

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: فیزیک

گرایش: ذرات بنیادی

مطالعه پتانسیل کوآرک-پادکوآرک با استفاده از همسانی AdS/CFT

دانشجو: احسان عظیم فرد

استاد راهنما:

دکتر کاظم بی تقصیر فدافن

پایان نامه کارشناسی ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

بهمن ماه ۱۳۹۰

تقدیم به برادر م نصیر

به پاس تعبیر عظیم و انسانی‌شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگی

به پاس قلب‌های بزرگشان که فریادرس است و سرگردانی و

ترس در پناهِشان به شجاعت می‌گراید

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان که در این

سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است

و به پاس محبت‌های بی‌دریغشان که هرگز فروکش نمی‌کند

این مجموعه را به پدر و مادرم تقدیم می‌کنم

سپاس و قدردانی

اکنون که به یاری خداوند این پایان نامه به اتمام رسیده است بر خود لازم می‌دانم از زحمات بی‌دریغ استاد فرهیخته و بزرگوارم جناب آقای دکتر بی‌تقصیر که با صبر و حوصله و راهنمایی‌های دلسوزانه خود در انجام این پروژه راهگشای اینجانب بودند کمال تشکر و سپاسگزاری را دارم.

همچنین از جناب آقای دکتر علی‌اکبری و دوست عزیزم آقای محمدرضا محمدی مظفر دانشجوی دکتری در مرکز تحقیقات فیزیک نظری (IPM) که همیشه با روی گشاده پاسخگوی سوالات بنده بودند کمال تشکر را دارم و از اساتید بزرگوارم جناب آقای دکتر موحدیان و جناب آقای دکتر حسن آبادی که همواره مشوق بنده بوده‌اند سپاسگزارم.

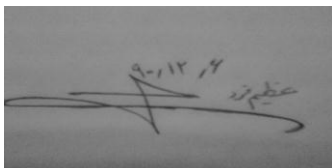
در پایان از تمامی دوستان و هم‌اتاقی‌های عزیزم بخصوص آقایان حسن نیازی، مسعود جلیلیان، سلمان فتحی، مختار گنجعلی، امین پوربهرامیان، سعید غلامی، مهدی محسنی، علی آهنگری، جواد محمدیان، داود دلیری، مهدی فرحناک، حامد فیضی، کاظم اردانه، کاوس عبدالملکی، وحید شفیعی، مصطفی زارعی و محمد امیری که در انجام این پایان نامه به بنده کمک کردند، بسیار سپاسگزارم.

تعهدنامه

- اینجانب احسان عظیم فرد دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه: پتانسیل کوآرک-پادکوآرک با استفاده از AdS/CFT تحت راهنمایی دکتر کاظم بی تقصیر فدافن؛ متعهد می شوم:
- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
 - در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
 - مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
 - کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.
 - حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
 - در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
 - در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو



مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده :

کوارکونیوم‌ها مزون‌های سنگینی همچون J/ψ هستند که اهمیت بسزایی در مطالعه فازهای هادرونی و پلاسمای QCD دارند. در این پایان نامه با استفاده از نظریه ریسمان به مطالعه پتانسیل این دسته از مزون‌ها پرداخته‌ایم. با در نظر گرفتن مزون به عنوان کوارک - پاد کوارک از دوگانی AdS/CFT استفاده کرده و نشان داده شده است که با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی طول تفکیک مزون کوچک‌تر می‌شود. برای در نظر گرفتن محیطی که شامل کوارک‌ها و گلوئون‌هاست، سیاهچاله‌های RN AdS به عنوان گرانش پس‌زمینه لحاظ شده است. این مشاهده تایید می‌کند که برای ذوب‌شدن حالت‌های پایه کوارکونیوم به دماهای بالاتری نیاز هست. با در نظر گرفتن مزون چرخان ذوب‌شدن حالت‌های برانگیخته مطالعه شدند و نشان داده شد که هر چه اسپین ذره زیادتر شود طول تفکیک مزون هم بزرگ‌تر خواهد شد. نتایج این تحقیق در توافق خوبی با آزمایش‌های پلاسمای حاصل از برخورد یون‌های نسبیته در RHIC و LHC قرار دارند.

علاوه بر این دریافتیم که مکانیسم ذوب‌شدن مزون در فازهای هادرونی و پلاسمای مشابه یکدیگر است که بدین ترتیب می‌بایستی نتایج مقاله [۱] تصحیح گردند که این نکته از سوی خود نویسنده نیز تایید گردید.

کلمات کلیدی :

پلاسمای QCD، دوگانی AdS/CFT، سیاهچاله‌های RN AdS، طول تفکیک مزون

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱- بی تقصیر فدافن، کاظم؛ عظیم فرد، احسان "محاسبه پتانسیل کوارک-پادکوارک

با استفاده از AdS/CFT" اولین کنفرانس سالیانه فیزیک ذرات بنیادی (دانشگاه یزد، ۶ و ۷

بهمن ماه ۱۳۸۹)

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه‌ای بر QCD

- ۱-۱- نظریه کوانتومی رنگ ۲
- ۲-۱- چطور می‌توان کوارک-گلوئون-پلازما را در آزمایشگاه تولید کرد؟ ۸
- ۳-۱- آیا در طبیعت QGP وجود دارد؟ ۱۰
- ۴-۱- مزون‌های سنگین و QGP ۱۲
- ۵-۱- نمودار فاز QCD ۱۶

فصل دوم: معادله حرکت ریسمان و AdS/CFT

- ۱-۲- مروری کوتاه بر مکانیک لاگرانژی ۲۴
- ۲-۲- معادله حرکت ریسمان غیر نسبیتی ۲۷
- ۳-۲- کنش و معادله حرکت ذره نسبیتی ۳۰
- ۴-۲- جهان سطح ۳۳
- ۵-۲- کنش ریسمان نسبیتی (کنش نامبو-گوتو) ۳۴
- ۶-۲- معادله حرکت ریسمان نسبیتی ۳۶
- ۷-۲- تناظر نظریه ریسمان/نظریه پیمانه‌ای ۳۷
- ۱-۷-۲- تجسم فضای $AdS_5 \times S^5$ ۴۰
- ۲-۷-۲- پدیده انتقال به سرخ برای D_3 -غشاها ۴۱
- ۸-۲- پارامترهای دو نظریه در حد بزرگ N ۴۳

فصل سوم: محاسبه پتانسیل کوارک-پادکوارک

- ۱-۳- گذار فاز محبوسیت/غیرمحبوسیت در محیط کوارک ۴۶
- ۲-۳- مزون سنگین ایستا در کوارک-گلوئون-پلازما ۵۰
- ۳-۳- اثبات فرمول فاصله بین کوارک-پادکوارک در دمای متناهی ۵۳
- ۴-۳- حد ریسمان‌های کوتاه برای فاصله بین کوارک-پادکوارک در حضور ماده کوارکی ۵۶
- ۵-۳- پتانسیل کوارک-پادکوارک در محیط کوارکی در فاز کوارک-گلوئون-پلازما ۵۷
- ۶-۳- وابستگی طول تفکیک به دما در فاز کوارک-گلوئون-پلازما ۶۰
- ۷-۳- وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز کوارک-گلوئون-پلازما ۶۱
- ۸-۳- تفکیک در فاز هادرونی و اشتباه مقاله‌ی [۱۲] ۶۳
- ۹-۳- وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز هادرونی ۶۷
- ۱۰-۳- تصحیحات گاوس-بونت برای مزون سنگین ایستا ۶۸

| | |
|---------|--|
| ۷۷..... | ۱۱-۳- مزون سنگین چرخان در محیط کوارک..... |
| ۸۸..... | ۱۲-۳- مقایسه طول تفکیک حالت‌های برانگیخته و پایه در فاز کوارک-گلوئون-پلازما..... |
| ۹۰..... | نتیجه‌گیری..... |
| ۹۲..... | پیوست..... |

فهرست اشکال

| | |
|---------|--|
| ۲..... | شکل ۱-۱- تصویری از اتم هیدروژن که شامل یک الکترون و یک پروتون است..... |
| ۴..... | شکل ۲-۱- تغییرات قدرت جفت‌شدگی در QED و QCD بر حسب مقیاس فاصله، مقیاس انرژی و دما..... |
| ۵..... | شکل ۳-۱- نمودار پتانسیل بین کوارک-پادکوارک بر حسب فاصله بین آنها در QCD..... |
| ۵..... | شکل ۴-۱- مکانیسم محبوسیت کوارک..... |
| ۷..... | شکل ۵-۱- نمودار ثابت جفت‌شدگی بر حسب چهار بردار تکانه نشان می‌دهد بر هم‌کنش‌های با تکانه بزرگ می‌تواند در روش اختلالی مطالعه شود..... |
| ۷..... | شکل ۶-۱- شماتیکی از کوارک‌ها و گلوئون در مدل شبکه..... |
| ۸..... | شکل ۷-۱- شکل‌گیری کوارک-گلوئون-پلازما با افزایش فشار و دما هادرون‌ها..... |
| ۹..... | شکل ۸-۱- شکل‌گیری کوارک-گلوئون-پلازما در دماهای بالا..... |
| ۱۰..... | شکل ۹-۱- شکل‌گیری کوارک-گلوئون-پلازما در چگالی باریونی بالا..... |
| ۱۲..... | شکل ۱۰-۱- شکل‌گیری کوارک-گلوئون-پلازما در دماهای بالا توسط برخورد دو هسته نسبتی با انرژی تقریبی 100 Gev برنوکلون..... |
| ۱۵..... | شکل ۱۱-۱- کوارکونیوم به عنوان دماسنج..... |
| ۱۶..... | شکل ۱۲-۱- نمودار فاز QCD وقتی که تمام کوارک‌ها بدون جرم باشند..... |
| ۱۸..... | شکل ۱۳-۱- نمودار فاز QCD به ازای کوارک‌های بدون جرم u و d |
| ۱۹..... | شکل ۱۴-۱- نمودار فاز QCD به ازای جرم کوچک کوارک‌های u و d |
| ۲۰..... | شکل ۱۵-۱- نمودار فاز آب..... |
| ۲۱..... | شکل ۱۶-۱- برخورد دهنده یون‌های سنگین نسبیتی (RHIC) که در نیویورک آمریکا واقع شده است..... |
| ۲۴..... | شکل ۱-۲- شماتیکی از مسیر \mathcal{P} که نمایش‌دهنده‌ی حرکت یک بعدی ذره در بازه زمانی $[t_i, t_f]$ است..... |
| ۲۵..... | شکل ۲-۲- مسیر $x(t)$ و تغییرات آن $x(t) + \delta x(t)$ کنش $\delta x(t)$ در $t = t_i$ و $t = t_f$ برابر صفر است..... |
| ۲۷..... | شکل ۳-۲- شماتیکی از یک ریسمان که دو انتهای آن در نقاط $(0,0)$ و $(a,0)$ در صفحه‌ی (x, y) قرار دارد..... |
| ۲۸..... | شکل ۴-۲- شماتیکی از یک قطعه کوچک از یک ریسمان غیرنسبیتی که به طور عرضی نوسان‌های کوچکی دارد..... |
| ۳۰..... | شکل ۵-۲- نمودار فضا-زمان با جهان‌خط‌هایی که از مبدأ شروع شده و در نقطه (ct_f, \vec{x}_f) به پایان می‌رسد..... |
| ۳۱..... | شکل ۶-۲- شماتیکی از پارامتریزه شدن جهان خط با پارامتر τ |
| ۳۳..... | شکل ۷-۲- شماتیکی از مسیر طی شده توسط ریسمان بسته (راست) و ریسمان باز (چپ) در فضا-زمان (جهان-سطح)..... |
| و | شکل ۸-۲- ویژه سطح در فضا-زمان که شامل دو بردار $d\vec{v}_1$ و $d\vec{v}_2$ است (شکل سمت راست). فضای پارامتری با دو پارامتر τ و σ (شکل سمت چپ)..... |
| ۳۴..... | |

- شکل ۲-۹- یک جرم نقطه‌ای در مبدا یک فضای تخت دو بعدی. با نزدیک شدن به جرم نقطه‌ای محیط دایره‌ای که این جرم نقطه‌ای را محاط کرده، به سمت صفر می‌رود (شکل سمت چپ). در شکل سمت راست، جرم نقطه‌ای در فاصله بی‌نهایت پایین دهانه قرار دارد و محیط دایره‌ای که جرم را محاط کرده، به سمت مقدار ثابتی نزدیک می‌شود..... ۴۰
- شکل ۳-۱- نمودار فاز دما بر حسب پتانسیل شیمیایی به ازای $\frac{N_f}{N_c} = \frac{3}{3}$ ۴۹
- شکل ۳-۲- شماتیکی از یک مزون که با استفاده از AdS/CFT به صورت یک ریسمان باز در نظر گرفته شده است..... ۵۰
- شکل ۳-۳- شماتیکی از دو ریسمان باز مستقیم که دو کوارک آزاد سنگین را نشان می‌دهند و از مرز AdS شروع شده و تا افق سیاهچاله ادامه دارند..... ۵۷
- شکل ۳-۴- نمودار انرژی بستگی کوارک-پادکوارک به فاصله بین آنها در فاز کوارک-گلوئون-پلازما..... ۵۹
- شکل ۳-۵- نمودار انرژی بستگی کوارک-پادکوارک به فاصله بین آنها در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به ازای $n = 1,2,3,1/3$ ۵۹
- شکل ۳-۶- نمودار طول تفکیک بر حسب دما در فاز کوارک-گلوئون-پلازما..... ۶۱
- شکل ۳-۷- نمودار طول تفکیک بر حسب پتانسیل شیمیایی در فاز کوارک-گلوئون-پلازما..... ۶۲
- شکل ۳-۸- شماتیکی از دوگان فاز هادرونی..... ۶۳
- شکل ۳-۹- نمودار انرژی بستگی بر حسب فاصله‌ی جدایی دو کوارک در فاز هادرونی..... ۶۴
- شکل ۳-۱۰- نمودار انرژی بستگی مزون بر حسب فاصله‌ی بین دو کوارک در فاز هادرونی به ازای $n = 1,2,3,1/3$ ۶۵
- شکل ۳-۱۱- نمودار طول تفکیک بر حسب پتانسیل شیمیایی در فاز هادرونی..... ۶۷
- شکل ۳-۱۲- نمودار انرژی بستگی کوارک-پادکوارک سنگین بر حسب فاصله بین آنها در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به ازای ثابت گاوس-بونت‌های مختلف $\lambda_{GB} = 0.04, 0.08, 0.12$ ۷۴
- شکل ۳-۱۳- نمودار طول تفکیک کوارک-پادکوارک بر حسب دما به ازای ثابت گاوس-بونت‌های مختلف $\lambda_{GB} = 0.04, 0.08, 0.12$ ۷۵
- شکل ۳-۱۴- نمودار طول تفکیک کوارک-پادکوارک بر حسب پتانسیل شیمیایی به ازای ثابت-گاوس‌های مختلف..... ۷۶
- شکل ۳-۱۵- شماتیکی از یک مزون چرخان که با استفاده از AdS/CFT به صورت یک ریسمان باز در نظر گرفته شده است..... ۷۷
- شکل ۳-۱۶- شماتیکی از ریسمان باز که دو انتهای ریسمان مزون چرخان در $\rho = -\rho_1$ و $\rho = +\rho_1$ قرار دارد..... ۷۹
- شکل ۳-۱۷- شماتیکی از دو ریسمان باز مستقیم که برای بازبهنجارش انرژی مزون چرخان از مرز تا z_c ادامه دارند..... ۸۱
- شکل ۳-۱۸- انرژی بستگی مزون چرخان بر حسب فاصله‌ی بین کوارک-پادکوارک در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به ازای عدد رنگ‌های مختلف و $\omega = 500\text{Mev}$ ۸۳
- شکل ۳-۱۹- انرژی بستگی مزون چرخان بر حسب فاصله‌ی بین کوارک-پادکوارک در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به ازای عدد رنگ‌های مختلف و $\omega = 1500\text{Mev}$ ۸۴
- شکل ۳-۲۰- نمودار طول تفکیک مزون چرخان بر حسب سرعت زاویه‌ای در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به ازای عدد رنگ‌های مختلف..... ۸۵
- شکل ۳-۲۱- نمودار تکانه زاویه‌ای بر حسب سرعت زاویه‌ای..... ۸۷

فهرست جداول

- جدول ۳-۱- مقایسه طول تفکیک حالت‌های برانگیخته..... ۸۸
- جدول ۳-۲- طول تفکیک برای حالت‌های پایه..... ۸۸
- جدول ب-۱- مقادیر واحدها در دستگاه SI و دستگاه طبیعی بر حسب یکدیگر..... ۹۷
- جدول ب-۲- واحدهای کمیت‌های مختلف در دستگاه‌های SI و طبیعی..... ۹۸

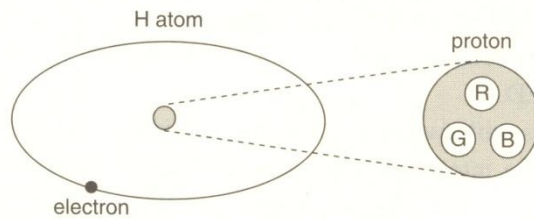
فصل اول

مقدمه‌ای بر QCD

- ❖ نظریه کوانتومی رنگ
- ❖ چطور می‌توان کوارک-گلوئون-پلازما را در آزمایشگاه تولید کرد؟
- ❖ آیا در طبیعت QGP وجود دارد؟
- ❖ مزون‌های سنگین و QGP
- ❖ نمودار فاز QCD

۱-۱- نظریه کوانتومی رنگ

اتم هیدروژن از یک الکترون و یک پروتون تشکیل شده است (شکل ۱-۱). در حالی که الکترون مطابق دقت تجربی فعلی یک ذره نقطه ای است پروتون از سه کوارک تشکیل شده است. کوارک‌ها فرمیون‌هایی هستند که درجه آزادی طعم (بالا^۱ (u)، پایین^۲ (d)، عجیب^۳ (s)، افسون^۴ (c)، سر^۵ (t)، ته^۶ (b) و درجه آزادی رنگ (قرمز^۷ (R)، آبی^۸ (B)، سبز^۹ (G)) دارند.



شکل ۱-۱- تصویری از اتم هیدروژن که شامل یک الکترون و یک پروتون است [۱].

رنگ تنها یا کوارک تنها هرگز در آزمایش مشاهده نشده است. این نکته نشان می‌دهد که کوارک‌ها همیشه به یکدیگر مقیدند تا ذرات مرکب (هادرون‌ها) رنگ سفید داشته باشند هادرون‌ها شامل باریون‌ها و مزون‌ها هستند. باریون‌ها (پروتون، نوترون، Σ ، Λ و ...) از ۳ کوارک تشکیل شده اند و مزون‌ها (ρ ، π و ...) شامل یک جفت کوارک-پادکوارک هستند. مفهوم رنگ و دینامیک کوانتومی رنگ در سال ۱۹۶۶ توسط نامبو^{۱۰} پیشنهاد شد و نظریه کوانتومی رنگ (QCD^{۱۱}) نامیده شد.

¹ Up

² Down

³ Strange

⁴ Charm

⁵ Top

⁶ Bottom

⁷ Red

⁸ Blue

⁹ Green

¹⁰ Nambu

¹¹ Quantum Chromodynamics

نظریه کوانتومی رنگ تعمیمی از الکترو دینامیک کوانتومی (QED)^۱ است که نظریه کوانتومی ذرات باردار و میدان الکترومغناطیسی است. در QCD و QED به ترتیب گلوئون^۲ و (فوتون) با اسپین یک وجود وجود دارد که نیروی بین کوارکها و ذرات باردار را تبادل می کنند. اگر چه QCD و QED مشابه به نظر می رسند یک تفاوت بسیار مهم دارند: فوتونها از نظر بارالکتریکی خنثی هستند، بنابراین هیچ باری را انتقال نمی دهند. ولی گلوئونها حامل بار رنگ هستند که به مفهوم اساسی غیر آبلی^۳ یا نظریه پیمانیه ای یانگ-میلز^۴ مربوط می شود. غیر آبلی به معنای جابجا ناپذیری عملگر است یعنی اگر دو عملگر A و B را در نظر بگیریم $AB \neq BA$. نظریه کوانتومی رنگ دو ویژگی مهم دینامیک کوارک و گلوئون را برای ما فراهم می کند:

در انرژیهای بالا شدت برهم کنشها کوچک می شوند و کوارکها و گلوئونها به طور ضعیف با هم برهم کنش می کنند (آزادی مجانبی^۵) در حالی که در انرژیهای پایین برهم کنشها قوی می شود و به محبوسیت رنگ منجر می شود. آزادی مجانبی به خاصیت ضد-استتار^۶ بار رنگ مربوط می شود. یک بار برهنه^۷ دارای رنگ است و خود گلوئونها رنگ دارند، بنابراین به کوارک رنگی نزدیک می شوند و از شدت برهم کنش رنگ کم می کنند. در نتیجه اگر کسی بخواهد با عبور کردن از آبرگلوئونها بار برهنه را پیدا کند، سهم کوچکتری را می بیند که این مخالف چیزی است که در QED اتفاق می افتد. در QED، آبرجفت الکترون-پوزیترون که بار را احاطه کرده، بار برهنه را استتار می کنند یعنی اینکه با دور شدن از بار برهنه، بار موثر کاهش می یابد و میدان آن کوچک می شود، بنابراین سهم کوچکتری از بار دیده خواهد شد. در نتیجه در فواصل کوتاه، جفتیدگی افزایش می یابد.

¹ Quantum Electrodynamics

² Gloun

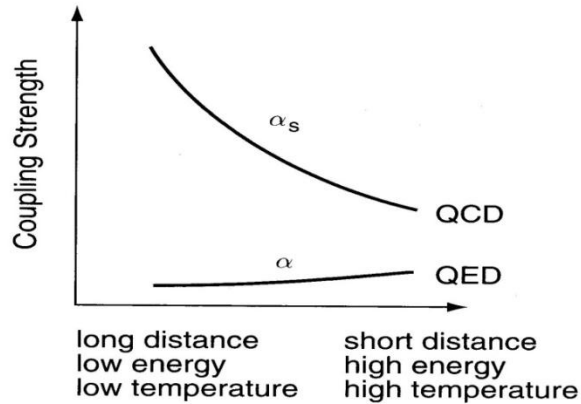
³ Non-Abelian

⁴ Yang-Mills

⁵ Asymptotic Freedom

⁶ Screening

⁷ Bare



شکل ۱-۲- تغییرات قدرت جفت‌شدگی در QCD و QED بر حسب مقیاس فاصله، مقیاس انرژی و دما [۱].

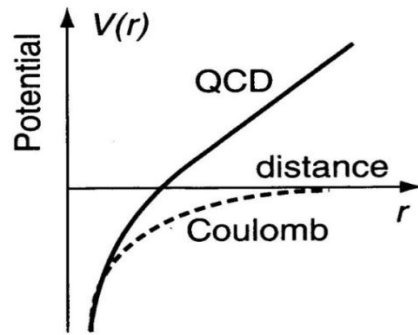
باتوجه به اینکه مقیاس طول و مقیاس انرژی، عکس یکدیگر هستند، وقتی که مقیاس طول کوچک می‌شود یا به طور معادل مقیاس انرژی افزایش می‌یابد، قدرت جفت‌شدگی در QCD کاهش می‌یابد (شکل ۱-۲).

کوارک- گلوئون- پلاسما^۱ یا به طور اختصار QGP، محیطی است که در دماهای بالا تولید می‌شود و کوارک‌ها و گلوئون‌ها در این محیط می‌توانند به صورت آزاد وجود داشته باشند. دلیل اینکه ما انتظار داریم کوارک- گلوئون- پلاسما در دمای بالا تولید شود این است که انرژی‌های گرمایی کوارک‌ها و گلوئون‌ها بزرگ هستند. به دلیل بالا بودن انرژی کوارک‌ها و گلوئون‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که قدرت جفت‌شدگی کوچک می‌شود، بنابراین برهم‌کنش‌ها ضعیف می‌شوند.

علاوه بر این شکل ۱-۲ نشان می‌دهد که قدرت جفت‌شدگی در فواصل زیاد (انرژی‌های پایین) بزرگ‌تر می‌شود، در نتیجه برهم‌کنش‌ها قوی‌تر می‌شود که این محبوسیت^۲ رنگ است.

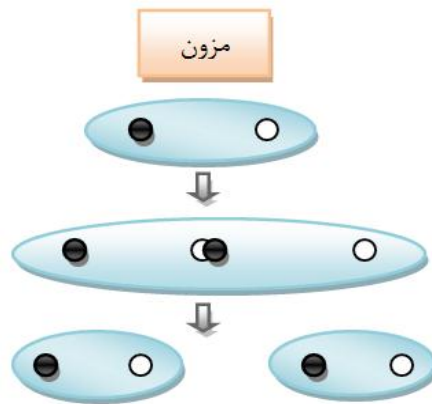
¹ Quark-Gluon Plasma

² Confinement



شکل ۱-۳- نمودار پتانسیل بین کوارک-
 پادکوارک بر حسب فاصله بین آنها در
 QCD [۱].

در واقع پتانسیل بین کوارک و پادکوارک در فواصل بزرگ جدایی، همانطوریکه در شکل ۱-۳ نشان داده شده است، به طور خطی افزایش می‌یابد و حتی اگر بخواهیم کوارک- پادکوارک را از هم جدا کنیم آنها جدا نمی‌شوند.



شکل ۱-۴- مکانیسم محبوسیت کوارک [۱].

چون در فواصل بیشتر، انرژی پتانسیل بزرگ می‌شود و یک جفت کوارک-پادکوارک جدید از خلأ به وجود می‌آید و جفت کوارک-پادکوارک به دو جفت تبدیل می‌شود. در این حالت کوارک‌ها همیشه درون

هادرون محدود هستند و هرگز در QCD نمی‌توانند جدا شوند. این ویژگی در شکل ۴-۱ نشان داده شده است.

در حالی که به نظر می‌رسد بسط اختلالی، تنها روش محاسباتی در نظریه میدان کوانتومی باشد، مقدار بزرگ ثابت جفت شدگی QCD (α_s) مانع استفاده از این روش برای سیستمی از کوارک‌ها و گلوئون‌ها می‌شود. از آنجا که QCD خاصیت جالب توجه آزادی مجانبی را دارد، ثابت جفت شدگی موثر α_s به چهار بردار تکانه Q مربوط به برهم کنش‌ها وابسته است:

$$\alpha_s = \frac{12\pi}{a \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}} \quad (1-1)$$

Λ_{QCD} پارامتر مقیاس QCD و برابر $\Lambda_{QCD} \approx 200 \text{ Mev}$ است. و پارامتر a به صورت زیر تعریف

می‌شود:

$$a = 11N_c - 2N_f \quad (2-1)$$

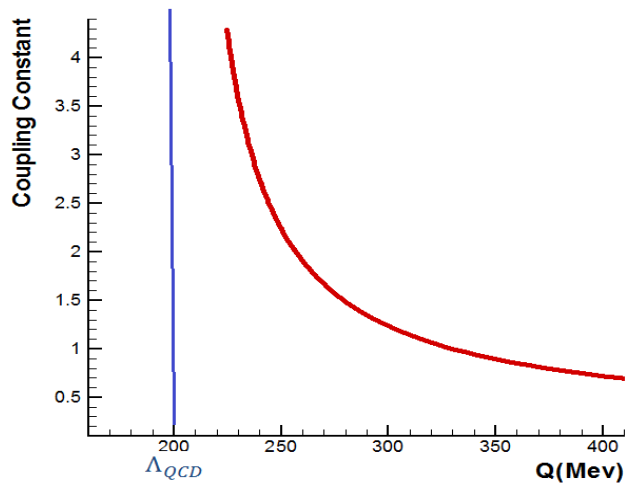
که در این رابطه N_f تعداد طعم‌های کوارک و N_c تعداد رنگ‌های کوارک است.

اگر مقدار پارامتر a منفی باشد همانند QED جفت‌شدگی موثر در فاصله‌های کوتاه افزایش می‌یابد و اگر مقدار این پارامتر مثبت باشد جفت‌شدگی موثر در فاصله‌های کوتاه کاهش می‌یابد. در مدل استاندارد $N_c = 3$ و $N_f = 6$ است در نتیجه $a = 21$ [۲].

به ازای مقادیر مثبت a و با استفاده از معادله (۱-۱)، نمودار α_s بر حسب Q مطابق شکل ۵-۱ است.

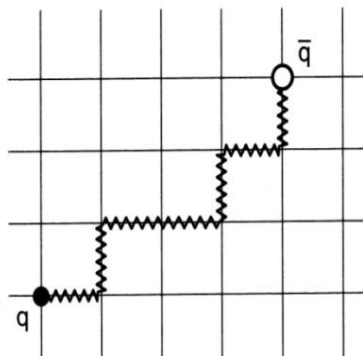
همانطوریکه در شکل ۵-۱ نشان داده شده است هنگامی که شرط $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ برقرار باشد، ثابت

جفت شدگی کوچک می‌شود.



شکل ۱-۵- نمودار ثابت جفت‌شدگی بر حسب چهار بردار تکانه نشان می‌دهد بر هم‌کنش‌های با تکانه بزرگ می‌تواند در روش اختلالی مطالعه شود.

بنابراین به دلیل کوچک بودن ثابت جفت‌شدگی، برهم‌کنش‌های با تکانه بزرگ، می‌توانند در روش اختلالی مطالعه شوند یعنی اینکه در انرژی‌های بالا (Q بزرگ) می‌توان از روش اختلالی استفاده کرد. با توجه به اینکه قدرت جفت‌شدگی QCD در فواصل زیاد، بزرگ می‌شود در نتیجه محاسبات مشکل می‌شود و نمی‌توان از روش اختلالی استفاده کرد و نظریه پیمانه شبکه‌ای (Lattice) ممکن است برای این مسئله مناسب باشد.

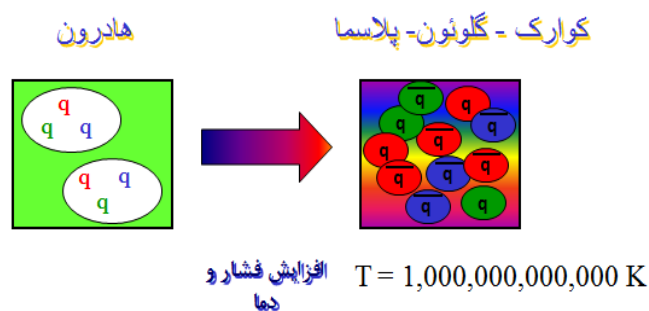


شکل ۱-۶- شماتیکی از کوارک‌ها و گلوئون در مدل شبکه [۱]

فضا- زمان چهار بعدی در این نظریه پیوسته نیست و مانند یک شبکه مشابه با بلورها است که کوارک‌ها نقاط شبکه را اشغال می‌کنند و گلوئون‌ها اتصالات شبکه را تشکیل می‌دهند (شکل ۱-۶). محاسبات QCD در مدل شبکه با استفاده از شبیه سازی مونت- کارلو^۱ انجام می‌شود [۱].

۱-۲- چطور می‌توان کوارک-گلوئون-پلازما (QGP) را در آزمایشگاه تولید کرد؟

در فاز هادرونی کوارک‌های تشکیل دهنده مزون‌ها و باریون‌ها بر طبق اصل محبوسیت به حالت مقید قرار دارند اما اگر دما و فشار زیاد شود در این صورت ماده وارد فاز جدیدی به نام کوارک-گلوئون-پلازما می‌شود که دمای آن در حدود $T \approx 10^{12} K$ درجه کلوین است (شکل ۱-۷).



شکل ۱-۷- شکل‌گیری کوارک-گلوئون-پلازما با افزایش فشار و دما هادرون‌ها

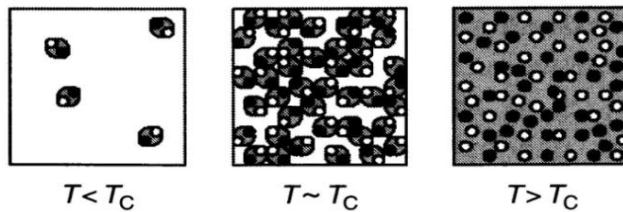
کوارک‌ها و گلوئون‌ها در این محیط متفاوت با پلاسمای معمولی هستند زیرا در محیط پلاسمای کوارک-گلوئونی نیروی غالب، نیروی هسته‌ای قوی است. همچنین این محیط چگالی بسیار بالایی دارد و مقدار آن تقریباً برابر $7 \times 10^8 \frac{kg}{m^3} \cong 4 \frac{Gev}{fm^3}$ می‌باشد [۳].

¹ Monte Carlo

آزادی مجانبی دو روش برای بوجود آوردن کوارک-گلوئون-پلازما پیشنهاد می‌کند:

الف) تولید QGP در دماهای بالای T :

جعبه‌ای را در نظر بگیرید که هیچ ذره‌ای در آن نیست و اصطلاحاً خلأ QCD داریم.

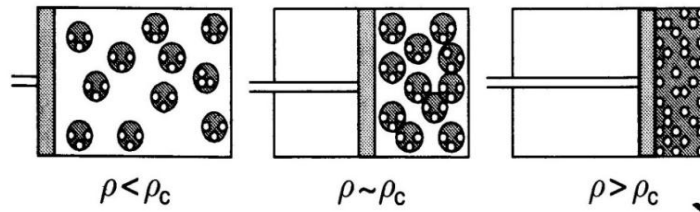


شکل ۱-۸- شکل‌گیری کوارک-گلوئون-پلازما در دماهای بالا [۱].

با افزایش دما، در دماهای پایین هادرون‌های سبکی مانند پیون‌ها و کائون‌ها در این خلأ تولید می‌شوند (شکل ۱-۸). قابل توجه است که در این دماها فقط ذرات بدون رنگ (هادرن‌ها) سبک تولید می‌شود. اندازه هادرون‌ها تقریباً مشابه و در حدود یک فرمی (1fm) است. هادرون‌ها در یک دمای معین همپوشانی را شروع می‌کنند که این دما، دمای بحرانی T_C است. به ازای دماهای بالاتر از دمای بحرانی، سیستم هادرونی تغییر فاز پیدا می‌کند و به یک سیستمی از کوارک‌ها و گلوئون‌ها (QGP) تبدیل می‌شود، بنابراین در QGP تعدادی کوارک (n_q) و به همان تعداد پادکوارک ($n_{\bar{q}}$) تولید می‌شود.

محاسبات عددی شبکه (Lattice) در QCD دمای بحرانی را $T_C = 150 \sim 200 \text{Mev}$ بدست می‌آورد. می‌توان این دما را با دمای مرکز خورشید مقایسه کرد: این دما در مقایسه با دمای مرکز خورشید بالاست. دمای مرکز خورشید $1.3 \text{ev} = 1.5 \times 10^7 \text{k}$ می‌باشد.

ب) تولید QGP در چگالی باریونی (ρ) بالا :



شکل ۹-۱- شکل گیری کوارک-گلوئون-پلازما در چگالی باریونی بالا [۱].

فرض کنید تعداد زیادی باریون داخل یک سیلندر قرار دارد که یک پیستون به آن متصل است. اگر دما ثابت نگهداشته شود و تقریباً برابر $T \sim 0$ باشد و سپس سیستم به طور بی دررو فشرده شود، باریون-هایی که داخل سیلندر قرار دارند در یک چگالی بحرانی معین (ρ_c) همپوشانی می کنند و به ازای چگالی های بالاتر از چگالی بحرانی (ρ_c) به سیستمی از ماده کوارک تبدیل می شود، بنابراین ماده کوارک در چگالی باریونی بالا با $n_q \gg n_{\bar{q}}$ تولید می شود [۱] (شکل ۹-۱).

۱-۳- آیا در طبیعت QGP وجود دارد؟

QGP در دماهای بالا و چگالی باریونی بالا تولید می شود، می توان انتظار داشت که QGP را در سه جا

پیدا کرد:

الف) عالم اولیه

ب) مرکز ستاره های چگال

ج) در مرحله اولیه برخورد یون های سنگین در انرژی های بالا

الف) عالم اولیه: نتیجه‌گیری فریدمن^۱ از جواب گرانشی انیشتین نشان می‌داد که حدود 10^{-5} ثانیه بعد از انفجار بزرگ کیهانی عالم یک گسترش از تکنیکی در زمان صفر را داشته است. در زمان صفر حجم جهان صفر و چگالی انرژی، بی‌نهایت بود. اگر جهان در حال گسترش به سوی انفجار بزرگ به عقب برگردد، ماده و تابش گرمتر و گرمتر می‌شود، نتیجه اش توپ آتش نخستین است. پنزیاس^۲ و ویلسون^۳ دمای تابش زمینه^۴ کیهانی را بدست آوردند و مقدار دما برابر $3 \times 10^{-4} \text{ev} \sim 2.73\text{K}$ است که با آثار باقیمانده این دوره گرم عالم مطابقت دارد. اگر به زمان $10^{-5} \sim 10^{-4}$ برگردیم، عالم احتمالاً گذار فاز QCD را در دمای $T = 150 \sim 200 \text{Mev}$ خواهد داشت و گذار فاز الکتروضعیف^۵ در دمای $T \sim 200 \text{Gev}$ را دارد.

ب) مرکز ستاره های چگال:

سه شاخه پایدار محتمل در ستاره های فشرده وجود دارد: کوتوله‌های سفید^۶، ستاره‌های نوترونی^۷ و ستاره‌های کوارکی^۸. کوتوله‌های سفید از هسته‌ها و الکترون تشکیل شده‌اند، در حالی که اجزای اصلی ستاره‌های نوترونی، نوترون‌های مایع با تعدادی پروتون و الکترون است اگر چگالی مرکزی ستاره‌های نوترونی به یک حد خاص برسد یک احتمال خوب وجود دارد که نوترون‌ها به ماده کوارک، ذوب شود.

ج) حالت سوم یعنی مرحله اول برخورد دو هسته توسط برخورد دهنده‌های یون سنگین:

فرض کنید دو هسته سنگین مانند هسته‌های طلا را با انرژی‌های نسبیتی برخورد کنند و یک برخورد شاخ به شاخ ایجاد شود، در چنین انرژی‌های نسبیتی هسته‌ها تغییر شکل می‌دهند و به دلیل سرعت‌های نسبیتی منقبض می‌شوند همانطوریکه در شکل ۱-۱۰ نشان داده شده است.

¹ Friedmann

² Penzias

³ Wilson

⁴ Background Radiation

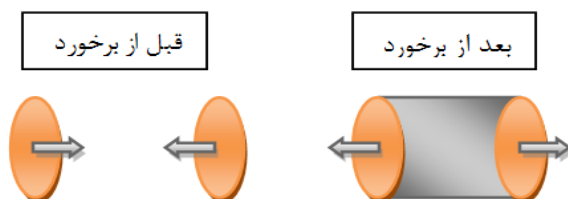
⁵ Electro-Weak

⁶ White Dwarf

⁷ Neutron Star

⁸ Quark Star

هنگامی که انرژی مرکز جرم تقریباً بیشتر از 100 GeV برنوکلئون باشد هسته‌ها تمایل دارند از وسط



شکل ۱-۱۰-۱- شکل‌گیری کوآرک-گلوئون-پلازما در دماهای بالا توسط برخورد دو هسته نسبتی با انرژی تقریبی 100 GeV برنوکلئون [۱]

همدیگر عبور کنند، در لحظات بسیار کوتاه اولیه ماده در فاز QGP قرار دارد و ماده تولید شده چگالی انرژی و دمای بالایی دارند ولی چگالی باریونی پایینی دارند (شکل ۱-۱۰). این شرایط را برخورد دهنده-های یون سنگین نسبیتی (RHIC^۱) در آزمایشگاه‌های ملی بروکهاون^۲ و برخورددهنده هادرون بزرگ (LHC^۳) در سرن^۴ برای ما فراهم می‌کند [۱].

۱-۴- مزون‌های سنگین و QGP

کوآرک-گلوئون-پلازما از کوآرک و پادکوآرک و گلوئون‌های رنگ‌دار غیرمحبوس^۵ تشکیل شده‌اند. یکی از ویژگی‌های اساسی پلاسمای الکترومغناطیسی، پدیده استتار-بار است که با نام طول دبای^۶ شناخته شده می‌شود. این استتار-بار باعث می‌شود پتانسیل کولمبی دور برد در خلأ، به پتانسیل استتار شده در محیط، با برد بسیار کوتاهتر تبدیل شود. پتانسیل کولمبی در خلأ به صورت زیر است:

^۱ Relativistic Heavy Ion Collider

^۲ Brookhaven National Laboratory

^۳ Large Hadron Collider

^۴ Cern

^۵ Deconfinement

^۶ Debye

$$V = \frac{e^2}{r} \quad (3-1)$$

که e بار الکترون است.

و پتانسیل استتار شده در محیط عبارت است از:

$$V = \frac{e^2}{r} \text{Exp}(-\mu_D r) \quad (4-1)$$

که μ_D جرم ویژه استتار است. μ_D را می‌توان به صورت دیگری برحسب شعاع استتار^۱ هم بیان کرد:

$$r_D = \frac{1}{\mu_D} \quad (5-1)$$

برای پلاسمایی که از بارهای رنگ تشکیل شده اند رفتار مشابهی انتظار می‌رود که در مطالعات شبکه نیز مشاهده شده است. در QGP که در دماهای بالاتر از دمای بحرانی T_c وجود دارد، جرم ویژه استتار μ_D شدیداً افزایش می‌یابد که این افزایش μ_D به صورت خطی است و با توجه به اینکه شعاع استتار r_D و جرم ویژه استتار μ_D نسبت عکس دارند، شعاع استتار به همان اندازه کاهش می‌یابد. نظریه اختلال پیشنهاد می‌کند رابطه بین جرم ویژه استتار μ_D و دما T به صورت زیر است:

$$\mu_D \simeq \alpha_s(T)T \Rightarrow r_D \simeq \frac{1}{\alpha_s(T)T} \quad (6-1)$$

که $\alpha_s(T)$ جفت شدگی برهم کنش‌های قوی است و تابعی از دما است. بنابراین با افزایش دما، گستره برهم کنش‌های قوی کاهش قابل توجهی در محیط را نشان می‌دهد.

در ادامه به مطالعه‌ی مزون‌های سنگینی به نام کوارکونیوم^۲ می‌پردازیم. کوارکونیا نوع خاصی از هادرون‌ها هستند. در واقع حالت‌های مقید کوارک‌های سنگین b یا c و پادکوارک‌های آنها \bar{b} یا \bar{c} هستند. حالت‌های مقید $c\bar{c}$ و $b\bar{b}$ به ترتیب، مزون‌های J/ψ و Υ نامیده می‌شوند که انرژی بستگی حالت‌های پایه J/ψ و Υ به ترتیب برابر 0.6 GeV و 1.2 GeV می‌باشد. بنابراین انرژی بستگی حالت‌های پایه آنها بسیار

¹ Screening Radius

² Quarkonium

بزرگتر از مقیاس هادرونی یعنی $\Lambda \simeq 0.2 \text{ GeV}$ می‌باشند. در نتیجه شعاع‌های حالت پایه این مزون‌های سنگین که آنها را r_Q می‌نامیم، خیلی کوچک هستند و در حدود 0.1 fm و 0.2 fm می‌باشند. موقعیت چنین حالت‌هایی در کوارک-گلوئون-پلازما به اندازه نسبی شعاع استتار r_D بستگی دارد:

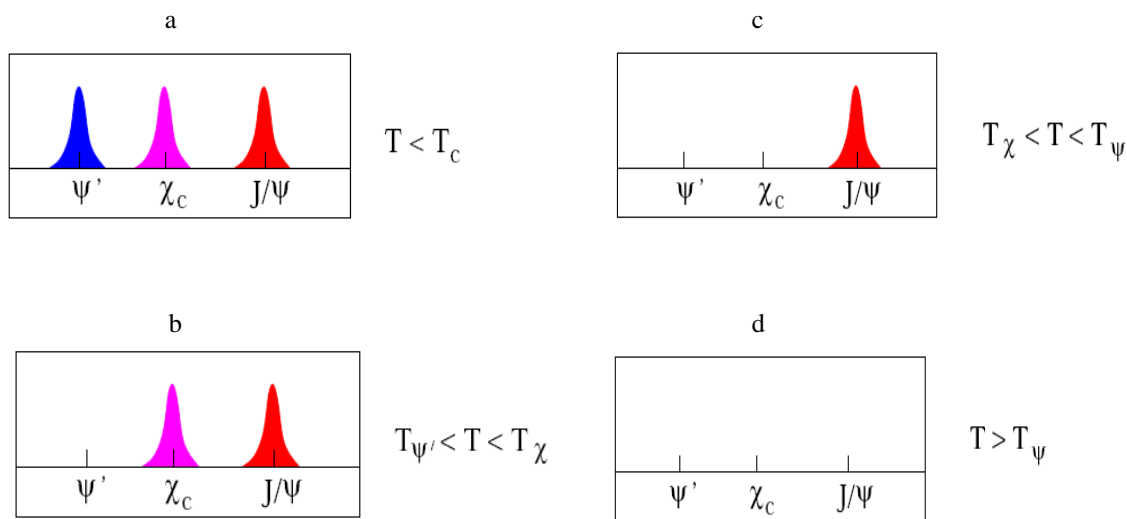
اگر $r_D \gg r_Q$ باشد یعنی اینکه اگر شعاع استتار r_D خیلی بزرگتر از شعاع مزون‌های سنگین r_Q باشد. محیط کوارک سنگین مقید را تحت تاثیر قرار نمی‌دهد. اگر $r_D \ll r_Q$ باشد دو کوارک سنگین یکدیگر را نمی‌بینند، یعنی وجود همدیگر را حس نمی‌کنند در نتیجه حالت مقید ذوب می‌شود. بنابراین می‌توان انتظار داشت که کوارکونیا در بعضی از گستره‌های دما بالای T_c وجود دارد و وقتی که دما به اندازه کافی زیاد شود ذوب می‌شود. چنین رفتاری در مدل شبکه‌ای QCD تایید شده است. حالت‌های برانگیخته کوارکونیوم کمتر مقید هستند یعنی انرژی این حالت‌های برانگیخته کمتر منفی هستند. در نتیجه اندازه آنها نسبت به حالت پایه‌شان بزرگتر است.

این حالت‌های برانگیخته را نیز می‌توان با هادرون‌هایی که از کوارک‌های سبک تشکیل شده‌اند مقایسه کرد:

انرژی بستگی حالت‌های برانگیخته کوارکونیوم بزرگتر از هادرون‌های سبک است، در نتیجه شعاع آنها کوچکتر است. به عنوان مثال می‌توان طیف چارمونیوم^۱ را در نظر گرفت: شعاع $J/\psi(1s)$ که مربوط به حالت پایه است، در حدود 0.2 fm می‌باشد، شعاع طیف‌های دیگر $\chi_c(1p)$ و $\psi'(2s)$ به ترتیب در حدود 0.3 fm و 0.4 fm هستند. چون ذوب وقتی شروع می‌شود که شعاع استتار r_D برابر شعاع بستگی r_Q باشد، می‌توان انتظار داشت که از ذوب حالت‌های مختلف چارمونیوم بتوان دمای QGP را اندازه گرفت. بنابراین آنالیز طیفی تفکیک چارمونیوم می‌تواند به عنوان یک دماسنج در محیط باشد (شکل ۱-۱۱).

فرض می‌کنیم که دمای محیط پلازما نامعلوم باشد، اگر حالت‌های مختلف چارمونیوم ($J/\psi, \chi_c, \psi'$)

^۱ Charmonium



شکل ۱۱-۱- چارمونیوم به عنوان دماسنج [۴].

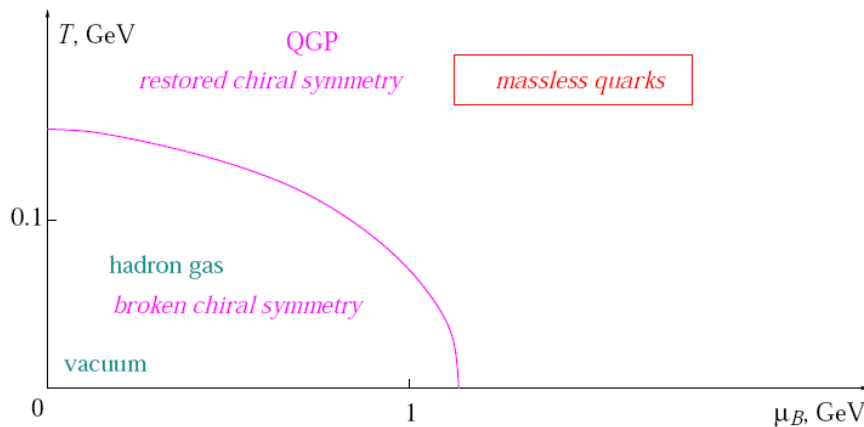
را به داخل محیط بفرستیم و در طرف دیگر وجود داشتن (ذوب شدن) آنها را بررسی کنیم، می‌توانیم دمای محیط را اندازه بگیریم. شکل ۱۱-۱ طیف‌های $J/\psi, \chi_c, \psi'$ را به ازای دماهای مختلف محیط نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۱-۱ قسمت a، می‌بینیم که هر سه طیف وجود دارند یعنی حالت‌های $J/\psi, \chi_c, \psi'$ ذوب نشده‌اند و حد بالای دما داریم، در نتیجه دمای محیط کوچک‌تر از دمای ذوب این سه طیف است ($T < T_c$). در شکل ۱۱-۱ قسمت b، طیف ψ' وجود ندارد که به معنی ذوب شدن ψ' است و دو طیف دیگر وجود دارند بنابراین دمای محیط بزرگ‌تر از دمای ذوب ψ' و کوچک‌تر از دمای ذوب دو حالت $J/\psi, \chi_c$ است و با توجه به اینکه دمای ذوب J/ψ بزرگ‌تر از دمای ذوب χ_c است، دمای محیط $T_{\psi'} < T < T_\chi$ است.

به طور مشابه، با استفاده از طیف بدست آمده در شکل ۱۱-۱ قسمت c و d، می‌توان دمای محیط را

اندازه گرفت [۴].

۱-۵- نمودار فاز QCD

با مروری بر آنچه که از QCD دریافته‌اند، می‌بینیم که کوارک‌ها و گلوئون‌ها به عنوان ذرات بنیادی QCD شناخته می‌شوند و نشان داده شده است که «کوارک-گلوئون-پلازما» یک فاز از QCD است که دمای بالایی دارد. علاوه بر این جفت شدگی کوارک-گلوئون-پلازما، به ازای دماهای بالا یعنی دماهایی که خیلی بزرگتر از مقیاس QCD ($T \gg \Lambda_{QCD}$) هستند، خیلی کوچکتر از یک ($\alpha_s \ll 1$) بدست آمده است. پس مطالعه روی ترمودینامیک QCD ادامه یافته است و خواص مختلف ماده‌ی QCD تحت شرایط خارجی مانند دما و پتانسیل شیمیایی را مطالعه شده است. در ترمودینامیک QCD، جالب‌ترین سوالات به گذارهای فاز محتمل مربوط می‌شود. اخیراً تلاش‌های زیادی شده که وجود نقطه بحرانی در نمودار فاز برهم کنش‌های ماده بیشتر مطالعه شود [۵]. موضوع خیلی مهم این است که آیا نقطه بحرانی در آزمایش‌های برخورد هسته‌های سنگین بدست می‌آید یا خیر؟



شکل ۱-۱۲- نمودار فاز QCD وقتی که تمام کوارک‌ها بدون جرم باشند [۶].

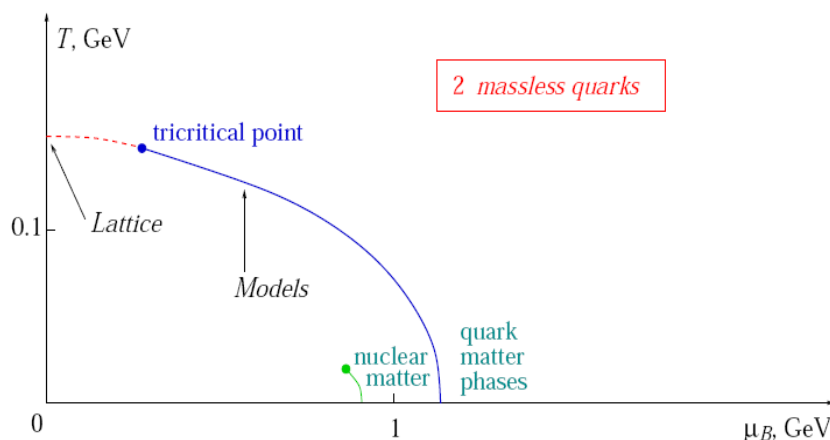
نمودار فاز QCD دو محور دارد:

محور افقی دمای T است و پتانسیل شیمیایی μ_B محور عمودی است (شکل ۱-۱۲). پتانسیل شیمیایی مستقیماً به چگالی خالص کوارک مربوط می‌شود یعنی چگالی کوارک‌ها منهای چگالی پادکوارک‌ها. در دماهای ثابت، μ_B بزرگ‌تر به معنی چگالی خالص کوارک بزرگ‌تر است. می‌توان با قرار دادن $\mu_B = 0$ یا $T = 0$ ویژگی‌های کلی، نمودار فاز QCD را مطالعه کرد. عالم اولیه را هنگامی که دمای آن بیشتر از مقیاس QCD (یعنی حدود 200 MeV) است، را در نظر می‌گیریم، تعداد کوارک‌ها و پادکوارک‌های عالم اولیه تقریباً برابر بودند، در نتیجه $\mu_B = 0$ است. در چنین دماهای بالایی از عالم اولیه پلاسمایی از کوارک‌ها و گلوئون‌ها وجود دارد که به دلیل آزادی مجانبی برهم کنش بین این ذرات ضعیف است. وقتی دما پایین می‌آید عالم سرد می‌شود و برهم کنش‌ها قوی می‌شود که در این حالت دو اتفاق می‌افتد:

اولی محبوسیت است که کوارک و گلوئون هادرون‌ها را تشکیل می‌دهند. بعد از تشکیل هادرون‌ها گذار فاز متصل به فاز محبوسیت نداریم یعنی اینکه در حالت بعدی تحول عالم، پروتون و الکترون بدون اینکه گذار فاز واقعی داشته باشند اتم هیدروژن را تشکیل می‌دهند.

پدیده دومی که اتفاق می‌افتد شکست خودبخودی تقارن تک‌دستی^۱ است. تقارن تک‌دستی یعنی اینکه انواع مختلف کوارک‌های چپ‌دستی (جهت اسپین این کوارک‌ها مخالف جهت حرکت آنهاست) و راست‌دستی (جهت اسپین این کوارک‌ها هم جهت حرکت آنهاست) به یکدیگر تبدیل می‌شوند. اگر کوارک‌ها بدون جرم می‌بودند، تقارن تک‌دستی یک تقارن دقیق از QCD می‌شد (شکل ۱-۱۲). در دنیای واقعی کوارک‌های u و d (دو نوع کوارک‌ها که نوترون و پروتون را تشکیل می‌دهند) بدون جرم نیستند اما خیلی سبک هستند، بنابراین تقارن تک‌دستی دقیق نیست ولی خیلی خوب است.

¹ Chiral



شکل ۱-۱۳- نمودار فاز QCD به ازای کوارک‌های بدون جرم u و d [۶].

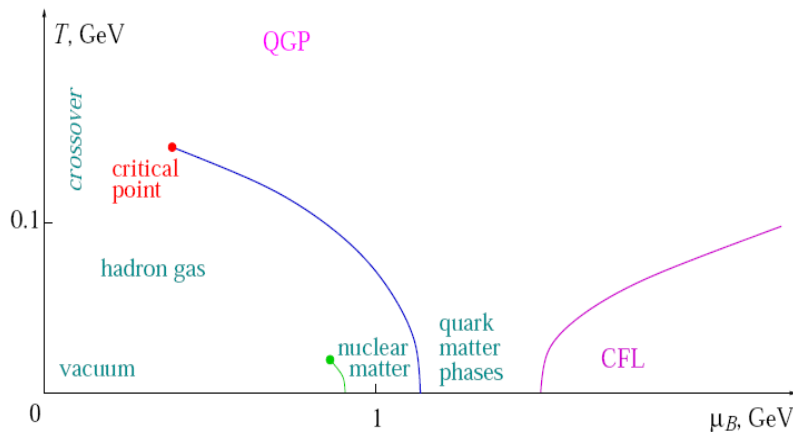
در حد کوارک‌های بدون جرم می‌بایست یک گذار فاز مربوط به شکستن تقارن تک‌دستی وجود داشته باشد.

در سال ۱۹۸۰ پیسارسکی^۱ و ویلزک^۲ نشان دادند که اگر کوارک‌های u و d تنها کوارک‌های مربوط باشند گذار فاز مرتبه دوم داریم (شکل ۱-۱۳) و شبیه سازی مونت کارلو نشان می‌دهد که این گذار فاز، یک گذار فاز مرتبه دوم با دو کوارک بدون جرم در QCD است. در دنیای واقعی جرم‌های کوچک کوارک-های u و d باعث می‌شوند که گذار فاز نداشته باشیم و یک خط دو رگه^۳ داریم (شکل ۱-۱۴). دمای خط دو رگه در حدود 170 MeV است.

اگر دمای صفر را در نظر بگیریم با افزایش پتانسیل شیمیایی μ_B یک افزایش ناگهانی از خلأ به ماده هسته‌ای داریم که هسته اتم را تشکیل می‌دهد.

آنچه که در پتانسیل شیمیایی یا چگالی‌های بالاتر رخ می‌دهد خیلی واضح نیست. اگر کوارک‌های u و d تنها کوارک‌های مربوط باشند در چگالی بسیار بالا تقارن تک‌دستی به شرایط قبلی‌اش برگردد. بنابراین

¹ Pisarski
² Wilczek
³ Crossover



شکل ۱-۱۴- نمودار فاز QCD به ازای جرم کوچک کوارک‌های u و d [۶].

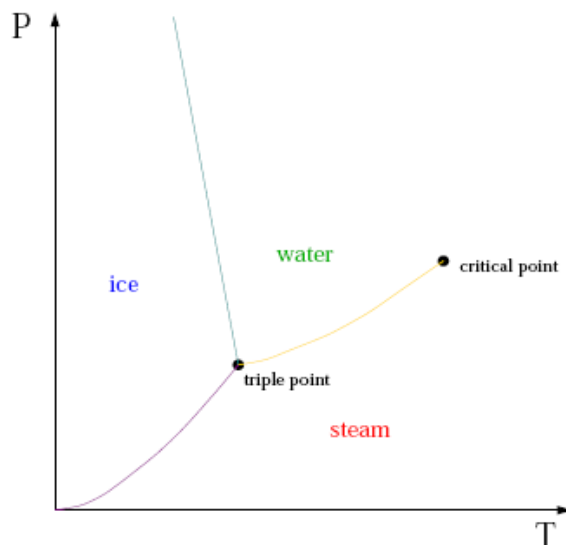
آنجا باید گذار فاز تک‌دستی دیگری روی محور پتانسیل شیمیایی باشد برخلاف گذار تک‌دستی در دماهای متناهی هنوز اطلاعات معتبری درباره مکان و طبیعت این گذار فاز تک‌دستی موجود نیست. مشکل از آنجا ناشی می‌شود که در چگالی‌های باریونی متناهی تمام الگوریتم‌های مونت-کارلو از مسئله fermion sign رنج می‌برند و نمی‌توان نتایج دقیقی داشت.

گذار فاز تک‌دستی باید در یک چگالی بالاتر از ماده هسته‌ای اتفاق بیافتد، ولی ظاهراً تقارن تک‌دستی در ماده هسته‌ای شکسته می‌شود.

یک خط از گذار مرتبه اول وجود دارد که باید در مکانی روی نمودار فاز به پایان برسد نقطه‌ای که خط گذار فاز در آن به پایان می‌رسد نقطه بحرانی است.

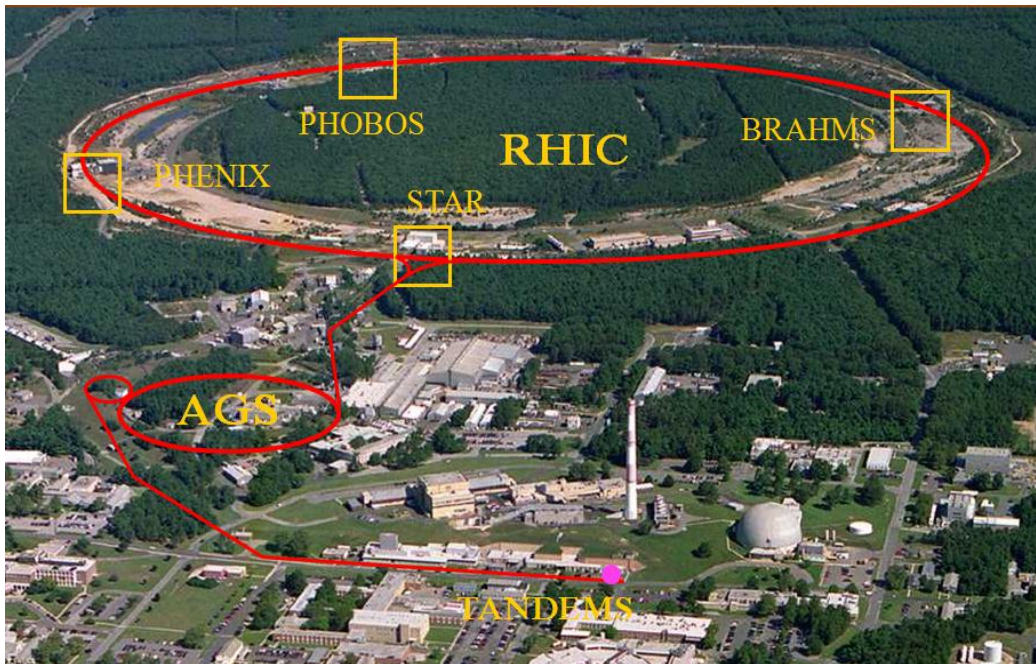
مثالی از یک نمودار فاز، نمودار فاز آب (شکل ۱-۱۵) است که با آن آشنا هستیم:

در این نمودار نقطه‌ی بحرانی نشان داده شده است و در جایی قرار گرفته است که خط گذار فاز به پایان می‌رسد. بالاتر از نقطه‌ی بحرانی، نمی‌توان نوع فاز را مشخص کرد و در واقع هیچ تمایزی بین فاز بخار و مایع وجود ندارد. مشابه چنین نکاتی در نمودار فاز QCD (شکل ۱-۱۴) نیز دیده می‌شود یعنی آنسوی نقطه‌ی بحرانی تمایزی بین فاز هادرونی و فاز کوارک-گلوئون-پلازما وجود ندارد.



شکل ۱-۱۵- نمودار فاز آب [۷].

مکان نقطه‌ی بحرانی QCD به طور کامل نامشخص است. همانطوریکه قبلاً اشاره شد، روش‌های مونت- کارلو از مسئله fermion sign در پتانسیل شیمیایی متناهی رنج می‌برد. این مسئله هنگامی که پتانسیل شیمیایی زیاد بزرگ نیست «یعنی $1 \ll \frac{\mu B}{\pi T}$ » تا اندازه‌ای می‌تواند اصلاح شود. بنابراین اگر نقطه بحرانی در پتانسیل شیمیایی کوچک قرار داشته باشد ممکن است شانس برای مشخص کردن آن وجود داشته باشد. تاکنون محاسبات شبکه‌ای QCD برای پیش بینی یک نقطه برای مکان نقطه بحرانی ناموفق بوده است. آیا می‌توان به طور تجربی نقطه بحرانی را پیدا کرد؟ تنها روشی که می‌توانیم به دماها و چگالی‌های مربوط به برهم‌کنش‌های قوی برسیم این است که هسته‌های سنگین را برخورد دهیم. مانند هسته‌های طلا که هسته آنها ۱۹۷ نوکلئون دارد و نقطه ذوب و جوش آن به ترتیب ۱۳۳۷.۳۳ و ۳۱۲۹ درجه کلوین است. چنین برخوردهایی در حال حاضر در برخورددهنده‌های یون سنگین نسبیتی (RHIC) در آزمایشگاه ملی بروکهاون نزدیک نیویورک انجام می‌شود (شکل ۱-۱۶).



شکل ۱-۱۶- برخورد دهنده یون‌های سنگین نسبیتی (RHIC) که در نیویورک آمریکا واقع شده است.

این برخورد دهنده می‌تواند به ذرات تا ۱۰۰ برابر جرم سکون پروتون انرژی بدهد هنگامی که دو هسته به یکدیگر برخورد می‌کنند مراحل پیچیده‌ای رخ می‌دهد اما نشانه‌های خوبی وجود دارد که برای یک بازه زمانی کوتاه بعد از برخورد مقدار قابل توجهی از ماده مانند سیستمی که به تعادل گرمایی با محیط رسیده باشد، رفتار می‌کند که توسط یک دما و پتانسیل شیمیایی مشخص می‌شود، ولی بر اثر گسترش توپ آتشین اولیه و سرد شدن آن هادرون‌ها شکل می‌گیرند و ماده وارد فاز هادرونی می‌شود. تمامی اطلاعاتی که فیزیکدان‌ها از این محیط بسیار داغ و چگالی کسب می‌کنند به وسیله تابش الکترومغناطیسی زمینه و اثر باقیمانده از هادرون‌های خروجی است که توسط چهار آشکارساز PHOBOS-BRAHMS-STAR-PHENIX ثبت می‌شوند. این فرایند یک مسیر را روی نمودار فاز ترسیم می‌کند که ممکن است از نزدیکی نقطه بحرانی عبور کند. جزئیات این مسئله توسط استیفانوف^۱، راجاگوپال^۲ و شرایک^۱ بحث شده است [۸]. اعتقاد بر این است که در انرژی 200 GeV بر نوکلئون در RHIC

¹Stephanov

²Rajagopal

ناحیه دو رگه را پیدا می‌شود. همچنین بحث‌هایی درباره‌ی پیدا کردن نقطه بحرانی در ماشین قدیمی‌تر SPS^۲ در سرن شده است. نیاز است که برای پیدا کردن نمودار فاز دوبعدی، هسته‌ها در انرژی‌های مختلف برخورد داده شود. معمولاً بالابردن انرژی مرکز جرم ثابت، باعث بوجود آمدن پلاسمای داغ‌تر می‌شود ولی در این حالت پتانسیل شیمیایی کوچک‌تر می‌شود. با خوش شانسی نقطه بحرانی QCD، ممکن است در نمودار فازی به وسیله آزمایش قابل دسترس باشد [۹].

¹ Shuryak

² Super Proton Synchrotron

فصل دوم

معادله حرکت ریسمان و AdS/CFT

- ❖ مروری کوتاه بر مکانیک لاگرانژی
- ❖ معادله حرکت ریسمان غیر نسبیتی
- ❖ کنش و معادله حرکت ذره نسبیتی
- ❖ جهان سطح
- ❖ کنش ریسمان نسبیتی (کنش نامبو-گوتو)
- ❖ معادله حرکت ریسمان نسبیتی
- ❖ تناظر نظریه ریسمان / نظریه پیمانه‌ای
- ❖ پارامترهای دو نظریه در حد بزرگ N

۲-۱- مروری کوتاه بر مکانیک لاگرانژی

لاگرانژی برای یک سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود:

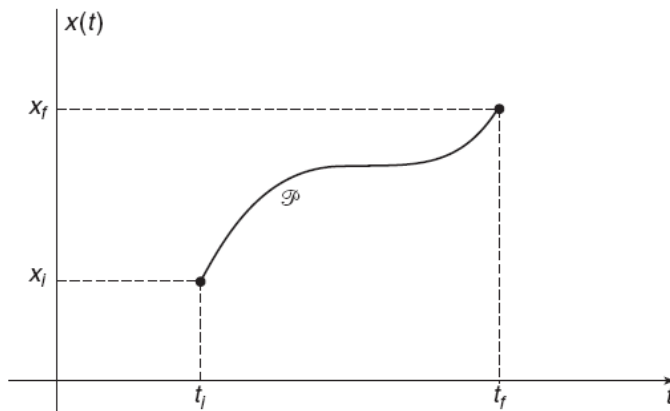
$$L = T - V \quad (۱-۲)$$

که T انرژی جنبشی سیستم و V انرژی پتانسیل سیستم است.

لاگرانژی غیرنسبیتی برای یک ذره به جرم m ، که در راستای محور x حرکت می‌کند و تحت تاثیر پتانسیل مستقل از زمان $V(x)$ قرار دارد، بنابراین برای لاگرانژی نتیجه می‌شود:

$$L(t) = \frac{1}{2}m(\dot{x}(t))^2 - V(x(t)) \quad , \quad \dot{x}(t) \equiv \frac{dx(t)}{dt} \quad (۲-۲)$$

که این لاگرانژی، وابستگی صریحی به زمان ندارد.



شکل ۲-۱- شماتیکی از مسیر \mathcal{P} که نمایش‌دهنده حرکت یک بعدی ذره در بازه زمانی $[t_i, t_f]$ است [۱۰].

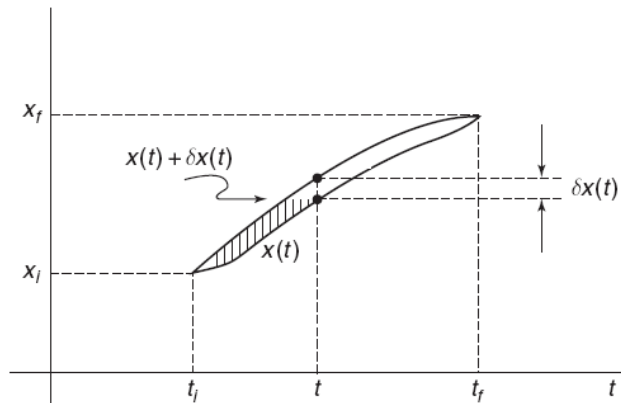
با استفاده از لاگرانژی می‌توان کنش را به صورت زیر تعریف کرد:

$$S = \int L(t) dt \quad (۳-۲)$$

انتگرال‌گیری روی \mathcal{P} است، که \mathcal{P} مسیر $x(t)$ می‌باشد و این مسیر بین مکان اولیه x_i در زمان t_i و مکان نهایی x_f در زمان t_f قرار دارد ($t_f > t_i$) همانطوریکه در شکل ۲-۱ نشان داده شده است.

بر اساس معادله (۲-۲) و (۳-۲) کنش بدست می‌آید:

$$S[x] = \int_{t_i}^{t_f} \left\{ \frac{1}{2} m (\dot{x}(t))^2 - V(x(t)) \right\} dt \quad (۴-۲)$$



شکل ۲-۲- مسیر $x(t)$ و تغییرات آن $x(t) + \delta x(t)$ کنش
 $\delta x(t)$ در $t = t_f$ و $t = t_i$ برابر صفر است [۱۰].

بی‌نهایت مسیر برای $(x_f, t_f) \rightarrow (x_i, t_i)$ وجود دارد. کنش می‌تواند برای هر مسیر $x(t)$ محاسبه شود، بنابراین کنش وسیله قدرتمندی برای پیدا کردن مسیرهای فیزیکی است. در واقع یک مسیر یکتا وجود دارد که متناظر با حرکت واقعی ذره است.

اصل هامیلتون بیان می‌کند که مسیر یکتا چنان است که کنش را کمینه می‌کند. بنابراین تغییرات بی‌نهایت کوچک مسیر را در نظر می‌گیریم و وردش کنش را برابر صفر قرار می‌دهیم یعنی:

$$x(t) \rightarrow x(t) + \delta x(t) \quad , \quad \delta S = 0 \quad (۵-۲)$$

که این تغییرات بی‌نهایت کوچک مسیر، در شکل ۲-۲ نشان داده شده است، نقاط ابتدایی و انتهایی

مسیر وردش ندارند، بنابراین:

$$\delta x(t_i) = \delta x(t_f) = 0 \quad (۶-۲)$$

برای بدست آوردن معادله حرکت باید، $\delta S = 0$ قرارداد. بنابراین ابتدا $S[x + \delta x]$ را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} S[x + \delta x] &= \int_{t_i}^{t_f} \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{d}{dt} (x(t) + \delta(x(t))) \right)^2 - V(x(t) + \delta x(t)) \right\} dt \\ &= S[x] \\ &\quad + \int_{t_i}^{t_f} \left\{ m\dot{x}(t) \frac{d}{dt} \delta x(t) - V'(x(t)) \delta x(t) \right\} dt + \mathcal{O}((\delta x)^2) \end{aligned} \quad (7-2)$$

در نتیجه وردش کنش بدست می آید:

$$\delta S = \int_{t_i}^{t_f} \left\{ m\dot{x}(t) \frac{d}{dt} \delta x(t) - V'(x(t)) \delta x(t) \right\} dt \quad (8-2)$$

حال وردش کنش، را با استفاده از روش جزء به جزء بازنویسی می کنیم:

$$\begin{aligned} \delta S &= \int_{t_i}^{t_f} \left\{ \frac{d}{dt} (m\dot{x}(t) \delta x(t)) - m\ddot{x}(t) \delta x(t) - V'(x(t)) \delta x(t) \right\} dt \\ &= m\dot{x}(t_f) \delta x(t_f) - m\dot{x}(t_i) \delta x(t_i) \\ &\quad + \int_{t_i}^{t_f} \delta x(t) (-m\ddot{x}(t) - V'(x(t))) dt \end{aligned} \quad (9-2)$$

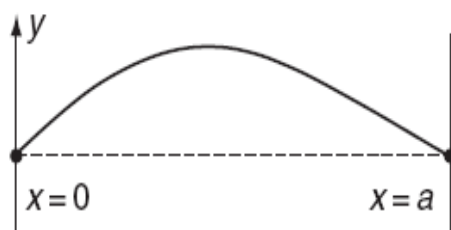
بر اساس معادله (۲-۶) می توان نوشت:

$$\delta S = \int_{t_i}^{t_f} \delta x(t) (-m\ddot{x}(t) - V'(x(t))) dt \quad (10-2)$$

و با قرار دادن $\delta S = 0$ ، معادله حرکت بدست می آید [۱۰]:

$$m\ddot{x}(t) = -V'(x(t)) \quad (11-2)$$

۲-۲- معادله حرکت ریسمان غیر نسبیتی



شکل ۲-۳- شماتیکی از یک ریسمان که دو انتهای آن در نقاط $(0,0)$ و $(a,0)$ در صفحه (x,y) قرار دارد [۱۰].

یک ریسمان همگن در نظر بگیرید که در صفحه (x,y) باشد و دو انتهای ریسمان در نقاط $(0,0)$ و $(a,0)$ است (شکل ۲-۳). این ریسمان در راستای محور x کشیده شده و نوسان‌های آن در راستای محور y می‌باشد. که کشش و جرم بر واحد طول آن، به ترتیب T_0 و μ_0 است. با در نظر گرفتن یک المان طول dx انرژی جنبشی المان به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$dT = \frac{1}{2} dm V^2 \quad (12-2)$$

از آنجائیکه نوسان ریسمان در راستای y می‌باشد پس $V = \frac{\partial y}{\partial t}$ و چون ریسمان همگن است،

$dm = \mu_0 dx$ در نتیجه برای انرژی جنبشی ریسمان می‌توان نوشت:

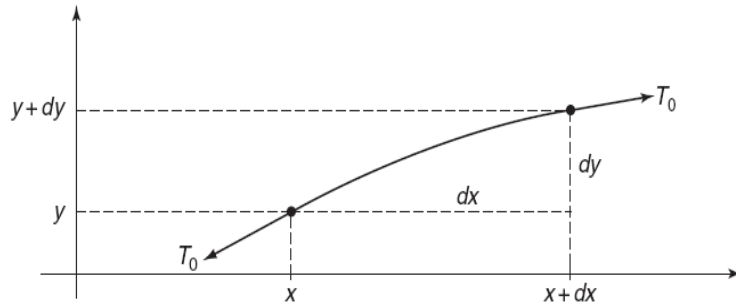
$$T = \int_0^a \frac{1}{2} (\mu_0 dx) \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \quad (13-2)$$

انرژی پتانسیل، همان کار انجام شده برای کشیدن ریسمان است. اگر المان ریسمان در یک لحظه،

از (x,y) تا $(x+dx, y+dy)$ کشیده شود، تغییر طول ریسمان Δl (شکل ۲-۴) بدست می‌آید:

$$\Delta l = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} - dx = dx \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2} - 1 \right) \quad (14-2)$$

با توجه به اینکه فرض شده نوسان‌های ریسمان کوچک هستند، یعنی اینکه: $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) \ll 1$



شکل ۲-۴- شماتیکی از یک قطعه کوچک از یک ریسمان غیرنسبیتی که به طور عرضی نوسان‌های کوچکی دارد.

در نتیجه تغییر طول ریسمان عبارت است از:

$$\Delta l \approx dx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \quad (15-2)$$

آن گاه برای انرژی پتانسیل خواهیم داشت:

$$V = \int_0^a T_0 \Delta l = \int_0^a \frac{1}{2} T_0 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 dx \quad (16-2)$$

بر اساس معادله (۲-۱۳) و (۲-۱۶) لاگرانژی به صورت زیر خواهد بود:

$$L(t) = \int_0^a \left[\frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 - \frac{1}{2} T_0 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \right] dx \equiv \int_0^a \mathcal{L} dx \quad (17-2)$$

که \mathcal{L} چگالی لاگرانژی است و عبارت است از:

$$\mathcal{L} \left(\frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 - \frac{1}{2} T_0 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \quad (18-2)$$

بنابراین کنش ریسمان را می‌توان چنین نوشت:

$$S = \int_{t_i}^{t_f} L(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} dt \int_0^a dx \left[\frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 - \frac{1}{2} T_0 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \right] \quad (19-2)$$

با اعمال تغییرات $y(x, t) \rightarrow y(x, t) + \delta y(x, t)$ وردش کنش را می‌توان بدست آورد:

$$\delta S = \int_{t_i}^{t_f} dt \int_0^a dx \left[\mu_0 \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial(\delta y)}{\partial t} - T_0 \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial(\delta y)}{\partial x} \right] \quad (20-2)$$

که از جملات $(\delta y)^2$ صرفنظر شده است. با استفاده از روش جزء به جزء می‌توان، وردش کنش را

بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \delta S = \int_0^a \left[\mu_0 \frac{\partial y}{\partial t} \delta y \right]_{t=t_i}^{t=t_f} dx + \int_{t_i}^{t_f} \left[-T_0 \frac{\partial y}{\partial x} \delta y \right]_{x=0}^{x=a} dt \\ - \int_{t_i}^{t_f} dt \int_0^a dx \left(\mu_0 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \delta y \end{aligned} \quad (21-2)$$

که این سه عبارت، باید مستقلاً صفر شوند تا معادله حرکت بدست آید. نقاط مرزی ابتدا و انتهای

ریسمان وردش ندارند، بنابراین عبارت اول سمت راست را صفر می‌شود. عبارت دوم با شرایط مرزی نیومن

$$\frac{\partial y}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial y}{\partial x}(t, a) = 0 \text{ داریم: برای } y$$

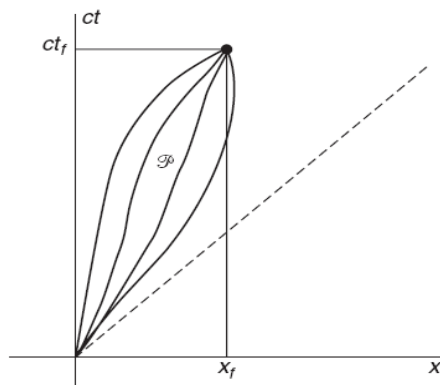
عبارت سوم، حرکت ریسمان را به ازای $x \in (0, a)$ ، $t \in (t_i, t_f)$ مشخص می‌کند، بنابراین شرایط

مرزی $\delta y(t, x)$ را محدود نمی‌کند و ضریب δy باید صفر باشد.

در نتیجه معادله حرکت، چنین نوشته می‌شود [۱۰]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{T_0}{\mu_0} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (22-2)$$

۲-۳- کنش و معادله حرکت ذره نسبیتی



شکل ۲-۵- نمودار فضا-زمان با جهان خط‌هایی که از مبدأ شروع شده و در نقطه (ct_f, \vec{x}_f) به پایان می‌رسد [۱۰].

برای هر سیستم دینامیکی کنش با انتگرال‌گیری لاگرانژی روی زمان بدست می‌آید. برای بدست آوردن کنش ذره نسبیتی، یک ذره را در نظر بگیرید که مسیر فضا-زمان آن از مبدأ شروع شود و در (ct_f, \vec{x}_f) به پایان برسد. مسیرهای زیادی وجود دارد که از مبدأ به (ct_f, \vec{x}_f) ختم شود (شکل ۲-۵). مسیری که ذره، در فضا-زمان طی می‌کند جهان-خط^۱ نامیده می‌شود.

دو شرط باید برای کنش ذره نسبیتی برقرار باشد:

یکی اینکه چون لاگرانژی واحد انرژی دارد، بنابراین کنش باید واحد [زمان] × [انرژی] داشته باشد

یعنی $\frac{ML^2}{T}$. دیگر اینکه کنش باید اسکالر لورنتس باشد که تمام ناظرهای لورنتسی یک مقدار برای جهان-

خط ذره بدست آوردند. زمان ویژه بی‌نهایت کوچک $\frac{ds}{c}$ برای تمام ناظرهای لورنتسی یکی است. بنابراین

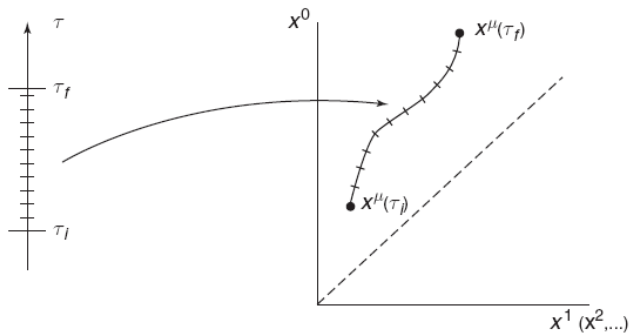
[انرژی سکون ذره] × [زمان ویژه] نیز ناوردای لورنتس است.

در نتیجه با اعمال دو شرط بالا کنش ذره نسبیتی عبارت است از:

¹World Line

$$S = -mc \int_p ds, \quad ds^2 = -\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (23-2)$$

که c سرعت نور است. علامت منفی در کنش از آنجا ناشی می‌شود که باید در حد سرعت‌های پایین $(v \ll c)$ به معادله حرکت ذره غیرنسبیتی رسید.



شکل ۲-۶- شماتیکی از پارامتریزه شدن جهان خط با پارامتر τ [۱۰].

اگر جهان خط \mathcal{P} با پارامتر τ ، پارامتریزه شود (شکل ۲-۶). یعنی مختصات x^μ تابعی از τ شود:

$$x^\mu = x^\mu(\tau) \quad (24-2)$$

در نتیجه، می‌توان ds^2 را به صورت زیر نوشت:

$$ds^2 = -\eta_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} d\tau^2 \quad (25-2)$$

با استفاده از $ds^2 = (ds)^2$ ، کنش بدست می‌آید:

$$S = -mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \sqrt{-\eta_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}} d\tau \quad (26-2)$$

که τ_i و τ_f به ترتیب مقادیر پارامتر در نقاط اولیه و پایانی جهان خط است.

برای بدست آوردن معادله حرکت، وردش کنش δS را وقتی که جهان خط ذره به مقدار کوچک

$\delta x^\mu(\tau)$ تغییر می‌کند، محاسبه می‌شود:

$$\delta S = -mc \int \delta(ds) \quad (27-2)$$

با استفاده از معادله $ds^2 = -\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ و $\eta_{\mu\nu} = \eta_{\nu\mu}$ خواهیم داشت:

$$2ds\delta(ds) = -\eta_{\mu\nu}\delta(dx^\mu)dx^\nu - \eta_{\mu\nu}dx^\mu\delta(dx^\nu) = -2\eta_{\mu\nu}dx^\nu\delta(dx^\mu) \quad (28-2)$$

مسیر جهان خط \mathcal{P} ، با پارامتر τ پارامتریزه شده است، در نتیجه می توان نوشت:

$$\delta(ds) = -\eta_{\mu\nu} \frac{d(\delta x^\mu)}{d\tau} \frac{dx^\nu}{ds} d\tau \quad (29-2)$$

بر اساس معادله (28-2) و (30-2) وردش کنش بدست می آید:

$$\delta S = mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \eta_{\mu\nu} \frac{d(\delta x^\mu)}{d\tau} \frac{dx^\nu}{ds} d\tau \quad (30-2)$$

در نتیجه با استفاده از روش جزء به جزء خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \delta S &= mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \frac{d}{d\tau} \left(\eta_{\mu\nu} \delta x^\mu(\tau) \frac{dx^\nu}{ds} \right) - \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \delta x^\mu(\tau) \left(mc \eta_{\mu\nu} \frac{d}{d\tau} \frac{dx^\nu}{ds} \right) \\ &= mc \eta_{\mu\nu} \delta x^\mu(\tau) \frac{dx^\nu}{ds} \Big|_{\tau_i}^{\tau_f} \\ &\quad - \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \delta x^\mu(\tau) \left(mc \eta_{\mu\nu} \frac{d}{d\tau} \frac{dx^\nu}{ds} \right) \end{aligned} \quad (31-2)$$

مختصات روی مرزها ثابت هستند، بنابراین عبارت اولی سمت راست معادله صفر می شود و در نتیجه با

استفاده از معادله

$$mc \frac{dx^\nu}{ds} = mu^\nu = p^\nu \quad (32-2)$$

می توان وردش کنش را به صورت زیر نوشت:

$$\delta S = - \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \delta x^\mu(t) \eta_{\mu\nu} \frac{dp^\nu}{d\tau} = - \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \delta x^\mu \frac{dp_\mu}{d\tau} \quad (33-2)$$

برای بدست آوردن معادله حرکت، باید $\delta S = 0$ قرار داد و با در نظر گرفتن اینکه، δx^μ اختیاری

است، بنابراین وردش کنش در صورتی صفر است که:

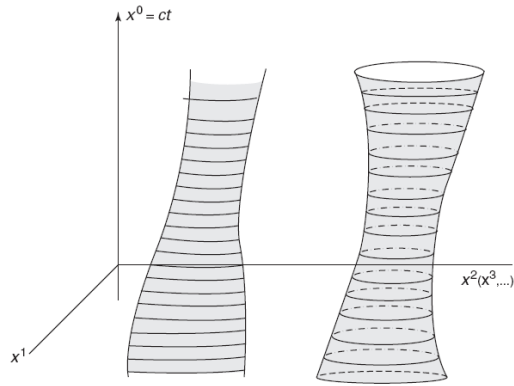
$$\frac{dp_\mu}{d\tau} = 0$$

(۳۴-۲)

که این معادله حرکت ذره نسبیتی است [۱۰].

۲-۴- جهان سطح

ریسمان‌ها می‌توانند دارای دوسر باشند که به اصطلاح ریسمان‌های باز^۱ نامیده می‌شوند یا آنکه در حلقه-های بسته‌ای به خودشان متصل می‌شوند که ریسمان‌های بسته^۲ هستند و یک ریسمان در هر لحظه یک خط را در فضا-زمان اشغال می‌نماید.



شکل ۲-۷- شماتیکی از مسیر طی شده توسط ریسمان بسته (راست) و ریسمان باز (چپ) در فضا-زمان (جهان-سطح) [۱۰].

بنابراین تاریخچه‌اش در فضا-زمان، سطحی دوبعدی است که جهان-سطح^۳ نامیده می‌شود. هر نقطه روی این جهان-سطح با دو بعد مشخص می‌شود که یکی بیانگر زمان و دیگری مشخص‌کننده موقعیت نقطه روی ریسمان می‌باشد. جهان سطح یک ریسمان باز، نواری است که لبه‌هایش نمایشگر مسیر دو سر ریسمان در فضا-زمان می‌باشد (شکل ۲-۷ سمت چپ) صفحه یک ریسمان بسته، استوانه یا لوله‌ایست

¹ Open String

² Closed String

³ World-Sheet

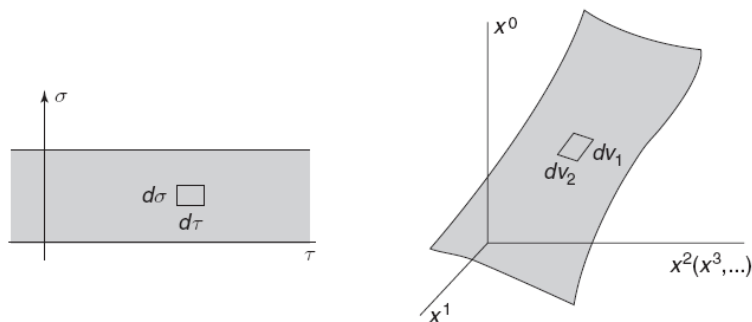
که با یک برش از میانش دایره‌ای بدست می‌آید که موقعیت ریسمان را در لحظه‌ای معین نمایش می‌دهد. (شکل ۷-۲ سمت راست) خطوط ثابت x^0 در این سطوح، ریسمان‌ها هستند [۱۰].

۲-۵- کنش ریسمان نسبیتی (کنش نامبو-گوتو)

کنش ذره نسبیتی با کنش ذره قابل مقایسه است:

کنش ذره نسبیتی با زمان ویژه طی شده روی جهان-خط ذره متناسب است، بنابراین کنش ریسمان‌های نسبیتی را می‌توان متناسب با ویژه سطح که ناوردای لورنتس است تعریف کرد و همچنین باید بعد کنش را در نظر گرفت. که کنش بعد $\frac{ML^2}{T}$ دارد.

کنشی که برای ریسمان نسبیتی بدست می‌آید، کنش نامبو-گوتو^۱ نامیده می‌شود. ریسمان در فضای d بعدی قرار دارد که مختصات فضا-زمان آن $X^\mu = (X^0, X^1, \dots, X^d)$ می‌باشد.



شکل ۲-۸- ویژه سطح در فضا-زمان که شامل دو بردار

$d\vec{v}_1$ و $d\vec{v}_2$ است (شکل سمت راست). فضای پارامتری با

دو پارامتر τ و σ (شکل سمت چپ) [۱۰].

ویژه سطح که دو بردار $d\vec{v}_1$ و $d\vec{v}_2$ دارد (شکل ۲-۸ سمت راست) عبارت است از:

¹ Nambu-Goto

$$dA = |d\vec{v}_1||d\vec{v}_2| \sin \theta = \sqrt{|d\vec{v}_1|^2|d\vec{v}_2|^2 - |d\vec{v}_1 \cdot d\vec{v}_2|^2} \cos^2 \theta \quad (۳۵-۲)$$

که θ زاویه بین بردارهای $d\vec{v}_1$ و $d\vec{v}_2$ است. می توان رابطه را بر حسب ضرب داخلی نوشت:

$$dA = \sqrt{(d\vec{v}_1 \cdot d\vec{v}_1)(d\vec{v}_2 \cdot d\vec{v}_2) - (d\vec{v}_1 \cdot d\vec{v}_2)^2} \quad (۳۶-۲)$$

جهان - سطح را پارامتریزه می کنیم. از آنجایی که جهان - سطح دو بعدی است، برای پارامتریزه کردن

جهان - سطح، فضای پارامتری دو بعدی نیاز است. می توان پارامترهای این فضا را τ و σ انتخاب کرد:

$$X^\mu(\tau, \sigma) = (X^0(\tau, \sigma), X^1(\tau, \sigma), \dots, X^d(\tau, \sigma)) \quad (۳۷-۲)$$

با پارامتریزه کردن جهان - سطح داریم:

$$dv_1^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} d\tau \quad , \quad dv_2^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} d\sigma \quad (۳۸-۲)$$

در نتیجه ویژه سطح به صورت زیر بدست می آید:

$$A = \int d\tau d\sigma \sqrt{\left(\frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial X_\mu}{\partial \tau}\right) \left(\frac{\partial X^\nu}{\partial \sigma} \frac{\partial X_\nu}{\partial \sigma}\right) - \left(\frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial X_\mu}{\partial \sigma}\right)^2} \quad (۳۹-۲)$$

عبارت زیر رادیکال منفی است و می توان عبارت زیر رادیکال را در یک منفی ضرب کرد. این تغییر

علامت، تاثیری در ناوردائی لورنتس ندارد. بنابراین ویژه سطح بدست می آید:

$$A = \int d\tau d\sigma \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial X}{\partial \sigma}\right)^2 - \left(\frac{\partial X}{\partial \tau}\right)^2 \left(\frac{\partial X}{\partial \sigma}\right)^2} \quad (۴۰-۲)$$

برای اینکه کنش، بعد $\frac{ML^2}{T}$ داشته باشد، یک فاکتور را در ویژه سطح که بعد L^2 دارد، ضرب می کنیم،

می توان فاکتور $\frac{T_0}{c}$ را انتخاب کرد که بعد $\frac{M}{T}$ دارد.

با معرفی نماد گذاری زیر:

$$\dot{X}^\mu \equiv \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} \quad , \quad X'^\mu \equiv \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} \quad (۴۱-۲)$$

کنش نامبو - گوتو عبارت است از:

$$S = -\frac{T_0}{c} \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^{\sigma_1} d\sigma \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - (\dot{X})^2 (X')^2} \quad (42-2)$$

که علامت منفی پشت انتگرال برای این است که وقتی انرژی جنبشی ریسمان نسبتی $T = 0$ باشد،

انرژی پتانسیل، مثبت بدست آید. انرژی پتانسیل ذخیره شده منفی، برای ریسمان بی معنی است [۱۰].

۶-۲- معادله حرکت ریسمان نسبیتی

برای بدست آوردن معادله حرکت ریسمان نسبیتی، کنش نامبو-گوتو را می توان به صورت دیگری

نوشت:

$$S = \int_{\tau_i}^{\tau_f} dt L = \int_{\tau_i}^{\tau_f} dt \int_0^{\sigma_1} d\sigma \mathcal{L}(\dot{X}^\mu, X'^\mu) \quad (43-2)$$

که \mathcal{L} چگالی لاگرانژی است و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathcal{L}(\dot{X}^\mu, X'^\mu) = -\frac{T_0}{c} \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - (\dot{X})^2 (X')^2} \quad (44-2)$$

بر اساس معادله (۲-۴۳)، می توان وردش کنش δS را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \delta S &= \int_{\tau_i}^{\tau_f} dt \int_0^{\sigma_1} d\sigma \delta \mathcal{L}(\dot{X}^\mu, X'^\mu) \\ &= \int_{\tau_i}^{\tau_f} dt \int_0^{\sigma_1} d\sigma \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}^\mu} \frac{\partial (\delta X^\mu)}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X'^\mu} \frac{\partial (\delta X^\mu)}{\partial \sigma} \right] \end{aligned} \quad (45-2)$$

با معرفی دو نماد p_μ^σ ، p_μ^τ و محاسبه $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X'^\mu}$ ، $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}^\mu}$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} p_\mu^\tau &\equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}^\mu} = -\frac{T_0}{c} \frac{(\dot{X} \cdot X') X'_\mu - (X')^2 \dot{X}_\mu}{\sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - (\dot{X})^2 (X')^2}} \\ p_\mu^\sigma &\equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X'^\mu} = -\frac{T_0}{c} \frac{(\dot{X} \cdot X') \dot{X}_\mu - (\dot{X})^2 X'_\mu}{\sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - (\dot{X})^2 (X')^2}} \end{aligned} \quad (46-2)$$

در نتیجه وردش کنش، عبارت است از:

$$\delta S = \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^{\sigma_1} d\sigma \left[p_\mu^\tau \frac{\partial(\delta X^\mu)}{\partial \tau} + p_\mu^\sigma \frac{\partial(\delta X^\mu)}{\partial \sigma} \right] \quad (47-2)$$

با استفاده از روش جزء به جزء δS را بازنویسی می‌کنیم:

$$\delta S = \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^{\sigma_1} d\sigma \left[\frac{\partial}{\partial \tau} (\delta X^\mu p_\mu^\tau) + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\delta X^\mu p_\mu^\sigma) - \delta X^\mu \left(\frac{\partial p_\mu^\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial p_\mu^\sigma}{\partial \sigma} \right) \right] \quad (48-2)$$

با توجه به اینکه $\delta X^\mu(t_i, \sigma) = \delta X^\mu(t_f, \sigma) = 0$ برابر صفر هستند. بنابراین عبارت اول در طرف

راست صفر می‌شود. با انتگرال‌گیری و اعمال شرایط مرزی دیریکله معادله حرکت، ریسمان نسبیتی بدست می‌آید [۱۰]:

$$\frac{\partial p_\mu^\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial p_\mu^\sigma}{\partial \sigma} = 0 \quad (49-2)$$

۷-۲- تناظر نظریه ریسمان / نظریه پیمان‌های

نظریه ابرریسمان^۱ یک نظریه سازگار در ۱۰ بعد است که به نظر می‌رسد نظریه کوانتومی گرانشی باشد و فقط یک ثابت بنیادی در این نظریه نقش اساسی دارد. می‌توان موارد دیگری از قدرت و زیبایی نظریه ریسمان، به عنوان یک «نظریه همه چیز» برشمرد. اما سوال اساسی این است که رابطه نظریه ریسمان و نظریه‌های میدان پیمان‌های چیست؟ در این بخش ما این تناظر را مطالعه می‌کنیم که بین یک نظریه پیمان‌های در انرژی‌های پایین روی یک مجموعه از D_3 -غشاهای^۲ منطبق بر هم و نظریه ابر ریسمان نوع IIB در یک زمینه فضا-زمان است.

همانطوریکه قبلاً اشاره شد، QCD که اجزای اصلی آن کوارک‌ها و گلوئون‌ها هستند، یک نظریه میدان کوانتومی است. در واقع، یک نظریه یانگ-میلز $SU(3)$ است. تناظری که مطالعه خواهد شد، بیان

¹ Superstring Theory

² Brane

می‌کند که یک نظریه یانگ-میلز $SU(N)$ با بیشینه ابرتقارن^۱ در فضا-زمان ۴ بعدی مینکوفسکی با یک نظریه ابر ریسمان نوع IIB معادل است.

فضا-زمان ۱۰ بعدی در این نظریه اُبرریسمان یک شکل خاص می‌گیرد: یک کره پنج بعدی S^5 و پنج بعد دیگر فضای غیرفشرده آنتی‌دوسیتته^۲ است که AdS_5 علامت اختصاری آن است و ثابت انحنای آن منفی است. نظریه اُبرتقارن یانگ-میلز $SU(N)$ ، یک نظریه، همدیس است (CFT^۳). یک نوعی از نظریه، که هیچ پارامتر بعدداری ندارد.

قسمت AdS، تناظر AdS/CFT مربوط به بخشی از فضا-زمان است که ریسمان‌های بسته حرکت می‌کنند و CFT مربوط به نظریه پیمانه‌ای می‌باشد. تناظر AdS/CFT یک معادل بین یک نظریه پیمانه‌ای و یک نظریه ریسمان است. اگرچه نظریه‌های پیمانه‌ای به ریسمان‌های باز مربوط می‌شوند، تناظر شامل یک نظریه ریسمان بسته است. علاوه بر این، ریسمان‌های بسته در یک هندسه زمینه غیرعادی قرار دارند. گاهی تناظر، دوگان نیز نامیده می‌شود: به این معنی که فیزیک یکسان، توسط دو مجموعه متفاوت توصیف می‌شود، یعنی ریسمان‌های بسته و نظریه پیمانه‌ای. چون نظریه یانگ-میلز $SU(N)$ بیشترین اُبر-تقارنی را دارد، فیزیک این نظریه پیمانه‌ای کاملاً از QCD یعنی نظریه یانگ-میلزی که هیچ اُبرتقارنی ندارد، متفاوت است. ما هنوز، توصیف نظریه ریسمان QCD، را نمی‌دانیم اما کشف تناظر AdS/CFT ما را به وجود چنین توصیف‌هایی امیدوار می‌کند. تناظر تابحال اثبات نشده است. ابتدا با بعضی استدلال‌های ابتکاری بدست آمد ولی اکنون دلیلی برای شک کردن به تناظر وجود ندارد.

یکی از این استدلال‌ها، توجه به حد انرژی پایین است، ابتدا یک مجموعه از N تا D_3 -غشای موازی را در فضا-زمان ۱۰ بعدی در نظر بگیرید. نظریه ریسمان روی این زمینه، شامل مدهای ریسمان باز و

¹Supersymmetry

²Anti De Sitter

³Conformal Field Theory

ریسمان‌های بسته است. ریسمان‌های بسته برانگیختگی‌های فضای تهی هستند و ریسمان‌های باز روی انتهای D-غشاها، مدهای برانگیخته‌ی D-غشاها را توصیف می‌کنند.

در حد انرژی‌های پایین، می‌توان انرژی‌هایی را در نظر گرفت که کوچکتر از مقیاس انرژی $\frac{1}{l_s}$ ریسمان هستند که l_s طول ریسمان است:

$$E \ll \frac{1}{\sqrt{\alpha'}} \quad , \quad \alpha' = l_s^2 \quad (۵۰-۲)$$

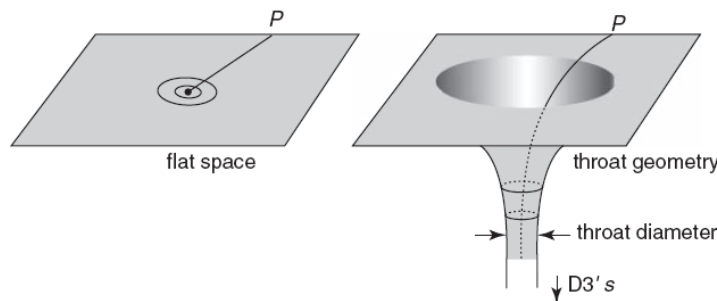
به روش دیگری هم می‌توان حد انرژی پایین را مطالعه کرد:

انرژی و ثابت جفت شدگی (g) را ثابت در نظر گرفت و α' را به سمت صفر میل داد. در این حالت، فقط مدهای ریسمان بدون جرم، برانگیخته می‌شود و حالت‌های سنگین ریسمان‌های باز، روی D-غشاها قابل دسترسی نیستند. بنابراین فیزیک روی غشاها بوسیله میدان‌های بدون جرم یانگ-میلز $U(N)$ کنترل می‌شوند. در حالی که $\alpha' \rightarrow 0$ می‌رود، ریسمان‌های بسته که روی تمام فضا-زمان منتشر می‌شوند، آزاد می‌شوند.

در این حالت ثابت 10 بعدی نیوتن یعنی $G^{(10)} \sim g^2 \alpha'^4$ که برهم‌کنش ریسمان‌های بسته را کنترل می‌کند به سمت صفر می‌رود. پس درنهایت برهم‌کنش‌های بین میدان‌های فضا-زمان و میدان‌های $U(N)$ روی غشاها به سمت صفر می‌رود. نتیجه اینکه نظریه ابرتقارنی یانگ-میلز $U(N)$ روی D_3 -غشاها و ریسمان‌های بسته روی فضا-زمان 10 بعدی مینکوفسکی جدا می‌شوند. در واقع نظریه یانگ-میلز $U(N)$ یک میدان پیمان‌های جفت نشده است. باقیمانده کامل، برهم‌کنشی نظریه پیمان‌های یانگ-میلز $SU(N)$ است [۱۰].

۲-۷-۱- تجسم فضای $AdS_5 \times S^5$

می‌توان سیستم مشابه N تا D_3 -غشاهای منطبق را از نقطه نظر دیگری بررسی کرد. جوابی که D_3 -غشاها را توصیف می‌کند شامل یک افق در انتهای دهانه بی‌نهایت قرار دارد (شکل ۲-۹). برای تجسم کردن چنین جوابی، ابتدا یک جرم نقطه‌ای در مبدا یک فضای تخت با دو بعد فضایی (شکل ۲-۹ سمت چپ) را در نظر بگیرید هندسه فضای تخت چنان است که در فاصله r دور از جرم، محیط دایره‌ای که جرم نقطه‌ای را محاط کرده، $2\pi r$ است. فرض کنید که ما به جرم نقطه‌ای نزدیک می‌شویم، همانطوریکه در شکل دیده می‌شود محیط دایره به سمت صفر می‌رود. اگر هندسه مانند شکل سمت راست باشد جرم نقطه‌ای در فاصله بی‌نهایت، پایین بخش گلوبی است.



شکل ۲-۹- یک جرم نقطه‌ای در مبدا یک فضای تخت دو بعدی. با نزدیک شدن به جرم نقطه‌ای محیط دایره‌ای که این جرم نقطه‌ای را محاط کرده، به سمت صفر می‌رود (شکل سمت چپ). در شکل سمت راست، جرم نقطه‌ای در فاصله بی‌نهایت پایین دهانه قرار دارد و محیط دایره‌ای که جرم را محاط کرده، به سمت مقدار ثابتی نزدیک می‌شود [۱۰].

علاوه بر این در پایین این بخش استوانه‌ای، محیط دایره‌ای که اطراف جرم را گرفته به یک ثابتی نزدیک می‌شود که محیط دهانه نامیده می‌شود، دایره در انتهای بی‌نهایت افق^۱ نامیده می‌شود. حال

¹ Horizon

می‌توانیم به D_3 -غشاها برگردیم که در طول x^1, x^2, x^3 امتداد یافته که D_3 -غشاها در فضای ۶ بعدی عرضی (عمود) x^4, \dots, x^6 نقطه به نظر می‌رسید.

در فضای ۶ بعدی عرضی غشاها توسط کره‌های پنج بعدی محاط شده‌اند. این کره‌های پنج بعدی با دایره‌ای که در دو بعد جرم نقطه‌ای را محاط کرده بود، قابل مقایسه است. بخش گلوبی با یک افق در فضای عرضی قرار دارد. برای اینکه از دهانه به غشاها برسیم باید فاصله بی‌نهایت را طی کرد. در حالی که ما به پایین دهانه حرکت می‌کنیم، کره‌های پنج بعدی که اطراف غشاها را گرفته‌اند به یک حجم ثابت نزدیک می‌شوند، شعاع R مربوط به این حجم، شعاع افق نامیده می‌شود [۱۰].

۲-۷-۲- پدیده انتقال به سرخ برای D_3 -غشاها

پدیده انتقال به سرخ برای D_3 -غشاها اتفاق می‌افتد. برانگیختگی‌های انرژی نزدیک ناحیه افق برای ناظری که در بی‌نهایت قرار دارد مثل برانگیختگی‌هایی است که انرژی آنها در حال کوچک شدن است، در ادامه این نکته را بیشتر توضیح خواهیم داد.

جواب D_3 -غشاها در ابرگرانش به صورت زیر است:

$$ds^2 = f^{-\frac{1}{2}}(-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + f^{\frac{1}{2}}(dr^2 + r^2 d\Omega_3^2)$$

$$f = 1 + \frac{R^4}{r^4}, \quad R^4 \equiv 4\pi g_s \alpha'^2 N \quad (51-2)$$

از آنجا که مولفه g_{tt} ثابت نیست، انرژی که ناظر در مکان r اندازه‌گیری می‌کند (E_p) و انرژی که یک ناظر در بی‌نهایت اندازه‌گیری می‌کند (E) توسط یک عامل انتقال به سرخ به هم مربوط می‌شوند:

$$E = f^{-\frac{1}{4}} E_p \quad (52-2)$$

در نتیجه، انرژی یک ذره هرچه به $r = 0$ نزدیکتر می‌شود از نظر ناظر بی‌نهایت کمتر می‌شود حال یک نظریه ابرگرانش در حد انرژی‌های پایین که در آن فقط مدهای نوسانی بدون جرم، اهمیت دارند، را در نظر بگیرید: از نظر ناظر بی‌نهایت دو نوع از مدهای نوسانی در نظریه وجود دارد:

اول مدهای نوسانی بدون جرم که در فضای حجم منتشر می‌شوند که طول موج این مدها خیلی بزرگ است.

دوم اینکه مدهایی که بسیار نزدیک به $r = 0$ هستند. مدهای نوسانی انتشار شده در فضای حجم از مدهای نوسانی نزدیک ناحیه افق ($r = 0$)، جدا هستند. چرا که سطح مقطع جذب این مدها به صورت $\sigma \sim \omega^3 R^3$ تغییر می‌کند که ω انرژی است و به خاطر پدیده انتقال به سرخ در نزدیکی افق ($r = 0$) انرژی کم و در نتیجه سطح مقطع کاهش می‌یابد، در نتیجه از نظر ناظر بی‌نهایت بین مدهای درون فضای حجم و مدهای نزدیک افق هیچ برهم کنشی وجود ندارد [۱۱].

در نهایت دو مجموعه جدا داریم: (۱) یک مجموعه از ریسمان‌های بسته در فضای تخت که نمایش دهنده‌ی ناحیه دور هستند و (۲) مجموعه نزدیک افق. بنابراین دو توصیف از پیکربندی D_3 -غشاها وجود دارد. در حد انرژی پایین در هر دو توصیف، دو زیر مجموعه جدا شده داریم که در هر دو توصیف یکی از زیرمجموعه‌ها، ریسمان‌های بسته آزاد در فضا-زمان تخت بود.

زیرمجموعه دیگر در هر دو توصیف باید مطابقت داشته باشد:

اولی که توسط یک نظریه یانگ-میلز $SU(N)$ داده شد.

دومی ناحیه نزدیک افق با زمینه IIB برای یک مجموعه از N تا D_3 -غشاها است. ناحیه نزدیک افق، می‌تواند به طور مستقیم از متریک که جواب گرانشی است، بدست می‌آید [۱۰]. هندسه نزدیک افق را می‌توان در حد $r \ll R$ بدست آورد که عبارت است از:

$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{r^2}{R^2} dr^2 + R^2 d\Omega_5^2 \quad (۵۳-۲)$$

که متریک فضای $AdS_5 \times S^5$ می‌باشد و S^5 کره پنج بعدی است که شعاع آن دقیقاً R است و فضای پنج بعدی AdS_5 به فضا-زمان ۴ بعدی غشاها و بعد شعاعی روی فضای عرضی نسبت داده می‌شود. از تحلیل بالا به حدس مالداسنا می‌رسیم:

نظریه اَبَرمتقارن پیمانهای با تقارن $U(N)$ و اَبَر تقارن $\mathcal{N} = 4$ در چهار بعد با نظریه اَبَرریسمان نوع IIB بر روی متریک زمینه $AdS_5 \times S^5$ دوگان می‌باشد [۱۱].

۸-۲- پارامترهای دو نظریه در AdS/CFT و حد بزرگ N

به موجب این دوگان برای یک فیزیک مشابه دو توصیف وجود دارد: اولی یک مجموعه از D_3 -غشاها و دومی یک پیکربندی گرانشی.

حال پارامترهای نظریه در تناظر AdS/CFT را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. نظریه یانگ-میلز $SU(N)$ دو پارامتر بدون بعد دارد: ثابت جفت شدگی یانگ-میلز g_{YM} و N ثابت.

در نظریه اَبَرریسمان نوع IIB روی $AdS_5 \times S^5$ نیز دو پارامتر بدون بعد دارد: جفت شدگی ریسمان g و شعاع S^5 که در واحد طول ریسمان بیان می‌شود یعنی: $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$. به طور خلاصه:

$$g_{YM}, N \quad \text{یانگ-میلز} \qquad g, \frac{R}{\sqrt{\alpha'}} \quad \text{ریسمان‌های نوع IIB}$$

پارامترهای این دو نظریه به صورت زیر به هم مربوط می‌شوند:

$$g = g_{YM}^2 \qquad , \qquad \frac{R^4}{\alpha'^2} = g_{YM}^2 N \qquad (۵۳-۲)$$

رابطه سمت چپ معادله بالا نشان می‌دهد که جفت شدگی ضعیف یانگ-میلز به جفت شدگی ضعیف g دلالت دارد. چون کارکردن با این نظریه‌ها در جفت شدگی ضعیف ساده‌تر است، در این حالت ممکن

است به نظر برسد که دوگان برای آزمون ساده باشد: هر دو نظریه باید در جفت‌شدگی ضعیف امتحان شود و نتایج مقایسه شوند.

فرض کنید ثابت جفت‌شدگی یانگ-میلز g_{YM} کوچک باشد و N متناهی باشد.

رابطه سمت راست معادله بالا بیان می‌کند که $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ کوچک است یا به طور معادل شعاع کره پنج-بعدی S^5 خیلی کوچک است. در این حالت، مطالعه‌ی ابرریسمان‌های نوع IIB نسبتاً مشکل است. برای اینکه محاسبات ساده باشد، باید جفت‌شدگی ضعیف و $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ بزرگ باشد.

اگر کره پنج‌بعدی S^5 بزرگ باشد، انحنایش کوچک است و نظریه ابرریسمان می‌تواند به دقت توسط یک نظریه‌ای که محاسباتش آسانتر است تقریب زده شود.

اگر $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ بزرگ باشد، $\lambda = g_{YM}^2 N$ که جفت‌شدگی توفت^۱ نامیده می‌شود، نیز بزرگ است.

اگر N های بزرگ در نظر گرفته شود و g_{YM} کوچک باشد:

در این حالت، جفت‌شدگی توفت نقش ثابت جفت‌شدگی موثر در نظریه یانگ-میلز را بازی می‌کند. جفت‌شدگی توفت باید برای نظریه یانگ-میلز کوچک باشد تا کار کردن، ساده باشد. برای اینکه نظریه نوع IIB ساده باشد نیاز است که جفت‌شدگی توفت λ بزرگ باشد.

به طور خلاصه محاسبات آسان در گرانش به محاسبات سخت در نظریه پیمان‌های با جفت‌شدگی قوی، ترجمه می‌شود و شرایط زیر برقرار است:

$$g_{YM} \ll 1 \quad , \quad g_{YM}^2 N \gg 1 \quad N \text{ خیلی بزرگ} \quad (۵۴-۲)$$

که این همان حد بزرگ N ، توفت معروف است [۱۰].

^۱ THoof

فصل سوم

محاسبه پتانسیل کوارک-پادکوارک

- ❖ گذار فاز محبوسیت/غیرمحبوسیت در محیط کوارک
- ❖ مزون سنگین ایستا در کوارک-گلوئون-پلازما
- ❖ اثبات فرمول فاصله بین کوارک-پادکوارک در دمای متناهی
- ❖ حد ریزمان‌های کوتاه برای فاصله بین کوارک-پادکوارک در حضور ماده کوارکی
- ❖ پتانسیل کوارک-پادکوارک در محیط کوارکی در فاز کوارک-گلوئون-پلازما
- ❖ وابستگی طول تفکیک به دما در فاز کوارک-گلوئون-پلازما
- ❖ وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز کوارک-گلوئون-پلازما
- ❖ تفکیک در فاز هادرونی و اشتباه مقاله‌ی [۱۲]
- ❖ وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز هادرونی
- ❖ تصحیحات گاوس- بونت برای مزون سنگین ایستا
- ❖ مزون سنگین چرخان در محیط کوارک
- ❖ مقایسه طول تفکیک حالت‌های برانگیخته و پایه در فاز کوارک-گلوئون-پلازما

۳-۱- گذار فاز محبوسیت / غیرمحبوسیت در محیط کوارک

برای توصیف کوارک-گلوئون-پلازما در حضور ماده کوارکی، باید سیاهچاله ریسنر-نوردستروم AdS را در نظر گرفت یعنی دوگان کوارک-گلوئون-پلازما RNAdS BH است. در مرجع [۱۲] نشان داده شد که در مدل هولوگرافی QCD، فاز هادرونی توسط فضای AdS گرمائی باردار شده (tc AdS) توصیف می‌شود. در واقع، دوگان فاز هادرونی در حضور ماده کوارکی، tc AdS با IR cutoff است که در اینجا سیاهچاله نداریم. دوگان‌های این دو فاز، قابل مقایسه هستند. در حد $m \rightarrow 0$ می‌توان از RNAdS BH به tc AdS رسید. می‌خواهیم تفکیک مزون سنگین در محیط تشکیل شده از کوارک‌های سبک و گلوئون‌ها را مطالعه کنیم. ابتدا بعضی روابط مفید را معرفی می‌کنیم [۱۲].

کنش اقلیدسی توصیف کننده کوارک‌های سبک عبارت است از :

$$S = \int d^5x \sqrt{G} \left[\frac{1}{2\kappa^2} (-\mathcal{R} + 2\Lambda) + \frac{1}{4g^2} F_{MN} F^{MN} \right] \quad (۱-۳)$$

که G_{MN} برابر است با :

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(-f(z) dt^2 + d\vec{x}^2 + \frac{1}{f(z)} dz^2 \right) \quad (۲-۳)$$

تابع متریک $f(z)$ برای tc AdS برابر است با:

$$f(z) = 1 + q^2 z^6 \quad (۳-۳)$$

و تابع متریک $f(z)$ برای RNAdS BH برابر است با:

$$f(z) = 1 - mz^4 + q^2 z^6 \quad (۴-۳)$$

که m و q به ترتیب به جرم و بار سیاهچاله مربوط می‌شوند.

افق سیاهچاله را می‌توان از شرط $f(z_+) = 0$ بدست آورد. بنابراین جرم سیاهچاله برحسب z_+

عبارت است از:

$$m = \frac{1}{z_+^4} + q^2 z_+^2 \quad (5-3)$$

و دمای هاوکینگ سیاهچاله RNAdS از رابطه زیر بدست می آید:

$$T = \frac{1}{\pi z_+} \left(1 - \frac{1}{2} q^2 z_+^6 \right) \quad (6-3)$$

برای توضیح دادن ماده کوارکی، میدان پیمانه‌ای حجم، $A(z)$ به صورت زیر است که در معادله انیشتین و ماکسول صدق می کند [۱۲].

$$A(z) = i(2\pi^2\mu - Qz^2) \quad (7-3)$$

که μ ، پتانسیل شیمیایی و Q چگالی تعداد کوارک است و رابطه Q با بار سیاهچاله عبارت است از:

$$Q = \sqrt{\frac{3g^2\mathcal{R}^2}{2\kappa^2}} q \quad (8-3)$$

با اعمال شرایط مرزی دیریکله بر روی معادله (۷-۳) در افق $A(z_+) = 0$ چگالی تعداد کوارک Q را به صورت زیر بازنویسی کرد :

$$Q = \frac{2\pi^2\mu}{z_+^2} \quad (9-3)$$

می توان افق سیاهچاله Z_+ را بر حسب پتانسیل شیمیایی μ و دمای T بدست آورد. بار سیاهچاله بر حسب دما و افق سیاهچاله به صورت زیر است :

$$q = \frac{\sqrt{2(1 - \pi T Z_+)}}{Z_+^3} \quad (10-3)$$

بنابراین بر اساس معادله (۸-۳) و (۹-۳) و (۱۰-۳) می توان نوشت:

$$\frac{2\pi^2\mu}{z_+^2} = \sqrt{\frac{3g^2\mathcal{R}^2}{2\kappa^2}} \left(\frac{\sqrt{2(1 - \pi T Z_+)}}{Z_+^3} \right) \quad (11-3)$$

از حل معادله (۱۱-۳) نتیجه می شود:

$$z_+^2 + \frac{3\pi T g^2 \mathcal{R}^2}{4\pi^4 \mu^2 \kappa^2} z_+ - \frac{3g^2 \mathcal{R}^2}{4\pi^4 \mu^2 \kappa^2} = 0 \quad (12-3)$$

در نهایت افق سیاهچاله بر حسب دما و پتانسیل شیمیایی عبارت است از:

$$z_+ = \frac{3g^2\mathcal{R}^2}{8\pi^4\mu^2\kappa^2} \left(\sqrt{\pi^2 T^2 + \frac{16\pi^4\mu^2\kappa^2}{3g^2\mathcal{R}^2}} - \pi T \right) \quad (13-3)$$

که می‌توان عدد رنگ n را به صورت زیر تعریف کرد:

$$n = \frac{\kappa^2}{g^2\mathcal{R}^2} = \frac{N_f}{N_c} \quad (14-3)$$

که N_f تعداد طعم و N_c تعداد رنگ است.

بنابراین z_+ به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$z_+ = \frac{3}{8\pi^4 n \mu^2} \left(\sqrt{\pi^2 T^2 + \frac{16\pi^4 n \mu^2}{3}} - \pi T \right) \quad (15-3)$$

برای مورد AdS_{tc}، شرایط مرزی در IR cutoff به صورت زیر است:

$$A(z_{IR}) = -i\pi^2\mu \quad (16-3)$$

با استفاده از معادله (7-3) و (16-3) داریم:

$$i(2\pi^2\mu - Qz_{IR}^2) = -i\pi^2\mu \quad (17-3)$$

در نتیجه بر اساس معادله (8-3) و (17-3) رابطه بین پتانسیل شیمیایی و بار سیاهچاله q عبارت

است از:

$$q = \frac{3\pi^2}{z_{IR}^2} \sqrt{\frac{2\kappa^2}{3g^2\mathcal{R}^2}} \mu \quad (18-3)$$

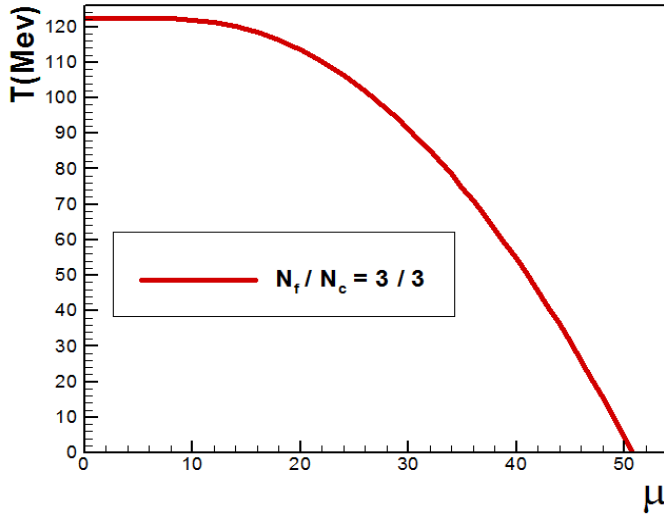
در نهایت دما و پتانسیل شیمیایی برای نقطه گذار فاز غیرمحبوسیت به صورت زیر است:

$$\mu_c = \frac{1}{2\pi^2 z_{IR}} \sqrt{\frac{3N_c}{N_f} \frac{(z_{IR}^4 - 2z_+^4)}{z_+^2(9z_+^2 - 2z_{IR}^2)}} \quad (19-3)$$

$$T_c = \frac{1}{\pi z_+} \left(1 - \frac{(z_{IR}^4 - 2z_+^4)}{z_{IR}^2(9z_+^2 - 2z_{IR}^2)} \right) \quad (20-3)$$

می‌توان محدوده Z_+ را بدست آورد. در واقع با تعیین علامت معادله (۳-۱۹) محدوده Z_+ بدست می‌-

آید. بنابراین حدود Z_+ ، $\frac{\sqrt{2}}{3} Z_{IR} < Z_+ \leq \frac{1}{2^4} Z_{IR}$ می‌باشد که $Z_{IR} = 1/323 \text{Mev}$.



شکل ۳-۱- نمودار فاز دما بر حسب پتانسیل شیمیایی به ازای $\frac{N_f}{N_c} = \frac{3}{3}$

بر اساس معادله‌های بالا نمودار فاز غیرمحبوسیت بدست می‌آید: با استفاده از معادله (۳-۱۹)، به

ازای، $\frac{N_f}{N_c} = 1$ افق سیاهچاله Z_+ بر حسب μ_c چنین نوشته می‌شود:

$$Z_+ = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}\pi^4 Z_{IR}^4 \mu_c^2 + \sqrt{9Z_{IR}^4 + 54\pi^4 Z_{IR}^6 \mu_c^2 + 8\pi^8 Z_{IR}^8 \mu_c^4}}{3(1 + \sqrt{2})(1 + 6\pi^4 Z_{IR}^2 \mu_c^2)}} \quad (۳-۲۱)$$

و همچنین دمای بحرانی را می‌توان بازنویسی کرد:

$$T_c = \frac{1}{\pi Z_+} \left(1 - \frac{N_f}{N_c} \frac{(2\pi)^2 \mu_c^2 Z_+^2}{3} \right) \quad (۳-۲۲)$$

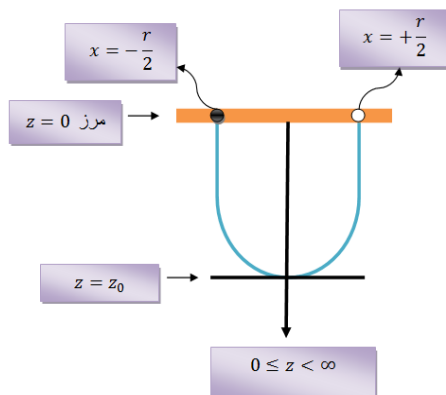
اگر $\frac{N_f}{N_c} = 1$ را در نظر بگیریم با استفاده از روابط (۳-۲۱) و (۳-۲۲) نمودار فاز بدست می‌آید. با

جایگذاری معادله (۳-۲۱) در معادله (۳-۲۲) نمودار فاز دما بر حسب پتانسیل شیمیایی بدست می‌آید.

وقتی که دمای بحرانی $T_c = 0$ باشد، پتانسیل شیمیایی بحرانی $\mu_c = 50.8 \text{ MeV}$ است و اگر پتانسیل شیمیایی بحرانی $\mu_c = 0$ را در نظر بگیریم دمای بحرانی $T_c = 122 \text{ MeV}$ می‌باشد. همانطوریکه در (شکل ۱-۳) نشان داده شده است [۱۲].

۲-۳- مزون سنگین ایستا در کوارک-گلوئون-پلازما

می‌خواهیم انرژی بستگی مزون سنگین در محیط کوارک-گلوئون-پلازما را مطالعه کنیم. حالت مقید کوارک-پادکوارک سنگین را می‌توان دو انتهای ریسمان باز در مرز AdS توصیف کرد (شکل ۲-۳).



شکل ۲-۳- شماتیکی از یک مزون که با استفاده از AdS/CFT به صورت یک ریسمان باز در نظر گرفته شده است.

چون پلازما از کوارک‌های سبک و گلوئون تشکیل شده، در طرف گرانش می‌تواند توسط سیاهچاله RNAdS توصیف شود. بنابراین فرض می‌کنیم که ریسمان باز در زمینه RNAdS BH قرار دارد. کنش نامبو-گوتو ریسمان عبارت است از:

$$S = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-\det g_{ab}} = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{(\dot{x} \cdot x')^2 - x'^2 \dot{x}^2} \quad (23-3)$$

که α' عکس کشش ریسمان است. a و b پارامترهای جهان-سطح هستند که نمادهای \dot{x} و x' عبارت است از:

$$\dot{x} = \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau}, \quad x' = \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \quad (24-3)$$

به دلیل درجات آزادی τ و σ ، پیمانه‌ی استاتیک را در نظر می‌گیریم:

$$\tau = t, \quad \sigma = x, \quad z = z(x) \quad (25-3)$$

بنابراین مختصات جهان-سطح ریسمان عبارت است از:

$$x^\mu = (t, x, 0, 0, z(x)) \quad (26-3)$$

بر اساس معادله بالا، برای \dot{x} و x' داریم:

$$\dot{x} = \frac{\partial x^\mu}{\partial t} = (1, 0, 0, 0, 0), \quad x' = \frac{\partial x^\mu}{\partial x} = (0, 1, 0, 0, z') \quad (27-3)$$

که پریم در Z' به معنی مشتق نسبت به x است. بر اساس معادله (2-3) و (27-3) می‌توان چنین نوشت:

$$\dot{x} \cdot x' = 0, \quad \dot{x}^2 = -\frac{R^2}{z^2} f(z), \quad x'^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(1 + \frac{z'^2}{f(z)} \right) \quad (28-3)$$

در نتیجه کنش ریسمان بدست می‌آید:

$$S = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int dt \int dx \frac{R^2}{z^2} \sqrt{f(z) + z'^2} \quad (29-3)$$

فرض می‌کنیم دو انتهای ریسمان باز، روی مرز AdS در $x = \pm \frac{r}{2}$ ، قرار گرفته باشد. بنابراین کنش به صورت زیر است:

$$S = -\frac{\beta R^2}{2\pi\alpha'} \int_{-r/2}^{r/2} dx \frac{1}{z^2} \sqrt{f(z) + z'^2} \quad (30-3)$$

که β ، دوره تناوب مختصه زمانی است.

می‌توان چگالی لاگرانژی را از معادله بالا بدست آورد:

$$\mathcal{L} = -\frac{\beta R^2}{2\pi\alpha'} \frac{\sqrt{f(z) + z'^2}}{z^2} \quad (31-3)$$

با مقایسه با مکانیک ذره، هامیلتونی نتیجه می‌شود:

$$H = z' \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z'} - \mathcal{L} = -\frac{\beta R^2}{2\pi\alpha'} \frac{1}{z^2} \frac{f(z)}{\sqrt{f(z) + z'^2}} \quad (32-3)$$

که مشتق لاگرانژی \mathcal{L} نسبت به z' برابر است با:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z'} = -\frac{R^2\beta}{2\pi\alpha'} \frac{1}{z^2} \frac{z'}{\sqrt{f(z) + z'^2}} \quad (33-3)$$

پارامتر z_0 را معرفی می‌کنیم که بیشینه مقدار ریسمان باز، در جهت z است که در $z = z_0$ مقدار

$z' = 0$ می‌باشد. با این شرط هامیلتونی در $z = z_0$ بدست می‌آید:

$$H = -\frac{R^2\beta}{2\pi\alpha'} \frac{1}{z_0^2} \frac{f(z_0)}{\sqrt{f(z_0)}} \quad (34-3)$$

بنابراین هامیلتونی کمیته پایسته است. براساس معادله (32-3) و (34-3) می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{z_0^2} \frac{f(z_0)}{\sqrt{f(z_0)}} = \frac{1}{z^2} \frac{z'}{\sqrt{f(z) + z'^2}} \quad (35-3)$$

با استفاده از $z' = \frac{dz}{dx}$ داریم:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{z^2} \frac{\sqrt{f(z)}}{\sqrt{f(z_0)}} \sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)} \quad (36-3)$$

$$dx = z^2 \frac{\sqrt{f(z_0)}}{\sqrt{f(z)}} \frac{dz}{\sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)}} \quad (37-3)$$

در نتیجه، فاصله کوارک-پادکووارک r بدست می‌آید:

$$\int_{-\frac{r}{2}}^0 dx = \int_0^{z_0} dz z^2 \frac{\sqrt{f(z_0)}}{\sqrt{f(z)}} \frac{1}{\sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)}} \quad (38-3)$$

$$r = 2 \int_0^{z_0} dz z^2 \frac{\sqrt{f(z_0)}}{\sqrt{f(z)}} \frac{1}{\sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)}} \quad (39-3)$$

۳-۳- اثبات فرمول فاصله بین کوارک-پادکوارک در دمای متناهی

اگر سیاهچاله‌ی شوارتزشیلد را در نظر بگیریم یعنی $q = 0$. رابطه‌ی r در مقاله‌ی [۱۳] بدست آمده است. در این قسمت این رابطه را با ذکر جزئیات دنبال می‌کنیم.

در مرجع [۱۳] نشان داده شد رابطه زیر برای فاصله بین کوارک-پادکوارک r برقرار است:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \left(x - \frac{r}{2} \right) = \pm \sqrt{a^4 - 1} \int_a^Y \frac{dy}{\sqrt{(y^4 - 1)(y^4 - a^4)}} \quad (40-3)$$

که U_0 افق سیاهچاله است و a, Y به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$a = \frac{U_*}{U_0}, \quad Y = \frac{U}{U_0} \quad (41-3)$$

ماکزیمم مقدار ریسمان در جهت بعد اضافه U_* است و دمای هاوکینگ T_H و جفت‌شدگی g_{eff} با

رابطه زیر به هم مربوط می‌شوند:

$$T_H = \frac{U_0}{\pi g_{eff}} \quad (42-3)$$

می‌توان انتگرال معادله (۴۰-۳) را به شکل انتگرال بیضوی نوشت:

تغییر متغیر زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\omega(y) = \frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{a} + \frac{a}{y^2} \right) \quad (43-3)$$

با استفاده از معادله فوق، معادله درجه چهارمی بر حسب y بدست می‌آید:

$$y^4 - 2ay^2\omega + a^2 = 0 \quad (44-3)$$

در نتیجه y عبارت است از:

$$y = \left(a[\omega + \sqrt{\omega^2 - 1}] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (45-3)$$

می‌توان dy را به صورت زیر نوشت:

$$dy = \frac{1}{2} \left(\frac{a[\omega + \sqrt{\omega^2 - 1}]}{\omega^2 - 1} \right)^{\frac{1}{2}} d\omega \quad (46-3)$$

در نتیجه رابطه (40-3) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \left(x - \frac{r}{2} \right) = \pm \frac{\sqrt{a^4 - 1}}{2\sqrt{a^3}} \quad (47-3)$$

$$\int a \frac{d\omega}{\sqrt{\omega^2 - 1}} \sqrt{\frac{\omega + \sqrt{\omega^2 - 1}}{((a[\omega + \sqrt{\omega^2 - 1}])^2 - 1)((\omega + \sqrt{\omega^2 - 1})^2 - a^2)}}$$

صورت و مخرج زیر رادیکال سمت راست معادله فوق را در $(\omega - \sqrt{\omega^2 - 1})^2$ ضرب می‌کنیم، در

نتیجه داریم:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \left(x - \frac{r}{2} \right) = \pm \frac{\sqrt{a^4 - 1}}{4\sqrt{a^3}} \int \frac{d\omega}{\sqrt{\omega^2 - 1}} \sqrt{\frac{\omega - \sqrt{\omega^2 - 1}}{\omega^2 - \frac{2a^2 + a^4 + 1}{4a^2}}} \quad (48-3)$$

بر اساس معادله (43-3) می‌توان $\omega(a)$ و $\omega(Y)$ را به صورت زیر نوشت:

$$\gamma = \omega(a) = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right), \quad z = \omega(Y) = \frac{1}{2} \left(\frac{Y^2}{a} + \frac{a}{Y^2} \right) \quad (49-3)$$

با استفاده از معادله (49-3) داریم:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \left(x - \frac{r}{2} \right) = \pm \frac{\sqrt{a^4 - 1}}{4\sqrt{2}\sqrt{a^3}} \int \frac{d\omega}{\sqrt{\omega^2 - 1}} \sqrt{\frac{2(\omega - \sqrt{\omega^2 - 1})}{\omega^2 - \gamma^2}} \quad (50-3)$$

معادله زیر برای $\omega > 1$ برقرار است:

$$\sqrt{\omega + 1} - \sqrt{\omega - 1} = \sqrt{2(\omega - \sqrt{\omega^2 - 1})} \quad (51-3)$$

بر اساس معادله (49-3)، (50-3) و (51-3) فاصله کوارک- پادکووارک عبارت است از:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \left(x - \frac{r}{2} \right) = \pm \frac{\sqrt{a^4 - 1}}{4\sqrt{2}\sqrt{a^3}} \left[\int_{\gamma}^z \frac{d\omega}{\sqrt{(\omega - 1)(\omega^2 - \gamma^2)}} - \int_{\gamma}^z \frac{d\omega}{\sqrt{(\omega + 1)(\omega^2 - \gamma^2)}} \right] \quad (52-3)$$

با استفاده از معادله پیوست (الف-۲۳) می‌توان انتگرال فوق را محاسبه کرد. در نتیجه داریم:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \left(x - \frac{r}{2} \right) = \pm \frac{1}{4\sqrt{\gamma}} \frac{\sqrt{a^4 - 1}}{\sqrt{a^3}} \left[F \left(\sin^{-1} \sqrt{\frac{z - \gamma}{z + 1}}, \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2\gamma}} \right) - F \left(\sin^{-1} \sqrt{\frac{z - \gamma}{z + 1}}, \sqrt{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} \right) \right] \quad (۵۳-۳)$$

با در نظر گرفتن $x = 0$ و حد $z \rightarrow \infty$ ، فاصله بین کوارک-پادکووارک r بر حسب a عبارت است از:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \frac{r}{2} = \frac{1}{4\sqrt{\gamma}} \frac{\sqrt{a^4 - 1}}{\sqrt{a^3}} \left[K \left(\sqrt{\frac{\gamma + 1}{2\gamma}} \right) - K \left(\sqrt{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} \right) \right] \quad (۵۴-۳)$$

برای بدست آوردن معادله فوق از معادله پیوست (الف-۱۲) استفاده شده است.

اگر حد $a \rightarrow \infty$ را روی معادله فوق اعمال کنیم، با استفاده از دستور series نرم‌افزار Maple، می‌توان

بسط معادله بالا را به صورت زیر بدست آورد:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \frac{r}{2} = \left(\frac{0.59}{a} - \frac{0.119}{a^5} - \frac{3.5 \times 10^{-11}}{a^7} - \frac{0.059}{a^9} - \dots \right) \quad (۵۵-۳)$$

صورت عبارت سوم سمت راست معادله بالا، تقریباً برابر صفر است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. در

نتیجه داریم:

$$\frac{U_0}{g_{eff}} \frac{r}{2} = c \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{5a^5} - \frac{1}{10a^9} - \dots \right) \quad (۵۶-۳)$$

ثابت c عبارت است از:

$$c = \sqrt{2} E \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} K \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\sqrt{2} \pi^{\frac{3}{2}}}{\Gamma \left(\frac{1}{4} \right)^2} \approx 0.59 \quad (۵۷-۳)$$

که ثابت c با استفاده از معادله (۵۵-۳) و معادلات پیوست (الف-۱۴) و (الف-۱۹)، تعیین شده

است [۱۳].

۳-۴- حد ریسمان‌های کوتاه برای فاصله بین کوارک-پادکوارک در

حضور ماده کوارکی

فاصله بین کوارک-پادکوارک در حضور ماده کوارکی در بخش ۳-۲ از معادله (۳۹-۳) بدست می‌آید:

$$r = 2 \int_0^{z_0} dz z^2 \frac{\sqrt{f(z_0)}}{\sqrt{f(z)}} \frac{1}{\sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)}} \quad (39-3)$$

حد $\epsilon \simeq 0 \rightarrow z_0$ را برای معادله (۳۹-۳) در نظر می‌گیریم که مربوط به ریسمان‌های کوتاه است و با

استفاده از این تقریب، تابع متریک $f(z)$ یعنی معادله (۴-۳) در نقطه z_0 برابر $f(\epsilon) \simeq 1$ است.

در نتیجه معادله (۳۹-۳) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{r}{2} = \int_0^\epsilon \frac{dz}{\sqrt{-q^2 z^6 + m z^4 - 1}} \quad (58-3)$$

با تغییر متغیر زیر

$$z = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (59-3)$$

داریم:

$$\frac{r}{2} = \int_{\frac{1}{z_0^2}}^\infty \frac{dx}{\sqrt{-q^2 + mx - x^3}} \quad (60-3)$$

جواب انتگرال بالا بر حسب انتگرال‌های بیضوی ناکامل بدست می‌آید (معادله پیوست (الف-۲۴)).

با مقایسه با معادله پیوست (الف-۲۴) پارامترهای a, b, c با استفاده از معادله‌های زیر بدست می‌آید:

$$a + b + c = 0, \quad abc = -q^2, \quad (ab + ac + bc) = -m \quad (61-3)$$

۳-۵- پتانسیل کوارک-پادکوارک در محیط کوارکی در فاز کوارک-

گلوئون-پلازما

برای انرژی مزون سنگین در محیط کوارکی با استفاده از معادله (۳-۳۰) می‌توان نوشت:

$$V = \frac{S}{\beta} = -\frac{R^2}{\pi\alpha'} \int_{-\frac{r}{2}}^0 dx \frac{1}{z^2} \sqrt{f(z) + z'^2} \quad (۳-۶۲)$$

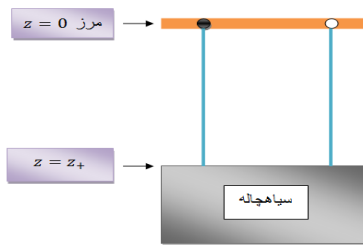
انرژی مزون سنگین را با استفاده از معادلات (۳-۳۵) و (۳-۳۸) بازنویسی می‌کنیم:

$$V = -\frac{R^2}{\pi\alpha'} \int_0^{z_0} dz \frac{1}{z^2} \frac{\sqrt{f(z)}}{\sqrt{f(z) - \frac{f(z_0)z^4}{z_0^4}}} \quad (۳-۶۳)$$

این انرژی در $z = 0$ واگرا می‌شود باید آن را بهنجار کنیم.

به این منظور دو ریسمان باز مستقیم که از مرز شروع شده و تا افق سیاهچاله ادامه می‌یابند را در نظر

می‌گیریم که دو کوارک آزاد سنگین را نشان می‌دهد (شکل ۳-۳).



شکل ۳-۳- شماتیکی از دو ریسمان باز مستقیم که دو کوارک آزاد سنگین را نشان می‌دهند و از مرز AdS شروع شده و تا افق سیاهچاله ادامه دارند.

با انتخاب زیر:

$$\tau = t, \sigma = z, x_1 = const \quad (۳-۶۴)$$

در نتیجه داریم:

$$x^\mu = (t, const, 0, 0, z(x)) \quad , \quad \dot{x} = (1, 0, 0, 0, 0) \quad , \quad x' = (0, 0, 0, 0, 1) \quad (۶۵-۳)$$

کنش در این حالت عبارت است از:

$$S = -\frac{R^2\beta}{\pi\alpha'} \int_0^{z_+} dz \frac{1}{z^2} \quad (۶۶-۳)$$

انرژی برای دو کوارک آزاد سنگین بدست می‌آید:

$$V_f = -\frac{R^2}{\pi\alpha'} \int_0^{z_+} dz \frac{1}{z^2} \quad (۶۷-۳)$$

در نتیجه‌ی بازبهنجارش، انرژی مزون سنگین عبارت است از:

$$V_b = V - V_f = -\frac{R^2}{\pi\alpha'} \left[\int_0^{z_0} dz \frac{1}{z^2} \frac{\sqrt{f(z)}}{\sqrt{f(z) - \frac{f(z_0)z^4}{z_0^4}}} - \int_0^{z_+} dz \frac{1}{z^2} \right] \quad (۶۸-۳)$$

فاصله جدایی کوارک-پادکوارک جایی است که $V_b = 0$ است و این فاصله را طول تفکیک (طول

استتار) می‌نامیم. در اینجا ما کمیت‌های فیزیکی را در نقطه تفکیک، $V_b = 0$ مطالعه خواهیم کرد پس

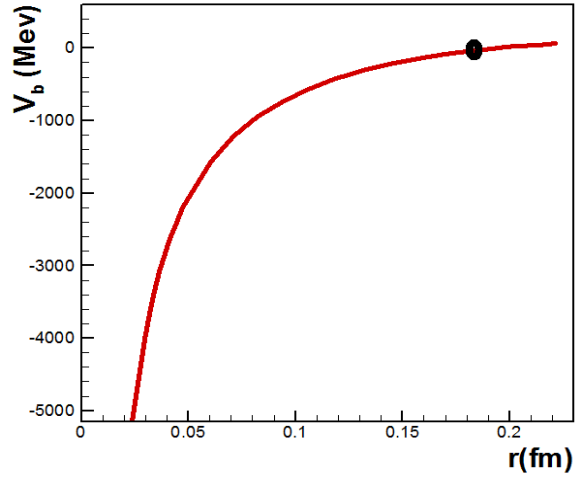
ضریب $\frac{R^2}{\pi\alpha'}$ نقشی ندارد. برای مطالعه کمیت‌های فیزیکی در نقطه تفکیک، معادله‌های (۳۹-۳) و (۶۸-۳)

را به کار می‌بریم که حل تحلیلی این معادلات بسیار مشکل می‌باشد و باید از روش‌های عددی استفاده

کرد. اگر $\mu = 30\text{Mev}$ و $T = 200\text{Mev}$ باشد که مربوط به فاز کوارک-گلوئون-پلازما است (شکل ۳-۱)،

انرژی بستگی V_b با استفاده از حل عددی برای عدد رنگ $n = 1$ ، به فاصله بین کوارک-پادکوارک r

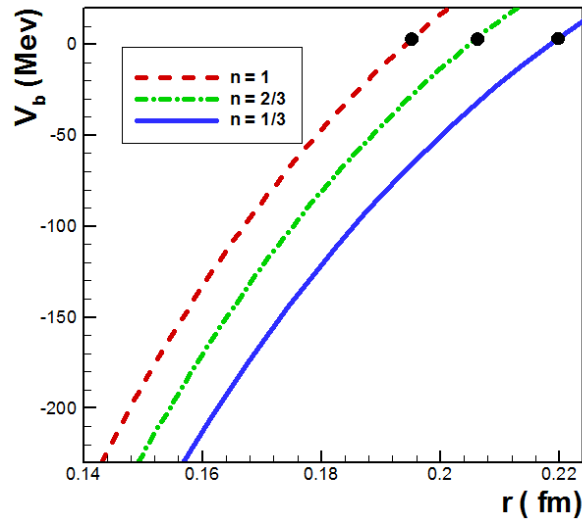
وابسته است (شکل ۳-۴).



شکل ۳-۴- نمودار انرژی بستگی کوآرک-پادکوآرک به فاصله بین آنها در فاز کوآرک-گلوئون-پلازما

به ازای، $T = 200\text{MeV}$ ، $\mu = 30\text{MeV}$ و $n = 1, 2/3, 1/3$ ، وابستگی انرژی بستگی V_b به فاصله بین

کوآرک-پادکوآرک r رسم شده است (شکل ۳-۵).



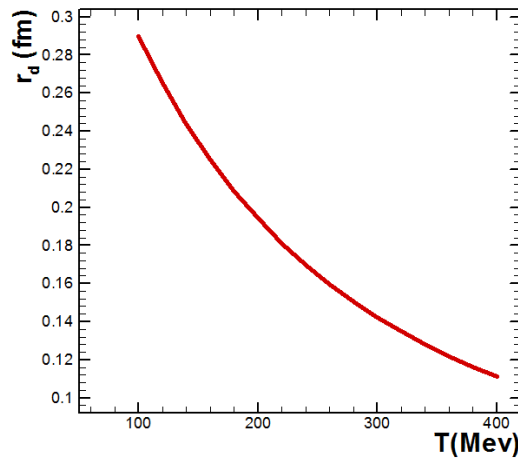
شکل ۳-۵- نمودار انرژی بستگی کوآرک-پادکوآرک به فاصله بین آنها در فاز کوآرک-گلوئون-پلازما به ازای $n = 1, 2/3, 1/3$

همانطوریکه در شکل ۳-۵ نشان داده شده است با افزایش تعداد طعم $N_f = n N_c$ ، طول تفکیک کوتاه می‌شود. به این معنی که با افزایش عدد رنگ، حالت مقید کوارک سنگین، راحت‌تر جدا می‌شود. نقاط مشخص شده در شکل ۳-۵، نشان دهنده نقاط تفکیک هستند [۱۲].

۳-۶- وابستگی طول تفکیک به دما در فاز کوارک-گلوئون-پلازما

می‌توان وابستگی طول تفکیک را به دما بر اساس معادله (۳-۳۹) و (۳-۶۸) پیدا کرد. انرژی بستگی و فاصله بین کوارک-پادکوارک تابعی از چهار متغیر μ ، T ، $\frac{N_f}{N_c}$ ، Z_0 است. بنابراین برای پیدا کردن وابستگی طول تفکیک به دما، پتانسیل شیمیایی μ و عدد رنگ n را ثابت در نظر می‌گیریم. اگر عدد رنگ $n = 1$ و پتانسیل شیمیایی $\mu = 30\text{Mev}$ باشد، چون می‌خواهیم این وابستگی را برای فاز کوارک-گلوئون-پلازما مورد مطالعه قرار دهیم باید دما بزرگتر از 91.2Mev باشد که دمای متناظر با دمای گذار فاز غیر-محبوسیت است و می‌توان این دما را با توجه به معادلات (۳-۲۱) و (۳-۲۲) بدست آورد.

در نتیجه با استفاده از حل عددی برای دماهای مختلف بزرگتر از دمای گذار، افق سیاهچاله Z_+ را بدست می‌آوریم و به ازای Z_0 هایی که شرط $V_b = 0$ را برقرار کنند طول تفکیک را برای دماهای مختلف بدست می‌آید که از معادلات (۳-۳۹) و (۳-۶۸) استفاده شده است.



شکل ۳-۶- نمودار طول تفکیک بر حسب دما در فاز کوارک-گلوئون-پلازما

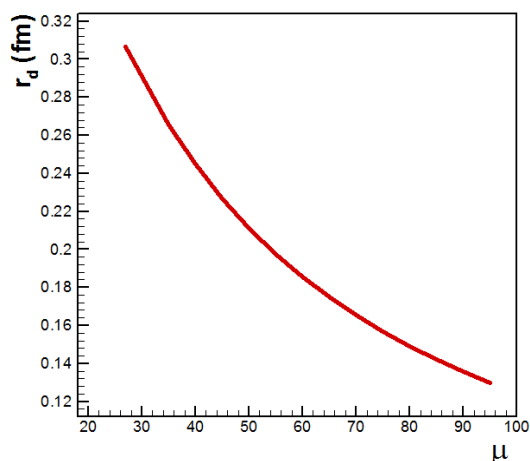
وابستگی طول تفکیک به دما در شکل ۳-۶ نشان داده شده است. همانطوریکه در شکل دیده می‌شود با افزایش دما، طول تفکیک کاهش می‌یابد که این با درک ما سازگار است یعنی انتظار داریم که با افزایش دما، طول تفکیک کاهش یابد. هنگامی که دما، افزایش می‌یابد، حالت مقید کوارک‌های سنگین، باید راحت‌تر جدا شود [۱۲].

۳-۷- وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز کوارک-

گلوئون-پلازما

همچنین می‌توان وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز کوارک-گلوئون-پلازما را پیدا کرد. برای توصیف وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی، دما و عدد رنگ را ثابت در نظر می‌گیریم. بنابراین دما را برابر $T = 100 \text{ MeV}$ و عدد رنگ $n = 1$ را در نظر می‌گیریم. در این حالت، با استفاده از معادلات (۳-۱۹) و (۳-۲۰) گذار فاز غیرمحبوسیت در $\mu = 26.8 \text{ MeV}$ رخ می‌دهد. پس برای فاز کوارک-

گلوئون-پلازما باید پتانسیل شیمیایی بزرگتر از 26.8 MeV در نظر گرفت. با حل عددی، مطابق روش قبلی، با این تفاوت که دما ثابت است و پتانسیل شیمیایی تغییر می‌کند و در نتیجه به ازای پتانسیل شیمیایی‌های مختلف طول تفکیک بدست می‌آید. نمودار طول تفکیک بر حسب پتانسیل شیمیایی بدست می‌آید (شکل ۷-۳).



شکل ۷-۳- نمودار طول تفکیک بر حسب پتانسیل شیمیایی در فاز کوارک-گلوئون-پلازما

همانطور که در شکل (۷-۳) نشان داده شده است با افزایش پتانسیل شیمیایی، طول تفکیک کاهش می‌یابد که می‌توان این رفتار را با رابطه‌ای که از ترکیب معادله‌های (۳-۹)، (۳-۱۴) و (۳-۱۵) بدست می‌آید توضیح داد. در نتیجه از ترکیب این معادلات، رابطه چگالی تعداد کوارک Q بر حسب پتانسیل شیمیایی نتیجه می‌شود:

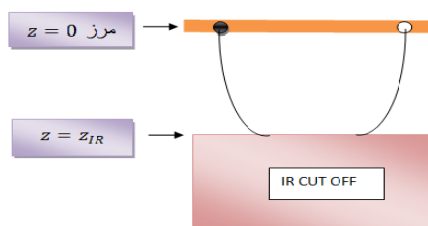
$$Q = \frac{128\pi^{10}}{9} \frac{n^2 \mu^5}{\left(\sqrt{\pi^2 T^2 + \frac{16\pi^4 n \mu^2}{3}} - \pi T \right)^2} \quad (۳-۶۹)$$

که معادله فوق نشان می‌دهد با افزایش پتانسیل شیمیایی، Q تابعی اکیداً صعودی است. معمولاً در فاز غیر محبوسیت، کوارک‌های سبک کوارک‌های آزادی هستند که برهم‌کنش بین کوارک‌های سنگین را

مختل می‌کند و هنگامی که پتانسیل شیمیایی افزایش می‌یابد. در نتیجه تعداد کوارک‌های سبک آزاد، افزایش می‌یابد و این کوارک‌های سبک مانع بر هم کنش بیشتر آنها می‌شود. یعنی این که برهم‌کنش کوارک‌های سنگین کاهش می‌یابد و راحت‌تر می‌توانند از هم جدا شوند [۱۲]. بنابراین انتظار داریم که نمودار طول تفکیک r_d بر حسب پتانسیل شیمیایی، مشابه نمودار شکل ۳-۷ باشد.

۳-۸- تفکیک در فاز هادرونی و اشتباه مقاله‌ی [۱۲]

در این بخش انرژی بستگی و تفکیک مزون سنگین در فاز هادرونی یا محبوسیت را مطالعه خواهیم کرد و همچنین اشتباه مقاله‌ی [۱۲] تصحیح می‌شود. قبلاً اشاره شد دوگان فاز هادرونی در حضور ماده کوارکی، tc AdS با یک IR cutoff است و برابر است با: $z_{IR} = 1/323\text{Mev}$ [۱۲] (شکل ۳-۸).



شکل ۳-۸- شماتیکی از دوگان فاز هادرونی

محاسبات در این بخش مشابه با فاز کوارک-گلوئون-پلازما است، بنابراین نتایج به صورت زیر است.

انرژی بستگی و فاصله بین کوارک-پادکوارک در این فاز عبارت است از:

$$r = 2 \int_0^{z_0} dz z^2 \frac{\sqrt{f(z_0)}}{\sqrt{f(z)}} \frac{1}{\sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)}} \quad (۳-۷۰)$$

$$V_b = -\frac{R^2}{\pi\alpha'} \left[\int_0^{z_0} dz \frac{1}{z^2} \frac{\sqrt{f(z)}}{\sqrt{f(z) - \frac{f(z_0)z^4}{z_0^4}}} - \int_0^{z_{IR}} dz \frac{1}{z^2} \right] \quad (71-3)$$

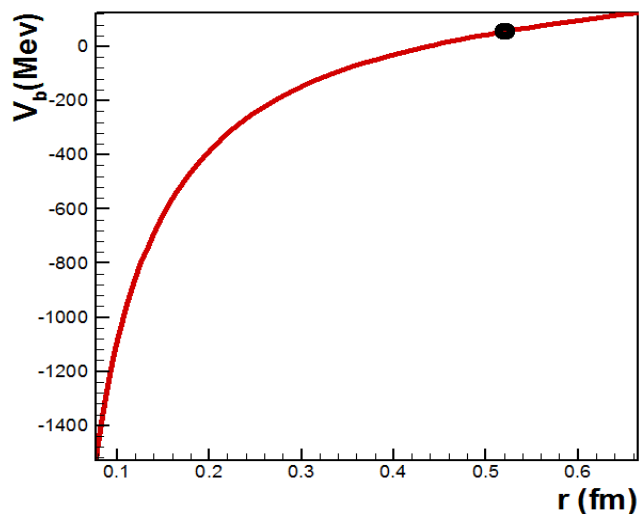
که تابع متریک برابر است با:

$$f(z) = 1 + q^2 z^6 \quad (3-3)$$

همانطوریکه اشاره شد محاسبات در این فاز مشابه با فاز کوآرک-گلوئون-پلازما است، با این تفاوت که در اینجا سیاهچاله وجود ندارد و برای بهنجار کردن انرژی مزون در این فاز مطابق شکل ۳-۸ دو ریسمان که از مرز تا IR cutoff ادامه دارند را در نظر می‌گیریم. بنابراین حدود z در انتگرال دوم معادله (۷۱-۳)، $0 \leq z \leq z_{IR}$ است که IR cutoff است [۱۲].

حل تحلیلی انتگرال‌های فوق مشکل است و برای بدست آوردن وابستگی انرژی بستگی به فاصله بین

کوآرک-پادکوآرک از روش‌های عددی استفاده می‌کنیم.

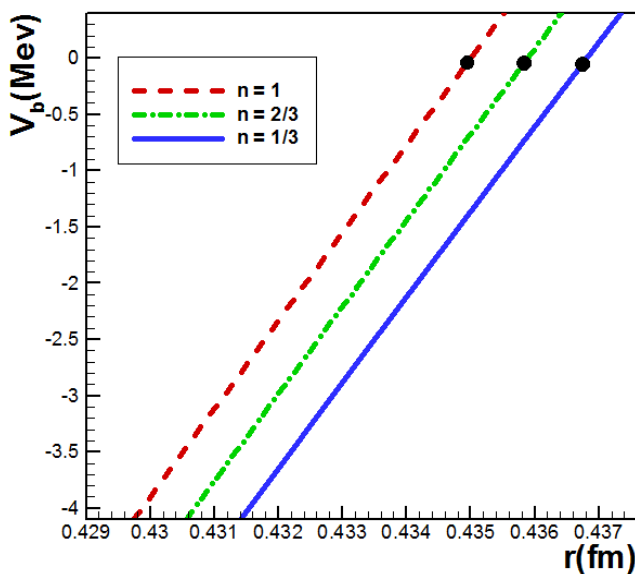


شکل ۳-۹- نمودار انرژی بستگی بر حسب فاصله‌ی جدایی دو کوآرک در فاز هادرونی

در فاز هادرونی با توجه به معادله (۱۸-۳) می‌بینیم که وابستگی دما وجود ندارد. در نتیجه می‌توان دما را $T = 0$ در نظر گرفت.

به ازای $n = 1$ ، $\mu = 10\text{Mev}$ و $T = 0$ که با توجه به شکل ۱-۳ مربوط به فاز هادرونی است و با استفاده از معادلات (۷۰-۳) و (۷۱-۳) این وابستگی به دست می‌آید (شکل ۹-۳). نقطه پرننگ در نمودار، نقطه تفکیک را نشان می‌دهد.

تفکیک در فاز کوارک-گلوئون-پلازما با فاز هادرونی قابل مقایسه است. در فاز کوارک-گلوئون-پلازما کوارک آزاد وجود دارد، بنابراین مفهوم تفکیک در این فاز این است که یک مزون سنگین، به دو کوارک سنگین شکسته می‌شود و با توجه به اینکه در فاز هادرونی کوارک آزاد وجود ندارد پس تفکیک یعنی اینکه، حالت مقید کوارک‌های سنگین به دو حالت مقید کوارک سبک-سنگین شکسته می‌شود [۱۲].



شکل ۱۰-۳- نمودار انرژی بستگی مزون بر حسب فاصله‌ی بین دو کوارک در فاز هادرونی به ازای $n = 1, 2/3, 1/3$

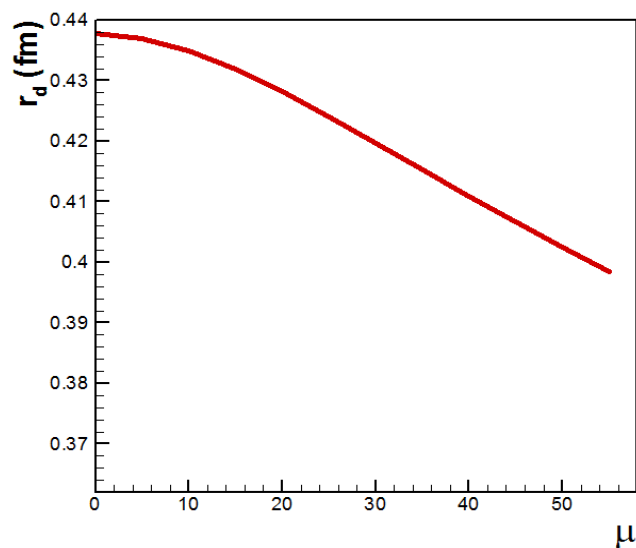
نمودار انرژی بستگی بر حسب فاصله بین کوارک-پادکوارک به ازای عدد رنگ‌های مختلف
 $n = 1, 2/3, 1/3$ بدست آمده است (شکل ۳-۱۰).

همانطوریکه در شکل ۳-۱۰ نشان داده شده است، با افزایش عدد رنگ، طول تفکیک افزایش می‌یابد که مشابه با فاز کوارک-گلوئون-پلازما است. در صورتی که در مقاله‌ی [۱۲] نشان داده شده است که با افزایش عدد رنگ طول تفکیک کاهش می‌یابد.

اشتباه اصلی این مقاله مربوط به معادله‌ی (۳-۶۶) است که در اینجا تصحیح شده است و همچنین معادلات (۳-۶۶)، (۳-۶۷)، (۳-۶۸) و (۳-۷۱) تصحیح شده‌اند. این اشتباه تأثیری در نتایج فاز کوارک-گلوئون-پلازما ندارد ولی در فاز هادرونی نتایج بدست آمده در مقاله، کاملاً متفاوت از نتایج تصحیح شده است. همچنین این اشتباه، منجر به نتیجه‌گیری غلط از، وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز هادرونی می‌شود که در ادامه به آن اشاره خواهیم کرد.

۳-۹- وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز هادرونی

می‌توان وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی در فاز هادرونی را بدست آورد. اگر $n = 1$ و $T = 0$ باشد با استفاده از معادلات (۳-۷۰) و (۳-۷۱) می‌توان، فواصلی که در آنجا $V_b = 0$ است، را بدست آورد. در نتیجه به ازای پتانسیل شیمیایی‌های مختلف، طول تفکیک بدست می‌آید (شکل ۳-۱۱).



شکل ۳-۱۱- نمودار طول تفکیک بر حسب پتانسیل شیمیایی در فاز هادرونی

در مقاله‌ی [۱۲] نشان داده شد که با افزایش پتانسیل شیمیایی در فاز هادرونی، طول تفکیک افزایش می‌یابد. با توجه به تصحیحات انجام شده و شکل ۳-۱۱ می‌بینیم که در فاز هادرونی با افزایش پتانسیل شیمیایی، طول تفکیک کاهش می‌یابد.

۳-۱۰- تصحیحات گاوس - بونت برای مزون سنگین ایستا

در بخش‌های قبلی، فاز کوارک-گلوئون-پلازما در حضور ماده کوارک مطالعه شد. در این بخش می‌خواهیم تصحیحات گرانشی مربوط به جملات مشتق بالاتر را بر پتانسیل کوارک-پادکوارک در محیط کوارک-گلوئون-پلازما را مطالعه کنیم. به این منظور جملات گاوس-بونت در نظر گرفته شده‌اند. این تصحیحات در نظریه‌ی پیمان‌های معادل با در نظر گرفتن تصحیحات مربوط به ثابت جفت‌شدگی است. برای مطالعه این اثرات، سیاهچاله ریسنر-نوردستروم AdS در گرانش گاوس-بونت را در نظر می‌گیریم. ابتدا بعضی روابط مفید را باز بینی می‌کنیم:

کنش اقلیدسی توصیف‌کننده کوارک‌های سبک در حضور تصحیحات گاوس-بونت عبارت است

از [۱۴]:

$$S = \int d^5x \sqrt{G} \left[\frac{1}{2\kappa^2} (-\mathcal{R} + 2\Lambda) + \frac{1}{4g^2} F_{MN} F^{MN} + S_{\mathcal{R}^2} \right] \quad (۷۲-۳)$$

این کنش با معادله (۱-۳) قابل مقایسه است. جمله $S_{\mathcal{R}^2}$ به کنش (۱-۳) اضافه شده است که مربوط

به تصحیحات گاوس-بونت است و برابر است با:

$$S_{\mathcal{R}^2} = \lambda_{GB} (\mathcal{R}^2 - 4\mathcal{R}_{\mu\nu} \mathcal{R}^{\mu\nu} + \mathcal{R}_{\mu\nu\rho\sigma} \mathcal{R}^{\mu\nu\rho\sigma}) \quad (۷۳-۳)$$

که \mathcal{R} ، $\mathcal{R}_{\mu\nu}$ ، $\mathcal{R}_{\mu\nu\rho\sigma}$ به ترتیب انحنای ریمان، تانسور ریچی و اسکالر ریچی می‌باشند و λ_{GB} ثابت

گاوس-بونت است و $\lambda_{GB} \leq 0.25$ [۱۵]. جواب سیاهچاله کنش فوق را به عنوان متریک زمینه در نظر

می‌گیریم:

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(-f(z) N^2 dt^2 + d\vec{x}^2 + \frac{1}{f(z)} dz^2 \right) \quad (۷۴-۳)$$

که در رابطه فوق ابعاد فضا در مرز با (\vec{x}) نمایش داده شده است. و بعد هولوگرام را z گرفته‌ایم.

همچنین تابع متریک عبارت است از:

$$f(z) = \frac{1}{2\lambda_{GB}} \left(1 - \sqrt{1 - 4\lambda_{GB}(1 - mz^4 + q^2z^6)} \right) \quad (75-3)$$

افق سیاهچاله در z_+ واقع شده است و با حل معادله زیر بدست می‌آید:

$$f(z_+) = 0 \quad (76-3)$$

با استفاده از معادله (75-3) و (76-3) داریم:

$$1 - mz_+^4 + q^2z_+^6 = 0 \quad (77-3)$$

این معادله نشان می‌دهد افق سیاهچاله z_+ مستقل از ثابت گاوس-بونت λ_{GB} است.

دمای پلازما همان دمای تابش هاوکینگ سیاهچاله است که عبارت است از:

$$T = \frac{N}{\pi z_+} \left(1 - \frac{1}{2} q^2 z_+^6 \right) \quad (78-3)$$

که N برابر است با:

$$N^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4\lambda_{GB}} \right) \quad (79-3)$$

می‌توان افق سیاهچاله را بر حسب دما و پتانسیل شیمیایی نوشت. با ترکیب معادلات زیر:

$$Q = \sqrt{\frac{3g^2\mathcal{R}^2}{2\kappa^2}} q \quad (8-3)$$

$$Q = \frac{2\pi^2\mu}{z_+^2} \quad (9-3)$$

$$n = \frac{\kappa^2}{g^2\mathcal{R}^2} \quad (14-3)$$

برای q می‌توان نوشت:

$$q = \frac{2\pi^2}{z_+^2} \sqrt{\frac{2n}{3}} \quad (80-3)$$

با استفاده از معادله (78-3) می‌توان q را بر حسب دما و افق سیاهچاله بدست آورد:

$$q = \frac{1}{z_+^3} \sqrt{2\left(1 - \frac{\pi T z_+}{N}\right)} \quad (۸۱-۳)$$

بر اساس معادله (۷۷-۳) و (۸۱-۳) می‌توان m را بر حسب افق سیاهچاله و دما نوشت:

$$m = \frac{1}{z_+^4} (3 - 2\pi T z_+) \quad (۸۲-۳)$$

همچنین بر اساس معادله (۸۰-۳) و (۸۱-۳) می‌توان نوشت:

$$\frac{2}{z_+^6} \left(1 - \frac{\pi T z_+}{N}\right) = \frac{(2\pi^2)^2 \mu^2 2n}{z_+^4 3} \quad (۸۳-۳)$$

در نتیجه، معادله درجه دومی از z_+ بدست می‌آید:

$$4\pi^4 N \mu n z_+^2 + 3\pi T z_+ - 3N = 0 \quad (۸۴-۳)$$

با حل این معادله، افق سیاهچاله بر حسب دما و پتانسیل شیمیایی عبارت است از:

$$z_+ = \frac{3}{8\pi^4 n N \mu^2} \left(\sqrt{\pi^2 T^2 + \frac{16\pi^4 n N^2 \mu^2}{3}} - \pi T \right) \quad (۸۵-۳)$$

این معادله با معادله (۱۵-۳) قابل مقایسه است. بر اساس معادله (۶-۳)، (۷۸-۳) و معادله فوق، می-

توان نتیجه گرفت که افق سیاهچاله مستقل از ثابت گاوس- بونت λ_{GB} است.

برای محاسبه پتانسیل کوارک-پادکوارک، با استفاده از AdS/CFT حالت مقید کوارک-پادکوارک

سنگین را می‌توان دو انتهای ریسمان باز در مرز AdS توصیف کرد. بنابراین ریسمان در جهت بعد

هولوگرام امتداد یافته و در $z = z_0$ ، که بیشینه مقدار ریسمان باز در جهت z است به سمت مرز باز می-

گردد. به این ترتیب شکل ریسمان شبیه U خواهد بود.

کنش ریسمان با کنش نامبو-گوتو داده می‌شود که عبارت است از:

$$S = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{(\dot{x} \cdot x')^2 - x'^2 \dot{x}^2} \quad (۸۶-۳)$$

با در نظر گرفتن پیمانانه ایستا داریم:

$$\tau = t \quad , \quad \sigma = x_1 = x \quad , \quad z = z(x) \quad (۸۷-۳)$$

یعنی اینکه مختصات را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$x^\mu = (t, x, 0, 0, z(x)) \quad (۸۸-۳)$$

در نتیجه بر اساس معادله‌های بالا می‌توان چنین نوشت:

$$\dot{x} \cdot x' = 0$$

$$\dot{x}^2 = -N^2 \frac{R^2}{z^2} f(z)$$

$$x'^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(1 + \frac{z'^2}{f(z)} \right) \quad (۸۹-۳)$$

که $z' = \frac{dz}{dx}$ است. با در نظر گرفتن این فرض که، دو انتهای ریسمان باز در مرز $x = \pm \frac{r}{2}$ قرار دارند

می‌توان کنش را به صورت زیر نوشت:

$$S = -\frac{\beta NR^2}{2\pi\alpha'} \int_{-r/2}^{r/2} dx \frac{1}{z^2} \sqrt{f(z) + z'^2} \quad (۹۰-۳)$$

β دوره تناوب مختصه زمانی است و با استفاده از معادله بالا چگالی لاگرانژی به صورت زیر است:

$$\mathcal{L} = -\frac{\beta NR^2}{2\pi\alpha'} \frac{\sqrt{f(z) + z'^2}}{z^2} \quad (۹۱-۳)$$

با مقایسه با مکانیک ذره، هامیلتونی که کمیتی پایسته است، بدست می‌آید:

$$H = -\frac{\beta NR^2}{2\pi\alpha'} \frac{1}{z^2} \frac{f(z)}{\sqrt{f(z) + z'^2}} \quad (۹۲-۳)$$

مقدار z' ، در بیشینه مقدار ریسمان باز در جهت z ، یعنی z_0 ، برابر صفر است. با این شرط هامیلتونی

در $z = z_0$ بدست می‌آید:

$$H = -\frac{\beta NR^2}{2\pi\alpha'} \frac{1}{z_0^2} \sqrt{f(z_0)} \quad (۹۳-۳)$$

در نتیجه با استفاده از معادلات فوق و پایستگی هامیلتونی داریم:

$$\frac{1}{z_0^2} \sqrt{f(z_0)} = \frac{1}{z^2} \frac{f(z)}{\sqrt{f(z) + z'^2}} \quad (94-3)$$

بنابراین z' عبارت است از:

$$z' = \frac{dz}{dx} = \frac{1}{z^2} \frac{\sqrt{f(z)}}{\sqrt{f(z_0)}} \sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)} \quad (95-3)$$

در نتیجه رابطه بین، فاصله بین کوارک-پادکووارک r و مقدار ماکزیمم z_0 را بدست می آوریم:

$$\int_{-\frac{r}{2}}^0 dx = \int_0^{z_0} dz z^2 \frac{\sqrt{f(z_0)}}{\sqrt{f(z)}} \frac{1}{\sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)}} \quad (96-3)$$

$$r = 2 \int_0^{z_0} dz z^2 \frac{\sqrt{f(z_0)}}{\sqrt{f(z)}} \frac{1}{\sqrt{z_0^4 f(z) - z^4 f(z_0)}} \quad (97-3)$$

انرژی مزون سنگین را بر اساس معادله (۹۰-۳) می توان چنین نوشت:

$$V = -\frac{NR^2}{\pi\alpha'} \int_{-\frac{r}{2}}^0 dx \frac{1}{z^2} \sqrt{f(z) + z'^2} \quad (98-3)$$

در نهایت انرژی مزون سنگین با استفاده از معادلات (۹۴-۳)، (۹۶-۳) و (۹۸-۳) بدست می آید:

$$V = -\frac{NR^2}{\pi\alpha'} \int_0^{z_0} dz \frac{1}{z^2} \frac{\sqrt{f(z)}}{\sqrt{f(z) - \frac{f(z_0)z^4}{z_0^4}}} \quad (99-3)$$

انرژی مزون سنگین در $z = 0$ ، واگرا می شود باید آنرا بهنجار کنیم. بنابراین دو ریسمان باز مستقیم

که از مرز تا افق سیاهچاله ادامه می یابند را در نظر می گیریم که دو کووارک آزاد سنگین را نشان می دهد.

با انتخاب زیر:

$$x^\mu = (t, const, 0, 0, z(x)) \quad (100-3)$$

کنش در این حالت بدست می آید:

$$S = -\frac{\beta NR^2}{\pi\alpha'} \int_0^{z^+} dz \frac{1}{z^2} \quad (101-3)$$

انرژی برای دو کووارک آزاد سنگین عبارت است از:

$$V_f = -\frac{NR^2}{\pi\alpha'} \int_0^{z_+} dz \frac{1}{z^2} \quad (102-3)$$

که z_+ افق سیاهچاله است. بنابراین با استفاده از بازبهنجارش، انرژی بستگی مزون سنگین بدست

می آید:

$$V_b = V - V_f = -\frac{NR^2}{\pi\alpha'} \left[\int_0^{z_0} dz \frac{1}{z^2} \frac{\sqrt{f(z)}}{\sqrt{f(z) - \frac{f(z_0)z^4}{z_0^4}}} - \int_0^{z_+} dz \frac{1}{z^2} \right] \quad (103-3)$$

این معادله با معادله (3-68) قابل مقایسه است. تفاوت این دو معادله در ضریب N و $f(z)$ می باشد.

وقتی که ثابت گاوس- بونت $\lambda_{GB} \rightarrow 0$ به سمت صفر می رود حد $N \rightarrow 1$ برقرار است و در حد $N \rightarrow 1$

متریک معادله (3-74) به متریک معادله (3-2) تبدیل می شود. اگر حد $\lambda_{GB} \rightarrow 0$ را بر معادله (3-75)

اعمال کنیم می توان با رفع ابهام، به معادله (3-4) رسید. همچنین معادله (3-103) در حد $\lambda_{GB} \rightarrow 0$ یا

$N \rightarrow 1$ به معادله (3-68) تبدیل می شود. بنابراین می توان انتظار داشت که در حد $\lambda_{GB} \rightarrow 0$ نتایج بخش

قبلی به دست آید.

برای بدست آوردن وابستگی انرژی بستگی مزون سنگین به فاصله کوارک-پادکوارک، از معادلات

(3-97) و (3-103) استفاده می کنیم. به این منظور از روش های عددی استفاده می کنیم.

پتانسیل شیمیایی و دما را به ترتیب $\mu = 30\text{Mev}$ و $T = 200\text{Mev}$ را در نظر می گیریم که مربوط به فاز

کوارک-گلوئون-پلازما است و به ازای عدد رنگ $n = 1$ ، ثابت گاوس- بونت های مختلف،

$\lambda_{GB} = 0.04, 0.08, 0.12$ وابستگی انرژی بستگی مزون سنگین به فاصله بین کوارک-پادکوارک را به

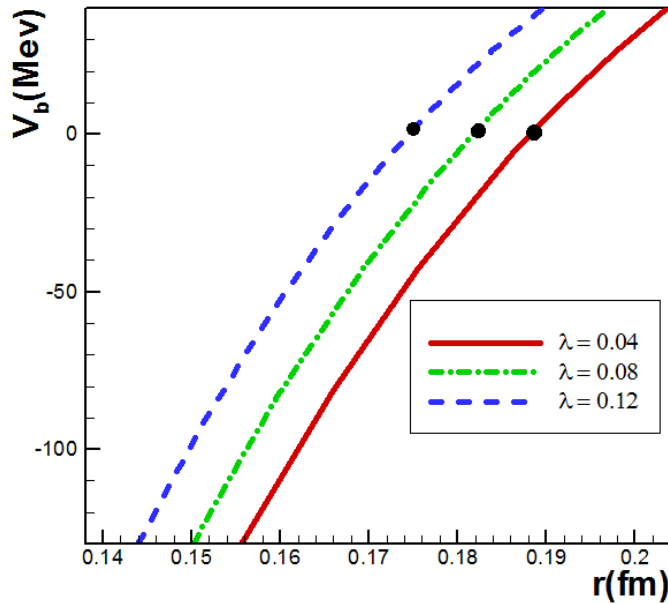
دست می آوریم:

به این ترتیب که، می توان از مقدار λ_{GB} ، مقدار N را بدست آورد و با استفاده از مقادیر فرض شده فوق

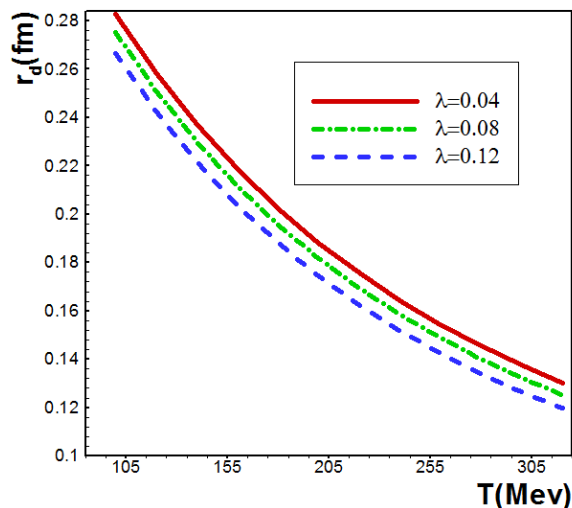
و معادله (3-85) افق سیاهچاله بدست می آید و همچنین بر اساس معادلات (3-81) و (3-82)، به ترتیب

m و q محاسبه می‌شود. در نتیجه با استفاده از مقادیر محاسبه شده و با توجه به اینکه معادلات (۳-۹۷) و (۳-۱۰۳) تابعی از z_0 هستند می‌توان به ازای z_0 های مختلف، مقدار V_b را بر حسب r پیدا کرد. این عملیات را به ازای ثابت گاوس-بونت‌های مختلف، انجام می‌دهیم. همانطوریکه در شکل ۳-۱۲ نشان داده شده است.

با توجه به اینکه، طول تفکیک جایی است که $V_b = 0$ ، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش شدت جفت‌شدگی گاوس-بونت طول تفکیک کم می‌شود. نقاط مشخص شده در شکل ۳-۱۲ نشان دهنده‌ی، نقاط تفکیک به ازای ثابت گاوس-بونت‌های مختلف است.



شکل ۳-۱۲- نمودار انرژی بستگی کوارک-پادکوارک سنگین بر حسب فاصله بین آنها در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به ازای ثابت گاوس-بونت‌های مختلف $\lambda_{GB} = 0.04, 0.08, 0.12$



شکل ۳-۱۳- نمودار طول تفکیک کوارک-پادکوارک بر حسب دما به ازای ثابت گاوس- بونت‌های مختلف $\lambda_{GB} = 0.04, 0.08, 0.12$

می‌توان وابستگی طول تفکیک به دما را در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به ازای ثابت گاوس- بونت‌های مختلف پیدا کرد. چون V_b و r تابعی از متغیرهای μ, T, n, Z_0 و λ_{GB} هستند، برای پیدا کردن این وابستگی، پتانسیل شیمیایی، عدد رنگ و ثابت گاوس- بونت را به ترتیب برابر $\mu = 30\text{MeV}$ ، $n = 1$ و $\lambda_{GB} = 0.04$ قرار می‌دهیم و دماهایی را در نظر می‌گیریم که مربوط به فاز کوارک-گلوئون-پلازما باشد. به ازای دماهای مختلف کوارک-گلوئون-پلازما و با در نظر گرفتن مقادیر فرض شده بالا، می‌توان با استفاده از معادلات (۳-۹۷) و (۳-۱۰۳) فواصلی که در آنجا $V_b = 0$ است را پیدا کرد.

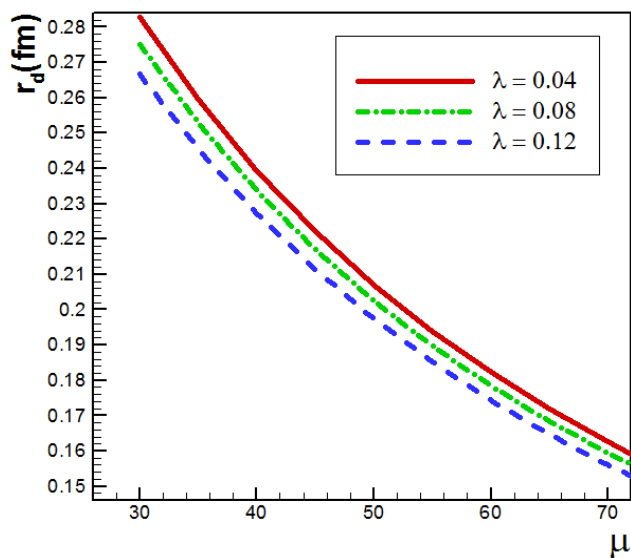
در نتیجه وابستگی طول تفکیک به دما بدست می‌آید. این محاسبات به ازای ثابت گاوس- بونت‌های مختلف انجام شده است (شکل ۳-۱۳). شکل نشان می‌دهد که در یک دمای ثابت با افزایش λ_{GB} طول تفکیک کم می‌شود.

همچنین با حل عددی، مطابق روش قبلی می‌توان وابستگی طول تفکیک به پتانسیل شیمیایی را به ازای ثابت گاوس- بونت‌های مختلف بدست آورد. در این حالت دما، عدد رنگ و ثابت گاوس- بونت را به-

ترتیب برابر $T = 200\text{Mev}$ ، $n = 1$ و $\lambda_{GB} = 0.04$ قرار می‌دهیم و با استفاده از معادلات (۳-۹۷) و

(۳-۱۰۳) به ازای پتانسیل شیمیایی‌های مختلف، طول تفکیک را بدست می‌آوریم.

این عملیات را به ازای ثابت گاوس- بونت‌های مختلف انجام شده است (شکل ۳-۱۴).



شکل ۳-۱۴- نمودار طول تفکیک کوآرک-پادکوآرک بر-
حسب پتانسیل شیمیایی به ازای ثابت-گاوس‌های مختلف

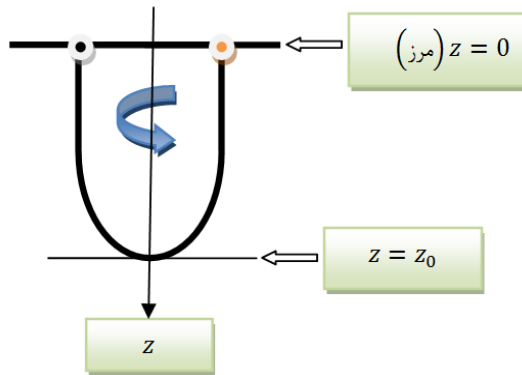
۳-۱۱- مزون سنگین چرخان در محیط کوارک

در این بخش می‌خواهیم مزون سنگین چرخان را در فاز کوارک-گلوئون-پلازما، QCD را در نظر می‌گیریم و ذوب آن را مطالعه کرد. در واقع، در نظر گرفتن چرخش مزون، معادل با حالت‌های برانگیخته مزون می‌باشد [۱۶ و ۱۷]. در این بخش مزون سنگین چرخان را در حضور پتانسیل شیمیایی، در نظر گرفته‌ایم. با استفاده از AdS/CFT، دوگانی که برای مطالعه مزون سنگین چرخان در حضور ماده کوارکی، در نظر گرفته می‌شود، سیاهچاله ریسنر-نورستروم فضای AdS یا به طور اختصار RNAdS BH است. کنش اقلیدسی در اینجا نیز مطابق معادله (۳-۱) است. فرض می‌کنیم که مزون چرخان در صفحه ρ و θ قرار دارد و x_3 راستای عمود بر صفحه چرخش است. سپس برای متریک فضا-زمان می‌توان چنین نوشت:

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(-f(z) dt^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2 + dx_3^2 + \frac{dz^2}{f(z)} \right) \quad (۳-۱۰۴)$$

که $f(z)$ عبارت است از:

$$f(z) = 1 - mz^4 + q^2 z^6 \quad (۳-۱۰۵)$$



شکل ۳-۱۵- شماتیکی از یک مزون چرخان که با استفاده از AdS/CFT به صورت یک ریسمان باز در نظر گرفته شده است.

یک ریسمان باز با دو جرم نقطه‌ای در دو انتهای آن می‌تواند به عنوان یک مدل توصیف کننده‌ی مزون چرخان باشد [۱۸ و ۱۹]. بنابراین طبق معمول برای مزون سنگین یک ریسمان باز را در نظر می‌گیریم که دو انتهای ریسمان باز روی مرز $z = 0$ قرار دارند و ریسمان به شکل U است (شکل ۳-۱۵). برای مطالعه مزون سنگین از کنش نامبو-گوتو استفاده می‌کنیم:

$$S = \frac{-1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-g} = \frac{-1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{(\dot{x} \cdot x)^2 - \dot{x}^2 x'^2} \quad (۱۰۶-۳)$$

اگر مختصات جهان-سطحی را که ریسمان طی می‌کند، با τ و σ نمایش بدهیم، مختصه $x^\mu(\tau, \sigma)$ مختصات جهان سطحی را که ریسمان جاروب می‌کند به فضا-زمانی که ریسمان در آن حرکت می‌کند، نگاشت می‌دهد:

$$x^\mu = (t, x^1, x^2, x^3, z) \quad (۱۰۷-۳)$$

برای اختصار در نوشتن از نمادهای زیر استفاده می‌کنیم:

$$\dot{x} = \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau}, \quad x' = \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma}, \quad V \cdot W = V^M W^N G_{MN} \quad (۱۰۸-۳)$$

که G_{MN} در معادله (۳-۸۲) داده شده است. به دلیل درجات آزادی در انتخاب τ و σ ، آنها را بر طبق رابطه زیر در نظر می‌گیریم:

$$\tau = t, \quad \sigma = \rho, \quad \theta = \omega t, \quad z = z(\rho) \quad (۱۰۹-۳)$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} x^\mu &= (t, \rho, \omega t, 0, z(\rho)) \\ \dot{x}^\mu &= (1, 0, \omega, 0, 0) \\ x'^\mu &= (0, 1, 0, 0, z') \end{aligned} \quad (۱۱۰-۳)$$

که z' در اینجا مشتق نسبت به ρ می‌باشد.

همچنین داریم:

$$\dot{x} \cdot x' = 0$$

$$\dot{x}^2 = \frac{-R^2}{z^2} (f(z) - \rho^2 \omega^2) \quad (111-3)$$

$$x'^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(1 + \frac{z'^2}{f(z)}\right)$$

بر اساس معادله (3-104) و (3-111) کنش عبارت است از:

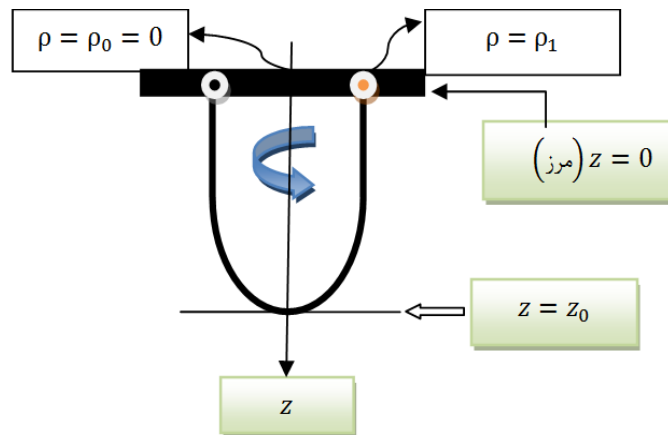
$$S = \int \mathcal{L} dt d\rho = \frac{-R^2 \beta}{2\pi \alpha'} \int d\rho \frac{1}{z^2} \sqrt{(f(z) - \rho^2 \omega^2) \left(\frac{z'^2}{f(z)} + 1\right)} \quad (112-3)$$

برای اینکه کنش حقیقی باشد، عبارت زیر رادیکال باید بزرگتر از صفر باشد و با توجه به اینکه $f(z)$ مثبت است، بنابراین:

$$1 - mz^4 + q^2 z^6 - \rho^2 \omega^2 \geq 0 \quad (113-3)$$

با استفاده از معادله (3-112) انرژی مزون چرخان عبارت است از:

$$V = \frac{-R^2}{2\pi \alpha'} \int_0^{\rho_1} d\rho \frac{1}{z^2} \sqrt{(f(z) - \rho^2 \omega^2) \left(\frac{z'^2}{f(z)} + 1\right)}$$



شکل 3-16- شماتیکی از ریسمان باز که دو انتهای ریسمان مزون چرخان در $\rho = +\rho_1$ و $\rho = -\rho_1$ قرار دارد.

در اینجا فرض شده است که دو انتهای ریسمان در $\rho = -\rho_1$ و $\rho = +\rho_1$ قرار دارند و $\rho = \rho_0 = 0$ باشد (شکل ۳-۱۶). برای برقراری شرایط مرزی نویمان $z'[\rho] \rightarrow \infty$ باشد. چون ریسمان باز روی D -غشاها قرار می‌گیرد ریسمان باید عمود بر D -غشاها باشد تا شرایط مرزی ارضاء شود و با توجه به اینکه ریسمان U شکل است، $z[\rho_0]$ نقطه مینیمم ریسمان است بنابراین $z'[\rho_0]$ باید به سمت صفر برود.

همچنین با استفاده از معادله (۳-۱۱۲) چگالی لاگرانژی برابر است با:

$$\mathcal{L} = \frac{-R^2}{2\pi\alpha'} \frac{1}{z^2} \sqrt{(f(z) - \rho^2\omega^2) \left(\frac{z'^2}{f(z)} + 1 \right)} \quad (۳-۱۱۵)$$

در نتیجه معادله حرکت، را می‌توان به صورت زیر نوشت:

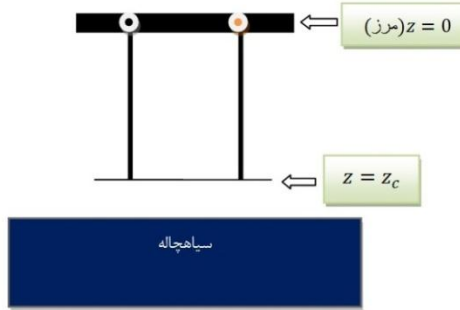
$$\frac{d}{d\rho} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z'} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 0 \quad (۳-۱۱۶)$$

که $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z}$ و $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z'}$ عبارتند از:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z'} = \frac{\left(1 - \frac{\rho^2\omega^2}{f(z)}\right) z'}{\sqrt{-g}} \quad (۳-۱۱۷)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = \frac{1}{z^2} \left(\frac{(3q^2 z^3 - 2mz) \left(1 + \left(\frac{\rho\omega z'}{f(z)}\right)^2\right)}{\sqrt{-g}} - 2z\sqrt{-g} \right) \quad (۳-۱۱۸)$$

برای بازبهنجارش انرژی مزون چرخان، دو ریسمان باز مستقیم را در نظر می‌گیریم که از مرز $z = 0$ شروع شده و تا $z = z_c$ ادامه دارد و از شرط حقیقی بودن کنش بدست می‌آید (شکل ۳-۱۷).



شکل ۳-۱۷ - شماتیکی از دو ریسمان باز مستقیم که برای بازبهنجارش انرژی مزون چرخان از مرز تا z_c ادامه دارند.

σ و τ را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$\tau = t, \quad \sigma = z(\rho) \quad (۱۱۹-۳)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} x^\mu &= (t, \rho_1, \omega t, 0, z(\rho)) \\ \dot{x}^\mu &= (1, 0, \omega, 0, 0) \\ x'^\mu &= (0, 0, 0, 0, 1) \end{aligned} \quad (۱۲۰-۳)$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \dot{x} \cdot x' &= 0 \\ \dot{x}^2 &= \frac{-R^2}{z^2} (f(z) - \rho_1^2 \omega^2) \\ x'^2 &= \frac{R^2}{z^2} \frac{1}{f(z)} \end{aligned} \quad (۱۲۱-۳)$$

کنش در این حالت عبارت است از:

$$S = \frac{-R^2}{2\pi\alpha'} \int dt dz \frac{1}{z^2} \sqrt{\left(1 - \frac{\rho_1^2 \omega^2}{f(z)}\right)} \quad (122-3)$$

برای اینکه کنش حقیقی باشد باید شرط زیر برقرار باشد:

$$\left(1 - \frac{\rho_1^2 \omega^2}{f(z)}\right) \geq 0 \quad (123-3)$$

با استفاده از معادله (122-3) انرژی بازبهنجارش، مزون چرخان برابر است با:

$$V' = \frac{-R^2}{2\pi\alpha'} \int_0^{z_c} dz \frac{1}{z^2} \sqrt{\left(1 - \frac{\rho_1^2 \omega^2}{f(z)}\right)} \quad (124-3)$$

که z_c را می‌توان از عبارت زیر بدست آورد:

$$\left(1 - \frac{\rho_1^2 \omega^2}{f(z_c)}\right) = 0 \quad (125-3)$$

در نتیجه انرژی مزون چرخان بعد از بازبهنجارش عبارت است از:

$$V - V' = \frac{-R^2}{2\pi\alpha'} \left[\int_0^{\rho_1} d\rho \frac{1}{z^2} \sqrt{(f(z) - \rho^2 \omega^2) \left(\frac{z'^2}{f(z)} + 1\right)} - \int_0^{z_c} dz \frac{1}{z^2} \sqrt{\left(1 - \frac{\rho_1^2 \omega^2}{f(z)}\right)} \right] \quad (126-3)$$

براساس معادله (116-3) و (126-3) می‌توان وابستگی انرژی بستگی مزون چرخان به فاصله بین

کوارک-پادکوارک را مطالعه کرد. معادله حرکت (116-3) غیر خطی است و نمی‌توان برای مقادیر عمومی

سرعت زاویه‌ای این معادله را به صورت تحلیلی حل کرد. برای حل این معادله باید از روش‌های عددی

استفاده کرد. شرایط مرزی که برای حل عددی معادله حرکت باید در نظر گرفت این است که:

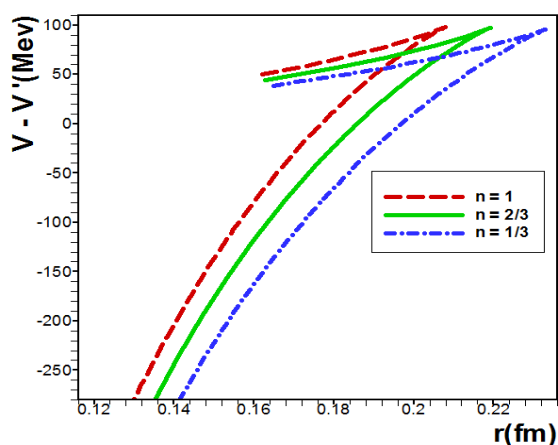
۱- انتهای ریسمان باید عمود بر غشاء باشد که معادل با اعمال شرایط مرزی نویمان است که

مشتق z در نقطه ρ_0 به سمت بی‌نهایت می‌رود ($z'[\rho_0] \rightarrow \infty$).

۲- مشتق z در نوک ریسمان یعنی $z = z_0, \rho_0 = 0$, برابر $z'[0] = 0$ است.

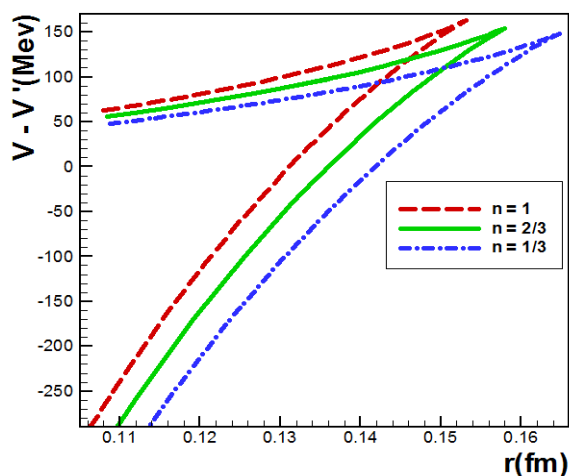
بنابراین با استفاده از حل عددی معادله انرژی مزون چرخان و معادله حرکت بدین ترتیب عمل می-کنیم:

به ازای مقادیر $T = 200\text{Mev}$, $\mu = 30\text{Mev}$ و $n = 1/3$ با استفاده از معادله‌های (۳-۵)، (۳-۱۰)، (۳-۱۵)، m و q را بدست می‌آوریم. سرعت زاویه‌ای را ثابت و برابر $\omega = 500\text{Mev}$ قرار می‌دهیم، با تغییر $z[\rho_0]$ های که شرایط مرزی را ارضاء کنند، را انتخاب می‌کنیم و به ازای این ρ_1 ها و مقادیر بالا می-توان Z_C را با استفاده از معادله (۳-۱۲۵) بدست آورد و انرژی برای ρ های مختلف محاسبه می‌شود. همچنین این عملیات را به ازای $n = 1, n = 2/3$ و دما، پتانسیل شیمیایی ثابت یعنی ($T = 200\text{Mev}$, $\mu = 30\text{Mev}$) انجام می‌دهیم که این محاسبات با استفاده از نرم افزار Mathematica انجام شده است و یک فایل نمونه از آن در پیوست- ج آمده است. در نتیجه، $V - V'$ بر حسب فاصله بین کوارک-پادکوارک بدست می‌آید(شکل ۳-۱۸).



شکل ۳-۱۸- انرژی بستگی مزون چرخان بر حسب فاصله-
ی بین کوارک-پادکوارک در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به
ازای عدد رنگ‌های مختلف و $\omega = 500\text{Mev}$

با روش مشابه این محاسبات به ازای $\omega = 1500 \text{ Mev}$ انجام شده است (شکل ۳-۱۹).



شکل ۳-۱۹- انرژی بستگی مزون چرخان بر حسب فاصله‌ی بین کوارک-پادکوارک در فاز کوارک-گلوئون- پلازما به ازای عدد رنگ‌های مختلف و $\omega = 1500 \text{ Mev}$

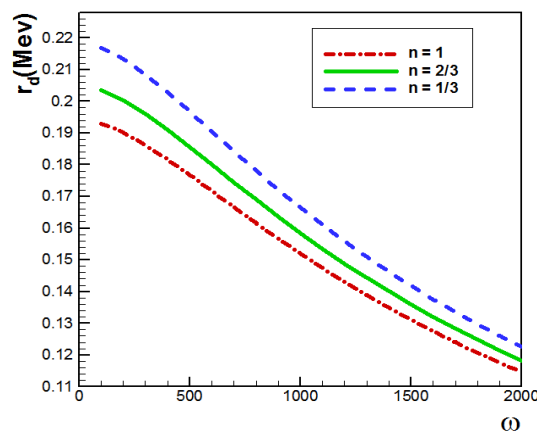
با توجه به شکل ۳-۱۷ و شکل ۳-۱۸ می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش عدد رنگ، فاصله بین کوارک-پادکوارک کاهش می‌یابد که مشابه با مورد مزون سنگین ایستا است. در مرجع [۱۶ و ۱۷] نشان داده شد که برای مزون چرخان با افزایش سرعت زاویه‌ای ω دو انتهای ریسمان به یکدیگر نزدیک می‌شوند و در نتیجه فاصله کوارک-پادکوارک کم می‌شود (این نتایج مربوط به جواب‌های فیزیکی است).

بنابراین شکل ۳-۱۸ و شکل ۳-۱۹ از یک لحاظ دیگر قابل مقایسه هستند: این دو شکل نشان می‌دهند که با افزایش سرعت زاویه‌ای طول تفکیک کاهش می‌یابد که این نتیجه به نظر می‌رسد طبیعی باشد و مربوط به سرعت زاویه‌ای‌های بالا است. برای دماهای صفر با توجه به اینکه دو انتهای ریسمان باز با سرعت نور حرکت می‌کنند بنابراین برای دو انتهای ریسمان داریم: $L\omega = 1$. که L فاصله‌ی بین کوارک و پادکوارک است. در نتیجه می‌توان گفت که با افزایش سرعت زاویه‌ای، فاصله‌ی بین کوارک و پادکوارک کم

می‌شود [۱۷] و به نظر می‌رسد می‌توان نتیجه گرفت که برای دما و پتانسیل شیمیایی غیر صفر طول تفکیک نیز کاهش می‌یابد.

برای مشخص شدن بیشتر این نتیجه، وابستگی سرعت زاویه‌ای به فاصله بین کوارک-پادکوارک، نمودار طول تفکیک را به ازای سرعت زاویه‌های مختلف را بدست می‌آوریم.

مشابه با روش قبلی دما و پتانسیل شیمیایی ثابت ($T = 200\text{Mev}$, $\mu = 30\text{Mev}$) و عدد رنگ‌های مختلف ($n = 1/3, n = 2/3, n = 1$) را در نظر می‌گیریم، m و q را بدست می‌آوریم و به ازای سرعت زاویه‌های مختلف، r_d را بر حسب ω را می‌توان محاسبه کرد. مطابق روش قبلی با تغییر $Z[\rho_0]$ ، ρ_1 هایی که شرایط مرزی را ارضاء می‌کنند در نظر گرفته و Z_C را بدست می‌آوریم و انرژی را محاسبه می‌کنیم. از آنجایی که ما می‌خواهیم r_d را محاسبه کنیم باید به ازای سرعت زاویه‌های مختلف، $V - V'$ باید برابر صفر باشد. بنابراین به ازای سرعت زاویه‌های مختلف، r_d بدست می‌آید (شکل ۳-۲۰). همانطوریکه در شکل ۳-۲۰ نشان داده شده است می‌بینیم که به ازای یک ω ثابت با افزایش تعداد رنگ، طول تفکیک کاهش می‌یابد. همچنین این شکل تأیید می‌کند که با افزایش سرعت زاویه‌ای، طول تفکیک کاهش می‌یابد.



شکل ۳-۱۹- نمودار طول تفکیک مزون چرخان بر حسب سرعت- زاویه‌ای در فاز کوارک-گلوئون-پلازما به ازای عدد رنگ‌های مختلف

در مرجع [۱۷] وابستگی سرعت زاویه‌ای ω به تکانه زاویه‌ای J مطالعه شده است و نشان داده شد برای جواب‌های فیزیکی، با افزایش سرعت زاویه‌ای ω ، تکانه زاویه‌ای J کاهش می‌یابد. ما نیز این محاسبات را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

تکانه زاویه‌ای مزون با استفاده از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$j = \frac{\partial L}{\partial \omega} \quad (۱۲۷-۳)$$

که L لاگرانژی است.

بنابراین با استفاده از معادله (۱۱۲-۳) و معادله فوق می‌توان تکانه زاویه‌ای را به صورت زیر نوشت:

$$j = \frac{R^2}{\pi \alpha'} \int_0^{\rho_1} d\rho \frac{\rho^2 \omega}{z^2} \sqrt{\frac{1 + \frac{z'^2}{f(z)}}{f(z) - \rho^2 \omega^2}} \quad (۱۲۸-۳)$$

در نتیجه با استفاده از معادله حرکت (۱۱۶-۳) و معادله (۱۲۸-۳) می‌توان وابستگی سرعت زاویه‌ای ω به تکانه زاویه‌ای J را بدست آورد.

برای پیدا کردن این وابستگی از روش‌های عددی استفاده می‌کنیم:

به ازای مقادیر $T = 200 \text{Mev}$ ، $\mu = 30 \text{Mev}$ و $n = 2/3$ با استفاده از معادله‌های (۳-۵)، (۳-۱۰)،

(۳-۱۵)، m و q را بدست می‌آوریم. برای سرعت زاویه‌ای‌های مختلف، با تغییر $z[\rho_0]$ ، ρ_1 ‌هایی را که

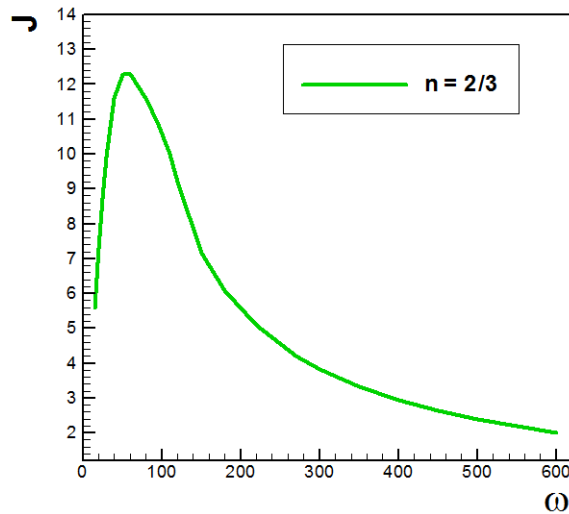
شرایط زیر برای آنها برقرار باشد را انتخاب می‌کنیم:

۱- شرایط مرزی معادله حرکت، که در بالا گفته شد را ارضاء کنند.

۲- $V - V' = 0$ برابر صفر باشد.

به ازای این ρ_1 ها و مقادیر بالا می‌توان Z_C را با استفاده از معادله (۳-۱۲۵) بدست آورد و با استفاده

از معادله (۳-۱۲۸)، مقدار عددی J برای سرعت زاویه‌ای‌های مختلف بدست می‌آید (شکل ۳-۲۱).



شکل ۳-۲۱- نمودار تکانه زاویه‌ای بر حسب سرعت زاویه‌ای

همانطوریکه در شکل ۳-۲۱ دیده می‌شود در طرف چپ نمودار با افزایش سرعت زاویه‌ای، تکانه زاویه‌ای- ای افزایش می‌یابد و در طرف راست نمودار با افزایش سرعت زاویه‌ای تکانه زاویه‌ای کاهش می‌یابد. بنابراین به ازای یک مقدار تکانه زاویه‌ای، دو مقدار سرعت زاویه‌ای داریم. با توجه به اینکه با افزایش سرعت زاویه‌ای نوک ریسمان از افق دورتر می‌شود و انرژی کاهش می‌یابد می‌توان نتیجه گرفت که طرف چپ نمودار شکل ۳-۲۰ ناپایدار است.

۳-۱۲- مقایسه طول تفکیکِ حالت‌های برانگیخته و پایه در فاز کوآرک-

گلوئون-پلازما

در این بخش می‌خواهیم با در نظر گرفتن محاسبات بخش ۳-۱۰، طول تفکیکِ حالت‌های برانگیخته مزون سنگین را با هم مقایسه کنیم که در جدول ۳-۱ آمده است و این نتایج را با استدلال‌های مرجع [۴] مقایسه خواهیم کرد.

جدول ۳-۱- مقایسه طول تفکیکِ حالت‌های برانگیخته

| $n = 2/3, T = 200\text{Mev}$ | $j = 1$ | $j = 2$ |
|------------------------------|----------|----------|
| $r_d (\mu = 30\text{Mev})$ | 0.1436fm | 0.1794fm |
| $r_d (\mu = 50\text{Mev})$ | 0.1193fm | 0.511fm |

همانطوریکه در جدول بالا دیده می‌شود حالت‌های برانگیخته بالاتر، طول تفکیک (طول استتار) بزرگ‌تری دارند یعنی در فاصله‌ی بیشتری از هم تفکیک می‌شوند. این نتیجه با استدلال‌های که از مرجع [۴] بدست آمده، مطابقت دارد.

جدول ۳-۲- طول تفکیک برای حالت‌های پایه

| $n = 2/3, T = 200\text{Mev}$ | $j = 0$ |
|------------------------------|----------|
| $r_d (\mu = 30\text{Mev})$ | 0.2048fm |
| $r_d (\mu = 50\text{Mev})$ | 0.1741fm |

همچنین طول تفکیک برای حالت‌های پایه (بدون چرخش) در جدول ۳-۲ آمده است. این نتایج با استفاده از معادلات مزون ایستا بدست آمده است (بخش ۳-۲، بخش ۳-۵ و بخش ۳-۶). به نظر می‌رسد که نتایج جدول ۳-۲ با استدلال‌های مرجع [۴] مطابقت ندارد.

در مرجع [۴] بیان شد که حالت‌های پایه نسبت به حالت‌های برانگیخته در فاصله‌ی کوچک‌تری ذوب می‌شوند. با مقایسه نتایج جدول ۱-۳ و جدول ۲-۳ می‌بینیم که طول تفکیک حالت پایه بزرگ‌تر از حالت‌های برانگیخته است که با استدلال‌های مرجع [۴] مطابقت ندارد. مطالعه‌ی این ناسازگاری را به آینده موکول می‌کنیم.

نتیجه‌گیری

در این پایان نامه ما ذوب مزون سنگین را با استفاده از AdS/CFT مطالعه کردیم و کوارک-پادکوارک سنگین را در محیطی که از کوارک‌های سبک تشکیل شده است در نظر گرفتیم.

در مرجع [۱۲] ذوب مزون سنگین در حضور ماده‌ی کوارکی مطالعه شد و نشان داده شد که در فاز کوارک-گلوئون-پلازما، طول تفکیک با افزایش پتانسیل شیمیایی و عدد رنگ کاهش می‌یابد و برعکس در فاز هادرونی طول تفکیک با افزایش پتانسیل شیمیایی و عدد رنگ زیاد می‌شود. ما این نتایج را تصحیح کردیم و نشان دادیم که این نتیجه‌گیری برای فاز هادرونی معتبر نیست و با افزایش پتانسیل شیمیایی و عدد رنگ کاهش می‌یابد که مشابه با فاز کوارک-گلوئون-پلازما است.

در بخش بعدی تصحیحات گاوس-بونت که معادل با تصحیحات جفت‌شدگی متناهی است، را برای مزون ایستا در نظر گرفتیم و نشان دادیم که با افزایش ثابت گاوس-بونت، طول تفکیک کاهش می‌یابد یعنی اینکه با در نظر گرفتن تصحیحات گاوس-بونت، مزون سنگین در دماهای بالاتری ذوب می‌شود.

در ادامه مزون سنگین چرخان را در نظر گرفتیم که معادل با حالت‌های برانگیخته مزون سنگین است و نشان دادیم که با افزایش سرعت زاویه‌ای، طول تفکیک و تکانه‌زاویه‌ای کاهش می‌یابد.

همچنین ذوب این حالت‌های برانگیخته را مطالعه کردیم و نتیجه گرفتیم که حالت‌های برانگیخته بالاتر، طول تفکیک بزرگ‌تری دارند که این نتیجه با نتیجه‌ای که در مرجع [۴] بدست آمده، سازگار است.

در نهایت مزون سنگین ایستا(بدون چرخش) را به عنوان حالت پایه در نظر گرفتیم و با حالت‌های برانگیخته مزون مقایسه کردیم و دیدیم که طول تفکیک حالت پایه بزرگ‌تر از حالت‌های برانگیخته مزون است در حالی که در مرجع [۴] بیان شده است که حالت‌های پایه در شعاع کمتری ذوب می‌شوند که مطالعه این ناسازگاری را به آینده موکول می‌کنیم.

پیوست

❖ انتگرال‌های بیضوی

❖ دستگاه واحدها

❖ نمونه فایل Mathematica محاسبات

پیوست الف

الف- انتگرال های بیضوی

انتگرال های بیضوی تابعی از دو آرگومان a و φ هستند. آرگومان a به صورت زیر بیان می شود [۲۰]:

$$k = \sin a \quad , \quad m = k^2 = \sin^2 a \quad (\text{الف-۱})$$

آرگومان φ عبارت است از:

$$x = \sin \varphi = \operatorname{sn} u \quad , \quad \cos \varphi = \operatorname{cn} u \quad , \quad \sqrt{1 - m \sin^2 \varphi} = \operatorname{dn} u \quad (\text{الف-۲})$$

انتگرال بیضوی ناکامل نوع اول:

انتگرال بیضوی ناکامل نوع اول F به شکل های زیر نوشته می شود:

$$F(\varphi, k) = F(\varphi|k) = F(\sin \varphi; k) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (\text{الف-۳})$$

که این معادله شکل مثلثاتی انتگرال است و با تغییر متغیر زیر:

$$t = \sin \theta \quad , \quad x = \sin \varphi \quad (\text{الف-۴})$$

شکل ژاکوبی انتگرال عبارت است از:

$$F(x; k) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(1 - t^2)(1 - k^2 t^2)}} \quad (\text{الف-۵})$$

این انتگرال همچنین به صورت زیر نوشته می شود [۲۰]:

$$F(\varphi \setminus \alpha) = F(\varphi, \sin \alpha) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1 - (\sin \theta \sin \alpha)^2}} \quad (\text{الف-۶})$$

انتگرال بیضوی ناکامل نوع دوم

شکل مثلثاتی انتگرال بیضوی ناکامل نوع دوم E به صورت زیر است:

$$E(\varphi, k) = E(\varphi|k^2) = E(\sin \varphi; k) = \int_0^\varphi d\theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} \quad (\text{الف-۷})$$

با جایگزینی $t = \sin \theta$, $x = \sin \varphi$ شکل ژاکوبی E برابر است با:

$$E(x; k) = \int_0^x dt \frac{\sqrt{1 - k^2 t^2}}{\sqrt{1 - t^2}} \quad (\text{الف-۸})$$

صورت دیگر E عبارت است از:

$$E(\varphi|k) = E(\varphi; \sin \alpha) = \int_0^\varphi d\theta \sqrt{1 - (\sin \theta \sin \alpha)^2} \quad (\text{الف-۹})$$

انتگرال بیضوی ناکامل نوع سوم:

صورت‌های مختلف انتگرال بیضوی ناکامل نوع سوم Π عبارت است از:

$$\Pi(n; \varphi|\alpha) = \int_0^\varphi \frac{1}{1 - n \sin^2 \theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - (\sin \theta \sin \alpha)^2}}$$

$$\Pi(n; \varphi|\alpha) = \int_0^{\sin \varphi} \frac{1}{1 - nt^2} \frac{dt}{\sqrt{(1 - mt^2)(1 - t^2)}} \quad (\text{الف-۱۰})$$

انتگرال بیضوی کامل نوع اول:

انتگرال‌های بیضوی، وقتی که $\varphi = \frac{\pi}{2}$ یا اینکه $x = 1$ باشد، کامل هستند. در نتیجه انتگرال بیضوی

کامل نوع اول عبارت است از:

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1 - t^2)(1 - k^2 t^2)}} \quad (\text{الف-۱۱})$$

به طور خلاصه می‌توان نوشت:

$$K(k) = F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = F(1; k) \quad (\text{الف-۱۲})$$

همچنین این انتگرال بر حسب سری توانی عبارت است از:

$$K(k) = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \right]^2 k^{2n} \quad (\text{الف-۱۳})$$

مقادیر خاص انتگرال:

$$K(0) = \frac{\pi}{2}, \quad K(1) = \frac{\pi}{2}, \quad K\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad (\text{الف-۱۴})$$

مشتقات و معادله دیفرانسیل انتگرال بیضوی کامل نوع اول [۲۰]:

$$\frac{dK(k)}{dk} = \frac{E(k)}{k(1-k^2)} - \frac{K(k)}{k} \quad (\text{الف-۱۵})$$

$$\frac{d}{dk} \left[k(1-k^2) \frac{dK(k)}{dk} \right] = kK(k)$$

انتگرال بیضوی کامل نوع دوم:

انتگرال بیضوی کامل نوع دوم E به صورت زیر است:

$$E(k) = \int_0^{\varphi} d\theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} = \int_0^1 dt \frac{\sqrt{1 - k^2 t^2}}{\sqrt{1 - t^2}} \quad (\text{الف-۱۶})$$

به طور خلاصه می‌توان نوشت:

$$E(k) = E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = E(1; k) \quad (\text{الف-۱۷})$$

سری توانی $E(k)$ عبارت است از:

$$E(k) = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \right]^2 \frac{k^{2n}}{1-2n} \quad (\text{الف-۱۸})$$

مقادیر خاص انتگرال:

$$E(0) = \frac{\pi}{2}, \quad E(1) = 0, \quad E\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad (\text{الف-۱۹})$$

مشتقات و معادله دیفرانسیل:

$$\frac{dE(k)}{dk} = \frac{E(k) - K(k)}{k}$$

$$(k^2 - 1) \frac{d}{dk} \left[k \frac{dE(k)}{dk} \right] = kE(k) \quad (\text{الف-۲۰})$$

انتگرال بیضوی کامل نوع سوم:

$$\Pi(n, k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 - n \sin^2 \theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (\text{الف-۲۱})$$

رابطه بین انتگرال‌های بیضوی:

$$K(k)E(\sqrt{1 - k^2}) + E(k)K(\sqrt{1 - k^2}) - K(k)K(\sqrt{1 - k^2}) = \frac{\pi}{2} \quad (\text{الف-۲۲})$$

جواب انتگرال به صورت انتگرال‌های بیضوی:

-۱

$$\int_a^y \frac{dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)(t-c)}} = gF(\varphi, k) \quad , \quad g = \frac{2}{\sqrt{a-c}}$$

$$\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{y-a}{y-b}} \quad , \quad k^2 = \frac{b-c}{a-c} \quad (\text{الف-۲۳})$$

-۲

$$\int_y^\infty \frac{dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)(t-c)}} = gF(\varphi, k) \quad , \quad g = \frac{2}{\sqrt{a-c}}$$

$$\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{a-c}{y-c}} \quad , \quad k^2 = \frac{b-c}{a-c} \quad (\text{الف-۲۴})$$

پیوست ب

ب- دستگاه واحدها

واحدهای اصلی دستگاه SI عبارتند از: متر، کیلوگرم، ثانیه. در حوزه ذرات بنیادی معمول است که این واحدها را بازتعریف می‌کنند، بطوریکه سرعت نور و ثابت پلانک را برابر یک در نظر می‌گیرند [۱]:

$$\hbar = c = 1 \quad (\text{ب-۱})$$

که این دستگاه واحدهای طبیعی، نامیده می‌شود.

سرعت نور و ثابت پلانک در دستگاه SI به صورت زیر است:

$$\hbar = 6.5821 \times 10^{-25} \text{Gev.s} , \quad c = 2.9979 \times 10^8 \text{m.s}^{-1} \quad (\text{ب-۲})$$

با توجه به اینکه سرعت نور و ثابت پلانک در دستگاه واحدهای طبیعی برابر یک است، می‌توان نتایج زیر را استخراج کرد:

۱- معادله ابعادی زیر برای سرعت نور برقرار است:

$$[c] = [L][T]^{-1} \quad (\text{ب-۳})$$

بنابراین بُعد طول و بُعد زمان برابر می‌شوند $[L] = [T]$. که $[X]$ به معنی بُعد X است.

۲- با استفاده از معادله زیر

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (\text{ب-۴})$$

می‌توان نتیجه گرفت که انرژی، جرم و تکانه هم‌بُعد می‌شوند یعنی اینکه:

$$[E] = [m] = [p] \quad (\text{ب-۵})$$

۳- معادله ابعادی ثابت پلانک به صورت زیر است:

$$[\hbar] = [E][T] \quad (\text{ب-۶})$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بُعد زمان، عکس بُعد انرژی است.

پس بُعد جرم یا به طور معادل بُعد انرژی می‌تواند به عنوان یک بُعد مستقل در واحدهای طبیعی انتخاب شود.

مرسوم است که در فیزیک انرژی بالا، جرم، تکانه و انرژی بر حسب گیگاالکترون‌ولت (Gev) اندازه‌گیری می‌شود و طول و زمان را بر حسب Gev^{-1} بیان می‌شوند. در نتیجه کمیت‌ها بر حسب بُعد انرژی یا عکس بُعد انرژی بدست می‌آیند.

برای مطالعه ترمودینامیک نسبیتی، علاوه بر اینکه ثابت پلانک و سرعت نور را برابر یک می‌گیرند و ثابت بولتزمن را نیز برابر $k_B = 1$ قرار می‌دهند [۱].

با استفاده از معادله ابعادی ثابت بولتزمن

$$[k_B] = [E][\theta]^{-1} \quad (\text{ب-۷})$$

می‌توان نتیجه گرفت که بُعد دما، برابر بُعد انرژی است یعنی اینکه:

$$[E] = [\theta] \quad (\text{ب-۸})$$

چند مثال از تبدیلات واحدهای طبیعی به واحدهای SI:

$$1\text{Mev} = \frac{1\text{Mev}}{\hbar c} = \frac{1\text{Mev}}{(6.5821 \times 10^{-22})\text{Mev} \cdot \text{s} (2.9979 \times 10^8)\text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 5.0677 \times 10^{12} \text{m}^{-1}$$

$$1\text{Gev} = \frac{1\text{Gev}}{k_B} = \frac{1\text{Gev}}{(8.6173 \times 10^{-14})\text{GevK}^{-1}} = 1.1605 \times 10^{13} \text{K}$$

نتایج بحث بالا را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد (جدول ب-۱ و جدول ب-۲):

جدول ب-۱- مقادیر واحدها در دستگاه SI و دستگاه طبیعی بر حسب یکدیگر [۱].

| | [Mev] | $[cm^{-1}]$ | [K] |
|-------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1 Mev | 1 | 5.0677×10^{10} | 1.1605×10^{10} |
| $1 cm^{-1}$ | 1.9733×10^{-11} | 2.8428×10^{37} | 6.5096×10^{36} |
| 1 K | 8.6173×10^{-11} | 4.3670 | 1 |

جدول ب ۲-۰- واحدهای کمیت‌های مختلف در دستگاه‌های SI و طبیعی

| کمیت | واحدهای SI | واحدهای طبیعی |
|---------------|----------------------------|-----------------|
| جرم (m) | kg | $[E]$ |
| طول (L) | m | $\frac{1}{[E]}$ |
| زمان (t) | s | $\frac{1}{[E]}$ |
| انرژی (E) | $kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$ | $[E]$ |
| سرعت (v) | $\frac{m}{s}$ | بدون بعد |
| تکانه (p) | $kg \cdot \frac{m}{s}$ | $[E]$ |
| دما (T) | K | $[E]$ |

پیوست ج

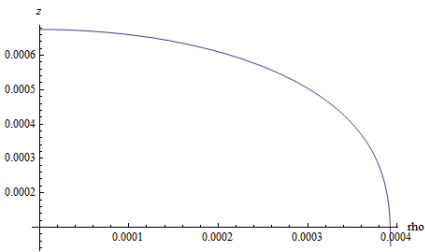
ج- نمونه فایل Mathematica محاسبات

ابتدا معادله حرکت مزون چرخان را با استفاده از معادله (3 - 116) ساده سازی می کنیم :

$$\begin{aligned}
 \text{difz}[\omega] = & (-6 m^2 q^4 z[\rho]^{20} + 6 m q^6 z[\rho]^{22} - 2 q^8 z[\rho]^{24} - 2 \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho]) z[\rho] z'[\rho] + \\
 & ((1 - 2 \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[m, \rho] + 4 m \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^5 z'[\rho] - \\
 & 2 q ((1 - 2 \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[q, \rho] + 2 q \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^7 z'[\rho] - \\
 & 2 m ((1 - \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[m, \rho] + m \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^9 z'[\rho] + \\
 & 2 q (q (1 - \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[m, \rho] + 2 m ((1 - \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[q, \rho] + q \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho]))) z[\rho]^{11} z'[\rho] + \\
 & (m^2 \text{Dt}[m, \rho] - 2 q^3 ((2 - 2 \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[q, \rho] + q \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho]))) z[\rho]^{13} z'[\rho] - 2 m q^2 \text{Dt}[m, \rho] z[\rho]^{15} z'[\rho] - \\
 & 2 m^2 q \text{Dt}[q, \rho] z[\rho]^{15} z'[\rho] + q^4 \text{Dt}[m, \rho] z[\rho]^{17} z'[\rho] + 4 m q^3 \text{Dt}[q, \rho] z[\rho]^{17} z'[\rho] - \\
 & 2 q^5 \text{Dt}[q, \rho] z[\rho]^{19} z'[\rho] - 2 \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho]) z[\rho] z'[\rho]^3 + \\
 & \rho \omega (-\rho \omega \text{Dt}[m, \rho] + 2 m (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^5 z'[\rho]^3 - 2 q \rho \omega (-\rho \omega \text{Dt}[q, \rho] + q (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^7 z'[\rho]^3 - \\
 & 4 (-1 + \rho^2 \omega^2) (1 + z'[\rho]^2) + 4 m (-1 + \rho^2 \omega^2) z[\rho]^4 (3 + z'[\rho]^2) - 4 m^2 z[\rho]^8 (-3 + 3 \rho^2 \omega^2 + z'[\rho]^2) + \\
 & 4 m q^4 z[\rho]^{16} (3 \rho^2 \omega^2 + 5 z'[\rho]^2) - 2 m^2 q^2 z[\rho]^{14} (-3 + 6 \rho^2 \omega^2 + 8 z'[\rho]^2) - \\
 & 2 q^2 z[\rho]^{18} (-m^3 + q^4 (1 + 2 \rho^2 \omega^2) + 4 q^4 z'[\rho]^2) - 2 q^2 z[\rho]^6 (-5 + 6 \rho^2 \omega^2 + \rho^2 \omega^2 z'[\rho]^2) - \\
 & 2 m q^2 z[\rho]^{10} (9 - 12 \rho^2 \omega^2 + (-8 + \rho^2 \omega^2) z'[\rho]^2) + \\
 & 2 z[\rho]^{12} (-2 m^3 + 3 q^4 + 2 (m^3 - 3 q^4) \rho^2 \omega^2 + (2 m^3 + q^4 (-6 + \rho^2 \omega^2)) z'[\rho]^2) + \\
 & 2 z[\rho] (1 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6)^2 (1 - \rho^2 \omega^2 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6) z''[\rho] \Big/ \\
 & \left(2 z[\rho]^3 (1 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6)^2 (1 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6 + z'[\rho]^2) \right. \\
 & \left. \sqrt{\left((1 - \rho^2 \omega^2 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6) \left(1 + \frac{z'[\rho]^2}{1 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6} \right) \right)} \right) \\
 & (-6 m^2 q^4 z[\rho]^{20} + 6 m q^6 z[\rho]^{22} - 2 q^8 z[\rho]^{24} - 2 \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho]) z[\rho] z'[\rho] + ((1 - 2 \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[m, \rho] + 4 m \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^5 z'[\rho] - \\
 & 2 q ((1 - 2 \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[q, \rho] + 2 q \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^7 z'[\rho] - 2 m ((1 - \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[m, \rho] + m \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^9 z'[\rho] + \\
 & 2 q (q (1 - \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[m, \rho] + 2 m ((1 - \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[q, \rho] + q \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho]))) z[\rho]^{11} z'[\rho] + \\
 & (m^2 \text{Dt}[m, \rho] - 2 q^3 ((2 - 2 \rho^2 \omega^2) \text{Dt}[q, \rho] + q \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho]))) z[\rho]^{13} z'[\rho] - 2 m q^2 \text{Dt}[m, \rho] z[\rho]^{15} z'[\rho] - 2 m^2 q \text{Dt}[q, \rho] z[\rho]^{15} z'[\rho] + \\
 & q^4 \text{Dt}[m, \rho] z[\rho]^{17} z'[\rho] + 4 m q^3 \text{Dt}[q, \rho] z[\rho]^{17} z'[\rho] - 2 q^5 \text{Dt}[q, \rho] z[\rho]^{19} z'[\rho] - 2 \rho \omega (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho]) z[\rho] z'[\rho]^3 + \\
 & \rho \omega (-\rho \omega \text{Dt}[m, \rho] + 2 m (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^5 z'[\rho]^3 - 2 q \rho \omega (-\rho \omega \text{Dt}[q, \rho] + q (\omega + \rho \text{Dt}[\omega, \rho])) z[\rho]^7 z'[\rho]^3 - \\
 & 4 (-1 + \rho^2 \omega^2) (1 + z'[\rho]^2) + 4 m (-1 + \rho^2 \omega^2) z[\rho]^4 (3 + z'[\rho]^2) - 4 m^2 z[\rho]^8 (-3 + 3 \rho^2 \omega^2 + z'[\rho]^2) + 4 m q^4 z[\rho]^{16} (3 \rho^2 \omega^2 + 5 z'[\rho]^2) - \\
 & 2 m^2 q^2 z[\rho]^{14} (-3 + 6 \rho^2 \omega^2 + 8 z'[\rho]^2) - 2 q^2 z[\rho]^{18} (-m^3 + q^4 (1 + 2 \rho^2 \omega^2) + 4 q^4 z'[\rho]^2) - 2 q^2 z[\rho]^6 (-5 + 6 \rho^2 \omega^2 + \rho^2 \omega^2 z'[\rho]^2) - \\
 & 2 m q^2 z[\rho]^{10} (9 - 12 \rho^2 \omega^2 + (-8 + \rho^2 \omega^2) z'[\rho]^2) + 2 z[\rho]^{12} (-2 m^3 + 3 q^4 + 2 (m^3 - 3 q^4) \rho^2 \omega^2 + (2 m^3 + q^4 (-6 + \rho^2 \omega^2)) z'[\rho]^2) + \\
 & 2 z[\rho] (1 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6)^2 (1 - \rho^2 \omega^2 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6) z''[\rho] \Big/ \\
 & \left(2 z[\rho]^3 (1 + 5 q^2 - m z[\rho]^4)^2 (1 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6 + z'[\rho]^2) \sqrt{(1 - \rho^2 \omega^2 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6) \left(1 + \frac{z'[\rho]^2}{1 - m z[\rho]^4 + q^2 z[\rho]^6} \right)} \right)
 \end{aligned}$$

با استفاده از معادله حرکت ساده سازی شده و معادله (3 - 126) و به ازای $n = 2/3$ ، $z[\rho_0]$ را تغییر می دهیم و m_1 هایی که شرایط مرزی را ارضا می کند را بدست می آوریم. با توجه به شکل زیر و اعدادی که برای $z[\rho_1]$ و $z'[\rho_1]$ بدست آمده است می توان برآورده شدن شرایط مرزی را بررسی کرد.

```
veff[ρ_, ω_] :=
(1/z[ρ]^2)*
Sqrt[(1-m*z[ρ]^4+q^2*z[ρ]^6-ρ^2*ω^2)*(1+((z'[ρ]^2)/(1-m*z[ρ]^4+q^2*z[ρ]^6)))]
ρ1 = 0.0003926946217; ρ0 = 0.0; ω = 500.0; zh = 0.0013616093580960797; m = 3.7499577161309796*10^(11);
q = 2.12938740796879*10^(8); n = 2/3;
solw1000 = NDSolve[{difz[ω] == 0, z[ρ0] == 0.00067555201, z'[ρ0] == 0}, z, {ρ, ρ0, ρ1}];
ysolp20a = Plot[{Evaluate[z[ρ] /. solw1000]}, {ρ, ρ0, ρ1}, AxesLabel -> {rho, z}]
veffective[h_] := NIntegrate[Evaluate[veff[t, ω] /. solw1000], {t, ρ0, h}]
Evaluate[z'[ρ1] /. solw1000]
Evaluate[z[ρ1] /. solw1000]
veffective[ρ1] - NIntegrate[(1/z^2)*Sqrt[(1-((ρ1^2*ω^2)/(1-m*z^4+q^2*z^6)))]], {z, 0.0000441695, 0.00134609}]
```



```
{-92.224.9}
{0.0000441695}
{-147.064}
```

حد پایین انتگرال دوم معادله بالای شکل در اینجا که همان معادله (3 - 126) است صفر است و با استفاده از شرایط مرزی بدست می آید که در اینجا مقدار آن برابر **0.0000441695** است و حد بالای آن **zc** است که از معادله زیر یعنی معادله (3 - 125) بدست می آید و مقدار آن برابر **0.00134609** بدست آمده است. در اینجا ریشه ای انتخاب شده است که مختلط و منفی نباشد و کوچکتر از افق سیاهچاله **zh** باشد.

در نتیجه با استفاده از معادله بالای شکل، می توان برای یک m_1 (فاصله جفت کواریک - پادکواریک) انرژی پتانسیل را بدست آورد .

:: توجه شود که m_1 های بدست آمده در اینجا بر حسب $\frac{1}{\text{Mev}}$ است و برای رسم نمودارها

باید به فرمی (fm) تبدیل شود .

```

ω = 500.0; p1 = 0.0003926946217; zh = 0.0013616093580960797; m = 3.7499577161309796 * 10^(11);
q = 2.12938740796879 * 10^(8);
NSolve[1 - m * z^4 + q^2 * z^6 - p1^2 * ω^2 == 0, z]
{{z -> -0.0028166139798121784`}, {z -> -0.0013460939255299984`}, {z -> -2.8119031718761787`*^-20 - 0.0012145222165072388` ĩ},
{z -> -2.8119031718761787`*^-20 + 0.0012145222165072388` ĩ}, {z -> 0.0013460939255299986`}, {z -> 0.0028166139798121784`}}

```

مراجع و منابع

[1] Quark – Gluon Plasma by : Kohsuke Yagi , Tetsuo Hatsuda , Yasuo Miake, Cambridge University Press 2005

[۲] گریفیتس، دیوید جفری، "مقدمه‌ای بر ذرات بنیادی"، ترجمه نادر قهرمانی، تهران: نوپردازان، (۱۳۸۴).

[۳] بی‌تقصیر فدافن، کاظم، طرح پژوهشی: "مطالعه خواص پلاسمای کوارک گلوئونی با استفاده نظریه ریسمان"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (۱۳۸۷).

[4] Helmut Satz, "The States of Matter in QCD, " [arXiv:0903.2778v1 [hep-ph]].

[5] M. A. Stephanov, "Non-Gaussian Fluctuations near the QCD Critical Point, " Phys. Rev. Lett. 102, 032301 (2009)

[6] M. Stephanov, " QCD phase diagram: an overview, " [arXiv:hep-lat/0701002v1]

[7] Simon Hands, "The Phase Diagram of QCD, " [arXiv:physics/0105022v1 [physics.ed-ph]]

[8] M. A. Stephanov, K. Rajagopal, and E. V. Shuryak, " Signatures of the tricritical point in QCD , " Phys. Rev. Lett. 81, 4816 (1998); "Event by event fluctuation in heavy ion collisions and the QCD critical point," Phys. Rev. D 60, 114028 (1999).

[9] Dam T. Son, "Finding the critical point in quark-gluon plasma," Physics 2, 5 (2009)

[10] A First Course In String Theory by : Barton Zwiebach Cambridge University Press 2009

[11] Ofer Aharony, Steven S. Gubser, Juan Maldacena, Hiroshi Ooguri, and Yaron Oz, " Large N Field Theories, String Theory and Gravity, " [arXiv:hep-th/9905111v3]

[12] C. Park, "The Dissociation of a heavy meson in the quark medium," Phys. Rev. D 81,

045009 (2010) [arXiv:0907.0064 [hep-ph]]

[13] S. J. Rey, S. Theisen and J. T. Yee, "Wilson-Polyakov loop at finite temperature in large N gauge theory and anti-de Sitter supergravity," Nucl. Phys. B 527, 171 (1998) [arXiv:hep-th/9803135]

[14] K. B. Fadafan, "Charge effect and finite 't Hooft coupling correction on drag force and Jet Quenching Parameter," Eur. Phys. J. C 68, 505 (2010) [arXiv:0809.1336 [hep-th]]

[15] Rong-Gen Cai, Yan Liu and Ya-Wen Sun, "Transport Coefficients from Extremal Gauss-Bonnet Black Holes," [arXiv:0910.4705v4 [hep-th]]

[16] M. Ali-Akbari and K. Bitaghsir Fadafan, "Rotating mesons in the presence of higher derivative corrections from gauge-string duality," Nucl. Phys. B 835 (2010) 221 [arXiv:0908.3921 [hep-th]]

[17] K. Peeters, J. Sonnenschein and M. Zamaklar, "Holographic melting and related properties of mesons in a quark gluon plasma," Phys. Rev. D 74 (2006) 106008 [arXiv:hep-th/0606195]

[18] M. Li, Y. Zhou and P. Pu, "High spin baryon in hot strongly coupled plasma," JHEP 0810, 010 (2008) [arXiv:0805.1611 [hep-th]]

[19] O. Antipin, P. Burikham and J. Li, "Effective Quark Antiquark Potential in the Quark Gluon Plasma from Gravity Dual Models," JHEP 0706 (2007) 046 [arXiv:hep-ph/0703105]; P. Burikham and J. Li, "Aspects of the screening length and drag force in two alternative gravity duals of the quark-gluon plasma," JHEP 0703, 067 (2007) [arXiv:hep-ph/0701259]

[20] A Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists by: Paul F. Byrd-Morris D. Friedman, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1971

Abstract

Quarkoniums are heavy mesons like J/ψ which have important effects on the study of hadronic and plasma phases of QCD. In this thesis, using string theory we study the potential of this class of mesons. By considering a meson as a quark-antiquark pair, we use the AdS/CFT correspondence and it is shown that by considering the gravitational corrections the dissociation length of heavy meson decreases. The background geometry is RN AdS black holes. Our study confirms that for melting of heavy mesons, one needs higher temperatures. To study excited states of the meson, we consider rotating mesons. It is shown that as the spin increases, the dissociation length also increases. The results of our study can be compare with the experiments in the RHIC and LHC.

In addition, we find that the mechanism of meson melting in hadronic phase and plasma phase are the same. Then the abstract of [1] must be corrected which was confirmed by the correspondence Author.



Shahrood University of Technology

Faculty of physics

Study of quark-antiquark potential using AdS/CFT correspondence

Ehsan Azimfard

Supervisor:

Dr. K. Bitaghsir Fadafan

February – 2012