

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده فیزیک

گرایش فیزیک هسته‌ای

محاسبه طیف باریون‌ها به کمک گروه‌های تقارنی و با در نظر گرفتن پتانسیل‌های برهم‌کنش فوق
کروی کوارک‌های تشکیل دهنده

دانشجو:

نسرین صالحی

استاد راهنما:

پروفسور علی اکبر رجبی

رساله دکتری جهت اخذ درجه دکتری

شهریور ۱۳۹۰

تقدیم بہ ہمسرو خانوادہ عزیزم

بہ پاس ہمہ خوبی باو محبت ایشان

قدردانی و شکر

حال که با توفیقات الهی مراحل انجام این رساله میسر گردید، بر خود لازم می‌دانم که از زحمات استاد ارجمند و کرامی خود پروفور علی اکبر رجبی

شکر و قدردانی نمایم. سه صدر و روحیه‌ی علمی و پژوهشی ایشان الگویی جاودانه در زندگی بنده خواهد بود.

همچنین از جناب آقای دکتر مرتضی ایزدی فرد مدیر محترم تحصیلات تکلیبی دانشگاه، جناب آقای دکتر سعید حسامی پیله رود ریاست محترم

دانشکده‌ی فزیک کمال شکر و سپاس را دارم.

از هیات محترم داوران؛ پروفور نادر قربانی، پروفور حسین آفریده، دکتر حسین موصدیان و دکتر محمد رضا پهلوانی به خاطر قبول زحمت داوری و تقد

و بررسی رساله اینجانب کمال شکر و قدردانی را دارم.

دانشجو تأیید می‌نماید که مطالب مندرج در این رساله نتیجه تحقیقات خودش می‌باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات ، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این رساله متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد.

شهریور ۱۳۹۰

چکیده

در سال‌های اخیر ارائه مدلی کامل برای بررسی نظری جرم باریون‌ها، چه در محدوده‌ی نسبیتی و چه در محدوده‌ی غیرنسبیتی همواره از اهمیت خاصی برخوردار بوده است. اگرچه مدل‌های ارائه شده کاملاً متفاوت اند، لکن طیف باریونی معمولاً به خوبی در تمامی این مدل‌ها قابل توصیف است. وجه اشتراک تمامی این مدل‌ها آن است که برهم‌کنش سه کوارک در داخل باریون می‌تواند به دو بخش تقسیم شود: بخش اول شامل پتانسیل برهم‌کنش نگهدارنده است که مستقل از اسپین و طعم کوارک بوده و تحت تقارن $SU(6)$ ناوردا باقی می‌ماند و بخش دوم که باعث شکست تقارن $SU(6)$ می‌گردد. ما در این رساله با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته به مطالعه‌ی شکست تقارن $SU(6)$ در طیف باریون‌ها، به سبب حضور جملات وابسته به اسپین، ایزواسپین و طعم کوارک‌ها پرداخته‌ایم. به منظور محاسبه‌ی بزرگی انرژی میانگین هر چندگانه‌ی $SU(6)$ معادله‌ی شرودینگر (در مدل غیرنسبیتی) و معادله‌ی دیراک را (در مدل نسبیتی) برای پتانسیل نگهدارنده‌ی پیشنهادی خود به طور دقیق حل نمودیم. در این مطالعه ما پتانسیل فوق‌کروی نگهدارنده را به صورت ترکیبی از پتانسیل کولنی، پتانسیل نگهدارنده خطی و پتانسیل نوسانگر هماهنگ در نظر گرفته‌ایم. ویژگی برجسته‌ی مدل ما این است که پتانسیل نگهدارنده نه تنها در حضور قسمت نگهدارنده با برد بلند، بلکه در حضور پتانسیل کوتاه برد دیگری که یک پتانسیل کولنی است و به باررنگ بستگی دارد مشخص می‌شود. نتایج حاصل از محاسبات در مدل پیشنهادی ما (ترکیب روش ارائه شده برای حل معادلات شرودینگر و دیراک در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی پیشنهادی و استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته) نشان می‌دهد که جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت، به طور کلی به خوبی بازتولید شده‌اند و به نتایج تجربی بسیار

نزدیک‌اند. همچنین مدل ما نه تنها قادر به توصیف جرم باریون‌ها در حالت پایه و حالت‌های برانگیخته با جرم کمتر از 2 GeV بوده، بلکه در اکثر موارد در توصیف طیف جرمی باریون‌هایی با جرم بیش از 2 GeV و حالت‌های تشدید با پارامتر منفی نیز موفق است.

کلمات کلیدی: طیف، باریون‌های شگفت و غیر شگفت، معادله شرودینگر، معادله دیراک، پتانسیل فوق کروی، نظریه‌ی گروه‌های تقارنی.

لیست مقالات مستخرج از رساله

- 1- " Spectrum of Strange and Nonstrange Baryons by Using Generalized Gürsey Radicati Mass Formula and Hypercentral Potential ", *Acta Physica Polonica B* , Vol. **42** (2011).
- 2- " Calculation of Nonstrange Baryons Spectra Based on Symmetry Groups Theory and Hypercentral Potential " has been accepted for publication in *Chinese Journal of Physics* (6-13-2011).

۳- " جرم مزون‌های خانواده ρ و Ψ با استفاده از پتانسیل‌های ایزواسپین، نوسانی، نگهدارنده و بار

رنگ "، اولین کنفرانس سالانه فیزیک ذرات بنیادی، دانشگاه یزد، ۶-۷ بهمن ۱۳۸۹.

فهرست مطالب

| عنوان..... | صفحه..... |
|--|-----------|
| فصل اول: مقدمه..... | ۱..... |
| ۱-۱- مقدمه..... | ۲..... |
| فصل دوم: کوارک‌ها و هادرون‌ها..... | ۴..... |
| ۱-۲- نیروهای اصلی و بنیادی در طبیعت..... | ۵..... |
| ۲-۲- کوارک‌ها..... | ۵..... |
| ۳-۲- طعم و رنگ کوارک‌ها..... | ۷..... |
| ۴-۲- مدل کوارکی..... | ۹..... |
| ۱-۴-۲- هادرون‌ها..... | ۱۰..... |
| ۱-۱-۴-۲- باریون‌ها..... | ۱۱..... |
| ۲-۱-۴-۲- مزون‌ها..... | ۱۳..... |
| ۲-۴-۲- لپتون‌ها..... | ۱۴..... |
| ۳-۴-۲- ذرات واسطه..... | ۱۵..... |
| فصل سوم: ایزواسپین..... | ۱۶..... |

| | |
|---------|---|
| ۱۷..... | ۱-۳- ایزواسپین..... |
| ۲۰..... | ۲-۳- ابربار..... |
| ۲۱..... | ۳-۳- ایزواسپین و عملگر بار برای هسته‌های چند نوکلئونی..... |
| ۲۲..... | فصل چهارم: گروه‌های تقارنی..... |
| ۲۳..... | ۱-۴- گروه‌های تقارنی..... |
| ۲۴..... | ۲-۴- مرتبه گروه..... |
| ۲۴..... | ۳-۴- عملگر کازیمیر..... |
| ۲۵..... | ۴-۴- گروه تقارنی $SU(2)$ |
| ۲۶..... | ۵-۴- گروه تقارنی $SU(3)$ |
| ۲۷..... | ۶-۴- جبر لی گروه $SU(3)$ |
| ۲۹..... | ۷-۴- عملگرهای کازیمیر گروه $SU(3)$ |
| ۲۹..... | ۸-۴- گروه تقارنی $SU(6)$ |
| ۳۲..... | فصل پنجم: روش‌های محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت..... |
| ۳۳..... | ۱-۵- مختصات فوق کروی..... |
| ۳۵..... | ۲-۵- پتانسیل‌های مرکزی بین کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون‌ها..... |

۳-۵- حل معادله‌ی شرودینگر فوق‌کروی در حضور پتانسیل فوق‌کولنی.....۳۶

۴-۵- طیف باریون‌ها در حضور پتانسیل کرنل فوق‌کروی و پتانسیل وابسته به برهم‌کنش

اسپین - اسپین.....۴۱

۵-۵- طیف باریون‌ها در حضور پتانسیل کرنل فوق‌کروی و پتانسیل وابسته به برهم‌کنش

اسپین - اسپین، ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین.....۴۲

۶-۵- فرمول جرمی گلن - اوکوبو (GMO).....۴۶

۷-۵- فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی (GR).....۴۸

۸-۵- فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته.....۵۰

۹-۵- محاسبه طیف باریون‌ها در حضور پتانسیل کرنل فوق‌کروی و با استفاده از فرمول جرمی

گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته.....۵۱

فصل ششم: محاسبه‌ی جرم باریون‌ها در مدل غیرنسبیتی.....۵۴

۱-۶- مقدمه.....۵۵

۲-۶- پتانسیل برهم‌کنش نگهدارنده.....۵۵

۳-۶- محاسبه‌ی جرم باریون‌ها در مدل غیرنسبیتی با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی

تعمیم یافته در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی فوق‌کروی.....۵۹

۵۹-۳-۶- حل دقیق معادله‌ی شرودینگر شعاعی برای پتانسیل نگهدارنده.....

۶-۳-۲- محاسبه‌ی جرم باریون‌های غیرشگفت با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی

۶۴.....تعمیم یافته.....

۶-۳-۳- محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی

۷۱.....تعمیم یافته.....

۸۴.....فصل هفتم: محاسبه‌ی جرم باریون‌ها در مدل نسبیتی.....

۸۵-۱-۷- معادله دیراک.....

۷-۲- محاسبه طیف باریون‌ها در مدل نسبیتی با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی

۸۶.....تعمیم یافته و در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی فوق‌کروی.....

۸۶-۲-۱- حل دقیق معادله‌ی دیراک برای پتانسیل نگهدارنده.....

۷-۲-۲- محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی

۹۲.....تعمیم یافته.....

۱۰۳.....نتایج و پیشنهادات.....

۱۰۶.....مراجع.....

۱۱۰.....ضمیمه (I).....

فهرست شکل‌ها

- شکل ۲-۱: سه تایی بنیادین کوارک - آنتی کوارک در $SU(3)$ ۱۰
- شکل ۵-۱: مختصات سه ذره در فضا..... ۳۳
- شکل ۵-۲: طیف باریون‌های محاسبه شده با در نظر گرفتن پتانسیل کرنل فوق‌کروی و جمله وابسته به اسپین [۳۱]..... ۴۲
- شکل ۵-۳: طیف باریون‌های محاسبه شده با در نظر گرفتن پتانسیل کرنل فوق‌کروی و جملات وابسته به اسپین، ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین [۳۱]..... ۴۴
- شکل ۵-۴: طیف جرمی محاسبه شده برای حالت‌های تشدید باریون‌های N ، Δ و Σ [۴۷] و مقادیر تجربی جرم باریون‌ها [۴۸]..... ۵۲
- شکل ۵-۵: طیف جرمی محاسبه شده برای حالت‌های تشدید باریون‌های Λ ، Ξ و Ω [۴۷] و مقادیر تجربی جرم باریون‌ها [۴۸]..... ۵۳
- شکل ۶-۱: پتانسیل بار رنگ بر حسب فاصله‌ی ذرات به ازاء $\tau = 3.5$ ۵۶
- شکل ۶-۲: پتانسیل نگهدارنده‌ی خطی بر حسب فاصله‌ی ذرات به ازاء $\kappa = 0.89$ ۵۷
- شکل ۶-۳: پتانسیل نوسانی بر حسب فاصله‌ی ذرات به ازاء $\eta = 0.1431$ ۵۸
- شکل ۶-۴: پتانسیل کل متشکل از پتانسیل‌های بار رنگ، نگهدارنده‌ی خطی و نوسانی بر حسب فاصله‌ی ذرات به ازاء $\tau = 3.5$ ، $\kappa = 0.89$ و $\eta = 0.1431$ ۵۸
- شکل ۶-۵: مقادیر تجربی طیف جرمی نوکلئون‌ها (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج حاصل از محاسبات ما (+) بر حسب (MeV)..... ۶۷
- شکل ۶-۶: مقادیر تجربی طیف جرمی باریون‌های Δ (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج

حاصل از محاسبات ما (+) بر حسب (MeV) ۶۷

شکل ۶-۷: طیف تجربی باریون‌های Σ ، Δ و N (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج

حاصل از محاسبات ما (+) بر حسب (MeV) ۷۴

شکل ۸-۶: طیف تجربی باریون‌های Ω ، Ξ و Λ (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج

حاصل از محاسبات ما (+) بر حسب (MeV) ۷۴

شکل ۷-۱: مقادیر تجربی طیف باریون‌های Δ و N (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج

حاصل از محاسبات ما (+) در مدل نسبیتی بر حسب (MeV) ۹۴

شکل ۷-۲: مقادیر تجربی طیف باریون‌های Λ ، Σ و Ξ (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج

حاصل از محاسبات ما (+) در مدل نسبیتی بر حسب (MeV) ۹۴

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۲: نیروهای اصلی و بنیادی در طبیعت و مشخصات وابسته به آن‌ها..... ۵
- جدول ۲-۲: مشخصات کوارک‌ها..... ۸
- جدول ۳-۲: باریون‌های با اسپین $\frac{1}{2}$ [۱]..... ۱۱
- جدول ۴-۲: باریون‌های با اسپین $\frac{3}{2}$ [۱]..... ۱۲
- جدول ۵-۲: ویژگی‌های مزون‌ها با اسپین صفر [۶]..... ۱۳
- جدول ۶-۲: ویژگی‌های مزون‌ها با اسپین صفر..... ۱۴
- جدول ۷-۲: لپتون‌ها و ویژگی‌های آن‌ها [۷]..... ۱۵
- جدول ۱-۴: ثابت‌های ساختار غیرصفر..... ۲۸
- جدول ۱-۵: طیف جرمی حالت‌های تشدید باریون‌های غیر شگفت، با در نظر گرفتن پتانسیل کرنل فوق‌کروی و جملات وابسته به اسپین، ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین [۳۱]..... ۴۴
- جدول ۲-۵: پارامترهای وابسته به فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی..... ۴۹
- جدول ۳-۵: جرم‌های محاسبه شده و تجربی سه باریون Ξ^0 , Δ , Ω^- ۴۹
- جدول ۴-۵: ضرایب پتانسیل و پارامترهای وابسته به رابطه (۴۸-۵) که از برازش با داده‌های تجربی [۴۸] بدست آمده‌اند..... ۵۲
- جدول ۱-۶: توابع $h(x)$ و $g(x)$ به ازاء پتانسیل‌های نگهدارنده متفاوت [۵۲]..... ۶۱
- جدول ۲-۶: مقادیر پارامترهای مجهول در رابطه‌ی (۴۷-۵) برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های غیرشگفت، در مدل غیرنسبیتی و با استفاده از روش global fit..... ۶۶
- جدول ۳-۶: مقادیر وابسته به ضرایب پتانسیل نگهدارنده (رابطه‌ی (۱-۶)) برای محاسبه‌ی جرم

- باریون‌های غیرشگفت در مدل غیرنسبیتی..... ۶۶
- جدول ۴-۶: جرم باریون‌های غیرشگفت (N و Δ) بر حسب (MeV) و در مدل غیرنسبیتی..... ۶۸
- جدول ۵-۶: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های غیرشگفت در مدل غیرنسبیتی..... ۶۹
- جدول ۶-۶: مقادیر پارامترهای مجهول در رابطه‌ی (۴۷-۵) برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت، در مدل غیرنسبیتی و با استفاده از روش global fit..... ۷۲
- جدول ۷-۶: مقادیر وابسته به ضرایب پتانسیل نگهدارنده (رابطه‌ی (۶-۱)) برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت در مدل غیرنسبیتی..... ۷۳
- جدول ۸-۶: جرم باریون‌های N ، Δ و Σ بر حسب (MeV) و در مدل غیرنسبیتی..... ۷۵
- جدول ۹-۶: جرم باریون‌های Λ ، Ξ و Ω بر حسب (MeV) و در مدل غیرنسبیتی..... ۷۷
- جدول ۱۰-۶: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های N ، Δ و Σ در مدل غیرنسبیتی..... ۷۸
- جدول ۱۱-۶: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Λ ، Ξ و Ω در مدل غیرنسبیتی..... ۸۰
- جدول ۱-۷: توابع $L(x)$ و $K(x)$ به ازاء پتانسیل‌های نگهدارنده متفاوت [۵۸]..... ۹۰
- جدول ۲-۷: مقادیر پارامترهای مجهول در رابطه‌ی (۴۷-۵) برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت، در مدل نسبیتی و با استفاده از روش global fit..... ۹۳
- جدول ۳-۷: جرم نوکلئون‌ها بر حسب (MeV) و در مدل نسبیتی..... ۹۵
- جدول ۴-۷: جرم باریون‌های Δ بر حسب (MeV) و در مدل نسبیتی..... ۹۶
- جدول ۵-۷: جرم باریون‌های Λ بر حسب (MeV) و در مدل نسبیتی..... ۹۷
- جدول ۶-۷: جرم باریون‌های Σ و Ξ بر حسب (MeV) و در مدل نسبیتی..... ۹۸
- جدول ۷-۷: درصد خطای نسبی برای جرم نوکلئون‌ها در مدل نسبیتی..... ۹۹
- جدول ۸-۷: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Δ در مدل نسبیتی..... ۹۹

جدول ۷-۹: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Λ در مدل نسبیتی..... ۱۰۰

جدول ۷-۱۰: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Σ و Ξ در مدل نسبیتی..... ۱۰۱

فصل اول

مقدمه

در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی در زمینه‌ی بررسی ویژگی‌های باریون‌ها، به خصوص جرم آن‌ها صورت گرفته است. از اهداف این پروژه ارائه‌ی مدلی است که به کمک آن بتوان طیف جرمی باریون‌های شگفت و غیرشگفت را به خوبی توصیف کرد. در مدل پیشنهادی ما سعی شده است که با انتخاب پتانسیل‌های برهم‌کنش مناسب (شامل پتانسیل‌های نگهدارنده و غیر نگهدارنده) و استفاده از ویژگی‌های گروه‌های تقارنی جرم باریون‌ها در هر دو مدل نسبیتی و غیرنسبیتی محاسبه شود.

در فصل دوم ابتدا به معرفی کوارک‌ها و خواص آن‌ها از جمله طعم و رنگ آن‌ها پرداخته و سپس مدل کوارکی را معرفی نموده‌ایم. در ادامه به معرفی مقدماتی هادرون‌ها، باریون‌ها، مزون‌ها و توزیع کوارکی آن‌ها پرداخته و در انتها لپتون‌ها و ذرات واسطه را معرفی کرده‌ایم.

در فصل سوم به معرفی ایزواسپین، ابربار و عملگر بار برای هسته‌های چند نوکلئونی پرداخته‌ایم. در فصل چهارم با گروه‌های تقارنی $SU(2)$ ، $SU(3)$ و $SU(6)$ و عملگرهای کازیمیر این گروه‌ها آشنا می‌شویم و پیرامون مرتبه‌ی یک گروه و جبر لی حاکم بر برخی از گروه‌ها مطالبی را ارائه می‌دهیم.

در فصل پنجم مختصات فوق کروی و پتانسیل‌های مرکزی بین کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون‌ها را معرفی نموده و حل معادله‌ی شرودینگر در حضور پتانسیل فوق کولنی را ارائه می‌دهیم. در ادامه طیف باریونی که توسط گیانینی و همکارانش در حضور پتانسیل فوق کروی و با در نظر گرفتن برهم‌کنش‌های ناشی از اثرات اسپین و ایزواسپین محاسبه شده است را ارائه داده‌ایم. در انتهای این فصل به معرفی فرمول‌های جرمی که برای محاسبه طیف باریون‌ها توسط گروه‌های مختلف ارائه شده است پرداخته‌ایم و طیف باریونی محاسبه شده توسط گیانینی بر پایه فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی را ارائه داده‌ایم.

در فصل ششم باریون‌ها را به عنوان یک مجموعه‌ی سه جسمی در نظر گرفته و جرم باریون‌ها را در مدل غیرنسبیتی محاسبه نموده‌ایم. بدین منظور ابتدا معادله‌ی شرودینگر شعاعی را در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی پیشنهادی خود به طور دقیق حل کرده و ویژه‌مقادیر انرژی و ویژه‌توابع مربوط به باریون را در حالت پایه و برانگیخته بدست آوردیم، سپس با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته جرم باریون‌های شگفت و غیر شگفت را محاسبه نموده و نتایج محاسبات خود را با نتایج تجربی و نتایج حاصل از مدل‌های نظری دیگر مقایسه کرده‌ایم.

در فصل هفتم با استفاده از معادله‌ی دیراک به محاسبه‌ی طیف باریون‌ها در مدل نسبیتی پرداخته‌ایم. برای این هدف ابتدا معادله‌ی دیراک را برای پتانسیل نگهدارنده‌ی پیشنهادی خود به طور تحلیلی حل کرده و ویژه‌توابع و ویژه‌مقادیر انرژی را برای یک سیستم سه کوارکی محاسبه کرده‌ایم، سپس بر اساس فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته جرم باریون‌های شگفت و غیر شگفت را محاسبه نموده‌ایم و در انتها نتایج بدست آمده از مدل پیشنهادی خود در حالت نسبیتی را با نتایج حاصل از مدل غیرنسبیتی مقایسه کرده‌ایم.

فصل دوم

کوارک‌ها و هادرون‌ها

۱-۲- نیروهای اصلی و بنیادی در طبیعت

اولین نیرویی که انسان‌ها با آن آشنا شدند نیروی گرانش است. این نیرو سبب افتادن اجسام بر روی زمین و همچنین گردش سیارات به دور خورشید و حرکت ستاره‌ها در کهکشان‌ها می‌شود. سه نیروی دیگر طبیعت که ذرات بنیادین تشکیل دهنده‌ی جهان مادی را به هم پیوند می‌دهند عبارتند از نیروهای الکترومغناطیسی، هسته‌ای ضعیف و هسته‌ای قوی. چهار نیروی اصلی و بنیادی در طبیعت را به صورت مختصر در جدول (۱-۲) معرفی نموده‌ایم.

جدول ۱-۲: نیروهای اصلی و بنیادی در طبیعت و مشخصات وابسته به آن‌ها.

| نیرو | برد | قدرت | ذره واسطه | بار ذره واسطه | اسپین ذره واسطه | جرم ذره واسطه (MeV/c ²) |
|----------------|----------------------|--|----------------|--|-----------------|-------------------------------------|
| الکترومغناطیسی | ∞ | $\alpha = \frac{1}{137}$ | فوتون | 0 | 1 | 0 |
| گرانشی | ∞ | $G_{Newton} \approx 6 \times 10^{-39}$ | گراویتون | 0 | 2 | 0 |
| هسته‌ای ضعیف | $< 10^{-18}$ m | $G_{fermi} = 1 \times 10^{-5}$ | Z^0, W^{\pm} | $q_{Z^0} = 0$ $q_{W^{\pm}} = \pm 1$ | 1 | 92600 81800 |
| هسته‌ای قوی | $\approx 10^{-15}$ m | $g^2 = 1$ | گلوئون | 0 | 1 | 0 |

۲-۲- کوارک‌ها

پراکندگی‌ها به طور عمده به دو دسته تقسیم بندی می‌شوند [۱]:

۱- پراکندگی کشسان

۲- پراکندگی ناکشسان

در پراکندگی کشسان وقتی ذره ای به هدفی برخورد می کند پس از اتمام پراکندگی در هدف تغییری صورت نمی گیرد، به عبارت دیگر اندازه حرکت و انرژی محفوظ می ماند. این نوع پراکندگی زمانی رخ می دهد که انرژی ذره کائونده به حدی نباشد که بتواند هدف را متأثر کند [۲]، لکن در پراکندگی ناکشسان انرژی کائونده بقدری زیاد است که می تواند هدف را متأثر سازد. برای انجام چنین پراکندگی هایی، پر انرژی بودن ذره کائونده و کوتاه بودن طول موج آن ضروری است. اگر اندازه حرکت انتقال یافته به وسیله فوتون کم باشد، طول موج آن در مقایسه با ابعاد نوکلئون بسیار بزرگ خواهد بود و نوکلئون ها را در عمل به صورت نقطه ای مشاهده خواهد کرد و توابع ساختار بی معنا می شود.

در اندازه حرکت های بالا طول موج فوتون با ابعاد نوکلئون قابل مقایسه است. در این حالت فوتون که دارای طول موج کوتاهی است، نوکلئون را به عنوان جسمی یکدست مشاهده نمی کند بلکه از ذرات نقطه گون داخل نوکلئون پراکنده می شود و به جای برهم کنش ذره کائونده با نوکلئون، برهم کنش کاوه را بر روی ذرات نقطه گون داخل نوکلئون خواهیم داشت. آزمایش های ناکشسان عمیق با توجه به ماهیت کائونده به دو دسته تقسیم می شوند: دسته اول پراکندگی غیرالاستیک عمیق الکترون (میون) - نوکلئون است که در آن الکترون ها یا میون ها از یک هدف نوکلئونی پراکنده می شوند و دسته دوم پراکندگی غیرالاستیک عمیق نوترینو- نوکلئون است، که این فرایندها با مبادله تک بوزون w^+ و یا Z^0 همراه می باشد. در آزمایش های پراکندگی غیرالاستیک عمیق از لپتون ها برای کاوش نوکلئون ها استفاده می شود. علت این امر آن است که نمی خواهیم در ساختار داخلی هدف تغییری صورت گیرد و همچنین در این نوع پراکندگی از کائونده های پر انرژی استفاده می شود تا طول موج دوبروی آن ها کوتاهتر از ابعاد نوکلئون بوده و قادر به تشخیص اجزای درون نوکلئون باشند. با انجام آزمایش های ناکشسان عمیق مشاهده شده است که:

۱ - نوکلئون ها دارای سه جزء اصلی نقطه گون هستند.

۲- اجزای نقطه‌گون دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند.

۳- این اجزاء نقطه‌گون دارای بار الکتریکی برابر با $\frac{2}{3}e$ و $-\frac{1}{3}e$ می‌باشند.

این ذرات فرمیونی با اسپین $\frac{1}{2}$ و دارای بار الکتریکی را کوارک می‌نامند.

۲-۳- طعم و رنگ کوارک‌ها

هادرون‌ها از نظر اسپینی به دو دسته باریون‌ها و مزون‌ها طبقه بندی می‌شوند. باریون‌ها از سه کوارک و مزون‌ها از یک کوارک و یک آنتی کوارک تشکیل شده‌اند. هنگامی که از کوارک u و یا d نام می‌بریم صحبت در مورد طرح‌های متفاوت کوارک است. در اوایل تشکیل نظریه کوارک، دو طعم متفاوت فوق برای کوارک‌ها پیشنهاد شد تا بر اساس آن خواص هادرون‌های کشف شده تا آن زمان قابل توجیه باشد. بعدها به علت آنکه هادرون‌های دیگری نیز در شتاب دهنده‌ها تولید شدند، دانشمندان برای توجیه خواص ذرات جدید ناگزیر از پذیرفتن طعم‌های جدید برای کوارک‌ها شدند. مشخصات طعم‌های شناخته شده کوارک تاکنون، در جدول (۲-۲) آمده است.

تمامی کوارک‌ها دارای اسپین $\frac{1}{2}$ بوده و از این جهت جزء فرمیون‌ها طبقه بندی می‌شوند و بنابراین از آمار فرمی-دیراک تبعیت می‌کنند. بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که پروتون و نوترون بایستی از سه کوارک تشکیل شده باشند، یعنی پروتون از دو کوارک u و یک کوارک d و نوترون از دو کوارک d و یک کوارک u تشکیل شده‌اند. این مطلب را می‌توانیم با استفاده از جدول (۲-۲) دریابیم که برای پروتون $Q = \frac{2}{3}e + \frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e = 1e$ و برای نوترون $Q = \frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e - \frac{1}{3}e = 0$. ترکیب uuu بطور واضح با خواص باری Δ^{++} مطابقت دارد. اسپین $s = \frac{3}{2}$ بوسیله ترکیب سه ذره یکسان $s = \frac{1}{2}$ (که در اینجا کوارک u می‌باشد و هر سه کوارک در حالت پایه خود هستند) به دست می‌آید.

جدول ۲-۲: مشخصات کوارک‌ها.

| جرم (MeV) | | لختی | عدد باریونی | بار e | کوارک |
|-----------|-----------|------|---------------|----------------|-------|
| مؤثر | | | | | |
| مزون‌ها | باریون‌ها | | | | |
| 310 | 363 | 7.5 | $\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ | d |
| 310 | 363 | 4.2 | $\frac{1}{3}$ | $+\frac{2}{3}$ | u |
| 483 | 538 | 150 | $\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ | s |
| 1500 | | 1100 | $\frac{1}{3}$ | $+\frac{2}{3}$ | c |
| 4700 | | 4200 | $\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ | b |
| >23000 | | | $\frac{1}{3}$ | $+\frac{2}{3}$ | t |

کوارک‌ها برای ما نیروهایی را برای ترکیب سه فرمیون یکسان u در یک حالت کاملاً متقارن و پایه برای تطبیق حالت uuu با ذره Δ^{++} طراحی می‌کنند. پس حالات ممنوع عبارتند از:

۱- سه فرمیون در یک حالت وجود دارد و با توجه به آمار فرمی-دیراک این حالت ممنوع می‌باشد.

حتی با نادیده گرفتن ناکامی آماری، این مدل ساده کوارک رضایت بخش نیست چرا که ذراتی

مثل $qqq, \bar{q}\bar{q}\bar{q}$ و $q\bar{q}$ را می‌توان حالت‌های ترکیبی و تولید شده بوسیله کوارک‌ها و پادکوارک‌ها

در نظر گرفت، ولی:

۲- در مورد ذراتی مثل $q\bar{q}$ و یا qq چه می‌توان گفت؟ که به عنوان مثال ذرات uu بار $\frac{4}{3}$ دارند که تابحال این بارها مشاهده نشده‌اند. هر دو مساله فوق می‌تواند بوسیله خاصیت دیگری از اعداد کوانتومی برای کوارک‌ها حل شود. اعداد مکانیک کوانتوم "رنگ".

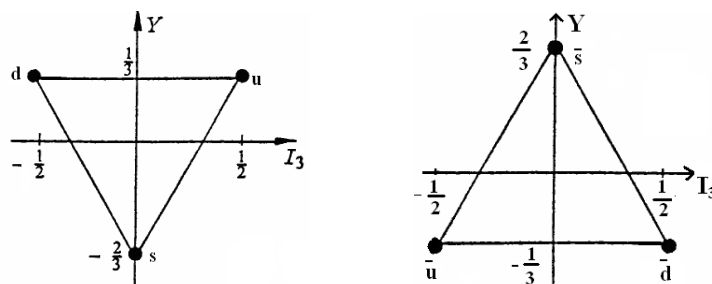
فرض می‌کنیم که کوارک‌ها از سه رنگ قرمز، سبز و آبی تشکیل شده‌اند که با علامت اختصاری R ، G ، B نشان می‌دهیم. این رنگ‌ها یک خاصیت ذاتی از کوارک‌ها می‌باشد. با این اوصاف برای مثال می‌توانیم برای ذره Δ^{++} حالت $u_R u_R u_B$ را در نظر بگیریم. در طبیعت فقط یک نوع پروتون وجود دارد چرا که این مسئله از اصل موضوع مهم زیر نتیجه می‌شود: "مزون‌ها و باریون‌ها به عنوان ذرات قابل مشاهده متعلق به حالت یگانه‌ی رنگ یا بدون رنگ می‌باشند" و یا "تمام ذرات در طبیعت بی‌رنگ هستند" و به عبارتی تحت چرخش در فضای RGB ناوردا باقی می‌مانند. به آنتی کوارک‌ها رنگ‌های مکمل نسبت داده می‌شود: \bar{R} (آبی آسمانی)، \bar{G} (بنفش) و \bar{B} (زرد).

۲-۴- مدل کوارکی

بنابر مدل کوارکی تمام هادرون‌ها از ذرات و یا موجودات بنیادین کوچک مختلفی ساخته شده‌اند که کوارک نامیده می‌شوند. در واقع این کلمه را گلמן و تسوایگ [۳] در سال ۱۹۶۴ برای یک سه تایی $SU(3)$ از ذراتی فرضی که بتوان تمام هادرون‌ها را از آنها ساخت بیان نمودند. سه تایی بنیادین کوارک و پادکوارک در شکل (۲-۱) نشان داده شده است. این کوارک‌ها دو ویژگی دارند:

۱- بار کسری دارند.

۲- اگر سه کوارک یک باریون را بسازند آنگاه هر کوارک عدد باریونی $\frac{1}{3}$ داشته و اسپین هر کوارک نیز $\frac{1}{2}$ است.



شکل ۱-۲: سه تایی بنیادین کوارک - آنتی کوارک در SU(3).

تاکنون کوارک‌ها مستقیماً به صورت مستقل مشاهده نشده‌اند و اولین دلایل قانع کننده مبنی بر وجود کوارک‌ها در سال ۱۹۶۸ میلادی، با آزمایش‌های ناکشسان عمیق (DIS) در مرکز شتابدهنده خطی استنفورد کالیفرنیا ارائه شد. بر اساس مدل کوارکی، ذرات را از نظر ساختار به سه دسته می‌توان تقسیم بندی کرد [۱]:

الف) ذراتی که دارای ساختار داخلی می‌باشند و به آن‌ها هادرون می‌گویند.

ب) ذراتی که دارای ساختار داخلی نمی‌باشند و آن‌ها را لپتون گویند.

ج) ذرات واسطه

۲-۴-۱- هادرون‌ها

هادرون‌ها را به معنای درست کلمه نمی‌توان جزء ذرات بنیادی بشمار آورد. آن‌ها ساختار درونی پیچیده‌ای داشته و ذرات زیراتمی هستند که از فرمیون‌هایی چون کوارک و آنتی کوارک و بوزون‌هایی چون گلوئون تشکیل شده‌اند. این ذرات نیروی قوی هسته‌ای اعمال می‌کنند. هادرون‌ها به دو گروه باریون‌ها و مزون‌ها تقسیم می‌شوند. کوارک‌های b و c نسبت به کوارک‌های s ، d و u سنگین بوده و عمدتاً در هادرون‌های سنگین دارای اهمیت می‌باشند. در اغلب هادرون‌های شناخته شده به ویژه آن‌هایی که در

فیزیک هسته‌ای مورد مطالعه قرار می‌گیرند تنها کوارک‌های سبک s، d و u و پادکوارک آن‌ها به کار می‌روند.

۲-۴-۱-۱- باریون‌ها

باریون‌ها ذراتی سنگین با برهم‌کنش قوی و اسپین نیمه صحیح هستند. سبکترین اعضای آنها پروتون و نوترون می‌باشند. باریون‌ها را می‌توان به صورت حالت‌های مقید سه کوارکی در نظر گرفت. از آنجا که اسپین کوارک‌ها $\frac{1}{2}$ می‌باشد، بنابراین اسپین کل باریون‌ها برابر با $\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$ خواهد بود. در جداول (۲-۳) و (۲-۴) برخی از مشخصات باریون‌های با اسپین $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$ آمده است.

جدول ۲-۳: باریون‌های با اسپین $\frac{1}{2}$ [۱].

| جرم (MeV) | بار (e) | ساختار کوارک | باریون |
|-----------|---------|--------------|---------------|
| 938.272 | +1 | uud | P |
| 939.565 | 0 | udd | n |
| 1115.68 | 0 | uds | Λ |
| 1189.37 | +1 | uus | Σ^+ |
| 1192.64 | 0 | uds | Σ^0 |
| 1197.449 | -1 | dds | Σ^- |
| 1314.86 | 0 | uss | Ξ^0 |
| 1321.71 | -1 | dss | Ξ^- |
| 2286.46 | +1 | udc | Λ_c^+ |

جدول ۲-۴: باریون‌های با اسپین $\frac{3}{2}$ [۱].

| جرم (MeV) | بار (e) | ساختار کوآرک | باریون |
|-----------|---------|--------------|---------------|
| 1232 | +2 | uuu | Δ^{++} |
| 1232 | +1 | uud | Δ^+ |
| 1232 | 0 | udd | Δ^0 |
| 1232 | -1 | ddd | Δ^- |
| 1382.8 | +1 | uus | Σ^{*+} |
| 1383.7 | 0 | uds | Σ^{*0} |
| 1387.2 | -1 | dds | Σ^{*-} |
| 1531.8 | 0 | uss | Ξ^{*0} |
| 1535 | -1 | dss | Ξ^{*-} |
| 1672 | -1 | sss | Ω^- |

با سه طعم کوآرکی می‌توان ۲۷ باریون ساخت که می‌توانند بر طبق گروه تقارنی $SU(3)$ ، به چهار گروه طبقه بندی شوند که هر یک دارای ۱۰، ۸، ۸ و ۱ عضو می‌باشند، به عبارتی داریم [۴]:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \quad (1-2)$$

گروه ده‌تایی باریونی کاملاً متقارن و گروه تکتایی باریونی کاملاً پادمتقارن است (تحت انتقال در فضای طعم). دو گروه دیگر با اعضای هشت باریونی، نه کاملاً متقارن و نه کاملاً پادمتقارنند. همانطور که گفته شد باریون‌ها از سه کوآرک تشکیل شده‌اند بنابراین تابع موج آنها باید پادمتقارن باشد. اکنون تابع موج باریون با اجزاء متعدد را بررسی می‌کنیم. یک قسمت فضایی است که موقعیت مکانی سه کوآرک را تشریح می‌کند، یک بخش اسپین وجود دارد که معرف اسپین هاست و یک جزء ترکیب کننده که چگونگی ترکیب s، u و d را دربرمی‌گیرد و یک واحد رنگ که رنگ‌های کوآرک‌ها را تعیین می‌کند:

(۲-۲)

$$\Psi_{(\text{Baryon})} = \Psi_{\text{Space}} \cdot \Psi_{\text{Spin}} \cdot \Psi_{\text{Flavor}} \cdot \Psi_{\text{Color}}$$

تابع موج کل بایستی (در اثر مبادله داخلی هر کوارک) نامتقارن باشد [۵].

۲-۴-۱-۲- مزون‌ها

مزون‌ها ذراتی با برهم‌کنش قوی و اسپین صحیح هستند و با نوکلئون‌ها از طریق نیروی قوی برهم‌کنش می‌کنند. مزون‌ها در بنیادی‌ترین سطحشان متشکل از یک کوارک و یک پاد کوارک بوده و از مهم‌ترین مزون‌ها می‌توان از مزون π یاد کرد. مزون π به عنوان حامل برهم‌کنش قوی نوکلئون - نوکلئون و عامل پیوند هسته‌ای نقش ایفا می‌کند و دارای طول عمر بسیار کوتاهی است. در جدول (۲-۵) برخی از خصوصیات مزون‌ها آمده است.

جدول ۲-۵: ویژگی‌های مزون‌ها با اسپین صفر [۶].

| جرم (Mev/c^2) | بارالکتریکی (e) | توزیع کوارکی | مزون |
|--------------------------|-----------------|--|-----------------|
| 139.569 | +1 , -1 | $u\bar{d}, d\bar{u}$ | π^\pm |
| 134.964 | 0 | $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ | π^0 |
| 493.67 | +1 , -1 | $u\bar{s}, s\bar{u}$ | K^\pm |
| 497.72 | 0 , 0 | $s\bar{d}, d\bar{s}$ | $\bar{K}^0 K^0$ |
| 548.8 | 0 | $(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{3}$ | η |
| 957.6 | 0 | $(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{3}$ | η' |
| 1869 | +1 , -1 | $c\bar{d}, d\bar{c}$ | D^\pm |
| 1865 | 0 , 0 | $u\bar{c}, c\bar{u}$ | $\bar{D}^0 D^0$ |
| 5271 | +1 , -1 | $u\bar{b}, b\bar{u}$ | B^\pm |
| 5275 | 0 , 0 | $b\bar{d}, d\bar{b}$ | $\bar{B}^0 B^0$ |
| 2981 | 0 | $c\bar{c}$ | η_c |

جدول ۲-۶: ویژگی‌های مزون‌ها با اسپین صفر.

| جرم (Mev/c^2) | بارالکتريکی (e) | توزیع کوارکی | مزون |
|--------------------------|-----------------|--|----------|
| 770 | +1 , -1 , 0 | $u\bar{d} , d\bar{u} , (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ | ρ |
| 892 | +1 , -1 , 0 , 0 | $u\bar{s} , s\bar{u} , d\bar{s} , s\bar{d}$ | K^* |
| 783 | 0 | $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ | ω |
| 1020 | 0 | $s\bar{s}$ | ϕ |
| 3097 | 0 | $c\bar{c}$ | J/Ψ |
| 2010 | +1 , -1 , 0 , 0 | $c\bar{d} , d\bar{c} , c\bar{u} , u\bar{c}$ | D^* |
| 9460 | 0 | $b\bar{b}$ | Ψ |

کوارک و پادکوارک در مزون با حفظ اندازه حرکت مداری زاویه‌ای l با یکدیگر حرکت می‌کنند. اندازه حرکت زاویه‌ای کل سیستم $J = l + s$ می‌باشد که در آن $s = s_q + s_{\bar{q}}$ مجموع اسپین ذاتی کوارک و پادکوارک می‌باشد. با توجه به این نکته که $s_q = s_{\bar{q}} = \frac{1}{2}$ می‌باشد، مقادیر ممکن برای اسپین یک سیستم کوارک - پادکوارک برابر با صفر و یا یک می‌تواند باشد.

۲-۴-۲- لپتون‌ها

لپتون‌ها ذراتی نقطه‌گون بوده (ساختار ندارند) و دارای برهم‌کنش قوی نیستند ولی در برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی شرکت می‌کنند. از لپتون‌ها برای کاوش نوکلئون‌ها استفاده می‌شود زیرا در برهم‌کنش لپتون با هادرون ساختار اصلی هادرون‌ها عوض نمی‌شود. لپتون‌ها و برخی از مشخصات آنها در جدول (۷-۲) ارائه شده است.

جدول ۲-۷: لپتون‌ها و ویژگی‌های آن‌ها [۷].

| لپتون | بار الکتریکی | جرم (GeV/c^2) |
|------------|--------------|--------------------------|
| e^- | -1 | 0.000511 |
| ν_e | 0 | $<7 \times 10^{-9}$ |
| μ^- | -1 | 0.106 |
| ν_μ | 0 | 0.0003 |
| τ^- | -1 | 1.7771 |
| ν_τ | 0 | <0.03 |

۲-۴-۳- ذرات واسطه

در نظریه میدان‌ها هر نیرو از طریق تبادل ذرات حاکم می‌باشد. به عنوان مثال برهم‌کنش الکترومغناطیسی با گسیل و یا جذب یک فوتون نمایش داده می‌شود و ذرات مبادله شده در برهم‌کنش‌های ضعیف بوزون‌های واسطه می‌باشند. برهم‌کنش‌های قوی میان کوارک‌ها به واسطه تبادل ذرات میدانی به نام گلوئون صورت می‌گیرد و در برهم‌کنش‌های گرانشی ذره‌ی حامل، گراویتون می‌باشد. ویژگی‌های این ذرات واسطه در جدول (۲-۱) آورده شده است.

فصل سوم

ایزو اسپین

۳-۱- ایزواسپین

پروتون و نوترون را می‌توانیم دو حالت مختلف یک ذره توصیف کنیم که آن ذره را نوکلئون می‌نامیم. اسپین آنها $\frac{1}{2}$ ، جرم نوترون $939/565 \text{ MeV}/c^2$ و جرم پروتون $938/272 \text{ MeV}/c^2$ می‌باشد. فرق عمده این دو ذره در خواص الکترومغناطیسی (بار و گشتاور دوقطبی مغناطیسی) آنها است.

اگر ما فقط واکنش‌های قوی را در نظر بگیریم تفاوت‌ها آشکار نمی‌شود، یعنی در غیاب یک واکنش الکترومغناطیسی یک پروتون را نمی‌توان از یک نوترون تشخیص داد. اگر پروتون و نوترون با یک ذره یکسان شرح داده شوند ما به یک برچسب جدید برای تشخیص آنها از یکدیگر نیاز داریم.

هایزنبرگ اولین کسی بود که در سال ۱۹۳۲ میلادی اولین بار مفهوم ایزواسپین را به زبان ریاضی بیان کرد [۲]. هادرون‌ها که شامل مزون‌ها و باریون‌ها هستند با خواص مشابه و جرم‌های تقریباً یکسان به چندتایی‌های ایزواسپینی به صورت زیر تقسیم بندی می‌شوند که این تقسیم بندی را می‌توان برای سایر باریون‌ها نیز بیان کرد:

$$(p, n), (\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-), (\pi^+, \pi^0, \pi^-), (\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-) \quad (۱-۳)$$

از ایزواسپین به عنوان راهی برای برچسب زنی اعضای چندگانه استفاده می‌کنیم و کمیتی به نام I_3 (مؤلفه سوم ایزواسپین) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$I_3 = \frac{Q}{e} - \frac{\bar{Q}}{e} \quad (۲-۳)$$

که در آن Q معرف بار الکتریکی ذره و \bar{Q} بار متوسط چندگانه است که از جمع بستن بارها و تقسیم بر تعداد آنها بدست می‌آید. باید توجه کرد که برخی از چندگانه‌ها حول صفر متقارن بوده و بعضی هم نامتقارن هستند. بنابراین برای چندگانه Δ داریم:

$$\bar{Q} = \frac{1}{e} \quad (3-3)$$

و بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$I_3(\Delta^{++}) = +\frac{3}{2}, I_3(\Delta^+) = +\frac{1}{2}, I_3(\Delta^0) = -\frac{1}{2}, I_3(\Delta^-) = -\frac{3}{2} \quad (4-3)$$

و برای نوکلئون‌ها داریم:

$$I_3(n) = -\frac{1}{2}, I_3(p) = +\frac{1}{2} \quad (5-3)$$

مؤلفه سوم ایزواسپین در فرآیندهای برهم کنش قوی پایسته می‌باشد.

برای تعیین ایزواسپین یک پیوند چندگانه، فقط تعداد ذراتی را که شامل می‌شود می‌شماریم. چون دامنه I_3 از $-I$ تا $+I$ تغییر می‌کند، پیوند چندگانه $2I+1$ می‌باشد و به این طریق مقدار ایزواسپین مشخص می‌شود.

بدین ترتیب پروتون و نوترون دو حالت ممکن برای یک نوکلئون هستند و می‌توان ایزواسپین $I = \frac{1}{2}$ را به نوکلئون منتسب کرد. با استفاده از تشابه با سیستم اسپین $\frac{1}{2}$ می‌توانیم دو زیرحالت متفاوت داشته باشیم. دو نوکلئون با $I_3 = \pm \frac{1}{2}$ قابل تشخیص اند. I_3 ویژه مقدار انتظاری عملگر ایزواسپین می‌باشد. بطور

قراردادی ما حالت $\left| I = \frac{1}{2}, I_3 = \frac{1}{2} \right\rangle$ را مربوط به پروتون و $\left| I = \frac{1}{2}, I_3 = -\frac{1}{2} \right\rangle$ را برای حالت نوترون

در نظر می‌گیریم و به صورت عمومی‌تر به شکل زیر نمایش می‌دهیم:

$$|p\rangle = \left| I = \frac{1}{2}, I_3 = \frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6-3)$$

$$|n\rangle = \left| I = \frac{1}{2}, I_3 = -\frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

که در آن $|p\rangle$ و $|n\rangle$ نمایشگر توابع موج پروتون و نوترون می‌باشند. در غیاب واکنش‌های الکترومغناطیسی انتظار داریم که ایزواسپین ثابت حرکت باشد، یعنی ویژه حالت‌های هامیلتونین می‌تواند با ویژه حالت‌های مجذور عملگر ایزواسپین یکسان باشد. بنابراین در این صورت ویژه مقدار عملگر I^2 برابر با $I(I+1)$ است.

یکی از نتایج بررسی پروتون و نوترون به عنوان دو حالت ایزواسپینی مختلف نوکلئون این است که می‌توانیم پروتون و نوترون را به یکدیگر تبدیل کنیم. با اعمال عملگرهای بالا برنده و پایین آورنده ایزواسپینی بر تابع موج مناسب داریم:

(7-3)

$$I_+ |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |p\rangle$$

$$I_- |p\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |n\rangle$$

از طرفی بنا به برچسب کواری داریم:

$$|p\rangle = |uud\rangle$$

(8-3)

$$|n\rangle = |udd\rangle$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$I_+ |udd\rangle = |uud\rangle \quad (9-3)$$

$$I_- |uud\rangle = |udd\rangle$$

از این رو پروتون و نوترون ذرات مشابهی در نظر گرفته می‌شوند که در مؤلفه سوم ایزواسپین با هم تفاوت دارند. دیگر قسمت‌های معادله موج تحت عملگرهای بالابرنده و پایین آورنده ایزواسپینی تغییر نمی‌کنند. روابط بالا نشان می‌دهند که عملگر بالابرنده ایزواسپینی روی کوارک‌ها اثر کرده و کوارک‌های d را به u تبدیل می‌کند. برای عملگر پایین آورنده هم حالت مشابهی داریم چون کوارک‌های دیگری وارد نمی‌شوند. کوارک‌های u و d را به صورت دوگانه ایزواسپینی در نظر می‌گیریم. مؤلفه سوم ایزواسپین کمیتی اسکالر است و مجموع مؤلفه سوم ایزواسپین دو کوارک u و یک کوارک d در پروتون باید مساوی با $\frac{1}{2}$ و یک کوارک u و دو کوارک d در نوترون باید مساوی با $-\frac{1}{2}$ باشد. بدین ترتیب مؤلفه سوم ایزواسپین کوارک‌های u و d بترتیب برابر با $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ خواهد بود [۸].

۳-۲- ابربار^۱

ذرات متعلق به چندگانه باری در مقدار بار با یکدیگر متفاوتند (دیگر ویژگی‌های الکترومغناطیسی آن‌ها مانند گشتاور مغناطیسی و... نیز بایکدیگر تفاوت دارد). در یک چندگانه، همه مضارب صحیح بار بنیادی e از کمینه مقدار تا بیشینه مقدار (از Q_{Min} تا Q_{Max}) در نظر گرفته می‌شود. مرکز باری یک چندتایی با $\frac{Y}{2}$ نشان داده می‌شود و داریم:

$$\frac{Y}{2} = \frac{1}{2}(Q_{Max} + Q_{Min}) \quad (10-3)$$

¹ - Hypercharge

که در آن Y را ابر بار می‌گویند. گل‌من و نیشیجیما مستقل از یکدیگر در سال ۱۹۵۳ رابطه‌ی زیر را ارائه دادند که به کمک آن می‌توان بار هر یک از اعضای یک چندگانه باری را محاسبه نمود [۹ و ۱۰]:

$$Q = \frac{Y}{2} + eI_3 \quad (11-3)$$

۳-۳- ایزواسپین و عملگر بار برای هسته‌های چند نوکلئونی

برای هسته‌هایی که از چندین نوکلئون تشکیل شده‌اند، ایزواسپین کل به صورت مجموع برداری ایزواسپین تک تک نوکلئون هاست.

$$I = \sum_{i=1}^A I(i) \quad (12-3)$$

که در آن A معرف تعداد نوکلئون‌ها می‌باشد. عملگر بار نیز برای مجموعه‌ای از A نوکلئون از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$Q = \sum_{i=1}^A Q(i) = e(I_3 + \frac{1}{2}A) \quad (13-3)$$

فصل چهارم

گروه‌های تقارنی

۴-۱- گروه‌های تقارنی

گروه G را می‌توان به عنوان مجموعه‌ای از اشیاء یا عملیات ریاضی (که عنصر نامیده می‌شوند) تعریف کرد که می‌توانند ترکیب و یا ضرب شوند تا یک حاصل ضرب خوش تعریف به وجود آید، به علاوه چهار شرط زیر را نیز برآورده کنند (عناصر این مجموعه را با a, b و c نشان می‌دهیم) [۱۱].

۱- اگر a و b دو عنصر از مجموعه باشند آنگاه حاصل ضرب ab نیز عضوی از مجموعه است.

۲- ضرب تعریف شده انجمنی است: $(ab)c = a(bc)$.

۳- یک عنصر I وجود دارد به طوری که برای هر عنصری در این مجموعه $aI = Ia = a$.

۴- برای هر عنصر باید یک وارون یا معکوس وجود داشته باشد. مجموعه باید شامل عنصر a^{-1} باشد

باشد به طوری که برای هر عنصری از مجموعه $aa^{-1} = a^{-1}a = I$.

یک گروه که شامل تعداد بی‌نهایت عنصر باشد یک گروه نامحدود نامیده می‌شود. یک گروه نامحدود ممکن است گسسته یا پیوسته باشد. اگر تعداد عناصر در گروه بی‌نهایت، شمارش پذیر نباشد گروه پیوسته است.

می‌توان با شروع از مجموعه‌ی مشخصی از عناصر یک گروه که در چند رابطه صدق می‌کنند، کلیه عناصر را بدست آورد. کوچکترین مجموعه‌ی عناصری را در نظر بگیرید که توان‌ها و حاصل ضرب‌هایشان تمام عناصر گروه را بدهد، عناصر این مجموعه را مولدهای گروه می‌نامیم.

یک گروه پیوسته، توسط یک مجموعه پارامتر حقیقی که حداقل یکی از آنها به طور پیوسته در یک بازه معین تغییر کند، مشخص می‌شود. اگر تمامی عناصر یک گروه با یکدیگر جابجا شوند آن گروه را آبلی می‌نامند. در میان گروه‌های پیوسته گوناگون، گروه‌های لی اهمیت خاصی دارند [۱۱]. بیشتر گروه‌های مورد توجه در فیزیک، گروه‌های ماتریس هستند. در فیزیک ذرات بنیادی رایج ترین گروه‌ها از نوعی

هستند که ریاضیدان‌ها آنان را $U(n)$ می‌نامند. این گروه‌ها شامل مجموعهٔ تمامی ماتریس‌های یکانی $n \times n$ است. اگر ماتریس‌های یکانی $n \times n$ را با دترمینان ۱ محدود کنیم، گروه $SU(n)$ نامیده می‌شود. اگر خود را به ماتریس‌های یکانی و متعامد محدود کنیم، گروه $O(n)$ به دست می‌آید و در نهایت مجموعه ماتریس‌های یکانی، متعامد و با دترمینان ۱ گروه $SO(n)$ را تشکیل می‌دهند. گروه‌های $SO(n)$ به عنوان گروه تمامی چرخش‌ها در فضا با ابعاد n فرض می‌شود، بنابراین $SO(3)$ تقارن چرخشی جهان ما را توصیف می‌کند. گروه تقارنی $SO(3)$ از لحاظ ساختار ریاضی با گروه تقارنی $SU(2)$ یکسان است که مهمترین و اساسی ترین تقارن داخلی در فیزیک ذرات بنیادی است [۱۲].

در گروه‌های تقارنی باید به این نکته توجه کرد که به ازاء هر $n \leq m$ آنگاه خواهیم داشت [۱۳]:

$$SU(n) \subset U(n) \subset U(m) \quad (1-4)$$

۲-۴- مرتبه گروه

بیشترین تعداد مولدهایی از یک گروه لی که دو به دو جابجاپذیر باشند را مرتبه گروه می‌نامند. به عنوان مثال درجه گروه $SO(3)$ یک است زیرا هیچ یک از مولدهای L_x ، L_y و L_z با یکدیگر جابجاپذیر نیستند. مرتبه گروه $SU(2)$ نیز یک است. به طور کلی مرتبه گروه‌های $SU(n)$ از رابطه $n-1$ به دست می‌آید.

۳-۴- عملگر کازیمیر^۲

عملگری که با تمام مولدهای یک گروه لی جابجاپذیر باشد، عملگر کازیمیر آن گروه لی نامیده می‌شود. بر طبق قضیه‌ای منسوب به قضیه راکا، تعداد عملگرهای کازیمیر مستقل یک گروه لی با مرتبه

² - Casimir

گروه برابر است. به طور کلی روش معینی برای ایجاد عملگرهای کازیمیر گروه‌های دلخواه وجود ندارد و هر گروه را باید جداگانه مورد مطالعه قرار داد لکن این نکته که همواره می‌توان با در نظر گرفتن یک ترکیب دو خطی مناسب از مولدها یک چنین عملگری ساخت، توسط خود کازیمیر تشخیص داده شده بود. تنها برای گروههای $SU(n)$ ، بیدن هارن در سال ۱۹۶۳ نشان داد که عملگرهای کازیمیر باید چندجمله‌ای همگن ساده از مولدها باشد [۱۴].

بنابراین تنها عملگر کازیمیر گروه $SO(3)$ ، عملگر L^2 است که با همه مولدهای گروه جابجاپذیر است و همچنین تنها عملگر کازیمیر گروه $SU(2)$ ، σ^2 می‌باشد. از آنجا که عملگرهای کازیمیر یک گروه لی می‌توانند بطور همزمان با مولدهایشان قطری شوند، می‌توان از ویژه مقادیر عملگرهای کازیمیر برای برچسب زدن نمایش‌های کاهش‌ناپذیر گروه لی استفاده کرد. بدین ترتیب عملگر کازیمیر گروه $SO(3)$ دارای ویژه مقدار $l(l+1)$ است که در آن l عدد صحیح غیرمنفی می‌باشد.

۴-۴- گروه تقارنی $SU(2)$

این گروه دارای سه پارامتر حقیقی (متناظر با سه مؤلفه حقیقی بردار ϕ) است. مولدهای این گروه سه ماتریس 2×2 هرمیتی، مستقل خطی و با رد صفر هستند که فضای ماتریسی 2×2 را جaro می‌کنند. بهترین گزینش همان ماتریس‌های پاؤلی هستند و داریم:

$$\hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (۲-۴)$$

رابطه جابجایی بین مولدهای این گروه به شکل زیر می‌باشد:

$$[\hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_j] = 2i \varepsilon_{ijk} \hat{\sigma}_k \quad (۳-۴)$$

با گزینش $\hat{S}_i = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_i$ خواهیم داشت:

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i \varepsilon_{ijk} \hat{S}_k \quad (4-4)$$

همانطور که پیش از این ذکر شد، گروه تقارنی $SO(3)$ از لحاظ ساختار ریاضی با گروه تقارنی $SU(2)$ یکسان است بنابراین هیچ زوجی از $\{\hat{S}_1, \hat{S}_2, \hat{S}_3\}$ با یکدیگر جابجا نمی شوند، بنابراین بیشترین تعداد مولدهای جابجا شونده این گروه یکی است (\hat{S}^2).

۴-۵- گروه تقارنی $SU(3)$

مرتبه این گروه تقارنی ۲ بوده و دارای ۸ مولد است ($\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_8$). از آنجا که گروه $SU(2)$ زیرگروه $SU(3)$ است، بنابراین سه مولد این گروه را می توان با کمک مولدهای گروه $SU(2)$ (ماتریس های پاؤلی) ساخت و فقط کافیست که آن ها را به سه بعد تعمیم دهیم، پس داریم:

$$(4-5)$$

$$\hat{\lambda}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

پنج مولد دیگر این گروه را می توان به روش های گوناگونی برگزید. گلמן و همکارش در سال ۱۹۶۴ روش ساده زیر را معرفی کردند [۱۵]:

دو مولد $\hat{\lambda}_4$ و $\hat{\lambda}_6$ را به کمک مولد $\hat{\lambda}_1$ و دو مولد $\hat{\lambda}_5$ و $\hat{\lambda}_7$ را به کمک مولد $\hat{\lambda}_2$ می سازیم (با انتقال عناصر غیرصفر ماتریس پاؤلی به سمت پایین). مولد $\hat{\lambda}_8$ را نیز به کمک مولد $\hat{\lambda}_3$ ایجاد می کنیم.

$$\hat{\lambda}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6-4)$$

$$\hat{\lambda}_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

تمامی این ماتریس‌ها هرمیتی، بدون رد و مستقل خطی هستند. و روابط زیر میان مولدهای این گروه برقرار است:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_i^+ &= \hat{\lambda}_i \\ \text{Tr } \hat{\lambda}_i &= 0 \\ \text{Tr } \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j &= 2\delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 8) \end{aligned} \quad (7-4)$$

۶-۴- جبر لی گروه SU(3)

با استفاده از نمایش صریح مولدها در رابطه (۶-۴) می‌توانیم رابطه جابجایی بین مولدهای این گروه

تقارنی (جبر لی گروه) را بیابیم:

$$[\hat{\lambda}_i, \hat{\lambda}_j] = 2i f_{ijk} \hat{\lambda}_k \quad (8-4)$$

که در آن f_{ijk} ها ثابت‌های ساختار بوده و تحت تعویض هر دو اندیس کاملاً پادمتقارنند.

$$f_{ijk} = \frac{1}{4} i \text{Tr} [\lambda_i, \lambda_j] \lambda_k = -f_{jik} = -f_{ikj} \quad (9-4)$$

و به طریق مشابه می‌توان رابطه‌ی پادجابجایی بین مولدها را نیز به شکل زیر نوشت:

$$\{\hat{\lambda}_i, \hat{\lambda}_j\} = \frac{4}{3} \delta_{ij} 1 + 2d_{ijk} \hat{\lambda}_k \quad (10-4)$$

$$\text{Tr}\{\hat{\lambda}_i, \hat{\lambda}_j\} = \text{Tr} \frac{4}{3} \delta_{ij} 1 = \frac{4}{3} \delta_{ij} \text{Tr} 1 = 4\delta_{ij}$$

که در آن d_{ijk} ضرایبی متقارن و بدون رد هستند.

$$d_{ijk} = d_{jik} = d_{ikj} = \frac{1}{4} \text{Tr}(\{\lambda_i, \lambda_j\} \lambda_k) \quad (11-4)$$

ثابت های ساختار غیر صفر در جدول (1-4) آمده است.

جدول 1-4: ثابت های ساختار غیر صفر.

| ijk | f_{ijk} | ijk | f_{ijk} | ijk | d_{ijk} | ijk | d_{ijk} | ijk | d_{ijk} | ijk | d_{ijk} |
|-------|----------------|------------|--|-------|----------------------|-------|----------------------|-------|------------------------|-------|------------------------|
| 123 | 1 | 257 | $\frac{1}{2}$ | 118 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 247 | $-\frac{1}{2}$ | 355 | $\frac{1}{2}$ | 558 | $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ |
| 147 | $\frac{1}{2}$ | 345 | $\frac{1}{2}$ | 146 | $\frac{1}{2}$ | 256 | $\frac{1}{2}$ | 366 | $-\frac{1}{2}$ | 668 | $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ |
| 156 | $-\frac{1}{2}$ | 367 | $-\frac{1}{2}$ | 157 | $\frac{1}{2}$ | 338 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 377 | $-\frac{1}{2}$ | 778 | $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ |
| 246 | $\frac{1}{2}$ | 458 678 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 228 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 344 | $\frac{1}{2}$ | 448 | $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ | 888 | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ |

با توجه به رابطه ی (4-8) درمی یابیم که جبر لی گروه $SU(3)$ بسته است. همانند گروه $SU(2)$ ، با

گزینش $\hat{F}_i = \frac{1}{2} \hat{\lambda}_i$ می توانیم مولدها را باز تولید کنیم:

$$[\hat{F}_i, \hat{F}_j] = i f_{ijk} \hat{F}_k \quad (12-4)$$

۷-۴- عملگرهای کازیمیر گروه SU(3)

بنا بر قضیه راکا، گروه SU(3) دارای دو عملگر کازیمیر است که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\hat{C}_1(\hat{F}_i) \equiv \sum_{i=1}^8 F_i^2 = -\frac{2}{3}i \sum_{ijk} f_{ijk} \hat{F}_i \hat{F}_j \hat{F}_k \quad (13-4)$$

$$\hat{C}_2(\hat{F}_i) \equiv \sum_{ijk} d_{ijk} \hat{F}_i \hat{F}_j \hat{F}_k$$

و روابط زیر میان این دو عملگر کازیمیر برقرار است:

$$\hat{C}_2 = \hat{C}_1 \left(2\hat{C}_1 - \frac{11}{6} \right) \quad (14-4)$$

به دلیل تقارن‌های درونی چندتایی SU(3) در صفحه $Y-I_3$ ، دو مثلث متساوی الساقین که حول مبدا متقارنند بوجود می‌آیند. این نمایش‌ها ($[3]$ و $[\bar{3}]$) در شکل (۱-۲) نشان داده شد. نکته قابل توجه آن است که ماتریس‌های گلن در گروه تقارنی SU(3) شکل خود را در نمایش $[3]$ و $[\bar{3}]$ حفظ می‌کند.

۸-۴- گروه تقارنی SU(6)

طیف جرمی باریون‌های هشت‌تایی با اسپین $\frac{1}{2}$ و ده‌تایی‌ها با اسپین $\frac{3}{2}$ تفاوت زیادی با هم ندارند. در

دهه ۶۰ بسیاری از فیزیکدانان به این اندیشه رهنمون شدند که SU(3) را در گروه بزرگتری جای دهند تا هر دو نمایش را دربرگیرد. باریون‌های هشت‌تایی و ده‌تایی اسپین متفاوت دارند، بنابراین گروه بزرگتر نمی‌تواند با تکانه زاویه‌ای جابجا شود.

تعمیم SU(3) به SU(6) برای دربرگیری اسپین و طعم کوارک‌ها می‌باشد، یعنی فضای حاصلضرب تانسوری شش بعدی را در نظر می‌گیریم که هم دارای اندیس SU(3) و هم دارای اندیس اسپین باشد.

$$(|u\rangle, |d\rangle, |s\rangle) \otimes \left(\left| \frac{1}{2} \right\rangle, \left| -\frac{1}{2} \right\rangle \right) \quad (15-4)$$

این گروه تقارنی $SU(6)$ است که روی فضای حاصلضرب تانسوری شش بعدی اثر می‌کند. می‌توانیم مولدها را به صورت ماتریس‌های 3×3 در فضای $SU(3)$ (که لزوماً بدون رد هم نباشند) و ماتریس‌های فضای اسپینی $SU(2)$ بنویسیم (که لزوماً اینها نیز بدون رد نیستند). همانطور که بیان شد مولدهای گروه $SU(3)$ ، $\hat{\lambda}_i$ ها بوده و مولدهای گروه $SU(2)$ ، $\hat{\sigma}_j$ ها می‌باشد. بنابراین گروه $SU(6)$ دارای زیر جبر $SU(3)$ و زیر جبر $SU(2)$ بوده و به عبارتی دیگر این گروه دارای زیرگروه $SU(3) \otimes SU(2)$ می‌باشد. دیگر مولدهای این گروه $\frac{1}{2} \hat{\lambda}_i \hat{\sigma}_j$ می‌باشد، بنابراین تعداد کل مولدهای این گروه ۳۵ ماتریس بدون رد، هرمیتی و مستقل خطی می‌باشد.

برای یافتن تابع موج باریون‌ها، کوارک‌ها را به عنوان ذرات مشابه در نظر می‌گیریم که تنها بوسیله طعم و رنگشان از هم قابل تشخیص هستند. از آنجا که باریون‌ها ذراتی بی رنگ هستند تابع موج کوارک آن‌ها باید بر حسب رنگ پادمتقارن باشد. این بدان معنی است که بقیه تابع موج کوارک، که حاصل ضربی از طعم، اسپین و قسمت فضایی کوارک است باید تحت تعویض دوتا از کوارک‌ها متقارن بماند. حالت‌های ده‌تایی بسیار ساده‌اند زیرا هم در $SU(2)$ و هم در $SU(3)$ متقارنند، بنابراین در $SU(6)$ نیز متقارنند. نمونه‌های از تابع موج ده‌تایی‌های باریونی در زیر آمده است:

$$\left| \Delta^{++}, \frac{3}{2} \right\rangle = |uuu\rangle_{+++} \quad (16-4)$$

$$\left| \Delta^+, \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{3} (|uud\rangle + |udu\rangle + |duu\rangle) \cdot (|++-\rangle + |+-+\rangle + |-++\rangle)$$

$$\left| \Sigma^{*0}, \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{\sqrt{2}}{6} (|uds\rangle |dus\rangle |sud\rangle |sdu\rangle |dsu\rangle |usd\rangle) \cdot (|++-\rangle + |+-+\rangle + |-++\rangle)$$

اما حالت‌های هشت‌تایی پیچیده‌ترند زیرا در یک جفت اسپین و برچسب طعم کوارکی پادمتقارنند، برای آنکه کاملاً متقارن شوند باید جایگشت‌های دوره‌ای آنها را نیز با هم جمع کرد. نمونه‌ای از تابع موج هشت‌تایی‌های باریونی در زیر آمده است:

$$\left| \Lambda, \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{\sqrt{3}}{6} \left\{ \begin{array}{l} (|uds\rangle - |dus\rangle) \cdot (|+-+\rangle - |-++\rangle) + \\ (|sud\rangle - |sdu\rangle) \cdot (|++-\rangle - |+-+\rangle) + \\ (|dsu\rangle - |usd\rangle) \cdot (|-++\rangle - |++-\rangle) \end{array} \right\} \quad (17-4)$$

فصل پنجم

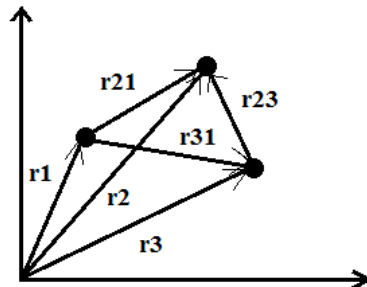
روش‌های محاسبه‌ی جرم

باریون‌های شگفت و غیرشگفت

۵-۱- مختصات فوق کروی

در سال‌های اخیر مدل‌های کوارکی گوناگونی برای توصیف ساختار درونی باریون‌ها بکار گرفته شده‌اند که معمولاً توصیف خوبی را از طیف باریونی ارائه می‌دهند [۱۶ و ۱۷]. مطالعه‌ی طیف‌نگاری هادرون برای تشخیص شکل‌های گوناگون دینامیک کوارکی کافی نیست و برای توصیف همه‌ی مشاهده‌پذیرهای فیزیکی مورد نظر از قبیل طیف باریونی، فرم‌فاکتورهای الکترومغناطیسی و ... باید در چارچوبی کلی و با بهره‌گیری از مختصات فوق کروی به توصیف دینامیک کوارک‌ها بپردازیم.

همانطور که در فصل‌های قبل ذکر شد، باریون‌ها، سیستم‌های سه ذره‌ای در نظر گرفته می‌شوند. برای مطالعه سیستم‌های بس ذره‌ای (بیش از دو ذره) لازم است که از مختصات فوق کروی استفاده شود. به فرض سه ذره به جرم‌های m_1 , m_2 و m_3 داریم که با آرایش شکل (۵-۱) در فضا قرار گرفته‌اند و هیچ نیروی خارجی بر سیستم اثر نمی‌گذارد [۱۸].



شکل ۵-۱: مختصات سه ذره در فضا.

فرض می‌کنیم که در سیستم آزمایشگاه، ذره اول در مکان \vec{r}_1 و ذره دوم و سوم به ترتیب در \vec{r}_2 و \vec{r}_3 قرار داشته باشند. به منظور توصیف دینامیک سه کوارک از مختصات ژاکوبی، $\vec{\rho}$ و $\vec{\lambda}$ استفاده می‌کنیم. بنابراین ابتدا مختصات ذرات را از سیستم آزمایشگاهی $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$ به مختصات ژاکوبی (ρ, λ, R) تبدیل می‌نماییم. بر این اساس رابطه‌ی بین این مختصات به صورت زیر می‌باشد [۱۹ و ۲۰]:

$$\vec{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\vec{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) \quad (۱-۵)$$

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3}{3}$$

در رابطه (۱-۵) $\vec{\rho}$ به عنوان بردار نسبی بین ذرات ۱ و ۲ و $\vec{\lambda}$ بردار نسبی بین مرکز جرم ذرات ۱ و ۲ و ذره ۳ تعریف می‌شود [۲۱]. مختصه مرکز جرم \vec{R} در طیف باریون‌ها نقشی نداشته و مورد توجه نمی‌باشد. بنابراین مختصات فوق‌کروی که از مختصات $\vec{\rho}$ و $\vec{\lambda}$ بدست می‌آیند، به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱ و ۲۲]:

$$x = \sqrt{\rho^2 + \lambda^2}, \quad \xi = \arctan\left(\frac{\rho}{\lambda}\right) \quad (۲-۵)$$

در رابطه بالا x فوق شعاع کره و ξ فوق زاویه است. عملگر لاپلاس در مختصات فوق‌کروی و در فضایی با ابعاد D برای سه ذره به صورت زیر است [۲۳ - ۲۵]:

$$\nabla^2 = \nabla_\rho^2 + \nabla_\lambda^2 = - \left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{d}{dx} + \frac{I^2(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi)}{x^2} \right] \quad (۳-۵)$$

I^2 عملگر اندازه حرکت زاویه‌ای کل بوده و ویژه توابع I^2 همان هماهنگ‌های فوق‌کروی هستند که دارای ویژه مقدار زیر است:

$$I^2(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) Y_{\gamma, l_\rho, l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) = -\gamma(\gamma + 4) Y_{\gamma, l_\rho, l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) \quad (4-5)$$

که در آن γ عدد کوانتومی زاویه‌ای کل و برابر با $\gamma = 2n + l_\rho + l_\lambda$ می‌باشد. l_ρ, l_λ به ترتیب تکانه‌های زاویه‌ای مربوط به متغیرهای ρ, λ و n عدد صحیح مثبت است.

۵-۲- پتانسیل‌های مرکزی بین کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون‌ها

از آنجا که باریون‌ها از سه کوارک تشکیل شده‌اند، بنابراین یک سیستم سه ذره‌ای بوده و برای معرفی پتانسیل بین کوارکی از مختصات فوق‌کروی استفاده می‌شود. در این مجموعه هر کوارک با دو کوارک دیگر برهم‌کنش می‌کند. با توجه به این نکته که اثرات بارالکتریکی کوارک‌ها در برهم‌کنش‌های قوی بسیار بسیار ناچیز است؛ می‌توان از اثر پتانسیل الکتریکی بار کوارک‌ها در پتانسیل بین کوارکی با تقریب خوبی چشم‌پوشی کرد.

اولین پتانسیل، پتانسیل فوق‌کولنی است که به صورت رابطه (۵-۵) نوشته شده است. پتانسیل فوق‌کولنی در فواصل کوچک جاذبه می‌باشد. همانطور که در فصل دوم توضیح داده شد برای هر کوارک نوعاً رنگی تعریف می‌شود و در واقع این بار رنگ است که در برهم‌کنش‌ها خود را نمایان می‌کند و منشاء پتانسیل فوق‌کولنی است.

$$V_{hyc}(x) = \frac{-K}{\left[\sum_{i=3}^i |r_i - r_j|^2 \right]^{\frac{1}{2}}} = -\frac{\tau}{x} \quad (5-5)$$

دومین پتانسیلی که ما بین کوارک‌ها در درون باریون می‌توان در نظر گرفت، پتانسیل محدود کننده‌ای است که مانع از آن می‌شود تا کوارک‌ها از یکدیگر فاصله بگیرند، یعنی با زیاد شدن فاصله میان کوارک‌ها

این پتانسیل نیز افزایش می‌یابد و این مطلب از این اصل بسیار مهم ناشی می‌شود که کوارک آزاد در طبیعت وجود ندارد. بنابراین این پتانسیل را به شکل زیر می‌توان در نظر گرفت:

$$V_{con}(x) = \kappa x \quad (۶-۵)$$

سومین پتانسیل، پتانسیل فوق کروی نوسانگر هماهنگ است که مجموع برهم‌کنش دو به دو کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون‌ها است و عبارت است از:

$$V_{h.o.}(x) = \sum_{i < j}^{i=3} \frac{1}{2} k |r_i - r_j|^2 = \frac{3}{2} k (r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{13}^2) = \frac{3}{2} k x^2 = \eta x^2 \quad (۷-۵)$$

لازم به ذکر است که معادله شرودینگر شعاعی به ازای پتانسیل فوق کولنی و پتانسیل فوق کروی نوسانگر هماهنگ دارای حل تحلیلی می‌باشد. برای توصیف جرم‌های باریونی در حالت پایه و برانگیخته و ایجاد شکافتگی جرمی میان چندتایی‌های باریونی، در نظر گرفتن پتانسیل ناشی از برهم‌کنش اسپین - اسپین، ایزو اسپین - ایزواسپین، اسپین - ایزواسپین و پتانسیل با بستگی طعمی کوارک‌ها بسیار حائز اهمیت است.

۵-۳- حل معادله‌ی شرودینگر فوق کروی با پتانسیل فوق کولنی

در مدل کوارکی سازنده فوق کروی^۳ (hCQM) فرض می‌شود که پتانسیل کوارک‌ها، V ، تنها به فوق شعاع، x ، بستگی دارد. بنابراین پتانسیل $V=V(x)$ پتانسیل سه جسمی است زیرا ابر شعاع به مختصات هر سه کوارک بستگی دارد. از آنجا که پتانسیل کوارکی فقط وابسته به x است، در تابع موج سه کوارکی می‌توان از بخش فوق زاویه ای فاکتور گرفت [۲۶]. ویژه مقادیر انرژی از حل بخش فوق شعاعی معادله شرودینگر فوق کروی زیر تعیین می‌شود:

³ Hypercentral Constituent Quark Model

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} - \frac{\gamma(\gamma+4)}{x^2} \right] \psi(x) = -2m[E - V(x)] \psi(x) \quad (۸-۵)$$

یکی از پتانسیل های فوق مرکزی که منجر به راه حل های تحلیلی می شود، پتانسیل فوق کولنی است. این پتانسیل مقید کننده نبوده و به شکل زیر است:

$$V_{hyc}(x) = -\frac{\tau}{x} \quad (۹-۵)$$

سانتاپینتو و همکارانش با بهره گیری از روش های کاملاً جبری از تقارن دینامیکی $O(7)$ در مسئله فوق کروی برای به دست آوردن ویژه مقادیر انرژی و هامیلتونین استفاده کرده اند [۲۷] (مشابه آنچه که در مورد اتم هیدروژن با تقارن $O(4)$ انجام می شود).

پتانسیل فوق کولنی در شش بعد در نظر گرفته می شود:

$$H = \frac{P^2}{2m} - \frac{\tau}{x} \quad (۱۰-۵)$$

که در آن:

$$x^2 = \sum_{j=1}^6 r_j^2$$

$$P^2 = \sum_{j=1}^6 p_j^2 \quad (۱۱-۵)$$

ویژه مقادیر انرژی از مطالعه خواص گروه تقارنی $SO(7, 2)$ بدست می آید [۲۸]. مولدهای جبر لی گروه $SO(7, 2)$ در فضای مختصات عبارتند از:

$$L_{jk} = r_j p_k - r_k p_j \quad (j, k = 1, 2, \dots, 6) \quad (l, i = 1, 2, \dots, 9)$$

$$L_{j7} = 1/2 r_j P^2 - p_j \sum_{k=1}^6 r_k p_k + 3/2 i p_j - 1/2 r_j$$

$$L_{j8} = 1/2 r_j P^2 - p_j \sum_{k=1}^6 r_k p_k + 3/2 i p_j + 1/2 r_j$$

$$L_{j9} = x p_j \quad (12-5)$$

$$L_{78} = \sum_{k=1}^6 r_k p_k - 5/2 i$$

$$L_{79} = 1/2 (x P^2 - x)$$

$$L_{89} = 1/2 (x P^2 + x)$$

این مولدها پادمتقارنند ($L_{ij} = -L_{ji}$) و در روابط جابجایی زیر صدق می کنند:

$$[L_{ij}, L_{kl}] = -i(g_{ik} L_{jl} + g_{il} L_{jk} - g_{il} L_{jk} - g_{jk} L_{il})$$

$$g_{ij} = \begin{cases} -\delta_{ij} & \text{for } j = 1, 2, \dots, 7 \\ \delta_{ij} & \text{for } j = 8, 9 \end{cases} \quad (13-5)$$

بین گروه های تقارنی روابط زیر برقرار است:

$$SO(7,2) \supset \left\{ \begin{array}{cc} SO(6) \otimes SO(2,1) \\ \gamma & \mathfrak{q} \\ SO(7) \otimes SO(2) \\ \omega & \mathfrak{q}_0 \end{array} \right\} \supset SO(6) \otimes SO(2) \quad (14-5)$$

ویژه حالت های مسئله فوق کولنی به نمایش در گروه $SO(7,2)$ متعلق است که می تواند به نمایش

کاهش ناپذیری از زیرگروه هایش تجزیه شود و مجموعه کاملی از حالت های پایه را به وجود آورد. مولدها و

عملگرهای کازیمیر درجه دوم این گروه ها که در معادله فوق ظاهر شدند به قرار زیر است:

$$\begin{aligned}
\text{SO}(7) , \text{O}(7): L_{jk} \quad (j, k = 1, 2, \dots, 7) , & \quad \Lambda_7^2 = 1/2 \sum_{j,k=1}^7 L_{jk}^2 \\
\text{SO}(6): L_{jk} \quad (j, k = 1, 2, \dots, 6) & \quad \Lambda_6^2 = 1/2 \sum_{j,k=1}^6 L_{jk}^2 \quad (15-5) \\
\text{SO}(2,1): T_1 = L_{79} , T_2 = L_{78} , T_3 = L_{89} & \quad T^2 = T_3^2 - T_1^2 - T_2^2 \\
\text{SO}(2): T_3 = L_{89} & \quad T_3^2
\end{aligned}$$

عملگرهای کازیمیر در روابط روبرو صادقند:

$$\begin{aligned}
T^2 &= \Lambda_6^2 + \frac{15}{4} \\
T_3^2 &= \Lambda_7^2 + \frac{25}{4}
\end{aligned} \quad (16-5)$$

اگر $|\tilde{\psi}\rangle$ کت حالت‌های پایه باشد خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
T^2|\tilde{\psi}\rangle &= q(q+1)|\tilde{\psi}\rangle \quad q \in \mathbb{R} \\
T_3|\tilde{\psi}\rangle &= q_0|\tilde{\psi}\rangle \quad q_0 = -q + s \quad , \quad s = 0, 1, \dots \\
\Lambda_7^2|\tilde{\psi}\rangle &= \omega(\omega+5)|\tilde{\psi}\rangle \quad \omega = 0, 1, \dots \\
\Lambda_6^2|\tilde{\psi}\rangle &= \gamma(\gamma+4)|\tilde{\psi}\rangle \quad \gamma = 0, 1, \dots, \omega
\end{aligned} \quad (17-5)$$

با جایگذاری رابطه (16-5) در رابطه (17-5) روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}
q(q+1) &= \gamma(\gamma+4) + \frac{15}{4} \\
\Rightarrow q &= -\gamma - \frac{5}{2} \quad , \quad q_0 = \omega + \frac{5}{2}
\end{aligned} \quad (18-5)$$

$$q_0^2 = \omega(\omega+5) + \frac{25}{4}$$

همیلتونین فوق کولنی تحت گروه جایگشتی S_3 ناورداست و ویژه مقادیر آن تقارن جایگشتی خوبی دارد.

مجموعه‌ای از حالت‌های پایه که از نمایش کاهش‌ناپذیر زنجیره گروهی بدست می‌آیند به شکل زیر است:

$$\begin{aligned}
|\text{SO}(7) \supset \text{SO}(6) \supset [\text{SU}(3) \supset \text{SO}(3) \supset \text{SO}(2)] \otimes \text{SO}(2)\rangle \\
\omega \quad \gamma \quad (n_1, n_2) \quad L \quad M_L \quad \nu
\end{aligned} \quad (19-5)$$

که در آن

$$\begin{aligned}
\gamma &= 0, 1, \dots, \omega \\
\nu &= -\gamma, -\gamma + 2, \dots, \gamma \\
(n_1, n_2) &= \left(\gamma, \frac{\gamma - \nu}{2}\right) \\
M_L &= (-L, -L + 1, \dots, L)
\end{aligned}
\tag{۲۰-۵}$$

گروه $SU(3)$ به $SO(3)$ کاملاً کاهش پذیر نیست و برای برچسب گذاری حالت‌ها به برچسب‌های بیشتری احتیاج است [۲۹]. به جای (n_1, n_2) برچسب (λ, μ) به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$(\lambda, \mu) = (n_1 - n_2, n_2) = \left(\frac{\gamma + \nu}{2}, \frac{\gamma - \nu}{2}\right)
\tag{۲۱-۵}$$

و داریم:

$$\kappa = \text{Min}\{\lambda, \mu\}, \text{Min}\{\lambda, \mu\} - 2, \dots, 1, 0
\tag{۲۲-۵}$$

$$L = \begin{cases} \text{Man}\{\lambda, \mu\}, \text{Man}\{\lambda, \mu\} - 2, \dots, 1, 0 & \kappa = 0 \\ \kappa, \kappa + 1, \dots, \kappa + \text{Max}\{\lambda, \mu\} & \kappa > 0 \end{cases}$$

حالت‌های ناوردای S_3 از ترکیب‌های خطی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{-i}{\sqrt{2(1 + \delta_{\nu,0})}} (|\nu\rangle - |-\nu\rangle)
\tag{۲۳-۵}$$

$$\frac{(-1)^{\nu_0}}{\sqrt{2(1 + \delta_{\nu,0})}} (|\nu\rangle + |-\nu\rangle)$$

$$\nu_0 \rightarrow \nu = \nu_0 \pmod{3}$$

حالت‌های پایه مسئله فوق کولنی به صورت زیر است:

$$|\psi\rangle = |\omega, \gamma, |\nu|, \kappa, L_t^P, M_L\rangle
\tag{۲۴-۵}$$

که در آن $P = (-1)^\gamma$ بوده و به ازاء $t = A, S$ (برای حالت‌های متقارن یا پاد متقارن) $\nu_0 = 0$ و به ازاء $t = M$ (حالت‌هایی با تقارن آمیخته) $\nu_0 = 1, 2$ می‌باشد. ویژه مقادیر انرژی برای پتانسیل فوق کولنی در

شش بعد را با استفاده از ویژگی‌های مولدهای گروه تقارنی $SO(2,1)$ می‌توان یافت و معادله شرودینگر را بر حسب مولدهای این گروه می‌توان بیان کرد [۳۰]:

$$O|\psi\rangle = x(H - E)|\psi\rangle = 0 \quad (25-5)$$

$$O = \left(\frac{1}{2m} - E\right)T_3 + \left(\frac{1}{2m} + E\right)T_1 - \tau$$

اگر کت حالت پایه $(|\psi\rangle)$ به اندازه θ دوران داده شود، خواهیم داشت:

$$|\tilde{\psi}\rangle = N e^{-i\theta T_2} |\psi\rangle \quad (26-5)$$

$$\tilde{O} = e^{-i\theta T_2} O e^{i\theta T_2} = \left(\frac{1}{2m} - E\right)(T_3 \cosh\theta + T_1 \sinh\theta) + \left(\frac{1}{2m} + E\right)(T_1 \cosh\theta + T_3 \sinh\theta) - \tau$$

$$\tilde{O}|\tilde{\psi}\rangle = 0 \quad \text{و در نهایت؛ طیف انرژی با گزینش}$$

$$\tanh\theta = \frac{E + \frac{1}{2m}}{E - \frac{1}{2m}} \Rightarrow \left(\sqrt{-2\frac{E}{m}T_3} - \tau\right)|\tilde{\psi}\rangle = 0 \quad (27-5)$$

بدست می‌آید:

$$E = \frac{-\tau^2 m}{2q_0^2} \quad \left(q_0 = \omega + \frac{5}{2}\right) \Rightarrow E = \frac{-\tau^2 m}{2\left(\omega + \frac{5}{2}\right)^2} \quad (28-5)$$

بنابراین می‌توان هامیلتونین را به فرم زیر بازنویسی کرد:

$$H = -\frac{\tau^2 m}{2 \left[C_2(O(7)) + \frac{25}{4} \right]} \quad (29-5)$$

که در آن $(C_2(O(7)))$ عملگر کازیمیر درجه دوم گروه $O(7)$ است.

۴-۵- طیف باریون ها در حضور پتانسیل کرنل^۴ فوق کروی و پتانسیل وابسته به برهم کنش

اسپین - اسپین

در سال ۲۰۰۱، گیانینی^۵ و همکارانش با ارائه مدلی به محاسبه‌ی طیف باریون‌ها (N, Δ) پرداختند. در مدل ارائه شده توسط آن‌ها، پتانسیل مقید کننده فوق کروی، پتانسیل کرنل بوده که شامل جمله کولنی به علاوه جمله مقید کننده خطی است [۳۱]:

$$V(x) = -\frac{\tau}{x} + \alpha x \quad (30-5)$$

آن‌ها به منظور توصیف شکافتگی جرمی در چندگانه‌های SU(6)، ابتدا برهم کنش فوق ریز را به شکل تابعی گاوسی از فاصله نسبی بین دو کوارک (به عنوان اختلال) در نظر گرفتند [۳۱]:

$$H_s = A_s \sum_{i < j}^{i=3} \frac{1}{(\sqrt{\pi} \sigma_s)^3} e^{-\left(\frac{r_{ij}^2}{\sigma_s^2}\right)} (S_i \cdot S_j) \quad (31-5)$$

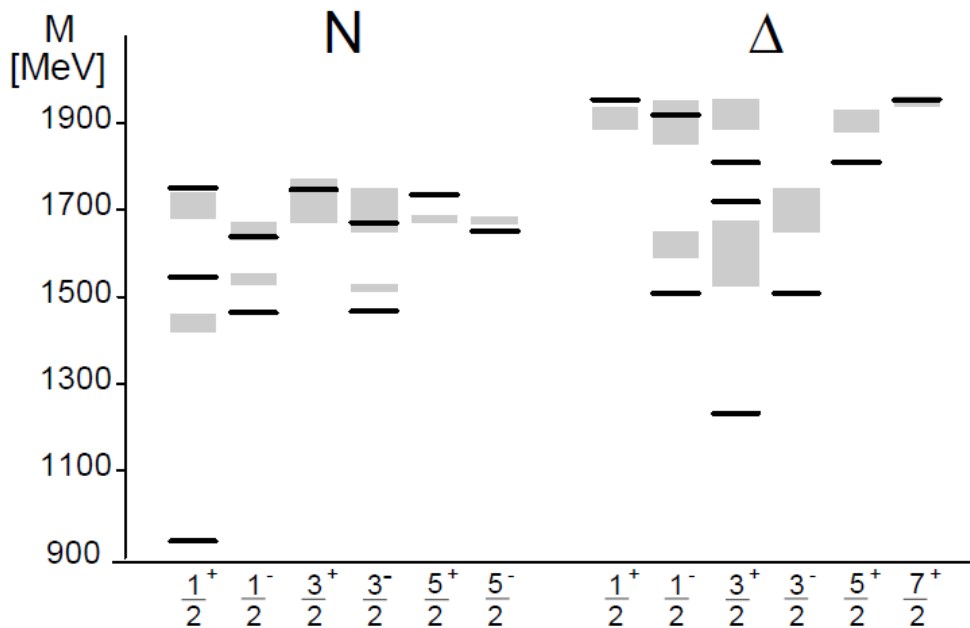
که در آن r_{ij} فاصله نسبی بین دو کوارک و S_i عملگر اسپین کوارک i ام می‌باشد. با در نظر گرفتن جرم کوارک برابر با $\frac{1}{3}$ جرم نوکلئون، پارامترهای آزاد را از برازش با طیف بدست آورده‌اند:

$$\tau = 4.98, A_s = 38.4 \text{ fm}^2, \sigma_s = 0.8 \text{ fm}, \alpha = 1.58 \text{ fm}^{-2} \quad (32-5)$$

نتایج محاسبات گیانینی و همکارانش برای طیف باریون‌های Δ و N در شکل (۲-۵) نشان داده شده است [۳۱].

⁴ Cornell potential

⁵ Giannini



شکل ۵-۲: طیف باریون های محاسبه شده با در نظر گرفتن پتانسیل کرنل فوق کروی و جمله وابسته به اسپین [۳۱].

طیف باریونی که با استفاده از این مدل بدست می آید نسبتاً خوب و قابل مقایسه با نتایج دیگر روش‌ها و داده‌های تجربی است، لکن، در برخی از موارد شکافتگی جرمی بین چندگانه‌های $SU(6)$ بسیار ناچیز است.

۵-۵- طیف باریون ها در حضور پتانسیل کرنل فوق کروی و پتانسیل وابسته به برهم‌کنش اسپین - اسپین، ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین

به منظور توصیف هر چه بهتر شکافتگی جرمی بین چندگانه‌های $SU(6)$ ، گیانینی و همکارانش [۳۱] علاوه بر جمله وابسته به برهم‌کنش اسپین - اسپین، جملات وابسته به برهم‌کنش ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین کوارک‌ها را نیز در هامیلتونی hCQM وارد کرده‌اند.

$$H_I = A_I \sum_{i < j}^{i=3} \frac{1}{(\sqrt{\pi}\sigma_I)^3} e^{-\frac{r_{ij}^2}{\sigma_I^2}} (I_i \cdot I_j) \quad (۳۲-۵)$$

رابطه (۳۲-۵) تنها به ایزواسپین بستگی داشته و در آن فاصله نسبی بین دو کوارک و I_i عملگر ایزواسپین کوارک i ام می‌باشد. جمله وابسته به برهمکنش اسپین - ایزواسپین از رابطه زیر بدست می‌آید [۳۱ - ۳۳]:

$$H_{SI} = A_{SI} \sum_{i < j}^{i=3} \frac{1}{(\sqrt{\pi} \sigma_{SI})^3} e^{-\left(\frac{r_{ij}^2}{\sigma_{SI}^2}\right)} (S_i \cdot S_j)(I_i \cdot I_j) \quad (33-5)$$

و برای برهمکنش کامل از رابطه زیر استفاده شده است:

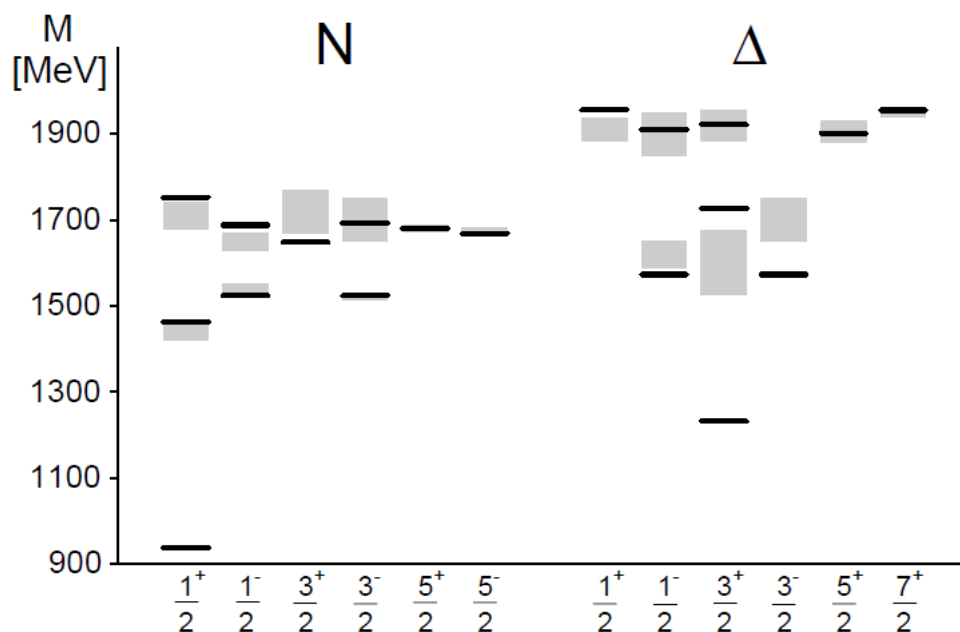
$$H_{\text{int}} = V(x) + H_S + H_I + H_{SI} \quad (34-5)$$

پارامترهای آزاد نیز از برازش با طیف به دست آمده است:

$$\sigma_S = 2.87 \text{ fm}, A_S = 67.4 \text{ fm}^{-2}, \tau = 4.95, \alpha = 1.17 \text{ fm}^{-2} \quad (35-5)$$

$$\sigma_{SI} = 2.31 \text{ fm}, A_{SI} = -106.2 \text{ fm}^{-2}, \sigma_I = 3.45 \text{ fm}, A_I = 51.7 \text{ fm}^{-2}$$

نتایج محاسبات گیانینی و همکارانش برای طیف باریون‌های Δ و N بر اساس این مدل در شکل (۳-۵) و جدول (۱-۵) آورده شده است [۳۱]. از مقایسه‌ی نتایج محاسبات و مقادیر تجربی مشخص شده است که تفاوت جرمی $\Delta - N$ تنها به سبب برهمکنش فوق‌ریز (H_S) نمی‌باشد. در واقع در این مدل سهم ناشی از برهمکنش فوق‌ریز تنها در حدود ۳۵٪ است. بقیه این شکافتگی جرمی ناشی از جمله وابسته به اسپین - ایزواسپین (۵۰٪) و جمله وابسته به ایزواسپین - ایزواسپین (۱۵٪) می‌باشد [۳۱].



شکل ۳-۵: طیف باریون های محاسبه شده با در نظر گرفتن پتانسیل کرنل فوق کروی و جملات وابسته به اسپین،

ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین [۳۱].

جدول ۱-۵: طیف جرمی حالت های تشدید باریون های غیر شگفت ، با در نظر گرفتن پتانسیل کرنل فوق کروی و جملات

وابسته به اسپین، ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین [۳۱].

| Baryon | Status | $M_{\text{exp}}(\text{MeV})$ | J^{π} | $M_{\text{theor}}(\text{MeV})$ |
|--------------------|--------|------------------------------|-----------------|--------------------------------|
| N(938)P11 | **** | 938 | $\frac{1^+}{2}$ | 938 |
| $\Delta(1232)$ P33 | **** | 1230–1234 | $\frac{3^+}{2}$ | 1232 |
| N(1440)P11 | **** | 1430–1470 | $\frac{1^+}{2}$ | 1463 |
| $\Delta(1600)$ P33 | *** | 1550–1700 | $\frac{3^+}{2}$ | 1727 |
| N(1535)S11 | **** | 1520–1555 | $\frac{1^-}{2}$ | 1524 |

| | | | | |
|--------------------|------|-----------|-----------------|------|
| N(1520)D13 | **** | 1515-1530 | $\frac{3^-}{2}$ | 1524 |
| N(1650)S11 | **** | 1640-1680 | $\frac{1^-}{2}$ | 1688 |
| N(1700)D13 | *** | 1650-1750 | $\frac{3^-}{2}$ | 1692 |
| N(1675)D15 | **** | 1670-1785 | $\frac{5^-}{2}$ | 1668 |
| Δ (1620)S31 | **** | 1615-1675 | $\frac{1^-}{2}$ | 1573 |
| Δ (1700)D33 | **** | 1670-1770 | $\frac{3^-}{2}$ | 1573 |
| N(1710)P11 | *** | 1680-1740 | $\frac{1^+}{2}$ | 1752 |
| N(1720)P13 | **** | 1650-1750 | $\frac{3^+}{2}$ | 1648 |
| N(1680)F15 | **** | 1675-1690 | $\frac{5^+}{2}$ | 1680 |
| Δ (1910)P31 | **** | 1870-1920 | $\frac{1^+}{2}$ | 1953 |
| Δ (1920)P33 | *** | 1900-1970 | $\frac{3^+}{2}$ | 1921 |
| Δ (1905)F35 | **** | 1870-1920 | $\frac{5^+}{2}$ | 1901 |
| Δ (1950)F37 | **** | 1940-1960 | $\frac{7^+}{2}$ | 1955 |
| Δ (1900)S31 | *** | 1850-1950 | $\frac{1^-}{2}$ | 1910 |

با توجه به مطالب ارائه شده و مطالعه‌ی سایر مقالات درمی‌یابیم که در سال‌های اخیر مدل‌های کوارکی سازنده‌ی مختلفی به طور گسترده، برای توصیف ویژگی‌های باریون‌ها [۳۴ - ۳۷] به خصوص جرم آن‌ها [۳۸ - ۴۰] مورد استفاده قرار گرفته است. اگرچه این مدل‌ها کاملاً متفاوت‌اند، لکن طیف باریون‌ها

تقریباً به خوبی در تمامی این مدل‌ها قابل توصیف است. وجه اشتراک تمامی این مدل‌ها آن است که برهم‌کنش سه کوارک در داخل باریون می‌تواند به دو بخش تقسیم شود: بخش اول شامل پتانسیل برهم‌کنش مقید است که مستقل از اسپین و طعم کوارک بوده و تحت $SU(6)$ ناوردا باقی می‌ماند. بخش دوم باعث شکست تقارن $SU(6)$ می‌گردد [۴۱ - ۴۳]. مدل‌های کوارکی سازنده‌ی در روش شکست تقارن $SU(6)$ متفاوتند. از روش‌های معمول برای شکست تقارن در نظر گرفتن برهم‌کنش فوق ریز (اسپین - اسپین) [۱۷، ۴۴ و ۳۱] و در برخی از مطالعات وارد کردن برهم‌کنش اسپین-اسپین، ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین است [۳۴، ۱۶ و ۳۱]. استفاده از فرمول جرمی معروف گئورسی - رادیکاتی^۶ با وجود سادگی‌اش، یکی از راه‌های شکست تقارن در $SU(6)$ می‌باشد. بدین منظور ابتدا فرمول جرمی گلن - اوکوبو^۷ را معرفی کرده و سپس به بررسی فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی خواهیم پرداخت.

۵-۶- فرمول جرمی گلن - اوکوبو (GMO)

اگر تقارن $SU(3)$ تقارن دقیقی برای برهم‌کنش‌های قوی باشد باید همه حالت‌های یک چندتایی $SU(3)$ تبه‌گن انرژی باشند، یعنی باید جرم همه اعضای یک چندگانه یکی باشد. اما نتایج تجربی نشان می‌دهند که این تقارن $SU(3)$ شکسته می‌شود (قوی تر از شکسته شدن تقارن ایزواسپین بر اثر برهم‌کنش الکترومغناطیسی). به عنوان مثال برای ده‌تایی باریونی، شکاف جرمی برابر است با [۴۵]:

$$\frac{\Delta M}{M_0} \cong \frac{10 \text{ MeV}}{1000 \text{ MeV}} = 1\% \quad (۳۶-۵)$$

^۶ Gürsey Radicati (GR) mass formula

^۷ Gell-Mann-Okubo (GMO) mass formula

بنابراین هامیلتونین قوی به یک بخش ناورد تحت $SU(3)$ ، مانند \hat{H}_{ss} و یک بخش که ناوردایی $SU(3)$ را می‌شکند مانند \hat{H}_{ms} تفکیک می‌شود. این دو نیم شدن جرم در چندتایی‌ها ۱۰٪ جرم میانگین است، بنابراین می‌توان سهم ناشی از \hat{H}_{ms} را کوچک دانست.

$$M = \langle \hat{H}_{ss} \rangle + \langle \hat{H}_{ms} \rangle \quad (37-5)$$

$$\langle \hat{H}_{ss} \rangle \gg \langle \hat{H}_{ms} \rangle$$

بخش \hat{H}_{ms} هامیلتونین باید از عملگرهایی تشکیل شود که کازیمیر نباشند، زیرا عملگرهای کازیمیر تقارن $SU(3)$ را نمی‌شکنند. با فرض اینکه شکافتگی جرمی الکترومغناطیسی وجود ندارد، داریم:

$$[\hat{H}_{ms}, \hat{I}_3] = 0 \quad (38-5)$$

\hat{H}_{ms} فقط می‌تواند در بردارنده مولدها و عملگرهایی باشد که با I_3 جابجا می‌شوند، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\hat{H}_{ms} = D\hat{Y} + E\hat{I}^2 + d\hat{Y}^2 \quad (39-5)$$

و در نتیجه رابطه زیر برای جرم باریون بدست می‌آید:

$$M = M_0 + DY + EI(I+1) + dY^2 \quad (40-5)$$

در رابطه فوق M_0 بزرگی انرژی میانگین چندتایی‌های $SU(3)$ ، Y ابربار و I ایزواسپین باریون است. با جایگزین کردن T و Y وابسته به سه ذره Ω^- ، Σ^{*-} ، Δ^- رابطه زیر بدست می‌آید:

$$M = M_0 + DY + E \left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4} \right] \quad (41-5)$$

که به فرمول جرمی گلن - اوکوبو معروف است.

۵-۷- فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی (GR)

گئورسی و رادیکاتی در سال ۱۹۶۴ به بررسی فرمول جرمی Gell-Man-Okubo در چارچوب SU(6) پرداختند. بدین منظور شکست تقارن (بخش شکننده تقارن هامیلتونی) را در فضای اسپینی اسکالر در نظر گرفتند [۴۶]:

$$[\hat{H}_{ms}, \hat{S}^2] = 0 \quad (۴۲-۵)$$

بنابراین \hat{H}_{ms} منجر به شکافتگی جرم در چندتایی SU(6) می‌شود. ساده‌ترین فرض آن است که $\hat{H}_{ms} \propto \hat{S}^2$ بوده و برای جرم هر یک از چندتایی‌ها داریم:

$$M = M_0 + C S(S+1) + DY + E \left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4} \right] \quad (۴۳-۵)$$

که در آن S، اسپین باریون و M_0 بزرگی انرژی میانگین چندتایی‌های SU(6) است. رابطه فوق به فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی معروف است. این فرمول جرمی را می‌توان بر حسب عملگرهای کازیمیر گروه‌های تقارنی به شکل زیر نوشت:

$$M = M_0 + CC_2[SU_S(2)] + DC_1[U_Y(1)] + E \left[C_2[SU_I(2)] - \frac{1}{4}(C_1[U_Y(1)])^2 \right] \quad (۴۴-۵)$$

که در آن $C_2[SU_S(2)]$ و $C_2[SU_I(2)]$ به ترتیب عملگرهای کازیمیر درجه دوم گروه SU(2) برای اسپین و ایزواسپین بوده و $C_1[U_Y(1)]$ عملگر کازیمیر گروه U(1) می‌باشد.

رابطه فوق برای هشت‌تایی‌ها و ده‌تایی‌های باریونی برقرار است. با برآزش جرم‌های ذرات

$N, \Lambda, \Sigma, \Sigma^*$ در فرمول جرمی ضرایب مجهول بدست می‌آیند که در جدول (۵-۲) ارائه شده است.

به ازاء مقادیر گزارش شده در جدول (۵-۲)، جرم‌های محاسبه شده و تجربی سه باریون Ξ^0, Δ, Ω^- در

جدول (۵-۳) آمده است.

جدول ۵-۲: پارامترهای وابسته به فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی.

| پارامترها | مقادیر |
|-----------|--------------------------|
| M_0 | $1066.6 \text{ MeV}/c^2$ |
| D | $-196.1 \text{ MeV}/c^2$ |
| C | $38.8 \text{ MeV}/c^2$ |
| E | $65.3 \text{ MeV}/c^2$ |

جدول ۵-۳: جرم‌های محاسبه شده و تجربی سه باریون Ξ^0, Δ, Ω^- .

| باریون‌ها | جرم تئوری MeV/c^2 | جرم تجربی MeV/c^2 |
|------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Ξ^0 | 1331 | 1318 |
| Δ | 1251.2 | 1232 |
| Ω^- | 1664.9 | 1672.4 |

۵-۸- فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته

فرمول جرمی ارائه شده توسط گئورسی و رادیکاتی در توصیف جرم‌های باریونی در حالت پایه موفق

است، لکن فرمولی کلی و مرجع برای شکست تقارن در $SU(6)$ نمی‌باشد [۴۶].

گیانینی و همکارانش به منظور تعمیم فرمول جرمی گئورسی- رادیکاتی برای تمامی حالت‌های باریونی، یک تقارن دینامیکی اسپین - طعم، $SU_{SF}(6)$ ، را نیز در نظر گرفتند. بنابراین مکانیزم شکست تقارن $SU_{SF}(6)$ را به شکل زیر ارائه داده‌اند [۳۱]:

$$M = M_0 + A C_2[SU_{SF}(6)] + B C_2[SU_F(3)] + C C_2[SU_S(2)] + D C_1[U_Y(1)] + E \left(C_2[SU_I(2)] - \frac{1}{4} (C_1[U_Y(1)])^2 \right) \quad (۴۵-۵)$$

که در آن مقادیر چشمداشتی عملگرهای کازیمیر عبارتند از [۴۷]:

$$\langle C_2[SU_{SF}(6)] \rangle = \begin{cases} 45/4 \text{ for } [56] \\ 33/4 \text{ for } [70] \\ 21/4 \text{ for } [20] \end{cases}$$

$$\langle C_2[SU_F(3)] \rangle = \begin{cases} 3 \text{ for } [8] \\ 6 \text{ for } [10] \\ 0 \text{ for } [1] \end{cases}$$

$$\langle C_2[SU_I(2)] \rangle = T(T+1) \quad (۴۶-۵)$$

$$\langle C_1[U_Y(1)] \rangle = Y$$

$$\langle C_2[SU_S(2)] \rangle = S(S+1)$$

۵-۹- محاسبه طیف باریون‌ها در حضور پتانسیل کرنل فوق‌کروی و با استفاده از فرمول جرمی
گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته

در سال ۲۰۰۵ گیانینی و همکارانش به محاسبه طیف باریون‌ها با استفاده از فرمول پیشنهادی خود پرداختند. آن‌ها در مدل محاسباتی خود پتانسیل مقید کننده فوق‌کروی را به فرم پتانسیل کرنل $(V(x) = -\frac{\tau}{x} + \alpha x)$ در نظر گرفته‌اند. با توجه به اینکه معادله شعاعی شرودینگر به ازاء پتانسیل کرنل دارای حل تحلیلی نمی‌باشد، بدین منظور ابتدا ویژه مقادیر انرژی را به ازاء پتانسیل فوق‌کولنی محاسبه نموده و سپس پتانسیل خطی نگاهدارنده را به عنوان اختلال در نظر گرفته‌اند. در ادامه با استفاده از روابط (۴۵-۵)، (۴۶-۵) و رابطه زیر جرم حالت‌های تشدید باریون‌های شگفت و غیر شگفت را محاسبه نموده‌اند.

$$M = 3m_q + E_{\nu\nu} + \langle H_{GR} \rangle \quad (۴۷-۵)$$

که در آن m_q جرم کوارک‌های تشکیل دهنده باریون، $E_{\nu\nu}$ ویژه مقادیر انرژی معادله‌ی شرودینگر شعاعی و $\langle H_{GR} \rangle$ مقدار چشمداشتی رابطه‌ی زیر می‌باشد:

$$H_{GR} = A C_2[SU_{SF}(6)] + B C_2[SU_F(3)] + C C_2[SU_S(2)] \\ + D C_1[U_Y(1)] + E \left(C_2[SU_I(2)] - \frac{1}{4} (C_1[U_Y(1)])^2 \right) \quad (۴۸-۵)$$

گیانینی و همکارانش ضرایب پتانسیل و پارامترهای مجهول در معادله (۴۸-۵) را با استفاده از انتخاب تعداد محدودی از باریون‌ها و تفاوت جرمی آن‌ها بدست آورده‌اند که در جدول (۴-۵) گزارش شده است.
[۴۷]

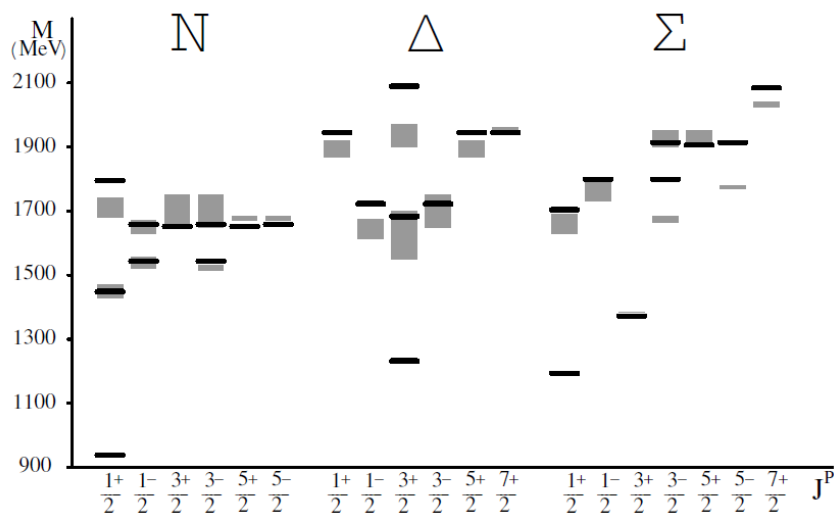
جدول ۴-۵: ضرایب پتانسیل و پارامترهای وابسته به رابطه (۴۸-۵)

که از برازش با داده های تجربی [۴۸] بدست آمده‌اند.

| پارامترها | مقادیر |
|-----------|-----------------------|
| α | 1.4 fm^{-2} |
| τ | -4.8 |
| A | -13.8 MeV |
| B | 7.1 MeV |
| C | 38.3 MeV |
| D | -197.3 MeV |
| E | 38.5 MeV |

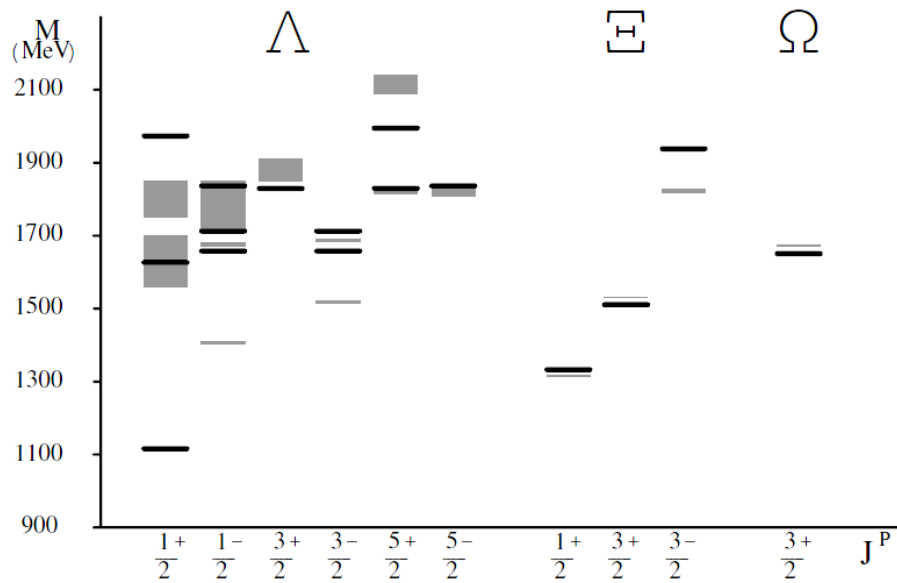
نتایج محاسبات گیانینی و همکارانش برای طیف جرمی حالت‌های تشدید باریون‌های شگفت و

غیرشگفت و نیز جرم‌های تجربی این باریون‌ها در شکل‌های (۴-۵) و (۵-۵) ارائه شده است [۴۷].



شکل ۴-۵: طیف جرمی محاسبه شده برای حالت‌های تشدید باریون‌های N ، Δ ، و Σ

[۴۷] و مقادیر تجربی جرم باریون‌ها [۴۸].



شکل ۵-۵: طیف جرمی محاسبه شده برای حالت‌های تشدید باریون‌های Λ ، Ξ و Ω

[۴۷] و مقادیر تجربی جرم باریون‌ها [۴۸].

نتایج مدل گیانینی و همکارانش حاکی از آن است که جرم باریون‌های شگفت و غیر شگفت به خوبی باز تولید شده‌اند و فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته راه مناسبی برای محاسبه‌ی طیف جرمی باریون‌ها در حالت پایه و حالت‌های برانگیخته، با جرمی در حد 2 GeV می‌باشد [۴۷].

فصل ششم

محاسبه‌ی جرم باریون‌ها در مدل

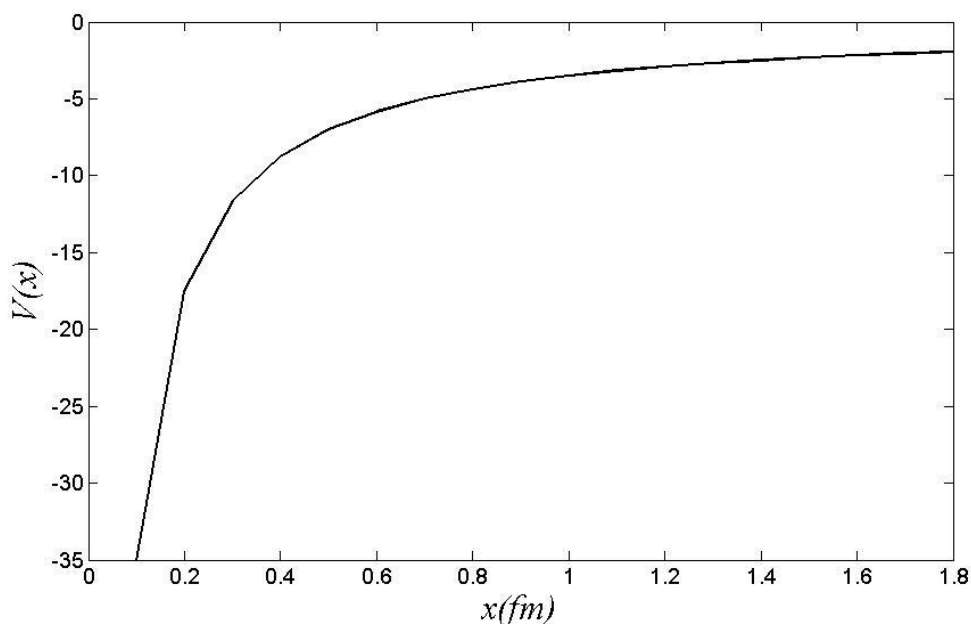
غیرنسبیتی

در سال‌های اخیر تلاش‌های نظری بسیاری برای بررسی ساختار باریون‌ها صورت گرفته است و مدل‌های مختلفی برای تعیین ویژگی‌های باریون‌ها به خصوص جرم آن‌ها پیشنهاد شده است. هر یک از این مدل‌ها دارای فرضیاتی بوده و در اغلب موارد طیف باریونی توسط مدل‌های کوارکی سازندهی مختلف به خوبی توصیف می‌شود. ما در این فصل ابتدا پتانسیل نگهدارندهی پیشنهادی خود را معرفی نموده و سپس معادله‌ی شرودینگر شعاعی را برای این پتانسیل پیشنهادی به طور دقیق حل کرده‌ایم و ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع را در حالت پایه و برانگیخته محاسبه نموده‌ایم. در ادامه با استفاده از فرمول جرمی گئورسی-رادیکاتی تعمیم یافته اثرات پتانسیل‌های غیر نگهدارنده را نیز در نظر گرفته و در مدل غیر نسبیتی به محاسبه‌ی جرم حالت‌های پایه و تشدید باریون‌ها پرداخته‌ایم.

۶-۲- پتانسیل برهم‌کنش نگهدارنده

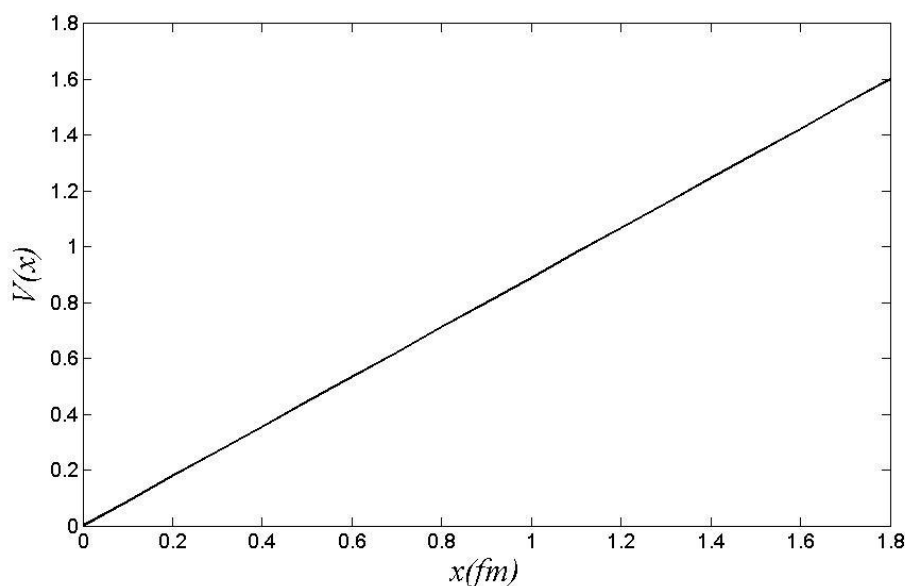
پتانسیل‌های نگهدارنده می‌توانند به هر شکلی باشند (برای مثال خطی، با توان پایین و ...). در بسیاری از کاربردهای عملی، طیف حاصل از یک نوسانگر هماهنگ با طیف حاصل از پتانسیل‌هایی مانند کولنی بعلاوه پتانسیل‌های خطی تفاوتی ندارد [۳۹ و ۴۹]. با توجه به اینکه مدل‌های نوسانگر هماهنگ دارای خواص ریاضی جالب توجهی هستند، اغلب از این پتانسیل‌ها به عنوان پتانسیل نگهدارنده استفاده می‌شود. کارل و ایسگور [۳۹] از این پتانسیل نگهدارنده در مقالات خود استفاده نموده‌اند. گیانینی و همکارانش نیز در مقالات خود از پتانسیل فوق کولنی به تنهایی استفاده نموده و ویژه مقادیر انرژی و هامیلتونین را محاسبه کرده‌اند [۲۷]، لکن پتانسیل فوق کولنی به تنهایی کافی نمی‌باشد زیرا در این حالت کوارک‌ها می‌توانند در سیستم یونیده شوند. همچنین گیانینی، سانتاپینتو و واسلو در برخی از مقالات خود [۲۱، ۳۱ و ۴۷]، معادله‌ی شرودینگر را برای پتانسیل فوق کولنی بعلاوه پتانسیل‌های خطی (پتانسیل

کرنل) حل کرده‌اند و سپس با استفاده از ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع محاسبه شده با روش‌های مختلف جرم باریون‌ها را محاسبه نموده‌اند. ما در مدل پیشنهادی خود پتانسیل فوق‌کروی نگهدارنده را به صورت ترکیبی از سه پتانسیل کولنی، پتانسیل نگهدارنده خطی و پتانسیل نوسانگر هماهنگ در نظر گرفته‌ایم. اولین پتانسیل پیشنهادی پتانسیل فوق‌کولنی است که در فواصل کوچک از نوع جاذبه بوده و منشاء آن بار رنگ است و به صورت $(-\frac{\tau}{x})$ در نظر گرفته می‌شود. در شکل (۱-۶) پتانسیل کولنی بر حسب فاصله‌ی بین ذرات به ازاء $\tau = 3.5$ رسم شده است.



شکل ۱-۶: پتانسیل بار رنگ بر حسب فاصله‌ی ذرات به ازاء $\tau = 3.5$.

در فواصل دور می‌توان پتانسیل برهم‌کنش را به صورت تابعی خطی از فاصله‌ی بین ذرات در نظر گرفت. این پتانسیل نقش نگهدارنده داشته و به آن پتانسیل نگهدارنده‌ی خطی (κx) می‌گوییم. در شکل (۲-۶) پتانسیل نگهدارنده‌ی خطی بر حسب فاصله‌ی بین ذرات به ازاء $\kappa = 0.89$ رسم شده است.



شکل ۶-۲: پتانسیل نگهدارنده‌ی خطی بر حسب فاصله‌ی ذرات به ازاء $\kappa = 0.89$.

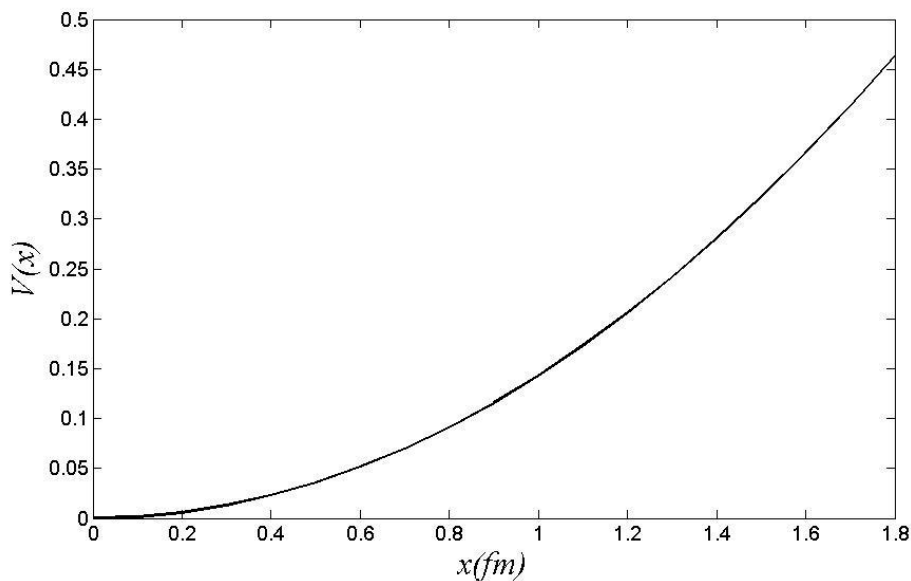
سومین پتانسیل پیشنهادی، پتانسیل نوسانی می‌باشد. این پتانسیل نگهدارنده در فواصل دور عامل حفظ کوارک‌ها در درون باریون‌ها بوده و می‌توان آن را به صورت پتانسیل نوسانگر هماهنگ (ηx^2) در نظر گرفت. مزیت انتخاب این پتانسیل آن است که هم نقش پتانسیل نگهدارنده را ایفا می‌کند و هم نوسانات یک کوارک را نسبت به کوارک دیگر که در فاصله‌ی x از آن قرار دارد نشان می‌دهد. در شکل (۶-۳) پتانسیل نوسانگر هماهنگ بر حسب فاصله‌ی بین ذرات به ازاء $\eta = 0.1431$ رسم شده است.

بنابراین پتانسیل فوق‌کروی نگهدارنده‌ی پیشنهادی ما، مجموع سه پتانسیل کولنی، پتانسیل نگهدارنده خطی و پتانسیل نوسانگر هماهنگ به شکل زیر می‌باشد:

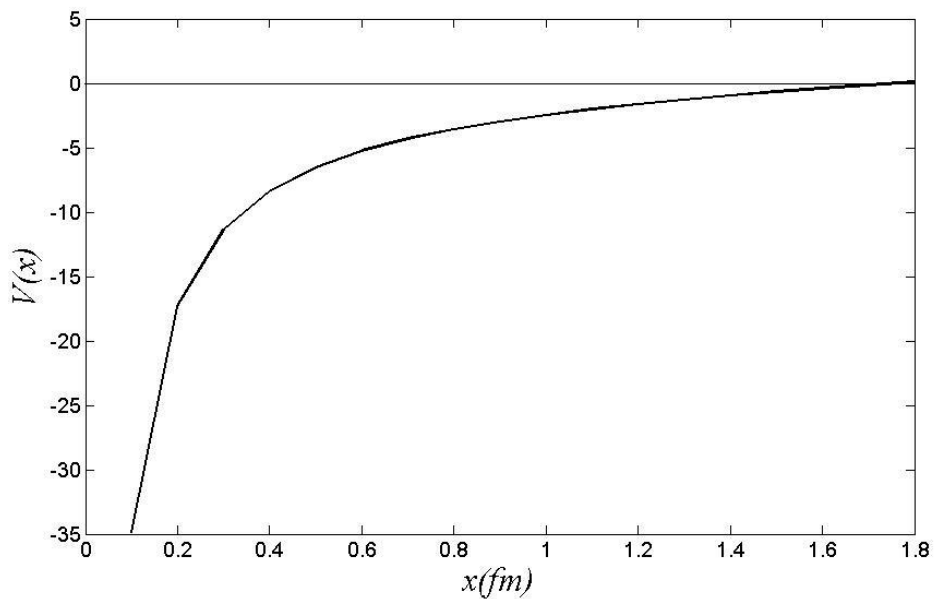
$$V(x) = -\tau x^{-1} + \kappa x + \eta x^2 \quad (۱-۶)$$

که در آن τ ، κ و η ضرایب ثابت و نامشخص هستند. از خصوصیات خوب این پتانسیل آن است که می‌توان معادله شرودینگر مربوط به آن را به صورت کاملاً تحلیلی حل کرد و نتایج محاسبات با مقادیر

تجربی به خوبی سازگار می‌باشد. در شکل (۴-۶) پتانسیل $V(x)$ به ازاء $\tau = 3.5$ ، $\kappa = 0.89$ و $\eta = 0.1431$ رسم شده است.



شکل ۳-۶: پتانسیل نوسانی بر حسب فاصله‌ی ذرات به ازاء $\eta = 0.1431$.



شکل ۴-۶: پتانسیل کل متشکل از پتانسیل‌های بار رنگ، نگهدارنده‌ی خطی و نوسانی بر حسب فاصله‌ی ذرات به ازاء $\tau = 3.5$ ، $\kappa = 0.89$ و $\eta = 0.1431$.

۳-۶- محاسبه‌ی جرم باریون‌ها در مدل غیرنسبیتی با استفاده از فرمول جرمی

گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی فوق‌کروی

در بررسی دقیق باریون‌ها باید علاوه بر پتانسیل فوق‌کروی مقیدکننده که در بخش (۶-۲) معرفی شد، برهم‌کنش‌های ناشی از اثرات اسپینی و ایزواسپینی و طعم کوارک‌ها را نیز در نظر گرفت. در مدل ما پتانسیل برهم‌کنش غیر نگهدارنده (بخش شکننده تقارن $SU(6)$) که شامل جملات وابسته به اسپین، ایزواسپین و طعم کوارک‌ها در باریون می‌باشد با رابطه‌ی وابسته به H_{GR} (معادله ۵-۴۸) مشخص می‌شود. بنابراین ما در ابتدا معادله شرودینگر شعاعی را در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی پیشنهادی خود (رابطه‌ی (۶-۱))، به طور دقیق حل کرده و ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی را بدست می‌آوریم، سپس با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته به محاسبه‌ی ضرایب پتانسیل و جرم باریون‌ها در مدل غیرنسبیتی خواهیم پرداخت.

۳-۶-۱- حل دقیق معادله‌ی شرودینگر شعاعی برای پتانسیل نگهدارنده

ما باریون‌ها را متشکل از سه کوارک در نظر می‌گیریم. با حذف مختصه مرکز جرم برای سه ذره و استفاده از مختصات فوق‌کروی (رابطه ۵-۲)، هامیلتونی به صورت زیر خواهد شد:

$$H = \frac{P_\rho^2}{2m} + \frac{P_\lambda^2}{2m} + V(x) \quad (۶-۲)$$

که در آن $V(x)$ در رابطه‌ی (۶-۱) معرفی شده است. هر حالت سه جسمی می‌تواند بر حسب هماهنگ‌های فوق‌کروی بسط داده شود که این بسط را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\Psi(\vec{\rho}, \vec{\lambda}) = \sum_{\gamma, l_\rho, l_\lambda} N_\gamma \psi_{\nu\gamma}(x) Y_{\gamma, l_\rho, l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) \quad (۶-۳)$$

تابع موج فوق شعاعی $\psi_{\nu\gamma}(x)$ جوابی از معادله زیر است:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} - \frac{\gamma(\gamma+4)}{x^2}\right) \psi_{\nu\gamma}(x) = -2m[E - V(x)]\psi_{\nu\gamma} \quad (4-6)$$

در رابطه‌ی فوق عملگر انرژی جنبشی برای یک مجموعه‌ی سه جسمی در مختصات فوق‌کروی از رابطه‌ی (3-5) (برای فضای 6 بعدی) جایگزین شده است. حال می‌خواهیم معادله‌ی شرودینگر فوق‌شعاعی را برای پتانسیل برهم‌کنش نگهدارنده‌ی سه جسمی حل کنیم. بدین منظور تبدیل زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\psi_{\nu\gamma}(x) = x^{-\frac{5}{2}} \varphi_{\nu\gamma}(x) \quad (5-6)$$

با جایگذاری رابطه (5-6) در معادله‌ی (4-6) خواهیم داشت:

$$\varphi''_{\nu\gamma}(x) + \left[\varepsilon - \eta_1 x^2 - \kappa_1 x + \frac{\tau_1}{x} - \frac{(2\gamma+3)(2\gamma+5)}{4x^2} \right] \varphi_{\nu\gamma}(x) = 0 \quad (6-6)$$

که در آن $\varphi_{\nu\gamma}(x)$ تابع موج در فضای شش‌بعدی است و جوابی برای معادله‌ی شرودینگر فوق‌شعاعی می‌باشد. برای آسان‌تر شدن محاسبات تغییر متغیرهای زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\varepsilon = 2mE, \eta_1 = 2m\eta, \kappa_1 = 2m\kappa, \tau_1 = 2m\tau \quad (7-6)$$

حال فرض می‌کنیم که تابع $\varphi_{\nu\gamma}(x)$ به فرم زیر است:

$$\varphi_{\nu\gamma}(x) = h(x) e^{g(x)} \quad (8-6)$$

و برای توابع $h(x)$ و $g(x)$ جواب‌هایی حدسی [33, 39, 51, و 50] انتخاب می‌کنیم:

$$h(x) = \prod_{i=1}^{\nu} (x - \alpha_i^{\nu}) \quad \nu = 1, 2, \dots$$

$$h(x) = 1 \quad \nu = 0 \quad (9-6)$$

$$g(x) = -\frac{1}{2} \alpha x^2 - \beta x + \delta \ln x$$

که در رابطه فوق α و β مثبت هستند. در جدول (۶-۱) جواب‌های حدسی برای توابع $h(x)$ و $g(x)$ به ازاء پتانسیل‌های نگهدارنده با فرم‌های متفاوت آمده است.

جدول ۶-۱: توابع $h(x)$ و $g(x)$ به ازاء پتانسیل‌های نگهدارنده متفاوت [۵۲].

| پتانسیل نگهدارنده $V(x)$ | محدودیت‌های فیزیکی | $h(x)$ | $g(x)$ |
|--|---------------------------|---|--|
| $ax^{-2} + bx^2 + cx^4 + dx^6$ | $d > 0, a > -\frac{1}{4}$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\frac{1}{2}\alpha x^2 - \frac{1}{4}\beta x^4 + \delta \ln x$ |
| $ax^{-2} + bx^{-1} + cx + dx^2$ | $d > 0, a > -\frac{1}{4}$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\frac{1}{2}\alpha x^2 + \beta \ln x$ |
| $ax^{-2} + bx^{-\frac{4}{3}} + cx^{-\frac{2}{3}} + dx^{\frac{2}{3}}$ | $d > 0, a > -\frac{1}{4}$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\alpha x^{\frac{1}{3}} + \frac{3}{2}\beta x^{\frac{3}{2}} + \delta \ln x$ |
| $ax^{-2} + bx^{-\frac{3}{2}} + cx^{-1} + dx^{-\frac{1}{2}}$ | $E < 0, a > -\frac{1}{4}$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\beta x^{\frac{1}{2}} + \delta \ln x$ |
| $ax^{-6} + bx^{-4} + cx^{-2} + dx^2$ | $d > 0, a > 0$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\frac{1}{2}\alpha x^2 - \frac{1}{2}\beta x^{-2} + \delta \ln x$ |
| $ax^{-4} + bx^{-3} + cx^{-2} + dx^{-1}$ | $E < 0, a > 0$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\alpha x^{-1} + \beta x^2 + \delta \ln x$ |

با دو بار مشتق‌گیری از تابع $\varphi_{v\gamma}(x)$ در معادله‌ی (۶-۸) داریم:

$$\varphi''(x) = \left(g''(x) + g'(x)^2 + \frac{h''(x) + 2g'(x)h'(x)}{h(x)} \right) \varphi(x) \quad (۶-۱۰)$$

از مقایسه‌ی رابطه‌ی (۶-۱۰) با رابطه‌ی (۶-۶) در می‌یابیم که:

$$\left[\eta_1 x^2 + \kappa_1 x - \tau_1 x^{-1} + \frac{(2\gamma+3)(2\gamma+5)}{4x^2} - \varepsilon \right] = \frac{h''(x) + 2g'(x)h'(x)}{h(x)} + g''(x) + g'^2(x) \quad (11-6)$$

با جایگذاری جملات وابسته به توابع $g(x)$ و $h(x)$ از معادله (9-6) در معادله (11-6) داریم:

$$-\varepsilon + \eta_1 x^2 + \kappa_1 x - \tau_1 x^{-1} + \frac{(2\gamma+3)(2\gamma+5)}{4x^2} = \alpha^2 \beta^2 - 2\alpha\beta x - \alpha(1 + 2\delta) + \frac{\delta(\delta-1)}{x^2} \quad (12-6)$$

$$+\beta^2 - \frac{2\beta\delta}{x} + \frac{\delta(\delta-1)}{x^2}$$

با مساوی قرار دادن توان‌های مختلف x از طرفین معادله (12-6)، روابط زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = \sqrt{\eta_1} \quad , \quad \beta = \frac{\kappa_1}{2\sqrt{\eta_1}} \quad , \quad \tau_1 = 2\beta\delta \quad (13-6)$$

$$\delta = \gamma + \frac{5}{2} \quad , \quad \delta = -\gamma - \frac{3}{2} \quad , \quad \varepsilon = \alpha(1 + 2\delta) - \beta^2$$

با توجه به رابطه $\eta = \frac{m\omega^2}{2}$ خواهیم داشت:

$$\alpha = \sqrt{2m\eta} = m\omega \quad , \quad \beta = \frac{\kappa}{\omega} = \frac{2m\tau}{(2\gamma+5)} \quad (14-6)$$

در معادله (13-6) دو فرم مختلف برای δ ارائه شده است که برای رفتار مناسب و بهتر، مقدار

$\delta = \gamma + \frac{5}{2}$ را انتخاب کرده‌ایم. با استفاده از معادلات (7-6) و (13-6) رابطه‌ی میان ضرایب پتانسیل τ و

κ بدست می‌آید:

$$\tau = (\kappa/m\omega) \left(\gamma + \frac{5}{2} \right) \quad (15-6)$$

بدین ترتیب ویژه مقادیر انرژی برای حالت $\nu = 0$ و اندازه حرکت زاویه‌ای بزرگ γ از معادلات (7-6) و

(13-6) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_{0\gamma} = (2\gamma + 6) \frac{\omega}{2} - [2m\tau^2 / (2\gamma + 5)^2] \quad (16-6)$$

با استفاده از روابط وابسته به α و β در معادله‌ی (۶-۱۳) و همچنین معادلات (۶-۸)، (۶-۹) و (۶-۱۳) تابع موج به ازای $\nu = 0$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\psi_{0\nu} = N_\nu x^{-\frac{5}{2}} \varphi_{0\nu} = N_\nu x^\nu \exp\left(-\frac{m\omega}{2}x^2 - \frac{2m\tau}{(2\nu+5)}x\right) \quad (۶-۱۷)$$

در ادامه به محاسبه‌ی ویژه مقادیر انرژی و تابع موج در حالت $\nu = 1$ پرداخته‌ایم. در این حالت $h(x) = (x - \alpha_1^1)$ است و $g(x)$ به صورت معادله‌ی (۶-۹) خواهد بود. پس از جایگذاری، روابط بین پارامترهای η, κ و τ به صورت زیر خواهد شد:

$$\alpha = \sqrt{2m\eta} = m\omega, \quad \beta = \frac{\kappa}{2\omega}, \quad \delta = \gamma + \frac{5}{2}, \quad \varepsilon = \alpha(3 + 2\delta) - \beta^2 \quad (۶-۱۸-۱)$$

$$\alpha_1^1 = \tau_1 - 2\beta(1 + \delta)/2\alpha = \tau_1 - \frac{\kappa}{\omega}(2\gamma + 7)/2m\omega \quad (۶-۱۸-۲)$$

$$\alpha_1^1 = 2\delta/(\tau_1 - 2\beta\delta) = (2\gamma + 5)/(\tau_1 - \frac{2\kappa}{\omega}(2\gamma - 5)) \quad (۶-۱۸-۳)$$

با برابر قرار دادن معادلات (۶-۱۸-۲) و (۶-۱۸-۳)، برای روابط بین ضرایب پتانسیل خواهیم داشت:

$$\tau = (2\gamma + 6)/2m\omega + \sqrt{(\kappa^2/4m^2\omega^2) + \omega(2\gamma + 5)} \quad (۶-۱۹)$$

با حذف پارامتر δ میان معادلات (۶-۱۸-۲) و (۶-۱۸-۳)، رابطه‌ی بین α_1^1 و ضرایب پتانسیل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\alpha_1^1 = \frac{-\left(\sqrt{\eta_1 + \frac{\kappa_1^2}{4\eta_1}}\right) + \sqrt{\left(\sqrt{\eta_1 - \frac{\kappa_1^2}{4\eta_1}}\right)^2 + \kappa_1\tau_1}}{\kappa_1} \quad (۶-۲۰)$$

با استفاده از معادلات (۶-۷) و (۶-۱۸-۱) ویژه مقادیر انرژی برای $(\nu = 1)$ به صورت زیر محاسبه شده است:

$$E_{1\gamma} = (2\gamma + 8)(\omega/2) - (\kappa^2/2m\omega) \quad (21-6)$$

و ویژه توابع نیز به صورت زیر بدست می آیند:

$$\psi_{1\gamma} = N_\gamma (x - \alpha_1^1) x^\gamma \exp\left(-\frac{m\omega}{2} x^2 - \frac{\kappa}{\omega} x\right) \quad (22-6)$$

و به همین روش می توانیم برای $\nu = 2, 3, \dots$ نیز ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع را محاسبه نماییم.

همانطور که ملاحظه می شود ویژه مقادیر انرژی برای هر باریون متشکل از سه کوارک در مدل غیرنسبیتی، از حل معادله‌ی شرودینگر شعاعی بدست آمده و تابعی از γ ، ω ، m و ضرایب پتانسیل می باشد. در ادامه با استفاده از ویژه مقادیر انرژی محاسبه شده، در بخش (۲-۳-۶) به محاسبه‌ی جرم باریون‌های غیرشگفت (N و Δ) و در بخش (۳-۳-۶) به محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت (Ω ، Λ ، Σ ، Ξ) و غیرشگفت با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته می پردازیم.

۲-۳-۶- محاسبه‌ی جرم باریون‌های غیرشگفت با استفاده از فرمول جرمی

گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته

به منظور توصیف طیف جرمی باریون‌ها می توان از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته استفاده نمود، در صورتی که ۲ شرط برآورده شود:

۱- امکان استفاده از ضرایب یکسان برای چندگانه‌های مختلف $SU(6)$ وجود داشته باشد که این شرط با نگرشی جبری، توسط بیجر و همکارانش برای باریون‌ها به اثبات رسیده است [۳۴].

۲- امکان محاسبه‌ی مقادیر قابل قبول و معتبر برای M_0 در رابطه‌ی (۴۵-۵) وجود داشته باشد.

برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های غیر شگفت از رابطه‌ی (۴۷-۵) استفاده کرده‌ایم. به منظور آسان‌تر شدن فرآیند محاسبات، جرم کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون با طعم‌های مختلف را یکسان در نظر گرفته‌ایم، $(m_u = m_d = m_q)$ [۴۷]. در بخش (۱-۳-۶)، ویژه‌ی مقادیر انرژی را در حالت پایه $(E_{0\gamma})$ ، از حل دقیق معادله‌ی شرودینگر شعاعی برای پتانسیل فوق‌کروی نگهدارنده (معادله‌ی (۱-۶)) محاسبه کردیم.

مقادیر چشمداشتی H_{GR} ($\langle H_{GR} \rangle$) نیز با استفاده از رابطه‌ی (۴۶-۵) به طور کامل مشخص می‌شود. بنابراین تنها لازم است پارامترهای مجهول در رابطه‌ی (۴۷-۵) را بیابیم. بدین منظور تعداد محدودی از باریون‌های غیر شگفت را انتخاب کرده و اختلاف جرمی آن‌ها را با استفاده از مقادیر چشمداشتی وابسته به H_{GR} نوشته‌ایم:

$$(N(1650)S11 - N(1535)S11) = 3C$$

$$(\Delta(1232)P33 - N(938)P11) = 9B + 3C + 3E \quad (۲۳-۶)$$

$$(N(1535)S11 - N(1440)P11) = (E_{10} - E_{01}) + 12A$$

با دقت در رابطه‌ی (۲۳-۶) در می‌یابیم که در توصیف طیف جرمی باریون‌های غیر شگفت، ضریب D در رابطه‌ی (۴۸-۵) می‌تواند در سایر ضرایب جذب شود و طیف جرمی باریون‌های غیر شگفت تنها به ضرایب A ، C و ترکیب $(3B + E)$ وابسته است. ضریب C به راحتی از رابطه‌ی (۲۳-۶) به دست می‌آید و پارامترهای τ ، ϖ و m در معادله‌ی (۱۶-۶) و سه پارامتر A ، E و B در رابطه‌ی (۴۸-۵) را بطور همزمان به گونه‌ای می‌یابیم که بهترین برازش با طیف باریون‌های N و Δ (هشت‌تایی و ده‌تایی) حاصل شود (روش global fit). پارامترها و ضرایب پتانسیل محاسبه شده در جداول (۲-۶) و (۳-۶) گزارش شده است. بدین ترتیب جرم باریون‌های غیرشگفت (N و Δ) را با استفاده از معادله‌ی (۴۷-۵) و ضرایب گزارش شده در جدول (۲-۶) محاسبه کرده‌ایم. نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما در شکل‌های (۵-۶) و (۶-۶) و جدول (۴-۶) آمده است. مستطیل‌های خاکستری رنگ و علامت‌های (+) در شکل‌های (۵-۶) و

(۶-۶)، بترتیب نشان دهنده‌ی طیف جرمی تجربی برای باریون‌ها بر حسب $[53] \text{ MeV}$ و نتایج محاسبات ما بر اساس مدل به کار گرفته شده و بر طبق معادله‌ی (۴۷-۵) می‌باشد. در جدول (۴-۶) ستون $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از محاسبات گیانینی و همکارانش [۴۷] که در بخش ۵-۹ ارائه شد، گزارش شده است و در ستون $M_{\text{Our calc}}$ نتایج حاصل از محاسبات در مدل پیشنهادی ما مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که گیانینی و همکارانش در محاسبات خود جرم باریون‌های $N(938)$ ، $\Delta(1232)$ ، $\Sigma(1193)$ و $\Lambda(1116)$ را به عنوان ورودی در نظر گرفته‌اند.

جدول ۲-۶: مقادیر پارامترهای مجهول در رابطه‌ی (۴۷-۵) برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های غیرشگفت،

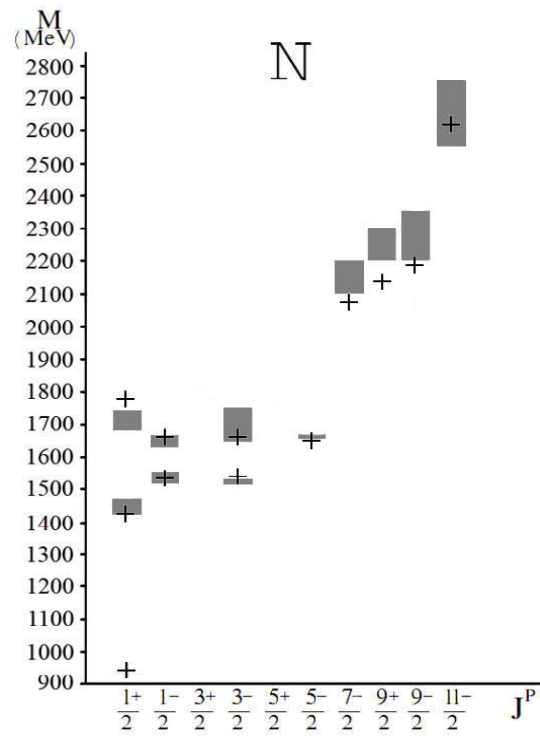
در مدل غیرنسبیتی و با استفاده از روش global fit .

| پارامترها | مقادیر |
|-----------|------------------------|
| m_q | 280 MeV |
| ω | 0.45 fm^{-1} |
| A | -8.3 MeV |
| B | 2.13 MeV |
| C | 38.3 |
| E | 53.3 MeV |

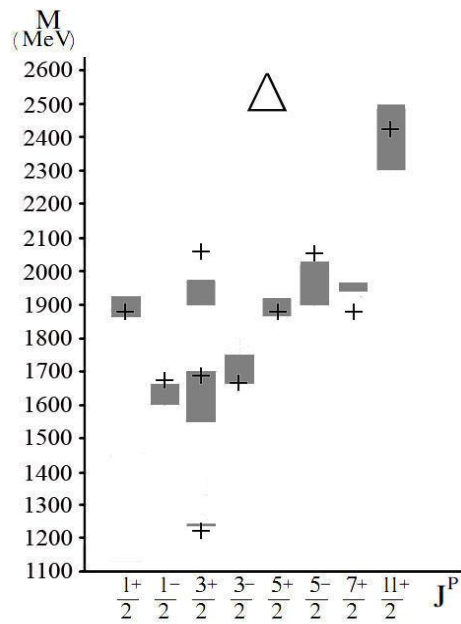
جدول ۳-۶: مقادیر وابسته به ضرایب پتانسیل نگهدارنده (رابطه‌ی (۱-۶))

برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های غیرشگفت در مدل غیرنسبیتی.

| ضرایب پتانسیل | مقادیر |
|---------------|--------------------------|
| τ | 3.5 |
| κ | 0.89 fm^{-2} |
| η | 0.1431 fm^{-3} |



شکل ۵-۶: مقادیر تجربی طیف جرمی نوکلئون‌ها (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج حاصل از محاسبات ما (+) بر حسب (MeV).



شکل ۶-۶: مقادیر تجربی طیف جرمی باریون‌های Δ (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج حاصل از محاسبات ما (+) بر حسب (MeV).

جدول ۶-۴: جرم باریون‌های غیرشگفت (N و Δ) بر حسب (MeV) و در مدل غیرنسبیتی. ستون Mass(exp)_[53] جرم تجربی باریون‌ها، M_{[47] calc} نتایج حاصل از مدل گیانینی و M_{Our calc} نتایج حاصل از محاسبات در مدل پیشنهادی ما را نشان می‌دهند.

| Baryon | Status | Mass(exp) _[53] | State | M _{[47] calc} | M _{Our calc} |
|---------------|--------|---------------------------|------------------------------|------------------------|-----------------------|
| N(938) P11 | **** | 938 | ${}^2_8{}_{1/2}[56, 0^+]$ | 938 | 938.5 |
| N(1440) P11 | **** | 1420-1470 | ${}^2_8{}_{1/2}[56, 0^+]$ | 1448.7 | 1423.3 |
| N(1520) D13 | **** | 1515-1525 | ${}^2_8{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1543.7 | 1530.8 |
| N(1535) S11 | **** | 1525-1545 | ${}^2_8{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1543.7 | 1530.8 |
| N(1650) S11 | **** | 1645-1670 | ${}^4_8{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1658.6 | 1665.7 |
| N(1675) D15 | **** | 1670-1680 | ${}^4_8{}_{5/2}[70, 1^-]$ | 1658.6 | 1665.7 |
| N(1700) D13 | *** | 1650-1750 | ${}^4_8{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1658.6 | 1665.7 |
| N(1710) P11 | *** | 1680-1740 | ${}^2_8{}_{1/2}[70, 0^+]$ | 1795.4 | 1780.7 |
| N(2190) G17 | **** | 2100-2200 | ${}^2_8{}_{7/2}[70, 3^-]$ | | 2075.9 |
| N(2220) H19 | **** | 2200-2300 | ${}^2_8{}_{9/2}[56, 4^+]$ | | 2140.8 |
| N(2250) G19 | **** | 2200-2350 | ${}^4_8{}_{9/2}[70, 3^-]$ | | 2190.8 |
| N(2600) I1,11 | *** | 2550-2750 | ${}^2_8{}_{11/2}[70, 5^-]$ | | 2613.04 |
| Δ (1232) P33 | **** | 1231-1233 | ${}^4_{10}{}_{3/2}[56, 0^+]$ | 1232 | 1220.1 |
| Δ (1600) P33 | *** | 1550-1700 | ${}^4_{10}{}_{3/2}[56, 0^+]$ | 1683 | 1693 |
| Δ (1620) S31 | **** | 1600-1660 | ${}^2_{10}{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1722.8 | 1672.2 |

| | | | | | |
|------------------------|------|-----------|-----------------------------|--------|---------|
| Δ (1700) D33 | **** | 1670-1750 | ${}^2_{10_{3/2}}[70, 1^-]$ | 1722.8 | 1672.2 |
| Δ (1905) F35 | **** | 1865-1915 | ${}^4_{10_{5/2}}[56, 2^+]$ | 1945.4 | 1879.6 |
| Δ (1910) P31 | **** | 1870-1920 | ${}^4_{10_{1/2}}[56, 2^+]$ | 1945.4 | 1879.6 |
| Δ (1920) P33 | *** | 1900-1970 | ${}^4_{10_{3/2}}[56, 0^+]$ | 2089.4 | 2061.9 |
| Δ (1930) D35 | *** | 1900-2020 | ${}^2_{10_{5/2}}[70, 2^-]$ | | 2055 |
| Δ (1950) F37 | **** | 1915-1950 | ${}^4_{10_{7/2}}[56, 2^+]$ | 1945.4 | 1879.6 |
| Δ (2420) H3, 11 | **** | 2300-2500 | ${}^4_{10_{11/2}}[56, 4^+]$ | | 2422.02 |

با مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما و مقادیر تجربی [۵۳] برای جرم باریون‌های غیرشگفت، درمی‌یابیم که در اکثر باریون‌ها نتایج محاسبات ما به مقادیر تجربی جرم آن‌ها بسیار نزدیک است. در جدول (۶-۵) درصد خطای نسبی را برای نتایج حاصل از محاسباتمان (جدول (۶-۴)، ستون $M_{Our\ calc}$) ارائه داده‌ایم.

جدول ۶-۵: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های غیرشگفت در مدل غیرنسبیتی.

| Baryon | Status | Mass(exp)_[53] | State | $M_{Our\ calc}$ | Percent of relative error |
|---------------|---------------|---------------------------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| N(938) P11 | **** | 938 | ${}^2_{8_{1/2}}[56, 0^+]$ | 938.5 | 0.05% |
| N(1440) P11 | **** | 1420-1470 | ${}^2_{8_{1/2}}[56, 0^+]$ | 1423.3 | 0.23% - 3.17% |
| N(1520) D13 | **** | 1515-1525 | ${}^2_{8_{3/2}}[70, 1^-]$ | 1530.8 | 1.04% - 0.38% |
| N(1535) S11 | **** | 1525-1545 | ${}^2_{8_{1/2}}[70, 1^-]$ | 1530.8 | 0.38% - 0.91% |

| | | | | | |
|------------------------|------|-----------|-------------------------|---------|---------------|
| N(1650) S11 | **** | 1645-1670 | $^4 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1665.7 | 1.25% - 0.25% |
| N(1675) D15 | **** | 1670-1680 | $^4 8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1665.7 | 0.25% - 0.85% |
| N(1700) D13 | *** | 1650-1750 | $^4 8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1665.7 | 0.95% - 4.81% |
| N(1710) P11 | *** | 1680-1740 | $^2 8_{1/2}[70, 0^+]$ | 1780.7 | 5.99% - 2.33% |
| N(2190) G17 | **** | 2100-2200 | $^2 8_{7/2}[70, 3^-]$ | 2075.9 | 1.14% - 5.64% |
| N(2220) H19 | **** | 2200-2300 | $^2 8_{9/2}[56, 4^+]$ | 2140.8 | 2.69% - 6.92% |
| N(2250) G19 | **** | 2200-2350 | $^4 8_{9/2}[70, 3^-]$ | 2190.8 | 0.41% - 6.77% |
| N(2600) I1,11 | *** | 2550-2750 | $^2 8_{11/2}[70, 5^-]$ | 2613.04 | 2.47% - 4.98% |
| Δ (1232) P33 | **** | 1231-1233 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1220.1 | 0.88% - 1.04% |
| Δ (1600) P33 | *** | 1550-1700 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1693 | 9.22% - 0.41% |
| Δ (1620) S31 | **** | 1600-1660 | $^2 10_{1/2}[70, 1^-]$ | 1672.2 | 4.51% - 0.73% |
| Δ (1700) D33 | **** | 1670-1750 | $^2 10_{3/2}[70, 1^-]$ | 1672.2 | 0.13% - 4.44% |
| Δ (1905) F35 | **** | 1865-1915 | $^4 10_{5/2}[56, 2^+]$ | 1879.6 | 0.78% - 1.89% |
| Δ (1910) P31 | **** | 1870-1920 | $^4 10_{1/2}[56, 2^+]$ | 1879.6 | 0.51% - 2.1% |
| Δ (1920) P33 | *** | 1900-1970 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 2061.9 | 8.52% - 4.66% |
| Δ (1930) D35 | *** | 1900-2020 | $^2 10_{5/2}[70, 2^-]$ | 2055 | 8.15% - 1.73% |
| Δ (1950) F37 | **** | 1915-1950 | $^4 10_{7/2}[56, 2^+]$ | 1879.6 | 1.84% - 3.61% |
| Δ (2420) H3, 11 | **** | 2300-2500 | $^4 10_{11/2}[56, 4^+]$ | 2422.02 | 5.3% - 3.11% |

همانطور که در جدول فوق مشاهده می‌شود، بیشترین درصد خطای نسبی در محاسبات ما برای جرم باریون‌های غیرشگفت ۹/۲۲٪ بوده که خطایی قابل قبول است. از سوی دیگر با اندکی دقت در جدول (۴-۶) و مقایسه بین داده‌های ستون‌های $M_{[47] \text{ calc}}$ و $M_{\text{Our calc}}$ درمی‌یابیم که در اکثر موارد نتایج محاسبات ما نسبت به نتایج بدست آمده در مدل گیانینی و همکارانش [۴۷]، به داده‌های تجربی نزدیک‌تر است، به خصوص در باریون‌های زیر: $\Delta (1620) S31$ (در حدود 50 MeV)، $\Delta (1920) P33$ (در حدود 27 MeV)، $\Delta (1905) F35$ (در حدود 20 MeV)، $N(1710) P11$ (در حدود 15 MeV)، $N(1520) D13$ (در حدود 13 MeV) و $N(1675) D15$ (در حدود 7 MeV). همچنین در جدول (۴-۶) مشاهده می‌شود که مدل بکار گرفته شده، قادر به توصیف طیف باریون‌هایی با جرم بیش از 2 GeV (مانند: $N(2190) G17$ ، $N(2220) H19$ ، $N(2250) G19$ ، $N(2600) I1,11$ و $\Delta (2420) H3$) با حداکثر درصد خطای نسبی ۶/۹۲٪ می‌باشد.

در ادامه با استفاده از ویژه مقادیر انرژی محاسبه شده، در بخش (۲-۳-۶) به محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت (Ω ، Λ ، Σ ، Ξ) و غیرشگفت با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته می‌پردازیم.

۲-۳-۶- محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته

در این بخش به محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیر شگفت بر اساس معادله‌ی (۴۷-۵) پرداخته‌ایم. به منظور آسان‌تر شدن فرآیند محاسبات، جرم کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون با طعم‌های مختلف را یکسان در نظر گرفته‌ایم، ($m_u = m_d = m_s = m_q$) [۴۷]. در بخش (۲-۳-۶) ویژه مقادیر انرژی را در حالت پایه ($E_{0\gamma}$)، از حل دقیق معادله‌ی شرودینگر شعاعی برای پتانسیل

فوق کروی نگهدارنده (رابطه‌ی (۶-۱)) محاسبه کردیم و مقادیر چشمداشتی H_{GR} ($\langle H_{GR} \rangle$) نیز با استفاده از رابطه‌ی (۵-۴۶) مشخص می‌شود. به منظور معین نمودن دو پارامتر مجهول E و D در رابطه‌ی (۵-۴۸)، تعداد محدودی از باریون‌های شگفت و غیر شگفت را انتخاب کرده و اختلاف جرمی آن‌ها را با استفاده از مقادیر چشمداشتی وابسته به H_{GR} نوشته‌ایم:

$$(A(1116)P01 - N(938)P11) = -D - \frac{1}{2}E \quad (۶-۲۴)$$

$$(\Sigma(1193)P11 - N(938)P11) = \frac{3}{2}E - D$$

به منظور یافتن سایر پارامترها ϖ , τ , m_q در معادله‌ی (۶-۱۶) و سه پارامتر A , B , C در رابطه‌ی (۵-۴۸) مجدداً از روش global fit استفاده نموده‌ایم و ضرایب و پارامترهای مجهول را بطور همزمان به گونه‌ای یافتیم که بهترین برازش با طیف باریون‌های شگفت و غیر شگفت حاصل شود. مقادیر وابسته به پارامترها و ضرایب پتانسیل محاسبه شده به ترتیب در جداول (۶-۶) و (۶-۷) گزارش شده‌اند.

جدول ۶-۶: مقادیر پارامترهای مجهول در رابطه‌ی (۵-۴۷) برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت،

در مدل غیرنسبیتی و با استفاده از روش global fit .

| Parameter | Value |
|-----------|----------------------|
| m_q | 360 MeV |
| ϖ | 0.4 fm ⁻¹ |
| A | -9.6 MeV |
| B | 21.8 MeV |
| C | 37.5 |
| D | -197.3 MeV |
| E | 38.5 MeV |

جدول ۶-۷: مقادیر وابسته به ضرایب پتانسیل نگهدارنده (رابطه‌ی (۶-۱))

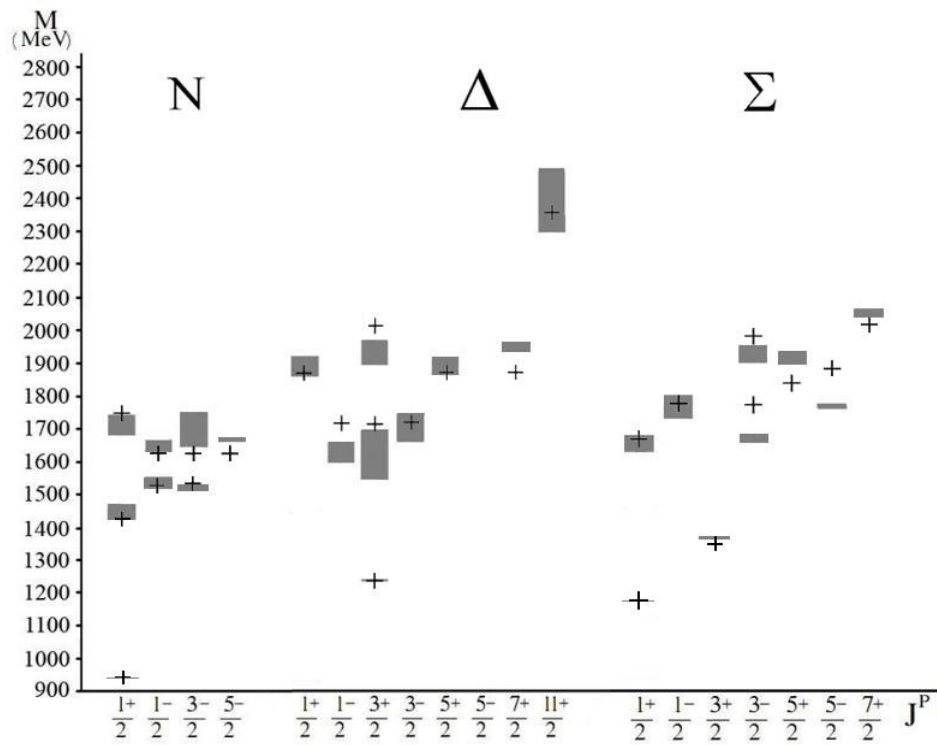
برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت در مدل غیرنسبیتی.

| ضرایب پتانسیل | مقادیر |
|---------------|-------------------------|
| τ | 3.6 |
| κ | 1.047 fm^{-2} |
| η | 0.145 fm^{-3} |

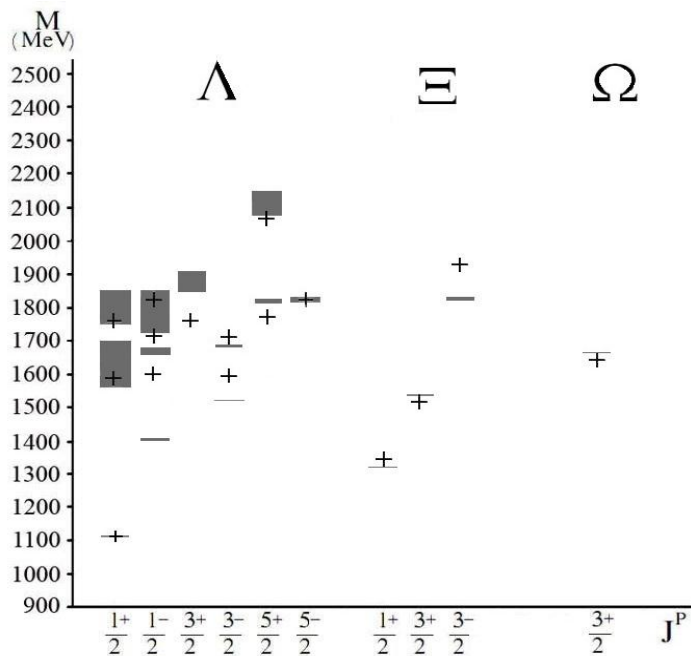
بدین ترتیب جرم باریون‌های شگفت (Ξ , Λ , و Ω) و غیرشگفت (N و Δ) را بر اساس معادله‌ی (۴۷-۵) و ضرایب گزارش شده در جداول (۶-۶) و (۷-۶) محاسبه کرده‌ایم.

نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما در شکل‌های (۷-۶) و (۸-۶) ارائه شده است. مستطیل‌های خاکستری رنگ و علامت‌های (+) در شکل‌های (۷-۶) و (۸-۶)، به ترتیب نشان دهنده‌ی طیف جرمی تجربی برای باریون‌ها بر حسب $[\Delta 5] \text{ MeV}$ و نتایج محاسبات ما بر اساس مدل به کار گرفته شده و بر طبق معادله‌ی (۴۷-۵) می‌باشد. مقادیر عددی وابسته به نتایج محاسبات ما در جداول (۸-۶) و (۹-۶) آمده است. در جداول (۸-۶) و (۹-۶)، ستون $M_{[54] \text{ calc}}$ مقادیر عددی محاسبه شده توسط بیجکر^۸ و همکارانش [۵۴] برای جرم باریون‌ها، ستون $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از محاسبات گیانینی و همکارانش [۴۷] (بخش ۵-۹) و ستون $M_{\text{Our calc}}$ نتایج حاصل از محاسباتمان را برای جرم حالت‌های پایه و تشدید باریون‌ها بر اساس فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته و در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی پیشنهادیمان، نشان می‌دهند.

⁸ Bijker



شکل ۶-۷: طیف تجربی باریون‌های Σ , Δ و N (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج حاصل از محاسبات ما (+) بر حسب (MeV).



شکل ۶-۸: طیف تجربی باریون‌های Ω , Ξ و Λ (مستطیل‌های خاکستری رنگ) [۵۳] و نتایج حاصل از محاسبات ما (+) بر حسب (MeV).

جدول ۶-۸: جرم باریون‌های Δ ، Σ و N بر حسب (MeV) و در مدل غیرنسبیتی. ستون $M_{[54] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از مدل بیجکر، $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از مدل گیائینی و $M_{\text{Our calc}}$ نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما را نشان می‌دهند.

| Baryon | Status | Mass(exp)_[53] | State | $M_{[54] \text{ calc}}$ | $M_{[47] \text{ calc}}$ | $M_{\text{Our calc}}$ |
|---------------------|---------------|---------------------------------|------------------------------|---|---|---|
| N(938) P11 | **** | 938 | ${}^2_8{}_{1/2}[56, 0^+]$ | | 938 | 938.4 |
| N(1440) P11 | **** | 1420-1470 | ${}^2_8{}_{1/2}[56, 0^+]$ | 1444 | 1448.7 | 1422.5 |
| N(1520) D13 | **** | 1515-1525 | ${}^2_8{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1563 | 1543.7 | 1529.1 |
| N(1535) S11 | **** | 1525-1545 | ${}^2_8{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1563 | 1543.7 | 1529.1 |
| N(1650) S11 | **** | 1645-1670 | ${}^4_8{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1683 | 1658.6 | 1641.6 |
| N(1675) D15 | **** | 1670-1680 | ${}^4_8{}_{5/2}[70, 1^-]$ | 1683 | 1658.6 | 1641.6 |
| N(1700) D13 | *** | 1650-1750 | ${}^4_8{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1683 | 1658.6 | 1641.6 |
| N(1710) P11 | *** | 1680-1740 | ${}^2_8{}_{1/2}[70, 0^+]$ | 1683 | 1795.4 | 1748.0 |
| Δ (1232) P33 | **** | 1231-1233 | ${}^4_{10}{}_{3/2}[56, 0^+]$ | 1246 | 1232 | 1231.8 |
| Δ (1600) P33 | *** | 1550-1700 | ${}^4_{10}{}_{3/2}[56, 0^+]$ | 1660 | 1683 | 1707.6 |
| Δ (1620) S31 | **** | 1600-1660 | ${}^2_{10}{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1649 | 1722.8 | 1710.0 |
| Δ (1700) D33 | **** | 1670-1750 | ${}^2_{10}{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1649 | 1722.8 | 1710.0 |
| Δ (1905) F35 | **** | 1865-1915 | ${}^4_{10}{}_{5/2}[56, 2^+]$ | 1921 | 1945.4 | 1877.5 |

| | | | | | | |
|-----------------------|------|-----------|-------------------------|-------|--------|--------|
| Δ (1910) P31 | **** | 1870-1920 | $^4 10_{1/2}[56, 2^+]$ | 1921 | 1945.4 | 1877.5 |
| Δ (1920) P33 | *** | 1900-1970 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | | 2089.4 | 2041.4 |
| Δ (1950) F37 | **** | 1915-1950 | $^4 10_{7/2}[56, 2^+]$ | 1921 | 1945.4 | 1877.5 |
| Δ (2420) H3,11 | **** | 2300-2500 | $^4 10_{11/2}[56, 4^+]$ | 2414 | | 2363.3 |
| Σ (1193) P11 | **** | 1193 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1170 | 1193 | 1193.5 |
| Σ (1660)P11 | *** | 1630-1690 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1604 | 1703.7 | 1669.3 |
| Σ (1670)D13 | **** | 1665-1685 | $^2 8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1711 | 1798.7 | 1784.1 |
| Σ (1750)S11 | *** | 1730-1800 | $^2 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1711 | 1798.7 | 1784.1 |
| Σ (1775) D15 | **** | 1770-1780 | $^4 8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1822 | 1913.6 | 1896.6 |
| Σ (1915)F15 | **** | 1900-1935 | $^2 8_{5/2}[56, 2^+]$ | 1872 | 1906.4 | 1839.1 |
| Σ (1940)D13 | *** | 1900-1950 | $^2 8_{3/2}[56, 1^-]$ | 1974 | 1913.6 | 1996.6 |
| Σ^* (1385)P13 | **** | 1383-1385 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1382 | 1371.6 | 1371.4 |
| Σ^* (2030)F17 | **** | 2025-2040 | $^4 10_{7/2}[56, 2^+]$ | 2012 | 2085.0 | 2017 |

جدول ۶-۹: جرم باریون‌های Λ ، Ξ و Ω بر حسب (MeV) و در مدل غیرنسبیتی. ستون $M_{[54] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از مدل بیجکر، $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از مدل گیانینی و $M_{\text{Our calc}}$ نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما را نشان می‌دهند.

| Baryon | Status | Mass(exp)_[53] | State | $M_{[54] \text{ calc}}$ | $M_{[47] \text{ calc}}$ | $M_{\text{Our calc}}$ |
|-----------------------|---------------|---------------------------------|-----------------------|---|---|---|
| Λ (1116)P01 | **** | 1116 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1133 | 1116 | 1116.5 |
| Λ (1600)P01 | *** | 1560-1700 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1577 | 1626.7 | 1592.3 |
| Λ (1670)S01 | **** | 1660-1680 | $^2 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1686 | 1721.7 | 1707.1 |
| Λ (1690)D03 | **** | 1685-1695 | $^2 8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1686 | 1721.7 | 1707.1 |
| Λ (1800)S01 | *** | 1720-1850 | $^4 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1799 | 1836.6 | 1819.6 |
| Λ (1810)P01 | *** | 1750-1850 | $^2 8_{1/2}[70, 0^+]$ | 1799 | 1973.4 | 1762.1 |
| Λ (1820)F05 | **** | 1815-1825 | $^2 8_{5/2}[56, 2^+]$ | 1849 | 1829.4 | 1764.9 |
| Λ (1830)D05 | **** | 1810-1830 | $^4 8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1799 | 1836.6 | 1819.6 |
| Λ (1890)P03 | **** | 1850-1910 | $^2 8_{3/2}[56, 2^+]$ | 1849 | 1829.4 | 1764.9 |
| Λ (2110)F05 | **** | 2090-2140 | $^4 8_{5/2}[54, 2^+]$ | 2074 | 1995 | 2087.6 |
| $\Lambda^*(1405) S01$ | **** | 1402-1410 | $^2 1_{1/2}[70, 1^-]$ | 1641 | 1657.5 | 1612.9 |
| $\Lambda^*(1520)D01$ | **** | 1518-1520 | $^2 1_{3/2}[70, 1^-]$ | 1641 | 1657.5 | 1612.9 |
| Ξ (1318) P11 | **** | 1314-1316 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1334 | 1332.6 | 1332.0 |

| | | | | | | |
|---------------------|------|-----------|------------------------|------|--------|--------|
| Ξ (1820) D13 | *** | 1818-1828 | $^2 8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1828 | 1938.3 | 1923.7 |
| Ξ^* (1530) P13 | **** | 1531-1532 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1524 | 1511.1 | 1511 |
| Ω (1672) P03 | **** | 1672-1673 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1670 | 1650.7 | 1650.5 |

با مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما و مقادیر تجربی [۵۳] برای جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت، مشاهده می‌شود که در اکثر موارد نتایج محاسبات ما برای جرم باریون‌ها با مقادیر تجربی طیف جرمی آن‌ها به خوبی سازگار است. در جداول (۶-۱۰) و (۶-۱۱) درصد خطای نسبی را برای نتایج حاصل از محاسباتمان (جداول (۶-۸) و (۶-۹)، ستون $M_{Our\ calc}$) ارائه داده‌ایم.

جدول ۶-۱۰: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Δ ، Σ و N در مدل غیرنسبیتی.

| Baryon | Status | Mass(exp)[53] | State | $M_{Our\ calc}$ | Percent of relative error |
|---------------|---------------|----------------------|-----------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| N(938) P11 | **** | 938 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 938.4 | 0.04% |
| N(1440) P11 | **** | 1420-1470 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1422.5 | 0.17% - 3.23% |
| N(1520) D13 | **** | 1515-1525 | $^2 8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1529.1 | 0.93% - 0.26% |
| N(1535) S11 | **** | 1525-1545 | $^2 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1529.1 | 0.26% - 1.02% |
| N(1650) S11 | **** | 1645-1670 | $^4 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1641.6 | 0.2% - 1.7% |
| N(1675) D15 | **** | 1670-1680 | $^4 8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1641.6 | 1.7% - 2.28% |

| | | | | | |
|-----------------------|------|-----------|------------------------|--------|----------------|
| N(1700) D13 | *** | 1650-1750 | $^48_{3/2}[70, 1^-]$ | 1641.6 | 0.5% - 6.19% |
| N(1710) P11 | *** | 1680-1740 | $^28_{1/2}[70, 0^+]$ | 1748.0 | 4.04% - 0.45% |
| Δ (1232) P33 | **** | 1231-1233 | $^410_{3/2}[56, 0^+]$ | 1231.8 | 0.06% - 0.09% |
| Δ (1600) P33 | *** | 1550-1700 | $^410_{3/2}[56, 0^+]$ | 1707.6 | 10.16% - 0.44% |
| Δ (1620) S31 | **** | 1600-1660 | $^210_{1/2}[70, 1^-]$ | 1710.0 | 6.87% - 3.01% |
| Δ (1700) D33 | **** | 1670-1750 | $^210_{3/2}[70, 1^-]$ | 1710.0 | 2.39% - 2.28% |
| Δ (1905) F35 | **** | 1865-1915 | $^410_{5/2}[56, 2^+]$ | 1877.5 | 0.67% - 1.95% |
| Δ (1910) P31 | **** | 1870-1920 | $^410_{1/2}[56, 2^+]$ | 1877.5 | 0.4% - 2.21% |
| Δ (1920) P33 | *** | 1900-1970 | $^410_{3/2}[56, 0^+]$ | 2041.4 | 7.44% - 3.62% |
| Δ (1950) F37 | **** | 1915-1950 | $^410_{7/2}[56, 2^+]$ | 1877.5 | 1.95% - 3.71% |
| Δ (2420) H3,11 | **** | 2300-2500 | $^410_{11/2}[56, 4^+]$ | 2363.3 | 2.75% - 5.46% |
| Σ (1193) P11 | **** | 1193 | $^28_{1/2}[56, 0^+]$ | 1193.5 | 0.04% |
| Σ (1660) P11 | *** | 1630-1690 | $^28_{1/2}[56, 0^+]$ | 1669.3 | 2.41% - 1.22% |
| Σ (1670) D13 | **** | 1665-1685 | $^28_{3/2}[70, 1^-]$ | 1784.1 | 7.15% - 5.88% |
| Σ (1750) S11 | *** | 1730-1800 | $^28_{1/2}[70, 1^-]$ | 1784.1 | 3.12% - 0.88% |

| | | | | | |
|----------------------|------|-----------|------------------------|--------|---------------|
| $\Sigma(1775) D15$ | **** | 1770-1780 | $^4 8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1896.6 | 7.15% - 6.55% |
| $\Sigma(1915) F15$ | **** | 1900-1935 | $^2 8_{5/2}[56, 2^+]$ | 1839.1 | 3.2% - 4.95% |
| $\Sigma(1940) D13$ | *** | 1900-1950 | $^2 8_{3/2}[56, 1^-]$ | 1996.6 | 5.08% - 2.38% |
| $\Sigma^*(1385) P13$ | **** | 1383-1385 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1371.4 | 0.83% - 0.98% |
| $\Sigma^*(2030) F17$ | **** | 2025-2040 | $^4 10_{7/2}[56, 2^+]$ | 2017 | 0.39% - 1.12% |

جدول ۶-۱۱: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Λ , Ξ و Ω در مدل غیرنسبیتی.

| Baryon | Status | Mass(exp)_[53] | State | M_{Our calc} | Percent of relative error |
|----------------------|---------------|---------------------------------|-----------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| $\Lambda (1116) P01$ | **** | 1116 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1116.5 | 0.04% |
| $\Lambda (1600) P01$ | *** | 1560-1700 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1592.3 | 2.07% - 6.33% |
| $\Lambda (1670) S01$ | **** | 1660-1680 | $^2 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1707.1 | 2.83% - 1.61% |
| $\Lambda (1690) D03$ | **** | 1685-1695 | $^2 8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1707.1 | 1.31% - 0.71% |
| $\Lambda (1800) S01$ | *** | 1720-1850 | $^4 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1819.6 | 5.79% - 1.64% |
| $\Lambda (1810) P01$ | *** | 1750-1850 | $^2 8_{1/2}[70, 0^+]$ | 1762.1 | 0.69% - 4.75% |
| $\Lambda (1820) F05$ | **** | 1815-1825 | $^2 8_{5/2}[56, 2^+]$ | 1764.9 | 2.76% - 3.29% |

| | | | | | |
|-----------------------|------|-----------|------------------------|--------|-----------------|
| Λ (1830) D05 | **** | 1810-1830 | $^4 8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1819.6 | 0.53% - 0.56% |
| Λ (1890) P03 | **** | 1850-1910 | $^2 8_{3/2}[56, 2^+]$ | 1764.9 | 4.6% - 7.59% |
| Λ (2110) F05 | **** | 2090-2140 | $^4 8_{5/2}[70, 2^+]$ | 2087.6 | 0.11% - 2.44% |
| $\Lambda^*(1405)$ S01 | **** | 1402-1410 | $^2 1_{1/2}[70, 1^-]$ | 1612.9 | 15.04% - 14.39% |
| $\Lambda^*(1520)$ D01 | **** | 1518-1520 | $^2 1_{3/2}[70, 1^-]$ | 1612.9 | 6.25% - 6.11% |
| Ξ (1318) P11 | **** | 1314-1316 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1332.0 | 1.36% - 1.21% |
| Ξ (1820) D13 | *** | 1818-1828 | $^2 8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1923.7 | 5.81% - 5.23% |
| Ξ^* (1530) P13 | **** | 1531-1532 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1511 | 1.3% - 1.37% |
| Ω (1672) P03 | **** | 1672-1673 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1650.5 | 1.28% - 1.34% |

همانطور که در جداول فوق مشاهده می‌شود درصد خطای نسبی در محاسبات ما برای جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت در اکثر موارد بین ۰/۰۴ تا ۱۰ درصد بوده و بیشترین درصد خطای نسبی در محاسبات ما وابسته به $\Lambda^*(1405)$ S01 است که بین ۱۴ تا ۱۵ درصد می‌باشد. میزان خطا برای جرم این باریون در محاسبات بیجرک و همکارانش بین ۱۶ تا ۱۷ درصد و در نتایج گیانینی و همکارانش بین ۱۷ تا ۱۸ درصد است. همچنین نتایج محاسبات ما حاکی از آن است که مدل ما در بازتولید جرم تعداد محدودی از باریون‌ها ($\Lambda^*(1520)$ D01 ، Ξ (1820) D13 ، Σ (1775) D15 و Σ (1670) D13) موفق نمی‌باشد و استفاده از فرمول مجذور جرم [۵۴] می‌تواند سازگاری بیشتر با نتایج تجربی ایجاد کند .

بیجکر و همکارانش برای مطالعه‌ی طیف باریون‌های شگفت و غیر شگفت از مدل $U(7)$ پیوسته استفاده کرده‌اند [۵۴]. از مقایسه ما بین نتایج حاصل از محاسبات ما و مقادیر عددی گزارش شده توسط بیجکر و همکارانش، مشاهده می‌شود که در برخی از باریون‌ها از جمله:

Λ (1830) D05 و Δ (1232) P33 ، Δ (1700) D33 ، Σ (1660) P11 ، Σ (1193) P11 پیشنهادی ما نسبت به نتایج مرجع [۵۴] بهبود یافته است. با توجه به اینکه مدلی را که ما برای محاسبه‌ی جرم باریون‌ها استفاده کرده‌ایم تا حدی شبیه به مدل بکار گرفته شده توسط گیانینی و همکارانش می‌باشد، بنابراین بررسی نتایج این دو روش محاسبه‌ی جرم باریون‌ها برای ما حائز اهمیت است. از مقایسه‌ی نتایج دو ستون $M_{[47] \text{ calc}}$ و $M_{\text{Our calc}}$ در جداول (۶-۸) و (۶-۹) با مقادیر تجربی طیف باریون‌ها درمی‌یابیم که در اکثر موارد نتایج محاسبات ما برای جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت به مقادیر تجربی نزدیک‌تر بوده و سبب بهبود نتایج مدل گیانینی و همکارانش [۴۷] شده است. این امر در موارد زیر به وضوح قابل مشاهده است: Λ (1810) P01 (در حدود 150 MeV)، Λ (2110) F05 (در حدود 90 MeV)، $N(1710)$ P11 (در حدود 45 MeV)، Δ (1920) P33 (در حدود 48 MeV)، $S01$ Λ^* (1405)، Λ^* (1520) D01 و $\Sigma^*(2030)$ F17 (در حدود 40 MeV)، Δ (1905) F35 (در حدود 20 MeV)، $N(1520)$ D13 و Ξ (1820) D13 (در حدود 15 MeV)، Δ (1620) S31 (در حدود 12 MeV)، $\Sigma(1660)$ P11 (در حدود 30 MeV)، $\Sigma(1670)$ D13، Λ (1690) D03 و Λ (1670) S01 (در حدود 14 MeV)، $\Sigma(1775)$ D15 (17 MeV). از سوی دیگر نتایج محاسبات گیانینی و همکارانش نشان می‌دهد که مدل بکار گرفته شده توسط آن‌ها قادر به توصیف طیف جرمی باریون‌هایی تا جرم ۲ GeV می‌باشد، لکن نتایج محاسبات ما حاکی از آن است که مدل ما قادر به توصیف طیف جرمی باریون‌هایی با جرم بیش از ۲ GeV، مانند Δ (2420) H3,11، Λ (2110) F05، علت رضایت بخش بودن نتایج محاسبات ما و نزدیکی بیشتر آن‌ها به طیف جرمی تجربی باریون‌ها، می‌توان به واقعی‌تر بودن شکل

پتانسیل نگهدارنده‌ی انتخابی (مجموع سه پتانسیل کولنی، پتانسیل نگهدارنده خطی و پتانسیل نوسانگر هماهنگ) اشاره نمود. از سویی دیگر در بخش (۶-۳-۲) مشاهده شد که معادله شرودینگر برای این پتانسیل فوق‌کروی نگهدارنده دارای حل کاملاً تحلیلی بوده و ویژه مقادیر انرژی به طور کاملاً دقیق محاسبه می‌شود. بدین ترتیب با در نظر گرفتن فرمول جرمی گئورسی رادیکاتی تعمیم یافته و در اختیار داشتن مقدار چشمداشتی H_{GR} برای هر باریون می‌توان با دقت خوبی جرم آن باریون را محاسبه نمود.

فصل هفتم

محاسبه‌ی جرم باریون‌ها در مدل

نسبیتی

۷-۱- معادله دیراک

ساده‌ترین معیار برای تشخیص اینکه یک حالت مقید نسبیتی می‌باشد یا غیرنسبیتی، آن است که اگر انرژی بستگی نسبت به انرژی در حال سکون ذرات محتوایی کمتر باشد سیستم غیر نسبیتی است؛ به عنوان مثال انرژی بستگی هیدروژن 13.6 eV است در حالی که انرژی سکون یک الکترون 51100 eV می‌باشد، بنابراین این سیستم غیرنسبیتی است. در کوانتوم غیرنسبیتی می‌توان ذرات را با معادله‌ی شرودینگر توصیف کرد. اگر ابعاد ذرات کوچک باشد و همچنین انرژی ذرات نسبت به انرژی سکون آن‌ها قابل ملاحظه باشد، این ذرات در مبحث کوانتوم نسبیتی بررسی خواهند شد. در کوانتوم نسبیتی ذرات با اسپین 0 از معادله‌ی کلاین گوردن^۹، ذرات با اسپین 1 از معادله‌ی پروکا^{۱۰} و ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ از معادله دیراک^{۱۱} تبعیت می‌کنند [۱ و ۵۵]. معادله‌ی دیراک برای یک ذره‌ی تنها در حضور پتانسیل‌های مختلف در سال‌های پیش مورد بررسی قرار گرفته است و ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع به ازاء این پتانسیل‌ها بدست آمده است. همچنین در سال ۱۹۵۴ یانگ و میلز با ارائه تئوری خود برای دو ذره که اسپین هر کدام $\frac{1}{2}$ است، معادله‌ی دیراک را برای سیستم دو ذره‌ای به صورت تحلیلی بررسی نمودند. در فصل قبل باریون‌ها را به عنوان یک سیستم سه ذره‌ای در حضور یک پتانسیل فوق کروی نگهدارنده در نظر گرفته و با حل دقیق معادله‌ی شرودینگر، ویژه مقادیر و ویژه توابع را بدست آوردیم و سپس با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته جرم باریون‌ها را در مدل غیر نسبیتی محاسبه کردیم. در این فصل به محاسبه‌ی جرم باریون‌های متشکل از کوارک‌های سبک در حالت نسبیتی پرداخته‌ایم. بدین منظور از معادله‌ی دیراک استفاده نموده و پس از بدست آوردن ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع در حضور

⁹ Klein Gordon

¹⁰ Proca

¹¹ Dirac

یک پتانسیل فوق‌کروی نگهدارنده، همانند فصل قبل با استفاده از فرمول جرمی (۴۷-۵)، جرم باریون‌های شگفت و غیر شگفت را محاسبه کرده‌ایم.

۲-۷- محاسبه طیف باریون‌ها در مدل نسبیتی با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته و در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی فوق‌کروی

در این بخش، برای محاسبه‌ی جرم باریون‌ها بر طبق رابطه‌ی (۴۷-۵)، نیاز به محاسبه‌ی ویژه مقادیر انرژی نسبیتی در حالت پایه ($E_{0\gamma}$) داریم. بدین منظور در ادامه، ابتدا به حل دقیق معادله دیراک در حضور پتانسیل نگهدارنده‌ی فوق‌کروی پرداخته و سپس با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته جرم باریون‌ها را محاسبه می‌نماییم.

۲-۷-۱- حل دقیق معادله‌ی دیراک برای پتانسیل نگهدارنده

از آنجا که باریون‌ها از سه کوارک تشکیل دهنده، ساخته شده‌اند می‌توان در یک مدل ساده نسبیتی برای سه جسم با توابع موج Ψ_1 ، Ψ_2 و Ψ_3 ، با در نظر گرفتن تابع موج کل سیستم به صورت حاصل ضرب تانسوری تابع موج‌ها، تابع موج کلی سیستم را به صورت $\Psi_{v\gamma} = \left(\begin{smallmatrix} \Phi_{v\gamma} \\ \chi_{v\gamma} \end{smallmatrix} \right)$ نشان داد. پتانسیل برهم‌کنشی نگهدارنده میان کوارک‌های تشکیل دهنده نیز همانند فصل قبل شامل سه جمله‌ی نوسانی، خطی و کولنی بوده و در فضای فوق‌کروی به صورت زیر است:

$$2U_0(x) = 2V_0(x) = \eta x^2 + \kappa x - \tau x^{-1} \quad (1-7)$$

که در رابطه‌ی فوق پتانسیل‌های $U_0(x)$ و $V_0(x)$ به ترتیب پتانسیل‌های برداری و اسکالر نامیده می‌شوند. دلیل این انتخاب آن است که در معادله دیراک $U_0(x)$ به همراه جرم و $V_0(x)$ به همراه انرژی ظاهر

می‌شوند. معادله‌ی دیراک برای ذره‌ای به جرم m_1 در انرژی E_1 و در حضور پتانسیل‌های $V_{01}(x)$ و $U_{01}(x)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta(m_1 + U_{01}(x))] \Psi_1(x) = (E_1 - V_{01}(x)) \Psi_1(x) \quad (۲-۷)$$

که در آن $\Psi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \chi_1 \end{pmatrix}$ تابع موج ذره اول می‌باشد. در رابطه‌ی فوق $\vec{\alpha}$ و β ماتریس بوده و برحسب ماتریس‌های پاولی و یکانی به صورت زیر می‌باشند:

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (۳-۷)$$

با ضرب مستقیم طرفین رابطه (۲-۷) در $\Psi_2(x) \otimes \Psi_3(x)$ و با جایگزینی $\vec{\alpha}$ و β در معادله‌ی (۲-۷) به جفت معادلات زیر دست می‌یابیم:

$$(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1) \chi_{v\gamma} + (m_1 + U_{01}(x) + V_{01}(x)) \Phi_{v\gamma} = E_1 \Phi_{v\gamma} \quad (۱-۴-۷)$$

$$(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1) \Phi_{v\gamma} - (m_1 + U_{01}(x) - V_{01}(x)) \chi_{v\gamma} = E_1 \chi_{v\gamma} \quad (۲-۴-۷)$$

ما فرض می‌کنیم که $U_0(x) = V_0(x)$ باشد. زیرا پتانسیل در حالت کلی به فرم $U(x) = \frac{1}{2}(1 + e\gamma_0)A(x)$ است که در آن $A(x) = \eta x^2 + \kappa x - \tau x^{-1}$ ، $\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ و $e \cdot I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ هر مقداری را می‌تواند شامل شود، لکن ما مقدار ۱ را برای آن در نظر گرفته‌ایم زیرا منجر به تقارن $SU(2)$ می‌شود که توسط بل و راگ [۵۶ و ۵۷] مورد مطالعه قرار گرفته است. با استفاده از معادله‌ی (۲-۴-۷)، $\chi_{v\gamma}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\chi_{v\gamma} = \frac{(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1) \Phi_{v\gamma}}{E_1 + m_1} \quad (۵-۷)$$

از طرفی می‌دانیم که $(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1) = p_1^2$ ، بنابراین با جایگزینی معادله‌ی (۷-۵) در معادله‌ی (۷-۴)، رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$p_1^2 \Phi_{v\gamma} = (E_1^2 - m_1^2) \Phi_{v\gamma} - 2U_{01}(x)(E_1 + m_1) \Phi_{v\gamma} \quad (۶-۷)$$

اگر این روند را برای ۲ ذره‌ی دیگر نیز انجام داده و معادلات بدست آمده را با هم جمع کنیم (با فرض آنکه تمام ذرات دارای جرم و انرژی یکسان هستند)، به رابطه‌ی زیر خواهیم رسید:

$$(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) \Phi_{v\gamma} = 3(E_1^2 - m_1^2) \Phi_{v\gamma} - (\eta x^2 + \kappa x - \tau x^{-1}) 3(E_1 + m_1) \Phi_{v\gamma} \quad (۷-۷)$$

از آنجا که سیستم مورد بررسی ما از بیش از دو ذره تشکیل شده است، همانند فصل قبل از مختصات فوق‌کروی استفاده می‌کنیم. با استفاده از رابطه‌ی (۷-۳) (فضای ۶ بعدی) برای عملگر لاپلاسی معادله‌ی (۷-۷) به فرم زیر درمی‌آید:

$$-\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} + \frac{I^2(\Omega_{\epsilon_1}, \Omega_{\epsilon_2}, \xi)}{x^2} \right] \Phi_{v\gamma} = \frac{1}{3} (E_{v\gamma}^2 - 9m_1^2) \Phi_{v\gamma} - (\eta x^2 + \kappa x - \tau x^{-1}) \times \quad (۸-۷)$$

$$(E_{v\gamma} + 3m_1) \Phi_{v\gamma}$$

با جایگزینی $\Phi_{v\gamma} = \phi_{v\gamma} Y_{\gamma, l_{\epsilon_1}, l_{\epsilon_2}}(\Omega_{\epsilon_1}, \Omega_{\epsilon_2}, \xi)$ و حذف (۷-۴) و حذف $Y_{\gamma, l_{\epsilon_1}, l_{\epsilon_2}}(\Omega_{\epsilon_1}, \Omega_{\epsilon_2}, \xi)$ از دو طرف معادله‌ی (۸-۷) به رابطه‌ی زیر دست می‌یابیم:

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} - \frac{\gamma(\gamma+4)}{x^2} \right] \phi_{v\gamma} + \frac{1}{3} (E_{v\gamma}^2 - 9m_1^2) \phi_{v\gamma} - (\eta x^2 + \kappa x - \tau x^{-1}) \times \quad (۹-۷)$$

$$(E_{v\gamma} + 3m_1) \phi_{v\gamma} = 0$$

با انتخاب

$$\frac{1}{3} (E_{v\gamma}^2 - 9m_1^2) = \varepsilon \quad , \quad (E_{v\gamma} + 3m_1)\tau = \tau_1 \quad , \quad (۱۰-۷)$$

$$(E_{v\gamma} + 3m_1)\kappa = \kappa_1, \quad (E_{v\gamma} + 3m_1)\eta = \eta_1$$

و در نظرگرفتن تغییر متغیر زیر

$$\phi_{v\gamma}(x) = x^{-\frac{5}{2}}\varphi_{v\gamma}(x) \quad (11-7)$$

و جانشینی معادله‌ی (۱۱-۷) در رابطه‌ی (۹-۷) خواهیم داشت:

$$\varphi_{v\gamma}''(x) = -\left[\frac{\tau_1}{x} - \kappa_1 x - \eta_1 x^2 + \varepsilon - \frac{(2\gamma+3)(2\gamma+5)}{4x^2}\right]\varphi_{v\gamma}(x) \quad (12-7)$$

برای حل معادله‌ی فوق، جواب حدسی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\varphi_{v\gamma}(x) = K(x) e^{L(x)} \quad (13-7)$$

که در آن توابع $K(x)$ و $L(x)$ را به صورت زیر انتخاب کرده‌ایم:

$$K(x) = \prod_{i=1}^v (x - a_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$$

$$K(x) = 1 \quad v = 0 \quad (14-7)$$

$$L(x) = \delta \ln x - \beta x - \frac{1}{2} \alpha x^2$$

که در رابطه فوق α و β مثبت بوده و v مشخص کننده‌ی تعداد گره‌های تابع موج است. در جدول (۱-۷)

جواب‌های حدسی برای توابع $K(x)$ و $L(x)$ به ازاء تعدادی از پتانسیل‌های نگهدارنده با فرم‌های متفاوت

آمده است.

جدول ۷-۱: توابع $K(x)$ و $L(x)$ به ازاء پتانسیل‌های نگهدارنده متفاوت [۵۸].

| پتانسیل نگهدارنده $V(x)$ | $h(x)$ | $g(x)$ |
|---------------------------------------|---|---|
| $ax^2 - bx^4 + cx^6 - dx^8 + ex^{10}$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\frac{1}{2}\beta x^2 - \frac{1}{4}\alpha x^4 + \frac{1}{6}\tau x^6 + \delta \ln x$ |
| $ax^2 + bx^{-3} - cx^{-1} + dx^{-4}$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $-\frac{1}{2}\alpha x^2 - \frac{\beta}{x} + \delta \ln x$ |
| $ax^2 - bx^4 + cx^6$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\frac{1}{2}\alpha x^2 - \frac{1}{2}\beta x^4 + \delta \ln x$ |
| $ax^2 + cx^{-1}$ | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $(1 + \beta x^2)\exp(-\frac{1}{2}\alpha x^2)$ |
| cx^{-1} | $h(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$ $h(x) = 1 \quad v = 0$ | $\beta x + \delta \ln x$ |

حال از معادله‌ی (۷-۱۳) دو مرتبه مشتق می‌گیریم، بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$\varphi''_{v\gamma}(x) = \left(L''(x) + L'^2(x) + \frac{K''(x) + 2L'(x)K'(x)}{K(x)} \right) \varphi_{v\gamma}(x) \quad (۷-۱۵)$$

با جایگزین کردن معادله‌ی (۷-۱۴) در معادله‌ی (۷-۱۵) و برابر قرار دادن دو طرف روابط (۷-۱۲) و

(۷-۱۵) نتایج زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon = \alpha(1 + 2\delta) - \beta^2, \quad \beta = \frac{\kappa_1}{2\sqrt{\eta_1}}, \quad \alpha = \sqrt{\eta_1} \quad (۷-۱۶)$$

$$\delta = \gamma + \frac{5}{2}, \quad \tau_1 = 2\beta\delta, \quad \delta = -\gamma - \frac{3}{2}$$

با توجه به این نکته که در پتانسیل معرفی شده ضریب η را به صورت $\eta = (E_{0\gamma} + 3m_1)\omega^2$ انتخاب می‌کنیم خواهیم داشت:

$$\alpha = (E_{0\gamma} + 3m_1)\omega \quad (17-7)$$

$$\beta = \frac{\kappa}{2\omega} = \frac{(E_{0\gamma} + 3m_1)\tau}{(2\gamma + 5)}$$

با جایگزینی $\delta = \gamma + \frac{5}{2}$ و رابطه‌ی (17-7) در معادله‌ی ε (رابطه‌ی (7-16))، انرژی سیستم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$E_{0\gamma} = \frac{3[m_1 + \omega(2\gamma + 6)](2\gamma + 5)^2 - 9m_1\tau^2}{3\tau^2 + (2\gamma + 5)^2} \quad (18-7)$$

مؤلفه‌ی بالایی تابع موج به صورت زیر می‌باشد:

$$\Phi_{\nu\gamma} = \phi_{\nu\gamma} Y_{\gamma, l_{\varepsilon_1}, l_{\varepsilon_2}}(\Omega_{\varepsilon_1}, \Omega_{\varepsilon_2}, \xi) = N_{\nu\gamma} x^{-\frac{5}{2}} \varphi_{\nu\gamma}(x) Y_{\gamma, l_{\varepsilon_1}, l_{\varepsilon_2}}(\Omega_{\varepsilon_1}, \Omega_{\varepsilon_2}, \xi) \quad (19-7)$$

با استفاده از رابطه‌ی (7-5) و در نظر گرفتن پایستگی اندازه حرکت و نوشتن اندازه حرکت بر حسب فوق شعاع x مؤلفه‌ی پایین تابع موج به صورت زیر خواهد شد:

$$\chi_{\nu\gamma} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{x}}{(E_{\nu\gamma} + 3m_1)} [(\vec{\sigma} \cdot \hat{x})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})] \Phi_{\nu\gamma} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{x}}{(E_{\nu\gamma} + 3m_1)} \left[-i \frac{d}{dx} + \frac{i\vec{\sigma} \cdot \vec{L}}{x}\right] \Phi_{\nu\gamma} \quad (20-7)$$

که در آن بردار \hat{x} یکه در فضای فوق‌کروی می‌باشد. بنابراین شکل کلی تابع موج برای حالت $\nu = 0$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\Psi_{0\gamma} = \left(\begin{array}{c} \phi_{0\gamma}(x) \\ \frac{-i\vec{\sigma} \cdot \hat{x}}{E_{0\gamma} + 3m_1} \left[\frac{d\phi_{0\gamma}}{dx} - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{L}}{x} \phi_{0\gamma} \right] \end{array} \right) Y_{\gamma, l_{\varepsilon_1}, l_{\varepsilon_2}}(\Omega_{\varepsilon_1}, \Omega_{\varepsilon_2}, \xi) \quad (21-7)$$

بدین ترتیب ملاحظه می‌شود که ویژه مقادیر انرژی برای هر باریون در مدل نسبیتی، از حل معادله‌ی دیراک بدست آمده و تابعی از جرم کوارک، γ ، ω و ضرایب پتانسیل می‌باشد. در ادامه با استفاده از ویژه مقادیر انرژی محاسبه شده (رابطه‌ی (۷-۱۸))، جرم باریون‌های شگفت (Ω و Λ , Σ , Ξ) و غیرشگفت را با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته بدست می‌آوریم.

۷-۲-۲- محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت با استفاده از فرمول جرمی

گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته

به منظور محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت در مدل نسبیتی از معادله‌ی (۵-۴۷) استفاده کرده و برای آسان‌تر شدن فرآیند محاسبات، جرم کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون با طعم‌های مختلف را یکسان در نظر گرفته‌ایم، ($m_u = m_d = m_s = m_q$) [۴۷]. ویژه مقادیر انرژی را در حالت پایه ($E_{0\gamma}$)، از حل دقیق معادله‌ی دیراک برای پتانسیل نگهدارنده‌ی فوق‌کروی (معادله‌ی (۷-۱)) در بخش (۷-۲-۱) بدست آوردیم و مقادیر چشمداشتی H_{GR} ($\langle H_{GR} \rangle$) نیز با استفاده از رابطه‌ی (۵-۴۶) مشخص می‌شود. به منظور معین نمودن دو پارامتر مجهول E و D در رابطه‌ی (۵-۴۸)، تعداد محدودی از باریون‌های شگفت و غیرشگفت را انتخاب کرده و اختلاف جرمی آن‌ها را با استفاده از مقادیر چشمداشتی وابسته به H_{GR} نوشته‌ایم:

$$(\Sigma(1193)P11 - N(938)P11) = \frac{3}{2}E - D \quad (۷-۲۲)$$

$$(\Lambda(1116)P01 - N(938)P11) = -D - \frac{1}{2}E$$

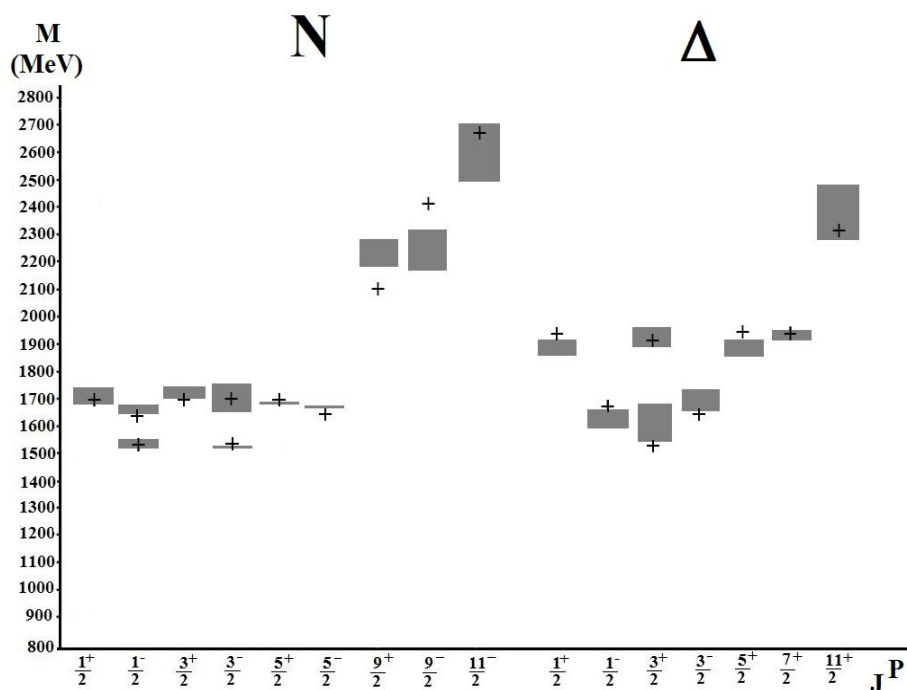
ما در محاسبات خود جرم کوارک‌های جریان (m_1) را برابر با 5 MeV در نظر گرفته‌ایم. به منظور یافتن سایر پارامترها نظیر m_q در رابطه‌ی (۵-۴۷) و τ ، ϖ در معادله‌ی (۷-۱۸) و سه پارامتر A , B , C در رابطه‌ی (۵-۴۸) از روش global fit استفاده نموده‌ایم و ضرایب و پارامترهای مجهول را بطور همزمان به

گونه‌ای یافتیم که بهترین برازش با طیف باریون‌های شگفت و غیر شگفت حاصل شود. پارامترهای محاسبه شده در جدول (۲-۷) گزارش شده است.

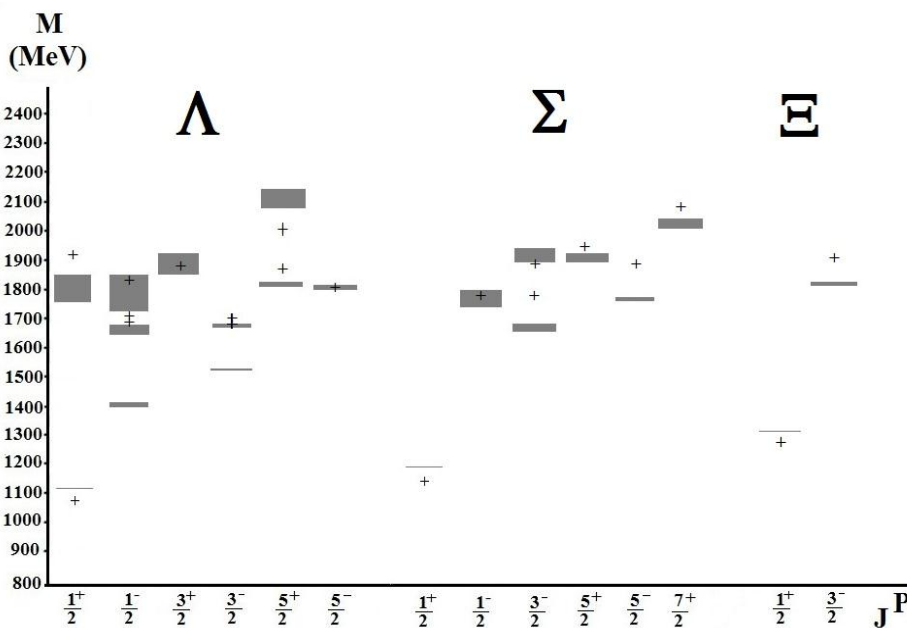
جدول ۲-۷: مقادیر پارامترهای مجهول در رابطه‌ی (۴۷-۵) برای محاسبه‌ی جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت، در مدل نسبیتی و با استفاده از روش global fit .

| Parameter | Value |
|-----------|------------------------|
| m_q | 329 MeV |
| τ | 3.9 |
| ϖ | 0.15 fm^{-1} |
| A | -13.3 MeV |
| B | 6.566 MeV |
| C | 37.3 |
| D | -197.3 MeV |
| E | 38.5 MeV |

نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما برای جرم باریون‌های شگفت (Ω , Λ , Ξ) و غیرشگفت (N و Δ) در مدل نسبیتی، با استفاده از معادله‌ی (۴۷-۵) و ضرایب گزارش شده در جدول (۲-۷)، در شکل‌های (۱-۷) و (۲-۷) و جداول (۳-۷) تا (۶-۷) آمده است. مستطیل‌های خاکستری رنگ و علامت‌های (+) در شکل‌های (۱-۷) و (۲-۷)، بترتیب نشان دهنده‌ی طیف جرمی تجربی برای باریون‌ها بر حسب $[\text{MeV } 53]$ و نتایج محاسبات ما در مدل نسبیتی و بر طبق معادله‌ی (۴۷-۵) می‌باشد. در جداول (۳-۷) تا (۶-۷)، ستون $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از محاسبات گیانینی و همکارانش [۴۷] در مدل غیرنسبیتی (بخش ۵-۹) و ستون $M_{\text{Our calc}}$ نتایج محاسبات ما را برای جرم باریون‌ها در مدل نسبیتی نشان می‌دهند.



شکل ۷-۱: مقادیر تجربی طیف باریون‌های Δ و N (مستطیل‌های خاکستری رنگ) و [۵۳] و نتایج حاصل از محاسبات ما (+) در مدل نسبیتی بر حسب (MeV).



شکل ۷-۲: مقادیر تجربی طیف باریون‌های Ξ ، Σ ، Λ و [۵۳] و نتایج حاصل از محاسبات ما (+) در مدل نسبیتی بر حسب (MeV).

جدول ۷-۳: جرم نوکلئون‌ها بر حسب (MeV) و در مدل نسبیتی. ستون $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از مدل گیانینی و $M_{\text{Our calc}}$ نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما را نشان می‌دهند.

| Baryon | Status | Mass(exp)_[53] | State | $M_{[47] \text{ calc}}$ | $M_{\text{Our calc}}$ |
|---------------|---------------|---------------------------------|----------------------------|---|---|
| N(938) P11 | **** | 938 | ${}^2_{8_{1/2}}[56, 0^+]$ | 938 | 930.7 |
| N(1520) D13 | **** | 1515-1525 | ${}^2_{8_{3/2}}[70, 1^-]$ | 1543.7 | 1530 |
| N(1535) S11 | **** | 1525-1545 | ${}^2_{8_{1/2}}[70, 1^-]$ | 1543.7 | 1530 |
| N(1650) S11 | **** | 1645-1670 | ${}^4_{8_{1/2}}[70, 1^-]$ | 1658.6 | 1641.9 |
| N(1675) D15 | **** | 1670-1680 | ${}^4_{8_{5/2}}[70, 1^-]$ | 1658.6 | 1641.9 |
| N(1680) F15 | *** | 1680-1690 | ${}^2_{8_{5/2}}[56, 2^+]$ | 1651.4 | 1697.8 |
| N(1700) D13 | *** | 1650-1750 | ${}^4_{8_{3/2}}[70, 1^-]$ | 1658.6 | 1641.9 |
| N(1710) P11 | *** | 1680-1740 | ${}^2_{8_{1/2}}[70, 0^+]$ | 1795.4 | 1698 |
| N(1720) P13 | **** | 1700-1750 | ${}^2_{8_{3/2}}[56, 2^+]$ | 1651.4 | 1697.8 |
| N(2600) I1,11 | *** | 2550-2750 | ${}^2_{8_{11/2}}[70, 5^-]$ | | 2728.1 |

جدول ۷-۴: جرم باریون‌های Δ بر حسب (MeV) و در مدل نسبیتی. ستون $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از مدل گیانینی و $M_{\text{Our calc}}$ نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما را نشان می‌دهند.

| Baryon | Status | Mass(exp) _[53] | State | $M_{[47] \text{ calc}}$ | $M_{\text{Our calc}}$ |
|------------------------|--------|---------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| Δ (1232) P33 | **** | 1231-1233 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1232 | 1217.2 |
| Δ (1600) P33 | *** | 1550-1700 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1683 | 1528.2 |
| Δ (1620) S31 | **** | 1600-1660 | $^2 10_{1/2}[70, 1^-]$ | 1722.8 | 1665.2 |
| Δ (1700) D33 | **** | 1670-1750 | $^2 10_{3/2}[70, 1^-]$ | 1722.8 | 1665.2 |
| Δ (1905) F35 | **** | 1865-1915 | $^4 10_{5/2}[56, 2^+]$ | 1945.4 | 1944.9 |
| Δ (1910) P31 | **** | 1870-1920 | $^4 10_{1/2}[56, 2^+]$ | 1945.4 | 1944.9 |
| Δ (1920) P33 | *** | 1900-1970 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 2089.4 | 1945 |
| Δ (1950) F37 | **** | 1915-1950 | $^4 10_{7/2}[56, 2^+]$ | 1945.4 | 1944.9 |
| Δ (2420) H3, 11 | **** | 2300-2500 | $^4 10_{11/2}[56, 4^+]$ | | 2350 |

جدول ۵-۷: جرم باریون‌های Λ بر حسب (MeV) و در مدل نسبیتی. ستون $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از مدل گیانینی و $M_{\text{Our calc}}$ نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما را نشان می‌دهند.

| Baryon | Status | Mass(exp) _[53] | State | $M_{[47] \text{ calc}}$ | $M_{\text{Our calc}}$ |
|----------------------|--------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------------------|
| Λ (1116)P01 | **** | 1116 | ${}^2_8{}_{1/2}[56, 0^+]$ | 1116 | 1070 |
| Λ (1670)S01 | **** | 1660-1680 | ${}^2_8{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1721.7 | 1708.1 |
| Λ (1690)D03 | **** | 1685-1695 | ${}^2_8{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1721.7 | 1708.1 |
| Λ (1800)S01 | *** | 1720-1850 | ${}^4_8{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1836.6 | 1820 |
| Λ (1810)P01 | *** | 1750-1850 | ${}^2_8{}_{1/2}[70, 0^+]$ | 1973.4 | 1915.7 |
| Λ (1820)F05 | **** | 1815-1825 | ${}^2_8{}_{5/2}[56, 2^+]$ | 1829.4 | 1875.8 |
| Λ (1830)D05 | **** | 1810-1830 | ${}^4_8{}_{5/2}[70, 1^-]$ | 1836.6 | 1820 |
| Λ (1890)P03 | **** | 1850-1910 | ${}^2_8{}_{3/2}[56, 2^+]$ | 1829.4 | 1875.8 |
| Λ (2110)F05 | **** | 2090-2140 | ${}^4_8{}_{5/2}[70, 2^+]$ | 1995 | 2027.6 |
| $\Lambda^*(1520)D01$ | **** | 1518-1520 | ${}^2_1{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1657.5 | 1688.4 |

جدول ۶-۷: جرم باریون‌های Σ و Ξ بر حسب (MeV) و در مدل نسبیتی. ستون $M_{[47] \text{ calc}}$ نتایج حاصل از مدل گیانینی و $M_{\text{Our calc}}$ نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ما را نشان می‌دهند.

| Baryon | Status | Mass(exp) _[53] | State | $M_{[47] \text{ calc}}$ | $M_{\text{Our calc}}$ |
|---------------------|--------|---------------------------|----------------------------|-------------------------|-----------------------|
| $\Sigma(1193) P11$ | **** | 1193 | ${}^2_8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1193 | 1147 |
| $\Sigma(1670)D13$ | **** | 1665-1685 | ${}^2_8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1798.7 | 1785.1 |
| $\Sigma(1750)S11$ | *** | 1730-1800 | ${}^2_8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1798.7 | 1785.1 |
| $\Sigma(1775) D15$ | **** | 1770-1780 | ${}^4_8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1913.6 | 1897 |
| $\Sigma(1915)F15$ | **** | 1900-1935 | ${}^2_8_{5/2}[56, 2^+]$ | 1906.4 | 1952.8 |
| $\Sigma(1940)D13$ | *** | 1900-1950 | ${}^4_8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1913.6 | 1897 |
| $\Sigma^*(2030)F17$ | **** | 2025-2040 | ${}^4_{10}_{7/2}[56, 2^+]$ | 2085 | 2084.4 |
| $\Xi(1314) P11$ | **** | 1314-1316 | ${}^2_8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1332 | 1286.4 |
| $\Xi(1820) D13$ | *** | 1818-1828 | ${}^2_8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1938.3 | 1924.6 |

با مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از محاسبات ما و مقادیر تجربی [۵۳] برای جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت، درمی‌یابیم که در اکثر موارد مدل ما به خوبی قادر به توصیف طیف جرمی باریون‌ها می‌باشد. در جداول (۷-۷) تا (۷-۱۰) درصد خطای نسبی را برای نتایج حاصل از محاسباتمان بدست آورده‌ایم.

جدول ۷-۷: درصد خطای نسبی برای جرم نوکلئون‌ها در مدل نسبیتی.

| Baryon | Status | Mass(exp) _[53] | State | M _{Our calc} | Percent of relative error |
|---------------|--------|---------------------------|----------------------------|-----------------------|---------------------------|
| N(938) P11 | **** | 938 | ${}^2_8{}_{1/2}[56, 0^+]$ | 930.7 | 0.77% |
| N(1520) D13 | **** | 1515-1525 | ${}^2_8{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1530 | 0.99% - 0.32% |
| N(1535) S11 | **** | 1525-1545 | ${}^2_8{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1530 | 0.32% - 0.97% |
| N(1650) S11 | **** | 1645-1670 | ${}^4_8{}_{1/2}[70, 1^-]$ | 1641.9 | 0.18% - 1.68% |
| N(1675) D15 | **** | 1670-1680 | ${}^4_8{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1641.9 | 1.68% - 2.26% |
| N(1680) F15 | *** | 1680-1690 | ${}^2_8{}_{5/2}[56, 2^+]$ | 1697.8 | 1.05% - 0.46% |
| N(1700) D13 | *** | 1650-1750 | ${}^4_8{}_{3/2}[70, 1^-]$ | 1641.9 | 0.49% - 6.17% |
| N(1710) P11 | *** | 1680-1740 | ${}^2_8{}_{1/2}[70, 0^+]$ | 1698 | 1.07% - 2.41% |
| N(1720) P13 | **** | 1700-1750 | ${}^2_8{}_{3/2}[56, 2^+]$ | 1697.8 | 0.12% - 2.98% |
| N(2600) I1,11 | *** | 2550-2750 | ${}^2_8{}_{11/2}[70, 5^-]$ | 2728.1 | 6.98% - 0.79% |

جدول ۷-۸: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Δ در مدل نسبیتی.

| Baryon | Status | Mass(exp) _[53] | State | M _{Our calc} | Percent of relative error |
|---------------------|--------|---------------------------|------------------------------|-----------------------|---------------------------|
| Δ (1232) P33 | **** | 1231-1233 | ${}^4_{10}{}_{3/2}[56, 0^+]$ | 1217.2 | 1.12% - 1.28% |
| Δ (1600) P33 | *** | 1550-1700 | ${}^4_{10}{}_{3/2}[56, 0^+]$ | 1528.2 | 1.4% - 10.1% |

| | | | | | |
|------------------------|------|-----------|-------------------------|--------|---------------|
| Δ (1620) S31 | **** | 1600-1660 | $^2 10_{1/2}[70, 1^-]$ | 1665.2 | 4.07% - 0.31% |
| Δ (1700) D33 | **** | 1670-1750 | $^2 10_{3/2}[70, 1^-]$ | 1665.2 | 0.28% - 4.84% |
| Δ (1905) F35 | **** | 1865-1915 | $^4 10_{5/2}[56, 2^+]$ | 1944.9 | 4.28% - 1.56% |
| Δ (1910) P31 | **** | 1870-1920 | $^4 10_{1/2}[56, 2^+]$ | 1944.9 | 4% - 1.29% |
| Δ (1920) P33 | *** | 1900-1970 | $^4 10_{3/2}[56, 0^+]$ | 1945 | 2.36% - 1.26% |
| Δ (1950) F37 | **** | 1915-1950 | $^4 10_{7/2}[56, 2^+]$ | 1944.9 | 1.56% - 0.26% |
| Δ (2420) H3, 11 | **** | 2300-2500 | $^4 10_{11/2}[56, 4^+]$ | 2350 | 2.17% - 6% |

جدول ۷-۹: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Λ در مدل نسبیتی.

| Baryon | Status | Mass(exp)_[53] | State | M_{Our calc} | Percent of relative error |
|---------------------|---------------|---------------------------------|-----------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| Λ (1116)P01 | **** | 1116 | $^2 8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1070 | 4.12% |
| Λ (1670)S01 | **** | 1660-1680 | $^2 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1708.1 | 2.89% - 1.67% |
| Λ (1690)D03 | **** | 1685-1695 | $^2 8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1708.1 | 1.37% - 0.77% |
| Λ (1800)S01 | *** | 1720-1850 | $^4 8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1820 | 5.81% - 1.62% |
| Λ (1810)P01 | *** | 1750-1850 | $^2 8_{1/2}[70, 0^+]$ | 1915.7 | 9.46% - 3.55% |
| Λ (1820)F05 | **** | 1815-1825 | $^2 8_{5/2}[56, 2^+]$ | 1875.8 | 3.34% - 2.78% |

| | | | | | |
|----------------------|------|-----------|-----------------------|--------|-----------------|
| Λ (1830)D05 | **** | 1810-1830 | $^4_8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1820 | 0.55% - 0.54% |
| Λ (1890)P03 | **** | 1850-1910 | $^2_8_{3/2}[56, 2^+]$ | 1875.8 | 1.39% - 1.79% |
| Λ (2110)F05 | **** | 2090-2140 | $^4_8_{5/2}[70, 2^+]$ | 2027.6 | 2.98% - 5.25% |
| $\Lambda^*(1520)D01$ | **** | 1518-1520 | $^2_1_{3/2}[70, 1^-]$ | 1688.4 | 11.22% - 11.07% |

جدول ۷-۱۰: درصد خطای نسبی برای جرم باریون‌های Σ و Ξ در مدل نسبیتی.

| Baryon | Status | Mass(exp)_[53] | State | M_{Our calc} | M_{Our calc} |
|---------------------|---------------|---------------------------------|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Σ (1193) P11 | **** | 1193 | $^2_8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1147 | 3.85% |
| $\Sigma(1670)D13$ | **** | 1665-1685 | $^2_8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1785.1 | 7.21% - 5.94% |
| $\Sigma(1750)S11$ | *** | 1730-1800 | $^2_8_{1/2}[70, 1^-]$ | 1785.1 | 3.18% - 0.82% |
| $\Sigma(1775) D15$ | **** | 1770-1780 | $^4_8_{5/2}[70, 1^-]$ | 1897 | 7.17% - 6.57% |
| $\Sigma(1915)F15$ | **** | 1900-1935 | $^2_8_{5/2}[56, 2^+]$ | 1952.8 | 2.77% - 0.91% |
| $\Sigma(1940)D13$ | *** | 1900-1950 | $^4_8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1897 | 0.15% - 2.71% |
| $\Sigma^*(2030)F17$ | **** | 2025-2040 | $^4_{10}_{7/2}[56, 2^+]$ | 2084.4 | 2.93% - 2.17% |
| Ξ (1314) P11 | **** | 1314-1316 | $^2_8_{1/2}[56, 0^+]$ | 1286.4 | 2.1% - 2.24% |
| Ξ (1820) D13 | *** | 1818-1828 | $^2_8_{3/2}[70, 1^-]$ | 1924.6 | 5.86% - 5.28% |

در جداول فوق مشاهده می‌شود درصد خطای نسبی در محاسبات ما برای جرم باریون‌های شگفت و غیرشگفت در اکثر موارد بین ۰/۱٪ تا ۱۰٪ درصد بوده و بیشترین درصد خطای نسبی در محاسبات ما وابسته به $\Lambda^*(1520) D01$ است که در حدود ۱۱ درصد می‌باشد. با دقت در جداول (۳-۷) تا (۶-۷) و مقایسه‌ای مابین نتایج حاصل از محاسبات ما و مقادیر عددی گزارش شده توسط گیانینی و همکارانش، مشاهده می‌شود که در اکثر موارد نتایج ما به مقادیر تجربی طیف جرمی باریون‌ها [۵۳] نزدیک‌تر است و استفاده از این مدل نسبیتی سبب بهبود نتایج مرجع [۴۷] شده است، خصوصاً در موارد زیر: $N(1710) P33$ (در حدود 140 MeV)، $\Delta(1620) S31$ و $\Lambda(1810) P01$ (در حدود 60 MeV)، $N(1710) P11$ (در حدود 70 MeV)، $N(1720) P13$ (در حدود 40 MeV)، $\Lambda(2110) F05$ (در حدود 30 MeV) و $N(1680) F15$ (در حدود 25 MeV)، $\Sigma(1775) D15$ (در حدود 15 MeV)، $N(1520) D13$ ، Λ ، $\Xi(1820) D13$ ، $\Sigma(1670) D13$ و $N(1680) F15$ (در حدود 13 MeV).

نتایج ما نشان دهنده‌ی آن است که روش بکار گرفته شده در محاسبه‌ی جرم باریون‌ها، نه تنها قادر به توصیف جرم باریون‌ها در حالت پایه و حالت‌های برانگیخته با جرم کمتر از ۲ GeV می‌باشد، بلکه در توصیف طیف جرمی باریون‌های $N(2600) I1,11$ و $\Delta(2420) H3, 11$ (دارای جرمی بیش از ۲ GeV) نیز موفق است. همچنین جرم باریون‌هایی با پارامترهای منفی نیز در مدل ما به خوبی بازتولید می‌شوند.

نتایج و پیشنهادات

با توجه به نتایج بدست آمده در این پایان نامه پیرامون توصیف جرم باریون‌ها، در می‌یابیم که مدل‌های پیشنهادی ما در توصیف طیف جرمی باریون‌ها موفق بوده‌اند. نزدیکی نتایج محاسبات ما به مقادیر تجربی طیف باریون‌ها در هر دو مدل نسبیتی و غیر نسبیتی نشان دهنده‌ی آن است که:

* نوع برهم‌کنش در نظر گرفته شده میان کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون‌ها تا حد زیادی واقع بینانه بوده و مجموع پتانسیل نوسانی، پتانسیل خطی و پتانسیل کولنی، به عنوان پتانسیل برهم‌کنش نگهدارنده‌ی فوق کروی ترکیبی مناسب می‌باشد.

** روش استفاده شده (روش ansatz) در حل دقیق معادله‌ی شرودینگر و معادله‌ی دیراک به منظور یافتن ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع، روشی کارآمد بوده که به نتایج عددی مناسبی منجر می‌شود.

♦ لازم به ذکر است که مطالعات و محاسبات ما که در ضمیمه (I) ارائه شده است، نشان می‌دهد که این روش حل عددی معادله‌ی شرودینگر برای پتانسیل نگهدارنده‌ی $V(r_{ij}) = \eta r_{ij}^2 + \kappa r_{ij} - \tau r_{ij}^{-1}$ ، نه تنها برای باریون‌ها بلکه برای محاسبه‌ی طیف مزون‌ها نیز قابل استفاده بوده و نتایج حاصل با مقادیر تجربی جرم مزون‌ها به خوبی سازگار است [۵۹ و ۶۰].

*** استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته راهی مناسب برای توصیف جرم باریون‌های شگفت و غیر شگفت می‌باشد.

یکی دیگر از نتایج این رساله آن است که مدل پیشنهادی ما (ترکیب پتانسیل نگهدارنده‌ی سه جمله‌ای و روش حل عددی به کارگرفته شده و استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته) نه تنها قادر به توصیف جرم باریون‌ها در حالت پایه می‌باشد بلکه در اکثر موارد در توصیف طیف

جرمی باریون‌هایی با جرم بیش از 2 GeV نیز موفق است. همچنین جرم باریون‌هایی با پاریمته‌ی منفی نیز در مدل ما به خوبی بازتولید می‌شوند.

استفاده از این فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته سبب می‌شود که تقارن $SU(6)$ شکسته شده و تا حدی شکافتگی جرمی میان چندگانه‌های $SU(6)$ ایجاد شود. لکن نتایج ما در هر دو مدل نسبیتی و غیرنسبیتی حاکی از آن است که هنوز در پاره‌ای از موارد (به عنوان مثال بین $N(1520)$ $D13$ و $N(1535)$ $S11$ و یا میان $\Delta(1910)$ $P3$ و $\Delta(1905)$ $F35$ و $\Delta(1950)$ $F37$ ،) تبهگنی جرمی میان چندگانه‌های $SU(6)$ وجود دارد. علت این امر آن است که ما در این مطالعه جمله‌ای شامل ترکیب برهم‌کنش اسپین - مدار را در هامیلتونین در نظر نگرفته‌ایم.

❖ با توجه به نتایج این رساله می‌توان در آینده با تغییر پتانسیل برهم‌کنش نگهدارنده بین کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی باریون (جداول (۶-۱) و (۷-۱))، به محاسبه طیف باریون‌ها پرداخت. به عنوان مثال می‌توان جملات وابسته به برهم‌کنش کوارک-گلوئون و یا برهم‌کنش میان ممان دوقطبی و اسپین کوارک‌ها را نیز در پتانسیل نگهدارنده وارد کرد و با استفاده از روشی که برای حل عددی معادلات دیفرانسیل پیشنهاد نمودیم و نیز فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته، طیف باریون‌ها را در هر دو مدل غیرنسبیتی و نسبیتی محاسبه کرد.

❖ همچنین در آینده می‌توان این روش محاسباتی را برای مزون‌ها به کار برد و طیف جرمی مزون‌های سنگین را از حل دقیق معادله‌ی شرودینگر و طیف جرمی مزون‌های سبک را از حل معادله‌ی دیراک، در حضور پتانسیل‌های نگهدارنده‌ی مختلف و با استفاده از فرمول‌های جرمی محاسبه نمود.

❖ در آینده می‌توان روش ارائه شده برای حل عددی معادله‌ی شرودینگر و معادله‌ی دیراک در سیستم‌های سه ذره‌ای را به ازاء پتانسیل‌های پیشنهادی مختلف برای سیستم‌های متشکل از بیش از

سه کوارک تعمیم داد و سپس با استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی تعمیم یافته به محاسبه‌ی جرم ذرات مورد بررسی پرداخت.

- [1] F. E. Close, An Introduction to Quarks and Partons, Academic press, London (1979).
- [2] R.G.Roberts, the structure of the proton, Cambridge University. Press, Cambridge (1990).
- [3] H. J. pirner et al., *Nucl. Phys.* **B294**, 905 (1987).
- [4] D. J. Griffiths, Introduction to Elementary Particles, New York, Wiley, (1987).
- [5] D. H. Perkins, Introduction to High Energy Physics, 4th ed. Cambridge University. Press. (2000).
- [6] V. Chaloupka et al., *Phys. Lett.* **B50**, 1, (1974).
- [7] A. D. Martin, F. Halzen, Quarks and Leptons: An Introduction Course in Modern Particle Physics, John Wiley & Sons. Inc. 396 (1984).
- [8] S.Samuel, M. Wong; Introduction Nuclear Physics, (1982).
- [9] T. Nakuno, K. Nishijima, *Prog. Theor. Phys.*, **10**, 581, (1953).
- [10] M. Gell-Man, *Phys. Rev.* **82**, 833, (1953).
- [11] G. Arfken, Mathematical Methods for Physicists, 2nd ed. New York, Academic press. (1970).
- [12] V. B. Berestetskii', E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii, Relyativistic Quantum Theory. Pergamon Press. (1971).
- [13] M. Hamermesh, Group Theory & It's Applic. To Phys. Problems, Addison – Wesley, (1962).
- [14] L. C. Biedenharn; *J. Math. Phys.* **4**, 436, (1963).
- [15] M. Gell-Man, Y. Ne'eman ; The 8 fold Way Benjamin, New York, (1964).
- [16] L.Ya. Glozman, D.O. Riska, *Phys. Rep.* **C268**, 263, (1996).

- [17] M. Ferraris, M.M. Giannini, M. Pizzo, E. Santopinto, L. Tiator, *Phys. Lett.* **B364**, 231, (1995).
- [18] T. K. Das; H. T. Coelho and M. Faber de La Ripelle, *Phys. Rev.* **C126**, 2281, (1982).
- [19] N. Isgur, G. Karl and R. Koniuk. *Phys. Rev. Lett.*, **41**, 1269, (1978).
- [20] W. Plessas, arxiv: nucl-th/030621 **V1**, 4 Jun, (2003).
- [21] M. M. Giannini, E. Santopinto, and A. Vassallo, *Nuclear Physics.*, **A699**, 308-311, (2002).
- [22] W. Buchmuller and S. H. H. Tye, *Phys. Rev.*, **D24**, 132, (1981).
- [23] A. A. Rajabi, *Few-Body Sys.*, **37**, 197 (2005).
- [24] O. I. Tolstikhin, H. Nakamura, *Chem. J. Phys.* **108**, 8899 (1998).
- [25] M. M. Giannini, E. Santopinto and A. Vassallo, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **50**, 263-270, (2003).
- [26] G. Morpurgo, *Nuovo Cimento*, **9**, 461 (1952); Yu.A. Simonov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **3**, 461 (1966); J. Ballot, M. Fabre de la Ripelle, *Ann. Phys. (N.Y.)* **127**, 62 (1980); M. Fabre de la Ripelle, in *Models and Methods in Few-Body Physics*, edited by L.S. Ferreira, A.C. Fonseca, L. Streit, *Lect. Notes Phys.*, Vol. **273**, p. 283 (Springer, Berlin, 1987).
- [27] E. Santopinto, M.M. Giannini, F. Iachello, in *Symmetries in Science VII*, edited by B. Gruber (Plenum Press, New York, 1995) p. 445; F. Iachello, in *Symmetries in Science VII*, edited by B. Gruber (Plenum Press, New York, 1995) p. 213.
- [28] A.O. Barut, Y. Kitagawara, *J. Phys. A; Math. Gen.*, **14**, 2581, (1981).
- [29] J. P. Elliot, *Proc. Roy. Soc.* **A245**, 128, (1958).
- [30] B. G. Wybourne's *Classical Groups for Physicists*, Wiley, (1974).
- [31] M. M. Giannini, E. Santopinto and A. Vassallo, *Eur. phys. J.*, **A12**, 447-452 (2001).

- [32] N.Salehi, A.A.Rajabi, *Modern Physics Letters A*, Vol. **24**, No. 32, 2631-2637, (2009).
- [33] A. A. Rajabi and N Salehi, *Iranian Journal of Physics Research*, **8(3)**, 169-175 (2008).
- [34] R. Bijker, F. Iachello and A. Leviatan, *Ann. Phys. (N.Y.)*, **236**, 69 (1994).
- [35] M. Aiello, M. Ferraris, M.M. Giannini, M. Pizzo and E. Santopinto, *Phys. Lett.* **B387**, 215 (1996).
- [36] Z. Dziembowski, M. Fabre de la Ripelle and Gerald A. Miller, *Phys. Rev. C* **53**, **R2038** (1996).
- [37] M. Benmerrouche, N. C. Mukhopadhyay and J.-F. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4716 (1996).
- [38] B. Chakrabarti, A. Bhattacharya, S. Mani, A. Sagari, *Acta Physica Polonica B*, Vol. 41, **No. 1** , 95-101(2010).
- [39] N. Isgur and G. Karl, *Phys. Rev.* **D18**, 4187 (1978); **D19**, 2653 (1979); **D20**, 1191 (1979).
- [40] M.M. Giannini, *Rep. Prog. Phys.* **54**, 453 (1991).
- [41] G. S. Bali et al., *Phys. Rev.* **D62**, 054503 (2000).
- [42] G. S. Bali, *Phys. Rep.* **343**, 1 (2001).
- [43] C. Alexandrou, P. de Forcrand and O. Jahn, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **119**, 667 (2003).
- [44] E. Santopinto, F. Iachello and M. M. Giannini, *Eur. Phys. J. A* **1**, 307 (1998).
- [45] S. Okubu; *Prog. Theor. Phys.* **27**, 949, (1962).
- [46] F. Gürsey and L.A. Radicati , *Phys. Rev. Lett.* **13**, 173 (1964).
- [47] M.M. Giannini, E. Santopinto, and A.Vassallo, *Eur.Phys.J.* **A25**, 241-247, (2005).
- [48] Particle Data Group, *Eur. Phys. J.* **C15**, 1 (2000).

- [49] S. Bali et al., *Phys. Rev.* **D 62**, 054503 (2000).
- [50] M. Znojil, *J. Math Phys.* **31**, (1990).
- [51] A. A. Rajabi, *Indian J. Pure and Appl. Phys.* **L41**, 89 (2003).
- [52] A. A. Rajabi, *Commun. Theor. Phys.* **48**, 151-158, (2007).
- [53] Particle Data Group, *Journal of Physics*, **G37**, 075021 (2010).
- [54] R. Bijker, F. Iachello and A. Leviatan, *Ann. Phys.* **284**, 89-133 (2000).
- [55] W. Greiner, *Relativistic Quantum Mechanics*, Springer – verlog (1990).
- [56] J. S. Bell and H. Ruegg, *Nucl. Phys.* **B 104**, 546 (1976).
- [57] J. S. Bell and H. Ruegg, *Nucl Phys.* **B 98**, 151 (1975).
- [58] A. A. Rajabi, *Iranian Journal of Physics Research*, Vol. 5, No. 2, 2005.
- [59] N.Salehi, A.A.Rajabi, proceeding of the First Annual Conference on Particel Physics, Yazd University, January 26-27, (2011).
- [60] N.Salehi, A.A.Rajabi, proceeding of the National Physics Conference, Shahreza Islamic Azad University, December 10-11, (2009).
- [61] A. A. Rajabi, *Few body systems*, **40**, 21 – 33 (2006).
- [62] Particle Data Group, *Physics letters*, **B667**, 1 (2008).

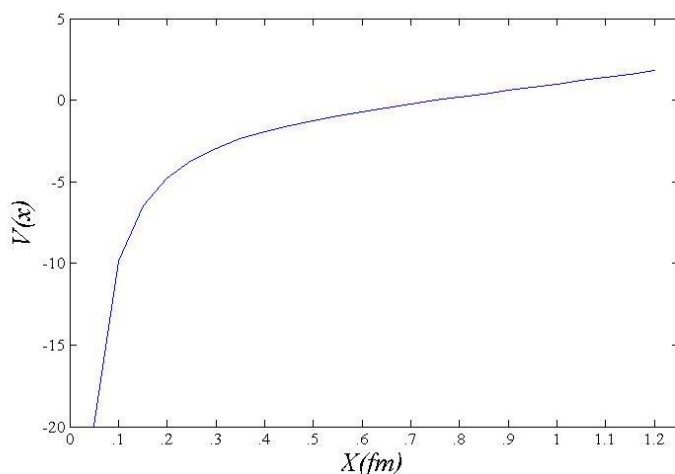
ضمیمہ (I)

I-1- پتانسیل‌های مرکزی بین کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی مزون‌ها

همانطور که در فصل دوم اشاره شد مزون‌ها ذراتی هستند که از یک کوارک و یک پادکوارک و تعدادی گلوئون مبادله‌ای تشکیل شده‌اند و برهم کنش این کوارک‌ها با تبادل گلوئون صورت می‌گیرد. پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک در مزون‌ها را می‌توان به روش‌های مختلف در نظر گرفت، اما بهترین نوع آن پتانسیلی است که کلیه خصوصیات مربوط به جفت کوارک و پادکوارک را دربر داشته باشد. برهم‌کنشی که مورد توجه ما است برهم‌کنش نوسانات این دو ذره و پتانسیل نگهدارنده می‌باشند. علاوه بر این پتانسیل نیروی رنگ با تعویض گلوئون‌ها بین کوارک و پادکوارک ایجاد می‌شود، به نحوی که هر کوارک خود را تحت تأثیر نیرویی می‌یابد که از کوارک دیگر به آن وارد می‌شود. با توجه به توضیحات بالا پتانسیل مرکزی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$U(x) = ax^2 + bx - c/x \quad (I-1)$$

که در این رابطه $x = r_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$ و r_{ij} فاصله‌ی بین کوارک و پادکوارک است.



شکل I-1: پتانسیل نوسانی و نگهدارنده‌ی خطی و پتانسیل بار رنگ.

پتانسیل کوتاه برد $-c/x$ مشابه جاذبه‌ی کولنی بوده و از برهم‌کنش بین کوآرک و پادکوآرک در فواصل کوچک ناشی می‌شود و منشاء آن بار رنگ است. در واقع این جمله از جابجایی گلوئون ناشی می‌شود. پتانسیل رنگ معمولاً به صورت زیر می‌باشد [۳۹]:

$$V_{color}(x) = -f \frac{\alpha_s}{x} \quad (1-I)$$

که در آن f عامل رنگ است و به نوع رنگ مربوط به کوآرک‌های برهم‌کنش وابسته است. برای حالت هشت‌تایی رنگ $f = -\frac{1}{6}$ و برای حالت یکتایی رنگ $f = -\frac{4}{3}$ می‌باشد. مقدار ضریب جفت‌شدگی قوی (α_s) بسیار کوچک بوده [۳۹] و پتانسیل $ax^2 + bx$ هم نقش پتانسیل نگهدارنده و هم نوسانات یک کوآرک را نسبت به کوآرک دیگر در فاصله x نشان می‌دهد، در واقع این عبارت یک پتانسیل مقید کننده است. با توجه به جمله bx ، جداکردن کوآرک‌ها از هادرون‌ها امکان پذیر نبوده و منجر به تولید جفت‌های کوآرک و پادکوآرک جدید می‌شود (و به این دلیل است که هرگز کوآرک آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود). می‌توان چنین تصور کرد که خطوط نیروی میدان رنگ به وسیله واکنش گلوئون - گلوئون کشیده شده و این خطوط تشکیل باندهای نواری مثل ریسمان را می‌دهند. کشیدگی این ریسمان‌ها مرتبط با انرژی پتانسیل $ax^2 + bx$ می‌باشد، به نحوی که این انرژی با افزایش فاصله افزایش یافته و سرانجام به حدی می‌رسد که برای تولید جفت $q\bar{q}$ مناسب بوده و در این صورت دو ریسمان کوچکتر از ریسمان دراز اولی خواهیم داشت. پتانسیل (1-I) رفتار بین دو جسم را به صورت مرکزی مشخص می‌کند. ابتدا کار را با معادله شرودینگر شروع می‌کنیم و تابع موج سیستم مزونی را بدست آورده و سپس پتانسیل‌های اسپین - اسپین، ایزواسپین - اسپین و ایزواسپین - ایزواسپین را به صورت اختلالی وارد مسأله نموده و سپس طیف مزون‌ها را محاسبه می‌نماییم. شکافتگی جرمی در چندگانه‌های هادرونی ممکن است وابسته به عوامل مختلفی باشد، لذا شکافتگی فوق ریز مورد بحث ما می‌تواند تأثیر زیادی در این امر داشته باشد.

بنابراین نخست می‌توان پتانسیل‌های برهم‌کنش اسپین - اسپین و ایزواسپین - ایزواسپین را به صورت زیر به کار برد [۲۵]:

$$H_S = A_S \exp(-x^2 / \sigma_S^2)(S_1.S_2) \quad (۲-I)$$

که در آن عملگر اسپین کوآرک i ام و x مختصات نسبی جفت کوآرک می‌باشد. بعلاوه، مشابه با معادله (۲-I)، دو جمله برهم‌کنشی فوق‌ریز را هم به هامیلتونی جفت کوآرک - پادکوآرک اضافه می‌کنیم. جمله نخست تنها به ایزواسپین بستگی داشته و به صورت زیر است [۲۵]:

$$H_I = A_I \exp(-x^2 / \sigma_I^2)(I_1.I_2) \quad (۳-I)$$

در اینجا نیز I_i عملگر ایزواسپین ذره i ام است. جمله دوم وابسته به برهم‌کنش اسپین - ایزواسپین بوده که از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۵]:

$$H_{SI} = A_{SI} \exp(-x^2 / \sigma_{SI}^2)(S_1.S_2)(I_1.I_2) \quad (۴-I)$$

که در روابط (۲-I)، (۳-I) و (۴-I) قدرت برهم‌کنش‌های فوق‌ریز کاملاً تعیین شده است [۲۵]:

$$A_S = 122.75 \text{ fm}, \sigma_S = 0.8 \text{ fm},$$

$$A_I = 51.7 \text{ fm}, \sigma_I = 3.45 \text{ fm}, \quad (۵-I)$$

$$A_{SI} = -106.2 \text{ fm}, \sigma_{SI} = 2.31 \text{ fm}$$

پتانسیل اختلال در مسأله‌ی ما مجموع پتانسیل‌های برهم‌کنش (۲-I)، (۳-I) و (۴-I) می‌باشد:

$$H_{in}(x) = H_S(x) + H_I(x) + H_{SI}(x) \quad (۶-I)$$

ما ابتدا معادله شرودینگر را برای پتانسیل (I-1) حل نموده و سپس پتانسیل اختلالی (I-6) را در نظر گرفته و طیف مزون‌ها را بدست می‌آوریم.

I-2- حل تحلیلی معادله شعاعی شرودینگر با پتانسیل برهم‌کنش نگهدارنده

برای حل معادله شرودینگر شعاعی با پتانسیل غیر اختلالی $U(x)$ در معادله (I-1)، از روش ارائه شده در فصل ۶ بخش (۶-۲-۱) استفاده می‌کنیم. این روش را می‌توان برای سیستم‌های دوتایی نیز به کار برد، خصوصاً سیستم‌هایی دوتایی همانند مزون‌ها که از یک کوارک q و یک پادکوارک \bar{q} تشکیل شده‌اند. در مسائل دویبعدی هر کوارک در پتانسیلی به شکل رابطه (I-1)، نسبت به کوارک دیگر در حرکت است. بنابراین معادله شرودینگر را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial \Psi_{\nu l}(x)}{\partial x} \right) + \left(U(x) - E_{\nu l} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu x^2} \right) \Psi_{\nu l}(x) = 0 \quad (\text{V-I})$$

که در آن $\mu = \frac{m_q m_{\bar{q}}}{(m_q + m_{\bar{q}})}$ جرم کاهش یافته مربوط به کوارک و پادکوارک، ν شماره گره و l عدد کوانتوم مداری حرکت یک ذره نسبت به ذره دیگر می‌باشد. برای حل معادله‌ی شرودینگر شعاعی تبدیل زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\psi(x) = \frac{1}{x} \varphi(x) \quad (\text{A-I})$$

در این صورت معادله (V-I) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\varphi''(x) = \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E - U(x) - \frac{l(l+1)}{2\mu x^2} \hbar^2 \right) \varphi(x) \quad (\text{9-I})$$

حال برای تابع موج $\varphi(x)$ ، با فرض آنکه $\hbar = c = 1$ باشد، فرم زیر را پیشنهاد می‌کنیم:

$$\varphi(x) = K(x) e^{L(x)} \quad (10-I)$$

که در آن توابع $K(x)$ و $L(x)$ را به صورت زیر انتخاب کرده‌ایم [۵۰ و ۵۱ و ۳۳ و ۳۹]:

$$K(x) = \prod_{i=1}^v (x - \alpha_i^v) \quad v = 1, 2, \dots$$

$$K(x) = 1 \quad v = 0 \quad (11-I)$$

$$L(x) = \delta \ln x - \beta x - \frac{1}{2} \alpha x^2$$

ابتدا حالت $v=0$ را در نظر می‌گیریم که در آن $K(x) = 1$ و $L(x)$ از معادله (۱۱-I) قابل محاسبه است. با دو بار مشتق‌گیری از رابطه‌ی (۱۰-I) خواهیم داشت:

$$\varphi''_{v\gamma}(x) = \left(L''(x) + L'^2(x) + \frac{K''(x) + 2L'(x)K'(x)}{K(x)} \right) \varphi_{v\gamma}(x) \quad (12-I)$$

با جایگزین کردن رابطه‌ی (۱۱-I) در رابطه‌ی (۱۲-I) و برابر قرار دادن دو طرف رابطه‌های (۹-I) و (۱۲-I) به رابطه‌ی زیر خواهیم رسید:

$$a_1 x^2 + b_1 x - \frac{c_1}{x} + \frac{l(l+1)}{x^2} - \varepsilon = \alpha^2 x^2 - 2\alpha\beta x - \alpha(1+2\delta) + \beta^2 + \frac{2\beta\delta}{x} + \frac{\delta(\delta-1)}{x^2} \quad (13-I)$$

که در آن:

$$a_1 = 2\mu a, \quad b_1 = 2\mu b, \quad c_1 = 2\mu c, \quad \varepsilon = 2\mu E_{v,l} \quad (14-I)$$

می‌باشد. با استفاده از معادله (۱۳-I)، با یک محاسبه ساده و با توجه به اینکه توان‌های x مستقل خطی هستند، می‌توان ضرایب توان‌های مختلف x را با هم مساوی قرار داد. در این صورت رابطه‌ای بین ضرایب

پتانسیل بدست آمده و علاوه بر این می‌توان رابطه بین ضرایب پتانسیل، انرژی و جرم کوارک‌ها را نیز بدست آورد:

$$\varepsilon = \alpha(1+2\delta) - \beta^2, \quad c = -2\beta\delta$$

$$\alpha = \sqrt{2\mu a}, \quad \beta = \frac{-2\mu b}{2\sqrt{2\mu a}}, \quad \delta = l+1 \quad (15-I)$$

$$b = \frac{\sqrt{2\mu a c}}{l+1} = \frac{\mu \omega}{l+1} c$$

که در آن $\omega = \left(\frac{2a}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{k}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$ و $k = 2a$ است. بنابراین به ازای حالت گره $v=0$ و اندازه حرکت زاویه‌ای l ، ویژه مقدار انرژی از معادله (15-I) برابر با مقدار زیر به دست می‌آید:

$$E_{0l} = \sqrt{\frac{a}{2\mu}}(2l+3) - b^2/4a = (l + \frac{3}{2})\omega - \frac{\mu c^2}{2(l+1)^2} \quad (16-I)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (15-I) در معادله‌ی (11-I) و با استفاده از رابطه‌ی (1-I)، می‌توان $\psi(x)$ را به صورت زیر نوشت:

$$\psi_{0l}(x) = N_0 x^{l+1} \exp\left(-\frac{\mu\omega}{2} x^2 - \frac{b}{\omega} x\right) \quad (17-I)$$

بدین ترتیب با حل معادله‌ی شرودینگر، ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی را به ازای پتانسیل‌های برهم‌کنشی غیراختلالی به‌طور تحلیلی بدست آوردیم. در حالت دقیق‌تر علاوه بر پتانسیل نگهدارنده‌ی رابطه‌ی (1-I) باید پتانسیل‌های ناشی از اثر اسپین - اسپین، اثر ایزواسپین - ایزواسپین و اثر اسپین - ایزواسپین را نیز در نظر گرفت. این پتانسیل‌ها را به عنوان پتانسیل‌های اختلالی در نظر می‌گیریم و جابجایی انرژی ناشی از آن‌ها را محاسبه می‌کنیم، در این صورت می‌توان جواب‌های مناسب‌تری برای جرم مزون‌ها بدست آورد.

I-3- اثرات پتانسیل اختلالی ناشی از برهم‌کنش اسپین - اسپین

همانطور که در بخش‌های قبل بیان شد پتانسیل برهم‌کنش اسپین - اسپین را می‌توان به صورت زیر نشان داد [۲۵]:

$$H_S = A_S \exp(-x^2 / \sigma_S^2) (S_1 \cdot S_2) \quad (18-I)$$

که در آن $A_S = 122.75 \text{ fm}$, $\sigma_S = 0.8 \text{ fm}$ می‌باشد [۲۵]. اسپین کل برای مزون‌ها را باید بصورت حالت‌های یکتایی $S=0$ و یا $S=1$ در نظر گرفت. در این حالت پتانسیل (18-I) را به عنوان اختلال در نظر می‌گیریم و برای حالت پایه $l=0$ تغییر انرژی برابر خواهد بود با:

$$\Delta_S^{(1)} = \frac{\langle \psi | H_S | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = \frac{A_S (S_1 \cdot S_2) \int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x^2}{\sigma_S^2} - 2\chi x^2 - 2\eta x} dx}{\int_0^\infty x^2 e^{-2\chi x^2 - 2\eta x} dx} =$$

$$= A_S (S_1 \cdot S_2) \cdot \left[\frac{\frac{-\eta}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda}\right)} + \frac{\chi + \frac{1}{2\lambda} + \eta^2}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda}\right)} \sqrt{\frac{3}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda}\right)}} \exp\left[\frac{\eta^2}{2\left(\chi + \frac{1}{2\lambda}\right)}\right]}{\frac{-\eta}{\chi^2} + \frac{\chi + \eta^2}{\chi} \sqrt{\frac{3}{\chi}} \exp\left(\frac{\eta^2}{2\chi}\right)} \right] \quad (19-I)$$

که در آن $\lambda = \sigma_S^2$, $\chi = \frac{\mu\omega}{2}$ و $\eta = \frac{b}{\omega}$ می‌باشد. در رابطه‌ی فوق $(S_1 \cdot S_2)$ به ازاء $S=0$ برابر $-\frac{3}{4}$ و به ازاء $S=1$ برابر $\frac{1}{4}$ می‌باشد.

I-4- اثرات پتانسیل اختلالی ناشی از برهم‌کنش ایزواسپین - ایزواسپین

زمانی که یک کوارک و یک پادکوارک در فاصله‌ی x از یکدیگر قرار گیرند، پتانسیل برهم‌کنش

ایزواسپین - ایزواسپین به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۵]:

$$H_I = A_I \exp(-x^2 / \sigma_I^2)(T_1.T_2) \quad (20-I)$$

که در آن $A_I = 51.7 \text{ fm}$, $\sigma_I = 3.45 \text{ fm}$ می‌باشد. اگر تغییر انرژی ناشی از سهم پتانسیل برهم‌کنش

ایزواسپین - ایزواسپین را در حالت پایه $l=0$ با $\Delta_I^{(1)}$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\Delta_I^{(1)} = \frac{\langle \psi | H_I | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = \frac{A_S(I_1.I_2) \int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x^2}{\sigma_I^2} - 2\chi x^2 - 2\eta x} dx}{\int_0^\infty x^2 e^{-2\chi x^2 - 2\eta x} dx} =$$

$$= A_I(I_1.I_2) \cdot \left[\frac{\frac{-\eta}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda'}\right)} + \frac{\chi + \frac{1}{2\lambda'} + \eta^2}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda'}\right)} \sqrt{\frac{3}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda'}\right)}} \exp\left[\frac{\eta^2}{2\left(\chi + \frac{1}{2\lambda'}\right)}\right]}{\frac{-\eta}{\chi^2} + \frac{\chi + \eta^2}{\chi} \sqrt{\frac{3}{\chi} \exp\left(\frac{\eta^2}{2\chi}\right)}} \right] \quad (21-I)$$

در رابطه‌ی فوق $\lambda = \sigma_I^2$ بوده و $(I_1.I_2)$ به ازاء $I=0$ برابر $\frac{3}{4}$ - و به ازاء $I=1$ برابر $\frac{1}{4}$ می‌باشد.

I-5- اثرات پتانسیل اختلالی ناشی از برهم‌کنش اسپین - ایزواسپین

در این مطالعه پتانسیل اسپین - ایزواسپین را به صورت زیر در نظر گرفته‌ایم [۲۵]:

$$H_{SI} = A_{SI} \exp(-x^2 / \sigma_{SI}^2)(S_1 \cdot S_2)(I_1 \cdot I_2) \quad (22-I)$$

که در آن $A_{SI} = -106.2 fm$, $\sigma_{SI} = 2.31 fm$ است. سهم تغییر انرژی ناشی از اسپین - ایزواسپین را در حالت پایه $l=0$ با $\Delta_{SI}^{(1)}$ نشان می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$\Delta_{SI}^{(1)} = \frac{\langle \psi | H_{SI} | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = \frac{A_S(S_1 \cdot S_2)(I_1 \cdot I_2) \int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x^2}{\sigma_{SI}^2} - 2\chi x^2 - 2\eta x} dx}{\int_0^\infty x^2 e^{-2\chi x^2 - 2\eta x} dx} =$$

$$= A_{SI}(S_1 \cdot S_2)(I_1 \cdot I_2) \cdot \left[\frac{\frac{-\eta}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda''}\right)} + \frac{\chi + \frac{1}{2\lambda''} + \eta^2}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda''}\right)} \sqrt{\frac{3}{\left(\chi + \frac{1}{2\lambda''}\right)}} \exp\left[\frac{\eta^2}{2\left(\chi + \frac{1}{2\lambda''}\right)}\right]}{\frac{-\eta}{\chi^2} + \frac{\chi + \eta^2}{\chi} \sqrt{\frac{3}{\chi}} \exp\left(\frac{\eta^2}{2\chi}\right)} \right] \quad (23-I)$$

که در آن $\lambda'' = \sigma_{SI}^2$ می‌باشد.

I-6- محاسبه جرم مزون‌ها

بنابر رابطه هم‌ارزی جرم و انرژی و با در نظر گرفتن مقادیر محاسبه شده برای جملات پتانسیل‌های

اختلالی، جرم مزون را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۲۳ و ۶۱]:

$$M_{q\bar{q}} = m_q + m_{\bar{q}} + \varepsilon + \Delta_S^{(1)} + \Delta_I^{(1)} + \Delta_{SI}^{(1)} \quad (24-I)$$

که در آن $M_{q\bar{q}}$ جرم مزون، m_q جرم کوارک، $m_{\bar{q}}$ جرم پادکوارک و ε انرژی مزون مورد نظر می‌باشد.

برای محاسبه جرم مزون‌ها از جرم کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی آن‌ها استفاده کرده‌ایم [۲۵]:

$$m_u = m_d = 257 \text{ MeV}, m_s = 501.5 \text{ MeV}, m_c = 1784 \text{ MeV}, m_b = 5202.2 \text{ MeV} \quad (25-I)$$

به منظور یافتن طیف جرمی مزونهای خانواده ρ و Ψ ، از جرم مزونهای $\rho(770)$ ، $\rho_3(1690)$ ، $\rho_3(9460)$ و $\Psi(10355)$ به عنوان ورودی برای تعیین قدرت پتانسیل a ، b ، c استفاده کرده ایم. در جدولهای (I)-1 و (I)-2، جرم های محاسبه شده (تئوری) و نیز مقادیر تجربی آن ها [62] به ترتیب برای مزونهای خانواده ρ و Ψ آورده شده است. همانگونه که مشاهده می شود سازگاری بسیار خوبی مابین مقادیر محاسبه شده با مدل پیشنهادی ما و مقادیر تجربی گزارش شده [62] برای جرم مزونهای خانواده ρ و Ψ وجود دارد.

جدول I-1: جرم مزونهای خانواده ρ با پارامترهای پتانسیل $a=0.98 (fm^{-3})$ ، $b=1.15 (fm^{-2})$ ، $c=2.12$.

| مزون های خانواده ρ | ν | l | جرم تئوری (MeV) | جرم تجربی [62] (MeV) |
|----------------------------|-------|-----|--------------------|-------------------------|
| $\rho(770)$ | 0 | 0 | 770 | 770 ± 3 |
| $\rho_3(1690)$ | 0 | 2 | 1690 | 1688.8 ± 2.1 |
| $a_4(2040)$ | 0 | 3 | 2031 | 2001 ± 10 |
| $\rho_5(2350)$ | 0 | 4 | 2371 | 2350 ± 20 |
| $\rho(1600)$ | 1 | 0 | 1600 | 1590 ± 20 |

جدول I-۲: جرم مزونهای خانواده Ψ با پارامترهای پتانسیل $a=1.568 (fm^{-3})$, $b=1.84 (fm^{-2})$, $c=2.396$.

| مزونهای Ψ خانواده | ν | l | جرم تئوری (MeV) | جرم تجربی [۶۲] (MeV) |
|---------------------------|-------|-----|--------------------|-------------------------|
| $\Psi(9460)$ | 0 | 0 | 9460 | 9460.3 ± 0.26 |
| $\Psi(10023)$ | 0 | 1 | 10023.4 | 10023.26 ± 0.31 |
| $\Psi(10355)$ | 0 | 2 | 10355 | 10355.2 ± 0.5 |
| $\Psi(10575)$ | 0 | 3 | 10615 | 10579.4 ± 1.2 |
| $\Psi(10860)$ | 0 | 4 | 10842 | 10865 ± 8 |
| $\Psi(11020)$ | 1 | 0 | 11070 | 11019 ± 8 |
| $\Psi(9915)$ | 2 | 0 | 9910 | 9903 ± 12 |
| $\Psi(10255)$ | 1 | 2 | 10255 | 10261 ± 2 |

توافق و سازگاری میان نتایج محاسبات ما و مقادیر تجربی وابسته به طیف مزون‌ها نشانگر واقع بینانه بودن پتانسیل نگهدارنده پیشنهادی ما و کارآمد بودن روش به کار گرفته شده برای حل دقیق معادله‌ی شرودینگر می‌باشد. نکته مورد توجه در محاسبات ما برای جرم مزون‌ها این است که در مدل ما نه تنها پتانسیل قیدی بلکه پتانسیل بار رنگ و پتانسیل فوق‌ریز (H_{in}) نیز در شگافتگی جرمی میان مزون‌ها در نظر گرفته شده است.

Abstract

Presenting a comprehensive model for the theoretical investigation of Baryon mass, in a relativistic region or in a nonRelativistic region, has had a particular importance in the recent years. The baryon spectrum is usually described well in all of presented models, although the various models are quite different. What they have in common is the fact that the three quark interaction in baryon can be separated in two parts: the first one, containing the confinement interaction, is spin and flavor independent and it is therefore $SU(6)$ invariant, while the second violates the $SU(6)$ symmetry . In this thesis, we study the spin-, isospin - and flavor - dependent $SU(6)$ violations in the baryons spectrum by using the generalized Gürsey Radicati mass formula (GR). In order to calculate the average energy value of each $SU(6)$ multiplet we have analytically solved the radial Schrödinger equation (in nonrelativistic model) and Dirac equation (in relativistic model) for our proposed confinement potential. In this study, we regarded the confinement hypercentral potential as a combination of the Coulombic potential, a linear confining potential and the harmonic oscillator potential. The significant characteristic of our model is that not only the confining potential is characterized by the presence of a long range confinement part but also by a short-range potential, which is a Coulombic one, depending on the color charge. The obtained results of the calculations in our proposed model (the combination of presented approach for solving Schrödinger equation and Dirac equation in the presence of proposed confinement potential as well as using generalized Gürsey Radicati mass formula) show that the strange and nonstrange baryons mass are in general fairly well reproduced and are much closer to experimental results. Furthermore, our model not only gives a description of baryons mass in their ground and excited states with less than 2 GeV mass, but also in most cases is successful in describing the mass spectrum of baryons with more than 2 GeV mass as well as resonance states with negative-parity.

Key words: *Spectrum; Strange and nonstrange baryons; Schrödinger equation; Dirac equation; Hypercentral potential; symmetry group theory.*



Shahrood University of Technology

Physics Department

PhD Thesis

**Calculation of Baryons Spectrum by Using Symmetric Group
and Considering Hypercentral Interacting Potential of
Constituent Quarks**

By:

Nasrin Salehi

Supervisor:

Prof. Ali Akbar Rajabi

Date:

September 2011