

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک هسته ای (نظری)

معادله شرودینگر تعمیم یافته وابسته به پتانسیل های متغیر و کاربرد آن در ماشین های گرمایی

نگارنده: محمد دامغانی

استاد راهنما

دکتر حسن حسن آبادی

تیر ۱۳۹۹

تقدیم به پدر و مادرم:

خدای را بسی شاکرم که از روی کرم، پدر و مادری فداکار نصیبم ساخته تا در سایه درخت پربار وجودشان بیاسایم و از ریشه آن ها شاخ و برگ گیرم و از سایه وجودشان در راه کسب علم و دانش تلاش نمایم. والدینی که بودنشان تاج افتخاری است بر سرم و نامشان دلیلی است بر بودنم، چرا که این دو وجود، پس از پروردگار، مایه هستی ام بوده اند دستم را گرفتند و راه رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و نشیب آموختند. آموزگارانی که برایم زندگی، بودن و انسان بودن را معنا کردند.

سپاس‌گزاری

از استاد گرامی ، دلسوز و زحمتکش جناب دکتر (حسن حسن آبادی) که بدون مساعدت ایشان، این پایان نامه به نتیجه مطلوب نمی رسید و همواره از ابتدا تا انتهای مسیر مرا یاری نمودند و از هیچ کمکی دریغ نکردند نهایت تشکر را دارم

محمد دامغانی

تیر ۱۳۹۹

تعهد نامه

اینجانب **محمد دامغانی** دانشجوی کارشناسی ارشد رشته فیزیک هسته ای فیزیک دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان نامه با عنوان **معادله شرودینگر تعمیم یافته وابسته به پتانسیل های متغیر و کاربرد آن در ماشین های گرمایی**، تحت راهنمایی **حسن حسن آبادی** متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های دیگر پژوهش گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان نامه، تا کنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه صنعتی شاهرود تعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “دانشگاه صنعتی شاهرود” یا “Shahrood University of Technology” به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند، در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده شده است)، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

محمد دامغانی

تیر ۱۳۹۹

مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی باشد.

چکیده

در این تحقیق ما سه چرخه کارنو، اتو و استرلینگ را در حالت تغییر شکل یافته مورد بررسی قرار دادیم و نتایج بدست آمده را با حالت عادی این چرخه ها مقایسه کردیم که ماده کارشان یک ذره کوانتومی در جعبه است. در ابتدا پارامترهایی از قبیل انرژی، نیرو، کار انجام شده، گرمای مبادله شده و بازده را با استفاده از معادله شرودینگر مطالعه کردیم و سپس معادله شرودینگر را در فرمالیسم تغییر شکل یافته مورد تجزیه و تحلیل قرار دادیم. ما پارامترهای مربوط به سه چرخه مطالعه شده را با استفاده از انرژی معادله شرودینگر در حالت تغییر شکل یافته محاسبه کردیم و در هر سه چرخه نیرو، کار انجام شده، گرمای مبادله شده و راندمان را در فرمالیسم تغییر شکل یافته بدست آوردیم. سپس اثری از پارامتر تغییر شکل یافته را در بازده نشان دادیم و وقتی این پارامتر در سه چرخه به سمت صفر میل می کند، ما می توانیم حالت عادی را بدست آوریم.

کلمات کلیدی : معادله شرودینگر ؛ فرمالیسم تغییر شکل یافته ؛ انرژی ؛ بازده.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

[1] M. Damghani, H. Hassanabadi, W. S. Chung and S.Sargolzaeipor, Physica Scripta, 95(3), 035401(2019).

[2] Power and efficiency performance of irreversible quantum Stirling heat engine via deformed formalism, revised (2020).

فهرست مطالب

س	فهرست تصاویر
ف	فهرست جداول
۱	۱ تاریخچه
۵	۲ مقدمه
۷	۱.۰.۲ ماشین های درون سوز
۷	۲.۰.۲ ماشین های برون سوز
۸	۳.۰.۲ بررسی چرخه های کلاسیکی با استفاده از گاز ایده آل
۱۱	۳ چرخه های کوانتومی
۱۱	۱.۳ چرخه کارنو مکانیک کوانتومی
۱۳	۱.۱.۳ معادله شرودینگر
۱۶	۲.۳ چرخه کوانتومی استرلینگ
۱۹	۱.۲.۳ دوره چرخه
۲۱	۲.۲.۳ بررسی پارامترهای مربوط به چرخه استرلینگ
۲۴	۳.۳ چرخه کوانتومی اتو
۲۷	۱.۳.۳ چرخه کوانتومی دو حالت
۳۱	۴ جبر تغییر شکل یافته
۳۱	۱.۴ مقدمه
۳۲	۲.۴ نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته در مکانیک کوانتومی
۳۳	۳.۴ معادله شرودینگر در چارچوب تغییر شکل یافته
۳۷	۵ ماشین های گرمایی در فرمالیسم تغییر شکل
۳۷	۱.۵ تجزیه و تحلیل چرخه کارنو با استفاده از معادله شرودینگر تغییر شکل یافته

۳۷	انرژی کل سیستم و احتمال مربوط به آن	۱.۱.۵
۳۹	انبساط آزاد و فرایند هم دما	۲.۱.۵
	بررسی فرایند های ترمودینامیکی چرخه کارنو با استفاده از	۳.۱.۵
۴۰	فرمالیسم تغییر شکل	
۴۴	بررسی انرژی تعمیم یافته در چرخه کوانتومی استرلینگ	۲.۵
۴۵	چرخه حرارتی کوانتومی استرلینگ در حالت فرمالیسم تغییر شکل	۱.۲.۵
۴۹	پارامتر های مهم	۲.۲.۵
۵۳	چرخه کوانتومی اتو در فرمالیسم تغییر شکل	۳.۵
۵۴	فرایند های ترمودینامیکی	۱.۳.۵
۵۶	چرخه حرارتی کوانتومی دو حالت	۲.۳.۵
۵۸	فرایندهای چرخه اتو	۳.۳.۵
۶۳	نتیجه گیری	
۶۷	مراجع	

فهرست تصاویر

۸		F بر حسب L	۱.۲
۱۰		F بر حسب L	۲.۲
۱۱		F بر حسب L	۱.۳
۱۶		F بر حسب L	۲.۳
۱۷		F بر حسب L	۳.۳
۲۳		η بر حسب X	۴.۳
۲۴		η بر حسب X	۵.۳
۲۵		F بر حسب L	۶.۳
۲۷		F بر حسب L	۷.۳
۴۱		F بر حسب L	۱.۵
۵۲		η_K بر حسب X	۲.۵
۵۲		η_K بر حسب X	۳.۵
۵۳		L بر حسب E	۴.۵
۵۵		E_β بر حسب n	۵.۵
۵۷		η_β بر حسب L_2	۶.۵
۵۷		η_β بر حسب β	۷.۵
۶۰		W_β بر حسب L_2	۸.۵
۶۰		W_β بر حسب β	۹.۵

فهرست جداول

۱.۵	مقایسه بازده در چرخه های کوانتومی	۶۱
-----	-----------------------------------	----

فصل ۱

تاریخچه

در حدود سه قرن پیش انرژی مکانیکی مورد نیاز برای انسان توسط نیروی انسانی و حیوانی تولید می شد اما امروزه بیشتر این انرژی از طریق ماشین های گرمایی بدست می آید.[۱]

ماشین بخار نوعی ماشین گرمایی است که از بخار به عنوان سیال عملیاتی برای تولید کار

مکانیکی استفاده می کند پیشینه ی طولانی ماشین بخار به دو هزار سال پیش برمی گردد[۲]. البته انواع باستانی این فناوری به صورت عملی قابل استفاده نبودند، با این حال آخرین نسخه هایی از موتور بخار که طی انقلاب صنعتی طراحی و تولید شد به مهم ترین منبع تولید انرژی مکانیکی تبدیل گشت. توربین های بخار نسل جدید تقریباً نیمی از برق جهان را هر روز تولید می کنند. گرچه در برخی از این سیستم ها از انرژی خورشیدی، انرژی هسته ای یا زمین گرمایی استفاده می شود، بسیاری از این ها در دسته ی موتورهای برون سوز یا احتراق خارجی طبقه بندی می گردند. چرخه ترمودینامیکی که در موتور بخار برای تولید انرژی مکانیکی طی می گردد، چرخه ی رانکین نام دارد. چرخه رانکین نوعی چرخه قدرت ترمودینامیکی است که گرما را به کار تبدیل می کند. شاره ی در گردش این چرخه معمولاً آب است. این چرخه، به وسیله ی ویلیام جان مک گورن رانکین دانشمند اسکاتلندی نام گذاری شد. زغال سنگ، گاز طبیعی، نفت و انرژی هسته ای، منابع گرمایی رایج برای نیروگاه هایی هستند که از چرخه رانکین استفاده می کنند. زمانی که از توربینی با بازده ۱۰۰ درصد در چرخه رانکین استفاده می شود، در برخی شرایط به آن چرخه ی کارنوی کاربردی گفته می شود. تنها اختلاف این است که از یک پمپ برای متراکم کردن مایع، به جای کمپرسور استفاده می شود. یکی از مزیت

های اساسی چرخه رانکین که آن را برتر از چرخه های دیگر می کند، این است که در فرایند تراکم، کار به نسبت کمی برای پمپ نیاز است. [۳]. سابقه ی موتور بخار به اولین قرن پس از میلاد باز می گردد. ابتدایی ترین عضو این خانواده «آیولیپایل» است که توسط مخترع یونانی «هرون» اختراع شد. آیولیپایل نخستین وسیله ای است که می تواند انرژی بخار را به انرژی حرکتی تبدیل کند. این ابزار می تواند از نیروی بخار برای چرخاندن یک توپ توخالی فلزی با سرعت زیاد استفاده نماید [۴] در واقع دستگاه های تجربی است که توسط مخترعین برای نشان دادن خواص بخار استفاده می شود [۵]. در قرن های بعد نمونه هایی عموماً برای تبیین خواص بخار توسط دانشمندانی مانند «تقی الدین» در سال ۱۵۵۱ [۶] و «جیووانی برانکا» در سال ۱۶۹۸ ابداع شد. [۷] با این که این پمپ توان بالایی نداشت و در مقابل انفجارهای دیگ بخار آسیب پذیر بود، در برخی معادن و ایستگاه های پمپاژ مورد استفاده قرار می گرفت.

اولین ماشین بخار را دنی پاپن در سال ۱۶۹۰ اختراع کرد [۸]. قسمت اعظم ماشین کوچکی را که پاپن ساخته بود، سیلندرها و پیستون ها تشکیل می دادند. آب در داخل سیلندرها تبدیل به بخار شده و موجب بالارفتن پیستون ها می شدند. با بالارفتن این پیستون ها هوای قسمت فوقانی این سیلندرها فشرده می گردید. حال اگر بخار آب زیر پیستون ها را ناگهان سرد کرد و تبدیل به آب نمود، هوای فشرده قسمت فوقانی سیلندرها، پیستون را با قدرت به طرف پایین می راند و این حرکت پیستون ها می توانست مثلاً موجب حرکت کردن یک چرخ شود. [۹]. پس از پاپن یک ماشین بخار توسط توماس ساوری در سال ۱۶۹۸ ابداع شد که اساس کار این ماشین بخار یک پمپ آب بود [۱۰]. با اینکه این پمپ توانایی بالایی نداشت و در مقابل انفجارهای دیگ بخار آسیب پذیر بود، در برخی معادن و ایستگاه های پمپاژ مورد استفاده قرار می گرفت [۱۱]. با این حال اولین موتور بخار مقرون به صرفه از نظر اقتصادی، تا سال ۱۷۱۲ ظهور نکرد. با کمک اختراعات ساوری و دنی پاپن، موتور اتمسفری توسط توماس نیوکامن راه را برای انقلاب صنعتی هموار کرد. [۱۲]

اساس کار موتور نیوکامن تخلیه آب معادن و بالابردن آب برای چرخاندن چرخ های آبی بسیار موثر و ابزاری مقرون به صرفه بود [۱۲]. ماشین نیوکامن تا ۶۰ سال مهم ترین ماشین گرمایی زمان خود بود تا اینکه جیمز وات اسکاتلندی با حمایت همسرش، دکتر جان روباک و یک کارخانه دار ثروتمند به نام ماتیوبالتن دست به تجاربی زد و موفق گردید نمونه ی کامل شده ی آن را در سال ۱۷۷۸ عرضه کند. با اختراع ماشین بخار توسط وات، به طور تجربی مشاهده شده بود که نمی توان به طور کامل گرما را به کار تبدیل کرد. [۱۳] حدود سال ۱۸۰۰ «ریچارد تریویتیک» موتورهایی با فشار بخار بالا طراحی کرد. این اختراع از نمونه های قبلی بسیار قدرتمندتر بود، به همین دلیل امکان داشت تا با طراحی در اندازه ای کوچک در کاربرد های حوزه ی حمل و نقل مورد استفاده قرار گیرد. پیش رفت های پی در پی باعث شد تا این فناوری به تدریج کوچک تر، سریع تر و قوی تر شود. [۱۴]. سعدی کارنوت در سال ۱۸۲۴ به صورت تیوری نشان داد که چرا در ماشین بخار اختراع شده توسط وات نمی توان به طور کامل گرما را به کار تبدیل کرد. کارنوت در تحلیلش از این باور عمومی زمان خود که گرما درست

مانند آب، یک ماده است استفاده کرد. او این فرض را کرد که موتور گرمایی شبیه یک چرخ آبی است. همان طور که نیروی محرکه کار قابل حصول از آب در حال ریزش حاصل ضرب وزن آب در ارتفاعی است که آب سقوط می کند. نیرو محرکه گرما نیز باید به مقدار گرما، که کارنوت آن را به کالری بیان کرد و ارتفاعی که گرما سقوط می کند، بستگی داشته باشد. درست همان طور که از آب موجود در یک سطح کاری ساخته نیست باید سطح پایین تری وجود داشته باشد تا آب بتواند به آن بریزد، تنها وقتی که گرما بتواند از یک دما بالا به یک دمای پایین جریان یابد کار انجام می شود. کارنوت فرض کرد که گرما نیز چنین رفتاری می کند، خود به خود از یک جسم گرم به یک جسم سرد جریان می یابد. اگر یک موتور مناسب را در سر راه بگذاریم کار انجام خواهد شد. کارنوت تحلیل خود را فراتر برد او می دانست که ماکزیمم کاری که با آب در حال ریزش می توان انجام داد فقط به حاصل ضرب وزن آب و ارتفاع ریزش بستگی دارد. کارنوت به کمک قیاس استدلال کرد که ماکزیمم کاری که یک موتور گرمایی می تواند انجام دهد نیز باید به صورت مستقل از ماده عامل بیان شود، و این کار باید فقط به مقدار گرمای به کار رفته و اختلاف دو دمای عملکرد بستگی داشته باشد. ماشین کارنوت ماشینی است که بیش ترین کارایی را دارد. [۱۵]. همچنین ماشین های گرمایی پیشرفته تری توسط دانشمندان دیگری ساخته شده است که می توان به ماشین گرمایی استرلینگ، اتو، دیزل و برایتون اشاره کرد. ماشین استرلینگ توسط رابرت استرلینگ در سال ۱۸۱۶ طراحی شد که کار اصلی این ماشین پمپاژ آب در یک معدن بود. امروزه ماشین های استرلینگ در موارد تخصصی مثل زیر دریایی و مولد های کمکی، جایی که عملکرد بی سروصدا اهمیت دارد، استفاده می شود. این موتورها یک دسته از موتورهای حرارتی خاص هستند زیرا بازده آن ها تقریباً نزدیک ماکزیمم بازدهی است که توسط تیوری پیش بینی می شود (بازده چرخه کارنو). این موتور با گاز کار می کند. انبساط آن هنگام گرم شدن و انقباض آن هنگام سرد شدن نیروی این موتور را تامین میکند. این مقدار گاز بین دو انتهای سرد و گرم در حرکت است و هیچگاه از این چرخه خارج نمی شود. یک پیستون وظیفه انتقال گاز به دمنبع سرد و گرم را انجام میدهد که حرکت آن ناشی از انبساط و انقباض حجم گاز است. [۱۶] این ماشینها به دلیل راندمان بالای آن مورد توجه بسیاری است. ماشین اتو که توسط نیکلاس آگوست اتو طراحی شد را می توان پدر تمام موتورهای احتراق داخلی دانست که در سال ۱۸۷۶ اولین نمونه از موتورهای احتراق داخلی را اختراع کرد که مکانیزم این موتور درون سوز از روی دستگاه بخار جیمز وات الهام گرفته شده بود. پیشران طراحی شده توسط آگوست اتو قادر بود چهار مرحله مکش، تراکم، انفجار و تخلیه را به صورت مداوم انجام دهد. البته آن زمان موتورهای احتراق داخلی هنوز مناسب خودرو ها نبودند. زیرا با افزایش میزان سوخت فرم احتراق ها به انفجار تغییر می کرد و خیلی سریع موتور دچار سوختگی می شد. سال ها بعد جوزف دی اقام به ساخت موتور درون سوز دو مرحله ای کرد و این موتور توانست مشکل اشتعال پیشران چهار مرحله ای اتو را برطرف کند. موتور دو زمانه به شکل رفت و برگشت عمل می کرد. در موتور طراحی شده توسط جوزف دی، مراحل انفجار، دمو بازدم به عنوان یک مرحله و ترکیب تخلیه و تراکم به عنوان مرحله بعدی صورت

گرفت. این موضوع باعث شد انفجار صورت گرفته جدا از فرایند تخلیه انجام شود و احتراق گسترش پیدا نکند. موتورهای دیزل، گونه ای موتور درون سوز است که در آن از چرخه دیزل برای ایجاد حرکت استفاده می شود. فرق اصلی آن با دیگر موتورها استفاده از احتراق در اثر تراکم است. در این گونه پیشرانه ها عمل انفجار صورت نمی گیرد، بلکه مخلوط سوخت و هوا در اثر تراکم بسیار بالا بدون جرقه زدن متراکم می شوند. در سال ۱۸۹۰ میلادی آکروید استوارت حق امتیاز ساخت موتوری را دریافت کرد که در آن هوای خالص در سیلندر موتور متراکم می گردید و سپس سوخت به داخل هوای متراکم شده تزریق می شد، این موتورهای با فشارپایین بودند و برای مشتعل ساختن سوخت تزریق شده از یک لامپ الکتریکی و یا روش های دیگر در خارج از سیلندر استفاده می شد. کلمه دیزل نام یک مهندس آلمانی به نام رودلف دیزل است که در سال ۱۸۹۲ پس از چهارده سال کار شبانه روزی، نوع خاصی از موتورهای احتراق داخلی را به ثبت رساند، که در آن اشتعال ماده سوختن، بلافاصله بعد از تزریق سوخت به داخل سیلندر انجام گرفت. این اشتعال عامل حرارت زیادی بود که در اثر تراکم زیاد هوا به وجود می آمد. وی ابتدا دوست داشت که موتور وی پودر زغال سنگ را بسوزاند ولی به سرعت به نفت روی آورد و نتایج قابل توجهی گرفت. به احترام این مخترع این گونه موتورها را موتورهای دیزل می نامند. با این حال موتور دیزل ثابت کرد که می تواند سوخت را بدون نیاز به یک جرقه مشتعل نماید. او در سال ۱۸۹۷ اولین موتور دیزلی خود را آزمایش نمود. موتورهای دیزلی مدرن، نسخه بهبود یافته ی مفهوم اصلی رودولف دیزل است. آن ها اغلب در زیر دریایی ها، کشتی ها، لوکوموتیو ها و کامیون های بزرگ و مولد برق استفاده می شوند [۱۸]. چرخه برایتون این چرخه را مهندس امریکایی به نام جورج برایتون در سال ۱۸۷۲ ارایه کرده است و بر همین اساس و به افتخار وی، چرخه برایتون نامیده شد. به کمک آن، می توان رفتار سامانه، شرایط عملیاتی و میزان کار و انرژی مصرف شده یا تولید شده را محاسبه کرد؛ لذا اساس توربین های گازی، برای این چرخه بنا شده است [۱۹]. در چرخه توربین گازی، اجزای دیگری نیز به کار می رود که در چرخه کارنوت در نظر گرفته نشده است. چرخه برایتون چرخه ایده آل توربین گازی است. این چرخه از دو فرایند بی درو- بازگشت پذیر و در نتیجه هم آنتروپی و دو فرایند فشار ثابت تشکیل شده است. در حال حاضر امروزه معمول ترین ماشین گرمایی مورد استفاده در دنیا ماشین فیلکس و نکل است که برای تبدیل گرما به کار چرخه ی اتو را طی می کند و این موتور را موتور احتراق چرخشی می نامند. در این موتور به جای استفاده از پیستون که حرکت رفت و برگشتی دارد و باید به کمک میل لنگ آن را به حرکت چرخشی تبدیل کرد. نیرو محرکه مستقیماً به حرکت چرخشی تبدیل می شود. و نکل این موتور درون سوز را در سال ۱۹۵۰ معرفی و تا سال ۱۹۵۷ به تکامل نهایی رساند و در بسیاری از ماشین ها و هواپیماها از این موتور استفاده شده است. [۱]

فصل ۲

مقدمه

در ترمودینامیک و مهندسی یک ماشین گرمایی ماشینی است که انرژی حرارتی و انرژی شیمیایی را به انرژی مکانیکی تبدیل می کند و برای کار مکانیکی مورد استفاده قرار می گیرد. این کار با تغییرات دمای یک ماده انجام می شود. یک منبع گرما انرژی حرارتی تولید می کند که ماده داخل سیستم را به درجه حرارت بالا می رساند. ماده در بدنه ماشین، کار انجام می دهد در حالیکه گرما را به منبعی به درجه حرارت پایین تر انتقال می دهد تا زمانیکه به حالت دمای پایین برسد. اصول کلی کار این ماشین ها بر پایه تشدید حرکت مولکول ها در پی گرمایش است. بسیاری از موتورهای گرمایی بر مبنای چرخه های رفتوبرگشتی کار می کنند که در آن ها یک قطعه متحرک پیستون در محفظه بسته سیلندر حرکت رفتو برگشتی دارد. عامل این حرکت گاز است که یا در داخل خود سیلندر فرستاده می شود و یا خارج از محفظه سیلندر گرم شده و پس از گرم شدن به داخل سیلندر فرستاده می شود. انبساط آن گاز موجب حرکت پیستون می شود. انرژی این حرکت به وسیله ی مولکول های پراانرژی گاز داغ تامین می شود. پس از انبساط گاز، فشار آن پایین آمده گاز دوباره خنک کاری می شود. پس از آن فشار سیل عامل افزایش می یابد و از منبع گرما می گیرد و به چرخه ادامه می دهد [۲۰]. موتورهای گرمایی اغلب با استفاده از مدل مهندسی استاندارد همچون چرخه ی اتو مدل سازی می شوند. مدل تیوری می تواند از طریق داده های واقعی از یک موتور عملیاتی و در حال کار اصلاح و تقویت شود. از آن جایی که کاربردهای واقعی بسیار کمی از موتورهای گرمایی با چرخه های ترمودینامیکی آن ها مطابقت دارد، می توان گفت که یک

چرخه ترمودینامیکی یک نمونه ی ایده آل از موتور مکانیکی است. در هر مورد، درک کامل از یک موتور و بازده آن، نیازمند دستیابی به درک مناسب (احتمالا ساده سازی شده یا ایده آل شده) از مدل تیوری، نکات دقیق و ظریف عملی یک ماشین مکانیکی واقعی و تفاوت ها و میان آن دو است. به صورت کلی، تفاوت بیش تر در دما بین منبع گرم و چاه سرد، پتانسیل بازده گرمایی بیش تر در چرخه را نتیجه می دهد. بر روی زمین، سمت سرد هر موتور حرارتی محدود به نزدیک بودن به دمای محیط اطراف است نه کمتر از دمای ۳۰۰ کلوین، بنابراین بیش تر تلاش ها برای بهبود بازده های ترمودینامیکی موتورهای گرمایی مختلف بر روی افزایش دمای منبع، همراه با محدوده های مواد، متمرکز شده است. بیش ترین بازده تیوری یک موتور گرمایی (بدون هیچ موتوری که به آن متصل شود) برابر با اختلاف دمای بین انتهاهای گرم و سرد تقسیم بر دما در انتهای گرم است، تمامی دماهای بیان شده، دمای مطلق یا کلوین می باشند. موتورهای گرمایی پیشنهاد شده یا استفاده شده، امروزه دارای گسترده ی وسیعی می باشند. در صد اتلاف حرارتی با استفاده از گرمای با کیفیت پایین برای توان اقیانوس OTEC درصد برای اکثر موتورهای بنزینی اتومبیل ها درصد برای یک جایگاه توان فوق بحرانی با سوخت فسیلی است همچون جایگاه توان درصد Avedore برای توربین گازی سیکل بخار-سرد شده تمامی این فرایند ها به بازه خودشان (یافت وابسته به آن) از افت دماهای مربوط به آن ها می رسیدند. انرژی قابل توجهی باید برای تجهیزات جانبی، همچون پمپ ها، که به طور موثری کاهنده ی بازده می باشند، مورد استفاده قرار گیرد [۲۲]، [۲۱]. همچنین ماده استفاده در هر سیستم می تواند گازیادزه باشد. ماشین های حرارتی خود را از انواع دیگر ماشین ها متمایز می کنند، زیرا کارایی آن ها اساسا توسط قضیه کارنوت محدود می شود. گرچه این محدودیت بهره وری می تواند یک نقض به شمار بیاید ولی با این حال مزیت ماشین های حرارتی این است که اکثر اشکال انرژی را می توان به راحتی با فرایندهای مانند احتراق، جذب نور یا ذرات پر انرژی، اسحکاک، انحلال و مقاومت به گرما تبدیل کرد. ماشین های گرمایی بسیار متنوع هستند و کاربرد های گسترده ای دارند. به طور کلی ماشین گرمایی به ماشینی گفته می شود که با استفاده از اختلاف دمای بین یک منبع گرما با منبع دمای پایین تر، انرژی مکانیکی را به کار مکانیکی تبدیل کند. گرما از مسیر موتور گرمایی از منبع دما بالا به منبع دمای پایین منتقل می شود. همچنین ماده کار درون سیستم ما می تواند گاز فرمی باشد که این نوع سیستم معمولا برای ستاره های نوترونی کاربرد دارد و همچنین در این سیستم ذرات را درون جعبه ای به حجم V در نظر می گیریم و از برهمکنش میان ذرات صرف نظر می کنیم در نتیجه ذرات به صورت مستقل اند. همچنین انرژی برای این گاز را در حالت تغییر شکل یافته می توان مورد بررسی قرار داد. [۲۳]

همچنین یک ماشین گرمایی را می توان مانند سیستمی در نظر گرفت که این سیستم می تواند یک الکترون عبوری درون یک چاه با دیواره های بی نهایت باشد که می توان معادله شرودینگر را برای این ذره بکار برد و اگر ذره نسبیتی باشد می توان معادله دیراک را برای آن

در نظر گرفت. به علاوه هریک از فرایندهای زودگذر به فرایندهای به تعادل حرارتی در اتلاف می‌رسند که این اتلاف به معنی دادن گرما یا گرفتن گرما می‌تواند باشد. البته می‌توان از مدل $z - c$ برای سیستم نیز استفاده کرد. که در آن مثلاً یک الکترون دو حالت با محیطی بوزونی در تماس است و می‌توان برای چنین سیستمی معادله هامیلتونی در نظر گرفت که به این اندرکنش، اندرکنش فیلد میدان گفته می‌شود.

ماشین‌های گرمایی به طور کلی به دو بخش تقسیم می‌شوند: ۱- ماشین‌های برون سوز
۲- ماشین‌های درون سوز

۱.۰.۲ ماشین‌های درون سوز

ماشین‌های درون سوز یا ماشین‌های احتراق داخلی به ماشین‌هایی گفته می‌شود که در آن‌ها مخلوط سوخت و اکسید کننده (معمولاً هوا یا اکسیژن) در داخل محفظه‌ی بسته‌ای به نام محفظه احتراق واکنش داده و محترق می‌شوند، بر اثر احتراق گازهای داغ بادما و فشار بالا حاصل می‌شوند و بر اثر انبساط این گازها پیستون موتور به حرکت درآمده و کار انجام می‌دهند. هرچند غالباً منظور از به کار بردن اصطلاح موتورهای درون سوز، موتورهای معمول در خودروها می‌باشند، با این حال موتورهای موشک و انواع موتورهای جت نیز مشمول تعریف موتورهای درون سوز می‌شوند. موتور درون سوز، یک وسیله‌ی گردنده ست که در خودروها، هواگردها، قایق موتوری، موتورسیکلت‌ها و صنایع کاربرد دارد. بدون بهره‌گیری از موتورهای درون سوز، اختراع و ساخت هواپیماها ممکن نبود. تاپیش از پرواز نخستین هواپیمای جت در سال ۱۹۳۹، نیرو محرکه تمام هواپیماها در واقع توسط موتورهای درون سوز تامین می‌شد. نخستین موتور درون سوز چهارزمانه توسط نیکلاس اوت اتو، مخترع آلمانی ویلیام وگنر در سال ۱۸۷۶ ساخته شد. [۲۴]. ماشین‌های درون سوز، ماشین‌های بنزینی هستند که در آن چرخه شامل شش فرایند است که چهار فرایند آن مستلزم حرکت پیستون بوده و ضربه نامیده می‌شود و دوتای دیگر شامل مرحله‌ی خروج گاز از دریچه و اشتعال می‌باشند. [۲۵]

۲.۰.۲ ماشین‌های برون سوز

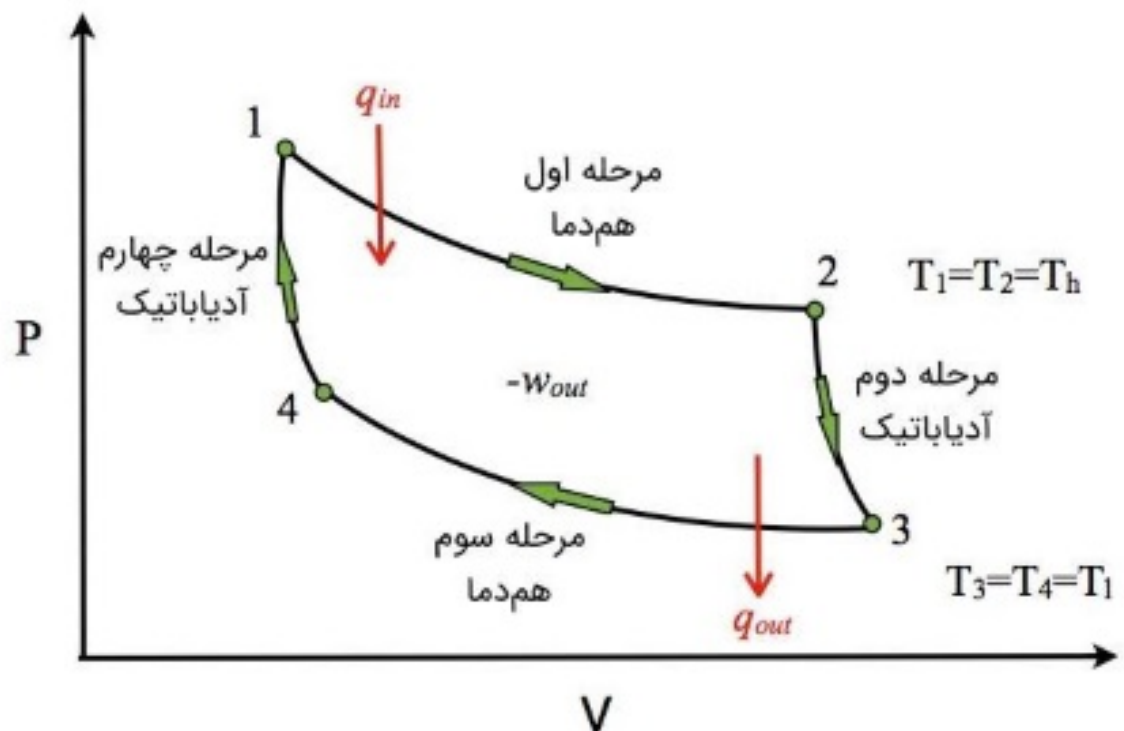
موتور برون سوز یا موتور احتراق خارجی یا EcE یک موتور حرارتی است که در آن یک سیال عامل (داخلی) به وسیله احتراق در یک منبع خارجی از راه یک دیواره موتور و یا یک مبدل حرارتی گرم می‌شود. پس از آن سیال منبسط می‌شود و بر روی ماکنیزم موتور اثر می‌گذارد که باعث تولید حرکت و کار قابل استفاده می‌گردد. سپس در یک سیکل بسته سیال سردو

فشرده می شود و مورد استفاده مجدد قرار می گیرد یا در برخی موارد در موتورهای با سیکل باز مانند موتورهای هوایی سیکل باز، سیال به دور ریخته و سیال سرد به داخل کشیده می شود. [۲۶]. نمونه هایی از ماشین های برون سوز، موتور بخار، توربین بخار و موتور استرلینگ هستند.

هدف ما از این تحقیق این است که سه چرخه کارنو، اتو و استرلینگ را که شامل فرایند های ترمودینامیکی است را با استفاده از معادله شرو دینگر تغییر شکل یافته بررسی نماییم و بازده را در این چرخه ها بدست آوریم و ما این چرخه ها را مانند یک پیستون با دیواره های متحرک در نظر می گیریم که یک ذره در درون آن محبوس است و همچنین این چرخه ها با دو منبع گرما در ارتباط است که گرما را از منبع بالا دریافت می کند و مقداری از آن را تبدیل به کار و مابقی را به منبع به دمای پایین تر انتقال می دهد.

۳.۰.۲ بررسی چرخه های کلاسیکی با استفاده از گاز ایده آل

در این بخش می خواهیم سه چرخه کارنو، استرلینگ و اتو را که ماده کارشان گاز ایده آل است را مورد بررسی قرار دهیم، ابتدا چرخه کارنو را مورد بررسی قرار می دهیم. چرخه کارنو یک چرخه ۴ مرحله ای است که دارای دو فرایند بی درو و دو فرایند هم دما است که شکل این چرخه به صورت زیر است



شکل ۱.۲: F بر حسب L

از آن جایی که فرایندهای $۱ \rightarrow ۲$ و $۳ \rightarrow ۴$ فرایندهای هم دما هستند در نتیجه در این فرایندها دستگاه در ارتباط با منبع گرما قرار دارد و دمایش ثابت می ماند بنابراین تغییر انرژی درونی سیستم برابر صفر است و گرمای مبادله شده در چرخه و کار انجام شده به صورت زیر بدست می آیند.

$$\Delta u = Q + W = 0 \rightarrow Q = -W \quad (۱.۲)$$

$$Q = \int P dV \quad (۲.۲)$$

$$W = - \int P dV \quad (۳.۲)$$

و همین طور از آن جایی که دو فرایند $۲ \rightarrow ۳$ و $۴ \rightarrow ۱$ بی درو هستند در نتیجه در این دو فرایند دستگاه عایق بندی شده و با محیط تبادل گرما انجام نمی دهد بنابراین گرمای مبادله شده برابر صفر است و فقط کار انجام می شود که به صورت زیر محاسبه می شود و همچنین تراکم و انبساط یا خیلی سریع انجام می شود یا خیلی آهسته.

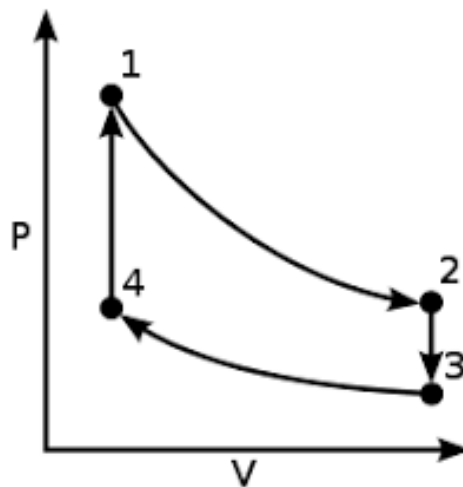
$$Q = 0 \quad (۴.۲)$$

$$\Delta u = W \rightarrow \Delta u = n c_v \Delta T \quad (۵.۲)$$

که با استفاده از روابط بالا می توان بازده را برای یک چرخه کوانتومی کارنوت که ماده کارش گاز ایده آل است به صورت زیر بدست آورد.

$$\eta = \frac{W}{Q_H} \quad (۶.۲)$$

همین طور چرخه کوانتومی استرلینگ که به صورت زیر است دارای دو فرایند هم دما و دو فرایند هم حجم است که ماده کارش گاز ایده آل است.



شکل ۲.۲: F بر حسب L

از آن جایی که فرایندهای $۱ \rightarrow ۲$ و $۳ \rightarrow ۴$ فرایندهای هم دما هستند میتوان کار خالص انجام شده و گرمای مبادله شده را با استفاده از روابط (۱.۲)، (۲.۲) و (۳.۲) محاسبه کرد و در فرایندهای $۲ \leftarrow ۳$ و $۱ \rightarrow ۴$ که فرایندهای هم حجم هستند در نتیجه کار انجام شده برابر صفر است و گرمای مبادله شده در این دو فرایند به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\Delta u = Q \quad (۷.۲)$$

$$Q = nmc_v \Delta T \quad (۸.۲)$$

$$Q = \frac{c_v}{R} v \Delta p \quad (۹.۲)$$

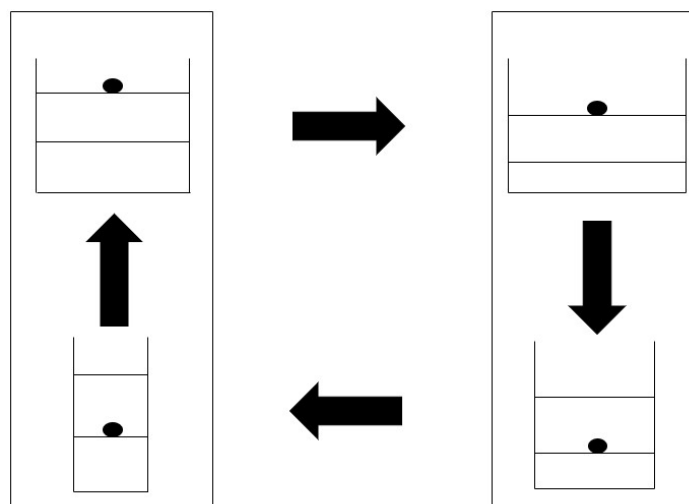
و بازده برای این چرخه به صورت رابطه (۶.۲) بدست می آید. و همچنین برای چرخه اتو که دارای دو فرایند هم حجم و دو فرایند بی درو است. با استفاده روابط (۴.۲)، (۵.۲)، (۷.۲)، (۸.۲) و (۹.۲) می توان بازده را برای این چرخه مورد بررسی قرار داد. هم اکنون ما می خواهیم سه چرخه کارنوت، استرلینگ و اتو را که با استفاده از گاز ایده آل بررسی کردیم، با استفاده از یک ذره که در یک پیستون یک بعدی محبوس شده است را مورد بررسی قرار دهیم.

فصل ۳

چرخه های کوانتومی

۱.۳ چرخه کارنو مکانیک کوانتومی

در این بخش ما چرخه کوانتومی کارنوت را به صورت شکل زیر مانند یک پیستون که یک ذره در درون آن است در نظر می گیریم که این ذره، ماده کار برای این چرخه کوانتومی است.



شکل ۱.۳: F بر حسب L

همان طور که مشاهده می کنید در شکل (۱.۳) در فرایند ۲ → ۱ مقداری گرما وارد پیستون می شود در نتیجه از آن جایی که این فرایند یک فرایند هم دما است حجم پیستون افزایش می یابد و سطح انرژی سیستم از حالت یک به حالت دو می رود. در فرایند ۳ → ۲ بامنبسط کردن پیستون به صورت بی درو حجم پیستون افزایش می یابد و سطح انرژی مقداری پایین تر می آید چون در فرایند بی درو سیستم کاملاً ایزوله است و تبادل گرما در این فرایند انجام نمی شود. در فرایند ۴ → ۳ مجدداً با متراکم کردن پیستون به صورت هم دما، سطح انرژی سیستم از حالت دو به حالت یک با ازدست دادن گرما بر می گردد. سپس در فرایند ۱ → ۴ با متراکم کردن پیستون به صورت بی درو، حجم پیستون کاهش می یابد و سطح انرژی سیستم مقداری پایین تر می یابد تا پیستون به نقطه ی ابتدایی خود برگردد و بهره وری موتور حرارتی بدین صورت تعریف می شود که اگر مقدار انرژی حرارتی Q_H ناشی از منبع گرما با دمای T_H باشد، کارایی موتور حرارتی به صورت زیر می باشد.

$$\eta = \frac{W}{Q_H} \quad (۱.۳)$$

مقدار گرمایی که در منبع با دمای T_C ذخیره می شود برابر با Q_C است بنابراین کار خالص انجام شده در ماشین های گرمایی به صورت زیر محاسبه می شود

$$W = |Q_H| - |Q_C| \quad (۲.۳)$$

کارنو یک ماشین حرارتی را پیشنهاد کرد که نه تنها برگشت پذیر است بلکه چرخشی است [۲۸]. کارنو نشان داد که بازده این ماشین حرارتی برگشت پذیر به صورت زیر بدست می آید.

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad (۳.۳)$$

۱.۱.۳ معادله شرودینگر

معادله شرودینگر توصیف کننده ی دینامیک یک ذره میکروسکوپی به جرم m در پتانسیل مستقل از زمان یک بعدی عبارت است از:

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x) \quad (۴.۳)$$

به ازای $V(x) = 0$

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E \psi(x), K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (۵.۳)$$

جواب ها عبارتند از:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \rightarrow \psi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) \quad (۶.۳)$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی در نتیجه انرژی به صورت زیر بدست می آید:

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (۷.۳)$$

که انرژی برای چرخه کارنو در نقطه ی L_1 از شکل (۵.۱) به صورت زیر است

$$E_H = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL_1^2} \quad (۸.۳)$$

سپس می توان نیرو را با استفاده از انرژی بدست آمده بر روی دیواره متغیر به صورت زیر بدست آورد

$$F = -\frac{dE(L)}{dL} \quad (۹.۳)$$

در نقطه ی L_1 از چرخه، نیروی متغیر دیوار به صورت زیر بدست می آید.

$$F = \frac{dE}{dL_1} \rightarrow F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_1^3} \quad (۱۰.۳)$$

در این فرایند ما دو انرژی داریم در نتیجه در رابطه ی احتمال مربوط به کل سیستم برای مقادیر n مقدار های ۱ و ۲ را در نظر می گیریم و انرژی کل سیستم به صورت زیر تعریف می شود.

$$E(L) = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 E_n \quad (11.3)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = 1 \quad (12.3)$$

به ازای $n = 1, 2$

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1 \quad (13.3)$$

$$E(L) = |a_1|^2 E_1 + |a_2|^2 E_2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (4 - 3|a_1|^2) \quad (14.3)$$

سپس مقدار چشمداشتی هامیلتونی به صورت زیر بدست می آید. با برابر قراردادن معادله (۱۴.۳) و (۸.۳) داریم.

$$E(L) = \langle \psi | H | \psi \rangle = L^2 = L_1^2 (4 - 3|a_1|^2), L_1^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \quad (15.3)$$

$$if |a_1| = 0 \longrightarrow L = 2L_1 \longrightarrow L_2 = 2L_1 \quad (16.3)$$

$$if a_1 = 0 \longrightarrow F_1(L) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_1^3 L} \longrightarrow L_1^2 L F_1(L) = C \quad (17.3)$$

رابطه ی بالا آنالوگ کوانتومی از معادله کلاسیک حالت است در نتیجه به طور کلی برای یک سیستم کوانتومی که تحت فرایند حرارتی قرار دارد داریم. $LF(L) = C$

در فرایند دوم سیستم به صورت بی درو از $L = L_2$ تا $L = L_3$ گسترش می یابد. در این حالت انرژی و انبساط بی دروی نیرو به صورت زیر است.

$$E_C = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (18.3)$$

$$F_2(L) = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \longrightarrow L^3 F_2(L) = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{m} = C \longrightarrow L_3 F(L) = C \quad (19.3)$$

در فرایند سوم ما سیستم را به صورت هم دما از $L = L_3$ تا $L = L_4$ فشرده می کنیم. در این حالت انبساط ایزو ترمال نیرو به صورت زیر بدست می آید.

$$E_3(L) = \frac{2\pi^2\hbar^2}{mL_3^2} \rightarrow F_3(L) = \frac{4\pi^2\hbar^2}{mL_3^2 L} \quad (20.3)$$

در فرایند چهارم ما سیستم را به صورت بی درو فشرده می کنیم تا زمانی که ما به نقطه ی شروع برمی گردیم. در نتیجه انبساط بی دروی نیرو به صورت زیر است.

$$E_4(L) = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \rightarrow F_4(L) = \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^3} \quad (21.3)$$

در نتیجه با استفاده از نیرو های بدست آمده در چهار فرایند بالا می توانیم کار خالص انجام شده در چرخه کارنو را به صورت زیر بدست آوریم

$$\begin{aligned} W &= \int_{L_1}^{2L_1} F_1(L) dL + \int_{2L_1}^{L_3} F_2(L) dL + \int_{L_3}^{\frac{L_3}{2}} F_3(L) dL + \int_{\frac{L_3}{2}}^{L_1} F_4(L) dL \\ &= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{1}{L_1^2} - \frac{4}{L_3^2} \right) Ln2 \end{aligned} \quad (22.3)$$

همچنین برای محاسبه ی بازده در این چرخه ما نیاز به انرژی جذب شده توسط دیوار متغیر در فرایند اول داریم که به صورت زیر بدست می آید.

$$Q_H = \int_{L_1}^{2L_1} F_1(L) dL = \frac{\pi^2\hbar^2}{mL_1^2} Ln2 \quad (23.3)$$

در نتیجه بازده به صورت زیر است [۲۸]

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{\frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{1}{L_1^2} - \frac{4}{L_3^2} \right) Ln2}{\frac{\pi^2\hbar^2}{mL_1^2} Ln2} = 1 - 4 \left(\frac{L_1}{L_3} \right)^2 \quad (24.3)$$

که با در نظر گرفتن $L_1 = 1$ و $L_3 = 3$ بازده به صورت زیر محاسبه می شود

$$\eta = 1 - 4 \left(\frac{1}{3} \right)^2 = 0.555555 \quad (25.3)$$

و اگر انرژی گرفته شده از سیستم را به صورت زیر بدست می آوریم بازهم برای بازده به رابطه ی (۲۴.۳) بالا می رسیم.

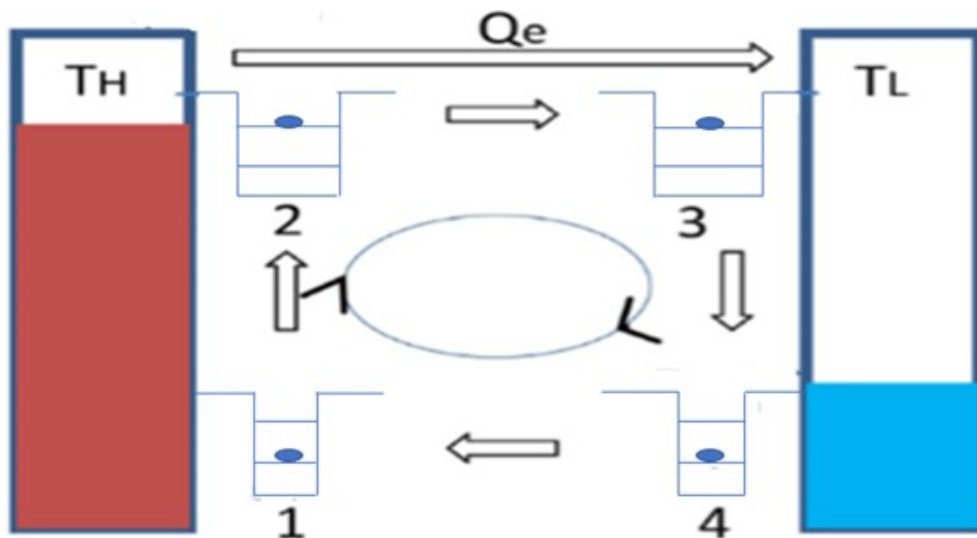
$$Q_L = \int_{L_3}^{L_4} F_3(L) dL = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{mL_3^2} \ln 2 \quad (26.3)$$

در نتیجه

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - 4 \left(\frac{L_1}{L_3} \right)^2 \quad (27.3)$$

۲.۳ چرخه کوانتومی استرلینگ

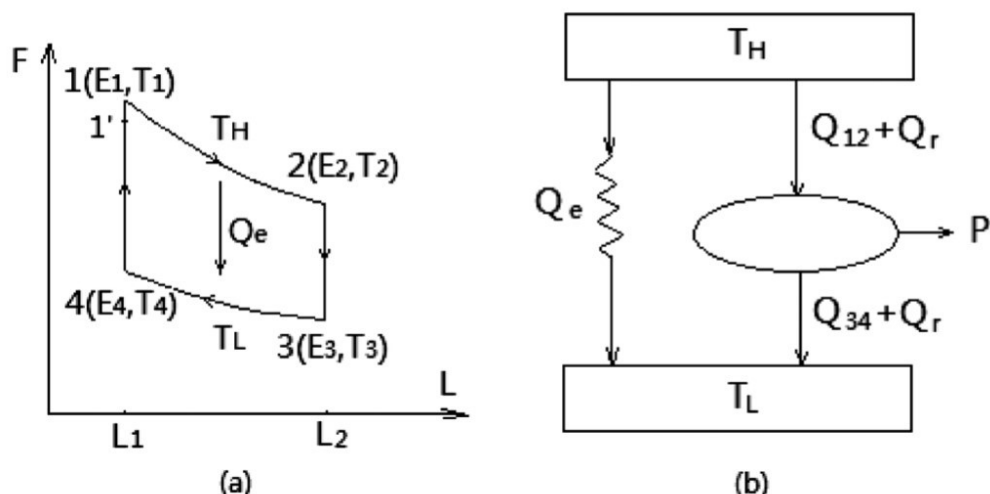
چرخه حرارتی کوانتومی استرلینگ یک چرخه ۴ مرحله ای است که دارای دو فرایند هم حجم و دو فرایند هم دما می باشد که ما این چرخه را مانند یک پیستون به صورت زیر در نظر می گیریم که یک ذره در درون آن قرار دارد که این ذره ماده کار استفاده شده در این چرخه کوانتومی می باشد و مابرای این ذره ابتدا معادله شرودینگر را مانند بخش (۱.۳) در نظر می گیریم و انرژی مربوط به این ذره به صورت زیر بدست می آید.



شکل ۲.۳: F بر حسب L

در فرایند $1 \rightarrow 2$ از این پیستون که یک فرایند هم دما است، پیستون در تماس با یک منبع گرما با دمای T_H قرار دارد که در اثر گرفتن گرما حجم پیستون تغییر می یابد در نتیجه سطح انرژی سیستم از حالت یک به حالت دو می رود. در فرایند $2 \rightarrow 3$ که یک فرایند هم حجم است پیستون از حمام گرما جدا شده است در نتیجه حجم و سطح انرژی ذره بدون تغییر می ماند. در فرایند $3 \rightarrow 4$ پیستون مجدداً در تماس با یک حمام گرما با دمای T_L قرار دارد بنابراین با ازدست گرما حجم و سطح انرژی پیستون از حالت دو به حالت یک کاهش می یابد

و در نهایت در فرایند $۱ \rightarrow ۴$ که پیستون از حمام گرما جدا شده است با خروج دود و سوخت پیستون به حالت ابتدایی خود برمیگردد. و همچنین این چرخه به صورت شکل صفحه بعد می باشد.



شکل ۳.۳: F بر حسب L

انرژی در فرایند $۱ \rightarrow ۲$ در چرخه استرلینگ به صورت جمع انرژی در نقطه ۱ و ۲ بدست می آید.

$$E_H = E_1 + E_2 \quad (28.3)$$

از معادله (۱۱.۳) داریم

$$E_h = P_{11}E_{11} + P_{12}E_{12} = P_{L1}E_{L1} + P_{L2}E_{L2} = P_{21}E_{21} + P_{22}E_{22} \quad (29.3)$$

جاییکه E_{L1} انرژی برای $(L = L, n = 1)$ است. جاییکه E_{L2} انرژی برای $(L = L, n = 2)$ و E_{11} و E_{12} انرژی برای $L = L_1, n = 1$ و E_{21} و E_{22} انرژی برای $L = L_2, n = 2$ است.

با جایگذاری معادله (۷.۳) و (۱۲.۳) در معادله (۲۸.۳) داریم

$$\frac{1}{L_1^2} (3P_{12} + 1) = \frac{1}{L^2} (3P_{L2} + 1) = \frac{1}{L_2^2} (3P_{22} + 1) \quad (30.3)$$

با استفاده از رابطه زیر ما نیرو را در فرایند $1 \rightarrow 2$ بدست می آوریم

$$F = -\frac{dE}{dL} \rightarrow F_{12} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{m L_1^2} (3P_{12} + 1) \frac{1}{L} \quad (31.3)$$

فرایند $1 \rightarrow 2$ در چرخه فرایند هم دما است در نتیجه در این فرایند تغییر انرژی درونی سیستم صفر است

$$\delta E = 0 \rightarrow Q = |W| \quad (32.3)$$

و گرمای داده شده به سیستم در فرایند $1 \rightarrow 2$ به صورت زیر است

$$\begin{aligned} Q_{12} &= |W_{12}| = \left| \int_{L_1}^{L_2} \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \frac{1}{L_1^2} (3P_{12} + 1) \frac{1}{L} dL \right| \\ &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \frac{1}{L_1^2} (3P_{12} + 1) L n \frac{L_2}{L_1} \end{aligned} \quad (33.3)$$

فرایند $3 \rightarrow 4$ هم مانند فرایند $1 \rightarrow 2$ یک فرایند هم دما است، این فرایند چرخه در تماس با یک منبع با دمای T_L است و گرمای گرفته از چرخه در این فرایند برابر است با

$$\begin{aligned} Q_{34} &= |W_{34}| = \left| \int_{L_1}^{L_2} \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \frac{1}{L_2^2} (3P_{34} + 1) \frac{1}{L} dL \right| \\ &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \frac{1}{L_2^2} (3P_{34} + 1) L n \frac{L_2}{L_1} \end{aligned} \quad (34.3)$$

فرایندهای $2 \rightarrow 3$ و $4 \rightarrow 1$ فرایندهای هم حجم هستند و از آن جایی که کار برابر است با

$$W = \int P dv \quad (35.3)$$

چون $dv = 0$ در نتیجه در این حالت کار برابر صفر است بنابراین $\Delta E = Q$ همچنین مقدار گرمای مبادله شده در این دو فرایند به صورت زیر محاسبه می شود

$$Q_{23} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \frac{1}{L_1^2} \left[(3P_{12} + 1) - \frac{L_1^2}{L_2^2} (3P_{32} + 1) \right] \quad (36.3)$$

$$Q_{34} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \frac{1}{L_1^2} \left[(3P_{12} + 1) - \frac{L_1^2}{L_2^2} (3P_{22} + 1) \right] \quad (37.3)$$

از دو معادله بالا می توان نتیجه گرفت که مقدار گرمای مبادله شده در فرایند $2 \rightarrow 3$ و مقدار گرمای پس داده شده در فرایند $4 \rightarrow 1$ برابر است. با فرض اینکه چرخه دارای نشت گرما است می توان این نشت گرما را از رابطه زیر بدست آورد

$$\dot{Q}_i = \frac{\pi^2 \hbar^2}{m L_1^2} \alpha \quad (38.3)$$

مقدار نشت حرارتی در هرچرخه می تواند به صورت $Q_e = \dot{Q}_i T$ بیان شود. به دلیل اینکه سیستم دارای نشت حرارتی است. افت حرارتی از رابطه ی زیر می آید

$$Q_r = \mu Q_{41} \quad (39.3)$$

با توجه به فرایند بازسازی ، مقدار کافی از حرارت Q_r باید توسط سیستم جذب شود. برای حفظ تعادل حرارتی بازدهنده باید یک Q_r خنک کننده اضافی به محفظه فشرده سازی تحویل دهد در نتیجه گرمای خالص جذب شده از منبع گرما با دمای بالاتر و گرمای خالص منتقل شده از چرخه با دمای پایین تر به صورت زیر محاسبه می شود

$$Q_h = Q_{12} + Q_r + Q_e \quad (40.3)$$

$$Q_L = Q_{34} + Q_r + Q_e \quad (41.3)$$

۱.۲.۳ دوره چرخه

به منظور تعیین دوره چرخه می توان در نظر گرفت که دیواره چرخه با سرعت $V(t)$ حرکت می کند و می توان میانگین سرعت $\bar{v}$ را در این حالت بدست آورد

$$L_2 - L_1 = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = \bar{v} \tau_{12} \quad (42.3)$$

در نتیجه زمان های فرایند های $1 \rightarrow 2$ و $3 \rightarrow 4$ به صورت زیر هستند

$$\tau_{12} = \tau_{34} = \frac{L_2 - L_1}{\tilde{v}} \quad (43.3)$$

در طول فرایند بازسازی دمای سیال کار T دارای تنوع خطی با مدت زمان است اگر m_i ضریب شیب باشد در نتیجه

$$\frac{dT}{dt} = \pm m_i \quad (44.3)$$

و همچنین m نشان دهنده ی یک ثابت است. برای فرایند $1 \rightarrow 4$ به ازای $i=1$ داریم

$$\frac{dT}{dt} = m_1 \quad (45.3)$$

$$\int_{T_L}^{T_H} dT = T_H - T_L \quad (46.3)$$

$$\int_{t_f}^{t_1} dt = \tau_{41} \quad (47.3)$$

با جایگذاری معادله (45.3) و (46.3) در معادله (42.3) داریم

$$\tau_{41} = \frac{T_H - T_L}{M_1} \quad (48.3)$$

برای $i = 2$ در فرایند $2 \rightarrow 3$ داریم

$$\tau_{23} = \frac{T_H - T_L}{M_2} \quad (49.3)$$

بنابراین دوره چرخه را می توان به صورت زیر بدست آورد.

$$\tau = \frac{2(L_2 - L_1)}{\tilde{v}} + \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (T_H - T_L) \quad (50.3)$$

۲.۲.۳ بررسی پارامترهای مربوط به چرخه استرلینگ

با استفاده از معادلات (۳۲.۳) و (۳۳.۳) کار خالص انجام شده به صورت زیر است

$$W = Q_{12} - Q_{34} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{m L_1^2} \ln R \left[(3P_{12} + 1) - \frac{1}{R^2} (3P_{34} + 1) \right] \quad (51.3)$$

که در رابطه ی بالا $R = \frac{L_2}{L_1}$ و توان خروجی به صورت زیر بدست می آید

$$P = \frac{W}{\tau} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{m L_1^2} \frac{\ln R \left[(3P_{12} + 1) - \frac{1}{R^2} (3P_{34} + 1) \right]}{\frac{2L_1}{\tilde{v}} (R - 1) + \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (T_H - T_L)} \quad (52.3)$$

و همچنین توان بدون بعد به وسیله ی رابطه زیر بدست می آید

$$P = \frac{P^*}{\frac{\pi^2 \hbar^2 \tilde{v}}{m L_1^2}} \quad (53.3)$$

در نتیجه توان بدون بعد برابر است با

$$P^* = \frac{\ln R \left[(3P_{12} + 1) - \frac{1}{x^2} (3P_{34} + 1) \right]}{2(x - 1) + \frac{\tilde{v}}{L_1} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (T_H - T_L)} \quad (54.3)$$

و بازده موتور حرارتی کوانتومی استرلینگ به صورت زیر بدست می آید [۳۶]

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{\ln R \left[(3P_{12} + 1) - \frac{1}{R^2} (3P_{34} + 1) \right]}{(3P_{12} + 1)(\ln R + \mu) - \frac{\mu}{R^2} (3P_{34} + 1) + \frac{2\alpha L_1}{\tilde{v}} (R - 1) + \alpha \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (T_H - T_L)} \quad (55.3)$$

که با جایگذاری رابطه های (۵۹.۳) و (۶۰.۳) در رابطه ی (۵۵.۳) و در نظر گرفتن مقادیر

$$A = 400, k = 2, T_L = 300, a = 0.2, \mu = 0.2, \gamma = 1, m = 0.3, \nu = 2, L_1 = 1, R = \frac{L_2}{L_1}, L_2 = 2$$

در نتیجه بازده به صورت زیر بدست می آید.

$$\eta = 0.343684 \quad (56.3)$$

$$\begin{aligned} \eta_r &= 1 - \frac{Q_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{\frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \frac{1}{L_1^2} (3P_{34} + 1) L n \frac{L_2}{L_1}}{\frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \frac{1}{L_1^2} (3P_{12} + 1) L n \frac{L_2}{L_1}} \\ &= 1 - \frac{E_3}{E_1} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \left(\frac{E_3}{E_1} \frac{T_H}{T_L} \right) \end{aligned} \quad (57.3)$$

قانون دوم ترمودینامیک می دهد $s \geq 0$
در نتیجه

$$s = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{Q_{34}}{T_L} - \frac{Q_{12}}{T_H} = \frac{E_3}{T_L} - \frac{E_1}{T_H} \geq 0 \quad (58.3)$$

از معادله (31) و (32) داریم

$$\frac{E_1}{T_H} \eta_r = \frac{E_1}{T_H} - \frac{T_L}{T_H} \frac{E_3}{T_L} \longrightarrow \eta_r \leq 1 - \frac{T_L}{T_H} = \eta_c \quad (59.3)$$

بنابراین بازده موتور گرمای کوانتوم استرلینگ غیر قابل برگشت کمتر از موتور حرارتی کوانتوم استرلینگ پذیر است. سیستم به دو منبع گرما در فرایندهای $1 \rightarrow 2$ و $3 \rightarrow 4$ متصل است همچنین احتمال تعادل حرارتی توزیع گیبس را می توان به صورت زیر نوشت

$$P_{12} = \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{\Delta_1}{kT_H} \right]} \quad (60.3)$$

$$P_{32} = \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{\Delta_3}{kT_L} \right]} \quad (61.3)$$

و

$$\Delta_1 = E_{12} - E_{11} = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{2mL_1^2} \quad (62.3)$$

$$\Delta_3 = E_{32} - E_{31} = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{2mL_2^2} \quad (63.3)$$

بنابراین انرژی داخلی متناسب با درجه حرارت است. با جایگذاری $n = 1$ در فرایند $1 \rightarrow 2$

$$E_h = E_{11}P_{11} + E_{12}P_{12} \rightarrow E_h = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL_1^2} (3P_{12} + 1) = \xi_1 T_H \quad (64.3)$$

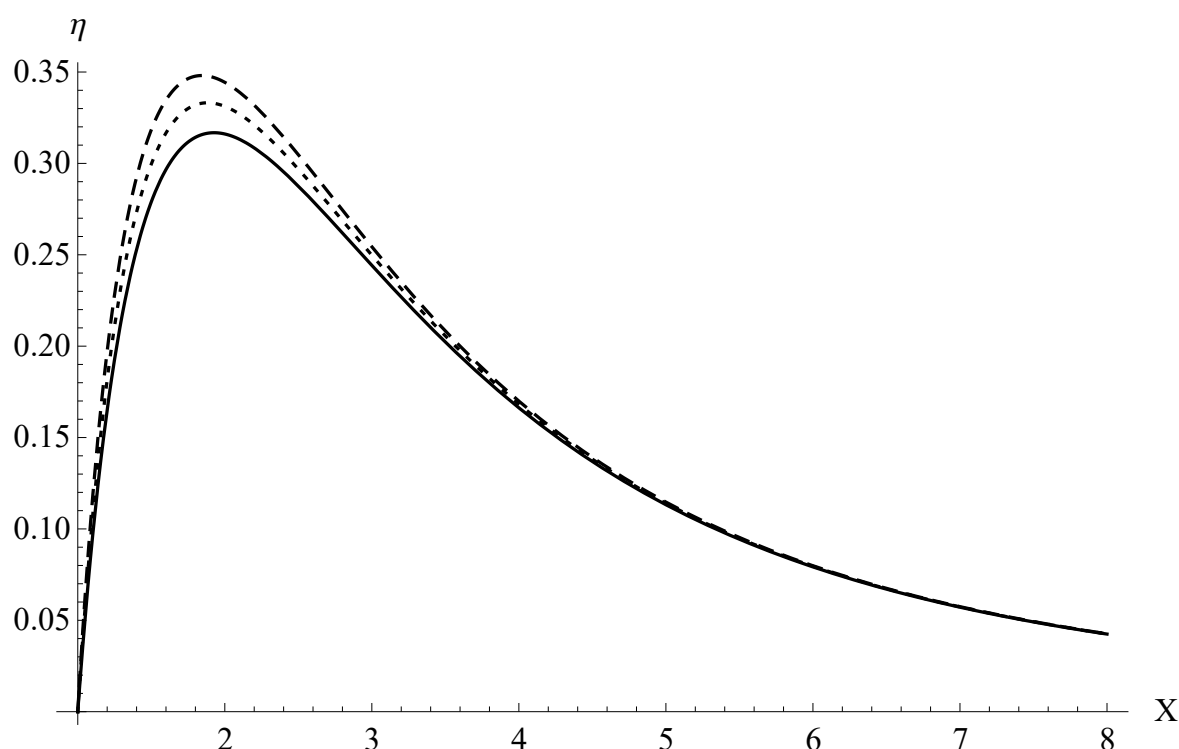
وبا جایگذاری $n = 1, 2$ در رابطه (۲۸.۳) در نقطه ی ۳ از چرخه که در این نقطه $L = L_2$ است داریم.

$$E_L = E_{31}P_{31} + E_{32}P_{32} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL_2^2} (3P_{32} + 1) = \xi_2 T_L \quad (۴۵.۳)$$

در رابطه بالا E_{31} انرژی برای $L = L_2, n = 1$ و E_{32} انرژی برای $L = L_2, n = 2$ است. از تقسیم رابطه (۶۲.۳) به رابطه (۶۳.۳)

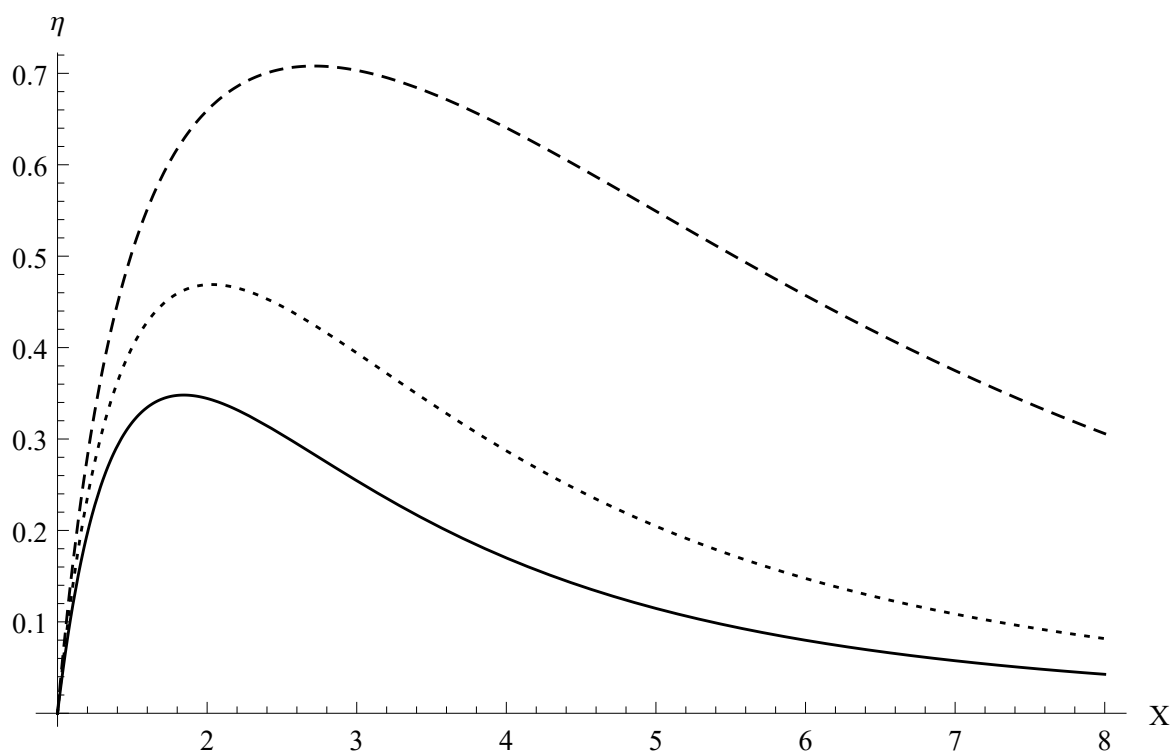
$$\frac{T_H \xi_1}{T_L \xi_2} = \frac{\frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL_1^2} (3P_{12} + 1)}{\frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL_2^2} (3P_{32} + 1)} = \gamma \frac{L_2^2}{L_1^2} = \gamma R^2 \quad (۴۶.۳)$$

از معادله (۵۴.۳) نمودار بازده را بر حسب ضریب تراکم $(R = \frac{L_2}{L_1})$ به صورت شکل (۴.۳) رسم شده است.



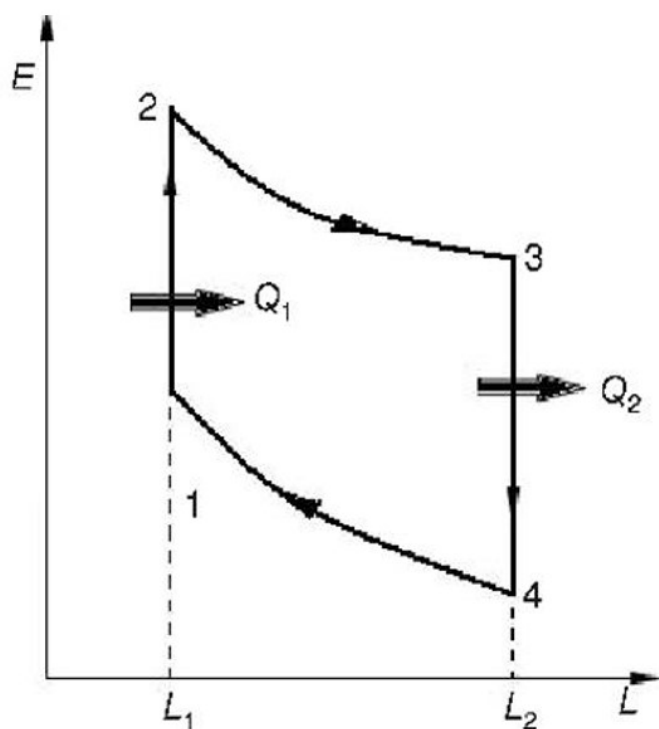
شکل ۴.۳: η بر حسب X

این شکل به ازای α های یکسان و μ های متفاوت بدست آمده است حال اگر مقادیر μ یکسان و مقدار α ها متفاوت باشد منحنی بازده بر حسب ضریب تراکم به صورت شکل (۵.۳) است.

شکل ۵.۳: η بر حسب X

۳.۳ چرخه کوانتومی اتو

چرخه اتو یک چرخه ۴ مرحله ای است که دارای دو فرایند هم حجم و دو فرایند بی درو است. ما این چرخه را به صورت زیر در نظر می گیریم: از حالت ۱ با یک تابع موج در عرض L_1 شروع می کنیم و در فرایند $1 \rightarrow 2$ با ثابت نگه داشتن L_1 سیستم برخی انرژی را در تماس با یک حمام گرما بدست می آورد و سپس از سطح انرژی E_1 به سطح انرژی E_2 می رسد. در این فرایند فقط انرژی وارد سیستم می شود تا احتمال تعادل حرارتی را تغییر دهد. در فرایند $2 \rightarrow 3$ که یک فرایند بی درو است، دیواره چرخه در حال حرکت است. در این فرایند سیستم دیگر به حمام گرما متصل نیست و سطح انرژی آن از (E_2) به مقدار کمتر (E_3) می رسد بنابراین کار توسط سیستم انجام می شود. در فرایند $3 \rightarrow 4$ با حفظ ثابت L_2 سیستم در تماس با یک منبع گرم با دمای پایین تر قرار دارد و پس از کار انجام شده مابقی انرژی خود را به این منبع منتقل می کند تا احتمال تعادل حرارتی را مجدداً تغییر دهد. این سیستم از سطح انرژی E_3 به سطح انرژی پایین تر E_4 می رسد. در فرایند $4 \rightarrow 1$ مجدداً سیستم به صورت بی درو از L_2 به L_1 باز می گردد در این مرحله سیستم به منبع گرم متصل نیست.



شکل ۶.۳: F بر حسب L

با استفاده از مقدار چشمداشتی هامیلتونی انرژی کل برای این چرخه به صورت زیر است.

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 E_n = \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n \quad (۶۷.۳)$$

همچنین انرژی ذره در پیستون از رابطه بالا به صورت زیر نوشته می شود

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 P_n \quad (۶۸.۳)$$

$$E_1 = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 P_{1n} \quad (۶۹.۳)$$

$$E_2 = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 P_{2n} \quad (۷۰.۳)$$

$$E_3 = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 P_{3n} \quad (۷۱.۳)$$

$$E_{\text{ف}} = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 P_{\text{ف}n} \quad (72.3)$$

و نیرو در این چرخه به صورت زیر محاسبه می شود

$$F = -\frac{dE(L)}{dL} \quad (73.3)$$

در فرایند ۲ → ۱ گرمای داده شده به چرخه به صورت زیر است

$$Q_1 = E_1 - E_2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (P_{1n} - P_{2n}) \quad (74.3)$$

در فرایند ۴ → ۳ گرمای گرفته شده از چرخه به صورت زیر است

$$Q_2 = E_3 - E_4 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL_3^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (P_{3n} - P_{4n}) \quad (75.3)$$

براساس قانون اول ترمودینامیک از ترکیب دو معادله بالا می توان کار خالص انجام شده را به صورت زیر بدست آورد

$$\begin{aligned} W &= Q_1 - Q_2 \\ &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{P_{1n} - P_{2n}}{L_1^2} + \frac{P_{3n} - P_{4n}}{L_3^2} \right) \end{aligned} \quad (76.3)$$

بازده چرخه برابر است با

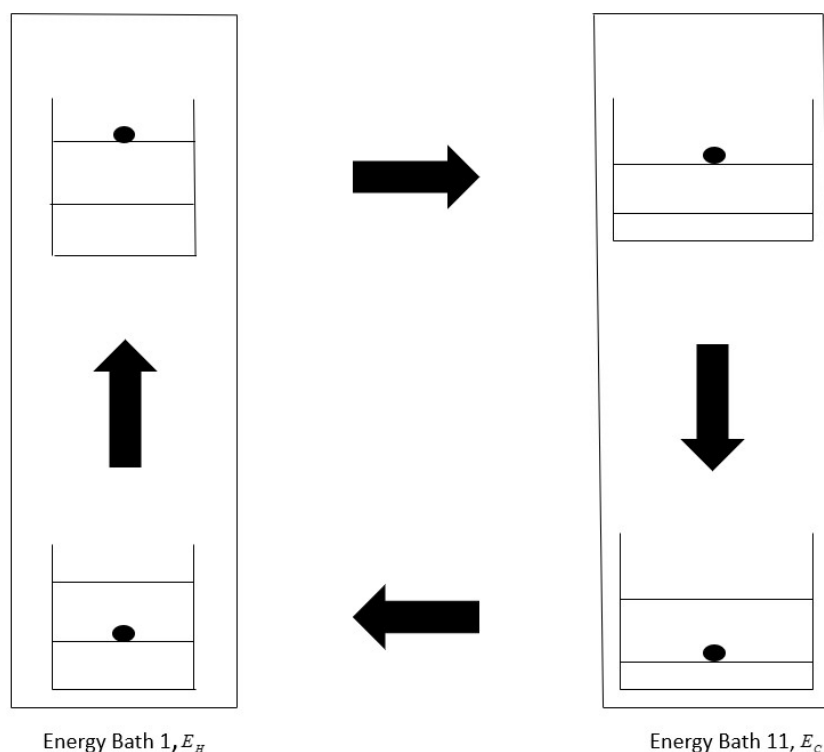
$$\eta = 1 - \frac{L_1^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (P_{3n} - P_{4n})}{L_3^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (P_{1n} - P_{2n})} \quad (77.3)$$

در فرایند بی دروی ۳ → ۲ و ۱ → ۴ سرعت انقباض و انبساط بسیار آهسته است در نتیجه توزیع احتمال حرارتی باید در همه زمان ها ثابت باشد

$$P_{3n} = P_{2n}, P_{4n} = P_{1n} \quad (78.3)$$

۱.۳.۳ چرخه کوانتومی دو حالت

در این بخش ما چرخه کوانتومی اتو را به صورت دو حالت مانند یک پیستون به صورت شکل زیر در نظر می گیریم که ماده کارش یک ذره است.



شکل ۷.۳: F بر حسب L

در شکل ۷.۳ در فرایند $۱ \rightarrow ۲$ که یک فرایند هم حجم است پیستون در تماس با یک حمام گرما قرار داد که از این حمام مقداری گرما دریافت کرده و در نتیجه با ثابت ماندن حجم سطح انرژی سیستم از حالت یک به حالت دو می رود. در فرایند $۲ \rightarrow ۳$ سیستم از حمام گرما جدا شده است و همچنین پیستون به صورت بی درو منبسط می شود بنابراین در این فرایند با افزایش حجم سطح انرژی سیستم از حالت قبل مقداری پایین تر می آید. در فرایند $۳ \rightarrow ۴$ مجدداً پیستون در تماس با یک حمام با دمای پایین تر قرار دارد که در اثر متراکم کردن پیستون به صورت حجم، سطح انرژی سیستم از حالت دو به حالت یک بر می گردد و در نهایت با متراکم کردن پیستون به صورت بی درو مانند فرایند $۱ \rightarrow ۴$ با کاهش حجم سطح انرژی سیستم مقداری بالاتر می رود و پیستون به حالت ابتدایی خود برخواهد گشت و تابع موج سیستم در چرخه حرارتی دو حالت به صورت زیر است

$$\psi(x) = \alpha_1 \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) + \alpha_2 \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \quad (79.3)$$

رابطه ی بالا عمومی ترین جواب های مستقل از زمان است و چون در این قسمت ما دو انرژی را در نظر گرفتیم در نتیجه برای مقادیر n مقدارهای ۱،۲ قرار می دهیم.

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = P_1 + P_2 = 1 \quad (80.3)$$

در فرایند بی دروی $2 \rightarrow 3$ و $1 \rightarrow 4$ سرعت انبساط وانقباض بسیار آهسته است در نتیجه توزیع احتمال حرارتی باید در همه زمان ها ثابت باشد

$$P_{3n} = P_{2n}, P_{4n} = P_{1n} \quad (81.3)$$

در نتیجه کار خالص انجام شده در چرخه حرارتی کوانتومی دو حالت به صورت زیر است

$$W = Q_1 - Q_2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{P_{2n} - P_{1n}}{L_1^2} - \frac{P_{3n} - P_{4n}}{L_2^2} \right) \quad (82.3)$$

از رابطه (79.3) داریم

$$W = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{L_1^2} - \frac{1}{L_2^2} \right) (P_{21} - P_{41}) \quad (83.3)$$

و برای P_{41} و P_{21} داریم

$$P_{21} = \left[1 + \exp \left(\frac{\left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m L_1^2} \right)}{k T_2} \right) \right] \quad (84.3)$$

$$P_{41} = \left[1 + \exp \left(\frac{\left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m L_2^2} \right)}{k T_4} \right) \right] \quad (85.3)$$

همچنین بازده از رابطه (75.3) برابر است با

$$\eta = 1 - \frac{L_1^2}{L_2^2} \quad (86.3)$$

با جایگذاری $L_1 = 1, L_2 = 2$ در رابطه بالا، بازده برای چرخه کوانتومی اتو دو حالت به صورت زیر بدست می آید

$$\eta = 0.75 \quad (87.3)$$

در رابطه (۸۲.۳) و (۸۳.۳) $P_{۲۱}$ و $P_{۴۱}$ توزیع احتمال حرارتی به ترتیب از حالت ۱ به ۲ و حالت ۱ به ۴ بوده و $T_۲$ و $T_۴$ دمای گاز میباشد و کار خالص انجام شده در چرخه حرارتی دو حالت به صورت زیر بدست می آید: [۳۷]

$$W = \frac{3\pi^2\hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{L_1^2} - \frac{1}{L_2^2} \right) \times \left(\left[1 + \exp \left(\frac{\pi^2\hbar^2}{2kmT_4L_2^2} \right) \right]^{-1} - \left[1 + \exp \left(\frac{\pi^2\hbar^2}{2kmL_1^2T_2} \right) \right]^{-1} \right) \quad (88.3)$$

با در نظر گرفتن $X = \frac{L_2}{L_1}$ در نتیجه

$$W = \frac{3\pi^2\hbar^2 (X^2 - 1)}{2mL_2^2} \left(\left[1 + \exp \left(\frac{\pi^2\hbar^2}{2kmT_4} \right) \right]^{-1} - \left[1 + \exp \left(\frac{\pi^2\hbar^2 X^2}{2kmT_2L_2^2} \right) \right]^{-1} \right) \quad (89.3)$$

وبا در نظر گرفتن $X^2 - 1 = \frac{\eta}{1-\eta}$ در نتیجه

$$W = \frac{3\pi^2\hbar^2}{2mL_2^2} \left(\frac{\eta}{1-\eta} \right) \times \left[1 + \exp \left(\frac{\pi^2\hbar^2}{2kmT_2L_2^2} \frac{1}{1-\eta} \right) \right]^{-1} \times - \left[1 + \exp \left(\frac{\pi^2\hbar^2 x^2}{2kmT_4L_2^2} \right) \right]^{-1} \quad (90.3)$$

با استفاده از رابطه (۷۱.۳) نیرو در دو فرایند بی درو از این چرخه به صورت زیر است

$$F_{۲۳} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{2n} \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{mL^3} \quad (91.3)$$

$$F_{۴۱} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{4n} \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{mL^3} \quad (92.3)$$

در نتیجه کار خالص انجام شده به صورت زیر است.

$$\begin{aligned}
 W &= \int_{L_1}^{L_2} F_{23} dL + \int_{L_2}^{L_1} F_{41} dL \\
 &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{P_{1n} - P_{2n}}{L_1^2} - \frac{P_{4n} - P_{3n}}{L_2^2} \right) \quad (93.3)
 \end{aligned}$$

فصل ۴

جبر تغییر شکل یافته

۱.۴ مقدمه

جبر تغییر شکل یافته به جبری گفته می شود که با استفاده از آن می توان جبر ریاضیات را با استفاده از معادلات خاصی به جبر تغییر شکل یافته تبدیل کرد و روابط ریاضی و فیزیکی را تواما مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. مفهوم جبر تغییر شکل یافته ابتدا توسط اریک وکان در چند دهه گذشته معرفی شد [۲۹]. اخیرا جبرهای کوانتومی در طی یک دهه گذشته مورد توجه بسیاری از دانشمندان در شاخه های ریاضی و فیزیک بوده است. امروزه برای حل برخی مشکلات در گرانش کوانتومی تعمیم یافته رابطه عدم قطعیت در نظر گرفته شده است که آن را اصلاح عمومی عدم قطعیت می نامند [۳۱]. [۳۰]. در یک کار دکتر حسن آبادی و عبدالمالک بومالی نوسانگر هارمونیک را در حالت تغییر شکل یافته برای یک ذره در یک جعبه ی یک بعدی بررسی کردند [۳۲].

۲.۴ نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته در مکانیک کوانتومی

ما یک رابطه جدید بین عملگر بالابرنده و پایین برنده به صورت زیر ایجاد می کنیم.

$$[a, a^\dagger]_q = aa^\dagger - q^{-1}a^\dagger a = q^N \quad (1.4)$$

N شماره ی عملگر است

$$[N, a^\dagger] = a^\dagger, [N, a] = -a \quad (2.4)$$

فضای فوک هست

$$a|^\circ > = |^\circ, n > = \frac{(a^\dagger)^n}{\sqrt{[n]}}|^\circ > \quad (3.4)$$

چاپیکه فاکتوریل n به صورت زیر بدست می آید

$$[n] = [n] [n-1] \dots [1] \quad (4.4)$$

درجه ی q هست

$$[n] = \frac{q^n - q^{-n}}{q - q^{-1}} \quad (5.4)$$

با تغییر $q = e^\beta$ ما داریم

$$[k] = \frac{\sin(\beta k)}{\sin(\beta)} \quad (6.4)$$

با در نظر گرفتن $k \rightarrow [k]$ در حد $q \rightarrow 1$ نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته به صورت زیر تعریف می شود

$$H = \frac{P_q^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 Q_q^2 \quad (7.4)$$

و عملگر های P_q و Q_q به صورت زیر هستند

$$P_q = i\sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}}(a - a^\dagger) \quad (8.4)$$

$$Q_q = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2m}} (a + a^\dagger) \quad (9.4)$$

در نتیجه هامیلتونی به صورت زیر است

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (aa^\dagger + a^\dagger a) \quad (10.4)$$

مقدار خاصی در فضای فوک به صورت زیر بدست می آید

$$E_n = \frac{\hbar\omega}{2} ([n] + [n + 1]) \quad (11.4)$$

بنابراین انرژی نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته به صورت زیر است

$$E_n = \frac{\hbar\omega}{2} \frac{\sinh\left(\beta\left(n + \frac{1}{2}\right)\right)}{\sinh\left(\frac{\beta}{2}\right)} \quad (12.4)$$

زمانیکه q حقیقی است [۳۲]

$$E_n = \frac{\hbar\omega}{2} \frac{\sin\left(\beta\left(n + \frac{1}{2}\right)\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} \quad (13.4)$$

۳.۴ معادله شرودینگر در چارچوب تغییر شکل یافته

ما یک جابه جایی بین مختصات و تکانه به صورت زیر در نظر می گیریم. [۳۵]

$$[x, P] = i \left(1 - \frac{|P|}{k}\right)^2 = i (1 - q|P|)^2 \quad (14.4)$$

ما تکانه و مختصات را از رابطه بالا به صورت زیر در نظر می گیریم

$$X = x, P = \frac{p}{1 + q|p|} = \frac{\frac{1}{i}d_x}{1 + q|\frac{1}{i}d_x|} \quad (15.4)$$

مقدار چشمداشتی عملگر A از تابع موج $\psi(x)$ به صورت زیر است

$$\langle \hat{O} \rangle = \langle \psi(x) | A | \psi(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x) \hat{O} \psi(x) dx \quad (16.4)$$

با استفاده از رابطه (۱۵.۴) معادله شرودینگر به صورت زیر نوشته می شود

$$\left[\frac{P^2}{2m} + V(x) \right] \psi(x) = E\psi(x)$$

$$\rightarrow \frac{1}{2m} \left(\frac{\frac{1}{i} dx}{1 + |q \frac{1}{i} dx|} \right)^2 \psi(x) + V(x) \psi(x) = E\psi(x) \quad (17.4)$$

ما یک ذره را در یک جعبه یک بعدی به صورت زیر در نظر می گیریم

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \prec x \prec L \\ \infty & elsewhere \end{cases} \quad (18.4)$$

با جایگذاری معادله (۱۸.۴) در معادله (۱۷.۴) تابع موج معادله شرودینگر از معادله (۴) به صورت زیر بدست می آید

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi}{L} x \quad (19.4)$$

سپس معادله (۱۰.۶) به صورت زیر نوشته می شود

$$-\frac{1}{2m} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1) \left| \frac{q}{i} \right|^n \psi_n(x) = E_n \psi_n(x) \quad (20.4)$$

جاییکه $n = 0, 1, 2, \dots$ سرانجام انرژی به صورت زیر بدست می آید

$$E_n = \frac{1}{2m} \left(\frac{n\pi}{L + n\pi q} \right)^2 \quad (21.4)$$

ما دونوع دیگر از معادله شرودینگر در فرمالیسم تغییر شکل رابه صورت زیر بررسی می کنیم. [۳۲], [۳۳] ما مجددا یک رابطه بین تکانه و مختصات در اصل عدم قطعیت عمومی در نظر می گیریم.

$$[X, P] = i \left(1 + \beta P^2 \right), \beta \succ 0 \quad (22.4)$$

جاییکه $\beta = \frac{1}{k^2}$ است، در این قسمت عملگرهای تکانه و مکان به صورت زیر هستند

$$X = x, P = \frac{p}{|p|} \left(1 - e^{-\frac{|p|}{K}} \right) \quad (23.4)$$

در نتیجه با استفاده از رابطه بالا معادله شرودینگر به صورت زیر تغییر می یابد

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + V(x) = E \psi(x)$$

$$\left[\left(k \left(1 - e^{-\frac{p}{K}} \right) \right) + V(x) \right] \psi(x) = q \psi(x) \quad (24.4)$$

سپس ما می خواهیم یک ذره به جرم m را در یک جعبه ی یک بعدی به صورت زیر در نظر بگیریم

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq L, \\ \infty & elsewhere \end{cases} \quad (25.4)$$

با جایگذاری معادله (۲۵.۴) در (۲۴.۴) تابع موج معادله شرودینگر تغییر شکل یافته به صورت زیر است

$$\psi(x) = A \sin \left[-KxLn \left(1 - \frac{q}{K} \right) \right] + \cos \left[-KxLn \left(1 - \frac{q}{K} \right) \right] \quad (26.4)$$

وبا استفاده از شرایط مرزی برای $\psi(0) = 0$ ، $\psi(L) = 0$ ما به ترتیب داریم $B = 0$ ،

$$KxLn \left(1 - \frac{q}{K} \right) = n\pi \quad (27.4)$$

جاییکه $n = 0, 1, 2, \dots$ سرانجام تابع موج کلی و انرژی تغییر شکل یافته به صورت زیر هستند.

$$\psi(x) = i \sin \left[-KxLn \left(1 - \frac{q}{K} \right) \right]$$

$$E_{n-q} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(1 - e^{-\frac{n\pi}{KL}} \right)^2 \quad (28.4)$$

نوع دیگر معادله شرودینگر تغییر شکل یافته به صورت زیر است. ما همانند قسمت بالا یک رابطه بین عملگرهای مختصات و تکانه به صورت زیر معرفی می کنیم

$$[X, P] = \frac{i\hbar}{1 - \beta|p|} \frac{d}{dp}, \beta \geq 0 \quad (29.4)$$

که $\beta = \frac{\beta_0}{m_p c}$ است همچنین عملگرهای تکانه و مکان را می توانیم به صورت زیر تعریف کنیم

$$X = x, P = \frac{p}{|p|} \left(\frac{1 - \sqrt{1 - 2\beta|p|}}{\beta} \right), p = \frac{\hbar}{i} d_x \quad (30.4)$$

همچنین با جایگذاری عملگر تکانه از معادله بالا در معادله شرودینگر، ما فرم جدیدی از این معادله را به صورت زیر داریم.

$$\begin{aligned} \left[\frac{P^2}{2m} + V(x) \right] \psi(x) &= E\psi(x) \\ \left[\frac{1}{2m} \left(\frac{1 - \sqrt{1 - 2\beta|p|}}{\beta} \right)^2 + V(x) \right] \psi(x) &= E\psi(x) \end{aligned} \quad (31.4)$$

سرانجام تابع موج و انرژی برای این حالت به صورت زیر بدست می آید.

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (32.4)$$

$$E_{n\beta} = \frac{\hbar^2}{2m\beta^2} \left(1 - \sqrt{1 - 2\beta \left(\frac{n\pi}{L} \right)} \right)^2 \quad (33.4)$$

هم اکنون ما می خواهیم با استفاده از انرژی تغییر شکل یافته در قسمت بالا چرخه های کارنو، استرلینگ و اتو کوانتومی که در فصل سوم مطالعه کردیم را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم.

فصل ۵

ماشین های گرمایی در فرمالیسم تغییر شکل

۱.۵ تجزیه و تحلیل چرخه کارنو با استفاده از معادله شرودینگر تغییر شکل یافته

مقدمه در این قسمت با استفاده از معادله شرودینگر در فرمالیسم تغییر شکل و با در نظر گرفتن توابع موج وانرژی این معادله در چرخه کارنو، نیرو را در هریک از فرایندهای این چرخه محاسبه نموده و با استفاده از این نیرو پارامترهای کار انجام شده و گرمای دریافت شده توسط چرخه و گرمای آزاد شده از چرخه را بدست می آوریم و در نهایت بازده را در چرخه کارنو محاسبه می کنیم.

۱.۱.۵ انرژی کل سیستم و احتمال مربوط به آن

در این بخش ما با استفاده از معادله شرودینگر تغییر شکل یافته که در فصل چهارم مورد مطالعه قرار دادیم [۳۵]، انرژی کل سیستم در چرخه کارنو و همین طور نیروی مربوط به دیوار

متغیر در چرخه را مورد بررسی قرار می دهیم. برای رابطه انرژی از معادله (۲۸.۴) در فصل چهار، مقدار چشمداشتی انرژی به صورت زیر است.

$$E(L) = \langle \psi | H | \psi \rangle \quad (1.5)$$

و انرژی کل سیستم برابر است با

$$E(L) = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 E_n \quad (2.5)$$

که احتمال مربوط به سیستم ثابت است

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = 1 \quad (3.5)$$

از معادله (۱.۵) نیروی اعمال شده بر روی دیواره چرخه به صورت زیر است

$$F = - \frac{dE(L)}{dL} \quad (4.5)$$

در بخش زیر سایر فرایندهای ترمودینامیکی مانند فرایند بی درو، انبساط آزاد و هم دما را توضیح می دهیم.

فرایندهای ترمودینامیکی

۳-۱ فرایند بی درو

فرایندی است که در طول فرایند هیچ گرمایی بین سیستم و محیط مبادله نمی شود. این فرایند به دو حالت می تواند صورت گیرد.

۱. خیلی سریع به طوریکه فرصت مبادله گرما بین سیستم و محیط فراهم نشود. ۲. سیستم انجام فرایند کاملاً ایزوله باشد به طوری که بین سیستم و محیط هیچ تبادل گرمایی وجود نداشته باشد.

$$du + dW = 0 \quad (5.5)$$

در طول فرایند بی درو $Pv^\gamma = C$ که ضریب γ برابر است با نسبت گرمای ویژه مولی و به صورت زیر است

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (۶.۵)$$

و بازده گاز ایده آل می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \eta = 1 - \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \quad (۷.۵)$$

جاییکه $\gamma = ۳$ است بنابراین رابطه بی درو به صورت زیر نوشته می شود

$$PV^3 = Const \quad (۸.۵)$$

سرانجام از رابطه ی (۲.۵) و همین طور از رابطه ی (۲۱.۴) در فصل چهارنیرو در فرایند بی درو با در نظر گرفتن $m = ۰/۳$, $q = ۰/۰۲$, $\pi = ۳/۱۴$ به صورت زیر بدست می آید.

$$F_q = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 \left(\frac{n^2 (3/14)^2}{(0/3 (L + 0/02 n (3/14)))^3} \right) \quad (۹.۵)$$

۲.۱.۵ انبساط آزاد و فرایند هم دما

فرایند اول :

فرایندی است که در آن سیلندر در پیستون ناگهان حرکت می کند و حجم پیستون افزایش می یابد در طول این فرایند سیستم کاملاً ایزوله است بنابراین گرما نمی تواند به داخل یا خارج از سیستم انتقال یابد در نتیجه سیستم کار نمی کند و انرژی درون سیلندر ثابت می ماند

$$T = Const$$

$$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \quad (۱۰.۵)$$

فرایند دوم: فرایندی است که در آن هنگامی که پیستون حرکت می کند سیستم در طول فرایند ثابت است. در نتیجه دمای گاز داخل پیستون ثابت می ماند و از آن جایی که معادله حالت گاز برابر است با

$$PV = Nkt \quad (11.5)$$

فرایند هم دما است $PV = \text{const}$

۳.۱.۵ بررسی فرایند های ترمودینامیکی چرخه کارنو با استفاده از فرمالیسم تغییر شکل

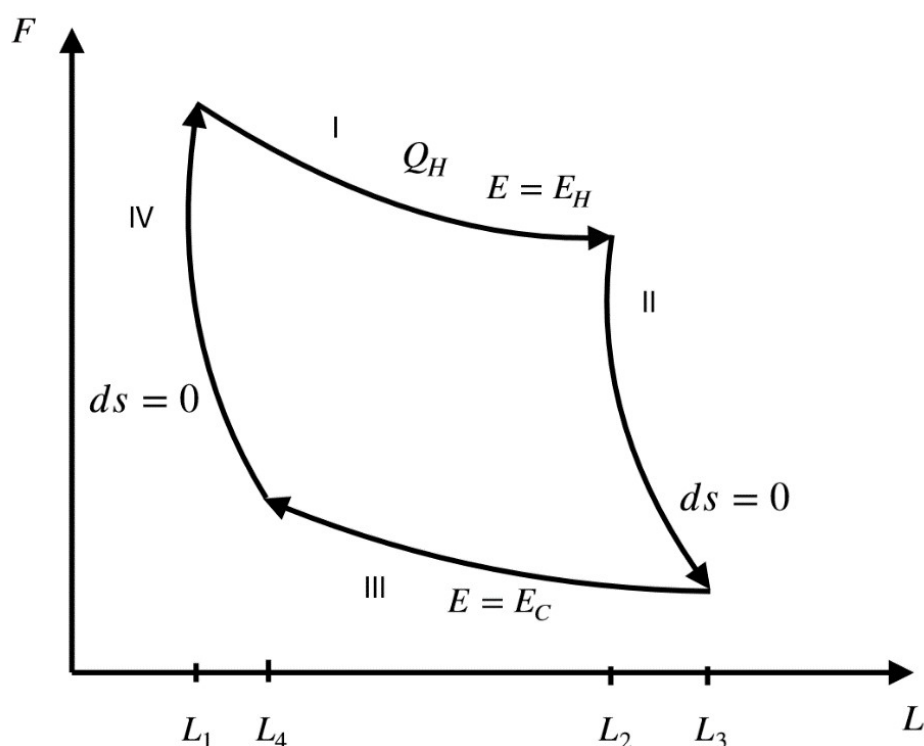
در این قسمت ما می خواهیم چرخه کارنوی کوانتومی را که شامل دو فرایند بی درو وهم دما است را با استفاده از معادله شرودینگر تغییر یافته که در فصل چهار مورد مطالعه قرار گرفت بررسی کنیم. در طول فرایند این چرخه نیرو از مشتق انرژی از معادله (۲۱.۴) به صورت زیر با در نظر گرفتن $\pi = 3/14, m = 0/3, q = 0/02$ بدست می آید.

$$F_q = \left(\frac{(3/14)^2}{0/3 (1 + 0/02 (3/14))^3} \right) = 27/377 \quad (12.5)$$

مقدار چشمداشتی هامیلتونی برابر است با

$$E_{H-q} = \frac{1}{0/6} \left(\frac{3/14}{1 + 0/02 (3/14)} \right)^2 = 14/54805 \quad (13.5)$$

ما یک چرخه کارنوی چهار مرحله ای را به صورت شکل ۱ در نظر می گیریم. این چرخه چهار مرحله ای شامل دو فرایند هم دما و دو فرایند بی درو است که در مرحله اول و دوم به صورت بی درو وهم دما گسترش می یابد و در مرحله ی سوم و چهارم به ترتیب به صورت هم دما و بی درو فشرده می شود تا به حالت اولیه خود باز گردد. در این چرخه سیستم، حالت خطی متشکل از دو انرژی خاص است



شکل ۱.۵: F بر حسب L

$$\psi_{n=1,2}(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\alpha_1(L) \sin \frac{\pi}{L}x + \sqrt{\frac{2}{L}}\alpha_2(L) \sin \frac{2\pi}{L}x \quad (14.5)$$

از معادله (۳.۵) داریم

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1 \quad (15.5)$$

و مقدار چشمداشتی هامیلتونی به صورت زیر نوشته می شود

$$E_1(L)_q = \frac{1}{2m}|\alpha_1|^2 \left[\left(\frac{\pi}{L+q\pi} \right)^2 - \left(\frac{2\pi}{L+2q\pi} \right)^2 \right] + \frac{1}{2m} \left(\frac{2\pi}{L+2q\pi} \right)^2 \quad (16.5)$$

با برابر قراردادن معادله (۱۶.۵) با معادله (۱۳.۵)، وقتی $(q \rightarrow 0)$ ما داریم [۲۸]

$$\frac{\pi^2}{2mL_1^2} = \frac{\pi^2}{2mL_2^2} (4 - 3|\alpha_1|^2) \rightarrow L_2^2 = L_1^2 (4 - 3|\alpha_1|^2) \quad (17.5)$$

بنابراین ما برای سیستم در حالت دوم انرژی در نظر می گیریم $L = L_2$. بنابراین حداکثر مقدار ممکن از L در این فرایند که یک فرایند انبساط هم دما است به ازای $|\alpha_1| = 0$ است

$$L_2 = 2L_1 \quad (18.5)$$

در طول فرایند انبساط هم دما، نیرو در حالت تغییر شکل یافته با استفاده از معادله (۱۶.۵) به صورت زیر بدست می آید.

$$F_{1-q}(L) = -\frac{dE_1(L)_q}{dL} = |\alpha_1|^2 \left[\left(\frac{(3/14)^2}{(0.3(L + (3/14) \cdot 0.2))^3} \right) - \left(\frac{4(3/14)^2}{(0.3(L + 2(3/14) \cdot 0.2))^3} \right) \right] + \left(\frac{4(3/14)^2}{(0.3(L + 2(3/14) \cdot 0.2))^3} \right). \quad (19.5)$$

وقتی $(q \rightarrow 0)$ و $|\alpha_1| = 0$ و با در نظر گرفتن $L = 2L_1$ معادله (۱۹.۵) به صورت زیر است.

$$F_{1-(q \rightarrow 0)}(L) = -\frac{dE_1(L)_{q \rightarrow 0}}{dL} = \frac{\pi^2}{mL_1^2 L} \quad (20.5)$$

جاییکه LF_{1-q} یک ثابت است. برای فرایند دوم ما پیستون را به صورت هم دما از L_2 به سمت L_3 گسترش می دهیم، مقدار چشمداشتی از هامیلتونی و نیرو در این فرایند به صورت زیر هستند

$$E_{c-q} = \frac{1}{0.6} \left[\frac{2(3/14)}{L + 2(3/14) \cdot 0.2} \right]^2 \quad (21.5)$$

$$F_{2-q}(L) = \frac{4(3/14)^2}{(0.3(L + 2(3/14) \cdot 0.2))^3} \quad (22.5)$$

اگر $q \rightarrow 0$ در نتیجه

$$L^3 F_2(L) = \frac{4\pi^2}{m} \quad (23.5)$$

برای فرایند سوم پیستون را به صورت بی درو از L_3 به سمت L_4 فشرده می کنیم ما می توانیم مقدار چشمداشتی از هامیلتونی و نیرو را در این فرایند به صورت زیر بدست آوریم

$$E_{\mathfrak{z}-q}(L) = \frac{1}{\mathfrak{z}m} \left[\frac{\mathfrak{z}\pi}{L_{\mathfrak{z}} + \mathfrak{z}\pi q} \right]^2 \quad (24.5)$$

$$F_{\mathfrak{z}-q}(L) = \frac{4(3/14)^2}{\circ/3(3 + \circ/4(3/14))^3} \quad (25.5)$$

اگر $q \rightarrow \circ$ و با در نظر گرفتن $L = L_{\mathfrak{z}}$ بنابراین ما داریم [۲۸]

$$L_{\mathfrak{z}}^2 F_{\mathfrak{z}}(L) = \frac{4\pi^2}{mL} \quad (26.5)$$

$$L_{\mathfrak{z}}^2 F_{\mathfrak{z}}(L) = \frac{4\pi^2}{mL} \quad (27.5)$$

سرانجام در فرایند چهارم سیستم به صورت بی درو فشرده می شود و از L_4 به L_1 می رود تا مجدداً به حالت پایه برگردد.

سپس مقدار چشمداشتی هامیلتونی و نیرو را می توانیم به صورت زیر بدست آوریم.

$$E_{\mathfrak{f}-q}(L) = \frac{1}{\circ/6} \left[\frac{3/14}{L + \circ/2(3/14)} \right]^2 \quad (28.5)$$

$$F_{\mathfrak{f}-q}(L) = \frac{(3/14)^2}{\circ/3(L + \circ/2(3/14))^3} \quad (29.5)$$

اگر $q \rightarrow \circ$

$$L^3 F_{\mathfrak{f}}(L) = \frac{\pi^2}{m} \quad (30.5)$$

هم اکنون با استفاده از این چهار فرایند، ما کار خالص انجام شده در چرخه را به صورت زیر محاسبه می کنیم

$$\begin{aligned} W_q = & \int_1^2 \left(\frac{(3/14)^2}{\circ/3(L + (3/14)\circ/2)^3} \right) + \int_2^3 \frac{4(3/14)^2}{\circ/3(L + 2(3/14)\circ/2)^3} + \\ & \int_3^{\mathfrak{z}} \frac{4(3/14)^2}{\circ/3(3 + \circ/4(3/14))^3} + \\ & \int_{\mathfrak{z}}^1 \frac{(3/14)^2}{\circ/3(L + \circ/2(3/14))^3} = 3/8.59 \end{aligned} \quad (31.5)$$

مقدار گرمای داده شده به چرخه به صورت زیر است

$$Q_{H-(q)} = \int_1^2 \left(\frac{(3/14)^2}{0.3 (L + (3/14) 0.2)^3} \right) dL = 9/61856 \quad (32.5)$$

و مقدار گرمای گرفته شده از چرخه برابر است با

$$Q_{c-(q \rightarrow 0)} = \int_3^{\frac{1}{2}} \frac{(3/14)^2}{0.3 (L + 0.2 (3/14))^3} dL = -5/81266 \quad (33.5)$$

بنابراین بازده این چرخه حرارتی در فرمالیسم تغییر شکل به صورت زیر داده می شود

$$\eta_q = \frac{W_q}{Q_{H-(q)}} = 0.604317 \quad (34.5)$$

ما می توانیم رابطه بالا را به صورت زیر باز نویسی کنیم. [۳۸]

$$\eta_q = 1 - \frac{E_{c-q}}{E_{H-q}} = 1 - \frac{\frac{1}{2m} \left(\frac{2\pi}{L_3 + \frac{1}{2}q\pi} \right)^2}{\frac{1}{2m} \left(\frac{\pi}{L_1 + q\pi} \right)^2} \quad (35.5)$$

در نتیجه اگر $q \rightarrow 0$ معادله بالا به صورت زیر تبدیل می شود

$$\eta_{(q \rightarrow 0)} = 1 - 4 \left(\frac{L_1}{L_3} \right)^2 \quad (36.5)$$

۲.۵ بررسی انرژی تعمیم یافته در چرخه کوانتومی استرلینگ

با استفاده از معادله شرودینگر تغییر شکل یافته برای یک ذره در جعبه ما می توانیم انرژی را برای این ذره در حالت تغییر شکل یافته در چرخه استرلینگ به صورت زیر در نظر بگیریم. [۳۱]

$$E_{n-K} = \frac{K^2}{2m} \left(1 - e^{-\frac{n\pi}{KL}} \right)^2 = \frac{n^2 \pi^2}{2mL^2} \left(1 - \frac{n\pi}{KL} + \frac{7n^3 \pi^3}{12K^2 L^2} \right) \quad (37.5)$$

مقدار چشمداشتی هامیلتونی به صورت زیر است

$$E(L) = \langle \Phi | H | \Phi \rangle \quad (38.5)$$

انرژی کل هست

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 E_n = \sum_{n=1}^{\infty} P_n (E_n(K)) \quad (39.5)$$

که می دهد

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = 1 \quad (40.5)$$

نیرو در دیوار متغیر به صورت زیر بدست می آید

$$F_K = -\frac{dE_K}{dL} = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \left(\frac{n^2 \pi^2}{6mL^2} \left(\frac{6}{L} - \frac{9n\pi}{KL^2} + \frac{7n^3 \pi^3}{K^2 L^3} \right) \right) \quad (41.5)$$

۱.۲.۵ چرخه حرارتی کوانتومی استرلینگ در حالت فرمالیسم تغییر شکل

یک ذره کوانتومی در یک جعبه ی یک بعدی مورد مطالعه قرار گرفته است. این چرخه متشکل از دو فرایند هم حجم و هم دما می باشد و همچنین دارای نشت حرارتی است. در این چرخه مجموع انرژی داخلی سیستم ثابت باقی می ماند [۳۴]. [۳۳] و همچنین باز سازی نشت حرارتی در نظر گرفته شده است در نتیجه چرخه استرلینگ غیر قابل برگشت پذیر است. همین طور که از معادله (۳۹.۵) تعریف شده است انرژی سیستم در فرمالیسم تغییر شکل یافته به صورت زیر داده می شود.

$$E_{h(K)} = P_{11} E_{11(K)} + P_{12} E_{12(K)} = P_{L1} E_{L1(K)} + P_{L2} E_{L2(K)} = P_{21} E_{21(K)} + P_{22} E_{22(K)} \quad (42.5)$$

که E و P به ترتیب احتمال توزیع حرارتی و انرژی مربوط در حالت اول و دوم هستند و با جایگذاری (۳۷.۵) و (۴۰.۵) در معادله (۴۲.۵) داریم [۳۹].

$$\begin{aligned}
 & (1 - P_{12}) \left(\frac{1}{L_1^2} \left(1 - \frac{\pi}{KL_1} + \frac{7\pi^3}{12K^2L_1^2} \right) \right) + P_{12} \left(\frac{1}{L_1^2} \left(4 - \frac{8\pi}{KL_1} + \frac{224\pi^3}{12K^2L_1^2} \right) \right) = \\
 & (1 - P_{L2}) \left(\frac{1}{L^2} \left(1 - \frac{\pi}{K} + \frac{7\pi^3}{12K^2L^2} \right) \right) + P_{L2} \left(\frac{1}{L^2} \left(4 - \frac{8\pi}{KL} + \frac{224\pi^3}{12K^2L^2} \right) \right) = \\
 & (1 - P_{22}) \left(\frac{1}{L_2^2} \left(1 - \frac{\pi}{KL_2} + \frac{7\pi^3}{12K^2L_2^2} \right) \right) + \\
 & P_{22} \left(\frac{1}{L_2^2} \left(4 - \frac{8\pi}{KL_2} + \frac{224\pi^3}{12K^2L_2^2} \right) \right) \quad (43.5)
 \end{aligned}$$

از معادله (۴۳.۵) و معادله (۴۲.۵) انرژی در فرایند $1 \rightarrow 2$ از چرخه استرلینگ به صورت زیر بدست می آید.

$$E_{12(K)} = E_{1,2(K)} P_{1,2} = \frac{4\pi^2}{2mL^2} \left(1 - \frac{2\pi}{KL} + \frac{56\pi^3}{12K^2L^2} \right) P_{1,2} \quad (44.5)$$

در نتیجه نیرو به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\begin{aligned}
 F_{1 \rightarrow 2}(K) &= \left| -\frac{dE_{12}(K)}{dL_1} \right| \\
 &= \frac{\pi^2}{mL} \left[\frac{(1 + 3P_{12})}{L_1^2} - \frac{2}{3KL_1^3} (1 + 7P_{12}) \right] \\
 &+ \left[\frac{1}{2K^2L_1^4} (1 + 31P_2) \right] \quad (45.5)
 \end{aligned}$$

اگر $K \rightarrow \infty$ در نتیجه داریم [۳۶]

$$F_{1 \rightarrow 2}(K \rightarrow \infty) = \frac{\pi^2}{m} \frac{1}{L_1^2} (3P_{12} + 1) \frac{1}{L} \quad (46.5)$$

و گرمای داده شده به چرخه در این فرایند به صورت زیر است

$$\begin{aligned}
 Q_{12(K)} &= |W_{12(K)}| \\
 &= \int_{L_1}^{L_2} \frac{\pi^2}{mL} \left[\frac{(1 + 3P_{12})}{L_1^2} - \frac{2}{3KL_1^3} (1 + 7P_{12}) \right] \\
 &+ \left[\frac{1}{2K^2L_1^4} (1 + 31P_2) \right] dL \\
 &= \frac{\pi^2}{6K^2L_1^4 m} [3 + 93P_{12} + 2KL_1 (-2 + 3KL_1 - 14P_{12} + 9KL_1 P_{12})] \ln \frac{L_2}{L_1} \quad (47.5)
 \end{aligned}$$

در فرایند ۴ - ۳ سیستم در تماس با یک منبع با دمای T_C است و مقدار گرمای باقی مانده در خود را به این منبع می دهد بنابراین انرژی، نیرو و گرمای آزاد شده توسط سیستم در فرمالیسم تغییر شکل یافته به صورت زیر بدست می آید [۳۹].

$$\begin{aligned} E_{34(K)} &= E_{34(K)} P_{34} \\ E_{34(K)} &= \frac{\pi^2}{2mL^2} \left(1 - \frac{2\pi}{KL} + \frac{56\pi^3}{12K^2L^2} \right) P_{34} \end{aligned} \quad (48.5)$$

$$\begin{aligned} F_{34(K)} &= \frac{-dE_{34(K)}}{dL} = \frac{\pi^2}{mL} \left[\frac{(1 + 3P_{34})}{L^2} - \frac{2}{3KL^2} (1 + 7P_{34}) \right] \\ &+ \left[\frac{1}{2K^2L^2} (1 + 31P_{34}) \right] \end{aligned} \quad (49.5)$$

اگر $K \rightarrow \infty$ در نتیجه

$$F_{34}(K \rightarrow \infty) = \frac{\pi^2}{m} \frac{1}{L^2} (3P_{34} + 1) \frac{1}{L} \quad (50.5)$$

$$\begin{aligned} Q_{34(K)} &= |W_{34(K)}| \\ &= \int_{L_1}^{L_2} \frac{\pi^2}{mL} \left[\frac{(1 + 3P_{12})}{L^2} - \frac{2}{3KL^2} (1 + 7P_{12}) \right] \\ &+ \left[\frac{1}{2K^2L^2} (1 + 31P_{12}) \right] dL \\ &= \frac{\pi^2}{6K^2L_1^2m} [3 + 93P_{12} + 2KL_2 (-2 + 3KL_2 - 14P_{12} + 9KL_2P_{12})] \ln \frac{L_2}{L_1} \end{aligned} \quad (51.5)$$

فرایند های ۳ - ۲، ۱ - ۴ فرایند های هم حجم هستند مقدار گرمای مبادله شده در این فرایند ها می تواند به صورت زیر محاسبه شوند.

$$\begin{aligned} Q_{23(K)} &= E_{h(K)} - E_{L(K)} = (E_{11(K)}P_{11} + E_{12(K)}P_{12}) - (E_{31(K)}P_{31} + E_{32(K)}P_{32}) \\ &= \frac{\pi^2}{2mL_1^2} \left[(1 + 3P_{12}) - \frac{\pi}{KL_1} (1 + 7P_{12}) + \frac{56\pi^3}{12K^2L_1^2} (1 + 31P_{12}) \right] \\ &- \frac{L_1^2}{L_2^2} [(1 + 3P_{32})] - \left[\frac{\pi}{KL_2} \left(1 + 7P_{32} + \frac{56\pi^3}{12K^2L_2^2} (1 + 31P_{32}) \right) \right] \end{aligned} \quad (52.5)$$

اگر $K \rightarrow \infty$ در نتیجه

$$Q_{۴۱}(K \rightarrow \infty) = Q_{۲۳}(K \rightarrow \infty) \\ = \frac{\pi^۲}{۲mL_۱^۲} \left[(1 + ۳P_{۱۲}) - \frac{L_۱^۲}{L_۲^۲} (1 + ۳P_{۳۲}) \right] \quad (۵۳.۵)$$

$$Q_{۴۱(K)} = E_{۱۲(K)} - E_{۳۴(K)} = Q_{۲۳(K)} \quad (۵۴.۵)$$

فرض می کنیم نشت حرارتی بین سیستم ومنبع های حرارتی وجود دارد. عملکرد متوسط نرخ نشت گرما Q_i در هر چرخه می تواند به صورت زیر باشد

$$Q(K) = \alpha E_g(K) = \alpha E_{۱۱}(K) = \\ \left(\frac{\pi^۲}{۲mL_۱^۲} \left(1 - \frac{\pi}{KL_۱} + \frac{۷\pi^۳}{۱۲K^۲L_۱^۲} \right) \right) \alpha \quad (۵۵.۵)$$

$\alpha > 0$ می تواند ثابت باشد (S^{-1}) مقدار نشت حرارتی در هر چرخه می تواند به صورت زیر بیان شود

$$Q_{e(K)} = \dot{Q}_{i(K)} \tau \quad (۵۶.۵)$$

که τ دوره چرخه است، فرض بر این است $\mu > 0$ شاخص بازسازی ناقص است. افت حرارتی در فرایند بازسازی می تواند به صورت زیر بیان شود

$$Q_{r(K)} = \mu Q_{۴۱(K)} \quad (۵۷.۵)$$

از آن جایی که بین منبع های گرما و سیستم نشت حرارتی وجود دارد وقتی سیستم با منبع گرما در تماس است مقداری نشت حرارتی اضافی را به اندازه Q_r جذب می کند که برای حفظ تعادل حرارتی وقتی سیستم بامنبع سرد در تماس است باید یک مقدار خنک کننده Q_r از منبع سرد دریافت کند. در نتیجه گرمایی که چرخه دریافت می کند و گرمایی که چرخه پس می دهد به صورت زیر است.

$$Q_{hK} = Q_{۱۲(K)} + Q_{rK} + Q_{eK} \quad (۵۸.۵)$$

$$Q_{LK} = Q_{۳۴(K)} + Q_{rK} + Q_{eK} \quad (۵۹.۵)$$

۲.۲.۵ پارامترهای مهم

با استفاده از معادله (۴۷.۵) و (۵۱.۵) می توانیم کل کار خالص انجام شده در چرخه را در فرمالیسم تغییر شکل یافته به صورت زیر بدست آوریم

$$\begin{aligned}
 W(K) &= Q_{12}(K) - Q_{34}(K) = \\
 &\frac{\pi^2}{6K^2 L_1^4 m} [\mathfrak{I} + 9\mathfrak{I} P_{12} + 2KL_1 (-2 + 3KL_1 - 14P_{12} + 9KL_1 P_{12})] \ln \frac{L_2}{L_1} - \\
 &\frac{\pi^2}{6K^2 L_2^4 m} [\mathfrak{I} + 9\mathfrak{I} P_{22} + 2KL_2 (-2 + 3KL_2 - 14P_{22} + 9KL_2 P_{22})] \ln \frac{L_2}{L_1} = \\
 &\frac{\pi^2}{6K^2 L_1^4 m} [\mathfrak{I} + 9\mathfrak{I} P_{12} + 2KL_1 (-2 + 3KL_1 - 14P_{12} + 9KL_1 P_{12})] \ln R - \\
 &\frac{\pi^2}{6X^4 K^2 L_1^4 m} \ln R [\mathfrak{I} + 9\mathfrak{I} P_{22} + 2KL_2 (-2 + 3KL_2 - 14P_{22} + 9KL_2 P_{22})] \quad (60.5)
 \end{aligned}$$

و با در نظر گرفتن $R = \frac{L_2}{L_1}$ توان خروجی به صورت زیر بدست می آید

$$\begin{aligned}
 P(K) &= \frac{W(K)}{\tau} = \\
 &\frac{\frac{\pi^2}{6K^2 L_1^4 m} [\mathfrak{I} + 9\mathfrak{I} P_{12} + 2KL_1 (-2 + 3KL_1 - 14P_{12} + 9KL_1 P_{12})] \ln R}{\frac{\mathfrak{I} L_1}{\nu} (R - 1) + \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) (T_H - T_L)} - \\
 &\frac{\frac{\pi^2}{6X^4 K^2 L_1^4 m} \ln R [\mathfrak{I} + 9\mathfrak{I} P_{22} + 2KL_2 (-2 + 3KL_2 - 14P_{22} + 9KL_2 P_{22})]}{\frac{\mathfrak{I} L_1}{\nu} (R - 1) + \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) (T_H - T_L)} \quad (61.5)
 \end{aligned}$$

و توان بدون بعد به صورت زیر است

$$\begin{aligned}
 P^*(K) &= \frac{P_K}{\frac{\pi^2 \nu}{6K^2 m L_1^4}} = \\
 &\frac{[\mathfrak{I} + 9\mathfrak{I} P_{12} + 2KL_1 (-2 + 3KL_1 - 14P_{12} + 9KL_1 P_{12})] \ln R}{\mathfrak{I} (R - 1) + \frac{\nu}{L_1} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) (T_H - T_L)} - \\
 &\frac{\ln R [\mathfrak{I} + 9\mathfrak{I} P_{22} + 2KL_2 (-2 + 3KL_2 - 14P_{22} + 9KL_2 P_{22})]}{\mathfrak{I} (R - 1) + \frac{\nu}{L_1} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) (T_H - T_L)} \quad (62.5)
 \end{aligned}$$

با استفاده از معادله (۵۸.۵) و (۶۰.۵) بازده چرخه حرارتی کوانتومی استرلینگ برگشت ناپذیر در فرمالیسم تغییر شکل یافته به صورت زیر بدست می آید

$$\eta(K) = \frac{W(K)}{Q_h(K)} =$$

$$\ln R \left[\mathfrak{z} + 9\mathfrak{z}P_{1\mathfrak{z}} + 2KL_1 (-2 + 3KL_1 - 14P_{1\mathfrak{z}} + 9KL_1P_{1\mathfrak{z}}) \right] -$$

$$\frac{1}{R^{\mathfrak{z}}} \left[\mathfrak{z} + 9\mathfrak{z}P_{2\mathfrak{z}} + 2KL_2 (-2 + 3KL_2 - 14P_{2\mathfrak{z}} + 9KL_2P_{2\mathfrak{z}}) \right]$$

$$\left[\mathfrak{z} + 9\mathfrak{z}P_{1\mathfrak{z}} + 2KL_1 (-2 + 3KL_1 - 14P_{1\mathfrak{z}} + 9KL_1P_{1\mathfrak{z}}) \right] \ln R +$$

$$3\alpha K^{\mathfrak{z}}L_1^{\mathfrak{z}} \left(1 - \frac{\pi}{KL_1} + \frac{\gamma\pi^{\mathfrak{z}}}{12K^{\mathfrak{z}}L_1^{\mathfrak{z}}} \right) \left[\frac{2L_1(R-1)}{\bar{\nu}} + \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) (T_H - T_L) \right] +$$

$$3\mu K^{\mathfrak{z}}L_1^{\mathfrak{z}} \left[(1 + 3P_{1\mathfrak{z}}) - \frac{\pi}{KL_1} (1 + \gamma P_{1\mathfrak{z}}) + \frac{\gamma\pi^{\mathfrak{z}}}{12K^{\mathfrak{z}}L_1^{\mathfrak{z}}} (1 + 31P_{1\mathfrak{z}}) \right]^{-1} -$$

$$\frac{1}{R^{\mathfrak{z}}} 3\mu K^{\mathfrak{z}}L_1^{\mathfrak{z}} \left[(1 + 3P_{2\mathfrak{z}}) - \frac{\pi}{KL_2} (1 + \gamma P_{2\mathfrak{z}}) + \frac{\gamma\pi^{\mathfrak{z}}}{12K^{\mathfrak{z}}L_2^{\mathfrak{z}}} (1 + 31P_{2\mathfrak{z}}) \right]^{-1} \quad (63.5)$$

که با جایگذاری

$A = 400, K = 2, T_L = 300, a = 0.1, \mu = 0.05, \gamma = 1, T_H = T_L \gamma X^{\mathfrak{z}}, m = 0.3, \nu =$
 $2, R = \frac{L_2}{L_1}, K = 5, L_1 = 1, L_2 = 2$ در رابطه (63.5) و همین طور با جایگذاری معادله
 (68.5) و (69.5) در معادله (63.5) بازده به صورت زیر بدست می آید.

$$\eta_q = 0.4797 \quad (64.5)$$

و بازده یک چرخه کوانتومی استرلینگ برگشت پذیر به صورت زیر است

$$\eta_r(K) = 1 - \frac{Q_{34}(K)}{Q_{12}(K)} = 1 - \frac{E_{\mathfrak{z}K}}{E_{1K}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \left(\frac{E_{\mathfrak{z}}}{E_1} \frac{T_H}{T_L} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{X^{\mathfrak{z}}} \left[\frac{\mathfrak{z} + 9\mathfrak{z}P_{2\mathfrak{z}} + 2KL_2 (-2 + 3KL_2 - 14P_{2\mathfrak{z}} + 9KL_2P_{2\mathfrak{z}})}{\mathfrak{z} + 9\mathfrak{z}P_{1\mathfrak{z}} + 2KL_1 (-2 + 3KL_1 - 14P_{1\mathfrak{z}} + 9KL_1P_{1\mathfrak{z}})} \right] \quad (65.5)$$

قانون دوم از ترمودینامیک می دهد

$$S \succeq 0, S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{Q_{34}(K)}{T_L} - \frac{Q_{12}(K)}{T_H} = \frac{E_{\mathfrak{z}}(K)}{T_L} - \frac{E_1(K)}{T_H} \succeq 0 \quad (66.5)$$

با ترکیب معادله (64.5) و (65.5) داریم

$$\frac{E_1(K)}{T_H} \eta_r(K) = \frac{E_1(K)}{T_H} - \frac{T_L}{T_H} \frac{E_{\mathfrak{z}}(K)}{T_L} \rightarrow \eta_r \leq 1 - \frac{T_L}{T_H} = \eta_c(K) \quad (67.5)$$

واضح است که کارایی یک موتور حرارتی کوانتومی استرلینگ غیر قابل برگشت کمتر از
 کارایی یک موتور حرارتی کوانتومی استرلینگ برگشت پذیر است. در این چرخه احتمال توزیع
 حرارتی برابر است با

$$P_{12}(K) = \frac{1}{1 + e^{\frac{\Delta_1(K)}{kT_H}}} \quad (68.5)$$

$$P_{34}(K) = \frac{1}{1 + e^{\frac{\Delta_3(K)}{kT_L}}} \quad (69.5)$$

K ثابت بولتزمن است و

$$\Delta_1(K) = E_{12}(K) - E_{11}(K) = \frac{\pi^2}{2mL_1^2} \left(3 - \frac{\gamma\pi}{KL_1} + \frac{21\gamma\pi^3}{12K^2L_1^2} \right) \quad (70.5)$$

$$\Delta_3(K) = E_{32}(K) - E_{31}(K) = \frac{\pi^2}{2mL_3^2} \left(3 - \frac{\gamma\pi}{KL_3} + \frac{21\gamma\pi^3}{12K^2L_3^2} \right) \quad (71.5)$$

سطح هایی از حالت ۱ و حالت ۳ هستند. زیرا چرخه استرلینگ برگشت ناپذیر دارای نشت حرارتی است. فرایند ها در این چرخه شامل فرایند هم دما نیستند بنابراین درجه حرارت T_H و T_L در دو معادله فوق استفاده می شود. بنابراین انرژی داخلی متناسب با درجه حرارت است. انرژی در چرخه استرلینگ به عنوان مجموع انرژی در نقاط ۱ و ۲ بدست می آید

$$E_H(K) = P_{11}E_{11}(K) + P_{12}E_{12}(K) = \frac{\pi^2}{2mL_1^2} (3P_{12} + 1) - \frac{\pi^2}{2mKL_1^3} (\gamma P_{12} + 1) + \frac{\gamma\pi^5}{24mK^2L_1^4} (31P_{12} + 1) = \xi_1 T_H \quad (72.5)$$

$$E_L(K) = P_{31}E_{31}(K) + P_{32}E_{32}(K) = \frac{\pi^2}{2mL_3^2} (3P_{32} + 1) - \frac{\pi^2}{2mKL_3^3} (\gamma P_{32} + 1) + \frac{\gamma\pi^5}{24mK^2L_3^4} (31P_{32} + 1) = \xi_2 T_L \quad (73.5)$$

از ترکیب دو معادله بالا داریم

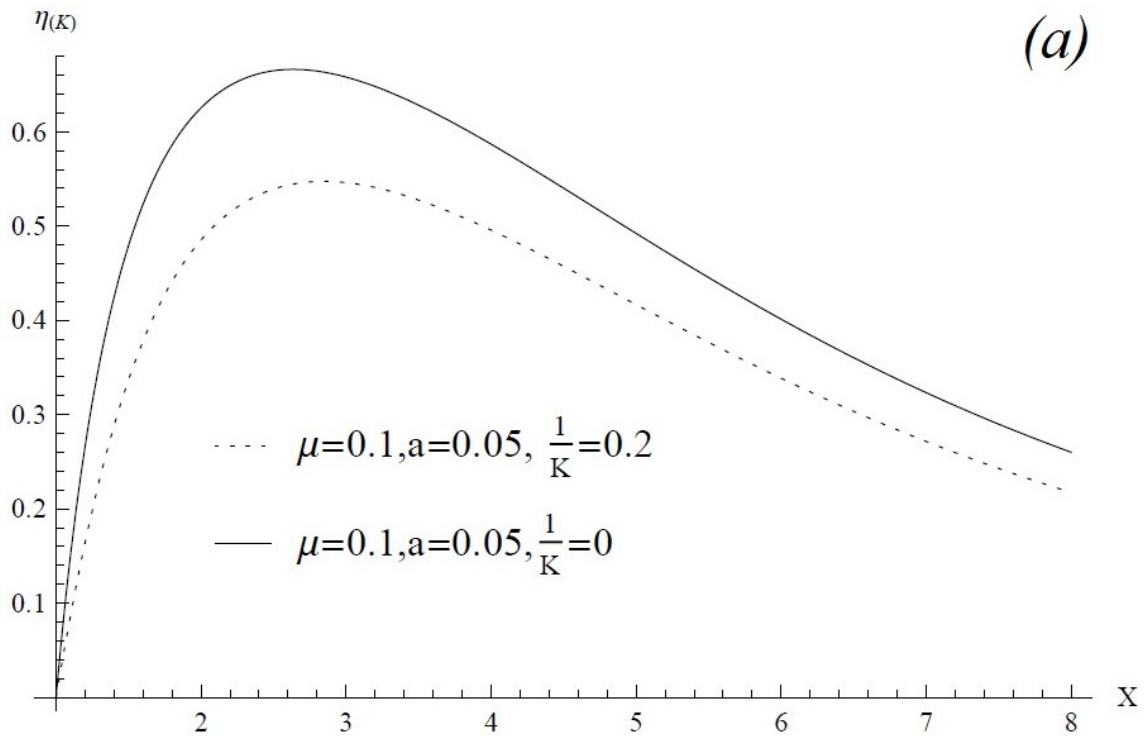
$$\frac{T_H}{T_L} = \frac{\xi_2}{\xi_1} \left[\frac{\frac{\pi^2}{2mL_1^2} (3P_{12} + 1) - \frac{\pi^2}{2mKL_1^3} (\gamma P_{12} + 1) + \frac{\gamma\pi^5}{24mK^2L_1^4} (31P_{12} + 1)}{\frac{\pi^2}{2mL_3^2} (3P_{32} + 1) - \frac{\pi^2}{2mKL_3^3} (\gamma P_{32} + 1) + \frac{\gamma\pi^5}{24mK^2L_3^4} (31P_{32} + 1)} \right] \quad (74.5)$$

اگر $K \rightarrow \infty$ همه نتایج راضی شده اند همان طور که ما در مرجع [۳۶] انتظار داشتیم..

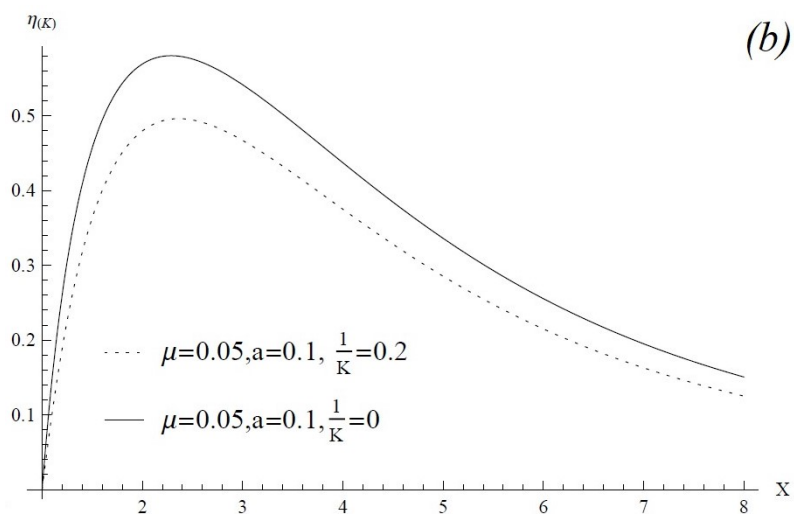
$$\frac{T_H}{T_L} = \gamma R^2 \quad (75.5)$$

در رابطه (۷۴.۵) ، $\gamma = \frac{\xi_2(3P_{12}+1)}{\xi_1(3P_{12}+1)}$ است.

در شکل های زیر پارامتر بازده تغییر شکل یافته بر حسب ضریب تراکم به ازای a و μ های متفاوت رسم شده است.



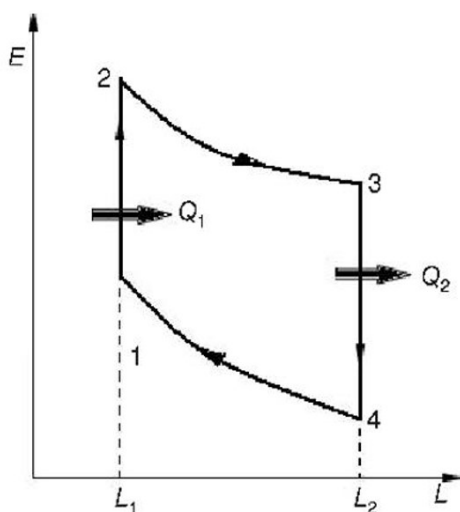
شکل ۲.۵: η_K بر حسب X



شکل ۳.۵: η_K بر حسب X

۳.۵ چرخه کوانتومی اتو در فرمالیسم تغییر شکل

یک چرخه اتو ایده آل شامل ۴ فرایند است دو فرایند هم حجم و دو فرایند بی درو که در شکل زیر نشان داده شده است در فرایند ۱-۲ گرما از منبع داغ به چرخه بدون تغییر حجم سیستم منتقل می شود. فرایند ۲-۳ که یک فرایند آدیاباتیکی است در این فرایند سیستم به صورت بی درو گسترش می یابد، در فرایند ۳-۴ که یک فرایند هم حجم است گرمای باقی مانده در چرخه به محیط منتقل می شود و در نهایت در فرایند ۴-۱ سیستم به صورت بی درو فشرده می شود تا مطابق شکل صفحه بعد به حالت اولیه خود برگردد.



شکل ۳.۵: L بر حسب E

۱.۳.۵ فرایندهای ترمودینامیکی

مقدار چشمداشتی از هامیلتونی با استفاده از انرژی تغییر شکل یافته به صورت زیر نوشته می شود

$$E_{\lambda\beta} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{\lambda n\beta} \frac{1}{\gamma m} \left(\frac{n\pi}{L_{\lambda} + n\pi\beta} \right)^2 \quad (76.5)$$

$$E_{\gamma\beta} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{\gamma n\beta} \frac{1}{\gamma m} \left(\frac{n\pi}{L_{\gamma} + n\pi\beta} \right)^2 \quad (77.5)$$

$$E_{\gamma\beta} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{\gamma n\beta} \frac{1}{\gamma m} \left(\frac{n\pi}{L_{\gamma} + n\pi\beta} \right)^2 \quad (78.5)$$

$$E_{\epsilon\beta} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{\epsilon n\beta} \frac{1}{\gamma m} \left(\frac{n\pi}{L_{\epsilon} + n\pi\beta} \right)^2 \quad (79.5)$$

و نیرو در این چرخه به صورت زیر بدست می آید

$$F = - \frac{dE(L)}{dL} \quad (80.5)$$

همچنین ما می توانیم نمودار انرژی تغییر شکل یافته را بر حسب n به ازای پارامترهای تغییر شکل یافته به صورت شکل صفحه بعد رسم کنیم.

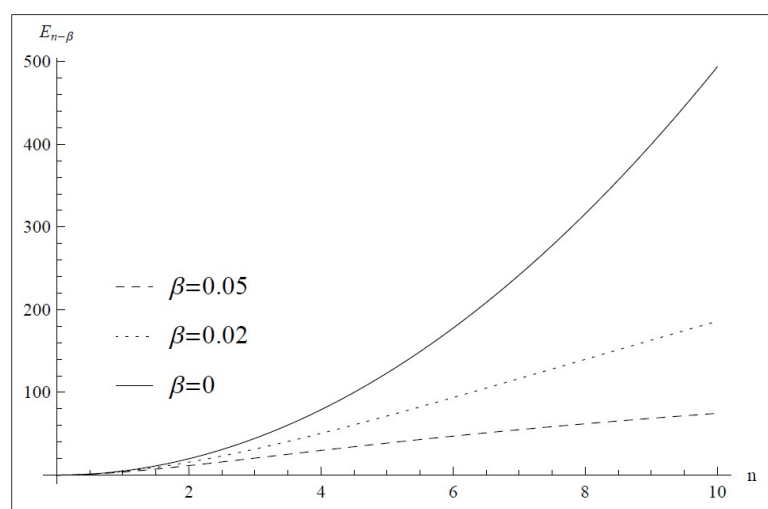
$P_{\epsilon n\gamma}$ ، $P_{\gamma n\epsilon}$ ، $P_{\gamma n\lambda}$ ، $P_{\lambda n\gamma}$ توزیع احتمال حرارتی از چرخه هستند. با استفاده از رابطه (۷۵.۵) و (۷۶.۵) گرمای داده شده به چرخه به صورت زیر است.

$$Q_{\lambda\beta} = E_{\gamma\beta} - E_{\lambda\beta} = \frac{1}{\gamma m} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{L_{\lambda} + n\pi\beta} \right)^2 (P_{\gamma n\beta} - P_{\lambda n\beta}) \quad (81.5)$$

و با استفاده از (۷۷.۵) و (۷۸.۵) گرمای گرفته شده از چرخه در فرایندهای ۳-۴ برابر است با

$$Q_{\gamma\beta} = E_{\gamma\beta} - E_{\epsilon\beta} = \frac{1}{\gamma m} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{L_{\gamma} + n\pi\beta} \right)^2 (P_{\gamma n\beta} - P_{\epsilon n\beta}) \quad (82.5)$$

در نتیجه کار خالص انجام شده در این چرخه به صورت زیر نوشته می شود.



شکل ۵.۵: E_β بر حسب n

$$W_\beta = Q_{1\beta} - Q_{2\beta}$$

$$= \frac{1}{2m} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{n\pi}{L_1 + n\pi\beta} \right)^2 (P_{2n\beta} - P_{1n\beta}) - \left(\frac{n\pi}{L_2 + n\pi\beta} \right)^2 (P_{2n\beta} - P_{1n\beta}) \right] \quad (83.5)$$

سرانجام بازده در حالت تغییر شکل یافته به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\eta_\beta = \frac{W_\beta}{Q_{H\beta}} = 1 - \frac{\frac{1}{2m} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{L_2 + n\pi\beta} \right)^2 (P_{2n\beta} - P_{1n\beta})}{\frac{1}{2m} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{L_1 + n\pi\beta} \right)^2 (P_{2n\beta} - P_{1n\beta})} \quad (84.5)$$

اگر حد $\beta \rightarrow 0$ معادله (۸۳.۵) با بازده مربوط به چرخه اتو با رابطه (۷۵.۳) برابر است .

$$\eta_{\beta \rightarrow 0} = 1 - \frac{L_2^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (P_{2n} - P_{1n})}{L_1^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (P_{2n} - P_{1n})} \quad (85.5)$$

۲.۳.۵ چرخه حرارتی کوانتومی دو حالت

در این بخش بادر نظر گرفتن چرخه کوانتومی اتو در دو حالت، تابع موج را به صورت زیر بدست می آوریم

$$\psi_{n=1,2}(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \alpha_1(L) \sin \frac{\pi}{L} x + \sqrt{\frac{2}{L}} \alpha_2(L) \sin \frac{2\pi}{L} x \quad (۸۶.۵)$$

اگر فرض شود سیستم دارای دو حالت $n=1,2$ است، پایداری ایجاد می کند

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = 1, n=1,2 \rightarrow |a_1|^2 + |a_2|^2 = 1 \quad (۸۷.۵)$$

از آن جا که سرعت گسترش و فشرده سازی آهسته است سیستم به صورت بی درو فرض می شود.

$$P_{\Psi n} = P_{\Psi n}, P_{\Phi n} = P_{\Psi n} \quad (۸۸.۵)$$

با در نظر گرفتن معادله (۸۰.۵) و (۸۱.۵) کار خالص انجام شده و بازده برای چرخه حرارتی کوانتومی اتو دو حالت به صورت زیر است.

$$W_{\beta} = Q_{\Psi\beta} - Q_{\Phi\beta} = \frac{1}{\Psi m} \left[\left(\frac{n\pi}{L_1 + n\pi\beta} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{L_2 + n\pi\beta} \right)^2 \right] (P_{\Psi\beta} - P_{\Phi\beta}) \quad (۸۹.۵)$$

$$\eta_{\beta} = 1 - \frac{\frac{1}{\Psi m} \left(\frac{n\pi}{L_2 + n\pi\beta} \right)^2}{\frac{1}{\Psi m} \left(\frac{n\pi}{L_1 + n\pi\beta} \right)^2} \quad (۹۰.۵)$$

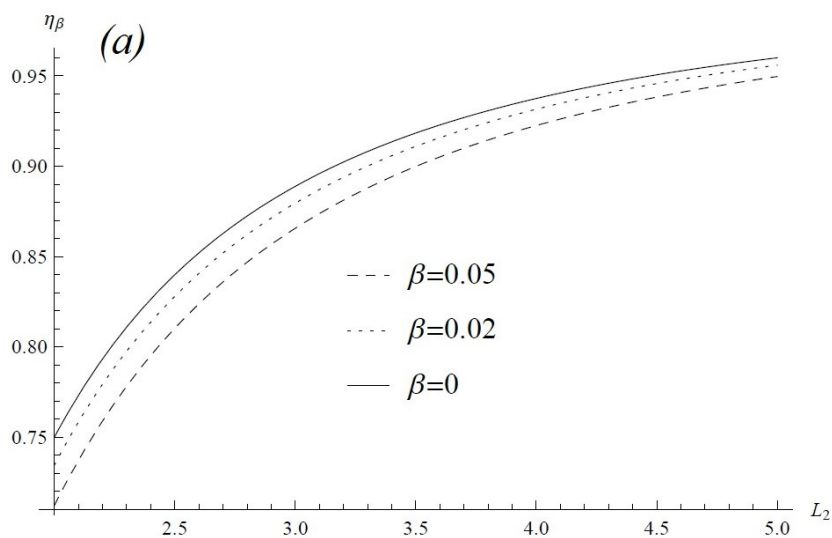
با جایگذاری $n=1, \beta = 0.02, L_1=1, L_2=2$ در رابطه بالا، بازده برای این چرخه کوانتومی دو حالت به شکل یافته به صورت زیر بدست می آید

$$\eta_q = 0.734539 \quad (۹۱.۵)$$

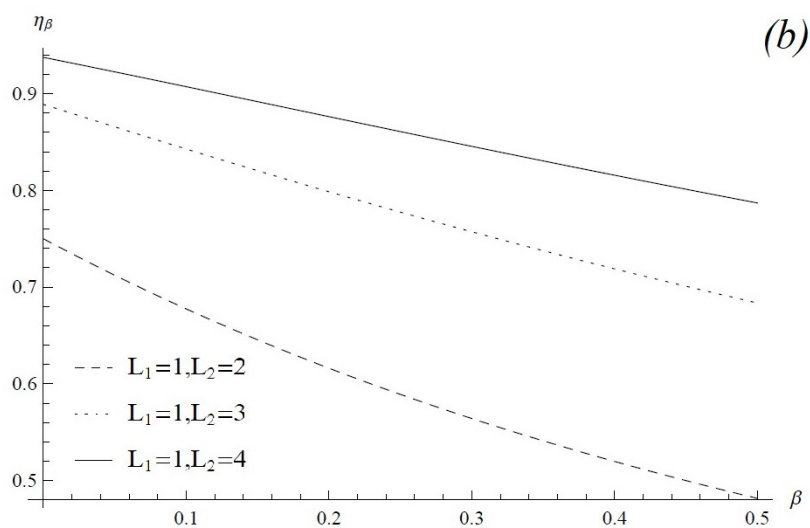
جاییکه $\beta \rightarrow 0$ بازده از معادله (۹۰.۵) به صورت زیر بدست می آید [۳۷]

$$\eta = 1 - \left(\frac{L_1}{L_2} \right)^2 \quad (۹۲.۵)$$

همچنین نمودار بازده تغییر شکل یافته را بر حسب β و L_2 به ازای β های متفاوت و به ازای L_2 های متفاوت به صورت شکل های زیر رسم شده است.



شکل ۶.۵: η_β بر حسب L_2



شکل ۷.۵: η_β بر حسب β

$$P_{\gamma\beta} = \left[1 + e^{\frac{1}{2kmT_{\gamma}} \left(\frac{n\pi}{L_{\gamma} + n\pi\beta} \right)^2} \right]^{-1} \quad (93.5)$$

$$P_{\epsilon\beta} = \left[1 + e^{\frac{1}{2kmT_{\epsilon}} \left(\frac{n\pi}{L_{\epsilon} + n\pi\beta} \right)^2} \right]^{-1} \quad (94.5)$$

جاییکه T_{γ} ، T_{ϵ} و $P_{\gamma\beta}$ و $P_{\epsilon\beta}$ درجه ای از گاز و احتمال تعادل حرارتی از چرخه هستند، در نتیجه با قرار دادن معادله (۹۳.۵) و (۹۴.۵) در معادله (۸۹.۵) کار خالص انجام شده به صورت زیر بدست می آید.

$$W_{\beta} = Q_{\gamma\beta} - Q_{\epsilon\beta} = \frac{1}{2m} \left[\left(\frac{n\pi}{L_{\gamma} + n\pi\beta} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{L_{\epsilon} + n\pi\beta} \right)^2 \right] \left(\left[1 + e^{\frac{1}{2kmT_{\epsilon}} \left(\frac{n\pi}{L_{\epsilon} + n\pi\beta} \right)^2} \right]^{-1} - \left[1 + e^{\frac{1}{2kmT_{\gamma}} \left(\frac{n\pi}{L_{\gamma} + n\pi\beta} \right)^2} \right]^{-1} \right) \quad (95.5)$$

در شرایط خاص اگر $\beta \rightarrow 0$ کار خالص انجام شده به صورت زیر است [۳۷]

$$W = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{L_{\gamma}^2} - \frac{1}{L_{\epsilon}^2} \right) \left[\left(1 + e^{\frac{\pi^2 \hbar^2}{2kmT_{\epsilon} L_{\epsilon}^2}} \right)^{-1} + \left(1 + e^{\frac{\pi^2 \hbar^2}{2kmT_{\gamma} L_{\gamma}^2}} \right)^{-1} \right] \quad (96.5)$$

که با کار بدست آمده در رابطه (۸۵.۳) برابر است.

۳.۳.۵ فرایندهای چرخه اتو

۱. فرایند ایزونتروپیک یک مورد خاص از فرایند آدیاباتیک است که در آن هیچ انتقال حرارت باماده وجود ندارد. این یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر است. ما می توانیم اولین قانون ترمودینامیک را به عنوان مثال بنویسیم

$$du + dw = 0 \quad (97.5)$$

محدودیت فرایند آدیاباتیک می تواند با قانون گاز ایده آل بیان شود

$$PV^\gamma = \text{Const} \quad (98.5)$$

جاییکه $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ نسبت گرمای ویژه گاز است. بازده از چرخه حرارتی به صورت زیر بدست می آید.

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \eta = 1 - \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \quad (99.5)$$

از معادله (۹۶.۵) با $\gamma = 3$ شرایط آدیاباتیک به صورت زیر است

$$PV^3 = \text{Const} \quad (100.5)$$

در نتیجه با استفاده از رابطه (۷۹.۵) نیرو در حالت تغییر شکل یافته در دو فرایند $2 \rightarrow 3$ و $1 \rightarrow 4$ به صورت زیر بدست می آید

$$F_{23(\beta)} = \frac{dE_{\beta}}{dL} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{n\beta} \frac{n^2 \pi^2}{m(L + n\pi\beta)^3} \quad (101.5)$$

$$F_{41(\beta)} = \frac{dE_{\beta}}{dL} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{n\beta} \frac{n^2 \pi^2}{m(L + n\pi\beta)^3} \quad (102.5)$$

که اگر $\beta \rightarrow 0$ ما به همان رابطه های مربوط به نیرو در مقاله ی چرخه اتو می رسیم. [۳۷]

$$F_{23(\beta \rightarrow 0)} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{n\beta} \frac{n^2 \pi^2}{mL^3} \quad (103.5)$$

$$F_{41(\beta \rightarrow 0)} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{n\beta} \frac{n^2 \pi^2}{mL^3} \quad (104.5)$$

در نتیجه با استفاده از رابطه (۱۰۱.۵) و (۱۰۲.۵) کار خالص انجام شده به صورت زیر است

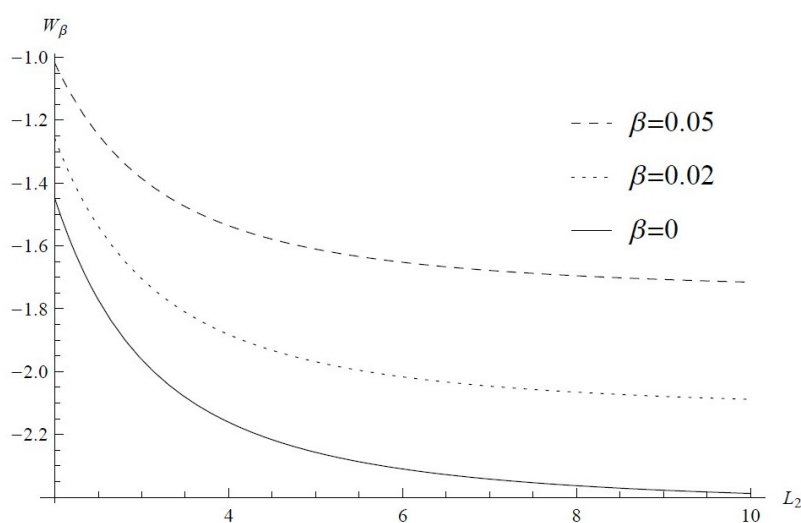
$$W_\beta = \int_{L_1}^{L_2} \sum_{n=1}^{\infty} P_{n\beta} \frac{n^2 \pi^2}{m(L + n\pi\beta)^3} + \int_{L_2}^{L_1} \sum_{n=1}^{\infty} P_{n\beta} \frac{n^2 \pi^2}{m(L + n\pi\beta)^3} \quad (105.5)$$

در نتیجه اگر $\beta \rightarrow 0$ ما به رابطه ی زیر می رسیم [۳۷]

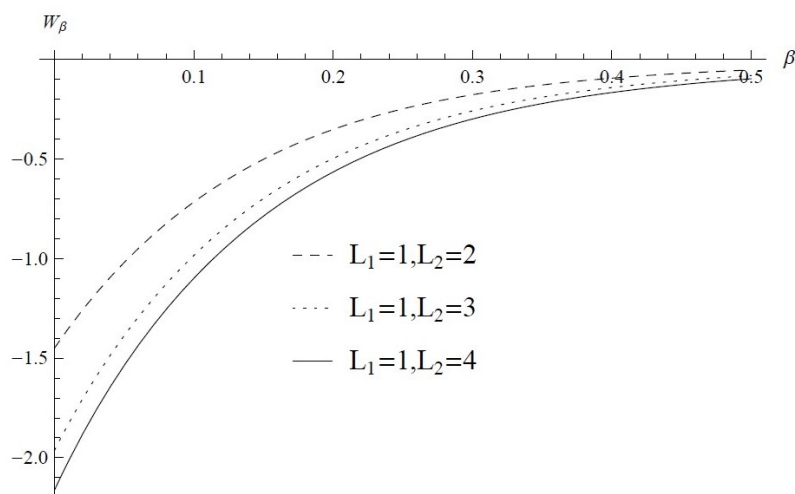
$$W_{\beta \rightarrow 0} = \int_{L_1}^{L_2} F_{\beta\beta(\beta \rightarrow 0)} dL + \int_{L_2}^{L_1} F_{\beta\beta(\beta \rightarrow 0)} dL = \frac{\pi^2}{6m} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{P_{1n} - P_{2n}}{L_1^2} - \frac{P_{2n} - P_{1n}}{L_2^2} \right) \quad (106.5)$$

که با مرجع [۳۷] سازگاری دارد.

نمودار کار تغییر شکل یافته بر حسب β و L_2 به ازای β های متفاوت و به ازای L_2 های متفاوت به صورت شکل های زیر رسم شده است



شکل ۸.۵: W_β بر حسب L_2



شکل ۹.۵: W_β بر حسب β

چرخه کوانتومی اتو در فرمالیسم تغییر شکل ۶۱

همچنین جدول مربوط به بازده های بدست آمده در چرخه های کوانتومی مطالعه شده به صورت زیر است

$\eta = \circ/55555$	بازده چرخه کوانتومی کارنو
$\eta = \circ/343684$	بازده چرخه کوانتومی استرلینگ
$\eta = \circ/75$	بازده چرخه کوانتومی اتو
$\eta_q = \circ/604317$	بازده چرخه کوانتومی کارنو در فرمالیسم تغییر شکل یافته
$\eta_q = \circ/4797$	بازده چرخه کوانتومی استرلینگ در فرمالیسم تغییر شکل یافته
$\eta_q = \circ/734539$	بازده چرخه کوانتومی اتو در فرمالیسم تغییر شکل یافته

جدول ۱.۵: مقایسه بازده در چرخه های کوانتومی

فصل ۶

نتیجه گیری

در این تحقیق ما ابتدا در فصل یک تاریخچه ای از ماشین های گرمایی را بیان کردیم و به ساختو ساز این ماشین ها توسط دانشمندان و به اساس کار این ماشین ها اشاره کردیم. در فصل دوم ما مقدمه ای از ماشین های گرمایی را بیان کردیم و توضیحاتی را در مورد نحوه عملکرد این ماشین ها ارائه کردیم همچنین در این بخش ماشین های درون سوز و برون سوز را با ذکر مثال توضیح دادیم. در فصل سه ما سه چرخه کوانتومی کارنو، استرلینگ و اتو که ماده کارشان یک ذره در جعبه است را مورد بررسی قرار دادیم. در چرخه کارنو که شامل دو فرایند هم دما و بی درو است با استفاده از انرژی معادله شرودینگر برای یک ذره در جعبه پارامترهای نیروی متغیر را بر روی دیواره در هر فرایند مطالعه کردیم سپس با استفاده از جمع انتگرال ۴ نیرو کار انجام شده برای این چرخه بدست می آید همچنین ما گرمای گرفته شده و داده شده از چرخه را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادیم که با محاسبه ی نسبت کار انجام شده به گرمای داده شده به چرخه، بازده محاسبه شده است سپس ما انرژی معادله شرودینگر را برای یک ذره در جعبه در چرخه استرلینگ که شامل دو فرایند هم حجم و هم دما است به کار بردیم، در فرایند ۲ → ۱ از این چرخه ما نیروی متغیر را با استفاده از انرژی معادله شرودینگر بررسی کردیم و گرمای داده شده به این سیستم را در این فرایند با استفاده از انتگرال نیرو مورد مطالعه قرار دادیم، در فرایندهای ۳ → ۲ و ۱ → ۴ از چرخه استرلینگ که فرایندهای هم حجم هستند ما گرمای مبادله شده را در این فرایندها با استفاده از اختلاف انرژی در دو فرایند ۲ → ۱ و ۴ → ۳ محاسبه کردیم که این دو گرما به دلیل هم حجم بودن دو فرایند باهم

برابر هستند زیرا تغییرات حجم و کار انجام شده برابر صفر است همچنین در فرایند $4 \rightarrow 3$ از این چرخه که سیستم در تماس با یک منبع با دمای T_L است ما نیروی متغیر دیوار و گرمای گرفته شده از سیستم را از انتگرال نیرو مطالعه کردیم و کار خالص انجام شده در این چرخه را از اختلاف گرمای داده شده به چرخه و گرمای گرفته شده از چرخه رابدست آوردیم سپس توان خروجی در این چرخه را از نسبت کار انجام شده به دوره تناوب مورد تجزیه و تحلیل قرار دادیم همچنین ما بازده را برای چرخه استرلینگ در حالت برگشت پذیر بررسی کردیم و با بازده این چرخه در حالت برگشت ناپذیر مقایسه کردیم که بازده چرخه استرلینگ در حالت برگشت پذیر بیشتر است. در نهایت ما برای این چرخه نمودارهای بازده را برحسب ضریب تراکم به ازای a و μ های مختلف رسم کردیم. سومین چرخه که ما در این فصل آن را بررسی کردیم چرخه کوانتومی اتو است، این چرخه دارای دو فرایند هم حجم و دو فرایند بی درو است ما ابتدا انرژی را در هریک از ۴ نقطه از چرخه مورد بررسی قرار دادیم و با استفاده از اختلاف انرژی در این نقطه ها ما گرمای داده شده به چرخه در فرایند $2 \rightarrow 1$ و گرمای گرفته شده از چرخه در فرایند $4 \rightarrow 3$ را مطالعه کردیم سپس کار انجام شده در چرخه اتو را با استفاده از اختلاف گرمای داده شده و گرمای گرفته شده بدست آوردیم در نتیجه پارامتر کار انجام شده و گرمای داده شده، بازده را برای این قسمت محاسبه کردیم همچنین در دو فرایند $3 \rightarrow 2$ و $4 \rightarrow 1$ که دو فرایند بی درو هستند نیروی دیوار متغیر را بررسی کردیم در نهایت با استفاده از محاسبه ی حاصل جمع انتگرال این دو نیرو، عبارتی برای کار انجام شده بدست آمد، همچنین ما این چرخه را در دو حالت در نظر گرفتیم و پارامترهای کار انجام شده، بازده و نشت حرارتی را برای این چرخه حرارتی دو حالت مورد بررسی قرار دادیم. در فصل چهارم ما جبرهای جدیدی در فیزیک معرفی کردیم، ابتدا نوسانگر هارمونیک در مکانیک کوانتومی را با استفاده از یک عملگر بالابرنده و پایین برنده در فضای جدید مورد بررسی قرار دادیم و انرژی نوسانگر هارمونیک را با استفاده از این عملگر ها در فضای جدید بدست آوردیم سپس با تعریف مختصات و تکانه در فضای $q - deform$ معادله شرودینگر را با استفاده از این عملگر ها تجزیه و تحلیل کردیم و با تعریف پتانسیل، انرژی این معادله را در فضای $q - deform$ بدست آوردیم همچنین ما دو نوع دیگر از مختصات و تکانه را در فضای $\beta - deform$ و $K - deform$ معرفی کردیم و با استفاده از این عملگر ها به تجزیه و تحلیل معادله شرودینگر در فضای $\beta - deform$ و $K - deform$ پرداختیم و انرژی مربوط به این معادله را در این فضاها مورد بررسی قرار دادیم. در فصل پنجم ما ابتدا چرخه کارنو را با استفاده معادله شرودینگر در فضای $q - deform$ بررسی کردیم و پارامترهای نیرو و انرژی را در هریک از فرایندهای چرخه در این فضای جدید تجزیه و تحلیل کردیم همچنین با استفاده از انرژی تغییر شکل یافته در نهایت بازده را در حالت $q - deform$ محاسبه کردیم که با میل دادن این پارامتر تغییر شکل یافته به سمت صفر به همان روابط مربوط به چرخه کارنو در فصل دو می رسیم.

$$\eta_q = 1 - \frac{E_{c-q}}{E_{H-q}} = 1 - \frac{\frac{1}{2m} \left(\frac{2\pi}{L_3 + 2q\pi} \right)^2}{\frac{1}{2m} \left(\frac{\pi}{L_1 + q\pi} \right)^2} = 1 - 4 \left(\frac{L_1}{L_3} \right)^2 \quad (1.6)$$

سپس ما چرخه استرلینگ برگشت ناپذیر را که در فصل دو مطالعه کردیم را با استفاده از انرژی معادله شرودینگر در فضای $K - deform$ بررسی می کنیم و نیرو را در فرایندهای $1 \rightarrow 2$ و $3 \rightarrow 4$ در فضای $K - deform$ محاسبه کردیم و با استفاده از انتگرال این نیرو ها، گرمای داده شده به چرخه و گرفته شده از چرخه را آنالیز کردیم و کار خالص انجام شده در حالت تغییر شکل یافته را با استفاده از اختلاف گرما در این چرخه بدست آوردیم در نهایت توان خروجی و بازده را در این فضای جدید مورد تجزیه و تحلیل قرار دادیم همچنین ما بازده را برای چرخه استرلینگ برگشت پذیر در فضای $K - deform$ بررسی کردیم و با بازده چرخه استرلینگ برگشت ناپذیر مقایسه کردیم سپس ما برای چرخه استرلینگ برگشت ناپذیر نمودارهای بازده را بر حسب ضریب تراکم به ازای a و μ های مختلف در حالت $K - deform$ رسم کردیم و این نمودارها را بانمودارهای مربوطه به این چرخه در فصل دو مقایسه کردیم در نهایت پارامتر تغییر شکل یافته را در هریک از معادلات مربوط به این چرخه به سمت بی نهایت میل دادیم که به همان روابط مربوط به چرخه استرلینگ در فصل دو رسیدیم. سپس در آخرین قسمت برای این فصل ما چرخه کوانتومی اتو را با استفاده از پارامتر $\beta - deform$ بررسی کردیم ابتدا مقدار چشمداشتی از هامیلتونی را در هریک از ۴ نقطه ی چرخه محاسبه کردیم سپس بااستفاده از انرژی تغییر شکل یافته در قسمت اول و دوم چرخه، گرمای داده شده به چرخه را حساب کردیم وبا استفاده از انرژی تغییر شکل یافته در قسمت سوم وچهارم چرخه، گرمای گرفته شده از چرخه را بدست آوردیم همچنین با استفاده از گرمای بدست آمده، کار خالص انجام شده درحالت تغییر شکل یافته بدست آوردیم، سرانجام با محاسبه ی نسبت کار خالص انجام شده به گرمای داده شده به چرخه، بازده را در حالت تغییر شکل یافته محاسبه کردیم در نهایت با میل دادن پارامتر تغییر شکل یافته به سمت صفر ما به همان بازده مربوط به چرخه اتو در فصل دو رسیدیم. همچنین ما در فرایندهای بی درو از این چرخه، نیروی متغیر دیوار را در حالت $\beta - deform$ محاسبه کردیم و با میل دادن $\beta \rightarrow 0$ به همان روابط مربوط در فصل دو رسیدیم همچنین ما چرخه حرارتی کوانتومی اتو را در دو حالت درنظر گرفتیم و پارامترهای بازده، کار انجام شده و نشء حرارتی را در حالت تغییر شکل یافته ($\beta - deform$) محاسبه کردیم که مجدداً با میل دادن $\beta \rightarrow 0$ به همان روابط مربوط به چرخه اتو در فصل دوم رسیدیم.

مراجع

- [۱] گودرزی، فاطمه (۱۳۹۰/۱۰/۱۰). ماشین های گرمایی و طرز کار آنها – بالمیل ، دیگ بخار ، دیگ آبگرم، تبیان
- [2] steam engine Britannica Online Encyclopedia
- [۳] پنجه شاهی، محمدحسن و آبتین، عطایی. (۱۳۹۰/۱۱/۰۲)، چرخه ترمودینامیکی. دانشنامه انرژی
- [4] "turbine." Encyclopædia Britannica. 2007. Encyclopædia Britannica Online. 18 July 2007
- [5] "De Architectura": Chapter VI (paragraph 2) from "Ten Books on Architecture" by Vitruvius (1st century BC), published 17, June
- [6] Ahmad Y Hassan , Taqi al-Din and Arabic Mechanical Engineering, Institute for the History of Arabic Science, University of Aleppo, pp. 34–35. (1976)
- [7] University of Rochester, NY, The growth of the steam engine online history resource, chapter one". History.rochester.edu. Retrieved 3 February 2010.
- [8] Garcia, Nicholas . Mas alla de la Leyenda Negra. Valencia: Universidad de Valencia. pp. 443–54. ISBN 978-84-370-6791-9. (2007)
- [9] history of the stationary steam engine. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-34356-5.
- [10] Lira, Carl T. "The Savery Pump". Introductory Chemical Engineering Thermodynamics. Michigan State University. Retrieved 11 April 2014.
- [11] The Unbound Prometheus: Technological Change and Industrial Development in Western Europe from 1750 to the Present. Cambridge, NY: Press Syndicate of the University of Cambridge. ISBN 978-0-521-09418-4.

- [12] Brown, Richard . Society and Economy in Modern Britain 1700-1850. Taylor Francis. ISBN 978-0-203-40252-8, (2002).
- [13] Hunter, Louis C.; Bryant, Lynwood (1991). A History of Industrial Power in the United States, 1730–1930. Vol. 3: The Transmission of Power. Cambridge, Massachusetts: MIT Press. ISBN 978-0-262-08198-6.
- [14] Dickinson, Henry W; Titley, Arthur . "Chronology". Richard Trevithick, the engineer and the man. Cambridge, England: Cambridge University Press. p. xvi. OCLC 637669420.(1934)
- [15] S. Carnot, Sur la Puissance Motrice du Feu (Paris), (1824).
- [16] R. Stirling, Patent no. 4081, Stirling air engine and the heat regenerator, (1816).
- [۱۷] (۱۵ فروردین ۱۳۹۷). تاریخچه موتورهای احتراق داخلی و خارجی، آرین موتور
- [۱۸] تاریخچه موتورهای دیزلی – فروشگاه دنما – دوسان، کوماتسو، هیوندای
- [۱۹] مصدق فر، منصور. (۱۳ خرداد ۱۳۹۱). چرخه توربین گازی – چرخه ایده آل برایتون
- [۲۰] عرفانیان، مرتضی. (۱۱/۳/۱۳۹۳). ماشین گرمایی – ویکی پدیا، دانشنامه آزاد
- [21] Fundamentals of Classical Thermodynamics, 3rd ed. p. 159, (1985)
- [22] Mechanical efficiency of heat engines, p. 1 (2007) by James R. Senf: "Heat engines are made to provide mechanical energy from thermal energy."
- [23] W. S. Chung and H. Hassanabadi, Physics Letters A, 33, 2050074 (2020).
- [24] "History of Technology: Internal Combustion engines". Encyclopædia Britannica. Britannica.com. Retrieved 2012-03-20.
- [۲۵] پایگاه اطلاعات و دانستنی‌های علمی ایرانیکا بایگانی‌شده در ۱۸ اکتبر ۲۰۰۸ توسط Machine. Wayback
- [۲۶] گودرزی، فاطمه. (۲۶/۹/۱۳۹۰). ماشین های درون سوز (ماشین های بنزینی)
- [27] external combustion - Definition from the Merriam-Webster Online Dictionary
- [28] C. M. Bender, D. C. Brody, and B. K. Meister, J. Phys. A 33, 4427 (2000).
- [29] M. Arik, D. Coon, J. Math. Phys. 17 524 (1976).

- [30] W. S. Chung and H. Hassanabadi, Physics Letters B, 785, 127-131(2018).
- [31] W. S. Chung and H.Hassanabadi, New generalized uncertainty principle at the Planck scale submitted (2018).
- [32] A.Boumali and H.Hassanabadi, The one dimensional q-deformed relativisit harmonic oscillator (2016).
- [33] F. Wu, L.G. Chen, F.R. Sun, C. Wu, Energy Conver. Manag. 47, 3008 (2006).
- [34] H.T. Quan, Y.X. Liu, C.P. Sun, F. Nori, Phys. Rev. E 76, 031105 (2007).
- [35] W. S. Chung and H. Hassanabadi, The European Physical Journal C, 79:213 (2019).
- [36] Y. Yin, L. G. Chen, F. Wu, Eur. Phys. J. Plus 132: 45 (2017).
- [37] F. Wu, Z.C. Yang, L.G. Chen, X. W. Liu and S. Wu, Thermal Sci., 14 879-886 (2010).
- [38] M. Damghani, H. Hassanabadi, W. S. Chung and S.Sargolzaeipor, Physica Scripta, 95(3), 035401(2019).
- [39] Power and efficiency performance of irreversible quantum Stirling heat engine via deformed formalism, revised (2020).

Aabstract

In this thesis, we investigated Carnot ,Otto and Stirling engines in the quantum deformed formalism and we compared the obtain results by its ordinary case that its substance is a quantum particle in the box.In the first, we studied the parameters such as energy, force, work done, heat transferred and efficiency by using of the Schrödinger equation and then we analyzed the Schrödinger equation in the deformed formalism.We calculated the parameters that related to three cycles by using of Schrödinger equation in the deformed formalism and obtained to force, work done, heat transferred and efficiency in the deformed formalism in each three cycles.Then we showed the effect of the deformed parameter on the efficiency and we showed when this parameter goes to zero in three cycles, we can obtain the ordinary cases.

Keywords: Schrödinger equation; deformed formalism; energy; efficiency.



Faculty Of Physics

MSc Thesis in Nuclear Physics

Deformed Schrodinger equation dependent on variable potentials and its application in heat engines

By: Mohammad Damghani

Supervisor:

Hassan Hassanabadi

August 2020