

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده پردیس خوارزمی

بررسی سیستم‌های پنج ذره‌ای در مدل خوشه‌ای و محاسبه انرژی آن‌ها

دانشجو: زری بینش

اساتید راهنما:

دکتر محمدرضا شجاعی

دکتر بهنام آزادگان

رساله دکتری فیزیک هسته‌ای

شهریور ۱۳۹۸

تقدیم به

همسر عزیز و پسر نازنینم

که در تمام مراحل با محبت و بردباری یاریگر من بودند و وجود پرمهرشان آرامش بخش و قوت قلب من بوده و است.

همچنین پدر و مادر عزیزم

که همیشه چون کوهی استوار مرا مورد حمایت و لطف خود قرار دادند.

تقدیر و تشکر

شکر شایان نثار ایزدمنان که توفیق را رفیق راهم ساخت تا این رساله را به پایان برسانم. از اساتید فاضل و اندیشمند جناب آقای دکتر محمدرضا شجاعی و جناب آقای دکتر بهنام آزادگان که همواره بنده را مورد لطف و محبت خود قرار داده‌اند، کمال تشکر را دارم.

تعهد نامه

اینجانب زری بینش دانشجوی دوره دکتری رشته فیزیک هسته‌ای دانشکده پردیس خوارزمی دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده رساله " بررسی سیستم‌های پنج ذره‌ای در مدل خوشه‌ای و محاسبه انرژی آن‌ها " تحت راهنمایی جناب آقای دکتر محمد رضا شجاعی و جناب آقای دکتر بهنام آزادگان متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود. استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده :

اساس مدل خوشه‌ای بر این اصل استوار است که درون هسته‌ها ترکیباتی از نوکلئون‌ها وجود دارند که ضمن حفظ خود، با یکدیگر نیز برهم‌کنش دارند. مدل خوشه‌ای، یکی از کارآمدترین مدل‌های هسته‌ای در توصیف سیستم‌های چند جسمی می‌باشد. بررسی ویژگی‌های سیستم‌های پنج ذره‌ای به دلیل دارا بودن ۱۵ درجه‌ی آزادی بسیار پیچیده و دشوار است، بنابراین مدل خوشه‌ای یکی از راهکارهای مفید برای رفع این مشکل می‌باشد. بر اساس این مدل، سیستم پنج ذره‌ای به سیستم‌های دو ذره‌ای و یا سه ذره‌ای تبدیل شده و به جای بررسی برهم‌کنش تک‌تک ذرات به بررسی برهم‌کنش بین تک‌تک خوشه‌ها می‌پردازیم و با انتخاب پتانسیل مناسب بین خوشه‌ها، ویژگی‌های سیستم تعیین می‌شود. سیستم‌های پنج نوکلئونی (هسته‌هایی که بعد از پوسته بسته دارای پنج نوکلئون منفرد می‌باشند، در ساختار هسته‌ای، لایه‌ای که بیشترین تعداد مجاز نوکلئون براساس اصل طرد را دارا می‌باشد، پوسته بسته نامیده می‌شود.) و سیستم‌های پنج کوارکی (پنتاکوارک‌ها) از جمله سیستم‌های پنج ذره‌ای می‌باشند. در ساختار خوشه‌ای پنج کوارکی‌ها را می‌توان به صورت سیستم‌های دو جسمی (دی‌کوارک-تری‌کوارک) و یا سه جسمی (دی‌کوارک-دی‌کوارک-پادکوارک) بررسی نمود. هسته‌های آینه‌ای ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ با توجه به قرارگیری نوکلئون‌هایشان در ترازهای هسته‌ای به صورت‌های مختلف مدل شده‌اند. یکی از انواع مدل‌های خوشه‌ای مطرح برای این هسته‌ها ساختار خوشه‌ای ${}^9\text{Be}$ - ${}^9\text{B}$ و n و ${}^9\text{Be}$ - ${}^9\text{B}$ - p می‌باشد. در این رساله، با حل معادله‌ی مستقل از زمان شرودینگر برای هسته‌های مورد بررسی با در نظر گرفتن پتانسیل‌های مناسب بین ذرات، با استفاده از روش پارامتری NU به بررسی و محاسبه‌ی ویژه مقادیر انرژی و تابع موج ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در دو مدل لایه‌ای و خوشه‌ای پرداختیم و نتایج قابل قبولی در مقایسه با مقادیر تجربی بدست آوردیم. همچنین با بکارگیری مدل خوشه‌ای (دی‌کوارک-تری‌کوارک) در ساختار پنج کوارکی، به محاسبه‌ی ویژه مقادیر انرژی و تابع موج پنج کوارکی Θ^+ در سیستم غیرنسبیتی در حضور پتانسیل یوکاوا‌ی تعمیم یافته پرداختیم. همچنین مقادیر انرژی و تابع موج هسته‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ در دو مدل لایه‌ای و خوشه‌ای با انتخاب پتانسیل

مناسب محاسبه گردید. در پایان به محاسبه مقادیر انرژی هسته‌های مذکور در سیستم نسبیتی با در نظر گرفتن آنها به صورت ساختار خوشه‌ای هسته مرکزی دوجادویی و نوکلئون منفرد با حل معادله دیراک به روش تحلیلی پارامتری NU پرداختیم و نتایج قابل قبولی در مقایسه با نتایج تجربی بدست آوردیم.

کلمات کلیدی : مدل خوشه‌ای، سیستم پنج‌ذره‌ای، مدل دی‌کوارک – تری‌کوارک، روش پارامتری

NU

فهرست مقالات مستخرج از رساله

[1] Zari Binesh, Mohammad Reza Shojaei and Behnam Azadegan, "Energy levels and structure of ${}^9\text{B}$ and ${}^9\text{Be}$ mirror nuclei in nuclear models", *U.P.B. Sci Bull, Series A*, vol. 81, 2019, 219-228

[2] Zari Binesh, Mohammad Reza Shojaei and Behnam Azadegan, "The ground state of pentaquark with cluster structure in few-body system approach", *Turk J Phys*, vol. 43, 2019, 314-323

[3] Zari Binesh, Mohammad Reza Shojaei and Behnam Azadegan, "Mirror nuclei of ${}^9\text{B}$ and ${}^9\text{Be}$ in shell model and cluster model", *Can J Phys*, doi: 10.1139/cjp-2018-0461

[۴] بینش زری و شجاعی محمدرضا، "مدل خوشه‌ای در محاسبه‌ی جرم ایزوتوپ ${}^9\text{Be}$ "، بیست و سومین کنفرانس هسته‌ای ایران، ۱۳۹۵

[۵] بینش زری و شجاعی محمدرضا، "محاسبه جرم سیستم پنتاکوارکی با استفاده از مدل خوشه‌ای دی‌کوارک-تری‌کوارک"، هفتمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها، ۱۳۹۵

[۶] بینش زری، شجاعی محمدرضا و حسین‌نژاد حمزه، "محاسبه تحلیلی طیف انرژی ایزوتوپ ${}^{13}\text{N}$ با مدل خوشه‌ای"، کنفرانس فیزیک ریاضی ایران، ۱۳۹۶

[۷] بینش زری، شجاعی محمدرضا و آزادگان بهنام، "محاسبه تحلیلی انرژی ایزوتوپ‌های آینه‌ای ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ در مدل لایه‌ای و خوشه‌ای"، کنفرانس فیزیک ایران، ۱۳۹۷

فهرست مطالب

<u>صفحه</u>	<u>عنوان</u>
۱	فصل اول: مدل خوشه‌ای در مدل‌سازی هسته‌ها
۲	۱-۱ مقدمه
۳	۲-۱ مدل خوشه‌ای
۴	۳-۱ ساختار خوشه‌شدن در هسته‌ها
۷	۴-۱ انواع مختلف رفتارهای خوشه‌ای در هسته
۱۴	۵-۱ ساختار خوشه‌ای در هسته‌های غنی از نوترون
۱۴	۱-۵-۱ مدار مولکولی نوترونی
۱۴	۱-۱-۵-۱ مدار مولکولی یا AMD
۱۶	۱-۱-۵-۱ الف ایزوتوپ‌های Be
۱۷	۱-۱-۵-۱ ب ایزوتوپ‌های B و Li
۱۹	۲-۵-۱ حالت‌های مولکولی برانگیخته و مدارهای اتمی
۱۹	۳-۵-۱ دو نوترونی
۲۰	۶-۱ حالت‌های خوشه‌ای میدان میانگین در لایه p و sd هسته‌ها
۲۰	۱-۶-۱ ساختار ^8Be در هسته ^8Be
۲۱	۲-۶-۱ ساختار $^3\alpha$ در ^{12}C
۲۲	۷-۱ حالت‌های گاز خوشه‌ای
۲۳	۱-۷-۱ حالت‌های شبه چگال $^3\alpha$ در ^{12}C
۲۵	۲-۷-۱ حالت شبه چگال $^4\alpha$ در ^{16}O
۲۶	۸-۱ پدیده خوشه‌شدن در هسته‌ها
۲۸	۹-۱ جمع‌بندی
۲۹	فصل دوم: سیستم‌های پنج ذره‌ای
۳۰	۱-۲ مقدمه

۳۲	۲-۲ سیستم‌های چند ذره‌ای
۳۴	۳-۲ سیستم‌های پنج نوکلئونی
۳۵	۱-۳-۲ ایزوتوپ ${}^9\text{Be}$
۳۷	۲-۳-۲ ایزوتوپ ${}^9\text{B}$
۳۹	۳-۳-۲ ایزوتوپ ${}^{21}\text{Na}$
۴۰	۴-۳-۲ ایزوتوپ ${}^{21}\text{Ne}$
۴۲	۴-۲ مدل خوشه‌ای سیستم پنج نوکلئونی
۴۳	۵-۲ سیستم پنج کوارکی
۴۵	۱-۵-۲ برهمکنش کوارک‌ها
۴۷	۱-۱-۵-۲ چهار کوارکی
۴۸	۲-۵-۲ معرفی چند سیستم پنج کوارکی
۴۸	۱-۲-۵-۲ پنج کوارکی Θ^+
۴۹	۲-۲-۵-۲ پنج کوارکی p_c^+
۵۰	۳-۲-۵-۲ پنج کوارکی با ساختار $uud\bar{s}$
۵۲	۶-۲ مدل خوشه‌ای سیستم پنج کوارکی
۵۲	۱-۶-۲ مدل دی کوارک-تری کوارک
۵۴	۲-۶-۲ مدل دی کوارک-دی کوارک-پاد کوارک
۵۵	۷-۲ جمع بندی
۵۷	فصل سوم: محاسبه انرژی سیستم‌های پنج ذره‌ای
۵۸	۱-۳ مقدمه
۵۸	۲-۳ پتانسیل یوکاواي تعمیم یافته به عنوان برهمکنش بین خوشه‌ها
۶۱	۱-۲-۳ مروری بر روش NU
۶۲	۳-۳ محاسبات انرژی بستگی Θ^+ در مدل دی کوارک-تری کوارک

۷۱	هسته‌های آینه‌ای ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$	۴-۳
۷۲	مدل فوق مرکزی	۱-۴-۳
۷۵	مروری بر روش پارامتری NU	۲-۴-۳
۷۶	ویژه مقدار انرژی و تابع موج معادله شرودینگر در حضور پتانسیل پیشنهادی اول	۳-۴-۳
۷۹	ترازهای انرژی ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل لایه‌ای	۱-۳-۴-۳
۷۹	ترازهای انرژی ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل خوشه‌ای	۲-۳-۴-۳
۸۱	ویژه مقدار انرژی و تابع موج معادله شرودینگر در حضور پتانسیل پیشنهادی دوم	۴-۴-۳
۸۲	ترازهای انرژی ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل لایه‌ای	۱-۴-۴-۳
۸۳	ترازهای انرژی ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل خوشه‌ای	۲-۴-۴-۳
۸۴	هسته‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ در مدل لایه‌ای و خوشه‌ای	۵-۳
۸۶	محاسبه انرژی ایزوتوپ‌های مورد بررسی در سیستم نسبیتی	۶-۳
۸۸	بحث و نتیجه‌گیری	۷-۳
۹۱	مراجع	

فهرست اشکال

صفحه

عنوان

فصل اول

- شکل ۱-۱: طرز قرارگیری خوشه‌های آلفا در هسته ^{12}C ۱۰
- شکل ۲-۱: انواع مختلف رفتارهای خوشه‌ای در هسته ۱۲
- شکل ۳-۱: انرژی‌های ذره منفرد مدل لایه‌ای دو مرکزی با هسته ^{20}Ne ۱۵
- شکل ۴-۱: مختصات نوترون اطراف هسته دو خوشه‌ای ۱۶
- شکل ۵-۱: شکل اوربیتال‌های π و σ اطراف هسته ^{20}Ne ۱۷
- شکل ۶-۱: توزیع چگالی حالت‌های ذاتی ایزوتوپ‌های B و Li در روش AMD ۱۸
- شکل ۷-۱: خطوط چگالی ثابت در مختصات کروی برای $^8\text{Be} (0^+)$ به روش مونت-کارلو ۲۱
- شکل ۸-۱: طیف انرژی و توزیع چگالی حاصل از روش AMD ۲۲
- شکل ۹-۱: انرژی برانگیختگی حالت گاز خوشه آلفا و گاز نوکلئونی برای ^{12}C ۲۳
- شکل ۱۰-۱: تغییر تابع موج نسبی ^{20}Ne - ^{20}Ne از حالت خوشه ^{20}Ne به حالت متراکم ^{20}Ne ۲۵
- شکل ۱۱-۱: نمودار خوشه-هسته‌زایی (CND) ۲۷

فصل دوم

- شکل ۱-۲: نمایش سیستم دو ذره‌ای در مختصات ژاکوبی ۳۳
- شکل ۲-۲: نمایش سیستم سه ذره‌ای در مختصات ژاکوبی ۳۳
- شکل ۳-۲: نمایش سیستم چهار ذره‌ای در مختصات ژاکوبی ۳۴
- شکل ۴-۲: ترازهای انرژی ^9Be ۳۷
- شکل ۵-۲: ترازهای انرژی ^9B ۳۹
- شکل ۶-۲: ترازهای انرژی ^{21}Na ۴۰
- شکل ۷-۲: ترازهای انرژی ^{21}Ne ۴۱

- شکل ۲-۸: ساختار داخلی پروتون
- شکل ۲-۹: ساختار پیشنهادی کارلینر و لپکین برای Θ^+
- شکل ۲-۱۰: طرح پیشنهادی جف و ویلکزک برای Θ^+
- فصل سوم
- شکل ۳-۱: مقایسه منحنی $\frac{1}{x^2}$ و تقریب آن
- شکل ۳-۲: تابع موج شعاعی Θ^+ به ازاء مقادیر مختلف V_0 در حالت $n=0$ و $l=0$
- شکل ۳-۳: پتانسیل یوکاواى تعمیم یافته به ازاء مقادیر مختلف V_0 و V_1
- شکل ۳-۴: تابع موج شعاعی Θ^+ به ازاء مقادیر مختلف V_0 و V_1
- شکل ۳-۵: توابع موج (a) ${}^9\text{Be}$ و (b) ${}^9\text{B}$ در دو مدل لایه‌ای و خوشه‌ای

فهرست جداول

صفحه

عنوان

فصل دوم

جدول ۱-۲: برخی ویژگی‌های استاتیکی ایزوتوپ‌های ${}^9\text{B}$ ، ${}^9\text{Be}$ ، ${}^{21}\text{Ne}$ و ${}^{21}\text{Na}$ ۴۲

جدول ۲-۲: ویژگی‌های Θ^+ حاصل از آزمایشات مختلف ۴۹

فصل سوم

جدول ۱-۳: انرژی بستگی و ضرایب پتانسیل یوکاوا برای Θ^+ ۶۶

جدول ۲-۳: انرژی بستگی و ضرایب پتانسیل یوکاواای تعمیم‌یافته برای Θ^+ ۶۸

جدول ۳-۳: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل لایه‌ای در حضور پتانسیل اول ۷۹

جدول ۴-۳: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل خوشه‌ای در حضور پتانسیل اول ۸۰

جدول ۵-۳: مقایسه انرژی مدل لایه‌ای و خوشه‌ای هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در حضور پتانسیل اول ۸۰

جدول ۶-۳: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل لایه‌ای در حضور پتانسیل دوم ۸۳

جدول ۷-۳: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل خوشه‌ای در حضور پتانسیل دوم ۸۳

جدول ۸-۳: مقایسه انرژی مدل لایه‌ای و خوشه‌ای هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در حضور پتانسیل دوم ۸۴

جدول ۹-۳: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ در مدل لایه‌ای ۸۵

جدول ۱۰-۳: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ در مدل خوشه‌ای ۸۵

جدول ۱۱-۳: مقایسه مقادیر انرژی هسته‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ در دو مدل لایه‌ای و خوشه‌ای ۸۶

جدول ۱۲-۳: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{Be}$ ، ${}^9\text{B}$ ، ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ در سیستم نسبیتی ۸۷

فصل اول

مدل خوشه‌ای در مدل‌سازی هسته‌ها

هر چند محققین دریافته‌اند که سیستم‌های هسته‌ای تابع قوانین مکانیک کوانتومی می‌باشند؛ هنوز بسیاری از ویژگی‌ها و پدیده‌هایی که درون هسته رخ می‌دهند اسرار آمیز و ناشناخته می‌باشند. منظور از مدل‌سازی در فیزیک هسته‌ای ارائه توصیف تقریبی سیستم هسته‌ای می‌باشد. ساختار ماده هسته‌ای غنی و متنوع بوده، از اینرو، تاکنون مدل‌های متعددی برای توصیف ویژگی‌های هسته مطرح گردیده است. از مدل‌های مطرح در زمینه‌ی هسته‌ای می‌توان مدل قطره مایع^۱، مدل لایه‌ای^۲، مدل شبه کوارکی^۳ و مدل خوشه‌ای^۴ را نام برد. مدل قطره مایع در بیان برخی خواص هسته موفق بوده است. این مدل انرژی بستگی هسته را به خوبی ارائه می‌دهد؛ ولی در محاسبه‌ی اعداد جادویی عملکرد خوبی نداشته است. مدل لایه‌ای با استفاده از اصل طرد پائولی، ساختار هسته را بر اساس سطوح انرژی بیان می‌کند. این مدل در توجیه اعداد جادویی موفق بوده ولی در محاسبه‌ی انرژی بستگی موفقیت چشم‌گیری کسب نکرده است [۱]. مدل کوارکی یکی از مدل‌های مطرح در سال‌های اخیر می‌باشد که در توجیه اعداد جادویی و محاسبه‌ی انرژی بستگی موفق عمل کرده است. در این مدل، فرض بر این است که در محیط ترمودینامیکی پلاسمای کوارک-گلوئونی، کوارک‌های تقریباً مجزا سعی در تشکیل نوکلئون‌ها دارند [۲]. هسته‌های سبک رفتاری مشابه قطره مایع دارند که خواص جمعی از خود نشان می‌دهند و مدهای نوسانی سطح، هسته را از حالت طبیعی خارج کرده و تغییر شکل را تقویت می‌کنند. در یک توصیف ساده، هسته‌ها را می‌توان به صورت توزیع نسبتاً همگنی از پروتون‌ها و نوترون‌ها در نظر گرفت که تقریباً کروی می‌باشد. در این مدل برهمکنش نوکلئون-نوکلئون در فواصل دور، جاذبه و در فواصل نزدیک، دافعه است. در سیستم هسته‌های سبک، علاوه بر انحراف‌های محوری، انحراف از حالت کروی در قالب ساختار خوشه‌ای نیز دیده می‌شود. از همان آغاز کار دانش هسته‌ای، ساختار خوشه‌ای یا همان تجمع نوکلئون‌ها در تعیین ساختار

¹ Liquid drop model

² Shell model

³ Quark-Like model

⁴ Cluster model

هسته‌های سبک حائز اهمیت بوده است. بر اساس مدل خوشه‌ای در فیزیک هسته‌ای، هسته به صورت ترکیبی از زیر سیستم‌هایی با موقعیت فضایی مشخص که از نوکلئون‌هایی با همبستگی قوی تشکیل شده است، رفتار می‌کند. تجمع ستارگان و شکل‌گیری کهکشان‌ها، همچنین شکل‌گیری مولکول‌ها از اتم‌ها، نشانی از جمع‌شدگی و تمایل به خوشه شدن^۵ می‌باشد [۳ و ۴]. در مقیاس زیراتمی نیز هادرون‌ها به دو صورت باریون‌ها شامل سه کوارک، با اسپین نیمه‌صحیح و مزون‌ها شامل یک کوارک و یک پادکوارک، با اسپین صحیح، نشانگر بهم پیوستن و جمع شدن نوکلئون‌ها و ایجاد ساختار خوشه‌ای در هسته‌ها، می‌باشند [۵]. اساس این جمع‌شدگی در کاهش انرژی پتانسیل و رسیدن به پایداری می‌باشد [۳].

۱-۲ مدل خوشه‌ای

خوشه شدن یکی از پیچیده‌ترین پدیده‌های شناخته شده در ساختار هسته می‌باشد. در مدل خوشه‌ای، هسته به صورت ترکیبی از زیرسیستم‌هایی^۶ با موقعیت فضایی مشخص، متشکل از نوکلئون‌هایی با همبستگی قوی که همان خوشه‌ها هستند، رفتار می‌کند. در واقع مدل خوشه‌ای، بر این اساس است که درون هسته، ترکیباتی از نوکلئون‌ها وجود دارند که ضمن حفظ خود با یکدیگر برهمکنش می‌کنند [۶ و ۷]. در سال‌های اخیر، پدیده‌ی خوشه‌شدن در زمینه‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفته است، در ناحیه‌ی وسیعی از عدد جرمی و حتی در ناحیه‌ی انرژی‌های نسبتاً بالای برانگیختگی، به عنوان مدلی مهم در بررسی ساختار هسته مورد استفاده قرار می‌گیرد. هنگامی که حرکت نسبی بین خوشه‌ها، حالت اصلی حرکت هسته باشد، اهمیت بررسی ساختار هسته در مدل خوشه‌ای مشخص می‌شود. بر این اساس، برای بعضی هسته‌ها، با در نظر گرفتن انرژی مناسبی برای نوکلئون‌ها می‌توان آن‌ها را به عنوان خوشه‌های کوچکتر یا به عنوان زیر واحدهایی در هسته‌ی مادر در نظر گرفت [۸].

⁵ Clustering structure

⁶ Substructures

یکی از مهمترین خوشه‌ها در بین وجود خوشه‌ها و موقعیت فضایی آن‌ها نسبت به یکدیگر، خوشه‌ی آلفا می‌باشد. هسته‌هایی که ساختار خوشه‌ای آن‌ها متشکل از ذرات آلفا است، هسته‌های آلفا مزدوج می‌نامند. این هسته‌ها را در حالت خوشه‌ای می‌توان به صورت ساختارهایی شبیه به آرایش هندسی اتم‌ها در مولکول‌ها در نظر گرفت که بعدها به مدل ساختار شبه‌مولکولی معروف شد [۸].

مزیت خوشه‌های آلفا ثبات و پایداری آنهاست. البته ^8Be با وجود اینکه یک هسته آلفا مزدوج می‌باشد ولی ناپایدار است. تاریخچه‌ی خوشه‌ی آلفا به سال ۱۹۱۱ برمی‌گردد، هنگامی که آزمایشات رادرفورد^۷ و همکارانش، گسیل خودبخودی ذرات آلفا را نشان داد. رادرفورد پیشنهاد داد که ذرات آلفا می‌توانند درون هسته‌ی مادر شکل بگیرند. در این هنگام فرضیه‌ی اولیه که هسته‌ها از ذرات آلفا تشکیل شده‌اند شکل گرفت [۹]. دادن انرژی مناسب به هسته منجر به شکل‌گیری و یکپارچه شدن ذرات آلفا می‌گردد. در این زمان، برهمکنش خوشه-خوشه جایگزین برهمکنش نوکلئون-نوکلئون می‌شود، که در فواصل معینی کاملاً دافعه می‌گردد و مانع می‌شود که ذرات همانند قبل به هم نزدیک شوند.

۳-۱ ساختار خوشه‌شدن در هسته‌ها

در فیزیک هسته‌ای، خوشه‌شدن و به هم پیوستن نوکلئون‌ها تحت شرایط معین باعث افزایش انرژی پیوندی سیستم خواهد شد. در یک سیستم شامل N ذره که با یکدیگر برهمکنش کوتاه برد و جاذبه دارند، وقتی چگالی را افزایش و دما را کاهش دهیم، از حالت گاز کلاسیکی خارج شده و به حالت مایع کلاسیکی می‌رود، و به همین منوال سیستم به صورت یک جامد در می‌آید که به آن ساختار بلوری^۸ می‌گویند. اگر تعداد ذرات را باز هم افزایش دهیم یا به عبارتی حجم را کاهش دهیم، اجزای سیستم با یکدیگر همپوشانی می‌کنند و شبیه به یک ساختار مولکولی در می‌آیند که در اصطلاح می‌گویند سیستم خوشه شده است. با افزایش بیشتر چگالی یعنی کاهش حجم، سیستم به

^۷ Rutherford

^۸ Crystalline

صورت همگن در می‌آید، که در اصطلاح به آن سیال کوانتومی گفته می‌شود. اگر باز هم چگالی افزایش یابد، ساختارهای داخلی اجزای سیستم شروع به تأثیرگذاری در برهمکنش‌های سیستم خواهند کرد [۱۰]. به طور کلی سیستم‌های فرمیونی می‌توانند به صورت فاز بلوری تا فاز سیال کوانتومی تغییر کنند، که این با در نظر گرفتن یک فاز خوشه‌ای بین آن‌ها امکانپذیر است [۱۱]. فاز خوشه‌ای در هسته‌ها یک فاز بینابینی است که در گذار بین سیال کوانتومی و حالت‌های بلوری ایجاد می‌شود. این وضعیت، در هسته‌های سبک آسان‌تر از هسته‌های سنگین بوجود می‌آید. آغاز تفکر وجود ساختار خوشه‌ای در هسته‌ها قبل از گسیل، کشف ذره‌ی آلفا از واپاشی هسته‌های سنگین می‌باشد. در سال ۱۹۲۸ بر اساس تئوری واپاشی ذرات آلفا، گامو^۹ به بررسی هسته‌ها به صورت ترکیبی از ذرات آلفا پرداخت. در آن زمان ماهیت نوترون هنوز ناشناخته بود. او هسته‌های با عدد جرمی $A=4n$ ($n=2,3,4,\dots$) را متشکل از ذرات آلفایی دانست که از پروتون‌ها و الکترون‌ها تشکیل شده بودند و بیان داشت به دلایل نامعلوم، الکترون‌ها تأثیری بر روی حرکت ذرات آلفا و پروتون‌ها در ساختار هسته‌ای ندارند و در واقع می‌توان ذرات آلفا و پروتون‌ها را به صورت مستقل از الکترون‌ها بررسی کرد [۱۲] و [۱۳].

بعد از کشف نوترون، مدل‌های پروتون-نوترون در بررسی هسته‌ها عمومیت یافت و ایزوتوپ‌های متشکل از ذرات آلفا مورد بررسی قرار گرفتند. ذره‌ی آلفا شامل دو پروتون و دو نوترون می‌باشد، این ذره با ۴ نوکلئون، به صورت یک ساختار متراکم در نظر گرفته می‌شود که در تقابل با ذرات بسیار نزدیک به خود است. این مدل با در نظر گرفتن یک برهم‌کنش آلفا-آلفا جهت محاسبه‌ی انرژی بستگی سیستم‌هایی با $n \geq 2$ گسترش یافت. در بیشتر حالت‌های پایه ساختار خوشه‌ای به عنوان ذرات آلفا جدا از هم باقی نمی‌ماند بلکه ساختار خوشه‌ای فشرده شده و خوشه‌ها با یکدیگر همپوشانی می‌کنند [۱۴].

⁹ Gamow

بته^{۱۰} و باچر^{۱۱} در مقاله‌ای که در سال ۱۹۳۶ منتشر کردند و در ادامه‌ی کار آنها، هافستد^{۱۲} و تلر^{۱۳} در سال ۱۹۳۸ حضور ذرات آلفا در ساختار هسته را پیش‌بینی کردند [۱۵، ۱۶ و ۱۷]. آنها وجود چنین ساختاری در هسته را بر اساس بررسی انرژی بستگی هسته‌های زوج-زوج و هسته‌های با نوترون اضافی از قبیل ${}^9\text{B}$ ، ${}^{13}\text{C}$ و ${}^{17}\text{O}$ استدلال کردند [۱۷].

در سال ۱۹۴۹ تصویر مدل لایه‌ای توسط میر^{۱۴} و جنسن^{۱۵} پیشنهاد گردید. رویکردهای میدان میانگین یکی از عمده‌ترین رویکردها در مطالعات ساختار هسته است. با وجود اهمیت میدان میانگین، تصویر خوشه‌ای در فهم ویژگی‌های هسته‌های سبک، نه تنها در مسائل پراکندگی بلکه خواص ساختار هسته در ناحیه‌ی هسته‌های سبک بسیار حائز اهمیت است [۴].

این ایده که آرایش هسته‌ها به صورت خوشه آلفا یا هر ساختار مقید و پایداری با $Z=N$ را نمی‌توان در حالت پایه هسته‌ها یافت، بلکه این خوشه‌شدن‌ها در حالت‌های برانگیخته‌ی هسته‌ها در آستانه‌ی واپاشی رخ می‌دهند، قوت یافت، تا اینکه در سال ۱۹۶۸، ایکدا^{۱۶} برای کلیه‌ی هسته‌ها با $Z=N$ و $A=4n$ پیشنهاد کرد که حالت خوشه‌ای با یک برجستگی مربوط به انرژی آستانه‌ی واپاشی می‌تواند ایجاد شود. بنابراین، انتظار می‌رود ساختار خوشه‌ای در آستانه‌ی واپاشی خوشه و احتمالاً کمی پایین‌تر، دیده شود [۱۸]. بر این اساس، ساختار هسته به گونه‌ای است که در هنگام واپاشی و گسیل خوشه، کمترین تغییر پیکربندی را داشته باشد. همچنین هسته می‌تواند انرژی برانگیختگی داخلی را به انرژی بستگی خوشه‌ها تبدیل کند. این پدیده مشابه پدیده شکافت هسته‌ای است که در آن یک هسته سنگین در چندین مرحله از شکل اصلی به شکلی که نیاز به کمترین تغییر پیکربندی بعد از شکافت را دارد تبدیل می‌شود. حالت‌های خوشه‌ای در هسته‌های پایدار در نزدیکی آستانه

¹⁰ Bethe

¹¹ Bacher

¹² Hafstad

¹³ Teller

¹⁴ Meyer

¹⁵ Jensen

¹⁶ Ikeda

وایشی قرار گرفته‌اند، اما ساختار خوشه شدن در هسته‌های غنی از نوترون، سبک جدیدی از ساختار خوشه شدن می‌باشد، که در بخش‌های آینده بررسی می‌شود. از اینرو، فیزیک خوشه شدن برای بهبود تشدید و حتی توصیف فرآیند واکنش‌های مربوطه حائز اهمیت است.

۴-۱ انواع مختلف رفتارهای خوشه‌ای در هسته

یکی از اولین دیدگاه‌های فیزیکدانان هسته‌ای در رابطه با برهمکنش بین ذرات آلفا در هسته‌ها این بود که می‌توان هر هسته را در حالت خوشه‌ای خود به صورت ساختارهایی شبیه به آرایش هندسی اتم‌ها در مولکول‌ها در نظر گرفت، که بعدها به مدل ساختار شبه‌مولکولی گوسی^{۱۷} معروف شد. بر اساس ویژگی اشباع‌پذیری نیروی هسته‌ای، انرژی پیوندی یک هسته تقریباً با تعداد ذرات تشکیل دهنده‌ی آن متناسب خواهد بود (در حالی که اگر هر ذره در هسته با تمام ذرات دیگر برهمکنش می‌داشت، نیروی هسته‌ای باید با مجذور تعداد ذرات متناسب می‌بود) [۱]. هافستد و تلمر فرضیات اولیه برهم‌کنش بین ذرات آلفا را به این صورت مطرح کردند که ذرات آلفا در فواصل نزدیک، به واسطه وجود نیروی تبادلی بین خوشه‌ها یکدیگر را دفع می‌کنند. در فواصل میانی، بین ذرات آلفا یک نیروی جاذبه از نوع واندروالس^{۱۸} قرار دارد. در فواصل دور، به واسطه وجود دافعه کولنی ذرات آلفا یکدیگر را دفع می‌کنند [۱۶]. در این مدل، برهمکنش بین دو ذره با حضور ذره آلفای سوم تغییری نمی‌کند، بدین معنی که بدون ایجاد هر نوع تغییری در برهمکنش بین دو ذره اول تنها کافیت برهمکنش بین ذره سوم با آن‌ها را نیز به مسأله بیفزاییم [۱۹].

اساسی‌ترین و مهمترین پارامتر مؤثر بر پدیده‌ی خوشه‌شدن در هسته‌ها، انرژی سیستم نوکلئونی می‌باشد. بر اساس فرضیات این مدل، ذرات آلفا درون هسته با آرایش هندسی‌ای متناظر با یک مدل دمبلی شکل، در هسته به صورت یک مثلث متساوی الاضلاع از خوشه‌های آلفا معرفی می‌شوند. با توجه به ماهیت برهمکنش بین نوکلئون‌ها و اینکه خوشه‌شدن در همه‌ی سیستم‌ها یک

¹⁷ Quasi-Molecular Structure

¹⁸ Van der Waals

مکانیزم طبیعی برای افزایش پایداری محسوب می‌شود، بنابراین، تشکیل خوشه‌های نوکلئونی در ماده‌ی هسته‌ای و هسته‌ی اتم‌ها، دور از انتظار نخواهد بود. یک ویژگی اصلی پدیده خوشه شدن این است که مستقیماً به مقدار انرژی هسته بستگی دارد.

مطالعات اثرات خوشه شدن بر اساس مدل‌های خوشه‌ای به دو دسته مدل‌های میکروسکوپیکی و غیرمیکروسکوپیکی تقسیم می‌شوند [۲۰]. در مدل غیرمیکروسکوپیکی سیستم به صورت A نوکلئون در n خوشه در نظر گرفته می‌شود و از ساختار داخلی خوشه‌ها صرف‌نظر می‌شود. مدل‌های میکروسکوپیکی، سیستمی با A نوکلئون را توصیف می‌کند و خوشه‌ها به کمک توابع موج مدل لایه‌ای توصیف می‌شوند.

اصلی‌ترین گام در حل مسائل مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی، طرح معادله شرودینگر^{۱۹} است [۲۰]. حل معادله غیرنسبیتی شرودینگر با پتانسیل‌های محدودکننده در پدیده‌های مختلف، از فیزیک ذرات تا فیزیک اتمی، جالب توجه بوده است. معادله شرودینگر، معادله‌ای است که چگونگی تغییر حالت کوانتومی یک سامانه فیزیکی با زمان را توصیف می‌کند. این معادله در اواخر سال ۱۹۲۵ فرمول‌بندی شد و در سال ۱۹۲۶ توسط فیزیکدان اتریشی اروین شرودینگر منتشر گردید. شکل معادله شرودینگر به شرایط فیزیکی بستگی دارد. ساده‌ترین فرم معادله شرودینگر به صورت زیر است:

$$H\Psi = E\Psi \quad (1-1)$$

که در آن H هامیلتونین سیستم، E انرژی کلی سیستم و Ψ تابع موج سیستم است [۱]. فرم کلی معادله شرودینگر برای یک سیستم دو خوشه‌ای به صورت زیر خواهد بود:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}) \quad (2-1)$$

¹⁹ Schrodinger Equation

که r فاصله نسبی دو ذره و μ جرم کاهیده ذرات و $V(r)$ پتانسیل بین خوشه‌ها است. پتانسیل V می‌تواند به مختصه‌های دیگر خوشه مانند اسپین هم وابسته باشد. ولی موضوع مهم، انتخاب صحیح پتانسیل بین خوشه‌هاست که بتواند برخی از ویژگی‌های سیستم را توصیف نماید [۲۱]. در این مدل از ساختار داخلی خوشه‌ها صرف‌نظر می‌شود.

در سیستم‌های میکروسکوپی، هامیلتونین برای سیستمی متشکل از A نوکلئون در نظر گرفته می‌شود و جرم نوکلئون و مختصات و برهمکنش نوکلئون-نوکلئون نیز وارد رابطه می‌شوند. در این جا نیز پتانسیل می‌تواند به جز وابستگی فضایی به کمیت‌های دیگری مانند اسپین و اندازه حرکت مداری و یا موارد دیگر وابسته باشد.

چنانچه قبلاً بیان شد، در هامیلتونین مربوط به مدل‌های میکروسکوپی، برهمکنش نوکلئون‌ها وارد می‌شود. مدل لایه‌ای^{۲۰} [۲۲]، مدل گروه تشدید^{۲۱} (RGM) که در سال ۱۹۳۷ توسط ویلر^{۲۲} پیشنهاد گردید [۲۳]، مدل مختصه مولد^{۲۳} (GCM) که در واقع تعمیمی از روش RGM است [۲۴]، مدل دینامیک مولکولی نامتقارن^{۲۴} (AMD)، که حالت‌های چندجسمی را در نظر می‌گیرد [۲۵] و روش وردشی تصادفی^{۲۵} (SVM) که یک روش عددی قوی برای محاسبات انرژی حالت‌های مقید سیستم‌های چندجسمی می‌باشد [۲۶]، نمونه‌هایی از مدل میکروسکوپی می‌باشند. در سیستم‌هایی که تعداد نوکلئون‌هایشان کم است، برای حل معادله شرودینگر در مدل‌های میکروسکوپی روش‌های موافقی ارائه شده است ولی برای وضعیت‌هایی که در آن تعداد نوکلئون‌ها زیاد است، می‌بایست تقریب‌هایی را جهت حل مسأله به کار برد. در واقع در نظریه‌های میکروسکوپی در مدل خوشه‌ای، خوشه‌ها به کمک توابع موج مدل لایه‌ای توصیف می‌شوند [۲۷ و ۲۸]. از جمله مدل‌های

²⁰ Shell Model

²¹ Resonating Group Model

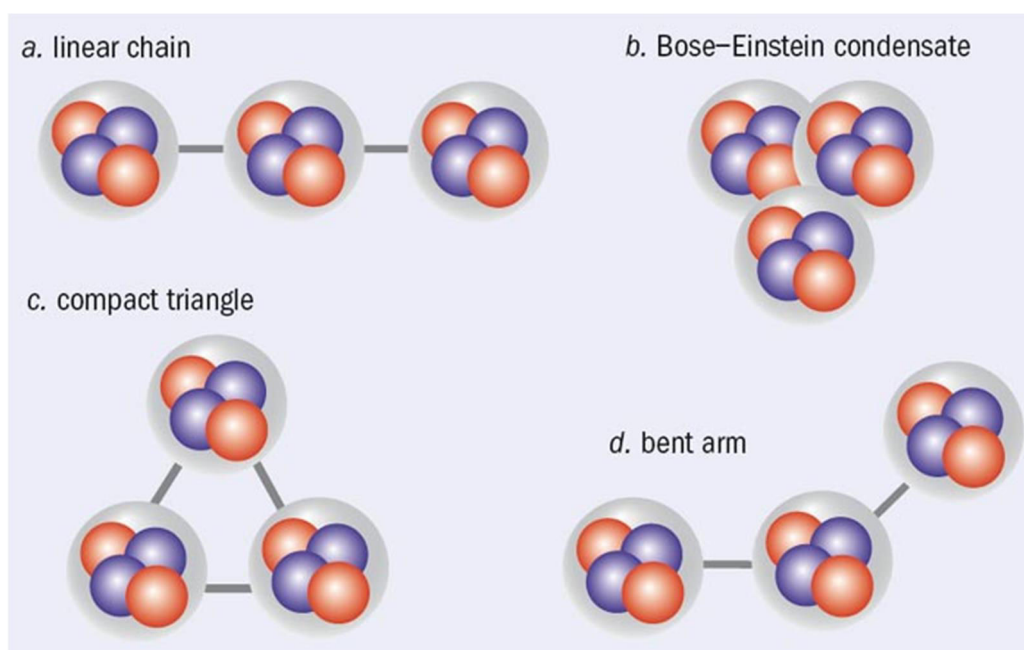
²² Wheeler

²³ Generator coordinate method

²⁴ Antisymmetrized Molecular Dynamics

²⁵ Stochastic Variational Method

غیرمیکروسکوپیکی، مدل خوشه‌ی آلفا برینک-بلاچ^{۲۶} (ACM) می‌باشد، که یک مدل ساده‌سازی شده جهت بررسی هسته‌های آلفا مزدوج است. این مدل تنها در هسته‌هایی با $N=Z$ و $A=4n$ کاربرد دارد. با داشتن این فرض که هسته از خوشه‌های آلفا تشکیل شده است، جایگیری‌های مختلف خوشه‌ها نسبت به هم بررسی می‌شود. کاربرد این مدل برای سیستم‌های سبک راحت است و ارتباط مستقیمی با اندازه سیستم دارد. علاوه بر این، نتایج برای سیستم‌های کوچک واقع‌بینانه‌تر است [۲۹]. در شکل (۱-۱) چند مدل مطرح شده برای قرارگیری خوشه‌های آلفا در ایزوتوپ ۳ آلفایی ^{12}C کنار یکدیگر نشان داده شده است.



شکل (۱-۱): طرز قرارگیری خوشه‌های آلفا در هسته ^{12}C

مدل نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته^{۲۷} (DHO) نیز از دیگر نمونه‌های مدل غیرمیکروسکوپیکی می‌باشد. در این مدل، رفتار تک ذره‌ای هسته، به خوبی توسط مدل لایه‌ای هسته‌ها که در آن نوکلئون در یک میدان میانگین که مشخصه میانگین برهم‌کنش یک نوکلئون با دیگر نوکلئون‌های سازنده هسته است، حرکت می‌کند، توصیف شده است. به تعداد کل نوکلئون‌ها

²⁶ Brink-Bloch Alpha Cluster Model

²⁷ Deformed Harmonic Oscillator

درون تراز پایینی که به وسیله آن پوسته کاملاً پر می‌شود عدد جادویی می‌گویند. هر هسته‌ای که نوکلئون‌های آن تا یک عدد جادویی پر است یک هسته با پایداری ویژه می‌باشد، زیرا انرژی لازم برای برانگیختگی و عبور نوکلئون‌ها از فاصله بین ترازها زیاد است. در نتیجه، یک نوکلئون اضافه به عنوان یک نوکلئون ظرفیت عمل می‌کند که در برهم‌کنش با هسته‌ی کوچک‌تر و پایدار است. برای هسته‌هایی دور از اعداد جادویی فرضیه وجود هسته کروی دارای دقت پایینی است. برهم‌کنش بین نوکلئون‌های ظرفیت و هسته‌ی کوچک‌تر می‌تواند باعث کشیده شدن و یا پهن شدن هسته در قطبین گردد و سبب نیاز به استفاده از پتانسیل‌های هسته‌ای می‌گردد که نیلسون^{۲۸} در سال ۱۹۵۵ معرفی نمود [۳۰]. یکی دیگر از روش‌هایی که امروزه به طور گسترده در بررسی‌های سیستم‌های کوانتومی مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش بکارگیری بررسی هسته‌ها از طریق روش پتانسیل‌های پدیده شناختی^{۲۹} می‌باشد. در این روش، برای برهم‌کنش بین ذرات یک سیستم، پتانسیل مناسبی شامل تعدادی پارامتر در نظر گرفته می‌شود. سپس با بررسی نتایج تجربی، پارامترها بگونه‌ای انتخاب می‌شوند که بیشترین هم‌خوانی بین تئوری و نتایج تجربی برقرار گردد [۲۷ و ۳۱]. پتانسیل‌های جایگزیده در سیستم‌های خوشه‌ای به صورت مجموعه‌ای شامل جملات جاذبه و دافعه می‌باشند. برای محاسبه‌ی طیف انرژی هسته‌ها در این روش، ابتدا پتانسیل بین خوشه‌ها، باید مشخص گردد.

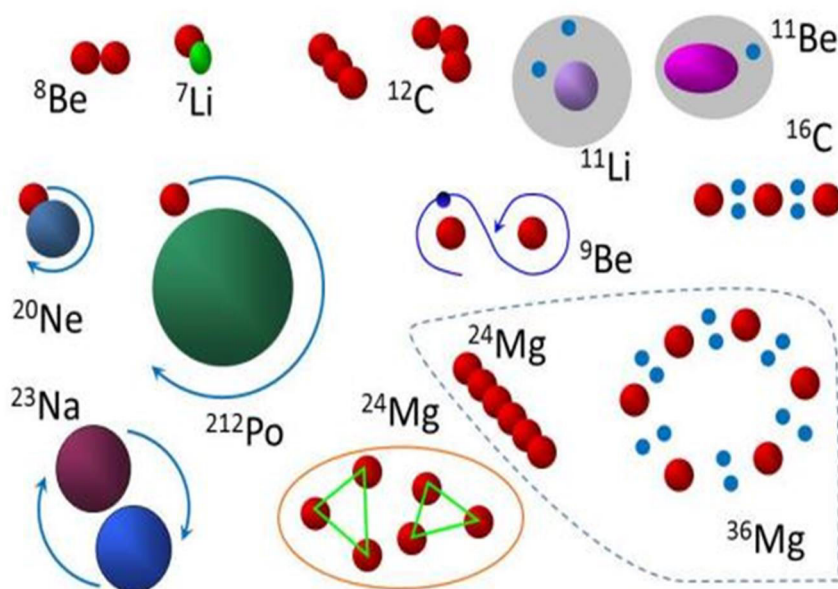
وجود گسیل ذرات آلفا از هسته، دلیلی بر این مدعا شد که ذره آلفای از پیش تشکیل شده‌ای درون هسته وجود دارد. انواع مختلفی از رفتارهای خوشه‌ای در هسته پیش‌بینی و مورد بررسی قرار گرفته است. از هسته‌های آلفا مزدوج گرفته تا رفتار خوشه‌های کوچک اطراف پوسته بسته و هالو نوکلئون‌ها اطراف یک هسته معمولی، همگی رفتارهای مختلفی از ساختار خوشه‌شدن می‌باشند. شکل (۲-۱) توضیحی از رفتارهای مختلف انواع خوشه‌ها را نشان می‌دهد، که کاتفورد^{۳۰} در کنفرانس

²⁸ Nilsson

²⁹ Phenomenological Potentials

³⁰ Catford

دبرسن^{۳۱} ارائه نمود و اکثر این ساختارها به صورت تجربی بررسی شده‌اند [۳۲، ۳۳ و ۳۴]. این ایده از دهه‌های ۱۹۶۰ در تحقیق ساختارهای تشدیدی حالت‌های برانگیخته ترکیبات مختلف خوشه‌های آلفا در هسته‌های سبک ($N=Z$) در ناحیه‌ی انرژی سد کولنی تا ناحیه‌هایی با انرژی برانگیختگی $20-50 \text{ MeV}$ مطرح گردیده است [۳۵ و ۳۶]. این مسأله که تشدید مولکول‌های گوسی چگونه انتقال پیوسته‌ی حالت‌های پراکندگی در برهمکنش یون-یون در حالت‌های خوشه‌ای سیستم‌های مرکب را منعکس می‌کنند تا دهه‌های ۱۹۹۰ حل نشده باقی ماند [۳۵ و ۳۶]. در اکثر موارد، این ساختارهای تشدیدی به اشکال تغییر شکل یافته و پدیده خوشه آلفا مرتبط بود [۷]. در هسته‌های شبه آلفای سبک، خوشه شدن در انرژی برانگیختگی بالا، نزدیک به آستانه واپاشی آلفا مشاهده می‌شود [۱۹ و ۷]. این رفتار عجیب با موفقیت، توسط نمودار معروف ایکدا^{۳۲} برای هسته‌های $N=Z$ در سال ۱۹۶۸ نشان داده شد [۱۸]. بیش از ۱۸ سال پیش نمودار ایکدا توسط وان ارتفن^{۳۳} برای هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون^{۳۴} اصلاح و بسط داده شد [۳۷].



شکل (۱-۲): انواع مختلف رفتارهای خوشه‌ای در هسته [۳۲]

⁴ Debrecen

³² Ikeda diagram

³³ Wan Ertfen

³⁴ Neutron-rich

رفتارهای نشان داده شده در شکل (۱-۲) را به صورت زیر می‌توان دسته‌بندی نمود [۳۲]:

(۱) هسته‌های خیلی سبک: در مواردی از قبیل ${}^8\text{Be}$ (${}^2-{}^2$) و ${}^7\text{Li}$ (${}^2-t$) و یا ${}^{12}\text{C}$ ($3{}^2$),

زیرسیستم‌هایی از هسته وجود دارد که کاملاً به یکدیگر مقید شده‌اند. همچنین می‌توان با

افزودن نوترون به ${}^8\text{Be}$ ویژگی‌های ایزوتوپ‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^{10}\text{Be}$ را نیز توصیف نمود [۳۸-۴۱].

(۲) ترکیب هسته‌های جادویی و خوشه مداری: در برخی هسته‌ها نوکلئون‌های خارج از پوسته

بسته می‌توانند مانند یک خوشه مداری خارج از پوسته بسته رفتار کنند، ویژگی‌های طیف

چرخشی، نزدیک به پوسته‌های دو جادویی مشهود است [۴۲]. هسته‌های ${}^{20}\text{Ne}$ و ${}^{212}\text{Po}$

نمونه‌هایی از این ساختار هستند. ${}^{212}\text{Po} = {}^{208}\text{Pb} + \alpha$ و ${}^{20}\text{Ne} = {}^{16}\text{O} + \alpha$

(۳) ترکیب هسته معمولی و هالو نوکلئون‌ها: هرگاه نوترون نهایی در تراز ضعیف میدان میانگین

قرار داشته باشد، به ویژه اگر تکانه زاویه‌ای هسته کوچک باشد، تابع موجش به طور طبیعی

تمایل به بسط تا پشت لبه‌های پتانسیل هسته‌ای در ناحیه ممنوع کلاسیکی را دارد [۴۳].

(۴) خوشه‌بندی مقیاس بزرگ در ترازهای سطح پائین: در بررسی هسته‌های پیچیده، با این فرض

که هسته‌ها تشکیل دو هسته‌ی در حال چرخش با جرم‌های قابل مقایسه را می‌دهند؛ نتایج

موفق و قابل قبولی حاصل شده است [۴۴، ۴۵ و ۴۶].

(۵) خوشه‌بندی مقیاس بزرگ در برانگیختگی بالا: تشدیدهای مشاهده شده در انرژی‌های نزدیک

به سد کولنی در پراکندگی یون سنگین به ویژه بین هسته‌های آلفا مزدوج، حالت‌های شبه

مولکولی در اجزاء مداری هسته نشان می‌دهد [۴۷ و ۴۸].

(۶) چگالش کامل ذرات آلفا: فرم کامل رفتار خوشه‌ای در برخی مدل‌های هسته‌های $A=4n$

پیش‌بینی شده است، که در آن کل هسته همانند قطره مایع رفتار نمی‌کند، بلکه به صورت

تجمع n قطره شبه 2 ی مجزا عمل می‌کند و هرگاه انرژی برانگیختگی اضافی به این هسته‌ها

اعمال شود، پیکربندی مرکز جرم باز شده و بطور فضایی گسترش می‌یابد [۴۹ و ۵۰].

۵-۱ ساختار خوشه‌ای در هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون

هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون سبک جدیدی از ماده هسته‌ای هستند که دانش‌های اساسی فیزیک هسته‌ای از قبیل اشباع (چگالی، انرژی)، اعداد جادویی، چگالی نسبی و شکل نوترون‌ها و پروتون‌ها و ... را مجبور به تغییر می‌کند [۵۱]. قبل از دهه ۱۹۹۰ وجود ساختار خوشه‌ای در هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون مشخص نبود. اکنون می‌دانیم که چنین ساختاری موجود است. اما ساختار خوشه‌ای هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون نوع جدیدی از ساختار خوشه‌ای می‌باشد. علت این امر اینست که، دینامیک نوترون‌های اضافی نقش مهمی در دینامیک خوشه شدن ایفا می‌کنند. از جمله دینامیک نوترون‌های اضافی شناخته شده، حرکت مداری نوترون‌های اضافی اطراف خوشه‌های هسته می‌باشد، و نوع دیگر آن، خوشه شدن نوترون‌های اضافی و تشکیل دو نوترونی می‌باشد [۵۱].

۱-۵-۱ مدار مولکولی نوترونی^{۳۵}

۱-۱-۵-۱ مدل مدار مولکولی و AMD

حالت پایه و ترازهای سطوح پایین ایزوتوپ‌های Be، به خوبی توسط مدارهای مولکولی نوترون‌های اضافی اطراف هسته ${}^7\text{Li}$ - ${}^7\text{Li}$ توصیف می‌شود [۵۱]. سیا^{۳۶}، کوهنو^{۳۷} و ناگاتا^{۳۸} از پیشگامان استفاده از مدل مداری مولکولی در آغاز دهه ۱۹۸۰ بودند [۴۰]. دو چارچوب برای این مدل وجود دارد. یکی مدل لایه‌ای دو مرکزی که در آن حرکت نوکلئون منفرد توسط مدارهای پتانسیل میدان میانگین با دو مرکز توصیف می‌شود [۵۲]. شکل (۱-۳) نمودار انرژی‌های نوکلئون منفرد بر اساس تابعی از فاصله جدایی بین دو مرکز مرتبط با مراکز هسته خوشه‌های یکسان را نشان می‌دهد [۵۱].

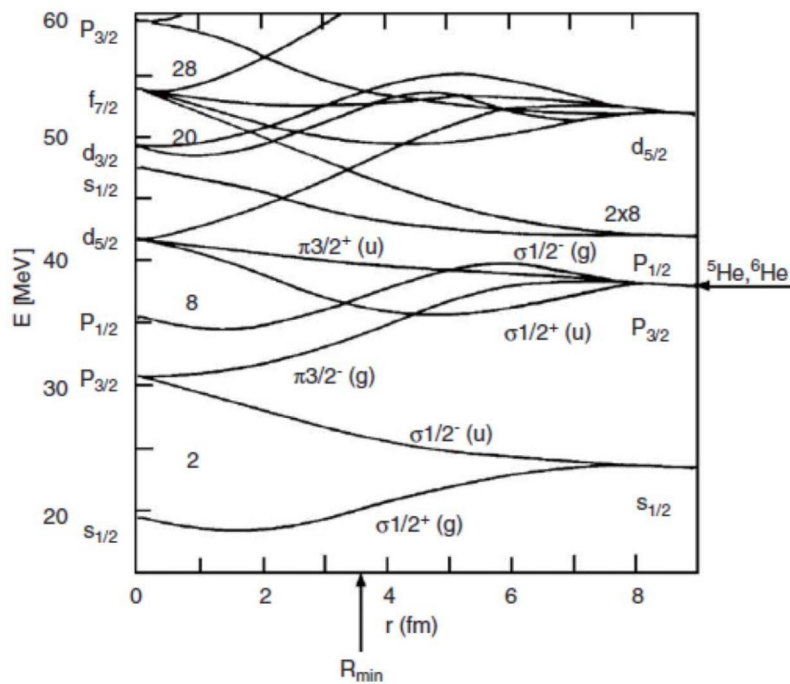
³⁵ Neutron molecular orbit

³⁶ Seya

³⁷ Kohno

³⁸ Nagata

چارچوب دیگر، روشی است که در ترکیب خطی اوربیتال‌های هسته $^{39}\text{LCNO}$ بکار می‌رود و $^{40}\text{LCCO}$ (ترکیب خطی اوربیتال‌های خوشه‌ای) نامیده می‌شود [۴۰، ۵۳-۵۶]. در این مدل، تابع موج نوکلئون منفرد، توسط ترکیب خطی اوربیتال‌های اتمی اطراف مراکز هسته خوشه‌های تشکیل دهنده سیستم، بوجود می‌آید.



شکل (۳-۱): انرژی‌های ذره منفرد مدل لایه‌ای دو مرکزی با هسته ^{22}O [۵۱]

برای مثال، در مورد سیستم هسته دو خوشه‌ای یکسان، قسمت فضایی مداری مولکولی روش

LCCO، $\varphi(r)$ ، به صورت زیر داده می‌شود:

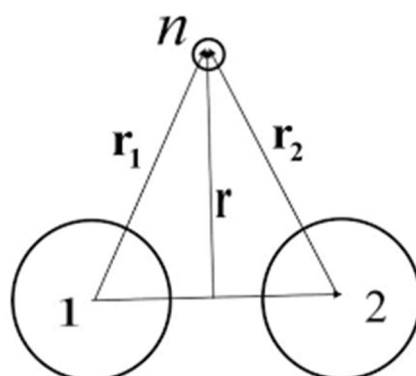
$$\varphi(r) = C(R_{n,l,m}(r_1) \pm R_{n,l,m}(r_2)) \quad (3-1)$$

که r ، r_1 و r_2 به ترتیب مختصات مکانی اندازه‌گیری شده‌ی نوترون از مراکز هسته‌ی خوشه‌ها، هسته

اول و هسته دوم می‌باشد (شکل (۴-۱) [۵۱]).

³⁹ Linear Combination of Nucleon Orbitals

⁴⁰ Linear Combination of Cluster Orbitals



شکل (۴-۱): مختصات نوترون اطراف هسته دو خوشه‌ای [۵۱]

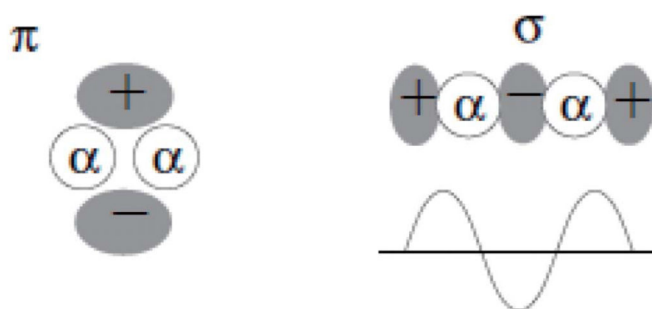
در راستای درستی مدل مداری مولکولی تحقیقات مختلفی انجام گرفته است. کنادا^{۴۱} و هوریوچی^{۴۲} با استفاده از روش AMD مدل مستقلی برای ایزوتوپ‌های B و Be ارائه نمودند، که تابع موج آنها مشابه مدل مداری مولکولی بود [۵۷ و ۵۸].

۱-۵-۱-الف ایزوتوپ‌های Be

در ایزوتوپ‌های Be اکثر ترازها تغییرشکل یافته و به ترازهای چرخشی متناظر وابسته شده‌اند. ساختارهای ذاتی حالت‌های پایه و برانگیخته به خوبی در شرایط پیکربندی حفره-ذره مدل مداری مولکولی توضیح داده می‌شود [۵۱]. ساختار ذاتی ^8Be با شکل دنبلی α - α با پر کردن حداقل دو مدار مولکولی، یکی تراز $S_{1/2}$ و دیگری مدار $P_{3/2}$ ایجاد می‌شود. ساختارهای ذاتی ایزوتوپ‌های سنگین‌تر Be تقریباً با قرار دادن نوترون‌های اضافی در سه مدار مولکولی بدست می‌آید [۵۱]. تراز بالاتر همان تراز $P_{3/2}$ ، تراز $P_{1/2}$ و پائین‌ترین تراز $d_{5/2}$ ، که به ترتیب در فیزیک مولکولی ترازهای $\pi 3/2^-(g)$ ، $\sigma 1/2^-(g)$ و $\sigma 1/2^+(u)$ نامیده می‌شوند. شکل (۵-۱) اوربیتال‌های σ و π را بصورت نمادین اطراف یک هسته 2[] نشان می‌دهد [۵۱].

⁴¹ Kanada

⁴² Horiuchi



شکل (۵-۱): شکل اوربیتال‌های π و σ اطراف هسته ${}^2\text{He}$ [۵۱]

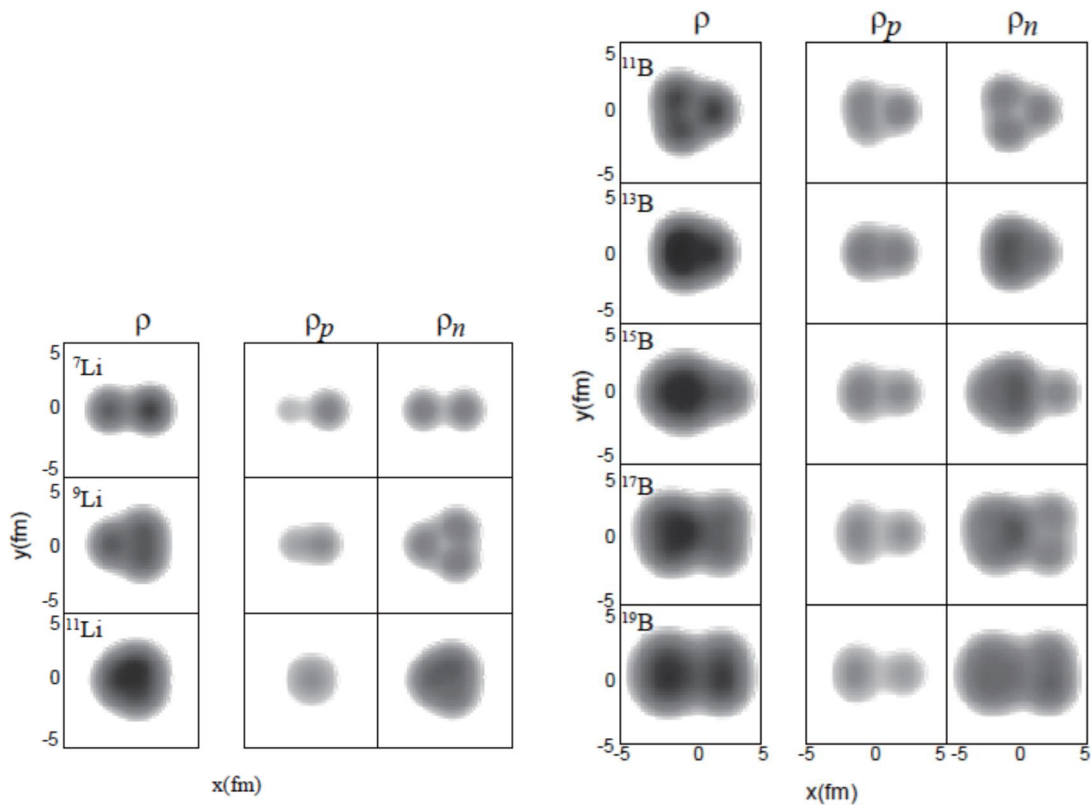
خوشه‌بندی‌ای که توسط نوترون‌های ظرفیت در اوربیتال σ تقویت می‌یابد، نوع جدیدی از خوشه شدن می‌باشد که در هسته‌های پایدار مشاهده نشده است، و تنها در هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون وجود دارد. قرار گرفتن نوترون‌ها در مدار σ انرژی برانگیختگی را کاهش می‌دهد [۵۱]. در انرژی برانگیختگی‌های بالاتر در محدوده ۱۰ MeV یا بالاتر در ایزوتوپ ${}^{12}\text{Be}$ ، محاسبات AMD، حالت‌های خوشه‌ای را نشان می‌دهد که به نظر با نوع ساختار خوشه‌ای مداری مولکولی متفاوت است. ساختارهای خوشه‌ای ایزوتوپ‌های خارج از خط پایداری نوترون Be توسط ساختار مداری مولکولی توضیح داده می‌شود، که نوع جدیدی از ساختار خوشه‌ای استفاده شده در هسته‌های پایدار می‌باشد [۵۱].

۱-۵-۱-۱-ب ایزوتوپ‌های B و Li

سیا و همکاران، ایزوتوپ‌های خارج از خط پایداری نوترون Be و B را مطالعه نمودند و پیش‌بینی کردند که در ایزوتوپ‌های خارج از خط پایداری نوترون B خوشه ${}^2\text{He}$ با افزایش تعداد نوترون‌ها N فراتر از عدد جادویی N=8 به سمت خط پایداری نوترون ${}^{43}\text{Li}$ گسترش می‌یابد [۴۰]. این پیش‌بینی بعدها با محاسبات روش AMD تأیید شد [۵۷]. شکل (۶-۱) توزیع چگالی حالت‌های ذاتی ایزوتوپ‌های B و Li در روش AMD را نشان می‌دهد. همانطور که می‌بینیم، شکل هسته‌ای ${}^{13}\text{B}$ با

⁴³Neutron Dripline

$N=13$ تقریباً کروی است. اما با بیشتر شدن N تغییر شکل بصورت دوکی شکل گسترش می‌یابد، که این به دلیل گسترش خوشه‌ای هسته $2-2$ می‌باشد [۵۱]. برای ^{19}B در خط پایداری نوترون، در مطالعه‌ای که بر اساس روش بهبود یافته AMD توسط کنادا انجام گرفته شد، ساختاری بر اساس همزیستی پیشنهاد شد، یعنی، حالت دوکی شکل نشان داده شده در شکل ممکن است یک حالت سطح پائین انرژی برانگیخته باشد، در حالیکه حالت پهن شده از حالت پایه نشأت می‌گیرد [۵۹].



شکل (۶-۱): توزیع چگالی حالت‌های ذاتی ایزوتوپ‌های Li و B در روش AMD [۵۱]

محاسبه AMD در بازسازی تکانه چهار قطبی و تکانه مغناطیسی بدون بار مؤثر موفق عمل کرد. همانطور که در شکل (۶-۱) مشهود است، خوشه‌بندی شناخته شده $t-2$ برای ^7Li دارای گستردگی کمتری در ^9Li است و در ^{11}Li با $N=8$ محو می‌شود [۵۱].

۱-۵-۲ حالت‌های مولکولی برانگیخته و مدارهای اتمی

تحقیقات اخیر ساختار خوشه‌ای هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون، شکل‌گیری حالت‌های خوشه‌ای با پیکربندی مدار اتمی نوترون‌ها در محدوده انرژی برانگیختگی بالا را مطرح کرده است. در این پیکربندی نوترون‌ها در کل سیستم حرکت نمی‌کنند، بلکه اطراف یک خوشه مرکزی حرکت می‌کنند، بنابراین ساختار حاصل، فقط ساختار مولکولی متشکل از هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون می‌باشد [۵۱]. ایزوتوپ‌های ^{12}Be ، ^{20}O و ^{22}Ne با این رویکرد مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۵۱].

۱-۵-۳ دو نوترونی^{۴۴}

شکل‌گیری خوشه‌ی دو نوترون معمولاً به همبستگی مزدوج بین نوترون‌ها مربوط می‌شود [۶۰]. همبستگی مزدوج به طور مؤثر موجب کاهش تراز 1S و در نتیجه فاصله باریک بین تراز S و P می‌شود [۶۰]. استدلال آنها اثر انسداد پائولی^{۴۵} برای برانگیختگی زوج نیرو می‌باشد [۶۰]. هسن^{۴۶} و جانسون^{۴۷} در مقاله خود خود هالو نوترون ^{11}Li را با استفاده از مدل خوشه‌ای دو نوترونی، بررسی کردند ($^{11}\text{Li} \rightarrow ^9\text{Li-dineutron}$) [۶۱]. برتچ^{۴۸} و اسبنسن^{۴۹} مدل سه جسمی $^9\text{Li-}^2\text{-}^2$ را حل کرده و آرایش دو نوترونی در ناحیه سطحی را پیدا کردند [۶۲].

شایان ذکر است که همبستگی مزدوج به شکست جادویی $N=8$ در ^{11}Be مرتبط است که به وضوح نشان دهنده‌ی این واقعیت است که، حالت پایه ^{11}Be دارای اسپین $\frac{\hbar}{2}$ و پارته‌ی مثبت می‌باشد [۶۰]. این واقعیت به این معناست که آخرین نوترون ظرفیت، در حالت پایه، تراز $S_{1/2}$ را به جای تراز $P_{1/2}$ اشغال می‌کند. نویسندگان در مرجع [۵۹]، این واقعیت را با اثر انسداد پائولی در

⁴⁴ Dineutron

⁴⁵ pauli-blocking

⁴⁶ Hansen

⁴⁷ Jonson

⁴⁸ Bertsch

⁴⁹ Esbensen

برانگیختگی زوج نیرو^{۵۰} توجیه نموده‌اند. در هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون دور از خط پایداری، انتظار می‌رود همبستگی مزدوج دو نوترون، تعداد زیادی دو نوترونی ایجاد کند. از آنجا که دو نوترونی‌ها بوزون هستند، اکثر دو نوترونی‌ها در ناحیه سطحی چگالی پایین هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون، ممکن است منجر به شکل‌گیری ساختار شبه چگالیده بوز شوند [۶۳، ۶۴ و ۶۵].

۱-۶-۱ حالت‌های خوشه‌ای میدان میانگین در لایه p و sd هسته‌ها

به استثنای هسته‌های خیلی سبک، حالت‌های پایه و کم انرژی هسته‌های پایدار، با ساختار شبه میدان میانگین بررسی می‌شوند. بنابراین شناسایی ساختار خوشه‌ای با مقایسه دقیق تغییرشکل میدان میانگین انجام می‌شود. مطالعه حالت‌های خوشه‌ای در لایه p و لایه سبک sd در هسته‌ها به سال‌ها قبل برمی‌گردد ولی همچنان یافته‌های جدیدی از آن بدست می‌آید [۵۱].

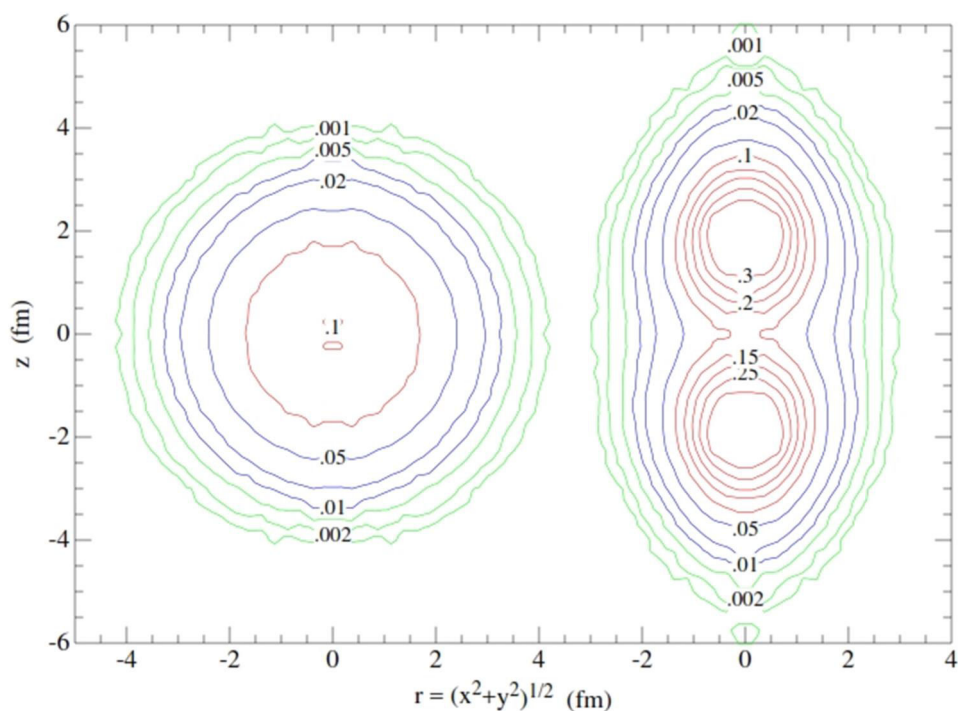
۱-۶-۱-۱ ساختار ^8Be در هسته ^8Be

ساختار دو خوشه‌ای ^8Be توسط محققین بسیاری با روش‌ها و رویکردهای مختلفی مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است [۶۶، ۶۷ و ۶۸]. روش محاسباتی Ab Initio، ایده‌ی طبیعت شبه‌گازی ^8Be و قضیه بایمن-بوهر^{۵۱} از معروف‌ترین این ایده‌ها می‌باشد [۵۱]. ورینگا^{۵۲} و همکارانش نشان دادند که تابع موج ^8Be بدست آمده از روش Ab Initio با نیروی هسته‌ای واقع‌گرایانه دارای یک ساختار خوشه‌ای کاملاً واضح ^8Be می‌باشد [۶۶]. شکل (۷-۱) خطوط چگالی ثابت در مختصات استوانه‌ای برای $^8\text{Be} (0^+)$ را نشان می‌دهد [۶۶]. شکل سمت چپ قالب آزمایشگاهی و شکل سمت راست قالب طبیعی آن است. این اشکال بدون شک، ساختار ^8Be را که دارای موقعیت فضایی خوشه‌های ^8Be با فاصله بین ^8Be ‌های ۴ fm می‌باشد، تأیید می‌کند [۵۱].

⁵⁰ Pairing-Force

⁵¹ Bayman-Bohr Theorem

⁵² Wiringa



شکل (۷-۱): خطوط چگالی ثابت در مختصات کروی برای ${}^8\text{Be} (0^+)$ به روش مونت-کارلو^{۵۳}

آنها سهم انرژی خالص ناشی از نیروی تانسوری انرژی بستگی ${}^8\text{Be}$ را تقریباً دو برابر انرژی

بستگی ${}^4\text{He}$ محاسبه کردند [۶۶].

۱-۶-۲ ساختار ${}^3\alpha$ در ${}^{12}\text{C}$

دومین حالت 0^+ برای ${}^{12}\text{C}$ در نزدیکی آستانه واپاشی ${}^3\alpha$ واقع شده است. این حالت، به

افتخار فرد هویل^{۵۴} اخترفیزیکدانی که وجود چنین حالتی، که نقش بسزایی در پیوند ${}^{12}\text{C}$ در جهان

بازی می‌کند، را بیان کرد، حالت هویل نام گرفت [۵۱]. حدود ۵۳ سال پیش موریناگا^{۵۵} ساختار

زنجیره خطی^{۵۶} ${}^3\alpha$ را برای حالت هویل ${}^{12}\text{C}$ پیش‌بینی کرد [۶۹]. در اواخر دهه ۱۹۸۰ رفتارهای

میکروسکوپی مدل ${}^3\alpha$ برای ${}^{12}\text{C}$ تحت رفتارهای مناسب شرایط مرزی پراکندگی انجام گرفت [۷۰].

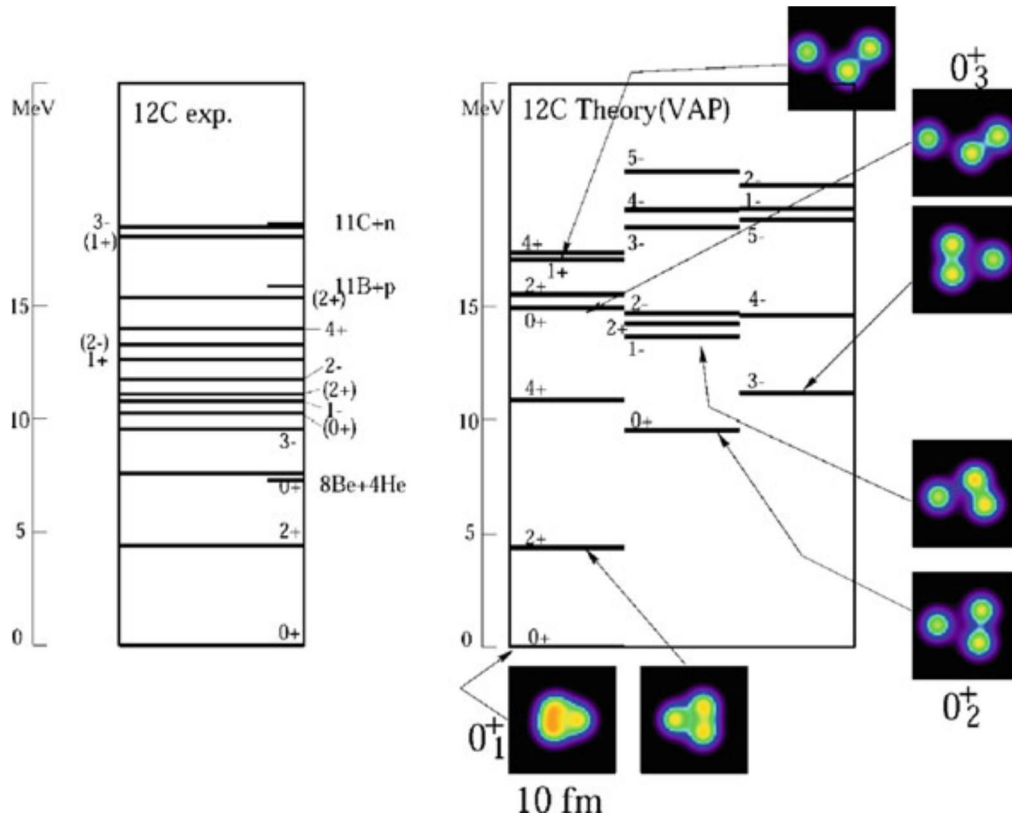
⁵³ Monte Carlo

⁵⁴ Fred Hoyle

⁵⁵ Morinaga

⁵⁶ Linear-chain structure

۷۱ و ۷۲]. حدود ۲۰ سال پس از انجام این تحقیقات، نتایج حاصل از مدل خوشه 3α توسط محاسبات AMD انجام و مورد تأیید قرار گرفت [۲۵، ۷۳ و ۷۴]. شکل (۸-۱) طیف انرژی و توزیع چگالی بدست آمده از روش AMD را نشان می‌دهد [۷۳].



شکل (۸-۱): طیف انرژی و توزیع چگالی حاصل از روش AMD [۷۳]

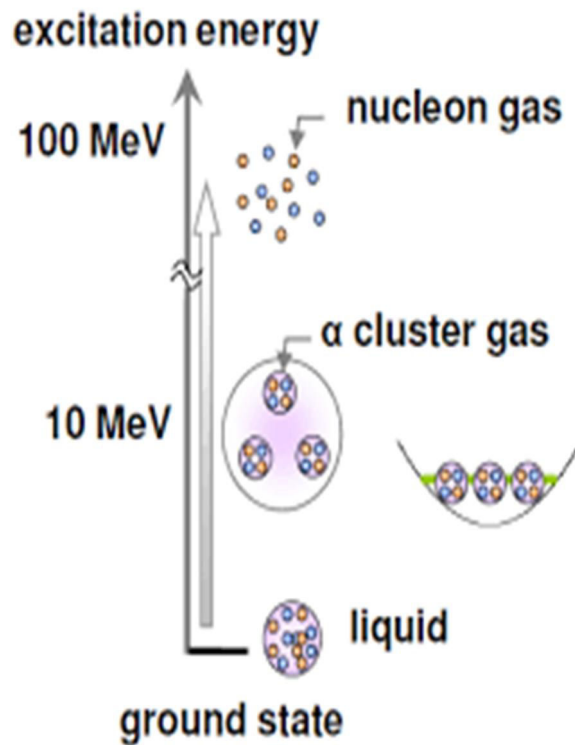
۷-۱ حالت‌های گاز خوشه‌ای

در هسته‌های $n\alpha$ خود همیوگ^{۵۷}، انتظار می‌رود، حالت‌های خوشه 3α با بالاترین انرژی برانگیختگی، نزدیک یا بالای انرژی آستانه تفکیک $n\alpha$ قرار گیرد. ویژگی‌های حالت‌های خوشه‌ای گاز 3α عمدتاً در ارتباط با دیدگاه چگالش بوز-اینشتین ذرات آلفا مورد بررسی قرار می‌گیرد [۵۱].

⁵⁷ Self-Conjugate

۱-۷-۱ حالت‌های شبه چگال ^{12}C در ۳ [۲]

حدود ۳۵ سال پس از بیان اولین ایده‌ی وجود خوشه [۲] در حالت‌های هوپیل به صورت ^8Be [۲]، توساکی^{۵۸} و همکارانش تابع موج جدیدی تحت عنوان $\text{THSR}^{\Delta 9}$ برای توصیف حالت هوپیل ارائه نمودند [۷۵]. تابع موج آنها نشان‌دهنده این بود که سه خوشه آلفا مدار یکسان S را اشغال می‌کنند، یعنی یک حالت هم‌چگال سه آلفایی [۷۶]. حالت شبه چگال ذرات آلفا، پائین‌ترین حالت انرژی حالت گازی ذره آلفا می‌باشد. حالت گازی نوکلئون‌ها، برای مدت‌ها یکی از موضوعات مهم مطالعات فیزیک هسته‌ای بوده است. حالت گازی خوشه‌ها خیلی برانگیخته نیست و می‌تواند به صورت یک حالت مجزای اسپکتروسکوپی در دسترس باشد. این حالت در شکل (۱-۹) نشان داده شده است [۵۱].



شکل (۱-۹): انرژی برانگیختگی حالت گاز خوشه آلفا و گاز نوکلئونی برای ^{12}C [۵۱]

⁵⁸ Tohsaki

⁵⁹ Tohsaki Horiuchi Schuck Ropke Wave Function

حالت گازی خوشه‌ها، مفهومی نوین برای ساختار هسته‌ها می‌باشد، که اولین بار در دهه ۱۹۷۰ برای حالت هویل ^{12}C ارائه گردید. امروزه، حالت گازی خوشه‌ها بسیار مورد توجه قرار گرفته و مطالعات تئوری و تجربی فراوانی روی هسته‌های مختلف انجام گرفته است [۵۱].

شکل‌گیری ساختار ^3H از حالت هویل به شدت تحت تأثیر تعامد حالت هویل در حالت پایه قرار دارد. نقش مهم تعامد حالت پایه برای شکل‌گیری ساختار سه آلفایی از حالت هویل از نقطه‌نظر دینامیک سه آلفایی با توصیف برهمکنش $^2\text{-}^2$ با استفاده از روش OCM^{60} توسط فوجیوارا^{۶۱} و همکارانش انجام گرفته است [۷۷]. در روش OCM ، برهمکنش $^2\text{-}^2$ به صورت پتانسیل جاذبه از نوع پتانسیل فولدینگ^{۶۲} همراه با شرایط تعامد حرکت نسبی $^2\text{-}^2$ در حالت‌های ممنوع پائولی^{۶۳} داده می‌شود [۵۱]. در سیستم دو آلفایی، به دلیل شرایط تعامدی حالت‌های ممنوع پائولی، تابع موج نسبی باید دارای دو برآمدگی برای موج S و یک برآمدگی برای موج D، باشد. این بدان معناست که تابع موج مربوطه در ناحیه برهمکنش رفتار نوسانی دارد. رفتار نوسانی تابع موج نسبی، انرژی جنبشی زیادی بوجود می‌آورد. در نتیجه، برای جلوگیری از انرژی جنبشی بالا، دامنه نوسان تابع موج نسبی کوچک می‌شود. دامنه‌ی کوچک بخش درونی تابع موج، بدین معناست که حالت ممنوع پائولی همانند یک هسته پتانسیلی دافعه عمل می‌کند. در واقع شعاع هسته دافعه پتانسیل پدیده‌شناختی $^2\text{-}^2$ همانند پتانسیل پیشنهادی Ali-Bodmer حدود ۲ fm است [۵۱ و ۷۸]. هنگامی که از توصیف OCM برای برهمکنش $^2\text{-}^2$ ، در سیستم سه آلفایی استفاده می‌شود، پتانسیل جاذبه بین دو آلفا قوی‌تر از سیستم دو آلفایی می‌شود. این بدین خاطر است که پتانسیل جاذبه‌ی خوشه‌ی 2 سوم جاذبه $^2\text{-}^2$ را بطور متوسط ۱/۵ برابر قوی‌تر می‌کند. این تقویت جاذبه $^2\text{-}^2$ به شدت شاکله تابع موج 2 در ناحیه برهمکنش را تغییر می‌دهد. یعنی جاذبه $^2\text{-}^2$ انرژی جنبشی نسبی زیاد در ناحیه داخلی را مغلوب

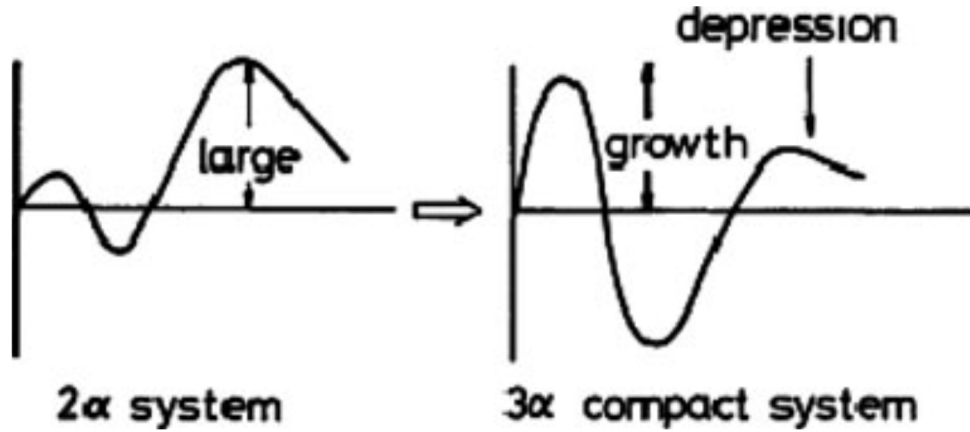
⁶⁰ Orthogonality Condition Model

⁶¹ Fojiwara

⁶² Folding Potential

⁶³ Pauli-forbidden

کرده و بنابراین دامنه تابع موج نسبی در ناحیه داخلی به منظور افزایش انرژی پتانسیل جاذبه بزرگ می‌شود. این منجر به حالت پایه متراکمی در سیستم سه آلفایی می‌شود (شکل (۱۰-۱)) [۵۱].



شکل (۱۰-۱): تغییر تابع موج نسبی 2α از حالت خوشه 2α به حالت متراکم 3α [۵۱]

۱-۷-۲ حالت شبه چگال 4α در ^{16}O

شکل‌گیری حالت‌های شبه چگال 4α تنها با در نظر گرفتن تعامد حالت پائینی ^{12}C و حالت پایه امکان‌پذیر است [۵۱]. فوناکی^{۶۴} و همکارانش با محاسبه سیستم چهارجسمی خوشه‌های آلفا، نشان دادند که سیستم چند جسمی^{۶۵} هسته‌ای، هنگام افزایش انرژی برانگیختگی، تغییر ساختار شدیدی را متحمل می‌شود؛ یعنی از ساختار متراکم شبه لایه‌ای به ساختارهای مختلف ^{12}C و بعد از آن به ساختار شبه گازی 4α [۷۹]. از آنجا که ساختارهای مختلف ^{12}C در بسیاری از حالت‌های برانگیخته به خوبی مورد تأیید قرار گرفته است، باز تولید این ساختار با اطمینان بالایی می‌تواند پذیرفته شود. بنابراین پیش‌بینی وجود حالت‌های شبه چگال 4α که توسط فوناکی و همکاران بیان شده است، متقاعد کننده می‌باشد [۵۱].

⁶⁴ Fonaki

⁶⁵ Many-Body System

۸-۱ پدیده خوشه شدن در هسته‌ها

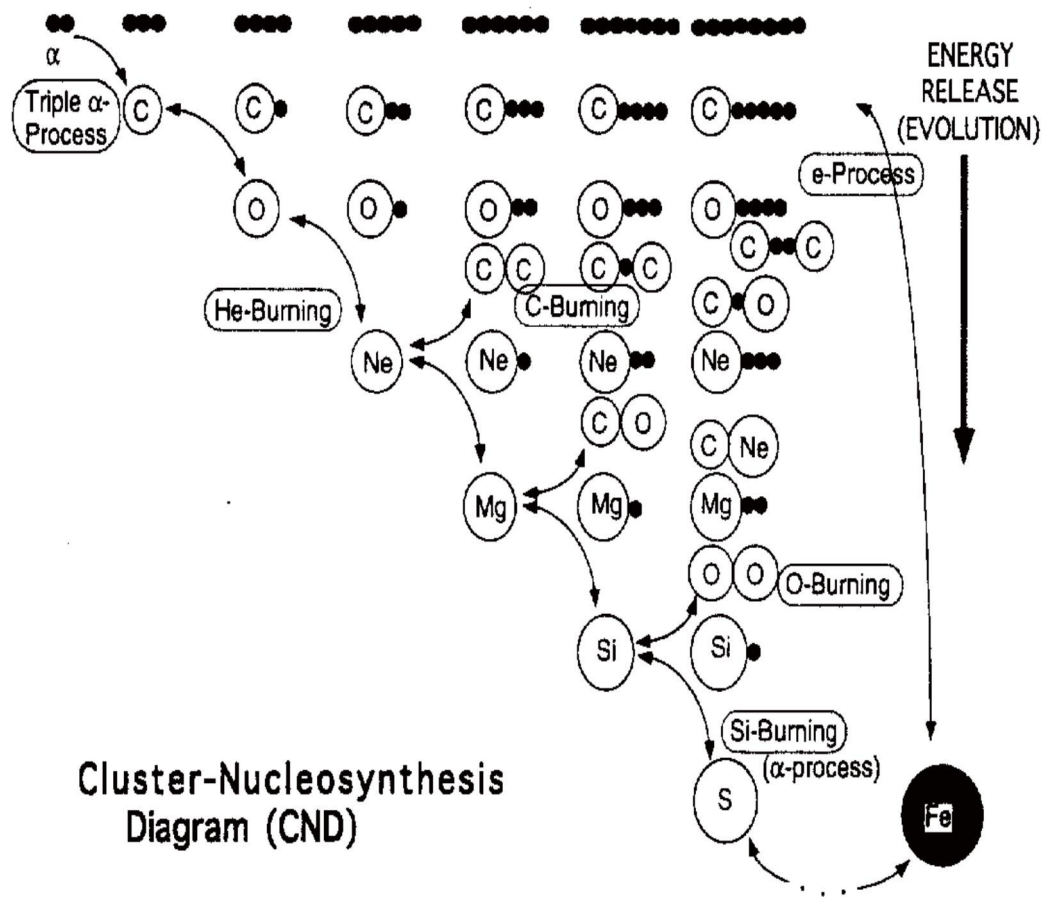
یکی از کاربردهای مهم پدیده خوشه شدن در فیزیک هسته‌ای، در زمینه نجوم و هسته‌زایی می‌باشد. فرایندهای هسته‌ای، نقش حیاتی در تکامل جهان و همچنین در پدیده‌های ستاره‌ای مختلف ایفا می‌کنند [۸۰]. قانون ایکدا استدلال می‌کند که پدیده خوشه شدن در هسته قویاً با انرژی آستانه مرتبط است. برهمکنش‌های هسته‌ای با انرژی خیلی پائین، درست بالای انرژی آستانه، به استثناء چند برهمکنش پرتو کیهانی، بر هسته‌زایی^{۶۶} غالب شده‌اند. خوشه شدن هسته‌ای، که دینامیک مونتاژ و یا تفکیک نوکلئون‌ها را در نظر می‌گیرد، اساس دینامیک هسته‌ای بوده و در اکثر مسائل ساختار هسته‌ای و برهمکنش‌ها ظاهر می‌شود [۵۱]. بنابراین بررسی خوشه‌بندی هسته‌ای یکی از کلیدهای حل مکانیسم هسته‌زایی در ستارگان و جهان هستی می‌باشد. در شکل (۱-۱۱) نمودار خوشه-هسته‌زایی (CND)^{۶۷} برای درک بهتر هسته‌زایی بر اساس خوشه‌بندی هسته‌ای که توسط کوبونو^{۶۸} ارائه گردید، نشان داده شده است [۸۱].

اساس نمودار CND این است که، هسته‌زایی توسط برهمکنش‌های تسخیر آلفا از هسته‌های سبک به سمت هسته‌های سنگین به واسطه وجود حالت‌های خوشه‌ای اطراف آستانه‌ی خوشه‌ها در نمودار ایکدا پیش می‌رود. منبع اصلی انرژی سوختن هیدروژن است، این سوختن می‌تواند به صورت هیدرواستاتیکی یا انفجاری اتفاق بیفتد [۸۰]. همانطور که در شکل مشخص است، بعد از سوختن هیدروژن، هلیوم و همین‌طور به ترتیب C، O و Si به عنوان سوخت مرحله بعد بکار می‌روند. انرژی آزاد شده در اثر هسته‌زایی، سیر تکاملی را از هسته‌های سمت راست تا Fe طی می‌کند. با بررسی این فرآیند درمی‌یابیم که در جریان هسته‌زایی، انرژی تولید می‌شود [۵۱].

⁶⁶ Nucleosynthesis

⁶⁷ Cluster-Nucleosynthesis Diagram

⁶⁸ Cobono



Cluster-Nucleosynthesis Diagram (CND)

شکل (۱-۱۱): نمودار خوشه-هسته‌زایی (CND) [۸۱]

بعد از سوختن هیدروژن در رشته اصلی، هلیوم می‌تواند سوخت هسته‌زایی مرحله بعد باشد.

اولین قدم سوختن هلیوم ${}^6\text{He}$ ، اختلاط ${}^{12}\text{C}$ توسط برهمکنش گداخت سه آلفایی می‌باشد. فرآیند تولید

${}^{12}\text{C}$ از ذرات آلفا در دو مرحله به صورت زیر انجام می‌شود:



در گام دوم، حالت تشدید، درست بالای آستانه سه آلفایی در ${}^{12}\text{C}$ به منظور توضیح افزایش

برهمکنش سه آلفایی توسط هوپل پیش‌بینی شده بود. وجود حالت هوپل به صورت تجربی و تئوری

مورد تأیید قرار گرفته است [۵۱ و ۸۲]. برهمکنش اول یعنی ${}^8\text{Be} \rightarrow \alpha + \alpha$ به راحتی به دلیل ساختار

⁶⁹ He-Burning

دو جسمی به صورت تجربی و تئوری قابل ارزیابی است، ولی برهمکنش دوم یعنی ${}^8\text{Be}(\alpha, \alpha){}^{12}\text{C}$ به دلیل نیم عمر کوتاه ${}^8\text{Be}$ پیچیده تر است. محاسبات پراکندگی ${}^8\text{Be}+\alpha$ بر اساس مدل میکروسکوپیکی سه آلفایی مورد تأیید قرار گرفته است [۷۰، ۷۲ و ۸۳]. بررسی تجربی این ساختار توسط رولفس^{۷۰} و رودنی^{۷۱} بطور کامل توضیح داده شده است [۸۴]. علاوه بر اینکه پدیده خوشه شدن در ساختار هسته کاملاً مشهود است، نقش این پدیده در واکنش های هسته ای غیر قابل اغماض است. در ابرهسته های^{۷۲} سبک نیز مطالعات خوشه ای وسیع و موفقی انجام گرفته است [۵۱].

۹-۱ جمع بندی

حالت های خوشه ای معمولاً در نزدیکی آستانه واپاشی خوشه های مربوطه قرار دارند. بنابراین فیزیک خوشه شدن همواره نیازمند توجه مناسبی از تشدیدها و حتی در بعضی مواقع توصیف فرآیندهای مربوطه می باشد [۵۱]. خوشه آلفا، مهم ترین خوشه شناخته شده در بررسی ساختار خوشه ای هسته ها می باشد. خوشه شدن هسته های خارج از خط پایداری نوترون، به دلیل وجود نوترون اضافی سبک جدیدی از رفتارهای خوشه ای را مطرح می کند. خوشه شدن، نقش بسزایی در توجه رفتار بسیاری از پدیده های فیزیکی از جمله نجوم و هسته زایی، برهمکنش های هسته ای و حالت های شبه گازی هسته های آلفا مزدوج دارد.

⁷⁰ Rolfs

⁷¹ Rodney

⁷² Hypernuclei

فصل دوم

سیستم‌های پنج ذره‌ای

تجزیه، تحلیل و آنالیز سیستم‌های چند ذره‌ای بسیار پیچیده و چالش‌برانگیز می‌باشد. با توجه به گستردگی دامنه‌ی سیستم‌های چند ذره‌ای در ابعاد مختلف، بررسی این سیستم‌ها مورد توجه محققین و دانشمندان علوم مختلف به ویژه فیزیک کوانتومی و هسته‌ای قرار گرفته است [۸۵]. یک دستگاه چند ذره‌ای متشکل از تعدادی ذره (همانند یا ناهمانند) در برهمکنش با یکدیگر، می‌باشد. برای بررسی یک سیستم چند ذره‌ای به عنوان مثال محاسبه‌ی انرژی و دیگر ویژگی‌های استاتیکی آن بسته به نوع مسأله‌ی مورد مطالعه، می‌توان از روش‌های کلاسیکی و کوانتومی استفاده نمود. برای توصیف اکثر خواص و ویژگی‌های سیستم چند ذره‌ای باید به ماهیت نیروهای بستگی ذرات دستیابی داشت. در مورد دو ذره، برهمکنش تعریف شده‌ای بین آن‌ها برقرار است که در ساختار زیراتمی به صورت کوانتومی مطالعه می‌شود. برای یک سیستم سه ذره‌ای مطالعه دقیق ممکن نیست، زیرا تأثیر حضور ذره‌ی سوم در دو ذره‌ی دیگر به دقت قابل تعیین نمی‌باشد. عمدتاً در مطالعه‌ی سیستم‌های چند ذره‌ای دو روش مطرح می‌شود: برهمکنش بین ذرات قابل اغماض است (مکانیک آماری)، مطالعه سیستم‌هایی که دارای برهمکنش می‌باشند (نظریه چند ذره‌ای). سیستم‌های چند ذره‌ای تنها در چارچوب برخی تقریب‌ها که از نتایج آزمایشات تجربی به دست آمده‌اند و بر اساس برخی شبیه‌سازی‌ها قابل بررسی می‌باشند. یکی از دقیق‌ترین چارچوب‌های شبیه‌سازی در فیزیک روش دینامیک مولکولی است که برای شبیه‌سازی سیستم‌های پیچیده‌ی چند ذره‌ای بکار می‌رود. در این روش با تحلیل مسیر ذرات در فضای فاز و استفاده از مکانیک آماری می‌توان اطلاعاتی در مورد خواص مختلف سیستم، از جمله انرژی، خواص ساختاری و ... بدست آورد. روش مونت کارلو^{۷۳}، یکی دیگر از روش‌های پرکاربرد در مطالعه‌ی سیستم‌های با درجات آزادی متعدد می‌باشد. مزیت این روش به دینامیک مولکولی، نیاز نداشتن به محاسبه‌ی اندازه حرکت برای هر ذره است. از معایب آن می‌توان به

⁷³ Monte-Carlo

عدم کسب اطلاعات راجع به دینامیک سیستم اشاره نمود. روش هارتری-فوک^{۷۴} از دیگر روش‌های بکار گرفته شده در حل مسائل چند ذره‌ای می‌باشد. اساس این روش قضیه وردش برای پیدا کردن انرژی حالت پایه و تابع حالت پایه دستگاه می‌باشد. در حالت کلی ذرات به دو گروه اصلی لپتون‌ها و هادرون‌ها تقسیم‌بندی می‌شوند. لپتون‌ها خانواده‌ای از ذرات بنیادی با اسپین نیمه صحیح می‌باشند که برهمکنش هسته‌ای قوی ندارند، اما از اصل طرد پائولی پیروی می‌کنند. دو رده اصلی لپتون‌ها عبارتند از لپتون‌های الکترون که لپتون‌های دارای بار الکتریکی هستند و لپتون‌های نوترینو که خنثی می‌باشند. ذرات بنیادی به لحاظ نیم عمرشان و نیز پایداریشان و ظاهر شدن در واکنش‌ها و پدیده‌های میکروسکوپی و در کل خواص شیمیایی و فیزیکی خودشان در خانواده‌های مختلف دسته‌بندی و بررسی می‌شوند. هادرون‌ها، ذرات دارای ساختار می‌باشند و به دو گروه عمده طبقه‌بندی می‌شوند. مزون‌ها شامل حالت مقید یک کوارک و یک پادکوارک با اسپین صحیح که از آمار بوز-اینشتین پیروی می‌کنند و باریون‌ها شامل سه کوارک که اسپین نیمه صحیح دارند و آمار فرمی-دیراک در مورد آن‌ها صدق می‌کند [۸۶]. پروتون و نوترون از معروف‌ترین باریون‌ها هستند. علاوه بر ساختارهای سه کوارکی باریون، هادرون‌هایی با ساختار چهار و پنج کوارکی نیز پیش‌بینی و مشاهده گردیده است [۸۷-۹۸]. چهارکوارکی‌ها ساختاری متشکل از دو کوارک و دو پادکوارک داشته و پنج کوارکی‌ها، ترکیبی از چهار کوارک و یک پادکوارک می‌باشند و نیم‌عمر بسیار کوتاهی از مرتبه $10^{-۲۴}$ ثانیه دارند [۹۹]. هادرون‌های پنج کوارکی^{۷۵} نمونه‌ای از یک سیستم پنج ذره‌ای می‌باشند.

سیستم‌های پنج نوکلئونی و سیستم‌هایی که خارج از پوسته‌ی بسته خود دارای پنج نوکلئون منفرد می‌باشند مانند ایزوتوپ‌های ${}^9\text{Be}$ ، ${}^9\text{B}$ ، ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ را می‌توان در چارچوب سیستم پنج ذره‌ای مورد بررسی قرار داد. یکی از روش‌های ساده‌سازی سیستم‌های چند ذره‌ای، که اخیراً بسیار مورد

⁷⁴ Hartree-Fock

⁷⁵ Pentaquark

استفاده قرار گرفته است مدل خوشه‌ای^{۷۶} می‌باشد. در ادامه به معرفی چند سیستم پنج نوکلئونی و چند سیستم پنج کوارکی و معرفی مدل خوشه‌ای برای آن‌ها خواهیم پرداخت.

۲-۲ سیستم‌های چند ذره‌ای

در روزهای آغازین فیزیک هسته‌ای در سال ۱۹۳۵، تقریباً سه سال پس از کشف نوترون توسط چادویک^{۷۷}، لیولین هیلز توماس^{۷۸} مقاله‌ای مبنی بر ساختار سه ذره‌ای تریتون ${}^3\text{H}$ منتشر کرد [۱۰۰]. او وجود حالت پایه تریتون را با فرضیات مختلف برای برهمکنش نوترون-پروتون و با چشم‌پوشی از برهمکنش نوترون-نوترون بدست آورد. او دریافته بود که برهمکنش نوترون-نوترون در فواصل کوتاه باید خاصیت دافعه داشته باشد و برهمکنش نوترون-پروتون نمی‌تواند در فاصله خیلی کوچک 1 fm محدود شود. این یافته‌ها، پایه‌گذار اولین ایده‌های فیزیک چند ذره‌ای بود که مورد توجه بسیاری از فیزیکدانان در زمینه‌های مختلف فیزیک بویژه فیزیک اتمی-مولکولی و فیزیک هسته‌ای قرار گرفت [۱۰۰]. در بررسی ویژگی‌های سیستم‌های چند ذره‌ای اصلی‌ترین کار، حل معادله مستقل از زمان شرودینگر می‌باشد. هامیلتونین سیستم N ذره‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰۱]:

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m_i} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{i-1} V(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \quad (1-2)$$

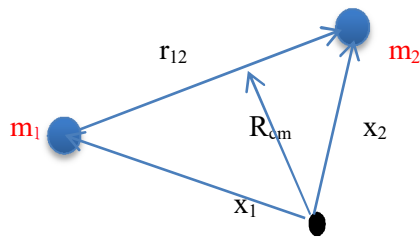
در حل مسائل چند ذره‌ای که از پیچیدگی‌های زیادی برخوردار است، یکی از کلیدی‌ترین و موفق‌ترین رویکردها، استفاده از سیستم مختصات جدیدی به نام سیستم مختصات ژاکوبی می‌باشد. در یک سیستم دو ذره‌ای همانند شکل (۱-۲)، با فرض اینکه m_1 و m_2 جرم‌های دو ذره از پیکربندی‌ای به جرم $M = m_1 + m_2$ باشند، مختصات مکانی x_1 و x_2 آنها، با موقعیت نسبی $r_{12} = x_2 - x_1$ جایگزین شده و مختصات مرکز جرمشان با رابطه زیر مشخص می‌گردد:

⁷⁶ Cluster Model

⁷⁷ Chadwick

⁷⁸ Liewellyn Hilleth Thomas

$$R_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad (2-2)$$

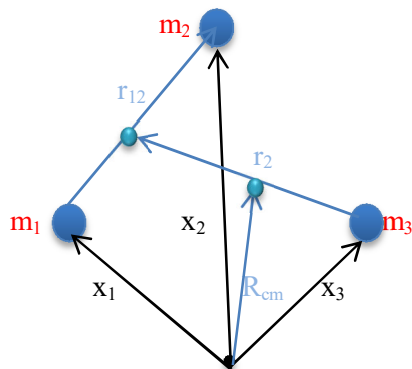


شکل (۱-۲): نمایش سیستم دو ذره‌ای در مختصات ژاکوبی

برای یک سیستم سه ذره‌ای، (شکل (۲-۲)) با فرض اینکه m_1 ، m_2 و m_3 جرم‌های سه ذره از پیکربندی‌ای به جرم $M = m_1 + m_2 + m_3$ باشند، مختصات مکانی x_1 ، x_2 و x_3 آنها، با موقعیت نسبی

$$r_2 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} - x_3 \quad \text{و} \quad r_{12} = x_2 - x_1$$

جایگزین می‌گردد.

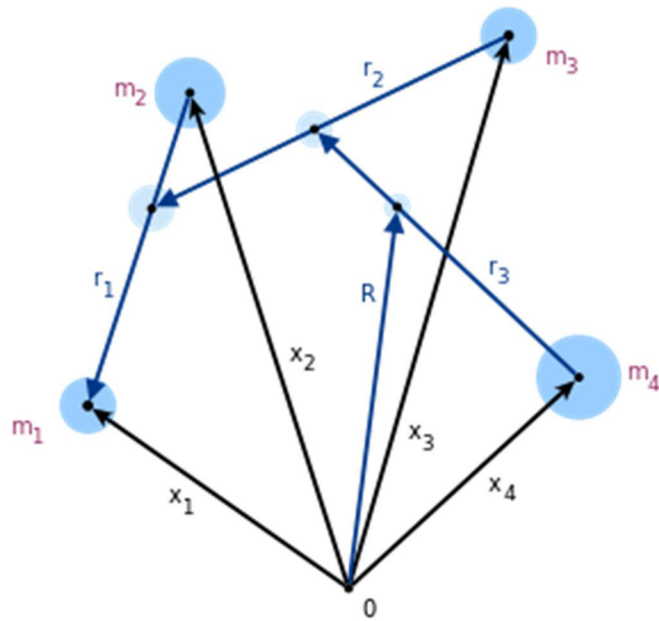


شکل (۲-۲): نمایش سیستم سه ذره‌ای در مختصات ژاکوبی

با افزودن جرم m_4 به سیستم سه ذره‌ای و تبدیل آن به سیستم چهار ذره‌ای به جرم

$$M = \sum_{i=1}^4 m_i, \quad \text{مختصات مکانی } x_1, x_2, x_3 \text{ و } x_4 \text{ آنها، با موقعیت نسبی } r_1 = x_1 - x_2,$$

$$r_2 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} - x_3 \quad \text{و} \quad r_3 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} - x_4 \quad \text{جایگزین می‌گردد [۱۰۱].}$$



شکل (۳-۲): نمایش سیستم چهارذره‌ای در مختصات ژاکوبی

به‌همین ترتیب برای یک سیستم \$N\$ ذره‌ای، گام‌های فوق را برای \$N-1\$ پیکربندی انجام می‌دهیم [۱۰۲]. بنابراین مختصات ژاکوبی برای یک سیستم \$N\$ ذره‌ای از روابط زیر حاصل می‌شود:

$$r_i = \frac{1}{M'} \sum_{j=1}^i m_j x_j - x_{i+1} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N-1), \quad M' = \sum_{j=1}^i m_j \quad (3-2)$$

$$R_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^N m_j x_j, \quad M = \sum_{j=1}^N m_j$$

۳-۲ سیستم‌های پنج نوکلئونی

در بررسی هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون با هسته‌هایی مواجه می‌شویم که با توجه به عدد جرمی‌شان ترازهای مدل لایه‌ای را بگونه‌ای پر می‌کنند که بعد از پوسته بسته دارای پنج نوکلئون منفرد می‌باشند. در ادامه به معرفی چند نمونه از این هسته‌ها خواهیم پرداخت.

۲-۳-۱ ایزوتوپ ${}^9\text{Be}$

بریلیم در اثر برخورد اتم‌های بزرگ‌تر با پرتوهای کیهانی تشکیل شده است و به دلیل خواص مکانیکی و فیزیکی عجیب آن جزو آلیاژهای سبک محسوب شده و در ساختارهای حساس و پیشرفته‌ای از جمله فضاپیما، زیردریایی، لنت ترمز هواپیما و تلسکوپ‌های پیشرفته کاربرد دارد، همچنین از آن در تولید سوخت برخی رآکتورهای هسته‌ای استفاده می‌شود. بدلیل ویژگی‌های مهم این عنصر شامل وزن سبک، نقطه ذوب بالا، استحکام زیاد و هدایت الکتریکی و حرارتی خوب، در صنعت مصارف فراوانی دارد. به دلیل قابلیت بالای بریلیم در جذب مقدار زیاد گرما، از این عنصر در فضاپیماها، موشک‌ها، هواپیماها و ... استفاده می‌شود [۱۰۳].

زنجیره‌ی ایزوتوپ‌های بریلیم، یکی از جالب‌ترین زنجیره‌ها در بین هسته‌های سبک می‌باشد [۱۰۴]. این هسته دارای ۱۲ ایزوتوپ شناخته شده می‌باشد. ایزوتوپ $N=Z$ آن، ${}^8\text{Be}$ دارای ساختار کاملاً شناخته شده‌ی دو خوشه‌ی آلفا می‌باشد، خوشه $\alpha-\alpha$ به عنوان یک هسته در تمام ایزوتوپ‌های سنگین‌تر بریلیم معرفی شده است [۴۰ و ۵۷]. نکته جالب توجه در مورد ${}^8\text{Be}$ نیم عمر بسیار کوتاه در حدود 8.19×10^{-17} s آن علی‌رغم ساختار آلفا مزدوجش می‌باشد، از این‌رو مورد توجه محققین زیادی قرار گرفته است [۱۰۵]. ناپایداری این ایزوتوپ بدین معناست که عناصر سنگین‌تر بریلیم با همجوشی هسته‌ای در انفجار بزرگ حاصل نشده‌اند. با این وجود سطوح انرژی ${}^8\text{Be}$ به گونه‌ای است که سبب تولید کربن در ستارگان می‌شود.

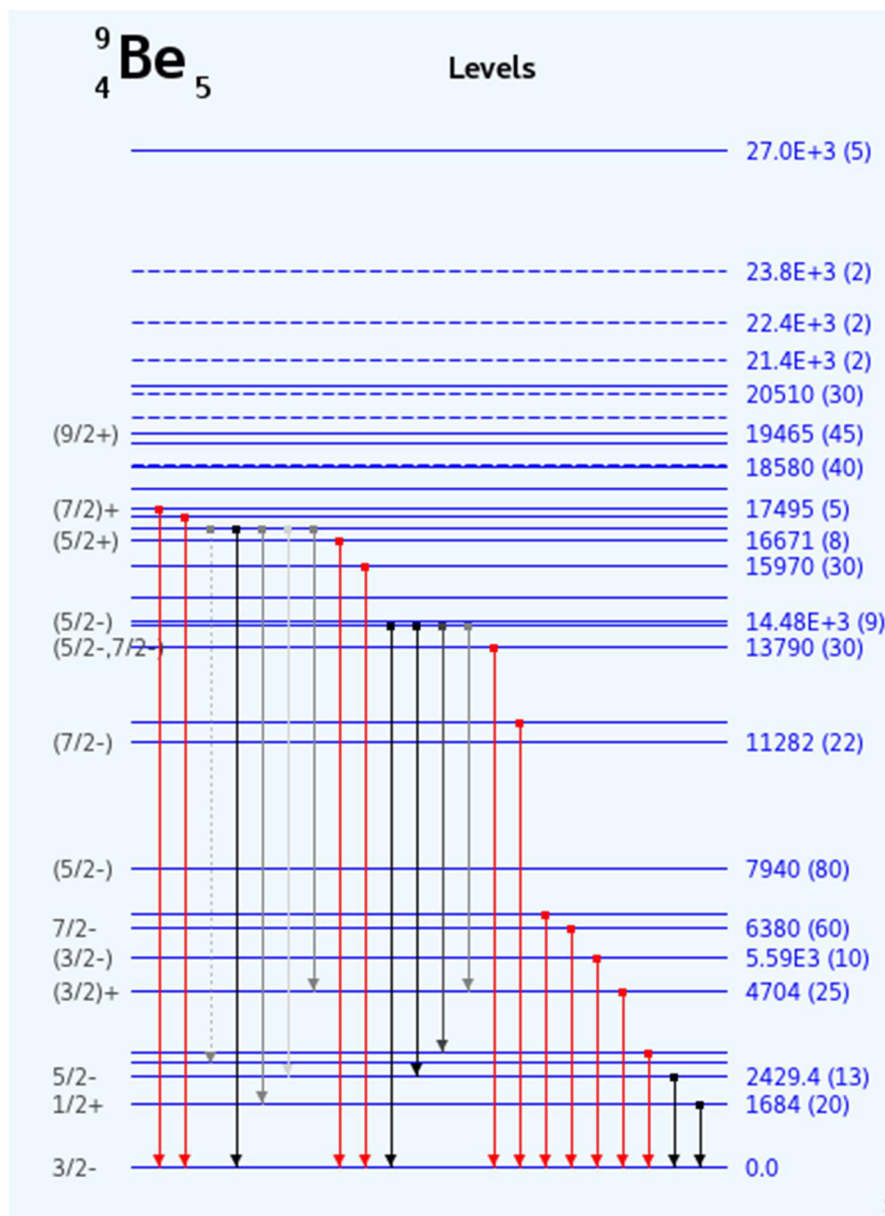
از دیگر ایزوتوپ‌های جالب توجه ${}^9\text{Be}$ می‌توان به ${}^{10}\text{Be}$ با نیم عمر 1.36×10^6 سال و ${}^{12}\text{Be}$ با نیم عمر 21.46 ms اشاره نمود، که مطالعات تئوری و تجربی اخیر، ساختار مولکولی را برای حالت‌های برانگیخته‌ی آنها پیشنهاد داده‌اند [۴۱، ۱۰۶-۱۰۸]. ایزوتوپ سست ${}^{11}\text{Be}$ در حالت پایه و اولین حالت برانگیخته دارای پارته‌ی معکوس می‌باشد و هر یک از این دو حالت (تنها حالت‌های مقید) یک ساختار هالوی تک نوترونی را نمایش می‌دهند [۱۰۴]. هسته ${}^{14}\text{Be}$ در حالت پایه دارای ساختار هالوی

دو نوترونی می‌باشد [۱۰۴]. با وجود اینکه ${}^8\text{Be}$ متشکل از دو ذره آلفا می‌باشد، تنها ایزوتوپ پایدار برلییم ${}^9\text{Be}$ با اسپین $\frac{3}{2}\hbar$ و پارامتر منفی می‌باشد [۱۰۹]. هسته ${}^9\text{Be}$ در حالت پایه پایدار است و کاربردهای شناخته شده‌ای در زمینه‌های مختلف فیزیک هسته‌ای، اتمی و پلاسما دارد. ساختار خوشه‌ای ${}^9\text{Be}$ در مطالعات دینامیکی برهمکنش‌های هسته‌های سست و همچنین اختر فیزیک هسته‌ای بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۱۱۰].

از جمله کاربردهای آن، می‌توان به استفاده از آن به عنوان چشمه نوترونی و بکارگیری در واکنش‌های هسته‌ای در فرایندهای گداخت اشاره نمود [۱۱۱]. جیمز چادویک^{۷۹}، در سال ۱۹۳۲ با بمباران ${}^9\text{Be}$ توسط ذرات آلفا، برای نخستین بار نوترون را در آزمایشگاه مشاهده کرد. از فلز ${}^9\text{Be}$ برای ساخت کپسول‌های استوانه‌ای مهر و موم شده‌ی سوخت گداخت $\text{D}-{}^3\text{He}$ استفاده می‌شود [۱۱۲]. همچنین اکسید برلیوم به عنوان جذب و تعدیل کننده‌ی نوترون در راکتورهای هسته‌ای بکار گرفته می‌شود [۱۱۳]. به دلیل کاربردهای گسترده ${}^9\text{Be}$ ، ویژگی‌های استاتیکی و دینامیکی این هسته به طور وسیع به صورت تجربی و تئوری مورد بررسی قرار گرفته است [۱۱۴-۱۲۳]. با توجه به ساختار سه ذره‌ای ${}^9\text{Be}$ ، $2n$ هیچ دو مؤلفه‌ای که بتواند یک سیستم مقید تشکیل دهد ندارد، پس یک هسته برومین می‌باشد [۱۲۴]. برخی از ویژگی‌های استاتیکی تجربی ${}^9\text{Be}$ در جدول ۱-۲ آورده شده است. ترازهای انرژی تجربی این هسته در شکل (۲-۴) ترسیم شده است. اعداد سمت راست نشان دهنده‌ی مقادیر انرژی مربوط به هر تراز بر حسب کیلو الکترون ولت می‌باشد.

ساختار خوشه‌ای ${}^9\text{Be}$ نه تنها برای مطالعه‌ی برهمکنش‌های هسته‌های سست جالب توجه است، در اختر فیزیک هسته‌ای نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با وجود اینکه ساختار سه ذره‌ای $n-{}^8\text{Be}$ برای ${}^9\text{Be}$ مرسوم‌تر است، اثر دو ذره‌ای ساختارهای خوشه‌ای ${}^5\text{He}-n$ و یا $n-{}^8\text{Be}$ در فرایند شکست ${}^9\text{Be}$ در هسته‌های سنگین یا انتقال نوکلئون دور از ذهن به نظر نمی‌رسد [۱۲۵].

⁷⁹ James Chadwick

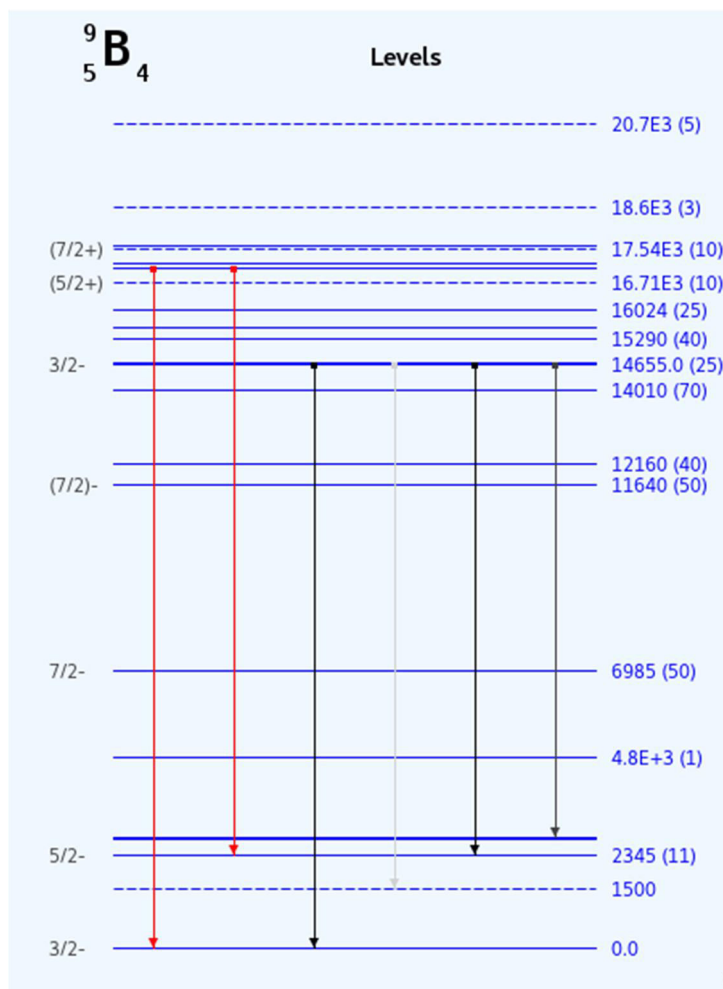


شکل (۲-۴): ترازهای انرژی ${}^9\text{Be}$

۲-۳-۲ ایزوتوپ ${}^9\text{B}$

بور عنصری کمیاب در منظومه شمسی و پوسته زمین بوده و به دلیل میل ترکیبی بالا با بسیاری از عناصر، به ویژه اکسیژن، به صورت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود [۱۲۶]. خواص منحصر بفرد این عنصر سخت از جمله نقطه ذوب بالا، چگالی کم، استحکام بالا و خاصیت نیم‌رسانایی باعث شده است که این عنصر در صنایع گوناگون از متالورژی گرفته تا صنایع الکتریکی و دارویی و غیره

کاربرد داشته باشد [۱۲۷، ۱۲۸ و ۱۲۹]. بیشترین کاربرد صنعتی بور در سفیدکننده‌های سدیم پبرات و ترکیبات بوره در روکش الیاف شیشه است. پلیمرهای بور و سرامیک‌ها به عنوان ماده‌ای سازه‌ای با مقاومت بالا، وزن کم و پایدار، نقشی کلیدی در صنعت دارند [۱۳۰ و ۱۳۱]. همچنین سوختی بسیار مورد توجه برای پیشراندها و مواد منفجره است [۱۳۲ و ۱۳۳]. حدود ۱۶ ایزوتوپ برای B شناخته شده است، که تنها دو ایزوتوپ ^{10}B و ^{11}B پایدار بوده و به طور طبیعی یافت می‌شوند [۱۳۴]. ایزوتوپ ^{10}B یک جاذب قوی نوترون است که به عنوان کنترل میله‌های سوخت در رآکتورهای هسته‌ای، محافظ تشعشعات رادیواکتیوی و تجهیزات آشکارسازی نوترون استفاده شده است [۱۳۵ و ۱۳۶]. ایزوتوپ ^9B با داشتن ساختار 2α بعلاوه یک نوکلئون اضافی ساختاری مشابه ^9Be دارد و دارای اسپین $\frac{3}{2}\hbar$ و پارامتری منفی می‌باشد [۱۰۹]. هرچند ^9B هسته آینه‌ای ^9Be می‌باشد، هیچ حالت مقیدی ندارد. ساختار ایزوتوپ‌های B در مدل‌های مختلف بویژه در ساختارهای خوشه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های ایزوتوپ‌های مختلف B و نحوه قرارگیری آنها در ترازهای هسته‌ای پیکربندی دو آلفایی در ترکیب با نوکلئون‌های اضافی، دور از ذهن نیست. به عنوان مثال، ساختار خوشه‌ای $p\text{-}\alpha\text{-}\alpha$ برای ایزوتوپ ^9B ، ساختار سه‌ذره‌ای $d\text{-}\alpha\text{-}\alpha$ (ترکیب پروتون-نوترون به صورت خوشه دوترون در نظر گرفته شده است.) برای ایزوتوپ ^{10}B و ایزوتوپ ^{11}B به صورت ترکیبی از زیرسیستم‌های دو آلفا که در برهم‌کنش با خوشه تریتون (ایزوتوپی از هیدروژن که دو نوترون دارد) هستند پیشنهاد و مورد تأیید قرار گرفته است [۱۳۷ و ۱۳۸]. همچنین واپاشی آلفا از ایزوتوپ ^{12}B در حالت‌های برانگیخته مؤید ساختار خوشه‌ای $^8\text{Li}\text{-}\alpha$ این ایزوتوپ می‌باشد [۱۳۹]. ترازهای انرژی ایزوتوپ ^9B برحسب کیلوالکترون ولت سمت راست شکل (۲-۵) نشان داده شده است. در جدول ۱-۲ برخی از نتایج تجربی حاصل برای ویژگی‌های استاتیکی ^9B آورده شده است.



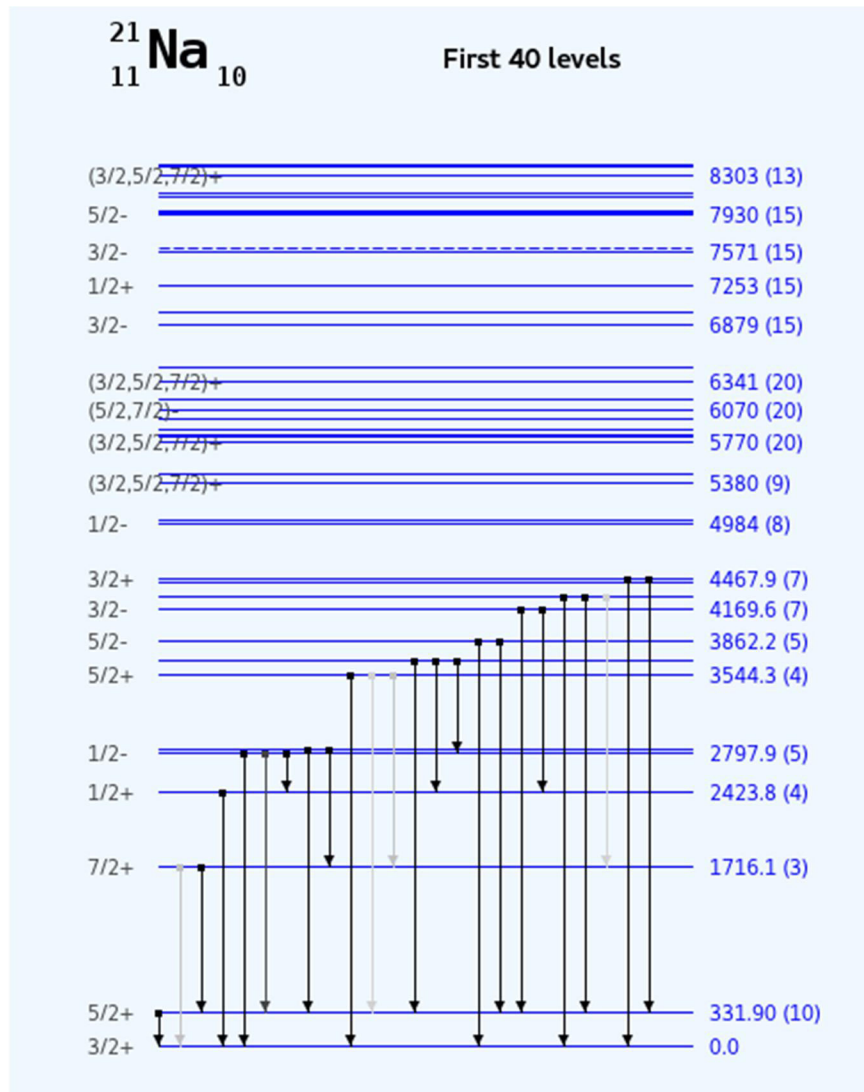
شکل (۲-۵): ترازهای انرژی ${}^9\text{B}$

۲-۳-۳ ایزوتوپ ${}^{21}\text{Na}$

یکی از مهمترین کاربردهای صنعتی سدیم استفاده از آن به عنوان مبدل حرارتی در برخی رآکتورهای هسته‌ای و یا به عنوان شناساگر در صنایع شیمیایی می‌باشد [۱۴۰ و ۱۴۱]. از میان بیست ایزوتوپ شناخته شده‌ی سدیم، ${}^{23}\text{Na}$ تنها ایزوتوپ پایدار آن است [۱۴۰]. ایزوتوپ ${}^{23}\text{Na}$ در فرآیند سوختن کربن در ستارگان توسط ترکیب دو اتم کربن با یکدیگر ایجاد می‌شود [۱۴۱]. ایزوتوپ ${}^{21}\text{Na}$ که یک هسته رادیواکتیو می‌باشد، نیمه عمری در حدود ۲۲/۴۹ ثانیه دارد [۱۰۹ و ۱۰۵]. ${}^{21}\text{Na}$ دارای

اسپین $\frac{3}{2}\hbar$ و پاریته‌ی مثبت می‌باشد. در شکل (۲-۶) ترازهای انرژی ایزوتوپ ^{21}Na برحسب

کیلوالکترون ولت و در جدول ۱-۲ برخی از ویژگی‌های استاتیکی آن نشان داده شده است.



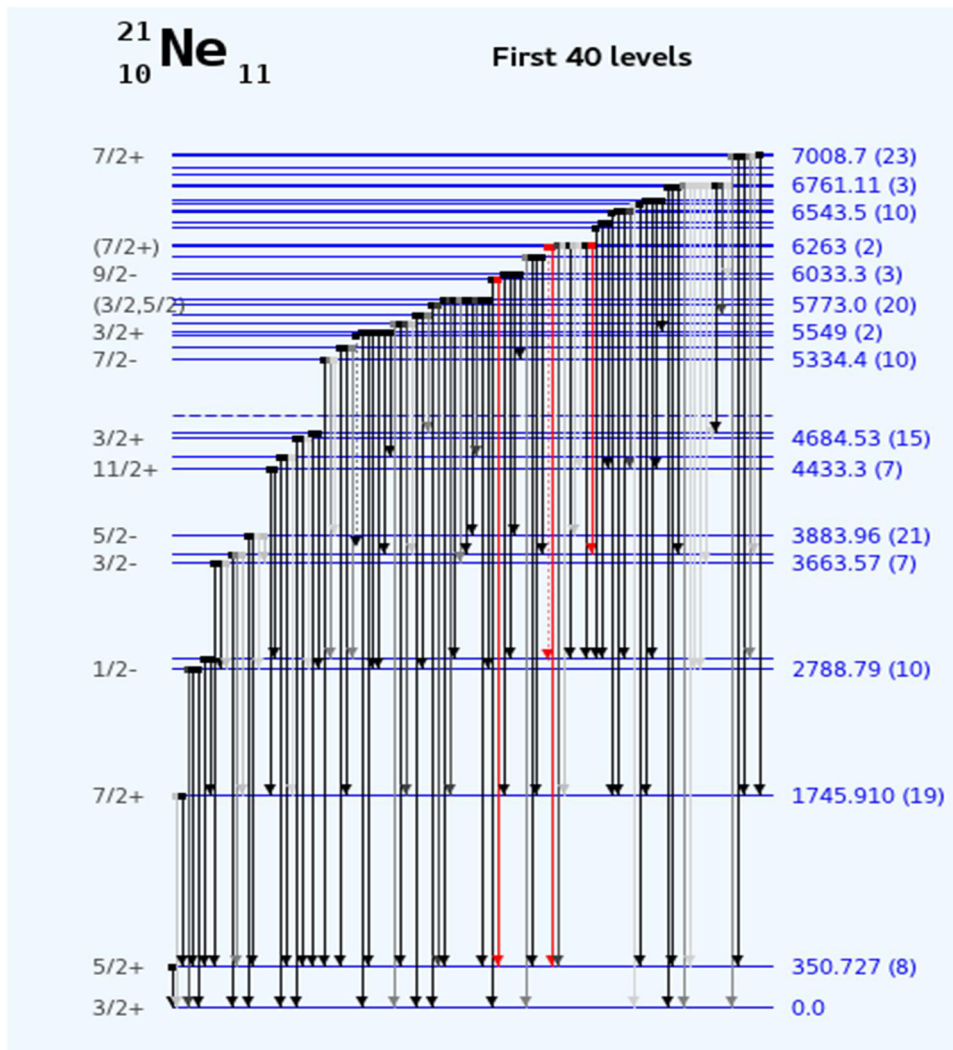
شکل (۲-۶): ترازهای انرژی ^{21}Na

۲-۳-۴ ایزوتوپ ^{21}Ne

عنصر نئون به طور طبیعی دارای سه ایزوتوپ پایدار ^{20}Ne , ^{21}Ne , ^{22}Ne بوده که در ستارگان

تولید می‌شوند و ۱۶ ایزوتوپ ناپایدار دارد که نیمه عمر کوتاهی دارند. [۱۰۹ و ۱۴۲]. ایزوتوپ ^{21}Ne با

دارا بودن اسپین $\frac{3}{2}\hbar$ و پاریده مثبت از فراوانی کمتری نسبت به دو ایزوتوپ پایدار دیگر برخوردار است. یکی از کاربردهای مهم ^{21}Ne بکارگیری آن به عنوان مغناطیس سنج و همچنین استفاده از آن در همبستگی اثرات سیستماتیک آزمایش شده توسط ^3He می باشد [۱۴۳]. با توجه به ساختار خوشه‌ای $^{16}\text{O}-n$ برای ^{20}Ne و این نکته که یک نوکلئون ظرفیت بیشتر از ایزوتوپ پایدار ^{20}Ne دارد، ساختار خوشه‌ای $^{16}\text{O}-n$ و همچنین ساختار $^{12}\text{C}-n$ برای توضیح و بررسی ساختار حالت پایه ^{21}Ne قابل قبول به نظر می رسد [۱۴۴]. شکل (۷-۲) ترازهای انرژی ایزوتوپ ^{21}Ne را نشان می دهد و در جدول ۱-۲ برخی از ویژگی های استاتیکی آن آمده است.



شکل (۷-۲): ترازهای انرژی ^{21}Ne

جدول ۲-۱: برخی ویژگی‌های استاتیکی ایزوتوپ‌های ${}^9\text{B}$ ، ${}^9\text{Be}$ ، ${}^{21}\text{Ne}$ و ${}^{21}\text{Na}$ [۱۴۵]

ایزوتوپ	J^π	B/A(keV)	$T_{1/2}$	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	Q(mb)	$\chi^2(N)$
${}^9\text{Be}$	$3/2^-$	۶۴۹۲/۶۶۸	پایدار	۲/۵۱۹	۵۲/۸۸	-۱/۱۷۷۸
${}^9\text{B}$	$3/2^-$	۶۲۵۷/۰۷	$8/9 \times 10^{-19}$ s	-----	-----	-----
${}^{21}\text{Ne}$	$3/2^+$	۷۹۷۱/۷۱۳	پایدار	۲/۹۶۹۵	۱۰۳	-۰/۶۶۱۷
${}^{21}\text{Na}$	$3/2^+$	۷۷۶۵/۵۴۷	۲۲/۵s	۳/۰۱۳۶	۱۲۴	۲/۳۸۶۳

۲-۴ مدل خوشه‌ای سیستم پنج نوکلئونی

به دلیل تعداد زیاد ذرات برهمکنش‌کننده در سیستم پنج ذره‌ای، آنالیز تحلیلی چنین سیستمی دارای پیچیدگی‌های زیادی بوده و در برخی موارد غیرممکن است. روش‌های مختلفی برای کاهش ابعاد فاز این سیستم‌ها ارائه شده است [۱۰۱]. یکی از محبوب‌ترین روش‌ها، استفاده از مدل‌سازی خوشه‌ای می‌باشد.

با توجه به وجود مدل‌های خوشه‌ای مختلف، سیستم‌های پنج نوکلئونی را نیز می‌توان به روش‌های مختلف به صورت خوشه‌ای مدل‌سازی نمود. در هسته‌های مزبور پنج نوکلئون منفرد را می‌توان به صورت ترکیبی از خوشه آلفا و نوکلئون منفرد در برهمکنش با خوشه مرکزی در نظر گرفت. خوشه مرکزی هسته‌های آینه‌ای ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ نیز خوشه آلفا می‌باشد، پس می‌توان سیستم را به صورت برهمکنش نوکلئون منفرد با سیستم مرکب دو خوشه آلفا در نظر گرفت [۱۲۲، ۱۲۳ و ۱۲۴]. هسته‌های آینه‌ای ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ شامل خوشه مرکزی ${}^{16}\text{O}$ بوده، که ترکیبی از چهار خوشه آلفا می‌باشد. در اینجا می‌توان سیستم را ترکیبی از هسته مرکزی ${}^{16}\text{O}$ و خوشه آلفا و نوکلئون منفرد در نظر گرفت و یا سیستم را به صورت برهمکنش نوکلئون منفرد با پنج خوشه آلفا و یا هسته مرکزی ${}^{20}\text{Ne}$ در نظر گرفت [۱۴۴]. در تمام این مدل‌سازی‌ها از برهمکنش داخلی خوشه‌ها صرف‌نظر شده است.

۲-۵ سیستم پنج کوارکی

نمونه دیگر سیستم‌های پنج ذره‌ای، پنج کوارکی‌ها می‌باشند. ذرات عموماً بر اساس برهمکنش‌هایشان دسته‌بندی می‌شوند. اگر ذرات با یک نیروی قوی با یکدیگر برهمکنش کنند هادرون نامیده می‌شوند. همه‌ی هادرون‌ها از کوارک‌ها و گلوئون‌ها تشکیل شده‌اند. برای مثال پروتون ترکیبی از سه کوارک که توسط دریایی از گلوئون‌ها و زوج کوارک-پادکوارک‌ها یا همان کوارک‌های دریا احاطه شده‌اند می‌باشد. پروتون جزء گروهی از هادرون‌ها به نام باریون می‌باشد. دسته دوم هادرون‌ها، مزون‌ها می‌باشند، که ترکیبی از کوارک و پادکوارک احاطه شده با گلوئون‌ها و کوارک‌های دریا می‌باشند. دسته سوم هادرون‌ها، چندکوارک‌ها و از آن جمله پنج کوارکی‌ها با ساختار زیراتمی شامل چهار کوارک و یک پادکوارک که کنار هم مقید شده‌اند، می‌باشند. پنج کوارکی‌ها به دو گونه عجیب^{۸۰} و غیرعجیب^{۸۱} دسته‌بندی می‌شوند. پنج کوارکی عجیب، پنج کوارکی‌ای است که پادکوارک آن طعمی متفاوت از چهار کوارک دیگر داشته باشد. پنج کوارکی $uudd\bar{s}$ مثالی از حالت عجیب است و $uudds\bar{s}$ مثالی برای حالت غیرعجیب می‌باشد، که یادآور یک حالت برانگیخته در پروتون است، که جرمی بیشتر از جرم پروتون دارد. از اینرو بررسی پنج کوارکی‌ها در فیزیک هسته‌ای جالب و شگفت‌انگیز به نظر می‌رسد [۱۴۶]. پنج کوارکی‌ها را مولکول مزون-باریون نیز نام نهاده‌اند. از آنجا که عدد باریونی کوارک $1/3$ و پادکوارک $-1/3$ است، پنج کوارکی‌ها دارای عدد باریونی ۱ می‌باشند. احتمال وجود ذرات پنج کوارکی از همان ابتدای فهم کوارک‌ها توسط ژلمن^{۸۲} مطرح گردید [۱۴۷] و در دهه ۷۰ میلادی به طور جدی‌تری بیان شد و در سال ۱۹۸۷ هری لپکین^{۸۳} نام پنتاکوارک را برای این ذرات انتخاب کرد [۱۴۸]. اولین گواه تجربی وجود پنج کوارکی‌ها در سال ۲۰۰۳ توسط آزمایشات LEPS ارائه گردید [۱۴۹]. در همان دوران، آزمایش‌های زیادی توسط تیم‌های تحقیقاتی مختلف برای

⁸⁰ Exotic

⁸¹ Non-Exotic

⁸² Gell-Mann

⁸³ Harry J. Lipkin

شناسایی پنج کوارکی‌ها انجام گرفت، اما برخی از آن‌ها به دلیل ضعف داده و آنالیز آماری پذیرفته نشد و برخی نیز تأیید کننده این رویداد بودند [۱۵۰، ۱۵۱ و ۱۵۲]. با رسم گراف‌های انرژی حاصل در برخورد پرتو گاما به هسته، نقاط ماکزیمی مشاهده گردید، که همان پنج کوارکی‌ها بودند. در آزمایش مورد نظر، پرتو گاما به هسته کربن تابانده شد، که این فرایند دو برهمکنش زیر را شامل می‌شود:

$$\gamma p \rightarrow k^+ + \Theta^+ \rightarrow k^+ + k^- + p \quad (۴-۲)$$

$$\gamma n \rightarrow k^- + \Theta^+ \rightarrow k^- + k^+ + n \quad (۵-۲)$$

با تحلیل باریکه‌های باقیمانده (آخرین محصولات ذرات) و از برهمکنش بین آن‌ها می‌توان دریافت که در حین برخورد چه ذراتی به وجود آمده‌اند و با استفاده از پایستگی انرژی، تکانه، بار، عدد باریونی، شگفتی و ... می‌توان خواصی چون جرم (انرژی) ذرات واسطه را تعیین نمود [۱۵۳].

در سال ۲۰۱۵ گروه تحقیقاتی HERMES در سرن در حین بررسی فروپاشی ذرات لامبادا^{۸۴} مشاهده کردند ۱۲ درصد محصولات ناشی از فروپاشی دارای خواصی هستند که فقط با در نظر گرفتن یک ذره پنج کوارکی قابل توصیف می‌باشد. این رویداد متقاعد کننده‌ترین مشاهده‌ای است که از آغاز قرن اخیر درباره پنج کوارکی‌ها گزارش شده است. طبق نظر آن‌ها از نظر تئوری امکان ایجاد خوشه‌های کوارکی وجود دارد [۱۵۴]. در سال ۲۰۱۶ گروه تحقیقاتی LEPS در بررسی اثر تداخلی $\Lambda-\Phi$ در برهم‌کنش پرتو گاما و پروتون، به نتایجی دال بر وجود ساختارهای عجیب پنج کوارکی دست یافتند [۱۵۵]. در سال ۲۰۱۹ گروه تحقیقاتی LHCb با بررسی واپاشی ذرات لامبادا وجود پنج کوارکی مشاهده شده در سال ۲۰۱۵ را تأیید کردند [۱۵۶]. گروه تحقیقاتی Gluex نیز در گزارشی که اخیراً منتشر کردند، با محاسبه سطح مقطع پراکندگی در بررسی برهم‌کنش پرتو گاما و پروتون وجود پنج کوارکی P_c^+ را امکان‌پذیر دانستند [۱۵۷].

⁸⁴ Lambada

پنج کوارکی‌ها، در خارج از آزمایشگاه نیز در ابرنواخترها^{۸۵} و ستاره‌های نوترونی یافت می‌شوند. بررسی این ذرات جدید کمک خواهد کرد تا فیزیکدانان به درک بهتری از نیروی هسته‌ای قوی دست پیدا کنند. نیروی هسته‌ای قوی، نیرویی است که ذرات را در هسته اتم در کنار یکدیگر نگه می‌دارد. از ابتدای شناخت پنج کوارکی‌ها، ساختارها و تئوری‌های متفاوتی برای آن‌ها مطرح گردیده است. در سال ۱۹۷۹ استراتمن^{۸۶} پنج کوارکی‌ها را به صورت کیسه‌ای از کوارک‌های ناهمگن مقید کنار هم در نظر گرفت [۱۵۸]، که به مدل کیسه‌ای معروف شد. در سال ۲۰۰۴ سانگ^{۸۷} و ژو^{۸۸} مدل الماسی^{۸۹} را برای پنج کوارکی‌ها مطرح کردند. در این مدل چهار کوارک یک ترکیب چهاروجهی را تشکیل می‌دهند که هر کدام در اتصال با پادکوارک قرار گرفته و شکلی مانند الماس به خود می‌گیرند [۱۵۹]. از دیگر مدل‌های مطرح برای پنج کوارکی‌ها مدل‌های مبتنی بر مدل خوشه‌ای می‌باشد. نکته جالب از نقطه نظر فیزیک هسته‌ای وجود پروتون در ساختار برخی از پنج کوارکی‌ها می‌باشد.

۲-۵-۱- برهمکنش کوارک‌ها

با داشتن بار الکتریکی، جرم، بار رنگ و مزه، کوارک‌ها تنها ذرات بنیادی هستند که با هر چهار نیروی بنیادی برهمکنش دارند: الکترومغناطیس، گرانش، نیروی هسته‌ای قوی و نیروی هسته‌ای ضعیف. گرانش برهم‌کنشی است که به تمام ذراتی که جرم دارند اثر می‌کند و مانند الکترومغناطیس محدوده اثر بینهایت دارد. این برهم‌کنش ضعیف‌تر از آن است که نقش مهمی در برهمکنش‌های ذرات منفرد داشته باشد، مگر در حدود بالای انرژی (انرژی پلانک) و مقیاس‌های فاصله (فاصله پلانک) [۱۶۰]. نیروی الکترومغناطیس بین ذرات باردار اثر می‌کند. ویژگی‌های الکتریکی و مغناطیسی دو جنبه از یک برهم‌کنش بنیادی‌اند. برهم‌کنش ضعیف یا نیروی هسته‌ای ضعیف مسئول برخی پدیده‌های هسته‌ای مانند واپاشی بتا است. برهم‌کنش ضعیف تنها برهم‌کنشی است که زوجیت در آن

⁸⁵ Super nova

⁸⁶ Strotman

⁸⁷ Song

⁸⁸ Zhu

⁸⁹ Diamond

پایسته نیست، دارای تقارن نسبت به چپ، نسبت به راست و نسبت به محور است. برهم‌کنش قوی یا نیروی هسته‌ای قوی، پیچیده‌ترین برهم‌کنش بنیادی است، به این دلیل که با تغییر فاصله مقدار آن نیز تغییر می‌کند [۱۶۰]. چنانچه در کرومودینامیک کوانتومی توصیف می‌شود، برهم‌کنش قوی میان کوارک‌ها به واسطه‌ی بوزون‌های پیمانه‌ای بدون جرم برداری، به نام گلوئون جاری می‌شود. هر گلوئون یک بار رنگ و یک بار پادرنج حمل می‌کند. در چارچوب استاندارد برهم‌کنش ذرات، گلوئون‌ها از طریق یک فرایند نشر و جذب مجازی مرتباً میان کوارک‌ها رد و بدل می‌شوند. وقتی گلوئونی از کوارکی به کوارک دیگر منتقل می‌شود، هر دو کوارک تغییر رنگ می‌دهند، در حالی که رنگ هر کوارک پیوسته در حال تغییر است، قانون بقای برهم‌کنش قوی بین آنها برقرار است [۱۶۰ و ۱۶۱].

گلوئون‌ها می‌توانند گلوئون‌های دیگری منتشر و یا جذب کنند. این موضوع سبب آزادی جانبی می‌شود. وقتی کوارک‌ها به هم نزدیک می‌شوند، نیروی پیوندی کرومودینامیک میان آنها تضعیف می‌شود و به صورت معکوس، وقتی فاصله بین آنها زیاد می‌شود، نیروی پیوندی قوی‌تر می‌گردد [۱۶۲]. میدان رنگ، همانند کش کشسانی که کشیده شده است، دچار کشش می‌شود و گلوئون‌های بیشتری با رنگ مناسب، خودبخود پدید می‌آیند تا میدان را تقویت کنند. وقتی انرژی از حد مشخصی بالاتر می‌رود جفت‌های کوارک-پادکوارک پدید می‌آیند. این جفت‌ها با کوارک‌های در حال جدایی پیوند تشکیل می‌دهند تا هادرون‌های جدیدی تشکیل شوند. این پدیده حبس رنگ نام دارد [۱۶۳]. این فرآیند هادرونی‌سازی پیش از آنکه کوارک‌ها که در جریان یک برخورد پرنرژی پدید آمده‌اند، بتوانند هر برهم‌کنش دیگری انجام دهند، رخ می‌دهد [۱۶۴]. برای تعیین نسبیتی بودن یا غیرنسبیتی بودن یک حالت مقید، انرژی بستگی آنها را در نظر می‌گیریم. چنانچه انرژی بستگی نسبت به انرژی در حال سکون ذرات سازنده خیلی کمتر باشد، سیستم غیرنسبیتی در غیر اینصورت نسبیتی می‌باشد. عموماً انرژی نهایی سیستم مرکب از جمع انرژی سکون و انرژی جنبشی اجزاء سازنده و انرژی پتانسیل سیستم حاصل می‌شود [۱۶۰]. ترکیب دو کوارک سبک با یکدیگر، سیستم نسبیتی تشکیل می‌دهد و باید بر اساس معادلات نسبیتی بررسی شود. زیرا انرژی بستگی کوارک-

کوارک در کوارک‌های سبک از مرتبه چند صد MeV بوده که حدوداً برابر انرژی مؤثر در حال سکون ذرات تشکیل دهنده‌ی آن می‌باشد. از اینرو، مزون‌های سبک ذاتاً نسبیتی می‌باشند. در حالی که ترکیب دو کوارک سنگین سیستم غیرنسبیتی بوده و با معادله شرودینگر تحلیل و بررسی می‌شود [۱۶۵]. پتانسیل بین کوارک‌ها فوق مرکزی بوده و فقط تابعی از شعاع می‌باشد. این پتانسیل شامل پتانسیل فوق کولنی ناشی از بار رنگ، پتانسیل نوسانی، پتانسیل ناشی از برهمکنش کوارک-گلوئون و پتانسیل ناشی از برهمکنش اثرات اسپینی کوارک‌ها می‌باشد [۱۶۶]. ترکیب دو یا سه کوارک هادرون‌ها را بوجود می‌آورد. هادرون سه کوارکی باریون و دو کوارکی مزون نام دارد. پروتون و نوترون از معروف‌ترین باریون‌ها می‌باشند [۱۶۷].

با مشاهده‌ی هادرون‌هایی با ساختاری متفاوت از باریون‌ها و مزون‌ها، ساختار چهار کوارکی متشکل از زوج کوارک، زوج پادکوارک و پنج کوارکی مرکب از یک باریون و یک مزون مطرح گردید. به دلیل اهمیت ساختار هادرون‌های عجیب، دو نوع ساختار متفاوت برای آنها تعریف می‌شود: چندکوارک فشرده و مولکول هادرونی [۱۶۸ و ۱۶۹].

۲-۵-۱-۱ چهار کوارکی

از جمله هادرون‌های عجیب چهار کوارکی‌ها هستند، که با توجه به ساختارشان جزء گروه مزون‌های عجیب^{۹۰} متشکل از یک جفت کوارک و یک جفت پاد کوارک قرار می‌گیرند [۱۷۰]. برخی از فیزیکدانان چهار کوارکی‌ها را مولکول مزون-مزون^{۹۱} نیز می‌نامند. چهار کوارکی‌ها نیمه عمر کوتاهی در حدود 10^{-24} ثانیه دارند. نظریه وجود چهار کوارکی‌ها اولین بار در سال ۲۰۰۳ توسط آزمایش بل^{۹۲} در ژاپن مطرح گردید [۹۵]. اگر برهمکنش بین کوارک‌ها به اندازه کافی قوی باشد، این امکان بوجود می‌آید که هادرون‌ها به هم نزدیک شده و مولکول هادرونی را بوجود آورند [۱۷۱]. اولین

⁹⁰ Exotic Meson

⁹¹ Meson-Meson Molecule

⁹² Bell Experiment

مشاهدات حالت‌های چهار کوارکی توسط گروه بل^{۹۳} در سال ۲۰۱۲ گزارش گردید [۸۷]. فیزیکدانان در سرن موفق به مشاهده چهار نوع چهار کوارکی شده‌اند [۹۶]. هر کدام از این چهار گونه دارای ساختار یکسان ترکیب زوج کوارک-زوج پادکوارک بوده ولی جرم و ویژگی‌های زیر اتمی متفاوتی دارند، از اینرو، در یک خانواده قرار داده شده‌اند. فهم مرگ ستارگان و عواقب بعد از انفجار بزرگ دلیل اهمیت تحقیق و بررسی چهار کوارکی‌ها می‌باشد [۱۷۲].

۲-۵-۲ معرفی چند سیستم پنج کوارکی

۲-۵-۲-۱ پنج کوارکی Θ^+

در سال ۲۰۰۳ یک گروه آزمایشگاهی در ژاپن شواهدی تجربی دال بر وجود ذره‌ی پنج کوارکی به نام Θ^+ ارائه نمودند که ترکیبی از چهار کوارک سبک و یک پادکوارک شگفت بود. این ذره که در زمره هادرون‌های عجیب قرار دارد، دارای نیمه عمری در حدود 10^{-20} ثانیه می‌باشد [۱۷۲]. در سال‌های بعد آزمایشات مختلفی جهت تأیید یا عدم تأیید وجود این پنج کوارکی با ساختار $uudds$ توسط اشخاص و گروه‌های تحقیقاتی مختلف انجام گرفت که اکثر آن‌ها مؤید وجود این حالت پنج کوارکی بود [۱۵۲-۱۵۴، ۱۶۹ و ۱۷۳]. یکی از نکات جالب توجه در بررسی این پنج کوارکی، وجود برهمکنش‌های مختلف کوارک-کوارک و کوارک-پادکوارک می‌باشد. از جمله آزمایشات نشان دهنده این ساختار، پراکندگی پرتو گاما از سطح نوترون، پروتون یا هسته می‌باشد. تاکنون دو مد واپاشی اصلی برای پنج کوارکی Θ^+ شناخته شده است:

- کائون مثبت + نوترون (با تابش پرتو گاما به هسته کربن)
- کائون خنثی + پروتون (با تابش پرتو گاما به هسته زنون)

یکی از اولین سؤالاتی که در مورد ساختارهای ذرات از جمله پنج کوارکی‌ها پیش می‌آید این است که کوارک‌ها با چه ساختاری درون آن‌ها مرتب شده‌اند؟ نظریات و تئوری‌های متفاوتی در این زمینه

⁹³ Bell Collaboration

مطرح شده است که در بخش‌های آتی به بیان برخی از آن‌ها خواهیم پرداخت. جدول (۲-۲) ویژگی‌های بدست آمده برای Θ^+ در آزمایشات مختلف را نشان می‌دهد [۱۷۲]. همانطور که ملاحظه می‌شود جرم آن در گستره‌ی $\frac{\text{MeV}}{c^2}$ ۱۵۲۰ تا $\frac{\text{MeV}}{c^2}$ ۱۵۶۰ تخمین زده شده است و دارای پهنای باریکی می‌باشد.

جدول ۲-۲: ویژگی‌های Θ^+ حاصل از آزمایشات مختلف

Experiment	Reaction	Mass (MeV/C ²)	Width (MeV)	σ_{std} (b)
LEPS	$\bar{\nu}C \rightarrow K^+ K^- X$	1540 ± 10	< 25	4.6
Diana	$K^+ Xe \rightarrow K^0_p X$	1539 ± 2	< 9	4.4
CLAS	$\bar{\nu}d \rightarrow K^+ K^- p(n)$	1542 ± 5	< 21	5.2
SAPHIR	$\bar{\nu}p \rightarrow K^+ K^0(n)$	1540 ± 6	< 25	4.8
ITEP	$\bar{\nu}A \rightarrow K^0_p X$	1533 ± 5	< 20	6.7
CLAS	$\bar{\nu}p \rightarrow \bar{\nu}^+ K^- K^+(n)$	1555 ± 10	< 26	7.8
HERMES	$e^+ d \rightarrow K^0_p X$	1528 ± 3	13 ± 9	~ 5
ZEUS	$e^+ p \rightarrow e^+ K^0_p X$	1522 ± 3	8 ± 4	~ 5
COSY	$pp \rightarrow K^0_p \bar{\nu}^+$	1530 ± 5	< 18	4-6

۲-۲-۵-۲ پنج‌کوارکی P_c^+

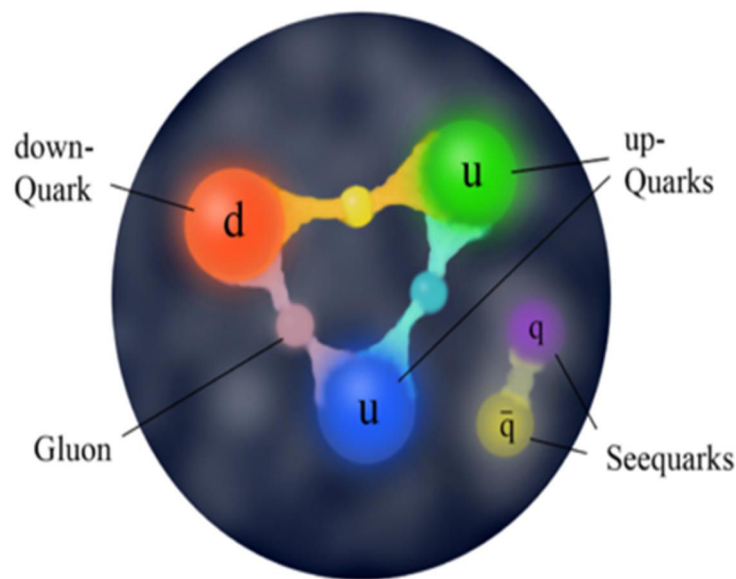
ذره لامبادای ته (Λ_b)، ذره‌ای ناپایدار است و سریعاً به سه ذره J/ψ ($c\bar{c}$)، پروتون (uud) و کائون ($\bar{u}s$) متلاشی می‌شود. در سال ۲۰۱۴ و ۲۰۱۵ محققین دریافتند که قبل از تلاشی کامل ذره لامبادا یک ذره پنج‌کوارکی با ساختار $uudc\bar{c}$ به همراه کائون تشکیل می‌شود و سپس به دو ذره دیگر واپاشی می‌شود. این ذره در دو نوع حاصل شد، یکی از آنها (P_c^+) (4450) با جرمی کمتر از $\frac{\text{MeV}}{c^2}$ ۴۳۸۰ و اسپین و پاریته $J^P = \frac{3}{2}^-$ و نوع دیگر آن (P_c^+) (4380) با همین ساختار ولی کمی سنگین‌تر و اسپین و پاریته $J^P = \frac{5}{2}^+$ [۹۷]. با توجه به کوارک‌های تشکیل دهنده این پنج‌کوارکی

ملاحظه می‌شود طعم پادکوارک با طعم یکی از کوارک‌ها یکسان می‌باشد، پس از انواع نرمال یا غیر عجیب می‌باشد.

۲-۵-۳ پدکوارکی با ساختار $uud\bar{s}$

این پدکوارکی در بررسی برهمکنش نابودی پروتون- پادپروتون قابل پیش‌بینی می‌باشد [۱۷۳]. در فرایند نابودسازی، یک ذره با پادذره متناظرش برخورد می‌کند. تا زمانی که پایستگی انرژی و تکانه رعایت می‌شود، هر مجموعه‌ای از ذرات می‌توانند در نتیجه نابودی بوجود آیند اما باید مجموع اعداد کوانتومی آن‌ها صفر باشد. وقتی یک ذره و پادذره‌اش برخورد می‌کنند، انرژی آن‌ها به یک ذره حامل نیرو مانند گلوئون، ذرات حامل نیروی دلیو و زد یا فوتون، تبدیل می‌شود. این ذرات متعاقباً به ذرات دیگری تبدیل می‌شوند. پروتون یک ذره مرکب است که از سه کوارک ظرفیتی و تعداد نامعلومی از کوارک‌های دریایی مقید شده توسط گلوئون‌ها تشکیل می‌شود. از اینرو، وقتی یک پروتون با یک پادپروتون برخورد می‌کند (و به صورت کلی‌تر وقتی هر گونه‌ای از باریون با هر گونه‌ای از پادباریون برخورد کند)، یکی از کوارک‌های ظرفیت آن ممکن است توسط یک پادکوارک نابود شود. در این حال کوارک‌ها و پادکوارک‌های باقیمانده دچار تغییر چیدمان می‌شوند و به شکل تعدادی مزون (بیشتر پایون و کائون) در می‌آیند که از نقطه نابودسازی به پرواز در می‌آیند. مزون‌های تازه ایجاد شده پایدار نبوده و دچار سری واکنش‌هایی می‌شوند که در نهایت چیزی جز پرتوهای گاما، الکترون، پوزیترون و نوترینو تولید نمی‌کنند. این واکنش بین هر باریون و پادباریونی اتفاق می‌افتد [۱۷۴]. کوارک‌های ظرفیت تشکیل دهنده پروتون‌ها دو کوارک u و یک کوارک d و برای پادپروتون‌ها دو پادکوارک \bar{u} و یک پادکوارک \bar{d} می‌باشد. پادپروتون‌ها ذراتی هستند که تمام ویژگی‌های پروتون را دارند فقط در برخی ویژگی‌ها علامت مخالف دارند. جرم پروتون $1836/15$ برابر جرم الکترون می‌باشد

و اسپین $\frac{\hbar}{2}$ دارد. شکل (۲-۸) ساختار داخلی پروتون را نشان می‌دهد.



شکل (۲-۸): ساختار داخلی پروتون

نیروی هسته‌ای قوی، جاذبه شدیدی میان کوارک‌ها و پادکوارک‌ها ایجاد می‌کند، بنابراین وقتی پروتون و پادپروتون به اندازه‌ای به هم نزدیک شوند که نیروی هسته‌ای قوی در آن فاصله عمل کند، کوارک‌ها تمایل به جفت شدن با پادکوارک‌ها و تشکیل ۳ پایون دارند. انرژی آزاد شده در این واکنش ذاتی است، زیرا جرم لختی سه پایون بسیار کمتر از جرم یک پروتون و یک پادپروتون است. انرژی ممکن است بر اثر نابودی مستقیم یک کوارک و یک پادکوارک نیز آزاد شود. انرژی اضافی ممکن است به شکل انرژی جنبشی ایجاد شده، تابش پرتوهای گاما یا دو یا چند کوارک شگفت باشد. سایر مزه‌های کوارک پر جرم‌تر از آن هستند که در این واکنش بوجود آیند، مگر اینکه پادپروتون انرژی جنبشی بسیار بیشتری داشته باشد یعنی سرعتی نزدیک به سرعت نور داشته باشد. کوارک‌های تازه ایجاد شده و پادکوارک‌ها جفت می‌شوند به شکل مزون در می‌آیند و پایون‌ها و کائون‌های بیشتری تولید می‌شود.

۲-۶ مدل‌های خوشه‌ای سیستم پنج کوارکی

بررسی ساختارهای پنج ذره‌ای از جمله پنج کوارکی‌ها یکی از مهمترین مسائل در راستای شناخت خصوصیات و ویژگی‌های هسته‌ها و ذرات می‌باشد. مدل‌های متعددی بر اساس مدل خوشه‌ای برای سیستم‌های پنج ذره‌ای مطرح شده است. بر این اساس می‌توان پنج ذره را به صورت ساختاری دو ذره‌ای متشکل از دو خوشه و یا سه ذره‌ای شامل سه خوشه در نظر گرفت. از جمله این مدل‌ها برای سیستم پنج ذره‌ای پنج کوارکی، می‌توان به مدل کایرال سالیتمونی^{۹۴} اشاره کرد که در این مدل سه کوارک به صورت صلب در هسته در نظر گرفته می‌شود که توسط دریایی از مزون‌های چرخان احاطه شده‌اند [۱۷۵]. مدل‌های دی کوارک-تری کوارک^{۹۵} و دی کوارک-دی کوارک-پادکوارک^{۹۶} از مطرح‌ترین مدل‌های خوشه‌ای برای سیستم پنج کوارکی می‌باشند [۱۷۶ و ۱۷۷].

۲-۶-۱ مدل دی کوارک-تری کوارک

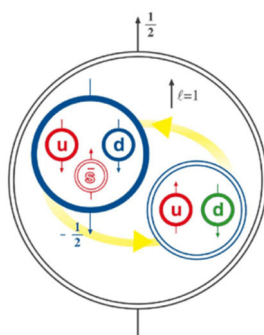
در مدل کایرال سولیتونی و مولکول هادرونی پنج کوارکی‌ها را می‌توان به صورت ترکیبی از دو خوشه، یکی باریون با سه کوارک و دیگری مزون با یک کوارک و یک پادکوارک در نظر گرفت [۱۷۸]. در این حالت تابع موج کل سیستم از جفت کردن تابع موج تک تک خوشه‌ها بدست می‌آید. با توجه به این مدل یک مجموعه بوزون‌های گلدستونی وجود دارد که مستقیماً با کوارک‌های ظرفیت درون هادرون‌ها به ویژه باریون‌ها جفت شده‌اند. این مدل دستاورد بزرگی در توضیح پرتوهای هادرونی و برهمکنش هادرون-هادرون داشته است. در اینجا پنج کوارکی‌ها همچون دوران برانگیختگی موج سالیتمونی در نظر گرفته می‌شوند. هسته‌ی سخت سه کوارکی توسط میدان‌های مزونی کوارک-پادکوارک احاطه شده‌اند و همه‌ی جرم نوکلئون، ناشی از نوسانات مزونی می‌باشد. مدل دی کوارک، مدلی است که در آن دو کوارک به عنوان یک ذره مجرد تقریب زده می‌شوند که می‌تواند دارای عامل

⁹⁴ Chiral Soliton

⁹⁵ Diquark-Triquark

⁹⁶ Diquark-Diquark-Antiquark

شکل باشد. چون دی کوارک اعداد کوانتومی سیستم دو کوارکی را داراست، حالت پایه دو کوارک می‌تواند نرده‌ای با اسپین صفر یا برداری با اسپین یک باشد، که به ترتیب منجر به تولید باریون‌های سنگین نرده‌ای و برداری می‌شود. اجزاء درونی باریون‌ها و مزون‌ها بطور قطع و یقین دارای حرکات عرضی نسبت به یکدیگر هستند که این اثر به حرکت فرمی معروف است. کوارک‌ها دارای اسپین و رنگ در دو جهت می‌باشند. در حد چگالی‌های بالا کوارک‌ها با اسپین و رنگ مخالف جفت شده، حرکت‌های آن‌ها با هم قفل می‌شود و جرمشان رویهم کاهش می‌یابد و پایدارتر می‌شوند و دی کوارک‌های اسکالر شکل می‌گیرند و به دی کوارک خوب معروفند. مزون‌ها بخودی خود یک دی کوارک خوب تشکیل می‌دهند ولی اگر کوارک‌ها با اسپین و رنگ مخالف جهت جفت نشوند، حرکت‌های تصادفی آنها افزایش یافته و جرمشان ناپایدارتر می‌شود، بردار هستند و این یک دی کوارک بد است [۱۷۹]. تری کوارک به مدل کوارک-دی کوارک معروف است. نمونه‌ای از ساختار تری کوارک باریون‌ها می‌باشند. در سال ۲۰۰۳ کارلینر^{۹۷} و لیپکین^{۹۸} مدل دی کوارک-تری کوارک را برای پنج کوارکی Θ^+ مطرح کردند. آن‌ها تری کوارک را شامل یک دی کوارک و پادکوارک در نظر گرفتند و اسپین $\frac{\hbar}{2}$ و پاریتته مثبت برای ذره پنج جسمی پیش‌بینی نمودند [۱۸۰]. شکل (۲-۹) طرح پیشنهادی آن‌ها را نشان می‌دهد.



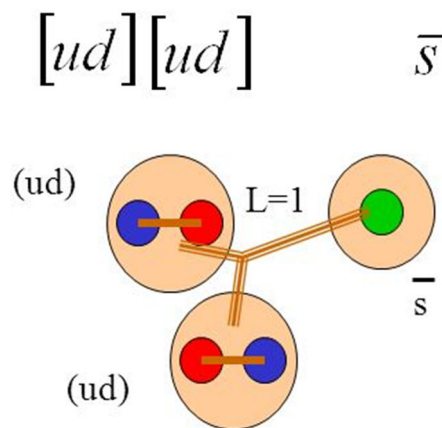
شکل (۲-۹): ساختار پیشنهادی کارلینر و لیپکین برای Θ^+ [۱۸۰]

⁹⁷ Karliner

⁹⁸ Lipkin

۲-۶-۲ مدل دی کوارک - دی کوارک - پادکوارک

بهم پیوستن نوکلئون‌ها یا هادرون‌ها تحت شرایط معین باعث افزایش انرژی پیوندی سیستم خواهد شد. وجود ذرات پایداری که قبل از واپاشی هسته یا در حالت کلی هادرون در درون آن شکل می‌گیرند، مسبب شکل‌گیری ایده‌ی خوشه‌ها می‌شود. همانطور که گفتیم دو کوارک می‌توانند با یکدیگر جفت شده، دی کوارک را تشکیل دهند. در سال ۲۰۰۳ جف^{۹۹} و ویلکزک^{۱۰۰} پنج کوارکی Θ^+ را به صورت دو دی کوارک که با یک پادکوارک مقید شده‌اند، معرفی کردند [۱۸۱]. تحقیقات متعددی براساس این مدل انجام گرفته است [۱۸۲]. هر زوج دی کوارک، اسپین صفر دارد و هنگامی که دو دی کوارک در تکانه زاویه مداری موج P با یکدیگر جفت می‌شوند اسپین این ترکیب نیز صفر می‌شود و در ترکیب با پادکوارک با اسپین $\frac{\hbar}{2}$ اسپین کل $\frac{\hbar}{2}$ بدست می‌آید ولی در این مدل پارته منفی حاصل شد [۱۸۱]. شکل (۲-۱۰) طرح نمادین پیشنهادی آن‌ها را نشان می‌دهد.



شکل (۲-۱۰): طرح پیشنهادی جف و ویلکزک برای Θ^+ [۱۸۱]

⁹⁹ Jaffe

¹⁰⁰ Wilczek

۷-۲ جمع بندی

همانطور که گفتیم، مدل خوشه‌ای یکی از کارآمدترین روش‌ها برای بررسی ویژگی‌های سیستم‌های پنج ذره‌ای می‌باشد. سیستم‌های پنج‌کوارکی ترکیبی از یک باریون و یک مزون بوده و وجود پروتون در ترکیب این ذرات، سبب جذابیت بررسی این سیستم‌ها در فیزیک هسته‌ای گردیده است. با در نظر گرفتن دو زیرسیستم سه کوارکی و دو کوارکی برای این سیستم‌ها، می‌توان آنها را در ساختار خوشه‌ای مورد بررسی قرار داد. سیستم پنج نوکلئونی نیز در ساختار خوشه‌ای به صورت ترکیبی از خوشه آلفا و نوکلئون منفرد در تقابل با هسته مرکزی مدل شده و قابل بررسی و مطالعه می‌باشد.

فصل سوم

محاسبه انرژی سیستم‌های پنج ذره‌ای

همانطور که در فصول قبل توضیح داده شد، ساختار خوشه‌ای به همراه میدان میانگین یک وضعیت بنیادی دینامیک چند ذره‌ای هسته می‌باشد. یکی از مؤثرترین دلایل ظهور حالت‌های خوشه‌ای، اطلاعاتی است که از مطالعه‌ی هسته‌های ناپایدار خارج از خط پایداری بدست آمده است. هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون با توجه به ساختار خوشه‌ای از خوشه‌ها و تعدادی نوترون ظرفیت تشکیل شده‌اند. در این فصل در راستای بررسی سیستم‌های پنج ذره‌ای به بررسی دو نوع سیستم پنج ذره‌ای (سیستم پنج نوکلئونی و سیستم پنج کوارکی) پرداختیم. از آنجا که در ساختار خوشه‌ای سیستم پنج کوارکی را می‌توان ترکیبی از پروتون و یک مزون در نظر گرفت، بررسی آن در فیزیک هسته‌ای جالب به نظر می‌رسد. با بکارگیری ساختار خوشه‌ای دی کوارک-تری کوارک، برای پنج کوارکی Θ^+ به تحلیل و بررسی این پنج کوارکی و محاسبه انرژی آن پرداختیم و با در نظر گرفتن پتانسیل یوکاوا و یوکاواای تعمیم یافته به عنوان برهمکنش بین خوشه‌ها انرژی و جرم آن را محاسبه کردیم [۱۶۶]. همچنین برای ایزوتوپ‌های ${}^9\text{Be}$ ، ${}^9\text{B}$ ، ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ که سیستم پنج ذره‌ای می‌باشند، با در نظر گرفتن ساختار خوشه‌ای و لایه‌ای و انتخاب پتانسیل پدیده شناختی مناسب به محاسبه انرژی ایزوتوپ‌ها پرداختیم.

۳-۲ پتانسیل یوکاواای تعمیم یافته به عنوان برهمکنش بین خوشه‌ها

یکی از قدیمی‌ترین پتانسیل‌های پیشنهادی در فیزیک هسته‌ای، پتانسیل جاذبه‌ی یوکاوا^{۱۰۱} است، که به صورت تابع نمایی از فاصله هسته‌ای می‌باشد [۸۲، ۱۸۳ و ۱۸۴]. در اینجا ما پتانسیل بین دو خوشه‌ای را به صورت پتانسیل یوکاوا و یوکاواای تعمیم یافته در نظر می‌گیریم و با حل معادله شرودینگر دو جسمی به محاسبه انرژی آن پرداختیم. پتانسیل یوکاوا به صورت زیر بیان می‌شود:

$$V(r) = -\frac{V_0}{r} e^{-\alpha r} \quad (1-3)$$

¹⁰¹ Yukawa Potential

که V_0 عمق چاه پتانسیل، r برد نیروی هسته‌ای و \hbar^2 ثابت کوچکتر از یک می‌باشد. برای حل معادله شرودینگر، پس از جداسازی متغیرها، آن بخش که مربوط به متغیر ابرشعاع برای یک سیستم N ذره‌ای است، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{d}{dx} + \frac{1(1+D-2)}{x^2} \right) \psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (2-3)$$

که در آن $D=3N-3$ و \hbar^2 جرم کاهش یافته می‌باشد. با قرار دادن پتانسیل یوکاوا در رابطه (2-3) داریم:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{d\psi(x)}{dx} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(-\frac{v_0}{x} e^{-\alpha x} - E - \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1(1+D-2)}{x^2} \right) \psi(x) = 0 \quad (3-3)$$

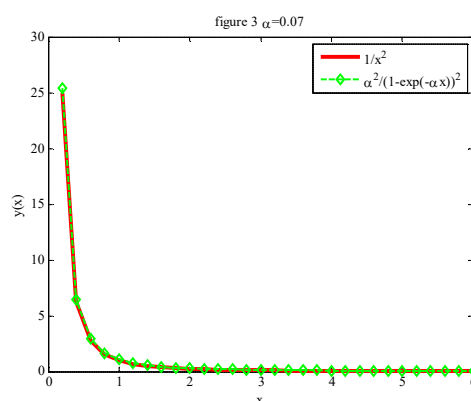
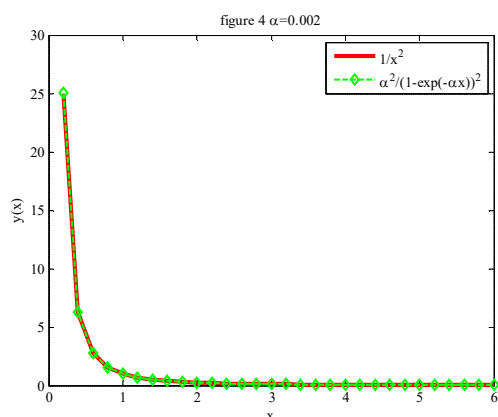
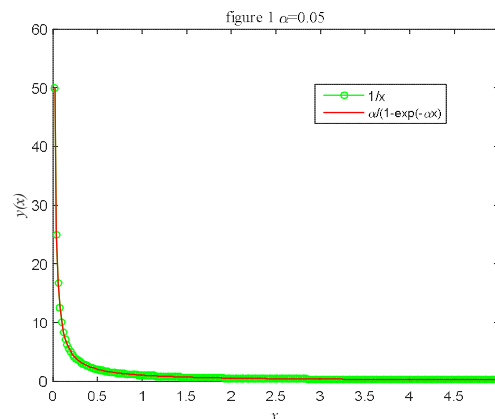
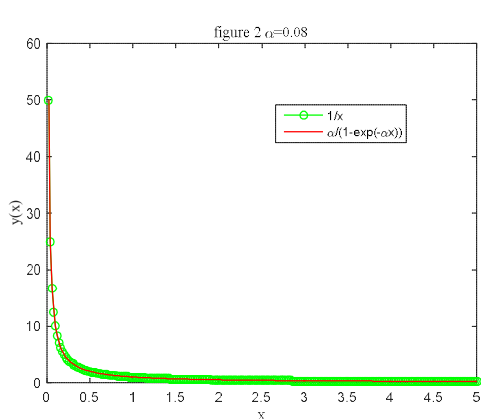
همانطور که در رابطه فوق مشهود است حل دقیق معادله فوق امکان‌پذیر نیست. لذا برای حل این معادله از یک تقریب مناسب به صورت زیر استفاده می‌کنیم [۱۸۵]:

$$\frac{1}{x^2} \approx \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha x})^2}, \quad \alpha \ll 1 \quad (4-3)$$

که رابطه معادل آن نیز می‌تواند برقرار باشد:

$$\frac{1}{x} \approx \frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha x}}, \quad \alpha \ll 1 \quad (5-3)$$

برای اطمینان از صحت تقریب (4-3)، تابع $\frac{1}{x^2}$ و تقریب آن، همچنین تابع $\frac{1}{x}$ و تقریب آن را برای برخی مقادیر \hbar^2 در شکل (1-3) رسم نموده‌ایم. از مقایسه نتایج مشخص می‌گردد که به ازای مقادیر کوچک \hbar^2 دو نمودار مطابقت خوبی با یکدیگر دارند.



شکل (۱-۳): مقایسه منحنی‌های $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{x^2}$ با تقریب‌هایشان

در بخش بعد به معرفی روش NU می‌پردازیم و سپس با استفاده از تقریب فوق و روش

تحلیلی NU به حل معادله شرودینگر در مدل خوشه‌ای دی‌کوارک-تری‌کوارک خواهیم پرداخت.

۱-۲-۳ مروری بر روش NU^{102}

روش NU یکی از پرتعدادترین روش‌های حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم تک متغیره

برای تحلیل و توصیف سیستم‌های مکانیک کوانتومی در سال‌های اخیر به شمار می‌آید [۱۸۶-۱۸۹].

این روش دستورالعمل مشخصی برای حل معادلات شرودینگر، کلاین-گوردون و دیراک برای به دست

آوردن جواب‌های دقیق حالت‌های مقید، ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع وابسته آن‌ها بر حسب چند-

جمله‌ای‌های متعامد ارائه می‌دهد که در عین سادگی بسیار کارآمد و مؤثر می‌باشد. این روش بر پایه‌ی کاهش یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم استوار است.

در این روش، معادله شرودینگر، با انتخاب یک تغییر متغیر مناسب، $s = s(r)$ به یک فرم کلی مشابه معادله زیر تبدیل می‌شود [۱۹۰]:

$$\Psi_n''(s) + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} \Psi_n'(s) + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \Psi_n(s) = 0 \quad (۶-۳)$$

در این رابطه $\sigma(s)$ و $\tilde{\sigma}(s)$ چند جمله‌ای حداکثر از مرتبه دوم هستند و $\tilde{\tau}(s)$ نیز یک چند جمله‌ای است که حداکثر می‌تواند از مرتبه اول باشد. با در نظر گرفتن تابع موج $\Psi_n(s)$ به صورت زیر:

$$\Psi_n(s) = \varphi_n(s) y_n(s) \quad (۷-۳)$$

معادله (۶-۳) به یک معادله‌ی فوق هندسی به شکل زیر تقلیل می‌یابد:

$$\sigma(s) y_n''(s) + \tau(s) y_n'(s) + \lambda y_n(s) = 0 \quad (۸-۳)$$

که در آن $\tau(s) = \tilde{\tau}(s) + 2\pi(s)$ است و شرط $\tau'(s) < 0$ نیز باید برقرار باشد، که $\tau'(s)$ مشتق مرتبه اول نسبت به s می‌باشد. λ هم پارامتری است که به صورت ذیل تعریف می‌شود و با مساوی قرار دادن دو رابطه‌ی موجود در (۹-۳) ویژه مقادیر انرژی مشخص می‌شود.

$$\begin{cases} \lambda_n = -n\tau'(s) - \frac{n(n-1)}{2} \sigma''(s) & , \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \\ \lambda = K + \pi'(s) \end{cases} \quad (۹-۳)$$

باید به این نکته توجه کرد که پارامتر λ و λ_n از یک جواب خاص، $y(s) = y_n(s)$ که چند جمله‌ای درجه n است به دست می‌آید. به علاوه جمله $y_n(s)$ تابع موج معادله (۷-۳)، یک تابع از نوع فوق هندسی است که از رابطه رودریگرز به دست می‌آید:

$$y_n(s) = \frac{B_n}{\rho_n} \frac{d}{ds^n} (\sigma^n(s) \rho(s)) \quad (10-3)$$

در این رابطه B_n ثابت نرمالیزاسیون و $\rho(s)$ تابع وزنی است که باید شرط زیر را برآورده کند:

$$\tau(s) \rho(s) = (\sigma(s) \rho(s))' \quad (11-3)$$

$$\frac{\varphi'(s)}{\varphi(s)} = \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \quad (12-3)$$

تابع $\pi(s)$ نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi(s) = \frac{\sigma'(s) - \tilde{\tau}(s)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(s) - \tilde{\tau}(s)}{2}\right)^2 - \tilde{\sigma}(s) + K\sigma(s)} \quad (13-3)$$

از آنجایی که باید $\pi(s)$ از نظر فیزیکی حداکثر یک چندجمله‌ای درجه یک باشد، جملات زیر رادیکال در معادله (۱۳-۳) باید به صورت یک چند جمله‌ای درجه اول مرتب شوند که این در صورتی ممکن است که مقدار $\Delta = b^2 - 4ac$ برابر صفر شود. در این حالت یک معادله برای K به دست می‌آید که پس از حل معادله، مقادیر به دست آمده برای K ، در معادله (۱۳-۳) جایگذاری شده و با مقایسه با معادلات (۹-۳) ویژه مقادیر انرژی را به دست می‌آوریم.

۳-۳ محاسبات انرژی بستگی Θ^+ در مدل دی‌کوارک-تری‌کوارک

همانطور که گفته شد، پنج‌کوارکی Θ^+ دارای یک ساختار پنج جسمی مرکب به صورت $uudd\bar{d}$ می‌باشد که با استفاده از مدل کایرال سالیوتونی و مولکول هادرونی می‌توان آن را به صورت سیستم دو خوشه‌ای دی‌کوارک - تری‌کوارک (یک باریون با سه کوارک و یک مزون شامل یک کوارک و یک پاد کوارک) در نظر گرفت [۱۷۲ و ۱۹۱]. همانطور که گفته شد، هنگامی که دو کوارک با اسپین‌های مخالف جهت با یکدیگر جفت می‌شوند، تشکیل یک دی‌کوارک خوب می‌دهند که اسپین کل آن‌ها صفر می‌شود و هنگامی که با یک کوارک دیگر پیوند می‌یابند اسپین کل مجموعه $1/2$ می‌شود. با توجه به مدل کایرال سالیوتونی حالت اسپین و پاریته پنج‌کوارکی $J^P = \frac{1}{2}^+$ بدست می‌آید

[۱۷۱]. گائو^{۱۰۳} و همکارانش در مرجع [۱۷۱]، جرم دی-کوارک را تقریباً $720 \text{ MeV}/C^2$ و جرم تری-کوارک را در حدود $1260 \text{ MeV}/C^2$ و جرم کاهیده دی-کوارک-تری-کوارک را $458 \text{ MeV}/C^2$ تخمین زده‌اند. در این مدل، انرژی بستگی خوشه‌ها تقریباً 440 MeV می‌باشد (جرم دی-کوارک+جرم تری-کوارک-جرم پنج-کوارکی).

پنج-کوارکی Θ^+ را می‌توان به صورت پنج کوارک در موج S در نظر گرفت، که در این صورت پارامتر منفی دارد (یک باریون uud و یک مزون $d\bar{s}$) [۱۹۲]. جرم مزون $d\bar{s}$ با اسپین صفر، برابر است با $497/72 \text{ MeV}/C^2$ و جرم پروتون uud، $938/28 \text{ MeV}/C^2$ می‌باشد. این پیکربندی مقید نیست و جملات دافعه پتانسیل می‌توانند بر جملات جاذبه پتانسیل غلبه کنند و موج S پنتاکوارک می‌تواند همانند سیستم KN بازآرایی شود. پیکربندی دیگر موج S پنج-کوارکی ممکن است مزون $d\bar{s}$ با اسپین یک و جرم $892 \text{ MeV}/C^2$ باشد. از اینرو، جرم کاهیده $452/277 \text{ MeV}/C^2$ و انرژی بستگی $290/28 \text{ MeV}$ خواهد بود.

در ادامه فرض می‌کنیم خوشه‌ها همانند ذره رفتار می‌کنند و از ساختار داخلی خوشه‌ها چشم‌پوشی کرده و در واقع برهمکنش بین دو خوشه دی-کوارک و تری-کوارک را مورد بررسی قرار می‌دهیم. خوشه‌ها شامل دی-کوارک $d\bar{s}$ با جرم $892 \text{ MeV}/C^2$ و اسپین یک و تری-کوارک uud با اسپین $\frac{\hbar}{2}$ و جرم $938/28 \text{ MeV}/C^2$ در موج S می‌باشند. با استفاده از رابطه (۳-۳) برای حالت دو جسمی داریم:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d\psi(x)}{dx} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(-\frac{v_0}{x} e^{-\alpha x} - E - \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1(1+1)}{x^2} \right) \psi(x) = 0 \quad (14-3)$$

با استفاده از تغییر متغیر $s = e^{-\alpha x}$ و تقریب پکریس، معادله فوق به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{1-s}{s(1-s)} \frac{d\psi(x)}{dx} + \frac{1}{s^2(1-s)^2} (As^2 + Bs + C)\psi(x) = 0 \quad (15-3)$$

که در آن

$$A = \frac{2(E_n - V_0\alpha)\mu}{\hbar^2\alpha^2},$$

$$B = \frac{2(-2E_n + V_0\alpha)\mu}{\hbar^2\alpha^2}, \quad (16-3)$$

$$C = -l(1+l) + \frac{2E_n\mu}{\hbar^2\alpha^2}$$

حال با مقایسه معادله (15-3) با معادله (6-3) داریم :

$$\bar{\tau}(s) = 1-s, \quad \sigma(s) = s(1-s), \quad \bar{\omega}(s) = As^2 + Bs + C \quad (17-3)$$

با انجام محاسبات رابطه ویژه مقداری به صورت زیر بدست می آید:

$$2(B+2C) = \left(1 + \sqrt{1-4A-4B-4C}\right) \left(1 + 2\sqrt{-C}\right) +$$

$$2n \left(3 + \sqrt{1-4A-4B-4C} + 2\sqrt{-C} + n\right) \quad (18-3)$$

با استفاده از معادلات (11-3) و (12-3) داریم :

$$\phi(s) = (1-s)^{\frac{1}{2}(1+\sqrt{1-4A-4B-4C})} s^{\sqrt{-C}} \quad (19-3)$$

$$\rho(s) = (1-s)^{\sqrt{1-4A-4B-4C}} s^{2\sqrt{-C}}$$

با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (7-3) تابع موج به صورت زیر بدست می آید :

$$\psi(s) = B_n (1-s)^{\frac{1}{2}(1+\sqrt{1-4A-4B-4C})-\sqrt{1-4A-4B-4C}} s^{-\sqrt{-C}}$$

$$d^n / (ds^n) ((1-s)^{\sqrt{1-4A-4B-4C}} s^{(2\sqrt{-C})} ((1-s)s)^n) \quad (20-3)$$

با انجام محاسبات لازم و استفاده از روابط بخش قبل معادله انرژی به صورت زیر به دست می آید.

$$\begin{aligned}
E_n = & \frac{1}{16\hbar^2 (l-n)^2 (1+l+n)^2 \mu} (-\hbar^4 (4l^3 (1+4n(3+n))) + \\
& l^4 (2+8n(3+n)) - 2ln(-1+3\sqrt{(1+2l)^2} + n(4+7\sqrt{(1+2l)^2} + \\
& n(10+2\sqrt{(1+2l)^2} + 3n))) \\
& + n^2(5-3\sqrt{(1+2l)^2} + n(20-4\sqrt{(1+2l)^2} + n(31+5\sqrt{(1+2l)^2} + \\
& 2n(7+\sqrt{(1+2l)^2} + n)))) - 2l^2(-1+n(-13+3\sqrt{(1+2l)^2} + n(7\sqrt{(1+2l)^2} + \\
& n(10+2\sqrt{(1+2l)^2} + 3n)))) \alpha^2 + 4\hbar^2 (8l^3 + 4l^4 - l^2(-5+\sqrt{(1+2l)^2} + \\
& 2n(-1+\sqrt{(1+2l)^2} + n)) - l(-1+\sqrt{(1+2l)^2} + 2n(-1+\sqrt{(1+2l)^2} + n))) + \\
& 2n(1-\sqrt{(1+2l)^2} + n(3-2\sqrt{(1+2l)^2} + n(4+n))) V_0 \alpha \mu + 4(-1-2l(1+l) + \\
& \sqrt{(1+2l)^2} - 2n(1-\sqrt{(1+2l)^2} + n)) V_0^2 \mu^2)
\end{aligned} \tag{۲۱-۳}$$

معادله فوق برای $l=0$ به فرم ساده معادله (۲۲-۳) در می آید:

$$E_n = -\frac{(\hbar^2 (1+4n+n^2) \alpha - 2V_0 \mu)^2}{8\hbar^2 (1+n)^2 \mu} \tag{۲۲-۳}$$

و تابع موج شعاعی آن برای $l=0$ و $n=0$ به صورت زیر نوشته می شود:

$$\psi(r) = \frac{B_n (e^{-r\alpha})^{1+\sqrt{2}} \sqrt{\frac{E_0 \mu}{\alpha^2 \hbar^2}} (-1+e^{r\alpha})}{r} \tag{۲۳-۳}$$

B_n ثابت نرمالیزاسیون است که از رابطه زیر محاسبه می شود:

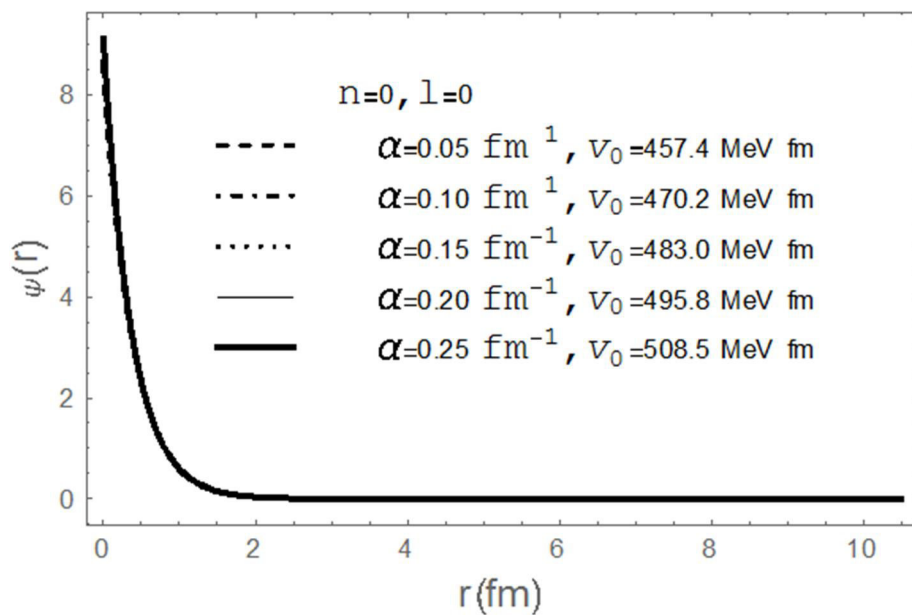
$$\int_0^\infty \psi^*(r) \psi(r) r^2 dr = 1 \tag{۲۴-۳}$$

مقادیر حاصل انرژی بستگی Θ^+ و ضرایب پتانسیل یوکاوا در جدول ۳-۱ آورده شده است [۱۹۳].

جدول ۱-۳: انرژی بستگی و ضرایب پتانسیل یوکاوا برای Θ^+

$\alpha (\text{fm}^{-1})$	$V_0 (\text{MeV} \cdot \text{fm})$	$E_0 (\text{MeV})$ (our work)	$E_0 = -B (\text{MeV})$ (Exp.)
۰/۰۵	۴۵۷/۴	-۲۹۰/۲۲	-۲۹۰/۲۸
۰/۱۰	۴۷۰/۲	-۲۹۰/۲۵	
۰/۱۵	۴۸۳/۰	-۲۹۰/۲۹	
۰/۲۰	۴۹۵/۸	-۲۹۰/۳۳	
۰/۲۵	۵۰۸/۵	-۲۹۰/۳۳	

تابع موج شعاعی Θ^+ برای مقادیر مختلف α و V_0 در حالت $n=0$ و $l=0$ در شکل (۲-۳) رسم شده است. همانطور که در شکل مشخص است برای دسته‌های مختلف α و V_0 تابع موج شعاعی یکسانی برای حالت پایه Θ^+ بدست آمده است.



شکل (۲-۳): تابع موج شعاعی Θ^+ برای مقادیر مختلف α و V_0 در حالت $n=0$ و $l=0$

همانطور که می‌دانیم، یکی از ویژگی‌های نیروهای بین نوکلئون‌ها دافعه بودن آن در فواصل معین می‌باشد. با افزودن جمله دافعه به پتانسیل یوکاوا آن را اصلاح نموده و معادله ۱-۳ به صورت معادله ۲۵-۳ نوشته می‌شود:

$$V(r) = -\frac{V_0}{r} e^{-ar} + \frac{V_1}{r^2} e^{-ar} \quad (25-3)$$

که جمله اول، جمله جاذبه با ثابت V_0 و جمله دوم، جمله دافعه با ثابت V_1 است. حال محاسبات فوق را با در نظر گرفتن پتانسیل یوکاواای تعمیم یافته برای پنچ کوارکی Θ^+ انجام می دهیم. در این حالت ثوابت A, B و C بصورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} A &= \frac{2(E_n - V_0\alpha)\mu}{\hbar^2\alpha^2}, \\ B &= -\frac{2(2E_n + \alpha(-V_0 + V_1\alpha))\mu}{\hbar^2\alpha^2}, \\ C &= -l(1+l) + \frac{2E_n\mu}{\hbar^2\alpha^2} \end{aligned} \quad (26-3)$$

با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (3-19) و انجام محاسبات داریم:

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{1}{16\mu(\hbar^2 n(1+n) - 2V_1\mu)^2} (16V_1(V_0 - V_1\alpha)^2 \mu^3 + 4\hbar^2 \mu^2 (8n^2 V_0 V_1 \alpha + \\ &V_0^2 (1 - \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} + 2n \left(1+n - \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} \right) + V_1^2 \alpha^2 (1 + \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} + 2n(3-n + \\ &\sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}}))) - 4\hbar^4 n \alpha \mu (2V_0 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} + n \left(3+n(4+n) - 2\sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} \right) \right) + \\ &V_1 \alpha \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} + n \left(6+n^2 + 3\sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} + 2n \left(5 + \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} \right) \right) \right) + \\ &\hbar^6 n^2 \alpha^2 (5 - 3\sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} + n(-4 \left(-5 + \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} \right) + n(31 + \\ &5\sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}} + 2n(7+n + \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}})))) \end{aligned} \quad (27-3)$$

و تابع موج شعاعی آن برای حالت $n=0$ و $l=0$ به صورت رابطه ی زیر داده می شود:

$$\psi(r) = \frac{B_n (e^{-ra})^{\sqrt{2} \sqrt{\frac{E_0\mu}{\alpha^2 \hbar^2}}} (1 - e^{-ra})^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{8V_1\mu}{\hbar^2}}}}{r} \quad (28-3)$$

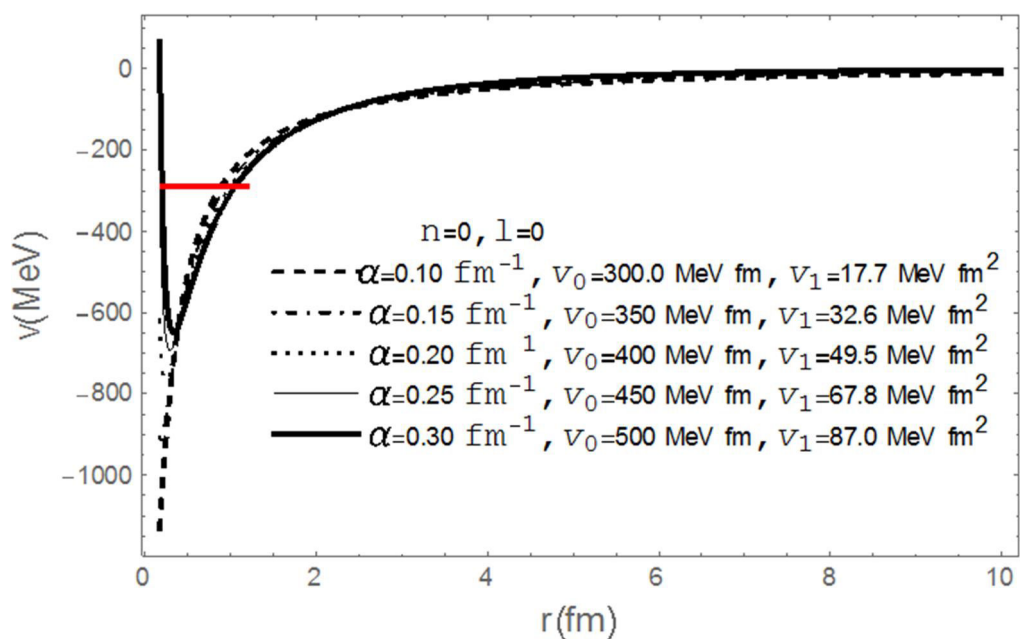
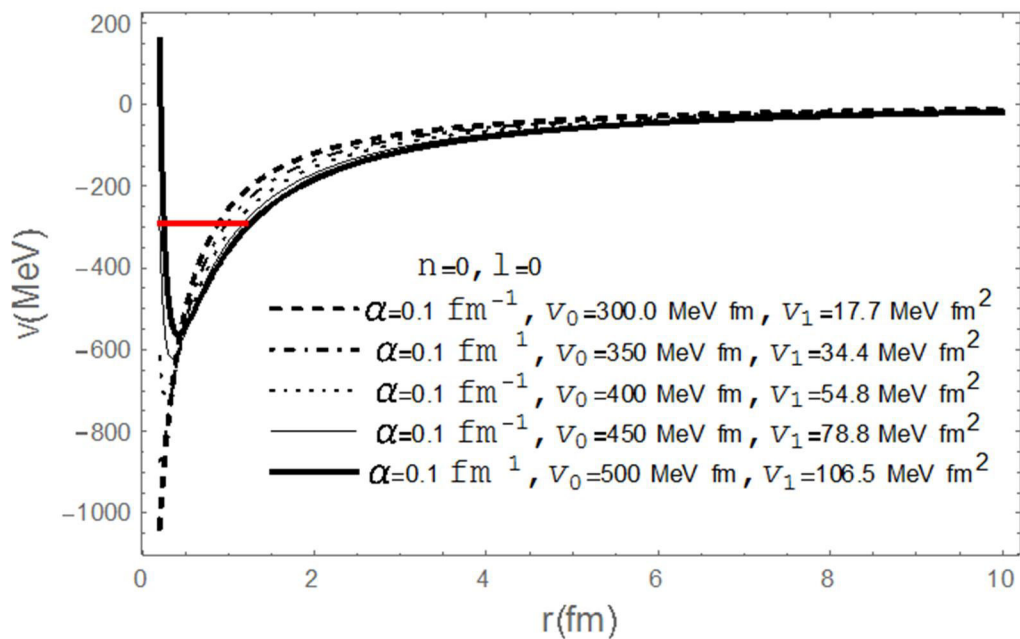
انرژی بستگی و ضرایب پتانسیل یوکاواای تعمیم یافته برای Θ^+ در جدول (3-2) آمده است [193].

جدول ۲-۳ انرژی بستگی و ضرایب پتانسیل یوکاواای تعمیم یافته برای Θ^+

$\alpha(\text{fm}^{-1})$	$V_0(\text{MeV}\cdot\text{fm})$	$V_1(\text{MeV}\cdot\text{fm}^2)$	$E_0(\text{MeV})$ (our work)	$E_0=-B(\text{MeV})$ (Exp.)
۰/۱۰	۳۰۰	۱۷/۷	-۲۹۰/۳۷	-۲۹۰/۲۸
۰/۱۰	۳۵۰	۳۴/۴	-۲۹۰/۶۰	
۰/۱۰	۴۰۰	۵۴/۸	-۲۹۰/۷۰	
۰/۱۰	۴۵۰	۷۸/۸	-۲۹۰/۵۳	
۰/۱۰	۵۰۰	۱۰۶/۵	-۲۹۰/۵۰	
۰/۱۵	۳۵۰	۳۲/۶	-۲۹۰/۶۸	
۰/۲۰	۴۰۰	۴۹/۵	-۲۹۰/۷۳	

نمودار پتانسیل یوکاواای تعمیم یافته به ازاء مقادیر مختلف V_1 و V_0 در شکل (۳-۳) نشان

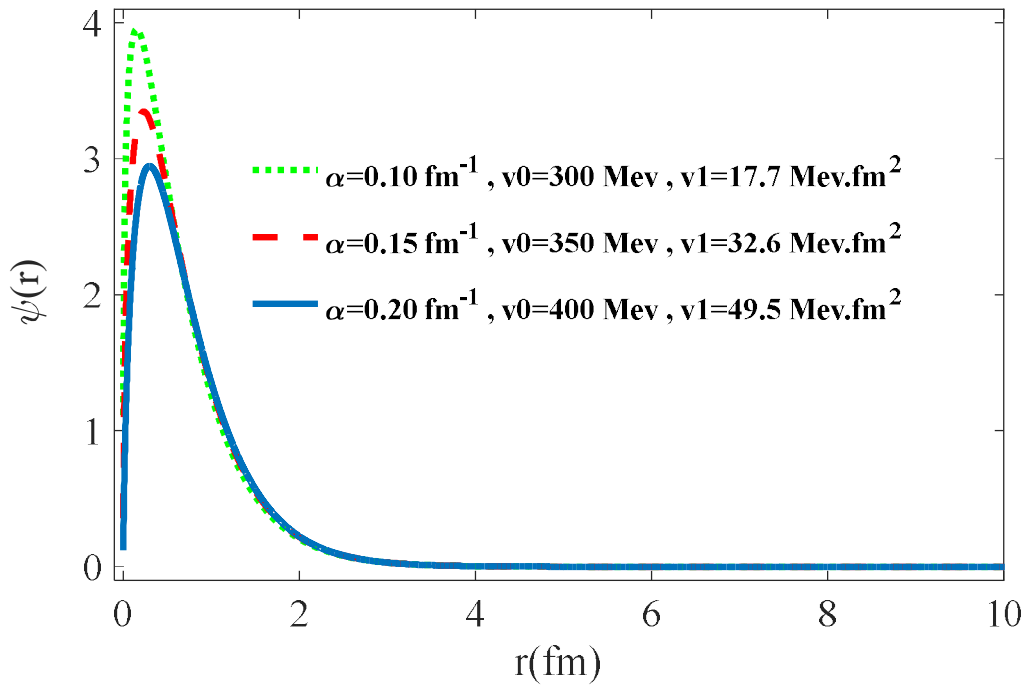
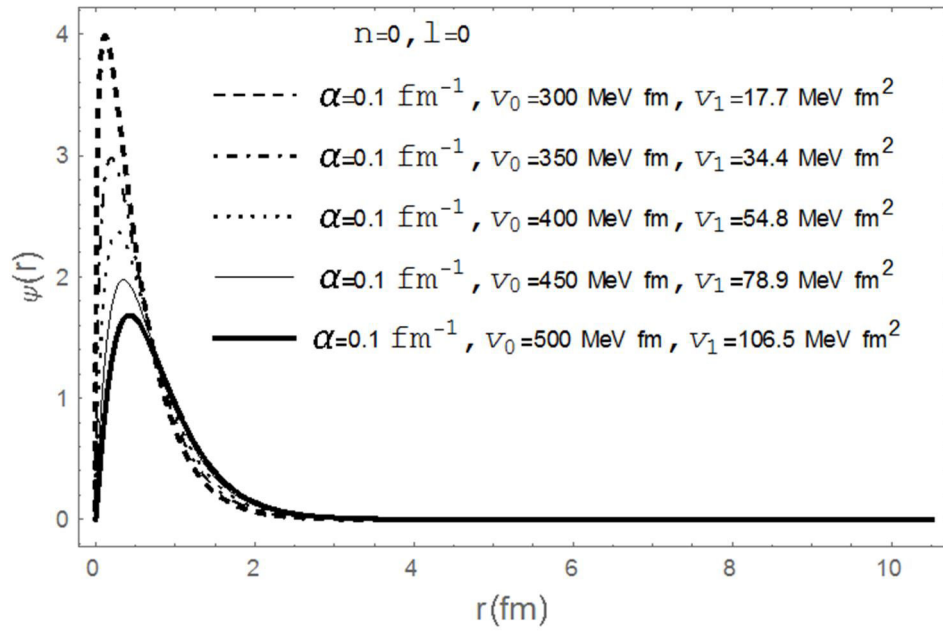
داده شده است. خط قرمز افقی نشان دهندهی انرژی بستگی Θ^+ می باشد.



شکل (۳-۳): پتانسیل یوکاواى تعمیم‌یافته به ازاء مقادیر مختلف V_0 و V_1

تابع موج شعاعی Θ^+ به ازاء مقادیر مختلف V_0 و V_1 در حضور پتانسیل یوکاواى

تعمیم‌یافته در مدل دی‌کوارک-تری‌کوارک در شکل (۴-۳) نشان داده شده است.



شکل (۳-۴): تابع موج شعاعی Θ^+ به اجزاء مقادیر مختلف V_0 و V_1

۳-۴ هسته‌های آینه‌ای ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$

هسته ${}^9\text{Be}$ با استفاده از روش‌های مختلف، بررسی و مطالعه شده است. از جمله روش‌هایی که بر اساس مدل خوشه‌ای برای بررسی این هسته استفاده شده است می‌توان به روش دینامیک مولکولی نامتقارن اشاره نمود [۱۹۴]. فیلیخین^{۱۰۴} و همکارانش، انرژی‌های ترازهای پایین ایزوتوپ ${}^9\text{Be}$ را با استفاده از فضای ساختاری معادلات Fadeev در مدل سه خوشه‌ای محاسبه کردند [۱۱۶]. نستروو^{۱۰۵} و همکارانش، ماهیت حالت‌های تشدید و توابع موج ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ ، در مدل میکروسکوپیکی سه خوشه‌ای با استفاده از تفسیر جبری مدل سه خوشه‌ای روش گروه تشدید (AVMRG) را مورد مطالعه قرار دادند [۱۹۵]. دسکاومنت^{۱۰۶} و همکارانش، در مقاله تحقیقاتی خود، هامیلتونی و نیروی پدیده‌شناختی سه جسمی برای مدل سه خوشه‌ای ${}^9\text{Be}$ را معرفی کردند و با استفاده از روش ${}^{107}\text{CDCC}$ تابع موج ${}^9\text{Be}$ را محاسبه نمودند [۱۹۶]. لیو^{۱۰۸} و همکارانش، نسخه‌ی اصلاح شده تابع موج THSR برای ${}^9\text{Be}$ را معرفی و به محاسبه انرژی بستگی حالت پایه آن پرداختند و دید واضحی از دینامیک خوشه‌ای غیرمتمرکز در ساختار هسته ارائه داده‌اند [۱۹۷]. بایاخمتوو^{۱۰۹} و همکارانش به بررسی و محاسبه‌ی ویژگی‌های استاتیکی ${}^9\text{Be}$ در قالب مدل $2n$ با بکارگیری پتانسیل علی-بودمر^{۱۱۰} و باک-فردریچ-ویثلی^{۱۱۱} به عنوان برهمکنش ${}^2-2$ برای حالت پایه و برانگیخته پرداختند [۱۹۸].

از آنجا که تابع موج THSR برای توصیف همبستگی خوشه-خوشه و نوکلئون-نوکلئون در هسته‌های غیرمزدوج شامل خوشه آلفا و نوکلئون‌های ظرفیت موفق عمل کرده است، ژائو^{۱۱۲} و گروهش، برای مطالعه دینامیک خوشه‌ها و نوکلئون‌های ظرفیت تحت همبستگی خوشه-نوکلئون، نیز

¹⁰⁴ Filinkhin

¹⁰⁵ Nesterov

¹⁰⁶ Descouvemont

¹⁰⁷ Continuum Discretized Coupled Channel

¹⁰⁸ Lyu

¹⁰⁹ Bayakhmetov

¹¹⁰ Ali-Bodmer

¹¹¹ Buck-Friedrich-Wheathley

¹¹² Zhao

از تابع موج THSR بهره جسته و ترازهای انرژی ${}^9\text{B}$ را با استفاده از این روش با انتخاب ساختار خوشه‌ای سه ذره‌ای $n-n-p$ محاسبه نمودند [۱۹۹].

خوشه‌های آلفا خودشان حالت‌های برانگیخته، تحت انرژی تقریباً یکسان ندارند. بنابراین، می‌توان با اطمینان ساختار هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ را به صورت خوشه‌ای $n-n$ و $n-p$ در نظر گرفت [۱۹۵ و ۲۰۰]. همچنین با توجه به اینکه نیم عمر ${}^8\text{Be}$ و ${}^5\text{He}$ در حالت پایه به ترتیب 0.97×10^{-16} s و $1/1 \times 10^{-21}$ s می‌باشد، پیش‌بینی این مدل خوشه‌ای برای هسته‌های مورد بررسی در انرژی‌های پائین محتمل است [۱۹۵]. اسبسن^{۱۱۳} در مقاله خود با بمباران ${}^9\text{Be}$ توسط ${}^{144}\text{Sm}$ و ${}^{208}\text{Pb}$ به بررسی و اثبات ساختار ذره‌ای برای ${}^9\text{Be}$ پرداخته است [۲۰۱]. روکا^{۱۱۴} و ایچلو^{۱۱۵}، با محاسبه طیف انرژی و برخی دیگر از ویژگی‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ شواهد محکمی دال بر ساختار خوشه‌ای این هسته‌ها به صورت دو ذره آلفا با ساختار دمبلی متقارن و یک نوکلئون اضافی ارائه داده‌اند [۱۳۴].

۳-۴-۱ مدل فوق مرکزی^{۱۱۶}

در یک سیستم دو نوکلئونی وابستگی نیروها به یکدیگر با کمیت \bar{r}_{12} یعنی برداری که مکان ذره ۱ را به ذره ۲ ارتباط می‌دهد، بیان می‌شود. $\bar{P}_{12} = \bar{P}_2 - \bar{P}_1$ تکانه نسبی آن‌ها و تکانه زاویه‌ای مداری آن‌ها به صورت $\bar{L} = \bar{r}_{12} \times \bar{p}_{12}$ تعریف می‌شود و اسپین کل را با S نشان می‌دهند. حال اگر سیستم مورد مطالعه ما، یک سیستم A ذره‌ای باشد، در این صورت معادله‌ی شرودینگر مستقل از زمان آن به صورت $H\Psi = E\Psi$ نوشته می‌شود که در آن هامیلتونین به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$H = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j \\ i < j}}^N \left(\frac{p_i^2}{2m_i} + V(r_i) + V(r_i, r_j) \right) \quad (۳-۲۹)$$

¹¹³ Esbensen

¹¹⁴ Rocca

¹¹⁵ Ichello

¹¹⁶ Hypercentral model

$i \neq j$ بدین معنی است که هیچ ذره‌ای با خودش برهمکنش ندارد و عبارت $i < j$ از نوشتن جملات تکراری اجتناب می‌کند. پتانسیل $V(r_i)$ نشان‌دهنده اثرات محیطی است. به طور مثال، وقتی ذره‌ای تحت تأثیر میدان‌های الکترومغناطیسی باشد، این تأثیر بر روی ذره i ام با پتانسیل $V(r_i)$ نشان داده می‌شود. $V(r_i, r_j)$ پتانسیل ناشی از برهمکنش دو ذره با یکدیگر یعنی برهمکنش بین هر جفت ذره است. اغلب روش‌های حل معادله شرودینگر بر اساس سیستم‌های دو جسمی می‌باشد، برای استفاده از روش‌های حل معادله شرودینگر برای سیستم چند ذره‌ای نیاز به دستگاه مختصات جدیدی داریم. مناسب‌ترین دستگاه مختصات، برای توصیف یک سیستم A ذره‌ای، دستگاه مختصات ژاکوبی می‌باشد. برای یک سیستم A ذره‌ای می‌توان $N = A - 1$ بردار ژاکوبی و در نتیجه $3N$ مختصه ژاکوبی تعریف کرد. در این دستگاه مختصات، $\vec{\xi}_i$ بردار مکان هر ذره نسبت به مرکز ذرات قبلی است و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{\xi}_i = \sqrt{\frac{i}{i+1}} \left(r_i - \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i r_j \right) \quad \text{و} \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (30-3)$$

آخرین مختصه ژاکوبی \bar{R} معرف بردار مرکز جرم کل ذرات است که به شکل زیر خواهد بود:

$$R = \frac{1}{A} (r_1 + r_2 + \dots + r_A) = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A r_i = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^{N+1} r_i \quad (31-3)$$

و المان حجم در این مختصات به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\prod_{i=1}^N dr_i = N^{\frac{3}{2}} dR \prod_{j=1}^{N-1} d\xi_j = dx \quad (32-3)$$

اگر پتانسیل بین ذرات تنها وابسته به توان‌هایی از فاصله نسبی آن‌ها باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب ابرشعاع^{۱۱۷} نوشت. در این صورت به این پتانسیل‌ها، پتانسیل‌های فوق مرکزی^{۱۱۸} می‌گویند [۲۰۲، ۲۰۳ و ۲۰۴]. ابرشعاع x به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x^2 = \sum_{i=1}^{N-1} (\xi_i^2) \quad (۳۳-۳)$$

برای بررسی ساختارهای سه جسمی، دو مختصات ژاکوبی [۲] و [۲] را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۲۰۵ و ۲۰۶]:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(r_1 - r_2), \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{6}}(r_1 + r_2 - 2r_3) \quad (۳۴-۳)$$

که r_1 ، r_2 و r_3 مختصات ذرات می‌باشند و تعریف می‌کنیم [۲۰۷]:

$$m_\rho = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}, \quad m_\lambda = \frac{3m_3(m_1 + m_2)}{2(m_1 + m_2 + m_3)} \quad (۳۵-۳)$$

که در معادله فوق m_1 ، m_2 و m_3 جرم ذرات تشکیل دهنده سیستم سه جسمی می‌باشند. جرم کاهشیده سیستم سه ذره‌ای به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu = \frac{2m_\rho m_\lambda}{m_\rho + m_\lambda} \quad (۳۶-۳)$$

با توجه به [۲] و [۲] مختصات فوق کروی^{۱۱۹} به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۰۷]:

$$x = \sqrt{\rho^2 + \lambda^2}, \quad \zeta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho}{\lambda}\right) \quad (۳۷-۳)$$

هامیلتونین به صورت معادله (۳۷-۳) نوشته می‌شود:

¹¹⁷ Hyper-Radius

¹¹⁸ Hypercentral

¹¹⁹ Hyperspherical

$$H = \frac{p_\rho^2}{2m_\rho} + \frac{p_\lambda^2}{2m_\lambda} + V(\rho, \lambda) = \frac{p^2}{2\mu} + V(x) \quad (38-3)$$

در معادله (38-3)، $V(x)$ پتانسیل سه جسمی است که x مختصه فوق شعاع مربوط به مختصات هر سه ذره می باشد [207].

3-4-2 مروری بر روش پارامتری NU

فرم کلی معادله شرودینگر در این روش، به صورت زیر در نظر گرفته می شود [208، 209] و

[210]:

$$\left[\frac{d^2}{ds^2} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2 s}{s(1 - \alpha_3 s)} \frac{d}{ds} + \frac{-\xi_1 s^2 + \xi_2 s - \xi_3}{(s(1 - \alpha_3 s))^2} \right] \Psi = 0 \quad (39-3)$$

با توجه به روش NU، معادله ویژه مقدار انرژی و تابع موج از روابط زیر بدست می آید:

$$\alpha_2 n - (2n + 1)\alpha_5 + (2n + 1)(\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3 \sqrt{\alpha_8}) + n(n - 1)\alpha_3 + \alpha_7 + 2\alpha_3 \alpha_8 + 2\sqrt{\alpha_8 \alpha_9} = 0 \quad (40-3)$$

$$\Psi_{n,l}(s) = N_{n,l} s^{\alpha_{12}} (1 - \alpha_3 s)^{\alpha_{13}} P_n^{(\alpha_{10}, \alpha_{11})}(1 - 2\alpha_3 s) \quad (41-3)$$

که N ثابت نرمالیزاسیون و $P_n^{(\mu, \nu)}(x)$ چند جمله ای ژاکوبی^{۱۲۰} می باشد که با رابطه زیر تعریف می شود

[211]:

$$P_n^{(\mu, \nu)}(x) = \frac{(\mu + 1)n}{n!} {}_2F_1 \left(-n, 1 + \mu + \nu + n; \mu + 1; \frac{1}{2}(1 - x) \right) \quad (42-3)$$

ضرایب \mathbb{Q}_1 همانند رابطه زیر تعریف می شوند [212 و 213]:

¹²⁰ Jacobi Polynomial

$$\begin{aligned}
\alpha_4 &= \frac{1}{2}(1 - \alpha_1), & \alpha_5 &= \frac{1}{2}(\alpha_2 - 2\alpha_3), \\
\alpha_6 &= \alpha_5^2 + \xi_1, & \alpha_7 &= 2\alpha_4\alpha_5 - \xi_2, \\
\alpha_8 &= \alpha_4^2 + \xi_3, & \alpha_9 &= \alpha_3\alpha_7 + \alpha_6 + \alpha_3^2\alpha_8, \\
\alpha_{10} &= \alpha_1 + 2\alpha_4 + 2\sqrt{\alpha_8} - 1, & \alpha_{11} &= 1 - \alpha_1 - 2\alpha_4 + \frac{2}{\alpha_3}\sqrt{\alpha_9}, \quad \alpha_3 \neq 0 \\
\alpha_{12} &= \alpha_4 + \sqrt{\alpha_8}, & \alpha_{13} &= -\alpha_4 + \frac{1}{\alpha_3}(\sqrt{\alpha_9} - \alpha_5), \quad \alpha_3 \neq 0
\end{aligned} \tag{۴۳-۳}$$

در حالتی که $\alpha_3 = 0$ ضرایب α_{11}, α_{13} از رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned}
\alpha_{11} &= \alpha_2 - 2\alpha_5 + 2(\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3\sqrt{\alpha_8}) \\
\alpha_{13} &= \alpha_5 - (\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3\sqrt{\alpha_8})
\end{aligned} \tag{۴۴-۳}$$

و معادله (۴۱-۳) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Psi(s) = s^{\alpha_{12}} e^{\alpha_{13}s} L_n^{\alpha_{10}-1}(\alpha_{11}s) \tag{۴۵-۳}$$

که $L_n^\alpha(x)$ چندجمله‌ای لاگر^{۱۲۱} می‌باشد [۲۱۴].

۳-۴-۳ ویژه مقدار انرژی و تابع موج معادله شرودینگر در حضور پتانسیل پیشنهادی اول

معادله مستقل از زمان شرودینگر برای سیستم N ذره‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۱۵]:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{d\Psi}{dx} + \frac{2\mu}{\hbar^2} (E_{n,l} - V(x)) - \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+D-2)}{x^2} \Psi = 0 \tag{۴۶-۳}$$

که در رابطه فوق $D=3N-3$ و μ جرم کاهش‌یافته^{۱۲۲} و $V(x)$ پتانسیل بین ذرات می‌باشد. پتانسیل ایکارت^{۱۲۳} یکی از موفق‌ترین پتانسیل‌هایی است که برای برهمکنش بین ذرات توسط محققین

¹²¹ Laguerre Polynomial

¹²² Reduced Mass

¹²³ Eckart Potential

بسیاری مورد استفاده قرار گرفته است [۲۱۶]. پتانسیل ایکارت تعمیم یافته بعلاوه پتانسیل کولنی را برای برهمکنش بین ذرات در نظر می گیریم [۲۱۷]:

$$V(x) = 4V_0 \frac{e^{-2\alpha x}}{(1 - e^{-2\alpha x})^2} + \frac{V_1}{x} \quad (۴۷-۳)$$

در معادله ی فوق V_0 و V_1 پارامترهای مربوط به عمق چاه پتانسیل و α نشان دهنده محدوده ی پتانسیل می باشد. با جایگذاری معادله (۴۷-۳) در معادله (۴۶-۳) داریم:

$$\frac{d^2 R(x)}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{dR(x)}{dx} + \frac{2\mu}{h^2} \left(E - 4V_0 \frac{e^{-2\alpha x}}{(1 - e^{-2\alpha x})^2} - \frac{V_1}{x} - \frac{h^2}{2\mu} \frac{l(l+D-2)}{x^2} \right) R(x) = 0 \quad (۴۸-۳)$$

همانطور که از معادله فوق مشهود است، پتانسیل مؤثر شامل جملات نمایی و عکس مجذوری می باشد، از اینرو همانطور که قبلاً ذکر شد، استفاده از تقریب پکریس راه حل مناسبی برای حل مسأله می باشد. فرم اصلاح شده ی تقریب پکریس به صورت زیر نوشته می شود [۲۱۸]:

$$\frac{1}{x^2} \approx \frac{4\alpha^2}{(1 - e^{-2\alpha x})^2} \quad \text{و} \quad a \ll 1 \quad (۴۹-۳)$$

با استفاده از تغییر متغیر $s = e^{-2\alpha x}$ و رابطه (۴۹-۳)، معادله (۴۸-۳) به صورت معادله (۵۰-۳) بازنویسی می شود:

$$\frac{d^2 R(s)}{ds^2} + \frac{(2-D)-s}{s(1-s)} \frac{dR(s)}{ds} + \frac{1}{s^2(1-s)^2} (-\xi_1 s^2 + \xi_2 s - \xi_3) R(s) = 0 \quad (۵۰-۳)$$

که پارامترهای ξ_1, ξ_2, ξ_3 عبارتند از :

$$\begin{aligned} \xi_1 &= -\frac{\mu}{2\alpha^2 h^2} E \\ \xi_2 &= -\frac{\mu}{\alpha^2 h^2} E - \frac{2\mu}{\alpha^2 h^2} V_0 + \frac{\mu}{\alpha h^2} V_1 \\ \xi_3 &= \frac{\mu}{\alpha h^2} V_1 - \frac{\mu}{2\alpha^2 h^2} E + l(l+D-2) \end{aligned} \quad (۵۱-۳)$$

و ضرایب α_i ها از رابطه (۵۲-۳) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= 2 - D, & \alpha_2 &= \alpha_3 = 1, & \alpha_4 &= \frac{1}{2}(D-1), & \alpha_5 &= \frac{-1}{2}, \\
 \alpha_6 &= \frac{1}{4} + \xi_1, & \alpha_7 &= -\frac{1}{2}(D-1) - \xi_2, & \alpha_8 &= \frac{1}{4}(D-1)^2 + \xi_3, \\
 \alpha_9 &= \xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{1}{4}, & \alpha_{10} &= 2\sqrt{\frac{1}{4}(D-1)^2 + \xi_3}, \\
 \alpha_{11} &= 2\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{1}{4}}, \\
 \alpha_{12} &= \frac{1}{2}(D-1) + \sqrt{\frac{1}{4}(D-1)^2 + \xi_3}, \\
 \alpha_{13} &= -\frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{2} + \sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{1}{4}}
 \end{aligned} \tag{۵۲-۳}$$

با استفاده از رابطه‌ی (۴۰-۳) داریم:

$$\begin{aligned}
 &n - (2n+1)\left(\frac{-1}{2}\right) + n(n-1) - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{2\mu}{\alpha^2 h^2} v_0 + \frac{\mu}{\alpha h^2} v_1 + \frac{1}{2}(D-1)^2 + \\
 &2l(l+D-2) + (2n+1)\left(\sqrt{\frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{\mu}{\alpha h^2} v_1 - \frac{\mu}{2\alpha^2 h^2} E} + l(l+D-2) + \right. \\
 &\left. \sqrt{\frac{2\mu}{\alpha^2 h^2} v_0 + l(l+D-2) - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{1}{4}}\right) + \\
 &2\sqrt{\frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{\mu}{\alpha h^2} v_1 - \frac{\mu}{2\alpha^2 h^2} E} + l(l+D-2) \\
 &\sqrt{\frac{2\mu}{\alpha^2 h^2} v_0 + l(l+D-2) - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{1}{4}} = 0
 \end{aligned} \tag{۵۳-۳}$$

تابع موج به صورت رابطه‌ی (۵۴-۳) بدست می‌آید:

$$R_{n,l}(s) = N_{n,l} s^{\frac{1}{2}(D-1) + \sqrt{\alpha_8}} (1-s)^{\frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{2} + \sqrt{\alpha_9}} P_n^{(2\sqrt{\alpha_8}, 2\sqrt{\alpha_9})}(1-2s) \tag{۵۴-۳}$$

۳-۴-۱ ترازهای انرژی ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل لایه‌ای

هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ می‌توانند به صورت پنج نوکلئون اضافی در تراز $p_{3/2}$ اطراف یک مرکز مدل شوند. اسپین و پاریته‌ی هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در حالت پایه $J^\pi=3/2^-$ می‌باشد [۱۷۵]. با انتخاب ضرایب پتانسیلی مناسب انرژی حالت پایه و تراز برانگیخته‌ی $1F_{5/2}$ در مقایسه با نتایج تجربی [۱۴۵] در جدول (۳-۳) آورده شده است.

جدول ۳-۳: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل لایه‌ای در حضور پتانسیل اول

isotopes	Parameters of the potential			J^π	$E(\text{MeV})$	
	$\hbar^2(\text{fm}^{-1})$	$V_0(\text{MeV})$	$V_1(\text{MeV}\cdot\text{fm})$		our	Exp[145]
${}^9\text{B}$	۰/۰۳۵	۵۲/۹۲۰	-۱۵/۱۹۰	$3/2^-$	-۵۶/۳۱۳	-۵۶/۳۱۳
				$5/2^-$	-۵۳/۶۷۱	-۵۳/۹۶۸
${}^9\text{Be}$	۰/۰۳۵	۵۴/۵۴۱	-۱۹/۰۸۱	$3/2^-$	-۵۸/۱۶۴	-۵۸/۱۶۴
				$5/2^-$	-۵۵/۴۹۵	-۵۵/۷۳۵

۳-۴-۲ ترازهای انرژی ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل خوشه‌ای

از آغاز پیدایش دانش هسته‌ای، پدیده خوشه شدن مطرح بوده و در توصیف حالت‌های هسته‌ای، طیف انرژی و دیگر خواص هسته‌ای موفق عمل کرده است [۲۱۹]. تغییرشکل 124 نقش بسیار مهمی در هسته‌های سبک، بازی می‌کند [۲۲۰]. ساختار دو خوشه‌ای ${}^9\text{Be}$ به صورت ${}^8\text{Be} - n$ و یا ${}^5\text{He} - \alpha$ بیان می‌شود [۱۲۲ و ۱۲۳]. تصور ساختار سه جسمی نیز برای ${}^9\text{Be}$ دور از ذهن به نظر نمی‌آید [۱۲۴]. مدل سه جسمی ${}^9\text{Be}$ به صورت برهمکنش دو خوشه α و تک نوکلئون مطرح می‌شود. همانطور که در فصل ۱ توضیح دادیم، ساختار هسته‌های خارج از خط پایداری نوترون (پروتون) بوسیله ارتباط بین خوشه‌های α و نوکلئون ظرفیت توضیح داده می‌شوند [۱۹۷ و ۱۹۹]. از اینرو، هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ را می‌توان به صورت ترکیبی از دو خوشه‌ی α و تک نوکلئون در نظر

¹²⁴ Deformation

گرفت [۱۹۵]. با انتخاب پتانسیل (۳-۴۷) برای برهم‌کنش بین ذرات (نیروی سه جسمی) در سیستم مختصات ژاکوبی و انتخاب ضرایب پتانسیل مناسب، نتایج حاصل برای انرژی حالت پایه و تراز $1F_{5/2}$ در مدل خوشه‌ای در مقایسه با نتایج تجربی و محاسبات دیگران در جدول (۳-۴) آورده شده است [۱۴۵، ۱۹۷ و ۱۹۹].

جدول ۳-۴: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ در مدل خوشه‌ای در حضور پتانسیل پیشنهادی اول

isotope	Parameters of the potential			J^π	$E(\text{MeV})$		
	$\chi(\text{fm}^{-1})$	$V_0(\text{MeV})$	$V_1(\text{MeV}\cdot\text{fm})$		our	Others [197,199]	Exp [145]
${}^9\text{B}$	۰/۰۷۵	۴۷/۵۷۵	-۲۵/۰۸۱	$3/2^-$	-۵۶/۳۱۳	-۵۵/۲	-۵۶/۳۱۳
				$5/2^-$	-۵۳/۹۷۴	-۵۲/۹	-۵۳/۹۶۸
${}^9\text{Be}$	۰/۰۷۵	۴۹/۲۹۰	-۲۴/۹۱۰	$3/2^-$	-۵۸/۱۶۴	-۵۶/۴	-۵۸/۱۶۴
				$5/2^-$	-۵۵/۸۱۷	-۵۳/۸	-۵۵/۷۳۵

مقایسه نتایج دو مدل برای پتانسیل پیشنهادی در جدول ۳-۵ آمده است.

جدول ۳-۵: مقایسه انرژی مدل لایه‌ای و خوشه‌ای هسته‌های ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ در حضور پتانسیل پیشنهادی اول

isotopes	J^π	$E(\text{MeV})$		
		Shell model	cluster model	experimental
${}^9\text{B}$	$3/2^-$	-۵۶/۳۱۳	-۵۶/۳۱۳	-۵۶/۳۱۳
	$5/2^-$	-۵۳/۶۷۱	-۵۳/۹۷۴	-۵۳/۹۶۸
${}^9\text{Be}$	$3/2^-$	-۵۸/۱۶۴	-۵۸/۱۶۴	-۵۸/۱۶۴
	$5/2^-$	-۵۵/۴۹۵	-۵۵/۸۱۷	-۵۵/۷۳۵

همانطور که در جدول ۳-۵ مشهود است، برای پتانسیل پیشنهادی، مدل خوشه‌ای در توافق بهتری با نتایج تجربی می‌باشد.

۳-۴-۴ ویژه مقدار انرژی و تابع موج معادله شرودینگر در حضور پتانسیل پیشنهادی دوم

در این بخش، پتانسیل (۳-۵۵) که شامل پتانسیل ایکارت تعمیم یافته^{۱۲۵} [۲۱۶ و ۲۲۰] و

یک بخش پتانسیل شبه یوکاوا می‌باشد را به عنوان برهم‌کنش بین ذرات در نظر می‌گیریم:

$$V(x) = 4V_0 \frac{e^{-2\alpha x}}{(1 - e^{-2\alpha x})^2} + \frac{\alpha V_1}{x} e^{-2\alpha x} \quad (۳-۵۵)$$

در معادله‌ی فوق V_0 و V_1 پارامترهای مربوط به عمق چاه پتانسیل و [۲] نشان دهنده محدوددهی پتانسیل می‌باشد. با جایگذاری معادله (۳-۵۵) در معادله (۳-۴۶) داریم:

$$\frac{d^2 R(x)}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{dR(x)}{dx} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E - 4V_0 \frac{e^{-2\alpha x}}{(1 - e^{-2\alpha x})^2} - \frac{\alpha V_1}{x} e^{-2\alpha x} - \frac{\hbar^2 l(l+D-2)}{2\mu x^2} \right) R(x) = 0 \quad (۳-۵۶)$$

با استفاده از تغییر متغیر $s = e^{-2\alpha x}$ و تقریب پکریس که در معادله (۳-۴۹) نشان داده شده است، معادله (۳-۵۶) به صورت معادله (۳-۵۷) بازنویسی می‌شود [۲۱۸]:

$$\frac{d^2 R}{ds^2} + \frac{(2-D)-s}{s(1-s)} \frac{dR}{ds} + \frac{1}{s^2(1-s)^2} (-\xi_1 s^2 + \xi_2 s - \xi_3) R = 0 \quad (۳-۵۷)$$

که پارامترهای ξ_1, ξ_2, ξ_3 عبارتند از:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= -\frac{\mu}{2\alpha^2 \hbar^2} E - \frac{\mu}{\hbar^2} V_1 \\ \xi_2 &= -\frac{\mu}{\alpha^2 \hbar^2} E - \frac{2\mu}{\alpha^2 \hbar^2} V_0 + \frac{\mu}{\hbar^2} V_1 \\ \xi_3 &= -\frac{\mu}{2\alpha^2 \hbar^2} E + l(l+D-2) \end{aligned} \quad (۳-۵۸)$$

و ضرایب [۲]ها از رابطه زیر بدست می‌آیند:

¹²⁵ Modified Eckart Potential

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= 2-D, & \alpha_2 &= \alpha_3 = 1, & \alpha_4 &= \frac{1}{2}(D-1), & \alpha_5 &= \frac{-1}{2}, \\
\alpha_6 &= \frac{1}{4} + \xi_1, & \alpha_7 &= -\frac{1}{2}(D-1) - \xi_2, & \alpha_8 &= \frac{1}{4}(D-1)^2 + \xi_3, \\
\alpha_9 &= \xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{1}{4}, & \alpha_{10} &= 2\sqrt{\frac{1}{4}(D-1)^2 + \xi_3}, \\
\alpha_{11} &= 2\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{1}{4}}, \\
\alpha_{12} &= \frac{1}{2}(D-1) + \sqrt{\frac{1}{4}(D-1)^2 + \xi_3}, \\
\alpha_{13} &= -\frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{2} + \sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \frac{1}{2}(D-1) + \frac{1}{4}(D-1)^2 + \frac{1}{4}}
\end{aligned} \tag{۵۹-۳}$$

با استفاده از رابطه‌ی (۳-۴۰) داریم:

$$\begin{aligned}
2n + \frac{1}{2} + n(n-1) - \frac{1}{2}(D-1)(2-D) + \frac{2\mu}{h^2\alpha^2}V_0 + \frac{\mu}{h^2}V_1 + 2l(l+D-2) + \\
(2n+1)(\sqrt{\alpha_9} + \sqrt{\alpha_8}) + 2\sqrt{\alpha_9}\sqrt{\alpha_8} = 0
\end{aligned} \tag{۶۰-۳}$$

تابع موج به صورت رابطه‌ی (۳-۶۱) بدست می‌آید:

$$R_{n,l}(s) = N_{n,l} s^{\frac{1}{2}(D-1)+\sqrt{\alpha_8}} (1-s)^{-\frac{1}{2}(D-1)+\frac{1}{2}+\sqrt{\alpha_9}} P_n^{(2\sqrt{\alpha_8}, 2\sqrt{\alpha_9})}(1-2s) \tag{۶۱-۳}$$

۳-۴-۴-۱- ترازهای انرژی ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در مدل لایه‌ای

با انتخاب ضرایب پتانسیلی مناسب انرژی حالت پایه و تراز برانگیخته‌ی $1F_{5/2}$ در مقایسه با

نتایج تجربی در جدول (۳-۶) آورده شده است [۱۴۵].

جدول ۳-۶: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ در مدل لایه‌ای در حضور پتانسیل پیشنهادی دوم

isotope	Parameters of potential			J^π	E(MeV)	
	$\hbar^2(\text{fm}^{-1})$	$V_0(\text{MeV})$	$V_1(\text{MeV}\cdot\text{fm})$		Our work	Exp [145]
${}^9\text{B}$	۰/۰۳۵	۵۳/۴۰۹	-۲۲/۲۸۱	$3/2^-$	-۵۶/۳۱۳	-۵۶/۳۱۳
				$5/2^-$	-۵۳/۶۸۹	-۵۳/۹۶۸
${}^9\text{Be}$	۰/۰۳۵	۵۵/۱۵۴	-۲۵/۵۸۵	$3/2^-$	-۵۸/۱۶۴	-۵۸/۱۶۴
				$5/2^-$	-۵۵/۵۱۷	-۵۵/۷۳۵

۳-۴-۲ ترازهای انرژی ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ در مدل خوشه‌ای

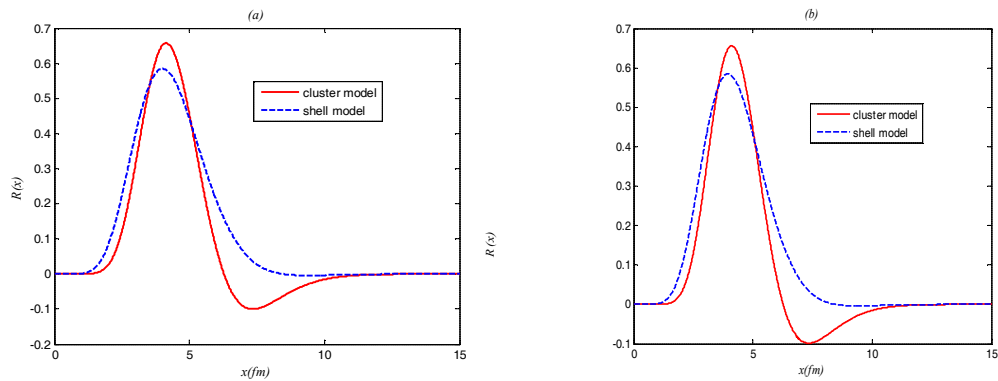
با انتخاب پتانسیل (۳-۵۵) برای برهم‌کنش بین ذرات (نیروی سه جسمی) در سیستم مختصات ژاکوبی و انتخاب ضرایب پتانسیل مناسب، نتایج حاصل برای انرژی حالت پایه و تراز $1F_{5/2}$ در مدل خوشه‌ای در مقایسه با نتایج تجربی و دیگران در جدول (۳-۷) آورده شده است [۱۹۷] و [۱۹۹].

جدول ۳-۷: مقادیر انرژی هسته‌های ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ در مدل خوشه‌ای در حضور پتانسیل پیشنهادی دوم

isotope	Parameters of potential			J^π	E(MeV)		
	$\hbar^2(\text{fm}^{-1})$	$V_0(\text{MeV})$	$V_1(\text{MeV}\cdot\text{fm})$		Our work	Exp [145]	Others [197,199]
${}^9\text{B}$	۰/۰۸	۴۹/۰۵۰	-۲۰/۲۸۱	$3/2^-$	-۵۶/۳۱۳	-۵۶/۳۱۳	-۵۵/۲
				$5/2^-$	-۵۳/۷۸۴	-۵۳/۹۶۸	-۵۲/۹
${}^9\text{Be}$	۰/۰۸	۵۰/۷۵۹	-۲۲/۰۸۰	$3/2^-$	-۵۸/۱۶۴	-۵۸/۱۶۴	-۵۶/۴
				$5/2^-$	-۵۵/۶۲۱	-۵۵/۷۳۵	-۵۳/۸

توابع موج هسته‌های ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ در دو مدل لایه‌ای و خوشه‌ای در نمودار شکل (۳-۵) نشان

داده شده است.



شکل (۳-۵): توابع موج (a) ${}^9\text{Be}$ و (b) ${}^9\text{B}$ در دو مدل لایه‌ای و خوشه‌ای

مقایسه نتایج دو مدل برای پتانسیل پیشنهادی در جدول ۳-۸ آمده است.

جدول ۳-۸: مقایسه انرژی مدل لایه‌ای و خوشه‌ای هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ در حضور پتانسیل دوم

isotopes	J^π	$E(\text{MeV})$		
		Shell model	cluster model	experimental
${}^9\text{B}$	$3/2^-$	-۵۶/۳۱۳	-۵۶/۳۱۳	-۵۶/۳۱۳
	$5/2^-$	-۵۳/۶۸۹	-۵۳/۷۸۴	-۵۳/۹۶۸
${}^9\text{Be}$	$3/2^-$	-۵۸/۱۶۴	-۵۸/۱۶۴	-۵۸/۱۶۴
	$5/2^-$	-۵۵/۵۱۷	-۵۵/۶۲۱	-۵۵/۷۳۵

همانطور که در جدول ۳-۸ مشهود است، برای پتانسیل پیشنهادی، مدل خوشه‌ای در توافق بهتری با نتایج تجربی می‌باشد.

۳-۵ هسته‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ در مدل لایه‌ای و خوشه‌ای

هسته‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ نیز مانند هسته‌های ${}^9\text{Be}$ و ${}^9\text{B}$ می‌توانند به صورت پنج نوکلئون منفرد حول یک مرکز در نظر گرفته شوند. حالت پایه‌ی آنها دارای اسپین و پاریتی $3/2^+$ می‌باشد [۲۲۰]. با انتخاب ضرایب پتانسیل مناسب در معادله (۳-۵۹) انرژی حالت پایه و حالت برانگیخته

هسته‌های ^{21}Na و ^{21}Ne در مدل لایه‌ای در جدول (۳-۷) با نتایج تجربی مقایسه شده است [۲۲۰] و [۲۲۲].

جدول ۳-۹: مقادیر انرژی هسته‌های ^{21}Na و ^{21}Ne در مدل لایه‌ای

isotope	Parameters of potential			J^π	E(MeV)	
	$\hbar^2(\text{fm}^{-1})$	$V_0(\text{MeV})$	$V_1(\text{MeV}\cdot\text{fm})$		our	Exp
^{21}Na	۰/۰۲۴	۱۵۷/۱۴۵	-۳۰/۳۸۵	$3/2^+$	-۱۶۳/۰۴۶	-۱۶۳/۰۴۶
				$7/2^+$	-۱۶۱/۲۸۲	-۱۶۱/۳۳
^{21}Ne	۰/۰۲۴	۱۶۱/۳۸۵	-۳۵/۷۵۵	$3/2^+$	-۱۶۷/۴۰۵	-۱۶۷/۴۰۵
				$7/2^+$	-۱۶۵/۶۳۶	-۱۶۵/۶۶

ساختارهای خوشه‌ای $^{20}\text{Ne-n}$ ، $^{16}\text{O-n}$ و $^{12}\text{C-n}$ برای ^{21}Na و ساختارهای $^{20}\text{Ne-p}$ و $^{16}\text{O-n-p}$ برای ^{21}Ne مطرح و بررسی شده‌اند [۱۴۴]. با در نظر گرفتن ساختار خوشه‌ای $^{20}\text{Ne-n}$ و $^{20}\text{Ne-p}$ برای ایزوتوپ‌های مورد بررسی به محاسبه انرژی حالت پایه و برانگیخته آنها در مدل خوشه‌ای پرداختیم. نتایج محاسبه در مقایسه با داده‌های تجربی را در جدول (۳-۱۰) ارائه نموده‌ایم.

جدول ۳-۱۰: مقادیر انرژی هسته‌های ^{21}Na و ^{21}Ne در مدل خوشه‌ای

isotope	Parameters of potential			J^π	E(MeV)	
	$\hbar^2(\text{fm}^{-1})$	$V_0(\text{MeV})$	$V_1(\text{MeV}\cdot\text{fm})$		our	Exp
^{21}Na	۰/۰۷۸	۱۵۱/۰۱۱	-۲۷/۴۵۳	$3/2^+$	-۱۶۳/۰۴۶	-۱۶۳/۰۴۶
				$7/2^+$	-۱۶۱/۳۲۳	-۱۶۱/۳۳
^{21}Ne	۰/۰۷۸	۱۵۵/۱۸۲	-۲۹/۴۵۳	$3/2^+$	-۱۶۷/۴۰۵	-۱۶۷/۴۰۵
				$7/2^+$	-۱۶۵/۶۸۱	-۱۶۵/۶۶

مقایسه نتایج دو مدل در جدول ۳-۱۱ آمده است.

جدول ۳-۱۱: مقایسه مقادیر انرژی هسته‌های ^{21}Na و ^{21}Ne در دو مدل لایه‌ای و خوشه‌ای

isotopes	J^π	$E(\text{MeV})$		
		Shell model	cluster model	experimental
^{21}Na	$3/2^+$	-۱۶۳/۰۴۶	-۱۶۳/۰۴۶	-۱۶۳/۰۴۶
	$7/2^+$	-۱۶۱/۲۸۲	-۱۶۱/۳۲۳	-۱۶۱/۳۳
^{21}Ne	$3/2^+$	-۱۶۷/۴۰۵	-۱۶۷/۴۰۵	-۱۶۷/۴۰۵
	$7/2^+$	-۱۶۵/۶۳۶	-۱۶۵/۶۸۱	-۱۶۵/۶۶

۳-۶ محاسبه انرژی ایزوتوپ‌های مورد بررسی در سیستم نسبیتی

یکی از ساختارهای مطرح برای ایزوتوپ‌های ^9B ، ^9Be ، ^{21}Na و ^{21}Ne ساختار دو خوشه‌ای نوکلئون منفرد در برهم‌کنش با هسته دوجادویی می‌باشد. با در نظر گرفتن چنین ساختاری برای هسته‌های مزبور به حل معادله دیراک در سیستم نسبیتی با در نظر گرفتن پتانسیل مناسب به عنوان برهم‌کنش بین ذرات پرداختیم. معادله دیراک در تقارن اسپینی در حضور پتانسیل رابطه (۳-۴۷) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{k(k+1)}{r^2} - \frac{1}{\hbar^2 c^2} (Mc^2 + E_{n_r, k}) \right. \\ \left. (Mc^2 - E_{n_r, k} + 8V_0 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1 - e^{-2\alpha r})^2} + \frac{2V_1}{r}) \right] F_{n_r, k}(r) = 0 \quad (۳-۶۲)$$

با استفاده از تغییر متغیر $s = e^{-2\alpha r}$ و تقریب پکریس، معادله فوق به صورت معادله زیر در می‌آید:

$$\frac{d^2 F}{ds^2} + \frac{1-s}{s(1-s)} \frac{dF}{ds} + \frac{1}{s^2(1-s)^2} (-\xi_1 s^2 + \xi_2 s - \xi_3) F = 0 \quad (۳-۶۳)$$

که ضرایب ξ_i از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\xi_1 = -\frac{E^2 - M^2 C^4}{4\alpha^2 \hbar^2 C^2}$$

$$\xi_2 = -2\frac{E^2 - M^2 C^4}{4\alpha^2 \hbar^2 C^2} - 8\frac{E + MC^2}{4\alpha^2 \hbar^2 C^2} V_0 + 4\frac{E + MC^2}{4\alpha^2 \hbar^2 C^2} \alpha V_1 \quad (64-3)$$

$$\xi_3 = k(k+1) - \frac{E^2 - M^2 C^4}{4\alpha^2 \hbar^2 C^2} + 4\frac{E + MC^2}{4\alpha^2 \hbar^2 C^2} \alpha V_1$$

با استفاده از روش پارامتری NU و بکارگیری روابط مربوط، معادله ویژه مقدار انرژی به صورت رابطه زیر نوشته می شود:

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} + (2n+1)\left(\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 + \frac{1}{4}} + \sqrt{\xi_3}\right) - \xi_2 + 2\xi_3 \quad (65-3)$$

$$+ 2\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 + \frac{1}{4}}\sqrt{\xi_3} = 0$$

انرژی حالت پایه و تراز برانگیخته هسته های مورد بررسی در سیستم نسبیتی در جدول (۳-۱۲) ارائه گردیده است.

جدول ۳-۱۲: مقادیر انرژی هسته های ^{21}Ne و ^{21}Na در سیستم نسبیتی

isotope	Parameters of potential			state	E(MeV)	
	\hbar (fm ⁻¹)	V ₀ (MeV)	V ₁ (MeV.fm)		our	Exp
^9Be	۰/۰۲۸۹	۰/۰۶۹	-۴۱۰/۸۲۱	1p _{3/2}	-۵۸/۱۶۵	-۵۸/۱۶۴
				1f _{5/2}	-۵۵/۷۸۰	-۵۵/۷۳۵
^9B	۰/۰۲۸۸	۰/۰۷۰	-۴۱۴/۴۲۶۵	1p _{3/2}	-۵۶/۳۱۳	-۵۶/۳۱۳
				1f _{5/2}	-۵۳/۹۵۳	-۵۳/۹۶۸
^{21}Na	۰/۰۳۲۰	۰/۱۲۸	-۴۸۲/۲۷۱	1d _{3/2}	-۱۶۳/۰۴۵	-۱۶۳/۰۴۶
				1g _{7/2}	-۱۶۱/۱۸۳	-۱۶۱/۳۳
^{21}Ne	۰/۰۳۲۲	۰/۱۰۸	-۵۲۵/۴۴۲	1d _{3/2}	-۱۶۷/۴۰۴	-۱۶۷/۴۰۵
				1g _{7/2}	-۱۶۵/۲۱۵	-۱۶۵/۶۶

مؤلفه بالایی تابع موج دیراک به صورت رابطه زیر نوشته می شود:

$$F_{n,k}(r) = N(e^{-2\alpha r})^{\sqrt{\xi_3}} (1 - e^{-2\alpha r})^{\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}} P_n^{(2\sqrt{\xi_3}, 2\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 + \frac{1}{4}})} (1 - 2e^{-2\alpha r}) \quad (66-3)$$

مؤلفه پایینی تابع موج دیراک از رابطه زیر قابل مقایسه می‌باشد:

$$G_{n,k}(r) = \frac{\hbar^2 c^2}{E + Mc^2} \left(\frac{d}{dr} + \frac{k}{r} \right) F_{n,k}(r) \quad (67-3)$$

تابع موج معادله دیراک از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\Psi_{n,k}(r, \theta, \varphi) = \frac{N}{r} \left[\begin{array}{c} Y_{j,m}^1(\theta, \varphi) \\ \frac{i}{E + Mc^2} \left(\frac{d}{dr} + \frac{k}{r} \right) Y_{j,m}^1(\theta, \varphi) \end{array} \right] (e^{-2\alpha r})^{\sqrt{\xi_3}} \quad (68-3)$$

$$(1 - e^{-2\alpha r})^{\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}} P_n^{(2\sqrt{\xi_3}, 2\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 + \frac{1}{4}})} (1 - 2e^{-2\alpha r})$$

۷-۳ بحث و نتیجه‌گیری

خوشه‌بندی هسته‌ای، ظهور ساختارهای شبه مولکولی در فیزیک هسته‌ای را توصیف می‌کند. در این کار سیستم‌های پنج ذره‌ای را در مدل‌های خوشه‌ای و لایه‌ای مورد مطالعه و بررسی قرار دادیم. پنج‌کوارکی Θ^+ نمونه‌ای از یک سیستم پنج ذره‌ای بوده، که از دو کوارک بالا^{۱۲۶}، دو کوارک پائین^{۱۲۷} و یک پادکوارک شگفت^{۱۲۸} تشکیل شده است. با توجه به پیوند بین کوارک‌ها و تشکیل دی‌کوارک و تری‌کوارک، ما ساختار Θ^+ را به صورت ترکیبی از یک باریون (تری کوارک) و یک مزون (دی‌کوارک) در نظر گرفتیم. با صرف‌نظر از برهمکنش داخلی خوشه‌ها، با در نظر گرفتن پتانسیل یوکاوا و یوکاوای تعمیم‌یافته به عنوان برهم‌کنش بین خوشه‌ها به محاسبه‌ی انرژی Θ^+ در سیستم غیرنسبیتی پرداختیم و مقادیر قابل قبولی بدست آوردیم. ایزوتوپ‌های ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ با توجه به اینکه بعد از پوسته بسته $S_{1/2}$ دارای پنج نوکلئون منفرد می‌باشند، این پنج نوکلئون می‌توانند به صورت خوشه‌ی آلفا

¹²⁶ Up

¹²⁷ Down

¹²⁸ Strange

بعلاوه نوکلئون منفرد توصیف شوند. پس می‌توان ساختار ${}^9\text{B}$ و ${}^9\text{Be}$ را به صورت ترکیب دو خوشه‌ی آلفا و نوکلئون منفرد در نظر گرفت؛ با انتخاب دو پتانسیل مناسب متفاوت یکی پتانسیل تعمیم یافته ایکارت بعلاوه پتانسیل کولنی و دیگری پتانسیل تعمیم یافته ایکارت بعلاوه پتانسیل شبه یوکاوا برای برهم‌کنش بین ذرات و استفاده از سیستم مختصات ژاکوبی برای سیستم سه ذره‌ای، انرژی حالت پایه و برانگیخته در مدل لایه‌ای و خوشه‌ای محاسبه گردید و نتایج مدل لایه‌ای در جداول ۳-۳ و ۳-۵ و برای مدل خوشه‌ای در جداول ۳-۴ و ۳-۶ با نتایج تجربی مقایسه گردید و همانطور که انتظار می‌رفت نتایج خوبی در هر دو مدل بویژه مدل خوشه‌ای بدست آمد. ایزوتوپ‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ نیز بعد از پوسته بسته $P_{1/2}$ پنج نوکلئون منفرد دارد که محاسبات انرژی حالت پایه و برانگیخته آن در مدل لایه‌ای در جدول ۳-۹ آمده است. محاسبات مربوط به مدل خوشه‌ای ایزوتوپ‌های ${}^{21}\text{Na}$ و ${}^{21}\text{Ne}$ در جدول ۳-۱۰ در مقایسه با نتایج تجربی نوشته شده است. همانطور که در جدول ۳-۱۱ مشهود است نتایج بدست آمده از هر دو مدل بویژه مدل خوشه‌ای در تطابق خوبی با نتایج تجربی می‌باشد. در جدول ۳-۱۲ نتایج محاسبات انجام شده در سیستم نسبیتی برای ایزوتوپ‌های مورد بررسی آورده شده است. نتایج حاصل مؤید مناسب بودن ساختار خوشه‌ای برای بررسی هسته‌های مزبور است.

REFERENCES

- [1] Krane, K. S. (1987), *Introductory Nuclear Physics*, 3rd Edition, ISBN: 978-0-471-80553-3
- [2] Iachello, F., Langer, W.D., and Lande, A., (1974), “A quark-like model in high-density matter”, *Nucl. Phys.* A219, 612-620
- [3] Peacock, J. A., Cole, S., Norberg, P., Baugh, C. M., Bland-Hawthorn, J., Bridges, T., Cannon, R. D., Colless, M., Collins, C., and Couch, W. (2001) “A measurement of the cosmological mass density from clustering in the 2dF Galaxy Redshift Survey,” *Nature* 410, pp. 169–173
- [4] Freer, M., (2012), “Nuclear physics: Nucleons come together”, *Nature* 487, 309-310
- [5] Dremin, I. M., and Quigg, C., (1978), “The Cluster Concept in Multiple Hadron Production”, *Science*, Vol. 199, Issue 4332, pp. 937-941
- [6] Okolowicz J., Ploszajczak, M., and Nazarewicz, W., (2012), “On the origin of nuclear clustering”, *Prog Theor Phys Suppl*, vol. 196, 230-243
- [7] Freer, M., (2007), “The clustered nucleus—cluster structures in stable and unstable nuclei,” *Reports Prog. Phys.*, vol. 70, no. 12, p. 2149
- [8] Freer, M., Horiuchi, H., Kanada-En’yo, Y., Lee, D., and Meißner, U. G., (2018), “Microscopic clustering in light nuclei”, *Rev Mod Phys*, vol. 90, no. 3, 035004
- [9] Rutherford, E., (2012), “The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom,” *Philos. Mag.*, vol. 92, no. 4, pp. 379–398
- [10] Ebran, J. P., Khan, E., Niksic, T., and Vretenar, D., (2014), “Crystal, cluster and quantum liquid nuclear states”, *JPCS* 569, 012006
- [11] Ebran, J. P., Khan, E., Niksic, T., and Vretenar, D., (2010), “How atomic nuclei cluster”, *Nature* 487,341-344
- [12] Gamow, G., (1930), “Mass defect curve and nuclear constitution,” *Proc. R. Soc. London. Ser. A, Contain. Pap. a Math. Phys. Character*, vol. 126, no. 803, pp. 632–644
- [13] Wildermuth, K., and Kanellopoulos, T., (1958), “The ‘cluster model’ of the atomic nuclei,” *Nucl. Phys.*, vol. 7, 150–162

- [14] Freer, M., (2010), “Clusters in nuclei,” *Scholarpedia*, vol. 5, no. 6, p. 9652
- [15] Bethe, H. A., and Bacher, R. F., (1936), “Stationary States of Nuclei”, *Rev Mod Phys*, vol. 8, no. 2, 82
- [16] Hafstad, L. R., and Teller, E., (1938), “The alpha-particle model of the nucleus,” *Phys. Rev.*, vol. 54, no. 9, 681
- [17] Sosin, Z., Jan Błocki, J., Jinesh Kallunkathariyil, J., Jerzy Łukasik, J., and Pawłowski, P., (2016), “Alpha cluster model of atomic nuclei”, *EPJ A*, vol. 52, 120
- [18] Horiuchi, H., and Ikeda, K., (1968), “A Molecule-like Structure in Atomic Nuclei of ^{16}O and ^{10}Ne ”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 40, no. 2, 277–287
- [19] Von Oertzen, W., Freer, M., and Kanada-En’yo, Y., (2006), “Nuclear clusters and nuclear molecules”, *Phys. Rep.* 432,43-113
- [20] Beck, C., (2012), “Clusters in Nuclei”, vol. 2. *Springer Science & Business Media*.
- [21] Buck, B., Dover, C. B., and Vary, J. P., (1975), “Simple potential model for cluster states in light nuclei,” *Phys. Rev. C*, vol. 11, no. 5, 1803
- [22] Feenberg, E., and Hammack, Kenyon C., (1949), “Nuclear Shell Structure”, *Phys. Rev.* 75, 1877
- [23] Hofmann, H.M., Mertelmeier, T., and Zahn, W., (1983), “The nuclear systems ^7Li and ^7Be in a resonating group model”, *Nucl. Phys. A*, vol. 410, no. 2, 208-236
- [24] Descouvemont, P., (2002), “Microscopic study of α clustering in the $^{9,10,11}\text{Be}$ isotopes”, *Nucl. Phys. A* 699, 463-478
- [25] Kanada-En’yo, Y., Kimura, M., and Horiuchi, H., (2003), “Antisymmetrized Molecular Dynamics: a new insight into the structure of nuclei”, *Compt. Rendus Phys.* 4, 497-520
- [26] Arai, K., Ogawa, Y., Suzuki, Y., and Varga, K., (2001), “Microscopic multicluster description of light exotic nuclei with stochastic variational method on correlated Gaussians”, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 142, 97-156
- [27] Suzuki, Y., and Varga, K., (1998), “Stochastic variational approach to quantum-mechanical few-body problems”, vol. 54. *Springer Science & Business Media*

- [28] Tang, Y., and Wildermuth, K., (1977), “A unified theory of the nucleus,” *Braunschweig: Vieweg*
- [29] Freer, M., Betts, R. R., and Wuosmaa, A. H., (1995), “Relationship between the deformed harmonic oscillator and clustering in light nuclei,” *Nucl. Phys. A*, vol. 587, no. 1, 36–54
- [30] Mottelson, B. R., and Nilsson, S. G., (1955), “Classification of the nucleonic states in deformed nuclei,” *Phys. Rev.*, vol. 99, no. 5, 1615
- [31] Bertulani, C. A., (2007), “Nuclear physics in a nutshell.” *Princeton University Press*
- [32] Catford, W.N., (2013), “Clustering in Nuclei from $N/Z=1$ to $N/Z=2$ ”, *The Nucleus: New Physics for the New Millennium*, ed. F.D. Smit, R. Lindsay and S.V. Fortsch, ISBN 0-306-46302-4, (Kluwer Academic Press/Plenum Publishers, New York, 2000), 127-142
- [33] Beck, C. (2014), “Present status of nuclear cluster physics and experimental perspectives”, *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 569, 012002
- [34] Papka, P., and Beck, C., (2012), “Clusters in Nuclei Vol.2” *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, ISBN: 978-3-642-24706-4, 353 pages
- [35] Greiner, W., Park, Y. J., and Scheid, W., (1995), “Nuclear Molecules”, *World Scientific*, ISBN: 9810217234, 9789810217235, 477 pages
- [36] Beck C *et al.* (1994), “Role of the number of open channels in the dynamics of the dinucleus binary decay”, *Phys. Rev. C* 49 2618
- [37] Von Oerzten, W., (2001), “Covalently bound molecular structures in the $\alpha + {}^{16}\text{O}$ system”, *Eur. Phys. J. A*, vol. 11, 403
- [38] Wheeler, J. A., (1937), “On the Mathematical Description of Light Nuclei by the Method of Resonating Group Structure”, *Phys. Rev.*, vol. 52, 1083, 1107
- [39] Buck, B., Baldock, R. A., and Rubio, J. A., (1985), “Cluster model of $A=7$ nuclei and the astrophysical S factor for ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ at zero energy”, *JPhysG*, vol.11 no.1

- [40] Seya, M., Kohno, M., and S. Nagata, S., (1981), “Nuclear Binding Mechanism and Structure of Neutron-Rich Be and B Isotopes by Molecular-Orbital Model”, *Prog. Theor Phys*, vol. 65, 204-223
- [41] Von Oertzen, W., (1997), “Dimers based on the $\alpha+\alpha$ potential and chain states of carbon isotopes”, *Z. Phys. A*, vol. 357, 355-365
- [42] Buck, B., Merchant A. C., and Perez, S. M., (1995), “Systematics of alpha-cluster states above double shell closures”, *Phys. Rev. C*, vol. 51, 559
- [43] Riisager, K., (1994), “Nuclear halo states”, *Rev. Mod. Phys.* vol. 66, 1105
- [44] Kabir, A., and Buck, B., (1990), “Cluster model of ^{23}Na and ^{23}Mg ”, *Nucl Phys A*, vol. 518, 449-474
- [45] Buck, B., Hopkins, P. D. B., and Merchant, A. C., (1990), “A $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ cluster model of ^{24}Mg ”, *Nucl. Phys. A.*, vol. 513, 75-114
- [46] Baldock, R., Buck, B., and Rubio, J. A., (1986), “The cluster structure of ^{24}Mg ”, *J. Phys. G.*, vol. 12, no.1
- [47] Cindro, N., (1981), “The resonant behaviour of heavy-ion systems”, *La Rivista del Nuovo Cimento*, vol. 4, no. 6, 1-64; Cindro, N., (1988), “Resonances and nuclear molecular configurations in heavy-ion reactions”, *Ann. Phys. Fr*, vol. 13, 289-324
- [48] Feshbach, H., (1976), “Intermediate structure in light ion reaction”, *J. Phys. Colloques*, vol. 37, no. 5, 177-194
- [49] Brink, D. M., (1965), “Many-body description of nuclear structure and reactions”, in *Proc. Int. School of Physics “Enrico Fermi”, Course XXXVI*, p.247
- [50] Rae, W. D. M., (1988), “Clustering phenomena and shell effects in nuclear structure and reactions”, *Int. J. Mod. Phys. A.*, vol. 3, 1343-1372
- [51] Horiuchi, H., Ikeda, K., and Kato, K., (2012), “Recent Developments in Nuclear Cluster Physics”, *Prog. Theor. Phys. Supp.*, no. 192
- [52] Schwarzwelber, D., Greiner, W., and Mosel, U., (1971), “The two-center shell model”, *Nucl. Phys. A.*, vol. 164, 257-278

- [53] Von Oertzen, W., (1970), “On the interaction induced by the exchange of nucleons between two identical nuclear cores”, *Nucl. Phys. A.*, vol. 148, 529
- [54] Von Oertzen, W., and Bohlen, H. G., (1975), “Elastic transfer processes in heavy ion scattering”, *Phys. Rep.*, vol. 19, 1-61
- [55] Abe, Y., Hiura, J., and Tanaka, H., (1971), “On the Stability of α -Cluster Structures in ^8Be and ^{12}C Nuclei”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 46, 352
- [56] Abe, Y., Hiura, J., and Tanaka, H., (1973), “A molecular-orbital model of the atomic nuclei”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 49, 800
- [57] Kanada-En’yo, Y., Horiuchi, H., and Ono, A., (1995), “Structure of Li and Be isotopes studied with antisymmetrized molecular dynamics”, *Phys. Rev. C*, vol. 52, 628
- [58] Kanada-En’yo, Y., Horiuchi, H., (2001), “Structure of light unstable nuclei studied with antisymmetrized molecular dynamics”, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, no. 142, 205
- [59] Kanada-En’yo, Y., (2005), “Deformations in $N=14$ isotones”, *Phys. Rev. C*, vol. 71, 014303
- [60] Sagawa, H., Brown, B. A., and Esbensen, H., (1993), “Parity inversion in the $N=7$ isotones and the pairing blocking effect”, *Phys. Lett. B*, vol. 309, 1-4
- [61] Hansen, P. G., and Jonson, B., (1987), “The Neutron Halo of Extremely Neutron-Rich Nuclei”, *Eur. Phys. Lett.*, vol. 4, no. 4, 409
- [62] Esbensen, H., Bertsch, G. F., and Hencken, K., (1997), “Application of contact interactions to Borromean halos”, *Phys. Rev. C*, vol. 56, no. 6, 3054
- [63] Kanada-En’yo, Y., (2007), “Dineutron structure in ^8He ”, *Phys. Rev. C*, vol. 76, no. 4, 044323
- [64] Itagaki, N., Ito, M., Arai, K., Aoyama, S., and Kokalova, T., (2008), “Mixing of di-neutron components in ^8He ”, *Phys. Rev. C*, vol. 78, no.1, 017306
- [65] Aoyama, S., and Itagaki, N., (2009), “Di-neutron correlations in ^7H ”, *Phys. Rev. C*, vol. 80, no.2, 021304(R)

- [66] Wiringa, R. B., Pieper, S. C., Carlson, J., and Pandharipande, V. R., (2000), “Quantum Monte Carlo calculations of A=8 nuclei”, *Phys. Rev. C*, vol. 62, 014001
- [67] Bayman, B. F., and Bohr, A., (1958), “On the connection between the cluster model and the SU₃ coupling scheme for particles in a harmonic oscillator potential”, *Nucl. Phys.*, vol. 9, 596-599
- [68] Funaki, Y., Horiuchi, H., Tohsaki, A., Schuck, P., and Röpke, G., (2002), “Description of ⁸Be as Deformed Gas-Like Two-Alpha-Particle States”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 108, no. 2, 297322
- [69] Morinaga, H., (1966), “On the spin of a broad state around 10 MeV in ¹²C”, *Phys. Lett*, vol. 21, no. 1, 78-79
- [70] Kamimura, M., (1981), “Transition densities between the 0₁⁺, 2₁⁺, 4₁⁺, 0₂⁺, 2₂⁺, 1₁⁻ and 3₁⁻ states in ¹²C derived from the three-alpha resonating-group wave functions”, *Nucl. Phys. A.*, vol. 351, no.3, 456-480
- [71] Uegaki, E., Abe, Y., Okabe, S., and Tanaka, H., (1978), “Positive-parity states with anomalous alpha-decay properties in ¹²C”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 59, no.3, 1031-1033
- [72] Descouvemont, P., and Baye, D., (1987), “Microscopic theory of the ⁸Be (α , γ) ¹²C reaction in a three-cluster model”, *Phys. Rev. C*, vol. 36, no. 1, 54
- [73] Kanada-En’yo, Y., (1998), “Variation after Angular Momentum Projection for the Study of Excited States Based on Antisymmetrized Molecular Dynamics”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 81, no. 24, 5291
- [74] Kanada-En’yo, Y., (2007), “The Structure of Ground and Excited States of ¹²C”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 117, no. 4, 655-680
- [75] Tohsaki, A., Horiuchi, H., Schuck, P., and Röpke, G., (2001), “Alpha Cluster Condensation in ¹²C and ¹⁶O”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 87, 192501
- [76] Röpke, G., Schnell, A., Schuck, P., and Nozières, P., (1998), “Four-Particle Condensate in Strongly Coupled Fermion Systems”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 80, 3177

- [77] Fujiwara, Y., Horiuchi, H., Ikeda, K., Kamimura, M., Kato, K., et al. (1980), “Comprehensive Study of Alpha-Nuclei”, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, no. 68, 29(Chap. II)
- [78] Ali, S., and Bodmer, A. R., (1966), “Phenomenological α - α potentials”, *Nucl Phys*, vol. 80, no. 1, 99-112
- [79] Funaki, Y., Yamada, T., Horiuchi, H., Röpke, G., Schuck, P., and Tohsaki, A., (2008), “ α -Particle Condensation in ^{16}O Studied with a Full Four-Body Orthogonality Condition Model Calculation”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 101, 082502
- [80] Kubono, S., Dam N Binh, D. N., Hayakawa, S., Hashimoto, H., D Kahl, D., et al, (2013), “Role of clusters in nuclear astrophysics with Cluster Nucleosynthesis Diagram (CND)”, *J. Phys. Conf. Ser*, vol. 436, 012071
- [81] Kubono, S., (1996), “Nuclear Astrophysics with Radioactive Nuclear Beams”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 96, no. 2, 275-306
- [82] Fynbo, H. O.U., Diget, Ch. A., Bergmann, U. C., Borge, M. J. G., Cederkall, J., et al. and The ISOLDE Collaboration, (2005), “Revised rates for the stellar triple- α process from measurement of ^{12}C nuclear resonances”, *Nature* 433, 136-139
- [83] Shojaei, M. R., and Roshanbakht, N, (2016), “Calculation of energy spectrum of ^{12}C isotope with modified Yukawa potential by cluster models”, *Pramana – J Phys*, vol. 87, 54
- [84] Rolfs, C. E., and Rodney, W. S., (2005), “Cauldrons in the Cosmos”, *University of Chicago Press*, 1st edition, ISBN: 978-0226724577, 580 pages
- [85] Sanam Suraj, M. D., Abouelmagd, E. I., Aggarwal, R. and Mittal, A., (2019), “The analysis of restricted five-body problem within frame of variable mass”, *New Astronomy*, vol. 70, 12-22
- [86] Taylor, J. R., Zafiratos, C. D., and Dubson, M. A., (2004), “Modern Physics”, 2nd edn, *Perentice Hall publisher*

- [87] Bondar, A., Garmash, A., Mizuk, R., Santel, R., Kinoshita, K., et al. (Belle Collaboration), (2012), “Observation of two charged bottomonium like resonances $\Upsilon(5s)$ decays”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, 122001
- [88] Ali, A., Maiani, L. and Polosa, A. O., (2019), “Multiquark hadrons”, *Cambridge University Press*, ISBN: 11071715
- [89] Aaij, R., Adeva, B., Adinolfi, M., Ajaltoun, Z., Akar, S., et al, (LHCb Collaboration), (2019), “Observation of a narrow Pentaquark state, $P_c(4312)^+$, and of the two-peak structure of the $P_c(4450)^+$ ”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 122, 222001
- [90] Abazov, A. V., Abott, B., Acharya, B. S., Adams, M., Adams, T. et al. (D0 Collaboration), (2018), “Study of the $X^\pm(5568)$ state with semileptonic decays of the B_s^0 meson”, *Phys. Rev. D.*, vol. 97, 092004
- [91] Abazov, A. V., Abott, B., Acharya, B. S., Adams, M., Adams, T. et al. (D0 Collaboration), (2018), “Evidence for $Z_c^\pm(3900)$ in semi-inclusive decays of b-flavored”, *Phys Rev D*, vol. 98, 032010
- [92] Aaij, R., Bernardo, A., Adinolfi, M., Ajaltoni, Z., Akar, S. et al. (LHCb Collaboration), (2017), “Observation of $J/\psi p$ Structures Consistent with exotic States from amplitude analysis of $B^+ \rightarrow J/\psi \phi K^+$ decays”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 118, no. 2, 022003
- [93] Abazov, A. V., Abott, B., Acharya, B. S., Adams, M., Adams, T. et al. (D0 Collaboration), (2015), “Inclusive production of the X (4140) state in $p\bar{p}$ collisions at D0”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 115, 232001
- [94] Chatrchyan, S., Khachatryan, V., Sirunyan, A. M., Tumasyan, A., Adam, W. et al., (CMS Collaboration), (2014), “Observation of a peaking structure in the $J/\psi p$ mass spectrum from $B^\pm \rightarrow J/\psi \phi K^\pm$ decays”, *Phys. Lett. B.*, vol. 734, 261
- [95] Abazov, A. V., Abott, B., Acharya, B. S., Adams, M., Adams, T. et al. (DO Collaboration), (2016), “Evidence for a $B_s^0 \pi^\pm$ State”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 117, no. 2, 022003
- [96] Aaij, R., Adeva, B., Adinolfi, M., Affolder, A., Ajaltoni, Z. et al., (LHCb

collaboration), (2014), "Observation of the resonant character of the Z (4430) – state", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, no. 22, 222002

[97] Aaij, R., Adeva, B., Adinolfi, M., Affolder, A., Ajaltoni, Z. et al. (LHCb Collaboration), (2015), "Observation of $J/\psi p$ Resonances Consistent with Pentaquark States in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K p$ Decays", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 115, no. 7, 072001

[98] Liu, Y. R. Chen, W., Liu, X. and Zhu, Sh. L., (2019), "Pentaquark and Tetraquark states", *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 107, 237-320

[99] Ohnishia, A., Chob, S., Furumotoc, T., Hyodod, T., Jidoa, D., et al. (ExHIC Collaboration), (2013), "Exotic hadrons and hadron-hadron interactions in heavy ion collisions", *Nucl. Phys. A.* 00 , 1–8

[100] Greene, C. H., Giannakeas, P. and Pérez-Ríos, J, (2017), "Universal few-body physics and cluster formation", *Rev. Mod. Phys.*, vol. 89, no. 3, 035006

[101] Betounes, D., (2001), "Differential Equations: theory and applications", *Springer*, p. 58, ISBN: 0-387-95140-7

[102] Cornille, P., (2003), "Advanced electromagnetism and vacuum physics", *World Scientific*, p. 102, ISBN: 981-238-367-0

[103] Dyer, P., (2014), "Beryllium: physicochemical properties, applications and safety concerns", *Nova Science Pub. Inc.*, ISBN: 1633215903

[104] Arai, K., Descouvemont, P., Baye, D. and Catford, W. N., (2003), "Resonance structure of ${}^9\text{Be}$ and ${}^9\text{B}$ in a microscopic cluster model", *Phys. Rev. C.*, vol. 68, 014310

[105] Schumaker, M. A., Cline, D., Hackman, G., Pearson, C., Svensson, C. E., et al. (2009), "Coulomb excitation of radioactive ${}^{20,21}\text{Na}$ ", *Eur. Phys. J. A.*, vol. 42, 477-484

[106] Korshennikov, A. A., Nikolskii, E. Yu., Kobayashi, T., Aleksandrov, D. V., Fujimahi, D. et al, (1995), "Spectroscopy of ${}^{12}\text{Be}$ and ${}^{13}\text{Be}$ using a ${}^{12}\text{Be}$ radioactive beam", *Phys. Lett. B.*, vol. 343, p.p. 53-58

[107] Freer, M., Angélique, J. C., Axelsson, L., Benoit, B., Bergmann, U. et al., (2001), "Helium breakup states in ${}^{10}\text{Be}$ and ${}^{12}\text{Be}$ ", *Phys. Rev. C.*, vol. 63, 034301

[108] Itagaki, N. and Okabe, S., (2000), "Molecular orbital structures in ${}^{10}\text{Be}$ ", *Phys.*

Rev. C., vol. 61, 044306

[109] Audi, G., Wapstra, A. H., Thibault, C., Blachot, J., and Bersillon, O., (2003), "The NUBASE evaluation of nuclear and decay properties". *Nucl. Phys. A.*, vol. 729, 3–128

[110] Olimov, K. K., Kosim Olimov, K., Lugovoi, V. V., Zarubin, P. I., Lutpullaev, S. L., et al., (2016), "Phenomenological analysis of breakup of ${}^9\text{Be}$ nuclei in to two α -particles and neutron in peripheral interactions with emulsion nuclei", *Int. J. Mod. Phys. E.*, vol. 25, no. 3, 1650021

[111] Scherzinger, J., Annand, J. R. M., Davatz, G., Fissum, K. G., Gendotti, U., et.al., (2015), "Tagging fast neutrons from an ${}^{241}\text{Am}/{}^9\text{Be}$ source", *Applied Radiation and Isotopes*, vol. 98, 74-79

[112] Voronchev, V. T. and Kukulin, V. I., (2010), "Implementation of the thermonuclear process in $\text{D}^3\text{He}-{}^9\text{Be}$ plasma on the basis of a Z pinch with an ultrafast laser ignition", *Phys. Atom. Nucl.*, vol. 73, no. 1, 38-58

[113] R. Avagyan, R., Avetisyan, R., Ivanyan, V. and Kerobyan, I., (2016), "Calculations of Neutron Yield and Gamma Rays Intensity by GEANT4", *Arm. J. Phys.*, vol. 9, no. 4, 315-323

[114] Ibraeva, E. T., Burtebaev, N. T., Zhusupov, M. A. and Krassovitskiy, P. M., (2015), "Proton scattering on ${}^9\text{B}$ and ${}^9\text{Be}$ nuclei within the scope of diffraction theory", *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.*, vol. 79, no. 4, 529-534

[115] Marín-Lámbarri, D. J. and Kheswa, N. Y., (2018), "Production of ${}^9\text{Be}$ targets for nuclear physics experiments", *AIP Conf Proce*, vol. 1962, 030011, 1-4

[116] Filikhin, I., Suslov, V. M., and Vlahovic, B., (2011), " ${}^9\text{Be}$ Low-Lying Spectrum within a Three-Cluster Model", *Few-Body Syst.*, vol. 50, 255-257

[117] Fulton, B. R., Cowin, R. L., Woolliscroft, R. J., Clarke, N. M., Donadille, L., et al. (2004), "Exclusive breakup measurements for ${}^9\text{Be}$ ", *Phys. Rev. C*, vol. 70, no. 4, 047602

[118] Prezado, Y., Borge, M. J. G., Diget, C. Aa., Fraile, L. M., Fulton, B. R., (2005), "Low-lying resonance states in the ${}^9\text{Be}$ continuum", *Phys. Lett. B.*, vol. 618, 43-50

- [119] Papka, P., Brown, T. A. D., Fulton, B. R., Watson, D. L., Fox, S. P., (2007), “Decay path measurements for the 2.429 MeV state in ${}^9\text{Be}$: Implications for the astrophysical $\alpha+\alpha+n$ reaction”, *Phys. Rev. C*, vol. 75, no. 4, 045803
- [120] Burda, O., von Neumann-Cosel, P., Richter, A., Forssén, C., and Brown, B. A., (2010), “Resonance parameters of the first $1/2+$ state in ${}^9\text{Be}$ and astrophysical implications”, *Phys. Rev. C*, vol. 82, no. 1, 015808
- [121] Nesterov, A. V., Vasilevsky, V. S., and Kovalenko, T. P. (2013), “Spectra of nuclei ${}^9\text{Be}$ and ${}^9\text{B}$ in a three-cluster microscopic model”, *Ukr. J. Phys.*, vol.58, no.7
- [122] Lukyanov, S.M., Harakeh, M. N., Naumenko, M. A., Xu, Y., Trzaska, W. H., et al. (2016), “Cluster Structure of ${}^9\text{Be}$ from ${}^3\text{He}+{}^9\text{Be}$ Reaction”, *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 724, 012031
- [123] Brown, T. A. D., Papka, P., Fulton, B. R., Watson, D. L., Fox, S. P., et al. (2007), “Decay studies for states in ${}^9\text{Be}$ up to 11 MeV: Insights into the $n+{}^8\text{Be}$ and $\alpha+{}^5\text{He}$ cluster structure”, *Phys. Rev. C*, vol. 76, no. 5, 054605
- [124] Ibraeva, E., Zhusupov, M., Dzhazairov-Kakhramanov, A., and Krassovitskiy, P., (2015), “Inelastic $p+{}^9\text{Be}$ scattering and halo-structure of excited states of ${}^9\text{Be}$ ”, *Nucl. Phys A*; vol. 933, 16-33
- [127] Matkovich, V. I., (1977), “Boron and Refractory Borides”, *Springer*, vol. 13, 214-226
- [128] Agaoguliari, D., Balci, O., Duman, I. and Ovecoglu, M. L., (2011), “Synthesis of α and β -rhombohedral Boron Powders via Gas Phase Thermal Dissociation of Boron Trichloride by Hydrogen”, *J. Metall. Mater. Trans. B.*, vol. 42, 568-574
- [129] Taylor, P. R. and Gomez, J. C., (2010), “Synthesis of Boron Using Molten Salt Electrolysis”, *US Patent*, vol. 8, no. 287, 715
- [130] Hammond, C. R., (2004), “The Elements, in Handbook of Chemistry and Physics”, 1st edn, CRC press, ISBN: 0-8493-0485-7
- [131] Pfaender, H. G., (1996), “Schott guide to glass”, 2th edn, *Springer*, p. 122, ISBN: 0-412-62060-X

- [132] Wang, J., Guo, Y., Wang, W., Fu, Z., (2013), “Synthesis of Nano-sized Amorphous Boron Powders through Active Dilution Self-propagating Hightemperature Synthesis Method”, *J. Mater. Res. Bull.*, Vol. 48, 2018–2022
- [133] Zhijun, H., Qingyou, W., Xiang, L., Shuyong, S., Xiaoyan, D. and Yongxiang, Y., (2010), “Synthesis and Characterization of Nano-sized Boron Powder Prepared by Plasma Torch”, *Plasma. Sci.Tech.*, vol. 12, 577-580
- [134] Della Rocca, V. and Iachello, F., (2018), “Cluster shell model: I. Structure of ^9Be , ^9B ”, *Nucl. Phys. A.*, vol. 973, 1-32
- [135] Subramanian, C., Suri, A. K., Murthy, T. S. R. Ch., (2010), “Development of Boron-based Materials for Nuclear Applications”, *Tech. Develop. Article.*, vol. 313, 14-22
- [136] Neelameggham, N. R., (2012), “Elemental Boron and Magnesium Boride Synthesis”, *IJMSP*, vol. 12, 155-160
- [137] Ibraeva, E. T., Burtebaev, N. T. and Krassovitskiy, (2016), “Scattering of protons by ^9B and ^{10}B isotopes at intermediate energies in diffraction theory”, *Bull Russ Acad Sci*, vol. 80, no. 3, 258-263
- [138] Kawabata, T., kimune, H. A., Fujita, H., Fujita, Y., Fujiwara, M., et al., (2007), “ $2\alpha+t$ cluster structure in ^{11}B ”, *Phys. Lett. B.*, vol. 646, no. 1, 6-11
- [139] N. Soic, S. Cherubini, M. Lattuada, D. Miljani, S. Romano, et al, (2003), “ $^8\text{Li}+\alpha$ -decay of ^{12}B and its possible astrophysical implications”, *Eur. Phys. Lett.*, vol. 63, no. 4
- [140] Emsley, J., (2011), “Nature's Building Blocks (an A-Z Guide to the Elements)”, *Oxford University Press, New York*, 2nd edn, ISBN: 978-0199605637
- [141] Denisenkov, P. A., and Ivanov, V. V., (1987), “Sodium Synthesis in Hydrogen Burning Stars”, *Sov. Astron. Lett.*, vol. 13, no. 3, 214
- [142] Dickin, P. A., (2005), “Radiogenic Isotope Geology”, ISBN: 978-0-521-82316-6, 303
- [143] Ghosh, P. K., (2009), “Spin exchange optical pumping of neon and its applications”, *Princeton University*, ISBN: 9781109523003

- [144] Thummerer, S., Oertzen, W. V., Kokalova, T. Z., HGBohlen, H. G., Gebauer, B., et al, (2003), “Gamma-decay study of ^{21}Na and ^{21}Ne , Octupole-deformed molecular bands in ^{21}Ne ”, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, vol. 29, 509–519
- [145] Tilley, D. R., Kelley, J. H., Godwin, J. L., Millener, D. J., Purcell, J. E., et al. (2004), “Energy levels of light nuclei A=8,9,10”, *Nucl. Phys. A.*, vol. 745, 155-362
- [146] Hicks, K. H., (2012), “On the conundrum of the pentaquark”, *Eur. Phys. J. H*, vol. 37, 1-31
- [147] Gignoux, C., Silvestre-Brac, B., and Richard, J. M., (1987), "Possibility of stable multiquark baryons", *Phys. Lett. B.*, vol. 193 no. 2, 323–326
- [148] Lipkin, H. J., (1987), "New possibilities for exotic hadrons - anticharmed strange baryons", *Phys. Lett. B.*, vol. 195, no. 3, 484–488
- [149] Nakano, T., Ahn, D. S., Ahn, J. K., Akimune, H., Asano, Y. et al. (LEPS Collaboration), (2003), “Evidence for Narrow $S=+1$ Baryon Resonance in Photo-production from Neutron”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 91, no. 1, 012002
- [150] Chekanov, S., Derrick, M., Loizides, J. H., Magill, S., Miglioranza, S. et al. (ZEUS Collaboration), (2004), “Evidence for a narrow baryonic state decaying to $k_s^0 p$ and $k_s^0 \text{anti-}p$ in deep inelastic scattering in HERA”, *Phys. Lett. B*, vol. 591, 7-22
- [151] Stepanyan, S., Hicks, K., Carman, D. S., Pasyuk, E., Schumacher, R. A. et al. (CLAS Collaboration), (2003), “Observation of an Exotic $S=+1$ Baryon in Exclusive Photoproduction from the Deuteron”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 91, no. 25, 252001
- [152] Barth, J., Braun, W., Ernst, J., Glander, K. H., Hannappel, J. et al. (SAPHIR Collaboration), (2003), “Evidence for the positive-strangeness pentaquark Θ^+ in photoproduction with the SAPHIR detector at ELSA”, *Phys. Lett. B*, vol. 572, 127-132
- [153] Barmin, V. V., Asratyan, A. E., Borisov, V. S., Curceanu, C., Davidenko, G. V. et al. (DIANA Collaboration), (2014), “Observation of a narrow baryon resonance with positive strangeness formed in $K^+ \text{Xe}$ collisions”, *Phys. Rev. C*, vol. 89, no.4, 045204
- [154] Akopov, N., Akopov, Z., Augustyniak, W., Avakian, R., Avetissian, A. et al. (HERMES Collaboration), (2015), “Pentaquark Θ^+ search at HERMES”, *Phys. Rev. D*

vol. 91, no. 5, 057101

[155] Ryu, S. Y., Ahn, J. K., Nakano, T., Ahn, D. S., Ajimura, S., et al. (LEPS collaboration), (2016), “Interference effect between ϕ and $\Lambda(1520)$ production channels in the $\Xi p \rightarrow K^+ K^- p$ reaction near threshold”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 116, 232001

[156] Aaij, R., Abellan Betata, C., Adeva, B., Adinolfi, M., Aidalas, C. A., et al. (LHCb collaboration), (2019), “Observation of a narrow pentaquarkstate, $P_c(4312)^+$, and of two-peak structure of the $P_c(4450)^+$ ”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 122, 222001

[157] Ali, A., Amaryan, M., Anassontzis, E. G., Austregesilo, A., Baalouch, M., et al. (GLUEX collaboration), “First measurement of near-threshold J/ψ exclusive photoproduction off the proton”, *Phys. Rev. Lett*, vol. 123, 072001

[158] Strottman, D., (1979), “Multi - Quark Baryons and the MIT Bag Model”, *Phys. Rev. D*, vol. 20, 748-767

[159] Zhu, Sh. L., and Song, X. Ch., (2004), “The Narrow Θ_5 Pentaquark as the First Non-planar Hadron with the Diamond Structure and Negative Parity”, *Mod. Phys. Lett. A.*, vol. 19, 2791-2797

[160] Riska, D. O., (1999), “Boson and Gluon Exchange and the Quark-Quark Interaction”, *Few-Body Syst. Suppl.* 11, 18-24

[161] Wilczek, F., and Devine, B., (2006), “Fantastic Realities”. *World Scientific*, 400ff, ISBN: 981-256-649-X

[162] Ping, J., Deng, C., Wang, F., and Goldman, T., (2008), “Quantum chromodynamic quark benzene”, *Phys. Lett. B*, vol. 659, no. 3, 607–611

[163] Becattini, F., (2005), “What is the meaning of the statistical hadronization model?” *J. Phs. Conf. Ser.*, vol. 5, 175–188

[164] Webber, B., (1994), “Hadronization”, *Nucl Phys B*, 361-93

[165] Shojaei, M. R., and Tavakoli-Anbaran, H., (2010), “Calculation of Quark – antiquark potential coefficient and charge radius of light mesons”, *Appl. Phys. Res.*, vol. 2, no. 1, 148-153

[166] Takahashi, T., and Kanada-Eu'Yo, Y., (2010), “Hadron-Hadron interaction from

SU (2) lattice QCD”, *Phys. Rev. D*, vol. 82, no. 9, 094506

[167] Kubarovsky, V., Guo, L., Weygand, D. P., Stoler, P., Battaglieri, M., et al. (CLAS Collaboration), (2004), “Observation of an Exotic Baryon with $S=+1$ in Photoproduction from the Proton”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, no. 3, 032001

[168] Maiani, L., Piccinini, F., Riquer, V., and Polosa, A.D., (2005), “Diquark-antidiquarks with hidden or open charm and the nature of X (3872)”, *Phys. Rev. D*, vol.71, no. 1, 014028

[169] Ohnishi, A., Cho, S., Furumoto, T., Hyodo, T., Jido, D. et al, (ExHIC Collaboration), (2013), “Exotic hadrons and hadron-hadron interactions in heavy ion collisions”, *Nucl. Phys. A.*, vol. 914, 377-386

[170] Shojaei, M. R., and Rajabi, A. A., (2007), “Hypercentral constituent quark model and the hyperfine dependence potential”, *Iranian J. Phys. Res.*, vol. 7, no. 2, 9-12

[171] Guo, F. K., Liu, L., Meißner, Ulf-G., and Wang, P., (2013), “Tetraquarks, hadronic molecules, meson-meson scattering and disconnected contributions in lattice QCD”, *Phys. Rev. D*, vol. 88, no. 7, 074506

[172] Hicks, K. H., (2005), “Experimental Search for Pentaquarks”, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 55, 647-676

[173] Srisuphaphon, S., Kaewsnod, A., Limphirat, A., Khosonthongkee, K., and Yan, Y., (2016), “Role of pentaquark components in ϕ meson production proton-antiproton annihilation reactions”, *Phys. Rev. C*, vol. 93, 025201

[174] Klempt, E., Batty, C., and Richard, J. M., (2005), "The antinucleon–nucleon interaction at low energy: Annihilation dynamics", *Phys. Rep*, vol. 413, no. 4–5, 197–317

[175] Diakonov, D., Petrov, V., and Polyakov, M., (1997), “Exotic Anti-Decuplet of Baryons: Prediction from Chiral Solitons”, *Z. Phys. A*, vol. 359, 305-314.

[176] Zhu, R., and Qiao, C. F., (2016), “Pentaquark states in a diquark-triquark model”, *Phys Lett B*, vol. 756, 259-264

- [177] Narodetskii, I. M., Semay, C., Silvestre-Brac, B., Simonov, Y. A., and Trusov, M. A., (2005), “Pentaquarks in the Jaffe–Wilczek Approximation”, *Phys. Atom. Nucl.*, vol. 68, no. 3, 536–540
- [178] De Sanctis, M., Ferretti, J., Santopinto, E. and Vassallo, A., (2012), “Relativistic quark-diquark model of baryons Non strange spectrum and nucleon electromagnetic form factors”, *AIP Conf. Proc.* 1488, 280-289
- [179] Oettel, M., Pichowsky, M. A., and Von Smekal, L., (2000), “Current conservation in the covariant quark-diquark model of the nucleon”, *Eur. Phys. J. A.* vol. 8, 251–281
- [180] Karliner, M., and Lipkin, H. J., (2003), “A diquark–triquark model for the KN pentaquark”, *Phys. Lett. B.*, vol. 575, 249-255
- [181] Jaffe, R. L., and Wilczek, F., (2003), “Diquarks and Exotic Spectroscopy”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, no. 23, 232003
- [182] Matheus, R. D., Navarra, F. S., Nielsen, M., Rodrigues da Silva, R., and Lee, S. H., (2004), “Are Θ^+ and the Roper resonance diquark–diquark–antiquark states”, *Phys. Lett. B.*, vol. 578, 323–329
- [183] Ita, B. I., Ikot, A. N., Ikeuba, A. I., Tchoua, P., Isaac, I. O., Ebenso, E. E. and Ebiekpe, V. E., (2014), “Exact Solutions of the Schrodinger Equation for the Inverse Quadratic Yukawa Potential using Nikiforov-Uvarov Method”, *J. Theor. Phys. Cryp.* (ISSN: 2322-3138), vol. 5
- [184] Shojaei, M. R., Rajabi, A. A., and Karimi, T., (2011), “Study of Deuteron with Modified Screen Coulomb (Yakawa) Potential”, *Appl. Phys. Res.*, vol. 3, no. 1
- [185] Shojaei, M. R., and Mousavi, M., (2016), “The Effect of Tensor Interaction in Splitting the Energy Levels of Relativistic Systems”, *Adv. High Energy Phys.* 8314784
- [186] Bayrak, O., and Sahin, D., (2015), “Exact Analytical Solution of the Klein–Gordon Equation in the Generalized Woods–Saxon Potential,” *Commun. Theor. Phys.*, vol. 64, no. 3, 259

- [187] Cari, C., and Suparmi, A., (2013), “Solution of Schrodinger Equation for Three Dimensional Harmonics Oscillator plus Rosen-Morse Non-central Potential Using NU Method and Romanovski Polynomials”, *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 423, no. 1, 12031
- [188] Shojaei, M. R., Amini, M., and Zoghi-Foumani, N., (2015), “A new approach for parameters of Nucleon-Nucleon Scattering at low energies in one and two dimensions”, *Int. Front. Sci. Lett.*, vol. 3, 1-10
- [189] Karayer, H., Demirhan, D., and Büyükkılıç, F., (2016), “Conformable Fractional Nikiforov-Uvarov Method”, *Commun. Theor. Phys.*, vol. 66, no. 1, 12-18
- [190] Nikiforov, A. F., and Uvarov, V. B., (1988), “Special functions of mathematical physics”, vol. 205, *Birkhäuser, Boston, MA*, ISBN: 978-1-4757-1595-8, 295-368
- [191] Dudek, J., (2005), “Triquark-diquark models of a $\Theta(1540)$ ”, *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 9, 209-212
- [192] Zhu, S. L., (2003), “Understanding pentaquark States in QCD”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, no. 23, 232002
- [193] Binesh, Z., Shojaei, M. R. and Azadegan, B., (2019), “The ground state of pentaquark with cluster structure in few-body system approach”, *Turk J Phys*, vol. 43, 314-323
- [194] Kimura, M., Suhara, T. and Kanada-En'yo, Y., (2016), “Antisymmetrized molecular dynamics studies for exotic clustering phenomena in neutron-rich nuclei”, *Eur. Phys. J. A*, vol. 52, 373
- [195] Nestervov, A. V., Vasilevsky, V. S., and Kovalenko, T. P., (2014), “Nature of resonance states in the ${}^9\text{Be}$ and ${}^9\text{B}$ mirror nuclei”, *Phys. Atom. Nucl.*, vol. 77, no. 5, 555-568
- [196] Descouvemont, P., Druet, T., Canto, L. F., and Hussein, M. S., (2015), “Low-energy ${}^9\text{Be}+208\text{Pb}$ scattering, breakup, and fusion within a four-body model”, *Phys. Rev. C*, vol. 91, no. 2
- [197] Lyu, M., Ren, Zh., Zhou, B., Funaki, Y., Horiuchi, H., et al. (2015), “Investigation of ${}^9\text{Be}$ from a nonlocalized clustering concept”, *Phys. Rev. C*, vol. 91, no. 1, 014313

- [198] Bayaakhmetov, O., Seksembayev, Zh., Azamatov, A., Kulkulin, V. and Sakhiyev, S., (2019), “Static properties of the ${}^9\text{Be}$ nucleus in the ground and excited states in the cluster model”, *Phys. Scr.*, vol. 94, no.8
- [199] Zhao, Q., Ren, Zh., Lyu, M., Horiuchi, H., Funaki, Y., et al. (2018), “Investigation of the ${}^9\text{B}$ nucleus and its cluster-nucleon correlations”, *Phys. Rev. C*, vol. 97, no. 5, 054323
- [200] Olimov, K. K., Olimov, K., Lugovoi, V., Zarubin, P. I., Lutpullaev, S. L., et al., (2016), “Phenomenological analysis of breakup of ${}^9\text{Be}$ nuclei into two α -particles and neutron in peripheral interactions with emulsion nuclei”, *Int. J. Mod. Phys. E.*, vol. 25, no. 3, 1650021
- [201] Esbensen, H., (2010), “Complete fusion of ${}^9\text{Be}$ with spherical targets”, *Phys Rev C*, vol. 81, 034606
- [202] Ghalehovi, Z., and Rajabi, A. A., (2012), “Single charm and beauty baryon masses in the hypercentral approach”, *Eur. Phys. J. Plus*, vol. 127, 141
- [203] Kievsky, A., Viviani, M., Marcucci, L. E., and Rosati, S., (2006), “Variational description of bound states in three- and four-nucleon systems,” *Few-Body Syst.*, vol. 38, no. 2–4, 63–66
- [204] Kievsky, A., Viviani, M., Girlanda, L., Marcucci, L. E., and Rosati, S., (2009), “Analysis of the Effects of Three-nucleon Forces in $A=3, 4$ Systems,” *Few-Body Syst.*, vol. 45, no. 2–4, 115–118
- [205] Rajabi, A. A., (2005), “Hypercentral constituent quark model and isospin for the baryon static properties”, *J. Sci. Islam. Repub. Iran.*, vol. 16, no. 1, 73–79
- [206] Rajabi, A. A., (2005), “Exact analytical solution of the Schrödinger equation for an N-identical body-force system”, *Few-body Syst.*, vol. 37, no. 4, 197–213
- [207] Patel, B., KumarRai, A., and Vinodkumar, P. C., (2008), “Masses and magnetic moments of heavy flavour baryons in the hyper central model”, *J. Phys. G.*, vol. 35, no. 6

- [208] Shojaei, M. R., and Roshanbakht, N., (2015), “Deuteron-Deuteron Cluster Model for Studying the Ground State Energy of the ^4He Isotope”, *Chin J. Phys.*, vol. 53, no. 7
- [209] Shojaei, M. R. and Mousavi, M., (2016), “Mirror Nuclei of ^{17}O and ^{17}F in Relativistic and Non- Relativistic Shell Model”, *Adv. High. Energ. Phys.*, vol. 2016, 8314784, 12 pages
- [210] Falaye, B. J., (2013), “Bound state solutions of the Manning–Rosen potential”, *Can. J. Phys.*, vol. 91, no. 98
- [211] Ikhdair, S. M., and Sever, R., (2010), “Approximate analytical solutions of the generalized Woods-Saxon potentials including the spin-orbit coupling term and spin symmetry”, *Cent, Eur. J. Phys.*, vol. 8, no. 4, 652-666
- [212] Mousavi, M., and Shojaei, M. R., (2016), “Remove degeneracy in relativistic symmetries for Manning-Rosen plus Quasi-Hellman potentials by tensor interaction”, *Commun. Theor. Phys.*, vol. 66, no. 5, 483-490
- [213] Mousavi, M., and Shojaei, M. R., (2016), “Calculation of energy and charge radius for doubly-magic nuclei of ^{41}Ca and ^{41}Sc with extra nucleon”, *Chin. J. Phys.*, vol. 54, no. 5, 750–755
- [214] Auvil, P. B., and Brown, L. M., (1978), “The relativistic hydrogen atom: A simple solution”, *Am. J. Phys.*, vol. 46, 679–681
- [215] Niknam, A., Rajabi, A. A., and Solaimani, M., (2016), “Solutions of D-dimensional Schrodinger equation for Woods–Saxon potential with spin–orbit, coulomb and centrifugal terms through a new hybrid numerical fitting Nikiforov–Uvarov method”, *J. Theor. Appl. Phys.*, vol. 10, no. 53
- [216] Mousavi, M. and Shojaei, M. R., (2017), “Bound-state energy of double magic number plus one nucleon nuclei with relativistic mean-field approach”, *Pramana. J. Phys.*, vol. 88, 21
- [217] Binesh, Z., Shojaei, M. R. and Azadegan, B., (2019), “Energy levels and structure of ^9B and ^9Be mirror nuclei in nuclear models”, *U.P.B. Sci Bull, Series A*, vol. 81, 219-228

- [218] Feizi, H., Rajabi, A. A., and Shojaei, M. R., (2011), “Supersymmetric solution of the Schrodinger equation for Woods-Saxon potential by using the Pekeris approximation”, *Act. Phys. Pol. B*, vol. 42, no. 10
- [219] Roshanbakht, N., and Shojaei, M. R., (2018), “The cluster model for studying even-even light nuclei”, *Can. J. Phys.*, vol.96, no.11, 1230-1234
- [220] Endt, P. M., (1990), “Energy levels of $A = 21-44$ nuclei (VII)”, *Nucl. Phys A*, vol. 521, no. 31, 1-400
- [221] Shojaei, M. R., and Mousavi, M., (2015), “Solutions of the Klein-Gordon equation for $l \neq 0$ with position-dependent mass for modified Eckart potential plus Hulthen potential”, *Int. J. Phys. Sci.*, vol. 10, no. 9, 324–328
- [222] Hinds, S., and Middleton, R., (1959), “The Angular Distribution of some Proton Groups from the Reaction $^{16}\text{O} (^3\text{He}, p) ^{18}\text{F}$ ”, *Proce. Phys. Soci.*, vol. 74, no. 6, 779-782

Abstract

The basis of the cluster model is based on the principle that within the nuclei there are combinations of nucleons that interact with each other while maintain themselves. A cluster model is one of the most efficient nuclear models in describing multi-body systems. Investigating the characteristics of five-body systems due to having 15 degrees of freedom is very complicated and difficult; one of the useful ways for solving this problem is using a cluster model. In this model, the five-particle system is converted into two-particle systems or three-particle systems. Instead of investigating the interactions of individual particles, we check interactions between each cluster and determine the properties of the system, considering the suitable potential as interaction between clusters. Five-nucleon systems (nuclei that have five nucleons out of closed shell, In the nuclear structure, the shell with the highest number of nucleons allowed by the exclusion principle is called a closed shell.) and five-quark systems (Pentaquarks) are two examples of five-body systems. Pentaquark is an exotic hadron with five quark that it can be modeled such as diquark-triquark structure or diquark-diquark-antiquark structure in cluster model. Mirror nuclei, like ${}^9\text{B}$ and ${}^9\text{Be}$, due to their nucleon placement at nuclear levels, can be modeled in different ways. One of the cluster models for these nuclei is the α - α -n and α - α -p structure. In this thesis, by solving an independent Schrödinger time equation for the studied nuclei, by suitable potentials for interaction between particles, the energy value and the ${}^9\text{Be}$ and ${}^9\text{B}$ wave function have been calculated in both shell and cluster models using the parametric method of NU. We have obtained acceptable results in comparison with experimental values. Using the cluster model (diquark-triquark) for Pentaquark Θ^+ , we have calculated the energy and the wave function of it in the non-relativistic approach in the presence of modified Yukawa potential. Also, we have calculated the energy levels and wave function of ${}^{21}\text{Na}$ and ${}^{21}\text{Ne}$. Finally, we have calculated the energy values of the mentioned nuclei in the relativistic system by considering them as a double magic core with single nucleon around it in cluster structure by solving the Dirac equation using the PNU method and obtained acceptable results compared to the experimental results.

Key words: cluster model, five-body system, diquark-triquark model, PNU method



Shahrood University of Technology

Kharazmi International Campus

Ph.D. Thesis in Nuclear Physics

**Study of the five-body systems by cluster model & calculated
their energies**

Zari Binesh

Supervisors:

Dr. Mohammad Reza Shojaei

Dr. Behnam Azadegan

September 2019