بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده: فیزیک

گرایش: ذرات بنیادی

مطالعه اتلاف انرژی کوارک سنگین با استفاده از سیاهچاله های RN

دانشجو: **حسن نیازی**

استاد راهنما :

کاظم بی تقصیر فدافن

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

بهمن ماه ۱۳۹۰

به یاد مادر بزرگ...

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگی

به پاس قلب های بزرگشان که فریادرس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می گراید

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان که در این سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است

و به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند

این مجموعه را به خانواده عزیزم تقدیم می کنم

با سپاس بیکران از پروردگار یگانه که به ما سلامتی و سربلندی عطا کرده و خرده هوشی در نهادمان قرار داد تا جهت درک پیچیدگی ها و زیبایی های آفرینش ، قدمی بسیار کوچک برداریم.

درود بیکران خداوند و بندگان راست کردارش به روح تمامی کسانی که در طول تاریخ در راه آگاهی بخشیدن به انسان تلاش و کوشش کرده و خود را وقف مبارزه با جهل و کج فهمی ها کرده اند.

سپاس از تلاش و کوشش خستگی ناپذیر استاد ارجمند و فرهیخته ، جناب آقای دکتر کاظم بی تقصیر فدافن که در این مدت با روی گشاده و حوصله بسیار ، راهنمایی های ارزشمند خود را از بنده دریغ نداشته و همیشه وقت ارزشمند خود را برای پیشبرد این رساله در اختیار بنده قرار دادند.

سپاس بیکران از اساتید داور ، جناب آقای دکتر حسین موحدیان و جناب آقای دکتر محمد علی اکبری که قبول زحمت کرده و داوری این رساله را به عهده گرفتند.

سپاس بیکران از اساتید خوبم ، جناب آقای دکتر حسین موحدیان و جناب آقای دکتر حسن حسن آبادی که من را با حقایقی تازه و بکر از دانش فیزیک در طی این دوره آشنا نموده و من را با منش انسانی خود برای همیشه وامدار خود نمودند.

در پایان لازم می دانم از دوستان بسیار خوبم که در این مدت بسیار از آنها آموختم ، تشکر و قدردانی کنم ، به ویژه از زحمات آقای احسان عظیم فرد که در این مدت مرا شرمنده خود ساختند سپاس ویژه دارم.

تعهدنامه

اینجانب **حسن نیازی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **فیزیک ذرات بنیادی** دانشکده **فیزیک** دانشگاه **صنعتی شاهرود** نویسنده پایان نامه : **مطالعه اتلاف انرژی کوارک سنگین با استفاده از سیاهچاله های RN** تحت راهنمایی‌های **دکتر کاظم بی تقصیر فدافن** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

با استفاده از نظریه ریسمان و دوگانی AdS/CFT سیاهچاله های فرینه RN AdS به تازگی در مطالعات اخیر مربوط به سیستم های چگال الکترونی با همبستگی قوی بسیار مورد توجه قرار گرفته اند. در این موارد دمای نظریه میدان صفر است. در این پایان نامه انرژی اتلافی یک ذره سنگین در این نظریه میدان و در دمای صفر مطالعه میشود. دوگان گرانشی مورد نظر سیاهچاله های فرینه RN AdS هستند که در حالت مجانبی به فضا زمان با انحنای منفی یا همان AdS ختم میشوند. هر چند دما صفر است ولی آنتروپی سیستم مخالف صفر است و نتایج نهایی بر حسب این کمیت و پتانسیل شیمیایی بیان می شوند. زمان واهلش، ضریب اصطکاک و نیروی کششی وارد بر ذره به دقت محاسبه شده اند. سپس اثر تصحیحات گرانشی که معادل با تصحیح ثابت جفتیدگی در نظریه میدان مورد نظر میباشد به دقت مطالعه شده اند و وابستگی آن ها به این تصحیحات بدست آمده اند.

لیست مقالات مستخرج از پایان‌نامه

۱- دکتر کاظم بی تقصیر فدافن ، حسن نیازی **"مطالعه اتلاف انرژی کوارک سنگین دردمای صفر با استفاده از سیاهچاله های فرینه"** اولین کنفرانس فیزیک ذرات بنیادی (دانشگاه یزد)، ۷-۶ بهمن ماه ۱۳۸۹

۲- دکتر کاظم بی تقصیر فدافن ، حسن نیازی **"مطالعه زمان واهلش کوارک سنگین با استفاده از نظریه ریسمان"** دومین کنفرانس فیزیک ذرات و میدانها (دانشگاه سمنان) ۳-۲ آذرماه ۱۳۹۰

فهرست مطالب

فصل اول (آشنایی با نظریه ریسمان)

۱- ۱- وحدت نیروها ۳

۱- ۲- وحدت نیروها و گرانش ۷

۱- ۳- سر منشا نظریه ریسمان ۱۰

۱- ۴- نظریه ریسمان ، داوطلب نظریه وحدت بزرگ ۱۰

۱- ۵- معرفی شامه ها در نظریه ریسمان ۱۳

۱- ۶- معرفی جهان سطح و فضای هدف ۱۴

۱- ۷- دوگانی ها در نظریه ریسمان ۱۶

۱- ۷- ۱- دوگانی T ۱۷

۱- ۷- ۲- دوگانی S ۲۰

۱- ۸- کنش ریسمان غیر نسبیتی ۲۱

۱- ۹- کنش ذره نسبیتی ۲۳

۱- ۱۰- کنش ریسمان نسبیتی ۲۵

۱- ۱۱- معادلات حرکت ریسمان نسبیتی ۲۷

فصل دوم (AdS/CFT)

۲- ۱- فضای آنتی دوسیته ۳۱

۲- ۲- نظریه میدان همدیس ۳۲

۲- ۲- ۱- تقارن همدیس ۳۳

۲- ۲- ۲- تبدیلات همدیس ۳۳

۲- ۳- اصل هولوگرافی ۳۴

۲- ۴- دوگانی (AdS/CFT) ۳۵

۲- ۵- نگاشت بین پارامترهای نظریه ریسمان و نظریه ابر تقارنی یانگ - میلز ۳۷

فصل سوم (نظریه ریسمان و تعیین نیروی کششی وارد بر کوارک)

۳- ۱- محاسبه نیروی کششی با استفاده از معادلات حرکت ریسمان ۴۲

۳- ۱- ۱- تاریخچه ۴۲

۳- ۱- ۲- مقدمه ۴۴

۳- ۲- محاسبات در ابعاد مختلف ۵۰

۳- ۲- ۱- محاسبات در دو بعد فضا زمانی ۵۰

۳- ۲- ۱- ۱- دمای غیر صفر ۵۱

۳- ۲- ۱-۲ - دمای صفر ۵۲

۳- ۲- ۲- محاسبات در سه بعد فضا زمانی ....۵۴.........................
۳- ۲- ۳- محاسبات در چهار بعد فضا زمانی ....۵۵.........................
۳- ۲- ۳- ۱- دمای صفر ....۵۵..................
۳- ۲- ۳- ۲- دمای غیر صفر ....۶۲.............
۳- ۳- محاسبات در چهار بعد با در نظر گرفتن تصحیحات گاوس بونت ....۷۱..........................
۳- ۳- ۱- محاسبات در دمای غیر صفر ....۷۱.....................
۳- ۳- ۲- محاسبات در دمای صفر ....۷۶.................
۳- ۴ - زمان واهلش ....۷۸......................
۳- ۴- ۱- زمان واهلش در دو بعد فضا زمانی ....۷۸.........................
۳- ۴- ۲- زمان واهلش در چهار بعد فضا زمانی ....۷۹.........................
۳ -۴ -۲ -۱- دمای صفر ....۷۹....................
۳- ۴- ۲- ۲- دمای غیر صفر ....۸۰.............
۳- ۴- ۳- زمان واهلش در چهار بعد فضا زمانی با در نظر گرفتن تصحیحات گاوس بونت ....۸۱................
۳- ۴- ۳- ۱- دمای غیر صفر ....۸۱............
۳- ۴- ۳- ۲- دمای صفر ....۸۲..................
۳- ۵- نتیجه گیری و تحلیل نتایج ....۸۴.................

پیوستها

پیوست الف : حل معادله درجه سوم ....۸۸.................
پیوست ب : ادامه نمودارهای فصل سوم ....۹۵...................
پیوست پ : جدول های مقادیر بدست آمده در رژیمهای مختلف ....۹۹..................

فهرست اشکال

شکل ۱-۱ مدل استاندارد ....۵................
شکل ۱-۲ فوتون ها و باز بهنجارش پذیری ....۹......................
شکل ۱-۳ گراویتون ها و باز بهنجارش ناپذیری ....۹................
شکل ۱-۴ راس بر همکنش در نظریه ریسمان ....۱۲.............
شکل ۱-۵ شرط مرزی نیومان - دیریکله . ...۱۳..................
شکل ۱-۶ جهان خط ذره در نمودار های فاینمن و جهان سطح ریسمان ....۱۵..............
شکل ۱-۷ جهان سطح مربوط به ریسمان های بسته و باز و فضای هدف ....۱۵.............
شکل ۱-۸ ریسمان کلاسیکی کشیده شده بین دو نقطه ....۲۱......................
شکل ۱-۹ المان سطح رویه ....۲۵...................
شکل ۲-۱ نمایی از فضای AdS ....۳۲........................
شکل ۲-۲ نگاشت همدیس ....۳۳...................
شکل ۳-۱ نمایی از دوگانی AdS/CFT ....۴۳....................
شکل ۳-۲ فضای هدف ، جهان سطح و پیمانه ایستا ....۴۶................
شکل ۳-۳ شکل ریسمان در دو بعد به ازای سرعتهای مختلف ....۵۳.........................
شکل ۳-۴ نیروهای کششی وارد بر کوارک در چهار بعد و دمای صفر ....۵۷..................
شکل ۳-۵ شکل ریسمان در چهار بعد به ازای سرعتهای مختلف در دمای صفر ....۶۱................
شکل ۳-۶ شکل ریسمان در چهار بعد به ازای سرعتهای مختلف در دمای غیر صفر ....۶۶....................
شکل ۳-۷ نمودار نیروی کششی بر حسب سرعت در چهار بعد و دمای غیر صفر ، دما ثابت . ۶۷......................
شکل ۳-۸ نمودار نیروی کششی بر حسب سرعت در چهار بعد و دمای غیر صفر ، پتانسیل شیمیایی ثابت . ۶۸......
شکل ۳-۹ نمودار نیروی کششی بر حسب پتانسیل شیمیایی در چهار بعد و دمای غیر صفر ، دما ثابت . ۶۹.........
شکل ب-۱ ادامه نمودارهای شکل ریسمان در دو بعد به ازای سرعتهای مختلف ....۹۶................
شکل ب-۲ ادامه نمودارهای شکل ریسمان در چهار بعد به ازای سرعتهای مختلف در دمای صفر ۹۷..................
شکل ب-۳ ادامه نمودارهای شکل ریسمان در چهار بعد به ازای سرعتهای مختلف در دمای غیر صفر ۹۸.............

آشنایی با نظریه ریسمان

فصل اول

آشنایی با نظریه ریسمان

- ❖ **وحدت نیروها**
- ❖ **وحدت نیروها و گرانش**
- ❖ **سرمنشا نظریه ریسمان**
- ❖ **نظریه ریسمان ، داوطلب نظریه وحدت بزرگ**
- ❖ **معرفی شامه ها در نظریه ریسمان**
- ❖ **معرفی جهان سطح و فضای هدف**
- ❖ **دوگانی ها در نظریه ریسمان**
- ❖ **دو گانی** T
- ❖ **دو گانی** S
- ❖ **کنش ریسمان غیر نسبیتی**
- ❖ **کنش ذره نسبیتی**
- ❖ **کنش ریسمان نسبیتی**
- ❖ **معادلات حرکت ریسمان نسبیتی**

۱-۱- وحدت نیروها

یکی از مهمترین هدف های فیزیک مدرن و فیزیکدان های بزرگ ، وحدت و یگانه سازی تمام نیروهای بنیادین طبیعت در قالب یک چارچوب منسجم و توصیف تمامی سیستم های فیزیکی توسط معادلات کلی می باشد. یگانه سازی نیروها از الکتریسیته و مغناطیس شروع شد. پس از آن که هرکدام از این دو حوزه علم فیزیک به صورت جداگانه مورد مطالعه قرار گرفتند ، فعالیت های افرادی نظیر اورستد ، فارادی ، آمپر و ماکسول باعث یکپارچگی این دو شاخه و پیدایش نظریه الکترومغناطیس شد. فعالیت های آزمایشگاهی کاوندیش (۱۷۷۳-۱۷۷۱) و همچنین آزمایشهای کولن (۱۷۸۵) منجر به پیشرفت الکترواستاتیک گردید. درسال ۱۸۱۹ اورستد کشف کرد که یک سیم حامل جریان می تواند عقربه قطب نما را منحرف کند. پس از آن ها ، بیو [۱] و ساوارت [۲] درسال ۱۸۲۰ و همچنین آمپر در فاصله سالهای (۱۸۲۵- ۱۸۲۰) قوانینی را کشف و استخراج نمودند که میدان مغناطیسی حاصل از توزیع های جریان را تعیین می کرد. یکی از قدم های بعدی در این راه توسط فارادی در سال ۱۸۳۱ برداشته شد که نشان داد که میدان های مغناطیسی متغیر با زمان می توانند میدان های الکتریکی تولید کنند و در نهایت ماکسول در سال ۱۸۶۵ با جمع بندی نتایج قبلی توانست توصیف کاملی از پدیده های الکترومغناطیس با استفاده از چهار معادله ریاضی که به نام خود او مشهور شدند ارائه دهد.

$$\begin{cases} \nabla . D = 4\pi \rho \\ \nabla \times E = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla . B = 0 \\ \nabla \times H = \dfrac{4\pi}{c} j + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial D}{\partial t} \end{cases} \tag{1-1}$$

این معادلات دینامیکی ، رفتار میدان الکتریکی و مغناطیسی متغیر با زمان را توصیف کرده و وجود

---

[۱] Biot
[۲] Savart

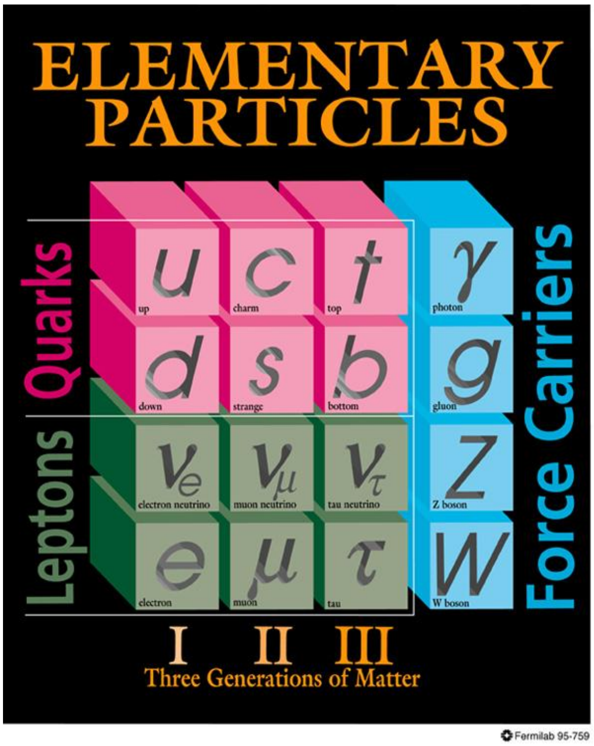
امواج الکترومغناطیسی را که بعد از ماکسول توسط هرتز[1] کشف شدند، پیش بینی کرد. البته از خصوصیتهای جالب این معادلات این است که به دلیل عدم وجود تک قطبی مغناطیسی، این معادلات نسبت به میدان های الکتریکی و مغناطیسی نامتقارن می باشند. پس از پیشرفت فیزیک هسته ای و کشف نیروهای هسته ای قوی و ضعیف ، بار دیگر تلاش ها برای یگانه سازی و وحدت نیروها شدت گرفت. در این میان فیزیکدانان توانستند ، نیروهای الکترومغناطیسی و هسته ای ضعیف را در قالب یک نظریه به نام نظریه الکترو ضعیف[2] وحدت بخشند. در سالهای ۱۹۶۷ و۱۹۶۸ استفان واینبرگ[3] از هاروارد و عبدالسلام[4] از لندن به طور مستقل نظریه وحدت یافته ای برای بر همکنش ضعیف و الکترومغناطیسی که بخشی از آن بر پایه نتایج شلدون گلاشو[5] از هاروارد استوار بود ، فرمول بندی کردند. شناخت نیروهای هسته ای پس از کشف نوترون در سال ۱۹۳۲ توسط جیمز چادویک[6] صورت گرفت. واضح بود که نیرویی که بین نوکلئون های هسته (پروتون ها ونوترون ها) وجود دارد، مانع از فروپاشی هسته توسط نیروی دافعه کولنی بین بارهای مثبت می شود. از ویژگی ها ی بارز این نیرو برد کوتاه آن (10^{-15} m) و تمایز ناپذیری بین پروتون ها و نوترون ها می باشد. پس از ارائه مدل کوارکی توسط موری گلمان[7] و جورج زوایگ[8] (۱۹۶۴) و سپس کشف آنها ، مشخص شد که کوارک ها علاوه برداشتن درجات آزادی کوانتمی متداول نظیر بار، اسپین و ... دارای درجات آزادی دیگر موسوم به طعم ($Flavour$) و رنگ ($Colour$) می باشند. کوارکها در شش طعم $U\,(Up)$ ، $d\,(down)$ ، $T\,(Top)$ ، $b\,(bottom)$ ، $S\,(Strange)$ ، $C\,(Charm)$ و سه رنگ $R\,(Red)$ ، $G\,(Green)$ و $B\,(Blue)$ وجود دارند. طعم کوارک ها عامل برهمکنش ضعیف بین آنها و همچنین برهمکنش ضعیف بین هادرون ها و لپتون ها از طریق تبادل بوزون های پیمانه ای ($Z^0, W^{\pm}$) می باشند.

---

[1] Hertz
[2] Electroweak
[3] S.Wienberg
[4] Abdusalam
[5] S.Glashow
[6] James Chadwick
[7] M.Gellman
[8] G.Zwaik

مفهوم رنگ و همچنین دینامیک کوانتمی حاکم برآنها درسال ۱۹۶۶ توسط نامبو[۱] کشف شد و باعث تولد نظریه دینامیک رنگ (کرومودینامیک کوانتمی)[۲] گردید. کوارک ها به دلیل داشتن درجه آزادی آزادی رنگ از طریق گلوئون ها ، که ذرات پیمانه ای نظریه کرومودینامیک کوانتمی هستند ، نیروی هسته ای قوی به یکدیگر وارد می کنند. گلوئون ها حامل نیروی رنگ از یک کوارک به کوارک دیگر هستند و برخلاف فوتون ها که با یکدیگر برهمکنشی ندارند گلوئون ها با یکدیگر برهمکنش دارند.

نظریه دینامیک رنگ نظریه ای است که به توصیف برهمکنش بین ذراتی می پردازد که دارای بار رنگ بوده و حامل این نیرو ، گلوئون ها می باشند. از اجتماع QCD و نظریه الکتروضعیف مدلی به نام مدل استاندارد[۳] شکل می گیرد که این مدل کامل ترین توصیفی است که ما از برهمکنش بین ذرات بنیادی در اختیار داریم. در این مدل ذرات به دو دسته تقسیم می شوند ، ذرات تشکیل دهنده ماده که فرمیون هستند و ذرات حامل نیرو یا ذرات تبادلی که بوزون می باشند.



شکل (۱- ۱) مدل استاندارد

[۱] Nambu
[۲] Quantum Chromodynamics (QCD)
[۳] Standard Model

با این حال مدل استاندارد دو مشکل اساسی دارد :

۱ – این مدل شامل گرانش نمی شود.

۲ – حدود ۲۰ پارامتر در این مدل وجود دارند که قابل محاسبه توسط نظریه نبوده و باید به صورت دستی وارد شوند . از جمله این پارامترها می توان به نسبت جرم موئون به الکترون اشاره کرد که به طور دستی وارد می شود. ($\frac{m_m}{m_e} = 207$)

مسلما این دو مشکل ، دو نقص اساسی در این مدل است. اولا برای این که یک نظریه ، وحدت نیروها را در خود داشته باشد ، باید شامل تمامی نیروهای بنیادین طبیعت باشد ، ولی از آنجا که گرانش نیرویی است که در تشکیل جهان بزرگ مقیاس نقش اساسی دارد و در محدوده ذرات بنیادی بسیار کوچکتر از نیروهای دیگر می باشد ، عملا در مدل استاندارد وارد نمی شود. نقص دوم این مدل نیز مشکل کوچکی نیست زیرا در مدلی که پارامترها به صورت دستی وارد شوند ، فیزیک نظریه یکتا نیست و با وارد کردن عددهای متفاوت دیگر ، نظریه ای با فیزیک متفاوت به دست می آید. مدل احتمالی جذاب دیگری که ویرایش کامل تری از مدل استاندارد است دربرگیرنده ابر تقارن [۱] می باشد. ابرتقارن تقارنی است که بوزون ها و فرمیون ها را به یکدیگر مرتبط می سازد. براین اساس فرمیون ها و بوزون ها حالت های متفاوتی از ذره هایی یکسان هستند. از آنجایی که ذرات تشکیل دهنده ماده فرمیون[۲] و ذرات تبادلی بوزون[۳] می باشند این مفهوم باعث یکپارچه سازی ماده و نیرو می شود [۱] ، [۲] ، [۳] .

[۱] Supersymmetry
[۲] Fermion
[۳] Boson

۱-۲- وحدت نیروها و گرانش

مشکل اساسی درسرراه وحدت نیروها عدم اجتماع گرانش با بقیه نیروها در یک نظریه جامع می باشد. تمامی نیروهای بنیادی ، غیر از گرانش ، کوانتومی شده اند. به عبارت دیگر فیزیکدان ها توانسته اند با اعمال روش دومین کوانتش[۱] برروی میدان های این نیروها ، نظریه کوانتومی میدان این نیروها را بدست آورده وکوانتای میدان این نیروها را آشکار سازی کنند. پس از کشف نظریه کوانتومی و پیشرفت آن در طول دهه های ابتدایی قرن بیستم این حوزه از فیزیک به مقوله ای فراتر از یک نظریه فیزیکی تبدیل شده است. می توان گفت که کوانتوم به یک چارچوب منطقی تبدیل شد که هر نظریه فیزیکی برای اینکه بخواهد در ریز مقیاس پیشگویی های منطقی ارائه دهد ، باید در آن چار چوب قرار گیرد. الکترودینامیک کوانتمی[۲] مثال بارزی از این دسته از نظریات است که با کاربرد نظریه کوانتم و اعمال روش دومین کوانتش به میدان های الکترو مغناطیسی ، می توان به توصیفی بسیار دقیق از برهمکنش نور و ماده رسید. اما در مورد گرانش این فرآیند با مشکل مواجه می شود. اگر بخواهیم نیروی گرانش را در چارچوب کوانتومی وارد کنیم ، باید فرایند کوانتش را روی میدان گرانش انجام دهیم در این صورت کوانتوم میدان گرانش ذره ای بدون جرم با اسپین ۲ است که به آن گراویتون[۳] گویند. اما مشکل اینجاست که در فرایند کوانتش میدان گرانش به دلیل غیر قابل بازبهنجارش[۴] پذیری نظریه ، به تکینگی هایی[۵] برخورد می کنیم که نمی توان آنها را از بین برد. برای فهم باز بهنجارش پذیری[۶] ابتدا مقایسه ای داریم بین فوتون و گراویتون :

فوتون ها کوانتوم های میدان الکترومغناطیسی بوده و ذراتی بدون جرم و بار می باشند که دارای اسپین یک هستند. با وجود اینکه فوتون ها بدون بارند ، درفرآیندهای الکتریکی ، مشارکت می کنند.

---

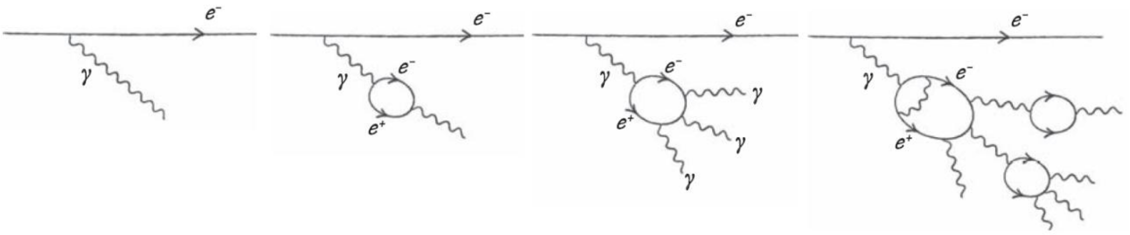
[۱] Second Quantization
[۲] Quantum Electrodynamics (QED)
[۳] Graviton
[۴] Nonrenormalizable
[۵] Singularity
[۶] Renormalizable

به عنوان مثال در جهش الکترون ها بین ترازهای اتمی و بازگشت به تراز اولیه فوتون گسیل می شوند یا اینکه در تولید و نابودی زوج ، از انرژی فوتون ، الکترون و پوزیترون[۱] بوجود می آیند و یا از برخورد الکترون و پوزیترون ، فوتون تولید می شود. پس فوتون ها ذرات تبادلی بین بارهای الکتریکی هستند ولی نکته مهم در مورد فوتون ها این است که چون این ذرات بدون بار هستند ، با یکدیگر هیچ گونه برهمکنش الکتریکی ندارند. در طرف دیگر گراویتون ذره ای بدون بار وجرم و دارای اسپین ۲ است. اگر چه گراویتون ها بدون جرم هستند ، ولی بدلیل داشتن انرژی و هم ارزی انرژی و جرم با یکدیگر برهمکنش دارند. به عبارت دیگر ، گرچه فوتون ها به دلیل نداشتن بار الکتریکی ، با یکدیگر برهمکنش الکتریکی ندارند ، ولی گراویتون ها به دلیل حمل انرژی و در نتیجه اثر گرانشی با یکدیگر برهمکنش گرانشی دارند.

بر طبق نظریه کوانتوم ، گراویتون ها و فوتون ها موج - ذره اند[۲]. حال یک الکترون و یک گراویتون فرضی را در نظر می گیریم و با توجه به مطالب بالا باز بهنجارش پذیری و غیر قابل باز بهنجارش پذیری را توضیح می دهیم.

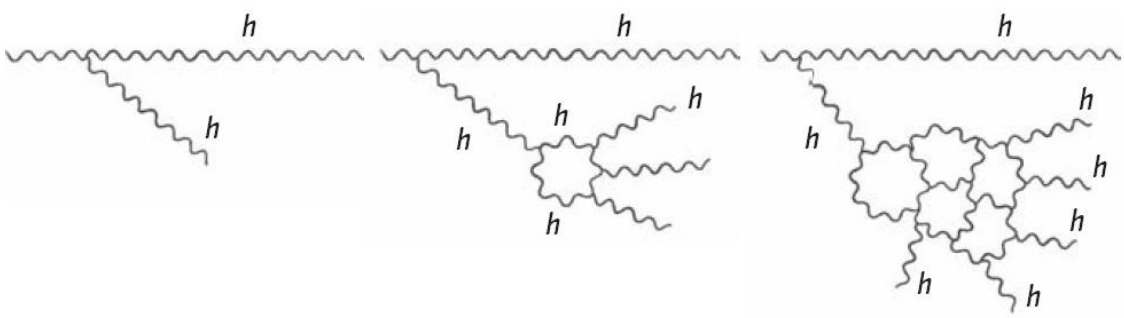
ابتدا یک الکترون فرضی را در نظر می گیریم اگر ناظر A به الکترون نزدیک شود میدان آشکار شده توسط او قویتر خواهد شد و یا به عبارتی فوتون های تبادلی بین ناظر و الکترون بیشتر و بیشترخواهند شد. با کاهش فاصله (Δx) ممنتوم فوتون های تبادلی (Δp) افزایش می یابد. به عبارتی با نزدیک شدن ناظر A به الکترون، همزمان هم تعداد فوتون های تبادلی و هم ممنتوم این فوتون ها افزایش تصاعدی می یابد. علیرغم این افزایش تصاعدی ، به دلیل اینکه خود فوتون ها با یکدیگر برهمکنش ندارند ، میدان و در نتیجه انرژی تبادلی به سمت بینهایت میل نکرده و نظریه به یک نظریه باز بهنجار پذیر تبدیل خواهد شد.

[۱] Positron
[۲] Wave Particle



شکل (۱-۲) فوتون ها و باز بهنجارش پذیری

حال ناظر A را در نظر می گیریم که به یک گراویتون نزدیک می شود. با نزدیک شدن A به گراویتون، میدان گرانشی به شدت افزایش یافته و در نتیجه تعداد گراویتون های تبادلی به صورت تصاعدی زیاد می شوند. از طرفی به دلیل کوچک شدن (Δx) عدم قطعیت ممنتوم (Δp) این گراویتون ها افزایش می یابد. یعنی با نزدیک شدن به گراویتون تعداد و ممنتوم گراویتون های تبادلی مانند فوتون ها افزایش تصاعدی می یابد ، ولی در این حالت برخلاف حالت قبل گراویتون ها با یکدیگر نیز بر همکنش می کنند و این برهمکنش ها خود باعث ایجاد و تبادل گراویتون های دیگری می شود. در نتیجه میدان و انرژِی به بینهایت میل کرده و نظریه غیر قابل باز بهنجارش پذیرخواهد شد .



شکل (۱- ۳) گراویتون ها و باز بهنجارش ناپذیری

به نظر می رسد که عدم سازگاری گرانش و کوانتوم ، یا به عبارتی عدم سازگاری نسبیت عام و کوانتوم ناشی از ضعف دانش بشری در وحدت آنها باشد ، دراین صورت عدم سازش بنیادی نخواهد بود ، زیرا در طبیعت مواردی وجود دارد که باید در آن موارد ، هر دو این نظریه بطور مشترک برای توصیف شرایط حاکم بکار روند. این موارد هنگامی بروز می کنند که همزمان هم نیروی گرانش بسیار قوی

باشد و هم مقیاس و اندازه محدوده مورد مطالعه در محدوده های کوانتومی باشد چنین شرایطی در سیاهچاله ها[۱] و همچنین در لحظات اولیه انفجار بزرگ[۲] حاکم بوده اند [۴].

۱-۳- سر منشا نظریه ریسمان

اساس این نظریه ، به تحقیقات مربوط به نیروی قوی هسته ای در دهه هفتاد میلادی بر می گردد. در آزمایشهای مربوط به هادرون ها ، رابطه ای میان اسپین و جرم آنها به دست آمد که عبارتست از :

$$m^2 = \frac{J}{\hbar c^4 \alpha'} \tag{2-1}$$

نمی توان برای یک ذره بدون بعد ، چنین رابطه ای را به دست آورد. اما این رابطه برای ریسمان چرخانی با تنش ثابت برقرار است و این ایده اساسی را القا می کند که می توان نیروی هسته ای قوی را با استفاده از نظریه ریسمان توصیف کرد. نکته مهم دوم مربوط به پتانسیل کوارک و پادکوارک می باشد . هنگامی که این دو از یکدیگر جدا می شوند ، پتانسیل به صورت خطی با تغییر فاصله بین آنها تغییر می کند. این مطلب توسط شواهدی آزمایشگاهی تایید شده است. بر طبق نظریه ریسمان ، بار رنگ دو انتهای ریسمان باز است و جمله خطی پتانسیل ناشی از تنش ریسمان باز اتصالی بین کوارک و پادکوارک می باشد که اندازه آن در حدود $1\frac{Gev}{fm}$ است [۵].

۱-۴- نظریه ریسمان داوطلب نظریه وحدت بزرگ

ایده اساسی در نظریه ریسمان بسیار ساده است : ذرات بنیادی که در فیزیک بررسی می شوند ، در واقع ذراتی بدون بعد نیستند ، بلکه ریسمان هایی تک بعدی می باشند. این ریسمان ها می توانند باز یا بسته باشند. برای سازگاری نظریه ، ابعاد فضا – زمان ده می باشد و این نکته که چرا ما قادر به درک چهار بعد آن هستیم ، یکی از پیچیدگی های این نظریه است ، که یکی از راه حل های آن

---
[۱] Black Holes
[۲] Big Bang

فشرده سازی ابعاد است. جذابیت چنین نظریه ای در آنجاست که دو حوزه متفاوت و جدا در فیزیک ، یعنی نسبیت عام و مکانیک کوانتومی را به یکدیگر پیوند می دهد. نظریه ریسمان [۱] یک گزینه عالی برای یگانه سازی نیروهای طبیعت بوده و به نوعی داوطلبی عالی برای نظریه کامل فیزیکی می باشد. نقاط قوت این نظریه ، که باعث شده است که فیزیکدان ها آن را به عنوان گزینه ای بسیار مناسب برای نظریه وحدت بزرگ در نظر گیرند عبارتند از :

۱ – در این نظریه تمامی ذرات و نیروها یگانه سازی می شوند. در نظریه ریسمان هر ذره توسط یک تراز ارتعاشی ریسمان های بنیادین ، که طول آنها در محدوده طول پلانک [۲] $\left(10^{-35}m\right)$ است ، توصیف می شود. به عنوان مثال گراویتون (کوانتوم میدان گرانش) توسط یک مد ارتعاشی و فوتون (کوانتوم میدان الکترومغناطیسی) توسط مد ارتعاشی دیگری از این ریسمان های بنیادین توصیف می گردند. در این نظریه ریسمان ها می توانند باز یا بسته باشند. به عنوان مثال ریسمان سازنده گراویتون بسته و ریسمان سازنده فوتون باز است.

۲ – نظریه ریسمان یک نظریه کوانتمی است و از آنجا که شامل گرانش نیز می باشد ، یک نظریه کوانتومی گرانش است و در نتیجه نظریه ای است که می تواند توصیف کننده تمامی نیروهای بنیادین طبیعت باشد.

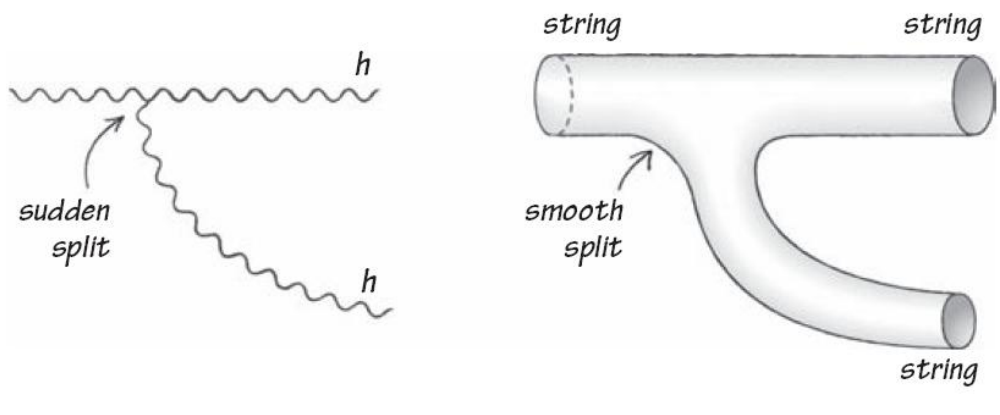
۳ – در این نظریه برخلاف مدل استاندارد کمیت هایی که بخواهیم به صورت دستی آنها را وارد کنیم وجود ندارند و تمامی نظریه و کمیت هایی که در آن به دست می آیند ، از یک کمیت بعد دار که همان طول ریسمان (l_s) است تعیین می شوند. پس در این نظریه با شروع از کمیت طول ریسمان تمامی کمیت های دیگر بدست می آیند.

---

[۱] String Theory
[۲] Plank Length

۴ – در نظریات دیگر، تعداد ابعاد فضا زمان را خود ما انتخاب کرده و برابر ۴ می گیریم ، ولی نظریه ریسمان ، تنها نظریه ای است که تعداد ابعاد فضا زمان به صورت پیش فرض در نظر گرفته نشده و تعداد آنها بصورت منطقی و پس از محاسبات ریاضی توسط نظریه تعیین می شود. تعداد این ابعاد در نظریه ریسمان بوزونی ، ۲۶ و در نظریه ابر ریسمان [۱] که بوزون ها و فرمیون ها توسط ابر تقارن به یکدیگر مرتبط می شوند ۱۰ بدست می آید .

۵ – نظریه ریسمان یک نظریه باز بهنجارش پذیر است. نقوطه قوت این نظریه که باعث باز بهنجارش پذیری می شود در خود ریسمان های بنیادین نهفته است. در این نظریه اجزاء بنیادی ، ذره نبوده و ریسمان هایی یک بعدی می باشند. اگر چه ریسمان ها نیز مشابه گراویتون ها با یکدیگر برهمکنش دارند ولی به دلیل اینکه ریسمان ها نقطه ای نیستند ، برهمکنش آنها با یکدیگر خوش رفتار است. در مورد گراویتون ها با نزدیک شدن هر چه بیشتر به گراویتون ، خلق گراویتون های مجازی و در نتیجه ممنتوم آنها بنا به اصل عدم قطعیت به سمت بینهایت میل می کند ولی در مورد ریسمان ها شکست و یا انشعاب ریسمان در یک محدوده فضا زمانی رخ می دهد این امر باعث می شود که ناحیه برهمکنش و در نتیجه (Δx) دارای حداقلی بوده وممنتوم به بینهایت میل نکند. در نتیجه نظریه یک نظریه خوش رفتار و بازبهنجارپذیر است [۱] و[۴] .

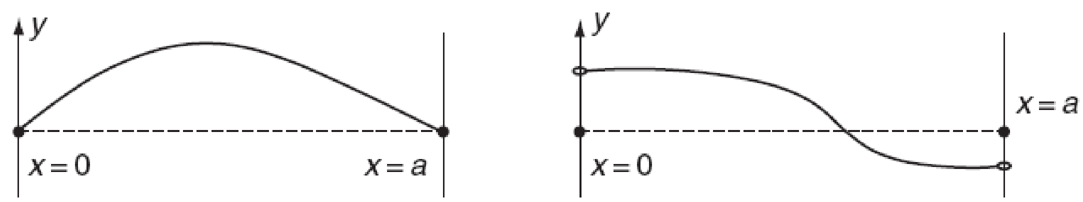


شکل (۱- ۴) راس بر همکنش در نظریه ریسمان

[۱] Super String Theory

۱-۵- معرفی شامه ها در نظریه ریسمان

گفته شد که در نظریه ریسمان و ابرریسمان دو نوع ریسمان باز و بسته وجوددارد. ریسمان های بسته می توانند در نظریه ریسمان بوزونی در ۲۶ بعد فضا زمانی و همچنین در نظریه ابرریسمان در ۱۰ بعد فضا زمانی نوسان کنند . اما در مورد ریسمان های باز قضیه متفاوت است. برای ورود به بحث ، ریسمانی کلاسیکی را در نظر می گیریم که بین دو نقطه کشیده شده است.



شکل (۱- ۵) شرط مرزی نیومان – دیریکله

هنگامی که معادله حرکت ریسمان را می نویسیم دو نوع شرایط مرزی دیریکله[۱] و نیومان[۲] را می توان در نظر گرفت. در شرط مرزی دیریکله دو انتهای ریسمان ثابت بوده و حرکتی ندارند ، در حالی که در شرایط مرزی نیومان دو انتهای ریسمان به دو حلقه بدون جرم متصلند و آزادانه حرکت می کنند. در شرط مرزی دیریکله مقدار تابع در مرزها مشخص بوده وصفر است ولی در شرط مرزی نیومان مشتق اول آن در مرزها مشخص است و الزاما باید مقدار آن در مرزها صفر باشد ، زیرا در غیر این صورت ریسمان در دو مرز به دو میله انتهایی عمود نبوده و چون حلقه ها باید بدون جرم می باشند ، مولفه عرضی کشش طناب باعث شتاب بی نهایت حلقه ها میشود. با محاسبه ممنتوم عرضی ریسمان در شرایط مرزی دیریکله و نیومان به این نتیجه مهم می رسیم که ممنتوم عرضی ریسمان در شرط مرزی نیومان پایسته است در حالی که در شرط مرزی دیریکله اینگونه نیست. در حقیقت وقتی دو

[۱] Dirichlet Boundary Conditions
[۲] Neumann Boundary Conditions

انتهای طناب به دو مرز متصل هستند مرزها نیروهایی به طناب وارد کرده و در نتیجه مقدار ممنتوم عرضی ناپایسته خواهد بود. برای مدت زمان زیادی نظریه پردازان ریسمان شرط مرزی دیریکله را فاقد اعتبار فیزیکی می دانستند زیرا اولا ممنتوم عرضی ریسمان در این شرط پایسته نیست و ثانیا این سوال مهم به ذهن می رسد که دو انتهای ریسمان برروی چه موجوداتی قرار دارند ؟ اما پس از مدتی نظریه جدیدی در این باره ظهور کرد و آن معرفی موجوداتی بنام شامه [1] و ($D-brane$) بود. در حقیقت این موجودات که اشیائی دینامیکی هستند با جذب ممنتوم عرضی ریسمان می توانند ناپایستگی ممنتوم را توجیه کنند.

یک $Dp-brane$ موجودی بسط یافته در فضا زمانی با p بعد فضایی می باشد. در نظریه ریسمان بوزونی تمامی فضا توسط این رویه های ۲۵ بعدی پر شده اند زیرا تعداد ابعاد فضا در این نظریه ۲۵ است در حالی که در نظریه ابر ریسمان این رویه ها فضای ۹ بعدی را پر کرده اند و دو انتهای ریسمان های باز برروی این موجودات گسترش یافته و روی آن ها می لغزد. حرف D نشان دهنده حرف اول کلمه $Dirichlet$ می باشد. براین اساس می توان رویه هایی با ابعاد مختلف در یک فضای p بعدی داشت. به طوری که تعداد ابعاد آنها از صفر تا p تغییر کند. بعنوان مثال $D0-brane$ یک نقطه است ، $D1-brane$ موجودی شبیه به یک طناب و $D2-brane$ یک سطح دوبعدی خواهد بود . یکی دیگر از ویژگیهای این موجودات جرم بسیار زیاد آنها می باشد[۴].

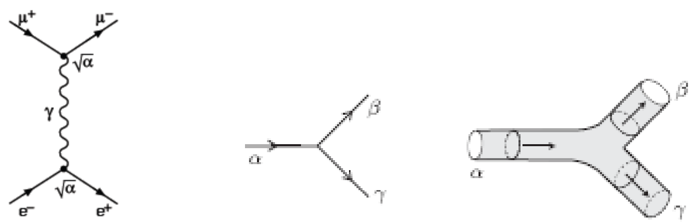
۱-۶- معرفی جهان سطح[2] و فضای هدف[3]

در توصیف حرکت یک ذره می توان مسیر حرکت آن را در یک نمودار که به آن نمودار فضا زمان می گوئیم نشان داد. مسیر حرکت ذره در این نمودار جهان خط[4] ذره خواهد بود. براین اساس نمودار فضا زمان یک ذره در حرکت یک بعدی نموداری دو بعدی و در حرکت دو بعدی ، نموداری سه بعدی

---

[1] Membrane
[2] World Sheet
[3] Target Space
[4] World Line

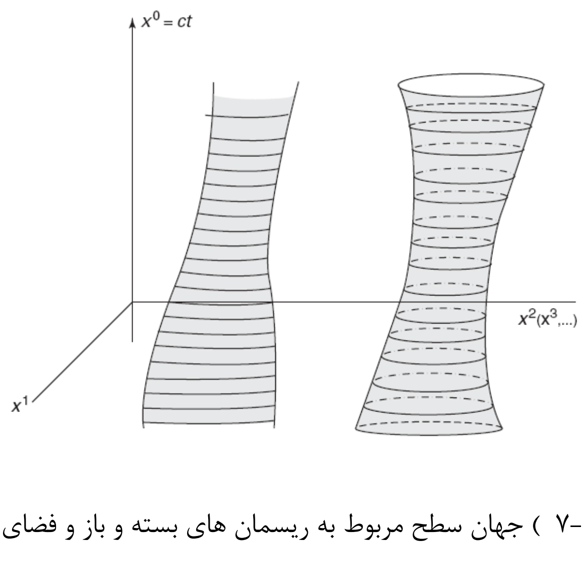
خواهد بود. از این نمودار می توان برای نشان دادن برهمکنش این ذرات نیز استفاده کرد ، که از آن جمله می توان به نمودارهای فاینمن[1] اشاره نمود



شکل (۱- ۶) جهان خط ذره در نمودار های فاینمن و جهان سطح ریسمان

به همین طریق می توان حرکت ریسمان ها را در نمودارهای فضا زمانی نشان داد. به عنوان مثال یک ریسمان بسته و مسطح را در نظر می گیریم. نمودار فضا زمان این ریسمان مانند لوله ای است که با گذشت زمان برطول آن افزوده می شود. شکست و یا اتصال ریسمان ها را می توان در این نمودار به صورت منشعب شدن و یا متصل شدن این لوله ها نشان داد. در یک زمان خاص وضعیت و شکل ریسمان را می توان توسط عبور صفحه ای فرضی عمود برمحور زمان از لوله بدست آورد ، به این صفحه ها ، جهان سطح گویند .

صفحه های جهان سطح در فضا زمانی قرار دارند که به آن فضای هدف گفته می شود.



شکل (۱-۷) جهان سطح مربوط به ریسمان های بسته و باز و فضای هدف

[1] Feynman Diagrams

۱-۷- دوگانی[1] ها درنظریه ریسمان

قبل از سال ۱۹۹۰، پنج نظریه متفاوت درمورد ریسمان وجود داشت ، ولی اعتقاد اکثر فیزیکدانان این بود که تنها یک نظریه می تواند گزینه ای مناسب برای نظریه همه چیز[2] باشد که در سطوح انرژی پائین و فضا زمان چهار بعدی می تواند توصیف کامل از جهان فیزیکی را ارائه دهد. پس از سال ۱۹۹۰ نظریه پردازان ریسمان و در راس آنها ویتن[3] نشان دادند که این پنج نظریه توصیفی مشترک و یکسان و در حقیقت حالتی خاص از یک نظریه کاملتر می باشند که وی آن را نظریه ام[4] نام نهاد . نظریه های ریسمان توسط تبدیلاتی به یکدیگر مرتبط می شوند که به این تبدیلات ، دو گانی گویند.

پنج نظریه اصلی در زمینه ریسمان عبارتند از :

نظریه های ریسمان		
جزئیات	**ابعاد فضا زمان**	**نوع**
فقط شامل بوزون ها بوده و فرمیون ها را شامل نمی شود. در نتیجه نیروها را توصیف کرده و ماده را توصیف نمی کند. شامل هر دو نوع ریسمان های باز و بسته است و به دلیل ظاهر شدن ذراتی با جرم موهومی به نام تاکیون ، در این نظریه شاهد ناپایداری هستیم.	26	**Bosonic**
ابر تقارن بین ماده و نیروها ، شامل هر دو نوع ریسمان های باز و بسته است و تاکیون ها در آن وجود ندارند. گروه تقارنی آن SO(32) است.	10	**I**
ابر تقارن بین ماده و نیروها ، فقط شامل ریسمان های بسته ای است که دو انتهای آنها به D-branes متصل است. تاکیون ها در آن وجود ندارند و فرمیون های بدون جرم غیر دستیده[5] می باشند.	10	**IIA**
ابر تقارن بین ماده و نیروها ، فقط شامل ریسمان های بسته ای است که دو انتهای آنها به D-branes متصل است. تاکیون ها در آن وجود ندارند و فرمیون های بدون جرم دستیده[6] می باشند.	10	**IIB**
ابر تقارن بین ماده و نیروها ، فقط شامل ریسمان های بسته است و تاکیون ها در آن وجود ندارند.ریسمان های چپ گرد و راستگرد در آن متفاوتند (heterotic) و گروه تقارنی آن SO(32) است.	10	**HO**
ابر تقارن بین ماده و نیروها ، فقط شامل ریسمان های بسته است و تاکیون ها در آن وجود ندارند.ریسمان های چپ گرد و راستگرد در آن متفاوتند (heterotic) و گروه تقارنی آن $E_8 \times E_8$ است.	10	**HE**

[1] Duality
[2] Theory Of Everything
[3] Edd Witten
[4] M-Theory
[5] Non Chiral
[6] Chiral

اگر دو نظریه از تبدیلات دوگانی پیروی کنند به معنی آن است که با اعمال تبدیلات برروی یکی از آنها دیگری بدست می آید. در این صورت این دو نظریه را دوگان یکدیگر تحت آن تبدیلات گویند. در حقیقت دو نظریه که دوگان یکدیگرند ، توصیف های متفاوت ریاضی از یک پدیده فیزیکی یکسان می باشند. از جمله دو گانی های مهم می توان به دو گانی های S,T اشاره کرد که در ادامه به اختصار آنها را توضیح می دهم.

۱-۷-۱- دو گانی[۱] T

همان گونه که در انواع نظریه های ریسمان گفته شد دو نوع از نظریه ها ، نظریه های ابرریسمان نوع IIB,IIA می باشند. از ویژگی های نظریه ابرریسمان نوع IIA این است که در این نظریه ابعاد شامه ها زوج است ($D6,D4,D2,D0$) . همچنین در این نوع نظریه ابرریسمان ، با افزایش جفت شدگی ریسمان ها (افزایش برهمکنش یا تعداد برخوردها) می توان با افزایش تعداد ابعاد فضا زمان از ده به یازده ، توصیف بهتری از پدیده ها داشت. به عبارت دیگر نظریه ابرریسمان نوع IIA در حالتی که برهمکنش ریسمانها قوی است ، در یازده بعد بهتر جواب می دهد. از ویژگیهایی نظریه در ریسمان نوع IIB می توان به موارد زیر اشاره کرد :

اول اینکه در حالتی که برهمکنش بین ریسمان ها قوی باشد (ثابت جفت شدگی بالا) ، در نظریه ابرریسمان نوع IIB با تعویض ریسمان ها با رویه های $D1$ می توان بدون افزایش بعد نظریه از ده به یازده توصیف صحیحی از رفتار ریسمان ها بدست آورد. دوم اینکه در نظریه ابرریسمان نوع IIB تعداد ابعاد شامه ها فرد است ($D7,D5,D3,D1$) . دو گانی T ، نظریه های ابرریسمان نوع IIB,IIA را به یکدیگر مرتبط می سازد. ولی در ارتباط دادن این دو نظریه یک مشکل اساسی وجوددارد : چگونه می توان رویه هایی با ابعاد فرد را به رویه های با ابعاد زوج نگاشت داد ؟ به عنوان مثال چگونه می توان

[۱] T - Duality

رویه $D0$ را به رویه $D1$ نگاشت کرد ؟ به ویژه اگر رویه $D1$ طولانی و مستقیم باشد چنین نگاشتی غیر ممکن بنظر می رسد. اما برای حل این مشکل می توان از روش زیر استفاده کرد :

یکی از ابعاد ده گانه نظریه ابرریسمان نوع IIA را می توان به صورت پیچیده شده به دور یک دایره در نظر گرفت. اگر مقیاس و ابعاد دایره در مقایسه با مقیاس فضا زمان بسیار کوچکتر باشد (اندازه های قابل سنجش توسط ناظری که در این فضا زمان نه بعدی قرارداد بسیار بزرگتر از بعد پیچیده شده باشد) تعداد ابعاد فضا زمان در نظریه ابرریسمان نوع IIA به جای ده بعد ، نه بعد خواهد بود. در این دنیای نه بعدی ، تفاوتی بین نظریه های ابرریسمان نوع IIB, IIA وجود ندارد. مثلا اگررویه $D1$ در نظریه ابرریسمان نوع IIB را به دور دایره پیچیده شده درنظر بگیریم برای ناظر مورد نظر این رویه مانند یک رویه $D0$ در نظریه ابرریسمان نوع IIA خواهد بود. به همین طریق خواهیم داشت :

نظریه ابرریسمان نوع IIA	نظریه ابرریسمان نوع IIB

$$
\begin{aligned}
D1 &------------\rightarrow D0 \\
D3 &------------\rightarrow D2 \\
D5 &------------\rightarrow D4 \\
D7 &------------\rightarrow D6
\end{aligned}
$$

مطالب گفته شده ممکن است این تصور را به ذهن برساند که دو گانی T یک تقریب است و در صورتی دو نظریه ابرریسمان نوع IIB, IIA یکسان هستند که قدرت تفکیک / مقیاس ناظر واقع در فضا زمان نه بعدی به مراتب کوچکتر / بزرگتر از بعد پیچش یافته باشد. ولی در حقیقت اینگونه نیست و مطالب گفته شده در حقیقت توصیفی ساده شده از ریاضیاتی سطح بالا دارد که در اینجا به آن اشاره نمی شود [۱]. در دو گانی T و در ارتباط بین نظریه های ابرریسمان نوع IIB, IIA می توان آنها را از نظر انرژی به یکدیگر مرتبط ساخت : ریسمان نوع IIA که به دور یک دایره پیچیده شده را می توان مانند ریسمان نوع IIB در نظر گرفت که به دور دایره در حال حرکت است و برعکس البته با این تفاوت که دایره ای که ریسمان های نوع IIB, IIA به دور آن پیچیده شده و یا در حال چرخش

هستند هم اندازه نبوده و اندازه شعاع آنها عکس یکدیگر است. علت این امر را می توان در اصل عدم قطعیت و جرم ریسمان جستجو کرد. ریسمانی که به دور دایره در حال چرخش است از نظر مکانیک کوانتوم دارای انرژی های معین و کوانتیده می باشد ولی تعیین مکان و ممنتوم آن با عدم قطعیت های ($\Delta p , \Delta x$) همراه است. همچنین می دانیم که ممنتوم ریسمان نیز مانند انرژی آن کوانتیده است ، پس :

کاهش شعاع دایره ← ($\Delta x \downarrow$) ← ($\Delta p \uparrow$) ← افزایش ممنتوم ریسمان ← افزایش انرژی ریسمان

افزایش شعاع دایره ← ($\Delta x \uparrow$) ← ($\Delta p \downarrow$) ← کاهش ممنتوم ریسمان ← کاهش انرژی ریسمان

اکنون ریسمان پیچیده شده به دور دایره را در نظر می گیریم. جرم ریسمان پیچیده شده به دور دایره با طول آن متناسب است ، به عبارتی ریسمان پیچیده شده به دور دایره بزرگتر طول بیشتر و در نتیجه جرم بیشتری دارد. اکنون اگر بخواهیم ریسمان نوع IIA را که (به دور دایره پیچیده شده/ در حال چرخش) است را با ریسمان نوع IIB (که در حال چرخش / به دور دایره پیچیده شده) جایگزین کنیم باید این جایگزینی به گونه ای انجام گیرد که انرژی های آنها با یکدیگر مطابق باشند در نتیجه : افزایش اندازه ریسمان (IIA یا IIB) پیچیده شده به دور دایره باعث افزایش جرم و انرژی ریسمان پیچیده شده و در نتیجه افزایش انرژی و ممنتوم ریسمان چرخشی به دور دایره خواهد شد ، پس عدم قطعیت های ممنتوم افزایش و مکان کاهش می یابد و این به معنای آن است که شعاع دایره ای که ریسمان به دور آن می چرخد کم می شود. پس میتوان گفت که :

دوگانی T مقیاسهای کوچک و بزرگ را به یکدیگر مرتبط می سازد [۴].

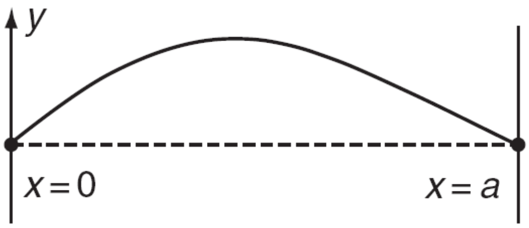
۱-۷-۲- دو گانی S [1]

این دو گانی موجودات نظریه ریسمان نوع IIB را به یکدیگر مرتبط می سازد. به عنوان مثال ریسمان ها را به رویه های $D1$ نگاشت می دهد. قاعده نگاشت در حالتی که ریسمان ها به صورت مستقیم و راست بوده و تقریبا بدون حرکت باشند به خوبی شناخته شده اند ولی در حالتی که حرکت ریسمان پیچیده و اندرکنش بین آنها زیاد باشد (انشعابها و به هم پیوستن لوله ها درفضای هدف زیاد باشد) قواعد نگاشت به خوبی شناخته شده نیست. ولی می دانیم که شدت برهمکنش ریسمان ها با یکدیگر عکس شدت برهمکنش رویه ها با یکدیگر است. به عبارت دیگر هرگاه ریسمان ها به صورت قوی با یکدیگر برهمکنش داشته باشند ، رویه های $D1$ برهمکنش ضعیفی با یکدیگر خواهند داشت و برعکس. در نتیجه می توان گفت که دو گانی S برهمکنش هایی با شدت های قوی و ضعیف را به یکدیگر مربوط می سازد. ازجمله دوگانی های مهم دیگر می توان به دوگانی U و دوگانی گرانشی-پیمانه ای[2] اشاره کرد که دوگانی گرانشی پیمانه ای را در فصل AdS/CFT که خود نوعی از همین دوگانی می باشد توضیح می دهیم[۴].

[1] S - Duality
[2] Gauge Gravity Duality

۱-۸- کنش ریسمان غیر نسبیتی[1]

در این قسمت قصد داریم که لاگرانژی ریسمان غیر نسبیتی را نوشته ، و با استفاده از صفر کردن وردش کنش معادله حرکت ریسمان غیر نسبیتی را بدست آوریم. برای این منظور ریسمانی را که بین $a,0$ در امتداد محور x ها کشیده شده و جرم واحد طول و کشش آن به ترتیب T_0,μ_0 است را در نظر می گیریم .

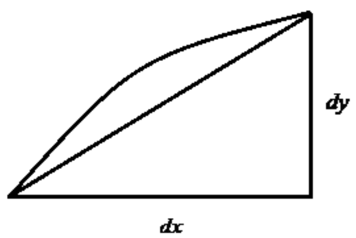


شکل (۱- ۸) ریسمان کلاسیکی کشیده شده بین دو نقطه

برای نوشتن لاگرانژی ابتدا جمله انرژی جنبشی را می نویسیم. با توجه به اینکه حرکت ریسمان عرضی است ، انرژی جنبشی ، تنها شامل سرعت در راستای y می باشد درنتیجه :

$$dT = \frac{1}{2}\,dm v^2 = \frac{1}{2}\mu_0\,dx\,(\frac{\partial y}{\partial t})^2 \Rightarrow T = \int_0^a \frac{1}{2}\mu_0\,(\frac{\partial y}{\partial t})^2 dx \tag{3-1}$$

انرژی پتانسیل ریسمان مقدار کار انجام شده برای کشیدن ریسمان بین $a,0$ می باشد:



$$\Delta l = \sqrt{dx^2 + dy^2} - dx = dx\sqrt{(1+(\frac{\partial y}{\partial x})^2)} - dx \Rightarrow \Delta l = \frac{dx}{2}(\frac{\partial y}{\partial x})^2$$

---

[1] Non Relativistic String Action

$$dW = dV = T_0 . \Delta l = T_0 \frac{dx}{2} (\frac{\partial y}{\partial x})^2$$

درنتیجه :

$$V = \int_0^a T_0 \frac{dx}{2} (\frac{\partial y}{\partial x})^2 \qquad (4\text{-}1)$$

از (3-1) و (4-1) نتیجه می گیریم :

$$L = T - V = \int_0^a \left(\frac{\mu_0}{2} (\frac{\partial y}{\partial t})^2 - \frac{T_0}{2} (\frac{\partial y}{\partial x})^2 \right) dx \qquad (5\text{-}1)$$

$$L(t) = \int_0^a \Im(t) dx \Rightarrow S[x(t)] = \int_{t_i}^{t_f} L(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} \int_0^a L(t) dx\, dt \qquad (6\text{-}1)$$

وردش[1] S را حساب کرده و مساوی صفر قرار میدهیم : $(y \to y + \delta y \Rightarrow \delta S = 0)$

با جایگزین $y + \delta y$ در کنش و صرفنظر از جملات $(\delta y)^2$ داریم :

$$\delta S = \int_{t_i}^{t_f} dt \int_0^a \left(\mu_0 \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial \delta y}{\partial t} - T_0 \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial \delta y}{\partial x} \right) dx \qquad (7\text{-}1)$$

انتگرال بالا را با استفاده از روش جزء به جزء به صورتی می نویسیم که بتوان از δy فاکتور گرفت :

$$\delta S = \int_{t_i}^{t_f} dt \int_0^a \left[\mu_0 \left(\underline{\frac{\partial}{\partial t} (\frac{\partial y}{\partial t} \delta y)} - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \delta y \right) - T_0 \left(\underline{\frac{\partial}{\partial x} (\frac{\partial y}{\partial x} \delta y)} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \delta y \right) \right] dx \qquad (8\text{-}1)$$

جملات نشان داده شده صفر می شوند. جمله اول به این دلیل صفر است که در نقاط مرزی ابتدایی و انتهایی (t_f, t_i) δy صفر است و جمله دوم نیز با توجه به اینکه باشرط مرزی دیر یکله δy و با شرط مرزی نویمن $\frac{\partial y}{\partial x}$ صفر می باشند ، صفر است. اکنون با صفر قراردادن δS معامله حرکت به صورت زیر به دست می آید :

[1] Variation

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-\frac{T_0}{\mu_0}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0 \qquad (9\text{-}1)$$

۱-۹- کنش ذره نسبیتی[1]

دراین بخش ابتدا کنش را برای ذره نسبیتی بدست آورده و سپس معامله حرکت را با صفر کردن وردش محاسبه می کنیم.

می دانیم که کنش دارای دیمانسیون (زمان × انرژی) می باشد. حال سوال اینجاست که در مورد ذره نسبیتی به جای انرژی و زمان چه کمیت هایی قرار دهیم تا کنش ناوردای لورنتس باشد. با توجه به اینکه $\frac{ds}{c}$ زمان ویژه[2] و انرژی حالت سکون[3] ذره (mc^2) هر دو ناوردای لورنتس می باشند پس :

$$S\propto mc^2\frac{ds}{c}\Rightarrow S\propto mc\,ds\Rightarrow S=-mc\int ds \qquad (10\text{-}1)$$

علامت منفی به دلیل این است که هنگامی که می خواهیم کنش ریسمان نسبیتی را محاسبه کنیم در حالتی که انرژی جنبشی $(T=0)$ ، V باید مثبت بدست آید. متریک و تانسور آن عبارتند از :

$$ds^2=-\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \qquad \eta_{\mu\nu}=\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix} \qquad (11\text{-}1)$$

چون فضا – زمان تخت است ، تانسور متریک به مختصات فضا – زمان بستگی ندارد. اگر فضا – زمان خمیده باشد ، در این صورت تانسور متریک به مختصه های فضا – زمان بستگی دارد و تابعی از آنها می باشد. اگر جهان خط ذره را با پارامتر τ پارامتریزه کنیم :

$$ds^2=-\eta_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau}(d\tau)^2\Rightarrow ds=\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau}}\,d\tau \qquad (12\text{-}1)$$

---

[1] Relativistic Particle Action
[2] Proper Time
[3] Rest Energy

$$S = -mc\int ds = -mc\int\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{d\tau}}\,d\tau \qquad (13\text{-}1)$$

از طرفی وردش کنش عبارتست از :

$$\delta S = -mc\int \delta ds \qquad (14\text{-}1)$$

و با استفاده از متریک داریم :

$$ds^2 = -\eta_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \Rightarrow 2ds\,\delta(ds) = -\eta_{\mu\nu}\delta(dx^{\mu})dx^{\nu} - \eta_{\mu\nu}dx^{\mu}\delta(dx^{\nu}) \qquad (15\text{-}1)$$

چون ماتریس $\eta_{\mu\nu}$ با جابجایی اندیس های (ν,μ) بدون تغییر باقی می ماند :

$$\delta(ds) = -\eta_{\mu\nu}\delta(dx^{\mu})\frac{dx^{\nu}}{ds} \qquad (16\text{-}1)$$

با پارامتریزه کردن مسیر جهان خط ذره با τ :

$$\delta(ds) = -\eta_{\mu\nu}\frac{\delta(dx^{\mu})}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{ds}d\tau \qquad (17\text{-}1)$$

در نتیجه با قرار دادن رابطه بالا در(14-1) ، خواهیم داشت :

$$\delta S = +mc\int_{\tau_i}^{\tau_f}\eta_{\mu\nu}\frac{\delta(dx^{\mu})}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{ds}d\tau \qquad (18\text{-}1)$$

بااستفاده از روش جزء به جزء :

$$\delta S = mc\int_{\tau_i}^{\tau_f}\left\{\eta_{\mu\nu}\frac{d}{d\tau}(\delta x^{\mu}\frac{dx^{\nu}}{ds}) - \eta_{\mu\nu}\,\delta x^{\mu}\frac{d}{d\tau}(\frac{dx^{\nu}}{ds})\right\}d\tau \qquad (19\text{-}1)$$

$$\delta S = \underline{mc\,\eta_{\mu\nu}\delta x^{\mu}\frac{dx^{\nu}}{ds}\Big|_{\tau_i}^{\tau_f}} - mc\int_{\tau_i}^{\tau_f}\eta_{\mu\nu}\,\delta x^{\mu}\frac{d}{d\tau}(\frac{dx^{\nu}}{ds})d\tau \qquad (20\text{-}1)$$

جمله زیر خط دار صفر می شود چون وردش x^{μ} در نقاط ابتدایی و انتهایی صفر است. در نتیجه :

$$\delta S = -mc\int_{\tau_i}^{\tau_f}\eta_{\mu\nu}\,\delta x^{\mu}\frac{d^2x^{\nu}}{ds\,d\tau}d\tau \qquad (21\text{-}1)$$

با مساوی صفر قرار دادن δS معامله حرکت بدست می آید :

$$\delta S=0 \Rightarrow \frac{d}{d\tau}(m c \frac{dx^{\nu}}{ds})=0 \Rightarrow \frac{d}{d\tau} P^{\tau}=0 \qquad (22\text{-}1)$$

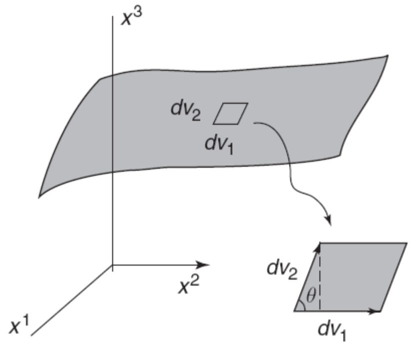
۱-۱۰- کنش ریسمان نسبیتی[۱]

در کنش ذره نسبیتی دیدیم که کنش متناسب با ویژه طول ذره در مسیر جهان خط آن ذره است. حال اگر تحول زمانی ریسمان را در نظر بگیریم ، ریسمان در حین تحول زمانی خود در فضای هدف مسیری از خود به جای می گذارد که به آن جهان سطح می گوییم. اگر ریسمان باز باشد جهان سطح یک سطح غیر بسته است ، ولی در صورتی که ریسمان بسته باشد جهان سطح آن نیز ، سطحی بسته را تشکیل می دهد. با مقایسه با ذره نسبیتی می توان به نتایج زیر رسید :

۱) کنش ریسمان نسبیتی باید با ویژه سطح آن متناسب باشد.

۲) با توجه به وابستگی کنش با ویژه سطح ، باید ضریبی با دیمانسیون عکس طول در کنش ضرب شود تا دیمانسیون کنش حفظ شود .

کنشی که با این ویژگیها برای ریسمان نسبیتی به دست می آید ، اولین بار توسط نامبو و گوتو بدست آمد و به کنش نامبو- گوتو[۲] معروف است. برای نوشتن کنش ابتدا ویژه سطح را در جهان سطح واقع در فضای هدف بدست می آوریم و سپس کنش را می نویسیم .



شکل (۱- ۹) المان سطح رویه

۱ Relativistic String Action
۲ Nambu-Goto Action

$$dA = \left|\overrightarrow{dv_1} \times \overrightarrow{dv_2}\right| = \left|\overrightarrow{dv_1}\right| \left|\overrightarrow{dv_1}\right| Sin\theta = \sqrt{dv_1^2\, dv_2^2 - dv_1^2\, dv_2^2\, Cos^2\theta} \qquad (23\text{-}1)$$

$$dA = \sqrt{(\overrightarrow{dv_1}.\overrightarrow{dv_1})(\overrightarrow{dv_2}.\overrightarrow{dv_2}) - (\overrightarrow{dv_1}.\overrightarrow{dv_2})^2} \qquad (24\text{-}1)$$

اگر جهان سطح را با τ,σ پارامتریزه کنیم :

$$\begin{cases} \overrightarrow{dv_1} = \dfrac{\partial \vec{x}}{\partial \sigma} d\sigma \\ \overrightarrow{dv_2} = \dfrac{\partial \vec{x}}{\partial \tau} d\tau \end{cases} \qquad (25\text{-}1)$$

$$dA = d\sigma\, d\tau \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{x}}{d\sigma}\cdot\frac{\partial \vec{x}}{d\sigma}\right)\left(\frac{\partial \vec{x}}{d\tau}\cdot\frac{\partial \vec{x}}{d\tau}\right) - \left(\frac{\partial \vec{x}}{d\sigma}\cdot\frac{\partial \vec{x}}{d\tau}\right)^2} \qquad (26\text{-}1)$$

با توجه به اینکه جمله دوم زیررادیکال بیشتر از جمله اول آن است ، پس برای مثبت شدن زیر رادیکال باید جای جملات عوض شود. چون دیمانسیون dA دیمانسیون سطح است ، پس باید کمیتی در کنش ضرب شود تا دیمانسیون کنش (زمان × انرژی) شود. این عبارت $\left(\frac{T_0}{c}\right)$خواهد بودکه T_0 کشش ریسمان و c سرعت نور است.

$$\begin{cases} [T_0] = \dfrac{ML}{T^2} \\ [c] = \dfrac{L}{T} \end{cases} \Rightarrow \left[\frac{T_0}{c}\right] = \frac{M}{L} \Rightarrow \frac{M}{L} \times L^2 = \frac{ML^2}{T^2} \times T = Energy \times Time$$

در نتیجه کنش ریسمان نسبیتی عبارتست از :

$$S = -\frac{T_0}{c} \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^{\sigma_1} d\sigma \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{x}}{d\sigma}\cdot\frac{\partial \vec{x}}{d\tau}\right)^2 - \left(\frac{\partial \vec{x}}{d\sigma}\cdot\frac{\partial \vec{x}}{d\sigma}\right)\left(\frac{\partial \vec{x}}{d\tau}\cdot\frac{\partial \vec{x}}{d\tau}\right)} \qquad (27\text{-}1)$$

با انتخاب ایستا[۱] $(\sigma = r, \tau = t)$ کنش نامبو-گوتو به صورت زیر خواهد بود :

[۱] Static Gauge

$$S=-\frac{T_0}{c}\int dt\int dr\sqrt{\left(\vec{\dot{x}}.\vec{x'}\right)^2-\vec{\dot{x}}^2\ \vec{x'}^2} \tag{28-1}$$

۱-۱۱- معادلات حرکت ریسمان نسبیتی[۱]

اکنون که کنش ریسمان نسبیتی (نامبو-گوتو) را بدست آوردیم می توانیم با محاسبه وردش کنش و صفر کردن آن معادلات حرکت ریسمان نسبیتی را بنویسیم :

$$\begin{cases} S=-\frac{T_0}{c}\int d\tau\int d\sigma\sqrt{\left(\vec{\dot{x}}.\vec{x'}\right)^2-\vec{\dot{x}}^2\ \vec{x'}^2} \\ \Im=-\frac{T_0}{c}\sqrt{\left(\vec{\dot{x}}.\vec{x'}\right)^2-\vec{\dot{x}}^2\ \vec{x'}^2} \end{cases}\Rightarrow S=\int\int\Im\, d\tau\, d\sigma \tag{29-1}$$

$$\Im=\Im(\dot{x}^{\mu},x'^{\mu})\Rightarrow\delta\Im=\frac{\partial\Im}{\partial\dot{x}^{\mu}}\delta\dot{x}^{\mu}+\frac{\partial\Im}{\partial x'^{\mu}}\delta x'^{\mu}=\frac{\partial\Im}{\partial\dot{x}^{\mu}}\frac{\partial}{d\tau}\delta x^{\mu}+\frac{\partial\Im}{\partial x'^{\mu}}\delta x'^{\mu} \tag{30-1}$$

$$\delta S=\int\int\delta\Im\, d\tau\, d\sigma=\int\int d\tau\, d\sigma\left(\frac{\partial\Im}{\partial\dot{x}^{\mu}}\frac{\partial}{d\tau}\delta x^{\mu}+\frac{\partial\Im}{\partial x'^{\mu}}\delta x'^{\mu}\right) \tag{31-1}$$

با صفر کردن وردش و استفاده از روش جزء به جزء :

$$\delta S=\int\int d\tau\, d\sigma\left\{\underline{\frac{\partial}{d\tau}\left(\frac{\partial\Im}{\partial\dot{x}^{\mu}}\delta x^{\mu}\right)}-\frac{\partial^2\Im}{\partial\tau\,\partial\dot{x}^{\mu}}\right\}+\int\int d\tau\, d\sigma \\ \left\{\frac{\partial}{d\sigma}\left(\frac{\partial\Im}{\partial x'^{\mu}}\delta x^{\mu}\right)-\frac{\partial^2\Im}{\partial x'^{\mu}\partial\sigma}\delta x^{\mu}\right\}=0 \tag{32-1}$$

به دلیل صفر شدن وردش در نقاط ابتدا و انتها ، جمله مشخص شده در رابطه بالا صفر می شود.

$$\delta S=\int_{\tau_i}^{\tau_f}d\tau\,\underline{\left(\delta x^{\mu}\frac{\partial\Im}{\partial x'^{\mu}}\right)}\Big|_0^{\sigma_1}-\int_{\tau_i}^{\tau_f}d\tau\int_0^{\sigma_1}d\sigma\,\delta x^{\mu}\left(\frac{\partial^2\Im}{\partial\tau\,\partial\dot{x}^{\mu}}+\frac{\partial^2\Im}{\partial x'^{\mu}\partial\sigma}\right) \tag{33-1}$$

[۱] Relativistic String Equations Of Motion

با برقراری شرط مرزی دیریکله یا نیومان ، جمله زیر خط دار صفر می شود[۱]. در نتیجه :

$$\delta S = 0 \Rightarrow \frac{\partial P_{\mu}^{\tau}}{\partial \tau} + \frac{\partial P_{\mu}^{\sigma}}{\partial \sigma} = 0 \qquad \begin{cases} P_{\mu}^{\tau} = \dfrac{\partial \mathfrak{I}}{\partial \dot{x}^{\mu}} \\ P_{\mu}^{\sigma} = \dfrac{\partial \mathfrak{I}}{\partial x'^{\mu}} \end{cases} \tag{34-1}$$

AdS/CFT *Correspondence*

فصل دوم

AdS/CFT

- فضای آنتی دوسیته
- نظریه میدان همدیس
- تقارن همدیس
- تبدیلات همدیس

❖ **اصل هولوگرافی**

❖ **دوگانی** AdS/CFT

❖ **نگاشت بین پارامترهای نظریه ریسمان و نظریه ابر تقارنی یانگ - میلز**

AdS/CFT

پیش از این که به توضیح این دو گانی بپردازیم ، ابتدا توضیح مختصری در مورد هر کدام از واژه های تشکیل دهنده این عبارت ، یعنی فضای آنتی دوسیته [1] (AdS) و نظریه میدان همدیس [2] (CFT) خواهیم داشت :

۲-۱ فضای آنتی دوسیته

فضا - زمان پنج بعدی آنتی دوسیته ، جواب های متقارن معادله میدان اینشتین با ثابت کیهانشناسی منفی هستند. فضای آنتی دوسیته را به صورت AdS_5 نشان می دهند. فضا زمان ده بعدی در این

[1] Anti-De Sitter Space
[2] Conformal Field Theory

همسانی به شکل $AdS_5 \times S^5$ نشان داده می شود که پنج بعد آن روی ابر کره هایی پنج بعدی فشرده شده است و پنج بعد دیگر آن در فضای غیر فشرده آنتی دوسیته AdS_5 قرار دارد. این فضای پنج بعدی دارای سه بعد مکانی(همان ابعاد معمول فضایی) یک بعد زمانی و یک بعد هولوگرام می باشد. بعد هولوگرام یا بعد شعاعی[1] ، بعدی است که در ابعاد بالاتر قرار دارد.

فضای پنج بعدی آنتی دو سیته را می توان به صورت زیر در نظر گرفت :

$$-X_0^2 - X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 = R^2 \quad (1\text{-}2)$$

در نتیجه متریک این فضا عبارتست از :

$$ds^2 = -dX_0^2 - dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 + dX_4^2 \quad (2\text{-}2)$$

همان طور که ملاحظه می شود دو مختصه (X_1, X_0) زمان گونه[2] می باشند. در حقیقت می توان این فضا را از ضرب یک فضای پنج بعدی (مینکوفسکی) در یک بعد شعاعی(بعد هولوگرام) به دست آورد ، با این تفاوت که فضای مینکوفسکی پنج بعدی دیگر فضای تخت[3] نیست. فاصله بین دو نقطه در این فضا همان متریک فضا خواهد بود. رابطه (2- 1) معادله فوق کره ای به شعاع (R) در این فضا می باشد. می توان این رابطه را از ترکیب دو رابطه زیر به دست آورد :

$$-X_0^2 - X_1^2 = R^2 - r^2, \quad X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 = r^2 \quad (3\text{-}2)$$

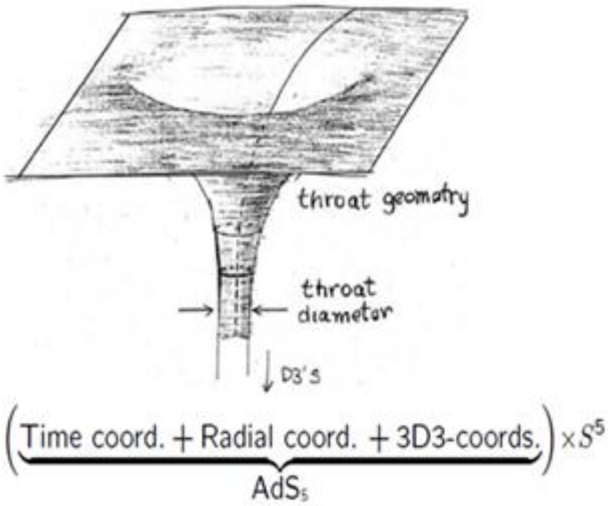
نشان داده می شود که فاصله بین دو نقطه در این فضا عبارتست از :

$$ds^2 = -\left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right) d\vec{X}^2 + \frac{dr^2}{1 + \frac{r^2}{R^2}} + r^2 dt^2 \quad (4\text{-}2)$$

در رابطه متریک بالا ، $\vec{X}$ مختصات سه بعد فضایی واقعی ، r مختصه مربوط به بعد شعاعی فضای AdS یا همان بعد هولوگرام ، t مختصه زمانی و R خمش فضا زمان در فضای AdS است.

---

[1] Radial Dimension
[2] Time Like
[3] Flat Space



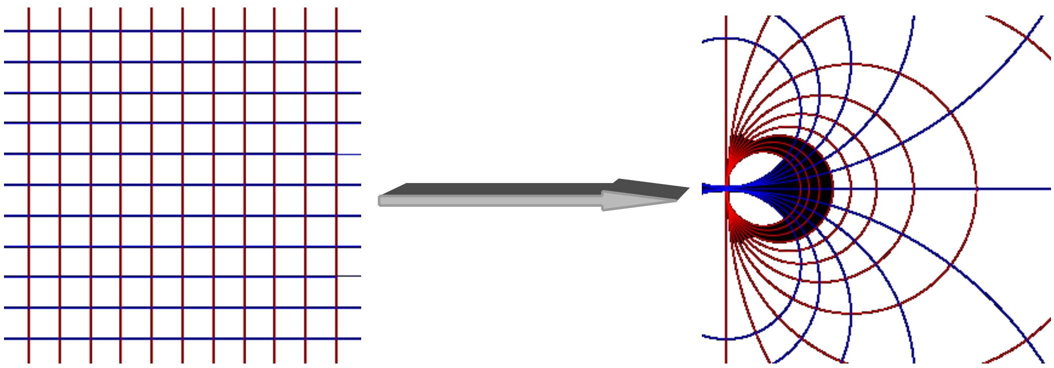
شکل (۲-۱) نمایی از فضای AdS

۲-۲ نظریه میدان همدیس[۱]

برای توضیح این نظریه ابتدا اشاره مختصری به تقارن همدیس[۲] خواهیم داشت.

۲-۲-۱ تقارن همدیس

تقارن همدیس ، تقارن تحت تغییر مقیاس است. در حقیقت در این نوع تقارن ، فیزیک مسئله تحت تغییر مقیاس تغییر نمی کند.



شکل (۲-۲) نگاشت همدیس

[۱] Conformal Field Theory
[۲] Conformal Symmetry

همانطور که از شکل ها مشخص است در تبدیل همدیس زاویه بین خطوط تشکیل دهنده فضا ثابت است. می توان گفت که این تقارن ، تقارنی واقعی در طبیعت نیست و به این دلیل به آن علاقه داریم که در شرایط بحرانی خاصی چون گذار فاز و شکست تقارن ها می توان از این نوع تقارن برای مطالعه فیزیک مسئله استفاده کرد. چنین پدیده هایی در ماده چگال مطالعه می شوند و به تازگی کاربرد های AdS/CFT در این شاخه از فیزیک ، بسیار مورد توجه قرار گرفته است[۷].

۲-۲-۲ تبدیلات همدیس[۱]

به تبدیل هایی که از تقارن همدیس پیروی می کنند ، تبدیلات همدیس می گویند. این تبدیل ها به همراه تبدیلات لورنتس[۲] ، انتقال[۳] و دوران[۴] یک گروه را تشکیل می دهند که به آن گروه تقارنی همدیس[۵] گفته می شود. نمایش گروه تقارنی همدیس به صورت زیر است :

$$\begin{cases} M_{\mu\nu} = i\left(x_{\mu}\partial_{\upsilon} - x_{\upsilon}\partial_{\mu}\right) \\ P_{\mu} = -i\,\partial_{\mu} \\ D = -i\,x_{\mu}\partial^{\mu} \\ K_{\mu} = i\left(x^{2}\partial_{\mu} - 2x_{\mu}x_{\upsilon}\partial^{\nu}\right) \end{cases} \qquad (5\text{-}2)$$

که در این روابط $\left(M_{\mu\nu}\right)$ مولدهای لورنتس ، $\left(P_{\mu}\right)$ مولد انتقال ،$\left(D\right)$ مولد تغییر مقیاس ،$\left(K_{\mu}\right)$ مولد تبدیلات همدیس خاص می باشند. اندیسهای ν,μ با توجه به تعداد ابعاد از ۱ تا n تغییر میکند. روابط جابجایی[۶] این عملگرها به صورت زیر است :

[۱] Conformal Transformations
[۲] Lorentz Transformations
[۳] Transmission
[۴] Rotation
[۵] Conformal Symmetry Group
[۶] Commutation Relations

$$
\begin{cases}
[D, K_\mu] = -i\,K_\mu \\
[D, P_\mu] = i\,P_\mu \\
[K_\mu, P_\nu] = 2i\,\eta_{\mu\nu} D - 2i\,M_{\mu\nu} \\
[K_\mu, M_{\nu\rho}] = i\left(\eta_{\mu\nu} K_\rho - \eta_{\mu\rho} K_\nu\right) \\
[P_\rho, M_{\mu\nu}] = i\left(\eta_{\rho\mu} P_\nu - \eta_{\rho\nu} P_\mu\right) \\
[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = i\left(\eta_{\nu\rho} M_{\mu\sigma} + \eta_{\mu\sigma} M_{\nu\rho} - \eta_{\mu\rho} M_{\nu\sigma} - \eta_{\nu\sigma} M_{\mu\rho}\right)
\end{cases}
\qquad (6\text{-}2)
$$

۲-۳ اصل هولوگرافی[۱]

ایده هولوگرافی

خاستگاه این ایده مطالعه ترمودینامیک سیاهچاله ها بود ، و اولین بار توسط ساسکیند[۲] مطرح شد. بکنشتاین و هاوکینگ نشان دادند که سیاهچاله ها را می توان سیستم هایی از دما و آنتروپی در نظر گرفت. دما مستقیما به تابش جسم سیاه از سیاهچاله مرتبط است ، در حالی که آنتروپی آن از طریق رابطه زیر به سطح افق سیاهچاله مرتبط میشود.

$$
S = \frac{A}{4G} \qquad (7\text{-}2)
$$

که در این رابطه (A) مساحت افق سیاهچاله و (G) ثابت جهانی گرانش می باشند و $\hbar, k_B = 1$ در حقیقت هنگامی در فیزیک از آنتروپی و دما صحبت می شود که سیستم مورد مطالعه دارای درجه آزادی باشد. همانطور که می دانیم آنتروپی یک سیستم ، تعداد درجات آزادی سیستم مورد نظر است. سیاهچاله ها موجوداتی فرو رفته در خود هستند که در نقطه تکین آنها هم میدان گرانش بسیار شدید است و هم اندازه ها در محدوده های اتمی و زیر اتمی است. در نتیجه در این نقاط تکین هر دو نظریه نسبیت عام و مکانیک کوانتومی باید برقرار باشند.

---

۱ Holographic Principle
۲ Susskind

بسیار شگفت آور است که برای چنین سیستمی که دارای ذره یا درجه آزادی نیست می توان آنتروپی تعریف کرد و از آن شگفت آورتر این که آنتروپی سیاهچاله طبق رابطه بالا با مساحت افق آن متناسب است. اگر گرانش مانند یک نظریه میدان موضعی[۱] عمل کند ، انتظار می رود که آنتروپی متناسب باحجم باشد . یک تصویر سازگار به ما می گوید که گرانش در (d) بعد معادل با یک نظریه میدان موضعی در $(d-1)$ بعد است[۷]. در این صورت آنتروپی در نظریه گرانش که با سطح سیاهچاله تناسب دارد ، در نظریه میدان موضعی متناسب با حجم خواهد بود. این وضعیت مانند عکس های هولوگرام است که تمام اطلاعات فضای سه بعدی را می توان در یک تصویر دو بعدی هولوگرافیک جای داد. در نتیجه بنا به اصل هولوگرافی :

برای هر نظریه میدان پیمانه ای در d بعد می توان یک نظریه معادل گرانشی در $(d+1)$ یافت.

۲-۴ دوگانی (AdS/CFT)

این دوگانی اشاره به نوعی دو گانی بین نظریه بدون گرانش و نظریه با وجود نیروی گرانش دارد که نوعی دوگانی پیمانه ای / گرانشی[۲] می باشد . یکی از این تطابق های پیمانه ای / گرانشی در سال ۱۹۹۷ توسط مالداسنا[۳] ارائه شد . بر اساس این نظریه تطابق دقیقی بین نظریه ریسمان نوع (IIB) که در فضای $AdS_5 \times S^5$ فشرده شده است و یک نظریه ابر تقارنی یانگ میلز[۴] با ابر تقارنی $(N=4)$ وجود دارد. نظریه ابر تقارنی یانگ میلز ، شامل میدان های نابجاست که از جبر غیر آبلی پیروی کرده و تقارن همدیس دارند. از آنجایی که نظریه ابر تقارنی یانگ میلز یک نظریه پیمانه ای با ثابت پیمانه ای بزرگ است و این نظریه برای توصیف محیط هایی با اندر کنش های شدید ، به کار می رود ، از این دوگانی می توان در کلیه مواردی که محیط مورد مطالعه دارای اندر کنش های قوی باشند

[۱] Local Field Theory
[۲] Gauge-Gravity Duality
[۳] Maldacena
[۴] Yang-Mills Supersymmetry

استفاده کرد. از جمله این موارد می توان به مطالعه : محیط کوارک – گلوئون پلاسما[۱] ، ابر رساناهای دمای بالا[۲] ، مایع های غیر فرمی[۳] اشاره کرد[۹]. با استفاده از این دوگانی می توان در مواردی ، به جای مطالعه سیستم هایی با اندر کنش بالا ، که مطالعه و تحلیل آنها با روشهای اختلالی میسر نیست از محاسبات در دوگان نظیر استفاده کرده و به راحتی ویژگی های دینامیکی محیط را بررسی کرد. به عبارت دیگر می توان در مواردی که ضریب جفت شدگی[۴] در یکی از این دوگان ها بزرگ بوده و محاسبات بسیار پیچیده می شوند ، از دوگان نظیرش استفاده کرد. در ادامه نشان خواهیم داد که پیچیدگی محاسبات در یکی از دوگان ها ، در دوگان دیگر منجر به سادگی آنها می شود.

۲-۵ نگاشت بین پارامترهای نظریه ریسمان و نظریه ابرتقارنی یانگ میلز

به منظور نشان دادن این نکته که دوگانی (AdS/CFT) مثالی از دوگانی بین جفت شدگی های ضعیف و قوی می باشد ، ارتباط بین پارامترها در دو نظریه را بررسی می کنیم.

پارامترهای نظریه ریسمان

۱) طول ریسمان (l_s) که کمیتی بعد دار است. در حقیقت طول ریسمان را می توان مقیاسی برای میزان افت و خیزهای جهان سطح ریسمان در نظر گرفت که همان

[۱] Quark-Gluon Plasma
[۲] High Temperature Superconductors
[۳] Non Fermi Liquids
[۴] Coupling Constant

محدوده اصل عدم قطعیت ریسمان است. طول ریسمان در محدوده طول پلانک است. $\left(l_s = 10^{-35} m\right)$

2) **ثابت جفت شدگی ریسمان $\left(g_s\right)$ که نشان دهنده شدت بر همکنش ریسمانها به هنگام جدایی و یا اتصال می باشد و کمیتی بدون بعد است.**

3) **شعاع کره S^5 در واحد طول ریسمان که برابر با $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ است. که در آن ، R انحنای فضای $AdS_5 \times S^5$ وکمیتی بعد دار می باشد.**

پارامترهای نظریه میدان یانگ - میلز[1]

1) **ابر تقارنی چهار $(N = 4)$ که نشان دهنده مرتبه[2] تانسورها در گروههای پیمانه ای $\left(SU(N)\right)$ می باشد.**

2) **ثابت جفت شدگی پیمانه ای[3] $\left(g_{YM}^2\right)$ که کمیتی بدون بعد است و شدت بر همکنش ها در نظریه پیمانه ای را نشان می دهد.**

ارتباط بین کمیتها

نظریه ریسمان	تئوری پیمانه ای یانگ - میلز
$\left(g_s, \frac{R}{\sqrt{\alpha'}}\right)$	$\left(N, g_{YM}\right)$

نشان داده می شود که این دو نظریه زمانی هم ارز هستند که رابطه زیر بین پارامترهای آنها برقرار باشد:

[1] Yang-Mills Parameters
[2] Rank
[3] Gauge Coupling Constant

$$\left(\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}\right)^4 = g_{YM}^2 N \equiv \lambda \qquad (8\text{-}2)$$

$$\left(g_s = g_{YM}^2\right) \qquad (9\text{-}2)$$

در روابط بالا (α') $(String\ Slope)$ یک ضریب ثابت است.

محاسبات در نظریه ریسمان وقتی ساده است که :

$$g_s \ll 1 \, , \frac{R}{\sqrt{\alpha'}} \gg 1 \qquad (10\text{-}2)$$

همچنین محاسبات در نظریه ابر تقارنی یانگ – میلز وقتی ساده است که :

$$\lambda \ll 1 \ (Small\ \ t\,'Hooft\ \ Coupling)$$

در نتیجه با توجه به روابط بین کمیتها هنگامی که محاسبات در نظریه پیمانه ای بسیار پیچیده است و نمی توان از بسط های اختلالی[1] استفاده کرد $(Strongly\ Coupled)$:

$$\lambda \gg 1 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{\alpha'}} \gg 1 \qquad (11\text{-}2)$$

پس در این حالت با توجه به رابطه (2- 10) داریم :

$$g_s \ll 1 \Rightarrow g_{YM}^2 \ll 1 \qquad (12\text{-}2)$$

یعنی با توجه به اینکه $\left(g_{YM}^2 \ll 1\right)$ برای اینکه $(1 \ll \lambda)$ باشد باید $(N \gg 1)$

پس با توجه به روابط ، واضح است که هنگامی که محیط مورد نظر دارای ثابت بر همکنش بالا بوده و برهمکنش ها در محیط قوی باشند و نتوان در این محیط از بسط های اختلالی استفاده کرد می توان محاسبات دوگان را با استفاده از نظریه ریسمان با در نظر گرفتن گرانش انجام داد و اطمینان داشت که محاسبات در این حالت ساده و قابل انجام هستند.

[1] Perturbative Expansions

نظریه ریسمان و تعیین نیروی کششی وارد بر کوارک

فصل سوم

نظریه ریسمان و تعیین نیروی کششی وارد بر کوارک

- محاسبه نیروی کششی با استفاده از معادلات حرکت ریسمان
- محاسبات در ابعاد مختلف
- محاسبات در دو بعد فضا زمانی
- محاسبات در سه بعد فضا زمانی
- محاسبات در چهار بعد فضا زمانی
- محاسبات در چهار بعد فضا زمانی با در نظر گرفتن تصحیحات گاوس بونت
- زمان واهلش
- زمان واهلش در دو بعد فضا زمانی
- زمان واهلش در چهار بعد فضا زمانی
- زمان واهلش در چهار بعد فضا زمانی با در نظر گرفتن تصحیحات گاوس بونت
- نتیجه گیری و تحلیل نتایج

۳-۱ محاسبه نیروی کششی با استفاده از معادلات حرکت ریسمان

۳-۱-۱ تاریخچه :

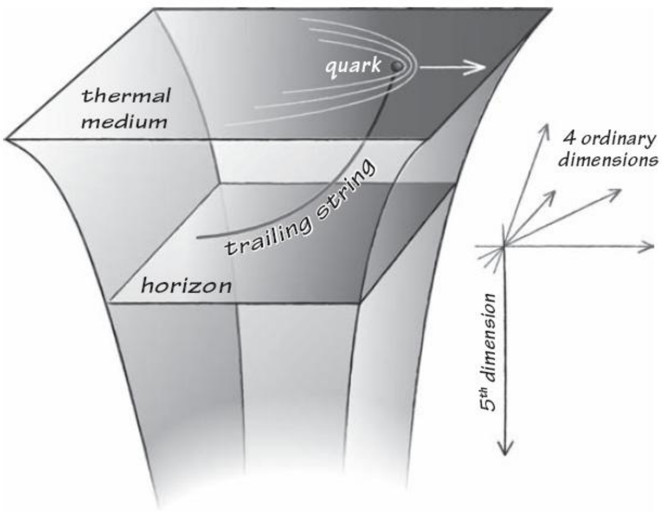
همان طور که در فصل دوگانی گفته شد یکی از انواع دوگانی ها ، که دو گانی پیمانه ای / گرانشی است ، دوگانی (AdS / CFT) است که برای مطالعه محیط هایی با ثابت بر همکنش قوی[۱] بسیار مورد استفاده قرار می گیرد. یکی از این موارد محیط پلاسمای کوارک-گلوئونی [۲] است. همانطور که می دانیم طبق اصل محبوسیت[۳] ، کوارک ها را نمی توان به صورت آزاد یافت. ولی در شرایط خاص و بحرانی و در دماها و فشارهای زیاد می توان کوارک ها و گلوئون های آزاد داشت. این شرایط در لحظات اولیه انفجار بزرگ نیز وجود داشته است. در سال ۲۰۰۴ میلادی فیزیکدانها در برخورد دهنده ($RHIC$) [۴] توانستند شرایط اولیه انفجار بزرگ را مشابه سازی کرده و پلاسمای کوارک گلوئونی را به وجود آورند. این برخورد دهنده که در بروکهیون لانگ آیلند در نزدیکی نیویورک قرار دارد ، می تواند به ذرات تا ۱۰۰ برابر جرم سکون پروتون انرژی بدهد. در این برخورد دهنده ، از یون های طلا استفاده می شود ، که هسته آنها دارای ۲۰۰ نوکلئون است. بر اثر برخورد یون های سنگین طلا و واپاشی آنها شرایط برای شکل گیری پلاسمای کوارک گلوئونی فراهم می شود. در لحظات بسیار کوتاه اولیه ماده در این فاز قراردارد ولی بر اثر گسترش توپ آتشین [۵] اولیه و سرد شدن آن هادرونها [۶] شکل می گیرند و ماده وارد فاز هادرونی[۷] می شود. تمامی اطلاعاتی که فیزیکدان ها از این محیط بسیار داغ و چگال کسب می کنند بوسیله تابش الکترومغناطیسی زمینه و رد و اثر باقیمانده از هادرون های خروجی است که توسط چهار آشکارساز

($STAR , PHENIX , PHOBOS , BRAHMS$) ثبت می شوند. بر اثر برخورد یونهای طلا به

---

۱ Strongly Coupled
۲ Quark-Gluon Plasma
۳ Confinement
۴ Relativistic Heavy Ion Collider
۵ Fire Ball
۶ Hadrons
۷ Hadronic Phase

یکدیگر، دما به حدود ۳۲ تریلیون درجه کلوین ($300Mev$) میرسد و پروتون ها و نوترون ها به کوارک ها وگلوئون های تشکیل دهنده خود تفکیک می شوند. در این محیط ، کوارک ها و گلوئون ها به حالت آزاد وجود داشته و بر همکنش ها بین کوارک-کوارک ، کوارک-گلوئون و گلوئون-گلوئون وجود دارند. برای مطالعه این محیط نمی توان از روش های اختلالی استفاده کرد ، زیرا ضریب جفت شدگی زیاد است و نمی توان سهم مراتب بالاتر پراکندگی ها را در نمودارهای فاینمن نادیده گرفت. یکی از موارد بسیار مفید استفاده از دوگانی (AdS/CFT) مطالعه این محیط می باشد. برای مطالعه حرکت کوارک سنگین در این محیط با استفاده از دوگانی و نظریه ریسمان می توان ریسمانی با طول بی نهایت را که از محیط (فضا زمان چهار بعدی در مرز بی نهایت) تا افق سیاهچاله کشیده شده است را در نظر گرفت. طول بی نهایت ریسمان متناظر با جرم زیاد کوارک است. در منابع [۱۰] و[۱۱] نشان داده شده است که دمای محیط ، متناظر با در نظر گرفتن سیاهچاله در فضای توده است. در حقیقت دمای محیط با دمای هاوکینگ سیاهچاله متناظر می باشد. به دلیل این که محیط ، دارای بار الکتریکی است ، سیاهچاله در نظر گرفته شده از نوع سیاهچاله RN [۱] است که به توصیف هندسه فضای اطراف یک سیاهچاله دارای بار الکتریکی می پردازد .



شکل (۳-۱) نمایی از دوگانی AdS/CFT

[۱] Reissner-Nordstrom Black Hole

شکل صفحه قبل نمایی کلی از محیط مورد نظر را نشان می دهد. کوارک در حال حرکت در فضا زمان چهار بعدی و در یک محیط گرمایی با بر همکنش های قوی است که نظریه میدان همدیس (CFT) در آن برقرار است. این محیط همان محیط پلاسمای کوارک گلوئونی است که چون ثابت بر همکنش بالا است ، نمی توان از روشهای اختلالی برای محاسبات استفاده کرد. ریسمانی به کوارک متصل است که تا افق سیاهچاله ، که در فضای توده قرار گرفته است ، امتداد می یابد و سر دیگر آن به افق سیاهچاله می رسد. همان طور که گفته شد ، به دلیل وجود دما و بار الکتریکی سیاهچاله ای از نوع RN در فضای توده ، در نظر گرفته شده است. با استفاده از نظریه ریسمان ، نیروی کششی وارد بر کوارک را به وسیله مطالعه دینامیک ریسمان متصل به آن تعیین می کنیم[۵] و[۶].

۳-۱-۲ مقدمه

برای تعیین نیروی کششی وارد بر کوارک سنگین ، همانطور که از دو گانی AdS/CFT می دانیم ، کوارک را انتهای ریسمانی می گیریم که از مرز فضا زمان شروع شده و تا افق سیاهچاله امتداد می یابد. چنان که ذکر شد ، سیاهچاله ی مورد نظر ، از نوع سیاهچاله RN است. سیاهچاله های RN دارای بار الکتریکی و بدون چرخش می باشند. متریک فضای AdS در حضور سیاهچاله را نوشته و سپس تانسور متریک را به دست می آوریم. با داشتن تانسور متریک ، مشتق های مورد نظر در کنش نامبو – گوتو تعیین شده و با استفاده از آنها ، معادلات حرکت را می نویسیم. از معادلات حرکت به ثابت های حرکت می رسیم. از این ثابت های حرکت برای تعیین نیروی کششی استفاده می کنیم.
فضا زمان محیط را d بعدی در نظر می گیریم . متریک فضای AdS در حضور سیاهچاله RN به صورت زیر است :

$$ds^2 = G_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \frac{r^2}{R^2}(-f\ dt^2 + \sum_i dx_i{}^2) + \frac{R^2}{r^2 f}\ dr^2 \tag{1-3}$$

که در آن ، $\vec{X}$ مختصات ابعاد فضایی ، r مختصه مربوط به بعد هولوگرام ، t مختصه زمانی و R

خمش فضا زمان در فضای AdS است. افق سیاهچاله در r_0 قرار دارد. همچنین f عبارتست از :

$$f(r) = 1 - \frac{M}{r^d} + \frac{Q^2}{r^{2d-2}} \tag{2-3}$$

که در آن ، M و Q جرم و بار سیاهچاله هستند.

با استفاده از متریک ، می توان تانسور متریک را به صورت زیر نوشت :

$$G_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\frac{r^2 f}{R^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r^2}{R^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r^2}{R^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r^2}{R^2} \end{pmatrix} \tag{3-3}$$

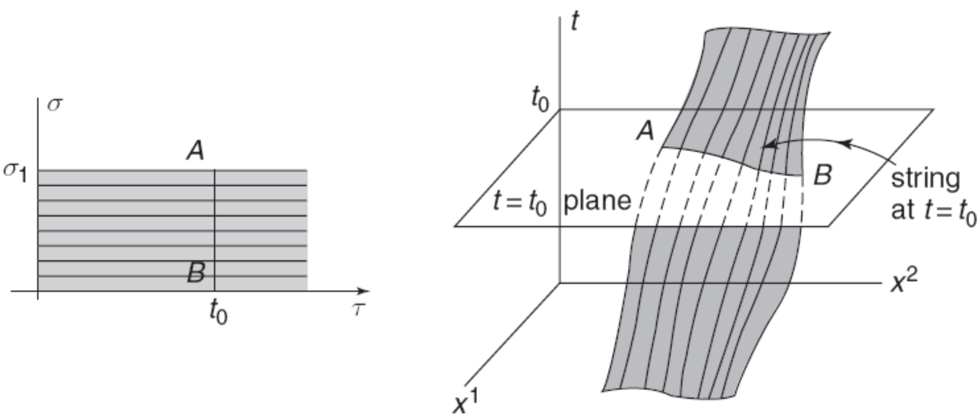
همچنین دمای سیاهچاله از رابطه زیر به دست می آید [۹] :

$$T = \frac{dr_0}{4\pi R^2}\left(1 - \frac{(d-2)Q^2}{dr_0^{2d-2}}\right) \tag{4-3}$$

ریسمان را می توان به صورت های مختلف پارامتریزه کرد و از آنجایی که کنش ریسمان مستقل از این پارامتریزه کردن است ، به دنبال پارامترهایی هستیم که حل معادلات حرکت در آنها آسان تر باشد . استقلال کنش ریسمان از انتخاب پارامتر بندی آن [۱] ، مشابه استقلال معادلات دینامیکی از انتخاب پیمانه ها در الکترومغناطیس یا نظریه میدان های پیمانه ای می باشد. یکی از این انتخاب ها پیمانه ایستا[۲] است. برای درک پیمانه ایستا ، مطابق شکل (۳-۲) ، ابر سطح $t = t_0$ را در فضای هدف در نظر می گیریم. تلاقی این ابر سطح با جهان سطح ریسمان ، یک منحنی است که همان شکل ریسمان در زمان t_0 از نگاه ناظر لورنتزی است. به این نوع پیمانه که پارامتر σ طوری انتخاب می شود

---
[۱] Reparameterization Invariance
[۲] Static Gauge

که در مقدار ثابت آن ، از دیدگاه ناظر لورنتزی ، ریسمان حالت ایستا داشته باشد و $\tau = t$ زمان موضعی ریسمان باشد را پیمانه ایستا گویند. به عبارت دیگر ، در این پیمانه ، ریسمان را طوری پارامتریزه می کنیم که در هر لحظه زمانی ریسمان را در راستایی که جهان سطح آن ، با صفحه زمانی قطع کننده ، تلاقی دارد مشاهده کنیم.



شکل (۳-۲) فضای هدف ، جهان سطح و پیمانه ایستا

با انتخاب پیمانه ایستا و در نظر گرفتن حرکت خطی و یکنواخت کوارک در راستای محور x ، مشتق نسبت به زمان را با $\dot{X}$ ، و مشتق نسبت به مختصه بعد هولوگرام را با X' نشان می دهیم [۱۲].

در نتیجه خواهیم داشت :

$$X = X(t, x, 0, 0, ..., r) \quad , \quad x = v t + x_0 \tag{5-3}$$

$$\begin{cases} \dot{X}_\mu = (1, \dot{x}, 0, ..., 0) \\ X'_\mu = (0, x', 0, ..., 1) \end{cases} \tag{6-3}$$

وکمیت های مورد نیاز در کنش نامبو – گوتو را می توان به دست آورد :

$$\begin{cases} \dot{X}.X' = \dot{X}^{\mu} X'^{\nu} G_{\mu\nu} = \dfrac{r^2}{R^2}\dot{x}\,x' \\ \dot{X}^2 = \dot{X}^{\mu}\dot{X}^{\nu} G_{\mu\nu} - \dfrac{r^2}{R^2} f + \dfrac{r^2}{R^2}\dot{x}^2 = \dfrac{r^2}{R^2}(-f + \dot{x}^2) \\ X'^2 = X'^{\mu} X'^{\nu} G_{\mu\nu} = \dfrac{r^2}{R^2} x'^2 + \dfrac{R^2}{r^2 f} \end{cases} \qquad (7\text{-}3)$$

$$-g = (\dot{X}\,.\,X')^2 - \dot{X}^2 X'^2 = 1 - \frac{v^2}{f} + \frac{r^4}{R^4} x'^2 f \qquad (8\text{-}3)$$

چگالی لاگرانژی عبارتست از :

$$\Im = -T_0\sqrt{-g} = -T_0\left(1 - \frac{v^2}{f} + \frac{r^4}{R^4} x'^2 f\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (9\text{-}3)$$

اکنون با استفاده از چگالی لاگرانژی می توان معادلات حرکت کوارک را نوشت $\dfrac{\partial P_\mu^\tau}{\partial \tau} + \dfrac{\partial P_\mu^\sigma}{\partial \sigma} = 0$

که در معادلات حرکت P_μ^τ, P_μ^σ ، ممنتوم های تعمیم یافته هستند که به صورت زیر تعریف می شوند :

$$\begin{aligned} P_\mu^\tau &= \frac{\partial \Im}{\partial \dot{x}^\mu} = -\frac{T_0}{c} G_{\mu\nu} \frac{x'^\nu\left(\dot{x}.x'\right) - x'^2 \dot{x}^\nu}{\sqrt{\left(\dot{x}.x'\right)^2 - \dot{x}^2 x'^2}} \\ P_\mu^\sigma &= \frac{\partial \Im}{\partial x'_\mu} = -\frac{T_0}{c} G_{\mu\nu} \frac{\dot{x}^\nu\left(\dot{x}.x'\right) - \dot{x}^2 x'^\nu}{\sqrt{\left(\dot{x}.x'\right)^2 - \dot{x}^2 x'^2}} \end{aligned} \qquad (10\text{-}3)$$

$$P_\mu^t = \frac{\partial \Im}{\partial \dot{x}} \Rightarrow P_\mu^t = \frac{T_0}{\sqrt{-g}} \frac{\dot{x}}{f} \qquad (11\text{-}3)$$

$$P_\mu^r = \frac{\partial \Im}{\partial x'} \Rightarrow P_\mu^r = \frac{-T_0 r^4 f\, x'}{R^4\sqrt{-g}} \qquad (12\text{-}3)$$

با جایگزاری در معادله حرکت :

$$\underline{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{T_0}{\sqrt{-g}}\frac{v}{f}\right)} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{-T_0 r^4 f\, x'}{R^4\sqrt{-g}}\right) = 0 \qquad (13\text{-}3)$$

جمله زیر خط دار صفر است چون عوامل داخل پرانتز مستقل از زمان هستند.

$$\frac{r^4 f\, x'}{\sqrt{-g}} = C \Rightarrow x'^2 = \frac{C^2(-g)}{r^8 f^2} \tag{14-3}$$

با استفاده از روابط (3-8) و (3-14) :

$$-g = \frac{R^4 r^4 (f - v^2)}{r^4 R^4 f - C^2} \tag{15-3}$$

$$x'^2 = \frac{R^4 C^2 v^2 (1 - v^2 f^{-1})}{(r^4 R^4 f - C^2 v^2) r^4 f} \tag{16-3}$$

چون $f(r)$ در افق سیاهچاله صفر است :

$$f(r_0) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{M}{r_0^d} + \frac{Q^2}{r_0^{2d-2}} = 0 \Rightarrow M = r_0^d + \frac{Q^2}{r_0^{d-2}} \tag{17-3}$$

با جایگزاری M از رابطه (3-17) در (3-2) :

$$f(r) = 1 - (\frac{r_0}{r})^d + \frac{Q^2}{r^{2d-2}} - \frac{Q^2}{r^d r_0^{d-2}} \tag{18-3}$$

اگر $f(r)$ را از (3-18) در (3-15) قرار دهیم :

$$-g = \frac{1 - (\frac{r_0}{r})^d + \frac{Q^2}{r^{2d-2}} - \frac{Q^2}{r^d r_0^{d-2}} - v^2}{1 - (\frac{r_0}{r})^d + \frac{Q^2}{r^{2d-2}} - \frac{Q^2}{r^d r_0^{d-2}} - C^2 r^{-4} R^{-4}} \tag{19-3}$$

در ادامه رفتار $(-g)$ را در دو حالت حدی بررسی می کنیم. این دو حالت حدی عبارتند از:

۱) حالتی که r به سمت افق سیاهچاله (r_0) میل می کند.

$$r \to r_0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Num \Rightarrow -v^2 < 0 \\ Den \Rightarrow -C^2 r_0^{-4} R^{-4} < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -g > 0 \tag{20-3}$$

۲) حالتی که r به سمت محیطی که کوارک در آن قرار دارد(∞) میل می کند.

$$r \to \infty \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Num \Rightarrow 1 - v^2 > 0 \\ Den \Rightarrow 1 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -g > 0 \tag{21-3}$$

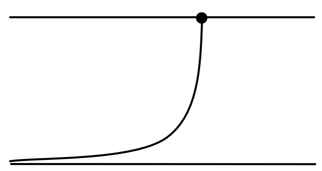
در این روابط ، صورت کسر را با Num و مخرج آن را با Den نمایش داده ایم. چون علامت $(-g)$ در همه جا مثبت است ، پس باید در صورت وجود ریشه ، برای صورت و مخرج آن ، این ریشه ها بر یکدیگر منطبق باشند. در نتیجه برای تعیین ثابت C در رابطه $(-g)$ باید ابتدا ریشه یا ریشه های صورت کسر $(-g)$ را بدست آوریم و سپس آنها را در مخرج قرار دهیم :

$$f - v^2 = 0 \Rightarrow 1 - \frac{M}{r_C{}^d} + \frac{Q^2}{r_C{}^{2d-2}} - v^2 = 0 \Rightarrow A r_C{}^{2d-2} - M r_C{}^{d-2} + Q^2 = 0 \qquad (22\text{-}3)$$

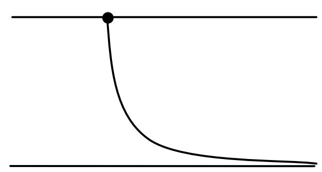
که دررابطه بالا $\left(A = 1 - v^2\right)$ است

$$v^2 - C^2 r_C^{-4} R^{-4} = 0 \Rightarrow C^2 = v^2 r_C^4 R^4 \Rightarrow C = \pm v\, r_C^2 R^2 \qquad (23\text{-}3)$$

آهنگ شارش انرژی ریسمان از بالا به پایین با P_x^r متناسب است و چون $\left(P_x^r\right)$ با (C) متناسب است پس این شارش انرژی با (C) متناسب خواهد بود. علامت مثبت (C) نشان دهنده شارش انرژی از بالا به پایین یعنی از محیطی که کوارک در آن قرار دارد به سمت افق سیاهچاله است :



در حالی که علامت منفی (C) نشان دهنده شارش انرژی از افق سیاهچاله به سمت بالا می باشد :



در نتیجه علامت مثبت (C) که دارای مفهوم فیزیکی درست است ، قابل قبول می باشد.

نیروی کششی وارد بر کوارک از رابطه زیر به دست می آید[۱۲] :

$$F = -T_0 C \qquad (24\text{-}3)$$

هدف ما در ادامه ، حل معادله (3- 22) و تعیین ریشه های آن به منظور تعیین (C) و سپس بدست آوردن نیروی کششی در ابعاد ۲و۳و۴ با استفاده از رابطه (3- 24) می باشد. در هر حالت می توان با حل عددی معادله دیفرانسیل (3-16) شکل ریسمان را تعیین نمود.

۳-۲ محاسبات در ابعاد مختلف

در این قسمت با استفاده از نتایج روش گفته شده در قسمت مقدمه ، می خواهیم نیروی کششی وارد بر کوارک را با استفاده از معادله (3- 24) ، با حل معادله (3-22) در ابعاد مختلف به دست آوریم. در هر بعد ، می توان محاسبات را در دو حالت دمای غیر صفر و دمای صفر پی گرفت و نیروی کششی را تعیین کرد. شرایط دمای صفر را نمی توان برای محیط هایی نظیر محیط های کوارک گلوئون پلاسما در نظر گرفت ، ولی سیستم هایی وجود دارد که می توان از این محاسبات در آنها استفاده کرد. این شرایط و سیستمها را بیشتر می توان در حوزه ماده چگال یافت. سیستمها و شرایطی که به رغم پایین بودن دما ، ذرات بر همکنش قوی دارند و با تقریب خوبی می توان از محاسبات دمای صفر دوگانی AdS/CFT در مورد آنها استفاده کرد. ابررساناهای دمای بالا نمونه ای از این محیط ها هستند. در هر یک از حالت هایی که در ابعاد مختلف محاسبات را انجام می دهیم ، با حل عددی معادله (3-16) شکل ریسمان را رسم کرده ایم. برای شروع از فضا زمان دو بعدی شروع می کنیم :

۳-۲-۱ محاسبات در دو بعد فضا زمانی

در این حالت ذره می تواند در یک بعد مکانی حرکت کند. تعبیر این ذره به کوارک صحیح نیست و این که آیا چنین شرایطی در مسائل فیزیکی پدید می آید یا خیر ، بحث جداگانه ای است. هدف ما در نظر گرفتن ذره ای متحرک است که نیروی کششی بر آن وارد می شود.

۳-۲-۱-۱ دمای غیر صفر

همانطور که در مقدمه بیان شد ، ابتدا معادله (3-22) را حل می کنیم و سپس جوابهای آن را (3-23) قرار می دهیم :

$$\begin{cases} f(r) = 1 - \dfrac{M}{r^d} + \dfrac{Q^2}{r^{2d-2}} \\ f - v^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1 - \frac{M}{r_C^2} + \frac{Q^2}{r_C^2} - v^2 = 0 \tag{25-3}$$

با استفاده از رابطه بالا و همچنین $(A = 1 - v^2)$ خواهیم داشت :

$$r_C^2 = \frac{M - Q^2}{A} \tag{26-3}$$

با جایگزاری رابطه بالا در رابطه (3-23) و قرار دادن عبارت بدست آمده برای (C) در رابطه (3-24) نیروی کششی بدست می آید :

$$F = \frac{-T_0 R^2 v (M - Q^2)}{A} \tag{27-3}$$

با توجه به اینکه مقدار $f(r)$ در افق سیاهچاله صفر است :

$$f(r_0) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{M}{r_0^2} + \frac{Q^2}{r_0^2} = 0 \Rightarrow r_0^2 = M - Q^2 \tag{28-3}$$

با قرار دادن (3-28) در (3-26) و سپس جایگزاری عبارت حاصل در (3-23) و (3-24) داریم :

$$\begin{cases} C = \dfrac{R^2 v\, r_0^2}{A} \\ F = -\dfrac{T_0 R^2 v\, r_0^2}{A} \end{cases} \tag{29-3}$$

با استفاده از روابط زیر :

$$\begin{cases} T_0 = \dfrac{1}{2\pi\alpha'} \\ \dfrac{R^2}{\alpha'} = \sqrt{g_{YM}^2 N} \end{cases} \tag{30-3}$$

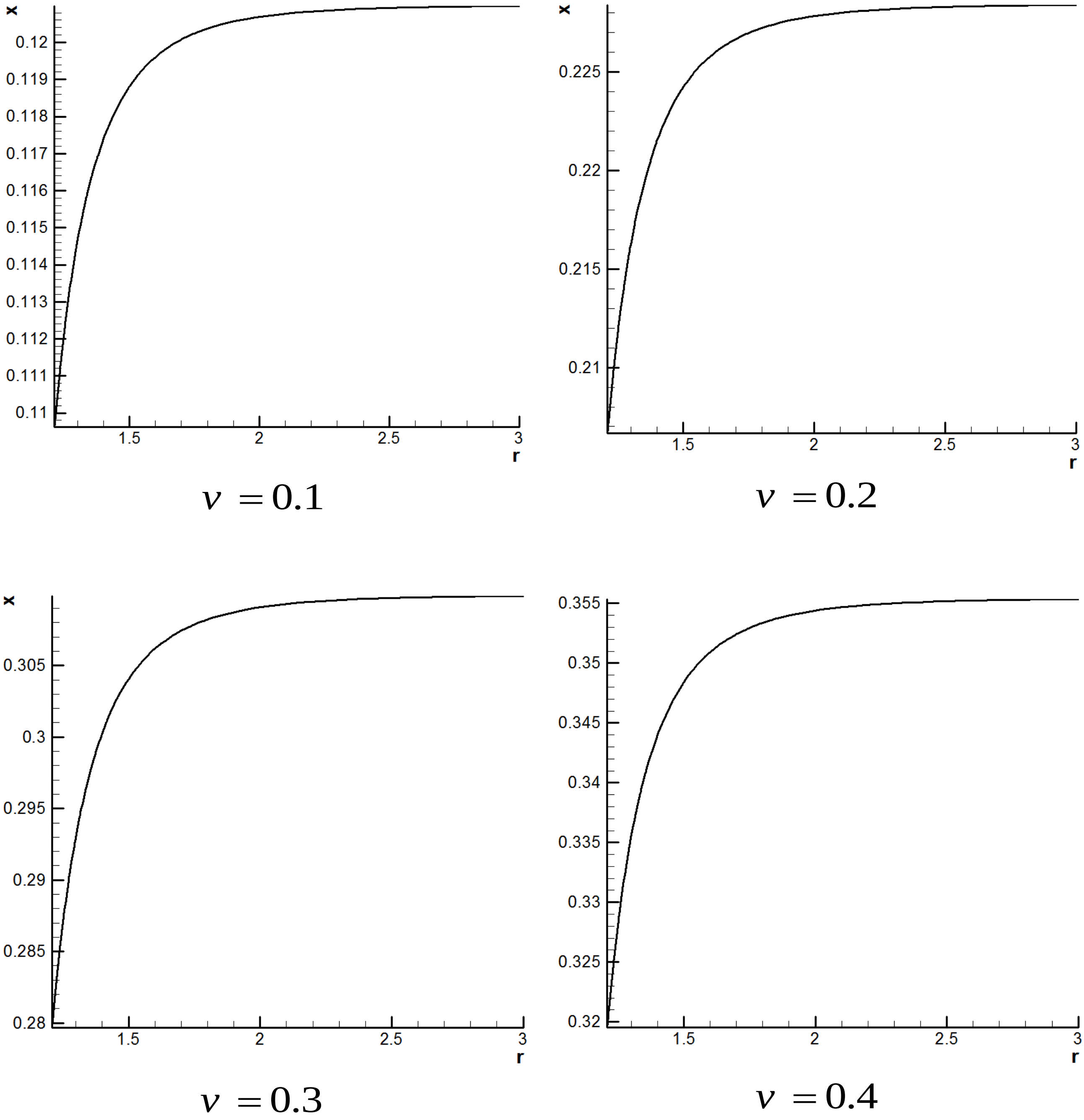
نیروی کششی عبارتست از :

$$F = -\frac{v\, r_0^2 \sqrt{g_{YM}^2 N}}{2\pi A} \quad (31\text{-}3)$$

۳-۲-۱-۲ محاسبات در دمای صفر

چون در رابطه دما (رابطه (3-4)) دما تنها در صورتی می تواند صفر باشد که $(r_0 = 0)$ باشد و طبق رابطه (3- 28) ، (r_0) نیز در صورتی صفر است که $(M = Q^2)$ یا به عبارتی $\left(f\,(r_0) \neq 0\right)$ در نتیجه در دو بعد دما نمی تواند صفر شود.

شکل ریسمان با توجه به تغییر سرعت ، با حل عددی معادله (3-16) در دو بعد در صفحه بعد آورده شده است. در این شکل ها جهت حرکت ذره در جهت مثبت محور x است. بعد هولوگرام r از ۱/۰۱ تا ۳ مدرج سازی شده است ، که عدد ۳ مربوط به مرز محیطی است که ذره در آن قرار دارد و افق سیاهچاله در ۰/۱ قرار دارد.از شکل ها کاملا پیداست که با افزایش سرعت ذره ، محدوده بازه ای x که در آن محدوده ، ریسمان از محیط تا افق سیاهچاله کشیده می شود ، در حال افزایش است و یا به عبارت دیگر خمش ریسمان با افزایش سرعت ذره در حال افزایش می باشد. این نتیجه در سازگاری کامل با رابطه (3-31) است. زیرا انتظار داریم با افزایش سرعت ، نیروی وارد بر ذره برطبق این رابطه افزایش یابد و شکل ریسمان هم نشان دهنده همین نتیجه گیری است ، زیرا با افزایش سرعت ، لختی ریسمان منجر به افزایش خمش آن و در نتیجه افزایش نیروی کششی می شود.



شکل (3-3) شکل ریسمان (نمودار x (جهت حرکت کوارک) بر حسب r (بعد هولوگرام) در دو بعد به ازای سرعتهای مختلف) (ادامه نمودارها در پیوست)

۳-۲-۲ محاسبات در سه بعد فضا زمانی

در این حالت ذره می تواند در دو بعد مکانی حرکت کند. باز هم مسئله مهم محاسبه نیروی کششی است و هدف این نیست که به مطالعه فیزیک مساله در این ابعاد پرداخته شود. چون مانند حالت دو بعد از وجود چنین شرایطی در محیط های فیزیکی اطلاعی در دست نداریم ، از این که ذره کوارک نامیده شود اجتناب کرده ایم

با توجه به رابطه (3-22) در سه بعد باید معادله زیر را حل کرد :

$$A r_C{}^4 - M r_C + Q^2 = 0 \tag{3-32}$$

در حالت دمای صفر داریم :

$$T = 0 \Rightarrow T = \frac{3r_0}{4\pi R^2}\left(1-\frac{Q^2}{3r_0{}^4}\right) = 0 \Rightarrow Q^2 = 3r_0{}^4 \tag{3-33}$$

با توجه به اینکه $\left(f\,(r_0)=0\right)$:

$$1-\frac{M}{r_0^3}+\frac{Q^2}{r_0^4}=0 \Rightarrow M = r_0^3+\frac{Q^2}{r_0} \Rightarrow M = 4r_0^3 \tag{3-34}$$

با جایگزاری (3-33) و (3-34) در رابطه (3-32) :

$$A r_C{}^4 - 4r_0^3 r_C + 3r_0^4 = 0 \tag{3-35}$$

که در این حالت می بایستی به حل معادلات (3-32) و (3-35) پرداخت.

از آنجا که محاسبات در بخش بعدی نیز منجر به چنین معادلاتی می شوند ، حل آنها در این ابعاد را ادامه نمی دهیم.

۳-۲-۳ محاسبات در چهار بعد فضا زمانی

در این حالت می خواهیم به مطالعه کوارک در حال حرکت ، در محیطی با دمای صفر بپردازیم.البته طبق مطالب گفته شده ، انتظار می رود که به دلیل وجود دمای صفر محیط ، سیاهچاله ای در فضای توده نداشته باشیم ، ولی ما در این حالت نیز سیاهچاله ای در فضای توده در نظر گرفتیم که سیاهچاله فرینه[۱] $(T = 0)$ است.

۳-۲-۳-۱ دمای صفر

با توجه به صفر بودن دما ، از صفر قرار دادن رابطه (3-4) در چهار بعد خواهیم داشت :

$$T = 0 \Rightarrow 1 - \frac{Q^2}{2r_0^6} \Rightarrow Q^2 = 2r_0^6 \qquad (36\text{-}3)$$

از طرفی با توجه به صفر شدن رابطه (3-2) در چهار بعد داریم :

$$f(r_0) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{M}{r_0^4} + \frac{Q^2}{r_0^6} = 0 \Rightarrow M = r_0^4 + \frac{Q^2}{r_0^2} \qquad (37\text{-}3)$$

با جایگزاری (3-36) در(3-37) :

$$M = 3r_0^4 \qquad (38\text{-}3)$$

اگر معادله (3-22) را در چهار بعد نوشته و روابط (3-36) و (3-38) را در آن قرار دهیم :

$$Ar_C^6 - 3r_0^4 r_C^2 + 2r_0^6 = 0 \qquad (39\text{-}3)$$

با تغییر متغیر $(x = r_C^2)$:

$$Ax^3 - 3r_0^4 x + 2r_0^6 = 0 \qquad (40\text{-}3)$$

روش حل معادله درجه سوم در پیوست الف آورده شده است. با استفاده از مطالب گفته شده در این پیوست ، معادله (3-40) را حل می کنیم.

---

[۱] Extremal

$$x^3 - \frac{3r_0^4}{A}x = -\frac{2r_0^6}{A} \qquad (41\text{-}3)$$

از مقایسه (3-41) با شکل کلی معادله درجه سوم (الف -3) داریم :

$$\begin{cases} p = -\dfrac{3r_0^4}{A} \\ q = -\dfrac{2r_0^6}{A} \end{cases} \qquad (42\text{-}3)$$

با جایگزاری این مقدارها در مبین معادله درجه سوم :

$$D = \frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4} = -\frac{27r_0^{12}}{27A^3} + \frac{4r_0^{12}}{4A^2} \Rightarrow D = \frac{r_0^{12}}{A^2}\left(1 - \frac{1}{A}\right) \qquad (43\text{-}3)$$

$$0 \langle A \langle 1 \Rightarrow \frac{1}{A} \rangle 1 \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{A}\right) \langle 0 \qquad (44\text{-}3)$$

با توجه به (3- 44) ، $(D\langle 0)$ در نتیجه با توجه به پیوست ، سه ریشه حقیقی خواهیم داشت که از

رابطه (الف -28) پیوست الف به دست می آیند.

$$\begin{cases} x_1 = 2\sqrt{-Q'}\,Cos\left(\dfrac{\theta}{3}\right) \\ x_2 = 2\sqrt{-Q'}\,Cos\left(\dfrac{2\pi+\theta}{3}\right) \\ x_3 = 2\sqrt{-Q'}\,Cos\left(\dfrac{4\pi+\theta}{3}\right) \end{cases} \qquad Q' = \frac{p}{3}\,,\ \theta = Cos^{-1}\left(\frac{R'}{\sqrt{-Q'^3}}\right),\ R' = \frac{q}{2} \qquad (45\text{-}3)$$

با جایگزاری (q,p) در روابط (3- 45) خواهیم داشت :

$$\begin{cases} R' = \dfrac{q}{2} = -\dfrac{r_0^6}{A} \\ Q' = -\dfrac{r_0^4}{A} \end{cases} \Rightarrow \theta = Cos^{-1}\left(\frac{-\dfrac{r_0^6}{A}}{\dfrac{r_0^6}{A\sqrt{A}}}\right) \Rightarrow \theta = Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right) \qquad (46\text{-}3)$$

در نتیجه ریشه ها عبارتند از :

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{2r_0^2}{\sqrt{A}} Cos\left(\dfrac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \\ x_2 = \dfrac{2r_0^2}{\sqrt{A}} Cos\left(\dfrac{2\pi + Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \\ x_3 = \dfrac{2r_0^2}{\sqrt{A}} Cos\left(\dfrac{4\pi + Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \end{cases} \quad (47\text{-}3)$$

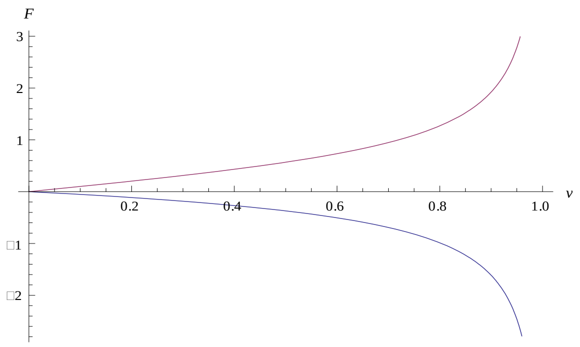
بحث در مورد جوابها

چون سرعت ذره بین صفر و یک متغیر است ، پس :

$$-\sqrt{A} \langle 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} \langle \theta \langle \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \langle \frac{\theta}{3} \langle \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} \langle \left(\frac{\theta}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) \langle \frac{7\pi}{6} \quad (48\text{-}3)$$

چون $\left(x = r_C^2 \propto Cos\right)$ و همچنین طبق رابطه (3-47) ، $\left(Cos\left(\frac{\theta}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) \langle 0\right)$ پس (x_2) قابل قبول نیست. با استفاده از (3-47) و همچنین روابط (3-23) و(3-24) دو نیروی کششی به دست می آیند :

$$\begin{cases} F_1 = \dfrac{-2T_0 R^2 v\ r_0^2}{\sqrt{A}} Cos\left(\dfrac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \\ F_3 = \dfrac{-2T_0 R^2 v\ r_0^2}{\sqrt{A}} Cos\left(\dfrac{4\pi + Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \end{cases} \quad (49\text{-}3)$$



شکل (3-4) : نیروهای کششی وارد بر کوارک از رابطه (3-49)

F_1 منحنی پایین و F_2 منحنی بالا است.

چون نیروی کششی[1] یک نیروی اتلافی است ، پس با توجه به نمودار صفحه قبل ، پاسخ فیزیکی قابل قبول برای آن F_1 می باشد :

$$F=-\frac{2T_0R^2v\,r_0^2}{\sqrt{A}}Cos\left(\frac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \qquad (50\text{-}3)$$

با استفاده از روابط زیر نیروی کششی را به شکل دیگری می نویسیم :

$$\begin{cases} T_0=\dfrac{1}{2\pi\alpha'} \\ \dfrac{R^2}{\alpha'}=\sqrt{g_{YM}^2N} \end{cases} \qquad (51\text{-}3)$$

$$F=-\frac{\sqrt{g_{YM}^2N}\,v\,r_0^2}{\pi\sqrt{A}}Cos\left(\frac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \qquad (52\text{-}3)$$

با استفاده از روابط زیر که در مرجع [18] آمده است :

$$\begin{cases} Q^2=\dfrac{8}{3}\pi^4\mu^2n\,r_0{}^4 \\ r_0=\dfrac{8}{3}\pi^4\mu^2n\left(\sqrt{\pi^2T^2+\dfrac{16}{3}\pi^4\mu^2n}-\pi T\right)^{-1} \end{cases} \qquad (53\text{-}3)$$

و در نظر گرفتن دمای صفر خواهیم داشت :

$$\begin{cases} Q^2=\dfrac{8}{3}\pi^4\mu^2n\,r_0^4 \\ r_0=2\pi^2\mu\sqrt{\dfrac{n}{3}} \end{cases} \qquad (54\text{-}3)$$

در نتیجه می توان نیروی کششی را بر حسب بار الکتریکی یا پتانسیل شیمیایی و شماره رنگ بیان کرد :

---

[1] Drag Force

$$F = -\sqrt{\frac{3}{8}}\,\frac{v\sqrt{g_{YM}^2 N}\,Q}{\pi^3 \mu \sqrt{n A}}\,Cos\left(\frac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \tag{55-3}$$

$$F = -\frac{4\pi^3 \mu^2 n v \sqrt{g_{YM}^2 N}}{3\sqrt{A}}\,Cos\left(\frac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \tag{56-3}$$

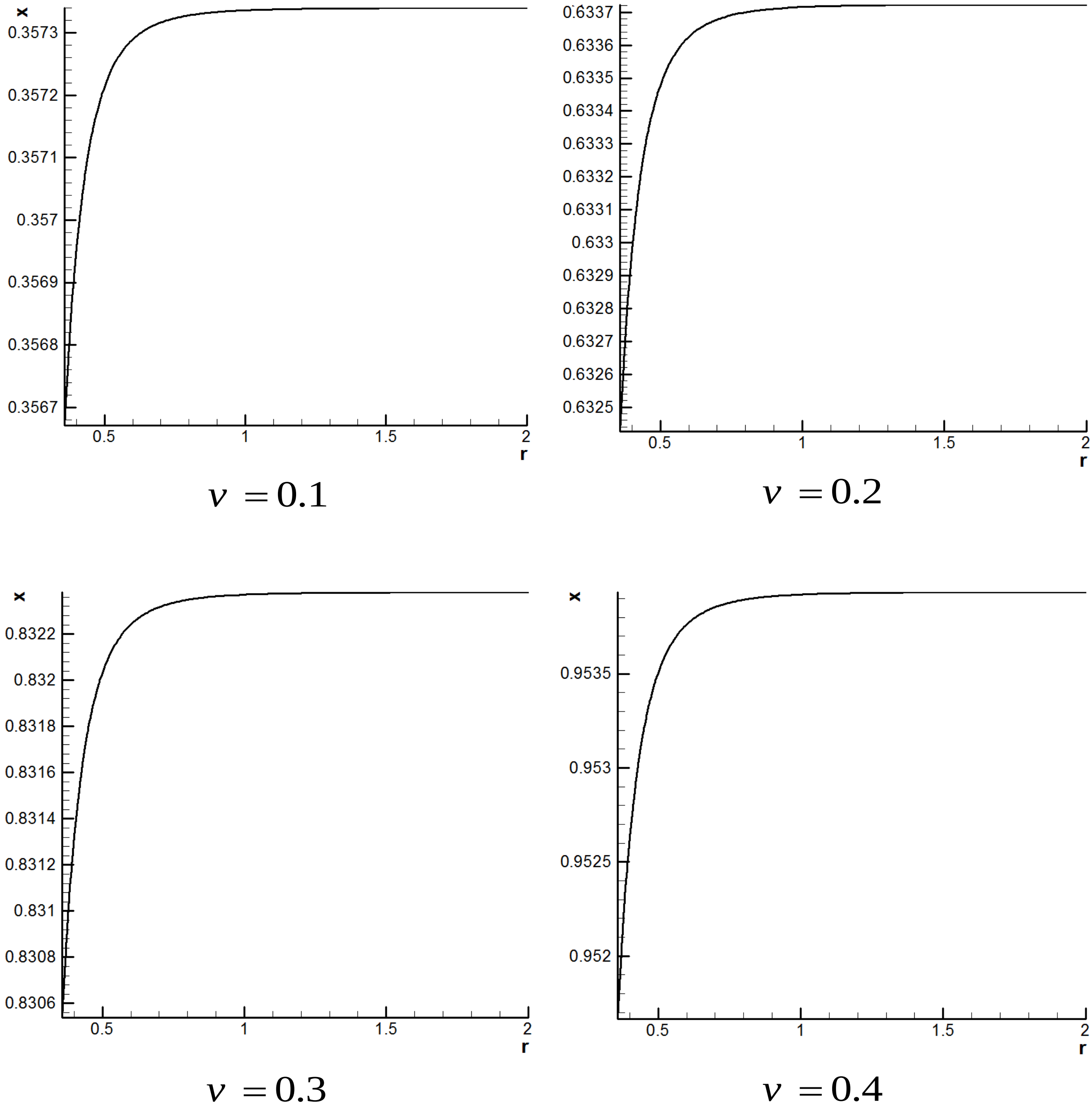
در تحلیل روابط به دست آمده برای نیروی کششی می توان گفت که :

۱- با توجه به رابطه (3-55) ، نیروی کششی ، با بار الکتریکی محیط ، نسبت مستقیم دارد و این نتیجه قابل انتظار بود ، زیرا با افزایش بار الکتریکی محیط اندر کنش بین کوارک و محیط افزایش می یابد.

۲- با توجه به رابطه (3-56) ، نیروی کششی با پتانسیل شیمیایی محیط ، نسبت مستقیم دارد و دلیل آن این است که افزایش پتانسیل شیمیایی به معنی افزایش ذرات محیط و درنتیجه افزایش اندرکنش ها است.

۳- با توجه به رابطه (3-56) ، نیروی کششی با شماره رنگ ، نسبت مستقیم دارد و این نتیجه منطقی است ، زیرا با افزایش شماره رنگ ، افزایش بر همکنش های قوی و در نتیجه افزایش نیروی کششی را خواهیم داشت.

شکل ریسمان با توجه به تغییر سرعت ، با حل عددی معادله (3-16) در چهار بعد و دمای صفر در صفحه بعد آورده شده است. در این شکل ها نیز ، جهت حرکت ذره در جهت مثبت محور x است. بعد هولوگرام r از ۰/۱ تا ۲ مدرج سازی شده است ، که عدد ۲ مربوط به مرز محیطی است که ذره در آن قرار دارد و افق سیاهچاله در ۰/۰۱ قرار گرفته است. از شکل ها کاملا پیداست که با افزایش سرعت ذره ، محدوده بازه ای x که در آن محدوده ، ریسمان از محیط تا افق سیاهچاله کشیده می شود ، در حال افزایش است و یا به عبارت دیگر خمش ریسمان با افزایش سرعت ذره در حال افزایش می باشد. این نتیجه در سازگاری کامل با روابط (3-55) و (3-56) است . زیرا انتظار داریم با افزایش سرعت نیروی وارد بر ذره ، طبق این رابطه افزایش یابد و شکل ریسمان هم نشان دهنده همین نتیجه گیری است ، زیرا با افزایش سرعت ، لختی ریسمان منجر به افزایش خمش آن و در نتیجه افزایش نیروی کششی می شود.



شکل (3-5) شکل ریسمان (نمودار x (جهت حرکت کوارک) بر حسب r (بعد هولوگرام) در سرعتهای مختلف)
در چهار بعد و دمای صفر

۳-۲-۳-۲ دمای غیر صفر

در این حالت با توجه به غیر صفر بودن دما و همچنین وجود بار الکتریکی در محیط ، سیاهچاله ای از نوع RN را در فضای توده در نظر می گیریم و با استفاده از روش شرح داده شده در ابتدای فصل نیروی کششی وارد بر کوارک در حال حرکت در محیط را با حل معادله (3-22) و سپس جایگزاری در روابط (3-23) و (3-24) به دست می آوریم. با استفاده از رابطه (3-22) در چهار بعد و تغییر متغیر $(x = r_C^2)$ خواهیم داشت :

$$x^3 - \frac{M}{A}x = -\frac{Q^2}{A} \qquad (57\text{-}3)$$

از مقایسه این رابطه با شکل کلی معادله درجه سه :

$$\begin{cases} p = -\dfrac{M}{A} \\ q = -\dfrac{Q^2}{A} \end{cases} \Rightarrow D = \frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4} = -\frac{M^3}{27A^3} + \frac{Q^4}{4A^2} \Rightarrow D = \frac{1}{A^2}\left(\frac{Q^4}{4} - \frac{M^3}{27A}\right) \qquad (58\text{-}3)$$

با توجه به اندازه های M, Q و همچنین با در نظر گرفتن حالت $(T = 0)$ که در آن $(D \rangle 0)$ می توان به این نتیجه رسید که در حالت$(T \neq 0)$ نیز $(D \rangle 0)$در نتیجه سه ریشه خواهیم داشت :

$$\begin{cases} R = \dfrac{q}{2} = -\dfrac{Q^2}{2A} \\ Q' = \dfrac{p}{3} = -\dfrac{M}{3A} \end{cases} \Rightarrow \theta = Cos^{-1}\left(\frac{-\dfrac{Q^2}{2A}}{\sqrt{\dfrac{M^3}{27A^3}}}\right) \Rightarrow \theta = Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3A}\,Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right) \qquad (59\text{-}3)$$

در نتیجه ریشه های معادله (3-57) با توجه به روابط (الف -28) عبارتند از :

$$\begin{cases} x_1 = 2\sqrt{\dfrac{M}{3A}}\,Cos\left(\dfrac{1}{3}Cos^{-1}\left(\dfrac{-3\sqrt{3A}\,Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right)\right) \\ x_2 = 2\sqrt{\dfrac{M}{3A}}\,Cos\left(\dfrac{1}{3}Cos^{-1}\left(\dfrac{-3\sqrt{3A}\,Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right) + \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ x_3 = 2\sqrt{\dfrac{M}{3A}}\,Cos\left(\dfrac{1}{3}Cos^{-1}\left(\dfrac{-3\sqrt{3A}\,Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right) + \dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \qquad (60\text{-}3)$$

با توجه به اینکه : $$-\frac{3\sqrt{3}AQ^2}{2M^{\frac{3}{2}}} < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{6} < \frac{\theta}{3} < \frac{\pi}{2}$$

در نتیجه مشابه بحثی که در مورد حالت $(T = 0)$ مطرح شد ، ریشه های (x_3, x_2) قابل قبول نبوده و با استفاده از جواب x_1 خواهیم داشت :

$$F = -T_0 R^2 v\, x = \frac{-\sqrt{g_{YM}^2 N}\,\sqrt{M}\,v}{\pi\sqrt{3A}} Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3}AQ^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right)\right) \qquad (61\text{-}3)$$

چون در افق سیاهچاله $\left(f\,(r_0)=0\right)$ پس :

$$f\,(r_0)=0 \Rightarrow 1-\frac{M}{r_0^4}+\frac{Q^2}{r_0^6}=0 \Rightarrow M = r_0^4+\frac{Q^2}{r_0^2} \qquad (62\text{-}3)$$

همچنین با استفاده از روابط (10) و (13) در مرجع [۱۸] :

$$\begin{cases} Q^2 = \dfrac{8}{3}\pi^4\mu^2 n\, r_0^4 \\ r_0 = \dfrac{8}{3}\pi^4\mu^2 n\left(\sqrt{\pi^2 T^2+\dfrac{16}{3}\pi^4\mu^2 n}-\pi T\right)^{-1} \end{cases} \qquad (63\text{-}3)$$

با جایگزاری رابطه (3-62) در (3-61) همچنین استفاده از روابط (3-63) می توان نیروی کششی را بر حسب پارامترهای $(T\,, n, \mu)$ محاسبه کرد.

$$F = -\alpha\,\beta$$

$$\alpha = \frac{v\sqrt{g_{YM}^2 N}\, Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\dfrac{4\sqrt{3A}\,\pi^4\mu^2 n\, r_0^4}{\left(\dfrac{4096\, n^4\pi^{16}\mu^8}{\left(-3\pi T+\sqrt{9\pi^2T^2+48n\,\pi^4\mu^2}\right)^4}+\dfrac{3n\, r_0^4\left(-\pi T+\sqrt{\pi^2T^2+\frac{16}{3}n\,\pi^4\mu^2}\right)^2}{8n^2\pi^4\mu^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\right)}{\sqrt{3A}\,\pi} \qquad (64\text{-}3)$$

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{4096\, n^4\pi^{16}\mu^8}{\left(-3\pi T+\sqrt{9\pi^2T^2+48n\,\pi^4\mu^2}\right)^4}+\frac{3n\, r_0^4\left(-\pi T+\sqrt{\pi^2T^2+\frac{16}{3}n\,\pi^4\mu^2}\right)^2}{8n^2\pi^4\mu^2}\right)}$$

در منابع [۱۲] و [۱۳] نیروی کششی وارد بر کوارک در دمای غیر صفر و در محیطی که بار الکتریکی وجود ندارد ، به دست آمده است. محاسبات زیر نشان می دهد که رابطه (3-61) در حالتی که بار الکتریکی محیط صفر باشد ، دقیقا به رابطه (1.2) در این مقاله تبدیل می شود.

با صفر قرار دادن Q در رابطه (3-4) در چهار بعد خواهیم داشت :

$$Q = 0 \Rightarrow T = \frac{r_0}{\pi R^2} \Rightarrow r_0^2 = \pi^2 R^2 T^2 \qquad (3\text{-}65)$$

حال اگر بار الکتریکی را در رابطه (3-61) مساوی صفر قرار دهیم :

$$F = \frac{-\sqrt{g_{YM}^2 N}\,\sqrt{M}\,v}{\pi\sqrt{3A}} Cos\left(\frac{1}{3} Cos^{-1}(0)\right) \qquad (3\text{-}66)$$

در نتیجه :

$$F = \frac{-\sqrt{g_{YM}^2 N}\,\sqrt{M}\,v}{2\pi\sqrt{1-v^2}} \qquad (3\text{-}67)$$

چون تابع $f(r)$ در افق سیاهچاله صفر است پس با مساوی صفر قرار دادن رابطه (3-2) داریم :

$$\begin{cases} Q = 0 \\ f(r_0) = 0 \end{cases} \Rightarrow M = r_0^4 \qquad (3\text{-}68)$$

حال رابطه (3-65) را در رابطه (3-68) و سپس نتیجه را در (3-67) جایگزاری می کنیم :

$$F = -\frac{\pi}{2} T^2 \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \sqrt{g_{YM}^2 N} \qquad (3\text{-}69)$$

که با در نظر گرفتن این که $g_{YM}^2 N = \lambda$ دقیقا این رابطه همان رابطه (2.1) مقاله یاد شده است.

شکل ریسمان با توجه به تغییر سرعت ، با حل عددی معادله (3-16) در چهار بعد و دمای غیر صفر در صفحه بعد آورده شده است.

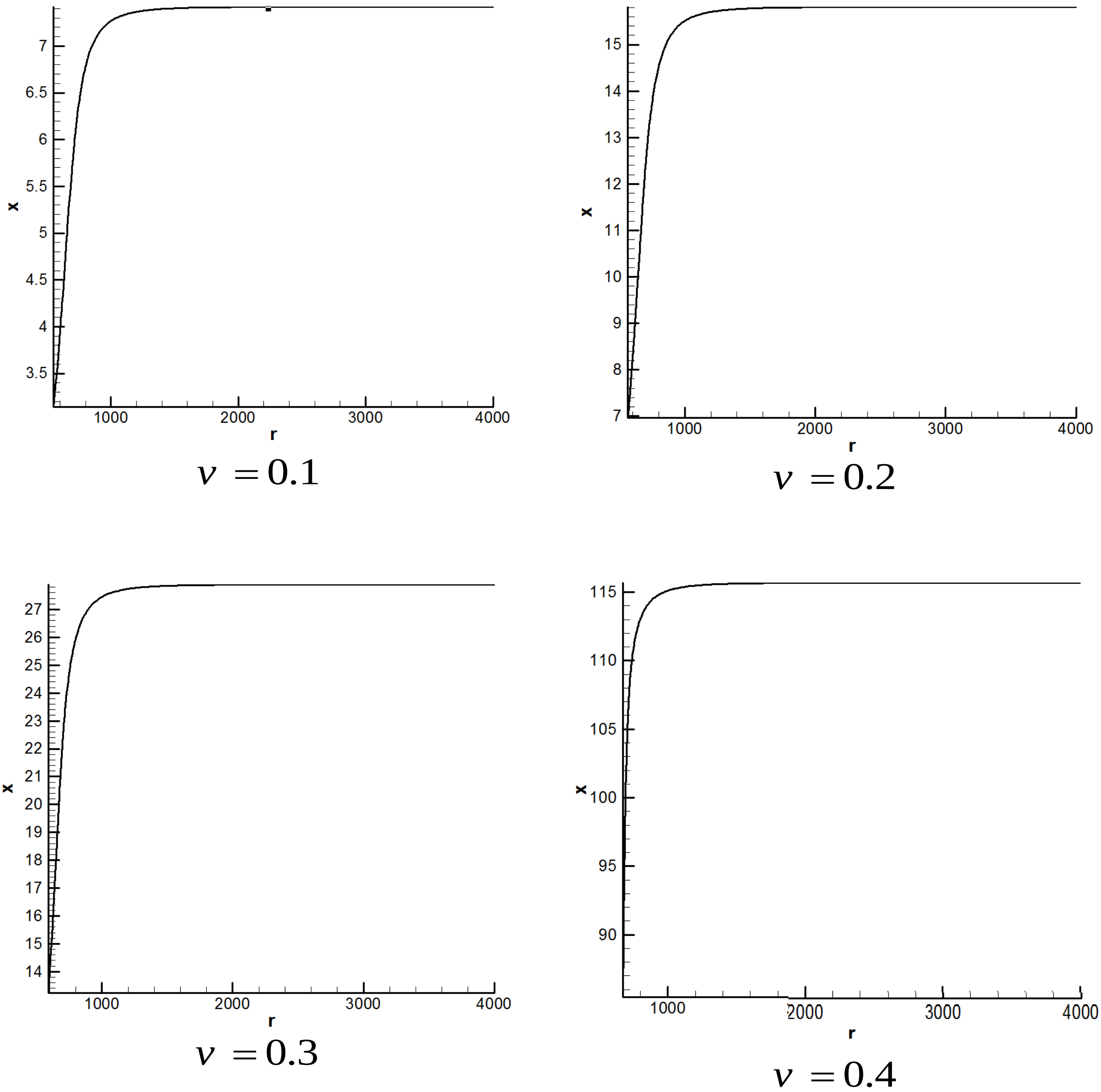
در این شکل ها نیز ، جهت حرکت ذره در جهت مثبت محور x است . بعد هولوگرام r از ۰/۰۱ تا ۴۰۰۰ مدرج سازی شده است ، که عدد ۴۰۰۰ مربوط به مرز محیطی است که ذره در آن قرار دارد. از شکل ها کاملا پیداست که با افزایش سرعت ذره ، محدوده بازه ای x که در آن محدوده ، ریسمان از محیط تا افق سیاهچاله کشیده می شود ، در حال افزایش است و یا به عبارت دیگر خمش ریسمان با افزایش سرعت ذره در حال افزایش می باشد.

این نتیجه در سازگاری کامل با روابط (3-64) است . زیرا انتظار داریم با افزایش سرعت نیروی وارد بر ذره برطبق این رابطه افزایش یابد و شکل ریسمان هم نشان دهنده همین نتیجه گیری است ، زیرا با افزایش سرعت ، لختی ریسمان منجر به افزایش خمش آن و در نتیجه افزایش نیروی کششی می شود. همچنین در صفحات بعد نیز نمودارهای نیروی کششی وارد بر کوارک در چهار بعد و دمای غیر صفر ، بر حسب سرعت در دو حالت مختلف :

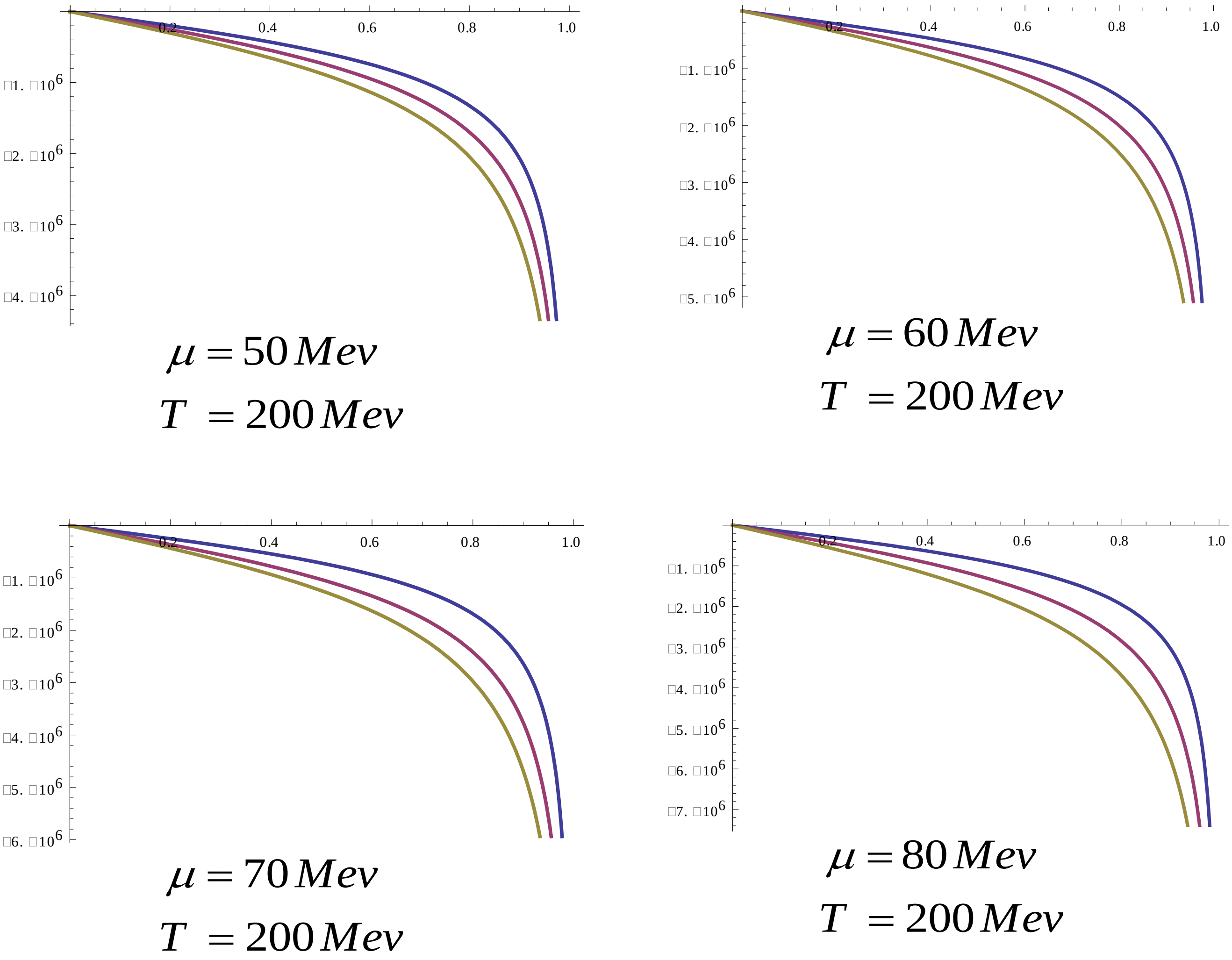
۱- دما ثابت ، پتانسیل شیمیایی و شماره رنگ ، متغیر

۲- پتانسیل شیمیایی ثابت ، دما و شماره رنگ ، متغیر

آورده شده است و در نهایت نمودارهای نیروی کششی بر حسب پتانسیل شیمیایی در سرعت های مختلف رسم شده است.



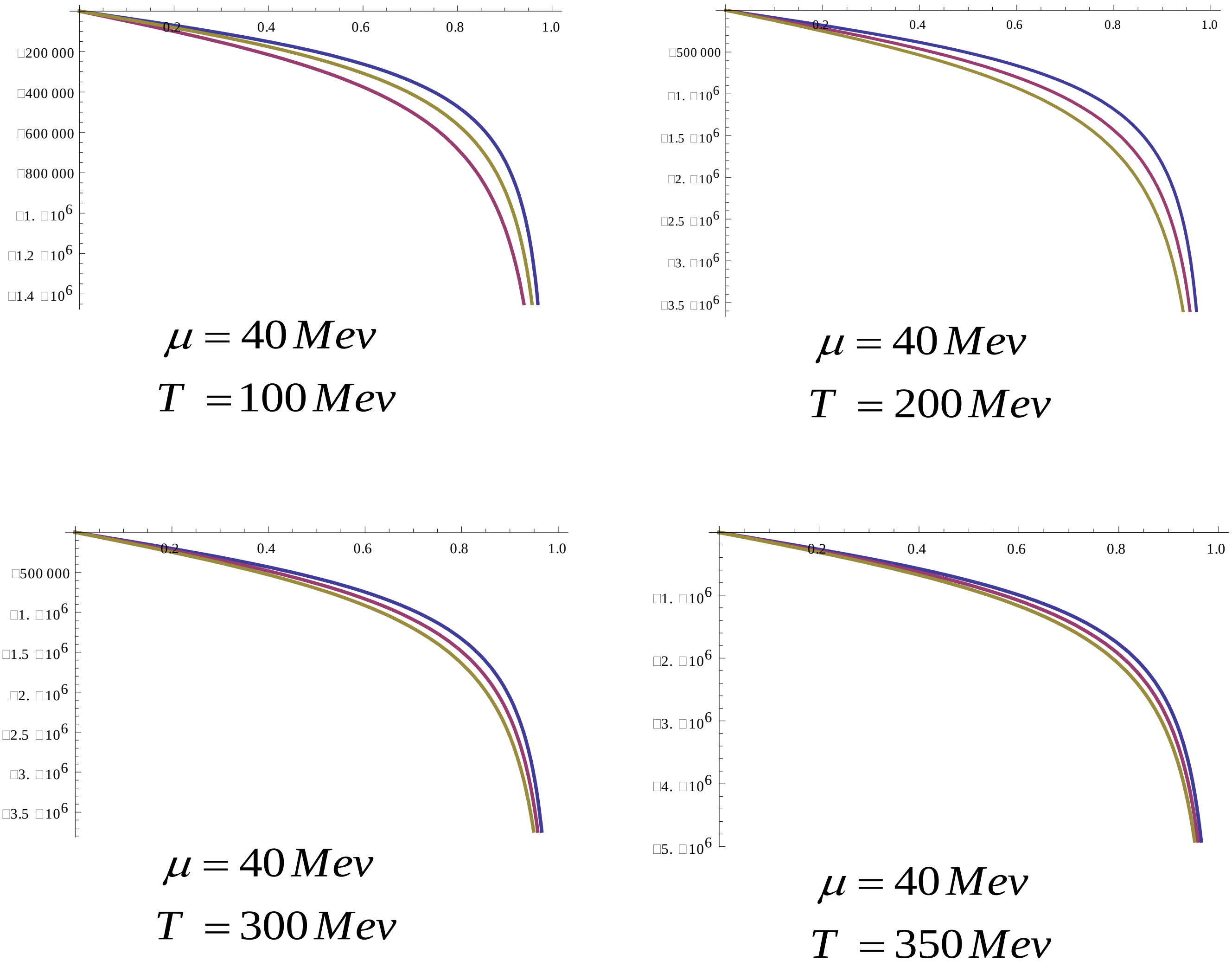
شکل (6-3) شکل ریسمان (نمودار x (جهت حرکت کوارک) بر حسب r (بعد هولوگرام) در سرعتهای مختلف
در چهار بعد و دمای غیر صفر



شکل (3-7) نمودار نیروی کششی F (محور عمودی) بر حسب v (محور افقی) در چهار بعد بر حسب سرعتهای متفاوت

دما ثابت ، پتانسیل شیمیایی و شماره رنگ ، متغیر

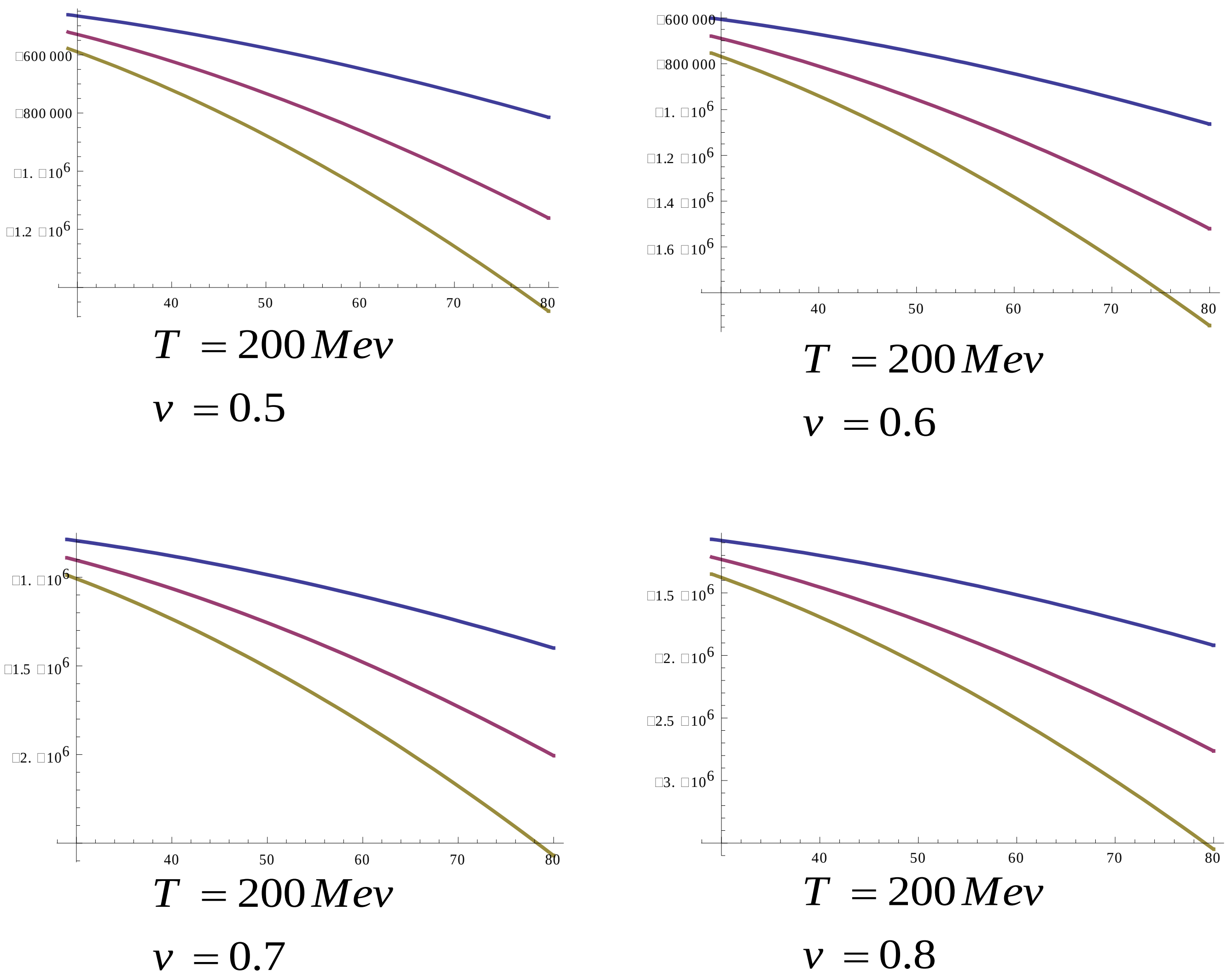
(شماره رنگ در نمودارها از بالا به پایین عبارتست از : $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$)



شکل (3-8) نمودار نیروی کششی F (محور عمودی) بر حسب v (محور افقی) در چهار بعد بر حسب سرعتهای متفاوت

پتانسیل شیمیایی ثابت ، دما و شماره رنگ ، متغیر

(شماره رنگ در نمودارها از بالا به پایین عبارتست از : $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$)



شکل (3-9) نمودار نیروی کششی F (محور عمودی) بر حسب v پتانسیل های شیمیایی متفاوت در چهار بعد

(شماره رنگ در نمودارها از بالا به پایین عبارتست از : $1,\frac{2}{3},\frac{1}{3}$)

از شکل های (3-7) تا (3-9) می توان به نکات و نتایج زیر دست یافت :

۱- در نمودارهای رسم شده در شکل های (3-7) تا (3-9) درصفحه های ۶۷ تا ۶۹ ، همان طور که ملاحظه می شود ، با افزایش سرعت ، نیروی کششی نیز افزایش می یابد ، که این مطلب در توافق با دست آوردهای قبلی است.

۲- از این شکل ها پیداست که با افزایش شماره رنگ ، نیروی کششی افزایش می یابد و این مطلب نیز قابل قبول است ، زیرا افزایش شماره رنگ ، افزایش بر همکنش ها را در پی خواهد داشت.

۳- از نمودارهای شکل (3-7) مشخص است که با افزایش پتانسیل شیمیایی ، نیروی کششی افزایش می یابد و این مطلب قابل قبول است ، زیرا افزایش پتانسیل شیمیایی بر اثر افزایش تعداد ذرات محیط است که این افزایش باعث زیاد شدن نیروی کششی می شود.

۴- با دقت در نمودارهای شکل (3-8) مشخص است که با افزایش دما ، نیروی کششی افزایش می یابد زیرا با افزایش دمای محیط ، تعداد برخوردها و اندر کنش بین ذرات و در نتیجه نیروی کششی افزایش می یابد.

۳-۳ محاسبات در چهار بعد فضا زمانی با در نظر گرفتن تصحیحات گاوس بونت

در پنج بعد فضا زمانی ، مهمترین تصحیحات گرانشی ، جملات گاوس بونت باردار می باشند. جواب های سیاهچاله در این گرانش و همچنین خواص ترمودینامیکی آن ، در منبع [۱۴] آمده است. در ادامه کار ، قصد ما در نظر گرفتن اثر این تصحیحات بر روی متریک ، و در نتیجه تاثیر آن ها بر دینامیک ریسمان و کوارک متصل به آن است. برای این منظور دو حالت دمای صفر و غیر صفر را در نظر می گیریم.

۳-۳-۱ محاسبات در دمای غیر صفر

با در نظر گرفتن این تصحیحات متریک فضا زمان و همچنین تابع $f(r)$ به صورت زیر خواهند بود :

$$ds^2 = G_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -\frac{N^2 r^2 f}{R^2} dt^2 + \frac{r^2}{R^2} dx^2 + \frac{R^2}{r^2 f} dr^2 \quad (70\text{-}3)$$

$$f(r) = \frac{1}{2\lambda_{GB}} \left(1 - \sqrt{1 - 4\lambda_{GB} \left(1 - \frac{M R^2}{r^4} + \frac{Q^2 R^2}{r^6} \right)} \right) \quad (71\text{-}3)$$

که در این روابط (Q, M) به ترتیب جرم و بار سیاهچاله و (λ_{GB}) ثابت گاوس- بونت می باشند. همچنین ضریب (N^2) در متریک با رابطه زیر تعریف می شود :

$$N^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 - 4\lambda_{GB}}\right) \quad (72\text{-}3)$$

با استفاده از روش گفته شده در فصل قبل چگالی لاگرانژی و سپس معادلات حرکت را به دست می آوریم :

$$-g = (\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2 = N^2 - \frac{v^2}{f} + \frac{N^2 r^4}{R^4} x'^2 f \quad (73\text{-}3)$$

$$\Im = -T_0\sqrt{-g} \quad , P_\mu^t = \frac{\partial \Im}{\partial \dot{x}} \quad , P_\mu^r = \frac{\partial \Im}{\partial x'} \tag{74-3}$$

$$\frac{\partial P_\mu^t}{\partial t} + \frac{\partial P_\mu^r}{\partial r} = 0 \Rightarrow \frac{N^2 r^4 f\, x'}{\sqrt{-g}} = C \Rightarrow x'^2 = \frac{C^2(-g)}{N^2 r^4 f} \tag{75-3}$$

با استفاده از روابط (3-73) و (3-75) :

$$-g = \frac{R^4 N^2 r^4 \left(N^2 f - v^2\right)}{R^4 N^2 r^4 f - C^2} = \frac{\left(N^2 f - v^2\right)}{f - C^2 R^{-4} N^{-2} r^{-4}} \tag{76-3}$$

با توجه به این که$\left(f\left(r_0\right)=0\right)$ داریم :

$$\frac{1}{2\lambda_{GB}}\left(1-\sqrt{1-4\lambda_{GB}\left(1-\frac{M R^2}{r_0^4}+\frac{Q^2R^2}{r_0^6}\right)}\right)=0 \Rightarrow MR^2 = r_0^4 + \frac{Q^2R^2}{r_0^2} \tag{77-3}$$

با جایگزاری (3-77) در (3-71) :

$$f(r) = \frac{1}{2\lambda_{GB}}\left(1-\sqrt{1-4\lambda_{GB}\left(1-\frac{r_0^4}{r^4}-\frac{Q^2R^2}{r^4 r_0^2}+\frac{Q^2R^2}{r^6}\right)}\right) \tag{78-3}$$

با استفاده از روابط (3-78) و (3-76) رفتار حدی$(-g)$ را بررسی می کنیم :

$$r \to r_0 \Rightarrow f(r) \to 0 \Rightarrow \begin{Bmatrix} Num \Rightarrow -v^2 < 0 \\ Den \Rightarrow -C^2 N^{-2} r_0^{-4} R^{-4} < 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow -g > 0 \tag{79-3}$$

$$r \to \infty \Rightarrow f(r) \to 1 \Rightarrow \begin{Bmatrix} Num \Rightarrow N^2 - v^2 > 0 \\ Den \Rightarrow 1 > 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow -g > 0 \tag{80-3}$$

چون علامت$(-g)$ در همه جا مثبت است ، پس باید در صورت وجود ریشه برای صورت و مخرج آن ، این ریشه ها بر یکدیگر منطبق باشند. در نتیجه برای تعیین ثابت C در رابطه $(-g)$ باید ابتدا ریشه یا ریشه های صورت کسر$(-g)$ را بدست آوریم و سپس آنها را در مخرج قرار دهیم :

$$\left\{\begin{array}{l} f = \dfrac{v^2}{N^2} \\ C^2 = R^4 N^2 r^4 f \end{array}\right\} \Rightarrow C = \pm R^2 r^2 v \qquad (81\text{-}3)$$

مشابه بحثی که در بخش های قبلی آورده شده است ، تنها علامت مثبت قابل قبول است. در نتیجه باید ریشه صورت را به دست آورده و در رابطه (3-81) جایگزاری کنیم تا C و سپس F تعیین شوند.

$$f = \frac{v^2}{N^2} \Rightarrow \frac{1}{2\lambda_{GB}}\left(1-\sqrt{1-4\lambda_{GB}\left(1-\frac{M\,R^2}{r^4}+\frac{Q^2R^2}{r^6}\right)}\right) = \frac{v^2}{N^2} \qquad (82\text{-}3)$$

با تغییر متغیر ($r^2 = X$) خواهیم داشت :

$$X^3 - \frac{MR^2}{1-\frac{v^2}{N^2}+\lambda_{GB}\,\frac{v^4}{N^4}} X = -\frac{Q^2R^2}{1-\frac{v^2}{N^2}+\lambda_{GB}\,\frac{v^4}{N^4}} \qquad (83\text{-}3)$$

از مقایسه رابطه (3-83) با شکل کلی معادله درجه سوم که در پیوست الف آمده است داریم :

$$\left\{\begin{array}{l} p = -\dfrac{MR^2}{1-\frac{v^2}{N^2}+\lambda_{GB}\,\frac{v^4}{N^4}} \\ q = -\dfrac{Q^2R^2}{1-\frac{v^2}{N^2}+\lambda_{GB}\,\frac{v^4}{N^4}} \end{array}\right. \qquad (84\text{-}3)$$

مبین معادله (3-83) عبارتست از :

$$D = \frac{p^3}{27}+\frac{q^2}{4} = \frac{R^4}{\left(1-\frac{v^2}{N^2}+\lambda_{GB}\,\frac{v^4}{N^4}\right)^2}\left(\frac{-M^3R^2}{27\left(1-\frac{v^2}{N^2}+\lambda_{GB}\,\frac{v^4}{N^4}\right)}+\frac{Q^2}{4}\right) \qquad (85\text{-}3)$$

از آنجاییکه حالت بدون در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی وقتی بدست می آید که $(\lambda_{GB} \to 0)$ و چون در این حالت $(D \langle 0)$ پس می توان نتیجه گرفت که در رابطه (3-85) نیز $(D \langle 0)$ است.

در نتیجه معادله ، سه ریشه حقیقی دارد که از روابط زیر به دست می آیند:

$$\begin{cases} R^{'}=\dfrac{q}{2}=-\dfrac{Q^2R^2}{2\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)} \\ Q^{'}=\dfrac{p}{3}=-\dfrac{MR^2}{3\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)} \end{cases} \Rightarrow \theta=Cos^{-1}\left(\frac{R^{'}}{\sqrt{-Q^{'3}}}\right) \qquad (86\text{-}3)$$

در نتیجه :

$$\theta=Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3}Q^2\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2RM^{\frac{3}{2}}}\right) \qquad (87\text{-}3)$$

و سه ریشه عبارتند از :

(88-3)

$$\begin{cases} X_1=\dfrac{2R\sqrt{M}}{\sqrt{3}\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}Cos\left(\dfrac{1}{3}Cos^{-1}\left(\dfrac{-3\sqrt{3}Q^2\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2RM^{\frac{3}{2}}}\right)\right) \\ X_2=\dfrac{2R\sqrt{M}}{\sqrt{3}\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}Cos\left(\dfrac{1}{3}Cos^{-1}\left(\dfrac{-3\sqrt{3}Q^2\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2RM^{\frac{3}{2}}}\right)+\dfrac{2\pi}{3}\right) \\ X_3=\dfrac{2R\sqrt{M}}{\sqrt{3}\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}Cos\left(\dfrac{1}{3}Cos^{-1}\left(\dfrac{-3\sqrt{3}Q^2\left(1-\dfrac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\dfrac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2RM^{\frac{3}{2}}}\right)+\dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

با توجه به اینکه اگر $(\lambda_{GB}\rightarrow 0)$ باید به جواب های گذشته برسیم ، پس تنها جواب X_1 قابل قبول است. با تعیین ریشه ، ثابت C و در نتیجه نیروی کششی از رابطه (3-24) تعیین می شود.

(89-3)

$$F=-\frac{v\sqrt{g_{YM}^{2}N}\;R\sqrt{M}}{\pi\sqrt{3}\left(1-\frac{v^{2}}{N^{2}}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^{2}}{N^{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3}Q^{2}\left(1-\frac{v^{2}}{N^{2}}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^{2}}{N^{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2RM^{\frac{3}{2}}}\right)\right)$$

با استفاده از روابط (3-63) نیروی کششی بر حسب پتانسیل شیمیایی (μ) ، شماره رنگ (n) و دما (T) تعیین می شود.

(90-3)

$$F=-\alpha\beta$$

$$\alpha=\frac{vR\sqrt{g_{YM}^{2}N}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\frac{4\sqrt{3\left(1-\frac{v^{2}\left(1-\frac{v^{2}\lambda_{GB}}{N^{2}}\right)}{N^{2}}\right)\pi^{4}\mu^{2}n\,r_{0}^{4}}}{\left(R\left(\frac{4096n^{4}\pi^{16}\mu^{8}}{81R^{2}\left(-\pi T+\sqrt{\pi^{2}T^{2}+\frac{16}{3}n\pi^{4}\mu^{2}}\right)^{4}}+\frac{3n\,r_{0}^{4}\left(-\pi T+\sqrt{\pi^{2}T^{2}+\frac{16}{3}n\pi^{4}\mu^{2}}\right)^{2}}{8n^{2}\pi^{4}\mu^{2}}\right)\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\right)}{\sqrt{3\left(1-\frac{v^{2}\left(1-\frac{v^{2}\lambda_{GB}}{N^{2}}\right)}{N^{2}}\right)}\pi}$$

$$\beta=\sqrt{\left(\frac{4096n^{4}\pi^{16}\mu^{8}}{81R^{2}\left(-\pi T+\sqrt{\pi^{2}T^{2}+\frac{16}{3}n\pi^{4}\mu^{2}}\right)^{4}}+\frac{3n\,r_{0}^{4}\left(-\pi T+\sqrt{\pi^{2}T^{2}+\frac{16}{3}n\pi^{4}\mu^{2}}\right)^{2}}{8n^{2}\pi^{4}\mu^{2}}\right)}$$

۳-۳-۲ محاسبات در دمای صفر

در این حالت نیز ما سیاهچاله فرینه RN را در نظر می گیریم که اثر تصحیحات گاوس بونت در متریک آن وجود دارد. با استفاده از رابطه (7) در منبع [۱۶] :

$$f=\frac{v^2}{N^2}\Rightarrow\frac{1}{2\lambda_{GB}}\left(1-\sqrt{1-4\lambda_{GB}\left(1-U\right)\left(1+U-2U^2\right)}\right)=\frac{v^2}{N^2} \qquad (91\text{-}3)$$

با توجه به این که در حالت دمای صفر $\tilde{q}=2$ است ، در نتیجه رابطه بالا به شکل زیر تبدیل می شود :

$$\left(1-\sqrt{1-4\lambda_{GB}\left(1-U\right)\left(1+U-2U^2\right)}\right)=\frac{2\lambda_{GB}v^2}{N^2} \qquad (92\text{-}3)$$

در این حالت با اعمال تغییر متغیر $\left(U=\frac{r_0^2}{r^2}\right)$ و $X=r^2$ به یک معادله درجه سوم رسیده و خواهیم داشت :

$$X^3+\frac{-3r_0^4}{1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)}X=\frac{-2r_0^6}{1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)} \qquad (93\text{-}3)$$

$$\begin{cases}R'=\frac{q}{2}=\frac{-3r_0^4}{1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)}\\ Q'=\frac{p}{3}=\frac{-2r_0^6}{1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)}\end{cases} \qquad (94\text{-}3)$$

در نتیجه مبین و آرگومان در ریشه ها عبارتند از :

$$D=\frac{p^3}{27}+\frac{q^2}{4}=\frac{-r_0^{12}\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)}{\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^3}\langle\ 0 \qquad (95\text{-}3)$$

$$\theta = Cos^{-1}\left(\frac{R'}{\sqrt{-Q'^3}}\right) = Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right) \quad (96\text{-}3)$$

پس سه ریشه حقیقی داریم که عبارتند از :

(97-3)

$$\begin{cases} X_1 = 2r_0^2\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{-\frac{1}{2}} Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right) \\ X_2 = 2r_0^2\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{-\frac{1}{2}} Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)+\frac{2\pi}{3}\right) \\ X_3 = 2r_0^2\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{-\frac{1}{2}} Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)+\frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

با توجه به اینکه : $-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \langle \; 0 \Rightarrow \frac{\pi}{6} \langle \frac{\theta}{3} \langle \frac{\pi}{2}$

در نتیجه مانند حالتهای قبل تنها جواب (X_1) قابل قبول است.

با صفر قرار دادن دما در رابطه (63-3) خواهیم داشت :

$$r_0 = 2\pi^2\mu\sqrt{\frac{n}{3}} \quad (98\text{-}3)$$

و با جایگزاری آن در رابطه (X_1) ، (r_C) و در نتیجه (C) و (F) به دست می آیند :

$$F = -\frac{4\pi^3\mu^2 n v}{3}\sqrt{g_{YM}^2 N}\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{-\frac{1}{2}} Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right) \quad (99\text{-}3)$$

در این رابطه ، همان طور که دیده می شود نیروی کششی با پتانسیل شیمیایی و شماره رنگ ، نسبت مستقیم دارد.

۳-۴ زمان واهلش

زمان واهلش[1] مدت زمانی است که طول می کشد تا اندازه حرکت ذره$\left(e^{-1}\right)$ به مقدار اولیه اش کاهش می یابد.

در این فصل می خواهیم با استفاده از از نیروهای کششی به دست آمده در ابعاد مختلف زمان واهلش را در هر حالت به دست آوریم.

۳-۴-۱ زمان واهلش در دو بعد فضا زمانی

در دو بعد فضا زمانی ، تنها در حالت دمای غیر صفر نیروی کششی با استفاده از رابطه (3-31) به دست می آید. درنتیجه با استفاده از رابطه نیروی کششی می توان زمان واهلش را تعیین کرد :

$$\begin{cases} F=\dfrac{dP}{dt}=-\dfrac{v\ r_0^2\sqrt{g_{YM}^2 N}}{2\pi A} \\ P=\dfrac{mv}{\sqrt{1-v^2}}=\dfrac{mv}{\sqrt{A}} \end{cases} \Rightarrow \frac{dP}{dt}=-\frac{P\ r_0^2\sqrt{g_{YM}^2 N}}{2\pi m\sqrt{A}} \qquad (1\text{-}4)$$

$$\frac{dP}{P}=-\frac{r_0^2\sqrt{g_{YM}^2 N}}{2\pi m\sqrt{A}}dt \Rightarrow P(t)=P(0)EXP\left(-\frac{r_0^2\sqrt{g_{YM}^2 N}}{2\pi m\sqrt{A}}t\right) \qquad (2\text{-}4)$$

در نتیجه زمان واهلش عبارتست از :

$$t_D=\frac{2\pi m\sqrt{A}}{r_0^2\sqrt{g_{YM}^2 N}} \qquad (3\text{-}4)$$

ثابت پخش[2] در این محیط را میتوان از رابطه (۳) در منبع [۱۳] به صورت زیر به دست آورد :

$$D=\frac{T}{m}t_D \qquad (4\text{-}4)$$

---

[1] Relaxation Time
[2] Diffusion Coefficient

با جایگزاری (4-3) در (4-4) :

$$D = \frac{2\pi \, T\, \sqrt{A}}{r_0^2 \sqrt{g_{YM}^2 N}} \qquad (5\text{-}4)$$

۳-۴-۲ زمان واهلش در چهار بعد فضا زمانی

در این حالت نیز با استفاده از نیروی کششی به دست آمده در دو حالت دمای صفر و غیر صفر ، زمان واهلش کوارک سنگین را در محیط به دست می آوریم :

۳-۴-۲-۱ دمای صفر

با استفاده از نتایج به دست آمده در حالت چهار بعد و دمای صفر :

$$\begin{cases} F = -\dfrac{4\pi^3 \mu^2 n v \sqrt{g_{YM}^2 N}}{3\sqrt{A}} Cos\left(\dfrac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) \\ P = \dfrac{m v}{\sqrt{1-v^2}} = \dfrac{m v}{\sqrt{A}} \end{cases} \qquad (6\text{-}4)$$

در نتیجه :

$$\frac{dP}{P} = -\frac{4\pi^3 \mu^2 n \sqrt{g_{YM}^2 N}}{3m} Cos\left(\frac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right) dt \qquad (7\text{-}4)$$

$$P\left(t\right) = P\left(0\right) EXP\left(-\frac{4\pi^3 \mu^2 n \sqrt{g_{YM}^2 N}\; t}{3m} Cos\left(\frac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right)\right) \qquad (8\text{-}4)$$

در نتیجه زمان واهلش عبارتست از :

$$t_D = \frac{3m}{4\pi^3 \mu^2 n \sqrt{g_{YM}^2 N}\, Cos\left(\dfrac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right)} \qquad (9\text{-}4)$$

همچنین ثابت پخش با استفاده از رابطه (4-4) به صورت زیر است :

$$D = \frac{3T}{4\pi^3 \mu^2 n \sqrt{g_{YM}^2 N}\, Cos\left(\frac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{A}\right)}{3}\right)} \tag{10-4}$$

۳-۴-۲-۲ دمای غیر صفر

در دمای غیر صفر با استفاده از رابطه (3-61) داریم :

$$F = \frac{dP}{dt} = -\frac{mv}{\sqrt{1-v^2}} \frac{\sqrt{g_{YM}^2 N}}{m\,\pi} \sqrt{\frac{M}{3}}\, Cos\left(\frac{1}{3} Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3A}\, Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right)\right)$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{t\,\sqrt{g_{YM}^2 N}}{m\,\pi} \sqrt{\frac{M}{3}}\, Cos\left(\frac{1}{3} Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3A}\, Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right)\right)$$

$$P(t) = P(0)\, EXP\left(-\frac{t\,\sqrt{g_{YM}^2 N}}{\pi m} \sqrt{\frac{M}{3}}\, Cos\left(\frac{1}{3} Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3A}\, Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right)\right)\right)$$

و در نتیجه زمان واهلش و ثابت پخش عبارتند از :

$$t_D = \frac{\pi m \sqrt{3}}{\sqrt{M}\,\sqrt{g_{YM}^2 N}} \left(Cos\left(\frac{1}{3} Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3A}\, Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right)\right)\right)^{-1} \tag{11-4}$$

$$D = \frac{\sqrt{3}\,\pi T}{\sqrt{M}\,\sqrt{g_{YM}^2 N}} \left(Cos\left(\frac{1}{3} Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3A} Q^2}{2M^{\frac{3}{2}}}\right)\right)\right)^{-1} \tag{12-4}$$

با استفاده از روابط به دست آمده برای زمان واهلش و ثابت پخش ، این دو کمیت را برای حرکت کوارک در چهار بعد تعیین کرده و در جداول پیوست آورده ایم. جدول صفحه های ۱۰۱ و ۱۰۲ مربوط به مقادیر به دست آمده برای زمان واهلش به ازای پتانسیل های شیمیایی مختلف و شماره رنگ های متفاوت است . همچنین در جدول صفحه های ۱۰۳ ، ۱۰۴ و ۱۰۵ زمان واهلش به ازای پتانسیل های شیمیایی ۳۰ و ۴۰ مگا الکترون ولت و برای شماره رنگ های متفاوت محاسبه شده است و نتایج با نتایج به دست آمده در منبع [۱۳] مقایسه شده است. در این مقاله سه رژیم مختلف مورد بحث قرار گرفته اند که ما در هر مورد نتایج خود را با نتایج به دست آمده در آن مقایسه کرده ایم که مقادیر مورد نظر در جدول صفحه های ۱۰۳ ، ۱۰۴ و ۱۰۵ آورده شده است.

۳-۴-۳ زمان واهلش در چهار بعد فضا زمانی با در نظر گرفتن تصحیحات گاوس بونت

۳-۴-۳-۱ دمای غیر صفر

با استفاده از رابطه (3-89) :

$$F=-\frac{v\,\sqrt{g_{YM}^{2}N}\,R\sqrt{M}}{\pi\sqrt{3}\left(1-\frac{v^{2}}{N^{2}}\left(1-\lambda_{GB}\,\frac{v^{2}}{N^{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3}Q^{2}\left(1-\frac{v^{2}}{N^{2}}\left(1-\lambda_{GB}\,\frac{v^{2}}{N^{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2R\,M^{\frac{3}{2}}}\right)\right)$$

$$\frac{dP}{P}=-\frac{\sqrt{g_{YM}^{2}N}\,R\sqrt{M}\,\sqrt{1-v^{2}}\,dt}{m\sqrt{3}\left(1-\frac{v^{2}}{N^{2}}\left(1-\lambda_{GB}\,\frac{v^{2}}{N^{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3}Q^{2}\left(1-\frac{v^{2}}{N^{2}}\left(1-\lambda_{GB}\,\frac{v^{2}}{N^{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2R\,M^{\frac{3}{2}}}\right)\right)$$

و زمان واهلش و ثابت پخش عبارتند از :

$$t_D = \frac{m\sqrt{3}\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{g_{YM}^2 N}\; R\,\sqrt{M}\,\sqrt{1-v^2}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3}Q^2\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2RM^{\frac{3}{2}}}\right)\right)} \qquad (13\text{-}4)$$

$$D = \frac{\sqrt{3}T\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{R\sqrt{M}\,\sqrt{g_{YM}^2 N}\,\sqrt{1-v^2}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(\frac{-3\sqrt{3}Q^2\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{2RM^{\frac{3}{2}}}\right)\right)} \qquad (14\text{-}4)$$

۳-۴-۳-۲ دمای صفر

در این حالت با استفاده از رابطه (3-99) :

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2}}\,\frac{-4\pi^3\mu^2 n\sqrt{g_{YM}^2 N}\,\sqrt{1-v^2}}{3m\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right)$$

در نتیجه :

$$\frac{dP}{P} = \frac{-4\pi^3\mu^2 n\sqrt{g_{YM}^2 N}\,\sqrt{1-v^2}\,dt}{3m\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right) \qquad (15\text{-}4)$$

در نتیجه زمان واهلش و ثابت پخش عبارتند از :

$$t_D = \frac{3m\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\ \frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{4\pi^3\mu^2 n\sqrt{g_{YM}^2 N}\ \sqrt{1-v^2}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\ \frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right)} \tag{16-4}$$

$$D = \frac{\sqrt{3}\,T\ \left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\ \frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{4\pi^3\mu^2 n\ \sqrt{g_{YM}^2 N}\ \sqrt{1-v^2}\,Cos\left(\frac{1}{3}Cos^{-1}\left(-\left(1-\frac{v^2}{N^2}\left(1-\lambda_{GB}\ \frac{v^2}{N^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right)} \tag{17-4}$$

۳-۵ نتیجه گیری و تحلیل نتایج

در این فصل ما با استفاده از نظریه ریسمان و دوگانی AdS/CFT ، به مطالعه حرکت ذره در ابعاد مختلف و در محیط هایی که برهمکنش ها قوی هستند پرداختیم. این ذره در چهار بعد فضا زمانی کوارک می باشد. معادلات حرکت را برای آن به دست آورده و سپس نیروی کششی را تعیین کردیم. با استفاده از نیروی کششی ، زمان واهلش را نیز به دست آوردیم. تمامی محاسبات در دو حالت دمای صفر و دمای غیر صفر انجام شده است.

با توجه به روابط به دست آمده از این محاسبات می توان به نتایج زیر دست یافت :

۱) با دقت در رابطه می توان به این نتیجه رسید که نیروی کششی در حد سرعت های کلاسیکی $(v \ll 1)$ ، با سرعت ذره رابطه مستقیم دارد ولی در حد سرعتهای نزدیک به سرعت نور این رابطه به شکل پیچیده تر $F \propto \frac{v}{\sqrt{1-v^2}}$ تبدیل می شود.

۲) در دو بعد فضا زمانی دمای محیط نمی تواند صفر باشد ، زیرا در این صورت تابع $f(r)$ در افق سیاهچاله غیر صفر است.

۳) با حل عددی معادله (۳-۱۶) در دو بعد شکل ریسمان را رسم کرده و در نمودارهای صفحه ۵۴ آورده ایم. شکل ریسمان نشان می دهد که در حد سرعت های کمتر از سرعت نور چون نیروی کششی با سرعت ذره رابطه مستقیم دارد ، با افزایش سرعت ، خمش ریسمان بیشتر می شود ولی درحد سرعتهای نزدیک به سرعت نور، چون وابستگی نیروی کششی به سرعت به صورت $F \propto \frac{v}{\sqrt{1-v^2}}$ می باشد ، با افزایش سرعت ، خمش ریسمان کاهش می یابد.

۴) محاسبات در چهار بعد فضا زمانی و در دمای صفر نشان می دهد که نیروی کششی در این حالت (رابطه (۳-۵۶)) با شماره رنگ و مجذور پتانسیل شیمیایی رابطه مستقیم دارد و رابطه آن با سرعت به شکل پیچیده تر $F \propto \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} Cos\left(\frac{Cos^{-1}\left(-\sqrt{1-v^2}\right)}{3}\right)$ می باشد.

۵) با حل عددی معادله (۳-۱۶) در چهار بعد و دمای صفر ، شکل ریسمان را به ازاء سرعتهای مختلف در صفحه ۶۲ رسم کرده ایم. دقت در این شکل ها نشان می دهد که با افزایش سرعت کوارک ، خمش ریسمان افزایش می یابد.

۶) محاسبات در چهار بعد فضا زمانی و در دمای غیر صفر نشان می دهد که نیروی کششی در این حالت (رابطه (۳-۶۴)) با شماره رنگ و پتانسیل شیمیایی و سرعت رابطه بسیار پیچیده تری نسبت به حالت دمای صفر دارد که این رابطه به صورت یک جمله رادیکالی در یک جمله کسینوسی می باشد.

۷) از حل عددی معادله (۳-۱۶) در چهار بعد و دمای غیر صفر توانستیم در این حالت نیز شکل ریسمان را رسم کنیم. دقت در شکلهای صفحه ۶۷ نشان می دهد که با افزایش سرعت کوارک در محیط خمش ریسمان متصل به کوارک نیز افزایش می یابد.

۸) با رسم نمودار نیروی کششی در چهار بعد بر حسب سرعت ، در دمای ثابت و پتانسیل شیمیایی متفاوت (نمودارهای صفحه ۶۸) مشخص شد که با افزایش شماره رنگ و همچنین پتانسیل شیمیایی ، نیروی کششی افزایش می یابد و این مطلب قابل توجیه است ، زیرا افزایش پتانسیل شیمیایی بر اثر افزایش تعداد ذرات محیط و افزایش شماره رنگ نیز منجر به افزایش برهمکنش های قوی می شود که نتیجه آنها نیز افزایش نیروی کششی است.

۹) با رسم نمودار نیروی کششی در چهار بعد بر حسب سرعت ، در پتانسیل شیمیایی ثابت و دماهای متفاوت (نمودارهای صفحه ۶۹) مشخص شد که با افزایش شماره رنگ و همچنین دما نیروی کششی افزایش می یابد و این مطلب نیز از نظر فیزیکی درست است ، زیرا افزایش دما باعث افزایش برخوردها و افزایش شماره رنگ نیز منجر به افزایش برهمکنش های قوی می شود که نتیجه آنها نیز افزایش نیروی کششی است.

۱۰) با رسم نمودار نیروی کششی در چهار بعد بر حسب پتانسیل شیمیایی ، در دمای ثابت و سرعت های متفاوت (نمودارهای صفحه ۷۰) مشخص شد که با افزایش شماره رنگ و همچنین سرعت ، نیروی کششی افزایش می یابد.

۱۱) محاسبه نیروی کششی با در نظر گرفتن اثر تصحیحات گرانشی گاوس بونت نیز انجام شد و مشخص است که برای حالتی که اثر این تصحیحات کم شود $\lambda_{GB} \rightarrow 0$ ، روابط (۳-۹۴) و (۳-۸۵) دقیقا به روابط (۳-۵۶) و (۳-۶۴) تبدیل می شوند.

۱۲) در منابع [۱۲] و [۱۳] نیروی کششی در چهار بعد و دمای غیر صفر برای حرکت کوارک در محیطی که بار الکتریکی ندارد ، نشان شده است. محاسبات صفحه ۶۵ نشان می دهد که در حالتی که بار الکتریکی محیط صفر شود ، رابطه به دست آمده برای چهار بعد و دمای غیر صفر در این رساله (رابطه (۳-۶۱)) دقیقا با رابطه (۱) در منبع [۱۳] یکسان است.

پیوستها

پیوست الف

حل معادله درجه سوم

شکل کلی معادله درجه سوم عبارتست از:

(الف - 1)
$$Z^3+a_2Z^2+a_1Z+a_0=0$$

با تغییر متغیر $\left(Z=X-\lambda\right)$ داریم :

$$\left(X-\lambda\right)^3+a_2\left(X-\lambda\right)^2+a_1\left(X-\lambda\right)+a_0=0$$

$$\left(X^3-3\lambda X^2+3\lambda^2X-\lambda^3\right)+a_2\left(X^2-2\lambda X+\lambda^2\right)+a_1\left(X-\lambda\right)+a_0=0$$

(الف -2)
$$X^3+\left(a_2-3\lambda\right)X^2+\left(a_1-2a_2\lambda+3\lambda^2\right)X+\left(a_0-a_1\lambda+a_2\lambda^2-\lambda^3\right)=0$$

می توان جمله X^2 در معادله (الف -2) را با انتخاب $\left(\lambda=\frac{a_2}{3}\right)$ حذف کرد :

$$\lambda=\frac{a_2}{3}\Rightarrow Z=X-\frac{a_2}{3}$$

با جایگزاری در معادله (الف -2) خواهیم داشت :

$$X^3+\left(\frac{3a_1-a_2^{\,2}}{3}\right)X-\frac{9a_1a_2-27a_0-2a_2^{\,3}}{27}=0$$

در نتیجه معادله به شکل زیر تبدیل می شود :

(الف -3)
$$X^3+pX=q$$

که در آن :

(الف -4)
$$\begin{cases} p=\dfrac{3a_1-a_2^{\,2}}{3} \\ q=\dfrac{9a_1a_2-27a_0-2a_2^{\,3}}{27} \end{cases}$$

اکنون تغییر متغیر دیگری را انجام می دهیم : $\left(X=W-\frac{p}{3W}\right)$

اگر این تغییر متغیر را در معادله (الف -3) اعمال کنیم :

$$\left(W-\frac{p}{3W}\right)^3+p\left(W-\frac{p}{3W}\right)-q=0$$

در نتیجه پس از کمی عملیات جبری خواهیم داشت :

(الف -5)
$$\left(W^3\right)^2-qW^3-\frac{p^3}{27}=0$$

با حل این معادله درجه سوم :

(الف -6)
$$W^3=\frac{q\pm\sqrt{q^2+\dfrac{4p^3}{27}}}{2}=\frac{q}{2}\pm\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}$$

(الف -7)
$$\begin{cases}\dfrac{q}{2}=R\\ \dfrac{p}{3}=Q\end{cases}\Rightarrow W^3=R\pm\sqrt{R^2+Q^3}$$

در نتیجه :

(الف -8)
$$\begin{cases}R=\dfrac{q}{2}=\dfrac{9a_1a_2-27a_0-2a_2^{\,3}}{27}\\ Q=\dfrac{p}{3}=\dfrac{3a_1-a_2^{\,2}}{3}\end{cases}$$

اکنون رابطه (الف -3) را بر حسب (Q,R) می نویسیم :

(الف -9)
$$X^3+3QX-2R=0$$

در این مرحله هدف این است که این معادله را به صورت حاصل ضرب دو عامل درجه یک و دو بر حسب (X) بنویسیم. پس در این مرحله سعی ما پیدا کردن عامل فاکتور است.

می دانیم:
$$X^3-B^3=(X-B)\left(X^2+BX+B^2\right)$$

در نتیجه : $X^3 - B^3 + C(X - B) = (X - B)(X^2 + BX + B^2 + C)$

(الف -10) $X^3 + CX - (B^3 + BC) = (X - B)\left(X^2 + BX + (B^2 + C)\right)$

از مقایسه (الف -9) و (الف -10) :

(الف -11) $\begin{cases} C = 3Q \\ B^3 + BC = 2R \end{cases} \Rightarrow B^3 + 3QB = 2R$

پس عامل فاکتور (B) در شرط (الف -11) صدق می کند. هدف ، تعیین (B) است. لزومی به حل معادله (الف -11) نیست ، بلکه یکی از جواب های این معادله نیز کافی است تا بتوانیم عامل فاکتور (B) را یافته معادله درجه سوم را حل کنیم. یکی از جوابهای معادله (الف -11) عبارتست از :

(الف -12) $B = \left(R + \sqrt{R^2 + Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(R - \sqrt{R^2 + Q^3}\right)^{\frac{1}{3}}$

با جایگزاری (الف -12) در (الف -11) و عملیات جبری می توان پی برد که (الف -12) یکی از ریشه های (الف -11) است. با پیدا کردن عامل فاکتور و قرار دادن آن در رابطه (الف -10) ریشه ها به دست می آیند :

(الف -13)

$$(X - B)\left(X^2 + BX + (B^2 + 3Q)\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} X_1 = B = \left(R + \sqrt{R^2 + Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(R - \sqrt{R^2 + Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} \\ X^2 + BX + (B^2 + C) = 0 \end{cases}$$

(الف -14)

$$X^2 + BX + (B^2 + C) = 0 \Rightarrow X = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4(B^2 + 3Q)}}{2} = -\frac{B}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{-3B^2 - 12Q}$$

در نتیجه ریشه ها عبارتند از :

$$\begin{cases} X_1 = B = \left(R+\sqrt{R^2+Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(R-\sqrt{R^2+Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} \\ X_2 = -\frac{B}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}\,i\,\sqrt{B^2+4Q} \\ X_3 = -\frac{B}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{3}\,i\,\sqrt{B^2+4Q} \end{cases} \tag{الف-15}$$

سودمند است که متغیر A را به صورت زیر تعریف کنیم :

$$A = \left(R+\sqrt{R^2+Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(R-\sqrt{R^2+Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{الف-16}$$

در نتیجه :

$$A^2 = \left(R+\sqrt{R^2+Q^3}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(R-\sqrt{R^2+Q^3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2Q \tag{الف-17}$$

از طرفی با استفاده از رابطه (الف -12) :

$$B^2 = \left(R+\sqrt{R^2+Q^3}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(R-\sqrt{R^2+Q^3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2Q \tag{الف-18}$$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$A^2 = B^2 + 4Q \tag{الف-19}$$

با جایگزاری در ریشه ها (روابط (الف -11) و (الف -11)) :

$$\begin{cases} X_1 = B \\ X_2 = -\frac{B}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}\,i\,A \\ X_3 = -\frac{B}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{3}\,i\,A \end{cases} \tag{الف-20}$$

حال تغییر متغیرهای (T, S, D) را به صورت زیر تعریف می کنیم :

$$\begin{cases} D = Q^3 + R^2 \\ S = \left(R + \sqrt{D}\right)^{\frac{1}{3}} \\ T = \left(R - \sqrt{D}\right)^{\frac{1}{3}} \end{cases} \qquad \text{(الف -21)}$$

در نتیجه :

$$\begin{cases} B = S + T \\ A = S - T \end{cases} \qquad \text{(الف -22)}$$

پس ریشه های معادله (الف - 1) عبارتند از :

$$\begin{cases} Z_1 = X_1 - \lambda = X_1 - \frac{a_2}{3} = S + T - \frac{a_2}{3} \\ Z_2 = X_2 - \lambda = -\frac{1}{2}(S+T) + \frac{1}{2}\sqrt{3}\,i\,(S-T) - \frac{a_2}{3} \\ Z_3 = X_3 - \lambda = -\frac{1}{2}(S+T) - \frac{1}{2}\sqrt{3}\,i\,(S-T) - \frac{a_2}{3} \end{cases} \qquad \text{(الف -23)}$$

روابط (الف -23) به فرمولهای کاردانو $(Cardano\text{'}s\ Formula)$ مشهورند.

در حالتی که شکل معادله درجه سوم مشابه رابطه (الف -3) باشد (حالتی که در محاسبات نیروی کششی به آن می رسیم) ریشه ها از روابط (الف -23) بدست می آیند :

$$\begin{cases} X_1 = B = \left(R + \sqrt{R^2 + Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(R - \sqrt{R^2 + Q^3}\right)^{\frac{1}{3}} \\ X_2 = -\frac{B}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\,i\,\sqrt{B^2 + 4Q} \\ X_3 = -\frac{B}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\,i\,\sqrt{B^2 + 4Q} \end{cases} \qquad \begin{cases} R = \frac{q}{2} \\ Q = \frac{p}{3} \end{cases} \qquad \text{(الف -24)}$$

بحث در مورد جوابهای معادله درجه سوم $X^3 + pX = q$:

مبین (D) را به صورت مقابل تعریف می کنیم :

$$D = Q^3 + R^2 \qquad \text{(الف -25)}$$

حالتهای مختلف عبارتند از :

$$IF \quad D \rangle 0 \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \left(R + \sqrt{D}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(R - \sqrt{D}\right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow & is \;\; Real \\ X_2, X_2 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \Rightarrow & Are\ Complex\ Conjugate \end{cases} \qquad \text{(الف -26)}$$

$$IF \quad D = 0 \Rightarrow Q^3 = -R^2 \Rightarrow \begin{cases} X_1 = B = 2R^{\frac{1}{3}} \\ X_2 = X_2 = -R^{\frac{1}{3}} \end{cases} \qquad \text{(الف -27)}$$

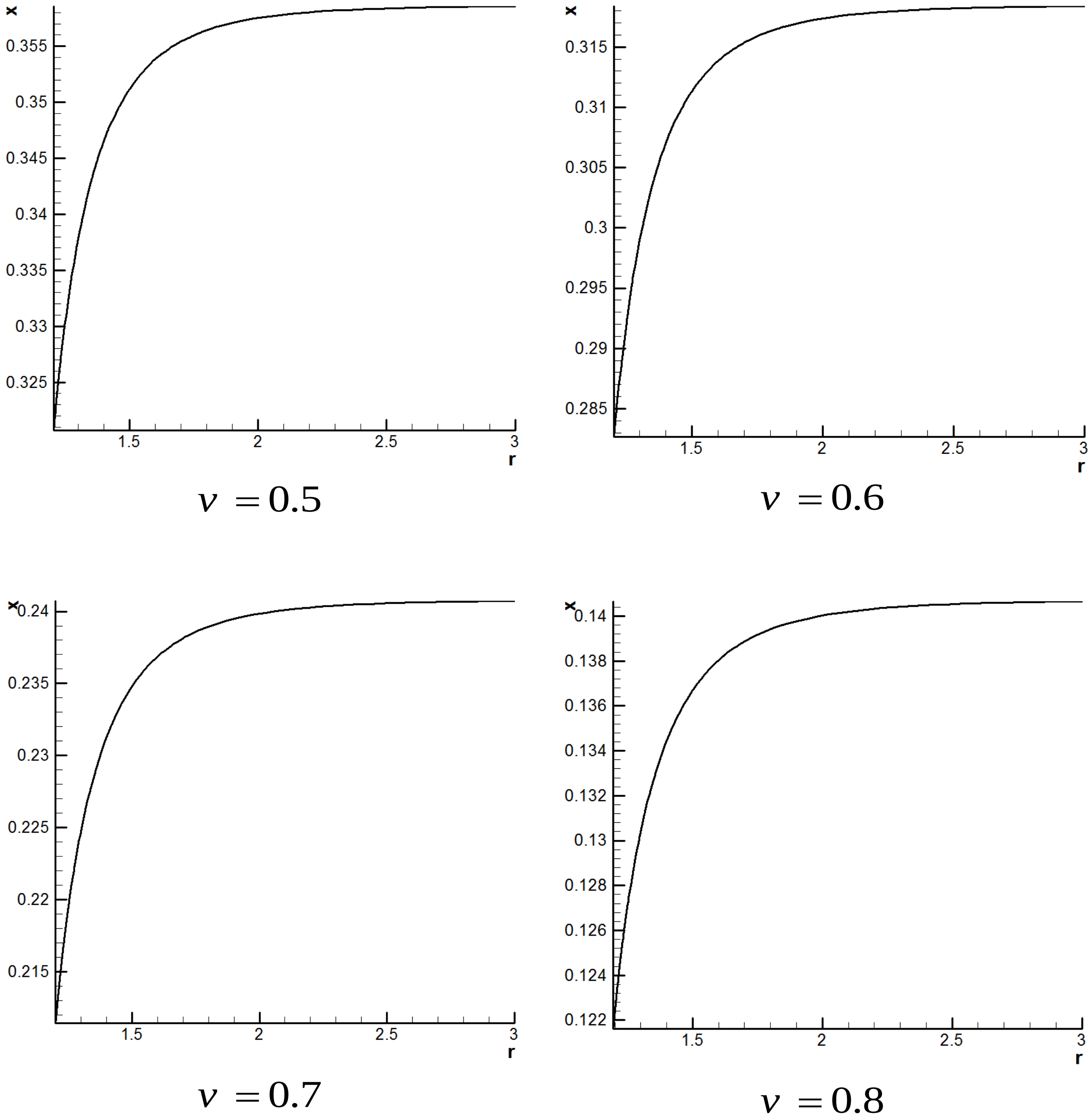
$$IF \quad D \langle 0 \Rightarrow \quad All\ Roots\ Are\ Real \quad \Rightarrow \begin{cases} X_1 = 2\sqrt{-Q}\, Cos\left(\dfrac{\theta}{3}\right) \\ X_1 = 2\sqrt{-Q}\, Cos\left(\dfrac{\theta + 2\pi}{3}\right) \\ X_1 = 2\sqrt{-Q}\, Cos\left(\dfrac{\theta + 4\pi}{3}\right) \end{cases} \qquad \text{(الف -28)}$$

که:

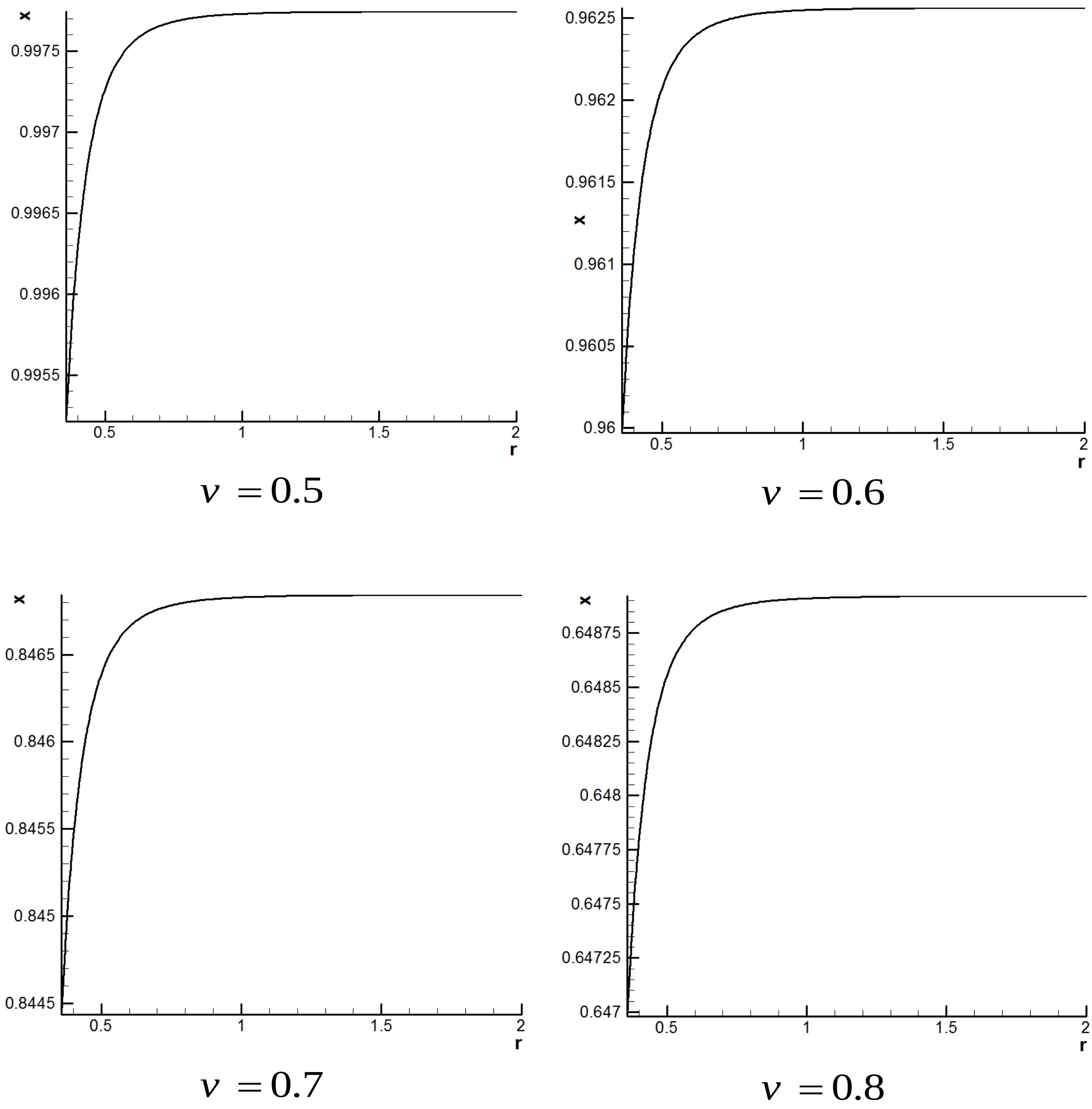
$$\theta = Cos^{-1}\left(\frac{R}{\sqrt{-Q^3}}\right)$$

پیوست ب

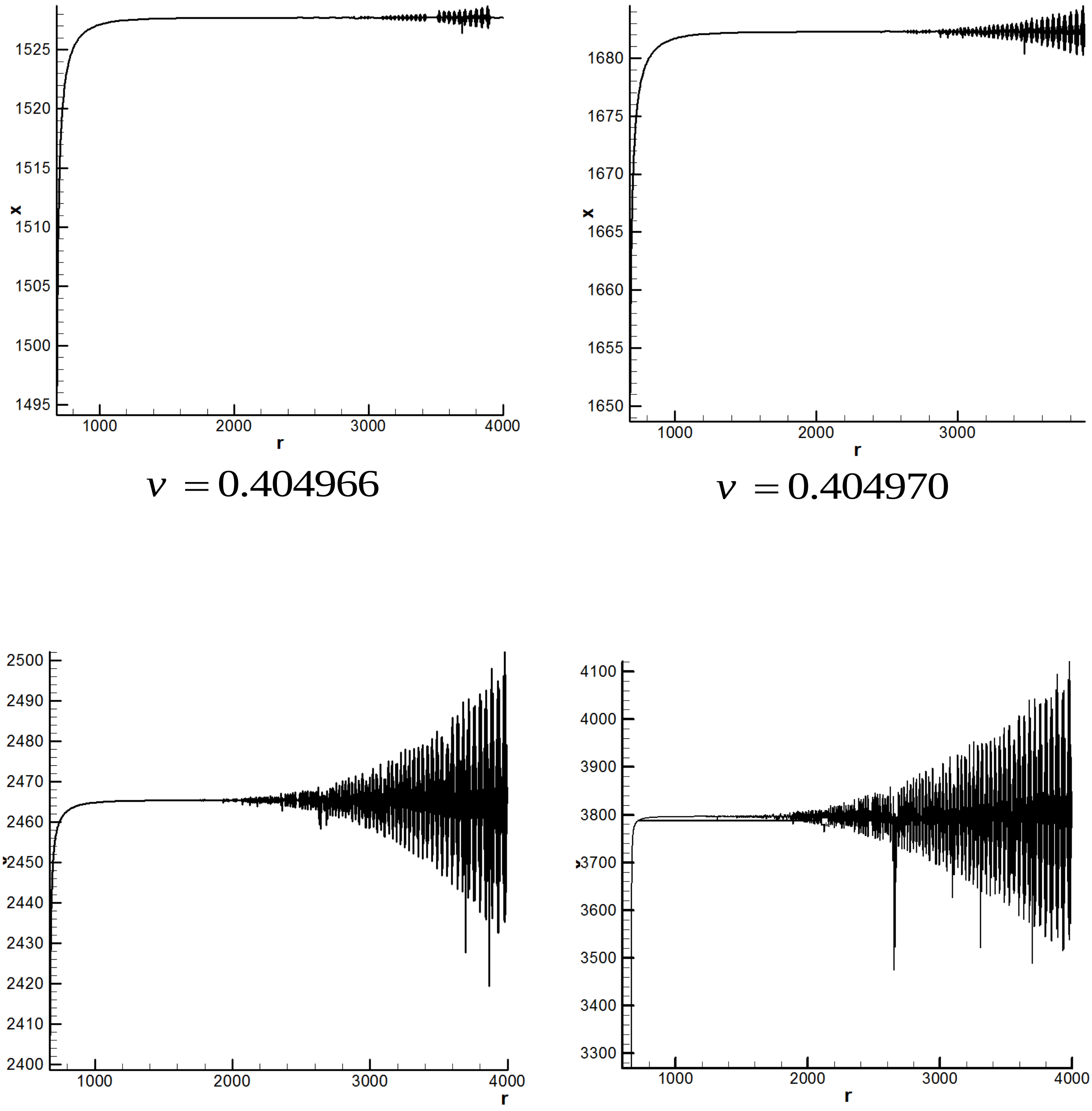
ادامه نمودارهای فصل سوم



ب-۱ شکل ریسمان در سرعتهای مختلف (ادامه نمودارها در دو بعد)



ب-۲ شکل ریسمان در سرعتهای مختلف (ادامه نمودارها در چهار بعد و دمای صفر)



$v = 0.404966$ $v = 0.404970$

$v = 0.404980$ $v = 0.404985$

ب-۳ شکل ریسمان در سرعتهای مختلف(ادامه نمودارها در چهار بعد و دمای غیر صفر)

پیوست پ

جدولهای مقادیر بدست آمده در رژیمهای مختلف

$Fixed\ Temperature\ Comparison$

$\&\ Equal\ Energy\ Density$

$$\left\{(T=0)\ \ (m=1.4Gev)\ \left(\sqrt{g_{YM}^{2}N}=\sqrt{5.5}\right)\right\}$$

	$\mu=52Mev$	$\mu=60Mev$	$\mu=70Mev$	$\mu=80Mev$	$\mu=90Mev$	$\mu=100Mev$
$n=\frac{1}{3}$	$6.328\ fm$	$4.753\ fm$	$3.492\ fm$	$2.673\ fm$	$2.112\ fm$	$1.711\ fm$
$n=\frac{2}{3}$	$3.164\ fm$	$2.376\ fm$	$1.746\ fm$	$1.336\ fm$	$1.056\ fm$	$0.855 fm$
$n=1$	$2.109\ fm$	$1.584\ fm$	$1.164\ fm$	$0.891\ fm$	$0.704\ fm$	$0.570\ fm$

Obvious Prescription

$$\left\{(T=0)\ \ (m=1.4Gev)\ \left(\sqrt{g_{YM}^{2}N}=\sqrt{6\pi}\right)\right\}$$

	$\mu=52Mev$	$\mu=60Mev$	$\mu=70Mev$	$\mu=80Mev$	$\mu=90Mev$	$\mu=100Mev$
$n=\frac{1}{3}$	$3.418fm$	$2.567fm$	$1.886fm$	$1.444fm$	$1.141fm$	$0.924fm$
$n=\frac{2}{3}$	$1.709fm$	$1.283fm$	$0.943fm$	$0.722fm$	$0.570fm$	$0.462fm$
$n=1$	$1.139fm$	$0.855fm$	$0.628fm$	$0.481fm$	$0.380fm$	$0.308fm$

Obvious Prescription

$$\left\{ \left(T = 250\,Mev \right) \; \left(m = 1.4\,Gev \right) \; \left(\sqrt{g_{YM}^{2} N} = \sqrt{6\pi} \right) \right\}$$

$\mu = 30\,Mev$	$n = \frac{1}{3}$	$t_D \approx 0.577\,fm$	$n = \frac{2}{3}$	$t_D \approx 0.523\,fm$	$n = 1$	$t_D \approx 0.479\,fm$	$t_D \approx 0.6\,fm$
		$2\pi t_D \approx 0.818$		$2\pi t_D \approx 0.742$		$2\pi t_D \approx 0.679$	
$\mu = 40\,Mev$	$n = \frac{1}{3}$	$t_D \approx 0.534\,fm$	$n = \frac{2}{3}$	$t_D \approx 0.459\,fm$	$n = 1$	$t_D \approx 0.404\,fm$	$2\pi t_D \approx 0.9$
		$2\pi t_D \approx 0.757$		$2\pi t_D \approx 0.651$		$2\pi t_D \approx 0.573$	

Fixed Energy Comparison

$$\left\{\left(T = 250\,Mev\right)\ \left(m = 1.4\,Gev\right)\ \left(\sqrt{g_{YM}^{2} N} = \sqrt{5.5}\right)\right\}$$

$\mu = 30\,Mev$	$n = \frac{1}{3}$	$t_D \approx 1.069\,fm$	$n = \frac{2}{3}$	$t_D \approx 0.968\,fm$	$n = 1$	$t_D \approx 0.887\,fm$	$t_D \approx 1.2\,fm$
		$2\pi t_D \approx 1.517$		$2\pi t_D \approx 1.373$		$2\pi t_D \approx 1.258$	$2\pi t_D \approx 1.7$
$\mu = 40\,Mev$	$n = \frac{1}{3}$	$t_D \approx 0.989\,fm$	$n = \frac{2}{3}$	$t_D \approx 0.849\,fm$	$n = 1$	$t_D \approx 0.749\,fm$	
		$2\pi t_D \approx 1.403$		$2\pi t_D \approx 1.205$		$2\pi t_D \approx 1.063$	

Equal Energy Density

$$\left\{\left(T \approx 3^{\frac{-1}{4}} T_{QCD} \sim 189.75 Mev\right) \; (m = 1.4 Gev) \; \left(\sqrt{g_{YM}^{2} N} = \sqrt{5.5}\right)\right\}$$

<table>
<tr><td rowspan="2">$\mu = 30 Mev$</td><td rowspan="2">$n = \frac{1}{3}$</td><td>$t_D \approx 1.723 fm$</td><td rowspan="2">$n = \frac{2}{3}$</td><td>$t_D \approx 1.484 fm$</td><td rowspan="2">$n = 1$</td><td>$t_D \approx 1.311 fm$</td><td rowspan="4">$t_D \approx 2.1 fm$
$2\pi t_D \approx 1.717$</td></tr>
<tr><td>$2\pi t_D \approx 1.408$</td><td>$2\pi t_D \approx 1.212$</td><td>$2\pi t_D \approx 1.071$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$\mu = 40 Mev$</td><td rowspan="2">$n = \frac{1}{3}$</td><td>$t_D \approx 1.530 fm$</td><td rowspan="2">$n = \frac{2}{3}$</td><td>$t_D \approx 1.233 fm$</td><td rowspan="2">$n = 1$</td><td>$t_D \approx 1.040 fm$</td></tr>
<tr><td>$2\pi t_D \approx 1.251$</td><td>$2\pi t_D \approx 1.007$</td><td>$2\pi t_D \approx 0.849$</td></tr>
</table>

مراجع و منابع

[1] A First Course In String Theory by : Barton ZwiebachCambridge University Press 2009

[2] Particle Physics by : B.R.Martin & G.Shaw 3rd Edition

[3] Introduction To Elementary Particles by : David Jeffery Griffids

[4] The Little Book Of String Theory by : Steven S. GubserPrinceton University Press 2010

[۵] بی تقصیر فدافن، کاظم ، مطالعه خواص پلاسمای کوارک گلوئونی با استفاده از نظریه ریسمان، طرح پژوهشی (تیر ماه ۱۳۸۷) دانشگاه صنعتی شاهرود.

[۶] بی تقصیر فدافن، کاظم ، محاسبه تصحیحات وارد بر نیروی کششی از طریق مطالعه سیاهچاله گاوس – بونت دار، طرح پژوهشی (تیر ماه ۱۳۸۸) دانشگاه صنعتی شاهرود.

[7] Subir Sachdev , "What can gauge-gravity duality teach us about condensed matter physics? " arXiv:1108.1197 v3

[8] J. M. Maldacena, “The large N limit of superconformal field theories and supergravity,” Adv.Theor. Math. Phys. 2 (1998) 231 [Int. J. Theor. Phys. 38 (1999) 1113] [arXiv:hep-th/9711200]

[9] Nabil Iqbal, Hong Liu, Márk Mezei "Lectures on holographic non-Fermi liquids and quantum phase transitions"[arXiv: hep-th /1110.3814 v1]

[10] E. Witten, "Anti-de Sitter space and holography, " Adv. Theor. Math. Phys. 2 (1998) 253[arXiv:hep-th/9802150].

[11] E. Witten, "Anti-de Sitter space, thermal phase transition, and confinement in gauge theories, "Adv. Theor. Math. Phys. 2 (1998) 505 [arXiv:hep-th/9803131].

[12] C.P. Herzog, A. Karch, P. Kovtun, C. Kozcaz, L.G. Yaffe," Energy loss of a heavy quark moving through $N = 4$ supersymmetricYang–Mills plasma" J. High Energy Phys. 0607, 013 (2006)

[13] Steven S. Gubser"Comparing the drag force on heavy quarks in N = 4 super Yang-Mills theory and QCD " Phys.Rev.D76:126003,2007 [arXiv: hep-th /0611272 v2].

[14] M. R. Douglas and S. Kachru, "Flux compactification, " Rev. Mod. Phys. 79 (2007) 733

[15] Xian-Hui Ge , Yoshinori Matsuo , Fu-Wen -Shu , Sang-Jin Sin & Takuya Tsukioka "Density Dependence Of Transport Coefficients From Holographic Hydrodynamics"Prog.Theor.Phys.120:833-863,2008 [arXiv:hep-th/0806.44 60 V 2 – 7 Jul 2008]

[16] K. B. Fadafan, "Charge effect and finite 't Hooft coupling correction on drag force and Jet Quenching Parameter," Eur. Phys. J. C. 68 (2010) 505 [arXiv: hep-th /0809.1336].

[17] Quark – Gluon Plasma by : Kohsuke Yagi , Tetsuo Hatsuda , Yasuo Miake Cambridge University Press 2005

[18] Chanyong Park , "Dissociation Of a Heavy Meson in the quark medium" PHYSICAL REVIEW D 81, 045009 (2010)

[19] S.S. Gubser, "Drag force in AdS/CFT". Phys. Rev. D 74, 126005 (2006). [arXiv:hep-th/0605182]

[20] Steven S. Gubser & Amos Yarom , "Pointlike Probes Of Superstring-Theoretic Superfluids" JHEP 1003:041,2010 [arXiv:hep-th/0908.1392 V 2 – 26 Aug 2009]

[21] Kazem Bitaghsir Fadafan " , R2 curvature-squared corrections on drag force "JHEP 0812:051,2008 [arXiv:0803.2777 hep-th]

[22] E.V. Shuryak," What RHIC experiments and theory tell us about properties of quark-gluon plasma?" Nucl. Phys. A 750, 64 (2005). [arXiv:hep-ph/0405066].

[23] J. Casalderrey-Solana and D. Teaney, "Heavy quark diffusion in strongly coupled N = 4 Yang Mills, " Phys. Rev. D 74 (2006) 085012 [arXiv:hep-ph/0605199]

Abstract

With using string theory and AdS/CFT correspondence, the extremal RN AdS black holes bring more attention in the strongly coupled condensed matter systems. In these studies the field theory is at zero temperature. In this thesis, we study energy loss of a moving heavy point particle. Although the temperature is zero, but the entropy is finite and we express the final results in terms of entropy and chemical potential. The relaxation time, friction coefficient and drag force are calculated, carefully. We also consider the gravitational corrections which are correspond to finite coupling corrections and find effect of them in the above parameters.

Shahrood University of Technology
Faculty of physics

Master of Science Thesis

On Energy Loss Of Heavy Quark using RN Black Holes

HASAN NEAZI

Supervisors:
Dr.KAZEM BITAGHSIR FADAFAN

February – 2012