا بسیار قابل ملاحظه‌تر نسبت به بالادست تنگنا می‌باشند که این اثر با توجه به گرادیان‌های شدید سرعت و چرخش گردابی کاملاً منطقی می‌باشد.







شکل ۶-۲۱- انرژی جنبشی آشفتگی (k) در عمق‌های مختلف

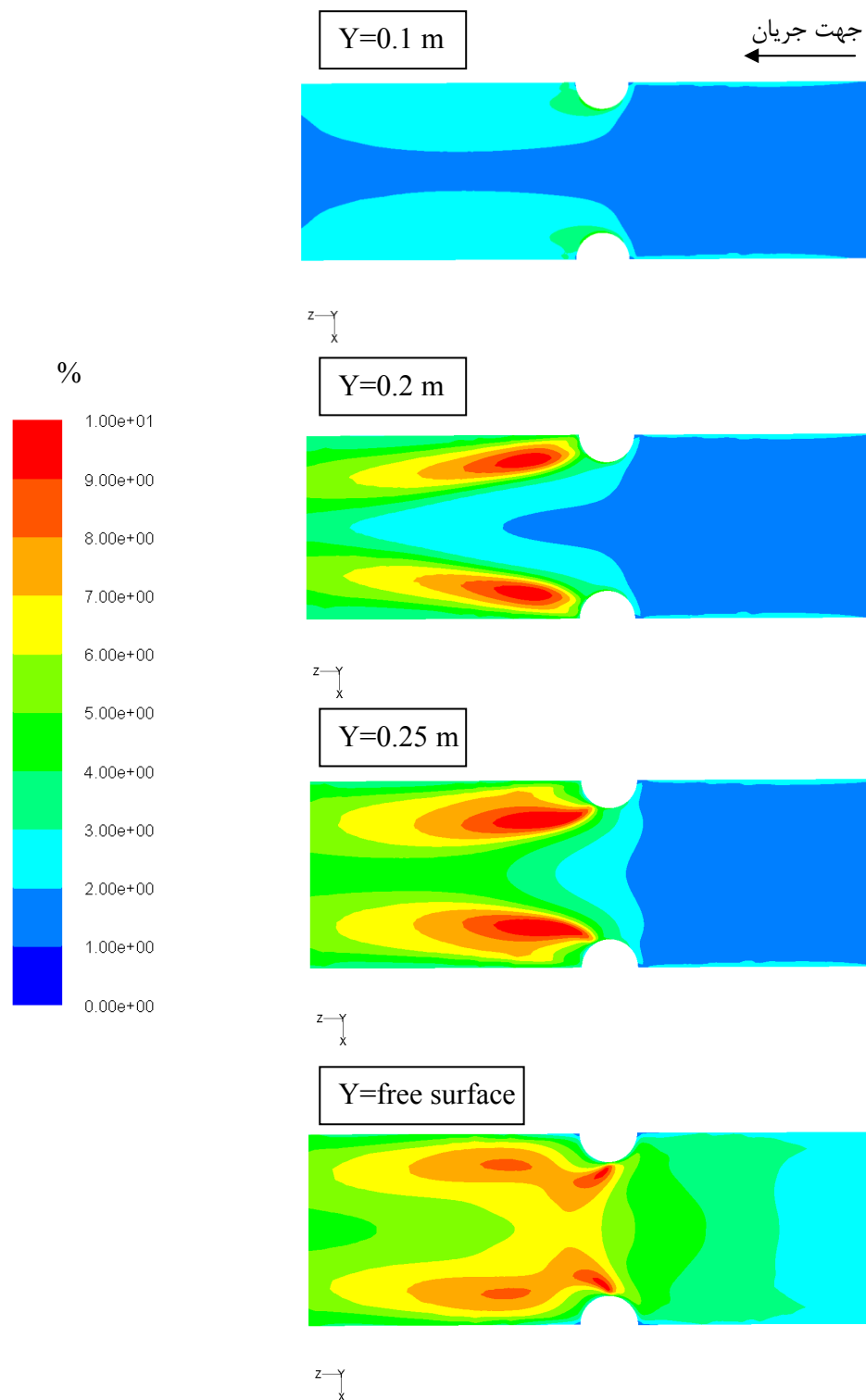
## ۶-۱-۱۶- تغییرات شدت آشفتگی در مقاطع مختلف در عمق

بر طبق تعریف شدت آشفتگی از رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$I = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{u^*}$$

که در این فرمول I شدت آشفتگی است که عددی بی‌بعد می‌باشد و چنانچه در ۱۰۰ ضرب گردد برحسب درصد بیان می‌گردد. K انرژی جنبشی آشفتگی و  $u^*$  سرعت مبنا می‌باشد که در این مسئله  $0.4 \text{ m/s}$  در نظر گرفته می‌شود. همانطور که این رابطه نشان می‌دهد شدت آشفتگی می‌تواند بیان‌کننده نسبت سرعت لحظه‌ای به سرعت مبنا باشد که معمولاً عددی در حدود ۰.۸٪ الی ۳٪ می‌باشد و می‌تواند نشان دهد که اندازه آشفتگی در چه حد است. با توجه به این رابطه شدت آشفتگی در هر نقطه فقط تابعی از انرژی جنبشی آشفتگی آن نقطه می‌باشد. بنابراین شکل دیاگرام شدت آشفتگی باید شبیه به شکل تغییرات انرژی جنبشی آشفتگی باشد و فقط اعداد آن‌ها با هم متفاوت گردد. در شکل ۶-۲۲ مقادیر شدت آشفتگی در کانال مبنا در اعماق ۰.۲۵، ۰.۲ و ۰.۱ از کف کانال و

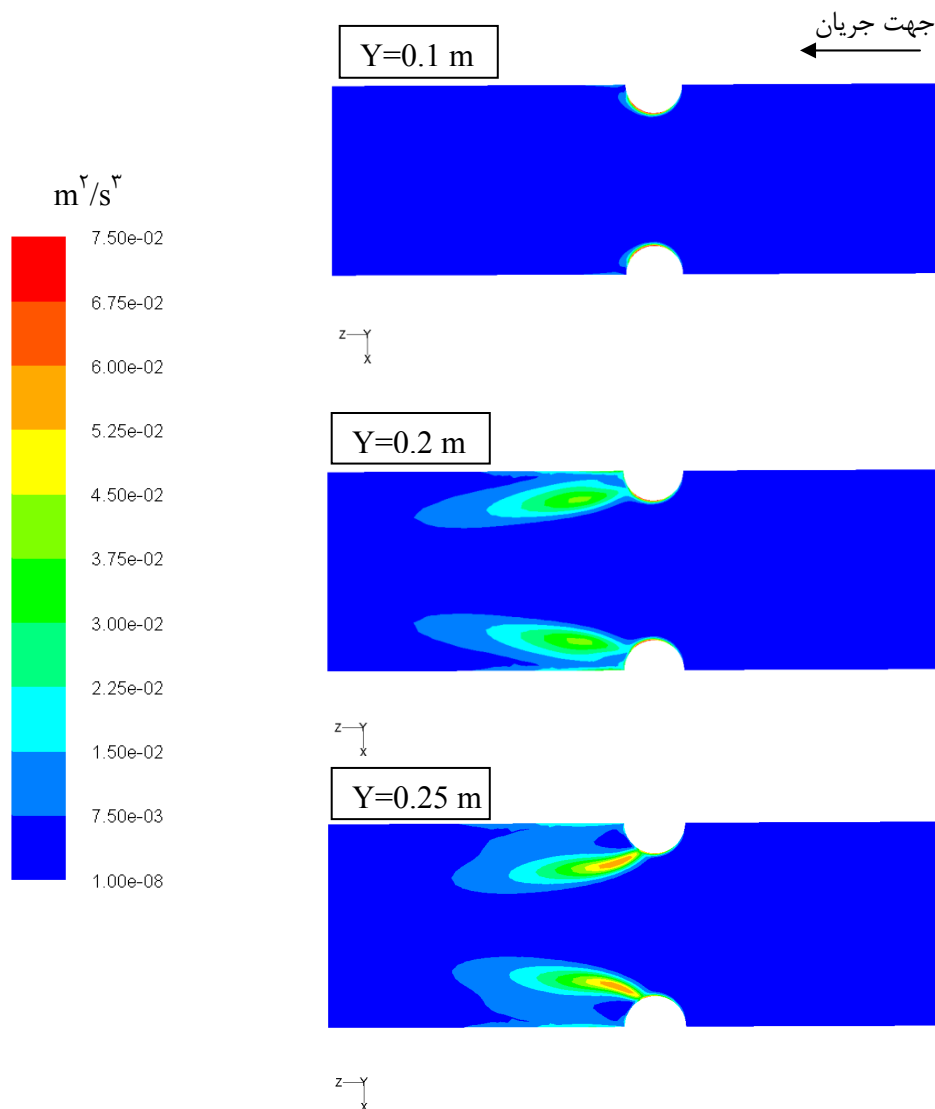
همچنین در سطح آب داده شده است. با مقایسه شکل ۲۱-۶ و شکل ۲۲-۶ در می‌یابیم که این اشکال کاملاً به هم شبیه بوده و فقط اعداد آن‌ها متفاوت است که کاملاً منطقی می‌باشد.

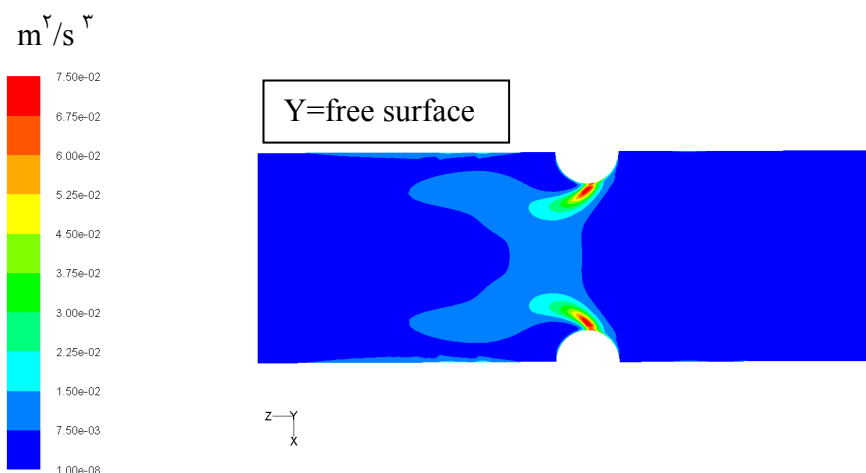


شکل ۲۲-۶- شدت آشفته‌گی جریان در عمق‌های مختلف کانال

## ۱۷-۱-۶- تغییرات نرخ اتلاف انرژی آشفتگی در مقاطع افقی

شکل ۲۳-۶ نرخ اتلاف انرژی آشفتگی ( $\varepsilon$ ) را در مقاطع افقی نشان می‌دهد. این مقاطع در فواصل ۰/۲۵m، ۰/۲ و ۰/۱ از کف کانال و همچنین در سطح آب می‌باشد. نرخ اتلاف انرژی آشفتگی معمولاً در محل‌هایی که  $k$  زیاد است، مقدار بیشتری دارد و در محل‌هایی که  $k$  کم است، مقدار آن نیز کمتر است. این مطلب در شکل ۲۳-۶ و شکل ۲۱-۶ نیز مشهود می‌باشد و نشان می‌دهد که جواب‌ها منطقی می‌باشند. در اینجا نیز نرخ اتلاف آشفتگی در پایین‌دست تنگنا بسیار قابل ملاحظه‌تر از بالا-دست تنگنا می‌باشد که منطقی است.

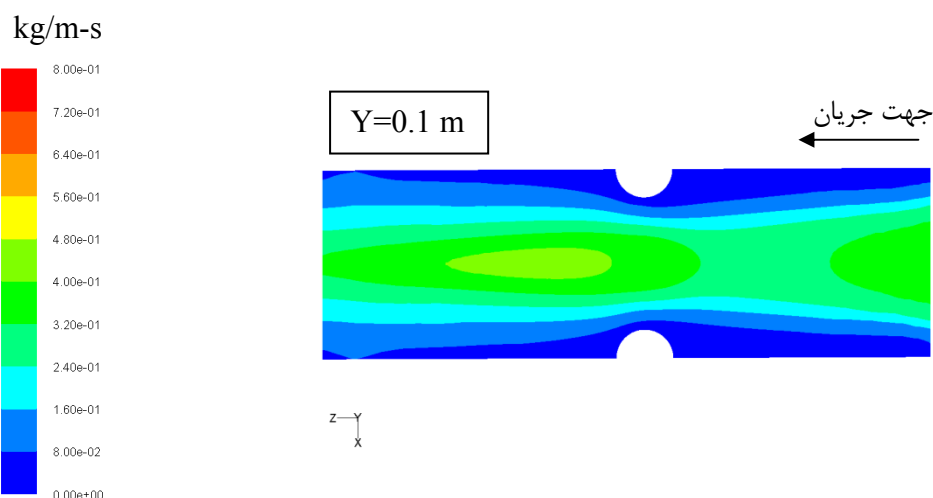


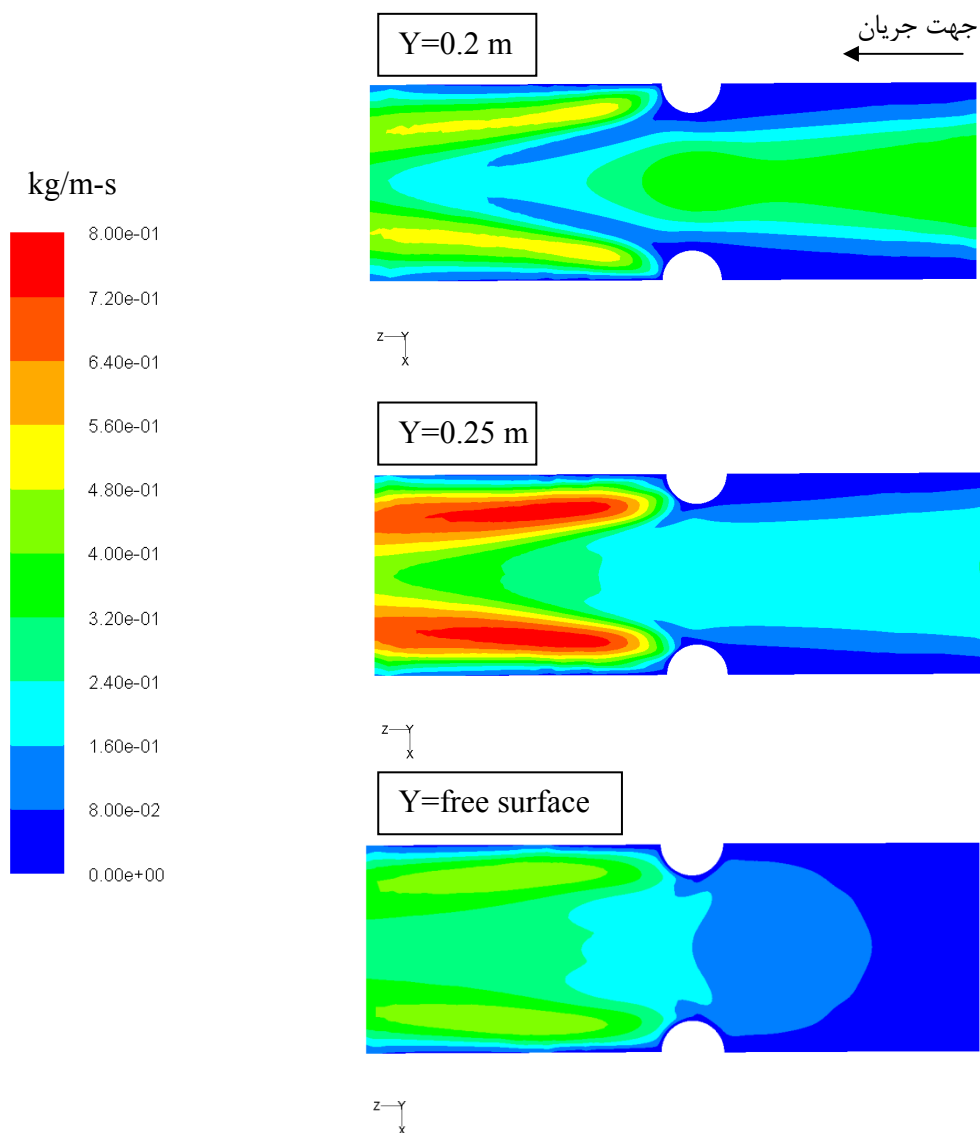


شکل ۶-۲۳- نرخ اتلاف آشفتگی ( $\varepsilon$ ) در برخورد با تنگ‌شدگی

## ۶-۱-۱۸- تغییرات ویسکوزیته آشفتگی در مقاطع افقی

شکل ۶-۲۴ تغییرات ویسکوزیته آشفتگی را در مقاطع افقی نمایش می‌دهد. این مقاطع در فواصل ۰/۲۵m، ۰/۲ و ۰/۱ از کف کانال و همچنین در سطح آب می‌باشد. ویسکوزیته آشفتگی در واقع حاصل کلیه محاسبات آشفتگی می‌باشد که نسبت به لزجت ملکولی سیال بسیار بیشتر و در حدود ۱۰ تا ۱۰۰۰ برابر آن می‌باشد. همانگونه که این شکل نشان می‌دهد لزجت آشفتگی در پایین-دست تنگنا به مراتب بیشتر از لزجت آشفتگی در بالادست تنگناست که کاملاً منطقی است و بخاطر گرادیان‌های شدید سرعت در پایین‌دست تنگنا ایجاد می‌شود همچنین لزجت آشفتگی در محل‌های نزدیک به دیوار و کف نیز به لحاظ گرادیان‌های سرعت بیشتر است. در سطح آب به علت عدم وجود گرادیان زیاد سرعت مقدار آن کمتر است و از محل‌های دیگر به این محل حمل می‌گردد.





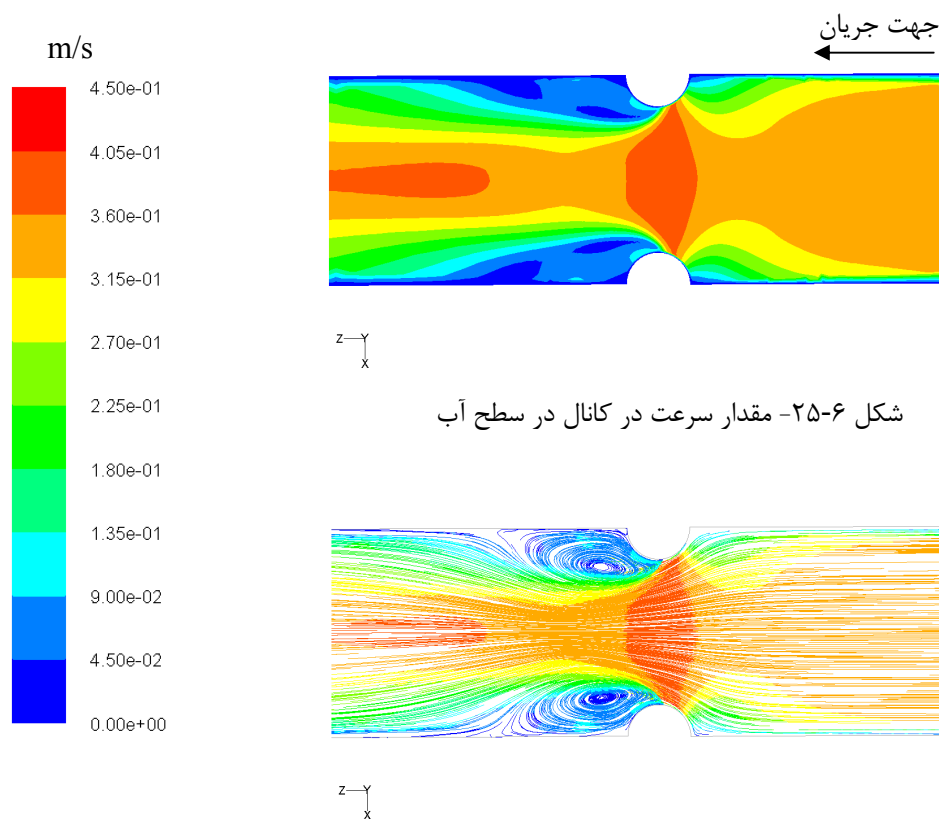
شکل ۶-۲۴- ویسکوزیته آشفته بعد از برخورد با تنگ‌شدگی

## ۱۹-۱-۶- دیاگرام‌های سرعت جریان

در شکل ۶-۲۵ مقدار سرعت کل هر نقطه به شکل کانتوری ترسیم شده است که بخوبی در قبل و بعد از تنگنا وضعیت سرعت را در سطح آب نشان می‌دهد. در شکل ۶-۲۶ خطوط جریان در سطح کانال ترسیم شده‌اند. در این شکل محل‌های جریان‌های گردابی در پایین‌دست تنگنا به خوبی مشخص است و می‌توان یکنواختی جریان را در قبل و بعد از تنگنا مشاهده نمود. همچنین خطوط در هر نقطه برحسب سرعت جریان به صورت رنگی نشان داده شده‌اند و به این ترتیب هم طول بردار و هم رنگ آن می‌تواند مشخص کننده سرعت جریان در هر نقطه باشد. در اینجا نیز طرح جریان که

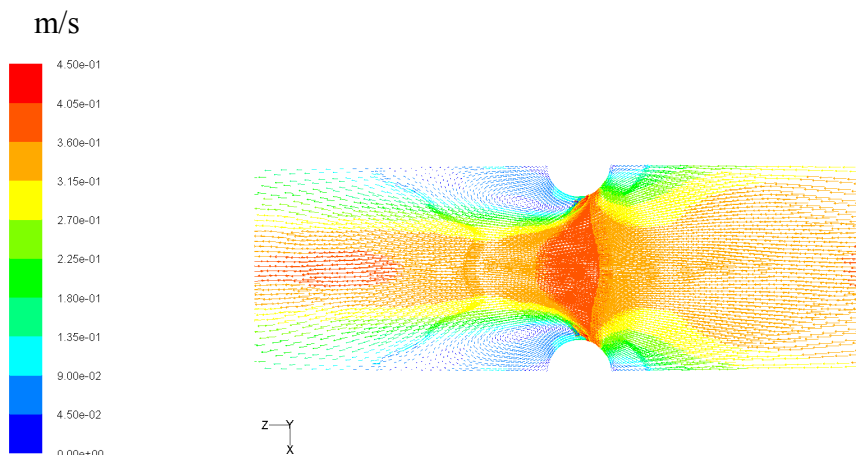
مجموعه‌ای از خطوط جریان محسوب می‌گردد به خوبی قابل مشاهده است و یک دید کلی و جامع از وضعیت سرعت‌ها در کانال بدست می‌دهد. همچنین در شکل ۶-۲۷ در مقطع عرضی تنگنا بردارهای سرعت برای آب و هوای بالای آن داده شده است. و در نهایت در شکل ۶-۲۸ در سطح آب در چندین مقطع وضعیت بردارهای سرعت نشان داده شده است. در قسمت تنگ‌شدگی ماکزیمم سرعت آب در کناره‌ها به ۰/۸۲۵ متر بر ثانیه می‌رسد و سرعت متوسط آب در این مقطع ۰/۵۸۵ متر بر ثانیه می‌باشد. همچنین متوسط ارتفاع آب در عرض کانال ۰/۲۹۶ متر می‌باشد.

#### بردارهای سرعت و خطوط جریان در سطح آب

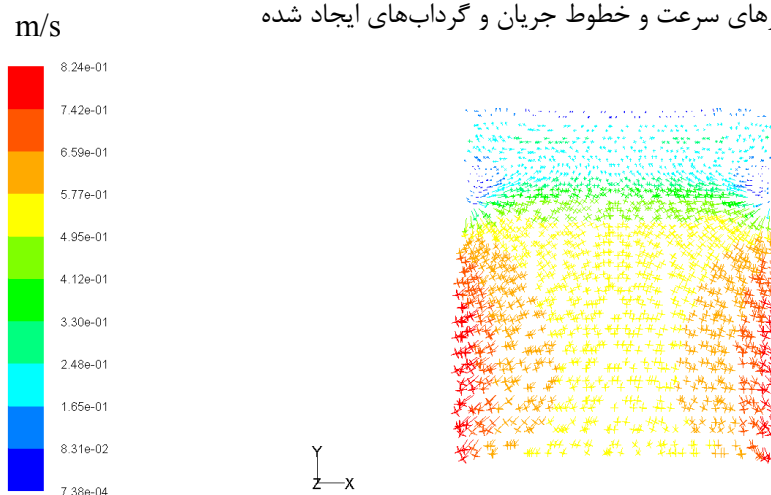


شکل ۶-۲۵- مقدار سرعت در کانال در سطح آب

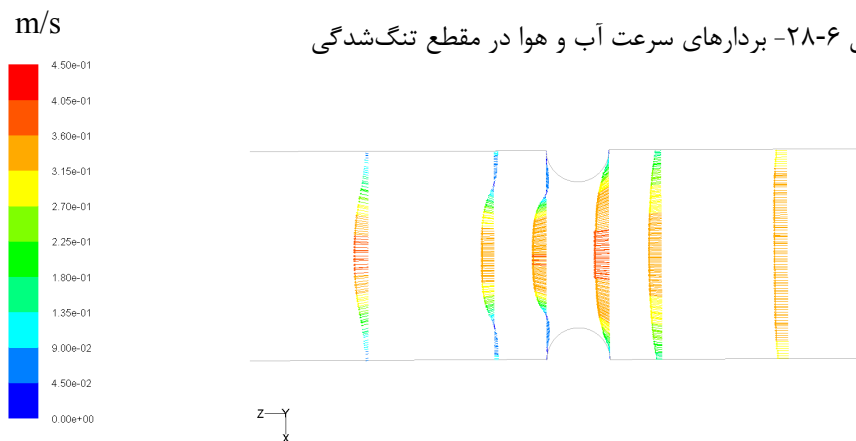
شکل ۶-۲۶- خطوط جریان در سطح آب



شکل ۶-۲۷- بردارهای سرعت و خطوط جریان و گرداب‌های ایجاد شده



شکل ۶-۲۸- بردارهای سرعت آب و هوا در مقطع تنگ‌شدگی



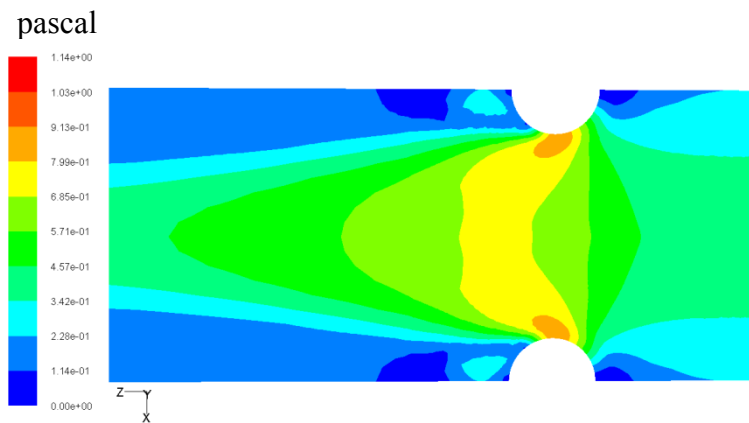
شکل ۶-۲۹- تغییر جهت و سرعت بردارهای جریان در قبل و بعد از تنگ‌شدگی

## ۶-۱-۲۰- تنش برشی در کف و دیوار کانال

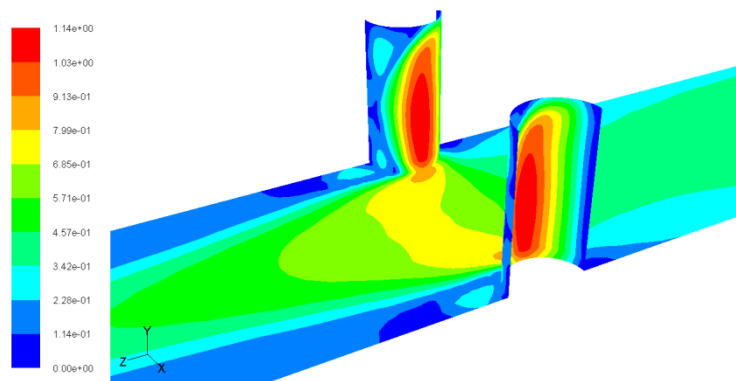
همان‌طور که در شکل ۶-۳۰ و شکل ۶-۳۱ مشاهده می‌شود، تنش برشی در کف کانال بعد از

مرکز تنگ‌شدگی به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد و تقریباً در  $\frac{1}{3}$  ارتفاع آب نیز بیشترین تنش برشی را

که مقدار آن  $\frac{1}{14}$  پاسکال می‌باشد، مشاهده می‌کنیم.



شکل ۳۰-۶- تنش برشی در کف کانال



شکل ۳۱-۶- تنش برشی در کف و دیوار تنگ‌شدگی

### سایر شبیه‌سازی‌های عددی

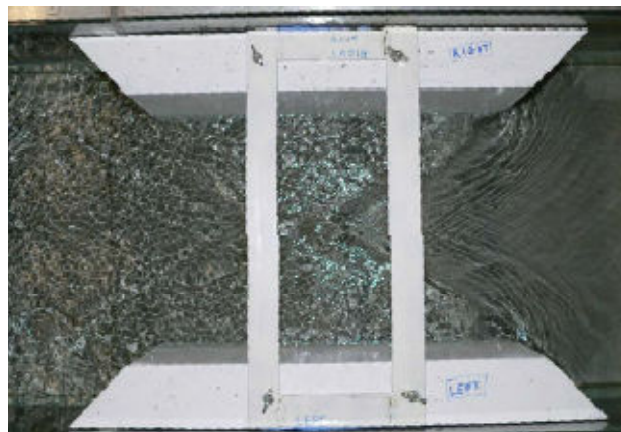
کلیه نتایج این قسمت حاصل آنالیز عددی روی کانال مبنا با شعاع انحنای مقطع تنگنا برابر ۷/۵ cm و سرعت ورودی ۰/۴ m/s بوده است. آنالیز برای رنج سرعت‌های ۰/۴ تا ۰/۱ m/s و همچنین مقاطع تنگنای ۵ cm و ۲/۵ cm نیز صورت گرفت که در کل تعداد شبیه‌سازی‌ها را به تعداد ۲۱ رساند. نتایج شبیه‌سازی‌های دیگر نیز مشابه نتایج ارائه شده در این فصل بوده است و بنابراین برای خلاصه کردن مطالب آورده نشده‌اند.

### ۲-۶- مشاهدات عینی جریان در یک تنگنای عرضی

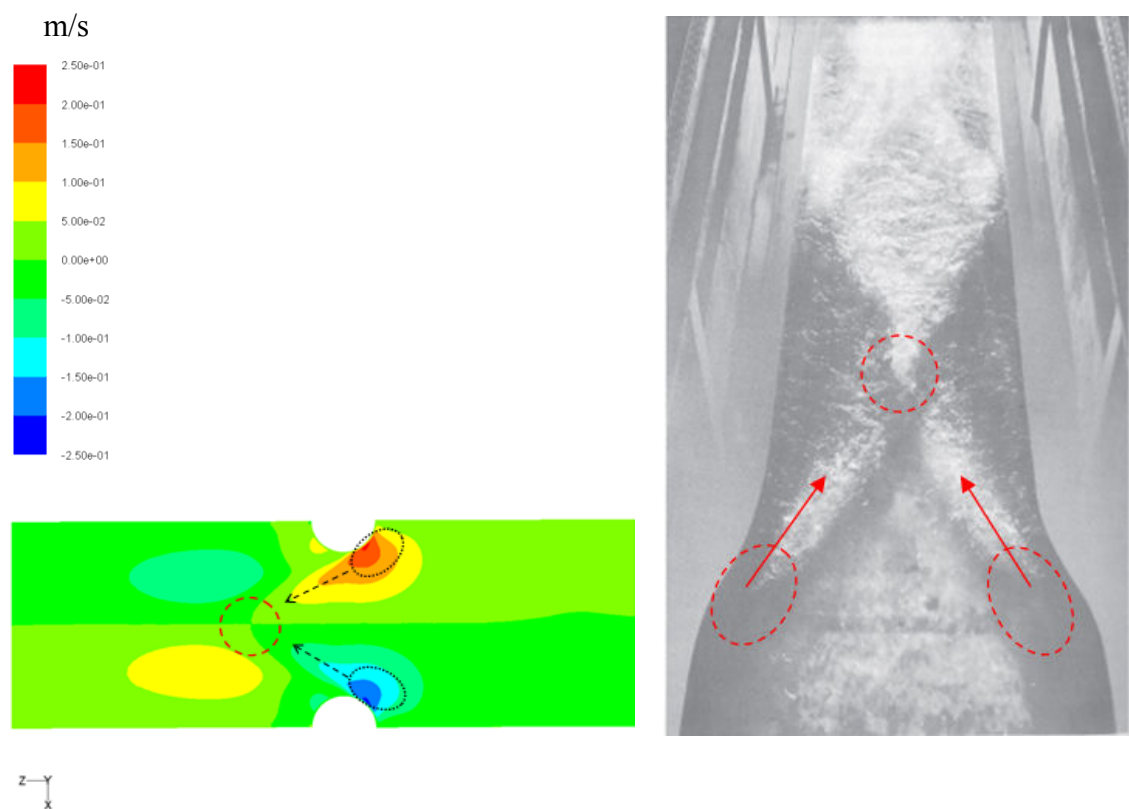
نتایج عددی در قسمت‌های قبلی تفاوت قابل توجهی نسبت به روش تحلیلی با استفاده از رابطه برنولی نشان می‌داد. اگرچه کارهای آزمایشگاهی که با جزئیات وضعیت سرعت را ارائه دهند در کارهای قبلی مشاهده نگردید ولی یک سری عکس‌ها در جریان یک تنگنای عرضی موجود می‌باشد



که می‌توانند در درک مطلب کمک کننده باشند. روش تحلیلی هیچگونه تغییری در جهت عرضی کانال برای عمق در نظر نمی‌گیرد. در صورتی که آنالیزهای عددی این تغییرات را بوضوح نشان می‌دهند و مشخص می‌کنند که بیان کردن فقط یک عمق در هر مقطع طولی نمی‌تواند صحیح باشد و عمق در جهت عرضی نیز تغییر می‌یابد. شکل ۶-۳۲ وضعیت جریان را در یک تنگنای عرضی نشان می‌دهد. همانطور که این شکل به وضوح نشان می‌دهد، آب از کناره‌ها به سمت وسط توسط دیواره‌ی تنگنا هدایت می‌گردد و بنابراین ایجاد تغییر ارتفاع در عرض را می‌نماید. که این مشاهده با نتایج عددی کاملاً هماهنگ بوده و تشابهی با روش تحلیلی ندارد. همچنین شکل ۶-۳۲ نیز همین هدایت شدن جریان از کناره‌ها به سمت وسط در شروع تنگنا را نشان می‌دهد که در کنار آن نتایج مدلینگ عددی نیز برای مقایسه آورده شده است.



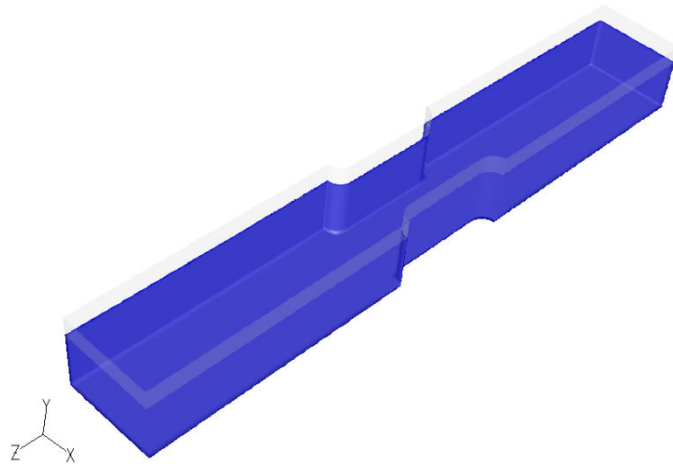
شکل ۶-۳۲- ایجاد امواج سطحی در برخورد با تنگ‌شدگی [۲۰]



شکل ۳۳-۶- هدایت شدن جریان از گوشه‌ها به مرکز کانال [۲۱]

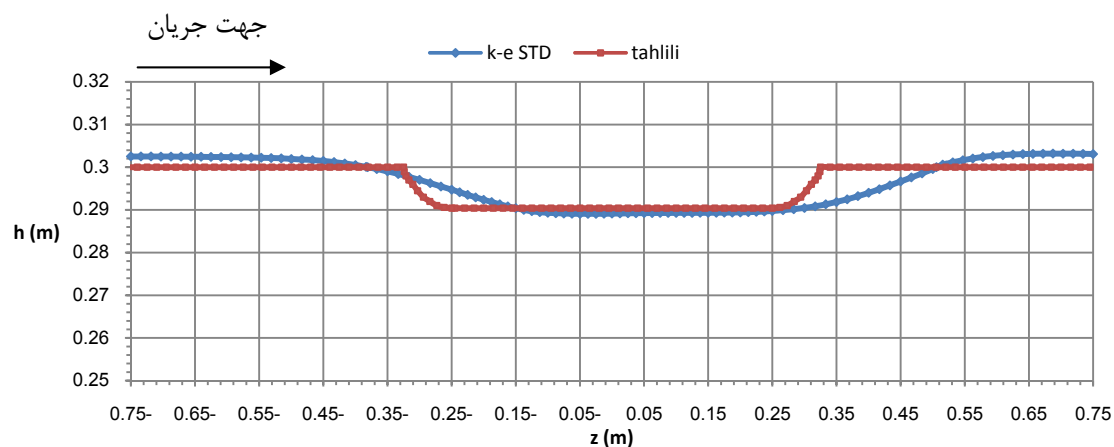
### ۳-۶- مدل سازی سطح آب در مقطع با تنگ شدگی در طول کانال

مدلی به ابعاد  $40 \times 50 \times 35$  سانتی متر با طول تنگ شدگی نیم متر با سرعت ورودی  $0.4$  متر بر ثانیه مدل شده است. ابتدا و انتهای تنگ شدگی مقاطع دایروی با شعاع  $7/5$  سانتی متر می باشد. عرض کانال در مقطع تنگ شدگی  $35$  و عمق آب  $30$  سانتی متر است همچنین مش بندی کانال شامل  $152685$  گره و  $139360$  سلول می باشد.

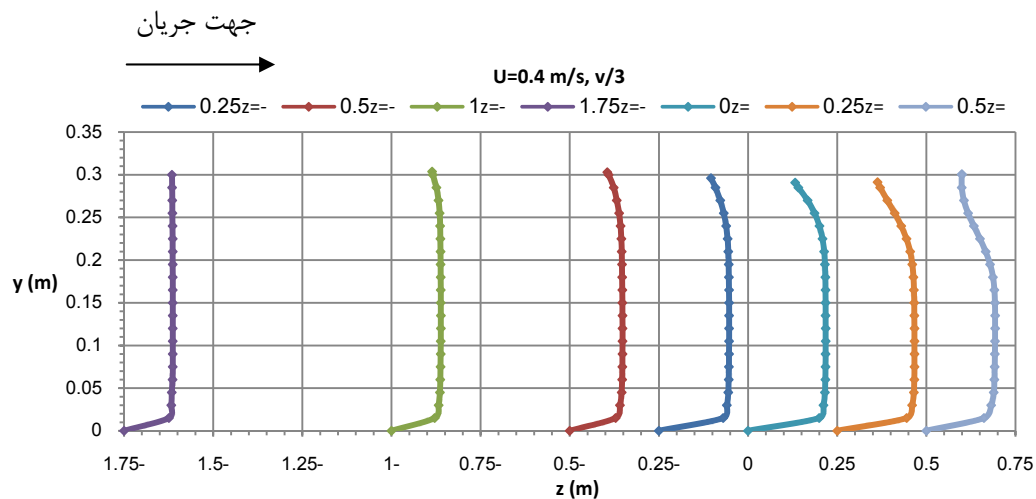


شکل ۳-۶- کانال با تنگ شدگی به طول  $50$  سانتی متر با شعاع  $7/5$  سانتی متر

همان طور که در شکل ۳-۶ دیده می شود، مقدار پایین افتادگی تحلیلی و مدل سازی تطابق خوبی دارند. مقدار اختلاف موجود می تواند ناشی از ایجاد امواج حاصل از برخورد آب با کناره ها باشد.



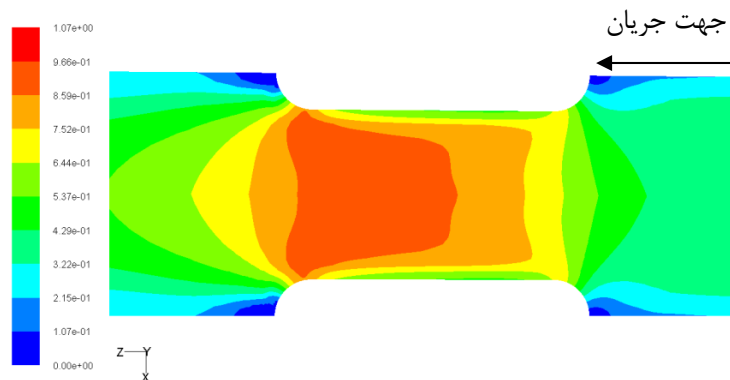
شکل ۳-۶ - مقایسه پروفیل سطح آب مدل سازی و تحلیلی



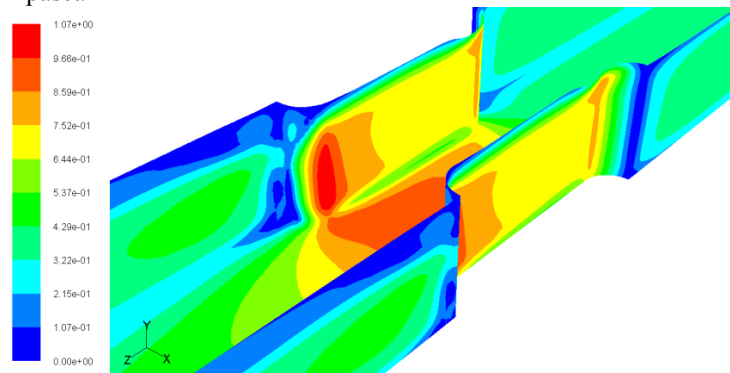
شکل ۳۶-۶- نمودار سرعت در طول محور کانال

### ۶-۳-۱- تنش برشی در کف و دیوار کانال

همان‌طور که در شکل ۳۷-۶ و شکل ۳۸-۶ مشاهده می‌شود، تنش برشی در کف کانال بعد از مرکز تنگ‌شدگی به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد و تقریباً در  $\frac{1}{3}$  ارتفاع آب در انتهای تنگ‌شدگی، نیز بیشترین تنش برشی را که مقدار آن  $1/07$  پاسکال می‌باشد، مشاهده می‌کنیم.



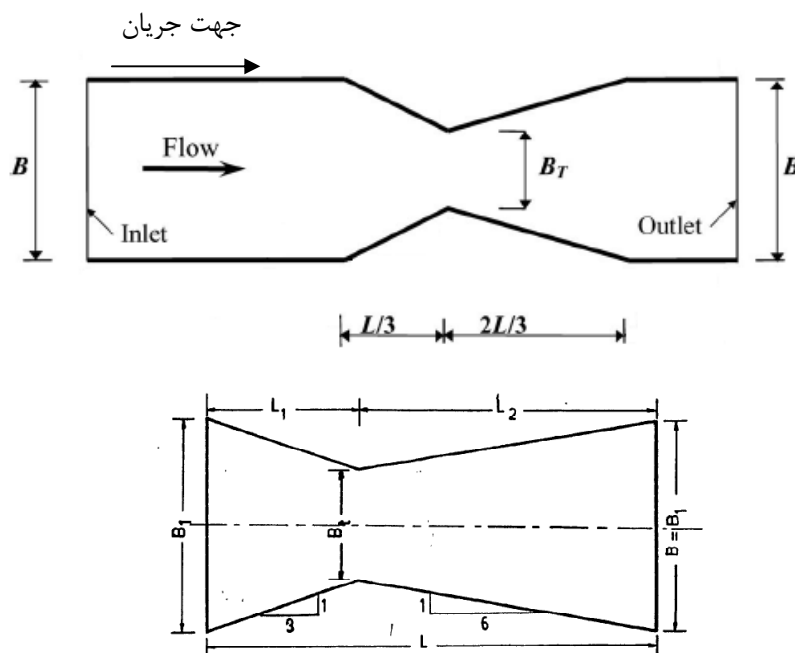
شکل ۳۷-۶- تنش برشی در کف کانال



شکل ۳۸-۶- تنش برشی در دیوار و کف کانال

## ۴-۶- مقایسه نتایج مدل سازی و آزمایشگاهی

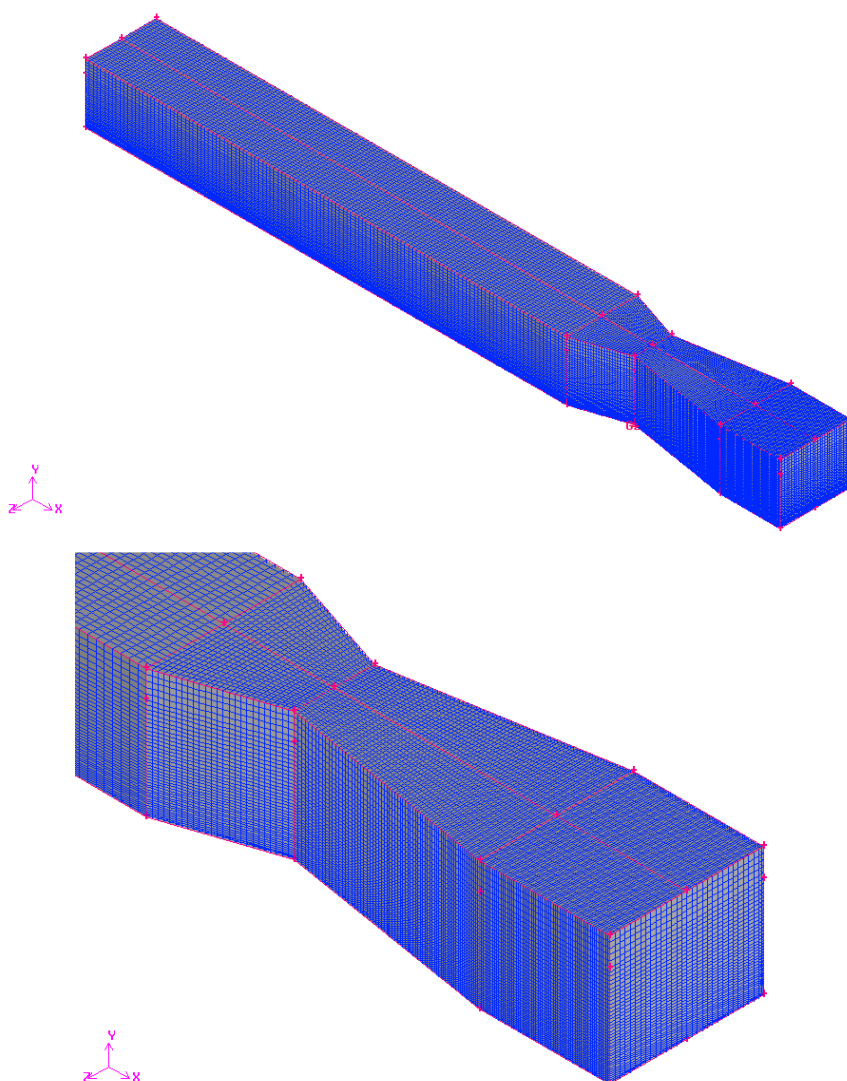
برای بررسی صحت مدل سازی انجام شده، از کار آزمایشگاهی صورت گرفته توسط Aukle در سال ۱۹۸۳ استفاده شده است. در این آزمایش پروفیل سطح آب در دبی های مختلف اندازه گیری شده است. در خروجی کانال شرط جریان آزاد حاکم می باشد بدین معنی که از هیچ گونه مانعی جهت تغییر در سطح آب، به منظور اندازه گیری دبی جریان، استفاده نشده است.



شکل (۴-۶) ابعاد کانال مدل شده

$B_1$ (m)	$L$ (m)	$L_2$ (m)	$L_1$ (m)	$B_t$ (m)
۰/۳۰	۰/۶۴۸	۰/۴۳۲	۰/۲۱۶	۰/۱۵۶

طول کانال تا قبل از ابتدای تنگ شدگی  $2/0.32$  m و بعد از انتهای تنگ شدگی  $0/2.54$  m می باشد. مش بندی کانال مدل سازی شده شامل  $391995$  گره و  $369600$  سلول بوده و همچنین در قسمت تنگ شدگی و در عمق کانال از مش بندی ریزتری استفاده شده است. در این مدل سازی از روش  $k-\epsilon$  استاندارد و تابع استاندارد دیوار استفاده شده است. شرایط مرزی استفاده شده در مدل سازی بصورت  $mass\ flow\ rate$  در ورودی و  $pressure\ outlet$  در خروجی می باشد.



شکل (۶-۴۰) ابعاد مش بندی کانال

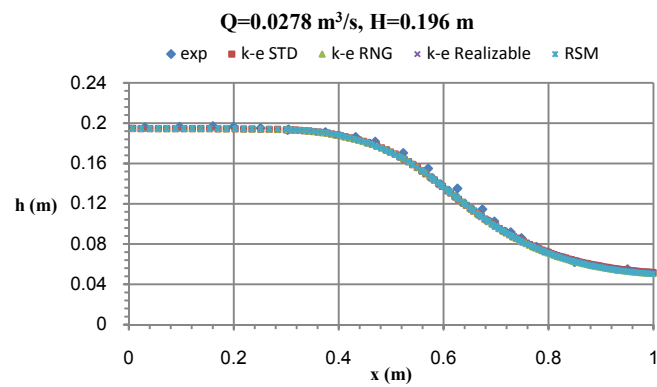
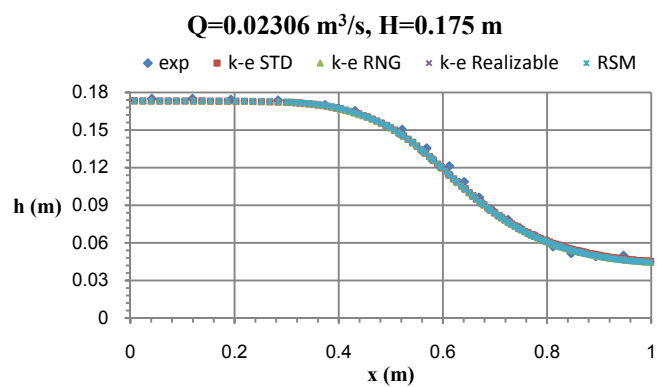
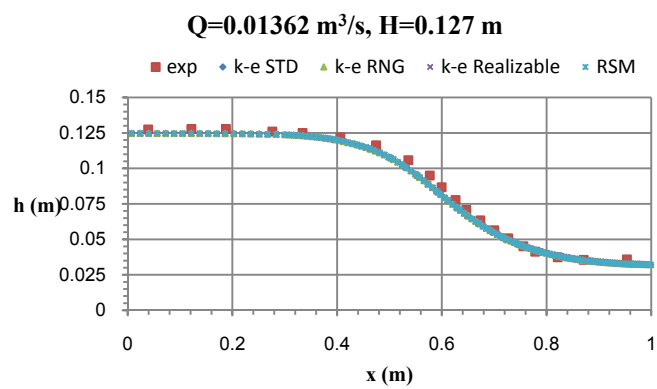
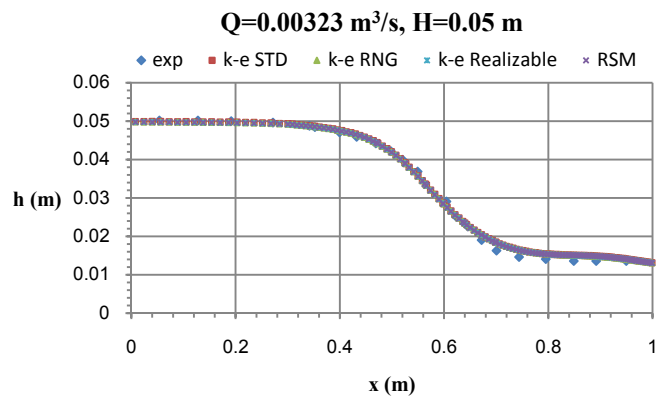
این آزمایش برای دبی جریان و ارتفاع‌هایی مطابق جدول زیر انجام شده است.

دبی ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	۰/۰۲۷۸	۰/۰۲۳۰۶	۰/۰۱۳۶۲	۰/۰۰۳۲۳
ارتفاع (m)	۰/۱۹۶	۰/۱۷۵	۰/۱۲۷	۰/۰۵
عدد فرود (Fr)	۰/۳۴۱	۰/۲۴۷	۰/۳۲۰	۰/۳۰۸

مدل‌سازی‌هایی با روش‌های  $k-\varepsilon$  استاندارد، RNG، محسوس و همچنین روش تنش رینولدز

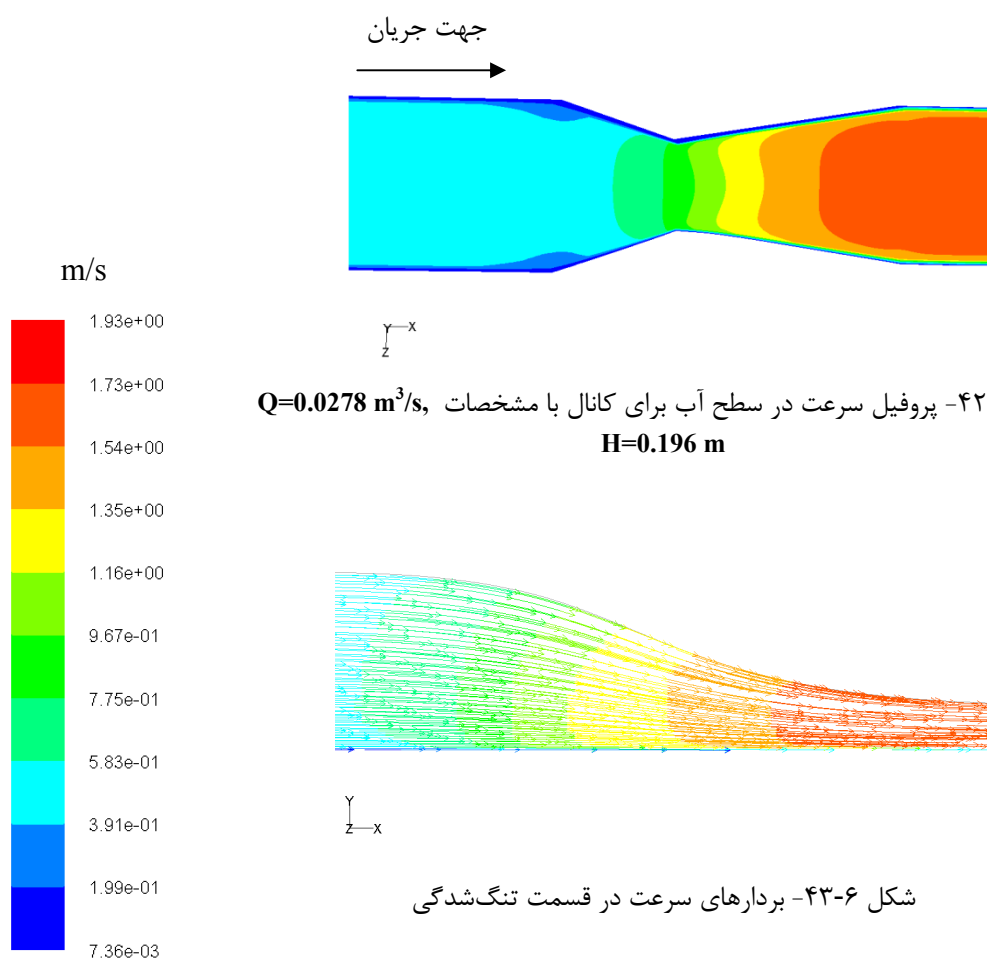
انجام شده و جمع مدل‌سازی‌ها ۱۶ مورد می‌باشد. در تمامی اشکال زیر نقطه  $x = ۰/۳ \text{ m}$ ، ابتدای

تنگ‌شدگی می‌باشد.

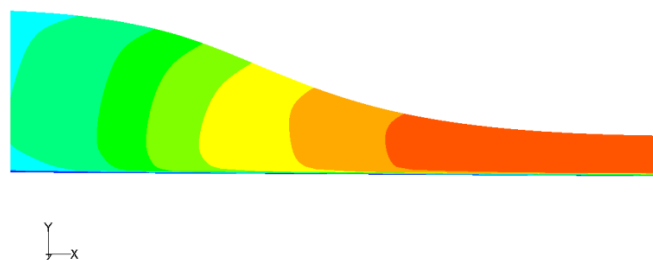


شکل ۴۱-۶ مقایسه نتایج مدل سازی و آزمایشگاهی با استفاده از روش های مختلف

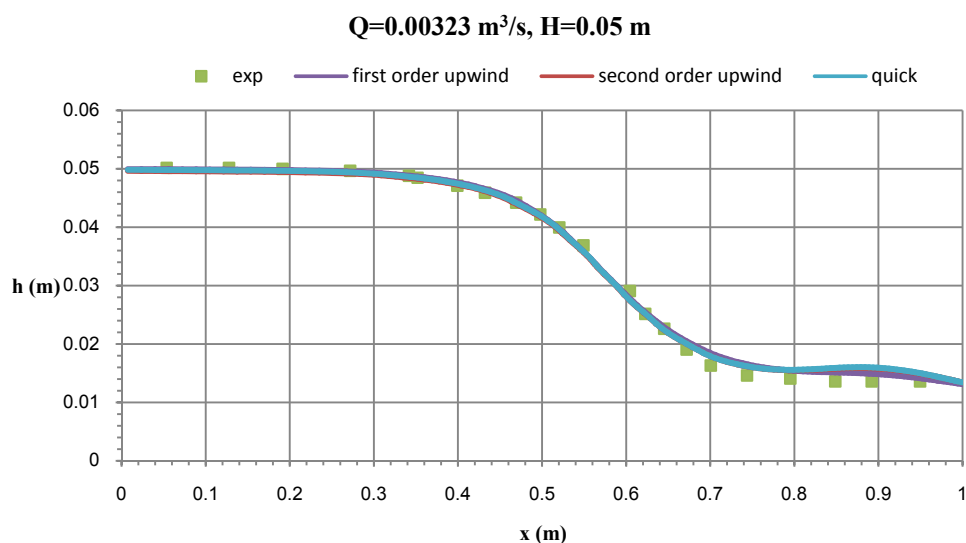
همان‌طور که در شکل ۴۱-۶ مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از مدل‌سازی با استفاده از روش‌های مختلف تقریباً یکسان می‌باشند و تطابق نسبتاً خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. البته سطح آب در نتایج مدل‌سازی، اندکی پایین‌تر از سطح آب حاصل از نتایج آزمایشگاهی است، اما پایین افتادگی سطح آب در مدل‌سازی‌های انجام شده توسط عیاری (۱۳۸۸)، Sarker و Rhodes (۲۰۰۰ و ۲۰۰۴) و Zerihun (۲۰۰۶) نیز مشاهده می‌شود.



شکل ۴۳-۶- بردارهای سرعت در قسمت تنگ‌شدگی



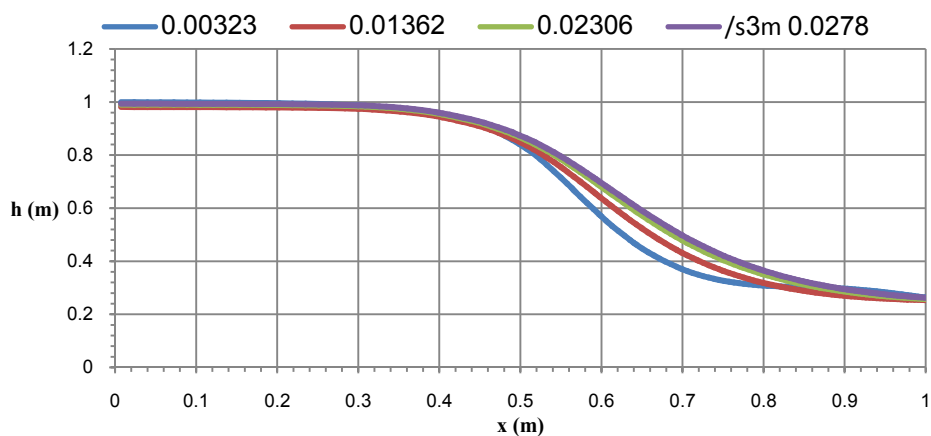




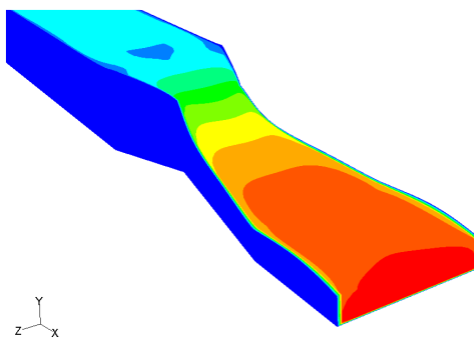
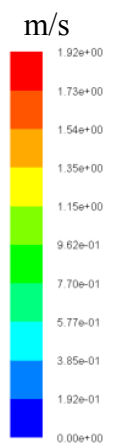
شکل ۴۵-۶- مقایسه نتایج آزمایشگاهی و روش‌های مختلف مدل‌سازی سطح آب

در شکل ۴۵-۶ سطح آب با استفاده از روش‌های مختلف ترسیم و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همه روش‌ها تقریباً با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی دارند. در قسمت انتهایی کانال، سطح آب با استفاده از روش آپویند مرتبه اول، اختلاف کمی با روش آپویند مرتبه دوم و روش کوئیک دارد ولی به جواب‌های آزمایشگاهی نزدیک‌تر است.

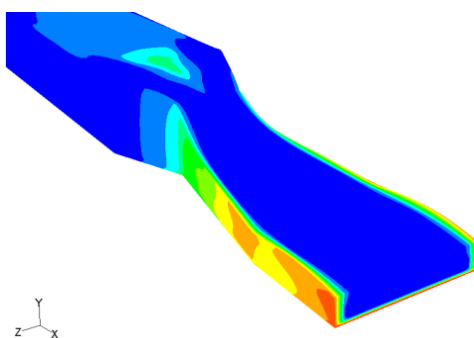
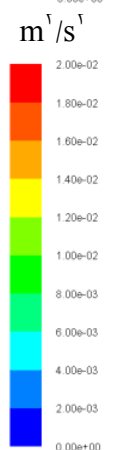
با توجه به نمودارهای ارائه شده می‌توانیم نتیجه بگیریم که روش‌های دومعادله‌ای  $k-\varepsilon$  استاندارد، RNG و محسوس و همچنین روش RSM نتیجه یکسانی در مدل‌سازی سطح آب داشته و نیازی به استفاده از یک مدل پرهزینه و زمان‌بری مانند RSM نمی‌باشد.



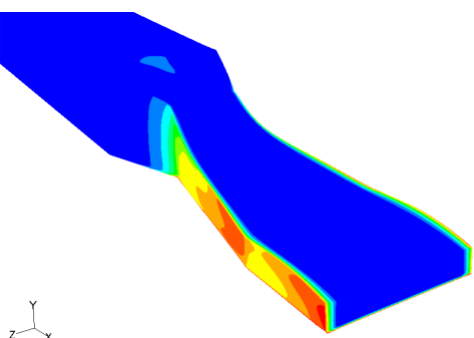
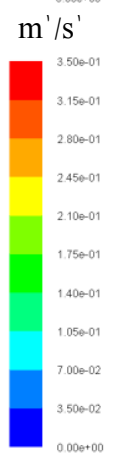
شکل ۴۶-۶- مقایسه سطح آب با دبی ورودی مختلف با استفاده از روش  $k-\varepsilon$  استاندارد



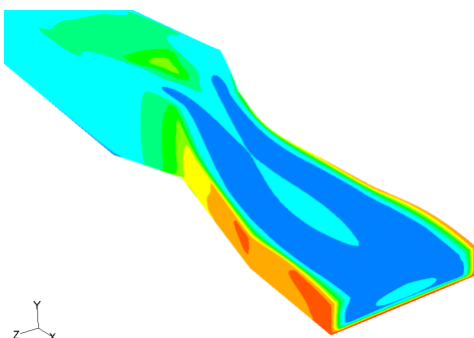
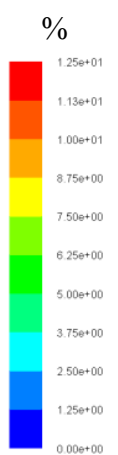
شکل ۶-۴۷- نمودار سرعت در کانال



شکل ۶-۴۸- انرژی جنبشی آشفته (k)

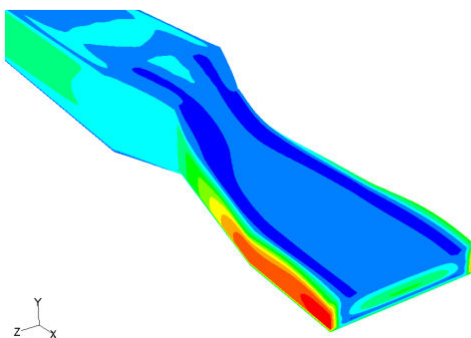


شکل ۶-۴۹- نرخ اتلاف انرژی (ε)

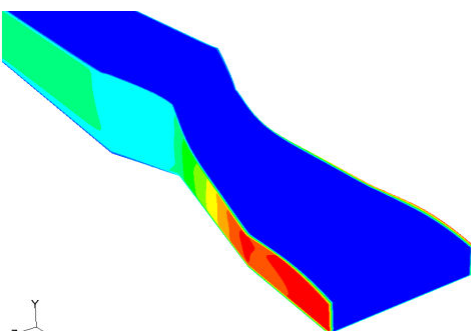


شکل ۶-۵۰- شدت آشفتگی

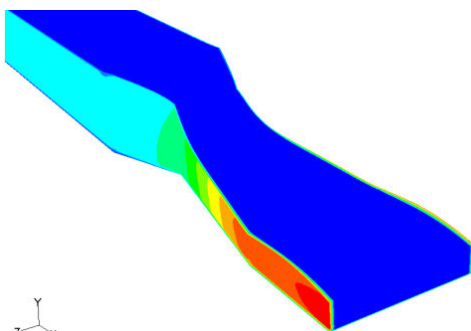
kg/m-s



شکل ۵۱-۶- ویسکوزیته آشفتگی



شکل ۵۲-۶- نمودار  $y^+$  در دیوار کانال



شکل ۵۳-۶- نمودار  $y^+$  در دیوار کانال

همان‌طور که در شکل ۵۲-۶ و شکل ۵۳-۶ دیده می‌شود، مقادیر  $y^+$  و  $y^*$  کمتر از ۴۰۰ می‌باشند که نشان از اندازه مناسب مش‌بندی دارد. تفاوت مقادیر  $y^+$  و  $y^*$  در طریقه محاسبه آنهاست که یکی با استفاده از تنش برشی و دیگری با استفاده از انرژی آشفتگی محاسبه می‌شود.

## فصل ۷

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

## ۷-۱- نتیجه گیری

همان طور که می دانیم جریان در یک تنگنای عرضی حائز اهمیت برای بسیاری از پروژه های مهندسی می باشد. همواره در محل های احداث پل روی رودخانه ها بحث تاثیر رودخانه در محل پل و اثر آن بر روی جریان و تاثیر آن بر انتقال رسوب مطرح می شود که همه این موارد نیاز به شناخت کامل جریان دارد این مطالعه سعی در شناخت کامل جریان در تنگنای عرضی داشته است و با توجه به مطالب عنوان شده در این فصل می توان نتایج زیر را از این مطالعه عددی برداشت نمود:

۱- روش تحلیلی بر پایه معادله برنولی برای وضعیت جریان در یک تنگنای عرضی تقریبی بوده و دقت خوبی ندارد. این روش هیچگونه تغییری در عمق جریان در جهت عرضی در نظر نمی گیرد در حالیکه محاسبات عددی حکایت از تغییر عمق قابل ملاحظه در جهت عرضی دارند که فقط با یک مدل سه بعدی قابل مشاهده می باشد. همچنین عکس های جریان در یک تنگنای عرضی نیز همین مشاهده را تایید می نماید.

۲- آنالیز تحلیلی مقدار افت انرژی در گذر از یک تنگنای عرضی را ناچیز فرض می کند. آنالیز عددی هم این افت انرژی را بزرگ محاسبه نمی نماید. همچنین با استفاده از روش های  $k-\epsilon$  استاندارد،  $k-\epsilon$  محسوس،  $k-\epsilon$  RNG و RSM افت انرژی در کانال محاسبه گردید که همه آنها جواب های تقریباً مشابهی با یکدیگر و متفاوت با آنالیز تحلیلی ارائه نمودند. بنابراین می توان بیان نمود که با توجه به ناچیز بودن افت انرژی و تشابه نتایج آنالیزهای آشفتگی، نیاز به استفاده از یک مدل پرهزینه مثل RSM نمی باشد و روش های معمول مثل  $k-\epsilon$  استاندارد نیز کاملاً جوابگوی نیاز آنالیز می باشد.

۳- در محل تشکیل حداقل عمق و همچنین مقدار حداقل عمق بین روش تحلیلی و آنالیزهای عددی تفاوت وجود دارد. همچنین روش تحلیلی ناحیه تغییر عمق را در محدوده تنگنای عرضی لحاظ می کند در صورتیکه آنالیز عددی در ناحیه ای خارج از تنگنای عرضی به لحاظ مومنوم تغییر عمق در نظر می گیرد.

۴- در عبور جریان از تنگنا، جریان از سمت کناره‌ها به سمت وسط کانال هدایت می‌گردد و می‌توان دو موج را از دو طرف مشاهده نمود که بتدریج در وسط به هم می‌رسند. همین امواج است که سبب می‌گردد در نزدیکی دیوارها در محل تنگنا، نه تنها فرو رفتگی نداشته باشیم، بلکه برآمدگی عمق را نیز داشته باشیم. چنین مشاهداتی به هیچ وجه قابل بررسی به روش تحلیلی نمی‌باشد.

۵- پروفیل سرعت‌ها در محل تنگنا و کمی پایین دست آن افزایش سرعت را نشان می‌دهد که کاملاً طبیعی است و در واقع به لحاظ جریان‌های گردابی در گذر از تنگنا از همان عرض تنگنا، در پایین دست تنگنا عبور می‌نمایند. چنین مشاهده‌ای فقط با آنالیز عددی میسر است و روش تحلیلی جریان را با سرعت یکنواخت در کل عرض در نظر می‌گیرد که کاملاً واضح است که فرض دقیقی نیست.

۶- مشاهدات مربوط به انرژی جنبشی آشفتگی، شدت آشفتگی و میزان از بین رفتن انرژی آشفتگی نشان می‌دهد که محل حداکثر این پارامترها در پایین دست تنگنا و در محل جریان‌های گردابی است. چنین محل‌هایی کاملاً منطقی به نظر می‌رسند، چرا که در این محل‌ها گرادیان‌های شدید سرعت وجود دارد که سبب آشفتگی و افت انرژی می‌گردند.

۷- جریان‌های گردابی در پایین‌دست مقطع انقباض در کف خفیف می‌باشند و هرچه به سطح آب می‌آییم مقدار آن‌ها بیشتر و شدیدتر می‌شود.

۸- همان‌طور که در اشکال ۶-۳۰، ۶-۳۱، ۶-۳۷ و ۶-۳۸ مشاهده می‌شود، تنش برشی در کف کانال بعد از مرکز تنگ‌شدگی به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد و تقریباً در  $\frac{1}{3}$  ارتفاع آب نیز بیشترین تنش برشی را مشاهده می‌کنیم.

۹- نتایج مدل‌سازی عددی و نتایج آزمایشگاهی برای یک مورد تنگ‌نای عرضی با هم مقایسه گردیدند. نتایج تطابق بسیار خوبی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی نشان داد و به این ترتیب

صحت عملکرد مدل عددی به اثبات رسید بنابراین تفاوت نتایج مدل سازی عددی و تحلیلی فقط می تواند ناشی از ناکارآمد بودن روش تحلیلی باشد.

۱۰- با توجه به ابعاد کانال سرعت ها ایجاد اعداد فرود از  $0/058$  تا  $0/233$  می نماید. در خارج از این اعداد فرود مدل عددی همگرا نگردید و بنابراین می توان عنوان نمود که مدل های عددی جریان در کانال با مقاطع عرضی در اعداد فرود از  $0/058$  تا  $0/233$  ممکن است.

## ۲-۷- پیشنهادها

- آنالیز تحلیلی محدوده تغییر عمق را همان محدوده تنگنای عرضی می داند در حالیکه آنالیز عددی این محدوده را بزرگتر از محدوده تنگنا محاسبه می نماید. می توان با یک آنالیز جامع طول پایین افتادگی آب در پایین دست تنگ شدگی را بنحوی محاسبه و به شکل یک رابطه بیان نمود.
- بررسی مقدار طول مورد نیاز برای تنگ شدگی برای رسیدن به حالت افتادگی پایدار
- بررسی امواج ایجاد شده و زاویه و محل تلاقی آنها و بررسی رابطه بین عمق آب، ارتفاع امواج و سرعت آب در کانال
- تاثیر شیب کانال در منحنی های سرعت و پایین افتادگی سطح آب
- استفاده از توابع دیگر در مدل سازی رفتار نزدیک دیوار و استفاده از مراتب بالاتر در گسسته سازی توابع و روش های دیگر از جمله SIMPLE و SIMPLEC در معادلات فشار - سرعت
- استفاده از دیگر نرم افزارهای مدل سازی از جمله Flow 3d و Ansys Cfx و مقایسه نتایج آنها با Fluent
- بررسی آب شستگی در تنگ شدگی با شکل نیم دایره و یا سایر اشکال
- برای بدست آوردن یک نتیجه مناسب، پیشنهاد می شود که مش بندی در قسمت های

- نزدیک به دیوار تقریباً ۱۰ برابر ریزتر از سایر قسمت‌ها باشد همچنین از مش‌بندی ریزتری در کمی قبل و بعد از ارتفاع سطح آب استفاده شود
- در هنگام شروع اجرای برنامه برای جلوگیری از واگرایی و همچنین برای همگرایی سریع‌تر، ابتدا بصورت غیر دائمی با گام زمانی کوتاه چند تکرار را انجام داده سپس مساله بصورت دائمی حل گردد
  - برای مش‌بندی سعی شود از نوع مش‌بندی Hex Map/Cooper استفاده شود، زیرا حجم مش نسبت به مش‌بندی نوع Tri تقریباً نصف می‌باشد و در نتیجه سرعت حل بالا رفته و همچنین سطح آب را بطور مناسب‌تری محاسبه می‌کند
  - برای بررسی کیفیت مش از اندازه  $y^*$  یا  $y^+$  در دیوارها استفاده شود و بررسی گردد که مقدار آن‌ها کمتر از ۵۰۰ باشد
  - همچنین پیشنهاد می‌شود برای کار با نرم‌افزار Gambit و Fluent از دستورات متنی (Text Command) استفاده شود.



## منابع و مراجع

۱. ابریشمی، جلیل و حسینی، سید محمود، (۱۳۸۷)، "هیدرولیک کانالهای باز" موسسه چاپ و انتشارات آستان قدس رضوی، چاپ هجدهم.
2. Khafagi A. (1942), Doctoral and Habilitation Theses Zurich, "Der Venturikanal (theorie and Anwendung)", Dis-Druckrei A.G. Gebr. Leeman and Co., Stockerstr, 64.
3. Aukle D. A. (1983), MEng thesis, "Free flow discharge characteristics of throatless flumes", Concordia Univ., Montreal.
4. Barbhuiya A.K and Subhasish D. (2003) "Measurement of turbulent flow field at a vertical semicircular cylinder attached to the sidewall of a rectangular channel", Flow Measurement and Instrumentation, Volume 15, Issue 2, pp 87-96.
5. Ramamurthy A. S. and Tadayan R. (2008) "Numerical Simulation of Flows in Cut-Throat Flumes", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 134, No. 6, pp. 857-860.
۶. حیدری م. (۱۳۸۱)، پایان نامه ارشد، "پایان نامه کارشناسی ارشد، شبیه سازی جریان روی سرریز اوجی با استفاده از نرم افزار Fluent"، دانشگاه تربیت مدرس.
۷. فرشچی ف. (۱۳۸۳)، پایان نامه ارشد، "مدل کردن جریان با نرم افزار Fluent و بررسی پدیده کاویتاسیون"، دانشگاه شیراز.
۸. صفرزاده گندشمین ا و صالحی نیشابوری س ع ا، (۱۳۸۵)، "مطالعه عددی الگوی جریان آشفته و بررسی کیفی انتقال رسوب و فرسایش در آبگیر جانبی از رودخانه"، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، شماره ۲۵، صفحات ۱۷-۱.
۹. مهران ع ا، (۱۳۸۶)، پایان نامه ارشد، "شبیه سازی عددی سه بعدی جریان های ساحلی در منطقه ساحلی"، دانشگاه علم و صنعت.
۱۰. هاشمی جوان س ع، (۱۳۸۶)، پایان نامه ارشد، "شبیه سازی عددی پدیده شکست موج بر روی موج شکن مستغرق"، دانشگاه علم و صنعت.

11. Ahmed F. and Rajaratnam N. (1998), "Flow around bridge piers", J. Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.124(3), pp 288-300.
12. Melville. B. W and Chiew. Y. M. (1999), "TIME SCALE FOR LOCAL SCOUR AT BRIDGE PIERS", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 125, No. 1. pp. 59-65.
13. Salaheldin. Tarek M, Imran. Jasim, M. Hanif Chaudhry, (2004), Numerical Modeling of Three-Dimensional Flow Field Around Circular Piers, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 130, No. 2, pp. 91-100.
14. FLUENT user's guide manual-version 6.3. (2007) Fluent Incorporated, N.H. USA.
15. Versteeg H. K. and Malalasekera W. (1995), "An introduction to Computational Fluid Dynamics", Longman Group Ltd.
16. Launder B. E. and Spalding D. B. (1974), "The numerical computation of turbulent flows." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, No. 2. pp. 269-289.
17. Hirt C.W. and Nichols B.D. (1981), "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries", J. Computational Physics, volume 39, pp 201-225.
۱۸. آریان فر ع و شفافی بجستان م. (۱۳۸۷) "بررسی الگوی جریان در اطراف پایه‌های پل استوانه‌ای به کمک مدل Fluent" چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه تهران، اردیبهشت ۱۳۸۷.
۱۹. نظری ن و صالحی نیشابوری س.ع. (۱۳۸۸) "مدل‌سازی جریان و حرکت ذرات رسوب در کانال باز" هشتمین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشگاه تهران، ۲۴ تا ۲۶ آذر.
20. Chanson H. (2009) "An Experimental Study of Tidal Bore Propagation: The Impact of Bridge Piers and Channel Construction", First published in 2009 by School of Civil Engineering The University of Queensland, Brisbane QLD 4072, Australia, page 11.
21. Handerson F. M. (1996), "Open Channel Flow", MacMillan Publishing Co. INC, New York, page 244.
۲۲. عیاری ش، حکیم زاده ح و حسن زاده ی، (۱۳۸۸) "بررسی اشکال پایه پل بر الگوی جریان اطراف آن با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت" هشتمین کنگره بین‌المللی مهندسی عمران، ۲۱ تا ۲۳ اردیبهشت، دانشگاه شیراز.
23. Sarker M.D.A. and Rhodes D.G. (2000) "3D FREE Surface Model of Laboratri Channel With Rectangular Broad-Crested Weir: physical and numerical models"

Cranfield University Report, No RMCS/ESD/DGR/400/00.

24. Sarker M.D.A. and Rhodes D.G. (2004) "Calculation of free-surface profile over a rectangular broad-crested weir" Flow Measurement and Instrumentation, vol. 15, pp 215–219.
25. Zerihun Y. T. and Fenton J. D. (2006) "One-dimensional simulation model for steady transcritical free surface flows at short length transitions" Advances in Water Resources, vol. 29 ,pp 1598–1607.

۲۶. شجاعی فرد م ح و نورپور هشتروندی ع، (۱۳۸۶)، "مقدمه‌ای بر دینامیک سیالات محاسباتی"،

انتشارات دانشگاه علم و صنعت، چاپ دوم.

## Abstract

It is important to study the effects of a contraction in a channel. This phenomenon is specially produced around bridge piers beside the rivers. Width of a river is usually reduced in a section and then bridge is made there in order to reduce contraction cost. It is important to study the flow and specially flow depth at the contraction section because very narrow section causes choke and channel overflow. To study the effect of contraction on the flow, analytical method can be used which according to this method flow energy before and at contraction sections are equal. It is not possible to compute energy losses with analytical method and therefore it is considered to be zero. In fact there is some energy loss, but because of complicated computations it is not calculated. In this thesis numerical methods are used to model the flow passing a contraction section. The advantage of numerical method is that energy losses is considered. Therefore aim of this study is to model flow numerically and compare it with analytical methods. To compute flow field, Reynolds Averaged Navier-Stokes<sup>1</sup> equations have been used, also to calculate turbulent quantities k- $\epsilon$  and RSM models and to specify free surface flow, VOF method are used. In this modeling to solve velocity-pressure equations, PISO algorithm is used. To validate the modeling, Aukle (1983) experimental data has been used. The modeling is done by Fluent software and the results has good agreement with experimental data.

Key words: Turbulent flow, Volume of Fluid Scheme (VOF), local Contraction, Two Phase Flow, Fluent.

---

<sup>1</sup> Reynolds Averaged Navier-Stokes



**Shahrood University of Technology**

**Faculty of Civil engineering**

**Comparsion of the results of analytical and numerical modeling of  
turbulent flow in a channel with local contraction**

**Mohammad Sadegh Roozgar**

**Supervisor:**

**Dr. Ramin Amini**

**July 2010**