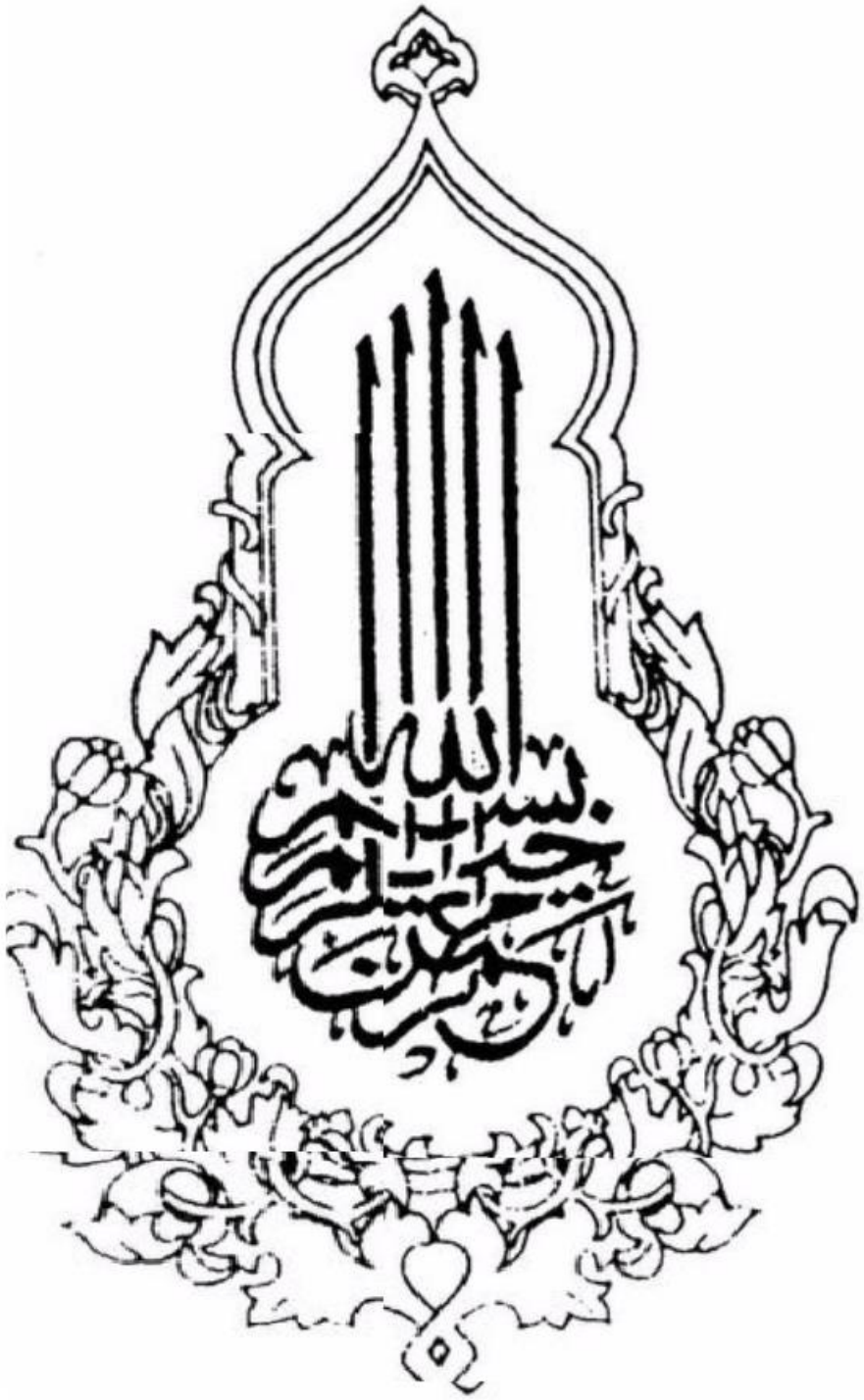

بسم الله الرحمن الرحيم

**دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای**

**رشته فیزیک گرایش هسته‌ای**

پایانامه کارشناسی‌ارشد

# مطالعه برهم کنش خوشه های آلفا و نوکلئون ها در ایزوتوپ های $^{14}C$ و $^{14}O$

نگارنده: **زهرا داودیان**

استاد راهنما: **دکتر محمد رضا شجاعی**

**شهریور ۱۳۹۸**

**دانشگاه شاهرود**

**دانشکده: فیزیک و مهندسی هسته‌ای**

**گروه: فیزیک هسته‌ای**

پایان نامه کارشناسی ارشد زهرا داودیان

تحت عنوان:

مطالعه برهم کنش خوشه های آلفا و نوکلئون ها در ایزوتوپ های $^{14}C$ و $^{14}O$ در تاریخ ..... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه ..... مورد پذیرش قرار گرفت.

| اساتید راهنما | امضاء | اساتید مشاور | امضاء |
|---|---|---|---|
| نام و نام خانوادگی:<br>دکتر محمد رضا شجاعی | | نام و نام خانوادگی: | |
| نام و نام خانوادگی: | | نام و نام خانوادگی: | |

| اساتید داور | امضاء | نماینده تحصیلات تکمیلی | امضاء |
|---|---|---|---|
| نام و نام خانوادگی: | | نام و نام خانوادگی: | |
| نام و نام خانوادگی: | | | |
| نام و نام خانوادگی: | | | |

# تقدیم اثر

تقدیم به همه عزیزان جویای علم

# تشکر و قدردانی

سپاس بی کران از الطاف الهی و  پدر و مادر مهربان و دلسوز و همسری صبور و استادان گرانقدرم را دارم، که در این راه بنده را حمایت کردند.

# تعهد نامه

اینجانب **زهرا داودیان** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **فیزیک هسته‌ای** دانشکده فیزیک و مهندسی

هسته‌ای دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده **مطالعه برهم کنش خوشه های آلفا و نوکلئون ها در ایزوتوپ های $^{14}C$ و $^{14}O$** تحت راهنمائی **دکتر محمد رضا شجاعی**متعهد میشوم.

– تحقیقات در این پایاننامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.

– در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.

–مطالب مندرج در پایاننامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.

– کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود»

و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .

– حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایاننامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایانامه

رعایت میگردد.

– در کلیه مراحل انجام این پایاننامه، در مواردی که از موجود زنده( یا بافتهای آنها )استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

–در کلیه مراحل انجام این پایانامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

**تاریخ**

**امضای دانشجو**

**مالکیت نتایج و حق نشر**

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای ، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .

استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

## چکیده

هدف اصلی این کار پژوهشی، دستیابی به یک مدل مناسب در رویکرد غیرمیکروسکوپی جهت مطالعه برهم کنش خوشه های آلفا و نوکلئون ها و محاسبه شعاع و انرژی و ضرایب پتانسیل پیشنهادی برای چند تراز پایه و برانگیخته در ایزوتوپ‌های $^{14}O$ و $^{14}C$ است و یک معادلهٔ مناسب برای توصیف ساختار هسته‌ای ارائه شده است. ما محاسبات مقادیر انرژی و ضرایب پتانسیل و شعاع را با دو پتانسیل مجزای بهبود یافته هولسن و یوکاوای مرتبه دوم و پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم انجام دادیم. برای بررسی و انجام محاسبات از معادله شرودینگر و به منظور حل تحلیلی آن از روش پارامتری NU استفاده شده است. هر دو محاسبات توسط دو پتانسیل و مدل سه ذره‌ای صورت گرفته و به نتایج قابل توجهی دست یافتیم.

**کلمات کلیدی**: معادله شرودینگر، ریشه میانگین مربع شعاع باری، ویژه‌مقادیر انرژی، هسته‌های آینه-ای، روش تحلیلی PNU.

# فهرست


فصل اول: نیروی هسته ای وپتانسیل ها ..... ۱

۱-۱مقدمه ..... ۲

۱-۲-۱ خواص نیروی هستهای ..... ۳

۱-۳ برهمکنش نوکلئون – نوکلئون ..... ۴

۱-۳-۱ انواع نواحی در برهمکنش سیستم نوکلئون - نوکلئون ..... ۵

۱-۴ تاریخچه پتانسیل در برهمکنش های نوکلئون – نوکلئون ..... ۷

۱-۵ پتانسیل ها در برهم کنش بین نوکلئون – نوکلئون ..... ۸

۱ – ۶ پتانسیل های نوکلئون – نوکلئون ..... ۹

۱-۶- ۱پتانسیل هامادا- جانستون (HJ) ..... ۱۰

۱-۶-۲ پتانسیل گروه ییل ..... ۱۱

۱-۶- ۳ پتانسیل Yukawa: ..... ۱۱

فصل دوم: ویژگی هسته ها و مدل های هسته ای ..... ۱۳

۲- ۱ مقدمه ..... ۱۴

۲-۲ ویژگی هسته ها ..... ۱۵

۲-۴ مدل های هستهای ..... ۱۷

۲-۵ مدل خوشهای ..... ۱۸

۲-۷ پدیده خوشه شدن ..... ۲۲

۲-۸ایزوتوپها ..... ۲۵

۲-۸-۱ ایزوتوپهای زوج- زوج ..... ۲۵

۲- ۹ ایزوتوپ کربن ..... ۲۶

نقش $^{14}C$ در تعیین عمر اشیاء باستانی: ..... ۲۸

۲-۱۰ ایزوتوپ اکسیژن ..... ۳۲

۲-۱۱ مروری بر بررسی خواص هسته های $^{14}C$ و $^{14}O$ ..... ۳۵

۲-۱۲ روش NU ..... ۳۶

۲-۱۲ مروری بر روش PNU: ..... ۳۸

فصل سوم: محاسبات ..... ۴۱

۳-۱ محاسبه ی برخی ویژگی های استاتیکی ..... ۴۲
۳-۲ بررسی ویژگی های استاتیکی $^{14}C$ با رویکرد مدل خوشه ای..... ۴۲
۳-۳ بررسی ویژگی های استاتیکی $^{14}O$ با رویکرد مدل خوشه ای ..... ۵۲
۳-۴ محاسبه شعاع، انرژی و ضرایب پتانسیل دو ایزوتوپ $^{14}C$ و $^{14}O$ با پتانسیل بهبود یافته هولسن و یوکاوای مرتبه دوم..... ۵۸
۳-۵ محاسبه خواص استاتیکی $^{14}C$ با توجه به رویکرد مدل خوشه ای و به صورت دو ذره ای ..... ۶۳
نتیجه گیری ..... ۶۹

## فهرست جدول‌ها

**فصل دوم**

**جدول(۲-۱): برخی خواص استاتیکی ایزوتوپ های کربن ..... ۳۰**

**جدول(۲-۲): برخی خواص استاتیکی ایزوتوپ های اکسیژن۱۴ .....۳۳**

**فصل سوم**

**جدول (۳-۱): انرژی حالت پایه و برانگیخته برای ایزوتوپ $^{14}C$ در مدل (سه جسمی) .....۵۰**

**جدول (۳-۲): جذر میانگین شعاع باری کربن۱۴ .....۵۱**

**جدول (۳-۳): انرژی حالت پایه و برانگیخته برای ایزوتوپ $^{14}O$ در مدل (سه جسمی) .....۵۶**

**جدول (۳-۴): جذر میانگین مربع شعاع باری ایزوتوپ $^{14}O$ در حالت پایه (سه جسمی) .....۵۷**

**جدول (۳-۵): انرژی حالت پایه و دو حالت برانگیخته برای ایزوتوپ $^{14}O$ .....۶۱**

**جدول (۳-۶): انرژی حالت پایه ودو حالت برانگیخته ایزوتوپ $^{14}C$ .....۶۱**

**جدول (۳-۸): جذر میانگین مربع شعاع باری ایزوتوپ $^{14}C$ در حالت پایه (دو جسمی) .....۶۷**

**جدول (۳-۹): انرژی حالت پایه و برانگیخته برای ایزوتوپ $^{14}C$ در مدل (دو جسمی) .....۶۷**

## فهرست شکل ها

فصل دوم

شکل(۲-۱): نمونه ای از مدل خوشه ای برخی هسته ها ..... ۱۹

نمودار(۲-۱): نمودار آیکدا ..... ۲۳

شکل(۲-۲): نمایش ساختار سه ایزوتوپ ..... ۲۷

شکل(۲-۳): اهمیت کربن۱۴ در باستان شناسی ..... ۲۹

شکل(۲-۴): تراز های انرژی ایزوتوپ کربن۱۴ ..... ۳۱

شکل(۲-۵) تراز های انرژی ایزوتوپ اکسیژن۱۴ ..... ۱۰

فصل سوم

شکل(۳-۱): ارفتار تابع موج با توجه به پارامترهای پتانسیل..... ۵۲

شکل(۳-۲) رفتار تابع موج با توجه به پارامترهای پتانسیل برای دو ایزوتوپ کربن واکسیژن ..... ۵۸

# فصل اول

# نیروی هسته‌ای وپتانسیل‌ها

## ۱-۱مقدمه

به علت وجود پروتون با بار مثبت و نوترون با بار خنثی، محیط اطراف هسته دارای نیروی دافعه کولنی است. در نتیجه باید یک نیروی قوی، جاذب و دارای تعادل وجود داشته باشد که بتواند بر نیروی دافعه کولنی غلبه کرده و سبب پیوند نوکلئونها به یکدیگر شود. این نیرو را نیروی هسته‌ای می‌نامند. نخستین بار در سال ۱۹۳۲ جیمز چادویک پس از کشف نوترون و سپس یوکاوا در سال ۱۹۳۴به ماهیت و طبیعت نیروی هسته‌ای پی بردند. بعدها با کشف مزون و درک این حقیقت که مزون‌ها ترکیبی از کوارک‌ها و گلوئون‌ها هستند و دربین نوکلئون‌ها منتقل می‌شوند، نظریه‌ای مطرح شد که طبق آن مزون‌ها واسطه انتقال نیروی هسته‌ای و برهمکنش میان نوکلئون‌ها هستند. نیروی هسته‌ای دارای برد خیلی کوتاهی است. ابعاد هسته بسیارکوچک بوده، حدود ۱تا ۷ فرمی می‌باشد. هنگام بررسی رخدادهای اتمی و مولکولی باید از نیروی هسته‌ای چشم‌پوشی کرد.

نیروی هسته‌ای در فواصل کمتر از ۰/۷ فرمی بصورت دافعه و در فاصله حدود ۱فرمی بصورت جاذبه است و در فاصله حدود ۲/۵ فرمی این نیرو به شدت کاهش می‌یابد[۱].

### ۱-۲-۱ خواص نیروی هسته‌ای

برخی از خواص نیروی هسته‌ای عبارتند از:

- ✓ در فواصل کوتاه، نیروی هسته‌ای از نیروی کولنی قوی‌تر است، چرا که نیروی هسته‌ای بر نیروی دافعه کولنی که ناشی از پروتون‌ها در هسته است غلبه می‌کند.
- ✓ نیروی هسته‌ای کوتاه برد است، یعنی درابعاد اتمی دارای قدرت نیست و می‌توان ازآن صرف نظرکرد. برهم‌کنش بین هسته ها در مولکول‌ها بر اساس نیروی کولنی قابل درک است. انرژی بستگی نوکلئون‌ها درتمام هسته‌ها تقریبا ۸ مگا الکترون است، یعنی برای کندن یک نوکلئون در تمام هسته‌ها میزان انرژی یکسانی لازم است. در نتیجه می‌توان بیان کرد که هر نوکلئون تنها با تعداد معینی نوکلئون برهمکنش می‌کند و این خاصیت اشباع نیروی هسته‌ای می گویند[۲].
- ✓ تمام ذرات تحت تاثیر نیروی هسته‌ای قرار نمی‌گیرند. الکترون یکی از این ذرات است.
- ✓ نیروی هسته‌ای را می توان تقریبا مستقل از نوکلئون‌ها دانست، بدین گونه که نیروی بین پروتون-پروتون و یا پروتون – نوترون و یا نوترون – نوترون (با چشم پوشی از برهم‌کنشی کولنی میان پروتونها) تقریبا باهم برابر است. به این خاصیت استقلال بار نیروی هسته‌ای می گویند. بررسی هسته‌های آینه‌ای حقیقت استقلال باری نیروهای هسته‌ای را تایید می‌کند. هسته های آینه‌ای دارای عدد جرمی یکسانی هستند و تنها تفاوت در تعداد پروتونها و نوترونها است بطوری که تعداد پروتون یکی برابر تعداد نوترون دیگریست مانند کربن۱۴ و اکسیژن۱۴. مطالعه پراکندگی نوکلئون – نوکلئون ها نشان می‌دهد که مقادیر طول پراکندگی و برد موثردر پراکندگی پروتون- پروتون با مقادیر آن در پراکندگی نوترون- پروتون یکسان می‌باشد، پس نتیجه می‌گیریم که نیروی هسته‌ای مستقل از نوع نوکلئون‌هاست.

- ✓ نیروی هسته‌ای به اسپین وابسته است بدین معنی که به موازی و پاد موازی بودن جهت اسپین نوکلئون‌ها بستگی دارد. وابستگی نیروی هسته‌ای به اسپین را می توان بطور خلاصه به چند صورت بیان کرد:
- ✓ نیروی نوکلئون – نوکلئون نسبت به جنس (پروتون یا نوترون) نوکلئون دارای تقارن است. بدین معنی که پس از اصلاح نیروی کولنی در سیستم پروتون – پروتون فرقی بین برهم‌کنش پروتون- پروتون (pp) و برهمکنش نوترون – نوترون (nn) نمی‌کند. این نتیجه برگرفته از این امر است که طول های پراکندگی و همچنین برد های موثر در برهمکنش های nn و pp با هم مساوی‌اند.
- ✓ نیروی هسته‌ای وابسته به سرعت است در نتیجه پتانسیل های هسته‌ای به تکانه وابسته هستند.
- ✓ نیروی هسته‌ای یک مغزی دافعه است که سبب می شود نوکلئون‌ها در فاصله معنی از هم قرار بگیرند.

از آنجایی که نمی‌توان ساختار این مغزی را به راحتی مشخص کرد، به آن مغزی سخت می‌گویند. چگالی هسته ای وجود مغزی دافعه درنیروی هسته‌ای را اثبات می‌کند. چراکه با افزایش نوکلئون‌ها در هسته، فاصله میان نوکلئون‌ها و در نتیجه چگالی هسته‌ای ثابت می‌ماند، پس در فاصله خیلی کوتاه باید نیروی دافعه‌ای وجود داشته باشد که از نزدیکی بیش از حد نوکلئون‌ها جلوگیری کند[۳].

### ۱-۳ برهم‌کنش نوکلئون – نوکلئون

در فیزیک کوانتومی مفهوم برهم‌کنش همان نیرو در فیزیک نیوتنی است. برهم‌کنش باعث تغییر انرژی یک ذره یا مجموعه‌ای از ذرات می‌شود. اشکین و مارشاک در سال ۱۹۴۹ مطالعات گسترده‌ای در رابطه با برهم‌کنش پروتون – پروتون انجام دادند[۴]. محققان به این نتیجه رسیده‌اند که برهم کنش‌های

نوکلئون – نوکلئون به سه دسته عمومی قوی، ضعیف و الکترومغناطیس تقسیم می‌شوند. یکی از مهم-ترین و اساسی‌ترین مسائل در فیزیک هسته‌ای، مفهوم نیروی قوی است که در بین نوکلئون‌ها وجود دارد. این نیرو از نظریه کرمودینامیک کوانتومی (QCD)[1] تبعیت می‌کند (نظریه‌ای است که نیروی بین هسته‌ای قوی را توضیح می‌دهد. این نظریه به همراه الکترودینامیک کوانتومی و نظریه برهمکنش ضعیف، مدل استاندارد ذرات را تشکیل می‌دهند). درکرمودینامیک یک نوکلئون از

یک سیستم با ۳کوارک تشکیل شده است. برهم کنش نوکلئون – نوکلئون یعنی برهم کنش دو سیستم سه جسمی که در نهایت مسئله ۶ جسمی می‌شود که تا حدی پیچیده است. بنابراین برهم‌کنش موثر میان نوکلئون‌های نقطه‌ای را باید طبقه‌بندی کرد. از انواع برهم‌کنش‌های موثری که امروزه ارائه شده‌اند، پتانسیل‌های تبادل تک پایون یا بر پایه مدل‌های جدیدتر بنام پتانسیل‌های تبادلی مزونی است. با شروع ازکرمودینامیک کوانتومی (QCD) مشخص شد که بر هم‌کنش نوکلئون – نوکلئون بنیادی نیستند، ولی با این وجود امروزه در هر دیدگاه اولیه به موضوع ساختار هسته‌ای فرض بر این است که نوکلئون‌ها ذرات بنیادی می‌باشند.

### ۱-۳-۱ انواع نواحی در برهم‌کنش سیستم نوکلئون - نوکلئون

- **ناحیه بلند برد($r\leq 2fm$):** انرژی پتانسیل در برهم‌کنش دو نوکلئون، از نظریه میدانی مزونی تبعیت کرده و به صورت زیر است:

$$\emptyset(\vec{r}) = \frac{g}{4\pi r} e^{-\frac{mc}{\hbar}\vec{r}} \qquad (۱-۱)$$

$$r_0 = \frac{\hbar}{m_\pi c} = 1.4\ fm \qquad (۲-۱)$$

[1] *Quantum chromodynamics*

زمانی که ایده پتانسیل تک پایون ساده[1](OPE) برای نیروی هسته‌ای توسط یوکاوا در نظر گرفته شد، معلوم شد که داده‌های آزمایشگاهی تنها برای فاصله بین نوکلئونی بیشتر از ۲ فرمی برازش می‌شود و کاملا منطقی است، چرا که جرم پایون تقریبا ۱۴۰ $MeV/c^2$ که مطابق برد تقریبی ۱/۴ فرمی می‌باشد. در بردهای بیشتر از ۲ فرمی، پتانسیل در برهم‌کنش دو جسمی را از طریق نظریه مزونی یا از تغییر ساده‌ای که در فواصل بزرگ به‌دست می‌آید، بطوری که برهم‌کنش را بصورت دو قطبی در نظر می‌گیریم.

- **ناحیه میان برد($1\ fm \leq r \leq 2fm$) :**

ناحیه میان برد از طریق تبادل مزون‌های اسکالر به وجود می آید. این قسمت می‌تواند بصورت برهم‌نهی از پتانسیل های یوکاوای ساده باشد. مزون‌های اسکالر واقعی سیستمی از دو پایون با J=0 است.

- **ناحیه کوتاه برد ($r \leq 1fm$):**

در پراکندگی نوکلئون – نوکلئون بطور مثال در جابجایی فاز موج s درانرژی‌های بالا (بیشتر از ۳۰۰MeV) شامل داده‌های منفی است و این بخاطر دافعه بودن و وجود مغزی سخت است. هنگامی که دو نوکلئون می‌خواهند به هم نزدیک شوند چند نوع سد غیر قابل نفوذ بین آنها وجود دارد. ناحیه کوتاه برد با تبادل مزون های برداری (مزون های سنگین‌تر، تبادلات چند پایونی و اثرات کرومودینامیک کوانتومی) ایجاد می‌شود[۵].

[1] *One-pion exchange*

## ۱-۴ تاریخچه پتانسیل در برهم‌کنش های نوکلئون – نوکلئون

در چند دهه اخیر انواع پتانسیل های نوکلئون – نوکلئون ارائه شده‌اند که بنابر نتایج منطقی و صحیحی که می دادند، مورد توجه بودند. طراحی این پتانسیل‌ها به گونه‌ای بود که جابجایی فاز ناشی از پراکندگی نوکلئون‌ها را بدست آورد و بر همین داده مقایسه می‌شدند. به بیان دیگر معیار بالای کیفیت پتانسیل این بود که داده‌های پراکندگی را با $\chi^2/N$ (N تعداد داده‌های ناشی از پراکندگی و$\chi$ طول پراکندگی) نزدیک به داده‌های برازش قرار دهند. در محدوده زمانی ۱۹۵۰ و ۱۹۹۶۰ پتانسیل های متنوعی ارائه شده اند اما با داده‌های اصلی مطابقت چندانی نداشتند. در سال ۱۹۷۰ پتانسیل‌های زیادی معرفی شد که یکی از بهترین آنها از طریق $\chi^2/N_{data}$ برازش می‌کرد که درآن $N_{data}$ تعداد داده‌های ناشی از پراکندگی نوکلئون – نوکلئون درزمان را ارائه می‌داد و این عمل در محدوده انرژی ۰ -۳۵۰ مگا الکترون ولت بود. درسال۱۹۸۰ پتانسیل های ارائه شده به میزان اندکی پیشرفت کردند بطوری که هنوز $\chi^2/N_{data} \approx 2$ بود. در اصل این رقم باید با $\chi^2/N_{data} \approx 0.99$ قیاس می‌شد[۶].

از لحاظ ساختاری برد برهم‌کنش نوکلئون- نوکلئون، به سه ناحیه بلند برد، میان برد و برد کوتاه طبقه بندی می شود. در ناحیه برد بلند تبادل تک پایونی (OPE) و در ناحیه کوتاه‌برد عموما به صورت پدیده شناختی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در اکثر مدل‌ها عامل های شکل را به عنوان منظم سازی پتانسیل در مبدا استفاده می‌شود و در مدل های دیگر از مغزی سخت استفاده می‌کنند. در ناحیه میان برد ابتدا باید تبادل دو پایونی را سهیم کنند، اما مدل‌های پتانسیل تبادل دو پایونی (TPE)، بطور کلی بخاطر کمبود نیروی اسپین مدار، توصیف قابل رضایتی از داده‌ها به دست نمی‌داد. گامل[۱] – تالر[۲] و کریستین الزام نیروی اسپین مدار را ارائه دادند، سعی داشتند که داده ها را برای هر چهار ترکیب از ایزواسپین و

[۱] *Gammele.*
[۲] *Taller.*

اسپین، در تمامی سطوح انرژی با پتانسیل موضعی $V=V_C(r)+V_T(r)S_{12}$ بدست آورند ولی موفق نشدند[۷].

در سال ۱۹۷۵ به طور هم زمان، گامل - تالر[۸] پتانسیل کاملا پدیده شناختی و مارشاک سیگنل [۱] پتانسیل نیمه پدیده شناختی ارائه دادند و هردو مدل، پتانسیل های اسپین – مدار پدیده شناختی را معرفی کردند[۹].

در مدل گامل – تالر، داده‌های پراکندگی تا سطح انرژی ۳۱۰ مگا الکترون برازش خوبی را انجام می‌دهد. همچنین مدل سیگنل – مارشاک، ترکیبی از پتانسیل تبادل دو پایونی مربوط به گارتن هوس[۲]، همراه با نیروی اسپین مدار پدیده شناختی تا سطح انرژی ۱۵۰ مگا الکترون ولت داده های موفقیت‌آمیزی را برازش کرده است[۱۰].

## ۱-۵ پتانسیل ها در برهم کنش بین نوکلئون – نوکلئون

پتانسیل نوکلئون – نوکلئون بطور نسبی شبیه پتانسیل واندروالس در بین مولکول‌هاست. اما در عمل دارای تفاوت هایی است، زیرا پتانسیل نوکلئون – نوکلئون به تکانه زاویه‌ای ذرات و اسپین بستگی دارد، به طوری که برای هر حالت از جفت شدگی ذرات متفاوت است. اما برهم کنش واندروالس فقط به شعاع بستگی دارد. برای بررسی برهم کنش سیستم های دو نوکلئونی می توان دوترون را در نظر گرفت. در چنین سیستم هایی، می توان با نسبت دادن یک پتانسیل (مانند پتانسیل یوکاوا) به نوکلئون ها و به کار بردن پتانسیل در معادله شرودینگر و حل این معادله، برهم کنش را بررسی کرد. پارامترهای پتانسیل با برازش داده های تجربی از جمله انرژی بستگی دوترون یا سطح مقطع پراکندگی کشسان نوکلئون –

[۱] *Signel.*
[۲] *Garten.*

نوکلئون را  می توان تعیین کرد. یکی از اهداف اصلی فیزیک هسته ای بررسی برهم کنش های هسته ای است و این عمل را میکروسکوپیک فیزیک هسته‌ای می‌گویند. این بررسی با دو مانع همراه است، اول اینکه محاسبات در سیستم های چند جسمی سخت و پیچیده است بنابراین نیازمند تکنیک های محاسباتی پیشرفته  دارد. دوم اینکه شواهدی وجود دارد که نیروهای سه نوکلئونی و برهم کنش های چند ذره ای نقش مهمی ایفا می‌کنند پس در نتیجه پتانسیل های سه نوکلئونی باید این مدل را پشتیبانی کنند. یکی از روش های بررسی برهم کنش هسته ای این است که یک پتانسیل برای همه هسته ها در نظر بگیریم. این نوع نگرش را رویکرد ماکروسکوپیک می گویند. پتانسیل های هسته ای را می‌توان به دو دسته موضعی و سراسری بیان کرد. پتانسیل های موضعی دارای محدودیت هستند و تنها در بازه انرژی‌های کم دامنه و یا یک بازه جرم هسته ای کم دامنه محدود می شوند. پتانسیل های سراسری دارای پارامتر های بیشتری بوده و معمولا دقت کمتری دارند و تابع انرژی و جرم هسته هستند، در نتیجه در یک محدوده وسیع تری کاربرد دارد.

## ۱ – ۶ پتانسیل های نوکلئون – نوکلئون

پتانسیل ها در حالت کلی بصورت تابع نمایی از فاصله هسته ای هستند و به همین علت پتانسیل و نیرو با افزایش فاصله‌های خیلی زیاد به صفر میل می‌کنند. از جمله پتانسیل های نوکلئون – نوکلئون می توان به هامادا – جانستون، ییل، پتانسیل های Reid-Day و Reid 68 (پتانسیل هسته نرم) وپتانسیل فوناباشی، woods-Saxon و در نهایت Yukawa را نام برد و بعنوان نمونه سه تا ازاین پتانسیل ها را به اختصاردر بخش بعدی توضیح داده ایم.

## ۱-۶- ۱پتانسیل هامادا- جانستون [1] (HJ)

این پتانسیل یک پتانسیل پیش رو در پدیدار شناختیnn (در این قسمت منظور (pp+pn ) مستقل از انرژی است و به خوبی داده های پراکندگی در سطوح انرژی کمتر از ۳۵۰ مگا الکترون ولت و خاصیت دوترون و پارامتر های با محدوده موثر را توصیف می‌کند[۱۱].

شکل این پتانسیل در حالت کلی بصورت زیر است[۱۱]:

$$V=V_C(r) +V_i(r)S_{12} + V_{ls}(r)\, \vec{L}.\vec{S} + V_{ls}(r)\, L_{12} \quad . \qquad (۳-۱)$$

$V_C(r)$ معرف پتانسیل مرکزی، $V_i(r)S_{12}$ معرف جمله تانسوری، $V_{ls}(r)\, L_{12}$ معرف جمله ایزو اسپین و $V_{ls}(r)\, \vec{L}.\vec{S}$ جمله اسپین‌مداری است.

که در آن $(\overrightarrow{\sigma_1}.\overrightarrow{\sigma_2})$ فضای اسپینی و r فضای مکانی است.

$$S_{12} = 3(\overrightarrow{\sigma_1}.\hat{r})\,(\overrightarrow{\sigma_2}.\hat{r}) - (\overrightarrow{\sigma_1}.\overrightarrow{\sigma_2}) , \qquad L_{12} = (\delta_g + \overrightarrow{\sigma_1}.\overrightarrow{\sigma_2})L^2 - (\overrightarrow{L.S})^2 \qquad (۴-۱)$$

در اینجا فقط کلیات این پتانسیل مطرح گردید. این پتانسیل بعدها به شکل بهبود یافته خود درآمد و با نام پتانسیل گروه ماساچوست مطرح گردید [۱۲] و هسته‌های سخت HJ برای $(X \leq X_C)$ با هسته های چاه مربعی محدود جایزگزین کردند. شرح داده های پراکندگی nn و خواص دوترون از طریق این پتانسیل مناسب بود. پتانسیل هامادا جانستون بعنوان اصل پیشنهادی، شامل یک پتانسیل قوی اسپین-مدار کوتاه برد در حالت های سه گانه $(l=j)$ فرد می باشد و می دانیم حالت دومی وجود ندارد.

[1] *Hamada-Janston*

با توضیح در رابطه با پتانسیل بعدی مشخص شد که نیازی به حضور هسته های سخت نیست، چرا که می توان همه داده ها را با پتانسیل های هسته نرم محدود نیز شرح داد.

### ۱-۶-۲ پتانسیل گروه ییل

این پتانسیل، مشابه پتانسیل هامادا- جانستون است[۱۳]. یک پتانسیل تبادل تک پایونOPEP به طور مستقیم در نظر گرفته می‌شود و شکل پتانسیل اسپین – مدار درجه دوم تا حدی با HJ متفاوت است.

### ۱-۶- ۳ پتانسیل Yukawa:

در سال ۱۹۳۵ هیدی یوکاوا[1]، فیزیکدان ژاپنی یک پتانسیل ریاضی را به منظور نمایش برهم کنش نوکلئون – نوکلئون عنوان کرد. در آن زمان وجود یک نیروی تبادل به عنوان اساس برهم‌کنش هسته‌ای ملزوم شد. یوکاوا سعی کرد پتانسیلی را پیشنهاد دهد که تبادل ذراتی که منجر به نیروی هسته‌ای می‌شوند را توصیف کند. رابطه کلی این پتانسیل به شکل زیر است:

$$V(r) = -\frac{A}{r}\, e^{-\alpha r} \quad , \quad A > 0 \qquad (۶-۱)$$

که در آن $\alpha$ دامنه پتانسیل و A عمق چاه پتانسیل است. اولین بار توسط یوکاوا مفهوم نیروهای تبادلی در نظریه مزونی اش مطرح گردید. طبق این نظریه اگر ما رفتار نیروهای هسته‌ای را در چارچوب مکانیک کوانتومی نسبیتی مورد بررسی قرار دهیم، یک رفتار طبیعی را بر اساس این که نیروهای هسته‌ای کوتاه

[1] *Yukawa*

برد است، مشاهده خواهیم کرد. برد نیروهای هسته ای از مرتبه $\hbar/m_{\pi}c$ است. طبق این نظریه عامل برهم‌کنش بین نوکلئون‌ها مزون $\pi$ است. که در آن جرم مزون $m_{\pi}$ می‌باشد [۱۴].

# فصل دوم

# ویژگی هسته ها و مدل های هسته ای

## ۲- ۱ مقدمه

برای پیشنهاد یک مدل هسته‌ای باید به خواص هسته‌ها توجه کرد. پیدا کردن یک مدل برای این است که بتوان ساختار هسته‌ها را به درستی توصیف کرد. یکی دیگر از موضوعات مهمی که در علم فیزیک مورد توجه فراوانی است، این است که مواد مرکب چگونه و به چه صورت از عناصر و ذرات ساده ساخته شده اند و اینکه ساختار درونی آنها به چه صورت است. هسته‌ها از مجموعه‌ای از نوکلئون‌ها ایجاد شده‌اند و محاسبه برهم کنش بین آنها در محدوده مکانیک کوانتومی و قوانین پایستگی فیزیک می‌باشد و دومین مسئله این است که چگونه سیستم های پیچیده هسته‌ای را به زبان ساده بیان کنیم، و چه الگویی برای آن انتخاب کنیم. برای اینکه بخواهیم ویژگی های استاتیکی هسته‌ها را بررسی کنیم، نیاز داریم که یک الگو یا مدلی برای هسته در نظر بگیریم و با توجه به آن مدل داده‌های تئوری و تجربی را جمع آوری و محاسبه کنیم. برای اینکه بدانیم مدل پیشنهادی برای هسته مورد نظردرست انتخاب شده یا نه، می توان از طریق مقایسه نتایج تجربی برای آن قسمت از مشاهده پذیرهای بررسی شده در مدل، این کار را انجام داد. باید بدانید که انتخاب هر مدل با توجه به ویژگی های متناسب به خود در توصیف بخشی از ویژگی‌های ساختاری سیستم‌های مورد نظر برای مطالعه موفق می‌شود. برای افزایش توانایی مدل در توصیف کامل‌تر سیسستم نیاز به افزودن جملاتی که معرف پتاسیل ها و یا نیروهای خاصی در هامیلتونی انتخابی است. این عمل سبب کاهش امکان حل دقیق مسئله ودر نهایت افزایش پیچیدگی مطالعه ویژگی‌های هسته می گردد. چندین مدل برای بررسی هسته‌ها در فیزیک هسته‌ای پیشنهاد شده‌اند. از جمله مدل قطره مایع، مدل پوسته ای (لایه ای) ، مدل جمعی، مدل اندرکنش بوزونی و... . این مدل‌ها موفقیت‌هایی در رابطه با توجیه نتایج تجربی برای سیستم‌های هسته‌ای داشته-اند[۱۵].

## ۲-۲ ویژگی هسته‌ها

هسته‌ها را می‌توان به صورت جرم نقطه‌ای در نظر گرفت و بار هسته را نیز به صورت بار نقطه‌ای در نظر داشت. کل هسته دارای بار مثبت است ، اگرچه هسته بیشتر از طریق نیروی جاذبه کولنی خود الکترون-های ساختار اتمی را تحت تاثیر قرار می‌دهد، ولی برخی اثرات در طیف های اتمی را به آن می توان نسبت داد. تمامی هسته‌ها از مجموعه پروتون ها و نوترون ها که به آنها نوکلئون گفته می‌شود، تشکیل شده‌اند. پروتون دارای بار مثبت است و از نظر بزرگی تقریبا برابر با بار الکترون است. نوترون خیلی کوچک است، آن را به صورت خنثی در نظر می‌گیریم ولی در برهم کنش با الکترون یک نیروی بسیار ضعیفی از خود بروز می دهد. پروتون و نوترون از لحاظ جرم تقریبا برابرند و از نظر انرژی سکون، هر دو حدود ۱ GeV است.

## ۲-۳ ویژگی‌های استاتیکی در هسته‌ها

ویژگی‌هایی که با گذشت زمان مقدارش ثابت می‌ماند را ویژگی استاتیکی هسته‌ها گویند. ویژگی استاتیکی هسته شامل موارد زیر است[۱۵]:

انرژی بستگی، جرم هسته، شعاع، پاریته، گشتاور دوقطبی، چهارقطبی الکتریکی، ایزواسپین، اسپین. انرژی بستگی (B) یک هسته اختلاف بین جرم هسته‌ای و مجموع جرم اجزای تشکیل دهنده آن می‌باشد:

$$B(A,Z)= Nm_nC^2+Zm_pC^2-m(A,Z)C^2 \quad . \qquad (۱-۲)$$

انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون با مقدار B/A بیان می‌شود و تابعی از A می‌باشد. مقدار B/A با افزایش A در هسته‌های سبک افزایش می‌یابد و در محدوده ۶۰-۵۵ ≈ A دارای ثبات و بعد از آن به آرامی به صورت تابعی ازعدد جرمی(A) کاهش می‌یابد[۱۶].

مقدار انرژی بستگی به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$B(A,Z) \approx A \times 8MeV \quad . \qquad (۲-۲)$$

$$< B(A,Z)/A < \text{۸/۸}\ MeV \quad , \quad \text{۱۲} < A < \text{۲۲۵} \quad \text{برای} \qquad (۳-۲)$$

$$\text{۷/۷}\ MeV$$

درست است که اثرات کوانتومی در هسته‌ها بسیار ناچیز است اما می‌توان مشخص کرد که حجم هسته(V) با تقریبی از A متناسب است و هر نوکلئون حجمی در حدود $V_0=7/2fm^3$ را اشغال می‌کند. شعاع هسته از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$R=r_0A^{1/3} \quad r_0=1/2\ fm \qquad (۴-۲)$$

توزیع فضایی نوکلئون‌های درون هسته‌ها را می‌توان با پراکندگی الکترون ها مشخص کرد. بدین صورت که الکترون‌ها به درون هسته نفوذ کرده و مسیر حرکت آنها تعیین می‌شود. $r_{rms}$ توسط رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$< r_{rms}^2 > = \frac{\int d^3r\, r^2 \rho(r)}{\int d^3r\, \rho(r)} \quad . \qquad (۵-۲)$$

یکی دیگر از ویژگی های هسته، اسپین است. اسپین همان اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی پروتون و نوترون است که در اصطلاح به آن اسپین هسته‌ای گفته می‌شود. عدد کوانتومی اسپین هسته‌ای پروتون و نوترون برابر ۱/۲ است و گشتاور مغناطیسی هسته‌ای مربوط به گشتاور مغناطیسی پروتون در راستای همان اسپین هسته قراردارد. بزرگی گشتاور هسته‌ای پروتون را در امتداد کوانتش فضایی و بر حسب مگنتون هسته‌ای محاسبه می‌کنند. گشتاور مغناطیسی نوترون دقیقا در خلاف راستای اندازه حرکت زاویه ای آن می باشد و این علت که گشتاور مغنناطیسی نوترون غیر صفر است، آن است که بار کل هسته را صفر در نظر می‌گیریم، اما یک توزیع غیر یکنواخت بار در داخل هسته وجود دارد. نیروی رانشی کولنی بزرگی بین پروتون‌ها وجود دارد، چرا که پروتون ها در فاصله خیلی کمی از یکدیگر قرار دارند و از آنجایی که هسته در حالت تعادل است در نتیجه یک نیروی ربایشی نیز باید وجود داشته باشد که نیروی هسته‌ای را خنثی کند. این نیرو از نیروی کولنی خیلی قوی‌تر است و آن نیروی بین دو نوکلئون است. نیروی بین دو نوکلئون با اسپین موازی در مقایسه با نیروی بین دو نوکلئون با اسپین پاد موازی قوی‌تر است. یکی دیگر از ویژگی‌های هسته شعاع هسته است. از نتایج آزمایشات مربوط به پراکندگی ذره آلفا، شعاع هسته را می‌توان بدست آورد. شعاع هسته را می توان به این صورت که به میزان فاصله از مرکز هسته که در آن نیروی هسته‌ای برد دارد بیان کرد. شعاع هسته از عدد جرمی هسته ای A پیروی می‌کند. به این صورت که شعاع هسته با ریشه سوم عدد جرمی متناسب است[۱۶].

## ۲-۴ مدل های هسته‌ای

در حالت کلی مدل های هسته‌ای را می توان به سه دسته تقسیم کرد و برای جلوگیری از دشواری ها و پیچیدگی های ناشی از ماهیت نیروی هسته ای، برای حل مسئله های هسته‌ای روش و مدل های تقریبی و تحلیلی ارائه می شود[۱۷و۱۸ ] که آن سه دسته در زیر آمده است:

۱. ذره مستقل

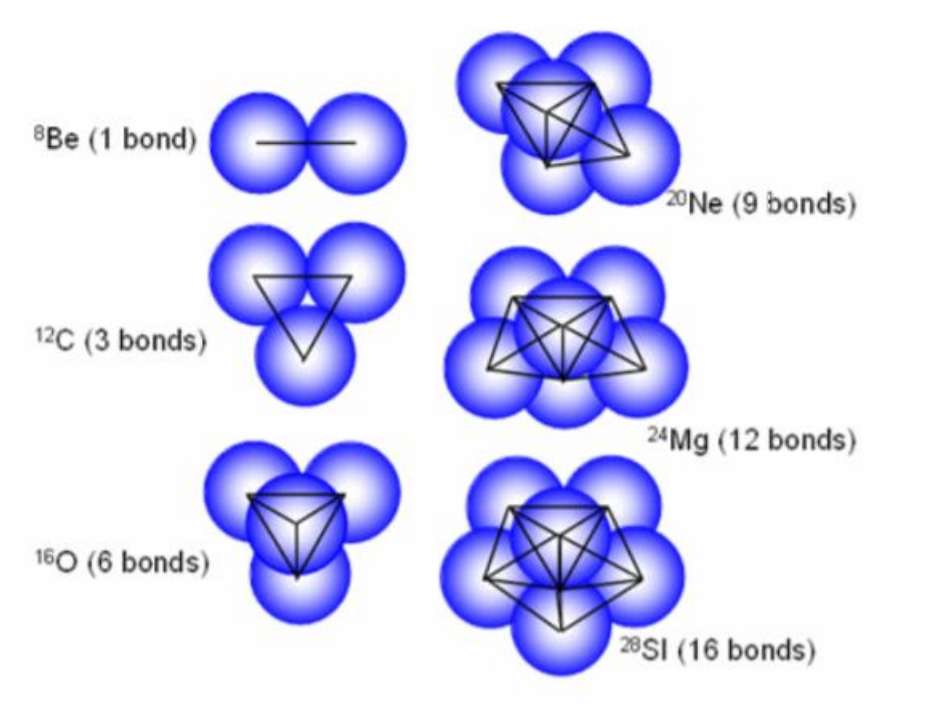
۲. جمعی

۳. هسته مرکب

## ۲-۵ مدل خوشه‌ای

یک نمونه از مدل جمعی می توان به مدل خو شه ای ا شاره کرد. برای تو صیف ه سته‌ها نیاز ا ست که نوع ساختار درونشان را تشخیص داد و باتوجه به آن داده های استاتیکی مورد نیاز را برای آن هسته‌ها برر سی کرد. نظریه پردازان ابتدا به مدل قطره مایع پی بردند و آن را پیش‌بینی کردند، بعد از آن مدل پو سته‌ای بود، که این مدل تقریبا موفق‌ترین مدل برای برر سی ه سته‌ها بود. ناتوانی مدل قطه مایع در انرژی پیوند ب سیار بالای ه سته‌های زوج-زوج سبب ک شف مدل لایه‌ای شد. اما در مدل لایه ای نیز فرض شـــده بود که هســـته به صـــورت کره کامل اســـت اما اکنون می‌دانیم که اکثر هســـته ها دارای ســـاختاری غیر کروی هســـتند. در اواخر ســـال ۱۹۲۰ به کمک مبانی کوانتومی و تابش ذرات آلفا از هسته‌ها ، نظریه خوشه شدن شکل جدی‌تری به خود گرفت. ویلر[1] نخستین پیشنهاد برای توضیح کامل از بررســـی هســـته ها را با توجه به رویکرد خوشـــه‌ای مطرح کرد و بعد از آن برینک آن را تکمیل کرد[۱۹و۲۰].در مدل خوشه‌ای،هسته به شکل ترکیبی از ریز سیستم‌هایی[2] با موقعیت فضایی مشخص که از پروتون و نوترون‌هایی با همبســتگی قوی ایجاد شــده اســت، به این معنی که نوکلئون‌ها در مدل خوشه‌ای در عین حال که خود را حفظ می‌کنند با یکدیگر برهمکنش می‌کنند. اگر حالت اصلی حرکت ه سته، حرکت ن سبی بین خو شه‌ها با شد، در این صورت برر سی ساختار ه سته در مدل خو شه‌ای مشخص می‌گردد.

[1] *John Wheeler*
[2] *Substructures*




شکل(۲-۱): نمونه ای از مدل خوشه ای برخی هسته ها

در شکل(۲-۱) چند نمونه از ساختار هسته ها بصورت خوشه ای نشان داده شده است. $^{8}Be$ بصورت ۲ خوشه آلفا، $^{12}C$ بصورت ۳ خوشه آلفا، $^{16}O$ بصورت ۴ خوشه آلفا، $^{20}Ne$ بصورت ۵ خوشه آلفا ، $^{24}Mg$ بصورت ۶ خوشه آلفا، $^{28}Si$ بصورت ۷ خوشه آلفا، $^{32}S$ بصورت ۸ خوشه آلفا، $^{36}A$ بصورت ۹ خوشه آلفا و در نهایت $^{40}Ca$بصورت ۱۰ خوشه آلفا در نظر گرفته شده‌اند.

**مدل خوشه ای در حالت کلی به دو دسته تقسیم می شوند:**

۱) مدل‌های غیر میکروسکوپی[1] که درآن از ساختار درون خوشه‌ها صرف نظر می‌شود[۲۱].
۲) مدل‌های میکروسکوپی[2] که درآن بررسی‌ها از طریق توابع موج صورت می‌گیرد[۲۲].

**مدل های غیر میکروسکوپی**

این سیستم بصورت A نوکلئون در n خوشه قراردارد و برای محاسبات و بررسی از ساختار درونی خوشه چشم پوشی می کنیم. از جمله مدل های غیر میکروسکوپیکی می توان به مدل نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته اشاره کرد (طبق این مدل نوکلئون ها در یک میدان متوسط که تعیین کننده میانگین اندرکنش یک نوکلئون با دیگر نوکلئون های سازنده هسته است در حرکت اند و دارای یک مسیر آزاد و مقیاس آن از مقیاس هسته‌ای بزرگتر است). مدل خوشه آلفا فیزیکی از نمونه‌های مدل غیر میکروسکوپیکی است. در این مدل دو نوترون و دو پروتون یک خوشه آلفا را تشکیل می‌دهند. اندازه حرکت زاویه ای جفت شده در این خوشه صفر است در نتیجه این مدل فقط برای هسته هایی است، که دارای N=Z و A= 4N استفاده می شود[۲۳].

این مدل برای سیستم های سبک و اینکه چون با اندازه سیستم ارتباط مستقیم دارد، کاربرد زیادی دارد.

[1] *Non-Microscopic Model*
[2] *Microscopic Theories*

### مدل میکروسکوپی

در این مدل سیستم دارای A نوکلئون است و تفسیر و توضیح خوشه‌ها از طریق تابع موج مخصوص به خود صورت می‌گیرد و این تابع موج ها کاملا پاد متقارن است. در این مدل نوکلئون ها در سطح خارجی قرار دارد و هر سطح دارای انرژی مختص به خود ا ست. از جمله مدل میکرو سکوپی می توان به مدل مختصه مولد[۱] (GCM) اشاره کرد. این مدل توسط ویلر در سال ۱۹۳۷ مطرح شد. دراین مدل چون تابع موج کاملا پادمتقارن است در نتیجه اصل طرد پائولی نیز رعایت شده است[۲۴]. در فیزیک هسته‌ای پدیده خوشه شدن و متصل شدن نوکلئون ها در شرایط خاص سبب افزایش انرژی پیوندی سیستم می شود. زمانی که انرژی ذرات تشکیل دهنده سیستم به اندازه ای برسد که نوکلئون‌ها خوشه های از ذرات آلفا تشکیل دهند، در این صورت برهم‌کنش نوکلئون- نوکلئون (جاذبه هسته‌ای قوی) تبدیل به برهم‌کنش خوشه – خوشه می‌شود. این برهم‌کنش در فاصله های مشخصی کاملا به صورت دافعه عمل کرده و اجازه نزدیکی ذرات مانند قبل را نمی‌دهد.

### ۲-۶ مدل خوشه‌ی آلفا

اخیرا در بررسی سیستم‌های کوانتومی از پتانسیل‌های پدیده شناختی[۲] استفاده می‌شود. در روش‌های پدیده شناختی تقریبا اصل براین است که برای برهم‌کنش بین ذرات سیستم، ابتدا باید یک پتانسیل مناسب با پارامترهای مناسب انتخاب کرد، این پتانسیل انتخابی می‌تواند جایگزیده یا غیر جایگزیده باشد. مدل خوشه آلفا یک مدل ساده برای بررسی هسته‌های آلفا-مزدوج است که درآن یک سیستم متشکل از Z تا پروتون و N تا نوترون به صورت یک سیستم بوزونی ازk تا خوشه تقریب زده می‌شود. مزیت این روش این است که ذره آلفا در مقایسه با هسته‌های سبک، یک سیستم بسیار مقید و پایدار

---

[۱] *Generator Coordinate Method*
[۲] *Phenomenological Potentials*

اســت که برای برانگیخته کردن آن نیاز به انرژی در حدود MeV ۲۰ اســت. به همین خاطر بعضــی از هسته‌های سبک تمایل به تشکیل ریز سیستم‌هایی با دو پروتون و دو نوترون (خوشه آلفا) دارند. باید توجه داشت که خوشه آلفا دقیقا ذرات آلفا نیستند اما برای رسیدن به یک مدل مناسب برای بررسی هسته‌ها فرض کرد که چنین ریز سیستم‌هایی در هسته‌ها وجود دارد. مدل خوشه آلفا توانسته بسیاری از ویژگی‌های هسته‌های سبک را بررسی کند و نتایج قابل توجهی را بدست آورد بطوری که با مقادیر تجربی سازگاری مناسبی داشته است[۲۵].

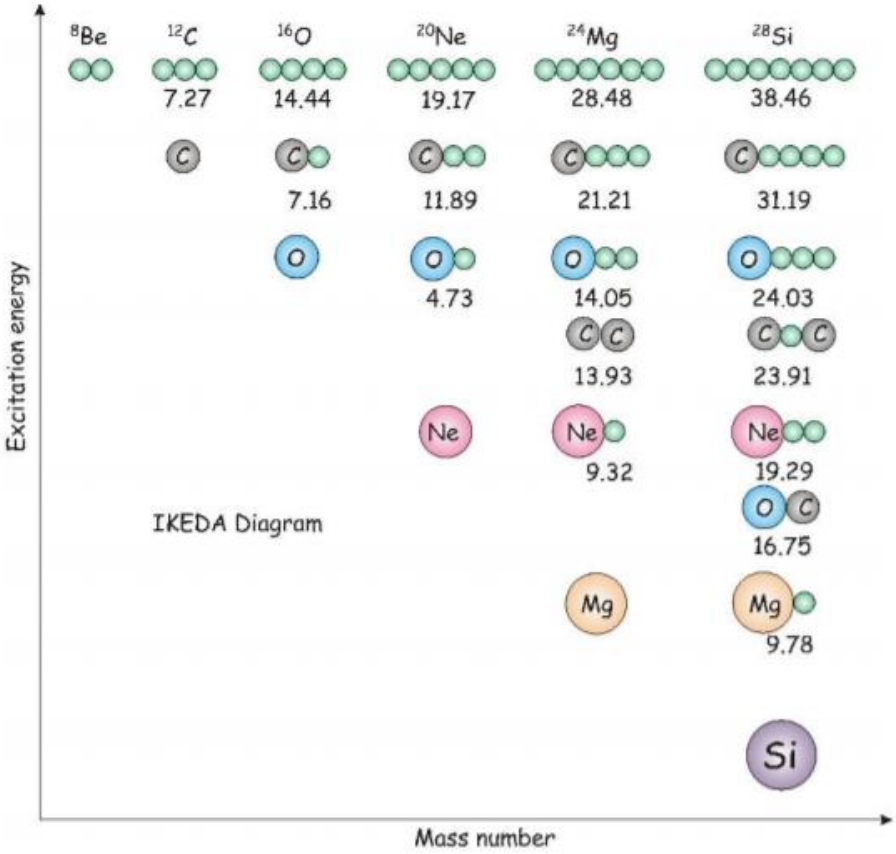
## ۲-۷ پدیده خوشه شدن

پدیده خوشــه شــدن عموما در حالت پایه رخ نمی‌دهد، بلکه در حالت‌های برانگیخته در هســته‌ها رخ می‌دهد همان زمانی که هسته در آستانه واپاشی است. چون هسته دارای ساختار مقید Z=N دارای پایداری و ثبات است.

خوشه شدن و به هم پیوستن نوکلئون ها سبب افزایش انرژی پیوند در سیستم می شود [۲۶]. در اواخر سال ۱۹۵۰ موریناگا به این حقیقت دست یافت که پدیده خوشه شدن نمی‌تواند در حالت پایه رخ دهد، باید شرایط خاصی باشه تا نوکلئون ها به ساختار خوشه‌ای برسند. زمانی که انرژی اجزای تشکیل دهنده سیستم به اندازه ای برسد که هسته به صورت خوشه هایی از ذرات آلفا درآیند، در این هنگام جاذبه هسته‌ای قوی (برهم کنش نوکلئون- نوکلئون) تبدیل به برهم کنش خوشه – خوشه می شــود. در ســال ۱۹۶۸ آیکدا[۱] به همراه همکارانش مشــاهدات و نتایج خود را در رابطه با پدیده خوشــه شــدن ثبت کردند و این نمودار را آیکدا نام گزاری کردند(نمودار۲-۱)[۲۷]. نتایج این نمودار مربوط به

[۱] *Ikeda*

هسته‌های سبک است با عدد جرمی زوج و دارای Z=N می باشند. در این نمودار انرژی مورد نیاز برای خوشه شدن در هر هسته و ساختار مشخص آنها معرفی شده است.




نمودار(۲-۱): نمودار آیکدا[۲۷]

براساس نمودار آیکدا اگر به هسته$^{16}O$ در حالت پایه به مقدار ۷/۱۶ مگا الکترون ولت انرژی دهیم، نوکلئون‌های این هسته ساختاری به صورت $\alpha+^{12}c$ یعنی به دو خوشه در می‌آید. برای تصدیق این نمودار می‌توانبه نموداری از تراز انرژی برانگیخته هسته ها توجه کرد. حالت خوشه $\alpha+^{12}c$ در این هسته در حالت پایه انرژی معادل ۷/۱۶ مگا الکترون ولت نیاز دارد و حالت خوشه شدن در بین دو تراز برانگیختگی ۱$^{-}$ و۲$^{+}$ قرار گرفته است[۲۸].

**چهار نکته قابل توجه برای خوشه شدن وجود دارد:**

۱) باید مد نظر باشد که انرژی برای خوشه شدن برابر با انرژی حالت پایه و حالت برانگیخته نیست، بلکه انرژی ما بین این دو است.
۲) ذرات آلفا در فاصله های دور از طریق نیروی کولنی یکدیگر را دفع می‌کنند.
۳) در فواصل میانی بین ذرات آلفا نیروی جاذبه وجود دارد.
۴) در فواصل کوتاه و نزدیک به هم ذرات آلفا از طریق مغز دافعه همدیگر را دفع می-کنند.

تنها هسته‌ای که می تواند در حالت پایه‌اش ساختار خوشه‌ای داشته باشد $^{10}Be$ است. این هسته بسیار ناپایدار است . نیه عمر خیلی خیلی کمی دارد در نتیجه زمان لازم برای برانگیختگی در ترازها را ندارد[۲۹].

## ۲-۸ایزوتوپ‌ها

هسته‌هایی که دارای پروتون‌های یکسان هستند به آنها ایزوتوپ های هسته‌ای می‌گویند. در هســـته هایی که تعداد پروتون‌ها بیشـــتر از نوترون‌ها باشـــد نیروی دافعه کولنی زیاد شـــده و همدیگر را دفع می‌کنند در نتیجه واپاشـــی صـــورت می‌گیرد در حالی که اگر تعداد نوترون ها بیشـــتر از پروتون ها باشـــد هســـته پایدارتر خواهد بود، چراکه یک لایه بین پروتون ها قرار می‌گیرد و این عمل نیروی دافعه را کاهش می‌دهد و نیروی جاذبه پروتون ها ســـبب کنار هم بودن ذرات می‌شـــود و این عمل پایداری را افزایش می دهد. در حالت کلی ایزوتوپ ها به دو دســـته پایدار و ناپایدار تقســـیم می‌شـــوند. تاکنون حدود ۲۴۵ ایزوتوپ کشـــف شـــده که دارای پایداری بالایی هستند از جمله $^{12}_{6}C$ . عناصر سبک دارای پایداری بیشتر هستند، ایزوتوپ های پایدار واپاشـــی انجام نمی‌دهند. بلعکس ایزوتوپ ناپایدار پرتوزا هســـتند، در نتیجه نیمه عمر کوتاهی دارد. بر خلاف ایزوتوپ پایدار این گونه عناصـــر ســـنگین دارای ایزوتوپ ناپایدار هستند.

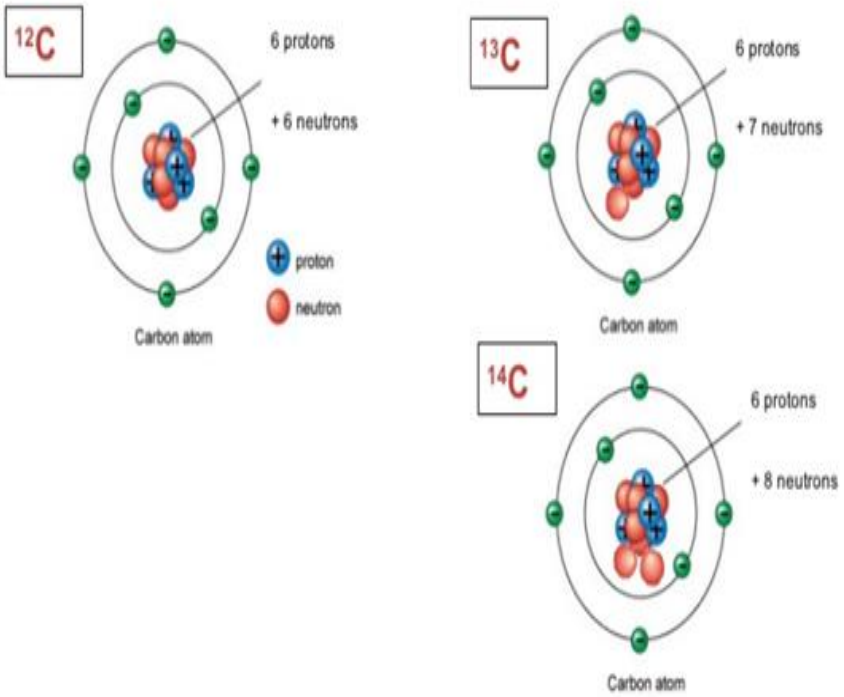
### ۲-۸-۱ ایزوتوپ‌های زوج- زوج

ایزوتوپ‌هایی که دارای Nو Z زوج هستند در این دسته قرار می‌گیرند و این زوج بودن سبب پایداری هسته می شود[۳۰]. در چنین هسته هایی نوکلئون های هم نام عموما بصورت زوج هایی با اسپین صفر درحالت فضایی قرار می‌گیرند و این جفت شدگی سبب افزایش انرژی بستگی و صفر شدن اسپین هسته که در اثر هم پوشانی تابع موج فضایی صورت گرفته است. (نوکلئون ها در زمان بیشتری در نزدیکی همدیگر و در محدوده برد نیروی هسته ای در کنار هم قرار می‌گیرند).

این هسته‌ها دارای ویژگی منحصر به فردی هستند از جمله: دارای اعدادکوانتومی متقارن m و I ,j, n هستند. هرجفت شامل دو عضو در یک مدار هستند که در خلاف جهت هم حرکت می کنند. تکانه زاویه ای کل برای هر جفت برابر صفر است. (تکانه زاویه‌ای هر کدام برابر و در خلاف جهت یکدیگرند)[۳۱]. همان طور که می دانیم نوکلئون‌ها دارای تکانه زاویه‌ای ذاتی اسپین هستند و خود هسته نیز حول یک محور می چرخد، در نتیجه این چرخش هسته یک تکانه زاویه‌ای دارد، در چنین هسته هایی عدد کوانتومی اسپینI برابر صفر است.

## ۲- ۹ ایزوتوپ کربن

ایزوتوپ کربن دارای عدد اتمی ۶ است. هسته کربن دارای ۱۵ ایزوتوپ است. در بین ۱۵ ایزوتوپ، کربن-۱۲ وکربن-۱۳ بسیار پایدارهستند ،کربن یا رادیو کربن یک ایزوتوپ پرتوزای کربن است که هسته اتم آن دارای ۶ پروتون و ۸ نوترون است. وجود کربن-۱۴ در مواد ارگانیک پایه و اساس روش تاریخ گزاری می باشد، که توسط ویلارد بیلای و همکارانش در سال ۱۹۴۹ جهت تعیین سن نمونه‌های باستان‌شناسی، زمین‌شناسی و آب‌شناسی معرفی شد. کربن-۱۴ در ۲۷ فوریه ۱۹۴۰ توسط مارتین کامن و سم روبن در آزمایشگاه ملی لارنس برکلی در کالیفرنیا کشف شد. البته وجود کربن-۱۴ در سال ۱۹۳۴ توسط فرانزی کوری پیش‌بینی شده بود.از این ایزوتوپ ها کربن ۱۲ پایدارترین آنهاست. فراوانی این ایزوتوپ در طبیعت حدود ۱ بخش بر میلیارد است و دارای نیم1ه عمر ۴۰۵/۷۳۰ سال است و جرم ایزوتوپ حدود u۱۴/۰۰۳۲۴۱ است، شکل(۲-۲) ساختار درونی سه ایزوتوپ کربن-۱۲ و کربن-۱۳ و کربن-۱۴ را نشان می‌دهد.




شکل(۲-۲): نمایش ساختار سه ایزوتوپ

با وجود اینکه ۱۵ ایزوتوپ کربن شناخته شده اند شکل خنثی کربن تنها سه ایزوتوپ کربن ۱۲، کربن ۱۳ و کربن ۱۴ دارد و بیشتر اتم های آن هم کربن ۱۲ است.

**نقش $^{14}C$ در تعیین عمر اشیاء باستانی:**

اولین بار در دهه ۵۰ میلادی ویلیارد اف. لیبی استاد دانشگاه شیکاگو و همچنین برنده جایزه نوبل در رشته شیمی، تاریخ نگاری با کمک رادیو کربن از طریق اندازه‌گیری مقدار $^{14}C$ را که از جسم یا شی خارج می شود، انجام داد. همه عناصر موجود در طبیعت از ریزساختارهایی تشکیل شده اند. مقدار این ایزوتوپ‌ها در اتم کربن متفاوت است. در هر اتم کربن، ۹۹ درصد ایزوتوپ $^{12}C$ وجود داشته و نزدیک به یک درصد نیز $^{13}C$ یافت می‌شود ولی مقدار $^{14}C$ ، بسیار ناچیز بوده و تقریبا یک به میلیون است. در حدود فاصله بین ۶ الی ۱۵ کیلومتری جو زمین، در اثر برخورد اشعه کیهانی به اتمسفر زمین، نوترون‌هایی با انرژی بالا تولید می‌شود. زمانی که انرژی نوترون‌ها بین ۰/۴ تا۱/۶ میلیون الکترون ولت باشد، با برخورد به اتم‌های نیتروژن، $^{14}C$ ایجاد می‌شود. $^{14}C$ خاصیت رادیواکتیویته داشته و این خاصیت است که برای تخمین عمر مواد از آن استفاده می‌شود.

شکل(۲-۳): اهمیت کربن۱۴ در باستان شناسی

هنگام مرگ جاندار، ایزوتوپ‌های کربن شروع به تغییر حالت کرده و با توجه به چرخه نیمه عمر ثابتی که دارند به باستان شناسان کمک می‌کنند تا قدمت شی مورد نظر تخمین زده شود. در حقیقت نیمه عمر$^{14}C$ بطور دقیق برابر با ۵۷۳۰ سال با ضریب خطای ۴۰ سال می‌باشد. بدین معنی که پس از مرگ یک موجود زنده ۵۷۳۰ سال طول می‌کشد تا نیمی از$^{14}C$ موجود در بدن جاندار تغییر حالت داده و به مواد دیگری همچون بنزین تبدیل شود.

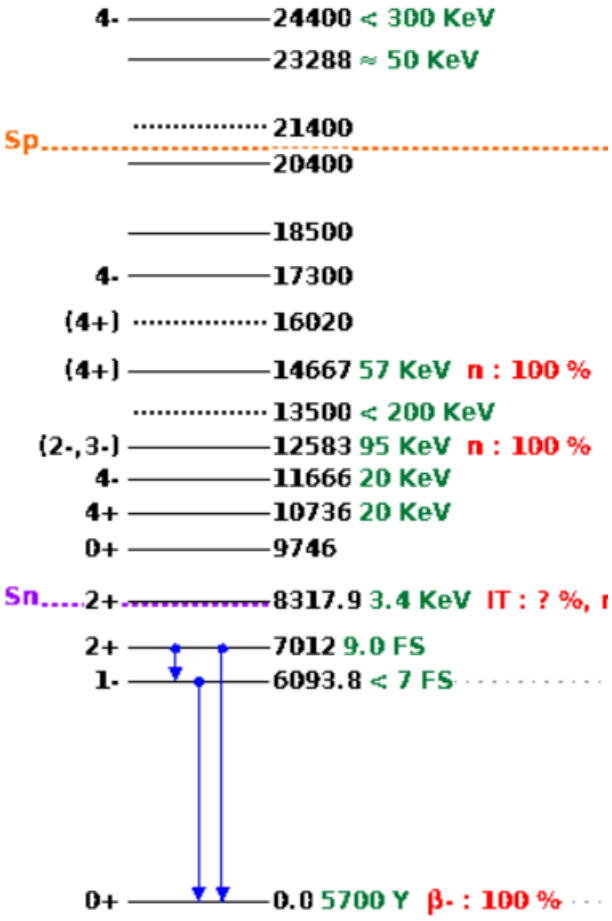
در نتیجه کافی است که میزان اولیه $^{14}C$ موجود در یک جسم یا شی را محاسبه کرده سپس اندازه فعلی$^{14}C$ در آن نیز مشخص شده و با توجه به میزان ثابت ۵۷۳۰ سال، سن شی قابل محاسبه خواهد بود. جدول (۲-۱) برخی خواص استاتیکی از جمله نیمه عمر، اسپین پاریته، انرژی بستگی و همچنین نوع واپاشی را نشان می دهد[۳۱].

جدول(۲-۱): برخی خواص استاتیکی ایزوتوپ های کربن

| ایزوتوپ | $I^{\pi}$ | $T^{1/2}$ ودرصدفراوانی | واپاشی | $E_B/A$(Mev) |
|---|---|---|---|---|
| $^{۱۲}C$ | $0^+$ | 98/89% | پایدار | 7/680 |
| $^{۱۳}C$ | $1/2^-$ | 1/11% | پایدار | 7/469 |
| $^{۱۴}C$ | $0^+$ | 5730 y | $\beta^-$ | 7/520 |

هسته $^{14}C$ به تراز  به تراز p ختم می شود و این لایه دارای l=1 است، بدین ترتیب ۱/۲ و ۳/۲ =j است و تراز های مورد نظر به صورت $1p_{1/2}$ و$1p_{3/2}$ خواهد بود. در این صورت ظرفیت نوکلئونی این هسته $1p_{1/2}$ برابر ۲ و$1p_{3/2}$ برابر ۴ است. این هسته زوج- زوج می باشد در نتیجه دارای اسپین $0^+$ است. این هسته هنگام واپاشی به $\beta^-$ واپاشی می کند. باید توجه داشت که انرژی بین تراز ها با افزایش l افزایش می‌یابد.

در شکل(۲-۴) ترازهای انرژی هسته $^{14}C$ را نشان می دهد. طبق این ترازها در می یابیم که پدیده خوشه شدن در اولین و دومین تراز برانگیخته رخ می دهد. عدد کوانتومی اسپین هر نوکلئون برابر s=1/2 در نتیجه مقادیر ممکن برای عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل برابر است با j=l-1/2 و j=l+1/2 (به استثنای l=0 که فقط j=1/2 قابل قبول است).



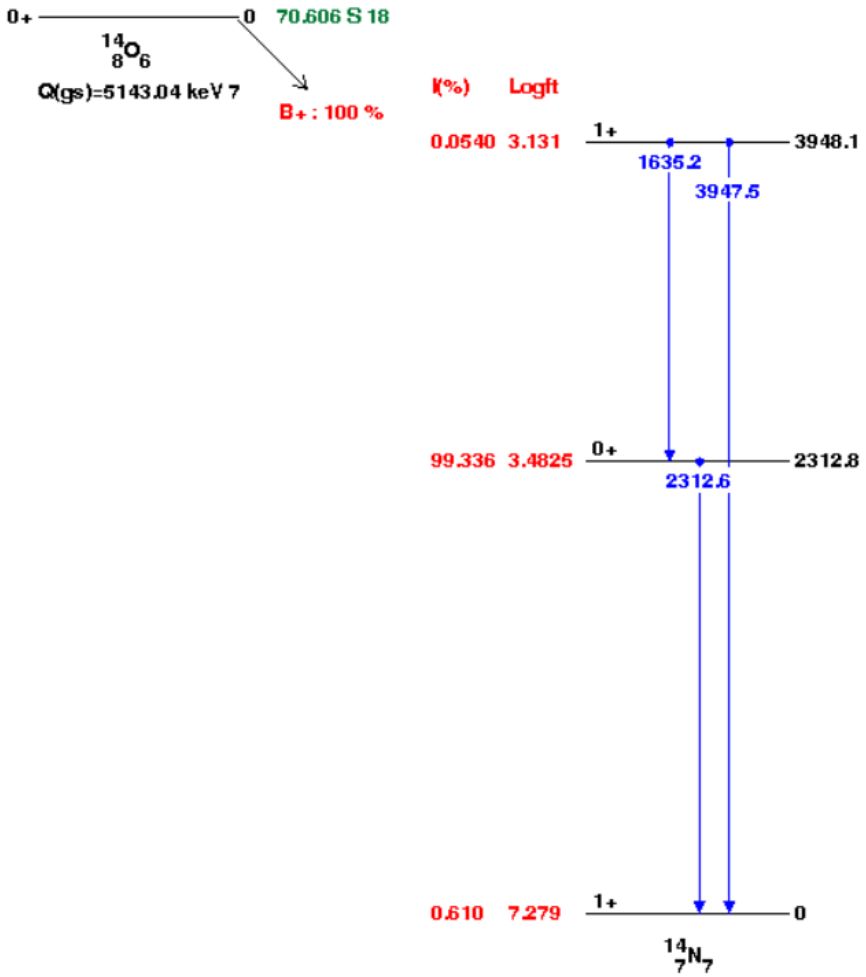

شکل(۲-۴): تراز های انرژی ایزوتوپ کربن۱۴

## ۲-۱۰ ایزوتوپ اکسیژن

اکسیژن دارای سه ایزوتوپ پایدار $^{16}O$و $^{17}O$ و $^{18}O$ است. ایزوتوپ‌های با عدد جرمی اکسیژن-۱۲ تا اکسیژن- ۲۴همگی ناپایدارهستند که در این میان ایزوتوپ اکسیژن-۱۶ با نیمه عمر ۱۲۲،۲۴ ثانیه پایدارترین و اکسیژن-۱۲در بین این ایزوتوپ‌ها از همگی ناپایدارترند. $^{14}O$ هسته‌ای زوج- زوج می‌باشد در نتیجه دارای اسپین پاریته $0^+$است و دارای نیمه عمر ۷۰/۶۲۰ ثانیه است. عدد کوانتومی اسپین هر نوکلئون برابر $s=1/2$ در نتیجه مقادیر ممکن برای عدد کوانتومی تکانه زاویه ای کل برابر است با $j=l-1/2$ و $j=l+1/2$ (به استثنای $l=0$ که فقط $j=1/2$ قابل قبول است). هسته $^{14}O$ به تراز p ختم می‌شود و این لایه دارای $l=1$ است، بدین ترتیب $j=1/2,3/2$ است و ترازهای مورد نظر به صورت $1p_{1/2}$ و$1p_{3/2}$ خواهد بود. در این صورت ظرفیت نوکلئونی این هسته $1p_{1/2}$ برابر ۲ و$1p_{3/2}$ برابر ۴ است.جدول (۲-۲) برخی خواص استاتیکی چند ایزوتوپ اکسیژن را معرفی می کند[۳۲].

جدول(۲-۲): برخی خواص استاتیکی ایزوتوپ های اکسیژن۱۴ [۳۲].

| ایزوتوپ | $I^{\pi}$ | $T^{1/2}$ودرصدفراوانی | واپاشی | $E_B/A$(Mev) |
|---|---|---|---|---|
| $^{14}O$ | $0^+$ | 71 s | $\varepsilon$ | 7/052 |
| $^{15}O$ | $1/2^-$ | 122 s | $\varepsilon$ | 7/463 |
| $^{16}O$ | $0^+$ | 99/76% | پایدار | 7/976 |
| $^{17}O$ | $5/2^+$ | 0/038% | پایدار | 7/750 |
| $^{18}O$ | $0^+$ | 0/204% | پایدار | 7/767 |
| $^{19}O$ | $5/2^+$ | 26/9 s | $\beta^-$ | 7/566 |
| $^{20}O$ | $0^+$ | 13/5 s | $\beta^-$ | 7/568 |




شکل(۲-۵): تراز انرژی $^{14}O$

شکل(۲-۵) تراز های انرژی $^{14}O$در سطوح مختلف را نمایش می‌دهد، با توجه به این شکل در می‌یابیم که خوشه شدن در اولین و دومین تراز برانگیخته رخ می دهد.

## ۲-۱۱ مروری بر بررسی خواص هسته های $^{14}C$ و $^{14}O$

در گذ شته فیزیکدانان متعددی این دو ایزوتوپ را برر سی کردند اما این برر سی ها از طریق پتانسیل های مختلف، مدل های مختلف و روش حل معادله متفاوتی انجام داده‌اند، شرح تمامی این روش های بررسی شده توسط فیزیکدانان در اینجا غیر ممکن است، در نتیجه ما چند نمونه از این روش‌ها و نتایج حاصل از آنها را در اینجا بیان می کنیم. برای بررسی هسته‌ها همان طور که در بخش های قبلی اشاره کردیم از مدل های متعددی می توان استفاده کرد از جمله لایه‌ای، خوشه‌ای، قطره مایع و... . همچنین روش حل مسئله‌های متعددی وجود دارد از جمله روش ابرتقارن، NU ،بررسی نسبیتی، غیر نسبیتی و .... .

اخیرا Grinyuk و Piatnytskyi در سال۲۰۱۸ ایزوتوپ $^{14}C$ **و** $^{14}O$را با مدل پنج ذره‌ای و پتانسیل گاوسی بررسی کردند و نتایج خوبی را بدست آوردند. در این مقاله مدل $^{14}C$ را بصورت $3\alpha + 2n$ **و** $^{14}O$ را بصورت $3\alpha + 2p$در نظر گرفتند و مقادیر انرژی و شعاع در حالت پایه را از طریق تابع زوجیت و فرم فاکتورها وچگالی بررســی کرده‌اند[۳۳]. در ســال ۲۰۰۶ کربن-۱۴ را با ســاختار دو ذره ای، به صورت $^{10}Be + \alpha$ نیز بررسی کردند[۳۴]. در این پژوهش ما این دو هسته را از طریق مدل سه ذره‌ای و همچنین هسته $^{14}C$ را نیز به صورت دو ذره ای نیز با رویکرد مدل خو شه‌ای برر سی کرده و برخی خواص اســتاتیکی آنها را را محاســبه نموده‌ایم. دوهســته $^{14}C$ و $^{14}O$ را با توجه به اینکه آینه‌ای بودند مورد توجه قرار گرفتند.

## ۲-۱۲ روش NU

روش NU یکی از پر طرفدارترین روش های حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم تک متغیره برای تحلیل و توصیف سیستم های مکانیک کوانتومی در سال های اخیر به شمار می آید. این روش دستورالعمل مشخصی در حل معادلات شرودینگر، کلاین-گوردون و دیراک برای به دست آوردن جواب های دقیق حالت های مقید، ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع وابسته به آن‌ها بر حسب چند جمله‌ای های متعامد ارائه می‌دهد که در عین سادگی بسیار کارآمد و مؤثر می‌باشد. این روش بر پایه‌ی کاهش یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم استوار است.

در این روش، معادله شرودینگر، با انتخاب یک تغییر متغیر مناسب، $s = s(r)$ به یک فرم کلی مشابه معادله زیر تبدیل می‌شود [۳۵]:

$$\Psi_n''(s) + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)}\Psi_n'(s) + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)}\Psi_n(s) = 0 \quad . \qquad (۲-۱)$$

در این رابطه $\sigma(s)$ و $\tilde{\sigma}(s)$ چند جمله ای حداکثر از مرتبه دوم هستند و $\tilde{\tau}(s)$ نیز یک چند جمله‌ای است که حداکثر می‌تواند از مرتبه اول باشد.

با در نظر گرفتن تابع موج $\Psi_n(s)$ به صورت زیر :

$$\Psi_n(s) = \varphi_n(s) y_n(s) \quad ، \qquad (۲-۲)$$

و در نهایت تابع موج$\varphi_n$ (s) در این روش با توجه به رابطه (۲-۳) به صورت یک مشتق لگاریتمی مطرح است و معادله (2-1) به یک معادله فوق هندسی به شکل معادله (۲-۴) تقلیل می‌یابد:

$$\frac{\varphi'(s)}{\varphi(s)} = \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \quad ، \qquad (۲-۳)$$

$$\sigma(s)y''_n(s) + \tau(s)y'_n(s) + \lambda y_n(s) = 0 \quad . \qquad (۲-۴)$$

که در آن $\tau(s) = \tilde{\tau}(s) + 2\pi(s)$ اســت و شــرط $\tau'(s) < 0$ نیز باید برقرار باشــد، که بدان معنی است، مشتق مرتبه اول $\tau(s)$باید منفی باشد. $\lambda$ هم پارامتری است که به صورت ذیل تعریف می‌شود و با مساوی قرار دادن دو رابطه‌ی موجود در (2-5) ویژه مقادیر انرژی را مشخص می‌کند.

$$\begin{cases} \lambda_n = -n\tau'(s) - \dfrac{n(n-1)}{2}\sigma''(s) \quad , \quad (n = 0,1,2,...) \\ \lambda = K + \pi'(s) \end{cases} \quad ، \qquad (۲-۵)$$

باید به این نکته توجه کرد که پارامتر $\lambda$ و $\lambda_n$ از یک جواب خاص، $y(s) = y_n(s)$ که چند جمله‌ای درجه $n$ است به دست می‌آید. به علاوه جمله $y_n(s)$ تابع موج، یک تابع از نوع فوق هندسی است که از رابطه رودریگرز به دست می‌آید :

$$y_n(s) = \frac{B_n}{\rho_n}\frac{d}{ds^n}(\sigma^n(s)\rho(s)) \quad ، \qquad (۲-۶)$$

در این رابطه $B_n$ ثابت نرمالیزاسیون و $\rho(s)$ تابع وزنی است که باید شرط زیر را برآورده کند:

$$\frac{d}{ds}\omega(s)=\frac{\tau(s)}{\sigma(s)}\omega(s) \qquad \omega(s)=\sigma(s)\rho(s) \quad ، \qquad (۷-۲)$$

تابع $\pi(s)$ نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi(s)=\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\right)^2-\tilde{\sigma}(s)+K\sigma(s)} \quad ، \qquad (۸-۲)$$

از آنجایی که باید $\pi(s)$ حداکثر یک چند جمله‌ای درجه یک باشد، جملات زیر رادیکال در معادله (2-7) باید به صورت یک چند جمله ای درجه اول مرتب شوند که این در صورتی ممکن است که مقدار $\Delta=b^2-4ac$ برابر صفر شود. در این حالت یک معادله برای K به دست می‌آید که پس از حل معادله، مقادیر به دست آمده برای K، در معادله (2-8) جایگذاری شده و با مقایسه با معادلات (2-5) ویژه مقادیر انرژی را به دست می‌آوریم.

## ۲-۱۲ مروری بر روش PNU:

روشNU یکی از روش های تحلیلی حل مسئله است. برای ساده‌سازی این روش تحلیلی که بدون نیاز به بررسی توابع داشته باشد، روش PNU را انتخاب می کنیم. در این روش ابتدا معادله شرودینگر را به فرم زیر در می‌آوریم[۳۴-۳۵] :

(۹-۲)

$$\left[\frac{d^2}{ds^2}+\frac{c_1-c_2s}{s(1-c_3s)}\frac{d}{ds}+\frac{(-x_2s^2+x_1s-x_0)}{s^2(1-c_3s)^2}\right]\Psi_n\ (\mathrm{s})=0$$

در معادله شرودینگر، اگر بتوان معادله را به فرم (۲-۹) نوشت، رابطه ویژه مقداری انرژی و تابع موج به صورت زیر بدست می‌آید:

(۱۰-۲)

$$9nc_2-(2n+1)c_5+(2n+1)\left(\sqrt{c_9}+c_3\sqrt{c_8}\right)+n(n-1)c_3+c_7+2c_3c_8+2\sqrt{c_8c_9}=0$$

$$\Psi_{n,K}(S)=N_{n,K}S^{C_{12}}\ (1-C_3S)^{C_{13}}P_n^{(C_{10},C_{11})}(1-2C_3S)$$

( ۱۱-۲)

در اینجا $P_n^{(\mu,\nu)}(x)$ چند جمله ای ژاکوبی است و $N_{n,K}$ ضرایب نرمالیزاسیون است و نحوه محاسبه ضرایب ثابت $c_i$ در جدول زیر آمده است.

جدول۲-۱ : ضرایب $c_i$ (i=4, 5 …13)

| | | |
|---|---|---|
| $c_4=\frac{1}{2}(1-c_1)$ | $c_5=\frac{1}{2}(c_2-2c_3)$ | $c_6=c_5^2+\chi_2$ |
| $c_7=2c_4c_5-\chi_1$ | $c_8=c_4^2+\chi_0$ | $c_9=c_3(c_7+c_3c_8)+c_6$ |
| $c_{10}=c_1+2c_4+2\sqrt{c_8}-1\rangle-1$ | $c_{11}=1-c_1-2c_4+\frac{2}{c_3}\sqrt{c_9}\rangle-1, c_3\neq 0$ | $c_{12}=c_4+\sqrt{c_8}\rangle 0$ |
| $c_{13}=-c_4+\frac{1}{c_3}\left(\sqrt{c_9}-c_5\right)\rangle 0, c_3\neq 0$ | | |

با جایگزاری این ضرایب و معادله (۲-۱۰)و (۲-۱۱) می توان طیف انرژی و تابع موج را می توان محاسبه کرد.

این روش به طور مختصر بیان شده و در فصل بعدی به طور کامل توضیح و برای حل مساله از آن استفاده شده است.

# فصل سوم

# محاسبات

## ۳-۱ محاسبه‌ی برخی ویژگی‌های استاتیکی

رفتار پروتون‌ها و نوترون‌های درون هسته(نوکلئون)، بصورت کلاسیکی نمی‌باشد. در نتیجه رفتار موجی نوکلئون‌ها خواص هسته‌ها را مشخص می‌کند. تحلیل و بررسی این رفتار موجی نیازمند تکنیک‌های ریاضی در مکانیک کوانتومی است[۳۶].

## ۳-۲ بررسی ویژگی های استاتیکی $^{14}C$ با رویکرد مدل خوشه ای

برای یک سیستم A ذره ای می‌توان N=A-1 بردار ژاکوبی و در نتیجه 3N مختصه ژاکوبی تعریف کرد و در هر تعریف هر بردار ژاکوبی در واقع مرکز جرم یک زیر سیستم را به ذرات باقی مانده وصل می‌کند [۳۷]. وقتی ذرات مورد بررسی نوکلئون‌ها باشند می‌توان با چشم پوشی از اختلاف جرم بین پروتون و نوترون، ذرات سیستم را هم جرم در نظر گرفت. برای چنین سیستمی می‌توان N بردار ژاکوبی را به صورت زیر تعریف کرد[۳۸].

$$\vec{\zeta}_i = \sqrt{\frac{i}{i+1}}\left(\vec{r}_{i+1} - \frac{1}{i}\sum_{j=1}^{i}\vec{r}_j\right) \qquad i = 1, 2, \ldots, N-1 \qquad , \qquad (۳-۱)$$

$\vec{\zeta}_i$ بردار مکان هر نقطه نسبت به مرکز نقاط قبلی است. مختصه مرکز جرم و فوق مرکزی برای هر A ذره به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x^2 = \sum_{i=1}^{N-1}\left(\zeta_i^2\right) = \sum_{i=1}^{N-1}\left(r_i - R\right)^2 = \frac{2}{N-1}\sum_{k;\ell>k} r_{k\ell}^2, \quad R = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N} r_i \qquad , \qquad (۳-۲)$$

بدین صورت مسئله N-جسمی در چارچوب مرکز جرم به یک مسئله با D بعد هندسی (D=3N-3)، Nذره تبدیل می‌شود. برای یک سیستم ۳ ذره ای بعد از حذف مرکز جرم به یک مسئله ۶ بعدی (D=9-3=6) تبدیل می‌شود. که با استفاده از مختصات نسبی ژاکوبی$\zeta_1$، $\zeta_2$ و مختصات مرکز جرم تعریف می شود [۳۹].

برای یک سیستم سه ذره ای مختصات ژاکوبی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\zeta_1 = \frac{r_1 - r_2}{\sqrt{2}}, \qquad \zeta_2 = \frac{r_1 + r_2 - 2r_3}{\sqrt{6}}, \qquad R_3 = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3} \tag{۳-۳}$$

،

مختصه فوق کروی با استفاده از مقادیر $\zeta_2$ ,$\zeta_1$ با رابطه زیر داده می‌شود:

$$x = \sqrt{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}, \qquad t = \arctan\left(\frac{\zeta_1}{\zeta_2}\right) \tag{۴-۳}$$

،

هم‌چنین برای عملگر لاپلاسی در مختصات فوق کروی برای N ذره در فضای D-بعدی داریم [۴۰،۴۱،۴۲]:

$$-\sum_{i=1}^{N-1} \nabla_{\zeta_i}^2 = -\sum_{i=1}^{N-1} \nabla_x^2 = -\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{D-1}{x}\frac{d}{dx} + \frac{L^2(\Omega)}{x^2}\right) \tag{۵-۳}$$

،

$$H = \frac{P_\rho^2}{2m} + \frac{P_\lambda^2}{2m} + V(X) \qquad . \tag{۶-۳}$$

$$\frac{-1}{2\mathrm{m}}\left(\nabla_{\rho}+\nabla_{\lambda}\right)=\frac{-1}{2}\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{5}{x}\frac{d}{dx}-\frac{L^2(\Omega)}{x^2}\right) \quad ، \qquad (۷-۳)$$

$$L^2(\Omega)=-\ell\ (\ell+D-2) \qquad (۸-۳)$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{d}{dx}-\frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2}\right)\Psi_{n\ell m}(x)=-2m[E-V(x)]\Psi_{n\ell m}(x) \qquad (۹-۳)$$

با بکارگیری روش جداسازی متغیرها داریم:

$$\psi_{n\ell m}\left(x,\Omega_D\right)=U_{n\ell}\left(x\right)Y_{\ell}^{m}\left(\Omega_D\right) \qquad (۱۰-۳)$$

.

رابطه بالا دو معادله جداگانه ایجاد می‌کند که در آن $Y_{\ell}^{m}(\Omega_D)$ توابع هارمونیک فوق کروی می‌باشند.

$$L^2\left(\Omega\right)Y_{\ell}^{m}\left(\Omega_D\right)=\ell\left(\ell+D-2\right)Y_{\ell}^{m}\left(\Omega_D\right) \quad ، \qquad (۱۱-۳)$$

معادله فوق شعاعی شرودینگر به کمک مختصات ژاکوبی به صورت زیر داده می‌شود [4، ۴۳]:

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{d}{dx}-\frac{\ell\left(\ell+D-2\right)}{x^2}-\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[V\left(x\right)-E_{n\ell}\right]\right\}R_{n\ell}\left(x\right)=0 \quad .$$

(۱۲-۳)

که در آن $E_{n\ell}$ ، $R_{n\ell}(x)$ به ترتیب ویژه مقادیر انرژی و قسمت فوق شعاعی تابع موج می‌باشند[۴۵]. اگر پتانسیل بین ذرات تنها وابسته به توان‌هایی از فاصله نسبی آن‌ها باشند می‌توان آن‌ها را بر حسب ابر شعاع نوشت. در این صورت به این پتانسیل‌ها، پتانسیل‌های فوق مرکزی می‌گویند.

پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم [۴۶، ۴۷] را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$V(x) = -\frac{v_0 e^{-\alpha x}}{\alpha x} + \frac{v_1 e^{-\alpha x}}{\alpha x^2} \quad . \qquad (۱۳-۳)$$

که در آن $v_0$ و $v_1$ پارامترهای حقیقی هستند، این پارامترها ضرایب پتانسیل هستند که متناسب با هر هسته و مدل پیشنهادی، متفاوت اند. جمله اول جاذبه و جمله دوم دافعه است و $\alpha$ متناسب با برد و مجذور دامنه پتانسیل است.

با در نظر گرفتن قسمت شعاعی تابع موج به صورت $U(x) = x^{\left((D-1)/2\right)} R_{n\ell}(x), \quad \lambda = \ell + \frac{(D-3)}{2}$ معادله فوق شعاعی شرودینگر با پتانسیل فوق مرکزی با توجه به رابطه (۳-۸) به صورت زیر داده می‌شود.

$$\frac{d^2 U_{n\ell}(x)}{dx^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n\ell} + \frac{v_0 e^{-\alpha x}}{\alpha x} - \frac{v_1 e^{-\alpha x}}{\alpha x^2} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2}\right\} U_{n\ell}(x) = 0 \quad . \qquad (۱۴-۳)$$

به منظور حل تحلیلی معادله ما تقریب پیشنهادی توسط Greene و Aldrich [۴۸] را در نظر گرفته و جایگزین قسمت اسپین مداری می‌کنیم این تقریب برای $\alpha x << 1$ معتبر است[۴۹].

(۱۵-۳)

$$\frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2} \approx \frac{\lambda(\lambda+1)\alpha^2}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)^2}$$

با جایگذاری تقریب بالا در رابطه (۳-۱۴) داریم:

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(x)}{dx^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n,\ell} + \frac{v_0 e^{-\alpha x}}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)} - \frac{v_1 \alpha e^{-\alpha x}}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)^2} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)\alpha^2}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)^2}\right\}U_{n,\ell}(x) = 0 \quad .$$

(۱۶-۳)

با بکار بردن تغییر متغیر $s = \exp(-\alpha x)$ و استفاده از مشتقات جزئی داریم:

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(x)}{dx^2} = \left(\frac{ds}{dx}\right)^2 \frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2} + \left(\frac{d^2s}{dx^2}\right)\frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds} \quad . \qquad (۱۷-۳)$$

لذا رابطه (۳-۱۶) به کمک رابطه بالا به صورت زیر نوشته می شود:

$$\alpha^2 s^2 \frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2} + \alpha^2 s \frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n,\ell} + \frac{v_0 s}{(1-s)} - \frac{v_1 \alpha s}{(1-s)^2} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)\alpha^2}{(1-s)^2}\right\}U_{n,\ell}(s) = 0 \qquad (۱۸-۳)$$

طرفین رابطه بالا را بر $(\alpha^2 s^2)$ تقسیم می کنیم و همچنین مقدار $(1-s)$ را در صورت و مخرج ضریب مشتق اول تابع موج اضافه می کنیم و از $(1-s)^2$ مخرج در قسمت کروشه فاکتور می گیریم.

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2}+\frac{(1-s)}{s(1-s)}\frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds}+$$
$$\frac{1}{s^2(1-s)^2}\left\{\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[E_{n,\ell}(1-s)^2+v_0s(1-s)-v_1\alpha s\right]-\lambda(\lambda+1)\right\}U_{n,\ell}(s)=0$$

(۱۹-۳)

حال با توجه به روش پارامتری PNU معادله بالا را مرتب می کنیم.

$$U''_{n,\ell}(s)+\frac{(1-s)}{s(1-s)}U'_{n,\ell}(s)+\frac{1}{s^2(1-s)^2}\left[-\chi_2s^2+\chi_1s-\chi_0\right]U_{n,\ell}(s)=0 \quad . \qquad (۲۰-۳)$$

که در آن $\chi_2$،$\chi_1$ و $\chi_0$ به صورت زیر درنظر گرفته می‌شوند:

$$\chi_2=\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[v_0-E_{n\ell}\right]$$
$$\chi_1=\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[v_0-2E_{n\ell}-v_1\alpha\right] \qquad (۲۱-۳)$$
$$\chi_0=-\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}E_{n\ell}+\lambda(\lambda+1)$$

در نهایت با توجه به روش پارامتری PNU معادله ویژه مقداری انرژی و تابع موج بدست می‌آیند.

$$(2n+1)\left(\sqrt{\chi_2-\chi_1+\chi_0+\frac{1}{4}}+\sqrt{\chi_0}+\frac{1}{4}(2n+1)\right)+2\sqrt{\chi_0(\chi_2-\chi_1+\chi_0+\frac{1}{4})}+2\chi_0-\chi_1+\frac{1}{4}=0$$

(۲۲-۳)

$$R_{n,\ell}(x)=N'x^{\left(-\frac{D-1}{2}\right)}\left(e^{-\alpha x}\right)^{\left(\sqrt{\chi_0}\right)}\left(1-e^{-\alpha x}\right)^{\left(\sqrt{\chi_2-\chi_1+\chi_0+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2}\right)}P_n^{\left(2\sqrt{\chi_0},2\sqrt{\chi_2-\chi_1+\chi_0+\frac{1}{4}}\right)}\left(1-2e^{-\alpha x}\right)$$

(۲۳-۳)

که در آن $N'$ ثابت بهنجارش و $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ چند جمله‌ای‌های ژاکوبی می‌باشند. که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(x)=\frac{(-1)^k}{2^k k!}(1-x)^{-\alpha}(1+x)^{-\beta}\frac{d^k}{dx^k}\left[(1-x)^{\alpha+k}(1+x)^{\beta+k}\right] \quad . \qquad (۲۴-۳)$$

که مقدار آن به ازای $n=0,1,2,3,\ldots$ به صورت زیر داده می شود:

$$P_0^{(\alpha,\beta)}(x)=1$$
$$P_1^{(\alpha,\beta)}(x)=\frac{1}{2}\left[(\alpha-\beta)+(\alpha+\beta+2)x\right] \qquad (۲۵-۳)$$

...

دو رابطه (۳-۲۲) و (۳-۲۳) معادله ویژه مقداری و تابع موج با پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم در حالت کلی برای $N$ ذره و $D$ بعد می‌باشد.

اکنون سیستم را به صورت سه ذره‌ای در نظر گرفته و مقادیر انرژی و شعاع و ضرایب پتانسیل را محاسبه می‌کنیم.

در این بررسی ما $^{14}C$ را به صورت یک سیستم سه جسمی به صورت ($^{14}C=^{12}C+n+n$) یک هسته بسته $^{12}C$ به همراه دو نوترون در نظر گرفته ایم لذا مقدار $D=(3N-3)=6$ بدست می آید. حال چگونگی تعریف مختصات ژاکوبی و نحوه بدست آوردن جرم کاهش یافته را برای یک سیستم سه

جسمی با توجه به روابط ژاکوبی نشان می دهیم و با توجه به آن مقدار جرم کاهش یافته مورد نظر را بدست می آوریم.

مختصات ژاکوبی برای یک سیستم سه جسمی با جرم های $m_1$، $m_2$ و $m_3$ را به صورت زیر داریم:

$$\vec{\xi}_i = \sqrt{\frac{i}{i+1}}\left(\vec{r}_{i+1} - \frac{1}{i}\sum_{j=1}^{i}\vec{r}_j\right) \quad , \quad i = 1,2,...,N-1 \qquad (۲۶-۳)$$

$$\vec{\zeta}_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}\left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right)$$
$$\vec{\zeta}_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\vec{r}_3 - \frac{1}{2}\left(\vec{r}_1 + \vec{r}_2\right)\right) \qquad (۲۷-۳)$$

در ادامه مقدار فوق شعاع را به صورت زیر داریم:

$$x = \sqrt{\vec{\zeta}_1^{\,2} + \vec{\zeta}_2^{\,2}} \qquad (۲۸-۳)$$

همچنین جرم کاهش یافته برای سیستم سه جسمی از معادلات زیر استفاده بدست می آید.

$$\begin{cases} m_{\zeta_1} = \dfrac{2m_2 m_1}{m_1 + m_2} \\ m_{\zeta_2} = \dfrac{3m_3\left(m_1 + m_2\right)}{2\left(m_1 + m_2 + m_3\right)} \end{cases} \Rightarrow \left\{ \mu = \frac{2m_{\zeta_1} m_{\zeta_2}}{m_{\zeta_1} + m_{\zeta_2}} \right. \qquad (۲۹-۳)$$

حال با توجه به معادله ویژه مقداری انرژی ترازهای حالت پایه و دو حالت برانگیخته دیگر را بدست می آوریم . مقادیر بدست آمده در این بررسی با مقادیر تجربی مقایسه گردیده و نتایج در جدول زیر ارایه شده است.

جدول (۳-۱): انرژی حالت پایه و برانگیخته برای ایزوتوپ $^{14}C$ در مدل (سه جسمی)

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | حالت | $E_{-Our}$ (MeV) | $E_{-Exp.}$ (MeV)[51] |
|---|---|---|---|---|---|
| $^{14}C$ | $\alpha(fm^{-1})$ | ۰/۰۱۲۶ | $0^+$ | -۱۰۵/۵۴۸۷ | -۱۰۵/۲۸۴۴ |
| | $v_o(MeV)$ | ۱۴/۹۰۳۴ | $2^+$ | -۹۹/۹۹۹۷ | -۹۸/۲۷۲۴ |
| | $v_1(MeV.fm)$ | ۳۱/۶۵۰۹ | $4^+$ | -۹۳/۰۱۴۲ | -۹۲/۵۴۸۴ |

ضرایب پتانسیل از طریق برازش با داده‌های تجربی بدست آمده و بهترین ضریب که متناسب با مقادیر انرژی است را انتخاب می‌کنیم.

با داشتن تابع موج می‌توان طبق رابطه (۳-۲۳) شعاع باری را با استفاده از معادله زیر می توان بدست آورد.

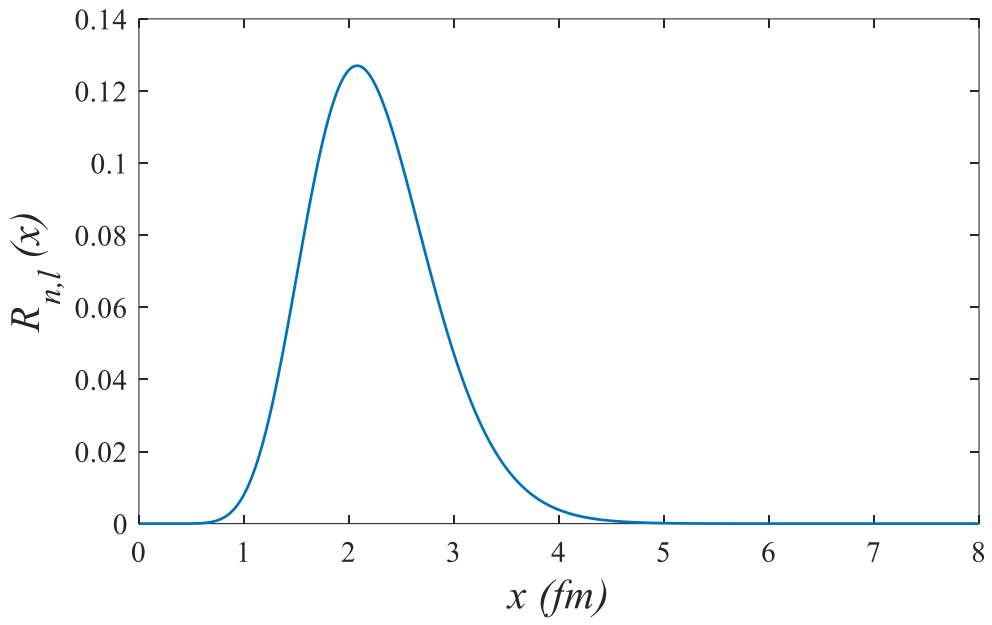
$$\langle x^2\rangle^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\int R^*_{n,\ell}(x)x^2R_{n,\ell}(x)d^3x}{\int R^*_{n,\ell}(x)R_{n,\ell}(x)d^3x}\right)^{\frac{1}{2}} \quad . \qquad (۳۰-۳)$$

در ادامه شعاع باری این ایزوتوپ $^{14}C$ در حالت پایه به کمک روابط (۳-۲۳) و (۳-۳۰) بدست آمده و با مقادیر تجربی مقایسه شده است.

جدول (۳-۲) جذر میانگین مربع شعاع باری ایزوتوپ $^{14}C$ در حالت پایه (سه جسمی)

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | $<r^2>^{\frac{1}{2}}_{our\ work}$ $(fm)$ | -Exp. *(MeV)*[51] |
|---|---|---|---|---|
| $^{14}C$ | $\alpha(fm^{-1})$ | ۰/۰۱۲۶ | ۲/۵۲۷۹ | ۲/۵۰۲۵ |
| | $v_o(MeV)$ | ۱۴/۹۰۳۴ | | |
| | $v_1(MeV.fm)$ | ۳۱/۶۵۰۹ | | |

همچنین رفتار تابع موج با توجه به پارامترهای پتانسیل و معادله بدست آمده برای تابع موج در شکل زیر نشان داده شده است.




شکل(۳-۱) رفتار تابع موج با توجه به پارامترهای پتانسیل

## ۳-۳ بررسی ویژگی های استاتیکی $^{14}O$ با رویکرد مدل خوشه ای

در این قسمت به بررسی ایزوتوپ با مدل پیشنهادی آلفا خوشه و نوکلئون می‌پردازیم به این صورت که دراین رهیافت ایزوتوپ را به صورت یک خوشه آلفا به همراه دو پروتون در نظر می‌گیریم. و با کمک مختصات ژاکوبی که در بخش قبل توضیح داده شد به بررسی ویژگی‌های استاتیکی این ایزوتوپ از قبیل ترازهای انرژی و شعاع باری می‌پردازیم. برای حل این مسئله از معادله شرودینگر فوق شعاعی بهره می گیریم و همچنین پتانسیل مورد نظر خود را به صورت پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم

به همراه یک قسمت کولنی در نظر گرفته و معادله ویژه مقداری انرژی و تابع موج را بدست می‌آوریم. با جایگزاری پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم [46، 47] در معادله فوق شعاعی شرودینگر به کمک مختصات ژاکوبی به صورت معادله (۳-۳۲) در می‌آید:

پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم و پتانسیل کولنی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$V(x) = -\frac{v_0 e^{-\alpha x}}{\alpha x} + v_1 \frac{e^{-\alpha x}}{\alpha x^2} + \frac{k}{\alpha x} \qquad (۳۱-۳)$$

$$\frac{d^2 U_{n\ell}(x)}{dx^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n\ell} + \frac{v_0 e^{-\alpha x}}{\alpha x} - \frac{v_1 e^{-\alpha x}}{\alpha x^2} - \frac{k}{\alpha x} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2}\right\}U_{n\ell}(x) = 0 \qquad (۳۲-۳)$$

که در آن $v_0$، $v_1$ و k پارامترهای حقیقی هستند، این پارامترها عمق چاه پتانسیل را توصیف می‌کنند. و پارامتر α نیز محدوده پتانسیل را تعیین می‌کند. دراین صورت با درنظرگرفتن قسمت شعاعی تابع موج به صورت $U(x) = x^{\left((D-1)/2\right)} R_{n\ell}(x), \quad \lambda = \ell + \frac{(D-3)}{2}$ معادله فوق شعاعی شرودینگر با پتانسیل فوق مرکزی است. به منظور حل تحلیلی معادله ما تقریب پیشنهادی توسط Greene و Aldrich [۴۸] را در نظر گرفته و جایگزین قسمت اسپین مداری می‌کنیم این تقریب برای $\alpha x << 1$ معتبر است[۴۹].

$$\frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2} \approx \frac{\lambda(\lambda+1)\alpha^2}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)^2} \qquad (۳۳-۳)$$

با جایگذاری تقریب بالا در رابطه (۳-۳۳) داریم:

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(x)}{dx^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n,\ell}+\frac{v_0e^{-\alpha x}}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)}-\frac{v_1\alpha e^{-\alpha x}}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)^2}-\frac{k}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)}-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)\alpha^2}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)^2}\right\}U_{n,\ell}(x)=0$$

(۳۴-۳)

با بکار بردن تغییر متغیر $s=\exp(-\alpha x)$ و استفاده از مشتقات جزئی داریم:

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(x)}{dx^2}=\left(\frac{ds}{dx}\right)^2\frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2}+\left(\frac{d^2s}{dx^2}\right)\frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds}$$

(۳۵-۳)

لذا معادله (۳-۳۴) به کمک رابطه بالا به صورت زیر نوشته می شود:

$$\alpha^2s^2\frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2}+\alpha^2s\frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds}+$$
$$\frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n,\ell}+\frac{v_0s}{(1-s)}-\frac{v_1\alpha s}{(1-s)^2}-\frac{k}{(1-s)}-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)\alpha^2}{(1-s)^2}\right\}U_{n,\ell}(s)=0$$

(۳۶-۳)

طرفین رابطه بالا را بر $(\alpha^2s^2)$ تقسیم می کنیم و همچنین مقدار $(1-s)$ را در صورت و مخرج ضریب مشتق اول تابع موج اضافه می کنیم و از $(1-s)^2$ مخرج در قسمت کروشه فاکتور می گیریم.

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2}+\frac{(1-s)}{s(1-s)}\frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds}+\frac{1}{s^2(1-s)^2}$$
$$\left\{\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[E_{n,\ell}(1-s)^2+v_0s(1-s)-v_1\alpha s-k(1-s)\right]-\lambda(\lambda+1)\right\}U_{n,\ell}(s)=0$$

(۳۷-۳)

حال با توجه به روش پارامتریPNU معادله بالا را مرتب می کنیم.

$$U''_{n,\ell}(s)+\frac{(1-s)}{s(1-s)}U'_{n,\ell}(s)+\frac{1}{s^2(1-s)^2}\left[-\chi'_2 s^2+\chi'_1 s-\chi'_0\right]U_{n,\ell}(s)=0 \qquad (۳۸-۳)$$

که در آن $\chi_2$،$\chi_1$ و $\chi_0$ به صورت زیر درنظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned}\chi'_2&=\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[v_0-E_{n\ell}\right]\\ \chi'_1&=\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[v_0-2E_{n\ell}-v_1\alpha+k\right]\\ \chi'_0&=-\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left(E_{n\ell}-k\right)+\lambda(\lambda+1)\end{aligned} \qquad (۳۹-۳)$$

در نهایت با توجه به روش پارامتری PNU معادله ویژه مقداری انرژی و تابع موج بدست می‌آیند.

$$(2n+1)\left(\sqrt{\chi'_2-\chi'_1+\chi'_0+\frac{1}{4}}+\sqrt{\chi'_0}+\frac{1}{4}(2n+1)\right)+2\sqrt{\chi'_0(\chi'_2-\chi'_1+\chi'_0+\frac{1}{4})}+2\chi'_0-\chi'_1+\frac{1}{4}=0$$

(۴۰-۳)

$$R_{n,\ell}(x)=N''x^{\left(-\frac{D-1}{2}\right)}\left(e^{-\alpha x}\right)^{\left(\sqrt{\chi'_0}\right)}\left(1-e^{-\alpha x}\right)^{\left(\sqrt{\chi'_2-\chi'_1+\chi'_0+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2}\right)}P_n^{\left(2\sqrt{\chi'_0},2\sqrt{\chi'_2-\chi'_1+\chi'_0+\frac{1}{4}}\right)}\left(1-2e^{-\alpha x}\right)$$

(۴۱-۳)

که در آن "N ثابت بهنجارش و $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ چند جمله‌ای‌های ژاکوبی می‌باشند.

دو رابطه(۳-۴۱ ) و (۳-۴۰) معادله ویژه مقداری و تابع موج با پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم و کولنی در حالت کلی برای N ذره و D بعد می‌باشد. در اینجا سیستم را به صورت سه ذره‌ای در نظر گرفته و مقادیر انرژی و شعاع و ضرایب پتانسیل را محاسبه می‌کنیم. در این بررسی ما $^{14}O$ را به صورت یک سیستم سه جسمی به صورت ($^{14}O=^{12}C+p+p$) یک هسته بسته $^{12}C$ به همراه دو پروتون درنظرگرفته‌ایم لذا مقدار $D=(3N-3)=6$ بدست می آید. حال چگونگی تعریف مختصات ژاکوبی و نحوه بدست آوردن جرم کاهش یافته را برای یک سیستم سه جسمی با توجه به روابط ژاکوبی که در بخش قبل توضیح دادیم (۳-۲۳) نشان می دهیم و با توجه به آن مقدار جرم کاهش یافته مورد نظر را بدست می آوریم. همچنین جرم کاهش یافته برای سیستم سه جسمی از معادلات (۳-۲۹) استفاده بدست می آید. حال با توجه به معادله ویژه مقداری انرژی ترازهای انرژی حالت پایه و دو حالت برانگیخته دیگر را بدست می آوریم. مقادیر بدست آمده در این بررسی با مقادیر تجربی مقایسه گردیده و نتایج در جدول زیر ارایه شده است.

جدول (۳-۳): انرژی حالت پایه و برانگیخته برای ایزوتوپ $^{14}O$ در مدل (سه جسمی)

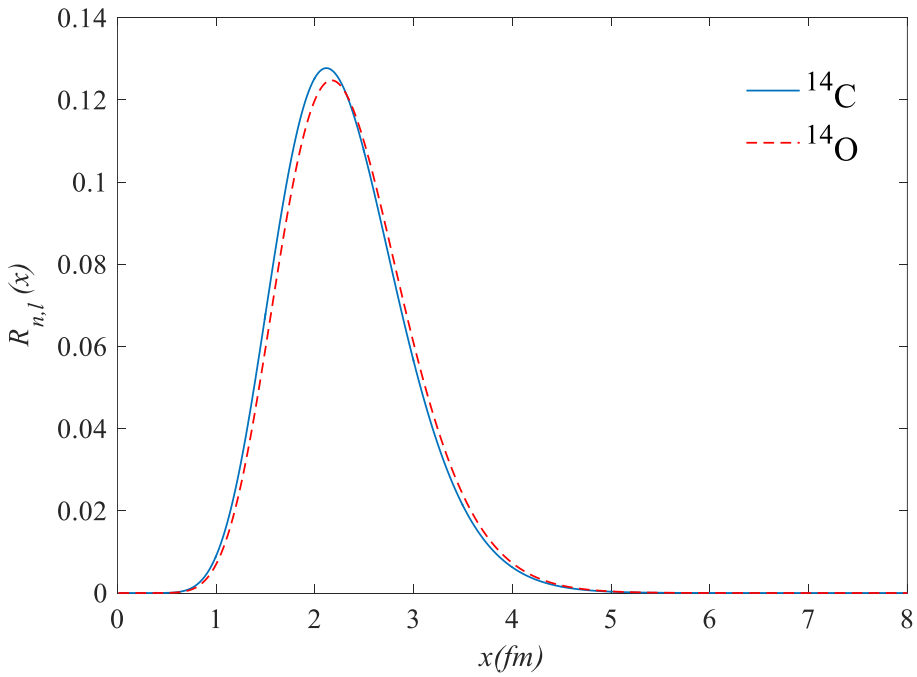
| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | حالت | E-Our (MeV) | E-Exp. (MeV)[50] |
|---|---|---|---|---|---|
| $^{14}O$ | $\alpha(fm^{-1})$ | ۰/۰۱۲۶ | $0^+$ | -۹۹/۰۱۳۱ | -۹۸/۷۳۲۲ |
| | $v_o(MeV)$ | ۲۲/۶۴۷۶ | $2^+$ | -۹۱/۲۱۷۴ | -۹۰/۹۶۴۲ |
| | $v_1(MeV.fm)$ | ۳۵/۲۶۳۷ | $4^+$ | -۸۷/۲۵۹۸ | -۸۸/۸۱۷۲ |
| | $k(MeV)$ | ۷ | | | |

در ادامه شعاع باری این ایزوتوپ $^{14}O$ در حالت پایه به کمک روابط (۳-۴۱) و (۳-۳۱) بدست آمده و با مقادیر تجربی مقایسه شده است.

جدول (۳-۴) : جذر میانگین مربع شعاع باری ایزوتوپ $^{14}O$ در حالت پایه (سه جسمی).

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | $<r^2>^{\frac{1}{2}}_{our\ work}$ $(fm)$ | -Exp. (MeV)[51] |
|---|---|---|---|---|
| $^{14}O$ | $\alpha(fm^{-1})$ | ۰/۰۱۲۶ | ۲/۶۷۳۰ | ۲/۴۱۵ |
| | $v_o(MeV)$ | ۲۲/۶۴۷۶ | | |
| | $v_1(MeV.fm)$ | ۳۵/۲۶۳۷ | | |
| | $K$ $(MeV)$ | ۷ | | |

همچنین رفتار تابع موج با توجه به پارامترهای پتانسیل و معادله بدست آمده برای تابع موج برای دو ذره در شکل زیر نشان داده شده است. نتایج بدست آمده توافق قابل قبولی با مقادیر تجربی را داراست که نشان دهنده موفقیت مدل پیشنهادی بکار گرفته شده می‌باشد.




شکل(۳-۲) رفتار تابع موج با توجه به پارامترهای پتانسیل برای دو ایزوتوپ کربن و اکسیژن

## ۳-۴ محاسبه شعاع، انرژی و ضرایب پتانسیل دو ایزوتوپ $^{14}C$ و $^{14}O$ با پتانسیل بهبود یافته هولسن و یوکاوای مرتبه دوم

این بار می خواهیم با پتانسیل بهبود یافته هولسن [۵۲,۵۱] و یوکاوای مرتبه دوم [۵۳] محاسبات را پیش بگیریم و ضرایب پتانسیل و شعاع و انرژی را بدست آوریم. معادله ویژه مقداری شرودینگر را برای N ذره و D بعد داریم(۳-۳۱)، و پتانسیل مورد نظر (۳-۴۲) را جایگزین V(x) می کنیم و محاسبات را انجام می دهیم:

$$V(x) = -\frac{v_0 e^{-\alpha x}}{(1-e^{-\alpha x})} + v_1 \frac{e^{-\alpha x}}{x^2} \qquad (۳-۴۲)$$

با جایگزاری پتانسیل در معادله شرودینگر داریم:

$$\frac{d^2U_{nl}(x)}{dx^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{nl}+\frac{v_0e^{-\alpha x}}{(1-e^{-\alpha x})}-v_1\frac{e^{-\alpha x}}{x^2}-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2}\right\}U_{nl}(x)=0 \quad (۴۳-۳)$$

به منظور حل تحلیلی معادله ما تقریب پیشنهادی Greene و Aldrich [۵۳] را مد نظر قرار دادیم و در قسمت اسپین مداری معادله جایگزین می کنیم. (باید توجه داشت که این تقریب برای $\alpha x \ll 1$ معتبر است).

$$\frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2}\approx\frac{\lambda(\lambda+1)e^{-\alpha x}\alpha^2}{(1-e^{-\alpha x})^2} \quad (۴۴-۳)$$

در رابطه (۳-۴۳) تغیر متغیر( $s=\exp(-\alpha x)$ را اعمال می کنیم که به صورت زیر در می آید:

(۴۵-۳)

$$U''_{n,l}(S)+\frac{(۱-S)}{S(۱-S)}\acute{U}_{n,l}(S)+\frac{۱}{S^۲(۱-S)^۲}\left[-\chi''_۲S^۲+\chi''_۱S-\chi''_۰\right]$$

در اینجا $\chi''_0$ و $\chi''_1$ و $\chi''_2$ به صورت زیر درنظر گرفته می‌شوند:

$$\acute{\chi}_2=\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}(v_1\alpha^2+v_0\alpha-E_{nl})$$

$$\acute{\chi}_1 = -\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}(2E_{nl} - v_0\alpha + \frac{\hbar^2\alpha^2}{2\mu}\lambda(\lambda+1)) \qquad (۴۶-۳)$$

$$\acute{\chi}_0 = -\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}E_{nl}$$

در نهایت با توجه به روش پارامتری PNUمعادله ویژه مقداری انرژی و تابع موج بدست می‌آیند.

$$(2n+1)\left[\sqrt{\chi''_2 - \chi''_1 + \chi''_0 + \frac{1}{4}} + \sqrt{\chi''_0} + \frac{1}{4}(2n+1)\right] + 2\sqrt{\chi''_0(\chi''_2 - \chi''_1 + \chi''_0 + \frac{1}{4})} + 2\chi''_0 - \chi''_1 + \frac{1}{4} = 0$$

(۴۷-۳)

$$R_{n,\ell}(x) = N' x^{(-\frac{D-1}{2})}(e^{-\alpha x})^{(\sqrt{\chi''_0})}(1-e^{-\alpha x})^{(\sqrt{\chi''_2 - \chi''_1 + \chi''_0 + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2})} P_n^{(2\sqrt{\chi''_0}, 2\sqrt{\chi''_2 - \chi''_1 + \chi''_0 + \frac{1}{4}})}(1-2e^{-\alpha x})$$

(۴۸-۳)

که در آن 'N ثابت بهنجارش و $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ چند جمله‌ای‌های ژاکوبی می‌باشند. که به صورت (۲۴-۳) تعریف می شوند.دو رابطه(۳-۴۸ ) و(۳-۴۷) معادله ویژه مقداری و تابع موج با پتانسیل بهبود یافته هولسن و یوکاوای مرتبه دوم در حالت کلی برای N ذره و D بعد می‌باشد.در اینجا سیستم را به صورت سه ذره‌ای در نظر گرفته و مقادیر انرژی و شعاع و ضرایب پتانسیل را محاسبه می‌کنیم.چون در این بررسی ما $^{14}C$ را به صورت یک سیستم سه جسمی (کربن-۱۲ و دو نوترون اضافی) و $^{14}O$ به صورت کربن-۱۲ و دو پروتون اضافی ) در نظر گرفته ایم، لذا مقدار D=(3N-3)=6 بدست می آید.

جداول زیر مقادیر انرژی و ضرایب پتانسیل را برای حالت پایه و دو حالت برانگیخته برای دو ایزوتوپ $^{14}C$ و $^{14}O$ را نشان داده و با مقدار تجربی مقایسه شده است.

جدول (۳-۵): انرژی حالت پایه و دو حالت برانگیخته برای ایزوتوپ $^{14}O$

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | حالت | E-Our (MeV) | E-Exp. (MeV)[50] |
|---|---|---|---|---|---|
| $^{14}O$ | $\alpha(fm^{-1})$ | ۰/۰۱۲۶ | $0^+$ | -۹۹/۰۱۳۱ | -۹۸/۷۳۲۲ |
| | $v_o(MeV)$ | ۲۲/۶۴۷۶ | $2^+$ | -۹۴/۲۱۷۴ | -۹۴/۹۶۴۲ |
| | $v_1(MeV.fm)$ | ۳۵/۲۶۳۷ | $4^+$ | -۷۷/۲۵۹۸ | -۸۸/۸۱۷۲ |
| | $k(MeV)$ | ۷ | | | |

جدول (۳-۶): انرژی حالت پایه ودو حالت برانگیخته ایزوتوپ $^{14}C$

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | حالت | E-Our (MeV) | E-Exp. (MeV)[49] |
|---|---|---|---|---|---|
| $^{14}C$ | $\alpha(fm^{-1})$ | ۰/۰۱۲۶ | $0^+$ | -۱۰۵/۵۴۸۷ | -۱۰۵/۲۸۴۴ |
| | $v_o(MeV)$ | ۱۴/۹۰۳۴ | $2^+$ | -۹۹/۹۹۹۷ | -۹۸/۲۷۲۴ |
| | $v_1(MeV.fm)$ | ۳۱/۶۵۰۹ | $4^+$ | -۹۳/۰۱۴۲ | -۸۴/۵۴۹۴ |

از طریق معادله (۳-۴۸) و (۳-۲۳) شعاع باری را برای حالت پایه، برای دو ایزوتوپ $^{14}C$ و $^{14}O$ را محاسبه کردیم و در جدول زیر جمع آوری کردیم.

جدول (۳-۷) شعاع باری ایزوتوپ $^{14}C$ در حالت پایه

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | $<r^2>^{\frac{1}{2}}_{our\ work}$ ( $fm$) | -Exp. (MeV)[49] |
|---|---|---|---|---|
| $^{14}C$ | $\alpha(fm^{-1})$ | ۰/۰۱۲۶ | ۲/۵۸۳۱ | ۲/۵۰۲۵ |
| | $v_o(MeV)$ | ۱۸/۸۷۷۹ | | |
| | $v_1(MeV.fm)$ | ۴۶/۹۹۳۹ | | |

جدول (۳-۸) جذر میانگین مربع شعاع باری ایزوتوپ $^{14}O$ در حالت پایه

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | $<r^2>^{\frac{1}{2}}_{our\ work}$ ( $fm$) | -Exp. (MeV)[49] |
|---|---|---|---|---|
| $^{14}O$ | $\alpha(fm^{-1})$ | ۰/۰۱۲۶ | ۲/۵۴۳۱ | ۲/۴۱۵ |
| | $v_o(MeV)$ | ۱۸/۸۷۸۹ | | |
| | $v_1(MeV.fm)$ | ۴۶/۹۹۳۹ | | |

مقادیر بدست آمده توسط پتانسیل بهبود یافته هولسن و یوکاوای مرتبه دوم کاملا منطقی و به مقادیر تجربی بسیار نزدیک است، به همین دلیل می توان گفت که مدل و پتانسیل مناسبی برای این دو ایزوتوپ در نظر گرفته شده است.

## ۳-۵ محاسبه خواص استاتیکی $^{14}C$ با توجه به رویکرد مدل خوشه ای و به صورت دو ذره ای

برای داشتن اطمینان از اینکه مدل انتخابی مناسب و دارای دقت بالایی بوده است، تصمیم گرفته شد که مقادیر انرژی و ضرایب پتانسیل و شعاع باری یکی از ایزوتوپ ها را به انتخاب و با توجه به مدل دو ذره ای با پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم محاسبه کرده و نتایج حاصل را بررسی کنیم.

در مدل دو ذره ای نیازی به مختصات ژاکوپی نیست، در نتیجه محاسبات راحت‌تر می شوند.

معادله فوق شعاعی شرودینگر به صورت زیر داده می‌شود [۴۴، ۴۳]:

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{d}{dx}-\frac{\ell(\ell+D-2)}{x^2}-\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[V(x)-E_{n\ell}\right]\right\}R_{n\ell}(x)=0 \qquad (۱۲-۳)$$

که در آن $E_{n\ell}$ ، $R_{n\ell}(x)$ به ترتیب ویژه مقادیر انرژی و قسمت فوق شعاعی تابع موج می-باشند[۴۵]. اگر پتانسیل بین ذرات تنها وابسته به توان‌هایی از فاصله نسبی آن‌ها باشند می‌توان آن‌ها را بر حسب ابر شعاع نوشت. در این صورت به این پتانسیل‌ها، پتانسیل‌های فوق مرکزی می‌گویند.

پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم [۴۷، ۴۶] را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$V(x)=-\frac{v_0e^{-\alpha x}}{\alpha x}+\frac{v_1e^{-\alpha x}}{\alpha x^2} \qquad . \qquad (۱۳-۳)$$

که در آن $v_0$ و $v_1$ پارامترهای حقیقی هستند، این پارامترها ضرایب پتانسیل هستند که متناسب با هر هسته و مدل انتخابی متفاوت اند.

با در نظر گرفتن قسمت شعاعی تابع موج به صورت $U(x)=x^{\left((D-1)/2\right)}R_{n\ell}(x), \quad \lambda=\ell+\frac{(D-3)}{2}$

معادله فوق شعاعی شرودینگر با پتانسیل فوق مرکزی با توجه به رابطه (۳-۸)به صورت زیر داده می‌شود.

$$\frac{d^2U_{n\ell}(x)}{dx^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n\ell}+\frac{v_0e^{-\alpha x}}{\alpha x}-\frac{v_1e^{-\alpha x}}{\alpha x^2}-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)}{x^2}\right\}U_{n\ell}(x)=0 \qquad (۴۹\text{-}۳)$$

به منظور حل تحلیلی معادله ما تقریب پیشنهادی توسط Greene و Aldrich [۴۸] را در نظر گرفته و جایگزین قسمت اسپین مداری می‌کنیم این تقریب برای $\alpha x<<1$ معتبر است[۴۹].

با جایگذاری تقریب (۳-۱۵)در رابطه (۳-۴۹) داریم:

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(x)}{dx^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n,\ell}+\frac{v_0e^{-\alpha x}}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)}-\frac{v_1\alpha e^{-\alpha x}}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)^2}-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)\alpha^2}{\left(1-e^{-\alpha x}\right)^2}\right\}U_{n,\ell}(x)=0$$

(۵۰-۳)

با بکار بردن تغییر متغیر $s=\exp(-\alpha x)$ و استفاده از مشتقات جزئی داریم:

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(x)}{dx^2}=\left(\frac{ds}{dx}\right)^2\frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2}+\left(\frac{d^2s}{dx^2}\right)\frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds} \qquad (۵۱-۳)$$

لذا رابطه (۳-۵۰) به کمک رابطه بالا به صورت زیر نوشته می شود:

$$\alpha^2 s^2\frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2}+\alpha^2 s\frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds}+ \frac{2\mu}{\hbar^2}\left\{E_{n,\ell}+\frac{v_0 s}{(1-s)}-\frac{v_1\alpha s}{(1-s)^2}-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\lambda(\lambda+1)\alpha^2}{(1-s)^2}\right\}U_{n,\ell}(s)=0 \qquad (۵۲-۳)$$

طرفین رابطه بالا را بر $(s^2\ \alpha^2)$ تقسیم می کنیم و همچنین مقدار $(1\text{-}s)$ را در صورت و مخرج ضریب مشتق اول تابع موج اضافه می کنیم و از $(1\text{-}s)^2$ مخرج در قسمت کروشه فاکتور می گیریم.

$$\frac{d^2U_{n,\ell}(s)}{ds^2}+\frac{(1-s)}{s(1-s)}\frac{dU_{n,\ell}(s)}{ds}+ \frac{1}{s^2(1-s)^2}\left\{\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[E_{n,\ell}(1-s)^2+v_0 s(1-s)-v_1\alpha s\right]-\lambda(\lambda+1)\right\}U_{n,\ell}(s)=0$$

(۵۳-۳)

حال با توجه به روش پارامتری PNU معادله بالا را مرتب می کنیم.

$$U''_{n,\ell}(s)+\frac{(1-s)}{s(1-s)}U'_{n,\ell}(s)+\frac{1}{s^2(1-s)^2}\left[-\chi_2 s^2+\chi_1 s-\chi_0\right]U_{n,\ell}(s)=0 \qquad (۵۴-۳)$$

که در آن $\chi_2$،$\chi_1$ و $\chi_0$ به صورت زیر درنظر گرفته می‌شوند:

$$\chi_2 = \frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[v_0 - E_{n\ell}\right]$$
$$\chi_1 = \frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}\left[v_0 - 2E_{n\ell} - v_1\alpha\right] \qquad (۵۵-۳)$$
$$\chi_0 = -\frac{2\mu}{\hbar^2\alpha^2}E_{n\ell} + \lambda\left(\lambda+1\right)$$

در نهایت با توجه به روش پارامتری PNUمعادله ویژه مقداری انرژی و تابع موج بدست می‌آیند.

$$(2n+1)\left(\sqrt{\chi_2-\chi_1+\chi_0+\frac{1}{4}}+\sqrt{\chi_0}+\frac{1}{4}(2n+1)\right)+2\sqrt{\chi_0(\chi_2-\chi_1+\chi_0+\frac{1}{4})}+2\chi_0-\chi_1+\frac{1}{4}=0$$

(۵۶-۳)

$$R_{n,\ell}(x) = N'x^{\left(-\frac{D-1}{2}\right)}\left(e^{-\alpha x}\right)^{\left(\sqrt{\chi_0}\right)}\left(1-e^{-\alpha x}\right)^{\left(\sqrt{\chi_2-\chi_1+\chi_0+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2}\right)}P_n^{\left(2\sqrt{\chi_0},2\sqrt{\chi_2-\chi_1+\chi_0+\frac{1}{4}}\right)}\left(1-2e^{-\alpha x}\right)$$

(۵۷-۳)

که در آن $N'$ ثابت بهنجارش و $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ چند جمله‌ای‌های ژاکوبی می‌باشند. دو رابطه(۵۶-۳) و(۵۷-۳) معادله ویژه مقداری و تابع موج با پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم در حالت کلی برای N ذره و D بعد می‌باشد. در اینجا سیستم را به صورت دو ذره‌ای در نظر گرفته و مقادیر انرژی و شعاع و ضرایب پتانسیل را محاسبه می‌کنیم.

در این بررسی ما $^{14}C$ را به صورت یک سیستم دو جسمی به صورت ($^{14}C=^{7}Li+^{7}Li$)دو هسته $^{7}Li$ در نظر گرفته ایم[۵۰] (بصورت بر هم کنش دو خوشه) لذا مقدار D=(3N-3)=3 بدست می آید.

$$\mu = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2} \qquad (۵۸-۳)$$

مقادیر شعاع وانرژی به روش دوجسمی محاسبه شده و به ترتیب در جدول زیر آورده ایم.

جدول (۳-۸): جذر میانگین مربع شعاع باری ایزوتوپ $^{14}C$ در حالت پایه (دو جسمی)

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | $<r^2>^{\frac{1}{2}}_{our\ work}$ ( $fm$) | -Exp. (MeV)[49] |
|---|---|---|---|---|
| $^{14}C$ | $\alpha(fm^{-1})$ | 0/0681 | 2/5089 | 2/5025 |
| | $v_o(MeV)$ | 32/3234 | | |
| | $v_1(MeV.fm)$ | 24/4509 | | |

جدول (۳-۹): انرژی حالت پایه و برانگیخته برای ایزوتوپ $^{14}C$ در مدل (دو جسمی)

| ایزوتوپ | پارامترهای پتانسیل | | حالت | E-Our (MeV) | E-Exp. (MeV)[49] |
|---|---|---|---|---|---|
| $^{14}C$ | $\alpha(fm^{-1})$ | 0/0681 | $0^+$ | -105/4919 | -105/2844 |
| | $v_o(MeV)$ | 32/3234 | $2^+$ | -97/7576 | -98/2724 |
| | $v_1(MeV.fm)$ | 24/4509 | $4^+$ | -94/2266 | -94/5484 |

باتوجه به نتایج بدست آمده از محاسبات به روش دو ذره‌ای، در می‌یابیم که برای کربن هر دو مدل مناسب بوده و مقادیر بدست آمده با مقادیر تجربی فاصله چندانی ندارد. اینکه چگونه برای هر هسته چه مدلی انتخاب کنیم بسیار مهم است، و نمی‌توان هر هسته را به دلخواه با هر مدل بررسی کرد. با توجه به بررسی توسط هر دو مدل به این نتیجه دست یافتیم که اگر بررسی از طریق مدل دو ذره‌ای صورت بگیرد نتایج بهتری کسب می‌کنیم تا اینکه مدل به صورت سه ذره‌ای باشد، بدین معنی که هرچه

تعداد ذره ما در مدل انتخابی کمتر باشد در نتیجه درجه آزادی کمتر است و از آنجایی که انرژی به جرم وابسته است هرچه تعداد ذره کمتر باشد جرم کاهنده کمتر خواهد شد و مقادیر دقیق‌تر بدست می‌آیند. در این کار ما با بکارگیری مدل خوشه‌ای و حل معادله شرودینگر با روش مناسب ویژگی های استاتیکی مورد نظر یعنی شعاع و انرژی در حالت پایه و برانگیخته را توانستیم بدست آوریم، با توجه به نتایج رضایت بخشی که بدست آوردیم کارایی این مدل را به نمایش می‌گذارد.

## نتیجه گیری

از آنجایی که مدل لایه‌ای، برای بررسی هسته‌های زوج-زوج نسبت به سایر هسته‌ها از پیچیدگی‌های بیشتری برخوردار است، در مدل خوشه‌ای با در نظر گرفتن چند فرض اولیه برای ساده سازی مسئله، سعی داریم که توصیف دینامیکی مناسبی از سیستم‌های کوانتومی هسته‌های زوج-زوج ارائه شود. به طورکلی می‌توان گفت که اساسی‌ترین و مهم‌ترین پارامتر موثر بر پدیده خوشه شدن در هسته‌ها، انرژی سیستم کوانتومی است. هدف اصلی این کار پژوهشی، دستیابی به یک مدل مناسب در رویکرد غیرمیکروسکوپی جهت مطالعه برهم کنش خوشه های آلفا و نوکلئون ها و محاسبه شعاع و انرژی و ضرایب پتانسیل پیشنهادی برای چند تراز پایه و برانگیخته در ایزوتوپ های $^{14}O$ و $^{14}C$ است و یک معادلهٔ مناسب برای توصیف حالت ماده هسته‌ای ارائه شده است، ما محاسبات مقادیر انرژی و ضرایب پتانسیل و شعاع را با دو پتانسیل مجزای، بهبود یافته هولسن و یوکاوای مرتبه دوم و پتانسیل بهبود یافته یوکاوا و یوکاوای مرتبه دوم انجام دادیم. هر دو محاسبات توسط دو پتانسیل صورت گرفت و مقادیر بدست آمده با مقدار تجربی مطابقت مناسبی را دارد. دو ایزوتوپ $^{14}O$ و $^{14}C$ دارای هسته‌های آینه‌ای هستند، با توجه به نتایج محاسبات انجام شده دریافتیم که شعاع باری$^{14}O$ بزرگتر و مقدار انرژی حالت پایه کمتری نسبت به $^{14}C$ دارد و این بخاطر وجود پتانسیل دافع کولنی است که در نتیجه فاصله نسبی بین ذرات بزرگتراست. با توجه به مدل پیشنهادی ما در ایزوتوپ $^{14}O$ به دلیل وجود دو پروتون اضافی جمله دافعه کولنی داریم، ولی در ایزوتوپ$^{14}C$ دو نوترون اضافی داریم، از آنجایی که نوترون بار ندارد در نتیجه شامل جمله دافعه کولنی برای پتانسیل نمی‌شود. مقادیر بدست آمده با استفاده از مدل و پتانسیل پیشنهادی و همچنین ضرایب پتانسیل متناسب با این هسته‌ها بسیار به مقادیر تجربی نزدیک هستند، در نتیجه میزان موفقیت ما در این کار را نشان می‌دهد.

# مراجع


[1] Cohen. Bernard Leonard. Consepts of Nuclear physics, Tala Mc Grraw- Hill Education (1971).

[2] Casten, R. Nuclear Structure from a simple prespective. Vol.23.oxford University press on demond, (2000).

[3] Griffiths D. J. (1984), “Introduction to Elementary particles “John wiley & Sons, Inc, pp.27.

[4] Ashkin, J., and R.E. Marshak.”Bremsstrahlung in high energy nucleon-nucleon collisions.” physical Review 16.1 (1949): 58.

[5] Brown, Gerald Edward, and Andrew D. Jakson. “The nucleon- nucleon interaction.” (1976). [6] Stoks, V. G. J., et al.”Construction of high- quality NN potential models.” Physical Review c 49.6 (1994):2950

[7] Gammel, J. L., and R. M. Thaler.” Spin- orbit coupling in the proton- proton inter action.” Physical Review 107.1 (1957): 291.

[8] Gammel, J. L., R. S. chriistian, and R.M. Thaler.” Calculation of phenomenological nucleon- nucleon potentials.” Physical Review 105. 1(1957): 311.

[9] Signell, P. S., and Robert Eugene Marshak.”Semi phenomenological two-nucleon potential.” Physical Review 109. 4 (1958):1229.

[10] Gartenhaus, Solomon.” two-nucleon potential from the cut- off Yukawa theory” physical Review 100. 3 (1955).

[11] Hamada, Ts, and I. D. Johnston.”A potential model representation of two-nucleon data below 315 Mev.” Nuclear Physics 34. 2 (1962): 382- 403.: Hamada, Tetsuo, Yosiaki, Nakamura, and Ryozo Tamagaki. “Modification of Hamada- Johnston potential.” Progress of theoretical physics 33. 4(1965): 769- 770.

[12] Bressel, Charles Newtown, A. K. Kerman, B. Rouben. “Soft- core nucleon-nucleon potential.” Nuclear physics A 124. 3(1969): 624- 636.

[13] Lassila, K. E, et al. “Note no a nucleon- nucleon potential.” Physical Reveiw126. 2 (1962): 881.

[14] K, S, Krane (1988) “Introductory Nuclear physics” John Willey & sons, 1, 2.

[15] J. L. Basdevant, J. Rich, M. Spiro. (2005), “Fundamentals in Nuclear Physics from Nuclear Structure to cosmology”; Springer, USA.

[16] Greiner, Walter, and Joachim A. Maruhn. Nuclear models. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag (1995).

[17] Pal, Mangoj Kumar. Theory of nuclear structure, scientific and academic Editions, (1983).

[18] Weeler, J. A., (1937),"**Molecular viewpoints in nuclear structure",** *physical Review* ***52***, 1083.

[19] Beek, C., (2011), "**Clusters in nuclei- Volume 2**", springer.

[20] Freer., M., Betts, R. R., & Wuosma, A. H., (1995),"Relation chip between the deformed harmnic oscillator and clustering in light nuclei", Nucl. Phys. A, vol. 587, no. 1, 36-54.

[21] Neudatchin, V. G., Korotkikh, V. L., & Korennoy, V.P., (1971), "**A microscopically substantiated local optical potential for α- α- scattering",** Physics Letters B**34**,581-583.

[22] Buck, B., Dover, C. B., &Vary, J. P., (1975),"**Simple potential model for cluster states in light nuclei**", Physical Review C11, 1803.

[23] Hofman, H. M., Mertelmeier, T., & Zahn, W., (1983)," The nuclear systems and in a resonating group model", Nuclear physics A, Volume 410. Issue 2,208-236.

[24] Jenkins, D., (2016). "Alpha clustering in nuclei physics G: Nuclear and particle physics 43, 024003.

[25] Beck, C., (2010), "**Clusters in nuclei- volume1**". Springer.

[26] Freer, M., (2010), "**Clusters in nuclei**", Scholarpedia **5**, 9652.

[27] K. S. Krane, (1988)," Intruductory Nuclear physics ", John willy & sons, vol 1.2.

[28] Ikeda, K., Takigawa, N., & Horiuchi, H., (1968), "**The systematic structure-change into the molecule-like structure in the self-conjugate 4n nuclei**", *progress of theoretical physics, Supplement* **68,** 464-475.

[29] David R. Schultz, S. M. Austin, (2013),"Atomice Data and Nuclear Data Tables", Volume99. Issue 1, 69-95.

[30] K.S., Krane, (1988)," Intruductory Nuclear physics", John willy & Sons, vol 1.2.

[31] Susanne. L., Stefana. M., Axel. S., Matthias. H, Journal of Archaeological Science: Reports, Volume 21, (October 2018), Pages 528-537.

[32] National Nuclear Data Center: Brookhaven National Laboratory.

[33] B. E. Grinyuk, D. V. Piatnytski, January 26, (2018).

[34] D. L. Price, et al., Nucl. Phys. A 765 (2006) 263.

[35] M, Mousavi, M, R, Shojaei, A, Hejazi Juybari (2017) "Investigation of N-identical few-body bound systems in the relativistic and non-relativistic description" **Chin, J, Phys** , **55, 3**, pp **583–593**.

[36] M,R, Shojaei, M, Mousavi (**2015**) "Solutions of the Klein-Gordon equation for l≠0 with position-dependent mass for modified Eckart potential plus Hulthen potential" **Int, J, Phys, Sci,, 10, 9**, pp **324–328**.

[37] S. M. Ikhdair, Sever R. (2088) "Exact solutions of the D-dimensional Schrödinger equation for a ring–shaped pseudoharmonic potential" Cent. Eur. J. Phys., 6, 3, pp 685-696.

[38] F. Jing-Jing, H. Ling, and Y. Shi-Jie (2011) “Solutions of Laplace Equation in n-Dimensional Spaces” Commun. Theor. Phys., 56, pp 623–625.

[39] A. A. Rajabi (2005) “Exact Analytical Solution of the Schrödinger Equation for an N-Identical Body-Force System” Few-Body Syst., 37, 4, pp 197—213.

[40] U. A. Deta and S. Cari (2013) “Approximate solution of Schrodinger equation in D-dimensions for scarf hyperbolic potential using Nikiforov-Uvarov method” Adv. Studies Theor. Phys., 7, 13, pp 647–656.

[41] M. Hamzavi, M. Movahed, K.E. Thylwe and A. A. Rajabi (2012) “Approximate Analytical Solution of the Yukawa Potential with Arbitrary Angular Momenta” Chin. Phys. Lett., 29, 8, pp 080302.

[42] B. I.Ita and A. I. Ikeuba (2013) “Solutions to the Schrödinger Equation with Inversely Quadratic Yukawa Plus Inversely Quadratic Hellmann Potential Using Nikiforov-Uvarov Method” J. At. Mol. Phys., 2013, Article ID 582610.

[43] M. Mousavi, M. R. Shojaei (2016) “Remove degeneracy in Relativistic Symmetries for Manning-Rosen plus quasi-Hellman potentials by tensor interaction” Commun. Theor. Phys., 66, pp 483–490.

[44] F. J. S. Ferreira and F. V. Prudente (2013) “Pekeris approximation – another perspective” Phys. Lett. A, 377, 42, pp 3027-3032.

[45] A. A. Rajabi (2005) “Exact Analytical Solution of the Schrödinger Equation for an N-Identical Body-Force System” Few-Body Syst., 37, 4, pp 197—213.

[46] U. A. Deta and S. Cari (2013) “Approximate solution of Schrodinger equation in D-dimensions for scarf hyperbolic potential using Nikiforov-Uvarov method” Adv. Studies Theor. Phys., 7, 13, pp 647–656.

[47] National Nuclear Data Center: Brookhaven National Laboratory.

[48] I. Angeli and K. P. Marinova (2013) “Table of experimental nuclear ground state charge radii: An update” At. Data Nucl. Data Tables, 99, pp 69-95.

[49] G. Audi, A. H. Wapstra and C. Thibaul (2003) “The Ame2003 atomic mass evaluation: (II), Tables, graphs and references” Nucl. Phys. A, 729, 1, pp 337-676.

[50] A.V. Nesterov, F. Arickx, J. Broeckhove, V.S. Vasilevsky, published in Fizika Elementarnykh Chastits i Atomnogo Yadra, (2010), Vol. 41, No. 5.

[51] M, Farrokh, M, R, Shojaeia and A, A, Rajabi (2013) “Klein-Gordon equation with Hulth'en potential and position-dependent mass” Eur, Phys, J, Plus, 128, pp 14,

[52] M, R, Shojaei, M, Mousavi (2016) “The effect of tensor interaction in splitting the energy levels of relativistic systems” Adv, High Energy Phys, 12 Article ID 8314784,

[53] B, I, Ita and A, I, Ikeuba (2013) “Solutions to the Schrödinger Equation with Inversely Quadratic Yukawa Plus Inversely Quadratic Hellmann Potential Using Nikiforov-Uvarov Method” J, At, Mol, Phys, (2013), Article ID 582610.

## Abstract

The main objective of this research work is to obtain a suitable model in a non-microscopic approach to study the interactions of alpha and nucleon clusters and to calculate the proposed radius, energy and potential coefficients for several base and excited alignments in 14O and 14C isotopes and a suitable equation. Designed to describe the nuclear structure. We did the calculations of the energy values and the coefficients of potential and radius with two discrete potentials of Holsen and second order Yukawa and the second potential of Yukawa and second order Yukawa. The Schrödinger equation is used to investigate and perform the calculations and the NU parametric method is used to solve it analytically. Both calculations were performed by two potentials and a three-particle model and we achieved significant results.

**Keyword:** Schrödinger equation, Root mean square radius of radius, Energy levels values, mirror nucleis, PNU analytical method.

Shahrood University of Technology

Faculty of Physics and Nuclear Engineering

**M. Sc. Thesis in Nuclear Physics**

# Interaction study of alpha and nucleon clusters in $^{14}C$ and $^{14}O$ isotopes

By: Zahra Davoodian

Supervisor:

Dr. Mohammadreza Shojaei

September 2019.