

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک

گروه علوم پایه

عنوان پایان نامه ارشد:

محاسبه جرم کوارک‌های تشکیل دهنده هادرون‌ها

دانشجو :

لیوزا جامی الاحمدی

استاد راهنما :

پروفسور علی اکبر رجبی

اسفند ۱۳۸۹

تقدیم بہ:

پدر راہنما و مشوقم و مادر عزیزم کہ محبت و ودعا ہایشان باعث دلگرمی ام و راہنماییشان روشن کنندہ راہم

است. و ہمسر مہربانم.

شکر و قدردانی:

حمد و سپاس خدای را که توفیق کسب دانش و معرفت را به ما عطا فرمود. در اینجا بر خود و وظیفه می دانم از زحمات بی دریغ استاد گرامی و بزرگوارم

جناب آقای پرفور علی اکبر رجبی که راهنمایی اینجانب را در انجام تحقیق، پژوهش و نگارش این پایان نامه تسهیل نموده اند نهایت شکر و سپاسگذاری را

داشته باشم.

در پایان از زحمات جناب آقای حمزوی که برادرانه من را در آماده سازی این رساله کمک کرده اند و زحمات پدر و مادر و خانواده عزیزم بسیار سپاسگذارم.

چکیده:

در این پایان نامه روشی برای ساختن پایه پتانسیل و محاسبه پتانسیل کرنل ارائه خواهد شد. روش وردشی کمک می‌کند که با استفاده از پتانسیل کرنل جرم کوارک بدست آورده شود. این روش ریاضی حرکت سیستمی را توصیف می‌کند که اساسش روی نیروهای سه جسمی یکسان است. یک حل کامل برای معادله‌ی شرودینگر شعاعی سیستم سه جسمی در فضای سه بعدی بدست آورده می‌شود. فرض شده است پتانسیل بر هم کنشی v به ابر شعاع x بستگی دارد. جایی که X تابعی از مختصات نسبی ژاکوبی ρ و λ ، تابعی از ذرات یکسان وابسته به موقعیت‌های \vec{r}_{12} و \vec{r}_{23} و \vec{r}_{31} هستند. اثر پتانسیل‌های فوق ریز محاسبه می‌شود و در انتها جرم کوارک‌های u و s و b و c بدست آورده می‌شود. جرم کوارک u بدست آمده تقریباً یک سوم جرم نوکلئون است و این بیانگر این است که پتانسیل کرنل عاملی است که کوارک‌ها را سر جای خودشان پایدار نگه داشته و اجازه‌ی حرکت به کوارک‌ها را نمی‌دهد.

واژگان کلیدی:

هادرون - کوارک - باریون - فوق مرکزی - پتانسیل نگهدارنده - پتانسیل رنگ - روش وردشی.

مقالات مستخرج از پایان نامه:

۱- کنفرانس سالانه فیزیک در همدان "اثر اندرکنش پتانسیل های فوق ریز بر گشتاور مغناطیسی بر

باریون ها(پروتون، نوترون، سیگما....) و محاسبه جرم آنها در پتانسیل کرنل."

2- advances in applied physics and material science congress ANTALYA-TURKEY

"calculating of mass of quark in cornell potential using variational approach"

۱	فصل اول: کوارک ها و ساختار واقعی نوکلئون ها
۲	۱-۱ تاریخچه کوارک ها
۴	۲-۱ مدل استاندارد
۵	۳-۱ نامگذاری کوارک ها
۶	۳-۱-۱ هادرون ها
۸	۳-۱-۲ باریون ها، لپتون ها
۱۰	۴-۱ قوانین پایستگی
۱۰	۴-۱-۱ پایستگی عدد باریونی
۱۱	۴-۱-۲ پایستگی عدد لپتونی
۱۱	۵-۱ میدان نیروهای رنگی-کوارک گلوئون
۱۲	۵-۱-۱ حبس کوارکی
۱۳	۶-۱ واپاشی کوارک ها
۱۵	۶-۱-۱ واکنش های مختلف واپاشی ذرات
۱۷	فصل دوم: تقارن ها و گروه ها
۱۸	۱-۲ تقارن ها و قوانین بقاء
۱۹	۱-۲-۱ تقارن در مکانیک کوانتومی
۲۲	۱-۲-۲ تقارن بار در نیروی هسته ای قوی
۲۴	۲-۲ اسپین
۲۶	۲-۲-۱ ایزواسپین
۲۸	۳-۲ ذرات شگفت
۲۹	۴-۲ راه هشتگانه
۳۱	۴-۲-۱ مدل کوارکی
۳۶	۴-۲-۲ موفقیت ها و شکست های مدل کوارکی
۳۷	۵-۲ گروه های تقارنی
۳۹	۵-۲-۱ گروه $U(2)$
۴۰	۵-۲-۲ گروه های تقارنی $SU(2)$
۴۴	۵-۲-۳ گروه تقارنی $SU(3)$

۵۰	فصل سوم: مختصات فوق کروی و روش وردشی
۵۱	مقدمه
۵۱	۱-۳ مختصات فوق کروي
۵۷	۲-۳ پتانسیل میان کوارک ها در باریون ها
۵۸	۲-۳-۱ معرفی پتانسیل کرنل
۵۹	۳-۳ روش وردشی
۶۳	فصل چهارم: محاسبه جرم کوارک
۶۴	مقدمه
۶۴	۱-۴ پتانسیل ناشی از اثر اسپین- اسپین
۶۶	۲-۴ پتانسیل ناشی از اثر ایزواسپین- ایزواسپین و اسپین- ایزواسپین
۶۷	۳-۴ اثر پتانسیل اختلالی
۷۳	۴-۴ نتیجه
۷۴	پیوست
۷۸	منابع
۸۱	Abstract

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱) نیروی بین یک کوارک از یک پروتون به کوارک دیگری از پروتون دیگر. ۱۲
- شکل (۱-۲) جفت هسته‌های آینه‌ای ۲۲
- شکل (۲-۲) انرژی حالت‌های برانگیخته دو هسته آینه‌ای ۲۴
- شکل (۳-۲) هشت‌تایی باریون ۲۹
- شکل (۴-۲) هشت‌تایی مزون ۳۰
- شکل (۵-۲) ده‌گانه باریون ۳۱
- شکل (۶-۲) راه هشت‌گانه مثلثی کوارک‌ها ۳۲
- شکل (۷-۲) راه هشت‌گانه مثلثی پادکوارک‌ها ۳۲
- شکل (۱-۳) : نمودار برهمکنش سیستم سه جسمی ۵۴

لیست جداول

- جدول (۱-۲) ایزواسپین و مؤلفه سوم ایزواسپین ذرات ۲۷
- جدول (۲-۲) ده تایی باریون ۳۳
- جدول (۳-۲) نه تایی مزون ۳۴
- جدول (۴-۲) مهمترین گروه ها در فیزیک ذرات بنیادی ۳۹
- جدول (۵-۲) ابر بار ذرات ۴۳
- جدول (۶-۲) نسل کوارک ها و پادکوارک ها ۴۴
- جدول (۷-۲) ساختار گروه $SU(3)$ کوارک ها ۴۷
- جدول (۱-۴) جرم کوارک های تشکیل دهنده هادرون ها ۶۹
- جدول (۲-۴) جرم باریون های مختلف ۷۰
- جدول (۳-۴) جرم کوارک ها ۷۰
- جدول (۴-۴) جرم های باریون عجیب ۷۱
- جدول (۵-۴) جرم های باریون charm (جرم ها بر حسب Gev) ۷۱
- جدول (۶-۴) جرم های باریون bottom (جرم ها بر حسب Gev) ۷۲
- جدول (۷-۴) جرم های باریون charm و bottom (جرم ها بر حسب Gev) ۷۲



فصل اول: کوارک‌ها و ساختار واقعی نوکلئون‌ها

۱-۱ تاریخچه کوارک‌ها

در سال ۱۹۳۰ فهم ساختار از ماده، کامل به نظر می‌رسید. ده سال قبل، رادرفورد نشان داده بود که اتم‌ها هسته‌های کوچک ولی سنگینی دارند. تئوری کوانتومی مدارهای الکترون و طیف اتمی را به خوبی توضیح می‌داد. با کشف نوترون دلیل وجود ایزوتوپ‌های هسته‌ای معلوم شد. لذا الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها ساختارهای اصلی ماده را تشکیل می‌دادند. برای مطالعه هسته و برهم‌کنش نوترون‌ها و پروتون‌های تشکیل دهنده آن، فیزیکدان‌ها به وسیله‌ای که بتواند به داخل این هسته‌های کوچک نفوذ کند احتیاج داشتند. شتابدهنده‌ها به آن‌ها کمک می‌کرد تا آزمایش‌هایی شبیه آزمایش رادرفورد که ساختار اتم را مشخص می‌کرد را در مورد هسته انجام دهند.

شتابدهنده وسیله‌ای است که به فیزیکدان‌ها اجازه می‌دهد از طریق تولید ذرات با اندازه حرکت بالا (لذا طول موج کوچک) ساختارهای خیلی کوچک را تجزیه و تحلیل کنند، طول موج (λ) موج وابسته به ذره نسبت عکس با اندازه حرکت p دارد $\lambda = \frac{h}{p}$ که در آن h ثابت پلانک است.

فیزیکدان‌های تجربی ذرات، ذرات با انرژی بالا را در شتابدهنده‌ها تولید و برخورد آن‌ها را بررسی می‌کنند. در آزمایش‌های جدید، آشکارسازهای چند لایه‌ای بزرگ نقطه‌ای برخورد را احاطه کرده‌اند طوری که هر لایه از آشکارساز در مشخص کردن هر یک از ذرات مختلفی که ممکن است در یک برخورد تولید شود نقش جداگانه‌ای دارند. نتایجی که از آزمایش‌های با شتابدهنده‌ها بدست آمد تعجب فیزیکدان‌ها را برانگیخت. این آزمایش‌ها نشان می‌دهند دنیای ذرات خیلی بزرگ است. در اواخر قرن بیستم دانشمندان درباره ساختمان پنهانی ذرات بنیادی به یک مطالعه سیستماتیک و مداوم پرداختند. این مطالعه ابتدا از نوکلئون‌ها (اجزای هسته) یعنی پروتون‌ها و نوترون‌ها شروع شد. عموماً در فیزیک هسته‌ای این کار می‌توانست در دو خط اصلی ادامه یابد.

¹ Quark

(۱) بررسی پدیده‌های شامل کوارک‌ها و فیزیک هسته‌ای

کوشش برای شکستن یا خرد کردن یک ذره بنیادی در صورت امکان و تبدیل آن به اجزاء تشکیل دهنده‌اش، اگر اجزاء تشکیل دهنده‌ای داشته باشد. برای این منظور ذرات مشابه دیگر را با سرعت‌های حتی‌المقدور نزدیک به سرعت نور شتاب داده و این گلوله‌های شتاب‌دار را به ذرات بنیادی موجود در اتم‌های دیگر برخورد می‌دهند. برای مثال برای بمباران هیدروژن یونیزه شده (یعنی پروتون) از پروتون‌های شتاب‌دار یا برای بمباران پروتون و ذرات آلفا از پروتون و ذرات آلفای دیگر استفاده می‌کنند.

انرژی لازم برای این عمل فقط می‌تواند به کمک شتابدهنده‌های قوی ذرات باردار فراهم شود. تولید ذرات باردار شتاب‌دار برای دسترسی به انرژی‌های دهها میلیون و بالاخره دهها هزار میلیون الکترون ولت یک کار بزرگ تلقی می‌شد.

(۲) بررسی ساختمان کوارک‌ها

این روش بر اساس پدیده آشنای نوری می‌باشد. هر چه ماده مورد مشاهده کوچکتر باشد طول موج تابیده شده به این ماده بایستی کوتاه‌تر گردد. اگر طول موج نور از طول موج جسم بزرگ‌تر باشد موج به آسانی از اطراف جسم عبور کرده و چیزی دیده نمی‌شود و اگر از طول جسم کوچکتر باشد، موج منعکس شده (بازتاب نور) و جسم روشن شده و قابل رؤیت می‌گردد.

دوبروی [۱] کشف کرد که هر چه ذرات سریع‌تر حرکت کنند خواص موجی بیشتری از خود نشان می‌دهد. پس از این کشف تهیه نوعی میکروسکوپ الکترونی ممکن گردید که در آن‌ها الکترون با انرژی ۱۰۰ کیلوولت شتاب داده می‌شد. مطابق نظریه دوبروی هر چه ذره سنگین‌تر بوده و سریع‌تر حرکت کند، طول موج معادل آن کوتاه‌تر خواهد بود. این مطلب نشان می‌دهد اگر الکترونی تا انرژی چند صد الکترون ولت شتاب داده شود طول موجش آنقدر کوچک می‌شود که متناسب با اندازه ذرات هسته‌ای شده و می‌تواند برای بررسی ساختمان هسته‌ای اتمی بکار رود.

۱-۲ مدل استاندارد

مدل استاندارد شرح می‌دهد جهان از چه ساخته شده است و چه چیزی سبب نگه داشتن آن می‌شود. این مدل یک تئوری جامع و ساده است که صدها ذره و برهم‌کنش‌های پیچیده بین آن‌ها را فقط با ذرات زیر توضیح می‌دهد: شش کوارک [۲]، شش لپتون، معروفترین لپتون، الکترون است.

همه ذرات مادی شناخته شده ترکیب‌هایی از کوارک‌ها و لپتون‌ها هستند که بوسیله‌ی مبادله‌ی ذرات حامل نیرو برهم‌کنش می‌کنند. آزمایش‌هایی در زمینه‌ی هسته‌ای، اتمی، اشعه‌های کیهانی و فیزیک انرژی-بالا با دقت باور نکردنی پیشگویی‌های این تئوری را تأیید کرده‌اند. شواهدی مبنی بر وجود ذراتی که این تئوری را پیشگویی می‌کند، یافت شده است [۳]. ولی این تئوری همه چیز را شرح نمی‌دهد. به عنوان مثال گرانش در مدل استاندارد گنجانده نشده است.

با توجه به این‌که همه نیروها از برهم‌کنش بین ذرات ناشی می‌شوند. می‌توان برهم‌کنش‌ها را در چهار گروه دسته بندی کرد: گرانشی، الکترومغناطیسی، قوی و ضعیف.

گرانش آشناترین نیرو برای ما است اما این نیرو در مدل استاندارد گنجانده نشده است زیرا اثر آن در فرآیندهای ذرات زیراتمی کم است هم‌چنین فیزیکدان‌ها هنوز نمی‌دانند آن را چگونه باید به این مدل اضافه کنند.

نیروهای الکترومغناطیسی سبب پیوند الکترون‌ها به هسته‌ها برای تشکیل اتم‌های خنثی (از نظر الکتریکی) می‌باشند. اتم‌ها به علت اثرات ناشی از زیر ساختار باردار تشکیل مولکول و کریستال می‌دهند. در فرآیندهای بین ذرات، نیروها بر اساس مبادله ذرات واسطه توصیف می‌شوند. برای هر نیرو یک ذره حامل وجود دارد. به عنوان مثال ذره حامل در نیروی الکترومغناطیسی فوتون با اشعه گاما می‌باشد.

نیروی قوی سبب نگه داشتن کوارکها در هادرونها می شود و ذرات حامل این نیرو گلوئونها نامیده می شوند زیرا آنها به خوبی کوارکها را به هم چسبانده اند. پیوند پروتونها و نوترونها برای تشکیل هستهها نیز نتیجه برهم کنشهای قوی ساختارهای کوارکی و گلوئونی آنها است.

برهمکنشهای ضعیف [۴] تنها فرآیندهایی هستند که در آن یک کوارک می تواند به نوع دیگری از کوارک و یا یک لپتون به لپتونی دیگر تبدیل شود. این برهم کنشها سبب واپاشی لپتونها و کوارکهای سنگین تر به لپتونها و کوارکهای سبک تر می شود و به همین دلیل است که مواد اطراف ما از الکترونها و دو کوارک سبک تر up, down تشکیل شده است، حاملهای بار در این نوع برهم کنش بوزون^۱های z, w^{\pm} می باشند [۵].

۱-۳ نامگذاری کوارکها

الکترونها به طور پیوسته به دور هسته حرکت می کنند، پروتونها و نوترونها داخل هسته و کوارکها داخل پروتونها و نوترونها آهسته حرکت می کنند. اگر شعاع پروتون و نوترون را یک سانتی متر فرض شود در اینصورت اندازهی الکترونها و کوارکها کمتر از شعاع یک تارمو می باشند و شعاع اتم با این مقیاس بزرگتر از طول سی زمین فوتبال است یعنی $99/999999999999$ درصد از حجم اتم فضای خالی است.

در سال ۱۹۶۴ ژل-من^۲ و زویی^۳ پیشنهاد دادند که صدها ذره شناخته شده در آن زمان را می توان فقط به صورت ترکیبهایی از سه ذره ی بنیادی (u,d,s) در نظر گرفت ژل-من نام کوارک [۲] را برای این سه ذره انتخاب کرد. آنها برای انجام محاسباتشان بار الکتریکی کسری $\frac{2}{3}$ و $-\frac{1}{3}$ را به کوارکها نسبت

¹ Boson

² Gell-Mann

³ Zweiy

دادند. چنین بارهایی به صورت آزاد پیش از آن مشاهده نشده بود و هنوز هم دیده نشده‌اند. یعنی کوارک به تنهایی مشاهده نشده است. لذا در ابتدا کوارک‌ها به عنوان ابزار ریاضی تلقی شدند. آزمایش‌هایی که از آن موقع به بعد انجام شد، فیزیکدان‌ها را متقاعد کرد که نه تنها کوارک‌ها وجود دارند بلکه تعداد آن‌ها ۶ کوارک است. شش نوع طعم^۱ مختلف از کوارک‌ها وجود دارد، سبک‌ترین آن‌ها up, down نام‌گذاری شده‌اند، پروتون و نوترون از این دو کوارک ساخته شده‌اند. سومین کوارک بیگانه^۲ نامیده شده است. این نام به دلیل عمر طولانی ذره‌ی k (Kaon) است، ذره‌ی k اولین ذره‌ی شناخته شده‌ای است که از این کوارک تشکیل شده است. چهارمین کوارک، کوارک افسون^۳ نام‌گذاری شده است. این کوارک در سال ۱۹۷۴ بطور همزمان توسط دو گروه کشف شد [۶]. پنجمین کوارک، کوارک bottom در آزمایشگاه فرمی در سال ۱۹۷۷ در ذره‌ای که Y (Upsilon) نام گرفت کشف شد [۷]. کوارک ششم top در سال ۱۹۹۵ بعد از اینکه بیست سال از پیش‌بینی وجود آن بطور تئوری می‌گذشت در آزمایشگاه فرمی کشف شد. این کوارک ۳۵۰۰۰ مرتبه سنگین‌تر از کوارک u است و در برخورد $p\bar{p}$ (پروتون-ضد پروتون) کشف شد. احتمال ظاهر شدن آن ۱ در $۱۰^{۱۲}$ برخورد می‌باشد.

۱-۱-۳ هادرون‌ها

ذراتی که از کوارک‌ها تشکیل شده‌اند هادرون نام دارند. هادرون‌ها علاوه بر بر هم‌کنش‌های ضعیف و الکترومغناطیسی در بر هم‌کنش‌های قوی نیز شرکت می‌کنند. هر چند بار کوارک‌ها کسری است ولی طوری ترکیب می‌شوند که بارالکتریکی هادرون یک عدد صحیح می‌شود. هم‌چنین هادرون‌ها بار رنگ خالصی ندارند ولی کوارک‌ها بار رنگ دارند [۸]، یعنی هادرون‌ها به رنگ سفید هستند.

^۱ Flavor

^۲ strange

^۳ Charm

هادرون‌ها از ترکیب ذرات بنیادی اولیه ایجاد می‌شود:

ذرات بنیادی اولیه = فرمیون^۱ها (کوارک‌ها و لپتون‌ها) + بوزون‌ها.

فرمیون‌ها ذراتی هستند که از آمار فرمی-دیراک تبعیت می‌کنند. ذراتی که بوسیله‌ی آمار فرمی-دیراک توصیف می‌شوند، از اصل طرد پائولی پیروی می‌کنند. به این معنی که تمایل ندارند در کنار هم قرار بگیرند، یعنی فرمیون‌ها منزوی هستند و هیچ دو فرمیونی نمی‌توانند در یک لحظه‌ی معین، یک حالت کوانتومی را اشغال کنند. این ذرات طبق اصل طرد پائولی هنگامی که در یک حالت کوانتومی قرار می‌گیرند همدیگر را دفع می‌کنند و اگر ذره‌ای در یک حالت کوانتومی خاص قرار گیرد مانع از آن می‌شود که ذره دیگری هم بتواند به آن حالت دسترسی یابد. این امر، باعث سختی و استحکام حالت‌هایی می‌شود که شامل فرمیون هستند (هسته، اتم‌ها، مولکول‌ها و ...). بنابراین گاهی اوقات گفته می‌شود که فرمیون‌ها بخش اصلی ماده هستند، در حالی که بوزون‌ها ذراتی هستند که فعل و انفعالات را انتقال می‌دهند (حاملان نیرو) یا بخش اصلی تشعشعاتند.

کوارک‌ها = $bottom, top, strange, charm, down, up$.

لپتون‌ها = الکترون، الکترون نوترینو، تائو، تائو نوترینو، میون، میون نوترینو.

بوزون‌ها ذراتی با دارای اسپین صحیح هستند. اکثر بوزون‌ها می‌توانند ترکیبی باشند اما گروه بوزون‌های شاخص^۲ از نوع ترکیبی نیستند. در مدل استاندارد بوزون‌ها ذراتی برای انتقال نیرو هستند که شامل فوتون‌ها (انتقال دهنده الکترومغناطیس) و گراویتون^۳ (انتقال دهنده گرانش) می‌باشند. اتم‌ها نیز می‌توانند بوزون باشند. برای مثال هلیوم-۴ یک بوزون با اسپین گویا است.

بوزون‌های شاخص، ذرات بوزونی هستند که حامل نیروهای بنیادین طبیعت می‌باشند که به سه دسته طبقه بندی می‌شوند: فوتون‌ها - بوزون W, Z (بوزون‌هایی که بدون بار الکتریکی هستند را با Z

¹ Fermion

² Gauge bosons

³ Graviton

نشان می‌دهند و آن دسته‌ای را که نیروهای ضعیف هسته‌ای دارند با w نشان داده می‌شود) و گلوئون‌ها [۹].

گراویتون، ذراتی فرضی هستند که دارای جرم و بار صفر و اسپین ۲ می‌باشند. این ذرات بیشتر در تئوری‌های کوانتومی به عنوان نتیجه‌ای از نسبیت مطرح می‌شود.

بوزون‌ها = فوتون، گلوئون، بوزون w, z ، گراویتون، بوزون هیگز.

هادرون‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱- باریون^۱ها = از ترکیب فرمیون‌ها (۳ کوارک) تشکیل می‌شوند. (مثل پروتون که از ترکیب دو کوارک up و یک کوارک $down$ ایجاد می‌شود).

۲- مزون‌ها = از ترکیب بوزون‌ها تشکیل می‌شوند. این‌طور هم گفته می‌شود که مزون‌ها از ترکیب یک کوارک و ضدکوارک تشکیل می‌شود. (مثل پیون که از ترکیب یک کوارک up و یک ضدکوارک $down$ ایجاد می‌شود).

۲-۱-۳ باریون‌ها، لپتون‌ها

باریون‌ها ذرات سنگین با بر هم کنش‌های قوی و اسپین نیمه صحیح هستند، سبک‌ترین اعضای آن‌ها پروتون و نوترون هستند. باریون‌ها را می‌توان به صورت حالت‌های مقید سه کوارک در نظر گرفت. چون اسپین کوارک $\frac{1}{2}$ می‌باشد، بنابراین اسپین کل باریون‌ها برابر با $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$ خواهد بود. بر این اساس اسپین کل باریون‌ها را می‌توان در دو گروه مهم دسته‌بندی نمود.

الف) باریون‌های با اسپین $\frac{1}{2}$

¹ Baryon

ب) باریون‌های با اسپین $\frac{3}{2}$

همه باریون‌ها با ترکیب سه کوارک بیان می‌شوند. جرم کوارک‌ها در هادرون‌ها را نمی‌توان مستقیماً مشخص نمود، زیرا انرژی بستگی کوارک‌ها در هادرون‌ها آن چنان قوی است که ممکن است از کل انرژی سکون مشاهده شده باریون در مقایسه با انرژی سکون کوارک‌های سازنده آن کوچک باشد. باریون‌ها توسط جرم و مقادیرهای J^P ، I ، B ، I_3 مشخص می‌شوند که در آن J^P اندازه حرکت زاویه‌ای کل و B عدد باریونی است، که به باریون‌ها عدد باریونی $B=+1$ و پاد باریون‌ها عدد باریونی $B=-1$ و به تمام ذرات دیگر مزون‌ها، لپتون‌ها و ذرات واسطه $B=0$ را نسبت می‌دهند.

اما مشخصه دیگر باریون‌ها، ایزواسپین^۱ می‌باشد. این ویژگی از آنجایی بوجود می‌آید که هادرون‌ها با خواص مشابه و جرم‌های تقریباً مساوی به چند تایه‌های ایزواسپینی به صورت (p, n) ، (π^+, π^0, π^-) تقسیم‌بندی می‌شوند، ایزواسپین راهی برای بر چسب‌زنی اعضای چند تایه است، هم‌چنین کوارک‌های u, d که جرم تقریباً یکسانی دارند را می‌توان به عنوان یک دوتایه ایزواسپینی در نظر گرفت (در فصل دوم توضیح داده شده است).

لپتون‌ها آن دسته از ذرات هستند که نیروی قوی بر آن‌ها کارگر نیست، اما در برهم کنش‌های الکترومغناطیسی شرکت می‌کنند. مشهورترین لپتون‌ها الکترون است، به صورت کلی شش نوع کوارک و شش نوع لپتون یا ۱۲ ذره بنیادی که دیگر قابل تجزیه نیستند شناسایی شده‌اند. ولی به هر حال برای ساخت ماده فقط ۳ نوع از این سنگ بناهای اولیه اهمیت دارد که عبارتند از کوارک‌های d و کوارک‌های u و نیز الکترون‌ها [۱۰].

^۱ Isospin

۴-۱ قوانین پایستگی

این قوانین در واقع مجوزی بر امکان یا عدم امکان به وقوع پیوستن یک برهم‌کنش هستند. با دانستن این قواعد می‌توان قبل از انجام آزمایش در آزمایشگاه به امکان‌پذیر بودن یا نبودن برهم‌کنش در عمل پی برد. علاوه بر قوانینی چون پایستگی بار، پایستگی انرژی و پایستگی تکانه، قوانین دیگری نیز وجود دارند. مثلاً مشخص شده است که همواره الکترون با یک پادنوترینو و یا پوزیترون با یک نوترینو همراه هستند، وقتی که هر دو ذره در یک طرف معادله واکنشی قرار دارند. و اگر در دو طرف معادله واکنش قرار داشته باشند، الکترون با یک نوترینو و پوزیترون همراه یک پادنوترینو خواهد بود. فیزیک‌دانان چنین قاعده‌ای را به کمک معرفی یک کمیت که می‌باید پایسته بماند مطرح می‌کنند.

۴-۱-۱ پایستگی عدد باریونی

این پایستگی مربوط به تعداد نوترون‌ها، پروتون‌ها و سایر ذراتی است که به گروه باریون‌ها تعلق دارند. این قاعده‌ی پایستگی بیان می‌دارد که در هر واپاشی یا برهم‌کنش، تعداد کل باریون‌ها باید ثابت بماند. همان‌طور که قبلاً اشاره شد به همه‌ی باریون‌ها عدد باریونی +۱ و به تمام پادباریون‌ها، عدد باریونی -۱ نسبت می‌دهند. عدد باریونی تمام ذرات و پادذرات دیگر که باریون نیستند، صفر می‌باشد.

به عنوان مثال می‌توان گفت:

$$n \rightarrow \pi^+ + \pi^- \Rightarrow \begin{cases} 0 \rightarrow +1 + (-1) & \text{(بقای بار)} \\ 1 \rightarrow 0 + 0 & \text{(عدم بقای عدد باریونی)} \end{cases} \quad (1-1)$$

این فرآیند قابل تحقق نیست.

$$\pi^- + p \rightarrow k^+ + \Sigma^- \Rightarrow \begin{cases} -1 + (+1) \rightarrow +1 + (-1) & \text{(بقای بار)} \\ 0 + (+1) \rightarrow 0 + (+1) & \text{(بقای عدد باریونی)} \end{cases} \quad (2-1)$$

این واکنش قابل تحقق است.

۲-۱-۴ پایستگی عدد لپتونی

شامل عدد لپتونی الکترون، عدد لپتونی میونون و عدد لپتونی تاو می شود. عدد لپتونی تمام لپتونها +۱ و عدد لپتونی پاد ذره ی آنها -۱ و عدد لپتون تمام ذرات دیگر صفر می باشد.

مثلاً در واکنشهای زیر دو تا مجاز و دو تا غیر مجاز هستند:

$$\left\{ \begin{array}{ll} n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e & \text{مجاز} \\ n + \nu_e \rightarrow p + e^- & \text{مجاز} \end{array} \right. \quad (۳-۱)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mu^- \rightarrow e^- + \gamma & \text{غیر مجاز} \\ n + \nu_e \rightarrow p + \mu^- & \text{غیر مجاز} \end{array} \right. \quad (۴-۱)$$

در (۴-۱) عدد لپتونی الکترونی و میونونی نقض می شود به همین دلیل غیر مجاز است.

۱-۵ میدان نیروهای رنگی-کوارک گلوئون

ذرات رنگ- بار به تنهایی یافت نمی شوند، به همین دلیل کوارکها درون هادرونها محبوس هستند. این اختلاط موجب می شود رنگها خنثی شوند. کنش قوی باعث می شود که ترکیب کوارکها به صورت باریون و مزون ظاهر شوند.

کنش قوی کوارکها را به یکدیگر متصل می کند. نیروهای قوی که کوارکها به یکدیگر وارد می کنند موجب پایداری هسته است. همچنان که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است، یک کوارک از یک پروتون به کوارک دیگری از پروتون دوم نیرو وارد می کند و این نیرو از نیروی دافعه الکتریکی قوی تر است.



شکل (۱-۱) نیروی بین یک کوارک از یک پروتون به کوارک دیگری از پروتون دیگر.

نیروی هسته‌ای ضعیف موجب می‌شود که کوارک‌های سنگین به کوارک‌های سبک‌تر واپاشیده شوند. تمام مواد موجود در اطراف ما از کوارک‌های سبک و لپتون‌ها تشکیل شده‌اند که آن‌ها واپاشیده نمی‌شوند. در مدل استاندارد کنش ضعیف و کنش الکترومغناطیسی یکسان‌سازی شده‌اند که آن را الکتروضعیف می‌نامند.

۱-۱-۵ حبس کوارکی

بازتاب پیشرفت نظریه مدل استاندارد برهم‌کنش‌های قوی، این بود که نشان داد کوارک‌ها فقط به صورت باریون‌ها (qqq) و مزون‌ها ($q\bar{q}$) وجود دارند [۵] و مثلاً نمی‌توانند در موادی با ساختمان کوارکی شامل چهار کوارک یافت شوند. اکنون گفته می‌شود که تنها باریون‌های شامل سه بار رنگ متفاوت و مزون‌ها (رنگ و ضد رنگ) می‌توانند از نظر بار رنگ خنثی باشند. ذراتی مانند (ud) یا ($uddd$) که نمی‌توانند در یک حالت خنثائی بار رنگ ترکیب شوند هرگز مشاهده نشده‌اند (فصل دوم، مدل کوارکی).

کوارک‌ها در یک هادرون داده شده بطور مکرر مبادلات گلوئونی دارند. به همین دلیل فیزیکدان‌ها از میدان نیروی رنگ صحبت به میان می‌آورند که مشتمل بر گلوئون‌هایی است که عامل قرار گرفتن کوارک‌ها در کنار هم دیگر است، اگر یکی از کوارک‌ها در یک هادرون داده شده از محل خودش به بیرون

کشیده شود میدان نیروی رنگ باعث برگشتن آن کوارک به محل اولیه‌اش می‌شود. با انجام این کار به تدریج که کوارک‌ها از یکدیگر فاصله می‌گیرند انرژی بیشتر و بیشتری به میدان نیروی رنگ اضافه می‌شود. در نقطه‌ی بخصوص انرژی سیستم به جای اینکه صرف جدایی کوارک شود، به یک جفت کوارک-ضدکوارک تبدیل می‌شود.

در طی انجام این کار انرژی حفظ می‌شود زیرا انرژی میدان نیروی رنگ به جرم کوارک‌های جدید تبدیل می‌شود و میدان نیروی رنگ می‌تواند به راحتی به حالت اولیه برگردد. کوارک‌ها نمی‌توانند به طور منفرد وجود داشته باشند زیرا نیروی رنگ با فاصله گرفتن آن‌ها از هم افزایش می‌یابد، وقتی یک کوارک یک گلوئون تابش یا جذب می‌کند رنگ کوارک باید تغییر کند تا بار رنگ پایسته بماند. برای مثال، فرض کنید یک کوارک قرمز با تابش یک گلوئون قرمز-ضدآبی به یک کوارک آبی تبدیل شود. رنگ خالص هنوز قرمز است. این بدان دلیل است که پس از تابش گلوئون رنگ آبی کوارک با رنگ ضدآبی گلوئون خنثی می‌شود. رنگ باقی مانده رنگ قرمز گلوئون است.

کوارک‌ها در هادرون‌ها مرتباً در حال جذب و تابش گلوئون می‌باشند. بنابراین راهی برای مشاهده رنگ یک کوارک منفرد باقی نمی‌ماند. در یک هادرون هر چند رنگ دو کوارک در حال مبادله‌ی گلوئون تغییر می‌کند اما این تغییرات طوری است که کل سیستم در حالت خنثایی بار رنگ قرار می‌گیرد.

۱-۶ واپاشی کوارک‌ها

در واپاشی هسته‌ای هسته‌ی یک اتم می‌تواند به هسته‌های کوچکتری شکافته شود. به این معنی که: یک دسته از پروتون‌ها و نوترون‌ها به دسته‌های کوچکتری از پروتون‌ها و نوترون‌ها تقسیم می‌شوند. اما واپاشی یک کوارک نمی‌تواند به معنی شکافت آن به ساختارش (اجزای تشکیل دهنده‌ی آن) باشد، زیرا کلمه‌ی بنیادی کوارک‌ها به این معنی است که هیچ ساختاری ندارد. در اینجا واپاشی کوارک به انتقال یک

ذره‌ی بنیادی به ذرات بنیادی دیگر ربط داده می‌شود. این نوع واپاشی عجیب به نظر می‌رسد زیرا محصولات نهایی واپاشی قسمت‌هایی از ساختار ذره‌ی اولیه نیستند، اما در کل ذرات جدیدی می‌باشند. هنگامی که هسته‌ای از یک اتم به هسته‌ای با جرم کمتر به طریق شکافت، می‌تواند واپاشی کند، چگونه یک ذره‌ی بنیادی به ذرات بنیادی دیگر واپاشی می‌کند؟ کوارک‌ها نمی‌توانند از هم جدا شوند، زیرا آن‌ها هیچ‌گونه ساختاری ندارند. اما آن‌ها می‌توانند به نوع دیگری از ذرات تبدیل شوند.

یعنی وقتی یک کوارک واپاشی می‌کند، به یک کوارک با جرم کمتر و یک ذره‌ی حامل نیرو (یک بوزون W برای واپاشی ذرات بنیادی) تبدیل می‌شود. این ذرات حامل نیرو می‌توانند به عنوان ذرات دیگر ظاهر شوند. بنابراین، یک کوارک فقط به یک نوع کوارک دیگر تبدیل نمی‌شود، همیشه یک ذره‌ی واسطه‌ی حامل نیرو [۱۱] وجود دارد که واپاشی کوارک‌ها را واسطه می‌شود.

مثلاً: یک کوارک c به ذره‌ی با جرم کمتر کوارک s و یک ذره‌ی حامل نیرو (بوزون W مجازی) واپاشی می‌کند که در نهایت به کوارک‌های u و d واپاشی می‌کنند.

در واپاشی کوارک، ذرات حامل نیرو واسطه می‌شوند. اما در بعضی حالات ممکن است یک کوارک با واسطه‌ی یک ذره‌ی حامل نیرو که جرم‌اش از کوارک اولیه بیشتر است، واپاشی کند. و این ذره‌ی واسطه فوراً به ذرات دیگری با جرم کمتر تبدیل می‌شود این ذرات حامل نیرو با جرم زیاد و زندگی کوتاه به نظر می‌رسد که قوانین بقای جرم و انرژی را نقض می‌کنند، و جرم‌شان نمی‌تواند از هیچ جایی خارج شود!

یک نتیجه از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ این است که این ذرات دارای جرم زیاد می‌توانند وجود داشته باشند، اگر که آن‌ها برای مدت زمان بسیار کمی عمر کنند. چنین ذراتی ذرات مجازی نام دارند. ذرات مجازی بقای انرژی را نقض نمی‌کنند. انرژی جنبشی آن‌ها بعلاوه جرم ذره‌ی واپاشی شده‌ی اولیه و محصولات واپاشی نهایی یکسان‌اند. ذرات مجازی برای مدت زمان خیلی کمی وجود دارند که هرگز نمی‌توانند مشاهده شوند [۱۲].

۱-۱-۶ واکنش‌های مختلف واپاشی ذرات

تمامی واکنش‌های الکترومغناطیسی قوی و ضعیف باعث واپاشی ذرات می‌شوند. اما فقط واکنش‌های ضعیف می‌توانند باعث واپاشی ذره‌ی بنیادی شوند.

واپاشی‌های ضعیف:

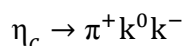
فقط واکنش‌های ضعیف می‌توانند یک ذره‌ی بنیادی را به نوع دیگری از ذره‌ی بنیادی تبدیل کند. فیزیکدان‌ها برای انواع ذرات طعم‌های مختلفی در نظر گرفتند، یک واکنش ضعیف می‌تواند یک کوارک charm را به یک کوارک strange تبدیل کند در حین اینکه یک بوزون W مجازی نیز منتشر می‌کند. (S, C طعم‌های مختلفی دارند). فقط یک واکنش ضعیف (با واسطه‌ی یک بوزون W) می‌تواند طعم ذره را عوض کند و اجازه دهد با یک ذره‌ی بنیادی واقعی واپاشی کند.

واپاشی‌های الکترومغناطیسی:

پایون خنثی π^0 مزون $q\bar{q}$ است. کوارک و پادکوارک می‌توانند نابود شوند و از نابودسازی‌شان دو فوتون خارج می‌شود. این مثالی از یک واپاشی الکترومغناطیسی است.

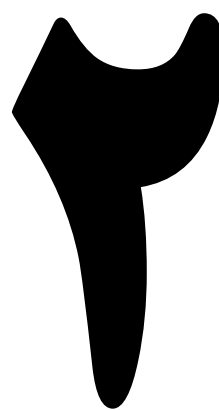
واپاشی قوی:

ذره‌ی η_c یک مزون $c\bar{c}$ است. این ذره می‌تواند تحت واپاشی قوی به دو گلوئون تبدیل شود.



ذره‌ی حامل نیروی قوی (گلوئون) واپاشی‌هایی را واسطه می‌شود که بار رنگشان را عوض می‌کند. ذرات حامل نیروی ضعیف W^+ ، W^- واسطه‌ی واپاشی‌هایی می‌شوند که در آن‌ها طعم و بار الکتریکی ذرات عوض می‌شود. نابودی قطعاً واپاشی نیست، اما هر دوی آن‌ها از طریق ذرات مجازی رخ می‌دهند. در نابودی یک ماده و آنتی‌ماده کاملاً به انرژی تبدیل می‌شوند. یعنی آن‌ها با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند، انرژی حالت قبلی آن‌ها به ذرات حامل نیرو با انرژی زیاد تبدیل می‌شوند (w, z, gluon یا فوتون). این

حامل‌های نیرو به ذرات دیگری تبدیل می‌شوند، بیشتر مواقع، فیزیکدان‌ها دو ذره با انرژی زیاد را نابود می‌کنند تا ذرات سنگین جدیدی تولید کنند.



فصل دوم: تقارن‌ها و گروه‌ها

۲-۱ تقارن‌ها و قوانین بقاء

بدیهی‌ترین مثال‌ها و نمونه‌های تقارن در فیزیک، کریستال‌ها می‌باشند، یونانی‌ها آشکارا باور داشتند که تقارن‌های طبیعت بایستی به طور مستقیم در حرکت اشیاء بازتاب شوند، ستاره‌ها بایستی به صورت دایره حرکت کنند زیرا آن‌ها تراژکتوری‌هایی (تراژکتوری یعنی مسیر منحنی حرکت اشیاء درون هوا یا جو) می‌باشند که دارای بیشترین تقارن هستند. البته، سیاره‌ها این‌چنین نیستند و این نامطلوب و ناراحت کننده است. (این آخرین باری نبود که شواهد ساده لوحانه در مورد تقارن با آزمایش دچار مشکل می‌شود) نیوتن تشخیص داد که تقارن‌های اساسی در حرکت اشیاء خاص ظاهر نشده بلکه در مجموعه‌ی تمامی حرکت‌های ممکن ظاهر می‌شوند. تقارن‌ها در معادله‌های حرکت بیشتر آشکار هستند تا در حل‌های خاص آن معادله‌ها. برای نمونه، قانون جاذبه‌ی جهانی (گرانش کلی) نیوتن نشانگر تقارن کروی است - نیرو در تمامی جهات یکسان است - در حالی که مدارهای سیاره‌ای بیضوی هستند.

در حقیقت شما شاید تعجب کنید که چگونه، با نداشتن گمانی قوی، از مسیرهای سیاره‌ای مشاهده شده، کشف کرده‌اند که میدان جاذبه خورشید بایستی دارای تقارن کروی باشد. تا سال ۱۹۱۷ معانی ضمنی دینامیکی تقارن به طور کامل مشخص بوده است. در آن سال امی نودر، قضیه‌ی مشهورش را در رابطه با تقارن و قانون‌های پایستگی منتشر کرد:

قضیه‌ی نودر: قانون‌های پایستگی \longleftrightarrow تقارن‌ها

هر تقارنی از طبیعت یک قانون بقاء (پایستگی) را به بار می‌آورد، و بر عکس هر قانون بقاء نشانگر یک تقارن مشخص است. به عنوان مثال، قوانین فیزیک نسبت به انتقال در زمان، متقارن هستند، آن‌ها امروز به طور دقیق مانند دیروز عمل می‌کنند.

قضیه‌ی نودر این نوردایی را به بقای انرژی ارتباط می‌دهد. اگر یک سیستم تحت انتقال در فضا ناوردا باشد، پس اندازه حرکت حفظ می‌شود. بطور مشابه نوردایی الکترودینامیک در تبدیل‌های پیمانه‌ای به بقای بار الکتریکی می‌انجامد.

بطور دقیق تقارن کارکردی است که شما می‌توانید بر روی یک سیستم اجرا کنید که آن را بصورت ناوردا باقی می‌گذارد و به شکلی تبدیل می‌کند که از شکل اصلی آن تمیز ناپذیر باشد. مطالعه تقارن به فهم بهتر تئوری برهم‌کنش‌های ضعیف و قوی که هنوز تئوری محکمی برای آن ارائه نشده است کمک می‌کند.

۱-۲-۱ تقارن در مکانیک کوانتومی

به عنوان مثال انتقال‌های فضایی در مکانیک کوانتومی در نظر گرفته شده است.

سیستمی را در نظر بگیرید که با تابع موج $\psi(x)$ توصیف می‌شود چنانچه این سیستم به اندازه‌ی بردار \vec{a} در فضا در امتداد محور x حرکت کند تابع موج جدید با $\psi^t(x)$ نشان داده می‌شود.

$\psi^t(x)$ تابع موج سیستم انتقال یافته است.

$$x^t = x + a \quad (1-2)$$

$$\psi^t(x) = ? \psi(x) \quad (2-2)$$

$$\psi^t(x) = u\psi(x) \quad (3-2)$$

عملگر u به دست آورده می‌شود. عملگر u روی تابع اثر می‌کند و تابع موج انتقال یافته را می‌دهد.

نوردایی سیستم نسبت به انتقال به این معنی است که:

$$\psi^t(x^t) = \psi(x) \quad (4-2)$$

این رابطه به طور ساده بیان می‌کند که دامنه احتمال پیدا کردن ذره در یک نقطه خاص فضا مقدار مشخص دارد و به دستگاه مختصات بستگی ندارد (اگر δa کوچک باشد).

$$\psi^t(x^t) = \psi^t(x + \delta a) = \psi^t(x) + \delta a \frac{\partial \psi^t(x)}{\partial x} \quad (5-2)$$

از توان‌های بالاتر بسط صرف نظر می‌شود.

$$\psi^t(x^t) = \left[1 + \delta a \frac{\partial}{\partial x} \right] \psi^t(x) \quad (6-2)$$

و اگر طرفین رابطه را در $\left[1 - \delta a \frac{\partial}{\partial x} \right]$ ضرب و از توان δa^2 صرف نظر شود:

$$\psi^t(x) = \left[1 - \delta a \frac{\partial}{\partial x} \right] \psi^t(x^t) \quad (7-2)$$

با استفاده از شرط ناوردایی سیستم بدست آورده می‌شود:

$$\psi^t(x) = \left[1 - \delta a \frac{\partial}{\partial x} \right] \psi(x) \quad (8-2)$$

$$\psi^t(x) = \left[1 - \delta a \frac{i \hbar}{\hbar i} \frac{\partial}{\partial x} \right] \psi(x) = \left[1 - \frac{i \delta a}{\hbar} p_x \right] \psi(x) \quad (9-2)$$

که در آن $p_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$ عملگر اندازه حرکت خطی در جهت x است.

بنابراین عملگر u برای انتقال‌های بی‌نهایت کوچک عبارت است از:

$$u = 1 - \frac{i \delta a}{\hbar} p_x \quad (10-2)$$

و برای یک انتقال محدود a می‌توان عملگر u را از ضرب‌های متوالی این عملگر برای انتقال‌های بی‌نهایت کوچک به دست آورد:

$$U = \exp\left(-ia \frac{p_x}{\hbar}\right) \quad \text{عملگر انتقال در جهت محور } X \quad (11-2)$$

$$u = \exp\left(-i\vec{a}\frac{\vec{p}}{\hbar}\right) \quad \text{عملگر انتقال در جهت دلخواه} \quad (12-2)$$

P مولد عملگر انتقال نام دارد.

عملگر u یکایبی^۱ است یعنی دامنه احتمال را تغییر نمی‌دهد:

$$u^+ = u^{-1} \quad (13-2)$$

$$uu^+ = 1 \quad (14-2)$$

در نتیجه p عملگر هرمیتی است، $p = p^+$.

ناوردایی سیستم نسبت به انتقال ایجاب می‌کند که تابع ψ و $u\psi$ هر دو در یک معادله شرودینگر صدق کنند.

$$H\psi = E\psi$$

$$\Rightarrow [H, u] = 0 \Rightarrow [H, p] = 0 \quad (15-2)$$

$$Hu\psi = Eu\psi = uE\psi = uH\psi$$

چون p یک عملگر هرمیتی است و رابطه $[H, p] = 0$ اجازه می‌دهد که ویژه توابع سیستم بطور همزمان ویژه توابع هامیلتونی و p انتخاب شود.

لذا در مکانیک کوانتومی ناوردایی نسبت به یک عملگر تقارنی منجر به رابطه جابه‌جایی مولد عملگر و هامیلتونی می‌شود.

به همین روش می‌توان عملگر u مربوط به دوران سیستم حول محور z به اندازه‌ی زاویه ϕ را به دست آورد:

$$u_R(\phi) = \exp\left(-iL_z\frac{\phi}{\hbar}\right) \quad (16-2)$$

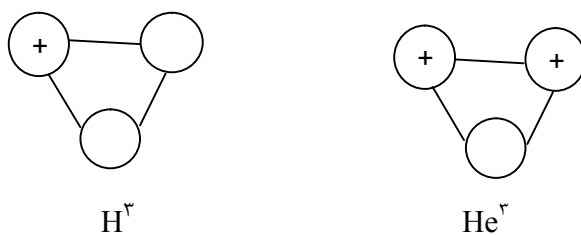
^۱ Unitary

$$L_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

از ناوردایی هامیلتونی نسبت به دوران می‌توان نتیجه گرفت اندازه حرکت زاویه‌ای مقدار ثابتی است. در این حالت چنانچه نیروهای مرکزی در سیستم وجود داشته باشند باز هم سیستم نسبت به دوران ناوردا است و اندازه حرکت زاویه‌ای نسبت به مرکز نیرو مقدار ثابتی است. اگر سیستم دارای اندازه حرکت زاویه‌ای کل J (اسپین +مداری) باشد در اینصورت $J_z \rightarrow L_z$.

۲-۲-۱ تقارن بار در نیروی هسته‌ای قوی

هسته‌های آینه‌ای، جفت هسته‌هایی هستند که تعداد پروتون‌های یکی برابر تعداد نوترون‌های دیگری است و برعکس. به عبارت دیگر تحت تبدیل $n \leftrightarrow p$ یکی به دیگری تبدیل می‌شود (وبالعکس) H^3 ، He^3 نمونه‌ای از این هسته‌ها هستند، H^3 یک پروتون و دو نوترون دارد در حالیکه He^3 دو پروتون و یک نوترون دارد.



شکل (۱-۲) جفت هسته‌های آینه‌ای.

اگر نیروها دو به دو بین ذرات در نظر گرفته شود سه جفت نیرو بین ذرات هسته وجود دارد: برای H^3 : $n-n$, $p-n$, $p-n$ و برای He^3 : $p-p$, $p-n$, $p-n$ تفاوت برهم کنش‌ها در این دو هسته این است که H^3 یک برهم‌کنش $n-n$ دارد در حالیکه He^3 دارای برهم‌کنش $p-p$ است.

اگر از برهم‌کنش دو قطبی‌های مغناطیسی صرف‌نظر شود (دو قطبی مغناطیسی n و p خیلی متفاوت نیست) برهم‌کنش $n-n$ کاملاً به برهم‌کنش هسته‌ای قوی بر می‌گردد اما نیروی $p-p$ یک قسمت هسته‌ای قوی و یک قسمت الکترومغناطیسی است. لذا می‌توان نوشت:

$$V_{nn} = (V_{st})_{nn} , \quad V_{pp} = (V_{st})_{pp} + (V_{col})_{pp} \quad (17-2)$$

که در آن‌ها V پتانسیل مربوط به برهم‌کنش، V_{st} پتانسیل برهم‌کنش قوی و V_{col} پتانسیل برهم‌کنش الکترومغناطیسی است.

تفاوت انرژی در برهم‌کنش هسته‌های آینه‌ای مربوط به تفاوت برهم‌کنش $(V_{col})_{pp}$ و هم‌چنین تفاوت در برهم‌کنش $(V_{st})_{pp}$ و $(V_{st})_{nn}$ می‌باشد انرژی قیدی برای H^3 و He^3 عبارت است از:

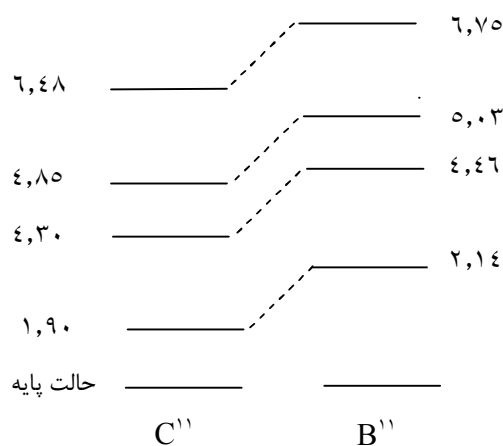
$$He^3 : B. E = 7.728 \text{ Mev}, \quad H^3 : B. E = 8.492 \text{ Mev} \quad (18-2)$$

می‌توان انرژی کولنی را در He^3 با جمع کردن انرژی الکتریکی سیستم بدست آورد. اگر فاصله دو پروتون را حداکثر به اندازه ابعاد هسته در حدود 10^{-15} در نظر گرفته شود، این انرژی حدود 0.826 مگا الکترون‌ولت است.

تفاوت انرژی قیدی H^3 و He^3 نیز حدود 0.766 Mev است. این مقدار بسیار نزدیک به مقدار 0.826 Mev است (باید توجه کرد که فاصله دو پروتون را نمی‌توان به دقت برآورد کرد) در نتیجه می‌توان پنداشت که تفاوت انرژی قیدی این دو هسته آینه‌ای به علت برهم‌کنش کولنی است.

یک آزمایش حساس‌تر، بررسی ترازهای انرژی جفت هسته‌های آینه‌ای است. اگر ترازهای انرژی هسته‌های آینه‌ای $(6,5) B^{11}$ ، $(5,6) C^{11}$ بررسی شود دیده خواهد شد که تفاوت انرژی را می‌توان به کمک تفاوت آن‌ها در برهم‌کنش الکترومغناطیسی توضیح داد.

انرژی حالت پایه به عنوان مرجع قرار داده می‌شود، انرژی حالت‌های برانگیخته بعدی در این دو هسته بسیار به هم نزدیک هستند. شکل (۲-۲) انرژی حالت‌های برانگیخته را برای این دو هسته نشان می‌دهد.



شکل (۲-۲) انرژی حالت‌های برانگیخته دو هسته آینه‌ای.

مقایسه این نوع هسته‌ها به خوبی نشان می‌دهد که تفاوت انرژی‌های حالت‌های یکسان به دلیل برهم‌کنش الکترومغناطیسی است و عملاً برهم‌کنش هسته‌ای قوی برای $p-p$ و $n-n$ یکسان است. $(V_{st})_{nn} = (V_{st})_{pp}$ به عبارت دیگر نیروی هسته‌ای قوی نسبت به بار الکتریکی تقارن دارد.

۲-۲ اسپین

از خاصیت بنیادی ذرات زیر اتمی است که معادل کلاسیک ندارد و یک خاصیت کوانتومی بشمار می‌آید. نزدیک‌ترین خاصیت کلاسیک به اسپین، اندازه حرکت زاویه‌ای است. در مکانیک کوانتوم عملگر اسپین درست از همان قانون جابجایی عملگر اندازه حرکت زاویه‌ای پیروی می‌کند. از لحاظ ریاضی

اسپین‌های گوناگون جنبه‌های نمایش یافته مختلف گروه $SU(2)$ هستند. همانطور که ذره‌های بنیادی جرم و بار متفاوت دارند اسپین متفاوت نیز دارند. اسپین یک ذره می‌تواند صفر یا هر عدد صحیح و نیم صحیح بزرگ‌تر از صفر باشد. مثلاً اسپین الکترون $\frac{1}{2}$ و اسپین فوتون ۱ و اسپین گراویتون ۲ است. به ذراتی که اسپین نیم صحیح دارند اصطلاحاً فرمیون و به ذراتی که اسپین صحیح دارند بوزون می‌گویند.

در مکانیک کوانتومی با توجه به قانون جابه‌جایی عملگرهای S_x, S_y, S_z ثابت می‌شود که در آن واحد تنها می‌توان اسپین را در جهت یکی از محورها اندازه گرفت. رسم بر این است که این جهت خاص را معمولاً جهت Z انتخاب می‌کنند. وقتی گفته می‌شود که اسپین ذره‌ای S است منظور این است که بزرگ‌ترین مقداری که مؤلفه‌ی Z (یا هر مؤلفه‌ی دیگر) می‌تواند بپذیرد S است. همچنین ثابت می‌شود که اگر بیشترین مقدار مولفه S باشد. اندازه کل اسپین $\hbar\sqrt{S(S+1)}$ است. ولی رسم بر این است که هنگام نامیدن اسپین‌ها از همان مقدار S استفاده می‌شود نه $\hbar\sqrt{S(S+1)}$ برای ذره‌ای با اسپین S ، هر یک از مولفه‌های بردار اسپین آن می‌تواند مقادیر $S, S-1, \dots, -S$ را بپذیرد. البته چنانکه که گفته شد در آن واحد تنها می‌توان آن را در یک جهت اندازه گرفت. پس نتیجه می‌شود برای اسپین $2S+1$ حالت وجود دارد.

کوچکترین اسپین غیر صفر برای یک ذره می‌تواند $\frac{1}{2}$ باشد. عملگرهای اسپین $\frac{1}{2}$ را به کمک ماتریس‌های 2×2 به نام ماتریس‌های پائولی نشان می‌دهند. این کوچکترین نمایش از گروه $SU(2)$ است. در حالت اسپین یک دوم ذره فقط می‌تواند دو حالت داشته باشد یا اسپینش (یعنی در واقع مولفه‌ی Z بردار اسپینش) $\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. در توضیحات غیر تخصصی معمولاً این حرکت ساعتگرد و پاد ساعتگرد ذره حول محور Z می‌نامند.

یک مساله که فهم آن عجیب است مساله شکل این ذرات است ذراتی که اسپین صفر دارند مانند نقطه‌اند از هر طرف که نگاه کنیم یا به هر طرف بچرخانیم یک شکل‌اند ولی ذرات با اسپین ۱ مانند یک تیر پیکان هستند و اگر آنها را 180° درجه بچرخانیم درست عکس شکل خود را می‌گیرند ذراتی با اسپین ۲ در 90° دزجه چنین شکلی می‌گیرند اما اصل کار بر روی فرمیون‌هاست زیرا آنها اسپین اعشار دارند و یک الکترون با اسپین $\frac{1}{2}$ اگر 360° درجه چرخانده شود درست به شکل قبل دیده نمی‌شود (معکوس دیده می‌شود) ولی در چرخش 720° درجه درست مانند قبل مشاهده می‌شود.

۲-۲-۱ ایزواسپین

ایزواسپین یک تقارن پیوسته است که اولین بار توسط هایزنبرگ برای توضیح این حقیقت آشکار که برهم‌کنش قوی بین نوترون و پروتون تمایز قائل نمی‌شود مطرح شد. به عنوان مثال اختلاف جرمی بین این دو خیلی کوچک است [۱۳].

$$\frac{(m_n - m_p)}{m_n} \sim 10^{-2} \quad (19-2)$$

عقیده هایزنبرگ این بود که اگر بتوان نیروی الکترومغناطیسی را خاموش کرد در آن صورت $m_n = m_p$ در حال حاضر فهمیده می‌شود که تقارن ایزواسپین ناشی از یکسان بودن کوارک u و کوارک d است ($m_u \approx m_d$) یعنی برهم‌کنش قوی بار الکتریکی را احساس نمی‌کند. ایزواسپین در برهم‌کنش‌های قوی دارای بقاء است و (نه در برهم‌کنش ضعیف یا الکترومغناطیسی) لذا عملگر ایزواسپین با هامیلتونی قوی جابه‌جا می‌شود:

$$[H_{em}, I] \neq 0 \quad \text{ولی} \quad [H_s, I] = 0 \quad (20-2)$$

وقتی تابع موج یک سیستم تحت تأثیر برهم‌کنش قوی ساخته می‌شود ایزواسپین را نیز باید در نظر گرفت تا تقارن صحیح را برای بوزون‌ها یا فرمیون‌ها بدست آورد. این مطلب سبب تعمیم اصل پائولی می‌شود.

$$\Psi = \Psi_{\text{space}} \Psi_{\text{spin}} \Psi_{\text{Isospin}} \quad (2-21)$$

وقتی طبق مدل کوارکی باریون‌ها (حالت‌های سه کوارکی) و مزون‌ها (حالت‌های کوارک-پادکوارک) ایجاد می‌شوند ایزواسپین کوارک‌ها باید منظور شوند ایزواسپین برای کوارک u یا d برابر $\frac{1}{2}$ و برای بقیه کوارک‌ها صفر است. از نظر ریاضی، ایزواسپین شبیه اسپین است و می‌توان با همان روش ترکیب اندازه حرکت زاویه‌ای در مکانیک کوانتومی، ایزواسپین را نیز با هم ترکیب کرد شبیه اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی، ایزواسپین صحیح یا نیمه صحیح است.

جدول (2-1) ایزواسپین و مؤلفه سوم ایزواسپین ذرات.

ذرات	$ I, I_3\rangle$ حالت ایزواسپین
Λ^0 یا Ω^0	$ 0, 0\rangle$
p یا k^+	$ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$
n یا k^0	$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$
π^+	$ 1, 1\rangle$
π^0	$ 1, 0\rangle$
π^-	$ 1, -1\rangle$

پروتون و نوترون، سه حالت پایون (π^+, π^0, π^-) نسبت به برهم‌کنش قوی واقعاً یک ذره هستند در حالی که توسط برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی از هم جدا می‌شوند.

حالت‌های ایزواسپین بوسیله ایزواسپین کل (I) و مؤلفه سوم ایزواسپین I_3 بر چسب زده می‌شوند، دقیقاً شبیه حالت‌های اندازه حرکت زاویه‌ای معمولی (جدول (۱-۲)) است. ایزواسپین در فهم سطح مقطع‌های پراکندگی برهم‌کنش‌های قوی انرژی پایین (1 GeV)^۱ بسیار مفید است.

۲-۳ ذرات شگفت

در سال ۱۹۵۲ نخستین شتاب دهنده‌ی مدرن ذرات شروع بکار کرد و توانستند ذرات شگفت را در آزمایشات تولید کنند و با اینکار سرعت تکثیر ذرات بنیادی افزایش یافت. ذرات نوین نه تنها دور از انتظار بودند بلکه یک مفهوم فنی‌تر نیز در اینکه "شگفت" به نظر می‌رسیدند، وجود دارد.

آن‌ها به میزان بسیار فراوانی (در مقیاس زمانی نزدیک به 10^{-23} ثانیه) تولید می‌شوند، ولی به نسبت کند واپاشی می‌کنند (معمولاً نزدیک به 10^{-10} ثانیه). به این دلیل بود که پاپس^۱ و دیگران مکانیزم تولید آن‌ها را کاملاً متفاوت با مکانیزم واپاشی آن‌ها دانسته‌اند. به زبان امروزی، ذرات شگفت به وسیله‌ی نیروی قوی (همان نیرو که هسته را نگه می‌دارد) تولید می‌شود ولی واپاشی آن‌ها با نیروی ضعیف انجام می‌شود (همان نیرویی که سبب واپاشی بتا و دیگر فرآیندهای نوترینو می‌شود).

جزئیات طرح پاپس نشان می‌داد که ذرات شگفت به صورت زوجی تولید می‌شوند.

شواهد آزمایشگاهی در آن زمان متقاعد کننده نبود، اما در سال ۱۹۵۳ گل‌مان و نیشیجیما یک راه ساده و زیبا برای اجرای ایده‌های پاپس پیدا کردند. آن‌ها به هر ذره ویژگی نوینی را نسبت دادند که در هر برهم‌کنش قوی محفوظ می‌ماند، ولی در برهم‌کنش ضعیف محفوظ نیست.

از سوی دیگر، هنگامی که این ذرات وامی‌پاشند، شگفتی حفظ نمی‌شود. زیرا در واکنش‌های ضعیف شگفتی بقا ندارد.

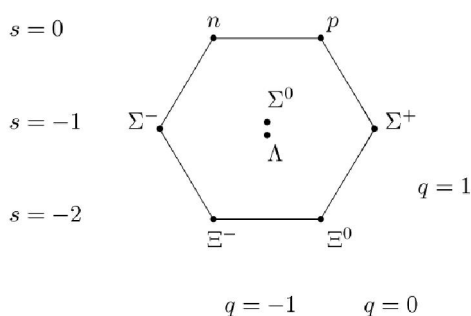
^۱ pais

۲-۴ راه هشتگانه

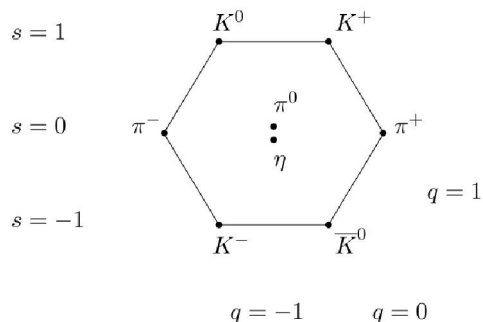
مورای گلن، مندلیف اصطلاح راه هشتگانه‌ی خود را در سال ۱۹۶۱ ارائه کرد [۱۴ و ۱۵].

در راه هشتگانه، باریون‌ها و مزون‌ها بسته به بارالکتریکی و شگفتی خود به شکل‌های هندسی مرتب می‌شوند. هشت باریون سبک‌تر در یک آرایه شش ضلعی قرار گرفته و دو ذره در مرکز واقع می‌شوند. این گروه را هشت‌تایی باریونی می‌نامند. ذراتی که دارای بار مشابه‌اند در طول خط قطری با شیب به سمت پایین قرار می‌گیرند.

برای پروتون و Σ^+ با $Q=+1$ (در واحد بار پروتون) و برای نوترون، لاندایا، Σ^0, Ξ^0 و $Q=0$ برای Σ^-, Ξ^- و $Q=-1$ می‌باشد. خطوط افقی مربوط به ذراتی است که دارای شگفتی برابر با $S=0$ برای پروتون و نوترون، $S=-1$ برای خط وسط، $S=-2$ برای دو Ξ ها. هشت مزون سبک‌تر، یک شش ضلعی مشابه را پر می‌کنند و هشت‌تایی مزونی را تشکیل می‌دهند.



شکل (۲-۳) هشت‌تایی باریون [۱۵].



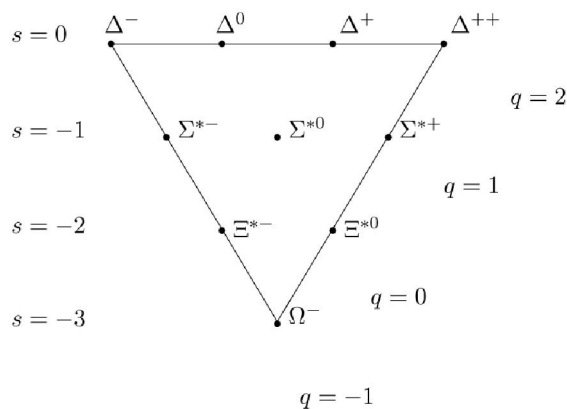
شکل (۲-۴) هشت‌تایی مزون [۱۵].

دوباره خطوط قطری مورب بارالکتریکی و خطوط افقی شگفتی را مشخص می‌کند، اما این بار، خط بالایی $S=1$ را دارد، خط میانی $S=0$ و خط پایینی $S=-1$. بعد از ۱۹۶۱ یک کمیت جدید به نام ابر بار معرفی شد که برابر با S برای مزون‌ها و $S+1$ برای باریون‌ها، ولی بعداً معلوم شد که شگفتی کمیت بهتری است و کلمه ابر بار هم اکنون به منظور دیگری مورد استفاده قرار می‌گیرد. شش ضلعی‌ها تنها شکل‌های مجاز برای راه هشت‌گانه نبودند، برای مثال یک آرایه‌ی مثلثی وجود داشت که ۱۰ باریون سنگین‌تر را در بر می‌گرفت یعنی ده گانه^۱ باریون.

گلمن هنگامی که این ذرات را در ده‌گانه جا می‌داد، چیز جالبی روی داد، ۹ عدد از ذرات با آزمایش شناخته شده بودند، ولی در آن زمان ذره دهم که در پایین واقع می‌شد و بار آن ۱- و شگفتی آن ۳- بود، گم شده بود. هیچ ذره‌ای با این ویژگی‌ها در آزمایشگاه شناخته نشده بود [۱۶]. گلمن با شجاعت پیش‌بینی کرده بود که چنین ذره‌ای پیدا شدنی است و به آزمایشگران گفته بود که دقیقاً آن را چگونه تولید کنند از این گذشته او جرم و عمر آنرا محاسبه کرده بود و در سال ۱۹۶۴ ذره‌ی یاد شده، امگا منفی، دقیقاً به همان صورت که گلمن پیش‌بینی کرده بود کشف شد [۱۷]. از هنگام کشف امگا منفی هیچ کس به طور

^۱ Decuplet

جدی درباره درست بودن راه هشت‌گانه شک نکرده است.^۱ در ده سال پس از آن، هر هادرون جدید جایگاهی در یکی از ابر چندگانه‌های^۲ راه هشت‌گانه پیدا کرد [۱۵].



شکل (۵-۲) ده‌گانه باریون [۱۵].

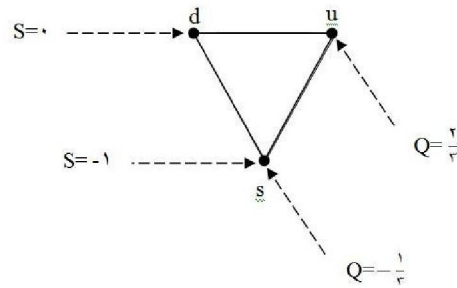
۱-۲-۴ مدل کوارکی

موفقیت راه هشت‌گانه این پرسش را بر می‌انگیزد، چرا هادرون‌ها در این الگوی شگفت‌آور جای می‌گیرند؟ جدول تناوبی باید سال‌ها انتظار می‌کشید تا مکانیک کوانتوم و اصل طرد پائولی دلیل آن را بگوید اما درک راه هشت‌گانه در ۱۹۶۴ بدست آمد. هنگامی که گل‌من و شوایگ^۳ مستقلاً پیشنهاد کردند که تمام هادرون‌ها در واقع از ذرات بنیادی‌تری به نام کوارک تشکیل شده‌اند. کوارک‌ها بر سه نوع (یا سه طعم) هستند که یک الگوی راه هشت‌گانه مثلثی را تشکیل می‌دهند.

^۱ همین اتفاق در مورد جدول تناوبی نیز روی داد. سه جای خالی در جدول مندلیف وجود داشت و پیش‌بینی شد که عناصر جدیدی باید کشف می‌شدند تا جاهای خالی را پر نمایند. مثل گل‌من او نیز با اعتماد به نفس خواص این ذرات را تشریح نمود و ظرف ۲۰ سال هر سه ذرات گالیوم و اسکاندیوم و جرمانیوم کشف شدند.

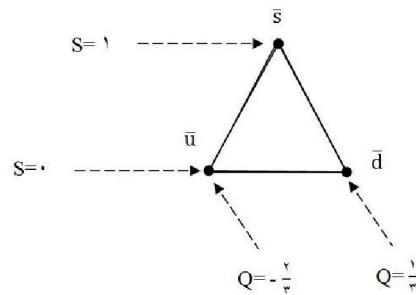
^۲ Supermultipler

^۳ Zweig



شکل (۶-۲) راه هشت‌گانه مثلثی کوارک‌ها.

کوارک u (برای 'up') دارای بار $\frac{2}{3}$ و شگفتی صفر است، کوارک d (برای 'down') دارای بار $-\frac{1}{3}$ و $S=0$ است و کوارک S (برای 'Strange') دارای بار $-\frac{1}{3}$ و $S=-1$ است. به ازای هر کوارک (q) یک پادکوارک (\bar{q}) با بار مخالف و شگفتی مخالف وجود دارد.



شکل (۷-۲) راه هشت‌گانه مثلثی پادکوارک‌ها.

بنابر مدل کوارک:

۱- هر باریون از سه کوارک (و هر پادباریون از سه پادکوارک تشکیل شده است).

۲- هر مزون از یک کوارک و یک پادکوارک تشکیل شده است.

با در دست داشتن این دو قاعده و به کار بردن حساب مقدماتی، می‌توان ده‌تایی باریون و هشت‌تایی مزون را ساخت. کافی است ترکیب‌های سه کوارک یا زوج‌های کوارک-پادکوارک را فهرست کرده و بارها و شگفتی‌های آن‌ها با هم جمع شوند.

جدول (۲-۲) ده‌تایی باریون.

باریون	S	Q	qqq
Δ^{++}	۰	۲	uuu
Δ^+	۰	۱	uud
Δ^0	۰	۰	udd
Δ^-	۰	-۱	ddd
Σ^{*+}	-۱	۱	uus
Σ^{*0}	-۱	۰	uds
Σ^{*-}	-۱	-۱	dds
Ξ^{*0}	-۲	۰	uss
Ξ^{*-}	-۲	-۱	dss
Ω^-	-۳	-۱	sss

توجه کنید که ۱۰ ترکیب از ۳ کوارک وجود دارد. برای مثال سه u هر یک در $Q = \frac{2}{3}$ بار کل ۲+ را تشکیل می‌دهند و شگفتی آن‌ها صفر است. این ذره Δ^{++} است (جدول ۲-۲). شمارش مشابهی از ترکیب‌های کوارک-پادکوارک، جدول مزون‌ها را تشکیل می‌دهد. در جدول (۲-۳) نه ترکیب و فقط هشت ذره در هشت‌تایی مزون وجود دارد. مدل کوارک مستلزم آن است که یک مزون سوم (علاوه بر π^0, η) با $S=0$ و $Q=0$ وجود داشته باشد. معلوم شد که این ذره در آزمایش پیدا شده و η' است. بنابر مدل کوارک، این همراه با هشت مزون دیگر، یک نه‌تایی مزون تشکیل می‌دهد. پادمزون‌ها خود به خود در همان ابر چند گانه جای می‌گیرند که مزون‌ها هستند: $u\bar{d}$ پادذره $d\bar{u}$ است و بر عکس.

ترکیب یکسان از کوارک‌ها می‌تواند شماری ذرات گوناگون را تشکیل دهد. دلتا مثبت و پروتون هر دو از دو u و یک d ساخته شده‌اند و پای مثبت و p مثبت هر دو $u\bar{d}$ هستند و همین طور تا آخر. درست به همان ترتیب که اتم هیدروژن (الکترون به اضافه‌ی پروتون) ترازهای انرژی بسیار متفاوت دارد، مجموعه‌ای از کوارک‌ها نیز می‌توانند از راه‌های بسیار متفاوت با یکدیگر پیوند حاصل کنند. فقط در کوارک‌ها، فاصله‌ی بین ترازهای انرژی خیلی زیاد است. از اینرو در اصل می‌توان بی‌نهایت هادرون را فقط با سه کوارک ساخت، اما توجه کنید که در مدل کوارک، برخی چیزها مطلقاً کنار نهاده شده‌اند، برای مثال یک باریون با $S = 0$ و $Q = -2$ به هیچ وجه ترکیبی از سه کوارک نمی‌تواند این اعداد را تولید کند. یک مزون با بار -2 مثل باریون Δ^{++} یا با شگفتی -3 مثل Ω^- نیز نمی‌تواند وجود داشته باشد.

جدول (۲-۳) نه تایی مزون.

مزون	S	Q	$q\bar{q}$
π^0	•	•	$u\bar{u}$
π^+	•	۱	$u\bar{d}$
π^-	•	-۱	$d\bar{u}$
η	•	•	$d\bar{d}$
K^+	۱	۱	$u\bar{s}$
K^0	۱	•	$d\bar{s}$
K^-	-۱	-۱	$s\bar{u}$
\bar{K}^0	-۱	•	$s\bar{d}$
??	•	•	$s\bar{s}$

مدل کوارک دچار یک مشکل بسیار ژرف است، با وجود جستجوی همیشگی ۲۰ ساله هنوز یک کوارک هم مشاهده نشده است. یک پروتون در واقع از سه کوارک ساخته شده است، اگر یک ضربه محکم

زده شود باید کوارک‌ها از آن بیرون بیایند. تشخیص آن‌ها نیز دشوار است و با آزمایش قطره روغن میلیکان معمولی نمی‌توان آن‌ها را شناخت. از این گذشته دست کم یکی از کوارک‌ها باید مطلقاً پایدار باشد. به چه چیز واپاشیده می‌شود، (در فصل اول بخش واپاشی توضیح داده شده است)، اگر ذره سبک‌تری با بار کسری وجود نداشته باشد؟، از این رو کوارک‌ها را باید بتوان آسان تولید کرده، آسان تشخیص داد و آسان نگهداری کرد، اما تا کنون هیچکس کوارک را مشاهده نکرده است. ناتوانی آزمایش‌ها در تولید کوارک‌های منفرد در اواخر دهه شصت و اوایل دهه هفتاد شک و تردید بسیار درباره‌ی مدل کوارک برانگیخت. به دلایلی که هنوز معلوم نیست، کوارک‌ها در درون باریون‌ها و مزون‌ها محبوس شده‌اند و نمی‌توان آن‌ها را بیرون آورد.

حتی اگر هم کوارک‌ها درون هادرون جا خوش کرده باشند، این به آن معنی نیست که با آزمایش در نمی‌آیند. می‌توان درون پروتون را کاوید، درست به همان ترتیب که رادرفورد درون اتم را با فرستادن چیزی به درون آن کاوید. این آزمایش‌ها در اواخر دهه شصت با استفاده از الکترون‌های پر انرژی و در اوایل دهه هفتاد با استفاده از پرتوهای نوترینو انجام شد. نتایج این به اصطلاح پراکندگی ژرف غیر کشسان یادآور آزمایش‌های رادرفورد بود. بیشتر ذرات تابیده عبور می‌کنند، حال آن‌که شمار کمی از آن‌ها به شدت کمانه می‌کنند. یعنی بار پروتون در محل کوچکی متمرکز شده است [۱۸]. درست به مانند آزمایش رادرفورد درباره‌ی هسته‌ی اتم، اما در مورد پروتون، شواهد نشان دهنده‌ی سه جرم متمرکز به جای یک جرم متمرکز است. این مؤید قوی مدل کوارک است.

سرانجام، یک ایراد نظری بر مدل کوارک وارد شد. در ظاهر مدل کوارک اصل طرد پائولی را نقض می‌کند. در شکل اولیه‌ی اصل پائولی بیان شده بود که دو الکترون نمی‌توانند یک تراز را اشغال کنند. اما بعداً مشخص شد که همین قاعده در مورد تمام ذراتی که اسپین آن‌ها نصف عدد صحیح است، صدق می‌کند، بویژه اصل طرد پائولی باید در مورد کوارک‌ها صدق کند زیرا کوارک‌ها دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند ولی

Δ^{++} برای مثال دارای سه کوارک u یکسان در یک تراز فرض شده است که در ظاهر با اصل پائولی جور در نمی‌آید.

در سال ۱۹۶۴، گرینبرگ^۱ راهی برای حل این معما یافت [۸]. وی می‌گفت که کوارک‌ها نه تنها سه طعم (s, d, u) دارند بلکه هر طعم نیز به سه رنگ گوناگون (برای مثال قرمز، سبز و آبی) ظاهر می‌شود. برای ساختن یک باریون، کافی است از هر رنگ یک کوارک برداشته شود. در این صورت، سه u در Δ^{++} دیگر یکسان نیستند (یکی قرمز است، یکی سبز و دیگری آبی) چون اصل طرد پائولی در مورد ذرات یکسان برقرار است، این اشکال نیز بر طرف می‌شود.

فرضیه رنگ چیزی همانند تردستی به نظر می‌رسد و بسیاری از افراد در ابتدا آن را آخرین چاره‌ی مدل کوارک می‌دانستند. منظور کردن رنگ یکی از بارورترین ایده‌های عصر ما بوده است.

قرمزی، آبی بودن و سبز بودن، سه اسم است و برای نامیدن سه ویژگی به کار رفته که کوارک‌ها افزون بر بار الکتریکی و شگفتی، آن‌ها را دارا می‌باشند. نام‌های دیگری بر این ویژگی‌ها گذاشته شده ولی نتیجه تفاوتی نمی‌کند تمام ذرات طبیعی بی‌رنگ هستند. منظور از بی‌رنگی این است که یا مقدار کل هر رنگ صفر است یا هر سه رنگ به مقدار مساوی موجودند.

به همین دلیل است که نمی‌توان یک ذره را از دو کوارک یا چهار کوارک ساخت و دلیل این‌که کوارک‌ها در طبیعت به صورت جداگانه ظاهر نمی‌شوند، همین است. تنها ترکیبات بی‌رنگی که می‌توانید

تشکیل دهید qqq (باریون‌ها) و $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ (پادباریون‌ها) هستند [۱۵].

۲-۲-۴ موفقیت‌ها و شکست‌های مدل کوارکی

همان‌طور که اشاره شد می‌توان گفت:

^۱ O.W.Greenberg

- مدل کوآرکی همه ذرات شناخته شده (تا سال ۱۹۶۰) را بر حسب سه بلوک بنیادی (u,d,s) طبقه‌بندی می‌کند.
- ذرات جدیدی را پیش‌بینی می‌کند (مثل Ω^-).
- توضیح می‌دهد چرا بعضی از ذرات وجود دارند (بعنوان مثال باریونی با $s=+1$).
- شرح اختلاف جرمی بین مزون‌ها و باریون‌ها.
- پیشگویی ممان مغناطیسی مزون‌ها و باریون‌ها.
- شرح و پیشگویی سطح مقطع‌های پراکندگی.
- ولی هنوز کوآرک آزاد مشاهده نشده است (تئوری QCD علت آن را شرح می‌دهد).
- مدل کوآرکی مشخص نمی‌کند چند نوع مختلف کوآرک وجود دارد (در حال حاضر شش کوآرک کشف شده است).
- این مدل توضیحی برای نیروی نگه دارنده بین کوآرک‌ها ندارد (تئوری QCD گلوئون‌ها را ذرات واسطه نیروی قوی مشخص می‌کند).
- طبق مدل تابع موج ذره Δ^{++} کاملاً متقارن است و این اصل پائولی را نقض می‌کند.

۲-۵ گروه‌های تقارنی

در اواخر دهه‌ی پنجاه تاریخ تکرار شد و در سال ۱۹۳۲ دیده شده که پروتون و نوترون یک جفت تشکیل می‌دهند و اکنون نیز به طور کامل روشن است که نوکلئون‌ها Ξ ها، Σ ها، Λ ها با همدیگر یک گروه طبیعی را در خانواده‌ای باریون تشکیل می‌دهند. تمام آن‌ها حامل اسپین $\frac{1}{2}$ هستند و جرم‌های آن‌ها شبیه است. درست است که مقدار پایین از $940 \text{ Mev}/c^2$ برای نوکلئون‌ها تا $1320 \text{ Mev}/c^2$ برای Ξ متغیر است، همان‌گونه هاینبرگ درباره‌ی نوترون و پروتون گفته است که این دو ذره یعنی n و p حالات خاصی

از یک ذره می‌باشند، ذرات گفته شده (Ξ ها، Σ ها، Λ ها) را نیز می‌توان گفت که حالات خاصی از یک ذره هستند یعنی ذره‌ای وجود دارد که در شرایط خاصی تبدیل به Ξ یا Σ یا Λ می‌شود. این ذره باریون است همه این ذرات یک خانواده باریون تشکیل می‌دهند، در هر صورت این هشت باریون یک "پیوند فراچندگانه" نامیده می‌شود. و این احتمالاً بدان معنی است که آن‌ها متعلق به همان نمایش گروه متقارن توسعه یافته هستند، که در آن ایزواسپین $SU(2)$ به عنوان یک زیر گروه ضمیمه می‌شود.

سؤال انتقادی این است که: گروه بزرگتر چیست؟ فرمول "راه هشت‌گانه" راه حل گلن برای مسئله هشت باریون گروه تقارن $SU(3)$ است. پیوندهای هشت‌گانه نمایش‌های هشت بعدی $SU(3)$ و پیوند ده‌گانه نمایش‌های ده بعدی را تشکیل می‌دهند و غیره.

چیزی که این حالت را دشوارتر از مورد هایزنبرگ می‌کند، این است که هیچ ذره‌ی طبیعی در نمایش اساسی (سه بعدی) $SU(3)$ قرار نمی‌گیرد، همان‌گونه که نوکلئون‌ها و بعداً Ξ ها و K ها و غیره در مورد $SU(2)$ انجام می‌دهند. این حالات برای کوارک‌ها نیز وجود دارد: u, d, s با هم نمایش سه بعدی $SU(3)$ را تشکیل می‌دهند که زیر نظر $SU(2)$ به یک پیوند دوگانه (u, d) و یک پیوند یگانه‌ی (s) شکسته می‌شوند. البته وقتی که کوارک افسون پیدا شد، گروه تقارن طعم برهم‌کنش قوی دوباره گسترش یافت، این مرتبه برای $SU(4)$ اما همه چیز پیش از ورود کوارک bottom متوقف نشد و ما را به سوی $SU(5)$ و سپس به سوی، کوارک معروف top، $SU(6)$ برد.

در فیزیک ذره‌ی بنیادی، رایج‌ترین گروه‌ها از نوعی هستند که ریاضیدانان آنان را $U(n)$ می‌نامند [۱۹]. مجموعه‌ی تمامی ماتریس‌های یکانی $n \times n$ (جدول ۲-۳). (ماتریس یکانی، ماتریسی است که معکوس آن با همیوغ ترانهادی آن مساوی است $(U^{-1} = \tilde{U}^*)$).

اگر ماتریس‌های یکانی را با دترمینان ۱ محدود کنیم گروه $SU(n)$ نامیده می‌شود. (واژه S مختصر واژه‌ی 'Special' یعنی ویژه است که فقط به معنی دترمینان ۱ می‌باشد).

اگر خود را به ماتریس‌های یکانی حقیقی محدود کنیم، گروه $O(n)$ می‌باشد. (واژه O مختصر واژه‌ی 'Orthogonal' به معنی متعامد است، یک ماتریس متعامد ماتریسی است که معکوس آن با ترانزپوز آن یکسان است $(O^{-1} = \tilde{O})$).

در نهایت، گروه ماتریس‌های حقیقی و متعامد $n \times n$ ، $SO(n)$ می‌باشند. ممکن است $SO(n)$ به‌عنوان گروه تمامی چرخش‌ها در فضا با ابعاد n فرض شود. بنابراین $SO(3)$ تقارن چرخشی جهان ما را توصیف می‌کند، تقارنی که با قضیه‌ی نودر به بقای اندازه حرکت زاویه‌ای مربوط شده است. در حقیقت، تمام فرضیه‌ی کوانتومی اندازه حرکت زاویه‌ای، یک تئوری گروه پنهان است و این چنین روی می‌دهد که $SO(3)$ از لحاظ ساختار ریاضی با $SU(2)$ یکسان است که مهمترین و اساسی‌ترین تقارن داخلی در فیزیک ذره بنیادی است.

جدول (۲-۴) مهمترین گروه‌ها در فیزیک ذرات بنیادی.

نام گروه	ماتریس در گروه
$U(n)$	$n \times n$ unitary ($\tilde{U}^* U = 1$)
$SU(n)$	$n \times n$ unitary with determinant 1
$O(n)$	$n \times n$ orthogonal ($\tilde{O} O = 1$)
$SO(n)$	$n \times n$ orthogonal with determinant 1

۱-۲-۵ گروه $U(2)$

مهمترین مثال از گروه‌های یکانی چه از نظر ریاضی و چه از نظر فیزیکی گروه $U(2)$ است. این گروه یک زیر گروه موسوم به $SU(2)$ دارد که از ماتریس‌های با دترمینان یک تشکیل شده است هر ماتریس $U \in U(2)$ را می‌توان به صورت $U = e^{i\phi} g$ نوشت [۱۹] که در آن $g \in SU(2)$ است.

این رابطه هم‌چنین نشان می‌دهد که برای آنکه عناصر $U(2)$ پارامتریزه شوند کافی است که عناصر $SU(2)$ پارامتریزه شوند زیرا هر عنصر $U(2)$ از ضرب کردن یک فاز $e^{i\phi}$ در یک عنصر $SU(2)$ بدست می‌آید.

حال فرض کنید که $g \in SU(2)$.

g را به شکل $g = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ قرار دهید و شرط $g^+g = 1$ را اعمال کنید بدست آورده می‌شود.

$$a\bar{a} + b\bar{b} = 1$$

$$c\bar{c} + d\bar{d} = 1 \quad (22-2)$$

$$a\bar{c} + b\bar{d} = 0$$

$$ad - bc = 1$$

ترکیب این روابط منجر به این می‌شود که $b = -\bar{c}$ و $a = \bar{d}$ و نهایتاً ماتریس g به شکل زیر در می‌آید:

$$g = \begin{pmatrix} a & b \\ -\bar{b} & \bar{a} \end{pmatrix} \quad |a|^2 + |b|^2 = 1 \quad (23-2)$$

با قرار دادن $a = \cos \theta e^{i\alpha}$ و $b = \sin \theta e^{i\beta}$ پارامتر بندی زیر برای عناصر $SU(2)$ بدست می‌آید.

$$g \in SU(2) \rightarrow g = \begin{pmatrix} \cos \theta e^{i\alpha} & \sin \theta e^{i\beta} \\ -\sin \theta e^{-i\beta} & \cos \theta e^{-i\alpha} \end{pmatrix} \quad (24-2)$$

۵-۲-۲ گروه‌های تقارنی $SU(2)$

پروتون و نوترون در واقع یک ذره هستند (دو حالت مختلف ایزواسپین $I = \frac{1}{2}$ می‌باشند) و ذرات

دیگری نیز در چنین الگوهایی قرار گرفتند (مثل سه‌گانه پایون) مدل‌هایی برای طبقه‌بندی ذرات ارائه شد

ولی این پیشنهادها به همه سوالات نمی‌توانست پاسخ دهد.

به عنوان مثال اگر تفاوت جرم بین این ذرات ناشی از الکترومغناطیس است چرا اختلاف جرم‌ها بین

ذرات خنثی و باردار نظم یکسانی ندارند؟

$$M_n > M_p \quad \text{ولی} \quad M\pi^+ > M\pi^0$$

$$\pi^+ (140 \text{ Mev}) \quad \pi^0 (135 \text{ Mev})$$

از آنجائیکه پروتون و نوترون شبیه دو حالت اسپین $S = \frac{1}{2}$ در یک دوگانه قرار می‌گیرند برای ایزواسپین نیز تقارن $SU(2)$ پیشنهاد شد. طوری که ذرات در دوگانه $\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$ و ضدذرات آن‌ها در دوگانه $\begin{pmatrix} -\bar{n} \\ \bar{p} \end{pmatrix}$ قرار گرفتند (شکل خاص دوگانه ضدذرات مربوط به گروه $SU(2)$ است).

این دوگانه‌ها نمایش‌های بنیادی $SU(2)$ ایزواسپین در نظر گرفته شده‌اند، بنابراین ذرات دیگر مثل پایون‌ها از ترکیب این دوگانه‌ها بوجود می‌آیند. (البته این مدل قبل از کشف \bar{p} پیشنهاد شد). در این مدل پایون‌ها ترکیبی از نوکلئون- پادنوکلئون به شکل زیر می‌باشند:

$$\pi^+ = p\bar{n}, \quad \pi^- = n\bar{p}, \quad \pi^0 = p\bar{p} + n\bar{n} \quad (25-2)$$

برای بدست آوردن مولدهای گروه $SU(2)$ تبدیلات بینهایت کوچک در نظر گرفته می‌شود با قرار دادن $g \approx I + a \in su(2)$ ، که در آن a ماتریسی با درایه‌های کوچک است شرط یکانی بودن منجر می‌شود به این می‌شود که:

$$a + a^\dagger = 0 \quad (26-2)$$

یعنی اینکه a پاد هرمیتی باشد از طرفی اگر دترمینان $I+a$ مساوی صفر قرار داده شود دیده می‌شود که می‌بایست $\text{tr}(a)=0$ باشد بنابراین a را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$a = \begin{pmatrix} i\epsilon_3 & i\epsilon_1 + \epsilon_2 \\ i\epsilon_1 - \epsilon_2 & -i\epsilon_3 \end{pmatrix} \quad (27-2)$$

و یا

$$a = \epsilon_1 T_1 + \epsilon_2 T_2 + \epsilon_3 T_3 \quad (28-2)$$

$$\begin{cases} T_1 = i\sigma_1 = i \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ T_2 = i\sigma_2 = i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ T_3 = i\sigma_3 = i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

ماتریس‌های پائولی مولدهای گروه $SU(2)$ نامیده می‌شوند با نوشتن $(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3) = \theta(n_1, n_2, n_3)$ که در آن $n = (n_1, n_2, n_3)$ یک بردار یکه است تبدیل بینهایت کوچک $SU(2)$ را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$g \approx I + i\theta n \cdot \sigma \quad (29-2)$$

و از آنجا تبدیل محدود $SU(2)$ شکل زیر را به خود می‌گیرد:

$$g \in su(2) \rightarrow g = e^{i\theta n \cdot \sigma} \quad (30-2)$$

در نتیجه گروه تقارنی $SU(2)$ سه مولد دارد که از این سه مولد یک مولد قطری است که می‌توان ویژه حالت‌ها ایزواسپین را با مقادیر ویژه این مولد (I_3) برچسب زد. با کشف ذرات ناپایدار جدید (Λ, k) عدد کوانتومی شگفت معرفی شد طوری که عدد شگفت در برهم‌کنش‌های قوی دارای بقاء است. یعنی علاوه بر مولفه سوم ایزواسپین عدد کوانتومی S نیز در برهم‌کنش‌های قوی حفظ می‌شود، لذا گروه تقارنی $SU(2)$ برای بیان تقارن برهم‌کنش قوی کافی نیست زیرا با استفاده از این گروه فقط یک عدد کوانتومی دارای بقاء می‌توان داشت.

ژل-من، ناکانا^۱، نیشیجیما^۲ به رابطه زیر بین بار الکتریکی، مولفه سوم ایزواسپین، عدد شگفت و عدد باریونی پی‌بردند.

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} \quad (31-2)$$

ژل-من نام ابر بار^۳ را برای $B+S$ انتخاب کرد.

¹ Nakana

² Nishijama

³ Hypercharge

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (32-2)$$

جدول (۵-۲) این اعداد را برای بعضی از ذرات مشخص می‌کند.

جدول (۵-۲) ابر بار ذرات.

	I_3	S	B	Y	Q
P	$+\frac{1}{2}$	۰	۱	۱	+۱
N	$-\frac{1}{2}$	۰	۱	۱	۰
π^+	+۱	۰	۰	۰	+۱
k^+	$+\frac{1}{2}$	+۱	۰	۰	+۱
\bar{k}^0	$+\frac{1}{2}$	-۱	۰	۰	۰

چندگانه‌های $SU(2)$ نمی‌توانست پاسخگوی این الگو باشد بنابراین گروه تقارنی $SU(3)$ برای طبقه‌بندی ذرات معرفی شد.

در یکی از مدل‌هایی که بر اساس $SU(3)$ ارائه شد فرض کردند همه ذرات از ترکیب سه ذره Λ, n, p و پادذرات آن‌ها ساخته شده‌اند (مدل ساکاتا)^۱.

در این مدل ساختار ذرات کائون و پایون عبارت است از:

$$\pi^+ = p\bar{n}, \quad k^+ = p\Lambda$$

هر چند مدل ساکاتا به این سؤال پاسخ می‌دهد که چرا $M_k > M_{k^+}$, $M_n > M_p$ در حالیکه

$M_{\pi^+} > M_{\pi^0}$ ولی این مدل مشکلات بزرگی دارد از جمله اینکه ساختار مناسب برای طبقه‌بندی ذرات را

ندارد. یعنی همه نمایش‌ها را با استفاده از نمایش‌های بنیادی سه گانه (p, n, Λ) و سه گانه ضدذرات آن‌ها

نمی‌توان بدست آورد.

^۱ Sakata

هم‌چنین در این مدل، این که چرا (p, n, Λ) ذرات بنیادی هستند؟ چرا پیون‌ها و کائون‌ها بنیادی نباشند را پاسخگو نیست.

۳-۲-۵ گروه تقارنی $SU(3)$

گروه یکانی دیگری که در فیزیک ذرات بنیادی اهمیت دارد گروه $SU(3)$ است این گروه بیان‌کننده تقارن نیروی هسته‌ای قوی یا تقارن کوارک‌ها دانسته می‌شود که در طبیعت شش نوع کوارک وجود دارد که به کوارک‌های $up, down, strange, charm, top, bottom$ مشهورند.

برای این کوارک‌ها به ترتیب علائم اختصاری u, d, s, c, t, b بکار می‌رود تمام این کوارک‌ها ذرات با

اسپین $\frac{1}{2}$ هستند ولی بار همه‌ی آن‌ها کسری است جرم آن‌ها نیز با هم کاملاً متفاوت است.

معمولاً کوارک‌های نسل دوم سنگین‌تر از نسل اول و کوارک‌های نسل سوم سنگین‌تر از نسل دوم هستند و به همین دلیل نیز دیرتر در شتاب‌دهنده‌ها آشکار شده‌اند زیرا برای تولید آن‌ها انرژی بیشتری مورد نیاز بوده است این تفاوت هم‌چنین استفاده از نام نسل را برای خانواده‌های متفاوت توجیه می‌کند.

برای این ذرات مثل همه‌ی ذرات دیگر پاد ذره‌هایی نیز وجود دارد که همان جرم و اسپین را دارند

ولی بار الکتریکی آن‌ها منفی بار الکتریکی ذرات مربوطه است (جدول (۲-۶)).

جدول (۲-۶) نسل کوارک‌ها و پادکوارک‌ها.

بار الکتریکی	نسل اول	نسل دوم	نسل سوم
$+\frac{2}{3}$	u	c	t
$-\frac{1}{3}$	d	s	b
$-\frac{2}{3}$	\bar{u}	\bar{c}	\bar{t}
$+\frac{1}{3}$	\bar{d}	\bar{s}	\bar{b}

یک کوارک که به طور کلی با q نشان داده می‌شود یک خصلت درونی مثل بار الکتریکی دارد که این خصلت در واقع نشان دهنده بار هسته‌ای آن است و تعیین می‌کند که این کوارک چه نیرویی به دیگر کوارک‌ها وارد می‌کند برعکس بار الکتریکی که تنها به دو نوع مثبت و منفی وجود دارد بار هسته‌ای در سه نوع ظاهر می‌شود این خصلت را رنگ نامیده‌اند اگر چه هیچ نسبتی با رنگ به مفهوم متعارف آن ندارد. در واقع یک کوارک می‌تواند در یکی از سه حالت کوانتومی:

$$|R\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |G\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |B\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۳۳-۲)$$

قرار بگیرد و بسته به اینکه در کدام حالت باشد با R ، G یا B نشان داده می‌شود.

در نیروی الکترومغناطیسی یک تقارن وجود دارد به این معنا که نیروی بین دو بار q و q با نیروی بین دو بار $-q$ و $-q$ هیچ تفاوتی نمی‌کند در این جا یک تقارن ساده دیده می‌شود. تقارن نیروی هسته‌ای قوی نیز شبیه به این تقارن است نیروی بین دو کوارک با بارهای B ، B هیچ تفاوتی با نیروی بین دو کوارک با بارهای G ، G یا R ، R ندارد.

اما این حقیقت که بار کوارک‌ها به جای دو نوع مثبت و منفی سه نوع است و همچنین این که می‌توان با توجه به مکانیک کوانتومی کوارک را در ترکیبی از سه حالت باردار خود یعنی در حالتی مثل

$$|\psi\rangle = \alpha|R\rangle + b|G\rangle + c|B\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad (۳۴-۲)$$

تصور کرد این امکان را بوجود می‌آورد که تبدیلات گسترده‌ای را در مورد حالت‌های کوارک‌ها مطالعه شود. نتیجه این مطالعات تجربی و نظری آن است که اگر دو کوارک در حالت‌های دلخواه

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \quad |\phi\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad (۳۵-۲)$$

وجود داشته باشد نیروی بین آن‌ها هیچ تفاوتی با نیروی بین کوارک در حالت‌های $U|\psi\rangle$ و $U|\phi\rangle$ که در آن U یک ماتریس یکانی است نخواهد داشت.

این تقارن، تقارن رنگ^۱ یا تقارن $SU(3)$ در نیروی هسته‌ای قوی نامیده می‌شود کشف این که چنین تقارنی در دنیای ذرات وجود دارد یکی از فصل‌های مهم در تاریخ تحول فیزیک ذرات بوده است با استفاده از این تقارن نیز ذرات ناشناخته جدیدی پیش‌بینی و سپس در آزمایشگاه کشف شده‌اند.

گروه $SU(3)$ مجموعه ماتریس‌های 3×3 یکای با دترمینان واحد است که در خواص یک گروه صدق می‌کنند. این گروه ۸ مولد یا ۸ پارامتر حقیقی دارد که دو مولد قطری هستند. (تعداد پارامترهای حقیقی گروه $SU(n)$ برابر است با $n^2 - 1$ و تعداد پارامترهای حقیقی گروه $U(n)$ برابر خواهد بود با n^2) لذا می‌توان ویژه حالت‌های تبدیلات تقارنی گروه $SU(3)$ را با دو عدد کوانتومی دارای بقاء برچسب زد. برهم‌کنش‌های قوی نسبت به تبدیلات این گروه ناوردا است طوری که دو مولد قطری با ابربار Y و مولد سوم ایزواسپین I_3 مشخص می‌شوند [۱۹].

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

ضرب سه‌گانه و پاد سه‌گانه‌های این گروه نه حالت که به شکل هشت‌گانه و یگانه دسته‌بندی

می‌شوند.

$$3 \times \bar{3} = 8 + 1 \quad (36-2)$$

شبهه $SU(2)$ که

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 \oplus 1 \right) \quad \text{اندازه حرکت زاویه‌ای کل یا اسپین} \\ \left(2 \times 2 = 3 \oplus 1 \right) \quad \text{تعداد حالت‌ها} \end{array} \right. \quad (37-2)$$

¹ Color symmetry

ضرب سه‌گانه گروه $SU(3)$ ، حالت که به شکل زیر مرتب می‌شوند [۲۰ و ۲۱]:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10 \quad (2-38)$$

حاصل این ضرب‌ها با الگوهای مزون‌ها و باریون‌ها (هشت‌گانه مزونی، هشت‌گانه باریونی و ده‌گانه) مطابقت دارد. این حالت‌ها بر اساس خاصیت تقارنی و پادتقارنی دسته‌بندی می‌شوند.

در مدل ساکاتا برای نمایش بنیادی از سه‌گانه (p, n, Λ) استفاده شد که الگوهای ذکر شده برای ذرات از این نمایش بنیادی بدست نمی‌آیند. ژل-من این سه ذره را با سه ذره بنیادی دیگر جایگزین کرد $(u, d, s) \rightarrow (p, n, \Lambda)$ و نام این ذرات را کوارک گذاشت و مدل کوارکی را پیشنهاد داد (همان طور که اشاره شد). طبق این مدل همه هادرون‌ها (شناخته شده در آن زمان) از سه ذره بنیادی (u, d, s) ساخته شده‌اند.

با توجه به اینکه در سطح گروه $SU(2)$ دوگانه $\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$ با $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ جایگزین می‌شود. کوارک‌های u, d تشکیل دوگانه ایزواسپین $SU(2)$ را می‌دهند و کوارک s یگانه این گروه است.

جدول (۲-۷) ساختار گروه $SU(3)$ کوارک‌ها.

	u	d	s
Q	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
I_3	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	۰
S	۰	۰	-۱
Baryon Number	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$
Lepton Number	۰	۰	۰

لازم به ذکر است گروه $SU(2)$ زیرگروه $SU(3)$ است، پارینه ذاتی کوارک‌ها $1 +$ (و برای پادکوارک‌ها $1 -$) است. ساختار گروه برای کوارک‌های u, d, s ، $SU(3)$ است، این گروه $SU(3)$ طعم نامیده می‌شود. برای هر کوارک یک پادکوارک وجود دارد، کوارک‌ها در همه برهم‌کنش‌ها شرکت می‌کنند. (جرم، بار الکتریکی و ... دارند).

ساختارهای کوارکی بعضی از ذرات عبارت است از:

$$\left\{ \begin{array}{lll} \pi^+ = u\bar{d} & \pi^- = d\bar{u} & \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u - \bar{d}d) \\ k^+ = u\bar{s} & & k^0 = d\bar{s} \\ p = uud & n = ddu & \Lambda = uds \\ \bar{p} = \bar{u}\bar{u}\bar{d} & \bar{n} = \bar{d}\bar{d}\bar{u} & \bar{\Lambda} = \bar{u}\bar{d}\bar{s} \end{array} \right. \quad (39-2)$$

ناوردایی برهم‌کنش‌های قوی نسبت به تبدیلات $SU(3)$ (دوران در فضای (u,d,s)) تقارن دقیقی نیست چون جرم این سه کوارک با هم اختلاف دارد.

هر چند در ابتدا کوارک‌ها به عنوان ابزار ریاضی مطرح شدند ولی آزمایش‌های زیادی نشان می‌دهد که این ذرات فیزیکی هستند مدل کوارکی علاوه بر این که محتوای کوارکی ذرات را مشخص می‌کند، پیشگویی‌هایی برای ممان مغناطیسی و سطح مقطع پراکندگی‌ها دارد که با تجربه موافق است.

خواص گروه تقارنی $SU(3)$ رنگ نتایج جالبی دارد که بعضی از آن‌ها عبارتند از:

۱. کوارک‌ها در فضا محبوس هستند. نمی‌توان یک کوارک را به شکلی که الکترون و یا

پروتون را دیده می‌شود به صورت آزاد مشاهده کرد.

۲. همه ذرات یگانه رنگ هستند. (این مطلب سبب نجات اصل پائولی شد) در مدل کوارکی

Δ^{++} شامل سه کوارک u است که در یک حالت کاملاً متقارن قرار می‌گیرند و لازم است عدد

کوانتومی دیگری معرفی شود تا تابع موج پادمتقارن شود که این عدد، عدد رنگ نامیده شد.

۳. آزادی مجانبی در نتیجه برهم‌کنش بین گلوئون‌ها است، ثابت پیوند QED و QCD کاملاً

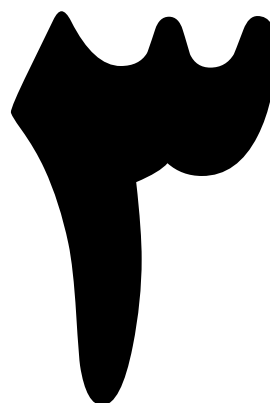
متفاوت عمل می‌کنند.

۴. نیروی بین کوارک‌ها در فواصل کم کاهش می‌یابد و کوارک‌ها در این فاصله آزاد هستند

و وقتی کوارک‌ها از هم دور می‌شوند نیروی بین دو کوارک زیاد می‌شود. در حالی که در مورد بار

الکتریکی نیروی الکترومغناطیسی بارها با افزایش فاصله کم و وقتی بارها به هم نزدیک می‌شود

نیرو بیشتر می‌شود.



فصل سوم: مختصات فوق کروی و روش وردشی

مقدمه

روشی برای ساختن پایه پتانسیل و محاسبه پتانسیل مربوطه ارائه خواهد شد زیرا مجموعه‌ای که به اصطلاح زیر مجموعه بهینه نامیده می‌شود اغلب ابزاری است که تابع موج از آن ساخته می‌شود شامل ترکیب‌های خطی از عناصر پایه پتانسیل برای ذراتی می‌باشد که با تقارن مورد نیاز سیستم تحت تبادل ذرات همخوانی دارد.

یک روش ریاضی نشان داده خواهد شد که حرکت سیستمی را که اساسش روی نیروهای سه جسمی یکسان است را توصیف می‌کند. یک حل کامل برای معادله شرودینگر شعاعی سیستم سه جسمی بدست آورده می‌شود در این جا فرض شده است پتانسیل برهم‌کنشی V به ابر شعاع x بستگی دارد جایی که x تابعی از مختصات نسبی ژاکوبی ρ و λ است که توابعی از ذرات یکسان وابسته به موقعیت‌های \vec{r}_{12} و \vec{r}_{23} هستند. این روش در فیزیک هسته‌ای و مولکولی استفاده می‌شود.

۳-۱ مختصات فوق کروی

برای یک سیستم N ذره‌ای با جرم یکسان معادله شرودینگر می‌تواند توسط مختصات ژاکوبی به صورت زیر حل شود [۲۲ و ۲۳].

$$\vec{\zeta}_i = \sqrt{\frac{i}{i+1}} \left(\vec{r}_{i+1} - \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i \vec{r}_j \right) \quad i = 1, \dots, N-1 \quad (1-3)$$

مختصات مرکز جرم:

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_N}{N} \quad (2-3)$$

پس حرکت مرکز جرم یک سیستم تک ذره‌ای را می‌توان به طور ساده در مختصات ژاکوبی بیان کرد. در مختصات ژاکوبی $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N-1}$ به صورت تابعی از مکان نسبی ذرات $\vec{r}_{12}, \vec{r}_{23}, \dots, \vec{r}_{N1}$ بیان می‌شود [۲۴ و ۲۵].

$$\begin{aligned}\xi_1^2 &= \frac{r_{12}^2}{2} = \frac{1}{2}(r_1 - r_2)^2 = 2(R - r_2)^2 \\ \xi_2^2 &= \frac{1}{6}(r_1 + r_2 - 2r_3)^2 = \frac{3}{2}(R - r_3)^2 \\ &\vdots \\ \xi_{N-1}^2 &= \frac{1}{N(N-1)}[r_1 + r_2 + \dots + r_{N-1} - (N-1)r_N]^2 = \frac{N}{N-1}(R - r_N)^2\end{aligned}\quad (3-3)$$

بر طبق این روابط ابر شعاع برای این مختصات به صورت:

$$x = \left[\sum_{i=1}^{N-1} \xi_i^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\sum_{i=1}^{N-1} \frac{i+1}{i} (R - r_{i+1})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-3)$$

تعریف خواهد شد. و می‌توان تمام موقعیت‌ها و نیروهای سیستم را بر اساس آن‌ها توصیف کرد. برای مثال پتانسیل نوسانگر هارمونیک برای سیستمی N ذره‌ای مانند زیر بدست خواهد آمد.

$$V_{h.o} = \frac{1}{2} k \sum_{i,j} (r_i - r_j)^2 = \frac{N}{2} k x^2 = a x^2 \quad (5-3)$$

که در آن، x^2 مربع فاصله نسبی ذرات از هر ذره دیگر است و همین‌طور این می‌تواند از فاصله هر ذره از مختصات مرکز جرم حرکت بدست آید.

$$x^2 = \frac{1}{N} (r_{12}^2 + r_{23}^2 + \dots + r_{N1}^2) = (r_1 - R)^2 + (r_2 - R)^2 + \dots + (r_N - R)^2 \quad (6-3)$$

با داشتن این رابطه، دیگر توان‌های X را می‌توان نتیجه گرفت:

$$x^{2n} = \left[\sum_{i=1}^{N-1} \xi_i^2 \right]^n = \left[\sum_{i=1}^{N-1} \frac{i+1}{i} (R - r_{i+1})^2 \right]^n = \left[\frac{1}{N} (r_{12}^2 + r_{23}^2 + \dots + r_{N1}^2) \right]^n \quad (7-3)$$

که n می‌تواند هر عدد دلخواهی داشته باشد مانند $\dots, -\frac{2}{\gamma}, -3, -\frac{1}{\gamma}, \frac{1}{\gamma}, \dots$. هم‌چنین می‌توان پتانسیل کولنی را در این مختصات با بسط دادن رابطه $|r_i - r_j|$ بدست آورد و با استفاده از معادلات (4-3) و (7-3) به صورت مقابل تعریف کرد:

$$V_{hyc} = k \sum_{i,j} \frac{1}{|r_i - r_j|} = \frac{k}{x} \quad (8-3)$$

با استفاده از متغیرهای تعریف شده در بالا می‌توان ذرات را در روش‌های کلی‌تری مورد بحث قرار داد. در حقیقت آزادی بیشتری برای توصیف نیروهای چند جسمی بین ذرات وجود دارد. در مختصات فوق کروی، ∇^2 لاپلاسی سیستم چند ذره‌ای را در فضای D بعدی با اعمال روابط بالا می‌توان بدست آورد:

$$\sum_{i=1}^{N-1} \nabla_{\xi_i}^2 = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{\partial^2}{\partial \xi_i^2} = - \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{d}{dx} - \frac{L^2(\Omega)}{x^2} \right) \quad (9-3)$$

در فرمول بالا اپراتور اریتمالی بزرگ نام دارد. این اپراتور شامل مختصات زاویه‌ای

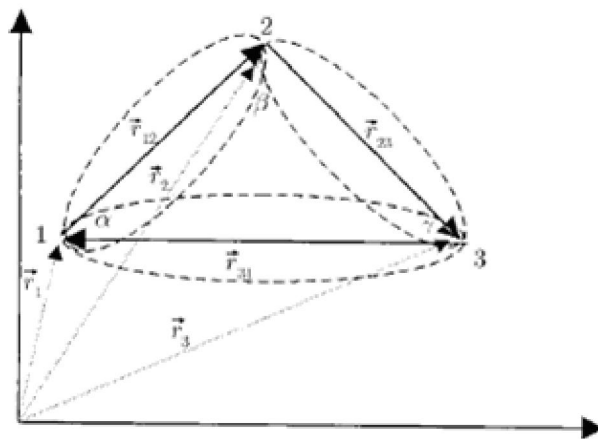
$\dots, \Omega_{\xi_1}, \Omega_{\xi_2}, \dots$ و ابر زاویه‌های t_1, t_2, \dots است که در آن $t_1 = \arctg\left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)$ ، در نظر گرفته می‌شود [26].

ویژه مقادیر $L^2(\Omega)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L^2(\Omega) = \gamma(\gamma + D - 2)(\Omega) \quad (10-3)$$

و در آن γ عدد کوانتومی زاویه‌ای بزرگ است که از طریق $\gamma = 2n + l_{\xi_1} + l_{\xi_2} + \dots$ معین می‌شود. n مقداری صحیح مثبت دارد و $l_{\xi_1}, l_{\xi_2}, \dots$ مومنتم‌های زاویه‌ای وابسته به مختصات ژاکوبی نسبی $\dots, \xi_1, \xi_2, \dots$ هستند.

اکنون این مختصات برای سیستمی سه جسمی با سه ذره یکسان بررسی می‌شود. که نمودار آن در شکل (۱-۳) نمایش داده شده است.



شکل (۱-۳): نمودار برهم‌کنش سیستم سه جسمی.

در این صورت برای سه ذره بردار مرکز جرم سیستم و بردارهای نسبی ذرات عبارتند از:

$$\vec{R} = \frac{1}{3}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3) \quad (۱۱-۳)$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad \text{و} \quad \vec{r}_{13} = \vec{r}_1 - \vec{r}_3 \quad \text{و} \quad \vec{r}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3 \quad (۱۲-۳)$$

با توجه به مواردی که از مختصات ژاکوبی بیان شد می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \rho = \xi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ \lambda = \xi_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) \end{cases} \quad (۱۳-۳)$$

در رابطه‌ی (۱۳-۳) کمیت ρ فاصله نسبی بین ذرات ۱ و ۲ و λ فاصله نسبی بین ذرات ۱ و ۲ و ۳ می‌باشد.

مختصه ژاکوبی ρ فاصله نسبی کوآرک (۱) نسبت به کوآرک (۲) بوده و در مختصه ژاکوبی λ فاصله نسبی ذره (۳) نسبت به مرکز جرم دو ذره دیگر می‌باشد. همچنین مختصه ρ ضدتقارن نسبت به r_1, r_2 ولی مختصه λ نسبت به جابه‌جایی r_1, r_2 متقارن است. در این صورت برای ابر شعاع از معادله (۳-۴) داریم:

$$x = \sqrt{\lambda^2 + \rho^2} \quad (14-3)$$

سه کوآرک تشکیل دهنده باریون با هم تشکیل یک مثلث می‌دهند با توجه به قانون مثلث، و با توجه به شکل (۳-۱) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{12} + \vec{r}_{23} + \vec{r}_{31} = 0 &\Rightarrow r_{12}^2 = r_{23}^2 + r_{31}^2 + 2r_{23} \cdot r_{31} \\ \Rightarrow r_{23} \cdot r_{31} &= \frac{-r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2}{2} \end{aligned} \quad (15-3)$$

با توجه به معادله (۳-۱۴) و (۳-۱۳) می‌توان گفت:

$$x^2 = \rho^2 + \lambda^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}r_{12}^2 + \frac{1}{6}r_{13}^2 + \frac{1}{6}r_{23}^2 + \frac{2}{6}r_{13} \cdot r_{23} \quad (16-3)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۳-۱۵) بدست می‌آید.

$$x^2 = \frac{1}{3}(r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{23}^2) \quad (17-3)$$

x^2 مربع فاصله نسبی هر کوآرک از کوآرک دیگر است.

در توصیف دینامیک سه کوآرک استفاده از مختصات فوق کروی که از مختصات ρ و λ تشکیل شده‌اند بسیار مفید می‌باشد لذا فوق کروی بصورت (۳-۱۳) تعریف می‌شود [۲۷].

و عملگر لاپلاسی از معادله (۳-۹) برای فضای شش بعدی به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\nabla^2 = \nabla_\rho^2 + \nabla_\lambda^2 = \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} - \frac{L^2(\Omega)}{x^2} \right) \quad (18-3)$$

که ویژه مقدارهای $L^2(\Omega)$ تعریف می‌شوند.

$$L^2(\Omega) = \gamma(\gamma + 4) \quad (19-3)$$

و در آن $\gamma = 2n + l_\lambda + l_\rho$ در نظر گرفته می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} n_\rho = 0, 1, \dots, n \\ n_\lambda = 0, 1, \dots, n - n_\rho \\ l_\rho = n_\rho, n_\rho - 2, \dots, 1, 0 \\ l_\lambda = n_\lambda, n_\lambda - 2, \dots, 1, 0 \\ \ell = |l_\rho - l_\lambda|, |l_\rho - l_\lambda| + 1, \dots, l_\rho + l_\lambda \\ m_\ell = -\ell, \ell + 1, \dots, \ell \end{array} \right.$$

هامیلتونین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H = \frac{p_\rho^2}{2m} + \frac{p_\lambda^2}{2m} + V(x) \quad (20-3)$$

$$\vec{p}_\rho = m \frac{d\vec{\rho}}{dt}, \quad \vec{p}_\lambda = m \frac{d\vec{\lambda}}{dt} \quad (21-3)$$

با استفاده از مختصات فوق کروی، عملگر انرژی جنبشی برای یک مجموعه سه جسمی بصورت زیر

نوشته می‌شود [28]. ($\hbar=c=1$)

$$-\frac{1}{2m} (\Delta_\rho + \Delta_\lambda) = \frac{-1}{2m} \left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} - \frac{L^2(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi)}{x^2} \right] \quad (22-3)$$

پس تابع موج فوق شعاعی $\psi_{v,\gamma}(x)$ جوابی از معادله‌ی شعاعی شرودینگر زیر است.

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} - \frac{\gamma(\gamma+4)}{x^2} \right) \psi_{v,\gamma}(x) = -2m[E - V(x)] \psi_{v,\gamma}(x) \quad (23-3)$$

به طور کلی معادله شرودینگر در فضای D بعدی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\left\{ \frac{-1}{2mx^{D-1}} \left[\frac{d}{dx} x^{D-1} \frac{d}{dx} - \frac{L^2(\Omega)}{x^2} \right] + V \right\} \psi = E\psi \quad (24-3)$$

از آنجایی که بر هم کنش سیستم سه جسمی در فضای شش بعدی حل شده است و با توجه به رابطه ی کلی $r^{\frac{-(D-1)}{2}}$ مقدار $X^{\frac{-5}{2}}$ بدست می آید.

اکنون معادله شرودینگر فوق شعاعی برای پتانسیل برهم کنش سه جسمی حل می شود برای این منظور تبدیل زیر در نظر گرفته می شود.

$$\Psi_{v,\gamma}(\mathbf{x}) = X^{\frac{-5}{2}} \varphi_{v,\gamma}(x) \quad (25-3)$$

بعد از جایگذاری رابطه (25-3) معادله (23-3)، به معادله زیر تبدیل می شود.

$$\varphi_{v,\gamma}''(x) + \left[2m(E - V(x)) - \frac{(2\gamma+3)(2\gamma+5)}{4x^2} \right] \varphi_{v,\gamma}(x) = 0 \quad (26-3)$$

۲-۳ پتانسیل میان کوارکها در باریونها

بر عکس هیدروژن و پوزیتروم که در آنها نیروهای مربوط به طور کامل الکترومغناطیسی و شناخته شده هستند کوارکها به وسیله ی نیروهای قوی مقید شده اند، معلوم نیست چه پتانسیلی را باید برای بدست آوردن جفتیدگی اسپین به جای قانون کولن به کار برده شود در اصل از کرومودینامیک پذیر است. ولی هیچکس نمی داند چگونه بایستی آنها را محاسبه کرد.

در برد کوتاه مشابه یک پتانسیل کولنی در نظر گرفته می شود $V \approx \frac{1}{r}$ و یک فاصله بسیار ریز که از لحاظ کمی مشابه ساختار هیدروژن و پوزیتروم است از سوی دیگر در فاصله های زیاد محاسبه برای محدودیت کوارک انجام شده است و پتانسیل بدون محدودیت افزایش می یابد شکل دقیق کاربردی $V(r^2)$ در فاصله زیاد، بیشتر حدی است برخی به یک پتانسیل هماهنگ نوسانی $V \approx r^2$ و بقیه به یک وابستگی لگاریتمی $V \approx \ln r$ تمایل دارند.

شاید ساده ترین مورد یک پتانسیل خطی باشد که به یک نیروی ثابت بستگی دارد $V \approx r$.

۱-۳-۲ معرفی پتانسیل کرنل^۱

می‌دانیم که پتانسیل مسأله فقط تابع شعاع x است لذا پتانسیل مرکزی است با فرض اینکه هر کوارک خود را تحت تأثیر نیرویی که از کوارک دیگر به آن وارد می‌شود می‌بیند در این صورت پتانسیل کلی بین کوارک‌ها تابع فاصله x بین آن دو می‌تواند به صورت زیر باشد [۲۹ و ۳۱].

$$V(x) = \frac{-c}{x} + bx \quad (۲۷-۳)$$

رابطه (۲۷-۳) پتانسیل کرنل نام دارد شامل، پتانسیل کوتاه برد $\frac{-c}{x}$ ، که مشابه پتانسیل جاذبه کولنی بوده، زیرا $\frac{1}{x}$ شبیه پتانسیل کولنی است که توسط نیروی الکترومغناطیسی وارد می‌شود [۳۰]. این پتانسیل از برهم‌کنش بین کوارک‌ها در فواصل کوچک ناشی می‌شود و منشأ آن بار رنگ است در واقع این جمله از جابه‌جایی گلوئون بین کوارک‌ها ناشی می‌شود. پتانسیل رنگ معمولاً به صورت زیر بحث می‌شود [۲۹]:

$$V_{\text{color}}(x) = -f \frac{u_s}{x} \quad (۲۸-۳)$$

f عامل رنگ است و به نوع رنگ مربوط به کوارک‌های برهم‌کنش وابسته است. در فواصل دور می‌توان پتانسیل برهم‌کنش را به صورت تابعی خطی از فاصله بین ذرات در نظر گرفت این پتانسیل نقش نگاهدارنده را دارد و به آن پتانسیل نگاهدارنده خطی می‌گویند [۳۱]. با توجه به جمله bx جدا کردن کوارک‌ها از هادرون‌ها امکان‌پذیر نبوده و به این دلیل است که هرگز کوارک آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود.

c و b پارامترهایی با مقادیر ثابت هستند که توسط فیت کردن نتایج محاسبات جرم‌ها تعیین می‌شوند [۳۲].

$$c = \frac{2\alpha_s}{3} \frac{16}{3\pi} \sum_{i < j} \alpha_{ij} , \quad b = \sigma \cdot \frac{32}{15\pi} \sum_{i,j} \gamma_{ij} \quad (۲۹-۳)$$

¹ Cornell

$$\alpha_{ij} = \sqrt{\frac{\mu_{ij}}{\mu}}, \quad \gamma_{ij} = \sqrt{\frac{\mu(m_i+m_j)}{m_k(m_1+m_2+m_3)}} \quad (30-3)$$

$$\mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}, \quad \mu_{ijk} = \frac{(m_i + m_j)m_k}{m_i + m_j + m_k}$$

از آنجایی که باریون از سه کوارک تشکیل شده است پس:

$$\sigma = 0.17 \text{ GeV}, \quad \alpha_s = 0.4 \quad (31-3)$$

با جایگذاری روابط (31-3) و (30-3) در روابط (29-3) مقادیر a, b بدست می آید [32]:

$$c = 4.59, \quad b = 1.61 \text{ fm}^{-2} \quad (32-3)$$

3-3 روش وردشی

معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل $V(x) = ax^2 - \frac{c}{x} + bx$ به صورت تحلیلی قابل حل می‌باشد. اما در پتانسیل کرنل به علت عدم حضور جمله‌ی ax^2 که نوسانات کوارک‌ها را نسبت به هم بیان می‌کند، به صورت تحلیلی قابل حل نمی‌باشد از این جهت در این جا از روش وردشی برای محاسبه‌ی جرم کوارک‌ها استفاده شده است.

در این روش اثر حالت‌های انرژی منفی با کمینه نمودن آن نسبت به پارامتر p در تابع موج کاهش داده می‌شود. پتانسیل کرنل در محاسباتمان جهت محبوس‌سازی کوارک مورد استفاده قرار گرفته است.

یک هامیلتونی H و یک تابع انتگرال‌پذیر مجذوری χ را در نظر بگیرید فرض کنید χ به یک بهنجار

شده است.

$$\langle \chi | \chi \rangle = 1 \quad (33-3)$$

ویژه حالت‌های H با χ_n نشان داده شده است.

$$H\chi_n = E_n\chi_n \quad (3-34)$$

تابع χ را می‌توان بر حسب مجموعه‌ی کامل ویژه تابع‌های χ_n بسط داد:

$$\chi = \sum_n C_n \chi_n \quad (3-35)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \langle \chi | H | \chi \rangle = \sum_n \sum_m C_n^* \langle \chi_n | H | \chi_m \rangle C_m \\ = \sum_n \sum_m C_n^* C_m E_m \langle \chi_n | \chi_m \rangle = \sum_n |C_n|^2 E_n \\ \geq E_0 \sum_n |C_n|^2 \end{cases} \quad (3-36)$$

چون از (3-33) ایجاب می‌کند که $\sum_n |C_n|^2 = 1$

نتیجه گرفته می‌شود که:

$$E_0 \leq \langle \chi | H | \chi \rangle \quad (3-37)$$

با استفاده از این نتیجه می‌توان یک کران بالا برای E_0 محاسبه کرد. این کار را می‌توان با انتخاب

یک χ که به تعدادی پارامتر (p_1, p_2, \dots) بستگی دارد و محاسبه‌ی $\langle \chi | H | \chi \rangle$ ، و کمینه کردن این کمیت نسبت به پارامترهای مزبور انجام داد.

تابع موج وردشی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\chi(x) = 2\sqrt{2}p^3 x^{\frac{5}{2}} e^{-p^2 x^2} \quad (3-38)$$

p پارامتر وردشی است و در شرط زیر صدق می‌کند:

$$\int \chi^2(x) dx = 1 \quad (3-39)$$

از آن جایی که:

$$E\psi = H\psi \quad (3-40)$$

پس طبق رابطه (3-33) می‌توان نوشت:

$$E(p) = \langle \chi | H | \chi \rangle \quad (41-3)$$

$$H = H_0 + V \quad (42-3)$$

$$\begin{cases} H_0 = \frac{p^2}{2\mu} \rightarrow p = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \\ p^2 = \frac{\hbar^2}{i^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \rightarrow -\frac{1}{2\mu} \nabla^2 \end{cases} \quad (43-3)$$

با توجه به آنچه از مختصات کروی گفته شد و معادله (43-3) می توان نوشت:

$$H_0 = -\frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial p^2} + \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right) \Rightarrow -\frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{5}{x} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{L^2(\Omega)}{x^2} \right) \quad (44-3)$$

با استفاده از روابط (42-3) و (44-3) که در آن پارامتری با دیمانسیون جرم است و V پتانسیل

کرنل نام دارد داریم:

$$E(p) = \langle \chi | H | \chi \rangle = 3p^2 - \frac{3}{4} \cdot c \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot p + \frac{15}{16} \cdot b \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot p^{-1} \quad (45-3)$$

طبق روش وردشی

$$E_0 \approx m i_p n E(p) , \quad \frac{dE}{dp} = 0, \quad p=p_0 \quad \text{در نقطه}$$

$$\frac{dE(p)}{dp} = 0 \Rightarrow 6p - c \cdot \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} - \frac{15}{16} \sqrt{\frac{\pi}{2}} p^{-2} = 0 \quad \text{در نقطه } p = p_0$$

$$\Rightarrow 6p_0^3 - c \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} p_0^2 - \frac{15}{16} \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (46-3)$$

با حل معادله (46-3) مقدار p_0 بدست می آید.

با قرار دادن مقدار p_0 در رابطه (۳-۴۵) مقدار $E(p)$ و با جایگذاری در رابطه (۳-۳۹) مقدار تابع موج وردشی را می‌توان بدست آورد.

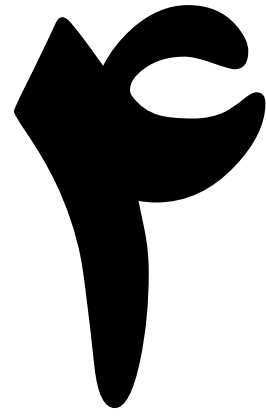
با توجه به آنچه در مورد معادله شرودینگر فوق شعاعی برای حل پتانسیل برهم‌کنش سه جسمی گفته شد می‌توان تابع موج را نوشت:

$$\Psi_{\nu\gamma}(x) = x^{-\frac{5}{2}}\chi(x) \quad (۳-۴۷)$$

انرژی باریون‌ها را می‌توان طبق معادله‌ی (۳-۲۶) و (۳-۴۴) بصورت زیر نوشت [۲۸].

$$E_{\text{baryon}} = \frac{E(p)}{2M} \quad (۳-۴۸)$$

M جرم کوارک است انرژی باریون بر حسب جرم کوارک بدست می‌آید.



فصل چهارم: محاسبه جرم کوارک

مقدمه

از آنجا که هنوز شواهد تجربی قانع کننده‌ای مبنی بر وجود کوارک‌های آزاد مشاهده نشده، ارائه مدلی برای بررسی نظری جرم کوارک‌ها از جذابیت بالایی برخوردار است. اولین و ساده‌ترین مدلی که برای مدل‌سازی نظری جرم کوارک‌ها ارائه شده، مدلی است که در آن باریون متشکل از سه ذره ساکن در نظر گرفته می‌شود و فقط برهم‌کنش اسپینی منظور می‌گردد [۳۳].

اگر تقارن کامل باشد، تمامی باریون‌های هشت‌گانه دارای جرم یکسان خواهند بود. اما همان طور که می‌دانیم، تقارن کامل نیست. علت آن است که کوارک s سنگین‌تر از کوارک‌های u, d است. از طرفی گونه‌های Δ ، Σ ، Λ جرم تقریباً مشابه دارند و جرم باریون‌های Δ به جرم پروتون نزدیکتر است. حذف جمله‌ی برهم‌کنش اسپین-مدار در واقع باعث می‌شود که طیف تشدید باریون‌ها تا حد معینی به نتایج تجربی نزدیکتر شود. در این فصل پتانسیل‌های ناشی از اثر اسپین و ایزواسپین، اختلالی محاسبه می‌شود و در انتها جرم کوارک‌های u, s, c, b بدست آورده می‌شود.

۴-۱ پتانسیل ناشی از اثر اسپین - اسپین

از آنجایی که کوارک‌ها دارای اسپین هستند برای بررسی دقیق برهم‌کنش‌ها باید اثر اسپین کوارک‌ها نیز لحاظ شود.

همان طور که در فصل دوم گفته شد، نیروی بین کوارک‌ها نیروی هسته‌ای قوی است که مستقل از بار است، این نیروها برد کوتاهی در حدود ابعاد هسته دارند که در فواصل کوتاه به شدت افزایش یافته و در فواصل دور به سمت صفر میل می‌کنند.

با این شرایط می‌توان پتانسیل زیر را برای سیستم پیشنهاد داد:

$$V = -V_0 \exp\left(\frac{-x^2}{x_0^2}\right) \quad (1-4)$$

x فاصله بین کوارک‌ها است.

$$F = -\frac{\partial V}{\partial x} = -2x \frac{V_0}{x_0^2} \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2}\right) \quad (2-4)$$

همانطور که بیان شد کوارک‌ها دارای اسپین هستند و با یکدیگر برهم‌کنش دارند بنابراین این برهم‌کنش اسپین‌ها به صورت $S_i \cdot S_j$ خواهد بود.

بنابر آنچه گفته شد پتانسیل اسپین-اسپین را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۳۴ و ۳۱]:

$$H_s = A_s \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_s} \right]^3 e^{\frac{-x^2}{\sigma_s^2}} \sum (\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j) \quad (3-4)$$

که در آن A_s و σ_s مقادیر ثابت هستند [۳۶ و ۳۵ و ۲۷].

$$\sigma_s = 2.87 \text{ fm}, \quad A_s = 67.4 \text{ fm}^2$$

برای محاسبه ی پتانسیل اسپین-اسپین طبق رابطه ی (۳-۴) ابتدا باید برهم‌کنش کوارک‌ها نسبت به یکدیگر را محاسبه نمود.

از آنجا که باریون‌ها از سه کوارک تشکیل شده‌اند باید برهم‌کنش سه کوارک نسبت به هم در نظر گرفته شود.

پس می‌توان طبق روابط کوانتومی نوشت:

$$\begin{cases} s = s_i + s_j \Rightarrow s^2 = s_i^2 + s_j^2 + 2s_i \cdot s_j \\ s_i \cdot s_j = \frac{1}{2}(s^2 - s_i^2 - s_j^2) \\ \sum s_i \cdot s_j = s_1 \cdot s_2 + s_1 \cdot s_3 + s_2 \cdot s_3 \\ \sum s_i \cdot s_j = \frac{1}{2}(s^2 - s_1^2 - s_2^2) + \frac{1}{2}(s^2 - s_1^2 - s_3^2) + \frac{1}{2}(s^2 - s_2^2 - s_3^2) \end{cases} \quad (4-4)$$

۱، ۲، ۳ به ترتیب کوارک‌های اول و دوم و سوم هستند.

۲-۴ پتانسیل ناشی از اثر ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین

از طرفی چون برای کوارکها ایزواسپین در نظر گرفته می‌شود، پتانسیل برهم‌کنشی به صورت $I_i \cdot I_j$ بیان می‌شود.

$$V = V_0 f\left(\frac{x^2}{x_0^2}, s_i \cdot s_j, I_i \cdot I_j\right) \quad (۵-۴)$$

و به طور مشابه پتانسیل ناشی از اثر ایزواسپین - ایزواسپین به صورت زیر خواهد شد [۳۰]:

$$H_I = A_I \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_I}\right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_I^2}} \sum (I_i \cdot I_j) \quad (۶-۴)$$

مقادیر ثابت عبارتند از [۳۶ و ۳۵ و ۲۷]:

$$A_I = ۵۱.۷ \text{ fm}^2 \quad \text{و} \quad \sigma_I = ۳.۴۵ \text{ fm}$$

در اینجا باید دقت شود چون تنها کوارکهای u, d دارای ایزواسپین غیر صفر هستند باریونهای مورد استفاده باید دارای کوارکهای فوق و یا پادکوارکهای متناظر باشند تا اختلال ناشی از این جمله پتانسیلی را محاسبه نمود. همان طور که در فصل دوم بیان شد جمع ایزواسپین همانند اسپین است بنابراین:

$$\begin{cases} I = I_i + I_j \Rightarrow I^2 = I_i^2 + I_j^2 + 2I_i \cdot I_j \\ I_i \cdot I_j = \frac{1}{2}(I^2 - I_i^2 - I_j^2) \\ \sum I_i \cdot I_j = I_1 \cdot I_2 + I_1 \cdot I_3 + I_2 \cdot I_3 \\ \sum I_i \cdot I_j = \frac{1}{2}(I^2 - I_1^2 - I_2^2) + \frac{1}{2}(I^2 - I_1^2 - I_3^2) + \frac{1}{2}(I^2 - I_2^2 - I_3^2) \end{cases} \quad (۷-۴)$$

پس در نتیجه برای باریون که از سه کوارک یا پادکوارک تشکیل شده است داریم:

$$H_I = A_I \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_I}\right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_I^2}} \left(\frac{1}{2}\right) [(I^2 - I_1^2 - I_2^2) + (I^2 - I_1^2 - I_3^2) + (I^2 - I_2^2 - I_3^2)] \quad (۸-۴)$$

از ترکیب پتانسیل‌های برهم‌کنش اسپین-اسپین و ایزواسپین-ایزواسپین می‌توان پتانسیل جدیدی که پتانسیل برهم‌کنش اسپین-ایزواسپین می‌باشد را بدست آورد.

بنابراین با توجه به روابط (۳-۴) و (۶-۴) پتانسیل اسپین-ایزواسپین را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۳۷ و ۳۸]:

$$H_{SI} = A_{SI} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_{SI}} \right)^3 e^{\frac{-x^2}{\sigma_{SI}^2}} \sum (\vec{s}_i \cdot \vec{s}_j) (\vec{I}_i \cdot \vec{I}_j) \quad (۹-۴)$$

$$A_{SI} = -۱۰۶.۲ \text{ fm}^2, \quad \sigma_{SI} = ۲.۳۱ \text{ fm} \quad \text{و} [۲۷ و ۳۵ و ۳۶]$$

که برهم‌کنش بین اسپین، ایزواسپین سه کوارک تشکیل دهنده باریون را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$H_{SI} = A_{SI} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_{SI}} \right)^3 e^{\frac{-x^2}{\sigma_{SI}^2}} [(S_1 \cdot S_2)(I_1 \cdot I_2) + (S_1 \cdot S_3)(I_1 \cdot I_3) + (S_2 \cdot S_3)(I_2 \cdot I_3)] \quad (۱۰-۴)$$

۴-۳ اثر پتانسیل اختلالی

در این مرحله پتانسیل متناظر با برهم‌کنش‌های فوق ریز $\langle H_{in} \rangle^1$ به عنوان اختلال در نظر گرفته می‌شود [۳۸ و ۳۹].

سهام پتانسیل برهم‌کنش‌های فوق ریز با استفاده از رابطه‌ی (۱۱-۴) بدست می‌آید.

$$\langle H_{in} \rangle = \frac{\int \psi_{v,\gamma} H_{in} \psi_{v,\gamma} x^5 dx d\Omega_\rho d\Omega_\lambda}{\int \psi_{v,\gamma} \psi_{v,\gamma} x^5 dx d\Omega_\rho d\Omega_\lambda} \quad (۱۱-۴)$$

^۱ علاوه بر ساختار ترازها که ناشی از جفت شدگی اسپین-مدار است، یک شکافتگی فوق ریز بسیار کوچک وجود دارد که در واقع یک اثر دائمی زیمان ناشی از میدان مغناطیسی حاصل از گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته است.

γ اندازه حرکت زاویه‌ای، ν شمارگر تابع موج شعاعی $\psi_{\nu,\gamma}(x)$ است.

مقدار تابع موج از رابطه‌ی (۳-۴۷) فصل سوم مشخص شده است پس می‌توان طبق رابطه‌ی

(۴-۱۱) پتانسیل اختلالی را برای روابط (۴-۳) و (۴-۶) و (۴-۹) بدست آورد.

$$\langle H_S \rangle = \frac{\int_0^\infty \psi(x) H_S \psi(x) x^5 dx}{\int_0^\infty \psi(x) x^5 \psi(x) dx} \quad (۴-۱۲)$$

$$\langle H_I \rangle = \frac{\int_0^\infty \psi(x) H_I \psi(x) x^5 dx}{\int_0^\infty \psi(x) x^5 \psi(x) dx} \quad (۴-۱۳)$$

$$\langle H_{SI} \rangle = \frac{\int_0^\infty \psi(x) H_{SI} \psi(x) x^5 dx}{\int_0^\infty \psi(x) x^5 \psi(x) dx} \quad (۴-۱۴)$$

$$\langle H_{in} \rangle = \langle H_S \rangle + \langle H_I \rangle + \langle H_{SI} \rangle \quad (۴-۱۵)$$

جرم باریون را می‌توان به صورت زیر نوشت [۳۷].

$$M_{(\text{baryon})} = M(q_1) + M(q_2) + M(q_3) + E_{\nu,\gamma} + \langle H_{in} \rangle \quad (۴-۱۶)$$

با داشتن جرم باریون و با استفاده از روابط (۳-۴۸) و (۴-۱۵) می‌توان جرم کوارک‌ها را محاسبه

نمود^۱.

^۱ برنامه نویسی مطلب

جدول (۱-۴) جرم کوارک‌های تشکیل دهنده هادرون‌ها.

باریون	$I(j^P)$	ν	γ	M_q	Exp
$N(uud)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	۰	۰	$317/22040080 \text{ Mev}$	$\sim 100 \sim 300 \text{ Mev}$
$\Omega^-(sss)$	$0 \left(\frac{3}{2}^+ \right)$	۰	۰	$530/150090676 \text{ Mev}$	$50/5 \text{ Mev}^{[38]}$
$\Omega^-(bbb)$	$0 \left(\frac{3}{2}^+ \right)$	۰	۰	$4/52323070301993 \text{ Gev}$	$4/8 \text{ Gev}^{[32]}$
$\Omega^+(ccc)$	$0 \left(\frac{3}{2}^+ \right)$	۰	۰	$1/146349201982746 \text{ Gev}$	$1/4 \text{ Gev}^{[32]}$

با استفاده از جرم کوارک‌های بدست آمده جرم باریون‌های مختلف را می‌توان بدست آورد.

اختلاف جرم بایون‌های بدست آمده با باریون‌های ارجاع داده شده به خاطر اختلاف در جرم کوارک‌های

بدست آمده است. این جرم‌ها برای حالت‌های پایه $\gamma=0$ بدست آمده است.^۱

^۱ پیوست

جدول (۲-۴) جرم باریون‌های مختلف.

باریون	$I(j^P)$	ν	γ	Present work	Exp
N(uud)	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	•	•	۹۳۷/۱۲۷۶۱۸۹Mev	۹۳۸Mev ^[۴۰]
Ξ^+ (usc)	$\frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}^+ \right)$	•	•	۲/۰.۶۸۷۳۶۶۷۲Gev	۲/۶۴۶Gev ^[۴۰]
Ω^0 (ssc)	$0 \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	•	•	۲/۱۹۵۳.۰۱۰۲Gev	۲/۶۲۰Gev ^[۴۱]
Ω^0 (ssc)	$0 \left(\frac{3}{2}^+ \right)$	•	•	۲/۲۸۷۶.۴۱۱۹Gev	۲/۷۰۴Gev ^[۴۱]
Ω^- (sss)	$0 \left(\frac{3}{2}^+ \right)$	•	•	۱۶۷۱/۴۷۸۵۱۸Mev	۱۶۷۲Mev ^[۴۰]
Ω^- (bbb)	$0 \left(\frac{3}{2}^+ \right)$	•	•	۱۳/۶۵۰.۵۰۱۵۷Gev	۱۴/۴۴۴Gev ^[۴۲]
Ω^- (sbb)	$0 \left(\frac{3}{2}^+ \right)$	•	•	۹/۶۵۷۴۲۹۹.۰۷Gev	۱۰/۲۳۶Gev ^[۴۳]

با استفاده از جرم‌های جدول (۳-۴) می‌توان جرم باریون‌های مختلف را با روش وردشی بدست آورد.

جدول (۳-۴) جرم کوارک‌ها [۴۰]

m_u	m_d	m_s	m_c	m_b
۳۳۰ Mev	۳۳۵ Mev	۴۶۹ Mev	۱/۶Gev	۴/۹۸ Gev

جدول (۴-۴) جرم‌های باریون عجیب

باریون	$I(j^P)$	ν	γ	$\langle H_{int} \rangle$	Present work	Exp [۴۰]
$\Sigma^+(uus)$	$1\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۵۵/۷۰.۴	۱۱۸۷/۲	۱۱۸۹
$\Sigma^0(uds)$	$1\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۵۵/۷۰.۴	۱۱۹۲	۱۱۹۲
$\Sigma^-(dds)$	$1\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۵۵/۷۰.۴	۱۱۹۷/۳	۱۱۹۷
$\Xi^0(uss)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۶۴/۱۹۷	۱۳۱۷/۸.۰۹	۱۳۱۴
$\Xi^-(dss)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۶۴/۱۹۷	۱۳۲۲/۸	۱۳۲۱

جدول (۴-۵) جرم‌های باریون charm (جرم‌ها بر حسب GeV)

باریون	$I(j^P)$	ν	γ	$\langle H_{int} \rangle$	Present work	[۴۱]	Others
$\Lambda^+(udc)$	$0\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۰/۰.۷۵	۲/۳۰۳		۲/۲۹۰ [۴۳]
$\Sigma^+(udc)$	$1\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۰/۰.۵۵	۲/۳۲۳	۲/۴۶	۲/۴۵۱ [۴۰]
$\Sigma^0(ddc)$	$1\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۰/۰.۵۵	۲/۳۲۸	۲/۴۷۷	
$\Sigma^0(ddc)$	$1\left(\frac{3}{2}\right)^+$	۰	۰	۰/۰.۷۲	۲/۴۵۶	۲/۵۴۴	
$\Xi^+(usc)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^+$	۰	۰	۰/۰.۶۴	۲/۵۷۷	۲/۶۰۳	۲/۶۴۶ [۴۰]
$\Xi^+(dcc)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۰/۰.۶۴	۳/۵۸۴	۳/۷۵۵	
$\Xi^+(dcc)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^+$	۰	۰	۰/۰.۶۴	۳/۷۱۳	۳/۸۲۸	
$\Omega^0(ssc)$	$0\left(\frac{1}{2}\right)^+$	۰	۰	-۰/۰.۶۴	۲/۵۸۷	۲/۶۲۰	

جدول (۴-۶) جرم‌های باریون bottom (جرم‌ها بر حسب GeV)

باریون	$I(j^P)$	ν	γ	$\langle H_{int} \rangle$	Present work	[۴۳]
$\Sigma^+(uub)$	$\frac{1}{2} \binom{1}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	-۰/۰۵۵	۵/۷۰۰	۵/۸۰۱
$\Sigma^+(uub)$	$\frac{1}{2} \binom{3}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	۰/۰۷۲	۵/۸۲۶	۵/۸۲۳
$\Sigma^-(ddb)$	$\frac{1}{2} \binom{1}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	-۰/۰۵۵	۵/۷۰۸	۵/۸۲۱
$\Xi^0(usb)$	$\frac{1}{2} \binom{1}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	-۰/۰۶۴	۵/۹۵۷	۵/۹۳۶
$\Xi^0(ubb)$	$\frac{1}{2} \binom{1}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	-۰/۰۶۴	۱۰/۳۳۹	۱۰/۱۱۴
$\Xi^-(dbb)$	$\frac{1}{2} \binom{1}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	-۰/۰۶۴	۱۰/۳۴۴	۱۰/۱۱۷
$\Omega^-(sbb)$	$\frac{1}{2} \binom{1}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	-۰/۰۷۵	۱۰/۴۷۸	۱۰/۱۶۴

جدول (۴-۷) جرم‌های باریون charm و bottom (جرم‌ها بر حسب GeV)

باریون	$I(j^P)$	ν	γ	$\langle H_{int} \rangle$	Present work	[۴۲]
$\Omega^+(ccb)$	$\frac{1}{2} \binom{1}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	-۰/۰۶۴	۸/۲۲۹	۸/۰۸۹
$\Omega^+(ccb)$	$\frac{1}{2} \binom{3}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	۰/۰۶۴	۸/۳۲۵	۸/۰۹۹
$\Omega^0(cbb)$	$\frac{1}{2} \binom{1}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	-۰/۰۷۵	۱۱/۶۰۹	۱۱/۳۵۴
$\Omega^0(cbb)$	$\frac{1}{2} \binom{3}{\frac{1}{2}}^+$	۰	۰	۰/۰۶۴	۱۱/۷۳۸	۱۱/۳۹۴

۴-۴ نتیجه

با استفاده از پتانسیل کرنل توانستیم جرم های مختلف کوارکها را محاسبه کنیم.

جرم کوارک u بدست آمده تقریباً معادل $\frac{1}{3}$ جرم نوکلئون است و این بیانگر این است که پتانسیل

کرنل عاملی است که کوارکها را سر جای خودشان پایدار نگه داشته و اجازهی حرکت به کوارکها را نمی‌دهد.

به این دلیل جرم هادرون معادل ۳ کوارک تشکیل دهندهی آن می‌باشد و این نتیجهی خیلی خوبی

است. این محاسبه با فرضیه بوگلیوس تطابق دارد.

پیوست

محاسبه نوکلئون ۹۳۸

```

clc
clear all
format long
syms x
syms M
%e= (3) * (p^2) -4.59* (3/4) *sqrt (3.14/2) *p+(1.61* (15/16) * (sqrt (3.14/2))) /p;
%F=diff (e,p) ;
%F=a* (p^3) +b* (p^2) +c*p+d;
%F=6* (p^3) - (4.59*3/4) *sqrt (3.14/2) * (p^2) - (1.6*15/16) *sqrt (3.14/2) ;
%F==F
a=6;b=- (4.59*3/4) *sqrt (3.14/2) ;c=0;d=- (1.6*15./16) *sqrt (3.14/2) ;
G= (3*a*c-b^2) ./ (9*a^2) ;
q= (9*a*b*c-2*b^3-27*d*a^2) ./ (54*a^3) ;
D=G^3+q^2;
p= (-b/ (3*a) ) + (q+sqrt (D) ) ^1/3+ (q-sqrt (D) ) ^1/3
e= (3) * (p^2) -4.59* (3/4) *sqrt (3.14/2) *p+(1.61* (15/16) * (sqrt (3.14/2))) /p
ENERGE=e/ (2*M) ;
ENERGE=ENERGE/0.00507
%varational=2*sqrt (2) * (p^3) * (x^ (5/2) ) *exp (- (p^2) * (x^2) ) ;
%tabemoj=x^ (-5/2) *varational
tabemoj= (0.553022383) *exp (-0.336872177* (x^2) )
%-----
S=1/2;
S1=1/2;      %S1=Su

```

```

S2=1/2;      %S2=Su
S3=-1/2;     %s3=sd
%Si*Sj=(1/2)*(S^2-Si^2-Sj^2)
As=(1/2)*(S^2-S1^2-S2^2);      %As=S1*S2
Bs=(1/2)*(S^2-S1^2-S3^2);      %Bs=S1*S3
Cs=(1/2)*(S^2-S2^2-S3^2);      %Cs=S2*S3
Ss=As+Bs+Cs                      %Ss=Si*Sj
AS=67.4;
sigmaI=3.45;
sigmaS=2.87;
%Hspin=AS*(1/(sqrt(3.14)*sigmaS))^3*Ss*exp(-x^2/sigmaS^2)
%<Hspin>=antegral[(tabemoj^2)*x^5*Hspin]dx/antegral[(tabemoj^2)*x^5]dx
Hspin=AS*((1/((sqrt(3.14))*sigmaS))^3)*Ss*(19.59212456/64.35672875)
%
t=1/2;
t1=1/2;      %t1=tu
t2=1/2;      %t2=tu
t3=-1/2;     %t3=td
%ti*tj=(1/2)*(t^2-ti^2-tj^2)
Ai=(1/2)*(t^2-t1^2-t2^2);      %Ai=t1*t2
Bi=(1/2)*(t^2-t1^2-t3^2);      %Bi=t1*t3
Ci=(1/2)*(t^2-t2^2-t3^2);      %Ci=t2*t3
ti=Ai+Bi+Ci                      %ti=ti*tj
AI=51.7;
%Hisospin=AI*(1/(sqrt(3.14)*sigmaI))^3*ti*exp(-x^2/sigmaI^2)
%<Hisospin>=antegral[(tabemoj^2)*x^5*Hisospin]dx/
%antegral[(tabemoj^2)*x^5]dx
Hisospin=AI*((1/((sqrt(3.14))*sigmaI))^3)*ti*(2.998022585/64.35672875)

```

```

%*****

Asi=As*Ai;           %Asi=(S1*S2)*(t1*t2)
Bsi=Bs*Bi;           %Bsi=(S1*S3)*(t1*t3)
Csi=Cs*Ci;           %Csi=(S2*S3)*(t2*t3)
Ssi=Asi+Bsi+Csi      %Ssi=(Si*Sj)*(ti*tj)

sigmaSI=2.31;
ASI=-106.2;

%HsI=AsI*(1/(sqrt(3.14)*sigmaSI))^3*Ssi*exp(-x^2/sigmaSI^2)
%<HsI>=antegral[(tabemoj^2)*x^5*HsI]dx/antegral[(tabemoj^2)*x^5]dx
HsI=ASI*((1/((sqrt(3.14))*sigmaSI))^3)*Ssi*(11.98766371/64.35672875)
Hint=Hspin+Hisospin+HsI
%M(baryon)=M(q1)+M(q2)+M(q3)+ENERGE+Hint
Mbaryon=3*317.225+(414.6827457/(3*317.225))-14.984320423579113

```

p = 0.353226011125118

e = 4.204883039518352

ENERGE = 7397308472621628125/(17838476649037824*M)

tabemoj =

4981182796012687/(9007199254740992*exp((6068549643234751*x^2)/18014398509481984))

Ss = -0.3750000000000000

Hspin = -0.058497670829530

ti = -0.3750000000000000

Hisospin = -0.003952855993697

Ssi = 0.0468750000000000

Hsl = -0.013519977724319

Hint = -0.075970504547546

Mbaryon = 9.371264194515884e+002

>>

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Louis_de_Broglie.
- [2] Chakrabarty S. and Deoghuria S.,(1994) "Quark structure of hadrons and nuclei" Vol.33, pp 577-678.
- [3] Terezawa H.,(1984) "High-Energy physics", XXII International conference, Vol.1, p 63, Leipzig.
- [4] Gaillard M.,(April 1981) "**Elementary particles Dynamics**", p 74.
- [5] Weinberg S.,(1967) "A Model of Leptons", phys. Rev. Lett. Vol 19. P 1264.
- [6] Bjorken B.J and Glashow S.L.,(1964) "Elementary particles and SU(4)", phys. Lett. Vol.11, pp 255-257.
- [7] Hom D.C. and Lederman L.M.,(1976) "Observation of High-Mass Dilepton pairs in Hadron collisions at 400Gev", phys. Rev. Lett.Vol.36, Number 21.
- [8] Sheldon Lee Glashow.,(1975) "Quarks with color and Flavor". Particles and forces: at the heart of matter: readings from Scientific American magazine, New York.
- [9] Scott S.D.,(1988) "pair production of W and Z bosons and the goldstone boson equivalence theorem",Vol.186, pp 15- 42.
- [10] Martin A.D. and Halzen F.,(1980) "**Quarks and Leptons: An Introduction course in modern particle physics**", Inc.396, John Wiley & sons.
- [11] Griffiths D.,(1987) "**Introduction to Elementary particles**", p72, New York.
- [12] <http://www.particleadventure.org/>.
- [13] Heisenberg W.,(1932) "Nuclear Forces" phys.77,p1. In D.M.Brink
- [14] Gell-Mann M and Ne'eman Y.,(1964) "The Eight fold way" NewYork
- [15] Griffiths D.j .,(1987). The eight fold way, pp 32-35, "**Introduction to Elementary particles**", Ghahramany N. professor of physics, shiraz university.
- [16] Collaboration AMY .and Mori T .,(1989) "Measurements of the e^+e^- total hadronic cross section", phys. Lett B.Vol.218, pp 499-507.
- [17] Barnes V.E .,(1964) "Observation of a Hyperon with strangeness minus three", phys. Rev. Lett.Vol.12, p 204.
- [18] Jacob M .and Landshoff P .,(1980) "The inner structure of the proton", Sci.Am, Vol 242, Number 3

[۱۹] جوشی، پاییز ۱۳۸۴، "مبانی نظریه گروهها برای فیزیکدانان"، وحید کریمی پور، دانشگاه صنعتی شریف،

دانشکده فیزیک، ص ۱۴

- [20] Lichtenberg D.B .,(1978). Nuclear physics, In: "Unitary symmetry and Elementary particles", Academic press, New York , pp 261-265.
- [21] Close F.E .,(1979). SU(N) symmetries, In: "**An Introduction to Quarks and partons**", edition published by Academic press. London, pp 17-22.
- [22] Rajabi A.A .,(2006) "A Method to solve the Schrodinger Equation for Any power Hypercentral potentials", Vol 48, No.1.
- [23] Schneider T.R .,(1972) "Convergence of generalized spherical harmonic expansions in the three nucleon bound state", phys,lett B, Vol 40, pp 439- 442.
- [24] Rajabi A.A .,(2005) "A three – body model for the harmonic and anharmonic oscillator",**Iranian Journal**. Vol 5, No 2.
- [25] Fabre de la Ripelle M .,(1982) "Coupled adiabatic approximation in the three – body problem", phys, Rev C, Vol 26, No 5.
- [26] Giannini M.M .and. santopinto E .and. vassllo A.,(2002) "The Hypercentral Constituent Quark Model", Nuclear physics A, Vol 699, pp 308-311.
- [27] Fabre De la Ripelle M.,(1989) "A Confining Potential for quarks", Nuclear physics A, Vol 497, pp 595- 602.
- [28] Rajabi A .,(2005) "Exact Analytical solution of the Schrodinger Equation for an N- Identical Body- Force system", Vol 37, pp 197- 273.
- [29] Rajabi A.A .,(2005). "Hypercentral constituent Quark model and Isonspin for the Baryon static properties",**Journal of sciences**, Vol.16, No.1.
- [30] Glozman L.Ya .and. Riska D.O .,(1996) "The Spectrum of the nucleons and the strange hyperons and chiral dynamics", Vol.268, pp 263-303.
- [31] Lewis P, Fulcher, Zheng chen .and. Yeong K.C .,(1992) "Energies of quark – antiquark systems, the cornell potential, and the Spinless salt peter equation", phys Rev D, Vol 47, No9.
- [32] Narodetskii I.M .and. Trusov M.A .,(2008) "The heavy baryons in the nonperturbative string approach", Vol.7. Moscow, Russia.

- [33] Volkov.A.B .,(1965) "Equilibrium deformation calculations of the ground state energies of 1p-shell nuclei", Nucl. Phys.Vol 74, p 33.
- [34] Glozman L.Ya, Papp Z .and. Varga K .,(1998) "Effective Q-Q interaction in constituent quark model", phys. Rev C, Vol.57, p3406.
- [35] De sanctis M , Giannini M.M .and. Santopinto E. and A.Vassallo .,(2004) "Electromagnetic form factors in the hypercentral CQM", Eur. Phys. **J.A**,Vol.19. pp 81-85.
- [36] Glozman L.Ya, Plessas W, Varga K .and. Wagenbrunn R.F .,(1998) "Unified description of light – and Strange – baryon spectra", Phys. Rev D, Vol 58.
- [37] Giannini M.M, Santopinto E .and. Vassalo A .,(2003) "An Overview of the Hypercentral Constituent Quark Model", Progress in particle and Nuclear physics, Vol 50, pp 263-270.
- [38] Hassanabadi H .and. Rajabi A.A .,(2007) "Spectrum of Baryons and Spin – Isospin Dependence", Modern physics lett A. Vol 23, No 1.
- [۳۹] حسن آبادی ح، زرین کمر ص، رجیبی ع، (۱۳۸۸) " اثرات بر هم کنش فوق ریز بر جرم باریون های N و Δ " **مجله‌ی پژوهش فیزیک ایران**، شماره ۲، جلد ۹.
- [40] Eidelman S .,(2004) "Gauge & Higgs boson summary table", (particle Data Group), phys.Lett,B. Vol 592, pp 31-88.
- [41] Patel B, Kumar Ria A .and. Vinodkumar P.C .,(2007) "Masses and Magnetic of charmed Baryons Using Hyper central Model".
- [42] Patel B, Majethiya A .and. Vinodkumar P.C .,(2009) "Mass and Magnetic moments of heavy flavor baryons in the hyper central model", **J. phys.** Vol 72. P4.
- [43] Patel B, Kumar Ria A .and. Vinodkumar P.C .,(2008) "Mass and magnetic moments of Triple heavy flavor baryons in hypercentral model", **J. phys G.** Vol 35. 065001.
- [44] Assad B .,(2006) "Solving cubic equations made simple" The 45th Annual Northwest Mathematics Conference, pp 19-21, Victoria, Bc, Canad.

Abstract:

In This Thesis a method building the base potential and calculating cornell potential will be presented.

Variational approach helps to achieve the quark mass by cornell potential.

This a mathematical method to describe motion of a system based on 3 identical body forces.

We have obtained on exact solution of the radial schrodinger equation for a 3-body system in three dimensions.

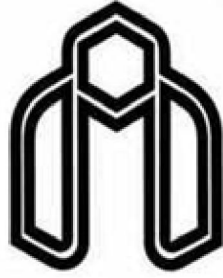
The interact potential V in assumed to depend on the hyperradius x only where x is a function of the Jacobi relative coordinates ρ and λ which are functions of the three identical particles, relative positions $\vec{r}_{12}, \vec{r}_{23}$ and \vec{r}_{31} .

The effect of hyperfine potential is calculated and then the mass of u, s, b and c quarks is achieved.

The mass of u quark is almost equal to 1/3 of nucleon mass and so this shows that The cornell potential is a factor that cause the stability of quarks in Their position and dose not let the quarks to move.

Key Words:

Hadron- Quark- Baryon- Hypercentral- Confinement potential- color potential- Variational approach



Shahrood University of technology

Faculty of physics

Calculating constituent quarks mass in hadrons

By: Liuza Jami Al Ahmadi

Supervisor: Dr A.A. Rajabi

March 2011