

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

پایان نامه کارشناسی ارشد گرایش هسته‌ای

بررسی نقش برانگیختگی های ذره- حفره در خواص هسته ^{33}Al با استفاده از مدل لایه‌ای

دانشجو: سیده هاجر حجازی

استاد راهنما

دکتر حسن حسن‌آبادی

دکتر مرتضی رئیسی

مهر ۱۴۰۰

پایان نامه کارشناسی ارشد سیده هاجر حجازی

تحت عنوان: بررسی نقش برانگیختگی ذره - حفره در هسته ^{23}Al با استفاده از مدل پوسته‌ای

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با

درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما	امضاء	اساتید مشاور	امضاء
نام و نام خانوادگی: دکتر حسن حسن‌آبادی			
نام و نام خانوادگی: دکتر مرتضی رئیسی			

اساتید داور	امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء
نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:	
نام و نام خانوادگی:			
نام و نام خانوادگی:			

دانشجو تایید می‌نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه نتیجه تحقیقات خودش هست و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است. کلیه حقوق مادی مرتبت از نتایج مطالعات، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد.

تقدیم اثر

۰

یاد

مدر

و

مادر

تشکر و قدردانی

سپاس خدای بزرگ را که مرا یاری رساند تا بتوانم این مقطع تحصیلی را به پایان رسانده و کامی در راستای اعتلای علم بردارم. از اساتید راهنمای بزرگوارم جناب آقای دکتر مرتضی رئیسی و جناب آقای دکتر حسن حسن آبادی که وجودشان همیشه قوتی برای انجام کارهایم بوده است و بدون شک انجام این پایان نامه بدون کمک و راهنمایی های ارزنده آن ها امکان پذیر نبوده است، کمال تشکر را دارم. از تمامی اساتید دانشگاه صنعتی شاهرود و دانشگاه شهرکرد، خانواده و دوستانم که در تمام دوران تحصیلی مرا حمایت کرده اند تقدیر و تشکر می کنم.

تعمدنامه

اینجانب سیده هاجر حجازی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، رشته فیزیک هسته‌ای دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده پایان‌نامه بررسی نقش برانگیختگی ذره-حفره در هسته ^{33}Al با استفاده از مدل پوسته‌ای تحت راهنمایی دکتر حسن حسن‌آبادی و دکتر مرتضی رئیسی متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود با فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته با استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود. استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در این تحقیق انرژی حالت پایه و حالت برانگیخته ایزوتوپ های آلومینیوم ۳۱ تا ۳۴ که در مرز جزیره وارونگی قرار دارند با استفاده از برهم کنش های مؤثر دو جسمی نوکلئون-نوکلئون مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. سپس با تابع موج های به دست آمده مقادیر گشتاور مغناطیسی نیز تعیین شده است. نتایج نشان می دهد که برای ایزوتوپ های ۳۱ و ۳۲ و ۳۴ سهم پیکربندی معمول $0p \cdot h$ در حالت پایه آن ها غالب تماماً نوکلئون های ظرفیت در فضای مدل sd قرار می گیرد. در حالی که پیکربندی $2p \cdot h$ در تابع موج حالت پایه ایزوتوپ ۳۳ تقریباً پنج درصد می باشد. اختلاف بین نتایج تجربی و نظری برای برهم کنش هایی که بر اساس روش برازش به دست آمده است نسبت به روش G ماتریس بهنجار شده کمتر است.

کلمات کلیدی: ایزوتوپ های آلومینیوم، محاسبات مدل پوسته ای، حالت های غیرمعمول، برهم کنش

های مؤثر دو جسمی، گشتاور دوقطبی مغناطیسی

پیش‌گفتار

الگوی حاضر با هدف دستیابی به قالب و چهارچوبی استاندارد برای نگارش و تدوین پایان نامه های دانشگاه صنعتی شاهرود توسط کتابخانه مرکزی تهیه شده است. در این الگو با تعریف سبک های مختلف متناسب با نیازهای موجود در تایپ و تدوین پایان نامه تلاش شده است تا دانشجو بتواند با صرف کمترین وقت پایان نامه خود را تدوین نماید. ترتیب قسمت های مختلف این الگو مطابق با آیین‌نامه‌ی آموزشی دانشگاه است. لطفاً خود را مقید به استفاده از این الگو و ترتیب کنید و تمامی صفحات را به دقت مطالعه فرمایید.

فهرست مطالب

فهرست جداول	م
فهرست اشکال	س
فصل اول: مقدمه	۱
۱-۱ مقدمه	۲
۲-۱ جزایر وارونگی و حالت های غیرمعمول	۳
فصل دوم: خواص و مدل های هسته ای	۷
۱-۲ ساختار هسته	۸
۲-۲ ایزوتوپ	۹
۳-۲ خواص هسته	۹
۴-۲ ویژگی های استاتیک هسته	۱۱
۱-۴-۲ پارितه هسته	۱۱
۲-۴-۲ اسپین هسته	۱۲
۳-۴-۲ آیزواسپین هسته	۱۲
۴-۴-۲ گشتاور دوقطبی مغناطیسی	۱۳
۵-۲ تراز انرژی هسته ها	۱۵
۶-۲ مدل های هسته ای	۱۵
۱-۶-۲ مدل قطره مایع	۱۶
۲-۶-۲ مدل گاز فرمی	۱۶
۳-۶-۲ مدل پوسته ای	۱۶
۴-۶-۲ مدل های جمعی	۱۸
۱-۴-۶-۲ مدل ارتعاشی	۲۰
۲-۴-۶-۲ مدل چرخشی	۲۰
فصل سوم: فرمول بندی مدل پوسته ای	۲۳
۱-۳ ساختار پوسته ای و اعداد جادویی	۲۴

۲-۳	میدان میانگین هسته	۲۶
۱-۲-۳	پتانسیل چاه مربعی و نوسانگر هماهنگ	۲۷
۲-۲-۳	پتانسیل وودز- ساکسون	۲۸
۳-۲-۳	پتانسیل اسپین- مدار	۲۹
۳-۳	انواع مدل پوسته‌ای	۳۰
۱-۳-۳	مدل ذره مستقل	۳۰
۲-۳-۳	مدل چند ذره‌ای	۳۲
۴-۳	محاسبات مدل پوسته‌ای	۳۲
۱-۴-۳	تابع موج	۳۳
۱-۱-۴-۳	تابع موج های تک ذره‌ای	۳۳
۲-۱-۴-۳	تابع موج های چند ذره‌ای	۳۴
۲-۴-۳	هامیلتونی مدل پوسته‌ای	۳۸
۱-۲-۴-۳	برهم کنش دو جسمی باقی‌مانده	۳۹
۲-۲-۴-۳	ترکیب پیکربندی	۴۰
۳-۴-۳	برهم کنش مؤثر نوکلئون- نوکلئون	۴۲
۵-۳	فضای مدل	۴۵
۱-۵-۳	فضای مدل پوسته p	۴۶
۲-۵-۳	فضای مدل پوسته sd	۴۷
۳-۵-۳	فضای مدل پوسته pf	۴۷
۴-۵-۳	فضای مدل پوسته $p-sd$	۴۸
۵-۵-۳	فضای مدل پوسته $sdpf$	۴۸
۶-۳	مزیت مدل پوسته‌ای	۴۹
۷-۳	معایب مدل پوسته‌ای	۴۹
۸-۳	محاسبات مدل پوسته‌ای در مقیاس بزرگ	۴۹
۱-۸-۳	کد Nushell	۵۱
۵۳	فصل چهارم: محاسبه و مقایسه ترازهای انرژی ایزوتوپ های $^{31-34}\text{Al}$	
۱-۴	فضا های مدل و برهم کنش های مؤثر در تابع موج های حالت پایه	۵۴
۱-۱-۴	ایزوتوپ آلومینیم ۳۱	۵۴

۵۹	۲-۱-۴ ایزوتوپ آلومینیم ^{32}Al
۶۳	۳-۱-۴ ایزوتوپ آلومینیم ^{33}Al
۶۷	۴-۱-۴ ایزوتوپ آلومینیم ^{34}Al
۷۳	فصل پنجم: فرمول بندی و محاسبه گشتاورهای دوقطبی ایزوتوپ های $^{31-34}\text{Al}$
۷۴	۱-۵ گشتاور دوقطبی مغناطیسی.....
۸۱	۲-۵ چگالی گذار تک جسمی (OBD).....
۸۴	۳-۵ محاسبه گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی ایزوتوپ های $^{31-34}\text{Al}$
۸۴	۱-۳-۵ ایزوتوپ ^{31}Al
۸۷	۲-۳-۵ ایزوتوپ ^{32}Al
۸۹	۳-۳-۵ ایزوتوپ ^{33}Al
۹۲	۴-۳-۵ ایزوتوپ ^{34}Al
۹۵	مراجع

فهرست جدول‌ها

- جدول ۴-۱. مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{31}Al برای ۴ برهم کنش فضای sd ۵۶
- جدول ۴-۲. مقایسه مقادیر انرژی به دست آمده ایزوتوپ ^{31}Al برای ۴ پیکربندی برهم کنش sd p f n w ۵۷
- جدول ۴-۳. مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{32}Al برای چهار پیکربندی برهم کنش sd p f n w ۶۰
- جدول ۴-۴. مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{32}Al برای چهار برهم کنش فضای sd ۶۱
- جدول ۴-۵. مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{33}Al برای چهار برهم کنش فضای sd ۶۴
- جدول ۴-۶. مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{33}Al برای چهار پیکربندی برهم کنش sd p f n w ۶۵
- جدول ۴-۷. مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{34}Al برای چهار پیکربندی برهم کنش sd p f n w ۶۸
- جدول ۵-۱. ترکیب عناصر ماتریس تک ذره ای عملگرهای الکترومغناطیسی، برای اوربیتال های $nlj = d_{5/2}, s_{1/2}, d_{3/2}$ ۷۹
- جدول ۵-۲. ترکیب عناصر ماتریس تک ذره ای عملگرهای الکترومغناطیسی، برای اوربیتال های $nlj = f_{7/2}, p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2}$ ۷۹
- جدول ۵-۳. مقادیر چگالی گذار تک جسمی برای حالت های پایه پوسته (sd) ایزوتوپ ^{31}Al ۸۳
- جدول ۵-۴. مقادیر چگالی گذار تک جسمی برای حالت های پایه پوسته (sd p f) ایزوتوپ ^{31}Al ۸۳
- جدول ۵-۵. گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) ایزوتوپ ^{31}Al در پوسته sd ۸۶

- جدول ۵-۶. گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) ایزوتوپ ^{27}Al در پوسته sdpf ۸۶
- جدول ۵-۷. گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) ایزوتوپ ^{32}Al در پوسته sd ۸۸
- جدول ۵-۸. گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) ایزوتوپ ^{32}Al در پوسته sdpf ۸۸
- جدول ۵-۹. گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) ایزوتوپ ^{33}Al در پوسته sd ۹۱
- جدول ۵-۱۰. گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) ایزوتوپ ^{33}Al در پوسته sdpf ۹۱
- جدول ۵-۱۱. گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) ایزوتوپ ^{34}Al در پوسته sdpf ۹۳

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱. طرح واره‌ی حالت‌های غیرمعمول در حالت پایه در جزیره وارونگی در حدود $N=20$ ۵
- شکل ۱-۲. مقایسه اتم با هسته آن..... ۸
- شکل ۲-۲. نمودار نوکلیدها..... ۱۱
- شکل ۳-۲. پتانسیل هسته‌ای در مدل گاز فرمی برای پروتون‌ها و نوترون‌ها..... ۱۸
- شکل ۴-۲. انرژی برانگیختگی پایین‌ترین حالت $E(2)^+$ برای هسته‌های زوج-زوج..... ۱۹
- شکل ۱-۳. ترازهای انرژی و اعداد جادویی مدل پوسته‌ای هسته‌ای..... ۲۵
- شکل ۲-۳. حرکت تک ذره‌ای در پتانسیل میانگین..... ۲۷
- شکل ۳-۳. ترکیب پیکربندی‌های مختلف به دلیل پراکندگی بین نوکلئون‌های ظرفیت..... ۴۱
- شکل ۴-۳. تصویر شماتیک هسته پوسته بسته..... ۴۳
- شکل ۵-۳. فضا‌های مدل پوسته‌ای p, sd, pf ۴۶
- شکل ۱-۴. نمودار مقایسه ترازهای انرژی تک ذره‌ای تجربی و ترازهای محاسبه شده ایزوتوپ ^{21}Al ۵۰
- شکل ۲-۴. نمودار مقایسه ترازهای انرژی تک ذره‌ای تجربی و ترازهای محاسبه شده ایزوتوپ ^{22}Al ۵۲
- شکل ۳-۴. نمودار مقایسه ترازهای تک ذره‌ای تجربی و ترازهای محاسبه شده ایزوتوپ ^{23}Al ۵۳
- شکل ۴-۴. نمودار مقایسه ترازهای تک ذره‌ای تجربی و ترازهای محاسبه شده ایزوتوپ ^{24}Al ۵۴

فصل اول

مقدمه

۱-۱ مقدمه

در دو دهه گذشته با امکان مطالعه ساختار بعضی هسته های سبک غنی نوترون^۱، شواهد تجربی به دست آمده نشان می دهد که بستر معمول مدل پوسته ای به دلیل تغییر انرژی حالت های تک ذره ای و فاصله های انرژی بین لایه ها منجر به از بین رفتن خاصیت اعداد جادویی ۴۰ و ۲۵، ۲۰ و ۸ $N=$ و پدیدار شدن اعداد جادویی دیگری مانند ۱۴ و ۱۶ $N=$ می شود. این نواحی از هسته ها را جزایر وارونه^۲ می نامند [۱] هسته های نزدیک خط پایداری بتا در ناحیه $Z < 20$ و $N > 8$ که نوترون و پروتون های آن ها پوسته اصلی sd را پر می کنند با برهم کنش های تجربی USD که توسط براون و ویلدنتهال به دست آمده است، به طور خوبی قابل توصیف هست [۲]. اما به عنوان نمونه هسته هایی در مجاورت عدد جادویی $N=20$ و ۱۲ و $Z=11$ شناسایی شده اند که از پیش بینی های مدل پوسته ای فقط sd قویاً انحراف دارد. محاسبات نشان می دهد که انرژی بستگی، انرژی برانگیختگی، واپاشی بتا و گشتاورهای الکترومغناطیسی ایزوتوپ های منیزیم و سدیم دارای سهم غالبی از پیکربندی های چند ذره- چند حفره که مربوط به گذار نوترون ها به لایه اصلی pf است [۳]. به این پیکربندی ها، پیکربندی های غیرمعمول^۳ گفته می شود. سال ۱۹۹۰ ویلدنتهال و براون اصلاحاتی را برای هامیلتونی برهم کنشی حالت های غیرمعمول با گسترش فضای مدل به صورت fp انجام داده اند [۴]. این برهم کنش ها بعضی از خواص هسته ای ۱۲- $Z=10$ و $N=20-22$ را خوب توضیح می دهد. آزمایش دیگری نشان داد که ایزوتوپ های $N=19$ و $N=18$ نیز به جزیره وارونه $N=20$ متعلق است. مدل های مختلفی که برای حالت پایه^۴ هسته هایی که در مرزهای این جزیره قرار گرفته اند نیز خواص متفاوتی را نشان می دهد که نیاز به بررسی بیشتری دارند. ایزوتوپ های آلومینیوم ($Z=13$ و $A=32-33$) نیز در مرز این جزیره قرار دارند. حالت های برانگیخته

^۱ Neutron rich

^۲ Island- Inversion

^۳ Intruder

^۴ Ground-State

پایین ایزوتوپ های سیلیکون با یک پروتون بیشتر به خوبی با بستر معمول مدل پوسته ای قابل توصیف هستند. اما حالت های پایه ایزوتوپ های با یک پروتون کمتر منیزیم و سدیم ($N=19$ و 20) با پیکربندی های قویاً چند حفره- چند ذره غالب (غیرمعمول) هستند. بنابراین انتظار می رود که در ایزوتوپ های آلومینیوم شاهد یک گذار از مدل پوسته ای معمول به داخل جزیره باشیم. بنابراین مطالعه آن ها می تواند به درک بستر مدل پوسته ای کمک کند. در دهه گذشته خواص هسته ناپایدار آلومینیوم 33 ($N=20$) و ($Z=13$) مورد بررسی قرار گرفته است. انرژی، اسپین و پاریته حالت پایه و حالت های برانگیخته پایین با واپاشی بتا زای منیزیم 33 و گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی حالت پایه با روش β -NMR اندازه گیری شده است. هر چند در حال حاضر محاسبات مختلف مدل پوسته ای در مورد انتساب برانگیختگی های مختلف چند ذره- چند حفره در بعضی خواص مانند ترازهای انرژی یا گشتاور چهار قطبی الکتریکی در توافق هستند اما در بعضی موارد مانند گشتاورهای دو قطبی اختلاف هایی وجود دارد. نتایج نشان می دهد که منشاء این اختلاف ها می تواند مرتبط با نقش مؤلفه تانسوری برهم کنش نوکلئون- نوکلئون باشد که با اسپین مدار رقابت می کند. این رقابت منجر به کاهش فاصله انرژی بین لایه sd و لایه fp و امکان راحت گذار نوترون بین لایه ها شود [5].

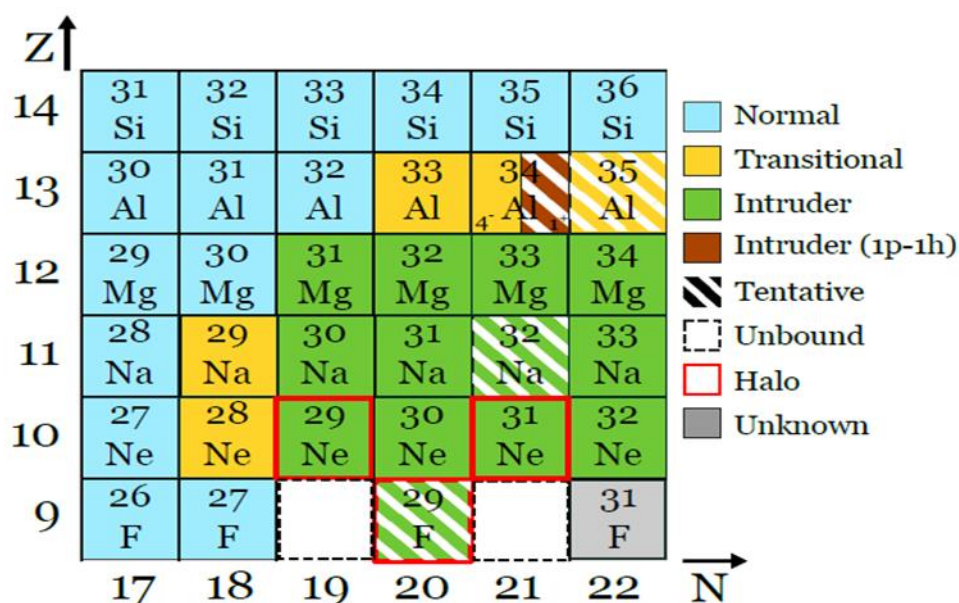
در سال های اخیر، آزمایش های هسته های غنی از نوترون به دلیل توسعه روش های تجربی انجام شده است. آن ها خواص هسته های غنی از نوترون که متفاوت از هسته های پایدار هستند را نشان داده اند. ما دو ویژگی غنی از نوترون هسته ها را مطالعه می کنیم، یعنی ناپدید شدن اعداد جادویی و گشتاور دوقطبی مغناطیسی، با استفاده از محاسبات مدل پوسته ای را به دست می آوریم.

۲-۱ جزایر وارونگی و حالت های غیرمعمول

یکی از مناطق در نمودار هسته ای که بستر مدل پوسته ای دچار انحراف می شود ناحیه هسته های غنی از نوترون در اطراف پوسته بسته $N=20$ است [6,7] که $N=20$ یک عدد جادویی است. با اندازه گیری انرژی و اسپین حالت پایه و گشتاور دوقطبی و گشتاور چهار قطبی الکتریکی برای ایزوتوپ

های $Ne(z=10)$ و $Na(z=11)$ و $Mg(z=12)$ اختلاف هایی با مقادیر تجربی در محاسبات مشاهده شده است. این تفاوت ها ناشی از وجود برانگیختگی های حفره-ذره از پوسته اصلی sd به پوسته fp می باشد. این اثر ناشی از کاهش فاصله انرژی مطالعات نظری است که در چارچوب مدل پوسته ای انجام شده است. مشخص شده است که سهم مؤلفه نیروی تانسوری پروتون-نوترون بین این دو پوسته اصلی باعث جابه جایی ترازهای انرژی اور بیتال نوترونی $d_{3/2} \cdot 0$ می شود. نزدیکی این اور بیتال به اور بیتال $f_{7/2} \cdot 0$ باعث گذار بهتر نوترون از sd به fp می شود این اثر باعث افزایش سهم برانگیختگی های حفره-ذره در تابع موج می شود. که به این حالت ها، حالت غیرمعمول گفته می شود.

با بررسی خواص غیرمعمول این هسته ها را می توان با برانگیخته شدن دو نوترون با عبور از پوسته $N=20$ توضیح داد، این حالت ها را (دو حفره-دو ذره) می نامند. تغییر شکل های غیرمعمول با معرفی پیکربندی که در آن به برخی از نوترون ها اجازه داده می شود تا اور بیتال های (fp) را از طریق برانگیختگی های نوترون از اور بیتال های (sd) اشغال کنند، باز تولید می شوند [5,8] چنین ناحیه ای که در آن پیکربندی غیرمعمول (fp) بر ساختار حالت پایه غالب است به عنوان جزیره وارونگی شناخته می شود. که در شکل (1-1) این ناحیه به رنگ سبز نشان داده شده است. در حال حاضر سؤالی که مطرح است این است که آیا ایزوتوپ هایی که در مجاورت این جزیره می باشند دارای چنین خاصیتی می باشند یا اینکه نه؟ که با بررسی این هسته ها می توان تحول این حالت های غیرمعمول را مورد بررسی قرار داد. در اینجا ایزوتوپ های آلومینیم (به ویژه ^{33}Al بین ناحیه ایزوتوپ های غیرمعمول $Mg(z=12)$ و ایزوتوپ های معمول $Si(z=14)$ قرار دارد. بنابراین با مطالعه خواص ایزوتوپ های آلومینیم تحول این حالت را مورد بررسی قرار می دهیم.



شکل (۱-۱): طرح واره‌ی حالت‌های غیرمعمول در حالت‌های پایه در جزیره وارونگی در حدود $N=20$. عبارت معمول (غیرمعمول) برای نشان دادن پیکربندی‌های غالب توسط پیکربندی‌های معمول (غیرمعمول) استفاده می‌شود. هسته‌های به رنگ آبی، ساختار پوسته معمول sd را نشان می‌دهند. مربع‌های زرد به معنی هسته‌های انتقالی با ترکیب پیکربندی sd-pf در حالت پایه هستند. هسته‌های به رنگ سبز دارای حالت‌های غیرمعمول هستند. مربع‌های قهوه‌ای حالت‌های غیرمعمول با پیکربندی (1p1h) هستند. مربع‌های هاشور زده سیاه حالت‌های آزمایشی هستند. مربع‌های خط‌چین حالت‌های غیر مقید هستند. مربع‌های دور قرمز هسته‌های هالو هستند و مربع‌های خاکستری هسته‌های ناشناخته هستند [۹].

در این تحقیق با توجه به مطالعات و تحقیقات انجام شده هدف بررسی خواص اندازه‌گیری شده هسته آلومینیوم ۳۳ در دو فضای مدل sd و sdpf با برهم‌کنش‌های مختلف است. اختلاف بین نظری و تجربه با در نظر گرفتن نقش مؤلفه تانسوری بررسی خواهد شد. این پایان نامه در پنج فصل مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. در فصل دوم ما در مورد خواص هسته و مدل‌های هسته‌ای صحبت می‌کنیم. در فصل سوم ما راجع به فرمول‌بندی مدل پوسته‌ای صحبت می‌کنیم و عملگرهای مورد نیاز برای محاسبات مدل پوسته‌ای را توضیح می‌دهیم. در فصل چهارم محاسبه انرژی مربوط به ایزوتوپ‌های آلومینیوم مورد بررسی قرار می‌دهیم و نتایج محاسبه شده را برای هسته‌های منطقه پوسته sd و منطقه پوسته sdpf مورد بحث قرار می‌دهیم. در فصل پنجم گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی M_1 با نتایج محاسبه شده

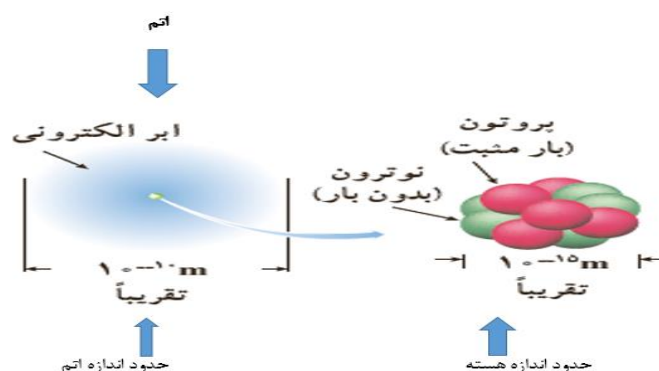
برای هسته های منطقه پوسته sd برای فضای آزاد و فضای مؤثر و منطقه پوسته sdpf برای فضای آزاد مورد تحلیل قرار می دهیم. در آخر نتیجه گیری و جمع بندی انجام می شود.

فصل دوم

خواص و مدل های هسته ای

۱-۲ ساختار هسته

کشف پرتوزایی طبیعی در سال ۱۸۹۶ میلادی توسط فیزیکدان فرانسوی، هانری بکرل، آغازی برای پی بردن به وجود هسته اتم بود. با کاوش درون اتم، هسته را می‌یابیم که شعاع آن تقریباً $\frac{1}{100000}$ شعاع اتم است شکل (۱-۲). هسته اتم از نوترون ها و پروتون ها تشکیل شده است که به طور کلی نوکلئون نامیده می‌شوند. نوترون، در سال ۱۹۳۲ میلادی توسط فیزیکدان انگلیسی، جمیز چادویک، کشف شد. نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از پروتون است.



شکل (۱-۲) مقایسه اتم با هسته آن [۱۰].

تعداد پروتون های هسته را عدد اتمی (Z) می‌نامند و در عنصرهای مختلف متفاوت است. در یک اتم خنثی، تعداد پروتون های هسته با تعداد الکترون های دور هسته برابر است. تعداد نوترون های هسته، عدد نوترونی (N) نامیده می‌شوند. همچنین مجموع تعداد کل پروتون ها و نوترون ها را عدد جرمی (A) می‌نامند. برای یک عنصر با نماد شیمیایی X ، نماد هسته به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\begin{array}{c} \text{نماد عنصر} \leftarrow A \\ X \\ \text{عدد نوترونی} \leftarrow Z \quad \text{عدد اتمی} \leftarrow N \end{array}$$

A : تعداد پروتون ها و نوترون ها (عدد جرمی)، Z : تعداد پروتون ها (عدد اتمی)، N : تعداد نوترون ها (عدد نوترونی) است.

۲-۲ ایزوتوپ

ویژگی های هر اتم را تعداد الکترون های آن مشخص می کند؛ اما ویژگی های هسته را تعداد پروتون ها و نوترون های آن تعیین می کند. بنابراین تعداد هسته های متفاوت موجود در طبیعت بسیار بیشتر از تعداد اتم های متفاوت است. اتم های با تعداد پروتون معین و تعداد نوترون های مختلف را ایزوتوپ یا (هم مکان) می نامند: زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می کنند. به طور مثال، کربن به دو صورت پایدار و با درصد های فراوانی بسیار متفاوتی در طبیعت یافت می شود که یکی از آن ها ۶ پروتون و ۶ نوترون ($^{12}_6C$) و دیگری از آن ها از ۶ پروتون و ۷ نوترون ($^{13}_6C$) تشکیل شده است. این دو هسته، ایزوتوپ های کربن هستند.

۲-۳ خواص هسته

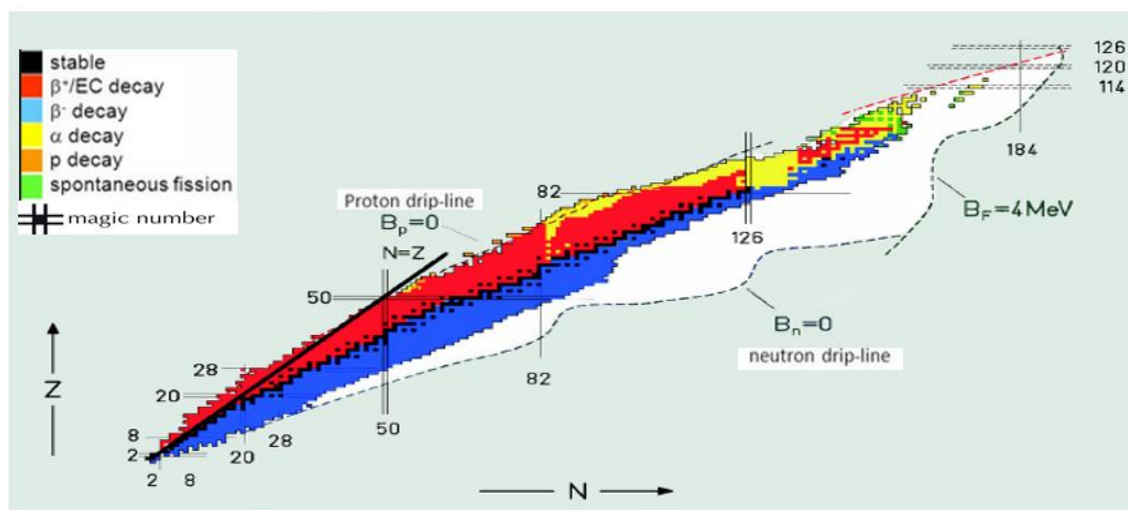
هسته ها دارای بعضی خواص مستقل از زمان مانند جرم، بار الکتریکی، انرژی بستگی، شعاع، آیزواسپین، اسپین، پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاور چهار قطبی الکتریکی و انرژی حالت های برانگیخته که این ها خواص استاتیکی^۵ [۱۱] هسته نامیده می شوند و دسته ای از خواص هسته ها که وابسته به زمان هستند را خواص دینامیکی^۶ هسته می نامند مانند: احتمال واپاشی و احتمال واکنش آن ها. درک و تفسیر خواص دینامیکی و استاتیکی هسته ها بر پایه برهمکنش بین تک تک نوکلئون های موجود در هسته است. تلاش برای درک ساختار هسته های اتمی از دهه ۱۹۳۰ انجام شده است. تاکنون آزمایش های زیادی در مورد هسته ها انجام شده و بسیاری از هسته ها کشف و بررسی شده اند. در حال حاضر، ما می دانیم که حدود ۲۷۰ هسته پایدار، حدود ۵۰ هسته رادیواکتیو طبیعی و حدود ۲۵۰۰ هسته ناپایدار وجود دارد. با این حال این هسته ها حتی نیمی از نمودار هسته ای را اشغال نکرده اند، همان طور که در شکل (۲-۲) نشان داده شده است. حدود ۴۰۰۰ هسته وجود دارند که هنوز

^۵Static properties

^۶ Dinamical propertice

کشف نشده‌اند. بیشتر این هسته‌ها، هسته‌های غنی از نوترون هستند. انتظار می‌رود که این هسته‌ها ویژگی‌های منحصر به فردی داشته باشند که ممکن است مفاهیم جدیدی در مورد ساختارهای هسته‌ای ارائه دهد. علاوه بر این، این هسته‌ها برای درک مکانیسم هسته در یک ابر نو اختر مهم است که فرایند جذب نوترون سریع است. فرایند R است. در فرایند R هسته‌های سنگین‌تر از Fe در یک منطقه از هسته‌های غنی از نوترون در نمودار هسته‌ای ایجاد می‌شود. در آینده نزدیک آزمایش‌هایی برای این هسته‌ها در نسل بعدی تجهیزات پرتوهای رادیواکتیو مانند RIBF در RIKEN انجام خواهد شد. انتظار می‌رود که ویژگی‌های زیادی از این هسته‌ها ایجاد شود. در سال‌های مختلف، آزمایش‌های هسته‌های غنی از نوترون به خاطر توسعه روش‌های تجربی انجام شده است. در منطقه جرمی سبک، بیشتر هسته‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. ویژگی هسته غنی از نوترون که متفاوت از هسته پایدار هستند را نشان داده‌اند. یکی از برجسته‌ترین ویژگی‌ها در هسته‌های غنی از نوترون وجود هسته‌ها در مجاورت خط قطره‌ای^۷ نوترون که هالو نامیده می‌شود [۱۲]. در هسته‌های هالو نوترونی، برخی از نوترون‌ها در خارج از توزیع پروتون گسترش می‌یابند ${}^6\text{He}$ و ${}^8\text{He}$ هستند. معروف به هسته‌های هالو هستند. در هسته‌های هالو نوترونی، یک یا دو نوترون به صورت یک ابر نازک در اطراف قلب هسته پخش می‌شوند. ${}^{11}\text{Li}$ و ${}^{11}\text{Be}$ و به عنوان هسته‌های هالو شناخته می‌شوند.

^۷Drip line



شکل (۲-۲) نمودار نوکلید ها:

خطوط قطره‌ای پروتون و نوترون را نشان می‌دهد که با صفر بودن انرژی بستگی مربوطه، B_p و B_n و سد شکاف (B_f) تعریف می‌شود هسته‌های پایدار درون خطوط قطره‌ای پروتون و نوترون قرار دارند و بیشتر هسته‌های ناشناخته (ناحیه سفید) روی سمت غنی از نوترون، همچنین خطوط عمودی (افقی) اعداد جادویی برای نوترون‌ها (پروتون‌ها) آورده شده است که نزدیک به پایداری شناخته می‌شوند. درحالی‌که برای هسته‌های سبک‌تر، دره پایداری از خط $N=Z$ پیروی می‌کند، هسته‌های سنگین‌تر نسبت به پروتون‌ها، نوترون بیشتر دارند [۱۳].

۲-۴ ویژگی‌های استاتیک هسته

ویژگی‌های استاتیکی هسته ویژگی‌هایی هستند که وابسته به زمان نیستند. ما در این بخش برخی از ویژگی‌ها را که در این پایان نامه مورد استفاده قرار گرفته‌اند را به صورت مختصر توضیح می‌دهیم.

۲-۴-۱ پارите هسته

یکی از خواص هسته پارите‌ی آن است. پارите‌ی یک هسته یا مثبت (+) یا منفی (-) است. پارите هسته را با π نمایش می‌دهند. مثلاً اگر اسپین هسته‌ای برابر صفر و پارите‌ی آن (+) باشد آن را با (0^+) و در حالت کلی با (I^π) نمایش می‌دهیم. اگر اسپین هسته‌ای مثلاً برابر $\frac{3}{2}$ ، پارите‌ی آن (-) باشد آن را به صورت $(\frac{3}{2}^-)$ نشان می‌دهیم [۱۴].

۲-۴-۲ اسپین هسته

همچنان که الکترون از یک تکانه زاویه‌ای ذاتی به نام اسپین هسته برخوردار است، نوکلئون‌ها نیز دارای تکانه زاویه‌ای ذاتی اسپین هستند و همین طور هسته اتم نیز پیرامون یک محور می‌چرخد و مقدار تکانه زاویه‌ای هسته‌ای آن در نتیجه‌ی این چرخش برابر است با $I\hbar$ که در آن I عدد کوانتومی اسپین هسته‌ای است. عدد کوانتومی اسپین I برای هسته‌های (زوج-زوج) صفر است [۱۵].

۱- عدد کوانتومی اسپین (I) برای هسته‌های (فرد-فرد) عدد درستی است. مثلاً برای هسته‌های ${}^6_3\text{Li}$ ، ${}^{10}_5\text{B}$ ، ${}^{14}_7\text{N}$ ، ${}^2_1\text{H}$ برابر یک می‌باشد ($I=1$).

۲- عدد کوانتومی اسپین (I) هسته‌های (زوج-فرد) و (فرد-زوج) یا به عبارت دیگر هسته‌های با عدد جرمی فرد، I یک عدد نیم درست فرد است یعنی $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{2}$ و ... است. مثلاً I برای ${}^3_2\text{He}$ برابر $\frac{1}{2}$ و برای ${}^7_3\text{Li}$ برابر $\frac{3}{2}$ است.

اندازه‌گیری مقادیر اسپین هسته‌ها، اطلاعات زیادی درباره‌ی ساختار هسته به دست می‌دهد به عنوان نمونه گفتیم که در هسته‌های (زوج-زوج) اسپین برابر صفر است. این نکته بر این واقعیت دلالت دارد که نوکلئون‌ها به صورت زوج‌هایی با اسپین صفر با هم جفت می‌شوند و در نتیجه اسپین کل هسته برابر صفر می‌شود. یا در هسته‌های با A فرد، اسپین هسته با تکانه زاویه‌ای کل آخرین پروتون یا نوترون منفرد باید برابر باشد و این دلالت بر وجود مدل پوسته‌ای هسته دارد.

۲-۴-۳ آیزواسپین هسته

مفهوم آیزواسپین در سال ۱۹۳۲ توسط هایزنبرگ برای توصیف تقارن ذرات مشابه معرفی گردید. استقلال از بار نیروهای هسته‌ای بدان معنی است که در اکثر حالات نیازی نداریم در فرمول بندی بین نوترون‌ها و پروتون‌ها تمایزی قائل شویم. این امر موجب می‌شود که آن‌ها را به صورت اعضای یک خانواده مشترک به نام نوکلئون‌ها، گروه بندی کنیم. اگر نیروی هسته‌ای قوی را به تنهایی در نظر

بگیریم، تقارن بین پروتون ها و نوترون ها معتبر باقی می ماند. این واگنی دو حالتی به فرمول بندی منجر می شود که قابل مقایسه با فرمول بندی برهم کنش مغناطیسی یک ذره با اسپین $1/2$ است. نوترون ها و پروتون ها را به صورت دو حالت متفاوت از یک ذره منفرد، یعنی نوکلئون، در نظر می گیریم. به هر نوکلئون یک بردار اسپین فرضی به نام آیزواسپین نسبت می دهیم. در غیاب یک میدان مغناطیسی، دو حالت واگن هسته ای نوکلئون به صورت آیزواسپین بالا و آیزواسپین پایین هستند که به ترتیب آن ها را به دلخواه به پروتون و نوترون نسبت می دهیم. اگر عدد کوانتومی آیزواسپین یک نوکلئون به صورت $t=1/2$ باشد، برای پروتون و نوترون به ترتیب خواهیم داشت:

$$m_t = +\frac{1}{2} \quad \text{عدد کوانتومی آیزواسپین برای پروتون:}$$

$$m_t = -\frac{1}{2} \quad \text{عدد کوانتومی آیزواسپین برای نوترون:}$$

برای دستگاهی متشکل از چند نوکلئون، آیزواسپین از قواعد جفت شدگی مشابه با قواعد بردار های تکانه زاویه ای معمولی پیروی می کند. مثلاً هر دستگاه دو نوکلئونی می تواند آیزواسپین کل T مساوی با صفر یا یک را دارا باشد. مؤلفه سوم بردار آیزواسپین کل برابر است با:

$$T_3 = \frac{N - Z}{2} \quad (1-2)$$

این حاصل جمع با یکای $\hbar$ بیان می شود [۱۴].

۴-۴-۲ گشتاور دوقطبی مغناطیسی

به طور کلاسیک، گشتاور مغناطیسی یک ذره مداری با تکانه زاویه ای l توسط:

$$\mu = \frac{q}{2m} l \quad (2-2)$$

که q و m بار و جرم ذره هستند.

داده های دقیق در زمینه گشتاورهای مغناطیسی هسته ها اطلاعات بیشتری از ماهیت نیروی هسته ای به دست می دهند و در انتخاب یک مدل هسته ای مناسب ما را یاری می دهند. برای اندازه گیری گشتاورهای مغناطیسی هسته ها روش های دقیقی ابداع شده است که یکی از این روش ها روش تشدید

مغناطیسی (NMR) می‌باشد. بیشترین اطلاعات که از ساختار هسته به دست آمده نه از برهمکنش قوی هسته‌ای بین هسته ها و محیط اطرافشان، بلکه از برهمکنش الکترومغناطیسی حاصل شده است. همان‌طور که گشتاور مغناطیسی الکترون را برحسب مگنتون بور (μ_B) بیان می‌کنند. گشتاور مغناطیسی هسته را نیز برحسب مگنتون هسته‌ای (μ_N) بیان می‌کنند. در مکانیک کوانتومی، عملگر گشتاور مغناطیسی هم از تکانه زاویه‌ای مداری و هم از تکانه زاویه‌ای ذاتی خود، یعنی اسپین، سرچشمه می‌گیرد. عملگر گشتاور مغناطیسی کل هسته می‌تواند به صورت مجموع سهم تک تک نوکلئون‌ها نوشته شود:

$$\hat{\mu} = \frac{\mu_N}{\hbar} \left(\sum_i^A g_l^i \hat{l}_i + \sum_i^A g_s^i \hat{s}_i \right) \quad (3-2)$$

که در آن مگنتون هسته‌ای واحد گشتاور مغناطیسی هسته‌ای است که اغلب حذف می‌شود. این گشتاورهای تک ذره‌ای که گشتاور اشمیت نامیده می‌شوند با استفاده از مقادیر نوکلئون ظرفیت آزاد برای g_l و g_s است. g_s و g_l نسبت‌های ژيروسکوپ مداری و اسپینی هستند که برای یک پروتون و نوترون آزاد به دست می‌آیند.

$$g_l^\pi = 1, \quad g_s^\pi = +5.585694700 \quad \text{پروتون آزاد:}$$

$$g_l^v = 0, \quad g_s^v = -3.82608545 \quad \text{نوترون آزاد:}$$

در یک هسته واقعی، نوکلئون‌های ظرفیت را نمی‌توان به عنوان ذرات آزاد در نظر گرفت، به همین دلیل مقادیر نوکلئون آزاد همیشه با عامل‌های تجربی مطابقت خوبی ندارند. متناوباً، گشتاور مغناطیسی می‌تواند برحسب اسپین هسته‌ای $\hat{I}$ و g فاکتور هسته‌ای نوشته شود.

$$\hat{\mu} = \frac{\mu_N}{\hbar} g \hat{I} \quad (4-2)$$

سپس گشتاور مغناطیسی با در نظر گرفتن مقدار چشم‌داشتی مؤلفه z برای یک حالت به دست می‌آید.

$$\mu = \langle I(j_1, j_2, \dots, j_n), m = I | \sum_{i=1}^n \hat{\mu}_z(i) | I(j_1, j_2, \dots, j_n), m = I \rangle = g I \mu_N \quad (5-2)$$

برای هسته‌های زوج-زوج که عموماً در حالت اسپین $I=0$ هستند گشتاور مغناطیسی صفر است. گشتاورهای مغناطیسی، به طور خاص به g فاکتور هسته‌ای یا ضرایب ژيرومغناطیسی، وابسته هستند

به گونه‌ای که این g فاکتورها در حالتی که نوکلئون‌ها مقید هستند نسبت به حالتی که آزاد هستند متفاوت است. اصولاً در نظری محاسبات گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی بر اساس ضرایب ژيرومغناطیسی برآزش شده تجربی می‌باشد. همچنین به اوربیتال‌هایی که نوکلئون‌ها در مدل تک ذره‌ای اشغال می‌کنند وابسته است. با توجه به نکته قبلی این کمیت به تابع موج هسته که به طور دقیق باید محاسبه شود وابسته است. در حالت حدی تک ذره‌ای از یک هسته A -فرد گشتاور مغناطیسی با آخرین نوکلئون ظرفیت در مدار j تعیین می‌شود [۱۶].

۲-۵ تراز انرژی هسته‌ها

انرژی نوکلئون‌ها وابسته به هسته نیز مانند انرژی الکترون‌های وابسته به اتم، کوانتیده‌اند و نوکلئون‌های درون هسته نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کند. همچنین، همان‌طور که الکترون‌های اتم می‌توانند با جذب انرژی از تراز پایه به تراز برانگیخته بروند، نوکلئون‌ها نیز می‌توانند با جذب انرژی به ترازهای انرژی بالاتر بروند و در نتیجه هسته برانگیخته شود. هسته برانگیخته با گسیل فوتون به تراز پایه برمی‌گردد. انرژی فوتون گسیل شده، با اختلاف انرژی بین تراز برانگیخته و تراز پایه برابر است. هسته برانگیخته را با گذاشتن ستاره روی نماد A_ZX به صورت ${}^A_ZX^*$ مشخص می‌کنند. نکته قابل توجه آن است که اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبه (KeV) تا مرتبه (MeV) است، درحالی‌که اختلاف بین ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم از مرتبه (eV) است. از این رو، هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند. برای برانگیخته کردن هسته از نوترون‌های پرنرژی و پرتوهای γ استفاده می‌کنند [۱۷].

۲-۶ مدل‌های هسته‌ای

در فیزیک اتمی، قوانین نیرو به خوبی مشخص شده است؛ اما برای هسته، شکل قطعی نیرو دقیق مشخص نیست. بنابراین برای توضیح رضایت‌آمیز تمامی خواص استاتیکی و دینامیکی هسته یک نظریه واحد موجود نیست. بر این اساس برای توضیح ساختار هسته‌ها مدل‌های مختلفی ارائه شده است که

هرکدام یک جنبه خاص از رفتار نوکلئون ها در هسته را توصیف می کند. مدل های موفق باید به گونه ای باشند که تجزیه و تحلیل آن ها آسان و درعین حال به اندازه کافی دقیق باشند تا توصیف خوبی از ساختار هسته ارائه دهند. برخی از این مدل ها عبارتند از: مدل قطره مایع، مدل پوسته ای، مدل گاز فرمی و مدل جمعی که شامل مدل ارتعاشی و مدل چرخشی است.

۲-۶-۱ مدل قطره مایع

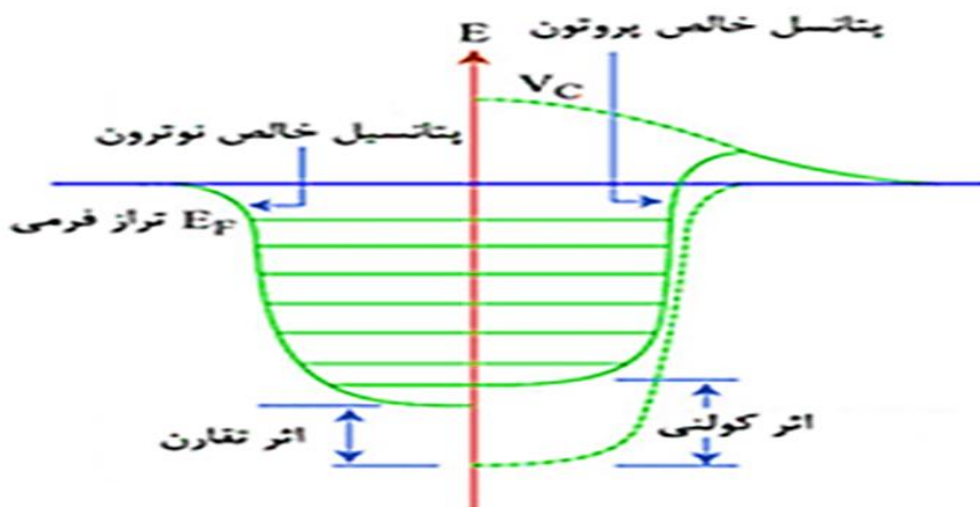
در این مدل هسته اتم مانند یک قطره مایع در نظر گرفته می شود که مولکول های سازنده آن نوکلئون ها (نوترون و پروتون ها) هستند. برد نیرو های بین نوکلئون ها کوتاه است. با توجه به کوتاه برد بودن نیروی قوی بین نوکلئون ها مشابه با نیروی مؤثر الکترومغناطیسی کوتاه برد بین مولکول های یک قطره خواص ماکروسکوپییک هسته از جزییات نیرو پیوسته خواهد بود. با محاسبه این اثرها وایتسکر در سال (۱۹۳۵) رابطه زیر را برای انرژی بستگی هسته ارائه کرد.

$$EB = \alpha_1 A - \alpha_2 A^{2/3} - \alpha_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \alpha_4 \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta(A, Z) \quad (2-6)$$

این رابطه به فرمول نیمه تجربی جرم نیز معروف است. در این فرمول جمله اول مربوط به انرژی حجمی، جمله دوم انرژی سطحی، جمله سوم انرژی دافعه کولنی، جمله چهارم انرژی عدم تقارن و جمله پنجم نیز مربوط به جفت شدگی نوکلئون ها در هسته است [۱۸].

۲-۶-۲ مدل گاز فرمی

این مدل از مدل پوسته ای اقتباس شده با این فرق که نوکلئون ها را مانند شکل زیر به طور جداگانه روی مدار در نظر گرفته است. طبق این مدل نوترون ها و پروتون ها به صورت آزادانه در یک چاه پتانسیل جاذبه ای به ابعاد هسته حرکت می کنند. برهم کنش کولنی بین پروتون ها به وجود آورنده همین چاه پتانسیل است. به همین دلیل ته چاه پتانسیل برای پروتون در شکل (۲-۳) به اندازه چند (ev) بالاتر از نوترون ها است.



شکل (۲-۳) پتانسیل هسته‌ای در مدل گاز فرمی برای پروتون ها و نوترون ها [۱۹].

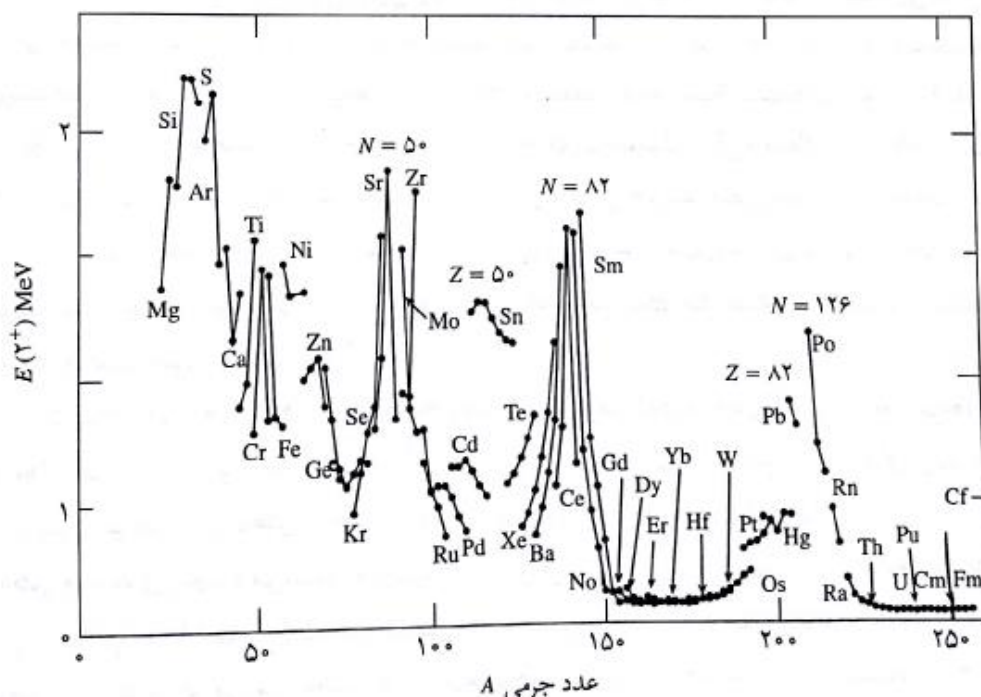
۲-۶-۳ مدل پوسته‌ای

برای خواص دیگر هسته که مدل قطره مایع از عهده توجیه آن بر نمی‌آید. مدل هسته‌ای دیگری لازم است. مدل پوسته‌ای مدلی است که بر اساس اصل طرد پائولی نحوه قرارگیری ذرات در ترازهای انرژی در هسته اتم را تشریح می‌کند. این مدل که نخستین بار در سال ۱۹۴۹ معرفی شد، حاصل کار فیزیکدانان بزرگ از جمله یوجین ویگنر، مایروجنسن است. در این مدل هسته‌هایی که تعداد نوترون ها و پرتون های آن‌ها زوج است، پایدارتر از هسته‌هایی هستند که تعداد پروتون ها یا نوترون های آن‌ها فرد است. مطالعات تجربی بیشتر در مورد پایداری هسته نشان داد هسته‌هایی که دارای اعداد ۲، ۸، ۲۰، ۵۰ و ۸۲ و ... پروتون یا اعداد ۲، ۸، ۲۰، ۵۰، ۸۲ و ... نوترون هستند، معمولاً متعدد و پایدارند. انرژی همبستگی این هسته‌ها بیشتر از هسته‌های کاملاً نظیر آن‌ها است. در مدل پوسته‌ای هسته فرض بر این است که پروتون ها می‌توانند به نحوی خود را در پوسته‌هایی مرتب کنند نوترون ها نیز می‌توانند مستقلاً به همین نحو عمل کنند [۲۰]. در این مدل برای هسته، ساختاری لایه‌ای در نظر گرفته شده که نوکلئون ها در سطوح خاصی قرار می‌گیرند که هر سطح دارای انرژی مخصوص به خود است، البته فاصله‌ی لایه‌های هسته‌ای از فاصله‌ی لایه‌های الکترونی بیش‌تر است در این مدل نوکلئون

ها نیز مانند الکترون با کسب انرژی، برانگیخته شده به لایه های بالاتر می‌رود. وقتی نوکلئون مجبور به بازگشت به لایه خود می‌شود یک فوتون آزاد می‌کند (پرتو گاما).

۲-۶-۴ مدل‌های جمعی

حالت های کم انرژی بسیاری از هسته ها ویژگی های منظمی از خود به نمایش می‌گذارند که تغییراتشان در بخش های وسیعی از عدد جرمی A نسبتاً نرم و هموار است و بستگی چندانی به تعداد نوکلئون های ظرفیت یا حالت های پوسته‌ای خاصی که این نوکلئون ها اشغال می‌کنند، ندارد. برای مثال پایین‌ترین حالت برانگیخته تقریباً در همه‌ی هسته های زوج-زوج اسپین و پاریته‌ی $I^{\pi}=2^{+}$ دارد. انرژی برانگیختگی $E(2^{+})$ شماری از آن‌ها را به‌صورت تابعی از A در شکل (۲-۴) نشان داده‌ایم. به استثنای موارد نزدیک به پوسته های بسته و انرژی متناظر به هسته های بسیار سبک، انرژی برانگیختگی $E(2^{+})$ ، به ویژه برای هر مجموعه‌ی مشخص ایزوتوپ‌ها، به طور کلی بر حسب A به کندی تغییر می‌کند. برای هسته های پایداری که عدد جرمی شان در محدوده‌ی تقریبی ۱۵ تا ۳۰ باشد، انرژی $E(2^{+})$ از مرتبه ۱ MeV است. در نواحی جرمی ۱۵۰ تا ۱۹۰ و بالاتر از ۲۲۰، انرژی 2^{+} به طرز چشم‌گیری کمتر می‌شود و تغییرات آن هم بر حسب A بسیار اندک است. چنان‌که خواهیم دید، ویژگی این حالت ها نه به حرکت نوکلئون های ظرفیت به تنهایی بلکه به حرکت هماهنگ بخش بزرگی از کل هسته مربوط می‌شود. این حرکت در اعداد جرمی پایین‌تر از $A \sim 150$ عمدتاً از نوع ارتعاشی است.



شکل (۲-۴) انرژی برانگیختگی پایین‌ترین حالت $E(2^+)$ برای هسته‌های زوج-زوج به صورت تابعی از عدد جرمی A خطوط پیوسته، خط واصل‌های ایزوتوپ‌های متوالی‌اند [۱۹].

و در دو ناحیه جرمی بالاتر از نوع چرخشی است. برای بسیاری از آن هسته‌ها، تعداد نوکلئون‌های فرا مرکزی (ظرفیت) به حدی است که در عمل تعیین وضعیت میکروسکوپیکی حالت بر اساس مدل پوسته‌ای کروی ناممکن می‌شود و حتی اگر عملی هم باشد برای توصیف ویژگی حالت جمعی چندان فایده‌ای نخواهد داشت. تعداد جملات بسیار زیاد خواهد شد (یک جمله برای هر پیکربندی ممکن) و نوشتن تابع موج کامل حالت مورد نظر، ویژگی دسته جمعی آن را به روشن‌ترین وجه توصیف نخواهد کرد. در فیزیک کلاسیک هم در وضعیتی مشابه، ارتعاش قطره‌ی مایع را بر حسب معادلات حرکت تمامی ذرات تشکیل‌دهنده‌ی آن قطره توصیف نخواهیم کرد. با استفاده از مدلی که در آن حالت‌های هسته‌ای جمعی را به صورت حالت‌های کوانتومی قطره مایعی در حال ارتعاش یا در حال چرخش در نظر می‌گیریم، می‌توانیم به ماهیت این حالت پی ببریم. در ابتدا حالت ارتعاشی را بررسی خواهیم کرد.

۲-۶-۴-۱ مدل ارتعاشی

بنابر پیش بینی مدل قطره مایع، هر هسته‌ای در حالت پایه شکل کروی دارد [۱۹]. با اینکه هسته در مجاورت پوسته بسته معمولاً تقریباً کروی است اما بیشتر هسته‌ها در سراسر نمودار هسته‌ای شکل غیر کروی یا تغییر شکل یافته دارند. هر سطح سه بعدی را با توصیف شعاع آن به صورت حاصل جمع هماهنگ های کروی می توان نشان داد:

$$R = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{m=-\lambda}^{\lambda} \left(\alpha_{\lambda m}(t) Y_{\lambda}^m(\theta, \phi) \right) \quad (7-2)$$

که در آن θ و ϕ مختصه های زاویه‌ای نقطه‌ای از این سطح هستند. دامنه های $\alpha_{\lambda m}(t)$ ممکن است دارای مقادیر ثابت برای هر شکل ثابت، یا مقادیری وابسته به زمان برای توزیع وابسته به زمانی مثل وضعیت ارتعاشی باشند. بسط مورد نظر به صورت جمله های چندقطبی است، که یکی از آن ها با یک هماهنگ کروی $Y_{\lambda}^m(\theta, \phi)$ داده می شود.

۲-۶-۴-۲ مدل چرخشی

حرکت چرخشی جمعی را فقط در هسته های ناکروی می توان دید. این گزاره با این واقعیت ارتباط پیدا می کند که در مکانیک کوانتومی، برای تابع موجی که معرف سامانه‌ای با تقارن کاملاً کروی باشد هیچ جهت برتری در فضا وجود ندارد و چرخش منجر به هیچ تغییر قابل مشاهده‌ای نمی شود. چرخش را فقط وقتی می توانیم آشکارسازی کنیم که از تقارن کروی فاصله بگیریم. به همین دلیل، هسته به شکل بیضی وار را فقط حول یکی از دو محور مساوی اش می توان چرخاند نه حول محور (تقارن) سوم. اگر نوکلئون های یک هسته چنان با هم جفت شوند که اسپین کل آن در حالت پایه برابر صفر شود، همان طور که در هسته های زوج-زوج شاهدیم، تکانه‌ی زاویه‌ای چرخشی با تکانه‌ی زاویه‌ای کل هسته I (با عدد کوانتومی I) برابر می شود. در این صورت، بخش زاویه‌ای تابع موج که توصیف کننده‌ی چرخش آن حالت است، به شکل هماهنگ کروی $Y_I^M(\theta, \phi)$ در می آید که در آن M تصویر I در امتداد z است.

به این ترتیب، پاریته ی این تابع موج برابر $l(-1)$ می شود. می توان نشان داد که در نتیجه ی تقارن آینه ای هر بیضی وار، حول محور تقارن آن، مجموعه ی حالت های چرخشی مجاز فقط شامل مقادیر زوج I یا مقادیر فرد I خواهد شد. بنابراین، چنین وضعیتی در هسته ی زوج-زوج (با حالت پایه ی 0^+) منجر به مجموعه ای از ترازها با $I=0, 2, 4, 6, \dots$ می شود که همگی پاریته ی زوج دارند [۱۴].

اندازه تکانه ی زاویه ای چرخشی به صورت $I\omega$ داده می شود، که در آن I گشتاور لختی مؤثر و ω بسامد چرخش است. عبارت انرژی چرخشی را با جایگذاری نتیجه ی کوانتوم مکانیکی $I(I+1)\hbar^2$ ، به عنوان مقدار چشم داشتی (یا مقدار انتظاری) مجذور تکانه ی زاویه ی چرخشی، در معادله ی کلاسیکی می توان به دست آورد. پس داریم:

$$E(I) = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{I(I+1)\hbar^2}{2I} \quad (۸-۲)$$

فصل سوم

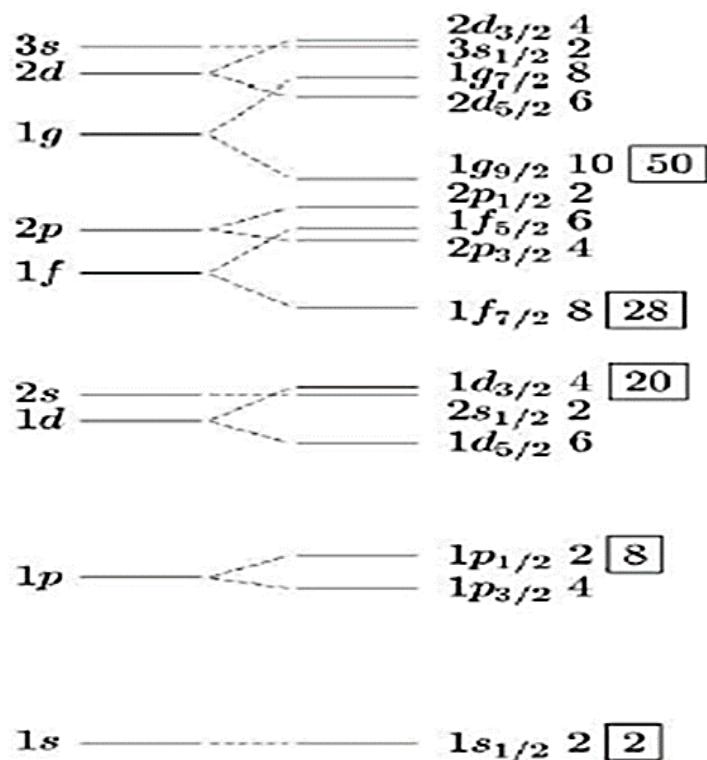
فرمول بندی مدل پسته ای

۳-۱ ساختار پوسته‌ای و اعداد جادویی

احتمال ساختار پوسته‌ای هسته‌های اتمی در سال ۱۹۳۰ مورد بحث قرار گرفت [۱۲، ۱۳]. با این وجود، در مقابل اتم‌ها، هیچ مرکزی برای ایجاد هسته در فضای ثابت وجود ندارد. علاوه بر این، نوکلئون‌هایی که هسته را تشکیل می‌دهند با برهم کنش قوی به جای برهم کنش الکترومغناطیسی در مورد اتم‌ها با یکدیگر برهم کنش می‌کنند. در حال حاضر، "ساختار پوسته"^۸ یک مفهوم اساسی برای درک ساختار هسته است [۲۱].

در دهه ۱۹۴۰، در طول پروژه منتهن تعدادی از هسته‌های رادیواکتیو تولید شد و جرم آن هسته‌ها اندازه‌گیری شد. یک بررسی سیستماتیک از جرم‌های اندازه‌گیری شده، یا انرژی‌های بستگی، سرانجام توسط ماریا گوپرت مایر منجر به کشف اعداد جادویی هسته اتمی پوسته‌بسته شد. در سال ۱۹۴۹ توسط ماریا گوپرت مایر و یوهانس هانس دانیل جنسن برهم کنش جفت شدگی اسپین-مدار مدل پوسته‌ای که اعداد جادویی را توضیح می‌دهد پیشنهاد شده است. مدل پوسته‌ای که مبتنی بر تصویر تک ذره‌ای از نوکلئون‌ها در هسته‌ها است با توضیح موفقیت آمیز ویژگی‌های مختلف هسته ایجاد شده و اساس مدل‌های میکروسکوپی هسته است. وقتی تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها مقدار خاصی از ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ یا ۱۲۶ باشد، این هسته‌ها به‌طور خاص پایدار هستند. این مقادیر اعداد جادویی نامیده می‌شوند. شکل (۳-۱) ترازهای انرژی و اعداد جادویی مدل پوسته‌ای هسته‌ای را نشان می‌دهد.

^۸ Shell structure



شکل (۳-۱) ترازهای انرژی و اعداد جادویی مدل پوسته‌ای هسته‌ای [۲۲].

بعضی از اوربیتال‌ها با J های مختلف در شکل (۳-۱) نشان داده شده است. چنین گروهی از اوربیتال‌ها یک پوسته نامیده می‌شوند. فاصله انرژی بین دو پوسته شکاف پوسته نامیده می‌شود. اگر تمام اوربیتال‌های داده شده زیر یک شکاف پوسته داده شده توسط پروتون‌ها اشغال شوند، آن‌ها یک پوسته پروتون را تشکیل می‌دهند. تعداد پروتون‌های موجود در پوسته بسته، اعداد جادویی پروتون نامیده می‌شوند. به همین ترتیب، پوسته‌های بسته نوترون و اعداد جادویی نوترون تعریف می‌شوند. پوسته بسته نیز هسته نامیده می‌شود و الگوی اوربیتال‌های گفته شده در بالا به عنوان ساختار پوسته نامیده می‌شود. اوربیتال‌ها به صورت لایه‌ای دسته بندی می‌شوند.

۲-۳ پتانسیل میانگین هسته

در مقایسه با مدل پوسته‌ای اتمی که با یک پتانسیل کولمب مرکزی به خوبی تعریف شده است، در مدل پوسته‌ای هسته‌ای، پتانسیل میدان میانگین مرکزی توسط نوکلئون‌های منفرد ایجاد می‌شود [۲۳]. بنابراین سطوح انرژی هسته را می‌توان با استفاده از یک پتانسیل میانگین مرکزی، درست مانند فیزیک اتمی برای الکترون‌ها محاسبه کرد. اگر ما بخواهیم در مورد مدار در یک پتانسیل کروی بحث کنیم، به این معنی است که j ، دارای زیر لایه تبه‌گن است. هر اوربیتال دارای زیر لایه است. که این زیر لایه‌ها حالت‌های تک ذره‌ای (SPE)^۹ نامیده می‌شوند. شکل (۲-۳) به صورت شماتیک نشان می‌دهد که پتانسیل میانگین چگونه است. حرکت تک ذره‌ای درون این پتانسیل قابل حل است. این مسئله ویژه مقدار با ویژه مقدارهای متناظر با حرکات مختلف مداری، شبیه به الکترون‌های یک اتم هیدروژن مانند است.

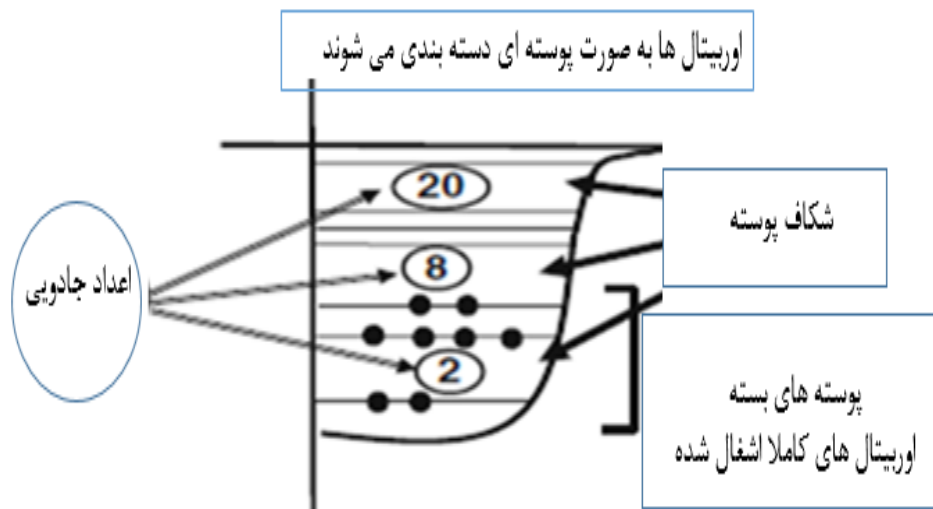
ویژه مقدار با در نظر گرفتن تصویر کلاسیک خود به عنوان یک اوربیتال یاد می‌شود. این‌ها را معمولاً انرژی‌های تک ذره‌ای (SPE) می‌نامند. در کاربردهای عملی (SPE) از یک پتانسیل مرکزی نظری تنظیم شده در سطح جهانی به عنوان مثال نوسانگر هماهنگ^{۱۰}، وودز-ساکسون^{۱۱} و اسپین-مدار^{۱۲} به دست می‌آید [۲۴]. در این مرحله ما فرض می‌کنیم که هسته کروی است و پتانسیل میانگین نیز کروی به نظر می‌رسد. پتانسیل کروی به ما اعداد کوانتومی از این ویژه مقادیر مانند تکانه زاویه‌ای مداری که با l ، تکانه زاویه‌ای کل که با j و تعداد گره‌های تابع موج شعاعی که با n نشان داده می‌شود را می‌دهد. از آن جایی که پتانسیل کروی است، اوربیتال‌های متفاوت فقط توسط مؤلفه z از j ، به نام j_z منحرف شده است. بنابراین زیر لایه مغناطیسی منحرف شده $(j + 1)$ برای یک j معین وجود دارد. به دلیل این انحراف، (SPE) (به j با n, l مشخص) اشاره می‌کند.

^۹ Single- Particle- Energy

^{۱۰} Harmonic-Oscillator

^{۱۱} Woods-Saxon

^{۱۲} Spin-Orbite



شکل (۲-۳) حرکت تک ذره ای در پتانسیل میانگین. خطوط افقی انرژی های تک ذره ای (SPE) را تشکیل می دهند که به معنای ویژه مقادیر انرژی اوربیتال ها می باشد. این اوربیتال ها پوسته ها را تشکیل می دهند و شکاف بین پوسته ها نشان دهنده اعداد جادویی است [۲۳].

۳-۲-۱ پتانسیل چاه مربعی و نوسانگر هماهنگ

از پتانسیل های زیادی به عنوان پتانسیل میانگین مانند پتانسیل چاه مربعی استفاده شده است که به دو دسته چاه متناهی و نامتناهی تقسیم می شود.

ساده ترین پتانسیل های مفید، یک چاه پتانسیل مربعی نامتناهی بی نهایت به شعاع R :

$$V(r) \begin{cases} -V. & r \leq R \\ \infty & r > R \end{cases} \quad (۱-۳)$$

V یک پارامتر آزاد است و عمق چاه پتانسیل را نشان می دهد یعنی انرژی زیادی که باید صرف شود تا نوکلئون از داخل هسته کنده شود به اندازه V است و علامت منفی آن نشان دهنده جاذب بودن چاه پتانسیل می باشد.

یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ شامل:

$$V(r) = \frac{1}{2} M r^2 \omega^2 \quad (۲-۳)$$

است که در آن M جرم هسته، w فرکانس نوسانگر و r فاصله از مرکز هسته است.

پتانسیل نوسانگر هماهنگ تبهگن است با این پتانسیل فقط تعداد کمی از اعداد جادویی را می‌توان به دست آورد. با این حال با این که این پتانسیل حل تحلیلی معادله شرودینگر را فراهم می‌کند، غالباً در فیزیک هسته ای از آن استفاده می‌شود. از آنجا که این دو پتانسیل برخلاف پتانسیل های هسته‌ای از نظر مقادیر بزرگ r بی‌نهایت می‌شوند، در نظر گرفتن چاه مربعی متناهی گاهی مفید است:

$$V(r) \begin{cases} -V. & r \leq R \\ 0. & r > R \end{cases} \quad (3-3)$$

ظهور اعداد جادویی ۲، ۸، ۲۰ در هر دو نوع پتانسیل دل گرم کننده بود، اما در سطوح انرژی بالاتر هیچ ارتباطی با اعداد جادویی تجربی وجود نداشت.

۳-۲-۲ پتانسیل وودز - ساکسون

پتانسیل میانگین را می‌توان با تقریب خوبی از لحاظ پتانسیل به اصطلاح وودز - ساکسون توصیف کرد. این توسط سه پارامتر مشخص شده است: عمق، شعاع و پراکندگی. یک انتخاب ساده پدیدار شناختی برای پتانسیل تک جسمی پتانسیل وودز - ساکسون است. یکی از مهم‌ترین پتانسیل های موجود در فیزیک هسته‌ای است. این پتانسیل کوتاه برد برای اولین بار در سال ۱۹۵۴ معرفی شد و به طور گسترده برای توصیف برهم کنش نوترون ها با هسته های سنگین مورد استفاده قرار می‌گیرد. این پتانسیل مدلی برای خواص توابع موج تک ذره پیوسته و مقید فراهم می‌کند. از این پتانسیل نمی‌توان برای انرژی بستگی کل استفاده کرد، زیرا براساس برهم کنش دو جسمی نیست. مشخص شده است که نیروی بین نوکلئون ها کوتاه است، بنابراین شکل پتانسیل باید شبیه به شکل چگالی باشد. از آنجا که چاه پتانسیل از نیروهای اعمال می‌شود که توسط همه نوکلئون های هسته اعمال می‌شود، فرض می‌کنیم که عمق چاه با چگالی نوکلئون ها متناسب است. شکل آن از نظر فاصله از مرکز به صورت:

$$V(r) = -V. f_{ws}(r) \quad (4-3)$$

$$f_{ws}(r) = \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}} \quad (5-3)$$

$$V_{ws}(R) = \frac{-|V|}{1 + \exp\left(\frac{(r-R)}{a}\right)} \quad (6-3)$$

در این راستا V نمایانگر عمق چاه است، عمق پراکندگی a و R شعاع هسته است. مقادیر نمونه برای پارامترها عبارتند از:

$$V = 50 \text{ MeV} \quad \text{و} \quad R = 1/2 \Delta A^{1/3} \text{ fm} \quad \text{و} \quad a = 0.7 \text{ fm}$$

این اعداد جادویی ۲، ۸ و ۲۰ را باز می‌کند. اما برای اعداد فراتر از حد شکست خورده است.

۳-۲-۳ پتانسیل اسپین-مدار

اولین بار در اواخر دهه ۱۹۴۰ مشاهده شد که هسته های دارای اعداد نوترون یا پروتون ۲۰، ۵۰، ۸۲ یا ۱۲۶ به طور خاص پایدار هستند. این رفتار توسط پتانسیل قدیمی وودز-ساکسون توضیح داده نشده است. در سال ۱۹۴۰، یک راه حل توسط مایر [۱۲]، هاکسل، جنسن و سوئس پیشنهاد شد [۱۳]. که اضافه کردن یک تصحیح میدان میانگین مورد بحث به این زمینه پتانسیل اسپین-مدار بود. جفت شدگی اسپین-مدار به صورت زیر نوشته شده است:

$$V_{ls}(r) = f(r)(\vec{l} \cdot \vec{s}) \quad (7-3)$$

که در آن f تابعی است که به ترتیب عملگرهای تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین هسته را نشان می‌دهد. تابع $f(r)$ معمولاً از مشتق چگالی تقسیم بر r با قدرت مناسب به دست می‌آید.

$$V_{LS}(r) = (l \cdot s) V_{LS} \frac{d}{dr} f_{ws}(r) \quad (8-3)$$

پتانسیل اسپین-مدار می‌تواند به عنوان یک آشفتگی مرتبه اول در نظر گرفته شود و تأثیر آن کاهش انرژی حالت بالای j ، $j > l + \frac{1}{2}$ و انرژی حالت پایین $j < l - \frac{1}{2}$ است.

۳-۳ انواع مدل پوسته‌ای

مدل پوسته‌ای را (هم برای هسته های کروی شکل و هم برای هسته های تغییر شکل یافته) مورد مطالعه قرار می‌دهیم و شامل مدل ذره مستقل و مدل چند ذره‌ای می‌باشد. که به صورت زیر تشریح می‌شوند.

۳-۳-۱ مدل ذره مستقل

به عنوان یک تقریب خوب، می‌توانیم فرض کنیم که یک نوکلئون در یک پتانسیل تک ذره‌ای تقریباً به طور مستقل از دیگر نوکلئون ها در هسته حرکت می‌کند. این مدل، مدل ذره مستقل نامیده می‌شود. پتانسیل تک ذره‌ای با میانگین‌گیری برهم کنش نوکلئون- نوکلئون ایجاد می‌شود. فرض اصلی مدل ذره مستقل این است که همه نوکلئون ها جفت هستند و خواص هسته‌ای صرفاً ناشی از حرکت نوکلئون منفرد جفت نشده است. به عنوان مثال، وقتی انرژی به هسته اضافه می‌شود، هسته مغز باقی می‌ماند و ذره فرد انرژی را جذب می‌کند و به سطوح بالاتر مدل پوسته‌ای حرکت می‌کند. از آنجا که تکانه زاویه‌ای یک اوربیتال پرز برابر با صفر است، اسپین ها و پارته های هسته با یک ذره یا حفره در خارج از یک هسته بسته می‌تواند از پیش تعیین شود. از طرفی اسپین، گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی و گاهی اوقات گشتاورهای چهار قطبی بسیاری از حالت های A فرد را می‌توان تنها با استفاده از ذره مستقل توصیف کرد [۲۵].

نزدیک شدن به هسته اتمی در انرژی برانگیختگی پایین (انرژی برانگیختگی کم‌تر از انرژی جداسازی نوکلئون) را می‌توان در سطح غیرنسبیتی انجام داد. اگر ما از یک مسئله A نوکلئونی که از طریق یک پتانسیل دو جسمی داده شده $V_{i,j}$ شروع کنیم، می‌توان هامیلتونی غیرنسبیتی را به صورت زیر نوشت:

$$H = \sum_{i=1}^A t_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^A V_{i,j} \quad (۳-۹)$$

که در آن t_i انرژی جنبشی نوکلئون و $V_{i,j}$ برهم کنش نوکلئون- نوکلئون است. شواهد تجربی زیادی برای یک حرکت میانگین و مستقل از ذره نوکلئون ها وجود دارد، دیدگاهی که بلافاصله از هامیلتونی

بالا آشکار نیست. این ایده به عنوان راهنمایی عمل می‌کند که جداسازی هامیلتونی را به یک هامیلتونی تک جسمی (که توسط پتانسیل تک جسمی میانگین توصیف می‌شود) هامیلتونی غیر اختلالی و برهم کنش های باقی‌مانده تبدیل می‌کند.

$$H = H. + H_{res} \quad (۱۰-۳)$$

$$H. = \sum_{i=1}^A h_i = \sum_{i=1}^A (t_i + U_i) \quad (۱۱-۳)$$

$$H_{res} = \sum_{i < j=1}^A V_{ij} = \sum_{i < j=1}^A (V_{ij} - U_i) \quad (۱۲-۳)$$

که در آن U_i پتانسیل تک ذره‌ای و V_{ij} برهم کنش باقی‌مانده نامیده می‌شود. راه حل های معادله شرودینگر با $H.$ تنها انرژی های تک ذره‌ای (SPE) در پتانسیل مرکزی هستند، همان طور که در حالت های تک ذره‌ای (حفره‌ای) در خارج از هسته دو پوسته بسته در همسایگان آن مشاهده می‌شود. عناصر ماتریس دو جسمی (TBME)^{۱۳} از برهم کنش باقی‌مانده H_{res} نشان دهنده برهم کنش متقابل نوکلئون های ظرفیت است که در همسایگی یک هسته جادویی مشاهده می‌شود.

اگر ما فرض کنیم که برهم کنش باقی‌مانده بسیار ضعیف است و برهم کنش باقی‌مانده را نادیده می‌گیریم هامیلتونی به مجموع برهم کنش های تک جسمی کاهش می‌یابد:

$$H = H. = \sum_{i=1}^A h_i \quad (۱۳-۳)$$

با حل معادله ویژه مقدار:

$$h_i |\psi_i\rangle = \varepsilon_i |\psi_i\rangle \quad (۱۴-۳)$$

یک تابع موج $|\psi_i\rangle$ و ε_i انرژی نوکلئون منفرد داریم. این انرژی، انرژی تک ذره‌ای نامیده می‌شود.

^{۱۳} Two body matrix elements

۳-۲-۳ مدل چند ذره‌ای

مدل تک ذره‌ای مستقل می‌تواند حداکثر برخی از ویژگی‌های هسته‌ها را توضیح دهد، اما نمی‌تواند طیف بسیار غنی‌تر از حالت‌های هسته‌ای را تولید کند. به منظور درک این سطوح، باید مدل تک ذره‌ای مستقل را به یک مدل پوسته‌ای پیچیده‌تر اما با شفافیت بیشتر بسط داد: مدل پوسته‌ای هسته‌ای چند ذره‌ای. در مدل پوسته‌ای هسته‌ای چند ذره‌ای، بیشتر از آخرین نوکلئون جفت نشده خواص نوکلئون‌ها از هسته استفاده می‌شود. پیشرفت مدل پوسته‌ای هسته‌ای و قدرت پیش‌بینی آن برای حالت‌های برانگیخته و دور از پوسته بسته دوگانه جادویی قویاً به توانایی آن در برخورد با پیکربندی‌های ظرفیت چند ذره‌ای مربوط می‌شود.

۳-۴ محاسبات مدل پوسته‌ای

الزامات اساسی برای محاسبات مدل پوسته‌ای مجموعه‌ای از انرژی‌های تک ذره‌ای (SPE) و ماتریس برهم‌کنش دو جسمی (TBME) است. این مجموعه‌ها اخیراً برهم‌کنش مؤثر یا فضای مدل هامیلتونی نامیده شده‌اند. هامیلتونی این فضای مدل را می‌توان به دو روش توصیف کرد: روش اول "واقع بینانه" است که برای یک فضای مدل پوسته‌ای مشخص از داده‌های شناخته شده بر روی نیروی آزاد نوکلئون-نوکلئون ساخته شده است.

روش دوم "تجربی" است که مبتنی بر پارامترهایی است که مقادیر آن‌ها از طریق توافق بین ویژه مقادیر اندازه‌گیری شده و انرژی‌های سطوح اندازه‌گیری شده مدل پوسته‌ای تعیین می‌شود [۲۶]. در محاسبات مدل پوسته‌ای، پوسته‌های بسته به عنوان خلاء در نظر گرفته می‌شود زیرا نوکلئون‌ها نمی‌توانند حالت‌های تک ذره‌ای خود را تا زمانی که در پوسته بسته هستند تغییر دهند. اگر کسی بخواهد، می‌تواند برانگیختگی‌های حفره-ذره را از پوسته بسته به پوسته ظرفیت ایجاد کند. به دلیل شباهت بین پوسته بسته و خلاء، پوسته بسته اغلب هسته مغز نامیده می‌شود [۱۲].

وقتی در مورد خواص دینامیکی بحث می‌کنیم، هسته مغز مناسب تر به نظر می‌رسد، اما معنای آن همان پوسته بسته بسته است. در محاسبات مدل پوسته‌ای، فضای مدل با تصمیم‌گیری یک مغز و یک پوسته که می‌تواند دارای نوکلئون های ظرفیت باشد، داده می‌شود. در این فضای مدل، ما حداکثر تعداد نوکلئون های ظرفیت را تعریف می‌کنیم.

۳-۴-۱ تابع موج

برای به دست آوردن تابع موج و انرژی یک هسته، باید معادله شرودینگر را به طور دقیق حل کنیم. دو مشکل عمده در محاسبات مانع از به دست آوردن این تابع موج می‌شود اول اینکه نیروی بین نوکلئون ها بسیار پیچیده است و به دلیل وابسته بودن به اسپین و آیزواسپین جملات مختلفی در این نیرو سهم دارند. مشکل دوم محاسبات چند جسمی توسط کامپیوترهای پرسرعت هم امکان‌پذیر نیست بنابراین تابع موج به صورت ترکیب خطی تابع موج های پایه چند ذره‌ای در نظر گرفته می‌شود که این تابع موج های پایه خود ترکیبی از تابع موج های تک ذره‌ای می‌باشد که عموماً به این تابع موج های پایه دترمینان های اسلاتر گفته می‌شود از طرفی این تابع موج های تک ذره‌ای بستگی به پتانسیل متوسطی که در نظر گرفته می‌شود دارد. عموماً از پتانسیل نوسانگر هماهنگ که دارای جواب های تحلیلی می‌باشد به جای پتانسیل وودز-ساکسون استفاده می‌شود.

۳-۴-۱-۱ تابع موج های تک ذره‌ای

معادله شرودینگر برای ذره‌ای به جرم m در یک پتانسیل مرکزی U مستقل از اسپین، عبارت است

از:

$$H_o|\alpha_k\rangle = (T + U_o)|\alpha_k\rangle = \epsilon_a|\alpha_k\rangle \quad (3-17)$$

که در آن T یک عملگر انرژی جنبشی است که در مختصات فضایی به صورت زیر داده شده است:

$$T = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r - \frac{L^2}{r^2} \right\} \quad (18-3)$$

که L عملگر تکانه زاویه‌ای (واحدی از $\hbar$)، کت $|\alpha_k\rangle$ یک حالت تک ذره‌ای است و ϵ_a ویژه مقدار آن است. جواب وابسته به مختصات این معادله به شکل زیر است:

$$\Phi_a(\vec{r}) = \frac{R_a(r)}{r} Y_m^l(\hat{r}) \quad (19-3)$$

که در آن Y_m^l هماهنگ‌های کروی هستند. زیرنویس a مجموعه‌ای از اعداد کوانتومی (n_r, l, m) است که n_r عدد کوانتومی شعاعی است و دارای مقادیر $0, 1, 2, \dots$ است. این مقادیر نشان دهنده‌ی تعداد دفعاتی است که تابع موج شعاعی محور r را قطع می‌کند. هماهنگ‌های کروی ویژه تابع‌هایی از عملگرهای l^2 و l_z می‌باشند.

$$l^2 Y_m^l(\hat{r}) = l(l+1) \hbar^2 Y_m^l(\hat{r})$$

$$l_z Y_m^l(\hat{r}) = m_l \hbar Y_m^l(\hat{r}) \quad (20-3)$$

و در شرط بهنجار متعامد زیر صدق می‌کنند.

$$\int [Y_m^l(\hat{r})]^* Y_{m'}^{l'}(\hat{r}) d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (21-3)$$

تابع موج شعاعی $R_\alpha(r)$ یک جواب معادله‌ی شعاعی یک بعدی است.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \tilde{R}_\alpha(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} R_\alpha(r) + U(r) R_\alpha(r) = \epsilon_a R_\alpha(r) \quad (22-3)$$

که $\tilde{R}(r)$ مشتق دوم $R(r)$ را نسبت به r نشان می‌دهد. جواب معادله (22-3) مستقل از m_l است.

۳-۴-۱-۲ تابع موج‌های چند ذره‌ای

معادله شرودینگر برای یک سیستم بس ذره‌ای متشکل از n ذره با جرم m که در یک پتانسیل

مرکزی U_k قرار دارد و از طریق پتانسیل دو جسمی V_{kl} برهم کنش می‌کند، عبارت است از:

$$H|\psi\rangle = \left(\sum_K T_K + \sum_{K \leq l} V_{Kl} \right) |\psi\rangle = E|\psi\rangle \quad (23-3)$$

$$H|\psi\rangle = \sum_K (T_K + U_k) + \sum_{K \leq l} V_{Kl} - \sum_k U_k$$

که در آن T_k عملگر انرژی جنبشی $(\hbar^2/2m)\nabla_k^2$ و ψ تابع موج n ذره است که در فضای مختصات توسط $\psi(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_n)$ نشان داده شده است [۱۶].

حال می‌توان هامیلتونی را به صورت زیر بیان کرد:

$$H = H_0 + H_1$$

که H_0 جمع دو جمله اول معادله (۳-۲۳) و H_1 جمع تمام برهم کنش های باقی مانده است. اگر جمله H_1 نسبت به جمله H_0 کوچکتر باشد می‌توان مسئله را به صورت غیراختلالی حل کرد که H_0 ویژه مقادیر $E_a^{(0)}$ و $|\Phi_a\rangle$ ویژه کت های غیر برهم کنشی n ذره ای می‌باشد.

$$H^{(0)}|\Phi_a\rangle = E_a^{(0)}|\Phi_a\rangle \quad (۳-۲۴)$$

ویژه تابع های $H^{(0)}$ را به صورت ضرب n ویژه کت تک ذره ای نوشت.

$$|\Phi_a\rangle = \prod_{k=1}^n |\alpha_k\rangle = \phi_{\alpha_1}(\vec{r}_1)\phi_{\alpha_2}(\vec{r}_2)\phi_{\alpha_3}(\vec{r}_3) \dots \phi_{\alpha_n}(\vec{r}_n) \quad (۳-۲۵)$$

ویژه مقدار $E_a^{(0)}$ جمع n ویژه مقدار تک ذره ای است.

$$E_a^{(0)} = \sum_{k=1}^n \epsilon_{\alpha_k} \quad (۳-۲۶)$$

$|\alpha_k\rangle$ معادله (۳-۲۵) را می‌توان به n معادله تک ذره ای زیر تبدیل کرد.

$$(T + U)|\alpha_k\rangle = \epsilon_{\alpha_k}|\alpha_k\rangle \quad (۳-۲۹)$$

اندیس a نشان دهنده یک انتخاب خاص برای مجموعه اعداد کوانتومی α_k است. در اینجا انرژی $E_a^{(0)}$ بستگی به چینش یا توزیع n ذره در تعداد نامتناهی از این حالت های تک ذره ای دارد بنابراین تعداد تابع موج های n ذره ای نیز بی نهایت خواهد بود با توجه به اینکه ϕ_{α} یک پایه کامل تشکیل می‌دهند یعنی خاصیت زیر را دارند فرض می‌شود که حالت های Φ_a نیز یک پایه کامل برای حل معادله (۳-۳۰) تشکیل می‌دهند.

$$\langle \alpha_k | \alpha_l \rangle = \delta_{kl} \quad (۳-۳۰)$$

در یک پتانسیل کروی اعداد کوانتومی هر حالت تک ذره ای را با مجموعه (n_r, l, m) نشان می دهند. اگر جفت شدگی اسپین - مدار در این پتانسیل کروی در نظر گرفته شوند این اعداد کوانتومی به صورت (n_r, l, j, m_j) خواهد بود. بنابراین یک مسئله چند ذره ای کامل را می توان از طریق بسط تابع موج کل Ψ بر حسب تابع موج غیر برهم کنشی Φ_a بسط داد.

$$|\Psi\rangle = \sum_a c_a |\Phi_a\rangle \quad (3-31)$$

$$\Psi(1, 2, \dots, N) = \Phi_{a_{\alpha 1} a_{\alpha 2} \dots a_{\alpha N}}(1, 2, \dots, N)$$

با تصویر معادله (3-31) روی هر کدام از پایه ها معادله ماتریسی زیر حاصل می شود.

$$\sum_a \langle \Phi_a | H | \Phi_a \rangle c_a = E_{cb} \quad (3-32)$$

دو روش اساسی برای ساخت حالت های پایه چند ذره ای

با حل معادله (3-32) ویژه مقادیر انرژی و تابع موج ها (c_a) به دست می آید سپس می توان مقادیر چشم داشتی Ψ مشاهده پذیرها را محاسبه کرد. به طور کلی دو روش اساسی برای ساخت حالت های پایه وجود دارد: (۱) پایه ها در طرح M (۲) پایه ها در طرح JT.

(۱) پایه ها در طرح M

با توجه به اینکه نوکلئون ها فرمیونی هستند، توابع موج باید نسبت به تبادل مختصات (اسپینی و آیزواسپینی) هر دو نوکلئون کاملاً پادمتقارن باشند. این کار با تبدیل تابع موج های ضربی (3-25) پایه ها به دترمینان اسلاتر حاصل می شود.

برای مثال تابع موج دو نوکلئونی، توسط رابطه زیر بیان می شود:

$$\Phi_{ab}(1, 2) = \sqrt{\frac{1}{2}} \{ \phi_a(1) \phi_b(2) - \phi_a(2) \phi_b(1) \} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{vmatrix} \phi_a(1) & \phi_a(2) \\ \phi_b(1) & \phi_b(2) \end{vmatrix} \quad (3-33)$$

به طور کلی، برای N نوکلئون، تابع موج به صورت یک دترمینان اسلاتر از مرتبه N ضرب در N خواهد شد.

$$\Phi_{a_{\alpha_1} a_{\alpha_2} \dots a_{\alpha N}}(1, 2, \dots, N) = \sqrt{\frac{1}{N!}} \begin{vmatrix} \phi_{a_{\alpha_1}}(r(1)) & \phi_{a_{\alpha_1}}(r(2)) & \dots & \phi_{a_{\alpha_1}}(r(N)) \\ \phi_{a_{\alpha_2}}(r(1)) & \phi_{a_{\alpha_2}}(r(2)) & \dots & \phi_{a_{\alpha_2}}(r(N)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{a_{\alpha N}}(r(1)) & \phi_{a_{\alpha N}}(r(2)) & \dots & \phi_{a_{\alpha N}}(r(N)) \end{vmatrix} \quad (3-34)$$

ویژه تابع های Φ_a در طرح M ویژه حالت های مولفه z تکانه زاویه ای کل هستند.

$$J_z \Phi_a = \sum_{i=1}^A J_{iz} \quad (3-35)$$

اثر عملگر J_z روی Φ_a به صورت زیر است. دترمینان Φ_a روی J_z اثر کند به صورت:

$$J_z \Phi_a = (m_1 + m_2 + \dots + m_N) \Phi_a \quad (3-36)$$

که

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_N \quad (3-37)$$

$$M = \sum_{i=1}^N m_i \quad (3-38)$$

زمانی که ما تابع موج هایمان را با M نشان می دهیم به این می گویند طرح M هامیلتونی کل سیستم تحت دوران ناورد است و بنابراین به M وابسته نیست. با توجه به اینکه تابع موج کل هسته دارای اعداد کوانتوی M و J پایسته می باشند بنابراین باید ترکیبی از Φ_a انتخاب نمود که دارای M یکسان و J یکسان باشند. پس زمانی که تابع موج دقیق هسته را می خواهیم باید ترکیبی از این Φ_a ها با M یکسان را داشته باشیم.

تابع موج کل Ψ به صورت زیر می باشد.

$$\Psi = \sum_{k=1}^{\infty} c_i \phi_i^{(m)} \quad (39-3)$$

بعد از قطری سازی هامیلتونی در این پایه ها ویژه مقادیری با J های مختلف بدست می آید که

این $J \geq M$ می باشند. معادله شرودینگر یک سیستم N ذره ای با J مشخص به صورت زیر است:

$$H\Psi^{JM} = E^J\Psi^{JM} \quad (40-3)$$

E^J که این انرژی دیگر به m وابسته نیست.

۲) پایه ها در طرح JT

عناصر ماتریس در یک سیستم دو نوکلئونی در فرمالیسم آیزواسپین که یک طرح JT است ارائه

می شود. در طرح JT، T عدد کوانتومی خوبی است، اما S نیست. در طرح JT، یک عنصر ماتریس برهم

کنش دو جسمی به صورت زیر نوشته شده است:

$$\langle j_1 j_2; TM_T JM | V | \bar{j}_1 \bar{j}_2; TM_T JM \rangle \quad (41-3)$$

که در آن برهمکنش T ، M_T ، J و M تابع موج دو نوکلئونی را حفظ می کند. به دلیل تغییر ناچیز

اسپین در فضای معمولی و فضای آیزواسپین، مقدار عنصر ماتریس (41-3) به M_T و M و J بستگی

ندارد. عنصر ماتریس (41-3) به صورت زیر نوشته شده است:

$$\langle j_1 j_2; TJ | V | \bar{j}_1 \bar{j}_2; TJ \rangle \quad (42-3)$$

۳-۴-۲ هامیلتونی مدل پوسته ای

هامیلتونی مدل پوسته ای در فرمول بندی کوانتیزه دوم قطری می شود [24]. این هامیلتونی از عبارات

زیر تشکیل شده است:

$$H = \sum_{i=1}^n \epsilon_i a_i^\dagger a_i + \sum_{ijkl} V_{ijkl}^{res} a_i^\dagger a_j^\dagger a_l a_k \quad (3-43)$$

که در آن ϵ_i ویژه مقادیر هامیلتونی تک ذره H_0 ، V_{ijkl}^{res} عناصر ماتریس دو جسمی (TBME) پتانسیل باقی مانده از برهم کنش نوکلئون- نوکلئون (مؤثر) برای مدارهای i, j, k, l و a و $a^\dagger$ به ترتیب عملگر خلق و نابودی معمولی هستند. برای محاسبه عناصر ماتریسی V_{eff} ، سه رهیافت وجود دارد: (۱) رهیافت برآزش به داده‌های تجربی (usd, usda, usdb). (۲) استفاده از ماتریس باز بهنجارپذیر G بر اساس برهمکنش آزاد نوکلئون- نوکلئون (RGsd) [۲۷]. (۳) رهیافت نیمه شماتیکی.

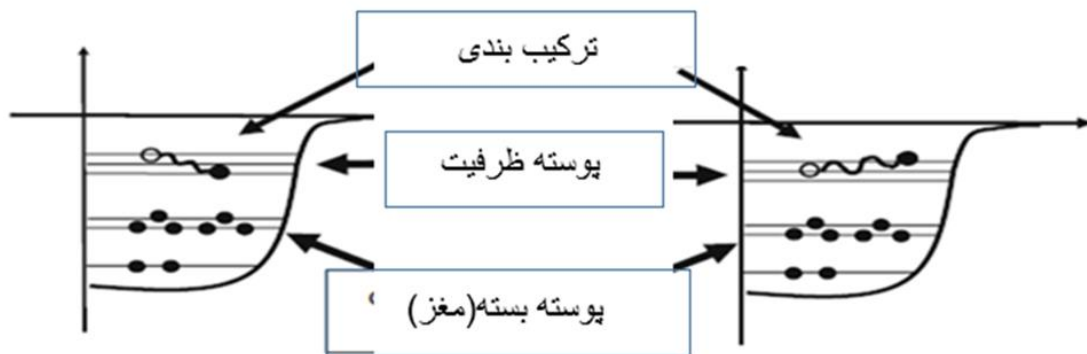
۳-۴-۱-۲-۳ برهم کنش دو جسمی باقی مانده

انتخاب بهترین مجموعه از انرژی‌های تک ذره‌ای ϵ_i بسیار مهم است. که می‌توان از طیف‌های انرژی تجربی هسته با $A=A_c+1$ استفاده کرد. آن‌ها طوری تنظیم شده‌اند که طیف انرژی تجربی $V=A$ را می‌توانند ایجاد کنند. این ویژه مقادیر را به ازای یک پتانسیل نظری H_0 (پتانسیل وودز- ساکسون، ...) محاسبه می‌شوند و به صورت تجربی شامل برهم کنش دو جسمی باقی مانده V^{res} "مؤثر" می‌باشد، یعنی V^{res} باید شامل قطبش مغز و برانگیختگی‌های ذره- ذره باشد، به طوری که ویژه مقادیر هامیلتونی مدل پوسته‌ای با مقادیر خاص هامیلتونی چند جسمی هسته‌ای که در فضای کامل هیلبرت قطری شده‌اند یکسان باشند. روش‌های ممکن برای استخراج یک برهم کنش باقی مانده از مدل پوسته‌ای V^{res} را می‌توان در سه رویکرد اصلی گروه بندی کرد. V^{res} تجربی که منطبق بر داده‌های تجربی است. V^{res} تجربی که با یک عبارت تحلیلی ساده بیان می‌شود و V^{res} مؤثر واقعی میکروسکوپی که از پتانسیل آزاد نوکلئون- نوکلئون (V_{NN}) مشتق شده است. عناصر ماتریس دو جسمی V^{res} به عنوان پارامترهای آزاد در نظر گرفته می‌شوند. آن‌ها از طریق یک روش مناسب برای یک مجموعه انتخاب شده از داده‌های تجربی به دست می‌آیند.

۳-۴-۲ ترکیب پیکربندی

شکل (۳-۳) نحوه حرکت نوکلئون‌ها از طریق برهم کنش نوکلئون- نوکلئون را نشان می‌دهد. الگوی اشغال نوکلئون‌ها در طول مدارهای مختلف، پیکربندی نامیده می‌شود. در شکل (۳-۳)، پیکربندی سمت چپ به سمت راست به دلیل برهم کنش بین دو نوکلئون ظرفیت تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، برهمکنش دو نوکلئون در یک جفت مدار متفاوت در مقایسه با جفت مدارهای قبل از پراکندگی را پراکنده می‌کند. این پراکندگی‌ها در تعداد دفعات بی‌نهایت اتفاق می‌افتند و تمامی پیکربندی‌های ممکن تا زمانی که نوعی تعادل حاصل شود با هم ترکیب می‌شوند. ویژه حالت هامیلتونی مدل پوسته‌ای مانند معادله (۳-۴۳) بدین ترتیب به‌دست می‌آید. چنین مخلوط سازی ترکیب پیکربندی^{۱۴} نامیده می‌شود. از روش‌های زیادی برای محاسبه انرژی‌های هسته‌ای در دقت عددی بالاتر و ارائه توابع موج استفاده شده‌است که از توابع موج حاصله برای محاسبه عناصر قابل مشاهده دیگر استفاده می‌شود. ترکیب پیکربندی مدل پوسته‌ای، یکی از کارآمدترین روش‌های مورد استفاده برای این منظور است که در آن کدهای معمولی مدل پوسته‌ای به طور معمول ۱ (کیلوالکترون ولت) از صحت عددی را فراهم می‌کند. در این روش با قطری کردن عناصر ماتریس دترمینان اسلاتر یک زیرمجموعه نسبتاً کوچک از مدارهای ظرفیت ایجاد می‌شود.

^{۱۴} Configuration mixing



شکل (۳-۳) ترکیب پیکربندی های مختلف به دلیل پراکندگی بین نوکلئون های ظرفیت. یک نوکلئون برای همیشه در مدار نمی ماند. برهم کنش بین نوکلئون ها اشغال آن ها را در نتیجه پراکندگی تغییر می دهد. الگوی اشغال پیکربندی نامیده می شود [۱۲].

می توان نشان داد که چگونه می توان از نظر محاسباتی این کار را انجام داد. در مرحله اول، ابتدا عناصر ماتریسی هامیلتونی را برای حالت های مختلف پیکربندی محاسبه می شوند:

$$\langle \phi_1 | H | \phi_1 \rangle, \langle \phi_1 | H | \phi_2 \rangle, \langle \phi_1 | H | \phi_3 \rangle, \dots \quad (3-44)$$

این حالت های مختلف را می توان با دترمینان اسلاتر، $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots$ نشان داد. هر دترمینان اسلاتر حالت های تک ذره، $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ است.

$$\phi_1 = a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma^\dagger \dots |0\rangle, \quad \phi_2 = a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma^\dagger \dots |0\rangle, \quad \phi_3 = a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma^\dagger \dots |0\rangle \quad (3-45)$$

که در آن $|0\rangle$ به معنای یک مغز بسته است، و هامیلتونی به صورت معادله (۳-۴۵) نوشته می شود. در مرحله بعد، برای بیان حالت پایه و حالت های برانگیخته ماتریس H ساخته می شود و سپس قطری می شود. که H شامل K انرژی جنبشی و V برهم کنش بین نوکلئون است.

(۴۶-۳)

$$H_{ij} = \langle \Phi_i | K + V | \Phi_j \rangle$$

$$H = \begin{bmatrix} \langle \Phi_1 | H | \Phi_1 \rangle & \langle \Phi_1 | H | \Phi_2 \rangle & * & * & * & \dots \\ \langle \Phi_2 | H | \Phi_1 \rangle & \langle \Phi_2 | H | \Phi_2 \rangle & * & * & \dots & \dots \\ \langle \Phi_3 | H | \Phi_1 \rangle & * & * & \dots & \dots & \dots \\ * & * & \dots & \dots & \dots & \dots \\ * & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ . & . & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قطری سازی}} \begin{bmatrix} \epsilon_1 & & & & & \\ & \epsilon_2 & & & & \\ & & \epsilon_3 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

بنابراین مسئله ویژه مقدار حل می شود:

$$H\Psi = E\Psi \quad (۴۷-۳)$$

که در آن E ویژه مقدار انرژی و Ψ ویژه تابع آن است. Ψ تابع موج دترمینان اسلاتر که با دامنه احتمال بسط داده شده است:

$$\Psi = c_1 \Phi_1 + c_2 \Phi_2 + c_3 \Phi_3 + \dots \quad (۴۸-۳)$$

براین اساس، ویژه بردار مسئله ویژه مقدار برای معادله (۴۸-۳) به صورت $(c_1, c_2, c_3, \dots)$ نوشته شده است. ارزیابی دقیق ویژه مقدار انرژی و ترکیب پیکربندی یکی از اصلی ترین وظایف محاسبات مدل پوسته ای است. هنگامی که تابع موج Ψ به دست می آید، می توان انواع مشاهدات فیزیکی را محاسبه کرد.

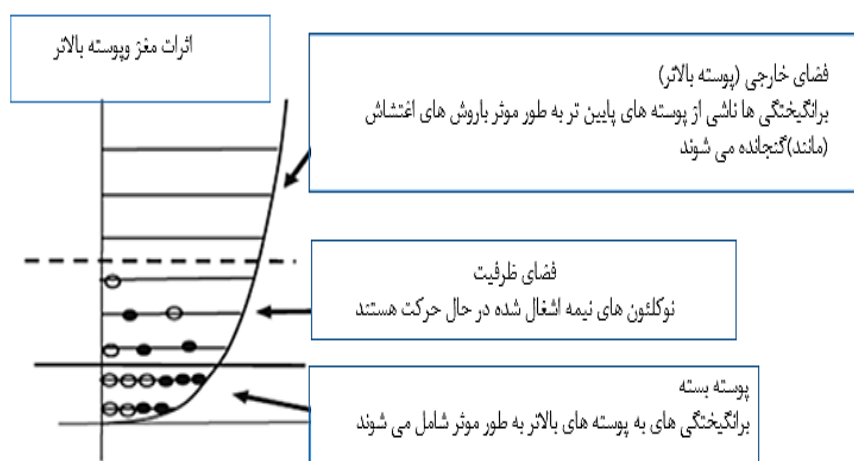
۳-۴-۳ برهم کنش مؤثر نوکلئون - نوکلئون

یک ورودی اصلی برای محاسبات مدل پوسته ای هسته ای برهم کنش مؤثر فضای مدل است. شایان ذکر است که این برهم کنش با برهم کنش بین دو نوکلئون آزاد در چندین جنبه متفاوت است. در وهله اول، بخش بزرگی از برهم کنش (NN) جذب میدان میانگین می شود که ناشی از برهم کنش متوسط بین نوکلئون ها است. در وهله دوم، برهم کنش (NN) در محیط هسته ای تحت تأثیر حضور دیگر

نوکلئون ها قرار می گیرد. برهم کنش بین نوکلئون ها و فضای مدل انتخاب شده عناصر اصلی برهم کنش مؤثر مدل پوسته‌ای هستند که به طور شماتیک در شکل (۳-۴) نشان داده شده‌اند. با شروع از حالت های تک ذره‌ای در فضای ظرفیت، تمام توابع موج ϕ_i ، N ذره پادمتقارن با پیکربندی های مختلف را می توان ایجاد کرد. سپس تابع موج هسته‌ای نهایی ترکیب خطی از این پیکربندی ها است [۲۸].

$$\Psi = \sum c_i \phi_i \quad (۳-۴۹)$$

c_i دامنه احتمال است.



شکل (۳-۴) تصویر شماتیک هسته پوسته بسته، فضای ظرفیت فعال با برهمکنش های مؤثر بین نوکلئون ها و فضای خارجی که اصول مدل پوسته‌ای برهمکنشی را تشکیل می دهند [۲۳].

در حالی که برای هسته هایی که فقط چند نوکلئون در خارج از پوسته بسته دارند، توابع موج عموماً کاملاً خالص هستند (یعنی فقط از چند پیکربندی مهم تشکیل شده‌اند)، توابع موج بسیار پراکنده در محدوده بین پوسته بسته یافت می شوند. ترکیب پیکربندی نتیجه مهمی از معرفی برهم کنش های باقی مانده است و تابع موج ترکیب پیکربندی را می توان با حل معادله شرودینگر $H\Psi = E\Psi$ به دست

آورد. مؤلفه های کلیدی برای ساخت هامیلتونی H ، انرژی های تک ذره ای $\epsilon_i(SPE)$ و عناصر ماتریس دو جسمی هستند که برهم کنش های V بین نوکلئون ها را در بر می گیرند.

$$n \langle j_i j_j | V | j_k j_l \rangle_m \quad (50-3)$$

در اینجا، $|j_i j_j\rangle_n$ نشان دهنده حالت n مربوط به دو نوکلئون در حالت های تک ذره ای j_i و j_j تکانه زاویه ای جفت شده J است. برای هر J ، تمام ترکیبات ممکن از اوربیتال های تک ذره ای j باید در نظر گرفته شوند. عناصر ماتریس هامیلتونی توسط رابطه زیر بیان می شود:

$$H_{nm} = \epsilon_{ji} \delta_{nm} + \epsilon_{jj} \delta_{nm} + n \langle j_i j_j | V | j_k j_l \rangle_m \quad (51-3)$$

که در آن به عنوان $\delta_{nm} = 1$ برای $n = m$ و $\delta_{nm} = 0$ برای $n \neq m$ است. ϵ_{ji} و ϵ_{jj} انرژی های تک ذره ای مداری j_i و j_j را نشان می دهند. عناصر غیر قطری فقط عناصر ماتریس دو جسمی هستند در حالی که عناصر قطری انرژی های تک ذره ای هستند که توسط برهم کنش باقی مانده اصلاح می شوند. موفقیت مدل ذره مستقل به شدت نشان می دهد که برهم کنش آزاد منحصر به فرد نوکلئون-نوکلئون را می توان در محیط هسته ای تنظیم کرد. با شروع از یک برهم کنش منظم، در فضای (نامحدود) هیلبرت ساخته شده بر روی اوربیتال های میدان میانگین، در محاسبات مدل پوسته ای در مقیاس بزرگ توسط جواب معادله شرودینگر در فضای ظرفیت با استفاده از یک برهم کنش مؤثر به صورت زیر تقریب زده می شود:

$$H\Psi = E\Psi \rightarrow H_{eff}\Psi_{eff} = E\Psi_{eff} \quad (52-3)$$

به طور کلی، باید اپراتور های مؤثر معرفی شوند تا محدودیت های فضای هیلبرت را در نظر بگیرند:

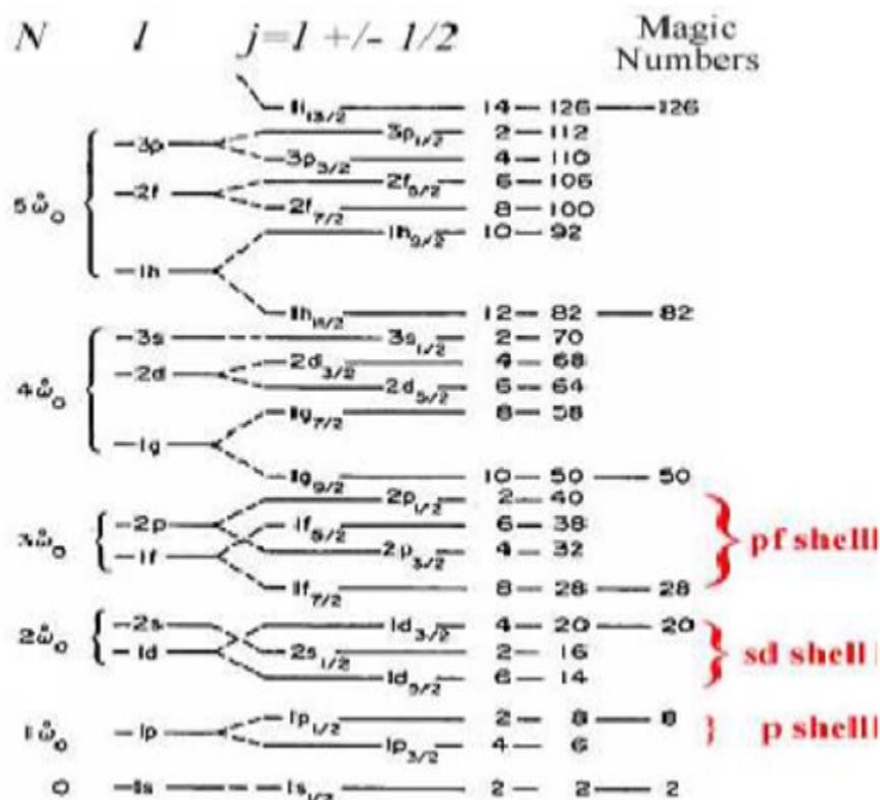
$$\langle \Psi | O | \Psi \rangle = \langle \Psi_{eff} | O_{eff} | \Psi_{eff} \rangle \quad (53-3)$$

این برهم کنش مؤثر را می توان در محاسبات میدان میانگین در طول جدول تناوبی استفاده کرد و سپس لازم است عبارات وابسته به چگالی یا محاسبات ترکیب پیکربندی در نظر گرفته شود، این حالت تحت نام ماتریس G قرار می گیرد. ماتریس بهنجار شده G مجموعه ای از مقادیر را برای تمام عناصر

ماتریس دو جسمی (TBME) در فضای مدل فراهم می‌کند. کاربرد های اولیه ترکیب پیکربندی مدل پوسته‌ای با کمک ماتریس G مربوط به سیستم هایی با دونوکلئون ظرفیت مانند $A=18$ و $A=42$ [۲۶] است، جایی که یک توافق منطقی در مقایسه با تجربه حاصل می‌شود هرچند این واقعیت که حالت های غیرمعمول در این هسته ها برای $A=18$ از انرژی 4 MeV و برای $A=42$ از انرژی $1/8 \text{ MeV}$ شروع می‌شوند.

۳-۵ فضای مدل

یک برنامه محاسباتی مدل پوسته‌ای شامل انتخاب اوربیتال های نوکلئون ظرفیت، همراه با پیکربندی ها و جفت شدگی های مجاز است که باید شامل پدیده های هسته‌ای مورد نظر باشد که به آن فضای مدل می‌گویند. سپس پتانسیل تک ذره‌ای مؤثر و برهم کنش مؤثر دو جسمی بین نوکلئون هایی که در مدل در نظر گرفته می‌شوند، باید مشخص شود. برای هسته های سنگین‌تر، مسئله تعریف یک فضای مدل که به طور مناسب پدیده های مورد علاقه یک هسته را توصیف می‌کند، به خودی خود یک مشکل اساسی است. تعریف فضایی که بتواند طیف وسیعی از چندین هسته را با سازگاری داخلی توصیف کند، حتی دلهره‌آورتر است. اما روش های نظری و تکنولوژی کامپیوتر تا حدی پیشرفت کرده‌اند [۲۹،۳۰]. شکل (۳-۹) مدل پوسته‌ای و برخی از فضا های مدل را نشان می‌دهد. فضای مدل مجموعه‌ای از اوربیتال های تک ذره‌ای است که توسط نوکلئون‌های ظرفیت قابل دسترسی است. در فضای مدل یک هامیلتونی تک جسمی مؤثر به علاوه هامیلتونی دو جسمی قطری می‌شود و ویژه مقادیر حاصل از سطوح انرژی مشاهده شده را شناسایی می‌کند که از ویژه بردارها به‌عنوان توابع موج برای محاسبه مشاهده پذیرهای مختلف استفاده می‌شود. فضای مدل، معمولاً از پوسته‌های اصلی نوترونی و پروتونی تشکیل شده است و به لحاظ انرژی دقیقاً بالای پوسته‌های پر قرار دارند. همچنین برهم کنش مورد استفاده باید برای فضای مدل مناسب باشد. انتخاب برهم کنش های تجربی معمولاً برای فضا های مدل کوچک‌تر بهتر است.



شکل (۳-۵) فضا های مدل پوسته‌ای pf, sd, p [۳۱].

۳-۵-۱ فضای مدل پوسته p

برهم کنش کوهن - کوارث [۳۲] اغلب به عنوان یک برهم کنش در فضای مدل پوسته p استفاده می‌شود، یعنی هسته ${}^4\text{He}$ ، مغز فرض شده است و در آن دو پروتون و دو نوترون، اوربیتال های پوسته p را اشغال می‌کنند. فضای مدل p شامل اوربیتال های ظرفیت $p_{1/2}$ و $p_{3/2}$ است. کار کوهن و کوارث در مورد TBME و مدل های پتانسیل متناسب با ۴۰ انرژی پوسته p اولین روش موفقیت آمیز فضای مدل بود. پوسته p در منطقه جرمی $4 < A < 16$ است [۳۳]. برهم کنش کوهن - کوارث تجربی است و دارای ۲ پارامتر برای انرژی های تک ذره ای ϵ_i و ۱۵ پارامتر برای عناصر ماتریس برهم کنش دو جسمی $V_{JT}(ij;kl)$ در فرمول آیزواسپین است [۱۲].

۳-۵-۲ فضای مدل پوسته sd

براون و همکارانش [۳۴] مطالعات گسترده‌ای را در مورد سطح انرژی و خواص طیف سنجی هسته های پوسته sd از نظر یک برهم کنش واحد در فضای مدل کامل sd انجام داده‌اند. برهم کنش usd پوسته sd [۲،۳۵] سطح جدیدی از دقت برای توابع موج واقعی پوسته sd برای کاربرد های مربوط به ساختار هسته‌ای، طیف سنجی هسته‌ای و فیزیک نجومی هسته‌ای فراهم می‌کند. همچنین بخشی اساسی از برهم کنش به کار رفته برای فضا های مدل p-s [۳۶] و sd-pf [۳۸، ۳۷، ۵] استفاده می‌شود. این برهم کنش از سال ۱۹۸۳ قدمت داشته است. عناصر ماتریس دو جسمی برای مقادیر A با ضرب این مقادیر توسط $(\frac{18}{A})^{0.3}$ به دست می‌آید.

برهم کنش جدید برای پوسته sd، usda و usdb را بر اساس یک ماتریس G اصلاح شده با ترکیب خطی از عناصر ماتریس دو جسمی که متناسب با مجموعه کاملی از داده های انرژی های بستگی تجربی و انرژی های برانگیخته برای پوسته sd هسته تنظیم هستند استنتاج می‌شود. دو برهم کنش جدید، usda و usdb [۳۴] اخیراً از برازش ۶۳ عنصر ماتریس دو جسمی (TBME) و سه انرژی تک ذره‌ای با مقادیر تجربی برای ۶۰۸ انرژی (برای حالت های پایه و حالت های با مقدار کم برانگیخته) هسته های پوسته sd از A=۱۶ تا A=۴۰ به دست آمده‌اند. این ها برای محاسبات برهم کنش پیکربندی شامل اوربیتال های ظرفیت $1s_{1/2}$ ، $0d_{3/2}$ ، $0d_{5/2}$ برای پروتون ها و نوترون ها به کار می‌روند.

۳-۵-۳ فضای مدل پوسته pf

برهم کنش مک گوری [۳۹] به عنوان یک برهم کنش مؤثر برای فضای مدل پوسته‌ای را می‌توان به طور منحصر به فرد از نظر پارامترهای برهم کنش متشکل از چهار انرژی تک ذره‌ای ϵ_i و ۱۹۵ عناصر ماتریس دو جسمی $V_{JT}(ij;kl)$ که در آن، i و j و... نشانگر اوربیتال های تک ذره‌ای است و JT مخفف اعداد کوانتومی اسپین- آیزواسپین است. اگرچه ϵ_i معمولاً شامل انرژی جنبشی می‌شود و همچنین آن ها به عنوان بخشی از برهم کنش مؤثر به طور معمول رفتار می‌کنند. مقادیر پارامترهای برهم کنش را

به طوری که متناسب با ۶۹۹ داده انرژی بستگی و سطوح انرژی تجربی در محدوده جرمی ۴۶-۴۷ A باشند، تنظیم می‌شوند.

۳-۵-۴ فضای مدل پوسته p-sd

برهم کنش میلنر- کوارث [۲۴]. به عنوان برهم کنش بین پوسته p-sd استفاده می‌شود. با استفاده از این برهم کنش و برهم کنش کوهن- کوارث، محاسبات برای هسته هایی که پروتون های ظرفیت در آن ها مدار پوسته p و نوترون های ظرفیت اوربیتال های پوسته sd را اشغال می‌کنند پیروی می‌شود. برهم کنش میلنر- کوارث توسط پتانسیل زیر ارائه می‌شود:

$$V = V_c + V_{ls} + V_{TN} \quad (۳-۵۴)$$

۳-۵-۵ فضای مدل پوسته sd-pf

فضای مدل sd-pf شامل اوربیتال ها ظرفیت $0f_{7/2}, 1p_{1/2}, 1p_{3/2}, 1d_{5/2}, 1d_{3/2}, 1s_{1/2}$ است. این فضای مدل برای ناحیه هسته های اطراف $N=20$ استفاده شده است. واربرتون، بکر، میلنر و براون برهم کنش USD را در ۱۹۹۰ به هسته هایی با نوکلئون های پوسته fp گسترش دادند. محاسبات مربوطه در یک فضای مدل $(0f, 1p)^n (1s, 0d)^{A-16-n}$ که با یک مقدار واحد از n انجام گردید. این مدل از هامیلتونی تک جسمی مؤثر به علاوه هامیلتونی دو جسمی مشتق شده است و از سه بخش تشکیل شده است. برهم کنش عمومی $(1s, 0d)$ که با usd از ویلدنیهال [۳۵] برای بخش sd، نشان داده می‌شود. برهم کنش های بین نوکلئون ها $(0f, 1p)$ که ترکیبی از یک برهم کنش واقع بینانه و یک مدل تجربی توسط مک گوری [۳۹] برای بخش fp می باشد و یک بخش وابسته به مدل تجربی برای توصیف برهم کنش بین پوسته متقاطع که پوسته های $(1s, 0d)$ و $(0f, 1p)$ را به هم متصل می‌کند و توسط واربرتو [۳۶] برای بخش sd و pf تولید شده است. این برهم کنش WBMB نامیده می‌شود [۴]. برهم کنش sdpfnw از پوسته sd-pf از برهم کنش WBMB گرفته شده است و قدرت پیش بینی کلی خوبی برای انرژی های بستگی حالت پایه دارد. وقتی برانگیختگی در $N=20$ ممنوع است (محاسبات

h-p)، تفاوت بین تجربه و این محاسبات اندازه‌گیری شده معیاری برای اهمیت حالت های غیرمعمول در این منطقه است.

۳-۶ مزیت مدل پوسته‌ای

مدل پوسته‌ای هسته‌ای، مشاهدات ذکر شده برای اعداد جادویی را به بهترین نحو انجام می‌دهد. این مدل همچنین برای پیش‌بینی دقیق اسپین و پارته هسته های با A فرد بکار رفته، و برای انحرافات آن ها از شکل کروی دلایل محکم ارائه می‌دهد. مدل پوسته‌ای برای تغییر و تشریح هسته ها در حالت پایه بسیار مفید است [۱۴،۴۰].

۳-۷ معایب مدل پوسته‌ای

این مدل نمی‌تواند توضیح دهد که چرا هسته های زوج-زوج در حالت پایه همیشه دارای اسپین صفر هستند، یا به طور کلی تر چرا هر تعداد زوجی از نوکلئون های یکسان طوری با هم جفت می‌شوند که اسپین حالت پایه آن‌ها صفر باشد. جنبه دیگری که در مدل ساده پوسته‌ای گنجانده نشده است اثر واپیچان (بیرونی‌ترین) نوکلئون بر روی نوکلئون های دیگر هسته است [۱۴].

۳-۸ محاسبات مدل پوسته‌ای در مقیاس بزرگ

در طول سال‌ها، روش های محاسباتی بسیار پیچیده ای برای مقابله با مشکل قطری کردن هامیلتونی مدل پوسته‌ای در فضا های مدل بزرگ تر توسعه داده شده است. مشکلات اصلی ناشی از رشد ترکیبی ابعاد ماتریس ها و ذخیره تعداد زیادی از عناصر ماتریس است. بنابراین محدودیت ها در ابعاد بیشینه هامیلتونی عمدتاً توسط توان محاسباتی موجود تعیین می‌شوند.

تعداد کد های مدل پوسته‌ای توسعه یافته در گذشته بسیار زیاد است و قدرت و توانایی آن ها نشانه پیشرفت واقعی در فناوری کامپیوتر است. فقط چند کد استاندارد برای نشان دادن تکامل در تقویم های مدل پوسته‌ای در اینجا ذکر می شود. براساس مدل پوسته‌ای چند ذره‌ای که از جبر راکا و کمیت دوم که در اوایل ۱۹۶۰ توسعه داده شد، اولین کد ها با حفظ تکانه زاویه‌ای جفت شده خوب همراه شدند.

یک نماینده بسیار پیشرفته از آن ها RITshell [۴۱] است که هنوز در حال استفاده می باشد [۴۲]. با افزایش ابعاد، تعداد عناصر ماتریس هامیلتونی غیر صفر افزایش می یابد و درنهایت از محدودیت های ذخیره سازی فراتر می رود. به موازات آن، در اواخر دهه ۱۹۷۰، از توانایی ذخیره سازی برتر دترمینان اسلاتر طرح M برای غلبه بر این مشکل مورد استفاده قرار گرفت.

از مهم ترین چالش های موجود در فیزیک هسته ای محاسبه و اندازه گیری سطوح انرژی هسته های متوسط و سنگین با استفاده از تئوری مدل پوسته ای می باشد. در نتیجه، بررسی کد های کامپیوتری در این زمینه مهم است. برنامه های کامپیوتری متعددی برای انجام محاسبات مدل پوسته ای در مقیاس بزرگ وجود دارد. این ها عبارتند از OXBASH [۴۳]، ANTOINE [۴۴] که در مورد نحوه محاسبه مبنای فضای مدل (طرح M، طرح جفت شده J یا طرح جفت شده JT) و چگونگی تقسیم هامیلتونی متفاوت است، کد های دیگر شامل Mshell، Nushell [۴۵] است. ANTOINE و Mshell را می توان در کامپیوترهای موازی اجرا کرد، و می تواند حداکثر ۱ میلیارد بعد را پوشش دهد. می توان به راحتی تصور کرد که با رسیدن به ابعاد بیشتر، مشکل عملی باید افزایش یابد. مشکلات در محاسبه و ذخیره بسیاری از عناصر ماتریس و قطری کردن چنین ماتریس عظیمی است. حتی با پیشرفته ترین کد های مدل پوسته، بسیاری از مناطق نمودار هسته ای به دلیل بزرگ بودن فضای مدل لازم برای به دست آوردن تمام فیزیک، دور از دسترس هستند. این مربوط به مناطق جرمی سنگین دور از پوسته های بسته، مناطقی دور از پایداری است که در آن ترکیب بین دو یا چند پوسته اصلی مهم یا حتی فضا های مدل با اندازه متوسط است که توسط تعداد زیادی از نوکلئون های ظرفیت اشغال شده است.

در حال حاضر، محاسبات مدل پوسته ای در مقیاس بزرگ، دقیق ترین توصیف را برای تنوع گسترده ای از شرایط تجربی ارائه می دهد، اگرچه این حوزه محدود به مناطق جرمی سبک و متوسط است. برای همه محاسبات نشان داده شده در این پایان نامه از کد Nushell استفاده شده است.

۳-۸-۱ کد Nushell

نرم افزار Nushell پس از انتخاب فضای مدل مناسب که با توجه به نوکلئون های ظرفیت مشخص می شود فهرستی از حالت های پایه ممکن را می سازد سپس ترکیب های خطی حالت های پایه ای که مقادیر مطلوب J و T را می دهد ایجاد می کند که تعداد این ترکیب های خطی ابعاد ماتریس JT را می دهد. در نهایت با انتخاب نوع برهم کنش مورد نظر، هامیلتونی مسئله را تشکیل و محاسبات را انجام داده و به طور پیش فرض تعداد ۱۰ انرژی از پایین ترین انرژی ها را می دهد.

به منظور محاسبه خواص ساختار هسته باید توابع موج مربوط به هر دو حالت های پایه و برانگیخته را داشته باشیم. این توابع موج با استفاده از کد Nushell [۴۵] مدل پوسته ای به دست می آیند. Nushell یک کد کامپیوتری قدرتمند است که سطوح انرژی هسته های سبک و متوسط را محاسبه می کند. با استفاده از آن می توان سطوح انرژی هسته را اندازه گیری کرده و آن را با داده های تجربی مقایسه می کنیم. کد Nushell هم از طرح M و هم از طرح J و هم از طرح جفت شده (JT) استفاده می کند. از یک پایه دترمینان اسلاتر استفاده می کنند که محصول توابع موج پادمتقارن شده هستند. فضای مدل در Nushell توسط نوکلئون های ظرفیت تعریف می شود و نتایج محاسبه شده به طور منطقی با داده های تجربی سازگار است.

فصل چهارم

مقایسه ترازهای انرژی اینروتوپ‌های Al^{31-34}

۴-۱ فضاهای مدل و برهم کنش های موثر در تابع موج های حالت پایه

در اینجا ما ایزوتوپ های آلومینیم $^{27-31}\text{Al}$ را با برهم کنش های برازش شده (usd, usda, usdb) و بهنجار شده (RGsd) در فضای مدل (sd) و چهار پیکربندی برهمکنش (sdpfnow) در فضای مدل (sdpf) را توصیف می کنیم. در تمام ایزوتوپ های آلومینیم، روش پر شدن ترازهای پروتون یکسان است، فقط ترازهای نوترون آن ها متفاوت است [۴۷]. ^{16}O به عنوان مغز هسته در نظر گرفته می شود در این محاسبات از برانگیختگی های حفره-ذره در داخل مغز صرف نظر می شود چون انرژی های مورد نیاز برای این برانگیختگی ها بیشتر از مقدار انرژی ترازهای مورد نظر می باشد [۴۸]. در تمامی جداول انرژی بستگی تجربی حالت پایه از رابطه زیر بدست می آید:

$$BE_{exp}(N, Z) = -BE_{exp}(N, Z) - BE_{exp}(^{16}\text{O}) - E_c(Z) \quad (1-4)$$

که BE_{exp} انرژی بستگی برای هر ایزوتوپ است که برابر با منفی انرژی بستگی هر ایزوتوپ، منهای منفی انرژی بستگی هسته مغز، منهای انرژی تصحیح کولمب که برای ($Z=13$) محاسبه کرده ایم است. که برابر مقادیر زیر می باشند:

$$E_c(Z = 13) = 21/445$$

$$BE_{exp}(^{16}\text{O}) = 127/619$$

مقادیر انرژی منفی در جداول برای هر برهم کنش انرژی حالت پایه آن برهم کنش در فایل lpt می باشد و مقادیر اولین انرژی برانگیخته تا نهمین انرژی برانگیخته که از اختلاف انرژی حالت پایه با انرژی برانگیخته که به ما انرژی نسبی را می دهد نیز در فایل lpt می باشد که ۹ تای اول در تمامی جداول برای همه ی برهم کنش ها آورده شده است و با تجربه مقایسه شده است و تمامی مقادیر محاسبه شده انرژی بادقت سه

رقم بعد از اعشار محاسبه شده است و انرژی های تجربی با دقت ۱ (کیلو الکترون ولت) می باشند و سطر اول در تمامی جداول مقادیر انرژی های حالت پایه نسبت به هسته core که ^{16}O است می باشد.

۴-۱-۱ ایزوتوپ آلومینیم ۳۱

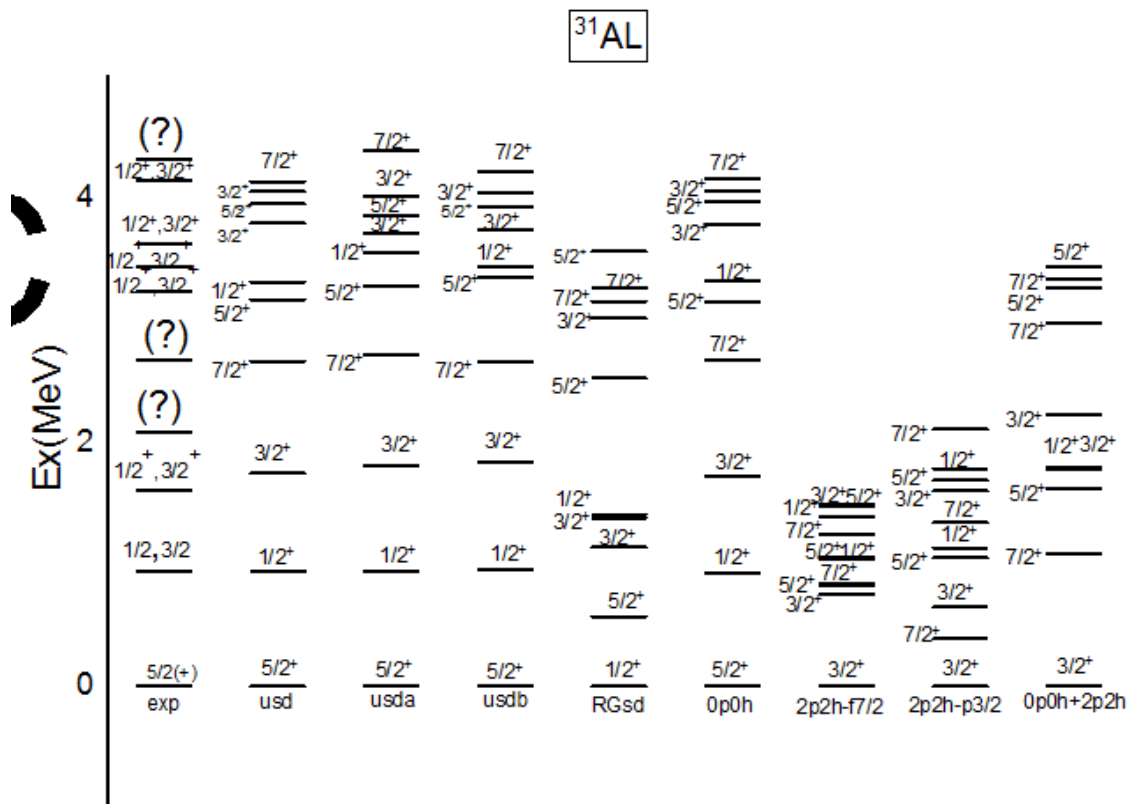
محاسبه سطوح انرژی ایزوتوپ آلومینیم ۳۱ توسط کد (Nushell) با آیزواسپین $T=\frac{5}{2}$ و دامنه اسپین $j = \frac{1}{2}$ تا $\frac{7}{2}$ انجام می شود. محاسبات انجام شده برای این ایزوتوپ با استفاده از این کد در جدول (۴-۱) و (۴-۲) ارائه شده است. در این جداول، مقادیر انرژی های تئوری به دست آمده از فضای (sd) با برهم کنش های برازش شده (usd, usda, usdb) و بهنجار شده (RGsd) که دارای پارامتر مثبت هستند و مقادیر انرژی های تئوری به دست آمده از فضای (sdpf) برای چهار پیکربندی مختلف با برهم کنش (sdpfnow) برای آلومینیم ۳۱ محاسبات انجام شده است. اولین پیکربندی ($0p\cdot h\text{-sdpfnow}$) شامل ۱۵ نوکلئون ظرفیت در فضای (sd) ۱۰ نوکلئون در مدار ($d_{5/2}$) و ۳ نوکلئون در مدار ($0d_{3/2}$) و ۲ نوکلئون در مدار ($1s_{1/2}$) می باشد و برانگیختگی در این پیکربندی صورت نگرفته است. دومین پیکربندی ($2p_{3/2}h - f_{7/2}$) که شامل ۱۳ نوکلئون ظرفیت در پوسته (sd) است و ۲ نوترون به مدار ($0f_{7/2}$) برانگیخته می شود و سومین پیکربندی ($2p_{3/2}h - 2p_{3/2}$) که شامل ۱۳ نوکلئون ظرفیت در پوسته (sd) و ۲ نوترون به مدار ($1p_{3/2}$) برانگیخته می شود و چهارمین پیکربندی، ترکیب پیکربندی ($0p\cdot h + 2p_{3/2}h - f_{7/2}p_{3/2}$) که شامل ۱۳ نوکلئون در پوسته sd و ۲ نوترون به مدار $0f_{7/2}$ و $1p_{3/2}$ برانگیخته می شود. هر چهار پیکربندی دارای پارامتر مثبت هستند. مقادیر انرژی تئوری در هر دو فضا با مقادیر تجربی بر حسب اسپین های متفاوت ایزوتوپ آلومینیم ۳۱ مقایسه می شوند [۴۹] ما از یک نماد معمول، np- nh، برای اشاره به برانگیختگی n ذره - n حفره از پوسته sd به پوسته pf استفاده می کنیم.

جدول (۴-۱) مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{31}Al برای ۴ برهم کنش پوسته sd [۴۹].

j^π	E(exp) (MeV)	j^π	E(USD) (MeV)	j^π	E(RGSD) (MeV)	j^π	E(USDA) (MeV)	j^π	E(USDB) (MeV)
$\frac{5}{2}^+$ حالت پایه	-۱۴۸/۸۱۷	$\frac{5}{2}^+$	-۱۴۹/۱۷۸	$\frac{1}{2}^+$	-۱۶۸/۶۸۵	$\frac{5}{2}^+$	-۱۴۹/۵۶	$\frac{5}{2}^+$	-۱۴۸/۹۸۶
$(\frac{1}{2}^-), (\frac{1}{2}^-)$	۰/۹۴۷	$\frac{1}{2}^+$	۰/۹۴۴	$\frac{5}{2}^+$	۰/۵۷۶	$\frac{1}{2}^+$	۰/۹۴۷	$\frac{1}{2}^+$	۰/۹۵۵
$(\frac{1}{2}^-)^+, (\frac{3}{2}^-)^+$	۱/۶۱۳	$\frac{3}{2}^+$	۱/۷۴۴	$\frac{3}{2}^+$	۱/۱۳۹	$\frac{3}{2}^+$	۱/۸۰۴	$\frac{3}{2}^+$	۱/۸۴۴
—	۲/۰۹۰	$\frac{7}{2}^+$	۲/۶۶۵	$\frac{3}{2}^+$	۱/۳۸۰	$\frac{7}{2}^+$	۲/۷۲۲	$\frac{7}{2}^+$	۲/۶۵۸
—	۲/۶۷۶	$\frac{5}{2}^+$	۳/۲۷۱	$\frac{1}{2}^+$	۱/۴۰۸	$\frac{5}{2}^+$	۳/۲۷۳	$\frac{5}{2}^+$	۳/۳۵۳
$(\frac{1}{2}^-)^+, (\frac{3}{2}^-)^+$	۲/۲۳۹	$\frac{1}{2}^+$	۳/۳۱۴	$\frac{5}{2}^+$	۲/۵۲۷	$\frac{1}{2}^+$	۳/۵۴۹	$\frac{1}{2}^+$	۳/۴۳۶
$(\frac{1}{2}^-)^+, (\frac{3}{2}^-)^+$	۳/۴۳۳	$\frac{3}{2}^+$	۳/۷۹۴	$\frac{3}{2}^+$	۳/۰۱۵	$\frac{3}{2}^+$	۳/۷۱۴	$\frac{3}{2}^+$	۳/۷۳۷
$(\frac{1}{2}^-)^+, (\frac{3}{2}^-)^+$	۳/۶۲۳	$\frac{5}{2}^+$	۳/۹۵۱	$\frac{7}{2}^+$	۳/۱۵۴	$\frac{5}{2}^+$	۳/۸۶۲	$\frac{5}{2}^+$	۳/۹۲۴
$(\frac{1}{2}^-)^+, (\frac{3}{2}^-)^+$	۴/۱۴۳	$\frac{3}{2}^+$	۴/۰۵۲	$\frac{7}{2}^+$	۳/۲۶۴	$\frac{3}{2}^+$	۴/۰۱۵	$\frac{3}{2}^+$	۴/۰۴۷
—	۴/۳۲۰	$\frac{7}{2}^+$	۴/۱۳۵	$\frac{5}{2}^+$	۳/۵۶۳	$\frac{7}{2}^+$	۴/۳۹۳	$\frac{7}{2}^+$	۴/۲۲۳

جدول (۲-۴) مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{21}Al برای ۴ پیکربندی برهم کنش sdpfnow پوسته sdpf [۴۹].

j^π	E(exp) (MeV)	j^π	E($\cdot p \cdot h$) (MeV)	j^π	E($2p \cdot 2h \cdot f_{7/2}$) (MeV)	j^π	E($2p \cdot 2h \cdot p_{7/2}$) (MeV)	j^π	E($\cdot p \cdot h + 2p \cdot 2h$) (MeV)
$\frac{5}{2}^+$ حالت پایه	-۱۴۸/۸۱۷	$\frac{5}{2}^+$	-۱۴۸/۴۴۴	$(\frac{3}{2})^+$	-۱۲۶/۷۹۰	$(\frac{3}{2})^+$	-۱۲۴/۹۷۸	$(\frac{3}{2})^+$	-۱۴۰/۹۸۸
$(\frac{1}{2})^-, (\frac{1}{2})^+$	۰/۹۴۷	$\frac{1}{2}^+$	۰/۹۲۲	$\frac{3}{2}^+$	۰/۷۵۴	$\frac{7}{2}^+$	۰/۳۹۵	$\frac{7}{2}^+$	۱/۰۸۸
$(\frac{1}{2})^+, (\frac{3}{2})^+$	۱/۶۱۳	$\frac{3}{2}^+$	۱/۷۲۱	$\frac{5}{2}^+$	۰/۸۲۸	$\frac{3}{2}^+$	۰/۶۵۳	$\frac{5}{2}^+$	۱/۶۲۸
—	۲/۰۹۰	$\frac{7}{2}^+$	۲/۶۶۹	$\frac{7}{2}^+$	۰/۸۴۲	$\frac{5}{2}^+$	۱/۰۵۳	$\frac{1}{2}^+$	۱/۷۷۵
—	۲/۶۷۶	$\frac{5}{2}^+$	۳/۱۴۹	$\frac{1}{2}^+$	۱/۰۵۱	$\frac{1}{2}^+$	۱/۱۳۳	$\frac{3}{2}^+$	۱/۶۸۸
$(\frac{1}{2})^+, (\frac{3}{2})^+$	۳/۲۳۹	$\frac{1}{2}^+$	۳/۳۲۳	$\frac{5}{2}^+$	۱/۰۶۰	$\frac{7}{2}^+$	۱/۳۴۲	$\frac{3}{2}^+$	۲/۲۲۷
$(\frac{1}{2})^+, (\frac{3}{2})^+$	۳/۴۳۳	$\frac{3}{2}^+$	۳/۷۸۱	$\frac{7}{2}^+$	۱/۲۵۴	$\frac{3}{2}^+$	۱/۶۰۱	$\frac{7}{2}^+$	۲/۹۸۳
$(\frac{1}{2})^+, (\frac{3}{2})^+$	۳/۶۲۳	$\frac{5}{2}^+$	۳/۹۶۸	$\frac{1}{2}^+$	۱/۳۹۸	$\frac{5}{2}^+$	۱/۶۸۶	$\frac{5}{2}^+$	۳/۲۷۰
$(\frac{1}{2})^+, (\frac{3}{2})^+$	۴/۱۴۳	$\frac{3}{2}^+$	۴/۰۵۰	$\frac{3}{2}^+$	۱/۴۷۱	$\frac{1}{2}^+$	۱/۷۸۱	$\frac{7}{2}^+$	۳/۳۳۲
—	۴/۳۲۰	$\frac{7}{2}^+$	۴/۱۶۳	$\frac{5}{2}^+$	۱/۴۹۱	$\frac{7}{2}^+$	۲/۱۰۷	$\frac{5}{2}^+$	۳/۴۳۵



شکل (۴-۱) نمودار مقایسه ترازهای انرژی تک ذره‌ای تجربی و ترازهای محاسبه شده ایزوتوپ ^{31}Al [۴۹].

در جدول (۴-۱) و (۴-۲) مقادیر انرژی حالت پایه و انرژی حالت های برانگیخته نسبت به حالت پایه نشان داده شده است. در شکل (۴-۱) نتایج جدول (۴-۲) به صورت نمودار ترازهای انرژی جهت مقایسه بهتر نشان داده شده است. با توجه به نتایج برهم کنش های $uds, usda, usdb$ نسبت به سایر برهم کنش ها برای اسپین-پارته و انرژی حالت پایه توافق خوبی را نشان میدهد. بیشتر حالت های برانگیخته پایین نیز سازگاری بیشتری را نسبت به سایر برهم کنش ها نشان می‌دهند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تابع موج حالت پایه باید تماماً به صورت معمول باشد یعنی حالت $(0^+ \hbar\omega)$ باشد. براین اساس آلومینیم 31 دارای برانگیختگی های ذره-حفره نیست بنابراین خارج از جزیره وارون قرار می‌گیرد.

۴-۱-۲ ایزوتوپ آلومینیم ۳۲

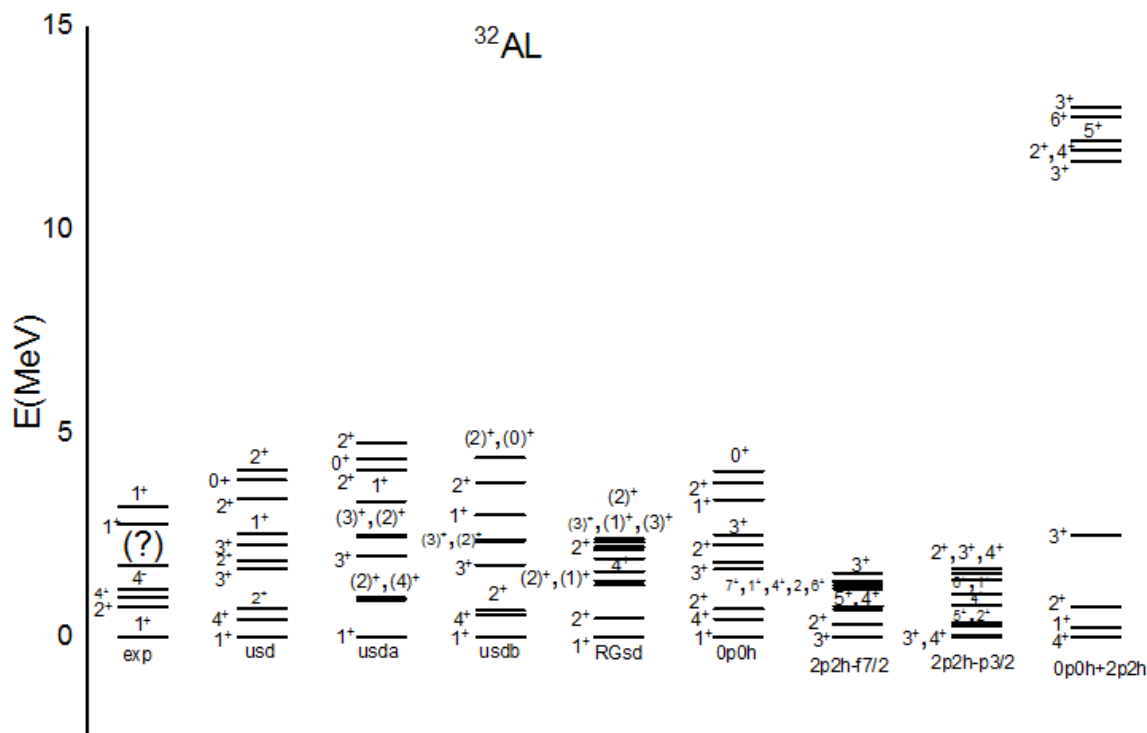
محاسبه سطوح انرژی ایزوتوپ آلومینیم ۳۲ توسط کد (Nshell) با آیزواسپین $T=3$ و دامنه اسپین ۰ تا $j=7$ محاسبه می‌شود. محاسبات انجام شده برای این ایزوتوپ با استفاده از این کد در جدول (۴-۳) و (۴-۴) برای حالت پایه ارائه شده است. در این جداول، مقادیر انرژی های تئوری به دست آمده از فضای (sd) با برهم کنش های برازش شده (usda, usdb) و بهنجار شده (RGsd) که دارای پارامتر مثبت هستند و مقادیر انرژی های تئوری در فضای (sdpf) برای چهار پیکربندی مختلف با برهم کنش (sdpfnow) برای آلومینیم ۳۲ محاسبات انجام شده است. اولین پیکربندی ($sd\text{fnow} - p\cdot h$) شامل ۱۶ نوکلئون ظرفیت در فضای (sd) که ۱۱ نوکلئون در مدار $d_{5/2}$ و ۳ نوکلئون در مدار $d_{3/2}$ و ۲ نوکلئون در مدار $s_{1/2}$ می‌باشد و برانگیختگی در این پیکربندی صورت نگرفته است. دومین پیکربندی ($2p_{3/2} - f_{7/2}$) که شامل ۱۴ نوکلئون ظرفیت در پوسته (sd) است و ۲ نوترون به مدار $f_{7/2}$ برانگیخته می‌شود و سومین پیکربندی ($2p_{3/2} - p_{3/2}$) که شامل ۱۴ نوکلئون ظرفیت در پوسته (sd) و ۲ نوترون به مدار $p_{3/2}$ برانگیخته می‌شود و چهارمین پیکربندی، ترکیب پیکربندی ($2p_{3/2} - f_{7/2} + p\cdot h$) که شامل ۱۴ نوکلئون در پوسته (sd) و ۲ نوترون به مدار $f_{7/2}$ و $p_{3/2}$ برانگیخته می‌شود. که هر چهار پیکربندی دارای پارامتر مثبت هستند. مقادیر انرژی تئوری در هر دو فضا با مقادیر تجربی بر حسب اسپین های متفاوت آلومینیم ۳۲ مقایسه می‌شوند [۵۰].

جدول (۳-۴) مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{32}Al برای چهار پیکربندی برهم کنش sdpfnow پسته sdpf [۵۰].

	j^π	E(exp) (MeV)	j^π	E($\cdot$ p- $\cdot$ h) (MeV)	j^π	E($\cdot$ p- $\cdot$ h-f $_{v/2}$) (MeV)	j^π	E($\cdot$ p- $\cdot$ h-p $_{v/2}$) (MeV)	j^π	E($\cdot$ p- $\cdot$ h+ $\cdot$ p $\cdot$ h) (MeV)
حالت پایه	1^+	-۱۵۳/۰۳۷	1^+	-۱۵۲/۰۰۲	3^+	-۱۳۷/۳۲۲	3^+	-۱۳۶/۵۳۴	4^+	-۱۴۹/۸۴۴
	2^+	۰/۷۳۵	4^+	۰/۴۳۵	2^+	۰/۳۱۶	4^+	۰/۰۳۰	1^+	۰/۲۲۲
	4^+	۰/۹۵۷	2^+	۰/۶۹۰	5^+	۰/۶۷۰	5^+	۰/۲۸۰	2^+	۰/۷۴۹
	4^-	۱/۱۷۸	3^+	۱/۶۷۳	4^+	۰/۷۵۹	2^+	۰/۳۶۸	3^+	۲/۴۹۷
	—	۱/۷۴۳	2^+	۱/۸۴۳	7^+	۱/۱۸۹	4^+	۰/۷۹۵	3^+	۱۱/۹۶۲
	1^+	۲/۷۶۵	3^+	۲/۲۶۸	1^+	۱/۲۶۳	6^+	۱/۰۴۵	2^+	۱۱/۹۶۳
	1^+	۳/۲۰۲	1^+	۲/۵۱۳	4^+	۱/۲۷۹	1^+	۱/۰۶۹	4^+	۱۱/۹۷۲
	—	—	2^+	۳/۳۷۸	2^+	۱/۳۶۲	2^+	۱/۳۹۱	5^+	۱۲/۲۰۵
	—	—	0^+	۳/۷۸۶	6^+	۱/۳۷۶	3^+	۱/۵۴۹	6^+	۱۲/۸۰۴
	—	—	2^+	۴/۰۸۲	3^+	۱/۵۷۰	4^+	۱/۶۷۷	3^+	۱۳/۰۲۸

جدول (۴-۴) مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{22}Al برای چهار برهم کنش فضای sd [۵۰].

j^π	E(exp) (MeV)	j^π	E(USD) (MeV)	j^π	E(USDA) (MeV)	j^π	E(USDB) (MeV)	j^π	E(RGSD) (MeV)
حالت پایه 1^+	-۱۵۳/۰۳۷	1^+	-۱۵۳/۰۱۹	1^+	-۱۵۳/۱۹۵	1^+	-۱۵۲/۹۴۳	1^+	-۱۷۵/۲۴۳
2^+	۰/۷۳۵	4^+	۰/۴۲۵	2^+	۰/۹۱۴	4^+	۰/۵۴۳	2^+	۰/۴۶۲
4^+	۰/۹۵۷	2^+	۰/۶۸۸	4^+	۰/۹۶۹	2^+	۰/۶۵۷	2^+	۱/۲۷۶
4^-	۱/۱۷۸	3^+	۱/۶۸۰	3^+	۱/۹۹۴	3^+	۱/۷۷۴	1^+	۱/۳۸۰
—	۱/۷۴۳	2^+	۱/۸۶۷	3^+	۲/۴۶۸	3^+	۲/۳۶۰	4^+	۱/۶۱۰
1^+	۲/۷۶۵	3^+	۲/۲۷۶	2^+	۲/۵۱۶	2^+	۲/۳۹۲	2^+	۱/۹۳۰
1^+	۳/۲۰۲	1^+	۲/۵۴۷	1^+	۳/۳۴۳	1^+	۲/۹۹۷	3^+	۲/۱۵۲
—	—	2^+	۳/۴۰۹	2^+	۴/۱۱۰	2^+	۳/۸۰۲	1^+	۲/۲۱۱
—	—	0^+	۳/۸۵۸	0^+	۴/۳۷۲	2^+	۴/۴۰۰	3^+	۲/۳۳۶
—	—	2^+	۴/۱۰۸	2^+	۴/۷۷۹	0^+	۴/۴۱۳	2^+	۲/۴۰۴



شکل (۴-۲) نمودار مقایسه ترازهای انرژی تک ذره‌ای تجربی و ترازهای محاسبه شده ایزوتوپ ^{32}Al [۵۰].

در جدول (۴-۳) و (۴-۴) مقادیر انرژی حالت پایه و انرژی حالت های برانگیخته نسبت به حالت پایه نشان داده شده است. در شکل (۴-۲) نتایج دو جدول به صورت نمودار ترازهای انرژی جهت مقایسه بهتر نشان داده شده است. با توجه به نتایج برهم کنش های $usd, usda, uds$ نسبت به سایر برهم کنش ها برای اسپین-پارایته و انرژی حالت پایه توافق خوبی را نشان میدهد. اما بیشتر حالت های برانگیخته انحراف زیادی در همه برهم کنش ها نشان می‌دهند. برای حالت پایه انحراف کوچکی را نسبت به تجربه در فضای مدل sd دیده می‌شود که تقریباً ۴٪ می‌باشد بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که حالت پایه آلومینوم ^{32}Al تماماً به صورت $0p-0h$ است.

۳-۱-۴ ایزوتوپ آلومینیم ۳۳

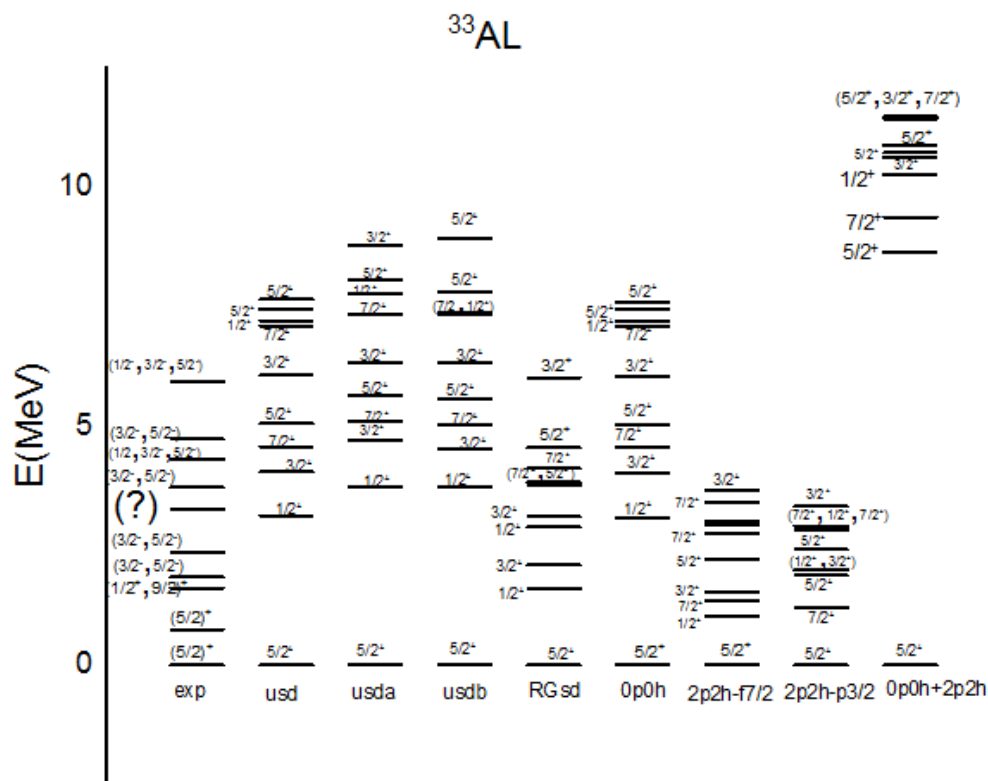
محاسبه سطوح انرژی ایزوتوپ آلومینیم ۳۳ توسط کد (Nshell) با آیزواسپین $T=\frac{Y}{2}$ و دامنه اسپین $j = \frac{1}{2}$ تا $\frac{Y}{2}$ محاسبه می‌شود. محاسبات انجام شده برای این ایزوتوپ با استفاده از این کد در جدول (۴-۵) و (۴-۶) برای حالت پایه ارائه شده است. در این جداول، مقادیر انرژی های تئوری به دست آمده از فضای (sd) با برهم کنش های برازش شده (usda, usda, usdb) و بهنجار شده (RGsd) که دارای پارامتر مثبت هستند و مقادیر انرژی های تئوری در فضای (sdpf) برای چهار پیکربندی مختلف با برهم کنش (sdpfnow) برای آلومینیم ۳۳ محاسبات انجام شده است. اولین پیکربندی ($sd\text{fnow} - p\cdot h$) شامل ۱۷ نوکلئون ظرفیت در فضای (sd) که ۱۱ نوکلئون در مدار $d_{5/2}$ و ۴ نوکلئون در مدار $d_{3/2}$ و ۲ نوکلئون در مدار $s_{1/2}$ می‌باشد و برانگیختگی در این پیکربندی صورت نگرفته است. دومین پیکربندی ($sd\text{fnow} - p\cdot h$) که شامل ۱۵ نوکلئون ظرفیت در پوسته (sd) است و ۲ نوترون به مدار $f_{7/2}$ برانگیخته می‌شود و سومین پیکربندی ($sd\text{fnow} - p\cdot h$) که شامل ۱۵ نوکلئون ظرفیت در پوسته (sd) و ۲ نوترون به مدار $p_{3/2}$ برانگیخته می‌شود و چهارمین پیکربندی، ترکیب پیکربندی ($sd\text{fnow} - p\cdot h + p\cdot h$) که شامل ۱۵ نوکلئون در پوسته (sd) و ۲ نوترون به مدار $f_{7/2}$ و $p_{3/2}$ برانگیخته می‌شود. هر چهار پیکربندی دارای پارامتر مثبت هستند. مقادیر انرژی تئوری در هر دو فضا با مقادیر تجربی بر حسب اسپین های متفاوت آلومینیم ۳۳ مقایسه می‌شوند [۵۱].

جدول (۴-۵) مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{33}Al برای چهار برهم کنش فضای sd [۵۱].

j^π	E(exp) (MeV)	j^π	E(USD) (MeV)	j^π	E(USDA) (MeV)	j^π	E(USDB) (MeV)	j^π	E(RGSD) (MeV)
$\frac{5}{2}^+$ حالت پایه	-۱۵۸/۵۰۶	$\frac{5}{2}^+$	-۱۵۸/۷۶۶	$\frac{5}{2}^+$	-۱۵۸/۴۴۷	$\frac{5}{2}^+$	-۱۵۸/۳۹۵	$\frac{5}{2}^+$	-۱۸۳/۸۵۷
$\frac{5}{2}^+$	۰/۷۴۸	$\frac{1}{2}^+$	۳/۱۲۶	$\frac{1}{2}^+$	۳/۷۳۵	$\frac{1}{2}^+$	۳/۷۲۸	$\frac{1}{2}^+$	۱/۶۰۵
$(\frac{1}{2})^+, (\frac{9}{2})^+$	۱/۶۱۸	$\frac{3}{2}^+$	۴/۰۴۰	$\frac{3}{2}^+$	۴/۷۱۲	$\frac{3}{2}^+$	۴/۵۳۰	$\frac{3}{2}^+$	۲/۰۹۴
$(\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۱/۸۳۸	$\frac{7}{2}^+$	۴/۵۷۲	$\frac{7}{2}^+$	۵/۰۹۴	$\frac{7}{2}^+$	۵/۰۲۰	$\frac{1}{2}^+$	۲/۸۹۲
$(\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۲/۳۶۵	$\frac{5}{2}^+$	۵/۰۴۹	$\frac{5}{2}^+$	۵/۶۴۹	$\frac{5}{2}^+$	۵/۵۶۳	$\frac{3}{2}^+$	۳/۱۱۲
—	۳/۲۶۴	$\frac{3}{2}^+$	۶/۰۵۹	$\frac{3}{2}^+$	۶/۳۳۶	$\frac{3}{2}^+$	۶/۳۳۱	$\frac{7}{2}^+$	۳/۷۶۸
$(\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۳/۷۱۴	$\frac{7}{2}^+$	۷/۰۸۹	$\frac{7}{2}^+$	۷/۳۳۳	$\frac{7}{2}^+$	۷/۳۲۰	$\frac{5}{2}^+$	۳/۸۳۱
$(\frac{1}{2})^-, (\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۴/۳۱۰	$\frac{1}{2}^+$	۷/۱۹۶	$\frac{1}{2}^+$	۷/۷۵۵	$\frac{1}{2}^+$	۷/۳۶۲	$\frac{7}{2}^+$	۴/۱۲۵
$(\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۴/۷۳۰	$\frac{5}{2}^+$	۷/۴۴۰	$\frac{5}{2}^+$	۸/۰۵۶	$\frac{5}{2}^+$	۷/۷۸۶	$\frac{5}{2}^+$	۴/۵۴۴
$(\frac{1}{2})^-, (\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۵/۹۳۰	$\frac{5}{2}^+$	۷/۶۴۲	$\frac{3}{2}^+$	۸/۷۷۲	$\frac{5}{2}^+$	۸/۹۱۲	$\frac{3}{2}^+$	۶/۰۰۸

جدول (۴-۶) مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{23}Al برای چهار پیکربندی برهم کنش sdpfnow فضای sdpf [۵۱].

j^π	E(exp) (MeV)	j^π	E(•p•h) (MeV)	j^π	E(۲p۲h-f _{v/۲}) (MeV)	j^π	E(۲p۲h-p _{۳/۲}) (MeV)	j^π	E(•p•h+۲p۲h) (MeV)
حالت پایه $\frac{5}{2}^+$	۱۵/۵۰۶ -۸	$\frac{5}{2}^+$	-۱۵۷/۴۶۹	$\frac{5}{2}^+$	-۱۴۷/۴۹۷	$\frac{5}{2}^+$	-۱۴۶/۱۴۱	$\frac{5}{2}^+$	-۱۵۶/۸۵۱
$\frac{5}{2}^+$	۰/۷۴۸	$\frac{1}{2}^+$	۳/۰۹۰	$\frac{1}{2}^+$	۱/۰۲۵	$\frac{7}{2}^+$	۱/۲۱۲	$\frac{5}{2}^+$	۸/۶۲۷
$(\frac{1}{2})^+, (\frac{9}{2})^+$	۱/۶۱۸	$\frac{3}{2}^+$	۴/۰۰۸	$\frac{7}{2}^+$	۱/۳۳۲	$\frac{5}{2}^+$	۱/۸۸۰	$\frac{7}{2}^+$	۹/۳۶۲
$(\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۱/۸۳۸	$\frac{7}{2}^+$	۴/۵۴۸	$\frac{3}{2}^+$	۱/۵۳۳	$\frac{1}{2}^+$	۱/۹۸۴	$\frac{1}{2}^+$	۱۰/۲۵۹
$(\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۲/۳۶۵	$\frac{5}{2}^+$	۵/۰۲۳	$\frac{5}{2}^+$	۲/۲۰۷	$\frac{3}{2}^+$	۲/۰۰۶	$\frac{3}{2}^+$	۱۰/۶۱۲
—	۳/۲۶۴	$\frac{3}{2}^+$	۶/۰۳۸	$\frac{7}{2}^+$	۲/۷۷۲	$\frac{5}{2}^+$	۲/۴۲۵	$\frac{5}{2}^+$	۱۰/۷۱۱
$(\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۳/۷۱۴	$\frac{7}{2}^+$	۷/۰۷۵	$\frac{3}{2}^+$	۲/۹۴۵	$\frac{7}{2}^+$	۲/۸۳۷	$\frac{5}{2}^+$	۱۰/۸۶۳
$(\frac{1}{2}), (\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۴/۳۱۰	$\frac{1}{2}^+$	۷/۱۷۸	$\frac{1}{2}^+$	۳/۰۰۹	$\frac{1}{2}^+$	۲/۹۰۵	$\frac{5}{2}^+$	۱۱/۴۱۱
$(\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۴/۷۳۰	$\frac{5}{2}^+$	۷/۴۲۹	$\frac{7}{2}^+$	۳/۴۰۱	$\frac{7}{2}^+$	۲/۹۱۷	$\frac{3}{2}^+$	۱۱/۴۳۰
$(\frac{1}{2})^-, (\frac{3}{2})^-, (\frac{5}{2})^-$	۵/۹۳۰	$\frac{5}{2}^+$	۷/۵۹۰	$\frac{3}{2}^+$	۳/۶۵۰	$\frac{3}{2}^+$	۳/۳۲۰	$\frac{7}{2}^+$	۱۱/۴۶۴



شکل (۳-۴) نمودار مقایسه ترازهای انرژی تک ذره‌ای و ترازهای محاسبه شده ایزوتوپ ^{33}Al [۵۱].

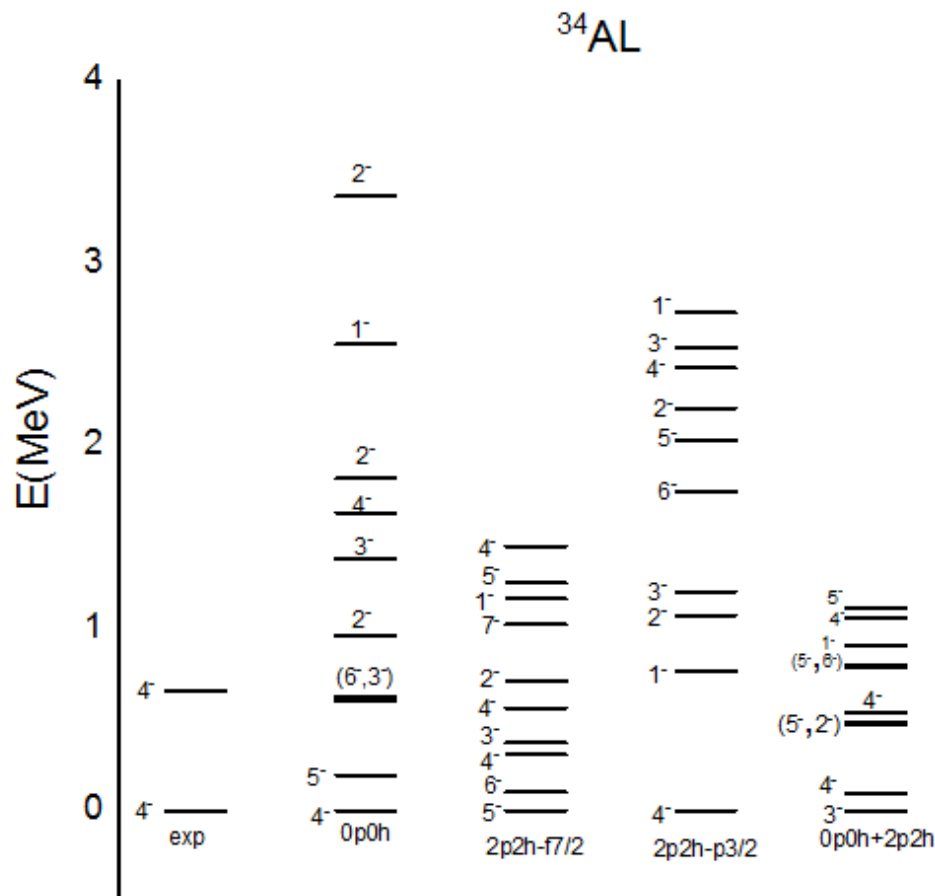
با بررسی حالت پایه آلومینیم ^{33}Al با برهم کنش‌های مختلف بیشترین سازگاری با تجربه را برهم کنش USD در فضای مدل sd از خود نشان می‌دهند، اما در مورد حالت‌های برانگیخته شاهد انحراف بیشتری با تجربه برای همه برهم کنش‌ها هستیم. بنابراین درصد بیشتری از تابع موج حالت پایه مربوط به پیکربندی $0p \cdot h$ می‌باشد. برای نتیجه‌گیری دقیق‌تر نیاز به برهم کنش‌های دقیق‌تری می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که آلومینیم ^{33}Al در مرز جزیره وارونگی قرار دارد.

۴-۱-۴ ایزوتوپ آلومینیم ۳۴

محاسبه سطوح انرژی ایزوتوپ آلومینیم ۳۴ توسط کد (Nshell) با آیزواسپین $T=4$ و دامنه اسپین $j = 0$ تا ۷ محاسبه می‌شود. محاسبات انجام شده برای این ایزوتوپ با استفاده از این کد در جدول (۴-۷) ارائه شده است. در این جدول، مقادیر انرژی‌های تئوری در فضای (sdpf) برای چهار پیکربندی مختلف با برهمکنش (sdpfnow) برای آلومینیم ۳۴ محاسبات انجام شده است. اولین پیکربند $(0p0h - sdfnow)$ شامل ۱۸ نوکلئون ظرفیت در فضای (sd) ۱۱ نوکلئون در مدار $d_{5/2}0$ و ۴ نوکلئون در مدار $d_{3/2}0$ و ۲ نوکلئون در مدار $s_{1/2}0$ و ۱ نوترون در مدار $f_{7/2}0$ می‌باشد و برانگیختگی در این پیکربندی صورت نگرفته است. دومین پیکربندی $(2p2h - f_{7/2})$ که شامل ۱۶ نوکلئون ظرفیت در پوسته (sd) است و ۱ نوترون در مدار $f_{7/2}0$ می‌باشد و ۲ نوترون به مدار $f_{7/2}0$ برانگیخته می‌شود و سومین پیکربندی $(2p2h - p_{3/2})$ که شامل ۱۶ نوکلئون ظرفیت در پوسته (sd) و ۱ نوترون در مدار $f_{7/2}0$ می‌باشد و ۲ نوترون به مدار $p_{3/2}1$ برانگیخته می‌شود و چهارمین پیکربندی، ترکیب پیکربندی $(0p0h + 2p2h - f_{7/2}p_{3/2})$ که شامل ۱۶ نوکلئون در پوسته (sd) و ۱ نوترون در مدار $f_{7/2}0$ می‌باشد و ۲ نوترون به مدار $f_{7/2}0$ و $p_{3/2}1$ برانگیخته می‌شود. هر چهار پیکربندی دارای پارите مثبت هستند. مقادیر انرژی تئوری در هر دو فضا با مقادیر تجربی بر حسب اسپین‌های متفاوت آلومینیم ۳۴ مقایسه می‌شوند [۵۲].

جدول (۷-۴) مقایسه مقادیر انرژی های به دست آمده ایزوتوپ ^{24}Al با استفاده از کد Nushell برای چهار پیکربندی برهم کنش sdpfnow فضای sdpf [۵۲].

j^π	E(exp) (MeV)	j^π	E($\cdot$ p- $\cdot$ h) (MeV)	j^π	E(ν p- ν h- $f_{\nu/r}$) (MeV)	j^π	E(ν p- ν h-p $_{\nu/r}$) (MeV)	j^π	E($\cdot$ p- $\cdot$ h+ ν p- ν h) (MeV)
4^- حالت پایه	-۱۶۱/۰۸۱	4^-	-۱۶۰/۴۷۷	5^-	-۱۴۸/۳۶۲	4^-	-۱۴۶/۹۵۶	3^-	-۱۴۸/۳۹۵
4^-	۰/۶۵۷	5^-	۰/۱۹۵	6^-	۰/۱۰۰	1^-	۰/۷۶۲	4^-	۰/۰۸۹
—	—	6^-	۰/۶۰۲	4^-	۰/۳۰۸	2^-	۱/۰۷۰	5^-	۰/۴۷۵
—	—	3^-	۰/۶۲۶	3^-	۰/۳۷۱	3^-	۱/۲۰۰	2^-	۰/۴۸۶
—	—	2^-	۰/۹۶۰	4^-	۰/۵۶۱	6^-	۱/۷۴۶	4^-	۰/۵۳۳
—	—	3^-	۱/۳۸۲	2^-	۰/۷۰۹	5^-	۲/۰۳۱	5^-	۰/۷۸۹
—	—	4^-	۱/۶۳۳	7^-	۱/۰۲۱	2^-	۲/۲۰۷	6^-	۰/۸۰۰
—	—	2^-	۱/۸۱۹	1^-	۱/۱۶۲	4^-	۲/۴۲۴	1^-	۰/۹۰۶
—	—	1^-	۲/۵۵۳	5^-	۱/۲۴۹	3^-	۲/۵۳۷	4^-	۱/۰۵۶
—	—	2^-	۳/۳۶۵	4^-	۱/۴۴۹	1^-	۲/۷۲۷	5^-	۱/۱۰۷



شکل (۴-۴) نمودار مقایسه ترازهای انرژی تک ذره‌ای تجربی و ترازهای محاسبه شده ایزوتوپ ^{34}Al [۵۲].

در بررسی حالت پایه آلومینیم ^{34}Al نتایج نشان می‌دهد که سهم بیشتر حالت پایه مربوط به پیکربندی $0p \cdot h$ است و سهم کمی مربوط به حالت برانگیخته $2p2h$ است. اما مقدار اختلاف انرژی بین تجربه و حالت $0p \cdot h$ در حد خطای تجربی است به گونه‌ای که نمی‌توان به طور قطعی مشخص کرد که منشأ اختلاف در سهم پیکربندی $2p2h$ است. از طرفی فقط فضای محدود شده با برانگیختگی ۲ نوترون به مدار $p_{3/2}$ مقدار اسپین-پارته را مشابه تجربه به دست می‌آید و در سایر حالت‌ها این مقادیر متفاوت است.

با توجه به اینکه داده های برانگیخته تجربی آلومینیم ۳۴ کم است نیاز به بررسی سایر خصوصیات
مانند گشتاور دوقطبی مغناطیسی است.

فصل پنجم

فرمول بندی و محاسبه کشتاورهای دو قطبی اینروتوپهای Al^{31-34}

۵-۱ گشتاور دوقطبی مغناطیسی

عملگر گشتاور چندقطبی مغناطیسی مرتبه L در یک هسته A نوکلئونی به صورت زیر تعریف می شود:

$$o(ML\mu)_{\lambda-A} = \mu = \left[g_k^s \vec{S}(k) + \left(\frac{\gamma g_k^l}{L + \gamma} \right) \vec{l}(k) \right] \vec{V}(k) r^l(k) Y_{L\mu}[\hat{r}(k)] \quad (۱-۵)$$

$$= \mu [L(L + \gamma)]^{1/2} \left[g_k^s r^{L-\gamma}(k) [Y_{L-\gamma} \times \vec{S}(k)]_{\mu}^L \right. \\ \left. + \left(\frac{\gamma g_k^l}{L + \gamma} \right) r^{L-\gamma}(k) [Y_{L-\gamma} \times \vec{l}(k)]_{\mu}^L \right]$$

از نظر این عملگر گشتاور دو قطبی مغناطیسی به صورت قراردادی تعریف می شود:

$$\mu = \left(\frac{\gamma \pi}{\gamma L + \gamma} \right)^{1/2} \langle JM = J | \sum_{k=1}^A o(ML\mu = \cdot)_k | JM = J \rangle \quad (۲-۵)$$

معادله (۲-۵) را می توان با توجه به عناصر ماتریس سه بار تقلیل یافته نوشت:

$$\begin{aligned}
\mu &= \left(\frac{\sqrt{L}}{2L+1} \right)^{1/2} \langle JM = JTT_Z \left| \sum_{k=1}^A O(ML\mu = \cdot)_k \right| JM = JTT_Z \rangle \\
&= \begin{pmatrix} j & L & j \\ -j & \cdot & j \end{pmatrix} \langle JTT_Z \left\| \sum_{k=1}^A O(ML)_k \left[\frac{1 - \tau_z}{2} \right] + \sum_{k=1}^A O(ML)_k \left[\frac{1 - \tau_z}{2} \right] \right\| JTT_Z \rangle \\
&= \begin{pmatrix} j & L & j \\ -j & \cdot & j \end{pmatrix} \sum_{\Delta T} (-1)^{T-T_Z} \begin{pmatrix} T & \Delta T & T \\ -T_Z & \cdot & T_Z \end{pmatrix} \langle JT \left\| \sum_{k=1}^A O(ML, \Delta T)_k \right\| JT \rangle \quad (3-5) \\
&= \left(\frac{\sqrt{L}}{2L+1} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} j & L & j \\ -j & \cdot & j \end{pmatrix} \left[\frac{1}{(2T+1)^{1/2}} \langle JT \left\| \sum_{k=1}^A O(ML, \Delta T = \cdot)_k \right\| JT \rangle \right. \\
&\quad \left. - \frac{T_Z}{[(2T+1)(T)(T+1)]^{1/2}} \langle JT \left\| \sum_{k=1}^A O(ML, \Delta T = 1)_k \right\| JT \rangle \right]
\end{aligned}$$

عملگرهایی را که در فضای معمولی نوکلئونی جمع کرده‌ایم مجدداً در فضای اسپینی بازنویسی می‌کنیم؛ به دلیل اینکه دو المان ماتریس ΔT : ($\Delta T = 0$ و $\Delta T = 1$) داریم پس عملگرها هم به دو حالت کم می‌شود، یکی در حالت $\Delta T = 0$ که جمله مربوطه ایزواسکالر یعنی بردار اسپینی می‌باشد و دیگری، $\Delta T = 1$ جمله مربوطه ایزووکتور یعنی بردار آیزواسپینی می‌باشد.

محاسبه ماتریس معادله (3-5) به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{pmatrix} j & L & j \\ -j & \cdot & j \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{j}}{\sqrt{(2j+1)(j+1)}} \quad (4-5)$$

نکته مهم: گشتاور دو قطبی مغناطیسی برای هسته‌هایی که تعداد پروتون زوج و تعداد نوترون فرد داشته باشند، صفر است. پوسته بسته سهمی در گشتاور دو قطبی مغناطیسی ندارد و برابر $\mu = 0$ است.

عناصر ماتریس تک ذره‌ای (SPME) به شکل:

$$SPME[O(\Delta J, \Delta T); j, j'] = \langle nlj || O(\Delta J, \Delta T) || n'l'j' \rangle \quad (5-5)$$

می باشد.

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\langle nlj || O(ML, \Delta T) || n'l'j' \rangle = (\Delta T + 1)^{\frac{1}{2}} ABC \quad (5-6)$$

جایی که A ثابت های عددی، B (برابر g فاکتورهای مداری و اسپینی در فضای آزاد و مؤثر) و C انتگرال های شعاعی $\langle r^{l-1} \rangle$ برای ML هستند. ML عناصر ماتریس ها در واحدهای $\mu_N fm^{L-1}$ هستند.

برای این عناصر ماتریس تک ذره ای (SPME) گشتاور دو قطبی مغناطیسی باید دو شرط زیر را رعایت کنیم.

۱) عناصر ماتریس تک ذره ای (SPME) زمانی غیر صفر می شوند که:

$$n = n' \quad l = l'$$

به عنوان مثال ۵-۱:

$$\left({}^1f_{\frac{7}{2}}, {}^1f_{\frac{7}{2}} \right) : \quad \begin{matrix} L=3 \\ n=1 \end{matrix}$$

۲) برای عناصر ماتریس تک ذره ای (SPME) باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$SPME(j', j) = (-1)^{j'-j} SPME(j, j')$$

به عنوان مثال ۵-۲:

$$\left(f_{\frac{7}{2}}, f_{\frac{5}{2}} \right) = - \left(f_{\frac{5}{2}}, f_{\frac{7}{2}} \right)$$

در معادله (۵-۶) مقدار A از رابطه زیر

$$A = (-1)^l \sqrt{\frac{3(2j+1)(2j'+1)}{4\pi}} \quad (5-7)$$

و مقدار B از این رابطه به دست می آید:

$$(5-8)$$

$$B = \left[g_{\Delta T}^l (-1)^{j'+\tau/\tau} + \sqrt{2l(l+1)(2l+1)} \begin{Bmatrix} l & l' & 1 \\ j' & j & \tau \end{Bmatrix} + g_{\Delta T}^s (-1)^{j'+\tau/\tau} \sqrt{3} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \tau & \tau & l \end{Bmatrix} \right] \delta_{ll'} \delta_{nn'}$$

در رابطه (۸-۵) مقدار $g_{\Delta T}^l$ (g فاکتور مداری) و مقدار $g_{\Delta T}^s$ (g فاکتور اسپینی) برای فضای مدل (sd) را برای برهم کنش های برازش شده (usdb, usda, usd) هم در فضای آزاد و هم در فضای مؤثر مقدار $g_{\Delta T}^l$ و $g_{\Delta T}^s$ به دست می آید و برای برهم کنش بهنجار شده (RGsd) مقادیر $g_{\Delta T}^l$ و $g_{\Delta T}^s$ را فقط در فضای آزاد به دست می آوریم و در فضای مدل (sdpf) برای چهار پیکربندی با استفاده از برهم کنش (sdpfnow) مقدار $g_{\Delta T}^l$ و $g_{\Delta T}^s$ را نیز الزاماً برای فضای آزاد به دست می آوریم. که به صورت زیر هستند:

$$g_{\Delta T}^l = \frac{g_p^l + (-1)^{\Delta T} g_n^l}{2} \quad (9-5)$$

$$g_{\Delta T}^s = \frac{g_p^s + (-1)^{\Delta T} g_n^s}{2} \quad (10-5)$$

در فضای آزاد g فاکتورهای مداری و اسپینی (پروتون و نوترون) برای برهم کنش های فضای مدل (sd) و چهار پیکربندی برهم کنش (sdpfnow) فضای مدل (sdpf) برابر است با [۵۳]: $g_p^l = 1$ و $g_n^l = 0$ و $g_p^s = 5/585$ و $g_n^s = -3/826$. در فضای مؤثر g فاکتورهای مداری و اسپینی (پروتون و نوترون) برای برهم کنش های برازش شده (usdb, usda, usd) برابر هستند [۵۳]: برای برهم کنش (usd) عبارتند از: $g_p^l = 1/114$ و $g_n^l = -0/054$ و $g_p^s = 5/12$ و $g_n^s = -3/52$. برای برهم کنش usda عبارتند از: $g_p^l = 1/155$ و $g_n^l = 0/084$ و $g_p^s = 5/19$ و $g_n^s = -3/63$. برای برهم کنش usdb عبارتند از: $g_p^l = 1/159$ و $g_n^l = -0/09$ و $g_p^s = 5/15$ و $g_n^s = -3/55$.

و مقدار C از رابطه زیر به دست می آید:

$$C = \langle nl | r^{L-1} | n'l' \rangle \xrightarrow{L=1} C = 1 \quad (11-5)$$

در رابطه (۶-۵) $(2\Delta T + 1)^{\frac{1}{2}}$ برای $\Delta T = 0$ و $\Delta T = 1$ برابر می شود با:

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{2\Delta T + 1}\right)^{\frac{1}{2}} &: \Delta T = 0 \rightarrow \sqrt{1} \\ \Delta T = 1 &\rightarrow \sqrt{3} \end{aligned} \quad (12-5)$$

و در نهایت عناصر ماتریس تک ذره‌ای (SPME) گشتاور دو قطبی مغناطیسی از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} &\langle nlj||O(ML, \Delta T)||n'l'j'\rangle \\ &= (-1)^l \sqrt{\frac{2(2\Delta T + 1)(2j + 1)(2j' + 1)}{4\pi}} \times \left[g_{\Delta T}^L (-1)^{j' + \frac{1}{2}} \sqrt{2l(l+1)(2l+1)} \begin{Bmatrix} l & l' & 1 \\ j' & j & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \right] \\ &+ g_{\Delta T}^S (-1)^{j + \frac{1}{2}} \sqrt{2} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ j' & j & l \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (13-5)$$

در رابطه (13-5) و $\begin{Bmatrix} L & L' & 1 \\ j' & j & \frac{1}{2} \end{Bmatrix}$ تعمیمی از ضرایب کلبش-گوردون است که دارای $6J$

(شش تکهانه زاویه‌ای) می‌باشند. مقادیر این ماتریس ها را با استفاده از دستور prs با کد Nushell به دست آمده است.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی تک ذره‌ای و تک حفره‌ای برای حالت خاص از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$j = l + \frac{1}{2}: \mu_{s,h} = \mu_{s,p} = j \left[g_{p,n}^l + \frac{g_{p/n}^s - g_{p/n}^l}{2L+1} \right] \mu_N \quad (14-5)$$

$$j = l - \frac{1}{2}: \mu_{s,h} = \mu_{s,p} = j \left[g_{p,n}^l - \frac{g_{p/n}^s - g_{p/n}^l}{2L+1} \right] \mu_N \quad (15-5)$$

این مقادیر گشتاورهای اشمیت نامیده می‌شوند.

جدول (۳-۵) ترکیب عناصر ماتریس تک ذره‌ای عملگرهای الکترومغناطیسی، برای اوربیتال های $nlj = 0d_{5/2}, 1s_{1/2}, 0d_{3/2}$ عناصر ماتریس به عنوان محصولات به شکل $\langle nlj || o(Ml, \Delta T) || n'l'j' \rangle = (2\Delta T + 1)^{\frac{1}{2}} ABC$ بیان می‌شود که A ثابت های عددی، B (g فاکتورها در فضای آزاد و مؤثر) [۵۳] هستند و C انتگرال های شعاعی $\langle r^{l-1} \rangle$ برای ML.

ML L=۱		$j-j'$ $\frac{5}{2}-\frac{5}{2}$	$j-j'$ $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}$	$j-j'$ $\frac{5}{2}-\frac{3}{2}$	$j-j'$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$	$j-j'$ $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}$	$j-j'$ $\frac{1}{2}-\frac{5}{2}$	$j-j'$ $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}$	$j-j'$ $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$	$j-j'$ $\frac{3}{2}-\frac{5}{2}$
A		۱/۰۰۲	۰	۱/۰۷۰	۰/۸۴۶	۰	۰	۰/۵۳۶	۰	۰
B		$g_{\Delta T}^S + 4g_{\Delta T}^L$	۰	$g_{\Delta T}^S + g_{\Delta T}^L$	$g_{\Delta T}^S$	۰	۰	$g_{\Delta T}^S + 4g_{\Delta T}^L$	۰	۰
C		۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
USD	$m.e.(\Delta T=0)$	۲/۸۸	۰	-۰/۴۱	۰/۷۴	۰	۰	۱/۱۴	۰	۰/۴۱
	(فضای آزاد) $m.e.(\Delta T=1)$	۱۱/۶۳	۰	-۷/۸۰	۶/۹۰	۰	۰	-۱/۵۸	۰	۷/۸۰
USDB	$m.e.(\Delta T=0)$	۲/۸۸	۰	-۰/۴۱	۰/۷۴	۰	۰	۱/۱۴	۰	۰/۴۱
	(فضای آزاد) $m.e.(\Delta T=1)$	۱۱/۶۳	۰	-۷/۸۰	۶/۹۰	۰	۰	-۱/۵۸	۰	۱۱/۸۰
USDA	$m.e.(\Delta T=0)$	۲/۸۸	۰	-۰/۴۱	۰/۷۴	۰	۰	۱/۱۴	۰	۰/۴۱
	(فضای آزاد) $m.e.(\Delta T=1)$	۱۱/۶۳	۰	-۷/۸۰	۶/۹۰	۰	۰	-۱/۵۸	۰	۱۱/۸۰
USD	$m.e.(\Delta T=0)$	۲/۹۲	۰	-۰/۲۸	۰/۶۷	۰	۰	۱/۲۷	۰	۰/۲۸
	(فضای مؤثر) $m.e.(\Delta T=1)$	۱۱/۵۳	۰	-۶/۹۱	۶/۳۲	۰	۰	-۰/۷۵	۰	۶/۹۱
USDA	$m.e.(\Delta T=0)$	۲/۹۲	۰	-۰/۲۶	۰/۶۵	۰	۰	۱/۳۰۴	۰	۰/۲۶
	(فضای مؤثر) $m.e.(\Delta T=1)$	۱۱/۹۵	۰	-۷/۰۲	۶/۴۶	۰	۰	-۰/۶۴	۰	۷/۰۲
USDB	$m.e.(\Delta T=0)$	۲/۹۴	۰	-۰/۲۸	۰/۶۷	۰	۰	۱/۲۸	۰	۰/۲۸
	(فضای مؤثر) $m.e.(\Delta T=1)$	۱۱/۸۸	۰	-۶/۹۰	۳/۶۸	۰	۰	-۰/۵۵	۰	۶/۹۰

جدول (۲-۵) ترکیب عناصر ماتریس تک ذره‌ای عملگرهای الکترومغناطیسی، برای اوربیتال های $nlj = 0f_{7/2}, 1p_{3/2}, 0f_{5/2}, 1p_{1/2}$ عناصر ماتریس به عنوان محصولات به شکل $\langle nlj || o(Ml, \Delta T) || n'l'j' \rangle = (2\Delta T + 1)^{-1} ABC$ بیان می‌شود که A ثابت های عددی، B (g فاکتورها در فضای آزاد و مؤثر) [۵۳] هستند و C انتگرال های شعاعی $\langle r^{l-1} \rangle$ برای ML.

ML			$j-j'$	$j-j'$	$j-j'$	$j-j'$	$j-j'$	$j-j'$	$j-j'$
L=۱			$\frac{7}{2}-\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}-\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}-\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$
	A		-۳/۹۰۹	-۳/۳۸۵	۰	۰	-۱/۹۵۴	۰	-۱/۳۸۲
	B	$(\Delta T=0)$	-۱/۰۹۹	۰/۱۴۳	۰	۰	-۰/۸۵۷۲	۰	۰/۲۱۹
		$(\Delta T=1)$	-۲/۱۸۱۷	۱/۵۸۵	۰	۰	-۲/۶۰۱	۰	۲/۴۲۶
	C		۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
sdpfnw	$\langle nlj o n'l'j' \rangle$	$(\Delta T=0)$	۴/۲۹۵	-۰/۴۸۴	۰	۰	۱/۶۷۴	۰	-۰/۳۰۲
(فضای آزاد)	$\langle nlj o n'l'j' \rangle$	$(\Delta T=1)$	۱۴/۷۷	-۹/۲۹۲	۰	۰	۸/۸۰۲	۰	-۵/۸۰۷

۵-۲ چگالی های گذار تک جسمی (OBTD)

برای محاسبه چگالی های گذار تک جسمی فرض شده است که هسته به صورت یک مغز و تعدادی نوکلئون ظرفیت در فضای پوسته sd و پوسته pf حرکت می کنند و با یکدیگر برهم کنش می نمایند. با این حال، می توان با نظریه اختلال نشان داد که اثرات برانگیختگی های مجاز نوکلئون ها از اوربیتال های s و p (مغز^{۱۵}) به درون اوربیتال های بالاتر مهم هستند [۹]. اگر یک برهم کنش مؤثر دو جسمی بین مغز و نوکلئون های ظرفیت فرض شود محاسبات میکروسکوپی عناصر ماتریس الکترومغناطیسی تک ذره ای مؤثر و همچنین عناصر ماتریس الکترومغناطیسی دو جسمی مؤثر که از مقادیر فضای آزاد متفاوت هستند انجام می شود. عناصر ماتریس تک ذره ای مستقل از نوع برهم کنش می باشند در حالی که چگالی های گذار تک جسمی وابسته به نوع برهم کنش می باشند چون به تابع موج هسته وابسته هستند. که گشتاورهای چند قطبی حالت J^π و T بر حسب چگالی تک جسمی D ، بر حسب عناصر ماتریسی جفت شده تک نوکلئونی و عملگرهای خلق و فنا $(a_j^\dagger \times \tilde{a}_j)^{\Delta J, \Delta T}$ مربوط هستند لذا خواهیم داشت:

$$D_{\Delta J, \Delta T}^{NJT}(j, j') = \frac{\langle \psi^{NJT} | (a_f^\dagger \times \tilde{a}_{j'})^{\Delta J, \Delta T} | \psi^{NJT} \rangle}{(2\Delta J + 1)^{1/2} (2\Delta T + 1)^{1/2}} \quad (۵-۱۶)$$

مقادیر D برای حالت های در نظر گرفته شده برای برهم کنش های برازش شده (usdb, usda, usd) و بهنجار شده (RGsd) در فضای مدل (sd) هستند و چهار پیکربندی با برهم کنش (sdpfnw) مد نظر خواهد بود که عبارتند از پیکربندی های (p·h-sdpfnw) که در آن برانگیختگی نوترون نداریم و (h-2p2h) $(f_{7/2})$ که در آن دو نوترون به مدار $(f_{7/2})$ برانگیخته می شود و $(2p2h - p_{3/2})$ که در آن دو نوترون به مدار $(f_{7/2})$ برانگیخته می شود و $(p·h + 2p2h - f_{7/2}p_{3/2})$ که در آن دو نوترون به اوربیتال های $(f_{7/2})$ و $(p_{3/2})$ برانگیخته می شود. برای حالت های پایه ایزوتوپ های $^{31-34}\text{Al}$ از توابع موج حاصل از

^{۱۵} core

کد Nushell استفاده شده است. در اینجا به عنوان مثال مقادیر چگالی گذار تک جسمی (OBTD) برای برهم کنش برآزش شده (usd) در فضای مدل (sd) را در جدول (۳-۵) به نمایش درآمده است و همچنین مقادیر مربوط به پیکربندی (p•h-sdpfnow) برای برهم کنش (sdpfnow) در فضای مدل (sdpf) را در جدول (۴-۵) برای حالت پایه ایزوتوپ ^{31}Al که با استفاده از کد Nushell محاسبه شده است به نمایش گذاشته ایم. عناصر ماتریس کل ایزواسکالر (بردار اسپینی) و ایزو وکتور (بردار آیزواسپینی)، برای تولید مقادیر تئوری گشتاورهای مختلف مشاهده شده ترکیب می شوند. و ترکیب چگالی های تک جسمی و عناصر ماتریس تک ذره ای (SPME) از عملگرهای O که از مرتبه ΔJ و ΔT ساخته شده است. با جمع بر روی A نوکلئون ظرفیت به صورت زیر بیان می شوند:

$$\langle JT || \sum_{K=1}^A O(\Delta J, \Delta T)_K || JT \rangle = \sum_{jj'} SPME[O(\Delta J, \Delta T); j, j'] D_{\Delta J, \Delta T}^{NJT}(j, j') \quad (17-5)$$

که در آن:

$$SPME[O(\Delta J, \Delta T); j, j'] = \langle nlj || O(\Delta J, \Delta T) || n'l'j' \rangle \quad (18-5)$$

عملگر تک جسمی مرتبط با برهم کنش میدان الکترومغناطیسی با هسته در محدوده طول موج بلند ($q=0$) را می توان به عملگرهای چند قطبی مغناطیسی تقسیم کرد.

جدول (۳-۵) مقادیر چگالی گذار تک جسمی $D_{\Delta J, \Delta T}^{NJT}(\mathbf{j}, \mathbf{j}')$ معادله (۱۶-۵) برای $\Delta \mathbf{J} = 1$ و 2 برای حالت های پایه پوسته (sd) ایزوتوپ ^{31}Al با $J^\pi = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$ از توابع موج [۳۴, ۳۵] با استفاده از کد Nushell محاسبه شده است.

$^{31}\text{Al}; j^\pi = \frac{5}{2}$	ΔT	$j - j'$	$j - j'$	$j - j'$	$j - j'$	$j - j'$	$j - j'$	$j - j'$	$j - j'$	$j - j'$
		$\frac{5}{2} - \frac{5}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{5}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{5}{2}$
$M1 \quad \Delta j = 1$	۰	۱/۵۵۲۶۸	۰	۰/۱۹۸۰۲	۰/۲۶۵۷۰	۰/۱۰۱۹۸	۰	۰/۲۵۱۵۵	-۰/۱۰۱۹۸	-۰/۱۹۸۰۲
	۱	-۰/۹۹۹۳۸	۰	-۰/۱۵۷۷۷	-۰/۰۷۹۴۸	۰/۰۱۳۵۳	۰	۰/۱۶۴۳۱	-۰/۰۱۳۵۳	۰/۱۵۷۷۷

جدول (۴-۵) مقادیر چگالی گذار تک جسمی $D_{\Delta J, \Delta T}^{NJT}(\mathbf{j}, \mathbf{j}')$ معادله (۱۶-۵) برای $\Delta \mathbf{J} = 1$ و 2 برای حالت های پایه پوسته (sdpf) ایزوتوپ ^{31}Al با $J^\pi = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$ از توابع موج [۳۴, ۳۵] با استفاده از کد Nushell محاسبه شده است.

$^{31}\text{Al}; j^\pi = \frac{5}{2}$	ΔT	$j - j'$	$j - j'$	$j - j'$
		$\frac{5}{2} - \frac{5}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$
•p-•h-sdpfnw	۰	۰/۰۸۸۵۳	۱/۵۶۲۹۶	۰/۰۱۰۹۵
$M1 \quad \Delta j = 1$	۱	۰/۰۸۳۲۱	-۰/۹۱۶۵۸	۰/۰۰۱۹۲

۳-۵ بررسی گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی در ایزوتوپ‌های $^{21-24}\text{Al}$

از آنجا که ایزوتوپ‌های آلومینیم غنی از نوترون در همسایگی جزیره وارونگی قرار دارند، گشتاورهای الکترومغناطیسی آن‌ها نشان دهنده‌ی شروع احتمالی تکامل در ساختار هسته‌ای است که در نهایت منجر به پدیده وارونگی می‌شود. با توجه به مقادیر محاسبه شده‌ی گذارهای تک جسمی و عناصر ماتریس تک جسمی برای حالت‌های آیزواسپین $\Delta T = 0$ و $\Delta T = 1$ ، از معادله (۳-۵) مقادیر گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی محاسبه و با مقادیر تک ذره‌ای و نتایج تجربی مقایسه شده است. در این محاسبات از مقادیر ژیرومغناطیسی آزاد و مؤثر استفاده شده است. لازم به ذکر است که برای سه مقدار متفاوت گشتاور تک ذره‌ای از سه دسته ژیرومغناطیسی استفاده شده ولی در جداول فقط مقدار میانگین آن‌ها آورده شده است. در تمامی جداول درصد خطای تجربی آلومینیم 31 ، برابر ± 0.005 و آلومینیم 32 ، برابر ± 0.009 و آلومینیم 33 ، برابر ± 0.005 و آلومینیم 34 ، برابر ± 0.016 و درصد خطای تئوری برهم کنش usd ، برابر ± 0.125 و برهم کنش usda ، برابر ± 0.104 و برهم کنش usdb ، برابر ± 0.094 و برهم کنش sdpfnow ، برابر ± 0.2 می‌باشد.

۳-۵-۱ ایزوتوپ ^{31}Al

گشتاور دوقطبی مغناطیسی حالت پایه ($^{31}\text{Al } j^{\pi} = \frac{5}{2}^{+}$) با روش تشدید مغناطیسی هسته‌ای $\beta - \text{NMR}$ بر روی پرتوهای قطبیده اسپینی در پراکندگی یک پرتو ^{36}S ($77/5 \text{ MeV/u}$) بر روی هدف ^9Be اندازه‌گیری شده است [۴۶، ۵۴]. این اندازه‌گیری در محدوده طول موج بلند (تکانه $q=0$) انجام شده است و مقدار گشتاور دوقطبی برابر $3/830 \mu_N$ است. در تقریب مدل تک ذره ای ساده تابع موج حالت پایه با توجه به اسپین و پاریتته برای ^{31}Al را می‌توان در اوربیتال $j^{\pi} = \frac{5}{2}^{+}$ $\left| \left(\pi d_{\frac{5}{2}} \right)^{-1} \right|$ در نظر گرفت. در اینجا محاسبات تئوری در ابتدا در فضای کامل sd با ۴ برهم کنش مختلف برای دو حالت از ضرایب ژیرومغناطیسی آزاد و مؤثر در جدول (۵-۵) و سپس در فضای sdpf با یک برهم کنش با پیکربندی‌های مختلف برای مقادیر آزاد

در جدول (۵-۶) به نمایش درآمده است. در این جداول نتایج محاسبات در فضای پیکربندی مختلف محاسبه شده است. که با مقادیر مربوط به برهم کنش های تجربی در فضای sd سازگاری خیلی خوبی را نشان می دهد که با نتایج تابع موج و انرژی در توافق است بنابراین پیکربندی این ایزوتوپ به صورت صد درصد به صورت $0p \cdot h$ است و سایر پیکربندی ها سهمی ندارند. با نتایج قبلی در مورد گشتاور مغناطیسی نیز اعتبار مدل (sd) در این ایزوتوپ را تایید می کند، این نتیجه نشان می دهد که حالت پایه ^{31}Al به ندرت باعث افزایش کامل وارونگی می شود [۳۵،۵۵]. بنابراین می توان نتیجه گرفت که ^{31}Al در خارج از جزیره وارونگی قرار دارد.

جدول (۵-۵) گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) با استفاده از معادلات (۳-۵) و (۱۴-۵) ایزوتوپ ^{31}Al در فضای مدل sd [۵۴،۵۶].

$^A_Z X_N$	j^π	$\psi(e.s.p.)$	$\mu(e.s.p.)$ (μ_N)		$\mu(USD)$ (μ_N)		$\mu(USDA)$ (μ_N)		$\mu(USDB)$ (μ_N)		$\mu(RGSD)$ (μ_N)	$\mu(q=\cdot)$ (μ_N)
			آزاد	مؤثر	آزاد	مؤثر	آزاد	مؤثر	آزاد	مؤثر		
$^{31}_{13}\text{Al}_{18}$	$\left(\frac{5}{2}\right)^+$	$\left(\pi d_{\frac{5}{2}}\right)^{-1}$	۴/۷۹۲	۴/۸۶۲	۳/۸۱۳	۳/۸۵۱	۳/۷۲۶	۳/۸۵۹	۳/۷۶۱	۳/۸۸۳	۲/۲۶۴	۳/۸۳۰

جدول (۵-۶) گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) با استفاده از معادلات (۳-۵) و (۱۴-۵) ایزوتوپ ^{31}Al در فضای مدل sd pf [۵۴،۵۶].

$^A_Z X_N$	j^π	$\psi(e.s.p.)$	$\mu(e.s.p.)$ (μ_N) (فضای آزاد)	$\mu(\cdot p \cdot \cdot h)$ (μ_N)	$\mu(2p2h-f_{7/2})$ (μ_N)	$\mu(2p2h-p_{3/2})$ (μ_N)	$\mu(\cdot p \cdot h + 2p2h)$ (μ_N)	$\mu(q=\cdot)$ (μ_N)
$^{31}_{13}\text{Al}_{18}$	$\left(\frac{5}{2}\right)^+$	$\left(\pi d_{\frac{5}{2}}\right)^{-1}$	۴/۷۹۲	۳/۸۱۱	-۰/۷۶۷	۰/۳۲۶	۰/۰۲۸۲	۳/۸۳۰

۵-۳-۲ ایزوتوپ ^{22}Al

گشتاور دوقطبی مغناطیسی حالت پایه ($j^{\pi} = 1^{+}$ ^{22}Al) با روش تشدید مغناطیسی هسته‌ای $\beta - \text{NMR}$ بر روی پرتوهای قطبیده اسپینی در پراکندگی یک پرتو ^{32}S ($77/5 \text{ MeV/u}$) بر روی هدف ^9Be اندازه‌گیری شده است [۵۴,۴۶]. این اندازه‌گیری در محدوده طول موج بلند (تکانه $q=0$) انجام شده است که مقدار گشتاور دوقطبی برابر $1/959 \mu_N$ است. در تقریب مدل تک ذره ای ساده تابع موج حالت پایه با توجه به اسپین وپارایته ^{22}Al را می توان برحسب یک حفره پروتونی ویک حفره نوترنی در اوربیتال های $j^{\pi=1^{+}} > (vd_{\frac{5}{2}})^{-1} \times (\pi d_{\frac{5}{2}})^{-1}$ در نظر گرفت. در اینجا محاسبات نظری در ابتدا در فضای کامل sd با ۴ برهم کنش مختلف برای دو حالت از ضرایب ژیرومغناطیسی آزاد و مؤثر در جدول (۵-۷) و سپس در فضای sdpf با یک برهم‌کنش با پیکربندی های مختلف برای مقادیر آزاد در جدول (۵-۸) به نمایش درآمده است. در این جداول نتایج محاسبات در فضای پیکربندی مختلف محاسبه شده است که با مقادیر مربوط به برهم کنش های تجربی در فضای sd سازگاری خیلی خوبی را نشان می دهد که با نتایج تابع موج و انرژی در توافق است بنابراین پیکربندی این ایزوتوپ به صورت غالب به صورت $p \cdot h$ است و سایر پیکربندی ها سهم کمتری دارند. در این رابطه، قبلاً گشتاور مغناطیسی ^{22}Al [۳۵,۵۵] اندازه‌گیری شده است و مشاهده شده که گشتاور دوقطبی با مدل کامل پوسته‌ای sd به‌خوبی تکثیر شده است. این نتیجه نشان می‌دهد که حالت پایه ^{22}Al به‌ندرت باعث افزایش کامل وارونگی می‌شود. بنابراین می توان نتیجه گرفت که این ایزوتوپ خارج از جزیره وارون قرار دارد.

جدول (۷-۵) گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) با استفاده از معادلات (۳-۵) و (۱۴-۵) و (۱۵-۵) ایزوتوپ ^{32}Al در فضای مدل sd [۵۴, ۵۶].

$^A_Z X_N$	j^π	$\psi(e.s.p.)$	$\mu(e.s.p.)$ (μ_N)		$\mu(USD)$ (μ_N)		$\mu(USDA)$ (μ_N)		$\mu(USDB)$ (μ_N)		$\mu(RGSD)$ (μ_N)	$\mu(q=\cdot)$ (μ_N)
			مؤثر	آزاد	مؤثر	آزاد	مؤثر	آزاد	مؤثر	آزاد		
$^{32}_{13}\text{Al}_{19}$	1^+	$\left(\pi d_{\frac{5}{2}^-}\right)^{-1} \left(\nu d_{\frac{7}{2}^-}\right)^{-1}$	۲/۶۸۲	۱/۹۷۸	۱/۸۴۳	۲/۰۰۵	۱/۷۳۰	۱/۹۷۲	۱/۹۰۷	۱/۸۸۴	۱/۴۸۹	۱/۹۵۹

جدول (۸-۵) گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) با استفاده از معادلات (۴-۵) و (۵-۵) و (۸-۵) ایزوتوپ ^{32}Al در فضای مدل sd [۵۴, ۵۶].

$^A_Z X_N$	j^π	$\psi(e.s.p.)$	$\mu(e.s.p.)$ (μ_N) (فضای آزاد)	$\mu(\cdot p-\cdot h)$ (μ_N)	$\mu(\cdot p \cdot h-f_{\frac{5}{2}^-})$ (μ_N)	$\mu(\cdot p \cdot h-p_{\frac{5}{2}^-})$ (μ_N)	$\mu(\cdot p \cdot h+\cdot P \cdot h)$ (μ_N)	$\mu(q=\cdot)$ (μ_N)
$^{32}_{13}\text{Al}_{19}$	1^+	$\left(\pi d_{\frac{5}{2}^-}\right)^{-1} \left(\nu d_{\frac{7}{2}^-}\right)^{-1}$	۲/۶۸۲	۶/۹۸۸	۴/۳۸۹	۳/۹۷۳	۵/۹۳۶	۱/۹۵۹

۵-۳-۳ ایزوتوپ ^{23}Al

گشتاور دوقطبی مغناطیسی حالت پایه ($^{23}\text{Al } j^{\pi} = \frac{5}{2}^{+}$) با روش تشدید مغناطیسی هسته‌ای $\beta - \text{NMR}$ بر روی پرتوهای قطبیده اسپینی در پراکندگی یک پرتو ^{36}S (۷۷/۵ MeV/u) بر روی هدف ^9Be اندازه‌گیری شده است [۵۴، ۵۶]. این اندازه‌گیری در محدوده طول موج بلند (تکانه $q=0$) انجام شده است که مقدار گشتاور دوقطبی برابر $4/0.88 \mu_N$ است. در تقریب مدل تک ذره‌ای ساده تابع موج حالت پایه با توجه به اسپین و پارته ^{23}Al می‌توان برحسب یک حفره پروتونی در اوربیتال $j^{\pi} = \frac{5}{2}^{+}$ $|(\pi d_{5/2})^{-1}|$ در نظر گرفت. در اینجا محاسبات نظری در ابتدا در فضای کامل sd با ۴ برهم کنش مختلف برای دو حالت از ضرایب ژیرومغناطیسی آزاد و مؤثر در جدول (۵-۹) و سپس در فضای sdpf با یک برهم کنش با پیکربندی‌های مختلف برای مقادیر آزاد در جدول (۵-۱۰) به نمایش درآمده است. در این جداول نتایج گشتاور دوقطبی مغناطیسی محاسبه شده با مقدار تجربی مقایسه شده است. در بین برهم کنش‌ها فقط برهم کنش RGSD در فضای مدل sd سازگاری بیشتری نشان می‌دهد. سایر برهم کنش‌ها تقریباً اختلاف‌های یکسانی دارند. اما با همین نتیجه می‌توان پیش‌بینی کرد که سهم بیشتر مربوط به پیکربندی $p \cdot h$ است که با نتایج محاسبات تابع موج سازگاری دارد. محاسبات برای دو حالت ضرایب نوکلئون‌های آزاد و مؤثر تفاوت زیادی وجود ندارد. با توجه به محاسباتی که قبلاً انجام شده است ^{23}Al با عدد نوترونی $N=20$ ، انحراف از پیش‌بینی‌های مدل پوسته‌ای hw را نشان می‌دهد [۴۶، ۵۷] این نتایج نشان دهنده کاهش شکاف بین پوسته sd و پوسته fp در این ایزوتوپ است. بر اساس این پیشنهاد شده است که ترکیبی از پیکربندی‌های غیرمعمول pf در تابع موج حالت پایه آن با مقدار $\Delta\mu(^{23}\text{Al}) = 3/9\%$ سهم می‌باشد. اما در مطالعه واپاشی β این هسته گزارش شده است که حالت پایه را می‌توان با در نظر گرفتن فقط فضای مدل sd به خوبی توصیف کرد [۵۰]. محاسبات براساس این نتیجه می‌گوید این ایزوتوپ باید خارج از

جزیره وارون باشد. اما با یک مطالعه واپاشی β [۵۱] دیگر نتایج مربوط به اختلاف مشاهده شده در گشتاور دوقطبی مغناطیسی را تایید می کند. با مقایسه نتایج محاسبات مدل پوسته در فضا های مدل پوسته sd و sdpf منجر به این نتیجه گیری می شود که ^{33}Al باید شامل برخی از پیکربندی های غیر معمول $2p2h$ در تابع موج حالت پایه خود باشد. این نشان دهنده انتقال تدریجی از ایزوتوپ های پوسته معمول $(Z=14)\text{Si}$ به ایزوتوپ های غیر معمول $(Z=12)\text{Mg}$ است.

جدول (۹-۵) گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) با استفاده معادلات (۳-۵) و (۱۴-۵) ایزوتوپ ^{23}Al در فضای مدل sd [۴۶,۵۷].

$^A_Z X_N$	j^π	$\psi(e.s.p.)$	$\mu(e.s.p.)$ (μ_N)		$\mu(USD)$ (μ_N)		$\mu(USDA)$ (μ_N)		$\mu(USDB)$ (μ_N)		$\mu(RGSD)$ (μ_N)	$\mu(q=.)$ (μ_N)
			مؤثر	آزاد	مؤثر	آزاد	مؤثر	آزاد	مؤثر	آزاد		
$^{23}_{13}\text{Al}_7.$	$\left(\frac{5}{2}\right)^+$	$\left(\pi d_{\frac{5}{2}}\right)^{-1}$	۴/۷۹۲	۴/۸۶۲	۴/۲۵۵	۴/۳۱۸	۴/۱۶۹	۴/۳۵۶	۴/۲۲۴	۴/۳۹۸	۴/۰۰۹	۴/۰۸۸

جدول (۱۰-۵) گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) با استفاده (۳-۵) و (۱۴-۵) ایزوتوپ ^{23}Al در فضای مدل $sdpf$ [۴۶,۵۷].

$^A_Z X_N$	j^π	$\psi(e.s.p.)$	$\mu(e.s.p.)$ (μ_N)	$\mu(.p..h)$ (μ_N)	$\mu(.p..hf_{7/2})$ (μ_N)	$\mu(.p..hf_{3/2})$ (μ_N)	$\mu(.p..h+2P2h)$ (μ_N)	$\mu(q=.)$ (μ_N)
			فضای آزاد					
$^{23}_{13}\text{Al}_7.$	$\left(\frac{5}{2}\right)^+$	$\left(\pi d_{\frac{5}{2}}\right)^{-1}$	۴/۲۳۹	۴/۲۵۴	۴/۲۲۵	۴/۲۱۴	۴/۷۹۲	۴/۰۸۸

۵-۳-۴ ایزوتوپ ^{24}Al

گشتاور دوقطبی مغناطیسی حالت پایه ($^{24}\text{Al } j^{\pi} = 4^{-}$) با روش تشدید مغناطیسی هسته‌ای $\beta - \text{NMR}$ بر روی پرتوهای قطبیده اسپینی در پراکندگی یک پرتو ^{7}S ($77/5 \text{ MeV/u}$) بر روی هدف ^9Be اندازه‌گیری شده است [۵۶ و ۵۴]. این اندازه‌گیری در محدوده طول موج بلند (تکانه $q=0$) انجام شده است که مقدار گشتاور دوقطبی برابر $2/156 \mu_N$ است. در ابتدا با در نظر گرفتن پیکربندی ساده تابع موج حالت پایه در چارچوب ذره مستقل، $j^{\pi=4^{-}}$ $\times \left(v f_{\frac{7}{2}} \right) \times \left(\pi d_{\frac{5}{2}} \right)^{-1}$ مقدار $\mu = 7/688$ بدست می‌آید. سپس پیکربندی دقیق تر $0 \cdot p \cdot h$ مقدار گشتاور دوقطبی را برابر $\mu = 1/517$ است. مشاهده می‌شود گشتاور دوقطبی $0 \cdot p \cdot h$ با مقدار تجربه سازگاری ندارد. حال برای بررسی نقش برانگیختگی ذره-حفره پیکربندی های $2p2h$ که دو نوترون از اوربیتال $0 \cdot d_{3/2}$ به اوربیتال $0 \cdot f_{7/2}$ یا $0 \cdot p_{3/2}$ می‌رود که به پیکربندی $0 \cdot p \cdot h$ اضافه می‌شود، مشاهده می‌شود که مقدار گشتاور دوقطبی توافق خوبی دارد. بنابراین می‌توان گفت که این اختلاف نشان دهند وجود یک سهمی از پیکربندی $2p2h$ در تابع موج حالت پایه آلومینیم ^{24}Al است بنابراین نتیجه گرفته می‌شود که آلومینیم ^{24}Al در مرز جزیره وارونگی است.

جدول (۱۱-۵) گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) با استفاده معادلات (۳-۵) و (۱۳-۵) ایزوتوپ ^{34}Al در فضای مدل sdpf [۴۶،۵۷].

$^A_Z X_N$	j^π	$\psi(e.s.p.)$	$\mu(e.s.p.)$ (μ_N) فضای آزاد	$\mu(\cdot p \cdot \cdot h)$ (μ_N)	$\mu(\gamma p \gamma h - f_\gamma)$ (μ_N)	$\mu(\gamma p \gamma h - p_\gamma)$ (μ_N)	$\mu(\cdot p \cdot h + \gamma P \gamma h)$ (μ_N)	$\mu(q = \cdot)$ (μ_N)
$^{34}_{13}\text{Al}_{21}$	4^-	$\left(\pi d_{\frac{\Delta}{2}}\right)^{-1} \left(v f_{\frac{\gamma}{2}}\right)$	۷/۶۶۸	۱/۵۱۷	۲/۷۹۴	۲/۳۳۹	۱/۷۲۲	۲/۱۵۶ (۱۶)

جمع‌بندی و پیشنهادات

در چهارچوب مدل پوسته‌ای خواص ایزوتوپ‌های آلومینیوم ۳۱ تا ۳۴ مورد بررسی قرار گرفته است. در این مطالعه انرژی بستگی، اسپین پارितه، انرژی حالت پایه و برانگیخته و گشتاور مغناطیسی آن‌ها محاسبه و با مقادیر تجربه مقایسه شده است. در این مطالعه از پنج برهم کنش مؤثر مختلف نوکلئون-نوکلئون استفاده شده است. چهار برهم کنش در فضای sd شامل usdb, usda, usd و RGsd و یک برهم کنش در فضای sdpf به نام sd pfnw می‌باشد. از بین این برهم کنش‌ها، RGsd از روش ماتریس G بهنجار شده و سایر آن‌ها به روش برازش (تجربی) می‌باشد. در ابتدا تابع موج و انرژی‌ها محاسبه شده است. برای آلومینیوم ۳۱ و ۳۲ فقط سه برهم‌کنش تجربی، توافق خوبی را نشان می‌دهند. برای حالت پایه نشان داده شده است که پیکربندی غالب تابع موج ایزوتوپ ۳۱ و ۳۲ و ۳۴، $0p\cdot h$ است. درحالی‌که برای ایزوتوپ آلومینیوم ۳۳ سهم پیکربندی برانگیخته نیز وجود دارد. با تابع موج‌های به دست آمده گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی تعیین شده است. با توجه به اینکه این مشاهده پذیر به تابع موج حساسیت بیشتری نشان می‌دهند در مورد دقت برهم کنش‌ها هم می‌توان نتیجه بهتری بدست آورد. برای آلومینیوم ۳۱ و ۳۲ برهم کنش‌های usdb, usda, usd نتایج خوبی را با تجربه نشان می‌دهد. اما با در نظر گرفتن برانگیختگی‌های ذره -حفره به جز $0p\cdot h$ در فضای مدل sd pf انحراف زیادی از تجربه مشاهده می‌شود. برای آلومینیوم ۳۳ نیز حالت پایه به خوبی با مقادیر اسپین پاریته و انرژی تجربی در فضای مدل sd نسبت به sd pf توافق بیشتری نشان می‌دهد. اما برای حالت برانگیخته اول با در نظر گرفتن پیکربندی $2p\cdot h$ و برانگیختگی‌های ۲ نوترون به فضای pf توافق خوبی دیده می‌شود. برای آلومینیوم ۳۴ حالت پایه و گشتاور دوقطبی مغناطیسی تماماً از پیکربندی $0p\cdot h$ تشکیل شده است. بنابراین این ایزوتوپ می‌تواند در خارج از جزیره وارون قرار گیرد. با ارائه برهم‌کنش‌های دقیق‌تر ممکن است سازگاری بیشتری بدست آید.

مراجع

- [۱] Brown B.A. (۲۰۱۰) "Islands of insight in the nuclear chart" **Phys. ۳**: (۲۰۱۰) ۱۰۴.
- [۲] Brown B.A. and Wildenthal B.H. (۱۹۹۸) "Status of the Nuclear Shell Model" **Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.** ۲۹: ۳۸.
- [۳] Neyens G. and et al., (۲۰۰۵) "Measurement of the Spin and Magnetic Moment of ^{21}Mg : Evidence for a Strongly Deformed Intruder Ground State" **Phys. Rev. Lett.** ۹۴: ۰۲۲۵۰۱.
- [۴] Keim. M et al., (۲۰۰۵) "in: AIP Conference Proceedings" **J. Eur. Phys. A** ۸: ۳۱.
- [۵] Warburton E. K. Becker J. A. Brown B. A. "Mass systematics for $A=۲۹-۴۴$ nuclei: The deformed $A\sim ۳۲$ region" **phys. Rev. c** ۶۱: ۱۱۴۷.
- [۶] Thibault c. et al., (۱۹۷۵) "Direct measurement of the masses of ^{11}Li and $^{26-32}\text{Na}$ with an on-line mass spectrometer" **Phys. Rev. C** ۱۲: ۶۴۴-۶۵۷.
- [۷] Yanagisawa Y. et al., (۲۰۰۳) "The first excited state of ^{23}Ne studied by proton inelastic scattering in reversed kinematics" **Phys. Lett. B** ۵۶۶: ۸۴-۸۹.
- [۸] Campi X. et al., (۱۹۷۵) "Shape transition in the neutron rich sodium isotopes" **Nucl. Phys. A** ۲۵۱: ۱۹۳-۲۰۵.
- [۹] Brown B. A. Arima A. and McGrory J. B. (۱۹۷۷) " E_{γ} core-polarization charge for nuclei near ^{16}O and ^{40}Ca " **Nucl. Phys. A** ۲۷۷: ۷۷-۱۰۸.
- [۱۰] Dean D. J. Engeland T. Hjorth-Jensen M. Kartamyshev E. Osnes (۲۰۰۴) "Effective interactions and the nuclear shell-model" **Prog. Part. Nucl. Phys.** ۵۳: ۴۱۹-۵۰۰.
- [۱۱] کرین ک. اس. میرفخرایی ن و مدرس م. (۱۳۷۳). "آشنایی با فیزیک هسته‌ای". جلد اول، چاپ اول، مرکز نشر دانشگاهی.
- [۱۲] Mayer M. G. (۱۹۴۹) "On Closed Shells in Nuclei. II" **Phys. Rev** ۷۵: ۱۹۶۹-۱۹۷۰.

[۱۳] Haxel O. Jensen J. H. and Suess D. (۱۹۴۹) "On the Magic Numbers in Nuclear Structure" **Phys. Rev.** ۷۵: ۱۷۶۶-۱۷۶۶.

[۱۴] والترمی ب. (۱۳۸۰). "مبانی فیزیک هسته‌ای". رحیمی ف، چاپ پنجم، دانشگاه فردوسی مشهد، ص ۱۸۸-۲۰۱.

[۱۵] کرین ک. (۱۳۷۱). "آشنایی با فیزیک هسته‌ای". جلد اول، ابوکاظمی ا و رهبر م. چاپ اول، مرکز نشر دانشگاهی، ص ۳۱۷-۳۲۰.

[۱۶] Brown B. A. (۲۰۰۵) "Lecture notes in nuclear structure physics" **National Super Conducting Cyclotron Laboratory** ۱۱ .

[۱۷] لیلی جان. اس. (۱۳۹۰). "اصول فیزیک هسته‌ای و کاربردها". ابوکاظمی م. انتشارات نوپردازان، تهران.

[۱۸] هولتون، جرال، رادرفورد، جیمز، واتسون، فلچر جی. (۱۳۷۱). "طرح فیزیکه اروارد، واحد، هسته اتم". تهران. انتشارات فاطمی.

[۱۹] کرین، ک. (۱۳۷۴). "آشنایی با فیزیک هسته‌ای". جلد اول، ابوکاظمی ا. رهبر م. چاپ ششم، مرکز نشر دانشگاهی، تهران.

[۲۰] ریگدن، جان و همکاران. (۱۳۸۱). دانشنامه فیزیک. ترجمه محمد ابراهیم ابوکاظمی و همکاران. زنجام، مکان مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه، شابک ۱-۳۵-۵۵۱۵-۹۶۴.

[۲۱] Mayer M. G. (۱۹۴۸) "On Closed Shells in Nuclei" **Phys. Rev.** ۷۴: ۲۳۵-۲۳۹.

[۲۲] Duppen Van P. Riisager K. (۲۰۱۱) "Physics with REX-ISOLDE: from experiment to facility" **J. Phys. G** ۳۸: ۰۲۴۰۰۵.

[۲۳] Krucken R. (۲۰۱۱) "Introduction to shell structure in exotic nuclei" **Cont. Phys.** ۵۲: ۱۰۱-۱۲۰.

[۲۴] Millener D. J and Kurath D. (۱۹۷۵) "The particle-hole interaction and the beta decay of ^{14}B " **Nucl. Phys. A** ۲۵۵: ۳۱۵-۳۳۸.

[۲۵] Vyvey K. G. Neyens N. Coulier R. Coussement Georgiev G. Ternier S. Teughels S. Lepine-Szily A. and Balabanski D.L. (۲۰۰۰) "Preservation of orientation of fusion-evaporation reaction residues recoiling into vacuum in a level mixing spectroscopy experiment" **Phys. Rev. C** ۶۲: ۰۳۴۳۱۷.

- [26] McGrory B. a. Wildenthal B. H. (1980) “Large-scale shell-model calculations” **Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.** 30: 383-436.
- [27] Hjorth-Jensen M. KuO T. T. S. and Osnes E. (1995) “Realistic effective interactions for nuclear systems” **Phys. Rep.** 261: 125-270.
- [28] Otsuka T. and et al., (2010) “Novel Features of Nuclear Forces and Shell Evolution in Exotic Nuclei” **Phys. Rev. Lett.** 104: 012501.
- [29] Tripathi V. and et al., (2005) “ ^{29}Na : Defining the Edge of the Island of Inversion for $Z=11$ ” **Phys. Rev. Lett.** 94: 162501.
- [30] Geithner W. and et al., (2005) “Nuclear moments of neon isotopes in the range from ^{19}Ne at the proton drip line to neutron-rich ^{30}Ne ” **Phys. Rev. C** 71: 64319-64319.
- [31] Kameda D. and et al., (2007) “Measurement of the electric quadrupole moment of ^{27}Al ” **Phys. Lett. B** 647: 93-97.
- [32] Cohen S. and Kurath D. (1965) “Effective interactions for the $1p$ shell” **Nucl. Phys.** 73: 1-24.
- [33] Dean D. J. and et al., (2004) “Effective interactions and the nuclear shell-model” **Prog. Part. Nucl. Phys.** 53: 419-500.
- [34] Brown B. A. and Richter W. A. (2006) “New USD Hamiltonians for the sd shell” **Phys. Rev. C** 74: 034315.
- [35] Wildenthal B. H. (1984) “Empirical strengths of spin operators in nuclei” **Prog. Part. Nucl. Phys.** 11: 5-51.
- [36] Warburton E. K. and Brown B. A. (1992) “Effective interactions for the $1p1s1d$ nuclear shell-model space” **Phys. Rev. C** 46: 923-944.
- [37] Utsuno Y. and et al., (1999) “Varying shell gap and deformation in $N=20$ unstable nuclei studied by the Monte Carlo shell model” **Phys. Rev. C** 60: 054315.
- [38] Nummela S. and et al., (2001) “Spectroscopy of $^{28-30}\text{Si}$ by beta decay: sd-fp shell gap and single-particle states” **Phys. Rev. C** 63: 044316.
- [39] McGrory J. B. (1973) “Shell-Model Spectroscopy of f-p Shell Nuclei with $A \leq 44$ ” **Phys. Rev. C** 8: 693-710.

[۴۰] کنت ک. ۱۳۷۱. "آشنایی با فیزیک هسته ای". جلد اول، ابوکاظمی ا. و رهبر م. چاپ اول، مرکز نشر دانشگاهی. ص

۳۲۰-۳۱۷.

- [۴۱] Zwarts D. (۱۹۸۵) "RITSSCHIL, a new program for shell-model calculations" **Comp. Phys. Comm.** ۳۸: ۳۶۵-۳۸۸.
- [۴۲] Honma M. and et al., (۲۰۰۲) "Effective interaction for pf-shell nuclei" **Phys. Rev. C** ۶۵: ۰۶۱۳۰۱.
- [۴۳] Brown B. A. (۲۰۰۵) "Oxbash for Windows, MSU-NSCL" **rep. num.** ۱۲۸۹.
- [۴۴] Caurier E. (۱۹۹۹) "ISOLDE Shell Model Course for Non Practitioners" **Phys.Rev. C** ۵۸: ۲۰۳۳.
- [۴۵] Brown B.A. (۲۰۰۷) "Oxbash for Windows, MSU-NSCL" **rep. num.** ۱۲۸۹.
- [۴۶] Himpe P. and et al., (۲۰۰۶) "g factors of $^{21,22,23}\text{Al}$: Indication for intruder configurations in the ^{23}Al ground state" **Phys. Lett. B** ۶۴۳: ۲۵۷-۲۶۲.
- [۴۷] Talmi I. and Unna I. (۱۹۶۰) "Order of Levels in the Shell Model and Spin of ^{11}Be " **Phys. Rev. Lett.** ۴ : ۴۶۹-۴۷۰.
- [۴۸] Hamamoto I. Lukyanov S. V. and Zhang X. Z. (۲۰۰۱) "Kinetic energy and spin-orbit splitting in nuclei near neutron drip line" **Nucl. Phys. A** ۶۸۳: ۲۵۵-۲۶۵.
- [۴۹] Marechal F. and et al., (۲۰۰۷) "Beta decay of ^{24}Mg : Extending the island of inversion" **Phy. Rev. C** ۷۶: ۰۵۹۹۰۲.
- [۵۰] Morton A. C. and et al., (۲۰۰۲) "Beta decay studies of nuclei near ^{24}Mg : Investigating the $\nu(f_{7/2})-(d_{3/2})$ inversion at the $N=20$ shell closure" **Phys. Lett. B** ۵۴۴: ۲۷۴-۲۷۹.
- [۵۱] Tripathi V. and et al., (۲۰۰۸) "Intruder Configurations in the $A=23$ Isobars: ^{23}Mg and ^{23}Al " **Phys. Rev. Lett.** ۱۰۱: ۱۴۲۵۰۴.
- [۵۲] Lica R. and et al., (۲۰۱۵) "Properties of low-lying intruder states in ^{24}Al and ^{24}Si populated in the beta-decay of ^{24}Mg " **Phys. Lett. A**: ۱۸۹۴۶۶.
- [۵۳] Richter W. Mkhize S. and Brown B. A. (۲۰۰۸) "sd-shell observables for the USDA and USDB Hamiltonians" **Phys. Rev. C** ۷۸: ۰۶۴۳۰۲.
- [۵۴] Borremans D. and et al., (۲۰۰۲) "Spin and magnetic moment of ^{21}Al ground state" **Phys. Lett. B** ۵۳۷: ۴۵-۵۰.

- [50] Brown B. A. Etchegoyen A. and Rae W. (1986) "OXBASH The Oxford, Buenos-Aires, Michigan State, Shell Model Program MSU" **Cyc. Lab. Rep.** 524.
- [51] Ueno H. and et al., (2005) "Magnetic moments of $^{26}_{\text{Al}}$ and $^{27}_{\text{Al}}$ " **Phys. Lett. B** 610: 186-192.
- [52] Himpe P. and et al., (2008) "g factor of the exotic N=21 isotope $^{26}_{\text{Al}}$: probing the N=20 and N=28 shell gaps at the border of the island of inversion" **Phys. Lett. B** 668: 23-28.

Abstract

In this study, the ground state and excited state energies of Aluminum isotopes ^{27}Al to ^{34}Al which are located on the island of inversion boundary, have been investigated using the effective two-body interaction of different nucleon-nucleon. Then, with the obtained wave function, the values of magnetic moments are also determined. The results show that for isotopes ^{27}Al and ^{28}Al , the normal $\cdot p \cdot h$ configuration share in their base state, most of the valence nucleons are in the space of the sd model. While the $\nu p \nu h$ configuration in the ^{33}Al isotope base state wave function is approximately five percent. The difference between the experimental and theoretical results for the interactions obtained according to the fitting method is less than the normalized matrix G method.

Key word: Aluminum Isotopes, Shell Model Calculations, Intruder States, Effective two-body Interactions, Magnetic Dipole Moment.



Shahrood University of
Technology

Faculty of Physics and Nuclear Engineering

M.Sc Thesis in Nuclear orientation

Investigation of Particle-Hole Excitations in Nucleus Properties ^{33}Al Using the Shell Model

By: Seyede Hajar Hejazi

Supervisor:

Dr. Hasan Hasan Abadi

Dr. Morteza raeisi

October ۲۰۲۱