

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: فیزیک

گروه: هسته‌ای

## **چگونگی ایزواسپین در هسته‌ای با A نوکلئون بر حسب**

## **پتانسیل‌های اسکالرو برداری و بخش تانسوری**

دانشجو: منا عزیزی

استاد راهنما:

**پروفسور علی اکبر رجبی**

پایان‌نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۰

دانشگاه صنعتی شاهرود


دانشکده: فیزیک

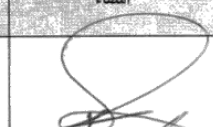
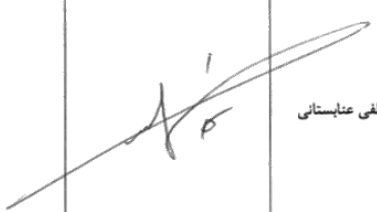
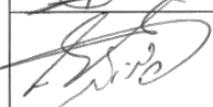
پایان نامه ارشد خانم منا عزیزی

تحت عنوان:

چگونگی ایزواسپین در هسته ای با A نوکلئون بر حسب پتانسیل های اسکالر و برداری و بخش تانسوری توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با در تاریخ

درجه بسیار خوب مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما:	امضاء	اساتید مشاور:	امضاء
نام و نام خانوادگی: دکتر علی اکبر رجبی		نام و نام خانوادگی:	
نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:	

اساتید داور:	امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء
نام و نام خانوادگی: دکتر محمد رضا شجاعی		نام و نام خانوادگی: دکتر مصطفی عنایتی	
نام و نام خانوادگی: دکتر حسن حسن آبادی			
نام و نام خانوادگی:			
نام و نام خانوادگی:			

## تقدیم بہ:

پدر بزرگوار و مادر مہربانم، کہ تختین حق را بر کردن من دارند، شرمسار بچ و حسنی نہفتہ دیدگان شان می باشم. آنان کہ در تعلیم و تربیت من فداکارانہ از بچ کوششی

دین نکرند، بہ پاس این ہمہ زحمات، پایان نامہ حاضر را تقدیم این عزیزان می کنم.

## بمشکر و قدردانی:

با نام خالق ہستی را ہی را آغاز نمودہ ام کہ یہ سمودش میسر نبود جز با یاد و نام ازلی او، و اکنون کہ بہ پایان سر مشرنگاہ این سفر رسیدہ ام سہر بہ سجدہ شکر او می نمم.

در این جا وظیفه خودی دانم که بهترین پاس های خویش را تقدیم استاد عزیزم جناب آقای پروفور رجبی نمایم که در تمام مراحل کار راعلشای اینجانب بودند.

## تعهد نامه

اینجانب **منا عزیزی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **چگونگی ایزواسپین در هسته‌ای با A نوکلئون بر حسب انواع پتانسیل‌های اسکالر و برداری و بخش تانسوری تحت راهنمایی جناب آقای پروفیسور علی اکبر رجبی** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده ( یا بافت‌های آن‌ها ) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ: ۱۳۹۰/۰۶/۲۹

امضای دانشجو:

### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

### چکیده

در این پایان نامه، هدف حل پتانسیل یوکاوا با معادله‌ی نسبیتی دیراک می باشد. همان طور که می دانیم در سال های اخیر تحقیقاتی در زمینه‌ی پتانسیل یوکاوا با معادلات غیر نسبیتی شرودینگر انجام شده است که در آن ها این پتانسیل به صورت تقریبی حل شده است. در این پایان نامه، ما پتانسیل هسته‌ای یوکاوا را در اطراف ابر مزونی اش با استفاده از بسط ریاضی تیلور تا توان هفتم بسط داده، سپس شکل ساده شده‌ی آن را استخراج می کنیم.

برای حل معادله‌ی دیراک با چنین پتانسیلی با توان های بزرگ و جمله‌ی عکس توان، از روش آنزاست استفاده می کنیم. در این قسمت جواب را حدس زده و سپس پارامترها را برای دوترون بدست می آوریم.

در نهایت اثر پتانسیل های فوق ریز را در پتانسیل نهایی حساب می کنیم و مقدار دقیق تر پتانسیل بدست می آید. با استفاده از پارامترها و فرمول های بدست آمده می توان مقدار جرم دوترون را نیز محاسبه کرد که با مقدار تجربی مطابقت دارد.

## واژگان کلیدی

پتانسیل یوکاوا، اسپین، ایزواسپین، معادله دیراک، نوکلئون، دوترون، آنزاست، پتانسیل فوق ریز

## مقالات مستخرج از پایان نامه

1. کنفرانس سالیانه فیزیک ارومیه " اثرات برهمکنشی فوق ریز در حل معادله دیراک با

پتانسیل یوکاوا "

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	<b>فصل اول: نوکلئون و ساختار هسته</b>
2	تاریخچه .....
3	۱-۱ نیروهای موجود در طبیعت .....
4	۲-۱ خواص هسته ها .....
4	۲-۱-۱ چه عاملی هسته ها را منسجم نگه می دارد .....
5	۲-۱-۲ شعاع هسته .....
6	۲-۱-۳ توزیع بار هسته ای .....
7	۳-۱ دسته بندی ذرات .....
9	۴-۱ خواص مزون های $\pi$ .....
9	۴-۱-۱ ساختار کوارکی .....
10	۴-۱-۲ بار الکتریکی .....
11	۶-۱ ویژگی های نوترون و پروتون .....
12	۷-۱ ایزواسپین .....
	<b>فصل دوم: نیروهای بین نوکلئونی</b>
19	مقدمه .....
20	۱-۲ نیروی بین نوکلئونی .....
21	۲-۲ دوترون .....



23	..... ۲-۲-۱ حالت‌های اسپینی سیستم دو نوکلئونی
25	..... ۲-۲-۲ گشتاور دو قطبی مغناطیسی دوترون
26	..... ۲-۲-۳ گشتاور چارقطبی الکتریکی دوترون
27	..... ۳-۲ خواص نیروهای هسته‌ای
30	..... ۴-۲ نیروهای تبدالی بین نوکلئون‌ها
32	..... ۵-۲ انواع نیروهای تبدالی
32	..... ۵-۲-۱ نیروی بار تلت
34	..... ۵-۲-۲ نیروی ماژورانا
34	..... ۵-۲-۳ نیروی هایزنبرگ

### فصل سوم: تئوری یوکاواای برهمکنش هسته‌ای

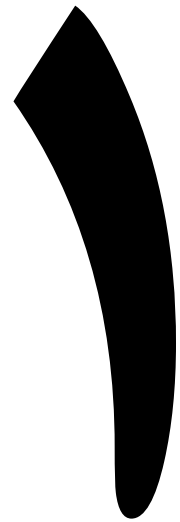
37	..... مقدمه
38	..... ۱-۳ نظریه‌ی مزونی نیروهای هسته‌ای
40	..... ۱-۳-۱ پتانسیل تبدالی یک پایونی
42	..... ۲-۳ تئوری برهمکنش یوکاوا
44	..... ۳-۳ مدل تک ذره‌ی منفرد
49	..... ۳-۳-۱ پتانسیل مدل پوسته‌ای
53	..... ۳-۳-۲ پتانسیل اسپین مدار

### فصل چهارم: حل معادله دیراک با پتانسیل یوکاوا

58	..... مقدمه
59	..... ۱-۴ معادله دیراک
61	..... ۱-۴-۱ حل معادله‌ی دیراک با پتانسیل اسکالرو برداری و بخش تانسوری
64	..... ۲-۴ بسط پتانسیل یوکاوا
66	..... ۳-۴ حل معادله‌ی دیراک با پتانسیل یوکاوا
72	..... ۴-۴ پتانسیل فوق ریز
72	..... ۴-۴-۱ پتانسیل ناشی از اثر اسپین-اسپین
74	..... ۴-۴-۲ پتانسیل ناشی از اثر ایزواسپین-ایزواسپین
۷۶	..... ۴-۴-۳ پتانسیل ناشی از اثر اسپین-ایزواسپین
76	..... ۴-۴-۴ پتانسیل های فوق ریز
78	..... نتیجه‌گیری
79	..... منابع

## فهرست اشکال

صفحه	عنوان
41	۱-۳ نمایش دیاگرامی تبادل مزونی بین دو نوکلئون .....
43	۲-۳ نمایش پتانسیل هسته ای یوکاوا .....
45	۳-۳ نمایش انرژی یونش و شعاع اتمی هسته ها .....
50	۴-۳ نمایش ساختار پوسته ای چاه پتانسیل و نوسانگر هماهنگ .....
51	۴-۴ نمایش پتانسیل بینابینی در هسته .....
55	۴-۵ نمایش ترازهای انرژی حاصل از برهم کنش اسپین-مدار .....



فصل اول : نوکلئون‌ها و ساختار هسته

## تاریخچه

تا کنون عناصر زیادی شناخته شده است که با توجه به بار الکتریکی  $Z_e$  هسته اتم، از هم تمیز داده می شوند. این بار برابر تعداد  $Z$  الکترون اتم است که در مجموع به همراه بار هسته، اتم را خنثی می سازند. عناصر به وسیله جرم شان، که بیش تر از ۹۹٪ آن در هسته است، شناخته می شوند. تلاش برای درک ماهیت اساسی ماده، ریشه در تفکرات فیلسوفان یونان باستان، بویژه دموکریتوس دارد. دموکریتوس که در سده چهارم پیش از میلاد می زیست، معتقد بود که هر نوع ماده را می توان به اجزای کوچکتر و کوچکتر تقسیم کرد تا آنکه حد نهایی فرا می رسد که دیگر ادامه تقسیم میسر نیست. از نظر دموکریتوس، این جزء لایتجزای ماده (اتم) که با چشم غیرقابل دیدن بود، ذره بنیادی سازنده ماده بشمار می رفت. در طی ۲۴۰۰ سال بعد، این نظر صرفاً به صورت اندیشه ای فلسفی باقی ماند، تا آنکه پژوهشگران سده ی نوزدهم میلادی با استفاده از روش های تجربی در باره ی این مسئله به تحقیق پرداختند و با بدست آوردن شواهد کافی فرضیه اتم گرایی را تا سطح یک نظریه علمی تمام عیار بالا بردند.

آغاز فیزیک هسته ای از کشف رادیواکتیویته در سال ۱۸۹۶ توسط بکرل آغاز شد. او متوجه سیاه شدن صفحات حساس فتوگرافیک در مجاورت نوعی سنگ معدن شد. دو سال بعد در سال ۱۸۹۸ توسط پی یر کوری و همسرش ماری کوری مواد رادیواکتیو نیز مانند رادیوم ( $Z = 88$ ) کشف شد [۱]. آنگاه نوبت به رادرفورد رسید که مدل هسته ای برای اتم را اولین بار در سال ۱۹۱۱ ارائه داد. او کارش را با بررسی بر روی پرتوهای فعال و خواص آنها ادامه داد. رادرفورد وقتی به ماهیت این پرتوها پی برد، کار تحقیق را وارونه کرد و آنها را به عنوان وسیله ی کاوش در واری اتم ها به کار گرفت. در طی همین سالها بود که وجود هسته ها را اعلام داشت. در این مدل هسته ها فقط قسمت کوچکی از فضای اتم را اشغال کرده اند.

تایید این فرضیه ( از طریق آزمایش های طاقث فرسای گایگر و مارسدن ) شاخه ی جدیدی را در علوم، به نام فیزیک هسته ای، بنا نهاد که ماده را در بنیادی ترین ساختارش مورد بررسی قرار می دهد.

پس از کشف نوترون توسط چادویک [۲] در سال ۱۹۳۲، پذیرفته شد که هسته ای با عدد اتمی  $Z$  متشکل از  $Z$  پروتون و  $N$  نوترون است. تصور می شد که نوترون ها و پروتون ها ذرات بنیادی اند، اما امروزه روشن شده است که اینگونه نیست بلکه آنها خود از اجزای کوچکتر به نام کوارک ساخته شده اند.

## ۱-۱ نیروهای موجود در طبیعت

همه ی ذرات مادی شناخته شده در جهان ترکیبی از کوارکها و لپتونها هستند که به وسیله ی مبادله-ی ذرات حامل نیرو برهمکنش می کنند. آزمایش هایی در زمینه ی هسته ای، اتمی، اشعه های کیهانی و فیزیک انرژی بالا با دقت باور نکردنی این موضوع را تایید می کند [۳]. با توجه به این که همه ی نیروها از برهمکنش بین ذرات ناشی می شود، می توان برهمکنشها را در چهار دسته تقسیم بندی کرد: گرانش، الکترومغناطیسی، قوی، ضعیف [۴]

۱. گرانش: آشناترین نیرو برای ما است اما اثر آن در فرایندهای زیر اتمی کم است.

۲. الکترومغناطیسی: این نیرو سبب پیوند الکترونها به هستهها برای تشکیل اتمهای خنثی ( از نظر الکتریکی ) می باشد. در فرایندهای بین ذرات، نیروها براساس مبادله ی ذرات واسطه توصیف می شوند. هر نیرو یک ذره ی حامل دارد که در الکترومغناطیس این ذره فوتون با اشعه ی گاما می باشد.

نیروی قوی: سبب نگه داشتن کوارک<sup>۱</sup>ها در هادرون<sup>۲</sup>ها می‌شود. ذرات حامل این نیروها گلئون نامیده می‌شوند زیرا کوارک‌ها را به خوبی به هم چسبانده‌اند. پیوند بین پروتون‌ها و نوترون‌ها نیز نتیجه‌ی برهمکنش‌های قوی ساختار کوارکی و گلئونی آن‌ها است.

نیروی ضعیف: تنها فرایندهایی هستند که در آن‌ها یک کوارک به نوع دیگری از کوارک یا لپتون<sup>۳</sup> به لپتون دیگری تبدیل می‌شود. این برهمکنش سبب واپاشی لپتون‌ها و کوارک‌های سنگین به لپتون‌ها و کوارک‌های سبک‌تر می‌شود [۵].

## ۱-۲ خواص هسته‌ها

هسته‌ها هم مانند بسیاری از سیستم‌های پیروی قوانین مکانیک کوانتومی، جسمی پیچیده و اسرارآمیز است که توصیف رفتار و خواص آن خیلی دشوارتر از اجسام ماکروسکوپی است. هسته‌ها را به کمک تعدادی از پارامترهای هسته‌ای تا حد قابل توجهی می‌توان توصیف کرد. این پارامترها عبارتند از: بار الکتریکی، شعاع، جرم، انرژی بستگی، تکانه زاویه‌ای، پاریته، گشتاور دو قطبی مغناطیسی، گشتاور چهار قطبی الکتریکی و انرژی حالت‌های برانگیخته. به این‌ها خواص استاتیکی هسته می‌گویند.

### ۱-۱-۲ چه عاملی هسته را منسجم نگه می‌دارد؟

سوال مهمی که با آن روبرو می‌شویم این است که: چه عاملی نوکلئون‌ها را در کنار هم نگه می‌دارد؟ اصولاً سیستم‌ها با نیرو در کنار یکدیگر نگه داشته می‌شوند و تنها نیروهایی که در فیزیک کلاسیک و اتمی با آنها مواجه شده‌ایم، نیروهای گرانشی و الکترومغناطیس بودند. اما سوال اینجاست که آیا این‌ها در این مورد هم

---

<sup>1</sup> Quark  
<sup>2</sup> Hadron  
<sup>3</sup> Lepton

می‌توانند کاری انجام دهند؟ نیروی الکترومغناطیسی مطمئناً نمی‌تواند. نوترون‌ها بار الکتریکی ندارند، لذا نیروی الکترومغناطیسی به هیچ وجه نمی‌تواند بر آنها اثری داشته باشد، و نیروی الکترومغناطیسی که بین پروتون‌ها وجود دارد یک نیروی دافعه‌ی کولنی قوی است که باعث از هم پاشیدگی هسته می‌شود. نیروی گرانشی بین هر جفت از نوکلئون‌ها به صورت جاذبه است، اما این نیرو  $10^{36}$  مرتبه از نیروی الکتریکی موجود بین پروتون‌ها کوچکتر است. بنابراین اثر آن در تمام پدیده‌های هسته‌ای و اتمی کاملاً قابل اغماض است.

پس دو نیرویی که در بالا شرح داده شدند، نمی‌توانند علت وجودی هسته و انسجام آن باشند. تنها راه توجیه این است که وجود نیروی سومی را در طبیعت بپذیریم که به آن نیروی هسته‌ای می‌گویند. متوجه می‌شویم که این نیرو در فواصل کوتاه، یعنی در حدود ابعاد هسته، باید بسیار قوی باشد زیرا لازم است که بیشتر از نیروی دافعه‌ی کولنی بین پروتون‌ها باشد تا بر آن غلبه کند. از سوی دیگر ساختار مولکولی را می‌توان تنها با نیروی الکترومغناطیسی توجیه کرد، لذا نتیجه می‌گیریم که نیروی هسته‌ای در فواصلی از مرتبه-ی بین فاصله‌ی هسته‌ها در مولکول‌ها (تقریباً  $10^{-10}$  متر) باید قابل اغماض باشد. بنابراین نیروی هسته‌ای نیرویی است با برد کوتاه که با زیاد شدن فاصله، سریعتر از  $\frac{1}{r^2}$  افت می‌کند.

## ۲-۱-۲ شعاع هسته

شعاع هسته هم مانند شعاع اتم، کمیتی دقیقاً تعریف شده نیست. هیچ یک از اتم‌ها و هسته‌ها را نمی‌توان بصورت کره‌هایی جامد با مرزهای مشخص تصور کرد. در هر دو مورد، پتانسیل کولنی که عامل پیوند اتمی و توزیع بار الکترون‌هاست تا بی‌نهایت ادامه دارد، هرچند که مقدار آن در فواصل دورتر از شعاع اتمی فوق‌العاده ناچیز است. شعاع اتم را می‌توان بصورت مقدار متوسط بزرگترین شعاع حالت‌های الکترونی مختلف اتم تعریف کنیم. اما اندازه‌گیری چنین شعاعی فوق‌العاده دشوار است و به همین دلیل از تعاریف عمیق‌تر،

مانند فاصله بین اتم‌ها در یک ترکیب یونی از اتم‌های مورد نظر، استفاده می‌شود. این تعریف نیز مشکلاتی را دارد.

وضع هسته‌ها از جهاتی بهتر و از جهاتی بدتر است. وضعیت بستگی فضایی چگالی نوکلئون‌ها و پتانسیل هسته‌ای مشابه یکدیگر است، بدین معنی که پتانسیل و چگالی تا فواصل کوتاهی توزیع نسبتاً ثابت دارند و آنگاه به سرعت به سمت صفر میل می‌کنند. بنابراین تا حدودی طبیعی است که شکل هسته را با دو پارامتر مشخص کنیم: شعاع میانگین که نشانگر فاصله‌ای از مرکز هسته است که چگالی نوکلئونی در آن به نصف مقدار مرکزی آن کاهش می‌یابد، و ضخامت پوسته که در طی آن چگالی نوکلئونی از مقدار نزدیک به حداکثر به مقدار نزدیک به حداقل کاهش می‌یابد.

### ۳-۱-۲ توزیع بار هسته‌ای

روش‌های محاسباتی و منحنی‌های حاصل برای هسته‌ها نشان می‌دهد که چگالی بار هسته‌ای در مرکز تمام هسته‌ها تقریباً مقداری ثابت است. نوکلئون‌ها ظاهراً در مرکز هسته متراکم نمی‌شوند، بلکه توزیع آنها در تمام حجم هسته نسبتاً ثابت می‌ماند. بنابراین نتیجه می‌گیریم که تعداد نوکلئون‌های موجود در واحد حجم هسته تقریباً ثابت است.

$$\text{ثابت} : \frac{A}{(4/3)\rho R^3} \quad (1-1)$$

که در آن  $R$  شعاع میانگین هسته است. از این رو شعاع متناسب است با  $A^{1/3}$ . در این صورت

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (2-1)$$



و با تعریف ثابت تناسب می توان نوشت: که مقدار  $R_0$  با توجه به پراکندگی های الکترون  $1.2 \text{ fm}$  است. میزان پخش شدگی سطح هسته نشان می دهد که چگالی بار تا نقطه ای معین ثابت می ماند و آنگاه به کندی به سمت صفر میل می کند. فاصله ای که در طی آن چگالی به صفر می رسد، تقریباً مستقل از اندازه هسته است و معمولاً مقداری ثابت در نظر گرفته می شود. [۱].

$$r(r) = \frac{r_0(r)}{1 + e^{(r-r_0)/a}} \quad (۳ - ۱)$$

### ۱ - ۳ دسته بندی ذرات

تحقیق برای فهم ساختار اصلی جهان همیشه موضوع اصلی در فیزیک بوده است. امروزه دانشمندان به این نتیجه رسیدند که ذرات از کوارک ها و لپتون ها ساخته شده اند. استثناهایی مانند فوتونها،  $W^\pm$ ،  $Z^0$ ، گلوئون ها و گراویتون ها وجود دارد که این ها ذرات واسطه ای برهمکنش های الکترومغناطیس، ضعیف، قوی و گرانش هستند. به طور کلی دانشمندان ذرات موجود در طبیعت به دو دسته ی هادرون ها ( دارای ساختار ) و لپتون ها ( بدون ساختار ) تقسیم می کنند.

۱. هادرون ها: ذراتی که از کوارک ها تشکیل شده اند، هادرون نام دارند. این ذرات در برهمکنش های ضعیف و الکترومغناطیسی و برهمکنش های هسته ای قوی شرکت می کند. هادرون ها به دو دسته ی باریون<sup>۱</sup> ها ( متشکل از سه کوارک ) [۹] و مزون<sup>۲</sup> ها ( متشکل از یک کوارک و یک پاد کوارک ) تقسیم می شوند [۶]

۲. فرمیون<sup>۱</sup> ها: ذراتی که از آمار فرمی - دیراک تبعیت می کنند و از اصل پائولی نیز پیروی می کنند. این ذرات تمایل ندارند که در کنار یکدیگر باشند. به این معنی که در یک لحظه ی معین، نمی توانند یک حالت

<sup>1</sup> Baryon

<sup>2</sup> Meson

کوانتومی را اشغال کنند. در این حالت یکدیگر را دفع می‌کنند. این امر باعث سختی و استحکام حالت‌هایی می‌شوند که شامل فرمیون هستند.

۳. بزون‌ها: ذراتی که فعل و انفعالات را انتقال می‌دهند ( حاملان نیرو ) یا بخش اصلی تشعشعات هستند. این ذرات دارای اسپین صحیح می‌باشند. همان‌طور که گفتیم بزون‌ها شامل فوتون‌ها  $\cdot$  انتقال دهنده‌ی الکترومغناطیس ) و گراویتون ( انتقال دهنده‌ی گرانش ) می‌باشند. بزون‌های شاخص، ذراتی هستند که حامل نیروهای بنیادین طبیعت می‌باشند که به سه دسته طبقه‌بندی می‌شوند: فوتون‌ها، بزون‌های  $W$  و  $Z$  ( آن‌هایی را که بدون بار الکتریکی هستند با  $Z$  [۱۳] و آن دسته که نیروی ضعیف دارند با  $W$  نمایش می‌دهند) و گلئون‌ها [۷].

۴. لپتون‌ها: ذراتی بدون ساختار که نیروهای قوی بر آن‌ها کارگر نیست. اما در برهمکنش‌های الکترومغناطیس شرکت دارند و شامل: الکترون، الکترون نوترینو، تائو، تائو نوترینو، میون، میون نوترینو [۸].

۵. کوارک‌ها: کوارک‌ها پایه‌های اصلی هادرون‌ها را تشکیل می‌دهند، ذراتی که با یکدیگر برهمکنش دارند. در فیزیک هسته‌ای ما با سبک‌ترین اعضای خانواده‌ی هادرون‌ها سروکار داریم: نوکلئون‌هایی که هسته‌ها را می‌سازند و پایون‌هایی که نیروهای هسته‌ای را انتقال می‌دهند. شش نوع متفاوت از کوارک‌ها وجود دارد،  $u$  (up) و  $d$  (down) و  $c$  (charm) و  $s$  (strange) و  $t$  (top) و نهایتاً  $b$  (beauty bottom) این شش ذره بر حسب جرم‌هایشان در سه جفت، که هر عضو از یک جفت دارای بار  $2/3 e$  و  $1/3 e$  - می‌باشد که در جدول پایین نشان داده شده است [۱۲].

---

<sup>1</sup> Fermion

<sup>2</sup> Boson

Quarks			
$Q/e = 2/3$	U	c	T
$Q/e = -1/3$	D	s	B

جدول 1-1 جدول بارهای کوارک

## ۴-۱ خواص مزون های $\pi$

### ۴-۱-۱ ساختار کوارکی

مانند همه فرمیون ها، کوارک ها هم پادذرات ویژه ای خودشان را دارند. پادنوتون ها و پادپروتون ها هم امکان وجود دارند که به ترتیب از پادکوارک های  $(\bar{d}\bar{d}\bar{u})$  و  $(\bar{u}\bar{u}\bar{d})$  ساخته می شوند. در ماده ی پادکوارکی، حالت های برانگیخته ی نوکلئون ها پیکره ای از جرم یکسان ولی با بار مخالف دارند. می توان درباره وجود پاد اتم های پایدار، و اجسام ماکروسکوپی ساخته شده از پادماده اندیشید. اما از آنجا که الکترون ها با پوزیترون ها نابود می گردند، پس نوکلئون ها هم با پادنوکلئون ها نابود می شوند.

همانگونه که سیستم مقید سه کوارکی یا سیستم مقید سه پادکوارکی، نوکلئون ها یا پادنوکلئون ها را می سازند، میدان گلئونی قوی می تواند یک کوارک و یک پاد کوارک [۱۴] را به یکدیگر مقید سازد و ذره ی کوتاه عمری موسوم به مزون را تولید کند.

در فیزیک هسته‌ای مزون‌های  $\pi$  اهمیت زیادی دارند. مزون‌های باردار الکتریکی  $p^+$  و  $p^-$  به ترتیب از جفت‌های  $(u\bar{d})$  و  $(d\bar{u})$  ساخته شده‌اند، و مزون خنثی  $p^0$  از برهم نهی  $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$  زوج کوارک و پادکوارک بوجود آمده است (ترکیب متعامد  $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$  متعلق به مزونی به نام  $\eta$  است).

جرم مزون‌های  $\pi$  عبارتند از:

$$m_{p^-} = m_{p^+} + 139.57(\text{MeV} / c^2)$$

$$m_{p^0} = 134.9(\text{MeV} / c^2)$$

پایون‌ها دارای اسپین صفر و پاریته‌ی منفی هستند.

## ۱-۲-۴ بار الکتریکی

پایون‌ها می‌توانند حامل بار الکتریکی  $+e$ ،  $0$ ، یا  $-e$  باشند و به این ترتیب به صورت  $p^+$ ،  $p^0$ ،  $p^-$  نشان داده می‌شوند. همانطور که بیان شد  $p^0$  پادذره‌ی خودش است و  $p^+$  و  $p^-$  متقابلاً پادذره‌های یکدیگرند. در مورد  $p^+$  و  $p^-$  چندان معنایی ندارد که یکی را ذره و دیگری را به عنوان پادذره در نظر بگیریم. ذراتی چون الکترون‌ها یا نوکلئون‌ها را که اجزای سازنده‌ی ماده هستند، به عنوان ذره مشخص می‌کنیم و به این ترتیب پوزیترون‌ها و پادنوکلئون‌ها را به عنوان پادذره می‌شناسیم. اما ماده‌ی معمولی از پایون‌ها تشکیل نمی‌شوند و بنابراین چنین تشخیصی ممکن نیست [۱۰ و ۱۲].

## ۱- ۵ ویژگی‌های نوترون و پروتون

نوکلئون‌ها، فرمیون‌هایی با اسپین  $1/2$  می‌باشند. به این معنی است که کوارک‌ها نیز دارای اسپین نیمه صحیح می‌باشند. در میان باریون‌ها در فیزیک هسته‌ای، ما بیشتر با نوکلئون‌هایی مانند نوترون و پروتون سروکار داریم. از آنجایی که پروتون‌ها دارای یک واحد بار مثبت هستند، بنابراین باید از دو کوارک  $u$  ساخته شوند، زیرا هریک از آن‌ها دارای بار  $2/3 e$  است و  $d$  نیز دارای بار  $1/3 e -$  است. تابع موج کوارکی یک پروتون به صورت زیر است

$$|p\rangle = |uud\rangle \quad (4-1)$$

به طور مشابه تابع موج نوترون نیز مانند زیر است

$$|n\rangle = |udd\rangle \quad (5-1)$$

که با این روش مشاهده می‌شود که  $2/3e - 1/3e - 1/3e = 0$  واحد بار نوترون است.

جرم نوترون تقریباً  $0.14$  درصد بیشتر از جرم پروتون می‌باشد. بنابراین تفاوت جرم آن‌ها برابر مقدار زیر

است که تقریباً دو برابر جرم الکترون می‌باشد

$$m_n - m_p = 1.29(\text{MeV} / c^2)$$

نوترون بار الکتریکی خالص ندارد. بار پروتون نیز مخالف بار الکترون است زیرا بار الکتریکی خالص اتم‌ها

صفر است و پروتون‌ها سبب می‌شوند که بار الکترون‌ها کاملاً خنثی شود. بار الکتریکی پروتون در یک نقطه

تمرکز نیافته است بلکه به صورت متقارن حول مرکز پروتون توزیع شده است. با استفاده از روش‌های

آزمایشگاهی، شعاع میانگین  $R_p$  این توزیع بار  $0.8 \text{ fm} \ll R_p$  است. همچنین، توزیع بار گسترده‌ای برای نوترون یافت شده است، به طوری که بار مثبت در ناحیه‌ی مرکزی با بار منفی در فواصل دورتر خنثی می‌گردد. توزیع ماده نیز در نوکلئون‌ها به فاصله‌ای در حدود  $R_p$  گسترش می‌یابد [۲].

هم پروتون و هم نوترون دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی هستند که با اسپین‌شان هم‌راستا می‌باشند.

$$m_p = 2.7985(e\hbar / 2m_p)$$

$$m_n = -1.91304(e\hbar / 2m_n)$$

طبق آزمایش‌های پراکندگی که توسط رادرفورد انجام شد ( که اولین بار هسته اتم کشف شد) اگر برای نوکلئون‌های هسته، تابع توزیع چگالی  $\rho(r)$  را در نظر بگیریم و فرض کنیم توزیع چگالی نوترون‌ها و پروتون‌ها یکسان هستند. با استفاده از آزمایش‌هایی که برای تعداد زیادی از هسته‌ها با استفاده از الکترون‌های فرودی در انرژی‌های مختلف انجام شده و مورد تحلیل قرار گرفته، تابع توزیع چگالی به صورت زیر است

$$r(r) = \frac{r_0}{1 + \exp[(r - R) / a]} \quad (6 - 1)$$

که در این فرمول  $r_0$  چگالی نوکلئون در نزدیکی مرکز هسته است،  $R$  فاصله‌ای است که در آن چگالی به نصف مقدارش در مرکز تقلیل می‌یابد و  $a$  ضخامت سطحی هسته را نشان می‌دهد [۱۵].

## ۱-۶ ایزواسپین

مفهوم ایزواسپین اولین بار توسط وارنر هایزنبرگ برای بیان همسانی بین پروتون و نوترون در برهمکنش‌های قوی ارایه شد. پروتون‌ها و نوترون‌ها را می‌توان دو حالت کوانتومی متفاوت از یک ذره‌ی یکسان، مانند نوکلئون در نظر گرفت. هر دو دارای اسپین  $1/2$  و جرم یکسان،  $(939.566 \text{ MeV}/c^2)$  برای نوترون‌ها

( $938.272 \text{ MeV}/c^2$ ) برای پروتون‌ها می‌باشد. تفاوت اصلی این دو ذره فقط در مقدار تقریباً 0.1 درصد و در خواص الکترومغناطیسی آن‌ها است. در غیاب برهمکنش‌های الکترومغناطیس، یک پروتون از یک نوترون نمی‌تواند تشخیص داده شود. این مشابه مورد ذرات با مقدارهای متفاوت  $m_s$  (تصاویر اسپین ذاتی  $s$  روی محورهای کوانتیزه شده) می‌باشد. برای روشن شدن مطلب یک سیستم دو ذره‌ای متشکل از پروتون و نوترون را در نظر می‌گیریم که دارای اسپین  $1/2$  می‌باشند. در غیاب میدان مغناطیسی  $B$ ، ذرات با دو مقدار ممکن  $m_s$ ، یعنی  $+1/2$  و  $-1/2$ ، دارای انرژی یکسان (تبهگن) هستند و غیر قابل تشخیص از یکدیگر می‌باشند. به عبارت دیگر، زمانی که یک میدان مغناطیسی وارد می‌شود، تبهگنی از بین می‌رود و ذرات دارای انرژی‌های متفاوتی می‌شوند. البته بستگی به این دارد که اسپین ذاتی ذرات در این میدان مغناطیسی، با یکدیگر به صورت موازی یا پاد موازی جهت‌گیری کرده باشند. مشابه با این ذرات، تفاوت بین نوترون و پروتون در اسپین  $+1/2$  و  $-1/2$  می‌باشد.

اگر نوترون‌ها و پروتون‌ها را به عنوان ذرات یکسان در نظر بگیریم، برای تمیز دادن آنها نیاز به یک برچسب داریم. برای این منظور، مفهوم ایزواسپین معرفی شد. چون فقط دو حالت ممکن برای نوکلئون وجود دارد (یک حالت برای پروتون و یک حالت برای نوترون)، می‌توانیم ایزواسپین  $t = 1/2$  را به یک نوکلئون نسبت دهیم.

$$2t + 1 = 2 \quad \textcircled{R} \quad t = 1/2 \quad (7 - 1)$$

مقدارهای انتظاری از مولفه‌ی سوم ایزواسپین به صورت  $t_0 = +1/2$  و  $t_0 = -1/2$  می‌باشد. برای راحتی کار می‌توانیم حالت‌های زیر را برای نوترون و پروتون در نظر بگیریم.

$$\left| t = \frac{1}{2}, t_0 = +\frac{1}{2} \right\rangle = |P\rangle \quad (8 - 1)$$

$$\left| t = \frac{1}{2}, t_0 = -\frac{1}{2} \right\rangle = |N\rangle \quad (9 - 1)$$

که  $|p\rangle$  و  $|n\rangle$  به ترتیب تابع موج پروتون و نوترون را توصیف می‌کند. برای هسته‌هایی که از چندین نوکلئون تشکیل شده‌اند، ایزواسپین کلی از مجموع برداری ایزواسپین تک تک نوکلئون‌ها بدست می‌آید.

$$\vec{T} = \sum_{i=1}^A \vec{t}(i) \quad (10 - 1)$$

در واقع A تعداد نوکلئون‌های هسته می‌باشد.

در یک هسته مولفه‌های محور سوم بردار ایزواسپین کل  $T_0$ ، حاصل جمع مولفه‌های محور سوم تک تک نوکلئون‌های منفرد است.

$$T_0 = \frac{1}{2}(Z - N) \quad (11 - 1)$$

ایزواسپین از قوانین معمول بردارهای تکانه‌ی زاویه‌ای پیروی می‌کند، بنابراین یک بردار ایزواسپین  $t$  به طول  $\sqrt{t(t+1)}h$  را که تصاویر محور  $Z$  آن به صورت  $t_0 = m_t h$  را بکار می‌بریم.

از نقطه نظر ریاضی اسپین و ایزواسپین ساختار یکسانی دارند. برای سیستم دو ذره‌ای با اسپین  $1/2$  بررسی می‌کنیم. برای ذره‌ای با  $s = 1/2$  که در راستای مثبت محور تصویر شده است، می‌توان یک ماتریس ستونی دو مولفه‌ای تعریف کرد.

$$\left| s = \frac{1}{2}, m_s = +\frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12 - 1)$$

به صورت مشابه برای ذره‌ای با  $s = 1/2$  و  $m_s = -1/2$  به صورت زیر داریم



$$\left|s = \frac{1}{2}, m_s = -\frac{1}{2}\right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (13 - 1)$$

تابع موج ایزواسپینی نوکلئون‌ها به صورت مشابه به شکل زیر نوشته می‌شوند.

$$|P\rangle = \left|t = \frac{1}{2}, t_0 = +\frac{1}{2}\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14 - 1)$$

$$|N\rangle = \left|t = \frac{1}{2}, t_0 = -\frac{1}{2}\right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (15 - 1)$$

و نیز می‌توان بار یک نوکلئون را در واحد e بر حسب ایزواسپین به صورت زیر تعریف کرد.

$$Q = t_0 + \frac{1}{2} \quad (16 - 1)$$

می‌توان این مفاهیم ایزواسپین را نیز به هسته‌هایی با A نوکلئون نیز تعمیم داد.

$$Q = t_0 + \frac{1}{2}A \quad (17 - 1)$$

اپراتور ایزواسپین را برای سیستم  $t = 1/2$  می‌توان از ماتریس‌های پائولی نیز ساخت.

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (18 - 1)$$

$$\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (19 - 1)$$

$$\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (20 - 1)$$

مولفه‌های بالا برنده و پایین آورنده‌ی ایزواسپین به صورت  $t_+$  و  $t_-$  معرفی می‌شوند که به ترتیب،  $t_+$  یک نوترون را تبدیل به پروتون و  $t_-$  یک پروتون را تبدیل به یک نوترون می‌کند.

$$\tau_+ |N\rangle = |P\rangle \quad (21 - 1)$$

$$\tau_- |P\rangle = |N\rangle \quad (22 - 1)$$

$$\tau_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (23 - 1)$$

$$\tau_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (24 - 1)$$

همانطور که برای اندازه حرکت زاویه‌ای اپراتورهای بالا برنده و پایین آورنده داشتیم، برای ایزواسپین نیز به همین صورت تعریف می‌کنیم.

$$\tau_+ |t, t_0\rangle = \sqrt{t(t+1) - t_0(t_0+1)} |t, t_0+1\rangle \quad (25 - 1)$$

$$\tau_- |t, t_0\rangle = \sqrt{t(t+1) - t_0(t_0+1)} |t, t_0-1\rangle \quad (26 - 1)$$

اما ذرات دیگری هم هستند که دارای حالت‌های باری بیشتری از نوکلئون‌ها هستند. به عنوان مثال، مزون‌های  $\pi$  یا پایون‌ها، دارای بار  $+e$ ،  $0$ ،  $-e$  هستند. درک واکنش‌های میان ذرات بنیادی به کمک گروه‌بندی ایزواسپین ذرات صورت می‌گیرد. همانطور که گفتیم علامت ایزواسپین برای نمایش نوکلئون‌ها به صورت یک دوتایه‌ی ایزواسپین  $t = 1/2$  معرفی شد به طوری که تصویر  $t_0 = +1/2$  نمایشگر یک پروتون،

و تصویر  $t_0 = -1/2$  نمایشگر یک نوترون است. مزون‌های  $\pi$  نیز می‌توانند با علامت ایزواسپینی مشابه نمایش داده شوند. چون سه نوع پایون موجود است، چندتاییگی  $2t+1$  ایجاب می‌کند که  $t=1$  باشد. در اینجا هم عضوی که دارای بیشینه‌ی بار الکتریکی است با بزرگترین عضو تصویر در نظر می‌گیریم و برای  $p^+$  داریم  $t_0 = +1$ ، و برای  $p^0$  و  $p^-$  به ترتیب  $t_0 = 0$  و  $t_0 = -1$  را منظور می‌کنیم. در غیاب برهمکنش‌های الکترومغناطیسی، سه‌تایه‌ی ایزواسپینی پایون‌ها می‌توانند مانند نوکلئون‌ها جرم‌های یکسانی داشته باشند، اختلاف جرم کوچک میان سه‌تایه‌ی پایونی را می‌توان به برهمکنش‌های الکترومغناطیسی با ایزواسپین نسبت داد [۱۰ و ۱۲].

# 2

## فصل دوم : نیروهای بین نوکلئونی

### مقدمه

وجود هسته‌ها را در طبیعت تنها زمانی می‌توان توجیه کرد که وجود نیروهای جدیدی را در طبیعت فرض کنیم، نیرویی که نه در زندگی روزانه و نه در فیزیک اتمی با آن برخورد نداریم. در واقع در طول تاریخ انسان

بیشتر از هر موقع دیگری وقت صرف تحقیق درباره‌ی نیروی هسته‌ای کرده است. برخی از خواص نیروهای بین نوکلئون – نوکلئون را می‌توان حدس زد.

۱. این نیرو در فواصل کوتاه قویتر از نیروی کولنی است، زیرا نیروی هسته‌ای می‌تواند بر دافعه‌ی کولنی پروتون‌ها در هسته غلبه کند.

۲. نیروی هسته‌ای در فواصل بلندی که در حدود ابعاد اتمی باشند، به حدی ضعیف می‌شود که می‌توان از آن صرف نظر کرد. آثار این نیرو را می‌توان در ابعاد fm در هسته مشاهده کرد.

۳. برخی از ذرات تحت تاثیر نیروی کولنی قرار نمی‌گیرند. برای نمونه، در هسته‌ها، نوکلئون‌ها تحت تاثیر نیروی هسته‌ای می‌باشند.

۴. وقتی به منظور کشف خواص نیروی هسته‌ای به انجام آزمایش‌های خاصی مبادرت می‌ورزیم، به چند خاصیت قابل توجه دیگر هم برخورد می‌کنیم:

الف) به نظر می‌رسد که نیروی نوکلئون – نوکلئون تقریباً مستقل از نوع نوکلئون‌هاست، یعنی نوترون و پروتون هیچ فرقی باهم ندارند. این خاصیت را استقلال از بار می‌گویند.

ب) نیروی نوکلئون – نوکلئون به موازی بودن یا پاد موازی بودن اسپین نوکلئون‌ها بستگی دارد.

ج) نیروی نوکلئون – نوکلئون شامل یک جمله‌ی دافعه نیز است که نوکلئون‌ها را در فاصله‌ی متوسط معینی از یکدیگر نگه می‌دارد.

د) نیروی نوکلئون - نوکلئون دارای مولفه‌ی تانسوری یا غیر مرکزی است. این بخش از نیرو باعث ناپایستگی تکانه‌ی زاویه‌ای مداری می‌شود. تکانه‌ی زاویه‌ای یکی از ثابت‌های حرکت در میدان نیروی مرکزی است. [۱]

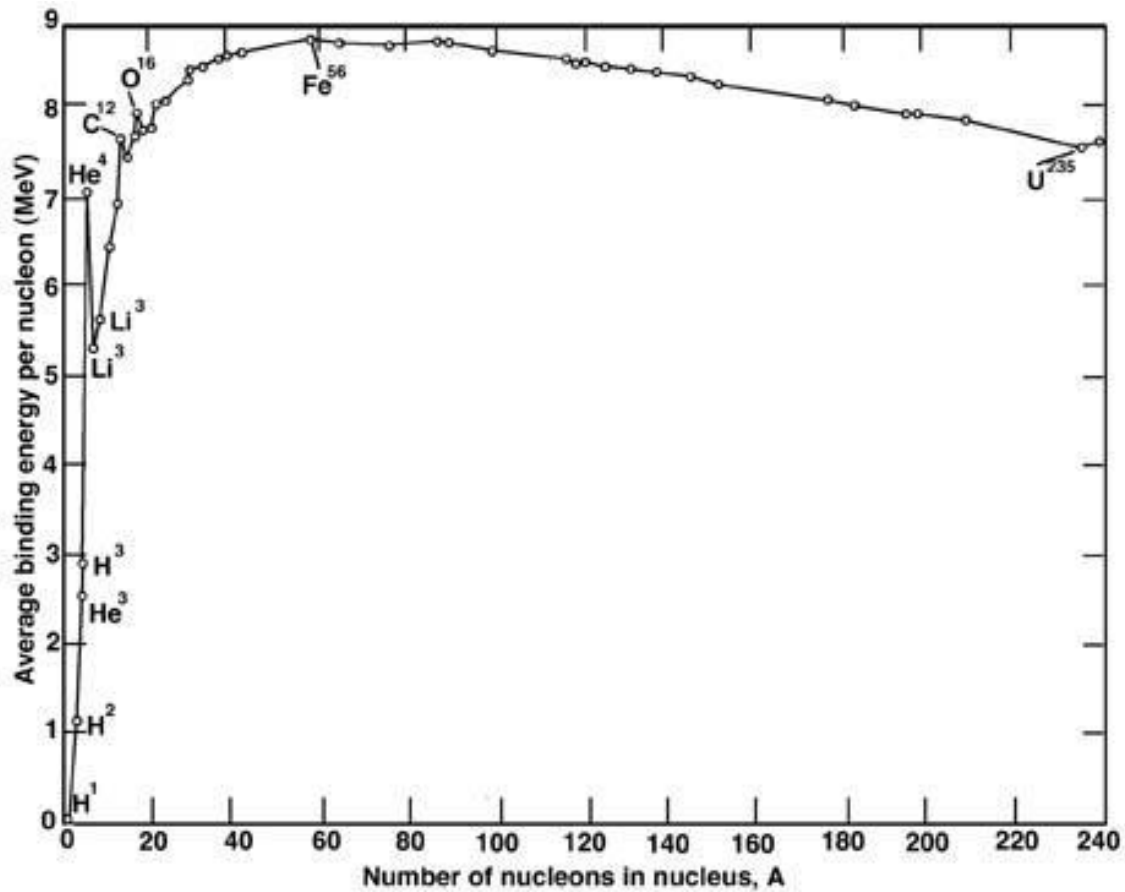
## ۲-۱ نیروهای بین نوکلئون‌ها

همان‌طور که می‌دانیم انرژی بستگی کم و بیش به عدد جرمی  $A$  بستگی دارد که نمودار آن همان‌طور که در شکل (۲-۱) می‌بینید به صورت خطی بر حسب  $A$  افزایش می‌یابد. با بررسی این نمودار انرژی بستگی هسته‌ها می‌توان به برخی از این خواص هسته دست یافت. زمانی که انرژی بستگی متوسط هر نوکلئون، یعنی  $B/A$  را رسم می‌کنیم چند خواص مهم جلب توجه می‌کند. با بررسی این نمودار مشاهده می‌شود که منحنی جز در ناحیه‌ی هسته‌های سبک، در بقیه‌ی موارد مقدار نسبتاً ثابتی را نشان می‌دهد. در نتیجه انرژی بستگی متوسط  $B_{ave}$  در بسیاری از هسته‌ها با تقریب 10 درصد برای هر نوکلئون حدود 8 MeV است.

ثابت بودن تقریبی  $B_{ave}$  می‌رساند که هر نوکلئون به طور مساوی با نوکلئون‌های دیگر پیوند ندارد، یعنی نیروهای هسته‌ای بین نوکلئون‌ها، فراتر از چند نوکلئون نمی‌روند. لذا یا نیروهای هسته‌ای باید دارای برد بسیار کوتاهی از مرتبه‌ی قطر یک نوکلئون باشند، یا اینکه اشباع شوند.

بنابراین طبق نظریه‌های جدید، خاصیت اشباع ناشی از این اثر است که در فاصله‌های حدود 1.2 fm

نیروهای بین نوکلئون‌ها به شدت دافعه است، که این همان مغزی سخت نوکلئون‌ها می‌باشد [۱۷].



شکل ( ۲-۱) انرژی بستگی نوکلئون در هسته به جز برای چند هسته سبک تقریباً یکسان می باشد

## ۲-۲ دوترون<sup>۱</sup>

برای بررسی نیروهای هسته‌ای در طبیعت باید ساده‌ترین سیستم موجود در طبیعت را بررسی کرد. یکی

از ساده‌ترین سیستم‌هایی که در اطراف ما وجود دارد دوترون می باشد.

<sup>1</sup> Deuteron

دوترون تنها سیستم مقید دو نوکلئونی در طبیعت است که یک نوترون و یک پروتون را شامل می‌شود. امکانات دیگر عبارتند از سیستم‌هایی متشکل از دو نوترون و دو پروتون که به هم مقید نمی‌مانند. مطالعات درباره‌ی دوترون روشن کرده است که دوترون هیچ حالت برانگیخته‌ای ندارد و به سرعت به نوترون و پروتون تبدیل نمی‌شود، بنابراین در میان سه سیستم دو نوکلئونی ممکن، تنها یک حالت مقید وجود دارد.

همانطور که گفتیم انرژی بستگی متوسط هر نوکلئون در حدود 8 MeV است، بنابراین بستگی دوترون در مقابل هسته‌های دیگر خیلی ضعیف است. به عنوان مثال، پتانسیل نوکلئون - نوکلئون را به صورت چاه مربعی سه بعدی نمایش می‌دهیم.

$$\begin{cases} V(r) = -V_0 & r \leq R \\ V(r) = 0 & r > R \end{cases} \quad (2-1)$$

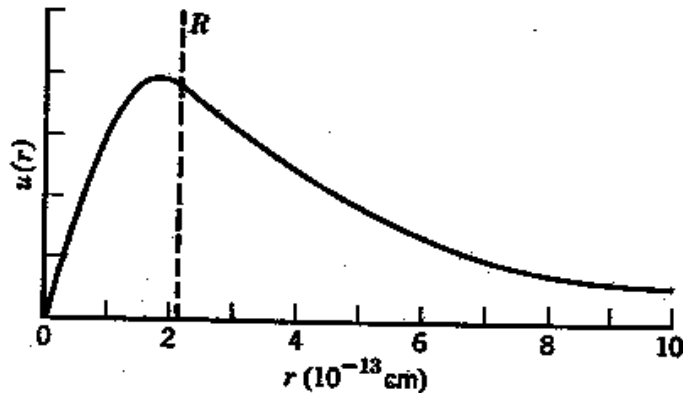
که در اینجا  $r$  فاصله‌ی جدایی بین نوترون و پروتون می‌باشد و  $R$  حدود بزرگی قطر دوترون را مشخص می‌کند. [۱۶]

بنابراین پتانسیل هسته‌ای که دوترون را مقید نگه می‌دارد، تقریباً یک چاه مربعی به عمق 27 MeV و پهنای 2.4 fm است. پهنای این چاه اولین برآورد از برد نیروی هسته‌ای است، این نیرو واقعاً دارای برد کوتاهی است. نیروی کولنی در فاصله‌ی 2.4 fm با پتانسیل 0.6 MeV متناظر می‌شود. سرانجام متوجه می‌شویم که در مقایسه با عمق چاه، انرژی بستگی دوترون خیلی کوچک است 2.23 fm یعنی قید دوترون، سست است [۱۸].

اندازه‌ی شعاع دوترون نیز توسط معادله‌ی زیر محاسبه می‌شود. تابع موج دوترون نیز در شکل (2-2) نشان داده شده است. جذر میانگین مربعی میان نوترون و پروتون برابر  $r_d$  است. به عبارت دیگر شعاع دوترون مقدار زیر است



$$r_d = \left\langle r_d^2 \right\rangle^{1/2} = \int_0^\infty Y^\dagger r_d Y dv = 2.1402 \text{ (fm)} \quad (2-2)$$



شکل (۲-۲) در این شکل تابع موج دوترون نمایش داده شده است. اگر قله‌ی تابع موج در داخل  $R = r$  قرار نمی‌گرفت حالت مقید هم تحقق پیدا نمی‌کرد.

در مسئله‌ی دو جسمی نوترون و پروتون که با پتانسیل  $(V_p - r_n)$  برهمکنش می‌کنند تبدیل به مسئله-ی مرکز جرم مکانیک کلاسیک می‌شود. مختصات موثر تک ذره، یعنی  $r$ ،  $\theta$ ،  $\varphi$ ، در حقیقت مختصات نوترون نسبت به پروتون (یا پروتون نسبت به نوترون) است. جرم تک ذره عبارت است از جرم کاهش یافته  $\mu = m_p m_n / (m_p + m_n)$ ، که در دوترون برابر با نصف جرم نوکلئون است. [۱۵]

### ۲-۲-۱ حالت‌های اسپینی سیستم دو نوکلئونی

تکانه زاویه‌ای کل  $J$  را می‌توان با استفاده از فرمول زیر بدست آورد

$$\mathbf{J} = \mathbf{l} + \mathbf{s} \quad (۲-۳)$$

با استفاده از روش‌های مختلف آزمایشگاهی، مانند اندازه‌گیری ساختار فوق ریز در طیف نمایی نوری می‌توان مقدار  $z=1$  را بدست آورد. به طور کلی تکانه زاویه‌ای کل برابر است با حاصل جمع برداری تکانه‌ی زاویه‌ای مداری حول مرکز جرم مشترک و تکانه‌ی زاویه‌ای اسپینی کل.  $s$  عدد کوانتومی اسپینی کل است. در دوترون چون اسپین نوترون و پروتون هر دو برابر  $1/2$  می‌باشد، بنابراین داریم

$$s = \left| \mathbf{s}_p + \mathbf{s}_n \right| = \left| \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right| = 1 \quad (2-4)$$

که عدد 0، نشان می‌دهد که جهت‌گیری دو اسپین مخالف یکدیگر و عدد 1، نشان دهنده‌ی این است که هر دو اسپین در یک سو جهت‌گیری کرده‌اند.

نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که در حالت  $l=0$  دوترون حالت پایدار دارد ( $1s$ ). با جایگذاری این مقدار در فرمول (2-3) داریم  $s=1$ . در اینجا می‌توان نتیجه گرفت که نیروی بین نوترون و پروتون به اسپین بستگی دارد. بنابراین نیروی هسته‌ای تنها تابعی از  $r$  نیست بلکه به چیزهای دیگری بستگی دارد که بعداً به آن اشاره می‌کنیم [15]. همان طور که بیان شد از جمع برداری اسپین نوترون و پروتون دو حالت 0 و 1 برای بردار اسپین کل بدست می‌آید. براینده  $s=0$  در راستای  $z$  سه سمت‌گیری متفاوت 1، 0، -1، را می‌تواند داشته باشد. براینده  $s=0$  فقط یک سمت‌گیری متفاوت خواهد داشت. به همین دلیل،  $s=1$  را حالت سه-تایه و  $s=0$  را حالت تک‌تایه می‌نامند. در این چهار سمت‌گیری اسپین، سه سمت‌گیری مربوط به حالت سه-تایه و یک سمت‌گیری مربوط به حالت تک‌تایه می‌باشد. زمانی که یک نوکلئون فرودی به هدف نوکلئونی برخورد می‌کند، ترکیب اسپین‌های آن‌ها را در نظر می‌گیریم. بنابراین احتمال حالت سه‌تایه برابر  $3/4$  و حالت تک‌تایه برابر  $1/4$  است. در این جا فقط اشاره‌ی مختصری به سطح مقطع پراکندگی می‌کنیم. اگر سطح مقطع پراکندگی کل را برای حالت‌های تک‌تایه و سه‌تایه به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$s = \frac{3}{4} s_t + \frac{1}{4} s_s \quad (2-5)$$

که در آن  $\sigma_s$  و  $\sigma_t$  به ترتیب سطح مقطع‌های تک‌تایه و سه‌تایه هستند. دانشمندان با آزمایشگاهی که برای دوترون انجام دادند، مقدارهای  $s_s = 67.8 b$  و  $s_t = 4.6 b$  را بدست آوردند. این نتیجه نشان می‌دهد که اختلاف بین سطح مقطع‌های حالت‌های تک‌تایه و سه‌تایه خیلی زیاد است و بدین دلیل نیروی هسته‌ای باید وابسته به اسپین باشد. در نتیجه هیچ وقت با حالت مقید  $s = 0$  روبرو نمی‌شویم [۱].

## ۲-۲-۲ گشتاور دو قطبی مغناطیسی دوترون

در ساختاری که از دو ذره تشکیل شده باشد، انتظار می‌رود که گشتاور مغناطیسی کل برابر باشد با جمع برداری گشتاورهای مغناطیسی مربوط به اسپین و گشتاورهای مغناطیسی مربوط به حرکت مداری ذرات باردار. از آنجا که احتمالاً دوترون در حالت  $1=0$  است، حرکت مداری سهمی در گشتاور مغناطیسی کل ندارد. بنابراین گشتاور مغناطیسی کل از این رابطه بدست می‌آید

$$m = m_h + m_p \quad (۶-۲)$$

$$= \frac{g_{sn} m_N r}{h} s_n + \frac{g_{sp} m_N r}{h} s_p \quad (۷-۲)$$

که در آن  $g_{sn} = -3.826084$  گشتاور دوقطبی مغناطیسی نوترون و  $g_{sp} = 5.585691$  گشتاور دوقطبی مغناطیسی پروتون است [1]. گشتاور مغناطیسی مشاهده شده را با مولفه  $\mu$  در راستای  $z$  در شرایطی که اسپین‌ها بزرگترین مقدارشان یعنی،  $1/2 h$  را دارند برابر می‌گیریم

$$m = \frac{1}{2} m_N (g_{sn} + g_{sp}) \quad (۸-۲)$$

$$= 0.879804 m_N \quad (۹-۲)$$

مقدار مشاهده شده برابر  $0.879804 m_N \pm 0.0000004$  است که سازگاری خوبی با مقدار مشاهده شده دارد، ولی این سازگاری کامل نیست. اختلاف کوچکی را که بین این دو مقدار وجود دارد می‌توان به عواملی از

قبیل مزون‌های مبادله شده بین نوترون و پروتون نسبت داد. می‌توانیم این اختلاف را ناشی از اختلاط تابع

موج و وجود سهم کوچکی از حالت  $d (l=2)$  در تابع دوترون بگیریم

$$Y = a_s Y(l=0) + a_d Y(l=2) \quad (10-2)$$

گشتاور مغناطیسی دوترون به کمک این تابع موج، چنین بدست می‌آید

$$m = a_s^2 m(l=0) + a_d^2 m(l=2) \quad (11-2)$$

که در آن  $\mu (l=0)$  همان مقداری است که در معادله‌ی (۹-۲) محاسبه شده است، و مقدار محاسبه شده-

ی زیر برای حالت  $d$  دوترون است

$$m(l=2) = \left(\frac{1}{4}\right) (3 - g_{sp} - g_{sn}) m_N \quad (12-2)$$

مقدار مشاهده شده‌ی گشتاور مغناطیسی با  $a_s^2 = 0.96$  و  $a_d^2 = 0.04$  سازگار است، یعنی دوترون از ترکیب

96 درصد حالت  $l=0$  و فقط 4 درصد حالت  $l=2$  حاصل می‌شود. بدین ترتیب معلوم می‌شود که فرض

حالت خاص  $l=0$  فرضی نسبتاً خوب است اما خیلی کامل نیست.

### ۳-۲-۲ گشتاور چار قطبی الکتریکی دوترون

نوترون و پروتون به طور جداگانه هیچ گونه گشتاور چار قطبی الکتریکی ندارند. پس هر مقدار غیر صفری

که از اندازه‌گیری گشتاور چار قطبی بدست می‌آید، باید ناشی از حرکت مداری تلقی شود. در این صورت،

گشتاور چار قطبی ناشی از تابع موج  $l=0$  خالص برابر صفر خواهد شد. گشتاور چار قطبی مشاهده شده

عبارت است از

$$Q = 0.00288 \pm 0.00002 b \quad (13-2)$$

که در عین کوچک بودن در مقایسه با گشتاور بسیاری از هسته‌های دیگر، مسلماً برابر صفر نیست. این نشان

می‌دهد که تابع موج، یک تابع موج ساده  $l=0$  نیست. این امر توافق خوبی با نتیجه‌ای که از گشتاور دو

قطبی مغناطیسی گرفتیم دارد. تابع موج مورد نظر ما به صورت  $\Psi$  است که در گشتاور دو قطبی مغناطیسی به آن اشاره شد.

اما هرگاه در تابع موج آمیزه‌ای از مقادیر  $l$  را وارد کنیم، اصل پایستگی تکانه‌ی زاویه‌ای مدار را نقض کرده‌ایم. بنابراین در این جا یک نیروی غیر مرکزی به نام نیروی تانسوری وارد می‌شود [۱ و ۱۵]. در فصل‌های بعدی برای حل دوترون در حالت پایه مقدار  $l = 0$  را در نظر می‌گیریم که باعث نادیده گرفتن بخش تانسوری می‌شود.

## ۲-۳ خواص نیروهای هسته‌ای

۱. برهمکنش بین دو نوکلئون از پایین‌ترین مرتبه‌ی پتانسیل مرکزی جاذبه‌ای حاصل می‌شود. ویژگی مشترک همه‌ی پتانسیل‌ها در بستگی انحصاری آن‌ها به فاصله‌ی بین نوکلئون‌ها یعنی  $r$  است. نیروهای هسته‌ای مرکزی هستند، یعنی وابسته به  $r$  می‌باشند. چون جهت برتر در فضا برای آنها همان خط واصل بین دو بار نقطه‌ای می‌باشد، لذا برای نوکلئون‌ها که دارای اسپین ذاتی هستند، هم بستگی به زاویه‌ی بین دو اسپین جهت گیری شده و هم بستگی به زاویه‌ی بین اسپین و بردار واصل  $r$  دارد.

۲. پتانسیل باید یک کمیت نرده‌ای باشد. چون از جنس انرژی است و انرژی سیستم تحت تبدیلات انتقال، چرخش، و بازتاب محوره‌ای مختصات باید ناوردا باشد [۱۰].

۳. برهم‌کنش بین نوکلئون - نوکلئون قویا وابسته به اسپین است. این نتیجه‌گیری از عدم موفقیت در مشاهده‌ی حالت مقید تکتایه‌ی دوترون حاصل شده‌است. این جمله باید به اسپین  $s_1$  و  $s_2$  که اسپین نوکلئون اول و دوم است بستگی داشته باشد. ولی همه‌ی ترکیبات  $s_1$  و  $s_2$  مجاز نیستند. نیروهای هسته‌ای باید متضمن برخی از تقارن‌ها باشند. انعکاس پاریته  $(\hat{r}^{\otimes} - \hat{r})$  و برگشت زمان  $(t^{\otimes} - t)$  نمونه‌هایی از این تقارن‌ها است [۲۰]. نیروهای بین نوکلئون‌ها نسبت به عملگر پاریته متقارنند. با جابجا کردن دستگاه

مختصات انرژی حالت‌های مختلف نباید تغییر کند، چون هیچ جهتی در فضا بر جهت دیگر برتر نیست یعنی فضا ایزوتروپیک و همگن است. در اثر عملگر پاریته، که متضمن انعکاس فضایی است، بردار تکانه زاویه‌ای بدون تغییر باقی می‌ماند. با معکوس شدن دستگاه مختصات تمامی بردارهای تعریف شده در آن دستگاه نیز وارونه می‌شوند. اما تکانه‌ی زاویه‌ای از جنس بردار حقیقی یا بردار قطبی نیست بلکه از جنس شبه بردار است که در اثر تبدیل  $r$  به  $-r$ ، معکوس نمی‌شود. این نکته را مستقیماً از تعریف  $\hat{p} = \hbar \hat{k}$  یا از نمودار جسم چرخان می‌توان استنباط کرد. در اثر عملگر برگشت زمان، تمام حرکت‌ها (از جمله تکانه‌ی خطی و زاویه‌ای) معکوس می‌شوند. از این رو جملاتی مانند  $s_1$  و  $s_2$  یا ترکیبات آن‌ها  $A \hat{s}_1 + B \hat{s}_2$  که  $A$  و  $B$  اعداد دلخواه می‌باشند، در تابع پتانسیل، باعث نقض ناوردایی برگشت زمان خواهد شد و آن‌ها را نمی‌توان بخشی از پتانسیل هسته‌ای به شمار آورد. جملاتی مانند  $\hat{s}_1^2 \cdot \hat{s}_2^2$  یا جملات  $\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2$  که نسبت به برگشت زمان ناوردا هستند، مجاز خواهد بود. (تمام این جملات نسبت به پاریته نیز ناوردا خواهند بود) ساده‌ترین جمله‌ای که اسپین هر دو نوکلئون را شامل می‌شود به صورت  $\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2$  است. اکنون مقدار آن را برای حالت‌های تکتایه و سه‌تایه محاسبه می‌کنیم. برای این منظور اسپین کل را بدست می‌آوریم

$$(2-14)$$

$$\hat{S} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$$

$$\hat{S}^2 = \hat{S} \cdot \hat{S} = (\hat{s}_1 + \hat{s}_2) \cdot (\hat{s}_1 + \hat{s}_2) = s_1^2 + s_2^2 + 2\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 \quad (2-15)$$

پس داریم

$$\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 = \frac{1}{2}(S^2 - s_1^2 - s_2^2) \quad (2-16)$$

بنابراین خواهیم داشت

$$\langle \hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 \rangle = \frac{1}{2}[s(s+1) - s_1(s_1+1) - s_2(s_2+1)]\hbar^2 \quad (2-17)$$

و با توجه به اینکه  $s_1 = s_2 = 1/2$  است، مقدار  $s_1 \cdot s_2$  در حالت سه‌تایه ( $s = 1$ ) عبارت است از

$$\langle \hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 \rangle = \frac{1}{2}[1(1+1) - \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1) - \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)]h^2 = \frac{1}{4}h^2 \quad (18-2)$$

و مقدار آن در حالت تک‌تایه ( $s=0$ ) عبارت است از

$$\langle \hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 \rangle = \frac{1}{2}[0(0+1) - \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1) - \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)]h^2 = -\frac{3}{4}h^2 \quad (19-2)$$

بنابراین پتانسیلهای به صورت  $V_1(r)$  و  $V_3(r)$  را به این صورت تعریف می‌کنیم

$$V(r) = -\left(\frac{\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2}{h^2} - \frac{1}{4}\right)V_1(r) + \left(\frac{\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2}{h^2} + \frac{3}{4}\right)V_3(r) \quad (20-2)$$

که در آن‌ها  $V_1(r)$  و  $V_3(r)$  پتانسیل‌هایی هستند که به طور جداگانه رفتار تک‌تایه و سه‌تایه را توصیف می‌-

کنند

۴. پتانسیل بین نوکلئونها شامل یک جمله‌ی غیر مرکزی، به نام پتانسیل تانسوری است. عمده‌ترین دلیل

وجود نیروی تانسوری از مشاهده‌ی گشتاور چارکطبی در حالت پایه دوترون حاصل می‌شود. تابع موج حالت  $s$

( $l=0$ ) تقارن کروی دارد، یعنی گشتاور چارکطبی آن صفر است. تابع موج‌های با حالت‌های مختلف  $l$  را باید

از پتانسیل‌های غیر مرکزی به وجود آورد. برای نوکلئون منفرد، بدیهی است که انتخاب یک جهت مشخص در

فضا اختیاری است. تنها جهت مرجع برای یک نوکلئون جهت اسپین آن است، از این رو جملاتی مانند  $\hat{s} \cdot \hat{r}$

و  $\hat{s}' \cdot \hat{r}$  را که بردار مکان  $\hat{r}$  را با جهت ارتباط می‌دهد در نظر می‌گیریم. برای آن که شرط ناوردایی پاریته

تامین شود، باید با تعداد زوجی از عوامل  $\hat{r}$  سرکار داشته باشیم، بنابراین پتانسیل بین دو نوکلئون باید به

جملاتی مانند  $(\hat{s}_1 \cdot \hat{r})(\hat{s}_2 \cdot \hat{r})$  یا  $(\hat{s}_1' \cdot \hat{r})(\hat{s}_2' \cdot \hat{r})$  بستگی داشته باشد. بنابراین می‌توان بخش

تانسوری بین نوکلئون را به صورت  $s_{12} V_T(r)$  در نظر بگیریم که  $V_T(r)$  بستگی شعاعی نیرو و بزرگی آن را

تامین می‌کند و داریم

$$s_{12} = \frac{3(\hat{s}_1 \cdot \hat{r})(\hat{s}_2 \cdot \hat{r})}{r^2} - \hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 \quad (21-2)$$

که مقدار  $s_{12}$  بیانگر پتانسیل تانسوری بین اسپین ذره‌ی 1 و 2 است.

۵. نیروی بین نوکلئون - نوکلئون نسبت به بار نوکلئون متقارن است. این به این معنی است که پس از تصحیح نیروی کولنی در سیستم پروتون - پروتون، فرقی بین برهمکنش پروتون - پروتون و نوترون - نوترون نیست. در اینجا مقصود از بار خصوصیت یا جنس نوکلئون (نوترون یا پروتون) است نه بار الکتریکی آن.

۶. نیروی نوکلئون - نوکلئون تقریباً مستقل از بار الکتریکی است. این بدین معنی است که پس از تصحیح نیروی کولنی پروتون - پروتون، هر سه نیروی هسته‌ای نوترون - نوترون، پروتون - پروتون، و نوترون - پروتون باهم مساوی هستند. به این ترتیب استقلال از بار شرطی قوی‌تر از تقارن از بار است.

۷. برهمکنش نوکلئون - نوکلئون در فواصل خیلی کوتاه دافعه می‌شود. این نتیجه از بررسی کیفی چگالی هسته‌ای حاصل می‌شود. رشد هسته در اثر افزایش نوکلئون‌ها به صورتی است که چگالی مرکزی آن‌ها تقریباً ثابت می‌ماند، و از این رو باید عاملی وجود داشته باشد که از تجمع و نزدیکی بیش از حد نوکلئون‌ها جلوگیری کند. برای آنکه مغز دافعه را به حساب آوریم، باید پتانسیل‌های مورد نظر را اصلاح کنیم

$$\begin{aligned}
 V(r) &= +\infty & r < R_c \\
 &= -V_0 & R_c \leq r \leq R \\
 &= 0 & r > R
 \end{aligned}
 \tag{۲-۲۲}$$

که در این جا  $R_c$  شعاع مغز دافعه است و مقدارش تقریباً  $0.5 \text{ fm}$  است [۱].

## ۲-۴ نیروهای تبادلی بین نوکلئون‌ها

ممکن است چنین تصور شود که نیروهای هسته‌ای که با آن سروکار داریم نباید وابسته به اسپین  $s = 0$  یا  $s = 1$  یا  $1$  های زوج یا فرد باشد. همان طور که آزمایش‌های پراکندگی ذرات  $\alpha$  رادرفورد در سال ۱۹۱۱ نشان می‌دهد، نیروهای هسته‌ای باید از برد بسیار کوتاهی برخوردار باشند [۱۰]. ابتدا مکانی را در نظر می‌گیریم که نوکلئوها به هم نیرو وارد نمی‌کنند. اما اگر به قدر کافی (فاصله‌ای از مرتبه‌ی  $10^{-15}$ ) آن‌ها را به



یکدیگر نزدیک کنیم نیروی قوی هسته‌ای داریم که ناشی از تبادل مزونی است [۱۹]. همین امر منجر به نیروی تبدالی می‌شود. فرض می‌کنیم که انرژی پتانسیل بین نوترون و پروتون به صورت زیر است

$$V = - V_0 \exp\left(-\frac{r}{r_n}\right) \quad (2-23)$$

که  $r$  فاصله‌ی بین نوکلئون‌ها می‌باشد،  $r_n$  یک طول ثابت و  $V_0$ ، انرژی مثبت ثابت است.

$$F = - \frac{\partial V}{\partial r} = - V_0 \exp\left(-\frac{r}{r_n}\right) \quad (2-24)$$

همانطور که می‌بینیم علامت منفی بر جاذبه بودن نیرو دلالت دارد. این شکل پتانسیل در واقع شرایط اولیه‌ی مسئله‌ی ما را ارضا می‌کند، که هرچه  $r$  بزرگ باشد نیرو و پتانسیل به سمت صفر میل کند. پتانسیل‌های دیگری که در این شرایط مرزی صدق می‌کند به فرم زیر است که هر یک وابستگی شعاعی را نشان می‌دهند و بخاطر سادگی ریاضیات مورد استفاده قرار می‌گیرند [10]

$$V = - V_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_n^2}\right) \quad \text{Gaussian} \quad (2-25)$$

$$V = - V_0 \exp\left(-\frac{r}{r_n}\right) \quad \text{Yukawa} \quad (2-26)$$

$$V = - V_0 \quad r \leq r_n \quad \text{Square well} \quad (2-27)$$

$$= 0 \quad r > r_n$$

ما در پتانسیل از اصطلاح "شکل<sup>۱</sup>" پتانسیل استفاده می‌کنیم. اگر ثابت‌های  $V_0$  و  $r_n$  در پتانسیل تغییر کند اما فرم تابع بدون تغییر باقی بماند، می‌گوییم که شکل پتانسیل بدون تغییر باقی مانده است. همان طور که

---

<sup>1</sup> Shape

می‌دانیم شکل یک پتانسیل از دو ثابت تشکیل شده است.  $V_0$ ، که قدرت پتانسیل یا شدت پتانسیل را تعریف می‌کند، و دیگری  $r_n$ ، که ثابت برد است. البته یک پتانسیل می‌تواند بیشتر از دو ثابت داشته باشد. در این جا  $f(r/r_n)$  تابع کوتاه بردی است. این تابع نیروی دافعه‌ی قوی را در  $r = r_c$  و در کمتر از آن، و یک نیروی جاذبه‌ای در بیرون این ناحیه را نشان می‌دهد. در واقع می‌توان این‌گونه برداشت کرد که نوکلئون‌ها کره‌هایی نفوذ ناپذیر با شعاع  $r = r_c$  هستند، چون فاصله‌ی آن‌ها نمی‌تواند کمتر از  $r_c$  شود. می‌توان این تصور را کرد که این پتانسیل، توصیف ساده شده‌ای از یک ناحیه با نیروهای دافعه‌ی قوی باشد.

## ۵-۲ انواع نیروهای تبدالی

### ۵-۲-۱ نیروی بارتلت<sup>۱</sup>

اولین نیروی تبدالی که مورد بررسی قرار می‌دهیم نیروی تبادل فضایی یا بارتلت می‌باشد. چون انرژی اسکالر است بنابراین باید ترکیب  $s_1, s_2$  را بکار برد.

$$s = s_1 + s_2 \quad (28-2)$$

$$s^2 = s_1^2 + s_2^2 + 2s_1 s_2 \quad (29-2)$$

$$2s_1 s_2 = \frac{1}{2}(s^2 - s_1^2 - s_2^2) \quad (30-2)$$

$$= \frac{h^2}{2}[s(s+1) - s_1(s_1+1) - s_2(s_2+1)] \quad (31-2)$$

اما همان طور که گفته شد وضعیت دو اسپین نسبت به یکدیگر به صورت زیر است

$$\begin{array}{l} \frac{r}{s} = \frac{r}{s_1} + \frac{r}{s_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1} \quad \text{Singlet} \\ \frac{r}{s} = \frac{r}{s_1} + \frac{r}{s_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1} \quad \text{Triplet} \end{array} \quad (32-2)$$

که ویژه مقادیر آن را برای حالت‌های تک‌تایه و سه‌تایه به صورت زیر نمایش داده می‌شود

<sup>۱</sup> Bartlett force

$$\frac{r}{s_1 s_2} {}^1(s_1)_0 = -3 {}^1(s)_0 \quad (33-2)$$

$$\frac{r}{s_1 s_2} {}^3(s_1)_m = 1 {}^3(s)_m \quad (34-2)$$

بنابراین پتانسیل را به صورت زیر معرفی می‌کنیم

$$V = -V_0 f\left(\frac{r}{r_n}, \frac{r}{s_1 s_2}\right) \quad (35-2)$$

که در آن  $\frac{r}{s_1 s_2}$  برای حالت‌های تک‌تایه و سه‌تایه به صورت زیر است

$$V_t = -V_0 f\left(\frac{r}{r_n}, -3\right) \quad (36-2)$$

$$V_s = -V_0 f\left(\frac{r}{r_n}, 1\right) \quad (37-2)$$

که رابطه‌ی (۳۶-۲) مربوط به حالت تک‌تایه و رابطه‌ی (۳۷-۲) مربوط به حالت سه‌تایه می‌باشد. عبارت بالا را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت

$$V = -V_0 (A + B \frac{r}{s_1 s_2}) f\left(\frac{r}{r_n}\right) \quad (38-2)$$

می‌بینیم که در هر حالت نیروها مرکزی هستند. A و B را اعداد دلخواه 1/2 در نظر می‌گیریم

$$V = -V_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{r}{s_1 s_2}\right) f\left(\frac{r}{r_n}\right) \quad (39-2)$$

$$V_s = V_0 f\left(\frac{r}{r_n}\right) \quad (40-2)$$

$$V_t = -V_0 f\left(\frac{r}{r_n}\right) \quad (41-2)$$

هر دو پتانسیل تک‌تایه و سه‌تایه باهم برابر اما دارای علامت‌های مخالف هم هستند. بنابراین  $P_\sigma$ ، عملگر تبادل اسپینی نامیده می‌شود چون اسپین دو ذره را در تابع موج عوض می‌کند. به این عملگر نیروی بارنتل گفته می‌شود [۲۱].

## ۲-۲-۵ نیروی ماژورانا<sup>۱</sup>

علاوه بر متغیرهایی که در بالا گفتیم متغیرهای دیگری نیز وجود دارد که پتانسیل به آن وابسته است. این متغیر پاریتته‌ی حالت نامیده می‌شود. این وابستگی را توسط اپراتور تبدیل دیگری نمایش می‌دهیم که به آن اپراتور تبدیل فضایی گویند و آن را با  $P_x$  نمایش می‌دهیم. اپراتور  $P_x$  مختصات مکانی دو ذره را تغییر می‌دهد.

$$P_x Y(\hat{r}_1, \hat{r}_2) = Y(\hat{r}_2, \hat{r}_1) \quad (۲-۴۲)$$

برای سیستم دو ذره‌ای به نظر می‌آید که اگر پاریتته‌ی سیستم زوج باشد با تبدیل مختصات فضایی تابع موج ثابت باقی می‌ماند. در غیر این صورت اگر تابع موج دارای پاریتته‌ی فرد باشد، علامت تابع موج تغییر می‌کند. برای سیستم دو ذره‌ای در یک حالت، اندازه حرکت زاویه‌ای دلخواه،  $l$ ، یا زوج است یا فرد که به ترتیب پاریتته‌ی زوج یا فرد ایجاد می‌کند

$$\begin{aligned} P_x &: 1 \quad \text{زوج} \\ P_x &- 1 \quad \text{فرد} \end{aligned} \quad (۲-۴۳)$$

بنابراین پتانسیل زیر پتانسیل تبدیل فضا یا ماژورانا نامیده می‌شود [۱۹]

$$V = -V_0 f\left(\frac{r}{r_0}\right) P_x \quad (۲-۴۴)$$

## ۲-۲-۵ نیروی هایزنبرگ<sup>۲</sup>

اپراتور دیگر، اپراتور هایزنبرگ است [۲۰].

$$P_H = P_S P_x \quad (۲-۴۵)$$

<sup>۱</sup> Majorana force

<sup>۲</sup> Heisenberg force

که پتانسیل مربوط به آن به صورت زیر نمایش داده می‌شود

$$V = - V_0 f\left(\frac{r}{r_n}\right) P_H \quad (46-2)$$

همان طور که دیده می‌شود اپراتور هایزنبرگ هم مختصات فضایی و هم مختصات اسپینی را تغییر می‌دهد. برای خلاصه کردن این بحث، نیروها را به صورت زیر می‌نویسیم، که به صورت ذاتی مرکزی هستند و وابستگی اسپین و پاریتته را به صورت زیر نمایش می‌دهند. لازم به ذکر است که پتانسیل زیر به عنوان نیروی ویگنر<sup>۱</sup> شناخته می‌شود

$$V = - V_0 f\left(\frac{r}{r_n}\right) \quad (47-2)$$

که برای هر نیروی کوتاه بردی نمایش داده می‌شود [۱۰].

$$V = - V_0 [W(r) + B(r)P_S + M(r)P_X + H(r)P_H] \quad (48-2)$$

همان گونه که بیان شد این معادله برای پتانسیل‌های متفاوت کاربرد دارد، زیرا حالت‌های تک‌تایه و سه‌تایه و حالت‌هایی با پاریتته‌ی زوج و فرد را در بر می‌گیرد.

---

<sup>1</sup> Wigner force

# 3

## فصل سوم : تئوری یوکاواای برهمکنش هسته‌ای

### مقدمه

در ابتدای پیدایش و تکامل فیزیک کلاسیک، تحقیق پیرامون چگونگی برهمکنش بین اجسام برای دانشمندان از جذابیت زیادی برخوردار بود. تا قرن نوزدهم آن‌ها می‌پنداشتند که نیرویی که ذرات در فضا به

یکدیگر وارد می‌کنند به طریق اسرارآمیزی بین آن‌ها ردوبدل می‌شود. آن‌ها این تبادل نیرو را این‌گونه توصیف کردند که هر جسم در فضای اطراف خودش میدان نیرویی به وجود می‌آورد، اگر جسم دیگری در این میدان نیرو قرار بگیرد تحت تاثیر میدان نیروی اول قرار دارد. بنابراین برهمکنش جسم دوم، نه مستقیماً با جسم اول، بلکه از طریق همین میدان نیرو صورت می‌گیرد. در مورد نیروهای الکترومغناطیس، ماکسول چگونگی این ارتباط و برهمکنش را نشان داد. در واقع در قرن بیستم بود که با پیدایش مکانیک کوانتومی تحول بزرگی در فیزیک به وجود آمد. مکانیک کوانتومی توانست توجیه مناسبی برای برهمکنش بین ذرات ارائه دهد. طبق این نظریه هرگونه انتقال انرژی بین ذرات توسط بسته‌هایی صورت می‌گیرد که به آن‌ها کوانتوم انرژی می‌گوییم. این کوانتوم‌های انرژی توسط جسم اول در فضا گسیل می‌شود. جسم دوم این کوانتوم‌های انرژی را جذب می‌کند (و حتی به طرف جسم اول باز پس می‌فرستد). بدین ترتیب برهمکنش غیرمستقیم بین اجسام توجیه می‌شود. در واقع چون میدان کلاسیک کمیتی یکنواخت و پیوسته است، برای اینکه بتوان آن را با نظریه‌ی کوانتومی میدان تطبیق داد کافی است میدان را به صورت کوانتومی درآوریم.

تصور می‌شود که میدان گرانش از نظریه‌ی کوانتومی میدان بدست می‌آید. در آن فرض بر این است که این نیرو توسط ذره‌ی میدان یا گراویتون مبادله می‌شود [۱۵]. این ذره نظیر فوتون دارای جرم صفر است و با سرعت نور در حالی که بین ذرات مبادله می‌شود، حرکت می‌کند. در مورد نیروی الکترومغناطیس نیز ذره‌ی تبادل، فوتون نامیده می‌شود که دارای جرم صفر است.

### ۳-۱ نظریه‌ی مزونی نیروهای هسته‌ای

همان‌طور که اشاره شد، طبیعی است آن چیزی که در برهمکنش بین ذرات مبادله می‌شود را کوانتوم انرژی بنامیم. می‌دانیم کوارک‌ها سرچشمه‌ی میدان‌های گلوئونی هستند، و این میدان، آن‌ها را در نوکلئون محصور می‌کند. در فواصل  $r \approx 1 \text{ fm}$  که وارد ناحیه‌ی هسته می‌شویم، واسطه‌ی نیروی بین نوکلئون‌ها میدان گلوئونی پایه نیست، بلکه این نیرو بر اثر تبادل ذرات دیگری ایجاد می‌شود [۲]. بنابراین در بحث نیروی هسته-ای نیاز به یک کوانتوم انرژی داریم. این کوانتوم انرژی باید بین نوکلئون‌هایی با اسپین  $1/2$  مبادله شده و بتواند آن‌ها را به یکدیگر تبدیل کند. بنابراین این ذرات باید دارای اسپین صحیح (0 یا 1) و بار الکتریکی باشند. اگر بخواهیم مفهوم این نیروی تبدالی را در برهمکنش نوترون-نوترون و پروتون-پروتون نیز به کار ببریم، نیاز به نوع بدون بار این کوانتوم انرژی داریم. فرض می‌کنیم دو نوع واکنش زیر را در نیروی هسته‌ای داریم که ذره‌ی تبدالی ما  $x$  می‌باشد [۱۷]

$$N_1 \otimes N_1 + X \quad (1-3)$$

$$N_2 + X \otimes N_3 \quad (2-3)$$

جرم این ذره را  $m_x$  نامیده و با استفاده از برد نیروی هسته‌ای می‌توان آن را بدست آورد. اما سوال مهمی که مطرح می‌شود این است: یک نوکلئون چگونه می‌تواند یک ذره با انرژی جرمی  $m_x c^2$  را گسیل کند بدون اینکه اصل پایستگی انرژی نقض نشود و در نهایت باز هم به صورت یک نوکلئون باقی بماند؟ جواب اینجاست: چنین عملی ممکن نیست، مگر این که جذب و گسیل مجدد نوکلئون در بازه‌ی زمانی کوتاه  $\Delta t$  رخ دهد، به طوری که ما از نقض پایستگی انرژی مطلع نشویم. در واقع طبق اصل عدم قطعیت ما از نقض پایستگی انرژی به میزان  $DE = m_x c^2$  مطلع نخواهیم شد. اما بیشینه‌ی برد نیرو را می‌توان توسط فاصله‌ی که ذره‌ی  $x$  آن را طی می‌کند، در مدت زمان  $\Delta t$ ، تعیین کرد. اگر ذره با بیشترین سرعت، یعنی  $c$  جابه‌جا شود داریم

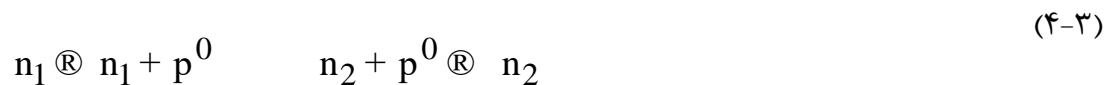
$$R = CDt = \frac{hc}{m_x c^2} = \frac{200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{m_x c^2} \quad (3-3)$$



این رابطه‌ی مفیدی است که ارتباط برد نیروی هسته‌ای و جرم ذره‌ی مبادله شده را نشان می‌دهد. اگر برد نیروی هسته‌ای را تقریباً 1 fm در نظر بگیریم، انرژی جرم بدست آمده تقریباً  $200 \text{ MeV}/c^2$  است.

به چنین ذراتی که برای مدت زمان کوتاهی دوام می‌آورند و پایداری انرژی را نقض می‌کنند، ذرات مجازی می‌گوییم. در واقع ما این ذرات را به چشم نمی‌توانیم ببینیم اما اثرات نیروی حاصل از تبادل آن‌ها را می‌توانیم مشاهده کنیم (ذرات تبدالی در برهمکنش کولنی بین ذرات باردار، بر طبق نظریه‌ی میدان، فوتون نامیده می‌شود). ذرات تبدالی حاصل از نیروی هسته‌ای را مزون می‌نامند (مزو در یونانی به معنای میانه و متوسط است که در واقع به جرم این ذرات اشاره دارد که از الکترون بیشتر و از نوکلئون کمتر است). سبک‌ترین مزون‌ها، مزون‌های  $\pi$  یا پایون هستند [۱]. برای آن که انواع تبدالی‌های سیستم دو نوکلئونی امکان پذیر باشد، سه نوع پایون با بارهای الکتریکی  $+1$ ،  $0$ ،  $-1$  وجود دارد. پایون‌ها اسپین صفر دارند و انرژی جرم سکونشان معادل  $139.6 \text{ MeV}$  (برای  $p^\pm$ ) و  $135 \text{ MeV}$  (برای  $p^0$ ) است.

برهمکنش هسته‌ای توسط تبادل یک پایون منفرد را به این صورت می‌توان توجیه کرد: برای نوترون - نوترون و پروتون - پروتون باید یک پایون خنثی تبادل شود. برای تبدیل پروتون به نوترون یا نوترون به پروتون باید پایون باردار باشد. این اتفاق به این صورت است که یک پروتون با گسیل یک  $p^+$  تبدیل به نوترون می‌شود، در حالی که اگر نوترونی این  $p^+$  را جذب کند به پروتون تبدیل می‌شود. برعکس، نوترونی با گسیل  $p^-$  تبدیل به پروتون می‌شود، حال اگر پروتونی این پایون را جذب کند به نوترون تبدیل می‌شود. این مراحل را مراحل "تبادل" می‌نامند.



$$n_1 \otimes n_1 + p^0 \quad p_2 + p^0 \otimes p_2 \quad (6-3)$$

$$p_1 \otimes p_1 + p^0 \quad n_2 + p^0 \otimes n_2 \quad (7-3)$$

$$p_1 \otimes n_1 + p^+ \quad n_2 + p^+ \otimes p_2 \quad (8-3)$$

$$n_1 \otimes p_1 + p^- \quad p_2 + p^- \otimes n_2 \quad (9-3)$$

### ۱-۳-۱ پتانسیل تبادل یک پایونی

پتانسیل‌های هسته‌ای ارایه شده را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد

الف) در بخش بلند برد (  $r \approx 2 \text{ fm}$  ) تبادل یک پایونی حکم‌فرماست. در این ناحیه همان نظریه‌ی معروف

OPEP<sup>1</sup> تعریف می‌شود، که پتانسیل آن به صورت زیر است

$$V(r) = \frac{g_p^2 (m_p c^2)^3}{3(m_p c^2)^2 h^2} [s_1 s_2 + s_{12} (1 + \frac{3R}{r} + \frac{3R^2}{r^2})] \frac{e^{-r/R}}{r/R} \quad (10-3)$$

که در این جا  $g^2$  یک ثابت جفت شدگی بدون بعد است ( درست مثل  $e^2$  در برهمکنش الکترومغناطیسی)

قدرت برهمکنش را نشان می‌دهد و  $m_\pi$  جرم نوکلئون است.

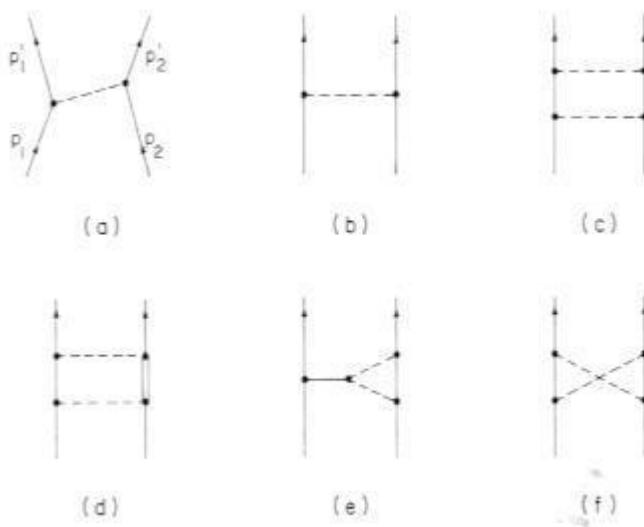
ب) در بخش میانی (  $1 \text{ fm} < r < 2 \text{ fm}$  ) مزون‌های سنگین تری نسبت به بخش اول داریم. هر چه جرم

مزون بیشتر شود بردش کوتاهتر می‌شود. در این ناحیه می‌توان حتی تبادل دو پایونی را نیز مشاهده کرد.

<sup>1</sup> One Pion Exchange potential

ج) بخش کوتاه برد ( r f l fm ) که از تبادل مزون‌های سنگین‌تر تشکیل می‌شود. در این ناحیه ما تبادل چند مزونی را نیز مشاهده می‌کنیم. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد دو پتانسیل آخر چون با مزون‌های سنگین و تبادل چند مزونی سرو کار داریم، از آن جایی که این محاسبات سنگین هستند این بخش از پتانسیل را به صورت پدیده شناختی بررسی می‌شود.

در شکل (۱-۳) دیاگرام‌های نمایش داده شده مبتنی بر دیاگرام‌های فاینمن را می‌بینیم، که ترم‌های تبادل بزونها را توصیف می‌کند. در شکل دو نوکلئون با اندازه حرکت‌های  $P_1$  و  $P_2$  به صورت خط نمایش داده شده‌اند. زمانی که یک پایون در لحظه‌ی  $t_1$  از نوکلئونی گسیل می‌شود اندازه حرکت آن از  $P_1$  به  $P_2$  تغییر می‌کند. در زمان  $t_2$ ، پایون توسط نوکلئون دوم جذب شده و اندازه حرکت آن به  $P_1$  تبدیل می‌شود [۱۲].



شکل (۱-۳) نمایش دیاگرامی تبادل مزونی بین دو نوکلئون

## ۳-۲ تئوری برهمکنش یوکاوا

ایده‌ی تبادل مزونی برای اولین بار توسط دانشمند ژاپنی، هایدیکی یوکاوا<sup>۱</sup>، در سال ۱۹۳۴ معرفی شد. این ایده شروع خوبی برای تحقیق و بررسی پیرامون برهمکنش نوکلئون - نوکلئون بود. در تصویر یوکاوا، برهمکنش بین دو نوکلئون توسط تبادل مزون‌های گوناگون انجام می‌شود.

برای اینکه بتوانیم یک پتانسیل تبادل مزونی مناسب استخراج کنیم، نیازمند استفاده از تئوری میدان کوانتومی نسبیتی می‌باشیم. ماهیت اصلی این نیرو توسط شبیه سازی با الکتروودینامیک کلاسیک بدست می‌آید. پتانسیل الکتروستاتیک  $\Phi(r)$  در یک نقطه‌ی بدون بار از حل معادله‌ی لاپلاس بدست می‌آید.

$$= 2 \left( \frac{r}{r} \right) \Phi \quad (۱۱-۳)$$

در حضور یک بار نقطه‌ای که در مبدا واقع شده است، فرم معادله به صورت زیر است

$$\Delta^2 \Phi(r) = \left[ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right] 4\pi q \delta^3(\mathbf{r}) \quad (۱۲-۳)$$

که جواب این معادله پتانسیل آشنای کولنی است [۱۲]

$$\Phi(\mathbf{r}) = \left[ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right] \frac{q}{r} \quad (۱۳-۳)$$

زمانی که میدان الکترومغناطیسی کوانتیده است، فوتون‌ها به عنوان کوانتای میدان خارج می‌شوند و بارها منبع میدان هستند. نیروی هسته‌ای از چند نظر با نیروی الکترومغناطیس متفاوت است. مهمترین آن کوتاه

<sup>1</sup> Hidiki yukawa

برد بودن آن است. بنابراین به معادله‌ای شبیه (۳-۱۲) نیاز داریم که آن را برای پتانسیل هسته‌ای کوتاه برد شبیه سازی کنیم. چون با ذراتی با اسپین صحیح سروکار داریم لذا معادله‌ی کلاین – گردن انتخاب مناسبی است. رابطه‌ی ممنتوم – انرژی را به صورت زیر داریم

$$E^2 = P^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (۳-۱۴)$$

می‌توان اپراتور  $E$  را با  $\hbar \nabla / \hbar t$  و  $P$  را با  $\hbar \nabla / \hbar x$  - جایگذاری می‌کنیم

$$-\hbar^2 \frac{\nabla^2}{\hbar^2 t^2} F(\mathbf{r}) = (-\hbar^2 c^2 \nabla^2 + m^2 c^4) F(\mathbf{r}) \quad (۳-۱۵)$$

که  $m$  جرم کوانتای میدان است. بعد از تقسیم هردو طرف بر  $\hbar^2 c^2$  و مرتب سازی دوباره، به معادله‌ی آشنای کلاین – گردن می‌رسیم

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) F(\mathbf{r}) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} F(\mathbf{r}) \quad (۳-۱۶)$$

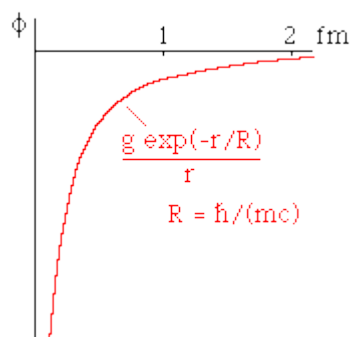
اگر وابستگی زمانی را نادیده بگیریم و  $m$  نیز به سمت صفر میل کند معادله‌ی (۳-۱۱) شبیه معادله‌ی (۳-۱۲) می‌شود که ترم منبع وجود ندارد. برای اینکه به معادله‌ای شبیه معادله‌ی (۳-۱۱) برسیم، باید ترم منبع را به آن اضافه کنیم. برای یک منبع نقطه‌ای با طول  $g$  واقع شده در مبدا، داریم

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) F(\mathbf{r}) = g F(\mathbf{r}) \quad (۳-۱۷)$$

که جواب این معادله

$$F(\vec{r}) = \frac{g}{4\pi r} e^{-mcr/\hbar} \quad (18-3)$$

شکل شناخته شده‌ی پتانسیل یوکاوا است، اگر  $m = 0$  و  $g = 4\pi q/4\pi\epsilon_0$  . برای پایون‌ها جرم تقریباً برابر  $140 \text{ MeV}/c^2$  و برد نیز تقریباً  $1.4 \text{ (fm)}$  است. نمودار پتانسیل یوکاوا را در شکل (۳-۲) آورده شده است.

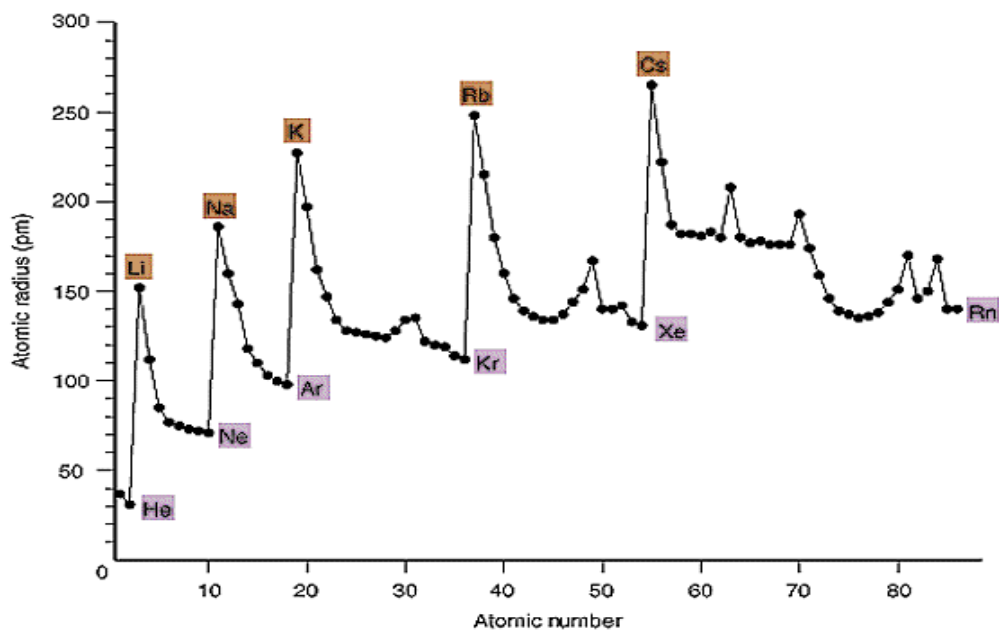


شکل (۳-۲) نمایش پتانسیل هسته‌ای یوکاوا می‌باشد که  $R$  برد نیروی هسته‌ای و  $g$  ضریب جفت شدگی پشت یوکاوا را نمایش می‌دهد

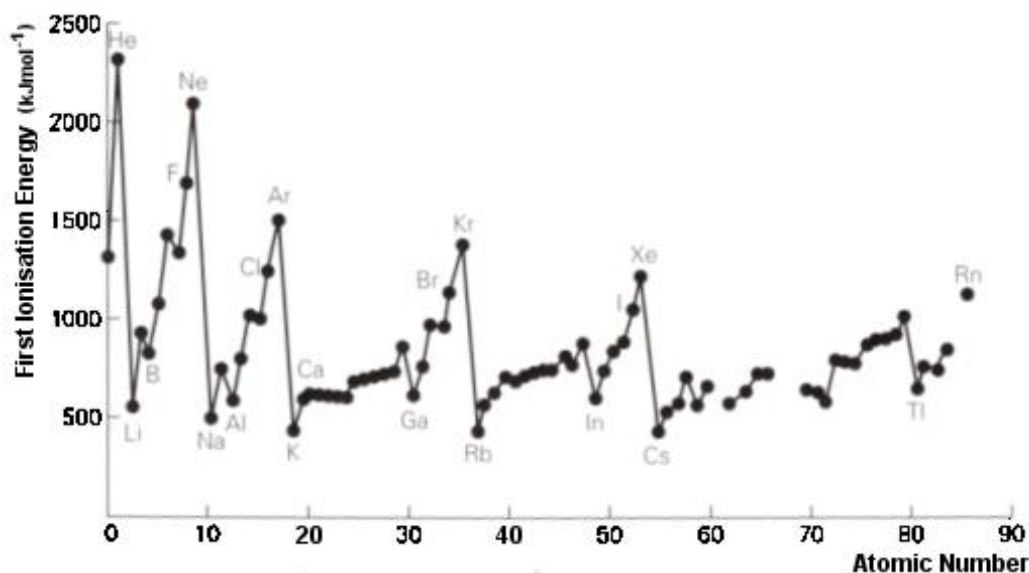
### ۳-۳ مدل تک ذره منفرد

همان طور که می‌دانیم در فیزیک اتمی نحوه‌ی آرایش الکترون‌ها در پوسته‌هایی جدا از هم با استفاده از اصل طرد پائولی می‌باشد. در این نظریه پوسته‌ها را با الکترون‌هایی که به ترتیب انرژی‌شان افزایش می‌یابد پر می‌کنیم. طبق اصل پائولی هیچ دو الکترونی دارای عدد کوانتومی یکسان نیست. بنابراین، اتم‌ها از یک ناحیه خنثی مرکزی که دارای پوسته‌های پر می‌باشد و تعدادی الکترون در لایه‌ی ظرفیت تشکیل شده است. اما تمام خواص اتم‌ها را همین الکترون‌های ظرفیت تعیین می‌کند. زمانی که نتایج آزمایشگاهی ناشی از برخی از خواص هسته مانند انرژی بستگی و انرژی یونش را بدست آوردند، مشاهده کردند تغییرات در برخی خواص

ناگهانی و زیاد است. بنابراین، به هسته‌ها نیز مدل لایه‌ای مانند اتم‌ها نسبت دادند. نتایج برخی از این خواص مانند انرژی و شعاع اتمی را در شکل (۳-۳) آورده‌ایم.



در این شکل نمودار شعاع اتمی بر حسب عدد اتمی رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود پیک‌ها پوسته‌های جادویی را نشان می‌دهند.



شکل (۳-۳) همان طور که در شکل دیده می‌شود تغییرات کم متناظر با پر شدن تدریجی پوسته‌های اتمی و تغییرات زیاد به گذار از یک پوسته به پوسته‌ی دیگر مربوط می‌شود

در واقع فیزیک اتمی با فیزیک هسته‌ای تفاوت‌هایی نیز دارد. یکی از این تفاوت‌ها ابعاد هسته ( $10^{-10} \text{ m}$ ) است که به مراتب کوچکتر از ابعاد اتم ( $10^{-15} \text{ m}$ ) می‌باشد. در اتم، الکترون‌ها در قید نیروی مرکزی ناشی از هسته می‌باشند که از نوع کولنی است، اما در هسته، چون نوکلئون‌ها ابعادشان مانند هسته در حد fm می‌باشد، دیگر نمی‌توان گفت که در قید نیروی مرکزی قرار دارند، بلکه هر نوکلئون در پتانسیل تولید شده توسط نوکلئون‌های دیگر قرار دارد. در اتم، ما فقط با الکترون‌ها سروکار داریم در حالی که در هسته، ذراتی به نام نوترون و پروتون را داریم. در فیزیک اتمی الکترون‌ها در مدارهایشان در حال حرکت هستند بدون اینکه باهم برخوردی داشته باشند. در بحث هسته‌ای بخاطر ابعاد نزدیک نوکلئون و هسته با یکدیگر، فرض براین بود که نوکلئون‌ها در حین حرکت به یکدیگر برخورد می‌کنند. در سال ۱۹۴۹، دانشمندی به نام مایر<sup>۱</sup> با کار

<sup>1</sup> Maria Geoppert Mayer



برروی پیشنهاداتی که توسط فرمی<sup>۱</sup> و هاگسل<sup>۲</sup> و جنسن<sup>۳</sup> ارایه شد، دریافت که یک نوکلئون با وجود نوکلئون‌های دیگر و نیروی قوی بین آن‌ها می‌تواند در مدار خود حرکت کند بدون آن که برخوردی روی بدهد. در واقع توضیح این امر بیشتر از طریق اصل طرد پائولی است. در این جا هسته یک سیستم کوانتومی می‌باشد که نوکلئون‌های آن به تعدادی از مدارهای مجاز محدود شده‌اند. طبق اصل پائولی در هر مدار بیشتر از یک نوکلئون از هر نوع (نوترون یا پروتون) نمی‌تواند وجود داشته باشد.

همان‌طور که در شکل (۳-۳) دیده می‌شود، انرژی یونش به ازای موارد افت سریع در مقابل برخی از اعداد پروتونی و نوترونی یکسان، به تدریج با افزایش نوترون و پروتون افزایش می‌یابد. با توجه به این نکته می‌فهمیم که این ناپیوستگی‌های تیز انرژی جدایی، با پر شدن پوسته‌های اصلی ارتباط دارد. این طرز رفتار ناگهانی در اعداد پروتونی و نوترونی مانند، ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲، ۱۲۶ رخ می‌دهد و معرف پوسته‌های اصلی پر شده است که آن‌ها را اعداد جادویی می‌شناسیم.

در سال ۱۹۳۵، دانشمندان به این نتیجه رسیدند که برهمکنش بین نوکلئون‌ها در یک هسته آنقدر قوی است که نمی‌توان یک ساختار لایه‌ای و قابل ملاحظه به آن نسبت داد.

برای درک بهتر بیان فوق، از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ استفاده می‌کنیم که بر طبق آن در هر آزمایشی به مدت  $t$ ، انرژی هیچ سیستمی را نمی‌توان با دقتی بیش از عدم قطعیت  $E$  که در آن

$$E t \gg h$$

(۱۹-۳)

<sup>1</sup> E. Fermi

<sup>2</sup> O. Haxel

<sup>3</sup> J. H. D. Jensen

است، تعیین کرد. فرض می‌کنیم نوکلئون‌ها در داخل هسته به شدت با هم برهمکنش داشته باشند و زمان متوسط بین برخوردها برابر  $t$  باشد. اگر بخواهیم انرژی یک نوکلئون را بین دو برخورد حساب کنیم، رابطه‌ی بالا پیش‌بینی می‌کند که نتیجه به اندازه‌ی  $h/t$  غیرقطعی است. طولانی‌ترین زمان بین  $t$  دو برخورد که ممکن است برای هسته‌ای به شعاع  $R$  قابل قبول باشد، حدود زمان پیمایش هسته است.

$$t \gg \frac{R}{u} \quad (۲۰-۳)$$

که در آن  $v$  سرعت نوکلئون در داخل هسته می‌باشد. از طرفی طبق معادله‌ی زیر

$$k \gg \frac{P}{h} \quad (۲۱-۳)$$

داریم

$$u = \frac{P}{m_0} = \frac{kh}{m_0} \quad (۲۲-۳)$$

چون نوکلئون در ناحیه‌ای به ابعاد خطی  $R$  محدود است، رابطه‌ی نظیر  $k = n\pi / L$  باید برقرار باشد

$$k \gg \frac{p}{R} \quad (۲۳-۳)$$

به طوری که با حذف ضرایب عددی خواهیم داشت

$$t \gg \frac{m_0 R^2}{h} \quad (۲۴-۳)$$

چون  $t$  طولانی‌ترین زمان بین برخوردهاست کمترین عدم قطعیت در انرژی یک نوکلئون برابر خواهد بود

با [۱۷]

$$E \gg \frac{h^2}{m_0 R^2} \quad (۳-۲۵)$$

بنابراین مقدار  $E$  نشان می‌دهد که ترازها دارای پهنای زیادی هستند. در نتیجه، حالت‌های انرژی بسیار به هم نزدیک و حتی به قدری در هم فرو رفته‌اند که هیچ ساختار لایه‌ای را نمی‌توان به آن‌ها نسبت داد. در سال ۱۹۵۱، وایسکوف متوجه اشتباه خود شد. او با استفاده از اصل پائولی دریافت که برخوردها در هسته به قدری محدود هستند و زمان‌های برخورد طولانی‌تر از مقدار پیش‌بینی شده می‌باشند. بنابراین، پهنای ترازها بسیار باریک تر می‌شود.

بنابراین در مدل پوسته‌ای فرض می‌کنیم حرکت هر نوکلئون منفرد تحت تاثیر پتانسیل واحدی است که همه‌ی نوکلئون‌های دیگر در تولید آن سهم داشتند. بنابراین، برهمکنش قوی بین نوکلئون‌ها، وجود آثار مدل لایه‌ای را نقض نمی‌کند. و گویی نوکلئون‌ها در حرکت مداری‌شان با هیچ‌گونه ممانعتی از طرف نوکلئون‌های درون هسته روبرو نمی‌شوند!

### ۳-۳-۱ پتانسیل مدل پوسته‌ای

در ابتدای ارایه‌ی مدل پوسته‌ای، لازم است پتانسیل هسته‌ای مناسبی را ارایه دهیم. پتانسیل‌هایی را که پیش‌بینی می‌کنیم عبارتند از: چاه پتانسیل نامتناهی و نوسانگر هماهنگ ساده. همانطور که می‌دانیم واگنی هر تراز برابر  $2(2l+1)$  می‌باشد که در آن عامل  $(2l+1)$  از طریق واگنی  $m_l$ ، و عامل 2 از طریق واگنی  $m_s$  حاصل شده است.

نمادگذاری مرسوم برای توصیف حالت‌های انرژی شبیه همان علایمی است که در فیزیک اتمی به کار می‌رود. در فیزیک هسته‌ای هر حالت را توسط  $n$  و  $l$  مشخص می‌کنیم. همچنین برای  $l$  های زیر حروف طیفی زیر را به کار می‌بریم

$l = 0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$5$
—	—	—	—	—	—
s	p	d	f	g	h

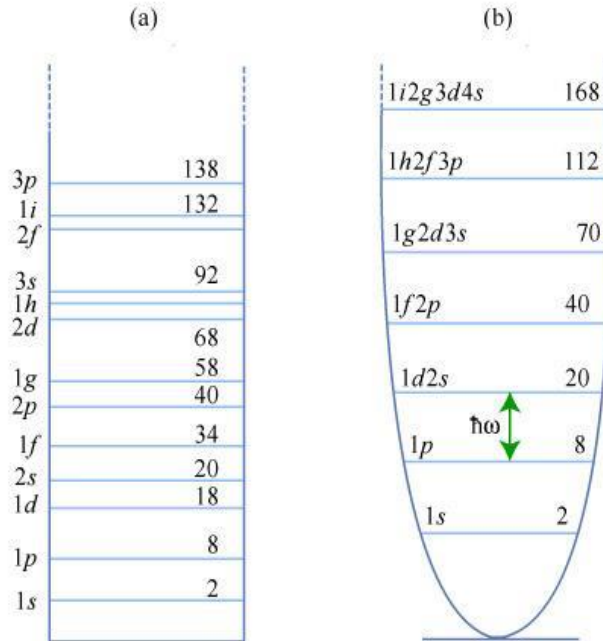
به عنوان اولین گام در اصلاح مدل، سعی می‌کنیم پتانسیل واقع بینانه‌تری را انتخاب کنیم. ساده‌ترین، پتانسیل مفید یک چاه پتانسیل مربعی نامتناهی به شعاع  $R$  می‌باشد.

$$V = \begin{cases} 0 & r \leq R \\ \infty & r > R \end{cases} \quad (3-26)$$

که بنابر دلایلی، تقریب مناسبی برای پتانسیل هسته‌ای نیست: برای جدا کردن یک نوترون یا پروتون از هسته، با صرف انرژی کافی باید بتوانیم آن را از چاه خارج کنیم. در این صورت، عمق چاه نمی‌تواند بی‌نهایت باشد! بعلاوه، لبه‌ی پتانسیل هسته‌ای نباید تیز باشد بلکه مثل توزیع بار و جرم هسته‌ای، مقدار پتانسیل بعد از شعاع میانگین  $R$  باید به آهستگی به سوی صفر میل کند. پتانسیل دیگر پتانسیل نوسانگر هماهنگ است که در آن  $\omega$  فرکانس نوسان ذره‌ای به جرم  $m_0$  است.

$$V = \frac{1}{2} m_0 \omega^2 r^2$$

از طرف دیگر، پتانسیل نوسانگر هماهنگ هم لبه‌اش به اندازه‌ی کافی تیز نیست و انرژی جدایی آن بی‌نهایت می‌شود نمایش این دو را در شکل (3-4) مشاهده می‌کنیم.

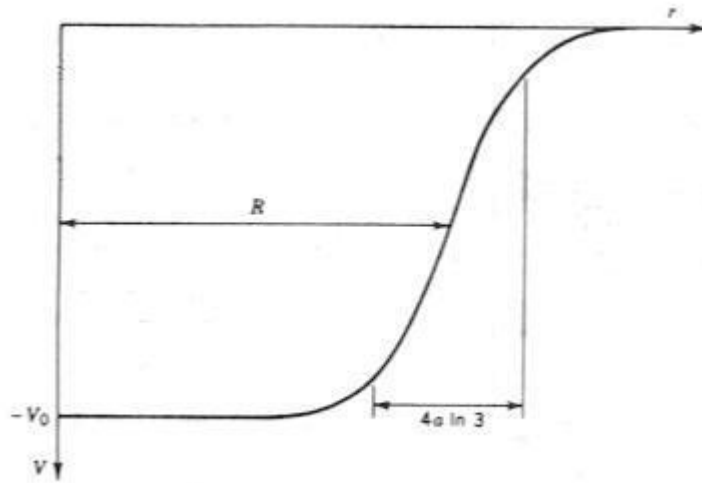


شکل (۳-۴) در شکل ساختار پوسته‌ای ناشی از پتانسیل چاه نامتناهی (a) و نوسانگر هماهنگ (b) مشاهده می‌شود. فاصله‌ی زیاد بین ترازها ناشی از پر شدن پوسته‌ها می‌باشد. تعداد کل نوکلئون‌های موجود در هسته را درون دایره آورده‌ایم.

از این رو پتانسیل واقع بینانه‌تری را به صورت بینابینی انتخاب می‌کنیم

$$V = - \frac{V_0}{1 + \exp[(r - R)/a]} \quad (۳-۲۸)$$

که منحنی آن نیز در شکل (۳ - ۵) نشان داده شده است.



شکل (۳ - ۵) شکل واقعی پتانسیل در مدل لایه‌ای را می‌بینیم که ضخامت

پوسته را نشان می‌دهد

ثابت‌های بالا به ترتیب زیر معرفی می‌شوند [۱۵]

$V_0$  ; تصحیحات + 57 Mev

$R$  ;  $1.25 A^{1/3}$  (fm)

(۲۹-۳)

$a$  ; 0.65 (fm)

مهمترین تصحیح مقدار  $V_0$  که در رابطه‌ی بالا داده شده است، مربوط به کمیتی است که به نام انرژی تقارن معروف است و از عدم تساوی تعداد پروتون و نوترون در هسته ناشی می‌شود. همانطور که می‌دانیم امکان برهمکنش بین یک نوترون و یک پروتون بیشتر است تا دو نوترون و دو پروتون. بنابراین هرگاه در یک هسته تعداد نوترون بیشتر از تعداد پروتون باشد،  $V_0$  برای یک نوترون ضعیفتر از آن مقداری است که از رابطه‌ی (۲۹-۳) بدست می‌آید چون برهمکنش آن بیشتر با نوترون‌های دیگر است.

نتیجه‌ی پتانسیل جدید، در مقایسه با نوسانگر هماهنگ، این است که واگنی  $l$  را در پوسته‌های اصلی برطرف می‌کند. هرچه به ترازهای بالاتر می‌رویم، فاصله‌ی ایجاد شده در این مورد بیشتر و بیشتر می‌شود، به طوری که سرانجام این فاصله با فاصله‌ی بین ترازهای نوسانگر هماهنگ قابل مقایسه خواهد شد. وقتی پوسته‌های حاصل را به ترتیب با  $2(2l+1)$  نوکلئون پر می‌کنیم، ولی باز هم اعداد جادویی بالاتر را نمی‌توان با این محاسبات پیدا کرد.

### ۳-۳-۲ پتانسیل اسپین - مدار

سوال مهمی که در این‌جا پیش می‌آید این است که چگونه این پتانسیل هسته‌ای را اصلاح کنیم تا اعداد جادویی را بدست بدهد؟ مطالعات زیادی در این زمینه انجام شد تا اینکه در سال ۱۹۴۹، دانشمندانی مانند مایر، سوئس، هاکسل موفق شدند جمله‌ی اسپین - مدار را به پتانسیل افزوده و فاصله‌ی مناسب بین زیر پوسته‌ها را بدست آورند.

در فیزیک اتمی، برهمکنش اسپین - مدار در فیزیک اتمی که مولد ساختار ریز مشاهده شده در خطوط طیف اتمی است، از برهمکنش الکترومغناطیسی بین گشتاور مغناطیسی الکترون و میدان مغناطیسی ناشی از حرکت الکترون به دور هسته حاصل می‌شود. اثر این برهمکنش نوعا خیلی کوچک است. هیچ برهمکنش الکترومغناطیسی از این نوع نخواهد توانست تغییرات محسوسی را در فواصل تراز هسته‌ای ایجاد و اعداد جادویی تجربی را باز تولید کند. با وجود این، در اینجا مفهوم نیروی اسپین - مدار هسته‌ای را به همان صورت نیروی اسپین - مدار اتمی، ولی نه از نوع مغناطیسی آن، در نظر می‌گیریم.

برهمکنش اسپین - مدار را به صورت  $\vec{I} \cdot \vec{S}$  در نظر می‌گیریم ولی شکل  $V_{so}(r)$  خیلی مهم نیست. این عامل  $\vec{I} \cdot \vec{S}$  است که باعث تجدید سازمان ترازها می‌شود. همانگونه که در فیزیک اتمی دیدیم،

حالت‌ها را در حضور برهمکنش اسپین - مدار باید با تکانه‌ی زاویه‌ای کل  $j = l + s$  نشان گذاری کنیم. تکانه زاویه‌ای کل ذره‌ی  $j$  نظیر سایر تکانه‌ها دارای یک عدد کوانتومی  $j$  است، به طوری که

$$|j\rangle = h\sqrt{j(j+1)} \quad (30-3)$$

مولفه‌ی  $z$  تکانه‌ی  $j$  به صورت زیر کوانتیده است

$$j_z = mh \quad (31-3)$$

که  $m$  می‌تواند هر یک از مقادیر  $j, j-1, \dots, -j+1, -j$  را اختیار کند، یعنی  $2j+1$  مقدار مجاز داشته باشد. با دانستن  $s = 1/2$  برای نوکلئون‌ها داریم

$$j = \begin{cases} l + \frac{1}{2} & 1P_s \\ l - \frac{1}{2} & 1P_s \end{cases} \quad (32-3)$$

برای هر  $l$  دلخواه دو مقدار وجود دارد.

مقدار انتظاری  $l \cdot s$  را با استفاده از روش متداول زیر بدست آورد. نخست مقدار  $j^2$  را بدست می‌آوریم

$$j^2 = (l + s)^2 \quad (33-3)$$

$$j^2 = l^2 + 2l \cdot s + s^2 \quad (34-3)$$

$$l \cdot s = \frac{1}{2}(j^2 + l^2 - s^2) \quad (35-3)$$



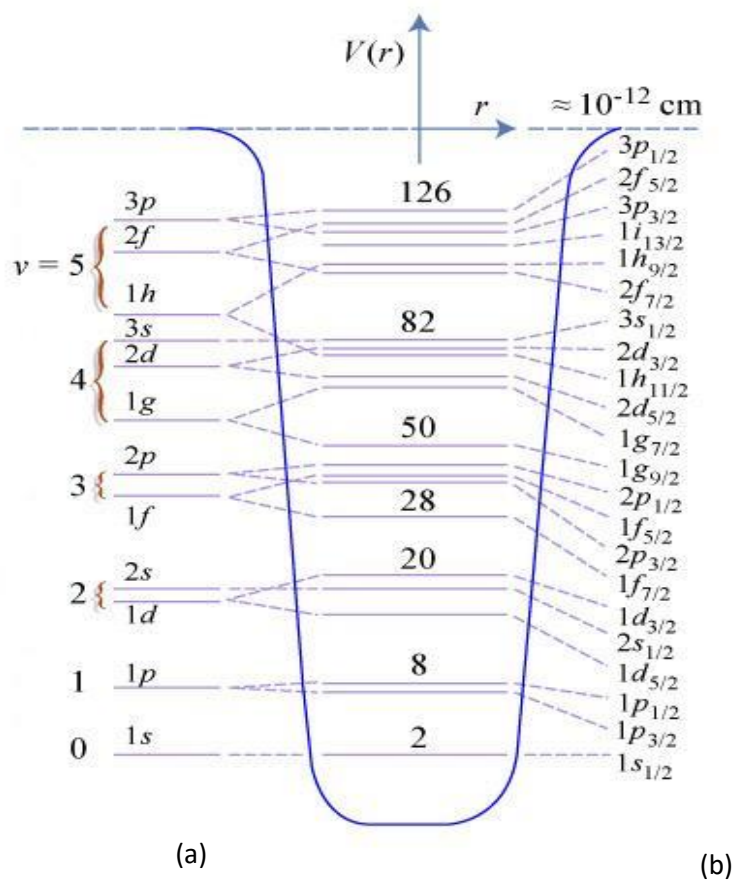
با قرار دادن مقادیر انتظاری در این معادله، داریم

$$\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] h^2 \quad (36-3)$$

اکنون واگنی هر تراز برابر  $2j+1$  است که از مقادیر  $m_j$  حاصل می‌شود. فاصله‌ی انرژی بین دو زیر پوسته که توسط اثر اسپین مدار شکافته می‌شوند که به آن‌ها زوج اسپین - مدار یا دوتایه می‌گویند، متناسب با مقدار  $\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle$  است. در واقع می‌توان اختلاف انرژی هر زوج حالتی را که در آن  $l \neq 0$  باشد، به کمک معادله‌ی زیر محاسبه کرد [۱۵۱].

$$\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle_{j=l+1/2} - \langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle_{j=l-1/2} = \frac{1}{2} (2l+1) h^2 \quad (37-3)$$

شکافتگی (فاصله‌ی) انرژی بین حالت‌ها با افزایش  $l$  افزایش می‌یابد. اگر اثر  $V_{so}(r)$  را منفی در نظر بگیریم، عضوی از زوج که مقدار  $l$  در آن بزرگتر است در سطح پایین‌تر قرار خواهد گرفت. اثر این شکافتگی‌ها در شکل (۳-۶) نشان داده شده است.



شکل (۳-۶) در شکل سمت چپ (a) ترازهای انرژی حاصل از پتانسیل مدل بینابینی را مشاهده می‌کنیم. که تعداد نوکلئون‌های هر تراز را درون دایره نوشته‌ایم. در شکل سمت راست (b) تاثیر برهمکنش اسپین - مدار را به صورت شکافتگی ترازها و تبدیل آن‌ها را به ترازهای جدیدتر می‌بینیم. تمام اعداد جادویی نیز باز تولید شدند.

# 4

## فصل چهارم : حل معادله دیراک با پتانسیل یوکاوا

### مقدمه

همان طور که می دانیم در مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی برای بدست آوردن تابع موج و انرژی ذرات از معادله شرودینگر استفاده می کنیم. اما در حد نسبیتی ( در انرژی های بالا ) دیگر معادله شرودینگر

پاسخگو نیست. در نتیجه، در حدود نسبیتی باید از روابط مکانیک کوانتومی نسبیتی استفاده شود. در این بخش ذرات را برحسب اسپین به سه دسته تقسیم کرده و برای هر یک معادله‌ی مخصوص آن را حل می‌کنیم. در کوانتوم نسبیتی، برای ذرات دارای اسپین 0 از معادله‌ی کلاین – گوردن<sup>1</sup> و ذرات با اسپین 1/2 از معادله‌ی دیراک<sup>2</sup> و در نهایت ذرات با اسپین 1 از معادله‌ی پروکا<sup>3</sup> استفاده می‌شود [۲۱].

دلیل پیشنهاد معادله‌ی دیراک به این دلیل بود که فیزیکدانان در ابتدا با کشف معادله‌ی کلاین – گوردن و حل آن به دو اشکال اساسی برخوردند. یکی آن بود که مقدار  $|\psi|^2$  (احتمال یافتن ذره)، از نظر ریاضی منفی بدست می‌آمد در حالی که از نظر مفهوم فیزیکی احتمال نمی‌تواند منفی باشد. دیگر آن که برای ذره‌ی آزاد انرژی منفی بدست می‌آید که باز هم از نظر فیزیکی قابل توجیه نبود. برای رفع این دو مشکل، فیزیکدانان روشی را پیشنهاد داد که معادله‌ی کلاین – گوردن را به جایگاه شایسته آن برگرداندند و معادله‌ی دیراک را برای ذرات با اسپین 1/2 نگه داشتند.

## ۴-۱ معادله دیراک

در سال ۱۹۲۸، دیراک معادله‌ای برای ذرات با اسپین 1/2 در انرژی نسبیتی ارائه داد. در زیر ذره‌ای آزاد به جرم  $m$  داریم، در این صورت معادله‌ی دیراک به این صورت است

---

<sup>1</sup> Klein – Gordon equation

<sup>2</sup> Dirac equation

<sup>3</sup> Proca equation

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}) = H \psi(\mathbf{r}) \quad (1-4)$$

همیلتونین برای یک ذره‌ی آزاد عبارتند از

$$H = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}}{2m} + mc^2 = \frac{\hbar}{i} \nabla \cdot \nabla + mc^2 \quad (2-4)$$

که  $\alpha$  و  $\beta$  ماتریس می‌باشند

$$a = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_x \\ \sigma_x & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (3-4)$$

و  $\sigma$  همان ماتریس‌های پائولی می‌باشند

$$s_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad s_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad s_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

و ماتریس‌های  $\alpha$  و  $\beta$  دارای ویژگی‌های زیر می‌باشند

$$\{a_i, a_j\} = 0 \quad a_i^2 = b^2 = 1 \quad (5-4)$$

بنابراین معادله‌ی دیراک را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}) = [\mathbf{a} \cdot \mathbf{p} + b mc^2] \psi(\mathbf{r}) = H \psi(\mathbf{r}) \quad (6-4)$$

در معادله‌ی فوق تابع موج را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi \\ f \\ c \end{pmatrix} \quad (7-4)$$

که مقدار  $\Phi$  را مولفه‌ی بالا و مقدار  $\chi$  را مولفه‌ی پایین می‌نامیم. با قرار دادن ماتریس  $\Psi$  در معادله‌ی

(۶-۴) داریم

$$\begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} P \begin{pmatrix} f \\ c \end{pmatrix} + mc^2 \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ c \end{pmatrix} \quad (8-4)$$

در این صورت داریم

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix} &= (s.P)c + mc^2 f \\ \begin{pmatrix} f \\ c \end{pmatrix} &= (s.P)f - mc^2 c \end{aligned} \quad (9-4)$$

بنابراین با این توجیه دیراک توانست مشکل چگالی احتمال را حل کند و آن را مثبت بدست آورد. اما

برای حل مسئله‌ی انرژی منفی، امروزه انرژی منفی را منتسب به پاد ذرات در نظر می‌گیرند [۲۲].

### ۱-۴-۱ معادله دیراک با پتانسیل‌های اسکالر و برداری و بخش تانسوری

معادله دیراک مستقل از زمان برای ذرات با اسپین ۱/۲ به صورت زیر نوشته می‌شود

$$HY = EY \quad (10-4)$$

همانطور که می‌دانیم پتانسیل تانسوری در معادله دیراک با جایگذاری مقدار

$$\hat{P} \otimes \hat{P} - imwb \cdot \hat{r} U(r)$$

بدست می‌آید. بنابراین ترم جفت شدگی اسپین-مدار به هامیلتونین دیراک اضافه می‌شود.

هامیلتونین دیراک با پتانسیل‌های اسکالر  $S$  و برداری  $V$ ، و یک پتانسیل تانسوری  $U$  به صورت زیر می‌باشد

$$H = \hat{a} \cdot \hat{P} + b(m + S) + V - i b \hat{a} \cdot \hat{r} U \quad (11-4)$$

که  $a$  و  $b$  ماتریس‌های معمولی دیراک می‌باشند. مولفه‌های بالا و پایین دیراک را با  $Y_A$  و  $Y_B$  نمایش

می‌دهیم. ماتریس‌های دیراک بر حسب ماتریس‌های پائولی را می‌توان به صورت زیر نوشت [28,29]

$$\hat{P} \cdot \hat{P} Y_A + (V - S - m) Y_B + i \hat{r} \cdot \hat{r} U(x) Y_A = E Y_B \quad (12-4 \text{ الف})$$

$$\hat{P} \cdot \hat{P} Y_B + (V + S + m) Y_A - i \hat{r} \cdot \hat{r} U(x) Y_B = E Y_A \quad (12-4 \text{ ب})$$

فرض می‌کنیم که  $S$  و  $V$  و  $U$  پتانسیل‌های شعاعی هستند. با استفاده از روابط زیر داریم

$$\hat{P} \cdot \hat{P} = \frac{(\hat{s} \cdot \hat{r})}{r^2} (\hat{s} \cdot \hat{r}) (\hat{s} \cdot \hat{P}) = \frac{(\hat{s} \cdot \hat{r})}{r^2} \left( -i \hat{r} \cdot \hat{r} + i \hat{s} \cdot \hat{L} \right) \quad (13-4)$$

بنابراین با استفاده از معادلات (12-4 الف) و (12-4 ب) می‌توانیم دو دسته جواب برای مولفه‌های بالا و

پایین دیراک بدست آوریم [30,34,43,44]

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{dD}{dr} \right) \frac{1}{r} Y_A + (U^2 + \frac{du}{dr} + \frac{2u}{r} + \frac{(dD/dr)}{(E+m-D)} U) Y_A + (4U + 2 \frac{(dD/dr)}{(E+m-D)}) \left( \frac{S.L}{2} \right) Y_A \\
& - \frac{(dD/dr)}{(E+m-D)} \frac{1}{r} Y_A = (E+m-D)(E-m-S) Y_A \quad (14-4) \\
& \left( \frac{dS}{dr} \right) \frac{1}{r} Y_B + (U^2 - \frac{du}{dr} - \frac{2u}{r} - \frac{(dS/dr)}{(E-m-S)} U) Y_B + (-4U + 2 \frac{(dS/dr)}{(E-m-S)}) \left( \frac{S.L}{2} \right) Y_B \\
& + \frac{(dS/dr)}{(E-m-D)} \frac{1}{r} Y_B = (E+m-D)(E-m-S) Y_B \quad (15-4)
\end{aligned}$$

که پارامترهای  $D$  و  $S$  به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned}
D &= V - S \\
S &= V + S
\end{aligned} \quad (16-4)$$

در این جا  $\dot{S}$  به مقدار  $1/2 \dot{S}$  و  $\dot{L}$  به عملگر اندازه حرکت زاویه‌ای اشاره دارد. می‌دانیم عملگر هامیلتونین در (۱۰-۴) با عملگر اندازه حرکت زاویه‌ای کل  $J$  و عملگر پاریته جابجا می‌شود. بنابراین ویژه مقادارها به صورت زیر بیان می‌شود

$$Y_{njmk} = \begin{cases} c_i \frac{g_{nk}(r)}{r} f_{jmk}^1(\hat{r}) \\ f_{nk}(r) f_{jm(-k)}^0(\hat{r}) \end{cases} \quad (17-4)$$

که  $f_{jmk}^1(\hat{r})$  به هارمونیک‌های اسپینی اشاره دارد. ارتباط عدد کوانتومی  $k$  با  $l$  و  $j$  به صورت زیر می‌باشد

(۱۸-۴ الف)



$$k = \begin{cases} j+1/2 \\ j-1/2 \end{cases} \quad \begin{cases} (1+1) = -(j+1/2) \\ (j+1/2) \end{cases} \quad \begin{cases} j=1+1/2 \\ j=1-1/2 \end{cases} \quad (ب-۱۸-۴)$$

که برای هارمونیک‌های کروی اسپینی داریم

$$\hat{S} \cdot \hat{L} f_{jmk}^1 = f_{jm(-k)}^0 \quad (۱۹-۴)$$

معادلات دیفرانسیل (۱۴-۴) و (۱۵-۴) به معادلات زیر برای  $g_k$  و  $f_k$  کاهش می‌یابد

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} - \frac{k(k+1)}{r^2} + \frac{2k}{r}U - \frac{dU}{dr} - U^2 \right) g_k(r) + \frac{dD/dr}{(E+m-D)} \left( \frac{d}{dr} + \frac{k}{r} - U \right) g_k(r) = - (E+m-D)(E-m-S) g_k(r) \quad (۲۰-۴)$$

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} - \frac{k(k-1)}{r^2} + \frac{2k}{r}U + \frac{dU}{dr} - U^2 \right) f_k(r) + \frac{dS/dr}{(E-m-D)} \left( \frac{d}{dr} - \frac{k}{r} + U \right) f_k(r) = - (E+m-D)(E-m-S) f_k(r) \quad (۲۱-۴)$$

برای حل معادلات بالا نیاز به روابط زیر داریم [11]

$$2\hat{S} \cdot \hat{L} = \hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2 \quad (۲۲-۴)$$

$$\hat{S} \cdot \hat{L} f_{jmk}^1 = - (k+1) f_{jmk}^1$$

$$\hat{S} \cdot \hat{L} f_{jm(-k)}^0 = (k-1) f_{jm(-k)}^0$$

۲-۴ بسط پتانسیل یوکاوا

در بخش شکل کلی پتانسیل یوکاوا را به صورت زیر معرفی کردیم

$$U(x) = - \frac{g}{x} V(x) \quad g f 0 \quad (23-4)$$

که مقدار  $V(x) = e^{-kx}$  است. این پتانسیلی شناخته شده است که در زمینه‌های مختلف فیزیکی برای برهمکنش‌های با برد کوتاه استفاده می‌شود. در انرژی‌های بالا در فیزیک، این پتانسیل برای برهمکنش هادرون‌ها در برد کوتاه در نظر گرفته می‌شود. در بخش اتمی و مولکولی به صورت پتانسیل سد کولنی ارایه می‌شود که منجر به ابری از بار الکتریکی در اطراف ذرات می‌شود. این پتانسیل برهمکنش بین ذرات باردار و پلاسما و ... را توصیف می‌کند.

در دهه‌ی اخیر دانشمندان تحقیقاتی را در زمینه‌ی مقدار و اثرات دامنه‌ی جفت شدگی ضریب پشت یوکاوا انجام داده‌اند. نتیجه‌ی این تحقیقات نشان می‌دهد که این ضریب می‌تواند به فاصله‌ی بین ذرات ( $r$ )، نوع معادله (نسبیتی یا غیر نسبیتی)، جرم ذره‌ی مورد نظر، و حتی به تعداد ذرات تبادلی در برهمکنش بستگی داشته باشد [۲۶ و ۲۷].

هدف ما در این بخش، بدست آوردن فرم جدیدی از پتانسیل یوکاوا می‌باشد. ابتدا با استفاده از بسط ریاضی تیلور داریم

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \frac{1}{2!} \frac{f''(a)}{x^2} (x-a)^2 + \frac{1}{3!} \frac{f'''(a)}{x^3} (x-a)^3 + \frac{1}{4!} \frac{f^{(4)}(a)}{x^4} (x-a)^4 + \dots \quad (24-4)$$

حال می‌توان پتانسیل یوکاوا را در اطراف ابر مزونی‌اش، یعنی نقطه‌ی  $x = a$ ، بسط داد

$$U(x) = -\frac{g}{x} [e^{-ka} - ke^{-ka}(x-a) + \frac{k^2}{2!} e^{-ka}(x-a)^2 - \frac{k^3}{3!} e^{-ka}(x-a)^3 + \frac{k^4}{4!} e^{-ka}(x-a)^4 - \frac{k^5}{5!} ke^{-ka}(x-a)^5 + \frac{k^6}{6!} ke^{-ka}(x-a)^6 - \frac{k^7}{7!} ke^{-ka}(x-a)^7 + \dots] \quad (25-4)$$

این بسط را می‌توان تا بی‌نهایت ادامه داد. در این جا تا توان 7 را در نظر می‌گیریم. برای بدست آوردن

جواب نهایی کافی است عبارت‌ها را به توان رساند و بسط را باز کرد و با دوباره مرتب سازی داریم

$$U(x) = ax^6 - bx^5 + cx^4 - dx^3 + ex^2 - fx + h - \frac{L}{x} \quad (26-4)$$

حال شکل کلی پتانسیل یوکاوا را به این صورت داریم. که در فرمول بالا مقادیرهای  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  و  $e$  و  $f$  و

$h$  و  $L$  را به صورت زیر معرفی می‌کنیم

$$a = \frac{k^7}{7!}$$

$$b = -\left(\frac{7}{7!}k^6 + \frac{7}{7!}k^6\right)$$

$$c = \left(\frac{21}{7!}k^5 + \frac{6}{6!}k^5 + \frac{1}{5!}k^5\right)$$

$$d = -\left(\frac{35}{7!}k^4 + \frac{15}{6!}k^4 + \frac{5}{5!}k^4 + \frac{1}{3!}k^4\right)$$

$$e = \left(\frac{35}{7!}k^3 + \frac{20}{6!}k^3 + \frac{10}{5!}k^3 + \frac{6}{4!}k^3 + \frac{3}{3!}k^3 + \frac{1}{2!}k^3\right)$$

$$f = - \left( \frac{21}{7!}k^2 + \frac{15}{6!}k^2 + \frac{10}{5!}k^2 + \frac{6}{4!}k^2 + \frac{3}{3!}k^2 + \frac{1}{2!}k^2 \right)$$

$$h = \left( \frac{7}{7!}k + \frac{6}{6!}k + \frac{5}{5!}k + \frac{4}{4!}k + \frac{3}{3!}k + \frac{2}{2!}k + k \right)$$

$$L = - \left( \frac{1}{7!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{2!} + 2 \right) \quad (۲۷ - ۴)$$

### ۳-۴ حل معادله دیراک با پتانسیل یوکاوا

در این بخش معادله‌ی نسبیتی دیراک را با پتانسیل برهمکنشی یوکاوا حل می‌کنیم. در نهایت سبکترین هسته‌ی ممکن یعنی دوترون را در نظر می‌گیریم و پارامترهای مورد نظر را برای آن حل می‌کنیم. می‌دانیم که دوترون از دو نوکلئون (نوترون و پروتون) تشکیل شده است. در این جا یک نوکلئون را ثابت فرض کرده و حرکت نوکلئون دیگر را حول مرکز جرم در نظر می‌گیریم. در نتیجه با استفاده از مدل تک ذره‌ی منفرد فقط اثرات تبادل تک پایون را برای تک نوکلئون منفرد بررسی می‌کنیم.

در این قسمت برای ذره‌ای به جرم  $m$  و انرژی  $E$  داریم

$$S = V = \frac{1}{2}S \quad (۲۸ - ۴)$$

$$S(r) = ax^6 - bx^5 + cx^4 - dx^3 + ex^2 - fx + h - \frac{L}{x} \quad (۲۹ - ۴)$$

$$D(r) = 0 \quad (۳۰ - ۴)$$

$$U(r) = - \frac{1}{x} \quad (۳۱ - ۴)$$

بنابراین با برابر گرفتن  $S=V, [23,24,31,32]$  و با شبیه سازی  $k(k+1) = l(l+1)$  برای مولفه بالای

دیراک داریم

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{l(l+1) + 2 + 2k}{x^2} - S(r)(E + m)\right)g_k(x) = (m^2 - E^2)g_k(x) \quad (32-4)$$

از آن جایی که در دوترون هر دو اسپین در یک راستا جهت گیری کرده اند بنابراین

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{l(l+1) + 2 - 2(l+1)}{x^2}\right)g_k(r) = ((a_1x^6 - b_1x^5 + c_1x^4 - d_1x^3 + e_1x^2 - f_1x + h_1 - \frac{L_1}{x}) - e)g_k(r) \quad (33-4)$$

در نتیجه شبیه معادله شرودینگر می باشد [25]

$$g_k = [(a_1x^6 - b_1x^5 + c_1x^4 - d_1x^3 + e_1x^2 - f_1x + h_1 - \frac{L_1}{x}) - e + \frac{l(l-1)}{x^2}] \quad (34-4)$$

که مقادیر زیر را داریم

$$a(E_1 + m) = a_1 \quad b(E_1 + m) = b_1$$

$$c(E_1 + m) = c_1 \quad d(E_1 + m) = d_1$$

$$e(E_1 + m) = e_1 \quad f(E_1 + m) = f_1$$

$$h(E_1 + m) = h_1 \quad L(E_1 + m) = L_1$$

$$(E_1^2 - m^2) = e$$

(35-4)

اما حل چنین معادله‌ای با پتانسیل دارای توان‌های بزرگ و عکس توان کمی دشوار است. بنابراین، از روش آنزاس<sup>1</sup> برای حل این معادله استفاده می‌کنیم. در این روش نیاز به یک تابع پیشنهادی متناسب با نوع پتانسیل انتخابی داریم. بنابراین برای تابع موج داریم

$$j_1(x) = M(x)e^{Z(x)} \quad (36-4)$$

که  $M(x)$  به صورت زیر تعریف می‌شود

$$M(x) = \begin{cases} 1 & \text{if ground state} \\ \prod_{i=1}^n (x - a_i^n) & \text{if } n \neq 0 \end{cases} \quad (37-4)$$

ما در این جا سیستم را در حالت پایه در نظر می‌گیریم.  $Z(x)$  همان تابع پیشنهادی مورد نظر است که به صورت زیر اختیار می‌شود [33,35]

$$Z_1(x) = -\frac{1}{4}ax^4 - \frac{1}{3}bx^3 - \frac{1}{2}hx^2 - tx + d \ln x \quad (38-4)$$

با جایگذاری مقادیرهای  $M(x)$  و  $Z(x)$  در معادله‌ی (36-4) و گرفتن مشتق دوم از  $\phi$  داریم

$$j_2 \phi = [Z_2 \phi + Z_1^2 \phi + \frac{M_2 \phi + 2M_1 Z_1 \phi}{M}] \quad (39-4)$$

با برابر قرار دادن دو طرف معادله (34-4) و (39-4) داریم

---

<sup>1</sup> Ansatz

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{a_1} & b &= \frac{-b_1}{2\sqrt{a_1}} \\
 h &= \frac{c_1 - b^2}{2a} & t &= \frac{-d_1 - 2bh}{2a} \\
 d &= 1 - 1 & e &= h(1 - 2d) - t^2 - h_1
 \end{aligned}
 \tag{۴۰-۴}$$

مولفه‌ی بالای تابع موج به صورت زیر است

$$g_1(x) = N_0 x^{l-1} \exp\left(-\frac{1}{4}ax^4 - \frac{1}{3}bx^3 - \frac{1}{2}hx^2 - tx\right) \tag{۴۱-۴}$$

برای مولفه پایین تابع موج داریم

$$f_1(x) = \frac{(\hat{s} \cdot \hat{P} + i \hat{s} \cdot \hat{f} U)}{(E + m)} g_1(x) \tag{۴۲-۴}$$

با جایگذاری داریم

$$f_1(x) = \frac{-i \hat{s} \cdot \hat{x}}{(E + m)} \left[ \frac{d}{dx} - i \hat{s} \cdot \hat{L} - U \right] N_0 x^{l-1} \exp\left(-\frac{1}{4}ax^4 - \frac{1}{3}bx^3 - \frac{1}{2}hx^2 - tx\right) \tag{۴۳-۴}$$

در نتیجه تابع موج نهایی برابر است با

$$Y = N_0 \frac{1}{(E + m)} \left[ a x^3 + b x^2 + h x + t + \frac{1}{x} \right] \exp\left(-\frac{1}{4}ax^4 - \frac{1}{3}bx^3 - \frac{1}{2}hx^2 - tx\right) \tag{۴۴-۴}$$

اما برای بدست آوردن پارامترهای مورد نظر کفایت مقادیرهای  $a, b, c, d, e, f, h$  و  $L$  را با توجه

به فرمول‌های (۴-۲۷) بر حسب یک متغیر مانند  $a$  بنویسیم

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{14}{k} a & c &= \frac{105}{k^2} a \\
 d &= \frac{440}{k^3} a & e &= \frac{2555}{k^4} a \\
 f &= \frac{6846}{k^5} a & h &= \frac{8659}{k^6} a
 \end{aligned}
 \tag{۴۵-۴}$$

مقدار عددی  $k = 1/r = 0.714 \text{ (fm}^{-1}\text{)}$  می‌باشد. می‌توان با استفاده از فرمول‌های (۴-۴۰) نیز

پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\eta$  و  $\tau$  را برحسب متغیر  $a$  بنویسیم

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{a_1} \\
 b &= -9.8\sqrt{a_1} \\
 h &= 83.08\sqrt{a_1} \\
 t &= -80.6\sqrt{a_1}
 \end{aligned}
 \tag{۴۶-۴}$$

همانطور که می‌دانیم انرژی بستگی دوترون برابر  $2.224 \text{ MeV}$  می‌باشد که برای بدست آوردن

پارامترهای مورد نظر می‌توان از آن استفاده کرد. با استفاده از فرمول داریم [12]

$$e = E^2 - m^2 = h(1 - 2d) - t^2 - h_1
 \tag{۴۷-۴}$$

با جایگذاری مقادیر مربوطه و در نظر گرفتن  $l = 1$  داریم



$a_1$	a	b	h	t	E(MeV)
3.06131	1.74965	- 17.146628	145.361420	-141.02227	2.89658
3.06134	1.74967	- 17.146785	145.362749	-141.02356	2.49699
3.06135	1.74967	- 17.146805	145.362915	-141.02372	2.34861
3.06136	1.74967	- 17.146815	145.362999	-141.02380	2.19020
3.06380	1.74967	- 17.147648	145.370068	-141.02340	1.83278

مقدار ضرایب آنزاست: بهترین مقدار که با مقدار تجربی انرژی بستگی دوترون تطبیق دارد در جدول مشاهده می‌شود

با توجه به جدول بالا بهترین مقدار  $a_1 = 3.06136$  می‌باشد. ضرایب یوکاوا نیز به صورت زیر بدست می‌آید

a	b	c	d	e	f	h
0.21961	4.30589	45.24045	265.53556	2159.7519	8109.2235	14362.5603

در این جدول ضرایب پتانسیل یوکاوا مشاهده می‌شود

## ۴-۴ پتانسیل‌های فوق ریز(اختلالی)

### ۴-۴-۱ پتانسیل ناشی از اثر اسپین - اسپین

از آنجایی که باریون‌ها دارای اسپین هستند برای بررسی دقیق‌تر برهمکنش بین آن‌ها باید اثر ایزواسپین باریون‌ها در نظر گرفته شود.

همان‌طور که می‌دانیم، نیروی بین نوکلئون‌ها نیروی هسته‌ای است که مستقل از بار نوکلئون می‌باشد. این نیروی هسته‌ای دارای برد کوتاهی در ابعاد fm می‌باشد که در فواصل دور به شدت دافعه می‌شود و مانع نزدیکی و درهم‌رفتگی بیش از حد ابرهای نوکلئونی می‌شود. در فواصل دور این نیرو به سمت صفر میل می‌کند با این شرایط می‌توان پتانسیل زیر را برای سیستم پیشنهاد داد.  $x$  فاصله‌ی بین نوکلئون می‌باشد.

$$V = - V_0 \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2}\right) \quad (۴۸-۴)$$

$$F = - \frac{\nabla V}{\nabla x} = - 2x \frac{V_0}{x_0^2} \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2}\right) \quad (۴۹-۴)$$

نوکلئون‌ها دارای اسپین هستند و با یکدیگر برهمکنش دارند. بنابراین برهمکنش اسپینی آن‌ها به صورت  $\hat{S}_i \cdot \hat{S}_j$  خواهد بود. که در آن‌ها  $i$  نوکلئون  $i$  ام و  $j$  نوکلئون  $j$  ام می‌باشد. بنابر آنچه گفته شد پتانسیل اسپین - اسپین را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۳۶]

$$H_s = A_s \frac{1}{(\sqrt{\rho} s_s)^3} e^{-x^2/s_s^2} \sigma \cdot (\hat{S}_i \cdot \hat{S}_j) \quad (۵۰-۴)$$

که در آن‌ها  $A_s$  و  $\sigma_s$  دارای مقادیر ثابت هستند [۳۷ و ۳۸ و ۳۹]

$$s_s = 2.87 \text{ fm} \quad A_s = 67.4 \text{ fm}^2 \quad (51-4)$$

حال برهمکنش اسپین - اسپین را محاسبه می‌کنیم. از آن جایی که دوترون از دو نوکلئون ( یک پروتون و یک نوترون ) تشکیل شده است، باید برهمکنش این دو را نسبت به یکدیگر در نظر گرفت

$$S = S_i + S_j \quad S^2 = S_i^2 + S_j^2 + 2\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

$$\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = \frac{1}{2}(S^2 - S_i^2 - S_j^2)$$

$$\circ \quad \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \quad (52-4)$$

$$\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = \frac{1}{2}(S^2 - S_1^2 - S_2^2)$$

که 1 و 2 به ترتیب نوکلئون‌های اول و دوم می‌باشند.

$$H_s = A_s \frac{1}{(\sqrt{p} s_s)^3} e^{-x^2/s_s^2} \left(\frac{1}{2}\right) [S^2 - S_1^2 - S_2^2] \quad (53-4)$$

## ۴-۴-۲ پتانسیل ناشی از اثر ایزواسپین - ایزو اسپین

همان طور که می‌دانیم برای نوکلئون‌ها ایزواسپین در نظر می‌گیریم، بنابراین، پتانسیل برهمکنشی به

صورت  $\vec{I}_i \cdot \vec{I}_j$  بیان می‌شود

$$V = V_0 f\left(\frac{x^2}{x_0^2}, \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j, \vec{I}_i \cdot \vec{I}_j\right) \quad (54-4)$$

در نتیجه پتانسیل ایزواسپین - ایزواسپین مانند زیر است [۴۰]

$$H_I = A_s \frac{1}{(\sqrt{ps_I})^3} e^{-x^2/s_I^2} \bullet (\vec{I}_i \cdot \vec{I}_j) \quad (55-4)$$

که مقادیر ثابت به صورت زیر است

$$s_I = 3.45 \text{ fm} \quad A_I = 51.7 \text{ fm}^2 \quad (56-4)$$

جمع ایزواسپینی نیز مانند اسپینی می‌باشد [39 و 38 و 37]

$$I = I_i + I_j \quad I^2 = I_i^2 + I_j^2 + 2\vec{I}_i \cdot \vec{I}_j$$

$$\vec{I}_i \cdot \vec{I}_j = \frac{1}{2}(I^2 - I_i^2 - I_j^2)$$

$$\bullet \vec{I}_i \cdot \vec{I}_j = \vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2$$

$$\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2 = \frac{1}{2}(I^2 - I_1^2 - I_2^2) \quad (57-4)$$

در نتیجه برای دوترون داریم

$$H_I = A_s \frac{1}{(\sqrt{ps_I})^3} e^{-x^2/s_I^2} \left(\frac{1}{2}\right)[I^2 - I_1^2 - I_2^2] \quad (58-4)$$

که عدد 1 نوکلئون اول و عدد 2 نوکلئون دوم را نشان می‌دهد.

### ۳-۴-۴ پتانسیل ناشی از اثر اسپین - ایزواسپین

از ترکیب پتانسیل‌های برهمکنشی اسپین - اسپین و ایزواسپین - ایزواسپین، پتانسیل جدیدی را می‌توان بدست آورد که پتانسیل برهمکنشی اسپین - ایزواسپین نامیده می‌شود و به صورت زیر معرفی می‌شود [۴۰ و ۴۱]

$$H_{sI} = A_{sI} \frac{1}{(\sqrt{\rho} s_{sI})^3} e^{-x^2/s_{sI}^2} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j (\mathbf{I}_i \cdot \mathbf{I}_j) \quad (۵۹-۴)$$

که مقدارهای ثابت آن به صورت زیر است [۳۷ و ۳۸ و ۳۹]

$$s_{sI} = 2.31 \text{ fm} \quad A_{sI} = -106.2 \text{ fm}^2 \quad (۶۰-۴)$$

برای سیستم دو نوکلئونی برهمکنش به صورت زیر تعریف می‌شود

$$H_{sI} = A_{sI} \frac{1}{(\sqrt{\rho} s_{sI})^3} e^{-x^2/s_{sI}^2} [(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2)(\mathbf{I}_1 \cdot \mathbf{I}_2)] \quad (۶۱-۴)$$

### ۴-۴-۴ پتانسیل‌های فوق ریز

با توجه به پتانسیل معرفی شده یوکاوا و پتانسیل‌های برهمکنشی فوق ریز که در بالا معرفی شد  $\langle H_{ni} \rangle$  را به عنوان اختلال در نظر می‌گیریم [۴۱ و ۴۲]

$$\langle H_{in} \rangle = \frac{\int Y_{ng}^* H_{in} Y_{ng} x^2 dx dW}{\int Y_{ng}^* Y_{ng} x^2 dx dW} \quad (۶۲-۴)$$

$$\langle H_{in} \rangle = \langle H_s \rangle + \langle H_I \rangle + \langle H_{sI} \rangle \quad (۴-۶۳)$$

انتگرال‌های بالا را می‌توان به روش عددی محاسبه کرد. در این صورت داریم

$$H_s = 0.10059 \text{ (MeV)}$$

$$H_I = 0.04782 \text{ (MeV)}$$

$$H_{sI} = - 0.50053 \text{ (MeV)}$$

حال مقدار جرم دوترون را بدست می‌آوریم

$$M_D = m_n + m_p + E_{ng} + \langle H_{in} \rangle \quad (۴-۶۴)$$

با استفاده از مقدار انرژی بستگی که بدست آوردیم و با دانستن جرم دوترون

$$m = 938 \text{ (MeV)} = 4.65 \text{ (fm}^{-1}) \text{ و } M = 1875.612 \text{ (MeV)} = 9.29 \text{ (fm}^{-1})$$

دوترون برابر است با

$$M_D = 1877.83808 \text{ (MeV} / c^2)$$

با بدست آوردن این جرم تئوری متوجه مطابقت خوب آن با جرم تجربی می‌شویم. بنابراین مقادیر بدست

آمده برای ضرایب پتانسیل دقت خوبی دارد.

## نتیجه‌گیری

همان‌طور که می‌دانیم مقالات متفاوتی برای حل پتانسیل یوکاوا در حد نسبیتی و غیرنسبیتی ارائه شده است، که در اکثر آن‌ها روش‌های تقریبی را به کار برده‌اند. در این بخش ما با استفاده از بسط پتانسیل یوکاوا تا چند جمله معادله‌ی نسبیتی را برای سبکترین هسته حل کنیم. به دلیل دارا بودن اسپین و ایزواسپین در نوکلئون‌ها و تاثیر آن‌ها بر روی پتانسیل، ما این سه برهمکنش فوق ریز را بدست آورده و مقدار دقیق پتانسیل را که مجموع پتانسیل یوکاوا و سه پتانسیل اختلالی بالا می‌باشد را بدست آوردیم.

می‌توان این روش را با حل معادله‌ی غیرنسبیتی برای هسته‌های سبک با  $A$  فرد نیز انجام داد و حتی مقدار  $g$  را که عوامل متعددی بستگی دارد بدست آورد.

- [1] K. S, Krane.,( 1988 ),”**Introductory Nuclear Physics**”,Vol. 4 , Abokazemi M. E., Rahbar M., 4, university central publishing, pp 63- 167 .
- [2] W. N. Cottingham., D. N. Greenwood.,( 1385), ”**An Introduction to nuclear physics**”, Vol. 1, Rahimi M. F., Ferdowsi University of Mashhad press, Mashhad, pp 2- 28 .
- [3] H. Terezawa,( 1984) “**High-Energy physics**”, XXII International conference, Vol. 1, p 63 .
- [4] M. Gaillard,( 1981) “**Elementary particles Dynamics**”, p 75 .
- [5] S. Weinberg,( 1967 ) “**A Model of Leptons**”, phys. Rev. Lett. Vol 19 . 12- 64 .
- [6] B. J. Bjorken, S. L. Glashow, ( 1964) “**Elementary particles and SU(4)**”, phys. Lett. Vol. 11, pp 255- 257 .
- [7] S. L. Glashow.,( 1975) ”**Quarks with color and Flavor**”. Particles and forces: at the heart of matter: readings from Scientific American magazine, New York.
- [8] A.D. Martin, F. Halzen,( 1980) ”**Quarks and Leptons: An Introduction course in modern particle physics**”, Inc. 396, John Wiley & sons.
- [9] M. Monley, ( 2005 ), “**Status of Baryons spectroscopy**”. Journal of Physics: conference Series 5: 230- 237
- [10] R. K. Bhaduri (1975), “**Structure of the Nucleus**”, Vol. 1, Addison-Wesley Publishing company, Inc. pp 17- 181
- [11] H. Akcay, (2009), “**Dirac equation with scalar and vector quadratic potentials and coulomb-like tensor potential**”, physics letter A, 373, 616- 620



- [12] S. M. Wong,( 1998),"**Introductory Nuclear Physics**", Vol. 1,Prentice Hall International edition,,USA, pp 25- 91
- [13] W. E. Burchman, M. Jobes,( 1995)."**Nuclear and Particle physics**",Vol. 2 ,Longman publishing.
- [14] M. S. Sozzi,( 2008 ),"**CP-Symmetry**",Discard symmetries and CP Violation:from Exprimental to Theory",Vol. 1,oxford university press,pp 88- 120
- [15] B. L. Cohen,( 1971),"**Concepts of Nuclear Physics**",Vol. 2 ,Modares M.,Masomi R., 1 ,university central publishing,Tehran,pp 39- 85
- [16] فراشباشی مسجد ح،(1387)،"فیزیک هسته‌ای"، جلد دوم، چاپ اول، انتشارات ترانه، مشهد، ص 49-11
- [17] W. E. Meyerhof,( 1959),"**Elements of Nuclear Physics**",Vol. 1,Rahimi M. F., 5 ,aferdowsi university Press, Mashhad, pp 15- 98
- [18] M. Garcon, J. W. Van orden,( 2001),"**The Deutron:Structure and form factor**",arXiv:nucl-th/0102049
- [19] G. E. Brown, a. D. Jackson,( 1979)."**The Nucleon-nucleon Interaction**",North-Holland publishing,amsterdam,ISBN 7204- 9335- 9
- [20] R. Machleidt, I. Slaus,( 2001)"**The Nucleon-Nocleon Interaction**",J.Phys.G 27 . R 699
- [21] J. H, Bartlett,( 1936),"**Exchange Forces and the structure of the Nucleus**".Phys.Rev. 49,102
- [22] A. D. Alhaidari,( 2005 )."**New Solutions of the Dirac equation**".arXiv.part H,pp1-16 (A.D/1425.A.H)
- [23] R. K. Su, Ma zhang-Qi,( 1986)"confinement **properties for the Dirac equation with scalar and vector-like potential**".J.Phys.A:Math.Gen19

- [24] Alhaidari A. D., Bahlouli H., Al-hassan A., (2006) "**Dirac and Klein-Gordon equations with equal scalar and vector potentials**". [www.arXiv.org](http://www.arXiv.org), 31261
- [25] C. Y. Chen, (2005), "**Exact solution of the Dirac equation with scalar and vector Hartman potential**", *Phys letter A*, 339- 283- 287
- [26] E. Z. Liverts, Mandelzweig, (2009), "**Analytical computation of amplification of coupling in relativistic equation with Yukawa potential**", *Annals of Phys*, 324, 388- 407
- [27] S. De Leo, P. Rotelli, (2004), "**Amplification of Coupling for Yukawa potentials**", *arxiv*. 040112672
- [28] M. R. Shojaei, A. A. Rajabi, (2007), "**Hypercentral constituent Quark model and Hyperfine dependence Potential**", *Iranian Journal of Physics Reserch*, Vol. 7, No. 2
- [29] A. A. Rajabi, (2005), "**A three-body force model for the harmonic and anharmonic oscillator**" *Iranian Journal of Physics Reserch*, Vol. 7, No 2
- [30] M. Hamzavi, A. A. Rajabi, H. Hassanabadi, (2010) "**Exact pseudospin symmetry solution of the Dirac equation for spatially-dependent mass coulomb potential including a coulomb-like tensor interaction via asymptotic iteration method**", *physics letter A*, 374, 4303- 4307
- [31] A. A. Rajabi, (2005), "**Hypercentral Constituent Quark Model and Isospin for the Baryon Static Properties**", *Journal of Sciences, Islamic Republic of Iran* 16(1): 73- 79
- [32] H. Hassnabadi, A. A. Rajabi, (2007), "**Relativistic versus nonrelativistic solution of the N-fermion problem in a hyperradius-confining potential**", *Few body syst* 41: 201- 210
- [33] A. A. Rajabi, (2007), "**A Method to Solve the Schrodinger Equation for Any Power Hypercentral Potentials**", *Theor. Phys. (Beijing, China)* 48 , pp. 151- 158

[34] S. Zarrinkamar, A. A. Rajabi, H. Hassanabadi, (2010), "**Dirac equation for harmonic and vector potentials and linear plus coulomb-like tensor potential; the SUSY approach**" Annals of physics, 325, 2522- 2528

[35] A. A. Rajabi, (2006), "**Bound States for Hypercentral Singular and Exponential Potentials**", Theor.Phys. (Beijing,China) 45 ,pp. 669- 674

[36] L. Ya. Glozman, W. Plessas, K. Varga and R. F. Wagenbrunn, (1998) "**Unified description of light – and Strange – baryon spectra**", Phys. Rev D, Vol 58.

[37] R. M. Fabre De la,(1989) "**A Confining Potential for quarks**", Nuclear physics A,Vol 497, pp 595- 602

[38] M. De sanctis, M. M. Giannini and E. Santopinto and A. Vassallo ,(2004) "**Electromagnetic form factors in the hypercentral CQM**", Eur. Phys. **J.A**,Vol. 19 . pp 81- 85

[39] رجبی ع، صالحی ن،(1387)، "حالات مزون‌ها و وابستگی آن‌ها به اسپین و ایزواسپین"، مجله پژوهش فیزیک

ایران، جلد 8، شماره 3

[40] L.Ya .Glozman, D. O. Riska, (1996) "**The Spectrum of the nucleons and the strange hyperons and chiral dynamics**", Vol. 268, pp 263- 303.

[41] M. M. Giannini, E. Santopinto, A. Vassalo, (2003) "**An Overview of the Hypercentral Constituent Quark Model**", Progress in particle and Nuclear physics, Vol 50,pp 263- 270.

[42] H. Hassanabadi, A. A. Rajabi, (2007) "**Spectrum of Baryons and Spin – Isospin Dependence**", Modern physics lett A. Vol 23, No 1

[43] M. Eshghi ,(2011) "**Dirac-Hua problem including a coulomb-like Tensor interaction**", Adv. StudiesTheor.phys., Vol 5, no 12, 559- 571

[44] S. M. Ikhdaïr, R. Sever (2010), “ **Approximate bound state solutions of Dirac equation with Hulthen potential including coulomb-like tensor potential**”, [www.arXiv.org](http://www.arXiv.org) : 1001, 4327v2

## **Abstract :**

In this dissertation, we are going to solve Yukawa potential in fresh approaches with Dirac relativistic equation. As we know, recent Years, some studies have been done in field of Yukawa potential with Schrodinger irrelativistic equation. We expand in it own mesonic clouds by using Teylor extension to the power of seventh.

After word we bring out its own simple from. We use ansatz method to solve Dirac equation with this potential with great powers and inverse exponent. In this section we anticipate the answer and then obtain the parameters for Deutron. Finally we count the effects of the Hypercentral potential. We also able to number mass of Deutron by using obtained parameters and equation is in conformity with experimental measure.

## **Key words :**

Yukawa potential, spin, isospin, Dirac equation, nucleon, Deuteron, Ansatz,  
Hypercentral potential



Shahrood University of Technology

Faculty of physics

# **Study of The Relation Between Isospin With A Nucleon In Terms of Scalar And Vector Potential And Tensor Part**

By:

**Mona azizi**

Supervisor:

**Prof. A. A. Rajabi**

September 2011

