





دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

رساله دکتری ذرات بنیادی

معادله حالت ستاره‌های فشرده با استفاده از هولوغرافی

نگارنده: فریده السادات کاظمیان تربقان

استاد راهنما

دکتر کاظم‌بی تقصیر فدافن

استاد مشاور

دکتر آندریاس اشمیت

مهر ۱۳۹۹

فَقَالَ:
رَبِّ إِنِّي لِمَا أَنْزَلْتَ إِلَيَّ مِنْ خَيْرٍ فَقِيرٌ

سپاس گزاری...

I want to use this page to thank all the people who supported me all over the years and made this thesis possible.

First and foremost, I own deep gratitude to my supervisor Kazem Bitaghsir Fadafan who taught me internationally and expanded aspirations. thank you very much

I also want to thank from my advisor Andreas Schmitt who sparked my fascination for the physics of compact stars with his great lecture in workshop training in Trento at Italy. Andreas was always incredibly helpful and patient. Whether it concerned physics, calculations, coding, preparing talks. I also want to thank him for his hospitality and financial support which enabled me to visit Trento

I also want to thank David Blashke for his hospitality and financial support which enabled me to visit Dubna and summer school.

فریده السادات کاظمیان تربقان
مهر ۱۳۹۹

تعهد نامه

اینجانب فریده السادات کاظمیان تربقان دانشجوی دکتری رشته فیزیک ذرات بنیادی فیزیک و مهندسی هسته‌ای دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان‌نامه با عنوان **معادله حالت ستاره‌های فشرده با استفاده از هولوگرافی**، تحت راهنمایی **کاظم بی‌تقصیر فدافن** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های دیگر پژوهش‌گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان‌نامه، تا کنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ‌جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه صنعتی شاهرود تعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “دانشگاه صنعتی شاهرود” یا “Shahrood University of Technology” به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آوردن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده شده است)، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

فریده السادات کاظمیان تربقان

۱۳۹۹ مهر

مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان‌نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

توصیف مواد کواری و مواد هسته‌ای در یک مدل میکروسکوپی، چالش برانگیز است البته انگیزه‌های نظری مانند مطالعه در زمینه ستاره‌های نوترونی و رابطه جرم و شعاع و همچنین سیگنال‌های امواج گرانشی از ادغام ستاره‌های نوترونی که وابسته به خواص مواد در هسته ستاره و گذارهای فاز مرتبه اول موجود و امکان پذیر بین مواد کواری و هسته‌ای می باشد. وجود دارد. بنابراین مطالعه‌های جدی که دو مدل متمایز را یکی با درجه آزادی کواری و دیگری با درجه آزادی نوکلئونی است را شامل می‌شود این دو مدل به هم دیگر در یک گذار فاز مرتبه اول یا یک وقفه آرام^۱ بین دو فاز معرفی شده، می پیوندند. رویکردهای بیشماری، توان پیشگویی طبیعت و موقعیت گذار کواری-هادرون را ندارند رویکرد جدید ما روی دوگانگی پیمان/گرانش است که بهترین مدل توصیف شده از نظریه کوانتومی رنگ است که در بعضی قسمت‌ها بسیار شبیه به مدل نامبو-جونا-لازینیو است این مدل مفهوم بسیار خوبی از باریون‌ها در یک فاز شکسته دستینه^۲ و ماده کواری متقارن دستینه را دارد.

در این رساله خواهیم دید مدل ساکایی سوگیموتو^۳ مدلی است که قابلیت توصیف هم زمان مواد کواری و مواد هسته‌ای و مواد مزونی را دارد در این مدل ماده‌هسته‌ای بوسیله اینستنتون‌ها^۴ در توده توصیف خواهند شد و نشان می‌دهیم که برهم‌کنش بین اینستنتون‌ها نقش جدی در پیوستگی^۵ دو فاز تقارن دستینه حفظ‌شده^۶ و شکسته^۷ دارند این پیوستگی توسط مسیری از مواد کواری و هسته‌ای است که نقاط ایستا از پتانسیل را در حالت‌های نیمه‌پایدار و ناپایدار شامل می‌شود البته باید دقت داشت که این گذار فاز دستینه، مرتبه اول باقی می‌ماند همچنین ما، پارامترهای مدل را براساس خواص چگالی‌های پایین از مواد هسته‌ای نشان می‌دهیم و رفتار غیریکنواختی را برای سرعت صوت که تابعی از پتانسیل شیمیایی می‌باشد را مشاهده خواهیم کرد که این سرعت صوت با استفاده از قیدهای از نظریه کوانتومی رنگ و فیزیک نجوم پیشنهاد شده است. تمام نتایج بالا در حالتی بررسی شد که دما برابر صفر بود. علاوه بر آن این نتایج (پیوستگی ماده‌هسته‌ای و کواری و همچنین سرعت صوت ..) برای حالتی که دما مقداری غیر صفر دارد نیز بررسی شد.

کلمات کلیدی: مدل ساکایی سوگیموتو، اینستنتون‌ها، پیوستگی، سرعت صوت

^۱Smooth interpolation

^۲Chiral

^۳Sakai-Sugimoto model

^۴Instantons

^۵Continuity

^۶chiral symmetry restored

^۷chiral symmetry broken

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. K. B. Fadafan, F. Kazemian, A. Schmitt *Towards a holographic quark hadron continuity* JHEP 03 (2019) 183 , arXiv:1811.08698 .

۲. کاظمیان، فریده ؛ بی تقصیر فدافن، کاظم ؛ اشمیت، آندریاس ؛ «محاسبه سرعت صوت در یک مدل میکروسکوپی شامل گذار فاز ماده هسته ای به ماده کوارکی با استفاده از هولوگرافی»؛ نهمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان ها، دانشگاه یزد، ۲۴ و ۲۵ بهمن ۱۳۹۷.

۳. کاظمیان، فریده ؛ بی تقصیر فدافن، کاظم ؛ اشمیت، آندریاس ؛ «محاسبه برهمکنش بین باریون ها با استفاده از تقریب برهمکنش دو تایی اینستانتون ها»، کنفرانس فیزیک سالانه ایران، دانشگاه تبریز، ۴-۷ شهریور

فهرست مطالب

س فهرست تصاویر

۱	آشنایی نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ و ستاره‌های فشرده
۲	۱.۱ نیروهای بنیادی اولیه
۴	۲.۱ نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ
۶	۳.۱ ارتباط ستاره‌های فشرده با نظریه کوانتومی رنگ
۹	۴.۱ تعریف و اهمیت معادله حالت
۱۰	۱.۴.۱ جرم و شعاع
۱۲	۲.۴.۱ محاسبه معادله حالت مواد هسته‌ای در حالت غیربرهم‌کنشی
۱۷	۲ معرفی مدل با استفاده از تمام‌نگاری
۱۷	۱.۲ پایه‌های در نظریه ریسمان و حدنظریه میدان (یا واجفتیدگی) در $AdS_5 \times S^5$
۱۸	۲.۲ نظریه پیمانه‌ای N_c بزرگ
۲۰	۳.۲ تناظر یک میدان در توده و یک اپراتور روی مرز
۲۲	۴.۲ مدل ساکایی سوگیموتو
۲۶	۵.۲ معرفی باریون
۲۷	۶.۲ محاسبه برهم‌کنش دوتایی باریون‌ها
۲۹	۱.۶.۲ تک اینستنتون $k=1$
۳۰	۲.۶.۲ دو اینستنتون‌ها $k=2$
۳۵	۳ اتصال ماده کوارکی به باریونی
۳۵	۱.۳ مقدمه
۳۶	۲.۳ محاسبه انرژی آزادسیستم
۳۸	۳.۳ حدسی برای قدرت میدان غیرآبلی
۳۹	۱.۳.۳ اینستنتون منفرد در مدل ساکایی سوگیموتو
۴۰	۲.۳.۳ دو اینستنتون در مدل ساکایی سوگیموتو

۴۳	تقریب چند اینستنتونی برهم کنش بین آنها	۳.۳.۳
۴۴	محاسبه برهم کنش بین اینستنتون ها در حالت چندلایه	۴.۳.۳
۴۵	حل معادله حرکت	۴.۳
۵۱	انتخاب پارامترها	۵.۳
۵۴	نتایج مدل در دمای صفر	۶.۳
۵۴	تاثیر پارامتر ثابت جفت شدگی توفت در پتانسیل شیمیایی بحرانی	۱.۶.۳
۵۵	پیدا کردن حل تحلیلی در پتانسیل شیمیایی کم	۲.۶.۳
۶۱	پیوستگی ماده هسته ای به ماده کوارکی	۳.۶.۳
۶۵	سرعت صوت	۴.۶.۳
۶۹	نتایج مدل در حالت دمدار	۷.۳
۶۹	تاثیر پارامترهای تغییر شکل وابسته به دما در انتروپی	۱.۷.۳
۷۱	اتصال ماده هسته ای به کوارکی در دمای محدود	۲.۷.۳
۷۲	سرعت صوت فاز باریونی در حضور دما و در حالت غیربرهم کنشی	۳.۷.۳
۷۵	نمودار فاز	۴.۷.۳
۷۷	جرم باریون گرمایی	۵.۷.۳
۷۹	۴ نتیجه گیری	
۸۵	مراجع	
۹۱	آ اثبات رابطه تولمن-اپنهاایمر-ولکوف	

فهرست تصاویر

۴	۱.۱ نمودار فاز آب
۷	۲.۱ چرخه حیات ستارگان
۳.۱	تصویر شماتیکی از نمودار فاز در برهم کنش های قوی مواد، خط های ممتد نشان دهنده گذار فاز مرتبه اول گاز به مایع و گذار فاز هادرون به کوارک است. نقاط انتهایی این خطوط، نقاط بحرانی را نشان می دهد. نقطه بحرانی گذار فاز مایع به گاز هسته ای در دمای $T_c = 16/6 MeV$ [۵] اتفاق می افتد. خط های منقطع دمای شبه بحرانی از گذار عبوری از ماده هادرونی به کوارکی است که در $\mu_B = 0$ اتفاق می افتد مقدار دمای آن $T_c = 154 MeV$ [۶] می باشد.
۸	دایره های قرمز و سفید نوترون ها و پروتون ها را نمایش می دهد. [۸] . . .
۴.۱	نموداری که رابطه جرم و شعاع را برای چند ستاره تعیین می کند [۲۹] . .
۱.۲	انتشارگر میدان های پیمانه ای و سر راس برهم کنش ها توسط شکل دو خط [۲۰]
۱۹	۲.۲ نمودارها و توپولوژی مربوط به آنها. [۲۰]
۲۰	۳.۲ تصویری از ریسمان های باز و بسته
۴.۲	شکل بالا شماتیکی از رابطه $GKP - Witten$. [۲۰]
۲۱	۵.۲ شکل شامه های $D8$ ، $\overline{D8}$ و $D4$ در 10 بعد ، مقدار فاصله جدایی $L \langle \frac{\pi}{M_{KK}} \rangle$ حذف شده سازی گویند. [۷]
۲۳	۶.۲ در جدول بالا " " نشان دهنده این است که شامه ها در جهت های متناظر گسترده شده اند و جاهای خالی نشان دهنده این است که شامه ها در این راستاها نقطه گونه هستند. [۷]
۲۳	

- ۷.۲ نمودار فاز مدل ساکایی سوگیموتو، شکل توپولوژی آن در زیر فضای $ix^\circ - u$ و $x_4 - u$ با استفاده از خطوط قرمز و آبی به ترتیب نمایش داده شده و خطوط مشکی شامه‌های $D8$ و $\overline{D8}$ هستند که در صورت اتصال، دستینگی شکسته و در صورت جدا بودن دستینگی حفظ می‌شود. هندسه آن نیز بدین صورت است که در صورتی که استوانه‌ای شکل باشد هندسه غیرحبس شده و در صورتی که کله قندی باشد هندسه حبس شده است. شکل بالا برای حالتی است که حد غیر فشردگی در نظر گرفته شده است. [۷] ۲۴
- ۸.۲ تصویری از اینستنتون‌ها در دمای صفر در صفحه‌ای که شامه‌ها به هم متصل می‌باشند در سمت چپ دو شامه $D8$ و $\overline{D8}$ را نشان می‌دهد که به هم متصل شده‌اند. دایره قرمز رنگ نشان دهنده یک اینستنتون است در سمت چپ تصویر باز شده می‌باشد. ۲۶
- ۹.۲ شکل سمت راست: توزیع اینستنتون‌ها روی محور x و در $z = 0$ با چگالی محدود، شکل سمت چپ: توزیع تعداد بیشمار اینستنتون با چگالی بیشتر به گونه‌ای که در جهت z زیاد می‌شود ۲۷
- ۱.۳ تصویر شماتیکی از فازهای نظریه کوانتومی رنگ بر حسب چگالی باریونی، شکل سمت راست پیوستگی و شکل سمت چپ گذار فاز مرتبه اول را نشان می‌دهد ناحیه پیوستگی و گذار فاز مرتبه اول به صورت سایدار نمایش داده شده است . ۳۶
- ۲.۳ دافعه بین اینستنتون‌ها در صفحه x و z برای مقادیر متفاوت $\frac{d}{\rho}$ ۴۰
- ۳.۳ موقعیت اینستنتون‌ها در ساختارهای شبکه متفاوت که p تعداد نزدیکترین همسایگی و r فاصله نزدیکترین همسایگی ۴۱
- ۴.۳ توزیع اینستنتون‌ها در طول جهت هولوگرافی z ۴۵
- ۵.۳ ارتباط بین کمیت‌های k و n_I برای ثابت جفت‌شدگی توفت متفاوت λ ۱۰, ۱۴/۶, ۱۸, ۴۰ ۵۵
- ۶.۳ ارتباط بین کمیت‌های u_c و n_I برای ثابت جفت‌شدگی توفت متفاوت λ ۱۰, ۱۴/۶, ۱۸, ۴۰ ۵۶
- ۷.۳ ارتباط بین کمیت‌های $\frac{p}{p_{quark}}$ و μ برای ثابت جفت‌شدگی توفت متفاوت $\lambda = 10, 14/6, 18, 40$ خط آبی رنگ فشار کواری را نشان می‌دهد و خط مشکی فشار باریونی که به فشار کواری بهنجار شده است. ۵۶
- ۸.۳ ارتباط بین کمیت‌های u_c و n_I برای ثابت جفت‌شدگی توفت متفاوت λ ۱۰, ۱۴/۶, ۱۸, ۴۰ ۵۷

- ۹.۳ ردیف بالا چگالی باریون بدون بعد n_I و ردیف دوم موقعیت نقطه اتصال شامه‌های طعم u_c را که تابعی از کمیت بدون بعد پتانسیل شیمیایی μ است را در دمای صفر نشان می‌دهد در شکل‌های سمت چپ، خط‌های ممتد، شاخه‌های پایدار را نشان می‌دهد. و خط‌های منقطع حالت‌های نیمه‌پایدار و ناپایدار را نشان می‌دهد. نمودارهای سمت راست، کمیت‌های یکسان با دوبر لگاریتم گرفتن بدست آمده است. در این نمودارهای سمت راست، همه جواب‌ها با خط‌های ممتد نشان داده شده و جواب‌های تحلیلی با خطوط منقطع آبی نشان داده شده. ۵۸
- ۱۰.۳ شکل سمت چپ: خط ممتد سیاه فشار فاز باریونی، خط ممتد قرمز مستقیم، فاز مزونی و خط افقی منقطع آبی، فاز متقارن کایرال را نشان می‌دهد هم این فشارها با فشار فاز کوارکی یا فاز متقارن دستینه $P_{||}$ نرمالیزه شده‌اند. سمت راست: فاصله اینستنتون‌ها به عرض یا پهنای اینستنتون d به عنوان تابعی از پتانسیل شیمیایی فاز باریونی است قسمت‌های ممتد سیاه متناظر با فاز پایدار و قسمت‌های منقطع حالت‌های نیمه پایدار و خطوط قرمز نتایج غیربرکنشی را نشان می‌دهد. ۵۹
- ۱۱.۳ شکل بالا فازهای شکسته‌دستینه با حضور باریون و بدون آن و همچنین فاز حفظ‌شده دستینه در هندسه غیرحبس‌شده را نمایش می‌دهد جهت تمام‌نگاری $u \in [u_T, \infty]$ که u_T نشان‌دهنده دما است. البته وقتی شامه‌های $D\Delta$ و $\overline{D\Delta}$ به هم متصل هستند توسط پارامتر $z \in [-\infty, \infty]$ مشخص شده‌اند. و دایره قرمز رنگ، نشان‌دهنده اینستنتون‌ها می‌باشد. البته محاسبات در حد غیرفشرده‌سازی است یعنی $L \ll \pi/M_{KK}$ ۶۲
- ۱۲.۳ نمودار شماتیک از انرژی آزاد Ω برحسب پتانسیل شیمیایی μ . که نشان‌دهنده مسیر پیوستگی است که اتصال مواد هسته‌ای را به مواد کوارکی را بیان می‌کند. شاخه‌های مهم شکل توسط هندسه شامه‌های طعم در زیرفضای (u, x_4) نشان داده شده است. ۶۲
- ۱۳.۳ ستون اول موقعیت d برحسب μ ، ستون دوم موقعیت x_4 برحسب u ، ستون سوم موقعیت اینستنتون‌ها در صفحه x_1 و x_2 و ستون آخر x_1 برحسب z ۶۳
- ۱۴.۳ مربع سرعت صوت c_s^2 بر واحد سرعت نور به عنوان تابعی از پتانسیل شیمیایی کوارک بدون بعد که با استفاده از پارامترهای تطبیق شده با خواص مواد هسته‌ای است محاسبه شده است منحنی ضخیم قرمز، نتایج برای فاز پایدار را نشان می‌دهد از فاز مزونی در پتانسیل شیمیایی‌های کوچک μ تا μ ‌های متوسط تا مقادیر بزرگ μ فاز ماده کوارکی. منحنی سیاه نازک متناظر با حالت‌های فاز ناپایدار و نیمه پایدار است. این نمودار برای $T = 0$ است. ۶۷

- ۱۵.۳. تصویر شماتیکی از رفتار اینستنتون ها برای حالتی که پارامترهای تغییر شکل وابسته به دما باشند پارامتر ρ عرض اینستنتون در جهت تمام نگاری و $\frac{\rho}{\gamma}$ پهنای اینستنتون در راستای مکان است زمانی که این دو پارامتر وابسته به دما باشند اینستنتون ها همانند منحنی آبی رنگ کشیده خواهند شد. ۶۹
- ۱۶.۳. چگالی باریونی n_I نسبت به μ برای دماهای متفاوت ، در این شکل مقدار پارامتر $\rho_0 = 2/5$ ، $\gamma_0 = 4$ و ثابت جفت شدگی توفت $\lambda = 100$ ۷۰
- ۱۷.۳. شکل سمت چپ، نمودار اینستنتون ها را در حالت تک لایه و شکل سمت راست، نمودار اینستنتون ها را در حالت دو لایه برای دو دمای متفاوت نشان می دهد منحنی قرمز رنگ نمودار اینستنتون ها در حالت دما دار و منحنی مشکی برای دمای صفر است. ۷۱
- ۱۸.۳. (شکل سمت چپ) موقعیت نقطه اتصال دو شامه u_c و (شکل سمت راست) چگالی باریون بدون بعد n_I به عنوان تابعی از پتانسیل شیمیایی بدون بعد μ در دمای غیر صفر ۷۲
- ۱۹.۳. ردیف اول: نمودارها فشار فاز باریونی را نشان می دهد که به فشار فاز کواریکی بهنجار شده است. این دو نمودار برای دو دمای متفاوت است. شکل سمت راست مقدار دما $t = 0.086$ و دما برای سمت چپ $t = 0.024$ می باشد. دایره قرمز رنگ پتانسیل شیمیایی بحرانی از فاز باریونی به کواریکی است. و ردیف دوم: موقعیت انرژی آزاد بر حسب پتانسیل شیمیایی را برای دو دمای متفاوت نشان داده شده است. درست مشابه آنچه در دمای صفر داشتیم خط آبی نشان دهنده فاز کواریکی و خط قرمز رنگ نشان دهنده فاز باریونی است. ۷۳
- ۲۰.۳. رفتار نقطه اتصال بین دو شامه u_c و فاصله جدایی بین اینستنتون ها d در حضور دما ۷۳
- ۲۱.۳. مقایسه مربع سرعت صوت c_s^2 بر واحد سرعت نور به عنوان تابعی از پتانسیل شیمیایی کواریکی بدون بعد برای دو دمای متفاوت که با استفاده از پارامترهای تطبیق شده با خواص مواد هسته ای است منحنی قرمز، نتایج برای فاز پایدار در دمای صفر و منحنی آبی سرعت صوت در دمای $u_t = 0.2$ را نشان می دهد. ۷۴
- ۲۲.۳. مقایسه سرعت صوت در حالتی که برهم کنش بین باریون ها در نظر گرفته شده است و همچنین حالتی که این برهم کنش وجود ندارد. ۷۴
- ۲۳.۳. نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ بدون اینستنتون ها. ۷۶
- ۲۴.۳. نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ در حالت غیر برهم کنشی ۷۶
- ۲۵.۳. نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ در حالت برهم کنشی و برای ساختارهای شبکه متفاوت ۷۷

۸۲		شکل هندسی ماده کوارکیونیک	۱.۴
۸۲		شکل هندسی ماده کوارکیونیک	۲.۴

فصل ۱

آشنایی نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ و ستاره‌های فشرده

مقدمه

نظریه کوانتومی رنگ^۱ یک نظریه شگفت انگیز است. آزادی مجانبی^۲ که در مقیاس فواصل کوتاه سازگار است ما را قادر می‌سازد که نظریه را به طور کامل برحسب درجات آزادی میکروسکوپی بنیادی یعنی کوارک و گلوئون بیان کنیم این تعریف بنیادی گستره عظیمی از پدیده‌ها از طیف جرمی تا فرایندهای غیر الاستیک را شامل می‌شود

نظریه کوانتومی رنگ خواص ترمودینامیکی جالبی را دارد این خواص برای فهم بیشتر پدیده‌های طبیعی مثل ستاره‌های نوترونی یا فشرده و یا نتایج آزمایشگاهی مثل برخورد یون‌های سنگین مفید است رفتار تحلیلی نظریه کوانتومی رنگ سخت است زیرا به غیر از جرم کوارک‌ها این نظریه پارامتر بنیادی کوچکی ندارد تنها مقیاس ذاتی غیر وابسته مقیاس حبس‌شدگی است

$$\Lambda_{QCD} = 10^{-15} m^{-1}$$

^۱QCD

^۲ Asymptotic Freedom

۱.۱ نیروهای بنیادی اولیه

بر اساس مدل استاندارد چهار نوع نیرو در طبیعت وجود دارد یعنی تمام برهم کنش‌های طبیعت محدود به چهار نیرو است. نیروی گرانشی، نیروی برهم کنش ضعیف، نیروی الکترومغناطیسی، نیروی برهم کنش قوی.

۱. نیروی گرانشی:

دارای برد بینهایت می‌باشد. و کوانتوم‌های میدان آن گراویتون‌ها می‌باشند که دارای جرم سکون صفر و بار الکتریکی صفر و اسپین دو می‌باشند. گراویتون‌ها با یکدیگر برهم کنش دارند. این ذرات میدان را نمی‌توان کوانتیده کرد چرا که نظریه غیر قابل باز بهنجار پذیر می‌باشد. یعنی اینکه وقتی دو جسم را به هم نزدیک می‌کنیم میدان گرانشی به شدت افزایش می‌یابد و تعداد گراویتون‌های تبدالی به صورت تصاعدی زیاد می‌شود و بنا به اصل عدم قطعیت به ازای کوچک تر شدن، تکانه گراویتون‌ها افزایش می‌یابد و از آنجایی که خود گراویتون‌ها با هم برهم کنش دارند در نتیجه میدان و انرژی به سمت بینهایت میل می‌کند و نمی‌توان آن را بهنجار کرد. نظریه ریسمان به عنوان یکی از مهم‌ترین پیشنهادها برای نظریه کوانتومی گرانش است که هنوز در مرحله ی نظری است و با نتایج تجربه فاصله‌ی زیادی دارد.

۲. نیروی ضعیف:

عامل واپاشی بتا است و این برهم کنش نقشی در پیوند هسته‌ها ندارد. برد نیروی ضعیف کمتر از $10^{-16}m$ است و ذرات میدان آن بوزون ضعیف w^+, w^- که دارای بار ± 1 و اسپین یک و جرم سکون آن $80/2 MeV$ می‌باشد و بوزون ضعیف Z^0 که دارای بار صفر و اسپین یک و جرم سکون $91/2 MeV$ می‌باشد. نیروی ضعیف در شناخت رفتار ذرات بنیادی اهمیت دارد [۳۶].

۳. نیروی الکترومغناطیس:

در قرن نوزدهم و با کارهای بزرگانی نظیر فارادی، هانری، لورنتس، آمپر، اورستد و... قوام پیدا کرد و سرانجام ماکسول توانست این نظریه‌ها را وحدت بخشیده و در یک نظریه واحد الکترومغناطیسی کلاسیک توضیح دهد. در نیروی الکترومغناطیسی ذرات باردار، ماده را می‌سازند و نیروی الکترومغناطیس در ساختار و برهم کنش‌های ذرات بنیادی اهمیت دارند. برد برهم کنش الکترومغناطیسی بی‌نهایت است. نظریه مربوط به برهم کنش الکترومغناطیس در ابعاد اتمی را الکترودینامیک کوانتومی^۳ می‌نامند و

^۳QED

ذره میدان آن‌ها فوتون می‌باشد که دارای بار الکتریکی صفر و اسپین یک و جرم سکون صفر دارد. فوتون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش ندارند.

۴. نیروی قوی:

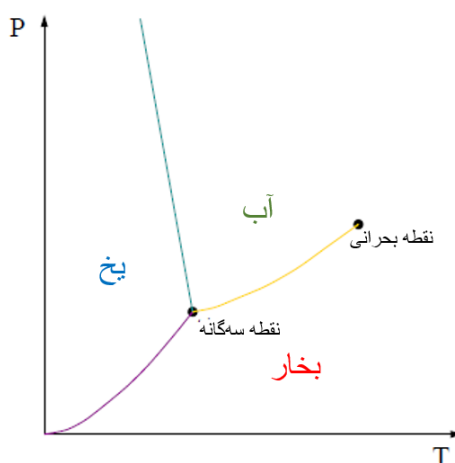
اتم‌ها از الکترون و هسته ساخته شده‌اند. هسته هم از پروتون و نوترون تشکیل شده است. با توجه به دقت آزمایش‌های کنونی الکترون یک ذره‌ی نقطه‌ای است. همچنین معلوم شده است که پروتون از سه کوارک درست شده است. کوارک‌ها درجات آزادی طعم (u, d, s, c, b, t) و رنگ (R, G, B) را دارا هستند.

مفهوم رنگ و دینامیک کوانتومی رنگ برای اولین بار به وسیله‌ی نامبو (۱۹۶۶) پیشنهاد شد و هم اکنون به عنوان نظریه کوانتومی رنگ نامیده می‌شود. این نظریه تعمیمی از الکترو دینامیک کوانتومی است که نظریه‌ی کوانتومی بارهای رنگ و میدان‌های الکترومغناطیسی می‌باشد. همان طور که در الکترو دینامیک کوانتومی فوتون‌ها واسطه‌ی نیروی بین ذرات باردار هستند در نظریه کوانتومی رنگ گلوئون‌ها واسطه‌ی نیروی بین کوارکی می‌باشند. نظریه کوانتومی رنگ و الکترو دینامیک کوانتومی هر چند در ظاهر مشابه هستند فرق بسیار مهمی با هم دارند. در حالی که فوتون‌ها از لحاظ الکتریکی خنثی هستند و بنابراین باری را انتقال نمی‌دهند، گلوئون‌ها از لحاظ رنگی خنثی نیستند. اینکه گلوئون‌ها خودشان بار حمل می‌کنند.

این برهم‌کنش به مفهوم اساسی نظریه‌ی پیمانه‌ای غیر آبلی یانگ - میلز (یانگ و میلز ۱۹۵۴) مربوط می‌شود. عبارت «غیر آبلی» به معنی غیر جابجاذیر است و دو خصوصیت مهم دینامیک کوارک گلوئون را به ما نشان می‌دهد. در انرژی‌های بالا شدت برهم‌کنش‌ها کوچک می‌شوند و کوارک‌ها و گلوئون‌ها به طور ضعیف با هم برهم‌کنش می‌کنند (آزادی جانبی^۴) در حالی که در انرژی‌های پایین برهم‌کنش‌ها قوی می‌شود و به محبوس شدگی^۵ رنگ منجر می‌شود. آزادی جانبی به خاصیت ضد استتار بار رنگ مربوط می‌شود. یک بار برهنه دارای رنگ است و خود گلوئون‌ها رنگ دارند، بنابراین هنگامیکه به کوارک رنگی نزدیک می‌شوند، از شدت برهم‌کنش رنگ کم می‌کنند. در نتیجه اگر کسی بخواهد با عبور کردن از ابرگلوئون‌ها بار برهنه را پیدا کند، سهم کوچکتری را می‌بیند که این مخالف چیزی است که در الکترو دینامیک کوانتومی اتفاق می‌افتد. در الکترو دینامیک کوانتومی، ابرجفت الکترون - پوزیترون که بار را احاطه کرده، بار برهنه را استتار می‌کنند یعنی این که با دور شدن از بار برهنه، بار موثر کاهش می‌یابد و میدان آن کوچک می‌شود، بنابراین سهم کوچکتری از بار دیده خواهد شد. در نتیجه در فواصل کوتاه، جفت شدگی افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه مقیاس طول و مقیاس انرژی، عکس یکدیگر هستند، وقتی که مقیاس طول کوچک می‌شود یا به طور معادل مقیاس انرژی افزایش می‌یابد، قدرت جفت شدگی در نظریه کوانتومی رنگ کاهش می‌یابد. [۳]

^۴ Asymptotic freedom

^۵ Confinement



شکل ۱.۱: نمودار فاز آب

۲.۱ نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ

برای توصیف جهان اطراف، فیزیکدان‌ها از مفهوم عناصر و فازها استفاده می‌کنند در بخش‌های زیادی از علم، نمودار فاز را برای یک نقشه ترمودینامیکی که حالت‌های متمایز یک ماده منفرد را در پارامترهای خارجی نشان می‌دهد استفاده می‌کنند. یک ماده توسط خط‌های گذار فاز از هم جدا شده‌اند. اطلاعات ترمودینامیکی با استفاده از نمودار فاز مشخص می‌شود که نواحی مختلف، مربوط به مواد متفاوت است و محورها بر حسب شرایط خارجی یا پارامترهای کنترلی^۶ مدرج شده است مثالی از یک نمودار فاز، نمودار فاز آب است. [۳۷]

پارامترهای کنترلی نمودار فاز شکل (۱.۱) فشار و دما است و فازها، آب و یخ و بخار است و تبدیل فازها توسط منحنی‌ها تقسیم شده است در نقطه سه گانه^۷ هر سه فاز وجود دارد و نقطه بحرانی^۸ نقطه ای که هلال بین بخار و آب ناپدید می‌شود و دو فاز سیال غیر قابل تشخیص می‌شوند، در دمایی کمتر از دمای بحرانی گذار بین آب و بخار گذار فاز مرتبه اول است. در این حالت هنگامی که ما از یک فاز به فاز دیگر می‌رویم تابع گیبس به طور پیوسته تغییر می‌کند ولی در دو فاز چگالی و انتروپی مقادیر متفاوتی دارند از این رو مشتقات مرتبه اول پتانسیل گیبس پیوسته نیستند. و در دمایی برابر دمای بحرانی گذار از مرتبه دوم می‌باشد. همانند ظرفیت گرمای ویژه در این حالت مشتقات اول تابع گیبس پیوسته‌اند ولی مشتقات دوم پیوسته نیستند.

به طور مشابه می‌توان چنین نمودار را برای نظریه کوانتومی رنگ داشت با توجه به شکل (۳.۱)، پارامترهای کنترلی پتانسیل شیمیایی و دما است در برهم کنش‌های فیزیک ذرات یک باریون (qqq) همیشه با جفتش یعنی پاد باریون ($\bar{q}\bar{q}\bar{q}$) خلق یا نابود می‌شود در نظریه کوانتومی رنگ

^۶ Contorol Parameter

^۷ Triplete point

^۸ Critical point

فرایندی وجود ندارد که تفاضل بین تعداد N_B باریون و تعداد $N_{\bar{B}}$ را تغییر دهد به عبارت دیگر می‌توانیم بگوییم $B = N_B - N_{\bar{B}}$ یک عدد کوانتومی بقادر است که عدد باریونی نامیده می‌شود در سیستم‌های که عدد باریونی قابلیت تغییر دارد پتانسیل ترمودینامیکی که در نظر گرفته می‌شود $\Omega(T, V, \mu) = E - TS - \mu B$ پتانسیل بزرگ است زمانی که این پتانسیل مقدار حداقلی باشد به تعادل ترمودینامیکی می‌رسیم در سیستم‌های که با انسامبل کانونی بزرگ تحلیل می‌شوند μ به عنوان پارامترکنترلی در نظر گرفته می‌شود و چگالی باریون $n_B = \frac{B}{V}$ یک کمیتی است که مقدار آن به جزئیات معادله حالت $n_B(T, \mu)$ وابسته است. [۳۸].

نظریه کوانتومی رنگ یک نظریه میدان کوانتومی نسبیتی است که این موضوع باعث می‌شود که انرژی سکون ذرات در نظر گرفته شود بنابراین داریم

$$\mu = \mu_{nR} + m_0 c^2 \quad (1.1)$$

μ_{nR} پتانسیل شیمیایی غیر نسبیتی است. نکته‌ای که وجود دارد این است که تنها بارهای بقادر در مدل استاندارد عدد باریونی، بار الکتریکی، بار رنگ و بار لپتونی می‌باشد هر یک از این موارد می‌تواند پتانسیل شیمیایی خود را نیز داشته باشد در حجم‌های بزرگ، مواد باید از نظر الکتریکی و رنگ خنثی باشند که پتانسیل شیمیایی رنگ و الکتریکی تعیین شده است در این حالت فضای فاز سه بعدی داریم که توسط پتانسیل شیمیایی کوارک و لپتون و دما بهنجار شده است.

ما رفتار نظریه کوانتومی رنگ را بر اساس پتانسیل شیمیایی μ در نظر می‌گیریم برای دمای دقیقاً صفر بطوریکه μ صعود کند حالت پایه در ابتدا حالتی است که تعداد ذرات و پاد ذرات برابر هستند یعنی خلاء نظریه کوانتومی رنگ، حالت خلاء نظریه کوانتومی است که تنها مثال یک حالت خلاء غیر اختلالی است که توسط کوارک و گلوئون مشخص می‌شوند

. بعد از آن در شکل (۳.۱) منحنی کوتاه‌تر با نقطه سبز پایانی نشان داده شده که فاز هادرونی از خلاء توسط این منحنی در دمای صفر جدا شده‌اند که این نقطه، نقطه بحرانی^۹ گذار گاز، مایع است. خلاء به طور پیوسته با فاز هادرونی متصل شده است. با افزایش μ به مقداری که ناشی از تفاضل جرم سکون نوکلئون و انرژی بستگی آن است به مواد هسته‌ای می‌رسیم میزان انرژی بستگی 16 MeV می‌باشد بنابراین نقطه شروع $\mu_0 = 922 \text{ MeV}$ است و چگالی باریون n_B از مقدار صفر به $n_B^0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ می‌رسد در این نقطه هردو حالت خلاء و مواد باریونی وجود دارد $n_B = \frac{-1}{V} \frac{\partial \Omega}{\partial \mu}$ و این ناپیوستگی دلیلی بر گذار فاز مرتبه اول است.

نقطه $\mu = \mu_0$ تنها نقطه‌ای است که فشار $p = -\Omega/V$ صفر است و نشان می‌دهد که ماده هسته‌ای^{۱۰} در این نقطه پایدار و مقید است برای رسیدن به چگالی‌های بالاتر یعنی ماده کوارکی^{۱۱} یک فشار خارجی لازم است که محتمل‌ترین منبع قید گرانشی در اشیاء جرمی نجومی فشرده

^۹ Critical end point

^{۱۰} Nuclear matter

^{۱۱} Quark matter

از مرتبه $10^3 kg$ و شعاع $10 km$ که به عنوان ستاره نوترونی می‌باشد وجود دارد. [۳۸]

با توجه به این نمودار در دماهای زیاد و یا پتانسیل شیمیایی زیاد به خاطر آزادی مجانبی نظریه کوانتومی رنگ، اختلالی است و به صورت تحلیلی قابل بیان است. در نمودار فاز اگر پتانسیل شیمیایی μ افزایش یابد شبیه سازی نظریه پیمانه ای^{۱۲} که در این نظریه فضا، زمان به صورت چهاربعدی پیوسته نمی‌باشد و مثل شبکه بلورها است. در این مدل کوارک‌ها نقاط شبکه و گلوئون‌ها اتصالات شبکه را اشغال می‌کنند و محاسبات مربوط به نظریه کوانتومی رنگ در مدل شبکه با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو صورت می‌گیرد و در حالی که برای محور دما بسیار مفیده اند برای $\mu \neq 0$ غیر کاربردی و غیر موثر می‌شوند.

علاوه بر روش شبیه سازی نظریه پیمانه ای، که برای حالت های غیر اختلالی نظریه کوانتومی رنگ کاربرد دارند مدل نامبو- جونا- لازینیو^{۱۳} که بطور مخفف (NJL) می‌نامند نیز وجود دارد، در نظریه میدان کوانتومی این نظریه، نظریه موثری اما پیچیده از هسته‌ها و مزون‌ها است که از برهم کنش فرمیون‌های دیراکی با تقارن دستینه و موازی با آن ساخت زوج‌های کوپر از الکترون در نظریه BCS از ابررسانایی است.

این مدل گاهی به عنوان یک مدل پدیده‌شناسی از نظریه کوانتومی رنگ در حد دستینه می‌باشد مدل نسبتاً تکنیکی است و بر اساس اصل تقارن پایه گذاری شده است.

نکته دیگری که در ناحیه ماده کوارکی و ماده هسته ای وجود دارد که در این ناحیه سوالات ما زیاد است و متاسفانه اطلاعات آزمایشگاهی نیز نداریم

اگر روی محور دما حرکت کنیم به پیوستگی^{۱۴} خواهیم رسید که به فاز غیرحبس شده در دمای $T = 15^\circ GeV$ متصل شده‌است.

ماهیت ذراتی که در آزمایشگاه‌های LHC و $RHIC$ مشخص می‌شود در این نمودار فاز در ناحیه دماهای بالا و μ کوچک می‌باشد، به عنوان مثال در آزمایش برخورد یون های سنگین که تولید کننده پلاسمای کوارک گلوئون است.

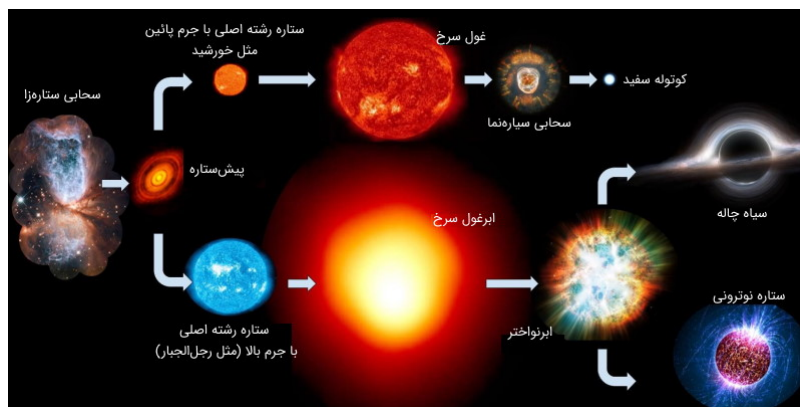
۳.۱ ارتباط ستاره‌های فشرده با نظریه کوانتومی رنگ

ستاره‌های فشرده دومین مواد چگال در طبیعت هستند اولین آنها سیاه چاله‌ها هستند. این ستاره‌ها جرمی از مرتبه جرم خورشید دارند $M \simeq 1/4 M_\odot$ اما شعاع این ستاره‌ها در حدود $10 Km$ است. بنابراین جرم خورشید $M_\odot = 1/989 \times 10^{33} g$ در کره‌ای با شعاع 10^5 مرتبه کوچکتر از شعاع خورشید $R_\odot = 6.96 \times 10^5 Km$ متمرکز شده است. چگالی جرمی یک ستاره نوترونی تخمین زده می‌شود که مقداری :

^{۱۲} Lattice

^{۱۳} Nambu-Jona-Lasinio

^{۱۴} Cross over



شکل ۲.۱: چرخه حیات ستارگان

$$\rho \simeq 7 \times 10^{14} \text{ gcm}^{-3}$$

می‌باشد این مقدار کمی بالاتر از چگالی حالت پایه هسته‌ای، نوکلئون‌های سنگین است

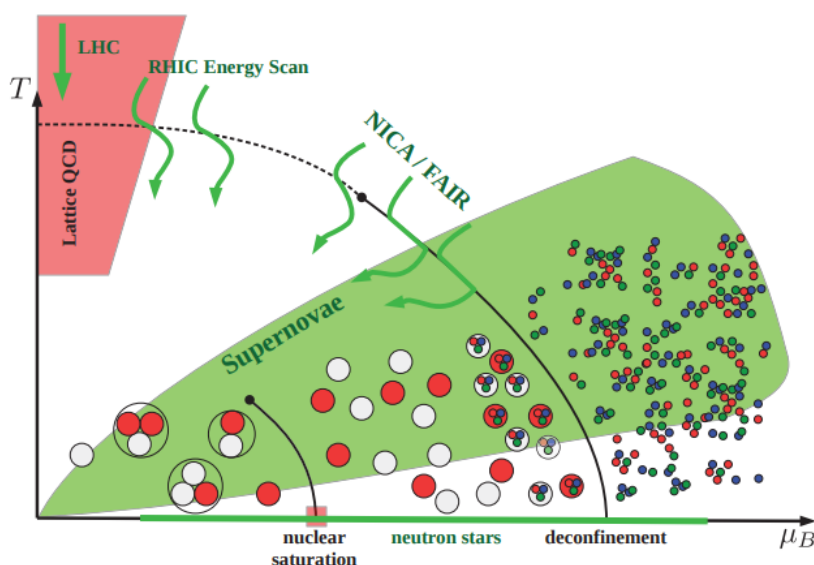
$$\rho_0 \simeq 2/5 \times 10^{14} \text{ gcm}^{-3}$$

که متناظر با چگالی باریونی $n_0 \simeq 0.15 \text{ fm}^{-3}$ می‌باشد. جرم و شعاع ^{۱۵} این ستاره‌ها توسط معادلات حالت فاز ماده داخل ستاره نوترونی تعیین می‌شود. در فیزیک و ترمودینامیک یک معادله حالت، یک معادله ترمودینامیکی میان متغیرهای مربوط به آن است که معادله حالت مواد را تحت مجموعه شرایط فیزیکی داده شده می‌دهد. معادله حالت برای یک ستاره نوترونی ناشناخته است و فرض شده است که ویژگی‌های متفاوتی از کوتوله‌های سفید را دارد چندین معادله حالت معرفی شده است و تحقیقات جاری تلاش می‌کند که بتواند مواد ستاره‌های نوترونی را پیشگویی کند. در اینجا یکسری از خواص ستاره‌های فشرده را بیان خواهیم کرد:

۱. ستاره‌های فشرده در یک ابرناختر متولد شده‌اند. ابرناخترها، انفجار تماشایی از یک ستاره غول پیکر یا ستاره‌های ابرغول پیکر به علت فروریزش گرانشی هسته‌اش می‌باشد و فرایندهای غیرتعادلی دارند که اختر فیزیکدانان تلاش می‌کنند با استفاده از شبیه سازی هیدرودینامیکی آن را بفهمند در اینجا هدف بیان ویژگی ابرناخترها نمی باشد تنها بیان می‌گردد تا بدانیم برخی ویژگی‌های این ستاره‌ها به دلیل این انفجارهای شدید است. یک مسئله ساده سرعت بالایی که این ستاره‌های فشرده دارند

۲. این ستاره‌ها تنها به دلیل چگالی بالا شناخته شده نیستند بلکه برخی از آنها خیلی سریع

^{۱۵}البته این مقدار جرمی و شعاعی می تواند برای ستاره های فشرده نیز استفاده شود



شکل ۳.۱: تصویر شماتیکی از نمودار فاز در برهم‌کنش‌های قوی مواد، خط‌های ممتد نشان‌دهنده گذار فاز مرتبه اول گاز به مایع و گذار فاز هادرون به کوآرک است. نقاط انتهایی این خطوط، نقاط بحرانی را نشان می‌دهد. نقطه بحرانی گذار فاز مایع به گاز هسته‌ای در دمای $T_c = 16/6 \text{ MeV}$ [۵] اتفاق می‌افتد. خط‌های منقطع دمای شبه بحرانی از گذار عبوری از ماده هادرونی به کوآرکی است که در $\mu_B = 0$ اتفاق می‌افتد مقدار دمای آن $T_c = 154 \text{ MeV}$ [۶] می‌باشد. دایره‌های قرمز و سفید نوترون‌ها و پروتون‌ها را نمایش می‌دهد. [۸]

می‌چرخند با دوره تناوب چرخش در حدود میلی ثانیه، که فرکانس آنها در حدود

$$\nu \leq 1 \text{ ms}^{-1} \quad (1.1)$$

این مقدار بسیار بزرگی است توجه داشته باشید یک نقطه روی استوا، سرعتی در حدود $2\pi R/1 \text{ ms}$ دارد این ستاره‌ها با 20° درصد سرعت نور می‌چرخند. این مقدار جاری مربوط به ستاره $PSR J1748 - 2446$ که دارای دوره تناوب $1/39 \text{ ms}$ است می‌باشد چندین مشاهده مربوط به فرکانس چرخش می‌باشد، اول از همه ستاره‌های فشرده به عنوان پالستاره‌ها^{۱۶} که اولین بار در سال ۱۹۶۷ سیگنال‌های رادیویی از آنها مشاهده شد. نکته جذاب این است که سرعت چرخش برخی ستاره‌های فشرده می‌تواند به قدری زیاد باشد که نیاز به توضیح داشته باشد از نقطه نظر میکروسکوپی این مربوط به خواص انتقال^{۱۷} همانند ویسکوزیته مواد داخل ستاره می‌باشد همچنین در مدل‌های دیگر، پرش ناگهانی در فرکانس چرخش توضیحاتی در خواص مواد چگال را ناشی می‌شود.

۳. ستاره‌های فشرده میدان مغناطیسی بزرگی دارند $B = 10^{12} \text{ G}$ حتی میدان مغناطیسی سطحی بزرگتری از مرتبه $B = 10^{15} \text{ G}$ ، چنین ستاره‌های مغناطیسی بزرگی به عنوان

^{۱۶}Pulstars

^{۱۷}Transport

مگنتارها مشخص می‌شوند با مقایسه این میدان مغناطیسی با میدان مغناطیسی زمین $B = 6G$ می‌توان بزرگی آن را متوجه شد.

۴. ستاره‌های فشرده سرد هستند این ممکن است با دمایی که این ستاره‌ها درست در هنگام تحول در یک انفجار ابرنواختر دارند متضاد باشد این دما می‌تواند مقداری به بزرگی $T \sim 10^{11} K$ باشد که این مقدار می‌تواند در جایی که ثابت بولتزمن $K_B = 1$ است $T = 10 MeV$ می‌باشد در طول تغییر ستاره دما به مقدار KeV کاهش یابد. به دو دلیل آن‌ها را سرد می‌نامیم اول اینکه گستره دمایی در حد KeV دارند که در مقایسه با مقیاس جاگذاری توسط نظریه کوانتومی رنگ بسیار کوچک است برای مثال گذار حبس شده در پتانسیل شیمیایی کوارکی صفر در حدود $T_c = 170 MeV$ است این نشان می‌دهد که اساس ستاره‌های فشرده روی محور افقی در نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ است و دوم دما در ستاره‌های فشرده در مقایسه با پتانسیل شیمیایی خیلی کوچک است $T \ll \mu$ است این نشان می‌دهد که در محاسبات، $T = 0$ را یک تقریب خوب می‌دانیم [۳۹]

همان طور که دیدیم نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ، فازهای تعادلی نظریه کوانتومی رنگ را در صفحه دما و پتانسیل شیمیایی جمع می‌کند ستاره‌های فشرده در مقیاسی از این نمودار هستند که دما کم و چگالی متوسط است بنابراین این ستاره‌ها می‌توانند در ناحیه‌ای زندگی کنند که کوارک‌ها حبس شده هستند یعنی فازهادرونی در این حالت ستاره‌ها، ستاره‌های نوترونی خواهند بود همچنین در ناحیه غیر حبس شده می‌توانند حضور داشته باشند که آن‌ها را ستاره‌های کوارکی گویند ولی یک ستاره فشرده می‌تواند شامل هر دو ماده کوارکی حبس شده و غیرحبس شده باشند زیرا این ستاره‌ها یک پروفایل چگال دارند تا چگالی همگن. یعنی ما انتظار داریم که چگالی در مرکز ستاره از سطح آن بیشتر باشد بنابراین احتمال سوم دیگری وجود دارد که ستاره هیبریدی ستاره‌ای است با هسته کوارکی و یک پوسته هسته‌ای است ستاره‌های فشرده در ناحیه‌ای از نمودار فاز قرار دارند که دستیابی به آن سخت است.

۴.۱ تعریف و اهمیت معادله حالت

همان طور که بیان شد برای فهم بیشتر رخدادهای درون ستاره نوترونی نیاز به دانستن رفتار مواد تشکیل دهنده آن داریم. این رفتار توسط معادله حالت بیان می‌شود. معادله حالت برای ستاره نوترونی هنوز مشخص نیست. این بدان معنی است که رابطه بین تراکم و جرم کاملاً مشخص نیست و این باعث عدم قطعیت در برآورد شعاع می‌شود. در بخش بعد این مساله را توضیح می‌دهیم

۱.۴.۱ جرم و شعاع

خواص بیشتر دیگری در مورد ستاره‌های فشرده وجود دارد همانند جرم و شعاع، در اینجا خواص بیان شده در بخش‌های قبل را با خواص میکروسکوپی مواد کوارکی و هسته‌ای ارتباط می‌دهیم این ارتباط توسط معادله حالت خواهد بود و تخمینی برای جرم ماکزیمم ستاره می‌تواند باشد ابتدا تخمین ساده‌ای از جرم و شعاع از نسبیت عام خواهیم داشت برای پایداری یک ستاره ما نیاز داریم که $R > R_s$ که R شعاع ستاره، و $R_s = 2GM$ است که $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} = 6.707 \cdot 10^{-39} \text{ GeV}^{-2}$ مختصاتی که ما انتخاب می‌کنیم $\hbar = c = k_B = 1$ است اگرچه نجوم دانان اغلب از واحد دیگری استفاده می‌کنند

برای $R < R_s$ ستاره ناپایدار است و می‌تواند تبدیل به سیاه چاله شود فرض کنید ستاره‌ای می‌سازیم با یک تعداد نوکلئون A با جرم $m \simeq 939 \text{ MeV}$ و فاصله $r_0 \simeq 0.5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ (فاصله‌ای که برهم کنش نوکلئون‌ها دافعه است) بنابراین حجمی داریم به اندازه $A r_0^3 \sim$ بنابراین شعاع می‌شود:

$$R \sim r_0 A^{1/3},$$

$$M \sim m A.$$

با توجه به حد $R = 2MG$ داریم:

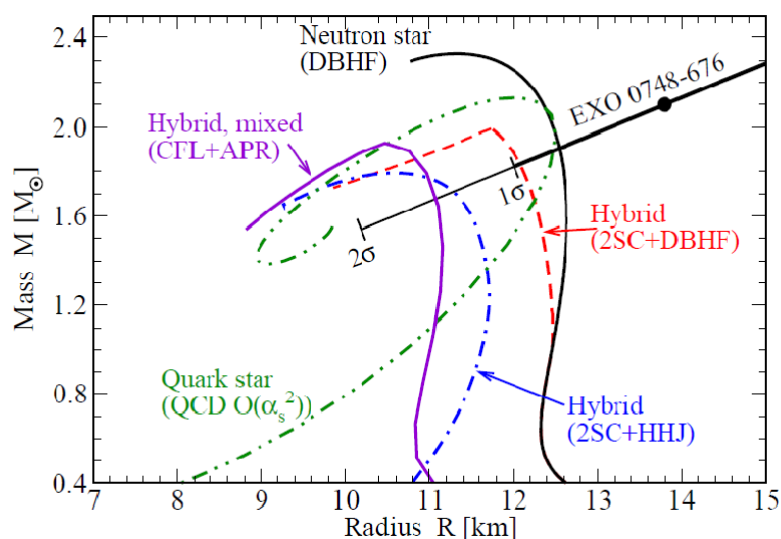
$$A \sim \left(\frac{r_0}{2mG} \right)^{3/2} \sim 2/6 \cdot 10^{57}. \quad (1.1)$$

این تعداد نوکلئون‌های است که ما می‌توانیم ستاره‌مان را پر کنیم قبل از اینکه ناپایدار شود در حقیقت شعاع شوارزشیلد با جرم ستاره متناسب است و بنابراین به طور خطی برحسب نوکلئون‌های A افزایش می‌یابد شعاع با $A^{1/3}$ افزایش می‌یابد بنابراین برای A کوچکتر از حد $A \sim 2/6 \cdot 10^{57}$ ستاره پایدار است و برای مقادیر بزرگتر از این حد به سیاه چاله فروریزش می‌کند

این به نظرمی‌رسد که انرژی گرانشی ستاره را می‌توان تخمین زد متغییر جرمی ستاره در یک شعاع دلخواه به صورت زیر است:

$$dm = \rho(r) dV, \quad (2.1)$$

و $dV = 4\pi r^2 dr$ که این مقدار حجم لایه کره‌ای کوچک به شعاع r است چگالی ثابتی را فرض می‌کنیم $\rho(r) = \rho$ که جرم $m(r)$ ستاره‌ای با شعاع $r \leq R$ با استفاده از $m(r) = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho$ داده



شکل ۴.۱: نموداری که رابطه جرم و شعاع را برای چند ستاره تعیین می کند [۲۹]

می شود بنابراین ما داریم:

$$E_{\text{grav}} \simeq \int_0^R \frac{Gm(r) dm(r)}{r} \simeq \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \simeq 0.12 M, \quad (3.1)$$

که از مقادیر حقیقی $M \simeq 1/4 M_{\odot}$ و $R \simeq 10 \text{ km}$ استفاده شده است. به دنبال معادله ای هستیم که تعادل بین نیروی گرانشی که فشردگی ستاره را جستجو می کند و نیروی مخالفی که از فشار ماده داخل ستاره برمی آید را برآورده سازد در ستاره فشرده این فشار، فشار فرمی بعلاوه فشار برآمده از برهم کنش های هسته ای قوی و یا مواد کوارکی داخل است. دیفرانسیل فشار dP در یک شعاع داده شده r مربوط به نیروی گرانشی dF بدین صورت است:

$$dP = \frac{dF}{4\pi r^2},$$

$$dF = -\frac{Gm(r) dm}{r^2}.$$

و با استفاده از روابط قبلی دو تا معادله جفت شده دیفرانسیلی داریم:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dr} &= 4\pi r^2 \epsilon(r) \\ \frac{dP}{dr} &= -\frac{G\epsilon(r)m(r)}{r^2}. \end{aligned}$$

در واحدی که $c = 1$ است $\epsilon(r) = \rho(r)$ می باشد
با استفاده از نسبیت عام

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\epsilon(r)m(r)}{r^2} \left[1 + \frac{P(r)}{\epsilon(r)} \right] \left[1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)} \right] \left[1 - \frac{2Gm(r)}{r} \right]^{-1}. \quad (4.1)$$

این معادله را داریم این معادله تولمن-اپنهايمر-ولکو^{۱۸} می‌باشد. اثبات این رابطه در پیوست (آ) می‌باشد. برای محاسبه رابطه بالا، ابتدا نیاز داریم تا چگالی انرژی را برای یک فشار دلخواه داشته باشیم و تنها بعد از آن است که ما یک سیستم بسته‌ای داریم در این حالت نتیجه‌ای که از فیزیک میکروسکوپی داریم این است که معادله حالتی به فرم $P(\epsilon)$ می‌دهد. این مورد مثالی است که ارتباط کمیت‌های میکروسکوپی را به اطلاعات نجومی مثل رابطه جرم و شعاع وصل می‌کند. برای محاسبه معادله حالت باید دانست که دو شرط مرزی را برای TOV داشت. این دو شرط مرزی بدین گونه است که $m(r=0)=0$ و مقدار فشار در مرکز ستاره $P(r=0)=P_0$ است. در این معادله جرم و فشار و چگالی انرژی به عنوان تابعی از فاصله از مرکز ستاره است با استفاده از این معادله و معادله حالت ستاره‌های فشرده می‌توان رابطه جرم و شعاع را برای ستاره‌های فشرده یافت

۲.۴.۱ محاسبه معادله حالت مواد هسته‌ای در حالت غیربرهم‌کنشی

ابتدا برای محاسبه معادله حالت، سیستم ساده‌ای از مواد هسته‌ای را در نظر می‌گیریم که برهم‌کنش بین آنها را نادیده گرفته‌ایم با استفاده از خواص ترمودینامیکی داریم:

$$\Omega = E - \mu N - TS$$

در رابطه بالا E انرژی، μ پتانسیل شیمیایی، N تعداد ذرات، T دما و S انتروپی است از این رو داریم:

$$P = -\frac{\Omega}{V} = -\epsilon + \mu n + Ts,$$

با تقسیم نمودن نسبت به حجم، تمام کمیت‌ها تبدیل به چگالی خواهند شد. برای سیستم‌های فرمیونی داریم:

$$\begin{aligned} n &= 2 \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} f_k \\ \epsilon &= 2 \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} E_k f_k \\ s &= -2 \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} [(\ln(1-f_k) + f_k \ln f_k)] \end{aligned}$$

سیستمی که در نظر گرفته‌ایم حالتی است که دارای الکترون، پروتون و نوترون است. که با توجه به معادلات بالا هر کدام توزیعی رابه کمیت فشار می‌دهند. همچنین چون فرمیون‌ها

^{۱۸}Tolman-Oppenheimer-Volkov (TOV)

دارای اسپین $\frac{1}{2}$ می‌باشند. فاکتور ۲ برای بیان تبهگنی قبل عبارت‌ها آمده است. تابع توزیع فرمی توسط f_k نشان داده شده که بصورت:

$$f_k \equiv \frac{1}{e^{(E_k - \mu)/T} + 1}, \quad (5.1)$$

و انرژی هر ذره

$$E_k = \sqrt{k^2 + m^2}. \quad (6.1)$$

مقدار رابطه فشار در معادله بالا را با جاگذاری روابط مربوط به n, ϵ, s می‌یابیم

$$P = 2T \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \ln [1 + e^{-(E_k - \mu)/T}]. \quad (7.1)$$

این فشار مربوط به ذرات است و توزیع برای پاد ذرات، به دلیل پتانسیل شیمیایی بسیار بالا قابلیت چشم پوشی را دارد. برای ستاره‌های نوترونی بهترین تقریبی که می‌توان در نظر گرفت حد $T = 0$ می‌باشد زیرا دمای ستاره‌های فشرده در حد KeV است که در مقایسه با جرم و پتانسیل شیمیایی نوکلئون‌ها قابلیت چشم پوشی را دارد.

در دمای صفر تابع توزیع فرمی به صورت پله‌ای می‌باشد $f_k = \Theta(k_F - k)$ و انتگرال‌های k یک کات‌اف خواهد داشت یعنی K_F

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 = \frac{k_F^3}{3\pi^2} \\ \epsilon &= \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 \sqrt{k^2 + m^2} \\ &= \frac{1}{8\pi^2} \left[(2k_F^3 + m^2 k_F) \sqrt{k_F^2 + m^2} - m^4 \ln \frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + m^2}}{m} \right] \end{aligned} \quad (8.1)$$

با استفاده $\mu = \sqrt{k_F^2 + m^2}$ و همچنین دانستن این که $\lim_{T \rightarrow 0} T \ln(1 + e^{x/T}) = x \Theta(x)$ مقدار فشار به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 (\mu - \sqrt{k^2 + m^2}) \\ &= \frac{1}{24\pi^2} \left[(2k_F^3 - 3m^2 k_F) \sqrt{k_F^2 + m^2} + 3m^4 \ln \frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + m^2}}{m} \right]. \end{aligned}$$

برای n, p, e مجموع فشار برابر است:

$$P = \frac{1}{\pi^2} \sum_{i=n,p,e} \int_0^{k_{F,i}} dk k^2 (\mu_i - \sqrt{k^2 + m_i^2}). \quad (9.1)$$

برای اینکه اندازه حرکت فرمی را بیابیم باید مقدار ماکزیمم فشار را بیابیم با توجه به شرط زیر:

$$\frac{\partial P}{\partial k_{F,i}} = 0, \quad i = n, p, e, \quad (10.1)$$

قیده‌های دیگری برای اندازه حرکت فرمی با استفاده از دو شرط زیر داریم: اولاً اینکه ستاره‌ها از نظر الکتریکی خنثی هستند یعنی چگالی پروتون و الکترون با هم برابر است:

$$n_e = n_p. \quad (11.1)$$

با استفاده از رابطه (۸.۱) داریم:

$$k_{F,e} = k_{F,p}. \quad (12.1)$$

و ثانیاً تعادل شیمیایی نسبت به فرایندهای ضعیف

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

$$p + e \rightarrow n + \nu_e. \quad (13.1)$$

که ردیف اول در معادله بالا یک فرایند واپاشی بتا^{۱۹} است فرضی در نظر می‌گیریم که پتانسیل شیمیایی نوترینو صفر است $\mu_{\nu_e} = 0$ که این مورد با در نظر گرفتن تولید نوترینو و پادنوترینو در فرایندهای بالا مساوی است. و همچنین این فرض برای ستاره‌های فشرده‌ای برقرار است که مسافت آزاد میانگین نوترینوهای آن از مرتبه سایز ستاره یا بیشتر است. بنابراین می‌توان واپاشی بتا را به صورت زیر برحسب پتانسیل شیمیایی ترجمه کرد.

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e. \quad (14.1)$$

با استفاده از $\mu_i = \sqrt{k_{F,i}^2 + m_i^2}$ داریم:

$$\sqrt{k_{F,n}^2 + m_n^2} = \sqrt{k_{F,p}^2 + m_p^2} + \sqrt{k_{F,e}^2 + m_e^2}. \quad (15.1)$$

می‌توان مومنتوم فرمی الکترون را با استفاده (۱۲.۱)

حذف کرد و مومنتوم فرمی پروتون را به عنوان تابعی از مومنتوم فرمی نوترون بدست آورد:

$$k_{F,p}^2 = \frac{(k_{F,n}^2 + m_n^2 - m_e^2)^2 - 2(k_{F,n}^2 + m_n^2 + m_e^2)m_p^2 + m_p^4}{4(k_{F,n}^2 + m_n^2)}. \quad (16.1)$$

برای بیان مفهوم فیزیکی بالا ابتدا حدهای را در نظر می‌گیریم ابتدا فرض می‌کنیم که مقدار توزیع پروتون صفر است یعنی $k_{F,p} = 0$. با توجه به این موضوع رابطه بالا به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$k_{F,n}^2 = (m_p + m_e)^2 - m_n^2 < 0. \quad (17.1)$$

عبارت بالا منفی است به خاطر اینکه جرم نوترون به نسبت الکترون و پروتون کمی بیشتر است. بنابراین مقدار $k_{F,p} = 0$ غیرممکن است. بنابراین باید حداقل کسری از پروتون وجود داشته باشد حال $k_{F,n} = 0$ را در نظر می‌گیریم که عبارت زیر را ناشی می‌شود

$$k_{F,p}^2 = \left(\frac{m_n^2 + m_e^2 - m_p^2}{2m_n} \right)^2 - m_e^2 \simeq 1/4 \text{ MeV}^2. \quad (18.1)$$

این مومنتوم حد آستانه‌ای است که در سیستم نوترون وجود ندارد و بار موجود در سیستم با استفاده از پروتون و الکترون است که چگالی آنها با هم برابر است. اما به طور عمومی با در نظر گرفتن چگالی باریون $n_B = n_n + n_p$ مومنتوم فرمی نوترون بیان می‌شود

$$k_{F,n} = (\pi^2 n_B - k_{F,p}^3)^{1/3}. \quad (19.1)$$

اگر عبارت بالا را در رابطه (۱۰.۱۶) قرار دهیم و حد غیر نسبیتی را (جرم‌ها صرف نظر شود) در نتیجه داریم $k_{F,p} = k_{F,n}/2$ و $n_p = n_n/8$ در نتیجه داریم:

$$n_p = \frac{n_B}{9} \quad (20.1)$$

و اگر حد غیرنسبیتی را در نظر بگیریم در این حالت چگالی انرژی و فشار به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} \epsilon &\simeq \frac{m_n^4}{3\pi^2} \left[\frac{k_{F,n}^3}{m_n^3} + \mathcal{O}\left(\frac{k_{F,n}^5}{m_n^5}\right) \right] \\ P &\simeq \frac{m_n^4}{15\pi^2} \left[\frac{k_{F,n}^5}{m_n^5} + \mathcal{O}\left(\frac{k_{F,n}^7}{m_n^7}\right) \right]. \end{aligned} \quad (21.1)$$

در پایین‌ترین مرتبه جواب‌ها به صورت زیر خواهد بود

$$P(\epsilon) \simeq \left(\frac{\pi^2}{m_n} \right)^{5/3} \frac{\epsilon^{5/3}}{15m_n\pi^2}. \quad (22.1)$$

در این حالت ساده‌ترین معادله حالت را داریم اگر بخواهیم رابطه جرم و شعاع را بیابیم کافی است در معادله (TOV) قرار دهیم. [۲۹]

فصل ۲

معرفی مدل با استفاده از تمام‌نگاری

۱.۲ پایه‌های در نظریه‌ریسمان و حدنظریه میدان (یا

واجفتیدگی) در $AdS_5 \times S^5$

در نظریه ریسمان، موجودات یک بعدی وجود دارند که نقش کلیدی را بازی می‌کنند که به عنوان ریسمان نامیده می‌شوند. دو نوع ریسمان وجود دارد ریسمان‌های باز که یک خط با دونقطه پایانی است این ریسمان‌ها در دو جهت نوسان می‌کنند و بنابراین نشان‌دهنده نظریه‌پیمانه‌ای هستند و ریسمان‌های بسته که حلقه نامیده می‌شود. در شکل (۳.۲) ریسمان‌های باز و بسته نمایش داده شده است. یکی از پارامترهای اصلی در این نظریه، طول ریسمان است که با $l_s = \sqrt{\alpha'}$ نمایش داده می‌شود. که تنش ریسمان را با استفاده از رابطه $T_s = \frac{1}{2\pi\alpha'}$ می‌سازد قدرت برهم‌کنش بین ریسمان‌ها با استفاده از ثابت جفت‌شدگی بدون بعد g_s بیان می‌شود. ریسمان‌های باز همانند ریسمان‌های بسته می‌توانند در فضا زمان منتشر شوند با این تفاوت که نقاط پایانی آنها روی موجودی است که شامه نامیده می‌شود. نقاط پایانی ریسمان‌ها می‌تواند روی یک شامه یا دو شامه متفاوت باشد و D_p ، شامه‌های p بعدی هستند که در فضا و زمان 10 بعدی گسترده شده‌اند در اثر حضور این شامه‌ها، فضا و زمان خمیده می‌شود خصوصا اگر تعداد بیشماری D_p شامه‌ها به عنوان جواب ابرگرانش در نظریه‌ریسمان (IIB, IIA) شناخته شده‌اند.

در حد انرژی پایین، کنش این شامه‌ها، کنش DBI است

$$S_p = -T_p \int d^{p+1} \sigma \mathcal{L}_{DBI}$$

$$\mathcal{L}_{DBI} = \frac{-1}{\frac{p+1}{g_s(\sqrt{2}\pi)^p(\alpha')^{\frac{p}{2}}}} str \sqrt{-det_{p+1}(g + \sqrt{2}\pi\alpha' F)} \quad (1.2)$$

” str ” رد متقارن، det_{p+1} دترمینان ماتریس $(p+1) \times (p+1)$ و F قدرت میدان است. و متریک این شامه‌ها برای حالتی که $P=3$ به صورت زیر است:

$$(ds)^2 = (1 + \frac{L^4}{r^4})^{-1/2} (-(dt)^2 + (dx)^2) + (1 + \frac{L^4}{r^4})^{1/2} ((dr)^2 + r^2 d\Omega_\Delta^2) \quad (2.2)$$

با $L^4 = N(4\pi g_s l_s^4)$ در حد انرژی‌های پایین $\ell_s \rightarrow 0$ کنش DBI تبدیل به کنش SYM $N=4$ کاهش می‌یابد و در نزدیک افق رویداد ($r \rightarrow 0$) متریک (۲.۲) به صورت زیر می‌شود که متریک $AdS_\Delta \times S^5$ است.

$$(ds)^2 = (\frac{L^4}{r^4})^{-1/2} (-(dt)^2 + (dx)^2) + (\frac{L^4}{r^4})^{1/2} ((dr)^2 + r^2 d\Omega_\Delta^2) \quad (3.2)$$

که در این حالت به تناظر AdS/CFT می‌رسیم در این تناظر ارتباط بین پارامترها به صورت

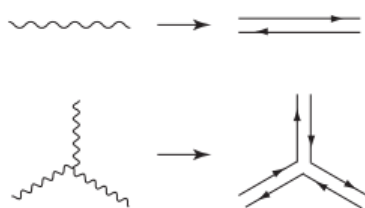
$$N_c^2 = \frac{\pi L^3}{2 G_\Delta} \quad \lambda = (\frac{L}{l_s})^4 \quad (4.2)$$

که G_Δ ثابت نیوتونی در فضا-زمان 10 بعدی است و روابط بالا به عنوان دیکشنری AdS/CFT شناخته می‌شود. [۴]

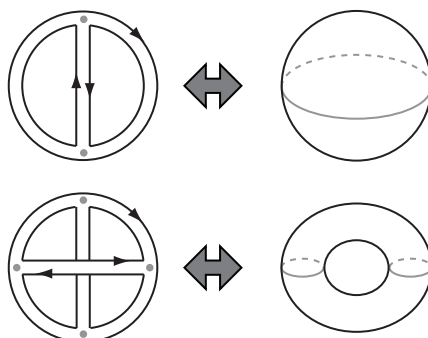
۲.۲ نظریه پیمانه‌ای N_c بزرگ

در نظریه کوانتومی رنگ، روش اختلالی توان محدودی برای حل مسائل دارد و در حال حاضر بررسی نظریه کوانتومی رنگ غیراختلالی دشوار می‌باشد البته روش‌های تقریبی بیان شده است که از آن جمله نظریه پیمانه‌ای با N_c بزرگ است N_c نشان‌دهنده تعداد رنگ در این نظریه است. که توسط توفت بیان گردید و مشخص شد که به طور طبیعی با نظریه ریسمان ارتباط دارد در نظریه کوانتومی رنگ، مقدار $N_c = 3$ می‌باشد اما در این رویکرد مقدار N_c بزرگ می‌باشد. به عنوان مثال یک نظریه پیمانه‌ای $U(N_c)$ است. در این نظریه با دو پارامتر روبه رو هستیم: N_c تعداد رنگ و $\lambda = g_{YM}^2 N_c$ ثابت جفت شدگی توفت، که پارامترهای غیروابسته هستند و زمانی که $N_c \rightarrow \infty$ می‌رود λ ثابت و بزرگ می‌باشد و بنابراین $\lambda \gg 1$ حالتی است که ثابت جفت شدگی قوی می‌باشد.

در نمودارهای فاینمن، انتشارگرها توسط یک خط نمایش داده می‌شوند. ولی در اینجا با در



شکل ۱.۲: انتشارگر میدان‌های پیمانه‌ای و سر راس برهم‌کنش‌ها توسط شکل دوخط [۲۰]



شکل ۲.۲: نمودارها و توپولوژی مربوط به آنها. [۲۰]

نظرگرفتن N_c های بزرگ از دوخط^۱ استفاده می‌شود. شکل (۱.۲) این را نمایش می‌دهد. با توجه به لاگرانژی زیر که برای یک میدان پیمانه‌ای نوشته شده است قواعد مربوط به نمودارهای فاینمن را برای محاسبه دامنه می‌توان یافت

$$\mathcal{L} = \frac{1}{g_{YM}^2} \{AA + A^2 A + A^4\} = \frac{N_c}{\lambda} \{\dots\} \quad (1.2)$$

بدین صورت که برای هر انتشارگر عامل $\frac{\lambda}{N_c}$ و برای هر سر راس $\frac{N_c}{\lambda}$ و برای هر حلقه داریم N_c و در نهایت دامنه به صورت زیر خواهد بود

$$f_0(\lambda)N_c^2 + f_1(\lambda)N_c^0 + f_2(\lambda)\frac{1}{N_c^2} + \dots \quad (2.2)$$

همچنین ارتباط نزدیکی بین این نمودارها، و توپولوژی وجود دارد برای مثال در شکل (۲.۲) نمودارها و توپولوژی آن رسم شده است. بنابراین تابع پارش که ناشی از جمع روی توپولوژی تمام سطوح است به صورت زیر خواهد بود:

$$\ln Z_{gauge} = \sum_{h=0}^{\infty} N_c^{\chi} f_h(\lambda) \quad (3.2)$$

در رابطه بالا $\chi = 2 - 2h$ که h بیانگر تعداد دسته‌ها^۲ است. و $f_h(\lambda)$ شامل همه دیاگرام‌های است که می‌توان آنها را با تعداد h حفره روی سطح ۲- بعدی بدون تقاطع خطوط رسم کرد. حال اگر به بسط اختلالی در نظریه ریسمان بسته نگاه کنیم از آنجا که جهان صفحه‌ی^۳

^۱Double-Line

^۲Genus

^۳Worldsheet



شکل ۳.۲: تصویری از ریسمان‌های باز و بسته

ریسمان‌های بسته سطوح بسته ۲- بعدی خواهد بود لذا بسط اختلالی روی کمیت‌های فیزیکی که برحسب انتشار ریسمان در فضا بیان می‌شوند به صورت بسط روی توپولوژی‌های مختلف سطوح ۲- بعدی خواهد بود دامنه در این نظریه به صورت زیر است:

$$\ln Z_{string} = \sum_{h=0}^{\infty} g_s^{-\chi} f_h(\alpha') \quad (4.2)$$

که g_s جفتیدگی ریسمان‌ها و $2\pi\alpha'$ عکس تنش ریسمان است و تابع $f_h(\alpha')$ وزن سطوحی با h حفره (دسته) را نشان می‌دهد. با مقایسه (۳.۲) و (۴.۲) نشان می‌دهد با انتخاب

$$g_s = \frac{1}{N} \quad (5.2)$$

و همچنین انتخاب ریسمان مشخصی که $f_0 = F_0$ باشد می‌توان انتظار داشت که این دو نظریه دقیقاً معادل یکدیگر باشند. [۲][۲۰]

۳.۲ تناظر یک میدان در توده و یک اپراتور روی مرز

از تناظر رابطه $Z_{gauge} = Z_{string}$ و همچنین حدواجفتیدگی $AdS_5 \times S^5$ داریم:

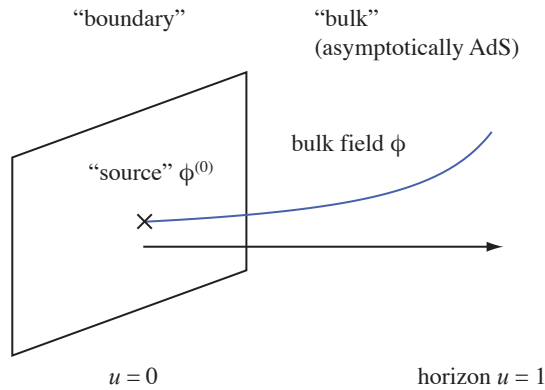
$$Z_{gauge} = Z_{AdS} \quad (1.2)$$

و همچنین در حالت غیرتعادلی، رابطه زیر را می‌توانیم داشته‌باشیم

$$\left\langle \exp \left(i \int \phi^\circ O \right) \right\rangle = e^{i\mathcal{S}[\phi|_{u=0}=\phi^\circ]} \quad (2.2)$$

در رابطه بالا ϕ نشان دهنده یک میدان خاص در نظریه گرانشی و O نشان دهنده یک اپراتور خاص در نظریه پیمانه‌ای است و همانطور که در شکل.... می‌بینیم مرز AdS در $u=0$ واقع شده است در سمت چپ رابطه جی کی پی- ویتن^۴، $\langle \dots \rangle$ نشان دهنده میانگین آنسامبل و تابع مولد

^۴GKP-Witten



شکل ۴.۲: شکل بالا شماتیکی از رابطه $GKP - Witten$. [۲۰]

نظریه میدان چهاربعدی است زمانی که یک منبع خارجی $\phi^{(0)}$ اضافه شده است. محاسبه این رابطه در برهم کنش های قوی دشوار است ولی در AdS/CFT با استفاده از سمت راست رابطه جی کی پی - ویتن در یک نظریه گرانشی می توان آن را یافت. در سمت راست ما از تقریب نقطه بحرانی و همچنین جواب های کلاسیکی نظریه گرانش استفاده خواهیم کرد. در رابطه بالا $\underline{S}$ نشان دهنده کنش روی پوسته ^۵ است. یعنی معادله حرکت را برای میدان توده تحت شرایط مرزی در مرز AdS ، $\phi|_{u=0} = \phi^{(0)}$ محاسبه می کنیم و با قراردادن این جواب ها در کنش، $\underline{S}$ را می یابیم.

از نظر چهار بعدی، $\phi^{(0)}$ یک منبع خارجی است و از نظر پنج بعدی، ϕ یک میدان منتشر شده در فضا و زمان پنج بعدی است یعنی AdS/CFT بیان می کند که یک منبع خارجی نظریه میدان می تواند یک منشا پنج بعدی داشته باشد. با توجه به رابطه (۲.۲) تابع یک نقطه ای ^۶ در حضور منبع خارجی به صورت زیر است:

$$\langle O \rangle = \frac{\delta \underline{S} [\phi^{(0)}]}{\delta \phi^{(0)}} \quad (۳.۲)$$

به عنوان ساده ترین مثال می توان یک میدان اسکالر بدون جرمی را به عنوان میدان توده در نظر گرفت کنش این میدان به صورت زیر است:

$$S = -\frac{1}{4} \int d^5x \sqrt{-g} (\nabla_M \phi)^2. \quad (۴.۲)$$

در اینجا قصد داریم تا اپراتور O را محاسبه کنیم. بدین منظور رفتار کنش را به طور مجانبی روی مرز AdS در نظریه گیری. در حالتی که مرز AdS در $u = 0$ واقع شده و افق رویداد در $u = 1$ قرار دارد. رفتار مجانبی متریک AdS به صورت زیر است:

$$ds^2 \sim \frac{1}{u} (-dt^2 + dx^2 + du^2), \quad (u \rightarrow 0) \quad (۵.۲)$$

^۵ On-shell

^۶ One-point function

با توجه به این متریک، کنش به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} S &\sim \int d^4x du - \frac{1}{2u^3} \phi'^2 \\ &= \int d^4x \int_0^1 du \left(-\frac{1}{2u^3} \phi \phi' \right)' + \left(\frac{1}{2u^3} \phi' \right)' \phi \\ &= \int d^4x \left. \frac{1}{2u^3} \phi \phi' \right|_{u=0} + \int d^4x du \left(\frac{1}{2u^3} \phi' \right)' \phi. \end{aligned} \quad (6.2)$$

بخش دوم در معادله بالا، معادله حرکت است و مقدار آن صفر می‌باشد. شکل مجانبی جواب معادله حرکت

$$\phi \sim \phi^{(0)} \left(1 + \phi^{(1)} u^4 \right), \quad (u \rightarrow 0) \quad (7.2)$$

با استفاده از این جواب، کنش به صورت زیر خواهد شد:

$$\underline{S}[\phi^{(0)}] = \int d^4x \frac{1}{2} \phi^{(0)2} \phi^{(1)}. \quad (8.2)$$

بنابراین تابع یک نقطه‌ای، با استفاده از جی کی پی - ویتن به صورت زیر خواهد بود:

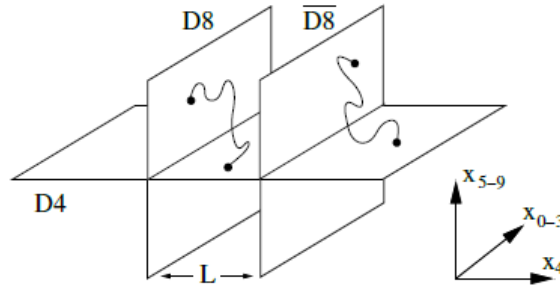
$$\langle O \rangle = \frac{\delta \underline{S}[\phi^{(0)}]}{\delta \phi^{(0)}} = \frac{1}{2} \phi^{(0)} \phi^{(1)}. \quad (9.2)$$

۴.۲ مدل ساکایی سوگیموتو

مدل ساکایی ساگیموتو یک مفهوم دوگان پیمانه / گرانش، بالا به پایین^۷ است. در رویکرد بالا به پایین، ابتدا کل نظریه را درست در نظر می‌گیریم و سپس تلاش می‌کنیم تا زیر فضای مدل را با خواص دلخواه محدود کنیم که این مدل در حد خاصی با N_c نظریه کوانتومی رنگ بزرگ دوگان است به طرز موفقیت‌آمیزی برای مزون، باریون و خواص گلوئوبال‌ها در خلاء کار می‌کند نتایج نشان می‌دهد که مدل می‌تواند ویژگی‌های مشخص غیر اختلالی را که بسیار سخت می‌باشند را حل نماید بنابراین از امیدبخش‌ترین کاربردهای دوگان پیمانه / گرانش را در زمینه نظریه کوانتومی رنگ تشکیل می‌دهد اما باید این را در نظر داشته باشیم که ما در حد واجفتیدگی یک شامه D^4 و تعداد رنگ‌های نامحدود کار می‌کنیم و ما تنها تصحیحات کوچکی دور از این حد را می‌توانیم در نظر می‌گیریم [۱۵]

مدل $D^4/D^8/\bar{D}^8$ را به نام مدل ساکایی سوگیموتو یا $ss - model$ می‌نامند یکی از برتری‌های این مدل در مقایسه با دیگر مدل‌ها این است که با اضافه کردن شامه‌های D^8 ما می‌توانیم فقط فرمیون‌های با دستینه چپگرد را در نقطه‌های تقاطع بین شامه‌های D^4 ، D^8 داشته باشیم و به عبارت دیگر با اضافه کردن $\bar{D}^8$ می‌توانیم فرمیون‌های با دستینه راستگرد را در نقاط تقاطع D^4 و $\bar{D}^8$ داشته باشیم این نشان می‌دهد N_f شامه‌های D^8 و $\bar{D}^8$ ما می‌توانیم هر دو فرمیون

^۷Top-down



شکل ۵.۲: شکل شامه‌های $D4$ و $\overline{D8}$ در 10° بعد، مقدار فاصله جدایی $L \langle \frac{\pi}{M_{KK}} \rangle$ حذف‌شده‌سازی گویند. [۷]

	0	1	2	3	(4)	5	6	7	8	9
D4	○	○	○	○	○					
D8 - $\overline{D8}$	○	○	○	○		○	○	○	○	○

شکل ۶.۲: در جدول بالا "○" نشان‌دهنده این است که شامه‌ها در جهت‌های متناظر گسترده‌شده‌اند و جاهای خالی نشان‌دهنده این است که شامه‌ها در این راستاها نقطه‌گونه هستند. [۷]

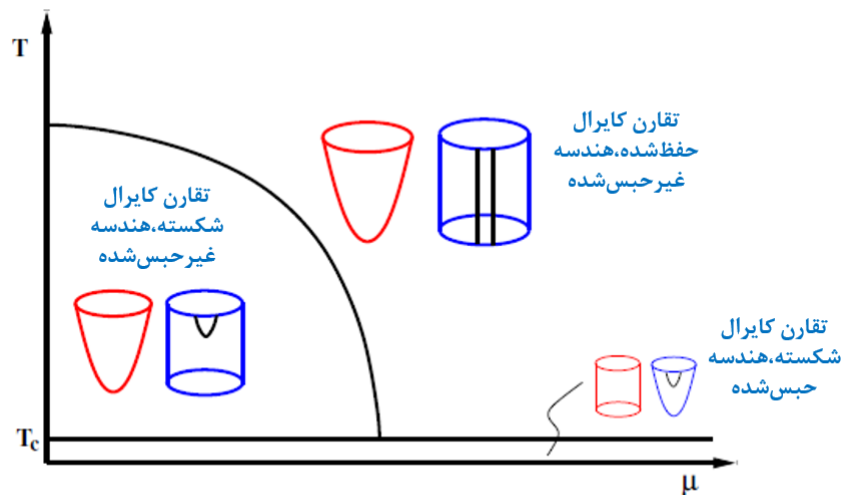
راستگرد و چپگرد را در سیستم با وابستگی کامل و واضح به تقارن دستینه $U(N_f)_L * U(N_f)_R$ داشته باشیم [۱۹] این مدل این دوگانی را توصیف می‌کند:

N_c شامه ۴ بعدی که دایره ای در راستای x_4 با شرایط مرزی غیر دوره ای برای فرمیون‌ها (این شرط باعث می‌شود ابر تقارن شکسته شود) را می‌پوشاند و توسط N_f تا $D8$ واقع شده در $x_4 = 0$ و N_f تا $\overline{D8}$ واقع شده در $x_4 = L$ قطع شده است. دوگان است با تئوری یانگ میلز ۵ بعدی با حداکثر ابر تقارن که روی دایره ای به شعاع R فشرده شده با شرایط مرزی غیر دوره ای برای فرمیون‌ها، با N_f کوآرک چپگرد واقع شده در $x_4 = 0$ و N_f کوآرک راستگرد واقع شده در $x_4 = l$

به طور خلاصه داریم: نظریه کوانتومی رنگ با N_f کوآرک بدون جرم در انرژی پایین دوگان است با نظریه ریسمان در یک پس زمینه $D4$ غیر ابر تقارن با افزودن N_f شامه $\overline{D8}$ نظریه موثر انرژی پایین توسط مدهای از ریسمان باز بین $(D4, D4)$ ، $(D4, D8)$ ، $(D4, \overline{D8})$ توصیف می‌شود ریسمان باز در $(D8, \overline{D8})$ میدان تاقیون می‌تواند تولید کند که جرم این مد ریسمان از رابطه زیر تخمین زده می‌شود

$$m^2 = -\frac{1}{2\alpha'} + \left(\frac{distance}{2\pi\alpha'}\right) \quad (1.2)$$

اگر فاصله بین $D8$ و $\overline{D8}$ به قدر کافی بزرگ باشد سیستم می‌تواند پایدار باشد [۲۱] توجه: برای داشتن کوآرک جفت شامه $(D8, \overline{D8})$ را به پس زمینه $D4$ اضافه می‌کنیم، جفت شامه $(D8, \overline{D8})$ همانند یک $Probe$ رفتار می‌کند در آزمایشات واقعی، اغلب با اضافه کردن ($probe$)



شکل ۷.۲: نمودار فاز مدل ساکایی سوگیموتو، شکل توپولوژی آن در زیرفضای $ix^\circ - u$ و $x_\text{F} - u$ با استفاده از خطوط قرمز و آبی به ترتیب نمایش داده شده و خطوط مشکی شامه‌های $D\Lambda$ و $\overline{D\Lambda}$ هستند که در صورت اتصال، دستیابی شکسته و در صورت جدا بودن دستیابی حفظ می‌شود. هندسه آن نیز بدین صورت است که در صورتی که استوانه‌ای شکل باشد هندسه غیرحبس شده و در صورتی که کله قندی باشد هندسه حبس شده است. شکل بالا برای حالتی است که حد غیر فشردگی در نظر گرفته شده است. [۷]

به یک سیستم پاسخ سیستم را امتحان می‌نمائیم. نظریه ابر یانگ میلز، نظریه کافی نمی‌باشد به عنوان مثال در این نظریه کوارک وجود ندارد [۴۱]

در ادامه به بیان ویژگی‌های از مدل و کنش‌های می‌پردازیم که برای ما مفید هستند. گذار فاز غیرحبس شده در این مدل با در نظر گرفتن دو هندسه پس زمینه متفاوت، و گذار فاز دستینه با در نظر گرفتن و نشان دادن شامه‌های طعم در این هندسه پس زمینه متفاوت، بیان می‌شود. در این مدل شامه‌های طعم متناظر با فرمیون‌های راستگرد و چپگرد هستند که ماکزیمم فاصله جدایی بین این دو شامه روی مرز $u = \infty$ است. که u مختصات تمام‌نگاری است. ماکزیمم فاصله جدایی را با L نشان می‌دهیم که این بدان معنی است که $L = \frac{\pi}{M_{KK}}$ که M_{KK} جرم کالزا کلاین است. و رابطه آن با بعد فشرد x_F بدین صورت، $x_\text{F} \equiv x_\text{F} + 2\pi/M_{KK}$ می‌باشد. در این حالت گذار فاز دستینه و غیرحبس شده همزمان می‌باشد یعنی در هندسه حبس شده^۸ همیشه شامه‌های $D\Lambda$ و $\overline{D\Lambda}$ به هم متصل می‌باشند که متناظر با گذار فاز دستینه شکسته می‌باشد و در هندسه غیرحبس شده^۹ این شامه‌ها از هم جدا می‌باشند که نشان‌دهنده تقارن دستینه غیرشکسته است. ولی در رساله در حدی کار می‌کنیم که $L \ll \frac{\pi}{M_{KK}}$ حد غیرفشرد^{۱۰} نامیده می‌شود. این ویژگی باعث می‌شود که ما وقتی در هندسه غیرحبس شده کار می‌کنیم مقدار دمای بحرانی به سمت صفر میل کند و در نتیجه می‌توان از هندسه حبس شده در زیر

^۸ Confined geometry

^۹ Deconfined geometry

^{۱۰} Decompactified limit

ناحیه دمای بحرانی صرف نظر کرد. متریک القایی روی شامه طعم در دو حالت حبس شده و غیرحبس شده به ترتیب به صورت زیر است::

$$ds_{D8}^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^{3/2} (d\tau^2 + \delta_{ij} dX^i dX^j) + \left(\frac{R}{U}\right)^{3/2} \left\{ \left[\frac{1}{f} + f \left(\frac{U}{R}\right)^3 (\partial_U X_\Phi)^2 \right] dU^2 + U^2 d\Omega_\Phi^2 \right\} \quad (2.2)$$

که

$$f \equiv 1 - \frac{U_{KK}^3}{U^3} \quad (3.2)$$

که U_{KK} از طریق رابطه زیر به جرم کالزا کلاین مربوط است:

$$M_{KK} = \frac{3}{2} \frac{U_{KK}^{1/2}}{R^{3/2}} \quad (4.2)$$

و در حالت غیرحبس شده به صورت زیر می باشد:

$$ds_{D8}^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^{3/2} (f_T d\tau^2 + \delta_{ij} dX^i dX^j) + \left(\frac{R}{U}\right)^{3/2} \left\{ \left[\frac{1}{f_T} + \left(\frac{U}{R}\right)^3 (\partial_U X_\Phi)^2 \right] dU^2 + U^2 d\Omega_\Phi^2 \right\} \quad (5.2)$$

که $i = 1, 2, 3$ و $d\Omega_\Phi^2$ متریک کره ۴ بعدی است و تابع $X_\Phi(U)$ توصیف کننده شامه طعم جانشانی شده در هندسه پس زمینه است و

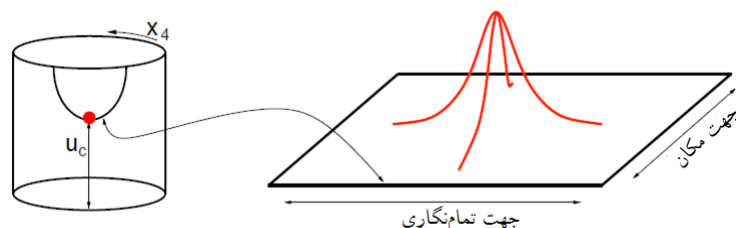
$$f_T \equiv 1 - \frac{U_T^3}{U^3} \quad (6.2)$$

در جایی که U_T موقعیت اتصال دو شامه در زیر فضای $U-\tau$ می باشد. که ارتباط انحنای فضا با دما به صورت زیر است:

$$T = \frac{3}{4\pi} \frac{U_T^{1/2}}{R^{3/2}} \quad (7.2)$$

در این مدل وقتی مقدار انرژی (u) بالا باشد $D\lambda$ و $\bar{D}\lambda$ از هم مجزا هستند و ما می توانیم تقارن دستینه را $u(N_f)_L * u(N_f)_R$ را ببینیم در این حالت هندسه ان به صورت U نخواهد بود و دو شامه روی افق سیاهچاله به طور مجزا پایان می یابند و به صورت موازی خواهند بود در انرژی پایین یعنی وقتی وارد توده ^{۱۱} می شود $D\lambda$ و $\bar{D}\lambda$ مکانی برای پایان ندارد و در نتیجه دو شامه به هم می پیوندند بنابراین شامه $D\lambda$ در توده به صورت U خواهد بود در این حالت تقارن دستینه شکسته می شود [۲۱]

^{۱۱}Bulk



شکل ۸.۲: تصویری از اینستنتون‌ها در دمای صفردر صفحه‌ای که شامه‌ها به هم متصل می‌باشند در سمت چپ دو شامه $D\lambda$ و $\overline{D\lambda}$ را نشان می‌دهد که به هم متصل شده‌اند دایره قرمز رنگ نشان‌دهنده یک اینستنتون است در سمت چپ تصویر باز شده می‌باشد.

۵.۲ معرفی باریون

یکی از مهم‌ترین فواید مدل تمام‌نگاری داده شده در این است که راه شناخته شده خوبی برای پیاده سازی باریون‌ها دارد همانند ایده راس باریونی^{۱۲} در تمام‌نگاری مالدسنا، باریون در مدل ساکایی سوگیموتو به عنوان شامه‌های $D\lambda$ به کار برده شده‌اند که با N_c ریسمان با نقطه‌های پایانی در هندسه پس زمینه کره ۴ بعدی پیچیده شده‌اند که متناظر با در نظر گرفتن اینستنتون‌ها در نظریه میدان پیمانه‌ای روی شامه‌های $D\lambda$ و $\overline{D\lambda}$ متصل شده می‌باشند.

اینستنتون‌ها جواب‌های معادله حرکت (میدان) در فضای اقلیدسی با کنش متناهی و غیرصفردر که فرایندهای تونل‌زنی در فضای مینکوفسکی از یک خلاء در یک زمان به خلاء دیگر در زمان بعد را توصیف می‌کنند در حقیقت موجودات توپولوژیکی هستند و فضای اقلیدسی را خم نمی‌کنند. در انتگرال مسیر به صورت تصحیحات کوانتومی مرتبه اول به رفتار کلاسیکی سیستم ظاهر می‌شوند. باریون در مدل ساکایی سوگیموتو باید اینستنتون^{۱۳} روی $D\lambda$ شامه‌ها قرار گیرد مطابق شکل (۸.۲)

یک اینستنتون در نقطه قله نمایش می‌دهد که نشان دهنده یک باریون می‌باشد و هر چقدر تعداد باریون‌ها افزایش یابد تعداد این نقاط نیز بیشتر می‌گردد سائز این‌ها بسیار کوچک است و همانند یک بار نقطه‌ای عمل می‌کند همچنین تعداد بار توپولوژیکی اینستنتون‌ها را می‌توان از رابطه زیر یافت

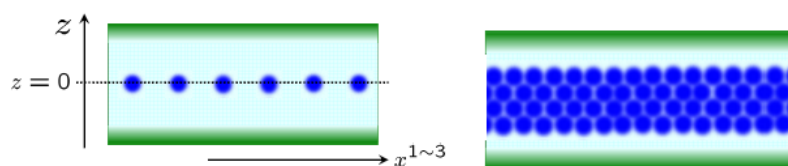
$$N_B = \frac{1}{8\pi^2} \int Tr(F \wedge F) \quad (1.2)$$

در فواصل بسیار کوچک به دلیل بارهای الکتریکی نیروی دافعه وجود دارد. در رابطه بالا F قدرت میدان می‌باشد.

در شکل‌های زیر به ترتیب چگالی باریونی محدود و نامحدود را نمایش می‌دهد که تنها در جهت تمام‌نگاری گسترده شده‌اند

^{۱۲} Baryon vertex

^{۱۳} Instanton



شکل ۹.۲: شکل سمت راست: توزیع اینستنتون ها روی محور x و در $z = 0$ با چگالی محدود، شکل سمت چپ: توزیع تعداد بیشماری اینستنتون با چگالی بیشتر به گونه ای که در جهت z زیاد می شود

۶.۲ محاسبه برهم کنش دوتایی باریون ها

روش آتیا-درینفلد-هیتاچین-منین

کار اصلی انجام شده در این رساله ، رفتار فاز باریونی می باشد در بخش قبل اشاره شد که در تمام نگاری، باریون ها به چه صورت معرفی می شوند. باریون های منفرد^{۱۴} در مدل ساکایی سوگیموتو در مقاله های [۲۵، ۲۶، ۲۸، ۴۷، ۴۸، ۹] به صورت تحلیلی و عددی مطالعه شده است. در این رساله با سیستم های چند باریونی و برهم کنش بین آنها کار می کنیم. برهم کنش بین باریون ها با استفاده از جواب های دقیق دو اینستنتون در فضای مسطح، و با استفاده از روش روش آتیا-درینفلد-هیتاچین-منین^{۱۵} می باشد. [۲۲]

جواب های دو اینستنتون را با استفاده از روش آتیا-درینفلد-هیتاچین-منین یا به طور مخفف $ADHM$ می یابیم بر طبق این روش میدان های پیمانه ای برای یک جواب k اینستنتونی $Sp(n)$ بدین صورت است:

$$A_M = -iU^\dagger \partial_M U \quad (1.2)$$

که $M = 1, 2, 3, z$ و U یک ماتریس $(n+k) \times n$ بعدی با عناصر کواترنیونی می باشد که در روابط زیر صدق می کند:

$$U^\dagger U = \mathbf{1}_n \quad (2.2)$$

و

$$\Delta^\dagger U = 0. \quad (3.2)$$

^{۱۴} Single Instanton

^{۱۵} Atiyah-Drinfeld-Hitchin-Manin

در اینجا Δ یک ماتریس کوانترنیونی $(n+k) \times k$ است چنان که ماتریس کوانترنیونی $k \times k$ بعدی L

$$L \equiv \Delta^\dagger \Delta \quad (۴.۲)$$

مقارن و واقعی است که این رابطه با کوانترنیون‌ها جابه‌جا می‌شود، حالت خاص برای سیستم ما زمانی خواهد بود که $n = ۱$ و $SU(۲) \cong Sp(۱)$ می‌باشد. کوانترنیون‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$q = q_M e_M \quad (۵.۲)$$

با $q_M \in \mathbb{R}$ ، $M = ۱, ۲, ۳, ۴$ و بردارهای پایه ای $e_i = i\sigma_i$ برای $i = ۱, ۲, ۳$ و $e_۴ = ۱$ در حالتی که σ_i ماتریس‌های پائولی و جهت ۴ متناظر با مختصات تمام‌نگاری z هستند نشان می‌دهیم $q^\dagger = q_M \bar{e}_M$ با $\bar{e}_i = -i\sigma_i$ برای $i = ۱, ۲, ۳$ و $\bar{e}_۴ = ۱$. برای دو کوانترنیون، ضرب داخلی و خارجی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$q \cdot p \equiv \frac{1}{4} (q^\dagger p + p^\dagger q) = q_M p_M \quad (۱۶.۲)$$

$$q \times p \equiv \frac{1}{4} (q^\dagger p - p^\dagger q) = i(q^4 \vec{p} - p^4 \vec{q} + \vec{q} \times \vec{p}) \cdot \vec{\sigma} \quad (۱۶.۲ب)$$

در روابط بالا از جابجایی و پادجابجایی‌ها مقابل $\{\sigma_i, \sigma_j\} = ۲\delta_{ij}$ ، $[\sigma_i, \sigma_j] = ۲i\epsilon_{ijk}\sigma_k$ استفاده کرده ایم دقت داشته باشید که ضرب داخلی متناسب با ماتریس واحد و ضرب خارجی توسط سه بردار پایه در فضای کوانترنیون پدید آمده است. باید ذکر کنیم که نمایش کوانترنیون‌ها در فضای ۲×۲ معرفی شده برای هر گروه پیمانه ای برقرار است. در محاسبات ما گروه پیمانه ای متناسب با $SU(۲)$ می‌باشد. بردار چهار بعدی $x_M = (\vec{x}, z)$ را به صورت یک کوانترنیون $e_M = \partial_M x$ نمایش می‌دهیم چنان که: $x = x_M e_M = i\vec{x} \cdot \vec{\sigma} + z$. ماتریس Δ همانند $\Delta = a + b \otimes x$ با ماتریس‌های $(n+k) \times k$ کوانترنیونی a, b که ثابت هستند نمایش داده می‌شوند.

a وابسته به پارامترهایی که متناظر با عرض و موقعیت اینستنتون‌ها است در صورتی که اینستنتون به قدر کافی از یکدیگر دور باشند. بنابراین با یک ماتریس X کوانترنیونی $k \times k$ و یک ماتریس Y کوانترنیونی $n \times k$ داریم:

$$\Delta = \begin{pmatrix} Y \\ -(x - X) \end{pmatrix} \Rightarrow L = Y^\dagger Y + (x - X)^\dagger (x - X) \quad (۷.۲)$$

با استفاده از معادله (۱.۲) و $F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M + i[A_M, A_N]$ میدان بدین صورت می‌شود:

$$\begin{aligned}
 F_{MN} &= -i\partial_M U^\dagger (1 - UU^\dagger) \partial_N U + i\partial_N U^\dagger (1 - UU^\dagger) \partial_M U \\
 &= -iU^\dagger (\partial_M \Delta) L^{-1} (\partial_N \Delta^\dagger) U + iU^\dagger (\partial_N \Delta) L^{-1} (\partial_M \Delta^\dagger) U \\
 &= -2iU^\dagger b [L^{-1} \otimes (\bar{e}_M \times \bar{e}_N)] b^\dagger U
 \end{aligned} \tag{۸.۲}$$

در رابطه بالا از معادله (۲.۲) و اتحاد $UU^\dagger = 1 - \Delta L^{-1} \Delta^\dagger$ استفاده شده است. [۴۹، ۵۰] مشتقات $\partial_M \Delta^\dagger = \bar{e}_M \otimes b^\dagger$ ، $\partial_M \Delta = b \otimes e_M$ یک رابطه مفید برای محاسبه رد روی میدان ها بدست آمده است:

$$[F_{MN}^\chi] = -\square^\chi \ln \det L \tag{۹.۲}$$

در این حالت $\square = \partial_M^\chi$ در مراحل بعد F_{MN}^χ را به صورت مستقیم برای جواب های دو اینستنتون محاسبه می کنیم ولی حقیقتاً نیازی به استفاده از این رابطه نیست و همچنین در مراحل بعد، تنها $n = 1$ یعنی $SU(2)$ اینستانتون ها را در نظر می گیریم.

۱.۶.۲ تک اینستنتون $k = 1$

ابتدا روش $ADHM$ را تنها برای تک اینستنتون ها شروع می کنیم در این حالت $k = 1$ و بنابراین X و Y کواترنیون هستند. مقدار U را توسط نوشتن $U^\dagger = (\alpha^\dagger, \beta^\dagger)$ با عناصر کواترنیونی β, α (به طور عمومی α یک ماتریس کواترنیونی $n \times n$ و β یک ماتریس کواترنیونی k می باشد) با استفاده از رابطه (۳.۲) داریم:

$$\circ = \Delta^\dagger U = y^\dagger \alpha - (x - X)^\dagger \beta \tag{۱۰.۲}$$

اگر رابطه بالا را توسط y از سمت چپ ضرب کنیم مقدار α را بدست می آوریم که اگر در رابطه بالا α را قرار دهیم $|\beta|^2$ بدست می آید اگر داشته باشیم $\hat{\beta} = \beta/|\beta|$ سپس می یابیم:

$$U^\dagger = \frac{\rho}{\sqrt{\xi^2 + \rho^2}} (\hat{\beta}^\dagger (x - X) y^{-1}, \hat{\beta}^\dagger) \tag{۱۱.۲}$$

در این حالت ها $\xi^2 = |x - X|^2$ و $\rho^2 = |y|^2$ درحالی که ما داریم: $y^\dagger = \rho^2 y^{-1}$. اگر رابطه بالا را در (۱.۲) قرار دهیم بدست می آوریم:

$$A_M = -i\hat{\beta}^\dagger (fg \partial_M g^{-1}) \hat{\beta} \tag{۱۲.۲}$$

در حالی که $f \equiv \xi^2 / (\xi^2 + \rho^2)$ ، $g \equiv (x - X) / \xi$. این رابطه در حقیقت جواب های شناخته شده $BPST$ هستند و بنابراین به راحتی می توان میدان ها را با استفاده از رابطه (۸.۲) محاسبه

کرد در حالت اینستنتون یکتا $L = \rho^2 + \xi^2$ اسکالر است و معکوس آن نیز بدیهی می باشد در نتیجه داریم:

$$F_{MN} = 2\eta_{aMN} \frac{\rho^2 \hat{\beta}^\dagger \sigma_a \hat{\beta}}{(\xi^2 + \rho^2)^2} \quad (13.2)$$

با $\eta_{aMN}\eta_{bMN} = 4\delta_{ai}\delta_{bi}$ در نتیجه ما داریم:

$$F_{MN}^2 = \frac{16\rho^4 \sigma_a \sigma_a}{(\rho^2 + \xi^2)^4} \quad (14.2)$$

با استفاده از رابطه (۹.۲) داریم:

$$[F_{MN}^2] = -\square^2 \ln \det L = -\square^2 \ln(\rho^2 + \xi^2) = \frac{96\rho^4}{(\rho^2 + \xi^2)^4} \quad (15.2)$$

اثبات رابطه بالا برای اینستنتون‌های منفرد بدین صورت است

$$\partial_m \partial_m \ln(\rho^2 + x^2) = \partial_1 \partial_1 \ln(\rho^2 + x^2) + \dots \quad 2005/06/28ve$$

$$\begin{aligned} &= \partial_1 \left(\frac{2x_1}{\rho^2 + x^2} \right) + \dots \\ &= \frac{2(\rho^2 + x^2) - 2x_1 x_1}{(\rho^2 + x^2)^2} + \dots \\ &= \frac{8\rho^2 + 4x^2}{(\rho^2 + x^2)^2} \end{aligned} \quad (16.2)$$

و در ادامه داریم:

$$\begin{aligned} &= \partial_1 \partial_1 \frac{8\rho^2 + 4x^2}{(\rho^2 + x^2)^2} + \dots \\ &= \partial_1 \left(\frac{8x_1(\rho^2 + x^2)}{(\rho^2 + x^2)^3} \right) + \dots \\ &= \frac{-24\rho^2 - 8x^2 - 16x_1 x_1}{(\rho^2 + x^2)^4} + \dots \\ &= \frac{-96\rho^4}{(\rho^2 + x^2)^4} \end{aligned} \quad (17.2)$$

۲.۶.۲ دو اینستنتون‌ها $k=2$

برای جواب دو اینستنتون داریم:

$$Y = (y_1, y_2), \quad X = \begin{pmatrix} X_1 & w \\ w & X_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \Delta = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ -(x - X_1) & w \\ w & -(x - X_2) \end{pmatrix}, \quad (18.2)$$

w, X_2, X_1, y_2, y_1 کوترنیون هستند و L را مطابق رابطه (۴.۲) محاسبه می کنیم:

$$L = \begin{pmatrix} |y_1|^2 + |x - X_1|^2 + |w|^2 & y_1^\dagger y_2 - (x - X_1)^\dagger w - w^\dagger (x - X_2) \\ y_2^\dagger y_1 - w^\dagger (x - X_1) - (x - X_2)^\dagger w & |y_2|^2 + |x - X_2|^2 + |w|^2 \end{pmatrix} \quad (19.2)$$

$$= \begin{pmatrix} \rho_1^2 + |x - X_1|^2 + \frac{\rho_1^2 \rho_2^2 - (y_1 \cdot y_2)^2}{|X_1 - X_2|^2} & -2x \cdot w + y_1 \cdot y_2 + \frac{2(X_1^\dagger X_2) \cdot (y_2 \times y_1)}{|X_1 - X_2|^2} \\ -2x \cdot w + y_1 \cdot y_2 + \frac{2(X_1^\dagger X_2) \cdot (y_2 \times y_1)}{|X_1 - X_2|^2} & \rho_2^2 + |x - X_2|^2 + \frac{\rho_1^2 \rho_2^2 - (y_1 \cdot y_2)^2}{|X_1 - X_2|^2} \end{pmatrix},$$

خط دوم به صورت زیر بدست آمده است که شرط تقارن L را قرارداده ایم در این حالت رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$w = \frac{X_1 - X_2}{|X_1 - X_2|^2} (y_2 \times y_1) + c(X_1 - X_2) \quad (20.2)$$

اگر در رابطه بالا $c = 0$ قرار دهیم در نتیجه داریم:

$$|w|^2 = \frac{\rho_1^2 \rho_2^2 - (y_1 \cdot y_2)^2}{|X_1 - X_2|^2} \quad (21.2)$$

در اینجا ما تعریف خواهیم کرد $\rho_2 \equiv |y_2|, \rho_1 \equiv |y_1|$ در انتها خواهیم داشت:

$$y_1^\dagger y_2 + X_1^\dagger w + w^\dagger X_2 = y_1 \cdot y_2 + \frac{2(X_1^\dagger X_2) \cdot (y_2 \times y_1)}{|X_1 - X_2|^2} \quad (22.2)$$

در رابطه بالا طرف سمت راست حقیقی است زیرا از ضرب نقطه ای کوترنیون ها ساخته شده است.

برای محاسبه میدان نیاز داریم که $U^\dagger = (\alpha^\dagger, \beta^\dagger)$ را محاسبه کنیم برای جواب دو اینستانتون α یک کوترنیون باقی می ماند و β یک ماتریس کوترنیونی 1×2 می باشد که به صورت $\beta^\dagger = (\beta_1^\dagger, \beta_2^\dagger)$ با کوترنیون های β_1, β_2 نوشته می شود با استفاده از رابطه (۳.۲) می توانیم رابطه زیر را داشته باشیم:

$$0 = \Delta^\dagger U = \begin{pmatrix} y_1^\dagger & -(x - X_1)^\dagger & w^\dagger \\ y_2^\dagger & w^\dagger & -(x - X_2)^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}. \quad (23.2)$$

از رابطه بالا دو معادله نتیجه می دهد که از ضرب معادله اول از سمت چپ با y_1 و دومین معادله با y_2 و همچنین معرفی $\hat{y}_i = y_i / \rho_i$ برای $i = 1, 2$. معادله اول بدین صورت خواهد شد:

$$\alpha = \frac{\hat{y}_1}{\rho_1} [(x - X_1)^\dagger \beta_1 - w^\dagger \beta_2], \quad (24.2)$$

و از تفاضل دو معادله داریم:

$$P_1 \beta_1 = P_2 \beta_2, \quad (25.2)$$

که

$$P_{1/2} \equiv \frac{\hat{y}_{1/2}}{\rho_{1/2}} (x - X_{1/2})^\dagger + \frac{\hat{y}_{2/1}}{\rho_{2/1}} w^\dagger. \quad (26.2)$$

همچنین $P_1^\dagger$ را از سمت چپ در رابطه (۲۶.۲) ضرب می‌کنیم، و نتایج را در معادله (۲۵.۲) قرار می‌دهیم آنگاه داریم:

$$\alpha = \frac{Q}{|P_1|^2} \beta_2, \quad (27.2)$$

که

$$Q \equiv \frac{\hat{y}_1}{\rho_1} \left[(x - X_1)^\dagger P_1^\dagger P_2 - |P_1|^2 w^\dagger \right]. \quad (28.2)$$

از شرط $1 = U^\dagger U = |\alpha|^2 + |\beta_1|^2 + |\beta_2|^2$ داریم:

$$|\beta_2|^2 = \frac{|P_1|^4}{|Q|^2 + |P_1|^2 |P_2|^2 + |P_1|^4}, \quad (29.2)$$

با توجه به روابط بالا نتیجه نهایی برای U بدین صورت است:

$$U = \frac{1}{\sqrt{|Q|^2 + |P_1|^2 |P_2|^2 + |P_1|^4}} \begin{pmatrix} Q \\ P_1^\dagger P_2 \\ |P_1|^2 \end{pmatrix} \hat{\beta}, \quad (30.2)$$

برای اختصار نشان می‌دهیم $\hat{\beta} \equiv \hat{\beta}_2$ نتایج را در رابطه (۸.۲) در بخش اول قرار می‌دهیم و میدان را بدست می‌آوریم عناصر L^{-1} را توسط $L_{ij}^{-1} \in \mathbb{R}$ و با توجه به شرط $L_{12}^{-1} = L_{21}^{-1}$ بدست می‌آوریم:

$$F_{MN} = 2 \eta_{aMN} \hat{\beta}^\dagger \frac{L_{11}^{-1} P_2^\dagger P_1 \sigma_a P_1^\dagger P_2 + L_{12}^{-1} |P_1|^2 (P_2^\dagger P_1 \sigma_a + \sigma_a P_1^\dagger P_2) + L_{22}^{-1} |P_1|^4 \sigma_a}{|Q|^2 + |P_1|^2 |P_2|^2 + |P_1|^4} \hat{\beta}. \quad (31.2)$$

بعد از اندکی محاسبات داریم:

$$\begin{aligned}
 F_{MN}^2 = & \frac{16|P_1|^4}{(|Q|^2 + |P_1|^2|P_2|^2 + |P_1|^4)^2} \\
 & \times \left(\sigma_a \sigma_a \left[(L_{11}^{-1})^2 |P_2|^4 + (L_{22}^{-1})^2 |P_1|^4 + 4L_{12}^{-1} (L_{11}^{-1} |P_2|^2 + L_{22}^{-1} |P_1|^2) P_1 \cdot P_2 \right] \right. \\
 & \left. + 2L_{11}^{-1} L_{22}^{-1} (i\sigma_a P_1^\dagger P_2) \cdot (P_1^\dagger P_2 i\sigma_a) + 4(L_{12}^{-1})^2 \left\{ |P_1|^2 |P_2|^2 \sigma_a \sigma_a - [(P_1 i\sigma_a) \cdot P_2]^2 \right\} \right)
 \end{aligned} \quad (32.2)$$

همه ترم ها در رابطه بالا ناشی از ضرب نقطه ای کواترنیون ها می باشد F_{MN}^2 متناسب با ماتریس واحد است در روابط بالا وابستگی غیر بدیهی یه جهت های اینستانتون $\hat{y}_1, \hat{y}_2 \in SU(2)$ وجود دارد تنها چرخش نسبی بین دو اینستانتون بدین صورت خواهد بود:

$$\hat{y}_1 = 1, \quad \hat{y}_2 = e^{i\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}} = \cos \theta + i\vec{\hat{\theta}} \cdot \vec{\sigma} \sin \theta, \quad (33.2)$$

در نتیجه داریم:

$$\hat{y}_1 \cdot \hat{y}_2 = \cos \theta, \quad \hat{y}_1 \times \hat{y}_2 = i\vec{\hat{\theta}} \cdot \vec{\sigma} \sin \theta. \quad (34.2)$$

یک تبدیل $\hat{y} \in SU(2)$ می تواند بر حسب چرخش $R \in SO(3)$ تعریف شود

فصل ۳

اتصال ماده کوارکی به باریونی

۱.۳ مقدمه

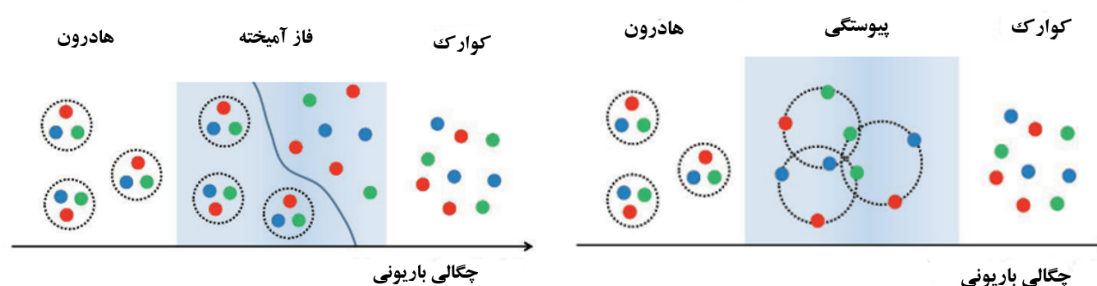
اگر ماده هسته‌ای به قدر کافی در چگالی‌های بزرگ فشرده شود تبدیل به ماده کوارکی می‌گردد که به طور مجانبی در این چگالی‌ها، برهم‌کنش ضعیف دارد. طبیعت این گذار در نظریه کوانتومی رنگ ناشناخته و غیر قابل دسترس می‌باشد.

در یک تصویر ساده، فشردگی شدید باعث روی هم افتادن نوکلئون‌ها می‌گردد و دیگر نوکلئون متناسب با درجه آزادی آن نیست و در نتیجه کوارک خواهیم داشت و بنابراین پارامترهای برای حبس شدگی و شکست تقارن دستینه وجود ندارد و تفاوت کیفی بین ماده هسته‌ای چگالی پایین و ماده کوارکی با چگالی بالا ظاهر نمی‌شود بنابراین چنین گذاری، پیوسته در نظر گرفته می‌شود.

چنین اتفاقی در چگالی باریونی صفر دیده می‌شود از محاسبات می‌دانیم یک عبور^۱ از فاز هادرونی به پلاسمای کوارک گلوئون وجود دارد اگر چه در چگالی باریونی بزرگ شرایط به علت حضور جفت شدگی کوپر کمی پیچیده‌تر است.

سوال واقعی این است که آیا می‌توانیم به طور پیوسته از ماده هسته‌ای به مواد کوارکی غیر جفت شده حرکت کنیم و چنین عبوری را ببینیم در اینجا جفت شدگی کوپر را چشم پوشی خواهیم کرد و سوال‌های پیرامون یک پیوستگی امکان‌پذیر بین مواد هسته‌ای متقارن – همسانگرد غیر جفت

^۱Cross over



شکل ۱.۳: تصویر شماتیکی از فازهای نظریه کوانتومی رنگ بر حسب چگالی باریونی، شکل سمت راست پیوستگی و شکل سمت چپ گذار فاز مرتبه اول را نشان می‌دهد ناحیه پیوستگی و گذار فاز مرتبه اول به صورت سایدار نمایش داده شده است

شده و مواد کوارکی دو طعمی غیرجفت شده را داریم. در شکل (۱.۳) مفهوم پیوستگی بطور شماتیک بیان شده است و تفاوت آن به طور ضمنی با گذار فاز اول بیان گردیده است در شکل سمت راست، هادرون‌ها فشرده شده و به طور آرام به فاز کوارکی تبدیل می‌شود ولی در شکل سمت چپ فاز هادرونی در یک پرش تبدیل به فاز کوارکی خواهد شد.

۲.۳ محاسبه انرژی آزاد سیستم

کنش مربوط به میدان‌های پیمانه‌ای $U(N_f)$ روی شامه‌های طعم $D\lambda$ و $\overline{D\lambda}$ را در نظر می‌گیریم در محاسبات مربوط به باریون‌ها مقدار $N_f = 2$ می‌باشد که با این وجود شامل هایپرون^۲ نمی‌شود و همچنین میدان‌های غیرآبلی به کمک اینستنتون‌های $SU(2)$ تقریب زده خواهد شد در محاسباتی که داریم $N_f = 2$ را برای فاز کوارکی استفاده خواهیم کرد و کنشی که در نظر گرفته شده است، کنش چرن سایمون^۳ و کنش دیراک بورن اینفلد^۴ است:

$$S = S_{\text{DBI}} + S_{\text{CS}} \quad (1.3)$$

$$S_{\text{DBI}} = 2T_\lambda V_4 \int_0^{1/T} d\tau \int d^3X \int_{U_c}^\infty dU e^{-\Phi} \sqrt{\det(g + 2\pi\alpha' F)}, \quad (2.3)$$

$$S_{\text{CS}} = \frac{N_c}{4\pi^2} \int_0^{1/T} d\tau \int d^3X \int_{U_c}^\infty dU \hat{A}_0 \text{Tr}[F_{ij}F_{kU}] \epsilon_{ijk}. \quad (3.3)$$

که در رابطه کنش DBI $\alpha' = \ell_s^2$ تنش ریسمان و با طول ریسمان ℓ_s و $T_\lambda = \frac{1}{((2\pi)^8)\ell_s^9}$ تنش

شامه $D\lambda$ است و $e^\phi = g_s(\frac{U}{R})^{\frac{3}{4}}$ دیلاتون است با جفت شدگی ریسمان g_s و شعاع انحنای

^۲ Hyperon

^۳ Chern-Simon(CS)

^۴ Dirac-Born-Infeld

هندسه پس زمینه R است انتگرال را به صورت بدیهی روی یک کره ۴ بعدی گرفته‌ایم که نتیجه آن فاکتور حجم $V_4 = \frac{8\pi^2}{3}$ می‌باشد و بقیه انتگرال روی زمان اقلیدسی τ و فضای مکان سه بعدی و مختصات تمام‌نگاری U گرفته شده که حدود مختصات تمام‌نگاری از نقطه اتصال دو شامه $U = U_c$ تا مرز تمام‌نگاری $U = \infty$ می‌باشد انتگرال روی نصف شامه‌های متصل شده می‌باشد و به همین خاطر فاکتور ۲ در نظر گرفته شده است.

متریک القایی روی شامه‌های طعم در هندسه غیر حبس شده به صورت زیر است:

$$ds_{D8}^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^{3/2} (f_T d\tau^2 + \delta_{ij} dX^i dX^j) + \left(\frac{R}{U}\right)^{3/2} \left\{ \left[\frac{1}{f_T} + \left(\frac{U}{R}\right)^3 (\partial_U X_4)^2 \right] dU^2 + U^2 d\Omega_4^2 \right\}, \quad (4.3)$$

که در اینجا $i = 1, 2, 3$ و $d\Omega_4^2$ متریک کره ۴ بعدی است مدل همچنین شامل یک جهت فشرده شده X_4 و شعاع برحسب معکوس جرم کالزا کلاین^۵ M_{KK} می‌باشد و همچنین $X_4 \equiv X_4 + \frac{2\pi}{M_{KK}}$ و تابع $X_4(U)$ توصیف کننده شامه طعم جانشانی شده در هندسه پس زمینه می‌باشد و به صورت دینامیکی تعیین می‌شود و شرایط مرزی $X_4(U \rightarrow \infty) = \pm \frac{L}{4}$ که L فاصله جدایی دو شامه $D8$ و $\overline{D8}$ است، را دارا می‌باشد.

$$f_T \equiv 1 - \frac{U_T^3}{U^3}, \quad (5.3)$$

که U_T موقعیت نوک شکل سیگاری $U - \tau$ است که به دما و شعاع انحنای از طریق رابطه زیر وابسته است:

$$T = \frac{3}{4\pi} \frac{U_T^{1/2}}{R^{3/2}}. \quad (6.3)$$

در رابطه (۲.۳) تانسور شدت میدان از دو قسمت $U(1)$ و $SU(2)$ تشکیل شده است

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} = \hat{F}_{\mu\nu} + F_{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a \sigma_a, \quad (7.3)$$

که $a = 1, 2, 3$ و $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3, U$ ماتریس پائولی است. که $\hat{A}_\mu$ و A_μ به ترتیب مولفه‌های میدان آبلی و غیر آبلی هستند پتانسیل شیمیایی کوارکی توسط عامل N_c به پتانسیل شیمیایی باریونی متصل است و مقدار مرزی $\hat{A}_0$ را می‌دهد و باریون‌ها توسط قسمت غیرآبلی $SU(2)$ و از طریق شدت میدان F_{ij} ، F_{iU} معرفی می‌شوند همچنین ما با مواد همسانگرد کار می‌کنیم یعنی $\hat{A}_0$ تنها به مختصات تمام‌نگاری U وابسته است و نه به $\vec{X}$. در حد غیرفشرده سازی $L \ll \frac{\pi}{M_{KK}}$ ساختار نمودار فاز (بدون ماده باریونی) شبیه به آنچه در مدل

^۵Kaluza-Klein

نامبو- جونا- لازینیو بدست آمده است می باشد همچنین در محاسبات ما گذار فاز دستینه، همواره یک گذار مرتبه اول خواهد بود در حالی که در مدل نامبو- جونا- لازینیو با توجه به در نظر گرفتن جرم کوارک، همواره پیوستگی است زیرا تقارن دستینه یک تقارن دقیق^۶ نیست

با توجه به کنش DBI

$$S_{\text{DBI}} = 2 T_\Lambda V_\mathbb{F} \int_0^{1/T} d\tau \int d^3 X \int_{U_c}^\infty dU e^{-\Phi} \text{str} \sqrt{\det(g + 2\pi\alpha' \mathcal{F})}. \quad (8.3)$$

$g_{\mu\nu}$ متریک کنش شامه $D\lambda$ است و $F_{\mu\nu}$ قدرت میدان است که تنها مولفه های F_{ij} ، F_{iu} مولفه های غیرآبلی $\widehat{F}_{\circ u}$ شدت میدان در حالت آبی است بقیه مقادیر شدت میدان صفر هستند. با توجه به این شرایط درمیان روی اندیس فضا زمان به صورت زیر است:

$$\det(g + 2\pi\alpha' \mathcal{F}) = U^\Lambda \left(\frac{R}{U}\right)^{3/2} \left\{ f_T (2\pi\alpha')^2 F_{iU}^2 + \left[1 + \left(\frac{U}{R}\right)^2 f_T (\partial_U X_\mathbb{F})^2 + (2\pi\alpha')^2 \widehat{F}_{\circ U}^2 \right] \right. \\ \left. \times \left[1 + \left(\frac{R}{U}\right)^2 \frac{(2\pi\alpha')^2 F_{ij}^2}{2} \right] + \left(\frac{R}{U}\right)^2 \frac{f_T (2\pi\alpha')^4 (F_{ij} F_{kU} \epsilon_{ijk})^2}{4} \right\}.$$

بنابراین با توجه به شرایط $(F_{ij} F_{kU} \epsilon_{ijk})^2 = 2 F_{iU}^2 F_{ij}^2$ داریم:

$$\det(g + 2\pi\alpha' \mathcal{F}) = U^\Lambda \left(\frac{R}{U}\right)^{3/2} \left[1 + f_T (2\pi\alpha')^2 F_{iU}^2 + \left(\frac{U}{R}\right)^2 f_T (\partial_U X_\mathbb{F})^2 + (2\pi\alpha')^2 \widehat{F}_{\circ U}^2 \right] \\ \times \left[1 + \left(\frac{R}{U}\right)^2 \frac{(2\pi\alpha')^2 F_{ij}^2}{2} \right].$$

در رابطه بالا کمیت های

U ، $X_\mathbb{F}$ و $\widehat{A}_\circ$ که با حروف بزرگ انگلیسی نمایش داده شده، کمیت های بعدداری هستند که توسط روابط زیر به کمیت های بدون بعد با حروف انگلیسی کوچک متصل شده اند.

$$\widehat{a}_\circ = \frac{2\pi\alpha'}{R(M_{\text{KK}} R)^2} \widehat{A}_\circ, \quad x_\mathbb{F} = M_{\text{KK}} X_\mathbb{F}, \quad u = \frac{U}{R(M_{\text{KK}} R)^2} \quad (9.3)$$

۷

۳.۳ حدسی برای قدرت میدان غیرآبلی

باید حدس های را با عبارت های متناظرش برای F_{ij}^2 و $F_{ij} F_{kz} \epsilon_{ijk}$ در کنش های بالا قرار دهیم. همه میدان ها به صورت قطری در فضای طعم هستند بنابراین در این حالت یک عامل اضافی

^۶Exact symmetry

^۷ $\widehat{A}_\circ \rightarrow i\widehat{A}_\circ$

یعنی N_f را به ما می‌دهد حدس‌های که داریم از جواب‌های تک اینستنتون و دو اینستنتون بدست می‌آید.

۱.۳.۳ اینستنتون منفرد در مدل ساکایی سوگیموتو

برای مقادیر ثابت جفت شدگی بزرگ اما محدود، اینستنتون‌های منفرد در هندسه غیر حبس شده، جواب‌های میدان غیرآبلی $BPST^A$ در فضای تخت می‌باشند که به صورت زیر بیان می‌گردند [۱۰]:

$$F_{ij} = \epsilon_{ija} \sigma_a \frac{2(\rho/\gamma)^2}{[x^2 + (z/\gamma)^2 + (\rho/\gamma)^2]^2}, \quad F_{iz} = -\frac{\sigma_i}{\gamma} \frac{2(\rho/\gamma)^2}{[x^2 + (z/\gamma)^2 + (\rho/\gamma)^2]^2}, \quad (1.3)$$

و $x^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ و همچنین $z \in [-\infty, \infty]$ در جهت مختصات تمام‌نگاری در طول شامه‌های طعم متصل شده است و توسط رابطه زیر با u ارتباط دارد:

$$u = (u_c^3 + u_c z^2)^{1/3} \quad (2.3)$$

که در این حالت $z = 0$ متناظر با نقطه اتصال دو شامه $u = u_c$ می‌باشد. شکل اینستنتون‌ها توسط روابط زیر بدست آمده است:

$$\rho = \frac{\rho_0 u_c^{3/4}}{\lambda^{1/2}} \left[\frac{f_T(u_c)}{\beta_T(u_c)} \right]^{1/4} \sqrt{\alpha_T(u_c)}, \quad \gamma = \frac{3\gamma_0 u_c^{3/2}}{2} \sqrt{\alpha_T(u_c)} \quad (3.3)$$

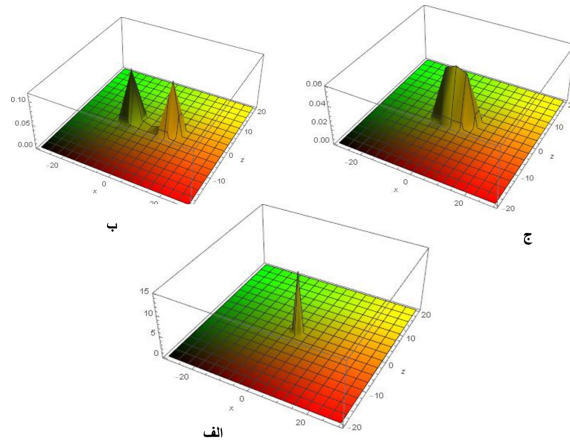
که در این حالت ρ می‌تواند به عنوان پهنا در جهت تمام‌نگاری شناخته شود و همچنین $\frac{\rho}{\gamma}$ متناظر با پهنای فضایی است بنابراین γ پارامتر تغییر شکل می‌باشد که مشخص کننده انحراف اینستنتون از تقارن $SO(4)$ است. این انحراف در محاسبات عددی خالص از یک اینستنتون منفرد مشاهده شده در بسط λ های بزرگ $\rho_0 = 6\sqrt{2\pi/\sqrt{5}} \simeq 10.06$ و $\gamma_0 = 2\sqrt{2/3} \simeq 1.633$ است. [۱۰] در نتیجه به طور خلاصه داریم:

$$\alpha_T(u_c) \equiv 1 - \frac{5u_T^3}{\lambda u_c^3}, \quad \beta_T(u_c) \equiv 1 - \frac{u_T^3}{\lambda u_c^3} - \frac{5u_T^6}{16u_c^6}, \quad (4.3)$$

که در دمای صفر $f_T(u_c) = \alpha_T(u_c) = \beta_T(u_c) = 1$ می‌باشد. در حد λ های بزرگ پهنای اینستنتون‌ها به سمت صفر میل می‌کنند و در نتیجه اثر انحنای فضا چشم پوشی می‌شود برای سیستم های چندباریونی این موضوع درست نمی‌باشد و حقیقتا ما باید به دنبال جوابی در فضای انحنادار باشیم برای یافتن معادلات (۳.۳) و (۴.۳) باید به مرجع [۱۰] پیوست (A) رجوع کرد.

در رابطه (۳.۳) وابستگی ρ و γ به u_c را داریم اما در این حالت ρ_0 و γ_0 به عنوان پارامترهای آزاد رفتار می‌کند که می‌تواند با اثرهای شناخته شده از جواب‌های عددی یک اینستنتون منفرد در

^ABelavin-Polyakov-Schwarz-Tyupkin



شکل ۲.۳: دافعه بین اینستنتون‌ها در صفحه x و z برای مقادیر متفاوت $\frac{d}{\rho}$

فضای خمیده و یا خواص شناخته شده از مواد هسته‌ای واقعی تطابق داشته باشد. برای هر μ و T ، u_c به صورت دینامیکی تعیین می‌شود در این حالت پهنای اینستنتون در جهت‌های فضایی و تمام‌نگاری وابسته به چگالی و دما خواهد بود با توجه به خوددوگانگی^۹ برای جواب‌های اینستنتون داریم:

$$F_{iz}F_{iz} = \frac{F_{ij}F_{ij}}{2\gamma^2} = -\frac{F_{iz}F_{jk}\epsilon_{ijk}}{2\gamma}. \quad (۵.۳)$$

همه مربع میدان‌ها متناسب با ماتریس‌های واحد 2×2 در فضای طعم هستند جواب‌های اینستنتون منفرد دارای بار توپولوژیکی ۱ هستند که در این صورت داریم:

$$-\frac{1}{8\pi^2} \int d^3x \int_{-\infty}^{\infty} dz \text{Tr}[F_{ij}^{(1)} F_{kz}^{(1)}] \epsilon_{ijk} = \int_{-\infty}^{\infty} dz q_0(z) = 1, \quad (۶.۳)$$

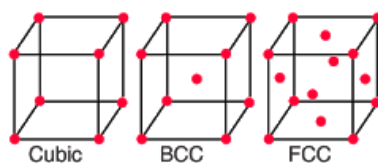
که مقدار q_0 را بدین صورت نمایش می‌دهیم:

$$q_0(z) \equiv \frac{3\rho^4}{4(\rho^2 + z^2)^{5/2}}. \quad (۷.۳)$$

۲.۳.۳ دو اینستنتون در مدل ساکایی سوگیموتو

دومین موردی که در فضای تخت بدان نیاز داریم جواب‌های دو اینستنتون است. اگر فاصله جدایی دو اینستنتون به قدر کافی بزرگ باشد، جواب‌ها می‌تواند به طور تقریبی جواب‌های دو اینستنتون منفرد باشد در اینجا فرض می‌گیریم که اینستنتون‌ها دارای تقارن $SO(4)$ است و عرض هر دو اینستنتون را با ρ نمایش می‌دهیم و یک اینستنتون را در موقعیت $(\vec{x}, z)$ در فضای چهار بعدی و دیگری را به طور مجزا در فاصله δ در جهت x_1 قرار می‌دهیم. حال برای

^۹Self duality



شکل ۳.۳: موقعیت اینستنتون‌ها در ساختارهای شبکه متفاوت که p تعداد نزدیکترین همسایگی و r فاصله نزدیکترین همسایگی

یافتن شدت میدان از فصل قبل استفاده می‌کنیم
برای این منظور $X_{1/2} = X \pm D$ و $X = 0$ قرار می‌دهیم یعنی مبدا مختصات را نقطه مرکزی اتصال بین دو اینستنتون قرار می‌دهیم و با توجه به نکات قبل، در نتیجه داریم $D = i\delta\sigma_1/2$ از این رو خواهیم داشت:

$$|x - X_{1/2}|^2 = |x|^2 \mp \delta x_1 + \frac{\delta^2}{4}, \quad |X_1 - X_2|^2 = \delta^2, \quad (8.3)$$

و

$$w = \frac{\rho_1 \rho_2 \sin \theta}{\delta} (\hat{\theta}_1 + i\hat{\theta}_2 \sigma_3 - i\hat{\theta}_3 \sigma_2), \quad |w|^2 = \frac{\rho_1^2 \rho_2^2 \sin^2 \theta}{\delta^2}, \quad (9.3)$$

و با توجه به رابطه‌ای که برای L از معادله (۱۹.۲) داریم

$$L_{11/22} = \rho_{1/2}^2 + |x|^2 \mp \delta x_1 + \frac{\delta^2}{4} + \frac{\rho_1^2 \rho_2^2 \sin^2 \theta}{\delta^2}$$

$$L_{12} = L_{21} = -2 \frac{\rho_1 \rho_2 \sin \theta}{\delta} (z\hat{\theta}_1 + x_3\hat{\theta}_2 - x_2\hat{\theta}_3) + \rho_1 \rho_2 \cos \theta$$

شدت میدان رابطه (۳۲.۲) را می‌یابیم البته مقدار $\theta = 0$ و همچنین $\rho_1 = \rho_2 \equiv \rho$ می‌باشد.
بنابراین جواب‌های دقیق در فضای تخت که برحسب ρ و δ نوشته شده به صورت زیر است:

$$F_{iz}^{(\gamma)} F_{iz}^{(\gamma)} = \frac{4096 \rho^4}{[(\delta^2 + 4|x|^2)(\delta^2 + 8\rho^2 + 4|x|^2) - 16\delta^2 x_1^2]^4} \left\{ 3\delta^8 + 16\delta^6 (3\rho^2 + |x|^2 + 8x_1^2) \right.$$

$$+ 32\delta^4 [6\rho^4 + |x|^4 + 8x_1^4 + 48|x|^2 x_1^2 + 4\rho^2 (|x|^2 + 8x_1^2)]$$

$$\left. + 256\delta^2 |x|^2 [|x|^4 + 8|x|^2 x_1^2 - \rho^2 (|x|^2 - 4x_1^2) + 768|x|^8] \right\}, \quad (10.3)$$

در حالی که $|x|^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + z^2$. پارامترهای ρ و δ که مفهوم پهنای اینستنتون و فاصله جدایی دو اینستنتون را دارند با کاهش δ این تعریف را از دست خواهند داد و در نتیجه اینستنتون‌ها شروع به روی هم قرار گرفتن می‌کنند.

پارامتر تغییر شکل γ توسط تغییر مقیاس مشابهی همانند آنچه در جواب‌های اینستنتون منفرد انجام شد معرفی می‌گردد در این حالت $z \rightarrow z/\gamma, \rho \rightarrow \rho/\gamma$ و همچنین $F_{iz}^{(\gamma)} F_{iz}^{(\gamma)}$ توسط

۲. تقسیم می شود

ما خود دوگانگی را برای جواب دو اینستنتون به کار می بریم و ثابت می کنیم مقدار بار توپولژیکی ۲ می باشد

$$-\frac{1}{8\pi^2} \int d^3x \int_{-\infty}^{\infty} dz [F_{ij}^{(2)} F_{kz}^{(2)}] \epsilon_{ijk} = \int_{-\infty}^{\infty} dz q_{\text{int}}(d, z) = 2. \quad (11.3)$$

و همچنین تابع زیر را معرفی می کنیم:

$$q_{\text{int}}(d, z) = \frac{3\sqrt{2}\rho^8}{4} \frac{h_1 S_1 + h_2 S_2}{(a^2 + b)^{5/2} b^2}, \quad (12.3)$$

با چندجمله ای های زیر:

$$\begin{aligned} h_1 \equiv & 2 \left[\rho^1 d^6 (4d^4 + 7d^2 - 2)^2 + \rho^8 z^2 d^2 (4d^2 - 1)^2 (4d^6 + 12d^4 + 7d^2 - 2) \right. \\ & + \rho^6 z^4 (96d^{10} + 116d^8 - 91d^6 - 14d^4 + 11d^2 - 1) + 2\rho^4 z^6 d^2 (26d^6 - 8d^4 - 23d^2 + 5) \\ & \left. + 4\rho^2 z^8 d^4 (2d^2 - 3) + 4z^{10} d^4 \right], \quad (13.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_2 \equiv & \rho^8 d^4 (4d^4 + 7d^2 - 2)^2 + 2\rho^6 z^2 d^2 (32d^8 + 76d^6 + 15d^4 - 17d^2 + 2) \\ & + \rho^4 z^4 (92d^8 + 144d^6 + 5d^4 - 18d^2 + 2) + 8\rho^2 z^6 d^2 (9d^4 + 8d^2 - 2) + 28z^8 d^4, \quad (13.3) \end{aligned}$$

و

$$a \equiv z^2 - \rho^2 (d^2 - 1), \quad b \equiv \rho^2 [4d^2 (\rho^2 + z^2) - \rho^2], \quad (14.3)$$

$$S_1 \equiv \sqrt{\frac{-a + \sqrt{a^2 + b}}{b}}, \quad S_2 \equiv \sqrt{a + \sqrt{a^2 + b}}. \quad (14.3)$$

پارامتر روی هم افتادگی را به صورت زیر می نویسیم:

$$d \equiv \frac{\delta}{2\rho/\gamma}, \quad (15.3)$$

که فاصله بین دو اینستنتون است و توسط دو برابر پهنای فضایی خود بهنجار شده اند که این اینستنتون ها کره هایی با شعاع ρ/γ است که برای $d < 1$ اینستنتون ها روی هم قرار می گیرند. در شکل (۲.۳) موقعیت دو اینستنتون را برای حالتی که مقدار $\rho_1 = \rho_2 = \rho = 2/5$ و همچنین مقدار $\gamma = 4$ می باشد را با توجه به نسبت d/ρ برای سه حالت متفاوت بررسی شده است در اینجا $x_2 = x_3 = 0$ می باشد. حالت (الف) زمانی است که نسبت $d/\rho = 1/5$ می باشد. (ب) $d/\rho = 4$ و (ج) $d/\rho = 1/4$ است.

رفتار اینستنتونها همانطور که انتظار میرفت برای حالتی که فاصله همپوشانی زیادتر از ابعاد اینستنتونها باشد جدا از هم می باشد و در صورتی که مقدار d کوچکتر شود اینستنتونها روی یکدیگر قرار می گیرند.

۳.۳.۳ تقریب چند اینستنتونی برهم کنش بین آنها

با استفاده از روش $ADHM$ جواب های چند اینستنتونی را بدست می آوریم عناصر این جواب های عمومی در مراجع [۵۸، ۵۹] استفاده شده است در کار ما تقریب ساده ای برای سیستم چند اینستنتونی که تنها برهم کنش بین دو اینستنتون را شامل می شود در نظر گرفته شده است. تا انتها چگالی انرژی برهم کنشی را توسط تفاضل دو توزیع اینستنتون منفرد از جواب های دو اینستنتونی بدست می آوریم.

$$\mathcal{I}(\vec{x}_1, z_1, \vec{x}_2, z_2) \equiv (F_{iz}^{(2)})^2(\vec{x}_1, z_1, \vec{x}_2, z_2) - (F_{iz}^{(1)})^2(\vec{x}_1, z_1) - (F_{iz}^{(1)})^2(\vec{x}_2, z_2). \quad (16.3)$$

دو اینستنتون ها در نقاط $(\vec{x}_1, z_1)$ و $(\vec{x}_2, z_2)$ واقع شده اند و هر بخش در معادله بالا وابسته به $\vec{x}$ و z هستند مربع میدان برای یک سیستم با N_I اینستنتون به طور تقریبی به صورت زیر ساخته می شود

$$F_{iz}^2 \simeq \sum_n^{N_I} (F_{iz}^{(1)})^2(\vec{x}_n, z_n) + \frac{1}{\gamma} \sum_n^{N_I} \sum_{m \neq n}^{N_I} \mathcal{I}(\vec{x}_n, z_n, \vec{x}_m, z_m). \quad (17.3)$$

در این کار تعداد لایه های اینستنتون را یکی در نظر می گیریم زیرا همان طور که در بخش بعد نشان خواهیم داد با افزایش تعداد لایه های اینستنتون اتفاق خاصی در مفهوم گذار دو فاز هسته ای و کوارکی ایجاد نمی شود. در اینجا ادامه کار بدین صورت خواهد بود که ما اینستنتون ها در اطراف نقطه $Z = 0$ در جهت مختصات تمام نگاری قرار می دهیم یعنی در نتیجه در رابطه قبلی $z_n = z_m = 0$ را قرار می دهیم در نتیجه تمام عبارت های که اشاره ای به مختصات تمام نگاری دارند را از هم کنون حذف می کنیم.

تعداد همسایگی های نزدیک را توسط p نشان می دهیم و هر بردار شبکه ای که هر اینستنتون را به نزدیکترین همسایه اش متصل می کند را توسط $\vec{\delta}_m$ با اندازه فاصله δ یعنی، $|\vec{\delta}_1| = \dots = |\vec{\delta}_p| \equiv \delta$ بنابراین رابطه قبلی بدین صورت خواهد بود

$$\begin{aligned} F_{iz}^2 &\simeq \sum_n^{N_I} (F_{iz}^{(1)})^2(\vec{x}_n) + \frac{1}{\gamma} \sum_m^p \sum_n^{N_I} \mathcal{I}(\vec{x}_n, \vec{x}_n + \vec{\delta}_m) \\ &\rightarrow N_I \left[(1-p) \langle (F_{iz}^{(1)})^2(0) \rangle + \frac{p}{\gamma} \langle (F_{iz}^{(2)})^2(0, \vec{\delta}) \rangle \right] \\ &= \frac{\lambda^2 n_I}{\gamma} \left[(1-p) q_0(z) + \frac{p}{\gamma} q_{int}(d, z) \right] \end{aligned} \quad (18.3)$$

با میانگین گیری مربع میدان روی فضای مکان، تقریب بیشتری را برای محاسبات داریم که در رابطه بالا توسط یک براکت نمایش داده شده

چگالی اینستنتون بی بعد را به ازای هر طعم به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$n_I = \frac{48 \pi^4 N_I}{\lambda^2 v}, \quad (19.3)$$

همچنین در این رابطه v کمیت بی بعد حجم سیستم که با کمیت بعددار V با رابطه $v = VM_{KK}^3$ توصیف می شود. فاصله اینستنتون d در معادله (۱۵.۳) با چگالی اینستنتون مرتبط است. این رابطه به ساختار شبکه‌ای وابسته می باشد حجم یک سلول $Wigner - Seitz$ به صورت زیر می باشد:

$$\frac{v}{N_I} = \frac{\delta^3}{r}, \quad (20.3)$$

که در رابطه بالا r معکوس حجم $Wigner - Seitz$ در واحد فاصله نزدیکترین همسایگی δ می باشد.

نهایتاً با توجه به معادله (۱۹.۳) d به صورت زیر تعریف می شود:

$$d = \frac{\gamma}{\rho} \left(\frac{6\pi^4 r}{\lambda^2 n_I} \right)^{1/3}. \quad (21.3)$$

پارامترهای p و r همه اطلاعات مربوط به ساختار شبکه را در تقریب مورد نظر ما برطرف می کند برای حالت های $cubic$ و fcc و Bcc مقادیر $(p, r) = (6, 1), (8, 3\sqrt{3}/4), (12, \sqrt{2})$ اگر مقدار $p = 0$ قرار دهیم نتایج وابسته به r نخواهد بود و مجدداً تقریب غیربرکنشی را خواهیم داشت. در شکل (۳.۳) ساختارهای شبکه‌ای متفاوت نمایش داده شده است.

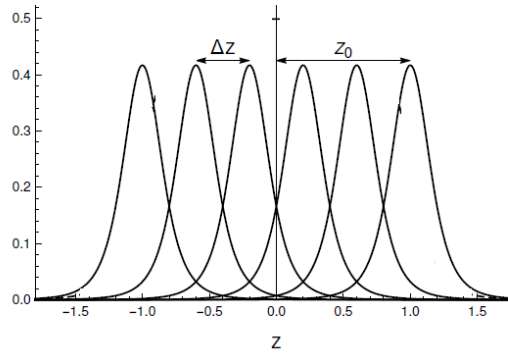
۴.۳.۳ محاسبه برهم کنش بین اینستنتون‌ها در حالت چندلایه

اگر بخواهیم اینستنتون‌ها در حالت چند لایه را در نظر بگیریم می‌توانیم شکل عمومی شدت میدان را به صورت زیر نمایش دهیم:

$$F_{iz}^2 = \sum_{n=0}^{N_z-1} \sum_{i=1}^{i_n} (F_{iz}^{(1)})^2(\vec{x}_{in}, z_n) + \frac{1}{\gamma} \sum_{n=0}^{N_z-1} \sum_{i=1}^{i_n} \sum_{j \neq i}^{i_n} \mathcal{I}(\vec{x}_{in}, z_n, \vec{x}_{jn}, z_n) \\ + \frac{1}{\gamma} \sum_{n=0}^{N_z-1} \sum_{m \neq n}^{N_z-1} \sum_{i=1}^{i_n} \sum_{j=1}^{i_m} \mathcal{I}(\vec{x}_{in}, z_n, \vec{x}_{jm}, z_m),$$

در بالا بخش‌های برهم کنشی به صورت متقاطع و داخلی را به طور مجزا نوشته‌ایم. تعداد لایه‌ها را با N_z و موقعیت آنها را توسط z_n نمایش می‌دهیم و در این حالت‌ها تعداد اینستنتون‌ها را توسط i_n نمایش داده‌ایم تقریبی را در نظر می‌گیریم که در این حالت تعداد اینستنتون‌ها را یکسان در نظر می‌گیریم یعنی $i_0 = \dots = i_{N_z-1} \equiv N_{\vec{x}}$ بنابراین تعداد اینستنتون‌ها $N_I = N_{\vec{x}} N_z$ خواهد بود. اگرچه از برهم کنش‌های لایه متقاطع چشم‌پوشی کردیم و این نادیده گرفتن تأثیری در مفاهیم ندارد اگر تقریب نزدیکترین همسایه را برای برهم کنش‌های لایه‌های داخلی در نظر بگیریم و میانگین فضایی را برای آن برشمریم داریم:

$$F_{iz}^2 \rightarrow \frac{2\lambda_0^2 n_I}{3\gamma N_z} \sum_{n=0}^{N_z-1} \left[(1-p)q_0(z - z_n) + \frac{p}{\gamma} q_{\text{int}}(d, z - z_n) \right], \quad (22.3)$$



شکل ۴.۳: توزیع اینستنتون‌ها در طول جهت هولوگرافی z

رابطه بالا شکل عمومی (۱۸.۳) است در این حالت تعداد اینستنتون‌ها در راستای فضایی شبکه، متفاوت از تعداد مجموع اینستنتون‌ها است بنابراین رابطه (۲۰.۳) به صورت $v/N_{\tilde{x}} = \delta^3/r$ اصلاح می‌شود. بنابراین رابطه (۲۱.۳) $d = \gamma/\rho [6\pi^4 r N_z / (\lambda^2 n_I)]^{1/3}$ می‌شود. از حدس زیر برای موقعیت لایه‌های اینستنتون استفاده می‌کنیم.

$$z_n = \left(\frac{N_z - 1}{2} - n \right) \Delta z, \quad (23.3)$$

در رابطه بالا $n = 0, \dots, N_z - 1$ و فاصله بین لایه‌ها Δz به صورت دینامیکی قابل تعیین می‌باشد. این حدس برای یک لایه و دو لایه عمومی است. در مرجع دیگری [۵۷] با استفاده از تقریب متفاوت دیگری برای حدس، نتایج یکسانی گرفته شد. لاگرانژی که در بخش بعد بدان اشاره خواهیم کرد برای چندلایه نیز یکسان است و تغییری نمی‌کند تنها روابط زیر به طور کلی بیان می‌گردد.

$$q(u) = 2 \frac{\partial z}{\partial u} \frac{1}{N_z} \sum_{n=0}^{N_z-1} \left[(1-p) q_0(z - z_n) + \frac{p}{2} q_{\text{int}}(d, z - z_n) \right], \quad (24.3)$$

و

$$Q = \frac{1}{N_z} \sum_{n=0}^{N_z-1} \left[(1-p) \frac{Q_0(z - z_n) + Q_0(z + z_n)}{2} + \frac{p}{2} \frac{Q_{\text{int}}(d, z - z_n) + Q_{\text{int}}(d, z + z_n)}{2} \right], \quad (25.3)$$

در اینجا $q_0(z)$ و $q_{\text{int}}(d, z)$ تحت تبدیل $z \rightarrow -z$ متقارن است.

۴.۳ حل معادله حرکت

تمام شدت میدان‌های که در بالا یافتیم را در کنش قرار می‌دهیم در نتیجه خواهیم داشت:

$$S_{\text{DBI}} = \mathcal{N} \int_0^{1/T} d\tau \int d^3 X \int_{u_c}^{\infty} du u^{5/2} \sqrt{(1 + u^3 f_T x_{\text{F}}^2 - \hat{a}_0^2 + g_1)(1 + g_2)}, \quad (1.3)$$

و با توجه به ارتباط بین کنش و لاگرانژی و همچنین کنش چرن سایمون داریم:

$$S = \mathcal{N} N_f \frac{V}{T} \int_{u_c}^{\infty} du \mathcal{L}, \quad (۲.۳)$$

که لاگرانژی

$$\mathcal{L} = u^{\Delta/2} \sqrt{(1 + u^3 f_T x_{\mathcal{F}}' - \hat{a}'_{\circ} + g_1)(1 + g_2) - \hat{a}_{\circ} n_I q(u)}, \quad (۳.۳)$$

در این حالت

$$g_1 \equiv \frac{f_T n_I}{\gamma} \frac{\partial z}{\partial u} q(u), \quad g_2 \equiv \frac{\gamma n_I}{\gamma_u^3} \frac{\partial u}{\partial z} q(u), \quad (۴.۳)$$

با

$$q(u) \equiv \gamma \frac{\partial z}{\partial u} \left[(1 - p) q_{\circ}(z) + \frac{p}{\gamma} q_{\text{int}}(d, z) \right], \quad \int_{u_c}^{\infty} du q(u) = 1. \quad (۵.۳)$$

در روابط بالا همه اثرهای موجود در برهم کنش بین اینستنتون ها در تابع $q(u)$ می باشد بنابراین جواب های معادله حرکت $\hat{a}(u)$ و $x_{\mathcal{F}}(u)$ به صورت زیر می توان در نظر گرفت:

$$\hat{a}'_{\circ} = \frac{n_I Q}{u^{\Delta/2}} \zeta, \quad x'_{\mathcal{F}} = \frac{k}{u^{11/2} f_T} \zeta, \quad (۶.۳)$$

که:

$$\zeta \equiv \frac{\sqrt{1 + g_1}}{\sqrt{1 + g_2 - \frac{k^2}{u^{\Delta} f_T} + \frac{(n_I Q)^2}{u^{\Delta}}}} = \frac{\sqrt{1 + u^3 f_T x_{\mathcal{F}}' - \hat{a}'_{\circ} + g_1}}{\sqrt{1 + g_2}}, \quad (۷.۳)$$

و

$$Q(u) \equiv \int_{u_c}^u du' q(u') = (1 - p) Q_{\circ}(z) + \frac{p}{\gamma} Q_{\text{int}}(d, z), \quad (۸.۳)$$

در حالی که:

$$Q_{\circ}(z) \equiv \int_{-z}^z dz' q_{\circ}(z') = \frac{(\gamma \rho^2 + \gamma z^2) |z|}{\gamma (z^2 + \rho^2)^{3/2}}, \quad (۹.۳)$$

$$Q_{\text{int}}(d, z) \equiv \int_{-z}^z dz' q_{\text{int}}(z') = \frac{\sqrt{\gamma} \rho^2}{\gamma} \frac{H_1 \mathcal{S}_1 + H_2 \mathcal{S}_2}{(a^2 + b)^{3/2} b}, \quad (۹.۳ ب)$$

با توجه به چند جمله ای های که:

$$H_1 = \rho^2 z \left[6 \rho^6 d^6 (4 d^6 + 7 d^2 - 2) + \rho^4 z^2 (16 d^8 + 8 d^6 + 36 d^4 - 16 d^2 + 1) \right. \\ \left. + 2 \rho^2 z^4 d^2 (16 d^6 + 28 d^2 - 5) + 16 z^6 d^4 \right], \quad (۱۰.۳)$$

$$H_2 = z \left[3\rho^6 d^2 (4d^4 + 7d^2 - 2) + \rho^4 z^2 (8d^6 + 40d^4 + 17d^2 - 5) + 2\rho^2 z^4 (8d^4 + 14d^2 - 1) + 8z^6 d^2 \right], \quad (11.3)$$

در روابط بالا S_1, b, a, S_2 در فصل قبل تعریف شده‌اند.

برای اثبات رابطه

(۹.۳) می‌دانیم مشتق گیری Q_{int} نسبت به z به ما q_{int} را می‌دهد. اگر تابع زیر را در نظر بگیریم:

$$Q_{int} = \frac{H_1 S_1 + H_2 S_2}{(a^2 + b)^{n/2} b^m}, \quad (12.3)$$

با چند جمله‌ای‌های H_1, H_2 ما می‌توانیم داشته باشیم:

$$\dot{Q}_{int} = \frac{h_1 S_1 + h_2 S_2}{(a^2 + b)^{n/2+1} b^{m+1}}, \quad (13.3)$$

برای محاسبه این روابط، باید از مشاهدات زیر استفاده کنیم با استفاده از تعاریف مربوط به S_1 و S_2 و همچنین مشتق گیری از این روابط داریم:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= \frac{1}{2b\sqrt{a^2+b}} \left[S_1 (a\dot{b} - \dot{a}b) - \frac{\dot{b}}{2} S_1 \right], \\ \dot{S}_2 &= \frac{\dot{a}\sqrt{a^2+b} + a\dot{a} + \dot{b}/2}{2S_2\sqrt{a^2+b}}, \end{aligned}$$

در روابط بالا مشتق گیری نسبت به z خواهد بود. برای هر α, β رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{\alpha}{S_1} + \frac{\beta}{S_2} = \alpha S_2 + \beta S_1. \quad (14.3)$$

ما همچنین داریم:

$$\sqrt{a^2+b} S_1 = -a S_1 + \frac{1}{S_1}, \quad \sqrt{a^2+b} S_2 = a S_2 + \frac{b}{S_2}. \quad (15.3)$$

در نتیجه ترکیب این روابط داریم:

$$\sqrt{a^2+b} (\alpha S_1 + \beta S_2) = (-a\alpha + b\beta) S_1 + (\alpha + a\beta) S_2. \quad (16.3)$$

با استفاده از روابط بالا داریم:

$$\begin{aligned} H_1 \dot{S}_1 + H_2 \dot{S}_2 &= \frac{1}{2b(a^2+b)} \left\{ \left[H_1 b \left(a\dot{a} - \frac{\dot{b}}{2} \right) - H_1 a^2 \dot{b} + H_2 b \left(\dot{a}b - \frac{a\dot{b}}{2} \right) \right] S_1 \right. \\ &\quad \left. + \left[H_2 b \left(a\dot{a} + \frac{\dot{b}}{2} \right) - H_1 \left(\dot{a}b - \frac{a\dot{b}}{2} \right) \right] S_2 \right\}. \end{aligned}$$

با استفاده از روابط (۱۲.۳) و همچنین (۱۳.۳) مقادیر برای h_1 و h_2 به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} h_1 &= -H_1 \left[\left(n - \frac{1}{4} \right) \left(a\dot{a} + \frac{\dot{b}}{4} \right) b + \left(m + \frac{1}{4} \right) (a^2 + b)\dot{b} \right] \\ &\quad + \dot{H}_1 b(a^2 + b) + \frac{H_2 b}{4} \left(\dot{a}b - \frac{a\dot{b}}{4} \right), \\ h_2 &= -H_2 \left[\left(n - \frac{1}{4} \right) \left(a\dot{a} + \frac{\dot{b}}{4} \right) b + m(a^2 + b)\dot{b} \right] \\ &\quad + \dot{H}_2 b(a^2 + b) - \frac{H_1}{4} \left(\dot{a}b - \frac{a\dot{b}}{4} \right). \end{aligned} \quad (17.3)$$

اگر مقادیر $n = 3$ و $m = 1$ قرار دهیم عبارتی را برای انتگرال گیری نسبت به q_{int} را می یابیم. در سمت چپ معادله (۱۷.۳) از روابط (۱۳-۱۳) و (۳-۱۳) استفاده می کنیم. این نتیجه را می توانیم به طور مستقیم از $\dot{Q}_{int} = 2q_{int}$ چک کنیم. عامل ۲ نیاز است که ظاهر شود به خاطر $q(u)$ در محدوده $u \in [u_c, \infty]$ به ۱ بهنجار شده است.

بر طبق کنش (۲.۱) و همچنین $\frac{T}{V}S|_{\text{on-shell}} = \mathcal{N}N_f\Omega$ ، انرژی آزاد $\mathcal{N}N_f\Omega$ داریم:

$$\Omega = \int_{u_c}^{\infty} du \mathcal{L}. \quad (18.3)$$

همانطور که می بینید در این حالت انرژی آزاد واگرا است این مشکل، با معرفی یک قطع^{۱۰} برای حد بالا انتگرال u رفع می شود در این حالت جمله ای وابسته به این قطع خواهیم داشت که این جمله به دما و پتانسیل شیمیایی وابسته نیست بنابراین به راحتی می توانیم این جمله خلا را از عبارت ها حذف کنیم در حالی که این جمله تاثیر فیزیکی ندارد.

انرژی آزاد وابسته به پارامترهای اساسی است اولاً به پارامترهای مدل L و M_{kk} و λ و ثانياً به پارامترهای $k, n_I, u_c, \rho, \gamma$ که به صورت دینامیکی تعیین شده است اگر چه همانطور که در مرجع [۱۰] دیدیم این حالت باعث می گردد که در شروع نقطه باریونی، اینستنتون های نقطه گونه ای بوجود بیاید ولی همانطور که می دانیم در λ محدود، اینستنتون ها باید پهنای غیر صفر می داشتند. بنابراین از معادله (۹.۳) شکل و ρ و γ را انتخاب می کنیم و پارامترهای ρ و γ باعث افزایش پارامترهای آزاد مدل می شود و تعداد پارامترها را از ۳ به ۵ افزایش می دهد. باید دقت داشت نقاط ایستا Ω را نسبت به k, n_I, u_c یافت. سه معادله ایستا

$$\frac{\partial \Omega}{\partial k} = \frac{\partial \Omega}{\partial n_I} = \frac{\partial \Omega}{\partial u_c} = 0. \quad (19.3)$$

همه مشتقات سر راست هستند به جز رابطه سوم که مشتق نسبت به u_c است که در زیر به طور مفصل رابطه ها را باز می کنیم

^{۱۰}Cut off

مشتق نسبت به u_c کمی پیچیده تر است رابطه انرژی آزاد را به صورت زیر داریم:

$$\begin{aligned}\Omega &= \int_{u_c}^{\infty} du \left[u^{\Delta/2} \sqrt{(1 + u^3 f_T x'_{\mathcal{F}} - \hat{a}'_0 + g_1)(1 + g_2) + n_I \hat{a}'_0 Q} \right] - \mu n_I \\ &= \int_{u_c}^{\infty} du u^{\Delta/2} \eta(u) + \frac{\ell}{2} k - \mu n_I,\end{aligned}\quad (20.3)$$

در رابطه بالا به اختصار داریم:

$$\eta(u) \equiv \sqrt{1 + g_1} \sqrt{1 + g_2 - \frac{k^2}{u^{\Delta} f_T} + \frac{(n_I Q)^2}{u^{\Delta}}}.$$

بنابراین در روابط بالا انرژی آزاد تابعی همانند زیر است

$$\Omega = \Omega(u_c, k, n_I, \rho, \gamma, d), \quad (22.3)$$

که دو تابع ρ و γ به صورت زیر هستند:

$$\rho = \text{const.} \times u_c^{3/4}, \quad \gamma = \text{const.} \times u_c^{3/2}. \quad (23.3)$$

و d تابع n_I, ρ, γ است.

$$d = \text{const.} \times \frac{\gamma}{\rho n_I^{1/3}}. \quad (24.3)$$

بنابراین نقاط کمینه نسبت به پارامترهای k, n_I و u_c به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\circ &= \frac{\partial \Omega}{\partial k} \\ \circ &= \frac{\partial \Omega}{\partial n_I} - \frac{d}{2 n_I} \frac{\partial \Omega}{\partial d} \\ \circ &= \frac{\partial \Omega}{\partial u_c} + \frac{3 \rho}{4 u_c} \frac{\partial \Omega}{\partial \rho} + \frac{3 \gamma}{2 u_c} \frac{\partial \Omega}{\partial \gamma} + \frac{3 d}{4 u_c} \frac{\partial \Omega}{\partial d},\end{aligned}\quad (25.3)$$

دو معادله اول را به طور سراسر می توان با مشتق گیری مستقیم محاسبه کرد در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned}\circ &= \int_{u_c}^{\infty} du u^{\Delta/2} \frac{\partial \eta}{\partial k} + \frac{\ell}{2} \\ \circ &= \int_{u_c}^{\infty} du u^{\Delta/2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial n_I} - \frac{d}{2 n_I} \frac{\partial \eta}{\partial d} \right) - \mu\end{aligned}$$

در حالی که می دانیم

$$\begin{aligned}\frac{\partial \eta}{\partial k} &= -\frac{x'_{\mathcal{F}}}{u^{\Delta/2}} \\ \frac{\partial \eta}{\partial n_I} &= \frac{g_1 \zeta^{-1} + g_2 \zeta}{2 n_I} + \frac{\zeta n_I Q^2}{u^{\Delta}} \\ \frac{\partial \eta}{\partial d} &= \frac{g_1 \zeta^{-1} + g_2 \zeta}{2 q} \frac{\partial q}{\partial d} + \frac{\zeta n_I^2 Q}{u^{\Delta}} \frac{\partial Q}{\partial d}.\end{aligned}$$

با توجه به روابط بالا ما دو معادله اول از سری معادلات نقاط ایستا را یافتیم. برای مشتق گیری نسبت به u_c می توان به طور مستقیم از رابطه (۱۸.۳) استفاده کرد که در نتیجه این بخش $u_c^{\delta/2} \eta(u \rightarrow u_c)$ یک واگرایی تولید می کند. که این واگرایی توسط بخش های دیگر حذف می شود.

برای روبه رو نشدن به چنین واگرایی ما از روش زیر استفاده کردیم کمیت های دوباره مقیاس بندی شده $\rho = \bar{\rho} u_c$, $n_I = \bar{n}_I u_c^{\delta/2}$, $k = \bar{k} u_c^4$ را معرفی می کنیم در این حالت:

$$\Omega = \Omega(u_c, \bar{k} u_c^4, \bar{n}_I u_c^{\delta/2}, \bar{\rho} u_c, \gamma, d), \quad (26.3)$$

و توسط مشتق زنجیره ای نسبت به کمیت u_c داریم

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Omega}{\partial u_c} \right|_{\bar{k}, \bar{n}_I, \bar{\rho}, \gamma_0} &= \frac{\partial \Omega}{\partial u_c} + \frac{4k}{u_c} \frac{\partial \Omega}{\partial k} + \frac{5n_I}{2u_c} \frac{\partial \Omega}{\partial n_I} + \frac{\rho}{u_c} \frac{\partial \Omega}{\partial \rho} + \frac{3\gamma}{2u_c} \frac{\partial \Omega}{\partial \gamma} - \frac{d}{3u_c} \frac{\partial \Omega}{\partial d} \\ &= \frac{1}{4u_c} \left(\rho \frac{\partial \Omega}{\partial \rho} - d \frac{\partial \Omega}{\partial d} \right), \end{aligned} \quad (27.3)$$

در اثبات رابطه بالا از خط دوم رابطه (۲۵.۳) استفاده کرده ایم. با استفاده از انرژی آزاد با این مقیاس بندی جدید و تغییر متغیر انتگرال $\bar{u} = u/u_c$ و معرفی قطع Λ

$$\Omega = u_c^{V/2} \int_1^{\Lambda/u_c} d\bar{u} \bar{u}^{\delta/2} \eta(u_c \bar{u}) + \frac{\ell}{4} \bar{k} u_c^4 - \mu \bar{n}_I u_c^{\delta/2}. \quad (28.3)$$

از رابطه (۱۸.۳) به طور مستقیم نسبت به u_c مشتق می گیریم با دانستن نحوه مشتق گیری از انتگرال داریم:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Omega}{\partial u_c} \right|_{\bar{k}, \bar{n}_I, \bar{\rho}, \gamma_0} &= \frac{V}{4} u_c^{\delta/2} \int_1^{\Lambda/u_c} d\bar{u} \bar{u}^{\delta/2} \eta(\bar{u}) - \frac{\Lambda^{V/2} \eta(\Lambda)}{u_c} + 2\ell \bar{k} u_c^3 - \frac{5}{4} \mu \bar{n}_I u_c^{3/2} \\ &+ u_c^{V/2} \int_1^{\Lambda/u_c} d\bar{u} \bar{u}^{\delta/2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial f_T} \frac{\partial f_T}{\partial u_c} - \frac{d}{3u_c} \frac{\partial \eta}{\partial d} \right) \\ &= \frac{V}{4u_c} \left(\Omega - \frac{2}{V} \Lambda^{V/2} + \frac{st}{V} + \frac{\ell k}{14} + \frac{2\mu n_I}{V} - \frac{2}{21} \int_{u_c}^{\infty} du u^{\delta/2} d \frac{\partial \eta}{\partial d} \right). \end{aligned} \quad (29.3)$$

در گام های نهایی، ما از $\eta(\Lambda) \rightarrow 1$ برای حالتی که $\Lambda \rightarrow \infty$ می رود استفاده کرده ایم. همچنین داریم:

$$\frac{\partial f_T}{\partial u_c} = \frac{3u_T^3}{u_c u^3}, \quad (30.3)$$

و با توجه به رابطه بالا:

$$u_c^{V/2} \int_1^{\Lambda/u_c} d\bar{u} \bar{u}^{\delta/2} \frac{\partial \eta}{\partial f_T} \frac{\partial f_T}{\partial u_c} = \frac{st}{4u_c}, \quad (31.3)$$

با قرار دادن همه این شرایط و همچنین تساوی (۲۹.۳) و (۲۷.۳) داریم:

$$\frac{V}{4} \left(\Omega - \frac{2}{V} \Lambda^{V/2} + \frac{\ell k}{14} + \frac{2\mu n_I}{V} + \frac{st}{V} - \frac{2d}{21} \frac{\partial \Omega}{\partial d} \right) = \frac{1}{4} \left(\rho \frac{\partial \Omega}{\partial \rho} - d \frac{\partial \Omega}{\partial d} \right) \quad (32.3)$$

این رابطه شکل عمومی مشتق‌گیری نسبت به u_c است که در حالتی دمای غیرصفر، و برهم‌کنشی و وابستگی متفاوت کمیت‌های ρ و γ به u_c می‌باشد. همچنین ما چگالی آنتروپی بدون بعد را با توجه به رابطه زیر تعیین می‌کنیم

$$s = -\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \frac{3u_T^3}{t} \int_{u_c}^{\infty} \frac{du}{u^{1/2} f_T} \left(g_1 \zeta^{-1} + \frac{k^2}{u^8 f_T} \zeta \right). \quad (33.3)$$

دقت داشته باشید که s از مشتق واضح نسبت به دمای بدون بعد t بدست می‌آید زیرا مشتق ضمنی نسبت به u_c, n_I, k در نقاط ایستا صفر می‌شود. همچنین مشتق نسبت به k مساوی با شرایط مرزی $x_f(\infty) - x_f(u_c) = \ell/2$ است که توسط فاصله جدایی ثابت شده از شامه های طعم است که نشان می‌دهد این رابطه یک قید است و مینیمم انرژی آزاد نیست این قید فضای پارامترها را به سطح دو بعدی در فضای (k, n_I, u_c) محدود می‌کند. در این صورت داریم

$$\begin{aligned} \frac{\ell}{2} &= \int_{u_c}^{\infty} du x'_f \\ \mu n_I &= \int_{u_c}^{\infty} du u^{\delta/2} \left[\frac{g_1 \zeta^{-1} + g_2 \zeta}{2q} \left(q - \frac{d}{3} \frac{\partial q}{\partial d} \right) + \frac{\zeta n_I^2 Q}{u^{\delta}} \left(Q - \frac{d}{3} \frac{\partial Q}{\partial d} \right) \right] \\ st &= 2u_c^{\gamma/2} + \int_{u_c}^{\infty} du u^{\delta/2} \left\{ \gamma - \zeta \left[\gamma(1 + g_2) + 2 \frac{(n_I Q)^2}{u^{\delta}} + \frac{k^2}{u^8 f_T} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{g_1 \zeta^{-1} + g_2 \zeta}{2q} \left(\delta q - \frac{3d}{2} \frac{\partial q}{\partial d} + \frac{\rho}{2} \frac{\partial q}{\partial \rho} \right) - \frac{\zeta n_I^2 Q}{u^{\delta}} \left(\frac{3d}{2} \frac{\partial Q}{\partial d} - \frac{\rho}{2} \frac{\partial Q}{\partial \rho} \right) \right\}, \quad (34.3) \end{aligned}$$

در روابط بالا مشتق‌ها نسبت به d گرفته شده زمانی که ρ ثابت است و بالعکس. برای حالت‌های چند لایه با استفاده از حدس (۲۲.۳) باید معادله دیگری که کمینه انرژی آزاد نسبت به Δz نیز می‌باشد را در نظر گرفت. این رابطه باید به معادلات (۳۴.۳) اضافه کرد.

$$0 = \int_{u_c}^{\infty} du u^{\delta/2} \left(\frac{g_1 \zeta^{-1} + g_2 \zeta}{2q} \frac{\partial q}{\partial \Delta z} + \frac{\zeta n_I^2 Q}{u^{\delta}} \frac{\partial Q}{\partial \Delta z} \right). \quad (35.3)$$

۵.۳ انتخاب پارامترها

معادلات ایستا برای u_c, n_I, k و پتانسیل شیمیایی μ و t داده شده است. در ادامه رساله، مساله را به دو بخش دمای صفر و دمای غیرصفر مطالعه می‌کنیم ساختار شبکه‌ای که در نظر داریم کیوبیک^{۱۱} $r=1, p=6$ است بقیه ساختارهای شبکه نیز چک شده است البته در مساله نمودار فاز، نشان خواهیم داد که پتانسیل شیمیایی بحرانی برای حالت f_{cc} مقداری متفاوت

^{۱۱}Cubic

دارد ولی تغییر کیفی در نتایج ما ندارد. پارامترهای مدل $\lambda, M_{KK}, \ell, \rho_0, \gamma_0$. ثابت شده اند. در این رساله ما با مجموعه پارامترهای مشخصی کار می کنیم که خواص اساسی مواد هسته ای را در حالت اشباع شدگی دارد اولاً این آماده سازی مفیدی برای بسط ها و کاربردهای آینده این مدل است. برای مثال معادله حالتی که برای توصیف مواد چگال در ستاره های نوترونی محاسبه و استفاده شده است مهم است که بر اساس خواص انرژی پایین قرار گیرد. ثانیاً این امر را امکان پذیر می سازد که می توانیم خواص مواد هسته ای جهان واقعی را به عنوان اعتبار پدیده شناسی مدل در نظر بگیریم

در اینجا ما ۴ خاصیت را با ۵ پارامتر آزاد دوباره تولید می کنیم در نظر داشته باشید که این تطابق پارامترها با خاصیت های مواد هسته ای کار یکتا و چشمگیری نیست اما به دلیل ساختار غیر خطی پیچیده معادلات ایستا، واضح است که مجموعه معادلات فقط یک جواب ندارد. قیدهای فیزیکی که ما به کار می بریم جرم خلا نوکلئون $m_N = 939 \text{ MeV}$ و قیود و شرط های دیگر مربوط به مواد هسته ای با دمای صفر و تقارن ایزواسپین نامحدود در حالت اشباع شدگی است یعنی انرژی بستگی $E_B = -16/3 \text{ MeV}$ ، چگالی اشباع $n_0 = 0.153 \text{ fm}^{-3}$ ، همچنین تراکم ناپذیری^{۱۲} که میزان شناخته شده $K \simeq (200 - 300) \text{ MeV}$ است. این مقادیر از مراجع [۴۴][۴۵] می باشد. ارتباط این کمیت ها با پارامترهای مدل چهار شرط زیر را می دهد:

$$\begin{aligned} m_N + E_B &= \frac{\lambda N_c M_{KK}}{4\pi} \mu_0 \\ m_N &= \frac{\lambda N_c M_{KK}}{4\pi} m_0 \\ n_0 &= \frac{\lambda^2 M_{KK}^2}{4\lambda\pi^4} n_I^0 \\ K &= \frac{\lambda N_c M_{KK}}{4\pi} \kappa \end{aligned} \quad (1.3)$$

طرف سمت راست به پارامترهای مدل از طریق کمیت های بدون بعد $\mu_0, m_0, n_I^0, \kappa$ ، که تابعی از $\rho_0, \gamma_0, \lambda$ و ℓ می باشند وابسته است. در اینجا μ_0 پتانسیل شیمیایی کوارکی در نقطه شروع مواد باریونی است و n_I^0 چگالی باریونی کمی بالاتر از نقطه شروع باریونی است. در اینجا m_0 جرم کوارک سازنده در خلاء است بنابراین جرم باریون در حالت خلاء $N_c m_0$ است. در محاسبات ما جرم خلا می تواند در حد چگالی باریونی صفر $n_I \rightarrow 0$ محاسبه شود. در این حد اینستنتون ها به قدر کافی از یکدیگر دور هستند و در نتیجه به طور آشکارا در حدی که برهمکنشی نسبت به هم ندارند جرم خلا را محاسبه می کنیم. جواب های معادلات جفت شده برای حالتی که $n_I \rightarrow 0$ و همچنین با μ غیر صفر در حالتی که دما برابر صفر است به صورت زیر می باشد

^{۱۲}Incompressibility

$$u_c = \frac{16\pi}{\ell^2} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{9}{16}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{16}\right)} \right]^2$$

$$k = u_c^4,$$

$$m_\circ \equiv \mu = \frac{3u_c^3 \rho_\circ^4}{8\gamma_\circ \lambda^2} \int_{u_c}^{\infty} du u^{5/2} \frac{u^4 - u_c^4 + \gamma_\circ^2 u_c^4 (u^3 - u_c^3)}{(u^3 - u_c^3) \sqrt{u^4 - u_c^4} \left(u^3 - u_c^3 + \frac{\rho_\circ^2 u_c^{5/2}}{\lambda} \right)^{5/2}} \quad (2.3)$$

در قسمت های بعدی جواب های دیگری را بررسی خواهیم کرد که در این حالت هم $n_I \rightarrow 0$ هم $\mu \rightarrow 0$. این جوابها نقش اساسی در نتایج ما خواهند داشت. در انتها κ کمیت بدون بعدی از تراکم ناپذیری در حالت اشباع شدگی می باشد:

$$\kappa = -9 \left. \frac{\partial \Omega}{\partial n_I} \right|_{n_I = n_I^\circ} \quad (3.3)$$

این کمیت از مشتق انرژی آزاد نسبت به چگالی باریونی در دمای ثابت گرفته شده اما با μ ، k ، u_c که تابعی از n_I است. البته عبارت های بالاتر برای حالتی مشتق گیری شده است که هم نسبت به دمای ثابت است و هم نسبت به μ ، k ، u_c . عبارت بالا را به صورت عددی حل می کنیم.

از شرط های قبل استفاده می شود تا پارامترهای مدل را $\rho_\circ$ ، $\gamma_\circ$ ، λ/ℓ و همچنین $\ell/M_{KK} = L$ را تطابق دهیم.

این تطابق یکتا نیست به دلیل اینکه K به طور دقیق شناخته شده نمی باشد و این امکان را می سازد که نواحی متفاوت جداگانه ای در فضای پارامتر نیز قیده های فیزیکی بالا را شامل شود مجموعه پارامترهای که در ادامه کار از آنها استفاده خواهیم کرد

$$\rho_\circ = 4/3497, \quad \gamma_\circ = 3/7569, \quad \frac{\lambda}{\ell} = 15/061, \quad \frac{\ell}{\pi} = \frac{M_{KK}}{3185 \text{ MeV}}. \quad (4.3)$$

می توان به صورت عددی این مقادیر را چک کرد به گونه ای که این مقادیر در روابط (۱.۳) صدق می کنند. در حل معادلات ایستا، می توان با دوباره مقیاس بندی ^{۱۳} ℓ تمام معادلات را به طور کامل از این پارامتر حذف نمود، بعد از مقیاس بندی با استفاده از پارامترهای مدل بدست آمده در بالا داریم $\mu_\circ \simeq 0/2531 \ell^{-2}$ ، $m_\circ \simeq 0/2576 \ell^{-2}$ ، $n_I^\circ \simeq 0/02325 \ell^{-5}$ ، $\kappa \simeq 0/06 \ell^{-2}$. به راحتی می توان دید که این مقادیر در شرایط اشباع شدگی خصوصا $K \simeq 22^\circ \text{ MeV}$ ، صدق می کنند. که در بازه مقادیر آزمایشگاهی [۴۴] [۴۵] شناخته شده وجود دارد. مقداری برای L پیش بینی شده که از رابط بالا (۴.۳) بدست آمده است که می تواند برای محاسبه دمای بحرانی برای گذار فاز دستینه در پتانسیل شیمیایی صفر بدست بیاید.

^{۱۳} Rescaling

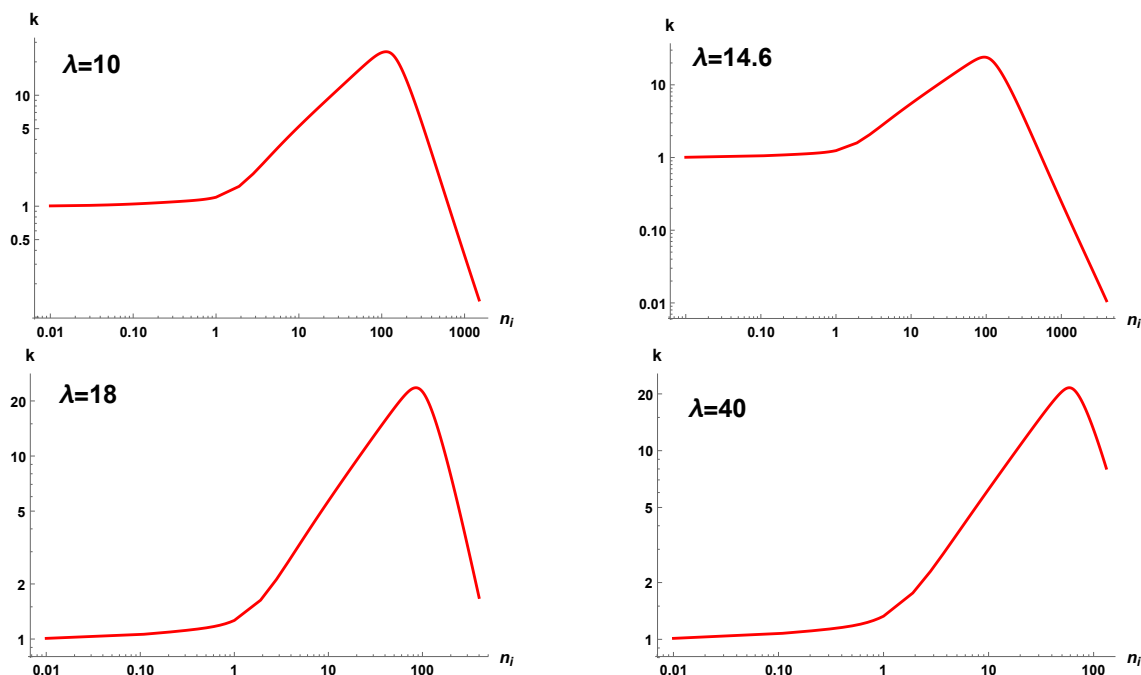
برای محاسبه دمای بحرانی این گذار فاز دستینه کافی است انرژی آزاد در حالت مزونی را با انرژی آزاد در حالت کوارکی برابر قرار دهیم در این حالت دمای بحرانی برای گذار فاز مرتبه اول $T_c^{chiral} \simeq 0/15384/L$ با توجه به رابطه (۴.۳) و با استفاده از مقدار ℓ ، دمای بحرانی به این صورت خواهد شد. $T_c^{chiral} \simeq 156 MeV$ این مقدار به مقدار واقعی نظریه کوانتومی رنگ نزدیک است همچنین باید این را در نظر داشت که ما در حد کایرال و با دو طعم کار می کنیم. در این حد شبیه ساری شبکه قابلیت پاسخگویی ندارد و حتی مقدار دقیق و مرتبه گذار مشخص نمی باشد. بنابراین این مورد قابل توجه است که از تطابق دادن پارامترهای مدل به ماده هسته ای سرد، قابلیت پیشگویی گذار فاز دمای محدود وجود دارد که قابل مقایسه با نظریه کوانتومی رنگ است.

رابطه (۴.۳) نشان می دهد که با انتخاب M_{kk} می توان هر مقداری برای ℓ نیز داشت البته باید این را در نظر داشت که روی مقدار ℓ نیز قید دیگری وجود دارد زیرا فاصله جدایی بین دو شامه به طور آشکار نمی تواند مقداری بیشتر از نصف دور دایره x_4 باشد و بنابراین $L < \pi$ یک حد قطعی می باشد. یک شرط محدود کننده دیگری وجود دارد که از مشاهدات می آید و نشان می دهد که یک گذار فاز دستینگی در هندسه غیر حبس شده وجود دارد تنها اگر $0/30768 < \ell/\pi$ و در این حد بالا، مقدار $\lambda \simeq 14/6$ و $M_{kk} \simeq 980 MeV$ می باشد که به مقدار هندسه حبس شده نزدیک است. که با استفاده از قیدهای دیگری بر اساس جرم مزون ρ و همچنین ثابت واپاشی پایون است. [۴۶] حد غیرفشرده سازی این امکان را برای ما فراهم می کند که هندسه غیر حبس شده را برای دماهای معمولی کوچک به کار ببریم که به $\ell \ll \pi$ دلالت دارد.

۶.۳ نتایج مدل در دمای صفر

۱.۶.۳ تاثیر پارامتر ثابت جفت شدگی توفت در پتانسیل شیمیایی بحرانی

در اولین قدم با استفاده از معادلات (۳۴.۳) و همچنین وابستگی این معادلات به پارامترهای $k(n_I, k, u_c)$ و با در نظر گرفتن محاسبات عددی شکل های (۵.۳) و (۶.۳) و (۸.۳) نمودار $k(n_I)$ ، $u_c(n_I)$ و $k(u_c)$ را رسم می نماییم. البته این نمودارها برای مقادیر متفاوت λ یعنی $\lambda = 10, 18, 30, 40$ و در دمای صفر می باشد. در اینجا تنها علاقه مند به بررسی این نمودارها تحت تغییر λ بودیم. مقدار پارامتر k ، تا $n_I = 1$ تغییر چندانی با افزایش λ ندارد، (یعنی مقادیر n_I کوچک) ولی از نقطه ای به بعد در یک n_I ثابت مقدار k برای λ های بزرگتر بیشتر خواهد بود این مساله به طور مشابه برای u_c ها نیز برقرار است. آنچه در انتها در شکل (۷.۳) مشاهده خواهیم کرد این است که با تغییر λ در دمای صفر، پتانسیل شیمیایی بحرانی از فاز باریونی به کوارکی تغییر



شکل ۵.۳: ارتباط بین کمیت‌های k و n_I برای ثابت جفت‌شدگی توفت متفاوت $\lambda = 10, 14.6, 18, 40$

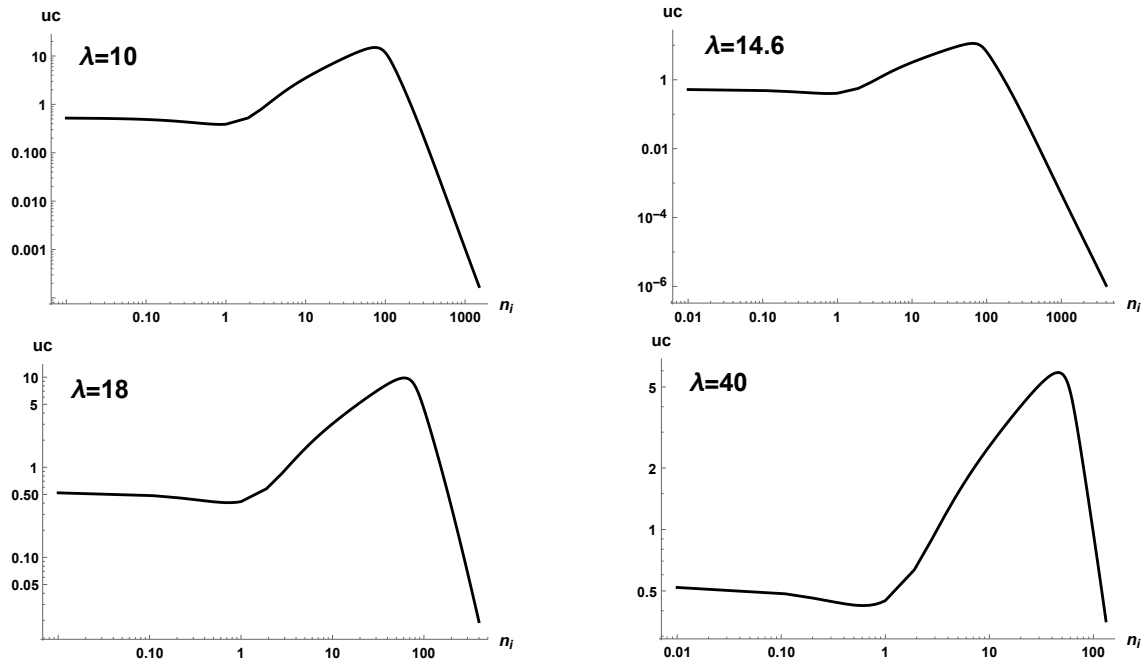
می‌کند. نقطه پتانسیل شیمیایی بحرانی نقطه‌ای است که فشار $p_{baryonic} = p_{quark}$ با هم برابر باشند در نتیجه هرچه مقدار λ افزایش یابد این پتانسیل شیمیایی بحرانی کاهش می‌یابد زیرا مقادیر k و u_c کاهش یافته‌است در نتیجه مقدار انرژی آزاد باریونی $\Omega_b(n_I, k, u_c)$ کاسته می‌شود و در نقطه‌ای با پتانسیل شیمیایی کوچکتری این اتفاق می‌افتد.

همچنین در جدول (۱.۳)، برای مقادیر بیشتری از پارامتر λ مساله بررسی شده است البته دو ناحیه‌ای که زرد رنگ می‌باشد مقدار پتانسیل شیمیایی بحرانی حالت غیرفیزیکی دارد یعنی در نمودار انرژی آزاد نسبت به پتانسیل شیمیایی احتمالاً شاخه‌ای با انرژی کمتری وجود دارد که پایدارتر است در حقیقت این نقطه ناپایدارتر است.

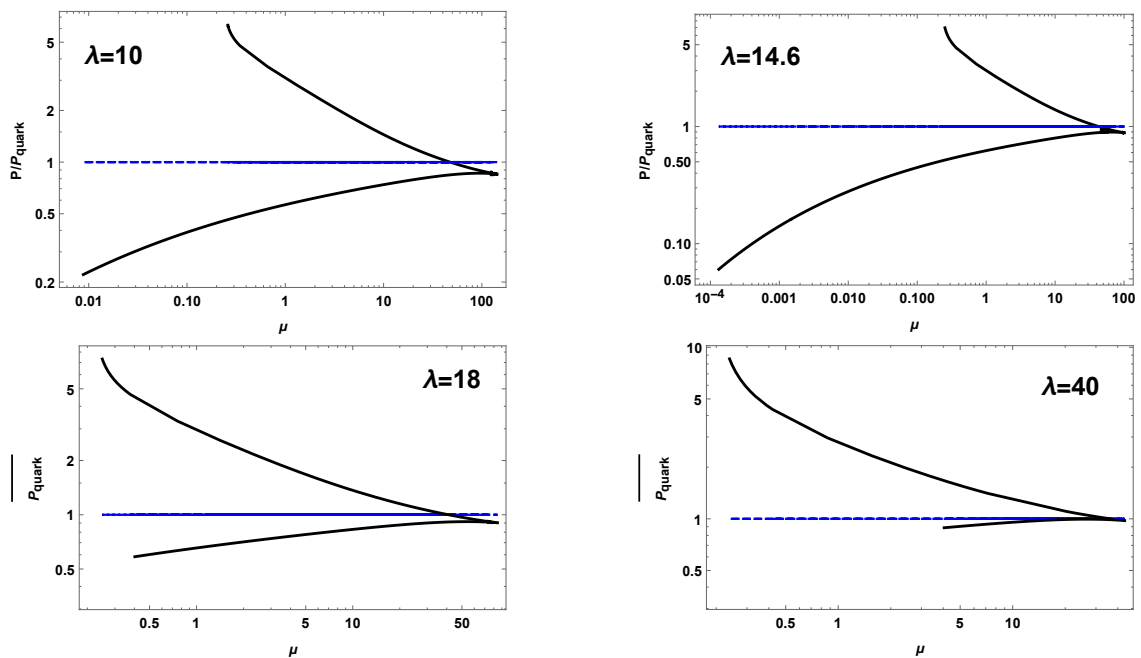
۲.۶.۳ پیداکردن حل تحلیلی در پتانسیل شیمیایی کم

با ثابت کردن همه پارامترها، قادر به حل معادلات ایستا و محاسبه انرژی آزاد هستیم این فرایند به صورت عددی حل می‌شود به غیر از یک مورد که می‌توانیم یک بسط تحلیلی را برای حالتی که μ های کوچک است. بیابیم:

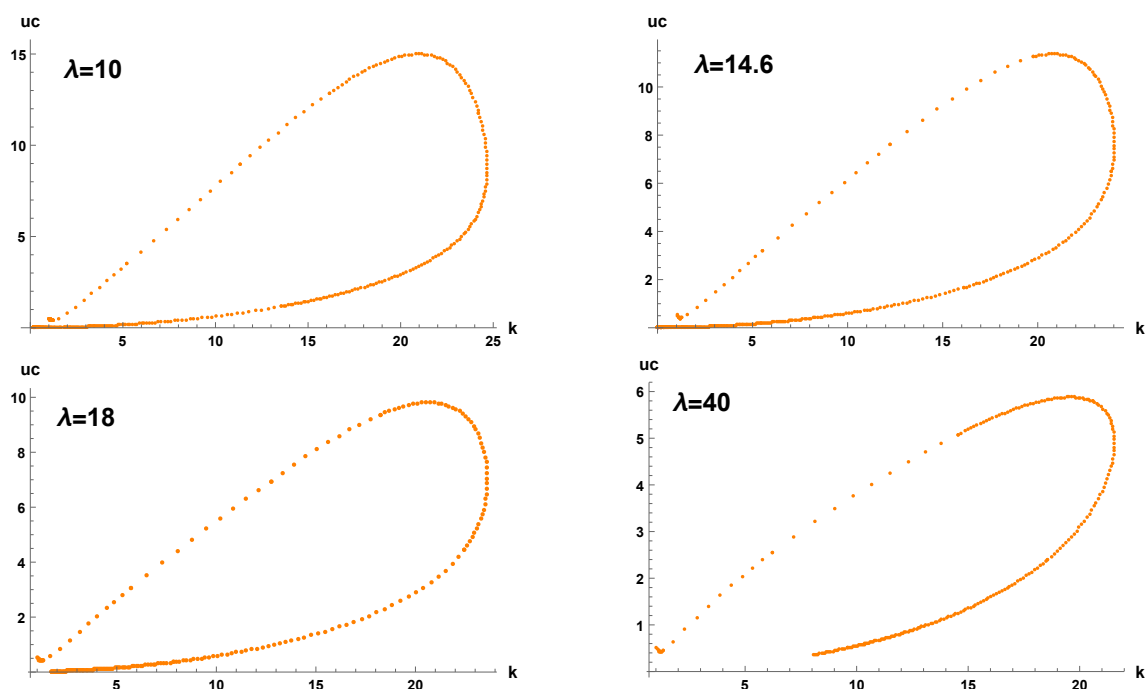
$$u_c = \frac{2432}{\phi^2} \mu^2 + \dots \quad k = \frac{216311\ell}{\phi^9} \mu^9 + \dots \quad n_I = \frac{21537}{\phi^7} \mu^6 + \dots$$



شکل ۶.۳: ارتباط بین کمیت‌های u_c و n_I برای ثابت جفت‌شدگی توفت متفاوت $\lambda = 10, 14.6, 18, 40$



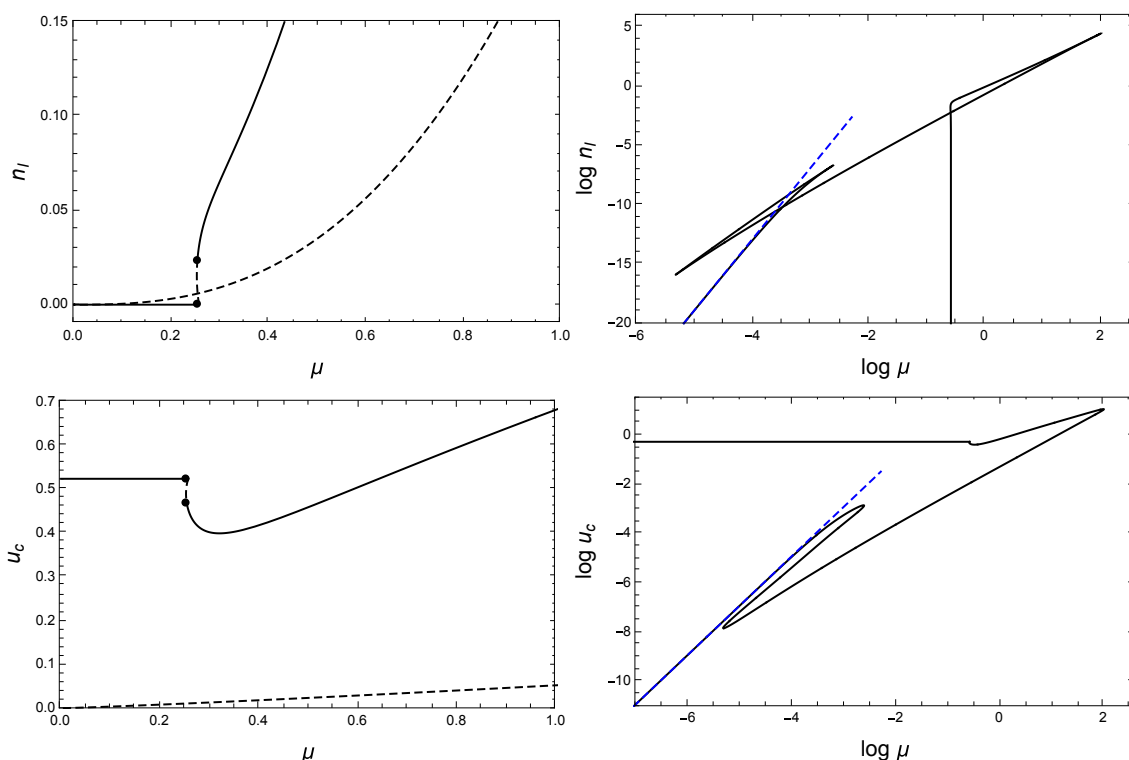
شکل ۷.۳: ارتباط بین کمیت‌های $\frac{p}{p_{quark}}$ و μ برای ثابت جفت‌شدگی توفت متفاوت $\lambda = 10, 14.6, 18, 40$. خط آبی رنگ فشار کوارکی را نشان می‌دهد و خط مشکی فشار باریونی که به فشار کوارکی بهنجار شده است.



شکل ۸.۳: ارتباط بین کمیت‌های u_c و n_I برای ثابت جفت‌شدگی توفت متفاوت $\lambda = 10, 14.6, 18, 40$

λ	μ_c
۱۰	۴۶/۶
۱۸	۳۹/۷
۳۰	۳۷/۸
۴۰	۳۶/۳
۵۰	۱۰
۷۰	۵/۸

جدول ۱.۳: در جدول بالا ارتباط بین ثابت جفت‌شدگی توفت و پتانسیل شیمیایی بحرانی را بین دو فاز باریونی و کوارکی نمایش می‌دهد. ناحیه‌های زردرنگ برای حالتی است که پتانسیل شیمیایی بحرانی مقادیر غیرفیزیکی دارند.



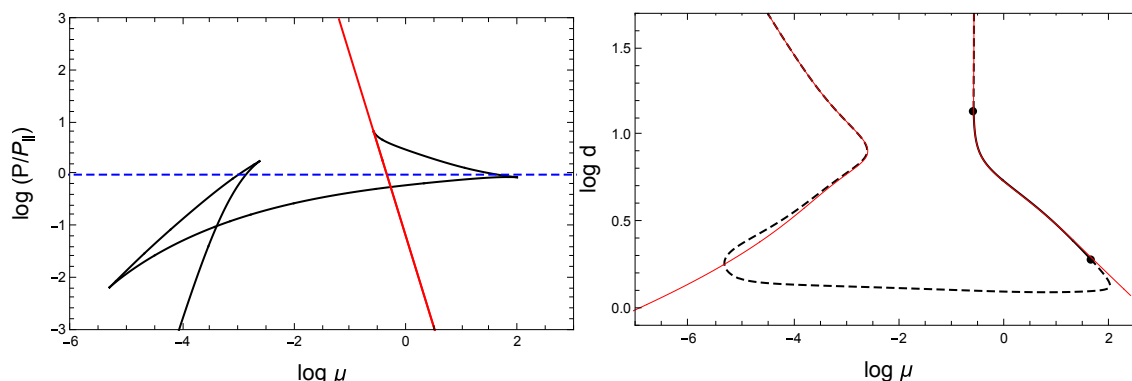
شکل ۹.۳: ردیف بالا چگالی باریون بدون بعد n_I و ردیف دوم موقعیت نقطه اتصال شامه‌های طعم u_c را که تابعی از کمیت بدون بعد پتانسیل شیمیایی μ است را در دمای صفر نشان می‌دهد در شکل‌های سمت چپ، خط‌های ممتد، شاخه‌های پایدار را نشان می‌دهد. و خط‌های منقطع حالت‌های نیمه پایدار و ناپایدار را نشان می‌دهد. نمودارهای سمت راست، کمیت‌های یکسان با دوبار لگاریتم گرفتن بدست آمده است. در این نمودارهای سمت راست، همه جواب‌ها با خط‌های ممتد نشان داده شده و جواب‌های تحلیلی با خطوط منقطع آبی نشان داده شده.

در روابط بالا به طور خلاصه داریم:

$$\phi \equiv \frac{\rho_o}{\lambda \gamma_o} \quad (۱.۳)$$

با استفاده از معادله (۳۴.۳) و روابط بالا می‌بینیم که فاصله بین اینستنتون‌ها با پتانسیل شیمیایی به صورت $d \propto \mu^{-1/2}$ ارتباط دارد وقتی پتانسیل شیمیایی به سمت صفر میل می‌کند روابط تحلیلی بالا به برهم‌کنش بین اینستنتون‌ها وابسته نیست همچنین روابط بالا برای حالتی که ρ به صورت $\rho \propto u_c$ مقیاس بندی می‌شود برقرار نیست ما در این کار مقیاس بندی متفاوت دیگری داریم یعنی $\rho \propto u_c^{3/4}$ است و با احتساب این حالت جواب‌های بالا را بدست آوردیم.

همه جواب‌های عددی حاصل از معادلات (۳۴.۳) و همچنین نتایج حاصل از پتانسیل شیمیایی کم را در شکل (۹.۳) نشان داده‌ایم. در این شکل n_I و u_c را رسم کرده‌ایم. متغیر دیگری که داشتیم یعنی k را رسم نکرده‌ایم به خاطر اینکه این پارامتر رفتاری مشابه u_c دارد. اگرچه رابطه تحلیلی ساده‌ای بین این دو پارامتر وجود ندارد



شکل ۱۰.۳: شکل سمت چپ: خط ممتد سیاه فشار فاز باریونی، خط ممتد قرمز مستقیم، فاز مزونی و خط افقی منقطع آبی، فاز متقارن کایرال را نشان می‌دهد هم این فشارها با فشار فاز کوارکی یا فاز متقارن دستینه $P_{||}$ نرمالیزه شده‌اند.

سمت راست: فاصله اینستنتون‌ها به عرض یا پهنای اینستنتون d به عنوان تابعی از پتانسیل شیمیایی فاز باریونی است قسمت‌های ممتد سیاه متناظر با فاز پایدار و قسمت‌های منقطع حالت‌های نیمه پایدار و خطوط قرمز نتایج غیربرکنشی را نشان می‌دهد

هر کمیت به صورت یک نمودار خطی شکل‌های سمت چپ شکل (۹.۳) و به صورت لگاریتمی یعنی شکل‌های سمت راست نشان داده شده که شکل‌های سمت راست ویژگی‌های مهم تری از جواب‌ها را نمایش می‌دهد. در شکل‌های سمت راست، خطوط ممتد متناظر با جواب‌های پایدار و خطوط منقطع نشان‌دهنده شاخه‌های ناپایدار و نیمه پایدار است. در شکل (۹.۳) نتایج مزونی را نیز نشان می‌دهد یعنی نقاطی است که $n_I \rightarrow 0$ می‌رود و همچنین مقدار u_c برای تمام مقادیر μ ثابت است. نقطه شروع باریونی مرتبه اول^{۱۴} ساخته شده که به دلیل تطابق پارامترهای مدل با جهان واقعی مواد هسته‌ای در حالت اشباع‌شدگی است. شکل‌های لگاریتمی نشان می‌دهد که دوشاخه به صورت پیوسته‌ای به هم متصل هستند به عنوان چک، می‌بینیم که نتایج حاصل شده از روابط (۳.۱) تطابق دقیقی با نتایج کامل در پتانسیل‌های شیمیایی‌های خیلی کوچک دارد.

همانطور که شکل‌ها (۹.۳) نشان می‌دهد در پتانسیل شیمیایی‌های خیلی کوچک n_I و u_c در فاز باریونی سه مقداری می‌شوند این چندمقداری بودن در نمودارهای خطی قابل مشاهده نیست البته هیچ تفسیری برای این نمودارها در این حالت‌ها نداریم باید ذکر کرد که این نواحی نقش اساسی بازی نمی‌کنند زیرا انرژی آزاد فاز مزونی کوچکتر از جواب‌های سه مقداری فاز باریونی است.

در شکل سمت چپ (۱۰.۳) فشار $P = -\Omega$ را برای فاز مزونی (خط قرمز مستقیم) و فاز باریونی (منحنی ممتد سیاه) نشان می‌دهیم هر دو این فشارها نسبت به فاز کوارکی تقسیم شده‌اند که با خط افقی منقطع نمایش داده شده در اینجا نتایج را برای دمای صفر برای فاز

^{۱۴}First-order baryon onset

کوارکی و مزونی آورده ایم .

$$P_U = \frac{2^{15} \pi^4 \Gamma\left(\frac{15}{16}\right) \tan \frac{\pi}{16}}{7 \ell^7 \Gamma\left(\frac{7}{16}\right)} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{9}{16}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{16}\right)} \right]^7$$

$$P_{||} = \frac{2}{7} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{3}{10}\right) \Gamma\left(\frac{6}{5}\right)} \right]^{\frac{5}{2}} \mu^{7/2}, \quad (2.3)$$

علامت پایین فشارها شکل شامه‌های طعم در دو فاز را نشان می‌دهد حالتی که سیستم ترجیح می‌دهد حالتی است که برای یک μ داده شده، بیشترین مقدار $\frac{P}{P_{||}}$ را دارد در شکل می‌بینیم که

تا $\mu_0 \simeq \frac{253^\circ}{\ell}$ فاز مزونی ترجیح داده شده، و گذار فاز مرتبه اولی به فاز باریونی دیده می‌شود که این گذار ضعیف است از آن جهت که پتانسیل شیمیایی در حالت گذار خیلی کوچکتر از جرم خلاء نوکلئون نیست که با نظریه کوانتومی رنگ تطابق داشته باشد بنابراین در نمودارهای دوبار لگاریتمی فازهای باریونی چندمقداری در اطراف گذار فاز مرتبه اول قابل مشاهده نیست در مقدار $\mu \simeq \frac{42^\circ}{\ell}$ یک گذار فاز مرتبه اول به فاز متقارن دستینه داریم در یکای فیزیکی این مقدار، متناظر با پتانسیل شیمیایی بحرانی در حدود $16^\circ GeV$ و با استفاده از مقدارهای بدون بعد چگالی باریون گذار در مقدار $n_I \simeq \frac{378^\circ}{\ell^3}$ صورت می‌گیرد که 10^5 مرتبه بزرگتر از چگالی اشباع است این مقدار به نسبت مقدار گذاری که در حالت پدیده‌شناسی داریم خیلی بیشتر است و در این چگالی‌های خیلی بالا، ناحیه‌ای را ما خواهیم داشت که در نظریه رنگ کوانتومی اختلالی توقع می‌رود که در این ناحیه معتبر باشد اگر جواب‌های دو لایه‌ای یا چندلایه‌ای^{۱۵} اینستنتون‌ها را برشمریم، انرژی آزاد فاز باریونی کاهش می‌یابد و در نتیجه این گذار فاز دستینه انتقال به چگالی‌های بزرگتری خواهد یافت.

البته در [۱۵] مشاهده شده که بدون حضور برهم‌کنش‌های اینستنتون‌ها گذار فاز دستینه می‌تواند مقادیر دلخواهی داشته باشد که نزدیک نقطه شروع باریونی است که البته با انتخاب برخی پارامترهای ρ_0 ، γ_0 است. این انتخابها به طور غیرواقع گرایانه ای، انرژی بستگی مواد هسته‌ای بزرگی دارد.

البته این مقدار بزرگ پتانسیل شیمیایی بحرانی دلایلی دارد:

اول از همه، به دلیل این است که اثر هندسه پس زمینه را، که انتظار می‌رود در چگالی باریونی‌های زیاد بزرگ باشد، چشم پوشی کرده‌ایم

حتی اگر این تقریب در نظر گرفته شود مقدار زیاد که نتیجه N_c های بزرگ است در محاسبات ما در نظر گرفته شده و یا آزادی مجانبی بزرگی که در مدل در نظر گرفته نشده‌است. برای سازگاری ما با دو شامه کار می‌کنیم و همچنین در فاز متقارن دستینه، در تقریب ما که جرم کوارک را صفر در نظر گرفتیم برای اضافه کردن شامه‌های طعم در فاز متقارن دستینه از $N_f = 2$ به $N_f = 3$ کافی است که فاکتور قبل انرژی آزاد را تغییر دهیم و همچنین می‌دانیم

^{۱۵}Two-layer or multi-layer

این انرژی مقداری منفی است.

در این حالت مقدار انرژی آزاد کمتر می شود یعنی ماده کواریکی عجیب مطلوب تر است و این مورد باعث می شود که پتانسیل شیمیایی بحرانی در حدود $3^\circ GeV$ را پیدا کنیم این مقدار کماکان بزرگ است ولی به اندازه ۵ برابر $N_f = 2$ کاهش یافته است.

شکل سمت راست (۱۰.۳) پارامتر هم پوشانی اینستنتون ها را یعنی d را نسبت به μ رسم کرده ایم منحنی مشکی ممتد که توسط دو نقطه محاط شده است حالت های پایدار ماده باریونی، یعنی از نقطه شروع ماده باریونی (نواحی بزرگ d) تا گذار دستینه (نواحی کوچک d) را نشان می دهد نواحی ناپایدار و نیمه پایدار با نقاط منقطع نمایش داده شده است.

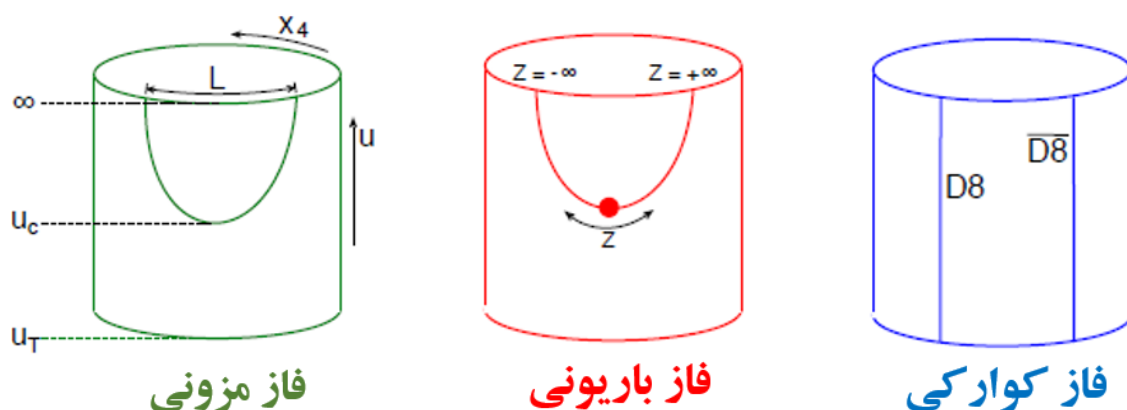
نتایج نشان می دهد که اینستنتون ها قویا از هم پوشانی کردن اجتناب می کنند حتی در موقعیت های که چگالی خیلی زیاد است ما $d \approx 1$ داریم. زیرا در این حالت اینستنتون ها کوچک می شوند در نتیجه، جواب های غیربرهمکنشی، یک جواب بسیار خوب برای ناحیه عظیمی از نمودار است این جواب ها در محاسبات ما با قرار دادن $p = 0$ یعنی تعداد نزدیکترین همسایگی برابر صفر بدست می آید که در نمودار توسط دو منحنی قرمز ضخیم بدست آمده است شاخه سمت راست در نتایج غیربرکنشی در μ های بزرگ پایان می یابد و ما هیچ نتیجه دیگری فراتر از این ناحیه نیافتیم. در حقیقت محاسبات عددی فراتر از این ناحیه امکان پذیر نبود و این نشان می دهد که اثر برهم کنش باعث گردید که این دو شاخه به صورت پیوسته ای به هم متصل باشند.

۳.۶.۳ پیوستگی ماده هسته ای به ماده کواریکی

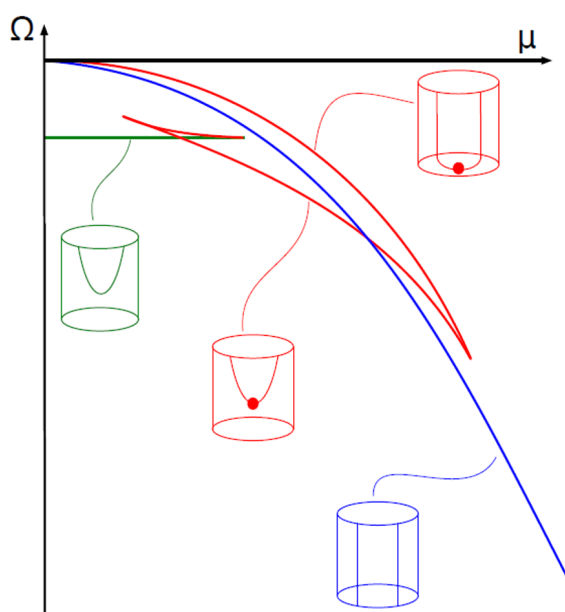
نتایج نشان دهنده یک پیوستگی بین مواد کواریکی و هسته ای است منحنی های u_c برحسب μ ، $k(\mu)$ و $n_I(\mu)$ توصیف کننده نقاط ایستا انرژی آزاد، پیوسته هستند و مسیری است که می تواند ردپایی از فاز باریونی به فاز مواد کواریکی باشد.

این مسیر به طور شماتیک در شکل (۱۲.۳) نشان داده شده که از جواب های معادلات بدست آمده است. همچنین در شکل (۱۱.۳) هندسه های شامه های طعم در دو بعد (u, x_F) از زیر فضای مدل نشان داده شده، در فصل قبل به تفصیل در مورد هندسه این اشکال و فازهای مختلف آن صحبت شده است. اما به طور خلاصه می توان بیان داشت که در این شکل فازهای باریونی و مزونی و کواریکی نمایش داده شده است هنگامی که شامه های $D\Delta$ و $\overline{D\Delta}$ به هم متصل باشند تقارن دستینه شکسته شده است و طبق آنچه انتظار داریم این نکته مربوط به فاز باریونی و مزونی است و زمانی که این شامه ها از هم جدا باشند تقارن دستینه حفظ شده می باشد که مربوط به فاز کواریکی است.

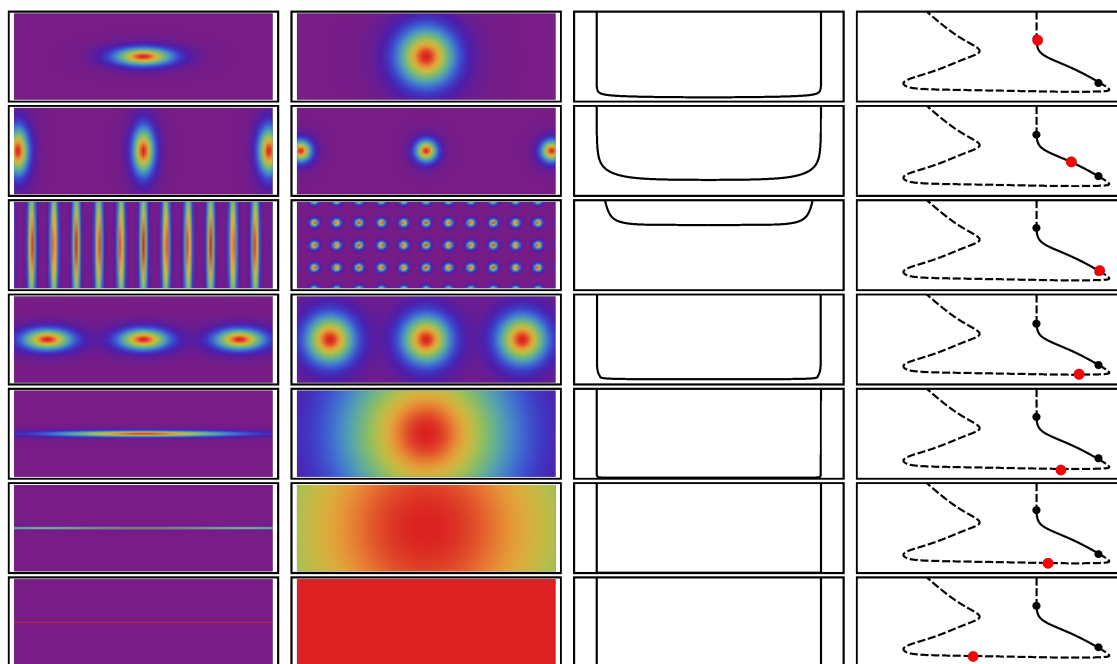
اگر انرژی آزاد در پایین ترین حالت را پیگیری نمائیم گذار از ماده هسته ای به کواریکی پیوسته نیست همانند u_c که ناپیوسته می باشد بنابراین مسیر پیوستگی فقط توصیف کننده گذار از



شکل ۱۱.۳: بالا فازهای شکسته‌دستینه با حضور باریون و بدون آن و همچنین فاز حفظ‌شده دستینه در هندسه غیرحبس‌شده را نمایش می‌دهد جهت تمام‌نگاری $u \in [u_T, \infty]$ که نشان‌دهنده دما است. البته وقتی شامه‌های $D8$ و $\overline{D8}$ به هم متصل هستند توسط پارامتر $z \in [-\infty, \infty]$ مشخص شده‌اند. دایره قرمز رنگ، نشان‌دهنده اینستنتون‌ها می‌باشد. البته محاسبات در حد غیرفشرده‌سازی است یعنی $L \ll \pi/M_{KK}$.



شکل ۱۲.۳: نمودار شماتیک از انرژی آزاد Ω برحسب پتانسیل شیمیایی μ . که نشان‌دهنده مسیر پیوستگی است که اتصال مواد هسته‌ای را به مواد کواری را بیان می‌کند. شاخه‌های مهم شکل توسط هندسه شامه‌های طعم در زیرفضای (u, x_4) نشان داده شده است



شکل ۱۳.۳: ستون اول موقعیت d برحسب μ ، ستون دوم موقعیت x_4 برحسب u ، ستون سوم موقعیت اینستنتون‌ها در صفحه x_1 و x_2 و ستون آخر x_1 برحسب z

حالت‌های نیمه پایدار به حالت ناپایدار است در پتانسیل شیمیایی صفر، فاز باریونی به طور پیوسته‌ای به فاز متقارن دستینه متصل است. با توجه به جواب‌های تحلیلی این حالت‌ها دقیق هستند و بر اساس حل‌های عددی می‌باشند. در بسط μ های کوچک مقدار u_c صفر می‌شود وقتی μ به سمت صفر میل می‌کند. در شکل بعدی پروفایل اینستنتون‌ها را در موقعیت خاصی از مسیر پیوستگی می‌توانیم نشان دهیم. در شکل (۱۳.۳):

ستون اول: پروفایل اینستنتون‌ها است که در صفحه $z-x_1$ و $x_2 = x_3 = 0$ است. $z \in [-2, 2]$ و مقیاس طولی x_1 ، ۲ است

. ستون دوم: شکل اینستنتون‌ها به صورت *cubic* است که در صفحه $x_1 - x_2$ و زمانی است که $z = x_3 = 0$ است و با مقیاس طولی ۲ برای x_1 و مقیاس طولی $\frac{2}{3}$ برای x_2 است. در هر ردیف، مقیاس رنگی با ماکزیمم مقدار پروفایل تنظیم شده است.

ستون سوم: تابع نشاننده، شامه‌های طعم $x_4 \in [-6, 6]$ و $u \in [0, 10]$ که نشان دهنده گذار پیوسته‌ای از فاز حفظ‌شده دستینه به فاز شکسته دستینه است و شامه‌های به طور مجانبی در $x_4(u = \infty) = \pm \frac{1}{3}$ ثابت شده است.

ستون چهارم: همانند شکل سمت راست (۱۰.۳) است که نمودار d برحسب μ می‌باشد برای هر ردیف موقعیت اینستنتون‌ها را با یک نقطه قرمز رنگ مشخص کرده‌ایم و نوع خط‌ها، حالت‌های پایدار (ممتد) و حالت‌های نیمه پایدار و ناپایدار (منقطع) را نشان می‌دهد برای سادگی می‌توان محاسبات را در حد غیربرکنشی در نظر گرفت زیرا که تفاوتی ایجاد نمی‌کند

در حالت برهم کنشی همانطور که شکل‌ها به ما نشان می‌دهد اینستنتون‌ها به طور مشخص باهم هم‌پوشانی ندارد. سه ردیف اول متناظر با جواب‌های پایدار است که ردیف اول موقعیت آغازین باریون و ردیف سوم گذار فاز دستینه را نشان می‌دهد. در این مسیر به سوی فاز متقارن کایرال، اینستنتون‌ها در جهت تمام‌نگاری کشیده شده و در جهت فضایی گسترده شده است. این نتیجه به دلیل مقیاس‌بندی عرض تمام‌نگاری $\rho \propto u_c^{3/4}$ و عرض فضایی $\frac{\rho}{\gamma} \propto u_c^{-3/4}$ است. زمانی که u_c به سمت صفر میل می‌کند بر طبق معادلات تحلیلی ما $\rho \propto \mu^{3/2}$ و $\frac{\rho}{\gamma} \propto \mu^{-3/2}$ است. باید دقت داشت که اثرهای دمای غیر صفر کمی این تصویر را تغییر خواهد داد. که در بخش بعدی به آن اشاره می‌کنیم.

دلیل اینکه چرا جواب ماده کواری در تمام مسیرهای پایین از $\mu = 0$ وجود دارد این است که ما در حد دستینه کار می‌کنیم و بنابراین کواریک‌ها می‌توانند در داخل سیستم در پتانسیل شیمیایی بی‌نهایت کوچک واقع شده باشند البته در پتانسیل شیمیایی کوچک، فاز ماده کواری در مقایسه با فاز ماده مزونی به شدت غیر مطلوب است.

نوکلئون‌ها دارای جرم هستند و در سیستم‌های با پتانسیل شیمیایی غیر صفر واقع شده‌اند بنابراین بالاترین شاخه در شکل نباید با ماده هسته‌ای معمولی در جایی که چگالی به خاطر اینکه به مبدا نزدیک می‌شود کاهش می‌یابد اشتباه گردد.

بنابراین ماده هسته‌ای معمولی در شاخه پایین‌تر نشسته است و توسط فاز مزونی به عنوان پتانسیل شیمیایی کاهش داده شده، جایگزین گردیده است. در شکل مشاهده می‌گردد که همه شاخه‌های مزونی تا باریونی و سپس کواریک به طور پیوسته‌ای به هم متصل شده‌اند اگر همه جواب‌های معادله حرکت و معادلات ایستا را از انرژی آزاد که لزوماً پایدار نیستند را در نظر بگیریم بدون شک بالاترین شاخه در شکل، حالت‌های ناپایدار را شامل می‌شود چون بیشترین انرژی آزاد را در تمام جواب‌ها که ما یافتیم دارد بنابراین این نقاط به طور موضعی بیشترین مقدار را دارند نه کمترین آنها را،

با رسم انرژی آزاد برای یک μ تعیین شده به عنوان تابعی از n_I و u_c با k مشخص شده‌ای که قید رابطه اول (۳۴.۳) را دارد این مطلب را تایید می‌نماید. البته با وجود این ناپایداری، این شاخه به دلایل زیر جذاب است: زیرا ما به یک پتانسیل پیوسته منفرد که در فضای پارامتری ما قرار داشته باشد، و گذار فاز مرتبه اولی از فاز باریونی به فاز کواریک را نشان دهد علاقه مند هستیم و باید این پتانسیل به گونه‌ای باشد که دو فاز را به هم متصل کند. همچنین دانستن کامل از تمام جواب‌های پتانسیل برای محاسبه کشش سطحی فضای داخلی دو فاز لازم می‌باشد [۶۴].

۴.۶.۳ سرعت صوت

شکل عمومی سرعت صوت به صورت زیر است:

$$c_s^2 = \frac{\partial P}{\partial \epsilon} = \frac{n^2 \frac{\partial s}{\partial T} + s^2 \frac{\partial n}{\partial \mu} - ns \left(\frac{\partial n}{\partial T} + \frac{\partial s}{\partial \mu} \right)}{(\mu n + sT) \left(\frac{\partial n}{\partial \mu} \frac{\partial s}{\partial T} - \frac{\partial n}{\partial T} \frac{\partial s}{\partial \mu} \right)}, \quad (۳.۳)$$

این رابطه [۵۱] برای حالتی است که مشتق فشار P نسبت به چگالی انرژی $\epsilon = -P + \mu.n + st$ در انتروپی نسبت به هر ذره ثابت s/n گرفته شده است. همچنین مشتق چگالی انتروپی s و چگالی عدد باریونی n نسبت به پتانسیل شیمیایی باریونی μ به ازای دمای ثابت گرفته شده است. نتایج کارهای ما بر اساس دمای صفر می باشد در این صورت سرعت صوت در فاز باریونی و فاز حفظ شده دستینه به صورت زیر می شود:

$$c_s^2 = \frac{n}{\mu} \left(\frac{\partial n}{\partial \mu} \right)^{-1}, \quad (۴.۳)$$

این رابطه به ما نشان می دهد که یک فاز زمانی می تواند از نظر ترمودینامیکی پایدار باشد که چگالی متناظر با پتانسیل شیمیایی آن به طور یکنواخت افزایش یابد، همچنین این رابطه نشان می دهد که اگر مربع سرعت صوت منفی باشد یک ناپایداری داریم ما سرعت صوت را به طور عددی برای جواب باریونی محاسبه کردیم این نتایج برای فاز مزونی و کوارکی در زیر بیان شده است:

$$\begin{aligned} \text{مزونی :} \quad c_s^2(\mu, T \rightarrow 0) &= \frac{1}{5}, \\ \text{تقارن دستینه :} \quad c_s^2(\mu, T) &= \frac{2 u_T \sqrt{n_I^2 + u_T^2} (n_I^2 + 5 u_T^2) + \mu n_I (n_I^2 + 6 u_T^2)}{5 (n_I^2 + 6 u_T^2) (\mu n_I + 2 u_T \sqrt{n_I^2 + u_T^2})} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{برای } \mu = 0 \\ \frac{2}{5} & \text{برای } T = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (۵.۳)$$

ما در این جا به بیان مختصری از سرعت صوت در حالت مزونی می پردازیم.

فاز مزونی

در فاز مزونی موقعیت نقطه اتصال شامه های طعم از رابطه زیر تعیین می شود:

$$\frac{\ell}{2} = \int_{u_c}^{\infty} du x'_{\ell}, \quad x'_{\ell} = \frac{u_c^4 \sqrt{f_T(u_c)}}{u^{3/2} \sqrt{f_T(u)} \sqrt{u^4 f_T(u) - u_c^4 f_T(u_c)}}. \quad (۶.۳)$$

به صورت عددی حل می شود برای دماهای کم داریم:

$$\ell^2 u_c = u_c^{(\circ)} + u_c^{(1)}(\ell t)^6, \quad (7.3)$$

با

$$u_c^{(\circ)} = 16\pi \left[\frac{\Gamma\left(\frac{9}{16}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{16}\right)} \right]^2, \quad u_c^{(1)} = \frac{8\pi^{7/2}}{729} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{16}\right)}{\Gamma\left(\frac{9}{16}\right)} \right]^5 \mathcal{I}_1, \quad (8.3)$$

که به طور مختصر داریم:

$$\mathcal{I}_1 \equiv \int_1^\infty du \frac{1+u+u^2+u^3+u^4+u^5+u^6+u^7-u^8-u^9-u^{10}}{(1+u+u^2+u^3+u^4+u^5+u^6+u^7)u^{9/2}\sqrt{u^8-1}} \simeq 0.0778. \quad (9.3)$$

انرژی آزاد بدون بعد به صورت زیر است که خلا را از آن کم کردیم:

$$\Omega_U = \int_{u_c}^\infty du u^{5/2} \left[\frac{u^4 \sqrt{f_T(u)}}{\sqrt{u^8 f_T(u) - u_c^8 f_T(u_c)}} - 1 \right] - \frac{2}{7} u_c^{7/2}. \quad (10.3)$$

به طور مشابه به صورت تحلیلی در دماهای کم مساله را بررسی می کنیم.

$$\ell^7 \Omega_U \simeq \Omega^{(\circ)} + \Omega^{(1)}(\ell t)^6, \quad (11.3)$$

با

$$\Omega^{(\circ)} = -\frac{2^{15}\pi^4}{7} \frac{\Gamma\left(\frac{15}{16}\right) \tan \frac{\pi}{16}}{\Gamma\left(\frac{7}{16}\right)} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{9}{16}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{16}\right)} \right]^7,$$

$$\Omega^{(1)} = -\frac{(2\sqrt{\pi})^{13}}{729} \left[\mathcal{I}_1 \frac{\Gamma\left(\frac{15}{16}\right) \tan \frac{\pi}{16}}{\Gamma\left(\frac{7}{16}\right)} + \mathcal{I}_2 \frac{\Gamma\left(\frac{9}{16}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{16}\right)} \right],$$

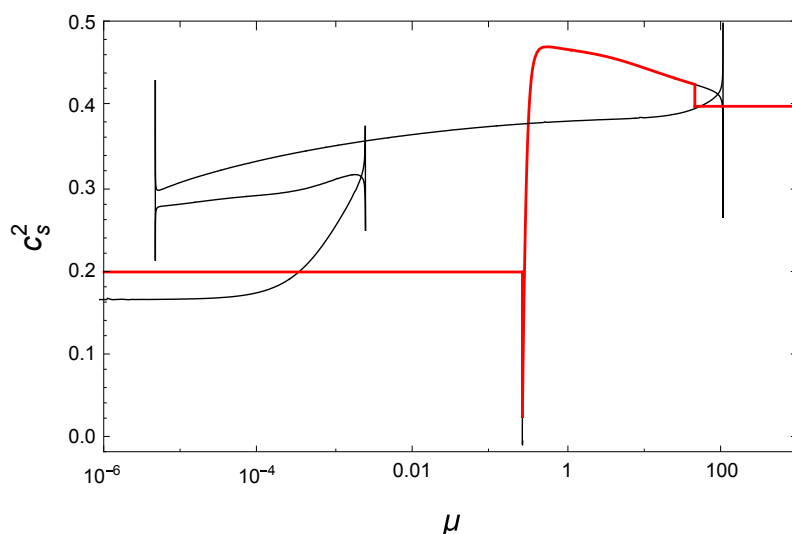
که به اختصار داریم:

$$\mathcal{I}_2 \equiv \int_1^\infty du \frac{u^{7/2}(1+u+u^2)}{(1+u+u^2+u^3+u^4+u^5+u^6+u^7)\sqrt{u^8-1}} \simeq 0.18236. \quad (12.3)$$

در فاز مزونی، چگالی باریونی برای همه دماها، صفر است و فشار وابسته به پتانسیل شیمیایی نیست. در این حالت سرعت صوت به صورت زیر خواهد بود:

$$c_s^2 = \frac{s}{T} \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)^{-1}. \quad (13.3)$$

رابطه بالا برای حالتی است که دما بسیار کوچک است $s \propto T^5$ و همچنین سرعت صوت را به این صورت می یابیم $c_s^2(\mu, T \rightarrow 0) = 1/5$



شکل ۱۴.۳: مربع سرعت صوت c_s^2 بر واحد سرعت نور به عنوان تابعی از پتانسیل شیمیایی کوآرک بدون بعد که با استفاده از پارامترهای تطبیق شده با خواص مواد هسته‌ای است محاسبه شده است. منحنی ضخیم قرمز، نتایج برای فاز پایدار را نشان می‌دهد از فاز مزونی در پتانسیل شیمیایی‌های کوچک μ تا μ ‌های متوسط تا مقادیر بزرگ μ فاز ماده کوآرکی. منحنی سیاه نازک متناظر با حالت‌های فاز ناپایدار و نیمه پایدار است. این نمودار برای $T = 0$ است.

نتایج فاز مزونی را برای حالتی که $T \neq 0$ است را نیز می‌توان محاسبه نمود. نتایج عمومی برای فاز متقارن دستینه برحسب چگالی باریونی n_I نوشته شده که وابسته به T, μ در حالت غیر تحلیلی است. اگرچه در این حالت هیچ اینستنتونی برای فاز متقارن دستینه وجود ندارد ما چگالی باریونی بدون بعد را توسط n_I برای سازگاری بیان می‌کنیم.

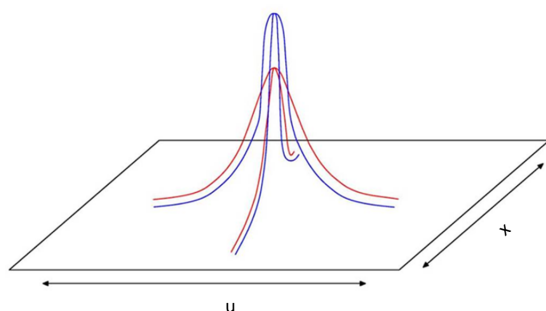
شکل (۱۴.۳) سرعت صوت را برای فاز مزونی، باریونی و کوآرکی در دمای صفر نشان می‌دهد. نزدیک نقطه شروع باریونی، به طور آشکارا دیده می‌شود که c_s^2 منفی است بنابراین جواب‌ها در این حالت ناپایدار است. در شکل (۱۴.۳) در سه نقطه، ما حالت‌های برگشتی داریم که باعث می‌شود طبق رابطه مشتق واگرا باشد این نکته را باید بدانیم که حالت‌های پایدار حالت‌های هستند که $c_s^2 > 0$ ضروری است اما کافی نمی‌باشد. از قسمت‌های قبلی می‌دانیم که برخی قسمت‌های منحنی نازک مشکی متناظر با ماکزیمم انرژی آزاد است و حالت‌های ناپایدار را شامل می‌شود. در ناحیه خیلی کوچکی از μ یعنی در ناحیه‌ای که گذار پیوسته‌ای از شامه‌های طعم پیوسته به حالت ناپیوسته وجود دارد مربع سرعت صوت به مقدار $\frac{1}{6}$ نزدیک می‌شود این مقدار از نتایج تحلیلی نیز قابل مشاهده است که نشان می‌دهد $n_I \propto \mu^6$ است که این مقدار با سرعت صوت بدست آمده در فاز متقارن دستینه یعنی $c_s^2 = \frac{1}{6}$ متفاوت است بنابراین در گذار از فاز شکسته دستینه به فاز متقارن دستینه در پتانسیل شیمیایی صفر، سرعت صوت ناپیوسته است و همانطور انتظار داریم مشتق مرتبه دوم انرژی آزاد این ناپیوستگی را به دلیل تقارن‌های متفاوت فاز نشان می‌دهد.

حال به بررسی شاخه پایدار می‌پردازیم در نقطه شروع باریونی، سرعت صوت از مقدار مزونی

خود به مقدار $c_s^2 \simeq 0.25$ پرش دارد سپس به مقدار $c_s^2 \simeq 0.67$ زیاد می‌شود بعد از آن کاهش و در نهایت به مقدار فاز کوارکی می‌رسد. در نظریه کوانتومی رنگ می‌دانیم که در μ های زیاد مقدار سرعت صوت، مقدار همدیس $c_s^2 = \frac{1}{3}$ را دارد و تصحیحات اختلالی این مقدار را کاهش می‌دهد همچنین می‌دانیم که سرعت صوت در حالت غیر نسبیتی و اشباع‌شدگی برای مواد هسته‌ای نزدیک به مقداری است که ما در اینجا محاسبه کرده‌ایم.

هنوز اینکه ناحیه‌ای با چگالی کم چطور به ناحیه‌ای با چگالی زیاد متصل می‌شود ناشناخته است ساده‌ترین سناریو که دو ناحیه را به هم متصل می‌کند با استفاده از مشاهدات نجومی است. [۵۱] معادله حالت به قدر کافی نرم که متناظر با سرعت صوت به قدر کافی زیاد است زمانی است که جرم ستاره نوترونی مشاهده شده دو برابر جرم خورشید باشد از این رو در ناحیه با چگالی میانی، سرعت صوت ممکن است که حد همدیس را نیز بگذراند در اینجا ممکن است که حد همدیس، حد بالای قطعی باشد اما مثال‌های دیگری در دوگانگی پیمانه / گرانش [۵۲][۵۳] وجود دارد که مقداری بزرگتر از $\frac{1}{3} > c_s^2$ که مدل هسته‌ای پدیده‌شناسی به آن اشاره کرده، دارند و محاسبات آنها رفتار سرعت صوت را یکنواخت می‌بیند.

بنابراین رفتار سرعت صوت در بین چگالی‌های پایین و چگالی‌های بالا بسیار مهم است و از طریق آن می‌توان جرم و شعاع ستاره‌های نوترونی را مورد آزمایش قرار داد. [۵۵] در محاسبات تمام‌نگاری ما پیرامون مواد هسته‌ای رفتار غیریکنواختی را نشان می‌دهد که مجموع قیده‌های ستاره‌های نوترونی و نظریه کوانتومی رنگ را دارد. البته نتایج کار ما در چگالی‌های بالا متفاوت از نظریه کوانتومی رنگ است. به دلیل اینکه جرم M_{kk} در ناحیه‌ای مجانبی نقش اساسی را بازی می‌کند. به همین دلیل سرعت صوت مقداری متفاوت از $\frac{1}{3}$ است. این را باید در نظر داشت که در چگالی‌های خیلی زیاد، مدل ما رفتاری دارد که به عنوان اثر جفت‌شدگی قوی غیر اختلالی تفسیر می‌شود حال آنکه در نظریه کوانتومی رنگ واقعی به دلیل آزادی مجانبی اختلالی است با این وجود رویکرد ما محاسبات میکروسکوپی سازگاری برای مواد کوارکی و هسته‌ای ارائه می‌دهد خصوصاً در محاسبه سرعت صوت که از نقطه نظر قیده‌های نجومی اخیراً جذاب است.



شکل ۱۵.۳: تصویر شماتیکی از رفتار اینستنتون‌ها برای حالتی که پارامترهای تغییر شکل وابسته به دما باشند پارامتر ρ عرض اینستنتون در جهت تمام‌نگاری و $\frac{\rho}{\gamma}$ پهنای اینستنتون در راستای مکان است زمانی که این دو پارامتر وابسته به دما باشند اینستنتون‌ها همانند منحنی آبی‌رنگ کشیده خواهند شد.

۷.۳ نتایج مدل در حالت دما دار

۱.۷.۳ تاثیر پارامترهای تغییر شکل وابسته به دما در انتروپی

همانطور که در (۳.۳) در بخش (۱.۳.۳) داشتیم پارامترهای تغییر شکل وابسته به دما هستند در بخش‌های قبل کمیت‌های ترمودینامیکی تنها در حالت $T = 0$ محاسبه شدند از این بخش به بعد به بررسی این کمیت‌ها در حالتی که $T \neq 0$ است می‌پردازیم همچنین این نکته را در نظر می‌گیریم که پارامترهای تغییر شکل وابسته به دما هستند، این وابستگی باعث می‌شود که کمیت آنتروپی که در رابطه (۳۳.۳) در بخش (۴.۳) بدان اشاره شده است تغییر کند و جملاتی به آن اضافه گردد به خاطر اینکه انرژی آزاد $\Omega = \Omega(u, c, k, n_I, \rho, \gamma, d)$ می‌باشد به همین منظور داریم:

$$s = -\frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\left[\frac{\partial \Omega}{\partial u_c} \frac{\partial u_c}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial n_I} \frac{\partial n_I}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial t}\right] \quad (۱.۳)$$

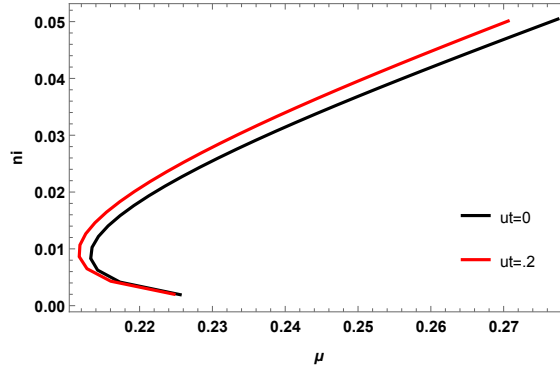
سه جمله اول در رابطه بالا صفر می‌شوند به دلیل نقاط ایستا:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \rho} = \int_{u_c}^{\infty} du u^{\Delta/2} \frac{\partial \eta(u)}{\partial \rho} \quad (۲.۳)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \gamma} = \int_{u_c}^{\infty} du u^{\Delta/2} \frac{\partial \eta(u)}{\partial \gamma} \quad (۳.۳)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial d} = \int_{u_c}^{\infty} du u^{\Delta/2} \frac{\partial \eta(u)}{\partial d} \quad (۴.۳)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \rho} = \frac{1}{2q} (g_1 \xi^{-1} + g_2 \xi) \frac{\partial q}{\partial \rho} + \frac{n_I^2}{u^{\Delta}} Q \frac{\partial Q}{\partial \rho} \xi \quad (۵.۳)$$



شکل ۱۶.۳: چگالی باریونی n_I نسبت به μ برای دماهای متفاوت، در این شکل مقدار پارامتر $\rho_0 = 2/5$ ، $\gamma_0 = 4$ و ثابت جفت شدگی توفت $\lambda = 100$

$$\frac{\partial \eta}{\partial d} = \frac{1}{2q}(g_1 \xi^{-1} + g_2 \xi) \frac{\partial q}{\partial d} + \frac{n_I^2}{u^5} Q \frac{\partial Q}{\partial d} \xi \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \gamma} = \frac{1}{2q}(g_1 \xi^{-1} + g_2 \xi) \frac{\partial q}{\partial \gamma} + \frac{n_I^2}{u^5} Q \frac{\partial Q}{\partial \gamma} \xi + \frac{1}{2} \left(\frac{g_1 \xi^{-1} + g_2 \xi}{\gamma} \right) \quad (7.3)$$

با توجه به محاسبات بالا و همچنین (۳۳.۳) در بخش معادلات ایستا، رابطه انتروپی به صورت زیر خواهد بود

$$s = \int_{u_c}^{\infty} du \left[\frac{2u_T^2}{t} \frac{1}{\sqrt{u} f_T} (g_1 \xi^{-1} + \frac{k^2}{u^4 f_T} \xi) + u^{\Delta/2} \left(\left(\frac{1}{2q} (g_1 \xi^{-1} + g_2 \xi) \frac{dq}{dp} + \frac{n_I^2}{u^5} Q \frac{dQ}{dp} \xi \right) \frac{dp}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{g_1 \xi^{-1} + g_2 \xi}{\gamma} \right) \frac{d\gamma}{dt} + \left(\frac{g_1 \xi^{-1} + g_2 \xi}{2q} \frac{dq}{dd} + \frac{n_I^2}{u^5} Q \frac{dQ}{dd} \xi \right) \frac{dd}{dt} \right) \right] \quad (8.3)$$

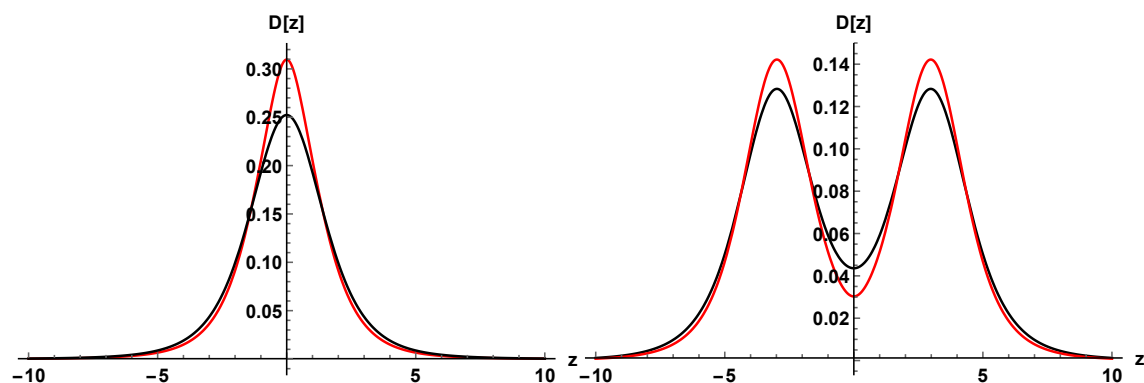
و:

$$\xi = \frac{\sqrt{1 + g_1}}{\sqrt{1 + g_2 - \frac{k^2}{u^4 f_T} + \frac{(n_I Q)^2}{u^5}}} \quad (9.3)$$

این تغییر در مقدار انتروپی باعث گردید تا رابطه سوم در معادلات ایستا که مشتق گیری نسبت به u_c می باشد را نیز تغییر دهد نتایج حاصل از معادلات ایستا در این حالت برای حل عددی توسط رابطه

$$n_I = - \frac{\partial \Omega_{baryon}}{\partial \mu} \quad (10.3)$$

نیز بررسی می شود. همانطور که در شکل (۱۶.۳) نشان داده شده چگالی باریونی نسبت به پتانسیل شیمیایی برای دو دمای متفاوت رسم شده است. منحنی مشکی رنگ مربوط به $ut = 0$ و منحنی قرمز رنگ مربوط به حالت دما دار است. هندسه نمودار با حضور دما تغییری نکرده و تنها برای یک پتانسیل شیمیایی ثابت در حضور دما، مقدار چگالی باریونی افزایش یافته است. البته این نمودار برای حالت برهم کنشی و پتانسیل شیمیایی های کوچک است.



شکل ۱۷.۳: شکل سمت چپ، نمودار اینستنتون ها را در حالت تک لایه و شکل سمت راست، نمودار اینستنتون ها را در حالت دو لایه برای دو دمای متفاوت نشان می دهد منحنی قرمز رنگ نمودار اینستنتون ها در حالت دما دار و منحنی مشکی برای دمای صفر است.

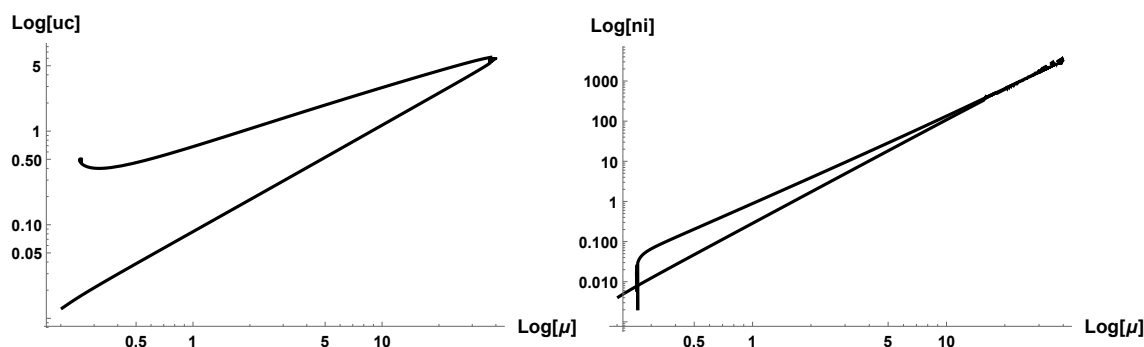
در شکل (۱۷.۳) نمودار اینستنتون ها نمایش داده شده، با توجه به اینکه پارامترهای تغییر شکل اینستنتون ها وابسته به دما هستند در نتیجه روی نمودار اینستنتون ها نیز اثر گذاشته اند، که در شکل (۱۵.۳) رفتار اینستنتون در حضور دما به صورت آبی رنگ نمایش داده شده و تفاوت آن با زمانی که پارامترهای تغییر شکل وابسته به دما نیستند نمایش داده شده است. در بخش بعدی رفتار گذار از فاز باریونی به کوارکی نیز بررسی خواهد شد.

۲.۷.۳ اتصال ماده هسته ای به کوارکی در دمای محدود

به طور مشابه با در نظر گرفتن دما و همچنین پارامترهای تغییر شکل که وابسته به دما هستند نمودارهای $u_c(\mu), n_I(\mu)$ را رسم کردیم شکل (۱۸.۳) جواب های کامل عددی را به ما نشان می دهد اگر این نمودارها را با نمودارهای سمت راست شکل (۹.۳) در بخش (۲.۶.۳) مقایسه کنیم می بینیم که در حضور دما مقادیر جواب های معادلات ایستا کاسته می شود ما جواب های عددی را در پتانسیل شیمیایی بسیار کوچک نداریم البته این نمودارها برای حالتی است که پارامترهای مدل به خواص ماده هسته ای تطبیق داده شده (۴.۳) در بخش انتخاب پارامترها، ولی نوع ساختار شبکه آن fcc می باشد شکل سمت راست (چگالی باریونی) و شکل سمت چپ (نقطه اتصال دو شامه) را نشان می دهد. در تمام نمودارهای این فصل، برچسب نمودارها شامل توان های مناسبی از ℓ نیز می باشد. یعنی $n_I \rightarrow n_I \ell^5, \mu \rightarrow \mu \ell^2$ و $u_c \rightarrow u_c \ell^2$ و همچنین $\Omega \rightarrow \Omega \ell^7$ و پارامتر هم پوشانی d مقیاسی از ℓ ندارد

هندسه باعث می شود که $u_c \geq u_T$ و بنابراین برای $T > 0, u_c > 0$ است. از این رو اینستنتون ها همیشه در این حدس، عرض غیر صفری در جهت تمام نگاری و یک عرض فضایی محدود را حفظ خواهند کرد. همانطور که در شکل (۲۰.۳) نشان داده شده، رفتار نقطه اتصال شامه ها در فاز باریونی در حضور دما^{۱۶} را بیان می کند در این حالت همانند چیزی که

^{۱۶}البته در نمودارهای بالا پارامترهای ρ و γ وابسته به دما هستند



شکل ۱۸.۳: (شکل سمت چپ) موقعیت نقطه اتصال دو شامه u_c و (شکل سمت راست) چگالی باریون بدون بعد n_I به عنوان تابعی از پتانسیل شیمیایی بدون بعد μ در دمای غیرصفر

در دمای صفر داشتیم نقطه برگشت در حالت برهم کنشی در فاز باریونی وجود دارد با این تفاوت که همواره $u_c \geq u_T$ است.

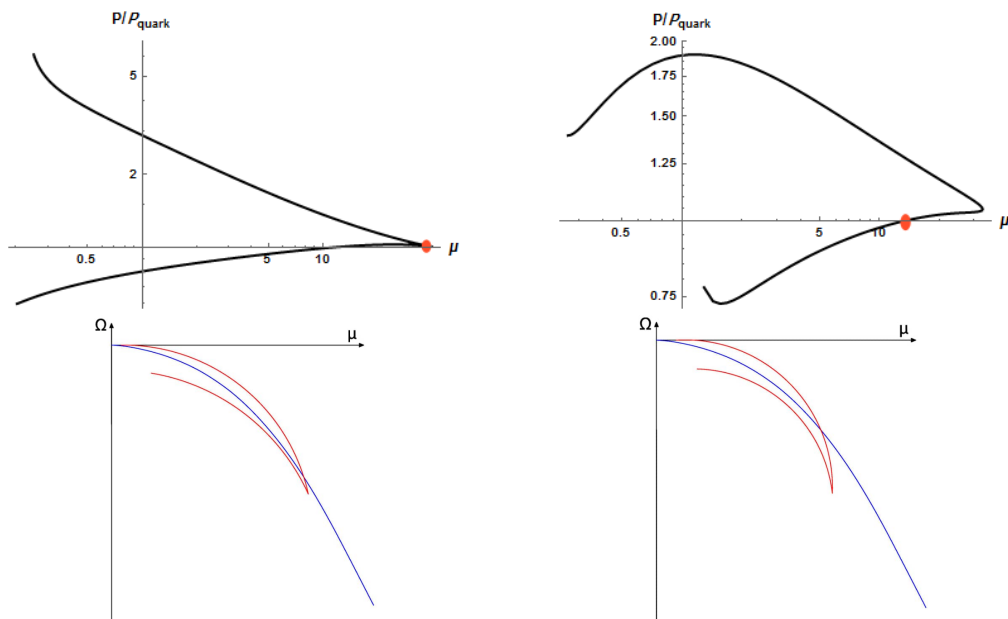
شکل (۱۹.۳) نمودار فاز باریونی نسبت به فاز کوارکی را در دو دمای متفاوت $t = 0.086$ و $t = 0.24$ رسم کرده ایم همانطور که مشاهده می شود تغییر در دما باعث می شود شکل و هندسه نمودارها تغییر کند علاوه بر آن نقاط قرمز رنگ که نشان دهنده پتانسیل شیمیایی بحرانی از فاز باریونی به کوارکی است تغییر کند در $t = 0.24$ مقدار $\mu_c = \frac{39}{\ell^2}$ و برای $t = 0.086$ مقدار $\mu_c \simeq \frac{11/8}{\ell^2}$ می باشد. با افزایش دما این مقدار کاهش یافته است البته این رفتار را انتظار داشتیم تنها نکته ای که وجود دارد در شکل سمت راست نقطه پتانسیل شیمیایی در نقطه ناپایداری قرار دارد.

۳.۷.۳ سرعت صوت فاز باریونی در حضور دما و در حالت غیر برهم کنشی

همانطور که در شکل (۲۱.۳) می بینیم رفتار سرعت صوت در دماهای مختلف در فاز باریونی نشان داده شده است در پتانسیل شیمیایی های کوچک نقطه اوج سرعت صوت متفاوت است وقتی دما افزایش می یابد مقدار نقطه اوج از $c_s^2 = 0.48$ به مقدار $c_s^2 = 0.47$ کاهش می یابد ولی در پتانسیل شیمیایی بزرگ رفتار سرعت صوت تغییری نخواهد کرد. نکته ای که جالب است مقدار سرعت صوت در پتانسیل شیمیایی های بزرگتر از مقدار سرعت صوت در حد همدیس ^{۱۷} بیشتر است هرچند با توجه به مدل این سرعت صوت تنها برای فاز باریونی می باشد. و در حالت دما دار، برای فاز کوارکی در مرجع [۶۰] محاسبه شده، که در این حالت مقدار آن از حد همدیس کمتر می باشد.

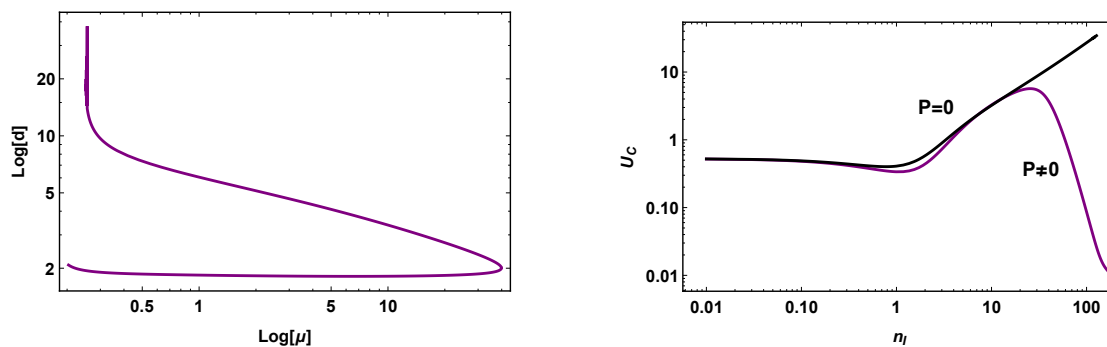
در شکل (۲۲.۳) نشان داده شده که میزان سرعت صوت برای پتانسیل شیمیایی های بزرگ، با در نظر گرفتن ترم های برهم کنشی تغییری حاصل نشده است.

^{۱۷}Conformal limit

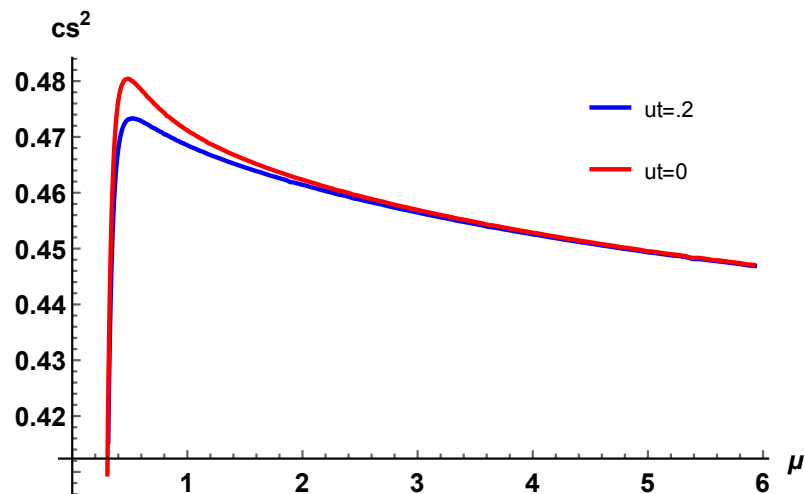


شکل ۱۹.۳: ردیف اول: نمودارها فشار فاز باریونی را نشان می‌دهد که به فشار فاز کوارکی بهنجار شده است. این دو نمودار برای دو دمای متفاوت است. شکل سمت راست مقدار دما $t = 0.086$ و دما برای سمت چپ $t = 0.024$ می‌باشد. دایره قرمز رنگ پتانسیل شیمیایی بحرانی از فاز باریونی به کوارکی است.

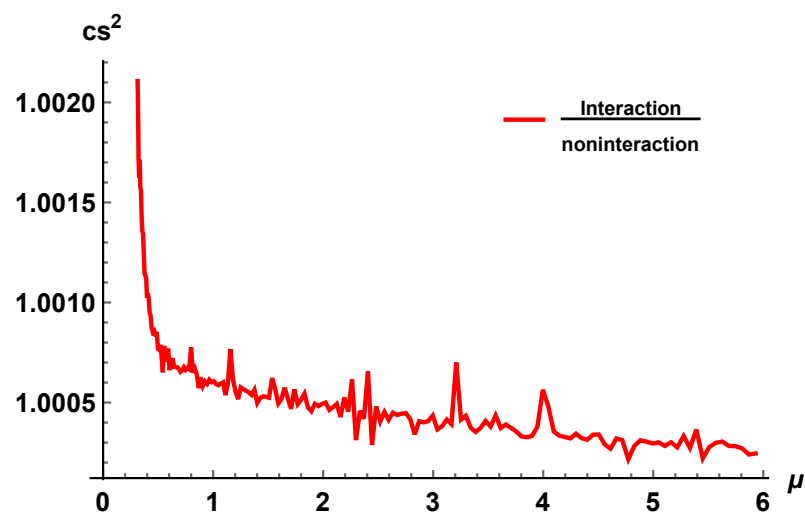
ردیف دوم: موقعیت انرژی آزاد بر حسب پتانسیل شیمیایی را برای دو دمای متفاوت نشان داده شده است. درست مشابه آنچه در دمای صفر داشتیم خط آبی نشان‌دهنده فاز کوارکی و خط قرمز رنگ نشان‌دهنده فاز باریونی است.



شکل ۲۰.۳: رفتار نقطه اتصال بین دو شامه u_c و فاصله جدایی بین اینستون‌ها d در حضور دما



شکل ۲۱.۳: مقایسه مربع سرعت صوت c_s^2 بر واحد سرعت نور به عنوان تابعی از پتانسیل شیمیایی کوارک بدون بعد برای دو دمای متفاوت که با استفاده از پارامترهای تطبیق شده با خواص مواد هسته‌ای است منحنی قرمز، نتایج برای فاز پایدار در دمای صفر و منحنی آبی سرعت صوت در دمای $u_t = 0.2$ را نشان می‌دهد.



شکل ۲۲.۳: مقایسه سرعت صوت در حالتی که برهم‌کنش بین باریون‌ها در نظر گرفته شده است و همچنین حالتی که این برهم‌کنش وجود ندارد.

۴.۷.۳ نمودار فاز

در این قسمت معادلاتی را برای انرژی آزاد فاز کوارکی و مزونی استفاده خواهیم کرد ابتدا فاز مزونی و کوارکی را بیان خواهیم کرد.

● فاز مزونی

در این فاز، شامه‌های $D\lambda$ و $\overline{D\lambda}$ در نقطه $u = u_0$ به هم متصل می‌باشند. و $x'_f(u_0) = \infty$ همچنین در این فاز شرایط مرزی به صورت زیر است:

$$x_f(u_0) = 0 \quad a'_0(u_0) = 0 \quad a_0(\infty) = \mu \quad (11.3)$$

و $n_I = 0$ می‌باشد. بنابراین نتیجه انرژی آزاد برای فاز مزونی به صورت زیر می‌شود:

$$\Omega_{mesonic} = \int_{u_0}^{\infty} du u^{5/2} \frac{u^4 \sqrt{f_T(u)}}{\sqrt{u^8 f_T(u) - u_0^8 f_T(u_0)}} \quad (12.3)$$

● فاز کوارکی

در فاز حفظ شده دستینه، شامه‌های طعم مستقیم و غیروصل شده هستند. در این فاز ما $x'_f = 0$ با شرایط مرزی زیر را داریم:

$$a'_0(u_T) = 0 \quad a_0(\infty) = \mu \quad (13.3)$$

و انرژی آزاد :

$$\Omega_{quark} = \int_{u_T}^{\infty} du \frac{u^5}{\sqrt{u^8 + n_I^2}} \quad (14.3)$$

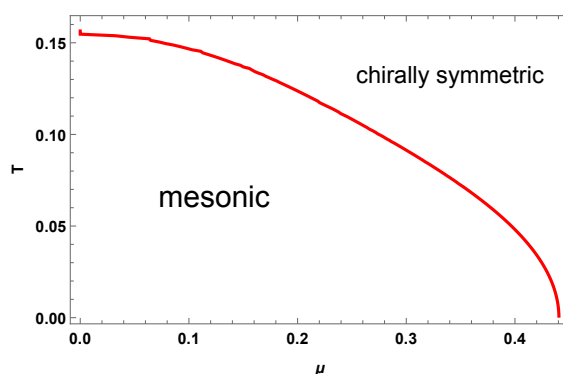
در رابطه بالا n_I تابعی از μ و T است.

$$0 = \mu - \frac{n_I^{2/5} \Gamma(\frac{3}{5}) \Gamma(\frac{5}{8})}{\sqrt{\pi}} + u_T^2 F\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{6}{5}, -\frac{u_T^5}{n_I^2}\right] \quad (15.3)$$

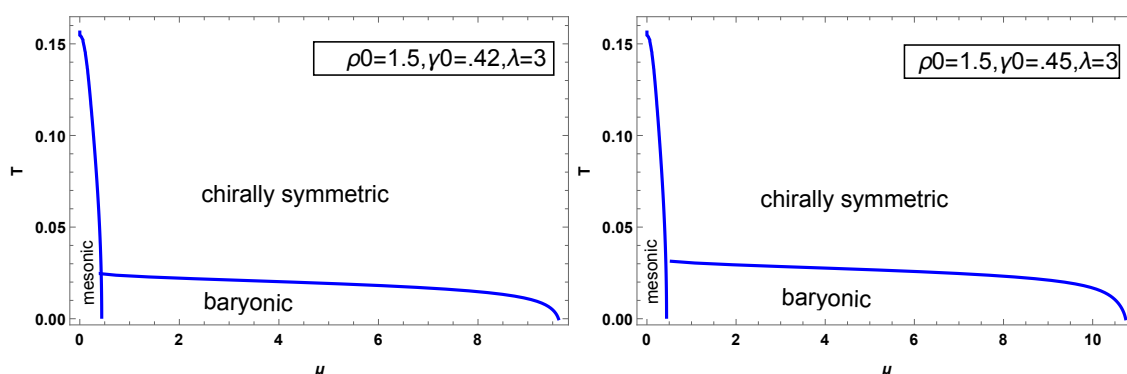
اما جزئیات فاز مواد کوارکی و مزونی در ضمیمه B مرجع [۱۴] می‌باشد. در شکل‌های بعدی، خط‌های گذار فاز با استفاده از حل معادلات (۳۴.۳) و همچنین شرط مرزی $\Omega_{baryon} = \Omega_{quark}$ برای خط گذار فاز باریون-کوارک $\Omega_{meson} = \Omega_{quark}$ برای خط گذار فاز مزون-کوارک می‌باشد. در شکل (۲۳.۳) نمودار در حد دستینه نمایش داده شده و خط قرمز رنگ فاز مزونی را از کوارکی جدا می‌کند. پتانسیل شیمیایی بحرانی فاز مزونی به کوارکی در $\mu_c(t=0) = 0/44$ وجود دارد.

در نمودار (۲۴.۳) فاز باریونی نیز در نظر گرفته شده است. در این شکل‌ها مشاهده می‌شود پتانسیل شیمیایی بحرانی و همچنین نقطه سه‌گانه γ_0 ^{۱۸} نقطه پتانسیل شیمیایی بحرانی

^{۱۸}Triplet point



شکل ۲۳.۳: نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ بدون اینستنتون‌ها.



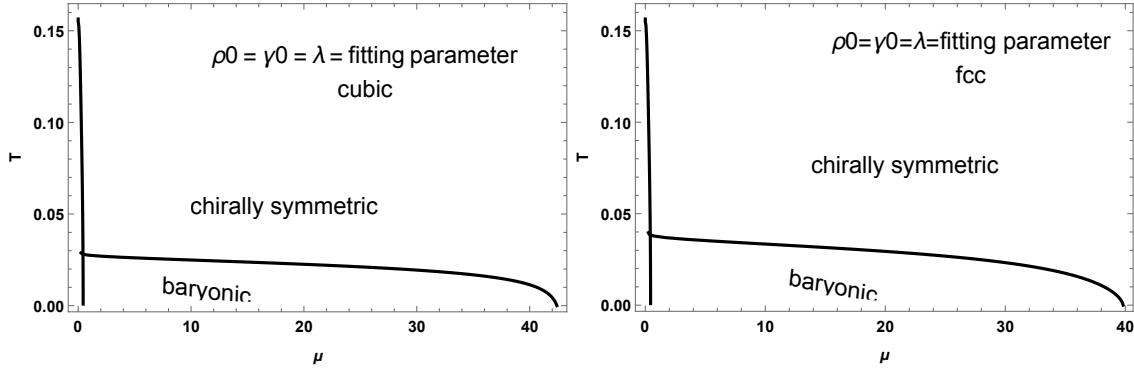
شکل ۲۴.۳: نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ در حالت غیربرهم‌کنشی

افزایش می‌یابد. البته برای پارامتر λ مساله بررسی گردید مشاهده گردید افزایش این پارامتر، تاثیر مستقیمی در پتانسیل شیمیایی بحرانی دارد. هرچند تغییرات این پارامترها مقدار پتانسیل شیمیایی بحرانی را در گستره پتانسیل شیمیایی ستاره‌های نوترونی $300 < \mu < 500$ قرار نمی‌دهد.

نمودار فاز برای حالت برهم‌کنشی نیز در نظر گرفته شد شکل (۳، ۲۵)، و مشاهده گردید که علاوه بر پارامترهای تغییر شکل، نوع ساختار شبکه اینستنتون‌ها در مقدار پتانسیل شیمیایی بحرانی تاثیرگذار است در حالت fcc این مقدار به نسبت $cubic$ کاهش یافته‌است.

μ_c	λ	γ_0	ρ_0
۲۱/۶۵۲	۵	۱	۲
۹/۶۱۶	۳	۰/۴۲	۱/۵
۱۰/۷۳	۳	۰/۴۵	۱/۵
۱۰/۱۹	۳	۰/۴۲	۱

جدول ۲.۳: در جدول بالا ارتباط بین پارامترهای مدل و پتانسیل شیمیایی بحرانی را بین دو فاز باریونی و کوارکی در حالت غیربرهم‌کنشی نمایش می‌دهد..



شکل ۲۵.۳: نمودار فاز نظریه کوانتومی رنگ در حالت برهم کنشی و برای ساختارهای شبکه متفاوت

جرم سازنده	چگالی تعداد	پتانسیل شیمیایی	دما
$\lambda_0 M_{KK} M_q$	$\frac{N_f N_c M_{KK}^3 \lambda_0^2}{6\pi^2} n$	$\lambda_0 M_{KK} \mu$	$M_{KK} t$

جدول ۳.۳: ارتباط بین کمیت‌های بدون بعد t, μ, n, M_q و کمیت‌های بعددار

۵.۷.۳ جرم باریون گرمایی

باریون‌های سبک به تقارن دستینه حساس هستند و نقش مهمی را در تحلیل فیزیک برخورد سنگین ایفا می‌کنند بنابراین بررسی جرم ذرات سبکی مثل N و Δ در مدل تمام‌نگاری ما جذاب خواهد بود برای پیدا کردن جرم این ذرات باید رابطه زیر را برای حالتی که $n_I \rightarrow 0$ و یا در حالت غیربرهم‌کنشی در نظر گرفت ما مقدار جرم این ذرات را در نظر می‌گیریم و در N_c ضرب می‌کنیم.

$$\mu = \int_{u_c}^{\infty} du \frac{u^{\Delta/2}}{2} \left(\frac{9\sqrt{u}}{4\sqrt{f_c}} \frac{\rho^4 u_c^2}{(u^3 - u_c^3 + \rho^2 u_c)^{\Delta/2}} \right) \left(\frac{f_T}{2\gamma} \frac{u^2}{\sqrt{u_c} \sqrt{u^3 - u_c^3}} \frac{\sqrt{u^{\Delta} f_T - k^2}}{u^4 \sqrt{f_T}} \right. \\ \left. + \frac{2\gamma \sqrt{u_c(u^3 - u_c^3)}}{9u^{\Delta}} \frac{u^4 \sqrt{f_T}}{\sqrt{u^{\Delta} f_T - k^2}} \right) \quad (16.3)$$

برای محاسبه این طیف جرمی باید ابتدا پارامترهای مدل را ρ_0 و γ_0 را با جرم ذرات تطابق داد برای N داریم $\lambda = 15/061$, $\gamma_0 = 3/7569$, $\rho_0 = 4/3497$ و برای Δ مقادیر زیر را انتخاب کرده‌ایم $\lambda = 15/061$, $\gamma_0 = 4/5$, $\rho_0 \simeq 6/4904$ در مرجع [۶۵] مقدار جرم ذرات با افزایش دما بیشینه شده‌است و به طور برعکس در [۶۶]، [۶۷] با افزایش دما، مقدار جرم کاهش یافته‌است.

T/T_c	0.24	0.76	0.84	0.95	PDG ($T = 0$)
m^N [MeV]	935.77	933.771	933.046	931.792	939
m^Δ [MeV]	1231.95	1230.48	1229.95	1229.03	1232(2)

جدول ۴.۳: جدول بالا نشان دهنده جرم Δ, N در دمای کمتر از دمای بحرانی، ستون آخر نشان دهنده جرم این ذرات در طبیعت در دمای صفر است.

فصل ۴

نتیجه گیری

در این رساله نشان دادیم که فاز متقارن حفظ شده دستینه و شکسته دستینه در مدل ساکایی سوگیموتو به طور پیوسته‌ای و در حضور اینستنتون‌ها روی شامه‌های طعم قرار دارند. به طور هندسی، پیوستگی توسط تبدیل شدن شامه‌های طعم وصل شده به صورت منحنی برای فرمیون‌های راستگرد و چپگرد به حالت مستقیم که از هم جدا هستند بیان می‌شوند. این تبدیلات، به طور دینامیکی با استفاده از حل معادله‌های حالت و محاسبه شامه‌های طعم جانشرانی شده در هندسه غیرحبس شده از مدل و در حضور برهم کنش اینستنتون‌ها ست. برهم کنش بین اینستنتون‌ها را با استفاده از جواب‌های دو اینستنتونی تقریب زده‌ایم و متوجه شده‌ایم که وقتی شامه‌های طعم وصل شده که به حالت مستقیم در می‌آیند باعث می‌گردند که اینستنتون‌ها در راستای تمام‌نگاری کشیده شده ولی در راستای فضایی به طور گسترده‌ای پهن شوند. با این وجود آنها روی یکدیگر قرار نمی‌گیرند زمانی که چگالی به سمت صفر میل می‌کند. در کارهای قبلی مطالعات روی اینستنتون‌های است که فقط در هندسه حبس شده قرار دارند و یا برهم کنش بین اینستنتون‌ها در نظر گرفته نشده است. بهترین حالت برای پیوستگی در این رساله بیان شده است.

مشاهدات ما مربوط به گذار بین ماده‌سته‌ای، سیستم اینستنتون‌ها با شامه‌های طعم وصل شده، و مواد کواری متقارن دستینه در حالتی که نظریه کوانتومی رنگ بسیار چگال است. البته این پیوستگی به طور مستقیم اتصال ماده‌سته‌ای پایدار در پایین‌ترین چگالی‌ها با پایدارترین مواد کواری فوق چگال نیست. این مسیر پیوستگی به سمت نقاط ایستا در حالت‌های نیمه پایدار

و ناپایدار از پتانسیل‌ها می‌رود که اصولاً گذار فاز واقعی بین مواد کوارکی و هسته‌ای به صورت مرتبه اول هستند وقتی ما در حد دستینه هستیم این طبیعی است که گذار فاز از مواد هسته‌ای به مواد کوارکی به طور پیوسته نمی‌باشد به دلیل اینکه تقارن دستینه، دقیق است. بنابراین در نظر گرفتن جرم کوارک مساله را دقیق‌تر خواهد کرد که این کار در مقاله [۶۸] انجام شده است.

در این رساله به مسائل امکان‌پذیر برای فاز ماده‌ی هسته‌ای مدل ساکایی سوگیموتو در حد غیرفشرده تمرکز کردیم. علت استفاده ما در این حد این بود که علاقه مند به گذار فاز دستینه امکان‌پذیر به ماده کوارکی بودیم علاوه بر نتیجه نظری اصلی، ما نگاهی به کاربردهای پدیده‌شناسی آن داشتیم. به عنوان مثال تطابق پارامترهای مدل $(\lambda, L, M_{kk}, \gamma_0, \rho_0)$ را به خواص ماده هسته‌ای را در حالت اشباع شدگی در نظر گرفتیم. برای این منظور ضروری است تا تعداد پارامترهای مدل را از ۳ به ۵ افزایش دهیم.

خواص ماده هسته‌ای در حالت اشباع شدگی :

(الف) چگالی اشباع^۱ : چگالی که در آن انرژی بستگی مقدار حداقلی دارد [۲۹] در ماده هسته ای چگالی اشباع در حدود $\frac{baryon}{fm^3} \approx 0.15$ و انرژی بستگی متناظر با آن برای هر نوکلئون در حدود ۱۶ MeV است. چگالی هسته اتم است که میانگین آن حدود $10^{-17} \times 1/3$ کیلوگرم در متر مکعب است. فاکتور توصیفی چگالی هسته ای نیز در شرایطی که در آن چگالی بالایی نیز وجود دارد مانند ستاره های نوترونی اعمال می شود تراکم هسته ای برای یک هسته معمولی می تواند تقریباً از اندازه هسته محاسبه شود، که خود می تواند تقریباً براساس تعداد پروتون ها و نوترون ها در آن باشد

(ب) انرژی بستگی^۲ : مقدار انرژی مورد نیاز برای جداسازی نوکلئون از هسته

(ج) ضریب تراکم پذیری هم دما^۳ : مفهوم ترمودینامیکی : اثر تغییر فشار بر حجم یک سیستم هیدرواستاتیکی است هنگامی که دما ثابت نگه داشته شود این کمیت با κ نمایش داده می شود [۳۰].

ضریب تراکم‌ناپذیری هم‌دما^۴ : خاصیت ترمودینامیکی مواد هسته ای در چگالی اشباع که می توان به صورت تقریبی در آزمایشگاه تعیین کرد و مقدارش را برای تطبیق مدل های تئوری استفاده نمود [۲۹] این کمیت میزانی برای سختی مواد هسته ای است یک مقدار بزرگ این کمیت متناظر با ماده سخت است

$$\kappa = \frac{1}{\chi} = n_B \frac{\partial P}{\partial n_B}$$
 (است این رابطه می گوید که یک ماده نرم، یک تغییر کوچک فشار بر تغییر چگالی

فایده دیگری که برای کار در این حد (که دلیلی برای کار کردن در هندسه غیر حبس شده است زیرا در این حد دینامیک گلوئون جداشدنی است) داشتیم این بود که دیگران روی فاز

^۱ Saturation density

^۲ binding energy

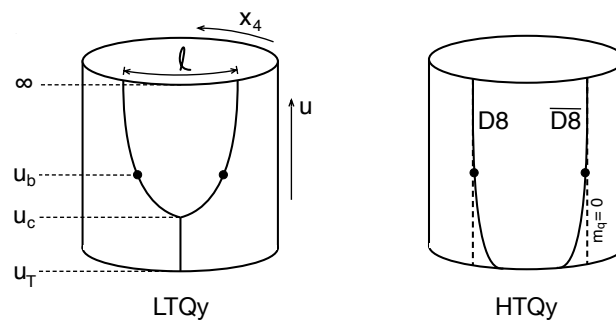
^۳ compressibility

^۴ incompressibility

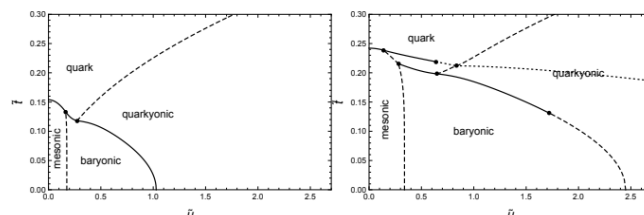
حبس شده^۵ کار کرده بودند که وابستگی دمایی غیر بدیهی دارد. در این رساله با یک مجموعه پارامتر کار کرده ایم ولی در آینده می توان به تعداد پارامترهای بیشتری در فضای پارامتر اشاره کرد. برای مثال دیده شد که با انتخاب این پارامترها، گذار فاز کایرال در چگالی باریونی های بالاتری اتفاق افتاده است. البته این مقدار بزرگ در مقایسه با پیشگویی سایر مدل ها می باشد. بسیار جذاب خواهد بود که آیا انتخاب پارامترهای دیگری که با خاصیت های مواد هسته ای تطابق دارد باعث تفاوت در این نقطه گذار خواهد شد. همچنین سرعت صوت را محاسبه نموده تا نتایج را به مواد چگال ارتباط دهیم. این نتایج نشان می دهد که سرعت صوت رفتاری غیرخطی در مواد هسته ای دارد که مقدار ماکزیمم آن، بزرگتر از مقدار فاز کوارکی است. که قبل از گذار فاز به ماده کوارکی اتفاق می افتد.

در قسمت بعدی پارامترهای تغییر شکل را وابسته به دما در نظر گرفته و این وابستگی باعث اضافه شدن جملاتی به آنتروپی گردید. با توجه به اثرات دما و جملات اضافه شده به آنتروپی به بررسی رفتار پیوستگی در حضور دما و کمیت های سرعت صوت و نمودارهای فاز در حالتی که برهم کنش بین باریون ها لحاظ شود یا نادیده گرفته شود پرداخته شد متوجه شدیم که تغییر پارامترها چه در حالت برهم کنشی و غیربرهم کنشی، مقدار پتانسیل شیمیایی بحرانی گذار فاز از حالت باریونی به کوارکی را تغییر می دهد ولی برخلاف آنچه که در مرجع [۱۵] داشتیم که تغییرات پارامتر γ_0 گستره پتانسیل شیمیایی بحرانی را در محدوده ستاره های نوترونی قرار می دهد. تفاوتی که در این رساله با مرجع [۱۵] وجود دارد این است که پارامترهای ρ و γ علاوه بر وابستگی به u_c و دما به λ ثابت جفت شدگی توفت نیز وابسته هستند با تغییر هر سه پارامتر به گستره دلخواه رسیده نشد. و همچنین در حالت برهم کنشی با تغییر ساختار شبکه اینستنتون ها، نتیجه دلخواه حاصل نگردید تنها مطلبی که متوجه شدیم این بود که کاهش پارامتر λ مقدار این پتانسیل شیمیایی بحرانی را کاهش می دهد. و همچنین پتانسیل شیمیایی بحرانی در ساختار شبکه fcc کمتر از حالت $cubic$ است که شاید به دلیل کم بودن فاصله همسایگی در fcc است و این مورد این امکان را فراهم می کند که زودتر گذار فاز کوارکی حاصل شود.

^۵confined phase



شکل ۱.۴: شکل هندسی ماده کوآرکیونیک



شکل ۲.۴: شکل هندسی ماده کوآرکیونیک

نگاهی به آینده

- همانطور که در چکیده اشاره شد ساختار فاز کرمودینامیک کوانتومی در چگالی باریونی‌های بزرگ اما نه خیلی بزرگ، به طور کامل درک نشده است ساختارهای فازی متفاوتی برای این ناحیه بیان شده همانند فاز ابررسانایی، اما از روش‌ها و نتایج اختلالی استفاده می‌شود.

یک کاندید دیگری برای این ناحیه فازی وجود دارد که کوآرکیونیک^۶ نامیده می‌شود که برای تعداد رنگ بیشمار QCD بیان شده است در مقاله [۶۸] این فاز به طور مجزا توسط مدل هولوگرافی ساکایی-سوگیموتو بیان شده است. و قابلیت مقایسه با فاز کوآرکی و باریونی را به طور مستقل دارد که هندسه آن به طور شماتیک در شکل (۱.۴) بیان شده است. چیزی که در نمودار (۲.۴) دیده می‌شود گذار فاز به ماده کوآرکیونیک در $\mu \approx 970 MeV$ و برای حالتی که جرم پایون را داشته باشیم $\mu \approx 2/3 GeV$ می‌باشد این مقدار به نسبت ستاره‌های نوترونی خیلی بزرگ است ولی در دمای غیر صفر این پتانسیل شیمیایی در حدود $500 MeV$ می‌باشد و این گذار در دمای $T_c = 80 MeV$ اتفاق می‌افتد که در این حالت می‌توان به ستاره‌های نوترونی در حال ادغام رسید. در این مقاله، فاز کوآرکیونیک به گونه‌ای ساخته شده که باریون به صورت نقطه‌گونه است می‌توان این باریون‌ها را به صورت اینستانتون‌های که دارای سایز مشخصی هستند در نظر گرفت و بعد از آن مساله را حل نمود.

^۶Quarkyonic

● یافتن معادله حالت برای ستاره‌های فشرده مهم است زیرا که یافتن معادله حالتی واقعی برای پیشگویی نشانه‌های امواج گرانشی که از ادغام دو ستاره نوترونی یا یک ستاره نوترونی با یک سیاه‌چاله در دمای صفر و غیرصفر حاصل می‌شود ضروری است خصوصاً مدل هولوگرافی که ما استفاده می‌کنیم به گونه‌ای است که قابلیت توصیف تمام فازهای مربوط را دارد در مقاله [۶۹] با استفاده از این مدل و در نظرگرفتن فاز باریونی نقطه‌گونه معادله حالت را برای ماده‌هسته‌ای یافتند که با توجه به پیشرفت مدل می‌توان برای هردو ناحیه نوشت

بادانستن پتانسیل کانونی بزرگ $\Omega[\mu, T]$ و همچنین ارتباط بین کمیت‌های ترمودینامیکی می‌توانیم معادله‌حالت را بیابیم برای شرایطی که در پایان نامه داشتیم یعنی اینستانتون‌ها نقطه‌گونه نیستند و برهم‌کنش بین آنها را در نظرگرفتیم محدوده فشار نوترونی حاصل نگردید تا ما بتوانیم معادله‌حالت آن را بیابیم هرچند در این راستا بهبودهای صورت گرفته‌است [۶۸، ۶۰]. هرچند از طریق سایر مدل‌های هولوگرافی مانند مرجع [۷۰] مساله معادله‌حالت بررسی شده است.

مراجع

- [۱] احمدوند م، (۱۳۹۷)، پایان نامه دکتری: ”گذار فازهای مرتبه اول در تحول کیهان، امواج گرانشی و باریون زایی”، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود،
- [۲] ملاباشی ع، (۱۳۹۳)، پایان نامه دکتری: ”بررسی جنبه‌هایی از درهم‌تنیدگی از دیدگاه نظریه میدان و هولوگرافی”، پژوهشکده دانش‌های بنیادی
- [۳] قدیری س، (۱۳۹۲)، پایان نامه کارشناسی ارشد: ”محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT ”، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [4] Y. Kim, M. Rho, T. Tsukioka and D. Yi, *Towards Dense Nuclear Matter in A Modified Sakai-Sugimoto Model*. epjconf (2012) 2003004.
- [5] Natowitz J.B., Hagel K., Ma Y., Murray M., Qin L., Wada R., Wang J. *Limiting temperatures and the equation of state of nuclear matter*. Phys. Rev. Lett. 2002, 89, 212701.
- [6] Bazavov, A., Bhattacharya, T., Cheng, M., DeTar, C., Ding, H.T., Gottlieb, S., Gupta, R., Hegde, P., Heller, U.M., Karsch, F., et al. *The chiral and deconfinement aspects of the QCD transition*. Phys. Rev. D 2012, 85, 054503.
- [7] A. Rebhan, *The Witten-Sakai-Sugimoto model: A brief review and some recent results*, EPJ web of conferences, (2014) ,[arXiv:1410.8858].
- [8] N. F. Bastian, D. Blaschke, T. Fischer and G. Röpke, *Towards a Unified Quark-Hadron-Matter Equation of State for Applications in Astrophysics and Heavy-Ion Collisions*, universe 2018.
- [9] M. Rozali, J. B. Stang & M. van Raamsdonk, *Holographic Baryons from Oblate Instantons*. JHEP 1402, 044 (2014) [arXiv:1309.7037 [hep-th]].
- [10] F. Preis & A. Schmitt, *Layers of deformed instantons in holographic baryonic matter*, JHEP 07(2016) 001 [arXiv:1606.00675 [hep-ph]].

- [11] K. Hashimoto, T. Sakai & S. Sugimoto, *Nuclear Force from String Theory* ,
Prog. Theor. Phys. 122, 427 (2009) [arXiv:0901.4449 [hep-th]].
- [12] K. Y. Kim and I. Zahed, *Nucleon-Nucleon Potential from Holography*, JHEP
0903, 131 (2009) [arXiv:0901.0012 [hep-th]].
- [13] A. Haber and A. Schmitt, *Critical magnetic fields in a superconductor coupled
to a superfluid*, Phys. Rev. D 95, no. 11, 116016 (2017) [arXiv:1704.01575
[hep-th]].
- [14] S. w. Li, A. Schmitt & Q. Wang, *From holography towards real-world nuclear
matter* , Phys. Rev. D 92, no. 2, 026006 (2015) [arXiv:1505.04886 [hep-ph]].
- [15] F. Preis , A. Schmitt, *Phases of dense matter with holographic instantons* ,
EPJ Web Conf. 137, 09009 (2017) [arXiv:1611.05330 [hep-ph]].
- [16] M. Elliot-Ripley, P. Sutcliffe and M. Zamaklar. *Phases of kinky holographic
nuclear matter* , JHEP 1610, 088 (2016) [arXiv:1607.04832 [hep-th]]..
- [17] A. Heinz, F. Giacosa & D. H. Rischke, *Chiral density wave in nuclear matter*
 , Nucl. Phys. A 933, 34 (2015) [arXiv:1312.3244 [nucl-th]].
- [18] F. Preis, A. Rebhan & A. Schmitt, *Holographic baryonic matter in a back-
ground magnetic field* , J. Phys. G 39, 054006 (2012) doi:10.1088/0954-
3899/39/5/054006 [arXiv:1109.6904 [hep-th]].
- [19] S. Aoki, K. Hashimoto & N. Lizuka, *Matrix Theory for Baryons: An
Overview of Holographic QCD for Nuclear Physics* , doi: 10.1088/0034-
4885/76/10/104301 [arXiv:1203.5386 [hep-th]].
- [20] M. Natsuume , *AdS/CFT Duality User Guide* , [arXiv:1409.3575 [hep-th]].
- [21] Y. Kim, I. J. Shin & T. Tsukioka, *Holographic QCD: Past, Present, and Future*
 ,doi: 10.1016/j.ppnp.2012.09.002 [arXiv:1205.4852 [hep-ph]].
- [22] M. F. Atiyah, N. J. Hitchin, V. G. Drinfeld & Y. I. Manin, Phys. Lett. A 65,
185 (1978).
- [23] K. Y. Kim and I. Zahed, *Nucleon-Nucleon Potential from Holography* JHEP
0903, 131 (2009) , [arXiv:0901.0012 [hep-th]]. .
- [24] H. Osborn, *calculation of multi-instanton determinants* Nucl. Phys. B 159, 497
(1979).

- [25] T. Sakai, S. Sugimoto, *Low energy hadron physics in holographic QCD* Prog.Theor.Phys. 113, 843 (2005), [arXiv: hep-th/0412141] .
- [26] T. Sakai, S. Sugimoto, *More on a holographic dual of QCD* Prog.Theor.Phys. 114, 1083 (2005), [arXiv: hep-th/0507073].
- [27] J.M. Maldacena, *The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity* Adv.Theor.Math.Phys. 2, 231 (1998), [arXiv: hep-th/9711200].
- [28] H. Hata, T. Sakai, S. Sugimoto, S. Yamato, *Baryons from instantons in holographic QCD* Prog.Theor.Phys. 117, 1157 (2007), [arXiv:hep-th/0701280].
- [29] A. Schmitt, *Dense matter in compact stars - A pedagogical introduction* , Lect.Notes Phys.811:1-111 (2010), [arXiv:1001.3294 [astro-ph.SR]].
- [30] <https://en.wikipedia.org>
- [31] B.-J. Schaefer, M. Wagner, and J. Wambach, *Thermodynamics of $(2 + 1)$ -flavor QCD: Confronting models with lattice studies*, Phys. Rev. D 81, 074013 (2010).
- [32] B.-J. Schaefer, J.M. Pawłowski, and J. Wambach, *Phase structure of the Polyakov-quark-meson model* , Phys. Rev. D 76, 074023 (2007).
- [33] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity*, Phys. Rev. 122, 345 (1961).
- [34] J. D. Walecka, *A theory of highly condensed matter*, Ann. Phys. (N.Y.) 83, 491 (1974).
- [35] S. Floerchinger and C. Wetterich, *Chemical freeze-out in heavy ion collisions at large baryon densities* , Nucl. Phys. A890-891, 11 (2012).
- [36] Griffiths D, "Introduction to elementary particle "
- [37] M. Stephanov, *QCD phase diagram: an overview*, [arXiv:hep-lat/0701002v1]
- [38] Simon Hands, *The Phase Diagram of QCD* , [arXiv:physics/0105022v1 [physics.ed-ph]]
- [39] A. Schmitt, *Dense matter in compact stars*, Lect.Notes Phys.811:1-111,2010 , [arXiv:1001.3294v2]
- [40] B. Zwiebach, *A first course in string theory*, (1954)
- [41] M. Natsuume, *AdS/CFT Duality User Guide*, Lecture Notes in Physics 903, [arXiv:1409.3575]

- [42] N. Evans, K.-Y. Kim, M. Magou, Y. Seo, and S.-J. Sin, *JThe Baryonic Phase in Holographic Descriptions of the QCD Phase Diagram*. High Energy Phys. 09 (2012) 045.
- [43] N. Horigome, Y. Tanii, JHEP 0701, 072 (2007), *Holographic chiral phase transition with chemical potential*, hep-th/0608198
- [44] J. P. Blaizot, J. F. Berger, J. Decharge and M. Girod, *Microscopic and macroscopic determinations of nuclear compressibility*, Nucl.Phys. A591 (1995) 435.
- [45] D. H. Youngblood, Y. W. Lui, H. L. Clark, B. John, Y. Tokimoto et al., *Isoscalar $E0 - E3$ strength in $Sn-116$, $Sm-144$, $Sm-154$, and $Pb-208$* , Phys.Rev. C69 (2004) 034315.
- [46] T. Sakai and S. Sugimoto, *Low energy hadron physics in holographic QCD*, Prog.Theor.Phys. 113 (2005) 843 [hep-th/0412141].
- [47] S. Seki and J. Sonnenschein, *Comments on Baryons in Holographic QCD*, JHEP 0901 (2009) 053 [0810.1633].
- [48] A. Cherman and T. Ishii, *Long-distance properties of baryons in the Sakai-Sugimoto model*, Phys.Rev. D86 (2012) 045011 [1109.4665].
- [49] E. Corrigan, P. Goddard, H. Osborn and S. Templeton, *Zeta Function Regularization and Multi - Instanton Determinants*, Nucl. Phys. B159 (1979) 469.
- [50] E. Corrigan and P. Goddard, *Construction of Instanton and Monopole Solutions and Reciprocity*, Annals Phys. 154 (1984) 253.
- [51] S. Floerchinger and M. Martinez, *Fluid dynamic propagation of initial baryon number perturbations on a Bjorken flow background*, Phys. Rev. C92 (2015) 064906 [1507.05569].
- [52] P. Bedaque and A. W. Steiner, *Sound velocity bound and neutron stars*, Phys. Rev. Lett. 114 (2015) 031103 [1408.5116].
- [53] C. Hoyos, N. Jokela, D. Rodríguez Fernández and A. Vuorinen, *Breaking the sound barrier in AdS/CFT* , Phys. Rev. D94 (2016) 106008 [1609.03480]
- [54] C. Ecker, C. Hoyos, N. Jokela, D. Rodríguez Fernández and A. Vuorinen, *Stiff phases in strongly coupled gauge theories with holographic duals*, JHEP 11 (2017) 031 [1707.00521].

- [55] I. Tews, J. Carlson, S. Gandolfi and S. Reddy, *Constraining the speed of sound inside neutron stars with chiral effective field theory interactions and observations*, *Astrophys. J.* 860 (2018) 149 [1801.01923].
- [56] E. S. Fraga, M. Hippert and A. Schmitt, *Surface tension of dense matter at the chiral phase transition*, 1810.13226.
- [57] M. Elliot-Ripley, P. Sutcliffe and M. Zamaklar, *Phases of kinky holographic nuclear matter*, *JHEP* 10 (2016) 088 [1607.04832].
- [58] K. Hashimoto, N. Iizuka and T. Nakatsukasa, *N-Body Nuclear Forces at Short Distances in Holographic QCD*, *Phys. Rev. D* 81 (2010) 106003 [0911.1035].
- [59] K. Hashimoto and N. Iizuka, *Three-Body Nuclear Forces from a Matrix Model*, *JHEP* 11 (2010) 058 [1005.4412].
- [60] N. Kovensky and A. Schmitt, *Heavy Holographic QCD*, *JHEP* 02 (2020) 096, [arXiv:1911.08433]
- [61] B.-J. Schaefer, J. M. Pawłowski and J. Wambach, *The Phase Structure of the Polyakov-Quark-Meson Model*, *Phys.Rev. D* 76 (2007) 074023 [0704.3234].
- [62] L. F. Palhares and E. S. Fraga, *Droplets in the cold and dense linear sigma model with quarks*, *Phys. Rev. D* 82 (2010) 125018 [1006.2357].
- [63] M. Buballa, *NJL model analysis of quark matter at large density*, *Phys.Rept.* 407 (2005) 205 [hep-ph/0402234].
- [64] C. Hoyos, D. Rodriguez Fernandez, N. Jokela and A. Vuorinen, *Holographic quark matter and neutron stars*, *Phys. Rev. Lett.* 117 (2016) 032501 [1603.02943].
- [65] G. Aart, C. Allton, D. D. Boni, S. Hands, B. Jager, C. Praki et al., *Light baryons below and above the deconfinement transition: medium effects and parity doubling*, *JHEP* 034(2017) 1706 [1703.09246]
- [66] J. M. Torres-Rincon, B. Sintes and J. Aichelin, *Flavor dependence of baryon melting temperature in effective models of QCD*, *Phys. Rev. C* 91(2015) 065206 [1502.03459].
- [67] D. Zschesche, S. Schramm, J. Schaffner-Bielich, H. Stocker and W. Greiner, *Particle ratios at RHIC: Effective hadron masses and chemical freeze-out*, *Phys.Lett. B* 547(2002) 7 [nucl-th/0209022v2]

- [68] N. Kovensky and A. Schmitt, *Holographic quarkyonic matter*,
[arXiv:2006.13739]
- [69] Kilar Zhang, Takayuki Hirayama, Ling-Wei Luo, Feng-Li Lin, *Compact Star of Holographic Nuclear Matter and GW170817* Phys.Lett.B801(2019) 135176,
[arXiv:1902.08477]
- [70] K. Bitaghsir Fadafan, J. Cruz Rojas, and N. Evans, *Deconfined, Massive Quark Phase at High Density and Compact Stars: A Holographic Study*, Phys. Rev. D 101 (2020), no. 12 126005, [arXiv:1911.12705].

پیوست آ

اثبات رابطه تولمن-اپنهایمر-ولکوف

در زیر به اثبات رابطه تولمن-اپنهایمر-ولکوف می پردازیم. این رابطه برای شاره کامل و با استفاده از نسبیت عام که شامل جمله های تانسور انیشتین $G_{\mu\nu}$ و تانسور انرژی مومنتوم $T_{\mu\nu}$ است.

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \Lambda \pi G T_{\mu\nu} \quad (1.A)$$

در رابطه بالا R اسکالر ریچی و $R_{\mu\nu}$ تانسور ریچی می باشد. متریک برای یک شاره کامل متقارن به صورت زیر است.

$$(ds)^2 = e^\nu dt^2 - e^\lambda dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (2.A)$$

در رابطه بالا ν و λ وابسته به r هستند. تانسور انرژی مومنتوم برای شار کامل به صورت زیر است:

$$T_t^t = -\rho(r) \quad T_r^r = T_\theta^\theta = T_\phi^\phi = p(r) \quad (3.A)$$

متریک و عناصر انرژی مومنتوم را در رابطه (۱.آ) قرار می دهیم در این صورت داریم:

$$\begin{aligned}\Lambda\pi G\rho e^{\nu} &= \frac{e^{\nu}}{r^2}\left(1 - \frac{d}{dr}re^{-\lambda}\right) \\ -\Lambda\pi Gpe^{\lambda} &= \frac{-rv' + e^{\lambda} + 1}{r^2}\end{aligned}\quad (۴.آ)$$

با استفاده از رابطه اول (۴.آ) و همچنین دانستن $m(r) = \int_0^R 4\pi r^2 \rho dr$ می توان داشت:

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2Gm}{r} \quad (۵.آ)$$

با قرار دادن این عبارت در رابطه دوم معادله (۴.آ) داریم:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{1}{r}\left(1 - \frac{2Gm}{r}\right)^{-1}\left(\frac{2Gm}{r} + \Lambda\pi Gr^2p\right) \quad (۶.آ)$$

از طرفی مشتق هموردای $\nabla_{\mu}T^{\mu}_{\nu} = 0$ می باشد بنابراین داریم:

$$0 = \nabla_{\mu}T^{\mu}_{\nu} = -\frac{dP}{dr} - \frac{1}{r}(p + \rho)\frac{dv}{dr} \quad (۷.آ)$$

با استفاده از رابطه (۶.آ) و (۷.آ) رابطه TOV را می یابیم.

Abstract

Combining nuclear matter and quark matter in the same calculation on a microscopic level is very challenging, besides the theoretical motivation just discussed, such studies are highly desired in the context of neutron stars, where for instance mass and radius, but also gravitational wave signals from neutron star mergers.

Therefore, various studies exist which combine two distinct models, one with nucleons as degrees of freedom, one with quarks as degree of freedom. They are then either glued together at a first-order phase transition, or a smooth interpolation is introduced between the two phases. In either case, these approaches have no predictive power for the nature and the location of the quark-hadron phase transition. Our present approach, based on the gauge/gravity duality, is at best a distorted version of QCD, in some sense similar to an NJL model, which however *does* have a well-defined concept of baryons in a chirally broken phase and of chirally symmetric quark matter.

In this thesis, We study dense nuclear and quark matter within a single microscopic approach, namely the holographic Sakai-Sugimoto model. Nuclear matter is described via instantons in the bulk, and we show that instanton interactions are crucial for a continuous connection of chirally broken and chirally symmetric phases. The continuous path from nuclear to quark matter includes metastable and unstable stationary points of the potential, while the actual chiral phase transition remains of first order, as in earlier approximations. We show that the model parameters can be chosen to reproduce low-density properties of nuclear matter and observe a non-monotonic behavior of the speed of sound as a function of the baryon chemical potential, as suggested by constraints from QCD and astrophysics.

In addition to these results (nuclear and quark continuity As well as the speed of sound ..) was checked for the case that the temperature has a value of non-zero.



Faculty Of Physics

PhD Thesis in Numerical Analysis

Holographic equation of state for compact stars

By: Farideh Kazemian

Supervisor:

Kazem Bitaghsir Fadafan

Advisor:

Andreas Schmitt

April 2020