

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک

رشته فیزیک گرایش هسته ای

رساله دکتری

محاسبه ی ترازهای انرژی هسته های سست مقید

نگارنده: فهیمه رضوانی

استاد راهنما

دکتر محمد رضا شجاعی

شهریور ۱۳۹۶



مدیریت تحصیلات تکمیلی

باسمه تعالی

شماره:
تاریخ:
ویرایش:

فرم شماره ۱۲: صورت جلسه نهایی دفاع از رساله دکتری (Ph.D)
(ویژه دانشجویان ورودی های ۹۴ و ما قبل)

بدینوسیله گواهی می شود خانم فهیمه رضوانی دانشجوی دکتری رشته فیزیک هسته ای به شماره دانشجویی ۹۲۱۵۹۲۵ ورودی مهر ماه سال ۱۳۹۲ در تاریخ ۱۳۹۶/۰۶/۱۵ از رساله نظری / عملی خود با عنوان: محاسبه ی ترازهای انرژی هسته های سست مقید دفاع و با اخذ نمره ۱۹.۶۲۷ به درجه : نائل گردید.

<input type="checkbox"/> الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰ <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> ب) درجه بسیار خوب: نمره ۱۸/۹۹ - ۱۷
<input type="checkbox"/> ج) درجه خوب: نمره ۱۶/۹۹ - ۱۵	<input type="checkbox"/> د) غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد
<input type="checkbox"/> ه) رساله نیاز به اصلاحات دارد	

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱	دکتر محمد رضا شجاعی	استاد راهنما	دانشیار	
۲	دکتر علی اکبر رجبی	استاد مدعو داخلی	استاد تمام	
۳	دکتر فرهاد ذوالفقار پور	استاد مدعو خارجی	دانشیار	
۴	دکتر امید ناصر قدسی	استاد مدعو خارجی	دانشیار	
۵	دکتر مرتضی رفیعی	سرپرست (نماینده) تحصیلات تکمیلی دانشکده	استادیار	

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

ضمن تأیید مراتب فوق مقرر فرمائید اقدامات لازم در خصوص انجام مراحل دانش آموختگی خانم فهیمه رضوانی بعمل آید.

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم که وجودم از آن هاست

همسر مهربانم

و فرشته کوچکم، سار

با ژرفترین سپاس‌ها:

حمد و سپاس یکتای بی همتا را که لطفش بر ما عیان است ، ادای شکرش را هیچ زبان و دریای
فضلش را هیچ کران نیست و اگر در این وادی هستیم همه محبت اوست. خدایا اعتراف می‌کنم که نه
زبان شکر تو را دارم و نه توان تشکر از بندگان تو را، اما برحسب وظیفه تشکر و قدردانی می‌کنم از:

– محضر ارزشمند پدر، مادر و خانواده ی عزیزم به خاطر همه‌ی تلاشهای محبت آمیزی که در دوران
مختلف زندگی‌ام انجام دادند و با مهربانی چگونه زیستن را به من آموخته‌اند.

– همسر مهربان و دختر عزیزم که با قلبهایی آکنده از عشق و معرفت، محیطی سرشار از سلامت،
امنیت، آرامش و آسایش برای من فراهم آورده اند.

– محضر استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر محمد رضا شجاعی که با نکته‌های دل‌ویز و گفته‌های بلند،
صحیفه‌های سخن را علم پرور نمود و همواره راهنما و راه‌گشای نگارنده در اتمام و اکمال این رساله
بوده است.

معلما مقامت ز عرش برتر باد همیشه توسن اندیشه‌ات مظفر باد

– محضر اساتید فرزانه جناب آقای دکتر علی اکبر رجیبی و جناب آقای دکتر فرهاد ذوالفقارپور و
جناب آقای دکتر امید ناصر قدسی که زحمت داوری این رساله را متقبل شدند.

– اساتید فرهیخته‌ای که در راه کسب علم و معرفت مرا یاری نمودند.

– آنان که در راه کسب دانش راهنمایم بودند.

– آنان که نفس خیرشان و دعای روح پرورشان بدرقه‌ی راهم بود.

– اله‌ها به من کمک کن تا بتوانم ادای دین کنم و به خواسته‌ی آنان جامه‌ی عمل بپوشانم.

– پروردگارا حسن عاقبت، سلامت و سعادت را برای آنان مقدر نما.

تعهد نامه

اینجانب فهیمه رضوانی دانشجوی دوره دکتری، رشته فیزیک هسته‌ای دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده‌ی رساله‌ی محاسبه‌ی ترازهای انرژی هسته‌های سست مقید تحت راهنمایی دکتر محمدرضا شجاعی متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

امضای دانشجو

تاریخ

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

تئوری میدان میانگین نسبیتی^۱ در توصیف پدیده های هسته ای مربوط به هسته های ناپایدار به خوبی هسته های پایدار بسیار موفق بوده است. در مقایسه با تئوری میدان میانگین غیر نسبیتی^۲، تئوری میدان میانگین نسبیتی می تواند ویژگی های واقعی اشباع هسته ای را در ماده ی هسته ای باز تولید کند و طبعاً پتانسیل جفت شده ی اسپین - مدار^۳ را ارائه دهد. در این رساله، تئوری میدان میانگین نسبیتی با در نظر گرفتن مدل های لایه ای^۴ و خوشه ای^۵ برای محاسبه ی ترازهای انرژی گروهی از هسته های سست مقید^۶ استفاده شده است و به منظور مقایسه ی نتایج با دیدگاه غیر نسبیتی محاسبات در این دیدگاه نیز انجام شده است. از ترکیب پتانسیل یوکاوا^۷ با پتانسیل های دیگر و تغییر شکل این پتانسیل، به عنوان پتانسیل موثر در محاسبات استفاده شده است. به عنوان اولین انتخاب، دو هسته ی سست مقید ^{17}F و ^{11}Be در مدل لایه ای با در نظر گرفتن ترکیب پتانسیل های یوکاوا و رزن - مورس^۸ مورد بررسی قرار گرفته اند. هسته ی سست مقید ^{17}F با دو مدل خوشه ای $^{16}\text{O} + ^1\text{H}$ و $^{14}\text{N} + ^3\text{He}$ و پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا نیز بررسی شده است. هم چنین نتایج حاصل از محاسبه ی ترازهای انرژی گروهی از ایزوتوپ های سست مقید ^7Be ، ^7Li ، ^6He و ^6Li در مدل لایه ای با پتانسیل های یوکاوا درجه دو ارائه شده است. ترازهای انرژی و شعاع باری هسته های دو جادویی با یک نوکلئون اضافی ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc با ترکیب پتانسیل های یوکاوا و شبه هلمن^۹ در مدل لایه ای محاسبه شده است. از ترکیب پتانسیل های یوکاوا و هولتن^{۱۰} به منظور محاسبه ی ترازهای انرژی و شعاع باری دو هسته ی سست مقید و آینه ای ^7Li و ^7Be به ترتیب به صورت ساختار

¹ Relativistic Mean Field (RMF) Theory

² Non-Relativistic Mean Field Theory

³ Spin-Orbit Potential

⁴ Shell model

⁵ Cluster model

⁶ Weakly bound nuclei

⁷ Yukawa potential

⁸ Rosen-Morse potential

⁹ Pseudo-Hellmann potential

¹⁰ Hulthen potential

خوشه ای $\alpha + {}^3\text{H}$ و $\alpha + {}^3\text{He}$ استفاده شده است. همه ی محاسبات با استفاده از روش تحلیلی ابرتقارن – نوردایی شکل ۱ انجام شده اند. نتایج عددی محاسبه شده و مقایسه نتایج با نتایج تجربی و کارهای دیگران در فصل چهارم قابل مشاهده است.

کلمات کلیدی: تئوری میدان میانگین نسبیتی، معادله ی دیراک، هسته های سست مقید، مدل لایه ای، مدل خوشه ای، ترازهای انرژی هسته.

¹ Supersymmetric Shape-Invariance method.

لیست مقالات مستخرج از رساله

مقالات ISI

1. F.Rezvani and M. R. Shojaei (2017) "Relativistic effects in study of weakly bound ^{17}F and ^{11}Be nuclei" *Pramana – J. Phys.*
2. F.Rezvani and M. R. Shojaei (2017) " Energy levels of weakly bound nuclei with Relativistic effects " *U.P.B. Sci. Bull., Series A.*
3. F.Rezvani and M. R. Shojaei (2017) "Relativistic shell model in Study of doubly-magic nuclei with extra nucleon " *revised of Proceedings of the National Academy of Sciences, Physical Sciences (NASA), Springer.*
4. F.Rezvani and M. R. Shojaei (2017) "A new approach in study of light weakly-bound nuclei by using dicluster model " *submitted in EPJ Plus. Springer.*

مقالات کنفرانسی

1. F.Rezvani and M. R. Shojaei "Cluster picture of the weakly-bound nucleus ^{17}F " *International Conference on researches in Science and Engineering 28 July 2016, Istanbul University, Turkey.*
۲. فهیمه رضوانی و محمدرضا شجاعی " اثرات نسبیتی در بررسی هسته ی سست مقید ^{17}F " بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک، پژوهشگاه دانش های بنیادی، ۲۹-۳۰ اردیبهشت ۱۳۹۵.
۳. فهیمه رضوانی و محمدرضا شجاعی " محاسبه ی ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F در مدل خوشه ای " کنفرانس فیزیک ایران، شیراز، ۴-۱ شهریور ۱۳۹۵.

فهرست مطالب

فصل اول : مقدمه	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- هسته های سست مقید : هاله ای	۳
۱-۲-۱- مثال هایی از سست مقید هاله ای	۵
۲-۲-۱- گواه تجربی برای هاله ها	۶
۳-۲-۱- سیستم های دو جسمی	۹
۴-۲-۱- مدل های میکروسکوپی	۱۱
۳-۱- مدل های هسته ای	۱۴
۱-۳-۱- مدل قطره- مایع	۱۵
۲-۳-۱- مدل جمعی	۱۶
۳-۳-۱- مدل اپتیکی	۱۷
۴-۱- شکل عمومی پتانسیل های نوکلئون- نوکلئون	۱۷
۵-۱- نیرو های چند جسمی	۱۹
فصل دوم : مدل های لایه ای و خوشه ای	۲۵
۱-۲- مقدمه	۲۶
۲-۲- مدل لایه ای	۲۶
۳-۲- بررسی هسته ها در مدل لایه ای	۳۱
۴-۲- خوشه ای شدن	۳۴
۵-۲- ماورای خوشه های α : نوترون های ظرفیت و مولکول ها	۳۸
۶-۲- مدل های خوشه ای میکروسکوپی	۴۰
۱-۶-۲- مدل دو خوشه ای RGM	۴۰
۲-۶-۲- مدل چند خوشه ای با نوترون های اضافی	۴۱
۷-۲- تابع موج هسته در مدل های خوشه ای	۴۱
۱-۷-۲- تابع موج مدل Bloch-Brink	۴۲

۴۳ ۲-۷-۲ تابع موج مدل THSR
۴۳ ۲-۷-۲ تابع موج مدل RGM
۴۴ ۲-۷-۲ تابع موج مدل GTCM
۴۴ ۸-۲ دینامیک مولکولی پاد متقارن
۴۶ ۹-۲ هامیلتونین هسته در مدل خوشه ای
۴۹ فصل سوم : تئوری میدان میانگین نسبیتی
۵۰ ۱-۳ مقدمه
۵۰ ۲-۳ تئوری میدان میانگین نسبیتی
۵۱ ۳-۳ معادلات نسبیتی
۵۲ ۱-۳-۳ معادله کلاین - گوردون
۵۲ ۲-۳-۳ معادله دیراک
۵۵ ۳-۳-۳ هامیلتونی معادله دیراک
۵۶ ۴-۳-۳ حل معادله ی دیراک با پتانسیل مرکزی
۵۹ ۴-۳ تقارن های اسپینی و شبه اسپینی
۶۰ ۵-۳ روش ابرتقارن- ناوردایی شکل
۶۳ فصل چهارم : محاسبه ی ترازهای انرژی هسته های سست مقید
۶۴ ۱-۴ مقدمه
۶۴ ۲-۴ هسته های سست مقید ^{17}F , ^{11}Be در مدل لایه ای
۶۴ ۱-۲-۴ پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا و رزن - مورس
۶۵ ۲-۲-۴ حل معادله ی دیراک با پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا و رزن - مورس
۶۸ ۳-۲-۴ حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا و رزن - مورس
۶۹ ۴-۲-۴ تراز های انرژی هسته های ^{17}F و ^{11}Be و مقایسه ی نتایج
۷۲ ۳-۴ هسته ی سست مقید ^{17}F در مدل خوشه ای
۷۳ ۱-۳-۴ انتخاب پتانسیل مناسب در مدل خوشه ای
۷۴ ۲-۳-۴ حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا
۷۶ ۳-۳-۴ ساختار خوشه ای هسته ی ^{17}F
۷۸ ۴-۴ ایزوتوپ های سست مقید O و C ، Be ، He

۷۸	۴-۴-۱- حل معادله ی دیراک با پتانسیل یوکاوا درجه دو
۸۰	۴-۴-۲- تراز های انرژی ایزوتوپ های سست مقید O و C ، Be ، He
۸۳	۴-۵-۵- هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ در مدل خوشه ای
۸۳	۴-۵-۱- حل معادله ی دیراک با ترکیبی از پتانسیل های یوکاوا و هولتن
۸۵	۴-۵-۲- تراز های انرژی هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$
۸۵	۴-۵-۳- محاسبه ی شعاع باری هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ در دیدگاه نسبیتی
۸۷	۴-۶-۶- هسته های دو جادویی با یک نوکلئون اضافی در مدل لایه ای
۸۷	۴-۶-۱- حل معادله ی دیراک با ترکیبی از پتانسیل های یوکاوا و شبه هلمن
۸۹	۴-۶-۲- تراز های انرژی هسته های ${}^{17}\text{O}$ ، ${}^{17}\text{F}$ ، ${}^{41}\text{Ca}$ و ${}^{41}\text{Sc}$
۹۰	۴-۶-۳- محاسبه ی شعاع باری هسته های ${}^{17}\text{O}$ ، ${}^{17}\text{F}$ ، ${}^{41}\text{Ca}$ و ${}^{41}\text{Sc}$
۹۲	۴-۷- جمع بندی
۹۶	مراجع

فهرست شکل ها

- شکل (۱-۱) : شعاع ایزوتوپ های Li ۳
- شکل (۲-۱) : هسته ی یک نوترون هاله ای ^{11}Be و هسته ی دو نوترون هاله ای ^{11}Li ۶
- شکل (۳-۱) : بخشی از نمودار سگری نشان دهنده ی هسته های سست مقید هاله ای ۸
- شکل (۴-۱) : نموداری از شعاع ماده ایزوتوپ های Li ، He و Be ۱۰
- شکل (۵-۱) : نیروهای دو جسمی و سه جسمی ۲۰
- شکل (۶-۱) : انرژی بستگی هسته های سبک بر حسب نیروهای دو جسمی و سه جسمی ۲۱
- شکل (۷-۱) : سلسله مراتب نیروهای هسته ای در کایرال ۲۲
- شکل (۸-۱) : تخمینی از درصد مشارکت نیروهای دور سه و چهار جسمی در محاسبه ی انرژی بستگی ذرات آلفا و تریتون. این درصد با استفاده از رابطه ی $(E_{Cal} - E_{exp})/E_{exp}$ محاسبه شده است ۲۳
- شکل (۱-۲) : نمایش اعداد جادویی در یک چاه پتانسیل لبه گرد شامل شکافتگی اسپین - مدار ۲۷
- شکل (۲-۲) : ترازهای نوترونی ایزوتوپ ^{17}O سمت راست و ترازهای پروتونی ایزوتوپ ^{17}F سمت چپ ۳۲
- شکل (۳-۲) : ترازهای ایزوتوپ 6He ۳۲
- شکل (۴-۲) : ترازهای ایزوتوپ ^{19}O ۳۳
- شکل (۵-۲) : ترازهای ایزوتوپ ^{16}O در مدل لایه ای کامل ۳۳
- شکل (۶-۲) : ترازهای ایزوتوپ ^{12}C در مدل لایه ای کامل ۳۴
- شکل (۷-۲) : محاسبه ی چگالی 8B به روش مونت کارلو. تصاویر به ترتیب چگالی محاسبه شده در چارچوب آزمایشگاه و مرجع هستند. ساختار خوشه ای 2α به طور واضح مشاهده می شود ۳۵
- شکل (۸-۲) : ساختار خوشه ای هسته ی ^{12}C به صورت 3α ۳۶
- شکل (۹-۲) : انرژی بستگی هسته های $A=4n$ ($n=1,2,3,\dots$) بر حسب تعداد اتصالات $\alpha-\alpha$ ۳۶
- شکل (۱۰-۲) : نمودار نشان می دهد که چگونه درجات آزادی خوشه ای شدن از افزایش انرژی برانگیختگی استنتاج می شود. ۳۷
- شکل (۱۱-۲) : نمودار ون ارتزن برای ایزوتوپ های $N \neq Z$. در این نمودار ذرات α با رنگ سبز، نوترون ها با رنگ قرمز و هسته ی ^{16}O با رنگ آبی نشان داده شده است، اعداد نشانگر انرژی های برانگیختگی هستند که انتظار داریم در آنها شاهد ساختار خوشه ای باشیم ۳۸
- شکل (۱۲-۲) : ساختار مولکولی هسته ی 9Be ۴۰
- شکل (۱۳-۲) : نمایی از هسته ی ^{12}Be در مدل خوشه ای RGM ۴۰

- شکل (۲-۱۴): نمایی از هسته ی ^{12}Be در مدل چند خوشه ای ۴۱
- شکل (۲-۱۵): توزیع چگالی حالت پایه ی ایزوتوپ های برلیوم که در چارچوب AMD محاسبه شده است. ستون سمت چپ چگالی کل نوکلئون ها، ستون وسط چگالی پروتون ها و ستون سمت راست چگالی نوترون ها را نشان می دهد ۴۵
- شکل (۳-۱): سه منطقه ی بر همکنش نوکلئون- نوکلئون و بر همکنش موثر ۵۱
- شکل (۴-۱): رفتار پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا و رزن - مورس برای مقادیر $a=b=0.04$ ۶۵
- شکل (۴-۲): رفتار تابع $1/r^2$ و تقریب دانگ برای مقادیر مختلف α ۶۶
- شکل (۴-۳): نمودار ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F در دیدگاه نسبیتی، غیر نسبیتی و تجربی ۷۰
- شکل (۴-۴): نمودار ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{11}Be در دیدگاه نسبیتی، غیر نسبیتی و تجربی ۷۱
- شکل (۴-۵): نمودار ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F در دیدگاه در دو مدل خوشه ای ($^{14}\text{N} + ^3\text{He}$ و $^{16}\text{O} + ^1\text{H}$) و مقایسه با داده های تجربی ۷۷
- شکل (۴-۶): نمودار ترازهای انرژی ایزوتوپ های ^5He ، ^7He ، ^9Be و ^{11}Be با استفاده از رابطه ی (۴-۴۲) و مقایسه با نتایج تجربی ۸۲
- شکل (۴-۷): نمودار ترازهای انرژی ایزوتوپ های ^{13}C ، ^{15}C ، ^{17}O و ^{19}O با استفاده از رابطه ی (۴-۴۲) و مقایسه با نتایج تجربی ۸۲
- شکل (۴-۸): نمودار ترازهای انرژی هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc با استفاده از رابطه ی (۴-۶۲) و مقایسه با نتایج تجربی ۹۰

فهرست جدول ها

- جدول (۴-۱) : ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F با مقادیر $\alpha=0.01 \text{ fm}^{-1}$ و $V_0=0.4 \text{ MeV}$ ۷۰
- جدول (۴-۲) : ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{11}Be با مقادیر $\alpha=0.01 \text{ fm}^{-1}$ و $V_0=0.4 \text{ MeV}$ ۷۱
- جدول (۴-۳) : ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F در مدل خوشه ای ۷۷
- جدول (۴-۴) : انرژی حالت پایه ایزوتوپ های O ، C ، Be ، He ۸۱
- جدول (۴-۵) : انرژی اولین حالت برانگیخته ی ایزوتوپ های O ، C ، Be ، He ۸۱
- جدول (۴-۶) : ترازهای انرژی هسته ها ی سست مقید ^7Li و ^7Be در مدل خوشه ای ۸۵
- جدول (۴-۷) : شعاع باری هسته ها ی سست مقید ^7Li و ^7Be در مدل خوشه ای ۸۶
- جدول (۴-۸) : انرژی حالت پایه هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc ۸۹
- جدول (۴-۹) : انرژی اولین حالت برانگیخته ی هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc ۸۹
- جدول (۴-۱۰) : شعاع باری هسته ها ی ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc در مدل لایه ای ۹۱

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

فیزیکدانان می توانند سیستم های چند ذره ای را در قالب تقریب های معینی توضیح دهند که توسط واقعیت تجربی خاصی که آن ها در پی توجیه آن هستند تعیین می شود. مثلاً آن ها برای توضیح رفتار یک مقدار گاز از قوانین گازها (قانون بویل، چارلز،.....) استفاده می کنند، ولی این قوانین تفضیلات جنبشی مولکولی را که برای توصیف رسانایی گرمایی گاز لازم است شامل نمی شود. در مورد هسته ها این توصیف های هسته ای تقریبی را "مدل" می نامیم. بیشتر بحث ما در این رساله مبتنی بر چنین مدل هایی است که هر کدام فقط برای گستره ی محدودی از شرایط تجربی مناسب است. ما در این فصل به معرفی چند مدل هسته ای پر کاربرد می پردازیم ولی مدل های لایه ای و خوشه ای را به دلیل اهمیتشان در انجام این پروژه، در فصل دوم بررسی می کنیم. در ابتدای بحث تعریف چند اصطلاح لازم به نظر می رسد.

هسته های سست مقید: هسته هایی که عموماً با یک انرژی بستگی پایین به نوکلئون(های) ظرفیت ، پیوند خورده اند. که شامل هسته های هاله ای، عجیب و.... مانند ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{13}\text{C}$, ${}^{17}\text{F}$, ... می شوند [1-2].

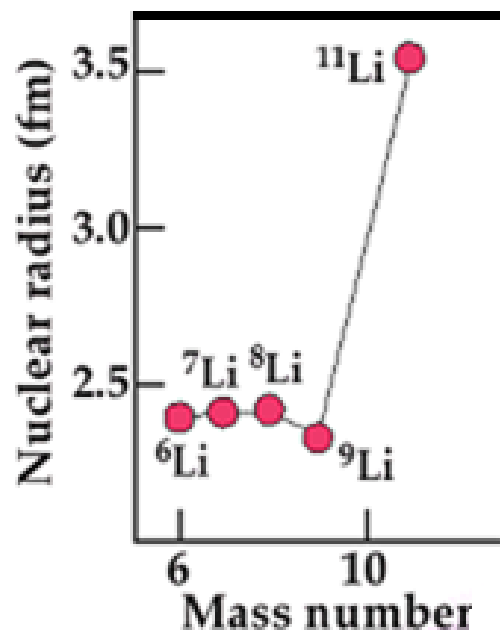
هسته های هاله ای^۱: هسته هایی که با توجه به تعداد نوکلئون هایشان شعاع بزرگی دارند و این حالت بیشتر در هسته های دو جادویی با یک نوکلئون اضافی دیده می شود. مانند ${}_{8+1}^{17}\text{F}$, ${}_{2+1}^{11}\text{Li}$, ... در شکل (۱-۱) شعاع ایزوتوپ های Li نشان داده شده است. به اختلاف زیاد شعاع ${}^{11}\text{Li}$ توجه کنید [3-4].

هسته های عجیب^۲: هسته هایی که نسبت تعداد نوترون ها به پروتون هایشان بزرگ است مانند ${}^{11}\text{Li}$, ${}^6\text{He}$, ... [5-6].

¹ Halo Nuclei

² Exotic Nuclei

در حالت کلی می توان هسته های هاله ای و عجیب را سست مقید به حساب آورد.



شکل (۱-۱): شعاع ایزوتوپ های Li [7]

۲-۱- هسته های سست مقید : هاله ای

کشف میدان هسته های سست مقید هاله ای در اوایل دهه ی ۱۹۸۰، شور و اشتیاق فراوانی را ایجاد کرد و پس از آن صدها مقاله در این باره نگارش یافت. با اینکه مطالعات اولیه ی واپاشی بتا و گاما از این هسته ها، اطلاعاتی را در خصوص طول عمر و ویژگی های خاص ساختار آن ها فراهم کرد، اما افتخار کشف آن ها باید به تانیهاتا^۱ [8-9] برای کار گروهی او در آزمایشگاه لارنس برکلی^۲ در سال ۱۹۸۵، و همچنین به هانسن و جانسون^۳ که کلمه ی "هاله" را دو سال بعد برای اولین بار در مقاله ی خود برای این هسته ها به کار بردند [10]، نسبت داد. کار تانیهاتا و گروهش به اندازه گیری سطح مقطع برهم کنش های بسیار بزرگ ایزوتوپ های غنی از نوترون هلیوم و لیتیوم مرتبط بود. لازم به ذکر

¹ Tanihata

² Lawrence Berkeley Laboratory's Bevalac

³ Hansen and Jonson

است که نخستین هسته‌ی هاله‌ای که در آزمایشگاه تولید شد، ${}^6\text{He}$ در سال ۱۹۳۶ بود. این هسته دقیقاً چند سال بعد از کشف نوترون، با استفاده از باریکه‌ای از نوترون‌ها بر روی یک هدف ${}^9\text{Be}$ [11] تولید شد. در مقابل کشف ${}^{11}\text{Li}$ ، که اکنون مشهورترین هسته‌ی هاله‌ای می‌باشد، تا ۳۰ سال بعد از آن اتفاق نیافتاد [12]، هرچند که ویژگی‌های قابل توجه آن هسته، دو دهه پس از کشف آن درک شدند. بنابراین باید با تعریف اینکه یک هسته‌ی سست مقید هاله‌ای شامل چه چیزی است و تحت چه شرایطی خود را آشکار خواهد کرد، کار خود را آغاز کنیم.

هاله، یک اثر آستانه ناشی از پیوند بسیار ضعیف یک یا دو نوکلئون ظرفیت آخر (معمولاً نوترون‌ها) به یک هسته‌ی خوش تعریف ساکن است که شامل سایر نوکلئون‌های دیگر می‌باشد. کتاب درسی مکانیک کوانتومی بیان می‌کند که ترکیب نیروی هسته‌ای کوتاه برد و پیوند ضعیف (چون هسته نسبتاً فشرده است) به این معنی است که نوترون‌ها می‌توانند به یک چاه حجمی خارج از هسته و یک منطقه که از لحاظ کلاسیکی ممنوع است تونل بزنند. برای نمونه ویژه توابع یک ذره که به یک چاه پتانسیل یک بعدی متناهی محدود شده است را در نظر بگیرید. حالت‌های بسیار مقید در داخل پتانسیل محدود شده‌اند و گسترش بسیار اندکی به آنسوی دیواره‌ها دارند. ولی حالت‌های دارای ویژه-انرژی‌هایی که درست در زیر سطح پتانسیل قرار دارند، دنباله‌های کاهشی نمایی در آنسوی محدوده‌ی پتانسیل خواهند داشت. از لحاظ مکانیک کوانتومی، این بدان معنی است که یک احتمال قابل توجه تری برای یافتن ذره در بیرون از چاه وجود دارد.

در هسته‌های سست مقید هاله‌ای، چاه پتانسیل، متناظر با پتانسیل میدان متوسط بقیه‌ی نوکلئون‌ها در هسته می‌باشد. شانس خوبی برای یافتن نوکلئون ظرفیت (فعالاً بحث را به یک نوکلئون هاله‌ای محدود می‌کنیم) در خارج هسته وجود دارد. اصل عدم قطعیت تضمین می‌کند چنین حالت‌های مقید طول عمر نسبتاً کوتاهی دارند، که از مرتبه‌ی چند میلی ثانیه تا چند ثانیه می‌باشد. که برای شکل-

گیری چنین هسته‌هایی و همچنین استفاده از آن‌ها در واکنش‌های هسته‌ای به منظور مطالعه‌ی ویژگی‌های غیر طبیعی آن‌ها، این زمان به اندازه‌ی کافی بلند است.

بنابراین تعریف پذیرفته شده‌ی هسته‌ی سست مقید هاله‌ای (معمولاً در حالت پایه)، این است که نوترون هاله‌ای باید بیش از ۵۰ درصد از چگالی احتمال خود را در بیرون از محدوده‌ی پتانسیل هسته داشته باشد. علاوه بر تجزیه‌ی هسته و ذرات ظرفیت و انرژی جداسازی اندک آن‌ها، معیار مهم دیگر برای یک هاله این است که ذره‌ی ظرفیت باید در یک حالت تکانه‌ی زاویه‌ای مداری نسبی پایین، نسبت به هسته و ترجیحاً موج s ، قرار داشته باشد، زیرا مقادیر بالاتر l منجر به یک سد گریز از مرکز محدودکننده می‌گردند. دلیل این که هاله‌های پروتون از لحاظ فضایی به اندازه‌ی هاله‌های نوترون گسترده نشده‌اند، سد کلومی مقیدکننده می‌باشد.

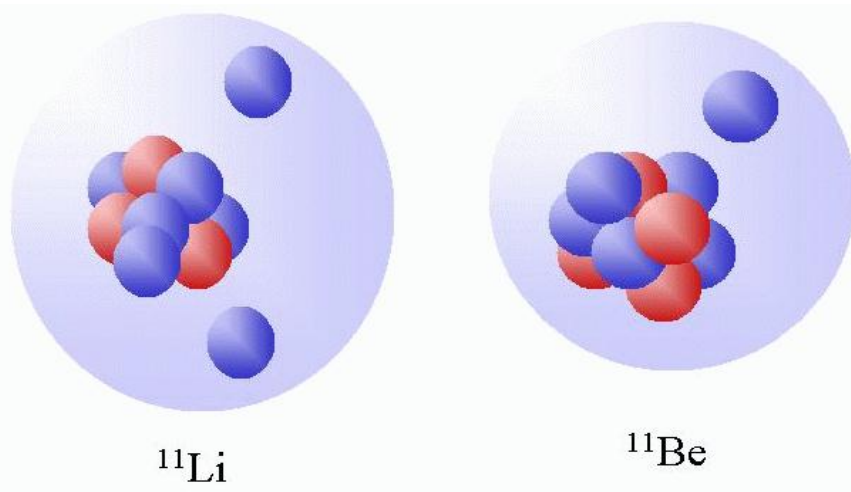
چون هسته‌های سست مقید هاله‌ای دارای عمر کوتاهی هستند لذا باید با استفاده از ابزار باریکه‌ی رادیواکتیو مورد مطالعه قرار گیرند، که در آن این هسته‌ها شکل گرفته و سپس برای راه اندازی یک واکنش هسته‌ای با یک هدف پایا به کار روند. در واقع، اکثر چیزهایی که درباره‌ی هسته‌های هاله‌ای می‌دانیم، از واکنش‌های تکه‌تکه شدن با انرژی بالا حاصل می‌شود، که در آن‌ها پرتابه‌ی هاله‌ای، به آهستگی تجزیه شده و تکه‌های آن شناسایی شده‌اند.

۱-۲-۱ مثال‌هایی از هسته‌های سست مقید هاله‌ای

سه هسته‌ی سست مقید هاله‌ای که بیشتر مورد مطالعه قرار گرفته‌اند، ${}^6\text{He}$ ، ${}^{11}\text{Li}$ و ${}^{11}\text{Be}$ هستند، هرچند تعداد دیگری مثل ${}^{14}\text{Be}$ ، ${}^{14}\text{B}$ ، ${}^{15}\text{C}$ و ${}^{19}\text{C}$ نیز تأیید شده‌اند. همه‌ی موارد بالا مثال‌هایی از سیستم‌های هاله‌ی نوترونی هستند، که زیر خط نوترون^۱ در حدهای پایداری ذره قرار می‌گیرند. سایر کاندیداها، شامل ${}^{15}\text{B}$ ، ${}^{17}\text{B}$ ، ${}^{19}\text{B}$ ، همراه با ${}^{22}\text{C}$ و ${}^{23}\text{O}$ منتظر مطالعات نظری مناسب و تأیید تجربی هستند. هسته‌های هاله‌ی پروتونی به دلیل محدود کردن سد کلومی که آن‌ها را به هسته نزدیک‌تر

^۱ Neutron dripline

نگه می‌دارد، از لحاظ اندازه‌ی هاله کاملاً مؤثر نیستند. با این حال مثال‌ها شامل ^{17}Ne ، ^{13}N ، ^8B ، و اولین حالت برانگیخته‌ی ^{17}F می‌باشند. یک ویژگی خاص دیگر این است که بیشتر هاله‌ها تمایل دارند که در حالت‌های پایه‌ی هسته‌های مورد نظر ظاهر شوند. در واقع، بیشتر هسته‌های هاله‌ای شناخته شده تمایل دارند که تنها یک حالت مقید داشته باشند. هرگونه برانگیختگی چنین سیستم‌هایی به قید ضعیف، به استثنای ^{11}Be که دو حالت مقید دارد، تمایل دارد در زنجیره باشد.



شکل (۱-۲): هسته‌ی یک نوترون هاله‌ای ^{11}Be و هسته‌ی دو نوترون هاله‌ای ^{11}Li [13]

هاله‌های حالت برانگیخته کمتر مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. فکر کردن در مورد اینکه بسیاری از هسته‌ها حالت‌های برانگیخته‌ای دقیقاً زیر آستانه‌ی واپاشی تک نوترونی خواهند داشت که ویژگی‌های شبه هاله‌ای بروز می‌دهند، خطرناک است. در نهایت، اگر تنها معیار، معیار مربوط به قید ضعیف باشد، آنگاه مسلماً هاله‌های حالت برانگیخته در همه جا خواهند بود. هرچند این درست نیست، چون نوکلئون‌های هسته باید بسیار به هم مقید و از لحاظ فضایی از نوترون ظرفیت جدا شده باشند.

۱-۲-۲ گواه تجربی برای هاله‌ها

اولین چیز غیرطبیعی که مشاهده شده بود، از اندازه‌گیری گذار دوقطبی الکتریکی بین دو حالت مقید در ^{11}Be ناشی شد. در ابتدا، یک تصویر مدل لایه‌ای ساده از ساختار ^{11}Be پیشنهاد می‌کند که حالت

پایه‌ی آن باید شامل یک تک نوترون ظرفیت که اوربیتال $0p_{1/2}$ را اشغال کرده است باشد (۶تای دیگر اوربیتال‌های $0s_{1/2}$ و $0p_{3/2}$ را اشغال کرده‌اند).

هرچند، معلوم شد که اوربیتال $1s_{1/2}$ به زیر $0p_{1/2}$ پایین می‌آید و این حالت "مخل"^۱، حالت اشغال شده توسط نوترون می‌باشد، که آن را یک حالت پایه‌ی $\frac{1}{2}^+$ می‌نماید. اولین حالت برانگیخته‌ی ^{11}Be ،

و تنها حالت مقید ذره، حالت $\frac{1}{2}^-$ است، که وقتی به دست می‌آید که نوترون ظرفیت اوربیتال بالاتر

$0p_{1/2}$ را اشغال می‌کند. طول عمر بسیار کوتاه برای گذار میان این دو حالت مقید در سال ۱۹۸۳ اندازه‌گیری شد [14]. مشخص شد که این قدرت زیاد می‌تواند تنها وقتی محقق شود که توابع موج واقعی تک ذره برای توصیف نوترون ظرفیت در دو حالت استفاده شده باشد، که به دلیل قید ضعیف، به مسافت‌های بزرگ گسترش یافته‌اند. بنابراین انتگرال شعاعی موجود در محاسبه‌ی گذار می‌بایست به یک مسافت بزرگ توسعه داده شود، که این گواهی بر دنباله‌ی بلند برد برای تابع موج (هاله) می‌باشد.

آزمایش‌های برکلی توسط تانیهااتا و گروهش در اواسط دهه‌ی ۱۹۸۰ برای اندازه‌گیری سطح مقطع برهمکنش ایزوتوپ‌های هلیوم و لیتیوم انجام شدند و آن‌ها دریافتند که برای موارد ^6He و ^{11}Li این سطح مقطع‌ها بسیار بزرگتر از حد انتظار بودند. این‌ها متناظر با شعاع‌های بزرگ‌تر ماده (rms) نسبت به شعاع‌های پیش‌بینی شده توسط وابستگی عادی $A^{1/3}$ بودند. هانسن و جانسون [10] پیشنهاد کردند که اندازه‌ی بزرگ این هسته‌ها به دلیل اثر هاله‌ای می‌باشد.

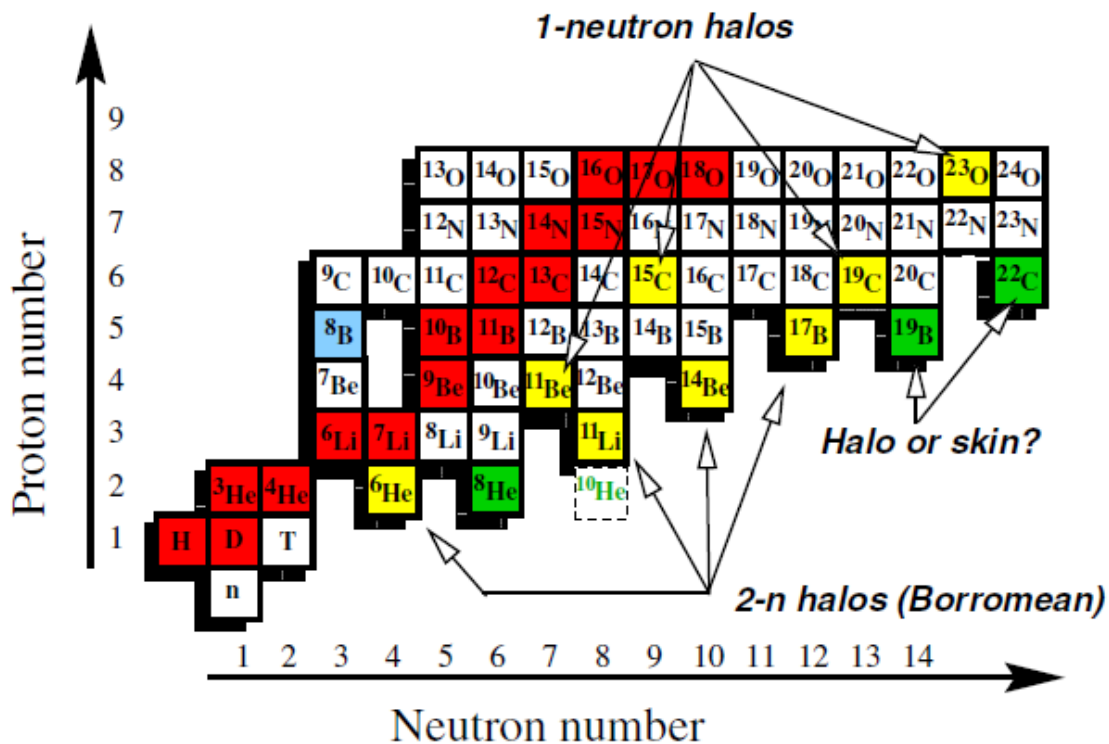
آن‌ها شعاع بزرگ ^{11}Li را با در نظر گرفتن آن به عنوان یک سیستم دوتایی از هسته‌ی ^9Li به اضافه‌ی یک داینوترون^۲ (یک ذره‌ی نقطه‌ای فرضی، که نشان می‌دهد دو نوترون به هم چسبیده‌اند- قطعاً

¹ Intruder

² Dineutron

سیستم n-n غیر مقید است) شرح داده و نشان دادند که چگونه قید ضعیف میان این جفت خوشه می‌تواند یک چگالی هاله‌ای گسترش یافته را شکل دهد.

در اواخر دهه‌ی ۸۰ و اوایل دهه‌ی نود، نظریه‌پردازان و تجربی‌کارها از برآوردهای ساده‌ی ویژگی‌های هاله‌ای گوناگون با استفاده از تکثیر مشاهده‌پذیرهای واکنش تجربی از قبیل سطح مقطع‌های جدایی کلومی و واکنش کامل و توزیع‌های تکانه‌ی ناشی از واپاشی هسته‌ای راضی به نظر می‌رسیدند. انرژی‌های باریکه‌ی زیاد به این معنی می‌باشند که رهیافت‌های نیمه کلاسیکی می‌توانند به‌طور قابل اعتمادی در مدل‌های واکنش استفاده شوند. آزمایش‌های برکلی با باریکه‌ی دارای انرژی 800 MeV/nucleon انجام شدند. محاسبات عددی پیچیده‌تر ساختار و واکنش‌ها، در طول چند سال گذشته انجام شده‌اند.



شکل (۱-۳): بخشی از نمودار سگری^۱ نشان دهنده ی هسته‌ها ی سست مقید هاله ای [15]

¹ Segre chart

۱-۲-۳ سیستم‌های دو جسمی

بسیاری از ویژگی‌های کلی هسته‌های هاله‌ای تک نوترونی را می‌توان با استفاده از مدل ساده‌ی دو جسمی هسته به اضافه‌ی قید نوترون ظرفیت توسط یک پتانسیل کوتاه برد مطالعه کرد. اگر درجات آزادی داخلی نوکلئون‌ها در هسته از درجه‌ی آزادی نوترون ظرفیت باقی‌مانده جدا شده باشد، آنگاه می‌توان تابع موج هسته‌ای چند جسمی را ساده کنیم

$$\Phi_A \approx \phi_{core}(\xi) \psi(\vec{r}) \quad (1-1)$$

جایی که ξ به مختصات ذاتی هسته اشاره دارد و $\psi(\vec{r})$ تابع موج حالت مقید نسبی هسته و نوترون ظرفیت می‌باشد. یکی از معیارهای وجود یک حالت هاله‌ای، این است که احتمال کل برای یافتن نوترون‌ها در بیرون از محدوده‌ی پتانسیل، بزرگتر از احتمال متناظر در داخل پتانسیل باشد (یعنی احتمال یافتن نوترون در آنسوی برد پتانسیل زیاد است، که آن را به هسته سست مقید می‌کند). خارج از پتانسیل، تابع موج شکل ساده‌ی یوکاوا را دارد

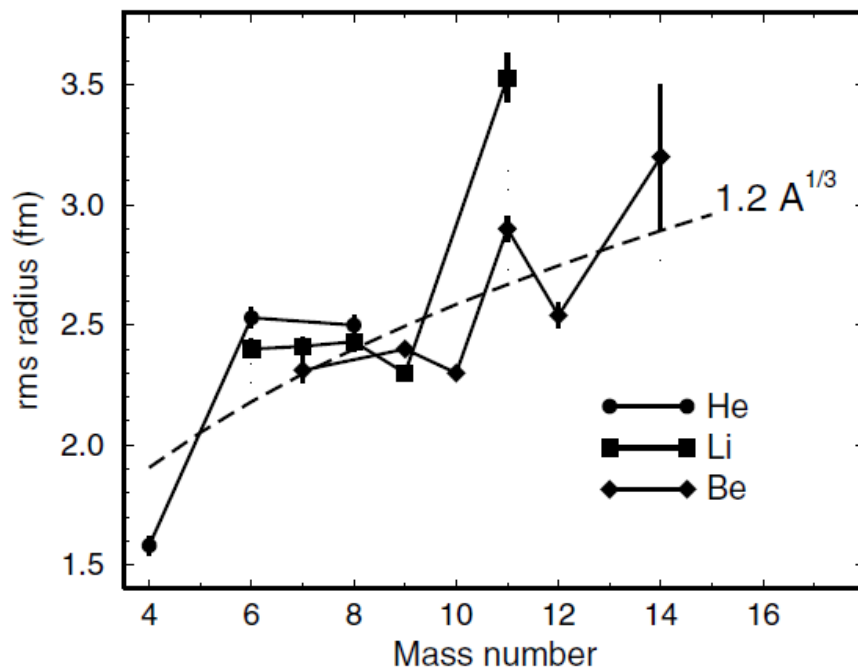
$$\psi(r) = N \frac{e^{-\kappa r}}{\kappa r} \quad (2-1)$$

که رفتار مجانبی آن را توصیف می‌کند و تنها به انرژی بستگی (یا جدایی) نوترون وابسته است

$$\kappa = \frac{\sqrt{2\mu S_n}}{\hbar} \quad (3-1)$$

جایی که μ جرم کاهش‌یافته‌ی سیستم هسته-نوترون و S_n انرژی جداسازی است. واضح است که هرچه S_n به صفر نزدیک‌تر باشد، آنگاه تابع موج آهسته‌تر به صفر میل می‌کند (شکل (۴-۱) را ببینید).

بنابراین برای هسته‌های هاله‌ای، بخش غالب تابع موج در خارج از پتانسیل قرار می‌گیرد و بیشتر فیزیک از رفتار دنباله‌ی آن ناشی می‌شود. در واقع، ویژگی‌های آن اندکی به شکل پتانسیل بستگی دارد.



شکل (۴-۱): نموداری از شعاع ماده ایزوتوپ های He، Li و Be. [13-15]

بنابراین شعاع میانگین مربعی^۱ چنین تابع موجی به صورت زیر است

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int r^4 dr (e^{-kr} / kr)^2}{\int r^2 dr (e^{-kr} / kr)^2} = \frac{\hbar^2}{4\mu S_n} \quad (۴-۱)$$

یا به عبارت دیگر شعاع میانگین مربعی هاله، با عکس انرژی جداسازی متناسب می باشد. چنین شعاع واگرایی همچنان که انرژی جداسازی به صفر متمایل می شود، تنها برای تکانه های زاویه ای اوربیتالی $l = 0, 1$ درست می باشد. این توضیح می دهد که چرا حالت های هاله ای به تکانه ای زاویه ای نسبی کم برای ذره ظرفیت و همچنین تقید ضعیف نیاز دارند. برای $l \geq 2$ ، شعاع با کاهش انرژی جداسازی همگرا می شود چون سد گریز از مرکز، حالت مقید را به داخل پتانسیل هل می دهد. شرایط لازم و کافی برای شکل گیری یک هاله مورد ارزیابی قرار گرفته است [16] و نمودارهای مقیاس گذاری جهانی

¹ Mean square radius

که شعاع‌ها را به انرژی‌های بستگی ربط می‌دهند را می‌توان برای بررسی کاندیداهای هاله‌ای ممکن مورد استفاده قرار داد [17].

توابع موج کاملاً واقع‌گرایانه برای هسته‌ی سست مقید هاله‌ای تک نوترونی از قیبل ^{11}Be را می‌توان با حل کردن مسئله‌ی حالت مقید دو جسمی با یک پتانسیل بستگی وود-ساکسون¹ با هندسه‌ی مقتضی و عمق مناسب برای تولید انرژی جداسازی صحیح مدل‌سازی کرد.

یک سؤال واضح این است که آیا فرض شده که یک هاله وقتی شکل می‌گیرد که آخرین نوترون ظرفیت به صورت ضعیف مقید است (یک مگا الکترون ولت یا کمتر) و در یک حالت نسبی s یا p قرار دارد یا خیر. به وضوح، در حالی که نمونه‌های نوکلئویدهای حالت پایه با این ویژگی کمیاب هستند، نمونه‌های زیادی از حالت‌های برانگیخته درست در زیر آستانه‌ای که این ویژگی را دارد باید وجود داشته باشند. به هر حال، بسیاری از چنین حالت‌هایی به دلیل چگالی بالای حالت‌ها در آن مناطق، برای نشان دادن اثرهای هاله‌ای واضح غیرمحمتمل هستند. این که هسته به شدت مقید، ساکن، و دارای درجات آزادی داخلی جدا شده از نوترون ظرفیت باشد غیرمحمتمل است. البته استثناهایی برای این وجود دارد و یک کاندیدای ممکن، حالت 2^- در ^{10}Be می‌باشد، که می‌تواند به‌طور کلی به عنوان یک نوترون موج- s که تنها به‌وسیله‌ی 0.5 MeV به هسته‌ی ^9Be مقید شده است توصیف گردد.

به هر حال اینکه آیا هسته عمدتاً در حالت پایه‌ی خود می‌باشد یا خیر، سؤال برانگیز است. چنین مدل‌های ساده‌ای از هسته‌های هاله‌ای تک نوترونی برحسب تابع موج تک ذره‌ی نوترون، اغلب به اندازه‌ی کافی برای توضیح فیزیکی که در حال حاضر می‌توان به صورت تجربی به دقت اندازه‌گیری کرد، دقیق نیستند. در واقع باید به آنسوی این تصویر رفت، جایی که هسته در حالت پایه‌ی خود ساکن می‌ماند. برای نمونه به خوبی پذیرفته شده است که نوترون با قید ضعیف در حالت پایه‌ی $1/2^+$ از ^{11}Be ، عمدتاً در یک حالت $s_{1/2}$ قرار دارد، اما همچنین یک مؤلفه‌ی برانگیخته‌ی هسته

¹ Woods- Saxon potential

$^{10}\text{Be}(2^+)$ نیز وجود دارد که به یک نوترون $d_{5/2}$ جفت شده است. نتایج مشابه در بسیاری از هسته‌های سبک هاله‌ای و نامتعارف یافت شده‌اند.

اکنون سوال این است که آیا هاله‌های چند نوترونی می‌توانند وجود داشته باشند یا خیر؟ تفاوت در انرژی‌های فرمی میان نوترون‌ها و پروتون‌ها در هسته‌ها منجر به یک توزیع چگالی نوترونی گسترده‌تر نسبت به توزیع پروتون‌ها می‌گردد. این تفاوت، پوست نوترونی نامیده می‌شود و ویژگی اکثر هسته‌های سنگین می‌باشد. به هر حال در چنین هسته‌هایی، توزیع نوترونی ویژگی‌های سطحی و حجمی مشابهی (پخش‌شدگی) با توزیع پروتونی دارد. این کاملاً با هاله متفاوت می‌باشد، که با ماهیت بلند برد و رقیق خود مشخص شده است. نمونه‌ای از یک هسته با ویژگی‌هایی در مرز میان یک هاله و یک پوسته، ^8He می‌باشد. این هسته به خوبی به عنوان یک هسته‌ی آلفا به اضافه‌ی ۴ نوترون ظرفیت توصیف شده است. در حالی که یک شعاع ماده‌ی مشابه با خواهر هاله‌ای خود، یعنی ^6He دارد، توزیع نوترون ظرفیت آن خیلی به بیرون گسترده نمی‌شود. بنابراین ملاحظه شده است که، در حالی که ^8He یک سیستم هاله‌ای نیست، توسط یک چنین پوسته‌ی نوترونی ضخیمی که مشابه موشی با پوست یک فیل می‌باشد احاطه شده است. به وضوح، هرچه تعداد نوترون‌های ظرفیت بیشتری در بیرون از هسته وجود داشته باشند، جاذبه‌ی متقابل با شدت بیشتری آن‌ها را در کنار یکدیگر نگه می‌دارد، و از شکل‌گیری یک هاله‌ی چشم‌گیر جلوگیری می‌نماید.

۱-۲-۴- مدل‌های میکروسکوپی

قطعاً، تصویر کردن تابع موج کامل چند جسمی بر روی فضاها‌ی مدل دو یا سه جسمی، تنها یک تقریب است. مدل‌های چند جسمی ساختار هسته‌های سست مقید هاله‌ای از چندین ضعف و کمبود رنج می‌برند. برای مثال اینکه نامتقارن‌سازی^۱ اغلب تنها به صورت تقریبی بررسی شده است و اثرات

¹ Antisymmetrisation

قطبش و برانگیختگی هسته اغلب مورد چشم‌پوشی قرار گرفته‌اند، اگرچه تعدادی از مطالعات در حال بهبود این نقص‌ها می‌باشند.

به نفع مدل‌های خوشه‌ای است که ویژگی‌های مجانبی و دینامیکی مهم دو جسمی به درستی به حساب آورده شوند. تعدادی از مطالعات در حال حاضر در حال توسعه‌ی مدل‌های ساختاری کاملاً میکروسکوپی (از ابتدا) می‌باشند. این‌ها کاملاً نامتقارن هستند، از یک برهمکنش واقع‌گرایانه‌ی N-N شروع می‌کنند و حتی می‌توانند شامل نیروهای سه جسمی شوند. بسیاری از نظریه‌پردازان اعتراف می‌کنند که یک نیاز واقعی برای عبور از مدل لایه‌ای مرسوم وجود دارد. برای نمونه، مدل لایه‌ای پیوستار^۱ و مدل لایه‌ای گاموف^۲ [18] نتایج اولیه‌ی نوید بخشی را ارائه می‌کنند. برای سیستم‌های بسیار سبک، با مدل لایه‌ای بدون هسته پیشرفت حاصل شده است [19] و امید می‌رود که همگرایی این روش‌ها حاصل شود. اما آیا آن‌ها قادر به پیش‌بینی یک شعاع ماده برای ^{11}Li به اندازه‌ی 3.5 fm خواهند بود؟

مدل پیش‌تاز تصدیق شده در میان چنین مدل‌های ساختاری میکروسکوپی، روش مونت کارلو تابع گرین^۳ [20] می‌باشد. این رهیافت شامل محاسبه‌ی یک تابع موج تقریبی A جسمی با استفاده از روش تغییر مونت کارلو و سپس استفاده از روش‌های تصویر تابع گرین برای دستیابی به تابع موج حالت مقید مطلوب می‌باشد. تا این تاریخ، روش GMC برای توصیف حالت‌های مقید هسته‌های بالای $A=12$ ، شامل حالت‌های سست مقید هاله‌ای، به کار رفته است. هرچند، در مورد سیستم‌های با جرم بیشتر مشکلاتی حاصل خواهد شد.

رهیافت نوید بخش دیگر، روش خوشه‌ی جفت شده^۴ است [21]. این به‌طور گسترده در تعدادی از رشته‌های دیگر مثل شیمی و فیزیک اتمی و ماده چگال^۱ مورد استفاده قرار گرفته و اخیراً به‌طور

¹ Continuum Shell Model

² GamowShell Model

³ Green's Function Monte Carlo

⁴ Coupled Cluster Method

جدی برای ساختار هسته‌ای به کار رفته است. در حالی که در مراحل اولیه‌ی خود، به‌طور موفقیت- آمیزی برای ^4He در مقابل روش GMC آزمایش شده است.

۱-۳- مدل های هسته ای

در مورد هسته ها مدل جامعی که بتوان پتانسیل هسته را با استفاده از آن محاسبه کرده و ساختار هسته را بر اساس آن نوشت، ارائه نشده است. در مورد اتم ها، مثلاً در مورد اتم هیدروژن می توان پتانسیل کولنی را در نظر گرفت سپس با محاسبات ویژه ای پتانسیل کل اتم را بدست آورد. این کار را برای اتم های دیگر نیز می توان انجام داد. در مورد هسته ها با توجه به فقدان تئوری جامع، فیزیکدانان بر حسب نیاز پتانسیل هایی برای هسته بیان می کنند و بر اساس این پتانسیل ها نتایجی را در مورد هسته ها بدست می آورند که نهایتاً این نتایج با نتایج تجربی سازگاری دارد. هسته ها مانند اتم ها می توانند در حالت های برانگیخته با انرژی های معین باشند. گذارهای بین حالت های برانگیخته با گسیل تابش الکترومغناطیسی (پرتو γ) صورت می گیرد که مانسته ی گسیل نور از اتم هاست. اختلاف اصلی در این است که حالت های انرژی اتمی با انرژی هایی حدود چند الکترون- ولت از هم فاصله دارند در صورتی که فاصله ی بین حالت های هسته ای حدود چند مگا الکترون- ولت (MeV) است. همان طور که با مطالعه ی طیف های اتمی می توان ترازهای انرژی اتمی را مشخص کرد و به مدل های اتمی رسید، مطالعه ی طیف های پرتو گاما نیز منجر به مطالعه ی حالت های انرژی هسته و پیشنهاد مدل های هسته ای می شود. مدل های متعددی جهت توضیح خواص و واکنش های هسته ای پیشنهاد شده اند. از آنجا که هیچکدام از این مدل ها برای توضیح کل مشاهدات تجربی بطور کامل رضایت بخش نیستند، مدل های مختلفی برای تفسیر پدیده های گوناگون هسته ای بکار می روند. از جمله مفیدترین مدل ها در مورد ساختمان هسته ای عبارتند از مدل قطره مایع^۲، مدل

¹ condensed matter physics

² Liquid – Drop Model

جمعی^۱، مدل اپتیکی^۲، مدل لایه ای و مدل خوشه ای. در این فصل به طور خلاصه به معرفی سه مدل اول می پردازیم. اما به دلیل اهمیت مدل های لایه ای و خوشه ای در این رساله، بررسی این دو مدل را به فصل بعد موکول می کنیم.

۱-۳-۱- مدل قطره- مایع

مدل ساده ای که در آن از بعضی ویژگی های ظریف تر نیروهای هسته ای صرفه نظر، ولی بر جاذبه ی قوی بین نوکلئون ها تاکید می کند، مدل قطره- مایع می باشد. این مدل را " فون وایزسکر"^۳ بر پایه ی مانستگي قطره مایع با ماده ی هسته ای، که توسط بوهر^۴ پیشنهاد شده بود، به دست آورد. فرض های اساسی به قرار زیرند.

۱- هسته متشکل از ماده ای غیر قابل تراکم است، طوری که $R \propto A^{1/3}$.

۲- نیروی هسته ای برای هر نوکلئون یکسان است و به نوع آن که پروتون باشد یا نوترون بستگی ندارد.

۳- نیروی هسته ای خاصیت اشباع دارد، یعنی در داخل هسته پروتون ها و نوترون ها به هم نیرو وارد نمی کنند بلکه به هر نوکلئون تعداد کمی از نوکلئون های اطرافش نیرو وارد می کنند و این باعث می شود که انرژی پیوند هسته ای و انرژی پیوند الکترون ها در اتم با هم متفاوت باشند.

مدل قطره- مایع قادر به محاسبه ی جرم و انرژی هسته ها است ولی در تعیین دخالت اسپین در هسته ها و ترازهای انرژی و پیش بینی اعداد جادویی موفق نبوده است. این مدل بر آثار تعاونی بین

¹ Collective model

² Optical model

³ C. F. Von Weisaacker

⁴ Bohr

نوکلئون های متعدد موجود در هسته تاکید دارد و پیش قراول مدل جمعی ساختار هسته ای است [22].

۱-۳-۲- مدل جمعی

این مدل در اوایل سال های ۱۹۵۰ توسعه یافت. این مدل سعی دارد ویژگی های هر دو مدل پوسته ای و قطره مایع را با در نظر گرفتن هسته بطور کامل، حرکت های اختصاصی نوکلئون های خارجی تلفیق نماید. وقتی هسته های زوج - زوج را مورد بررسی قرار می دهیم به این واقعیت در خور توجه می رسیم: از کاربرد مدل پوسته ای در صدها مورد هسته ای زوج - زوج شناخته شده معلوم می شود که همگی آنها دارای یک حالت بهنجار 2^+ هستند که انرژی آن معادل یا کوچکتر از نصف انرژی لازم برای شکستن یک زوج نوکلئونی است این حالت 2^+ ، جز در چند مورد استثنایی، در همه موارد پایین ترین حالت برانگیخته است. از این رو، ظهور این حالت یک امر تصادفی نیست بلکه از یک خاصیت کلی هسته های زوج - زوج ناشی می شود که صرفنظر از اشغال حالت های خاص مدل پوسته ای، در سراسر گستره جرم معتبر است. خواص کلی دیگری نیز وجود دارند که در همه هسته ها مشترک اند، پس بهتر است این خواص را نه با حرکت چند نوکلئون ظرفیت بلکه با تمام هسته مرتبط بدانیم. اینگونه خواص را که منشا آنها در حرکت دسته جمعی اجزای هسته است و بسیاری از نوکلئون های هسته در ایجادشان شرکت دارند، خواص جمعی گویند. این مدل در توضیح و تفسیر ترازهای انرژی مشاهده شده در مورد هسته های دور از اعداد جادویی موفق بوده است. این مدل می تواند گشتاورهای مغناطیسی، گشتاورهای چهار قطبی و گذارهای ایزومری مشاهده شده برای هسته های دور از اعداد جادویی را نیز توضیح دهد. [23]

۱-۳-۳- مدل اپتیکی

این مدل در سالهای ۱۹۴۰ پیشنهاد گردید. هسته در این مدل به عنوان یک توپ کریستال مات دیده می‌شود که می‌تواند ذرات ورودی را منعکس، منحرف، جذب، یا عبور دهد. روش‌های ریاضی متداول در اپتیک برای توضیح این پدیده‌ها که ممکن است در واکنش‌های هسته‌ای رخ دهند، بکار می‌روند. مدل اپتیکی از نظر توضیح نتایج پراکندگی ذرات ورودی بوسیله یک هسته بهترین مدل است. این مدل نمی‌تواند بطور دقیق نتایج را برای پراکندگی ناکشسان یا برای واکنشهایی که در آنها یک ذره به وسیله یک هسته جذب می‌گردد، پیش بینی نماید.

۱-۴- شکل عمومی پتانسیل های نوکلئون - نوکلئون

در چند دهه گذشته پتانسیل های نوکلئون- نوکلئون زیادی ارائه شده است. همه این پتانسیل ها به روش تطبیق با اطلاعات پراکندگی در انرژی های بالا و پایین، نظریه مزونی یوکاوا^۱ و نتایج بدست آمده در مسأله ی دوترون ساخته شده اند. پتانسیلی که برای برهم کنش بین نوکلئون- نوکلئون در نظر می گیریم بایستی اسکالر و متضمن برخی از تقارن ها باشد و بتواند ساختمان نوکلئون را به خوبی توصیف کند. برای مقایسه پتانسیل ها ابتدا لازم است که سه جزء برهمکنش را در سیستم دو نوکلئونی در نظر بگیریم:

الف) بخش بلند برد ($r \geq 2\text{fm}$):

پتانسیل تبادل تک - پیون ($OPEP$) به واسطه جرم کوچک پیون، بلند برد ترین قسمت برهم کنش

نوکلئون - نوکلئون است. شکل کلی برهم کنش نوکلئون - نوکلئون به صورت زیر است [24]

$$V_{OPEP} = g^2 (\tau_1 \cdot \tau_2) [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{V})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{V})] f(r) \quad (5-1)$$

که g ثابت جفت شدگی پیون - نوکلئون و $f(r)$ به شکل یوکاوا^۱ زیر است:

¹ Yukawa's Meson Theory

$$f(r) = \frac{e^{-(r/\rho_\pi)}}{r/\rho_\pi} \quad (6-1)$$

برد ρ_π با رابطه زیر داده می شود:

$$\rho_\pi = \hbar / (m_\pi c) = 1.414 \text{ fm} \quad (7-1)$$

رابطه ی (۵-۱) را می توان بسط داد و برحسب جملات عملگرهای مرکزی و اسپین- تانسوری نوشت

:

$$V_{OPEP} = \frac{g^2}{3} (\tau_1 \cdot \tau_2) \left\{ s_{12} \left[\frac{3}{r^3} + \frac{3}{\rho_\pi r} + \frac{1}{\rho_\pi^2} \right] f(r) + \frac{(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)}{\rho_\pi^2} f(r) - 4\pi (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \delta(r) \right\} \quad (8-1)$$

این پتانسیل با در نظر گرفتن مقدار اختلاف بین پیون های باردار و خنثی به خوبی برای $p-n$, $p-p$ و $n-n$ به صورت مناسب تری ارائه شده است.

ب) بخش متوسط برد ($1 \text{ fm} \leq r \leq 2 \text{ fm}$): که از تبادلات مزون های اسکالر بدست می آید (دو پیون و مزون های سنگین)

ج) بخش کوتاه برد ($r \leq 1 \text{ fm}$): که از تبادلات مزون های برداری بدست می آید (مزون های سنگین و تبادلات پیون های چندگانه که به خوبی در QCD مشهود است).

شرایطی که پتانسیل هسته ای باید آن ها را دارا باشد:

۱. پتانسیل باید یک کمیت نرده ای باشد.
۲. از آنجا که دو نوترون یا دو پروتون غیر قابل تشخیص هستند، هرگاه جای دو ذره را با هم عوض می کنیم نباید پتانسیل تغییر کند.
۳. طبق اصل نوردایی و ارونای زمانی، اگر جهت حرکت زمان معکوس شود، پتانسیل نباید تغییر کند.

۴. ابتدا نیروهایی را که مستقل از سرعت هستند در نظر می‌گیریم، به این نیروها، نیروهای

استاتیکی می‌گویند. اگر پتانسیل استاتیکی باشد نمی‌تواند به \vec{P}, \vec{L} بستگی داشته باشد.

زیرا این‌ها به سرعت وابسته هستند. بنابراین پتانسیل استاتیکی تنها شامل \vec{r}, \vec{s} است.

بنابراین جمله‌ای که وابستگی پتانسیل استاتیکی به اسپین را نشان می‌دهد به صورت:

$$(\vec{s} \cdot \vec{r})^2 \text{ را می‌توان به عنوان جمله‌ای که مولفه تانسوری را شامل می‌شود نشان دهیم.}$$

۵. ویژگی دیگری که نیروی استاتیکی نوکلئون- نوکلئون می‌تواند به آن وابسته باشد، پارامتر

تابع موجی است که سیستم را توصیف می‌کند. از آن‌جا که پارامتر به فرد یا زوج بودن L

بستگی دارد، نیروی هسته‌ای برای L زوج و L فرد متفاوت است

در نهایت با در نظر گرفتن اطلاعات بدست آمده پتانسیل‌های پدید شناختی را می‌توان به شکل زیر

در نظر گرفت [25]

$$V = V_C + V_{CS} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + V_T S_{12} + V_{LS} \vec{L} \cdot \vec{\sigma} \quad (9-1)$$

که در فرمول فوق: V_C انرژی پتانسیل مرکزی معمولی را توصیف می‌کند. V_{CS} جمله مرکزی وابسته

به اسپین است. V_T معرف نیروی تانسوری و S_{12} عملگر تانسوری است. V_{LS} نیروی اسپین - مداری

را مشخص می‌کند. برای بخش پتانسیل مرکزی، پتانسیل‌هایی مانند وود- ساکسون، یوکاوا و ... [26]

را می‌توان در نظر گرفت.

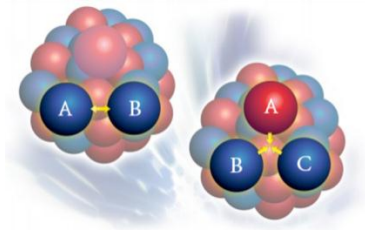
۱-۵- نیروهای چند جسمی

در فیزیک هسته‌ای ثابت شده است اگر سیستمی متشکل از سه ذره A ، B و C باشد علاوه بر

برهم‌کنش‌های دو جسمی، یک برهم‌کنش سه جسمی نیز وجود خواهد داشت. می‌توان این نیرو را به

این صورت درک کرد که اگر نیروی وارد بر نوکلئون A را بررسی کنیم، علاوه بر نیروهایی که از طرف

نوکلئون‌های B و C بر نوکلئون وارد می‌شود، یک نیروی اضافی دیگر از همبستگی مواضع نوکلئون‌های B و C نیز بر نوکلئون A وارد می‌شود، شکل (۱-۵). به عبارت دیگر نیروی سه جسمی که ما بین سه نوکلئون قرار دارد به طور همزمان به مواضع سه ذره وابسته می‌باشد [27].



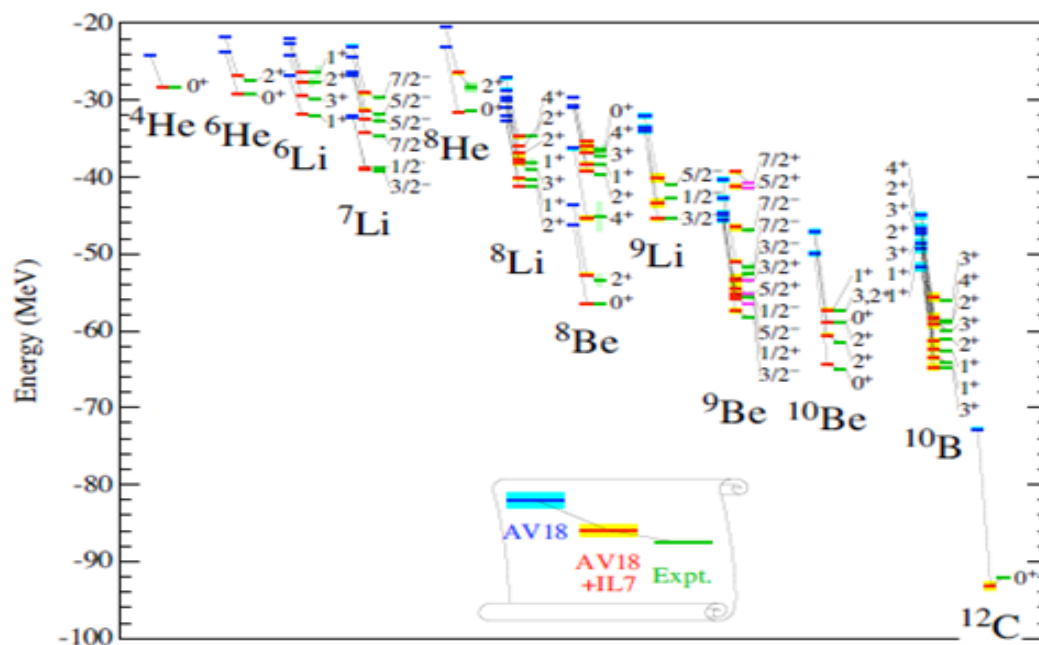
شکل (۱-۵) : نیروهای دو جسمی و سه جسمی [27].

یک پيون که به وسیله‌ی یکی از نوکلئون‌ها تابش شده است، قبل از جذب شدن به وسیله سومین نوکلئون، توسط نوکلئون دوم پراکنده می‌شود. تبادل‌های دیگری نیز وجود دارند برای مثال هنگامی که دو نوکلئون حضور دارند و یکی از نوکلئون‌ها دو مزون گسیل می‌کند هر دو مزون باید جذب نوکلئون دیگر شوند، ولی هرگاه دو نوکلئون دیگر علاوه بر نوکلئون اول حضور داشته باشند دو مزون گسیل شده می‌توانند جداگانه جذب هر یک از دو نوکلئون شوند. این امر منجر به نیروی سه جسمی می‌شود. سهم تبادل دو پيون و سه پيون توسط کیسر^۱ کار شده است [28-31].

به سادگی می‌توان نتیجه گرفت که طرح تبادل مزونی، نیروهای چهار جسمی و پنج جسمی و غیره که به طور کلی نیروی چند جسمی نامیده می‌شوند را پیش‌بینی می‌کند. از آنجا که باید مزون‌های زیادی به طور همزمان در این فرآیندها ایجاد شوند. اگر به طور تقریبی برد نیروی n جسمی را $1/(n-1)$ برابر برد نیروی دو جسمی در نظر بگیریم، این مقدار برای نیروهای ۲، ۳، ۴ و ۵ جسمی به ترتیب در حدود ۱/۴، ۰/۷، ۰/۴۷، ۰/۳۵ فرمی است. برای تخمین فاصله بین نوکلئون‌ها، V/A یعنی حجم به ازای نوکلئون را حساب می‌کنیم. حجم هر نوکلئون به طور متوسط برابر است با حجم

¹ N. Kaiser

کره‌ای به شعاع $1/0.7$ فرمی و بنابراین متوسط فاصله نوکلئون‌ها در یک هسته حدود $2/1$ می‌شود. علاوه بر این، به علت نیروی دافعه قوی، نوکلئون‌ها تقریباً هیچوقت از حدود $0/5$ فرمی به هم نزدیکتر نمی‌شوند. نتیجه بحث این است که در تعیین ساختار هسته نیروی دوجسمی است که اهمیت زیادی دارد و نیروهای چند جسمی به استثنای نیروی سه جسمی بی‌اهمیت‌اند، شکل (۶-۱). این نیرو به راحتی در سیستم‌هایی که شامل سه نوکلئون هستند مطالعه می‌شود. برای نمونه می‌توان به کارهای کیفسکی^۱ و همکارانش در مراجع [32-33] اشاره کرد.



شکل (۶-۱): انرژی بستگی هسته‌های سبک بر حسب نیروهای دو جسمی و سه جسمی [33].

پیشرفت‌های اخیر در توسعه روش جفت شدن چند جسمی، با افزایش قابل توجه در منابع محاسباتی به ما اجازه می‌دهد محاسبات میکروسکوپی دقیق از پراکندگی مشاهده‌پذیرهای سه نوکلئونی و چهار نوکلئونی و طیف هسته‌های سبک انجام شود و این راه را برای آزمایش‌های دقیق در زمینه دینامیک و به ویژه نقش و ساختار نیروی سه نوکلئونی باز می‌کند. از طرف دیگر پیشرفت‌های قابل

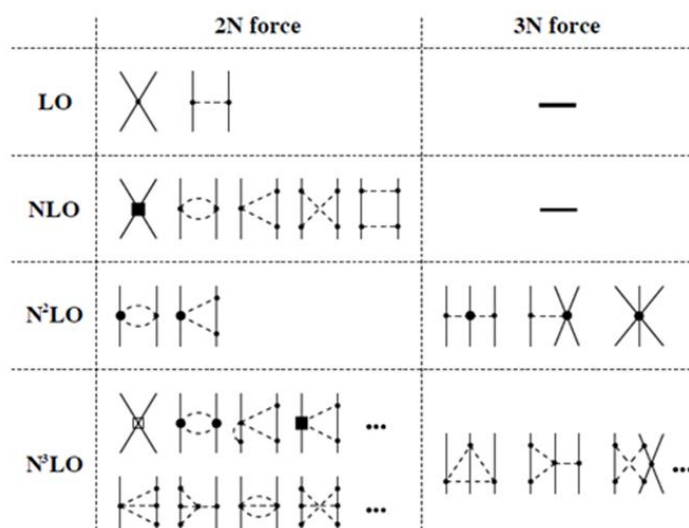
¹ A. Kievsky

توجهی در درک خواص سیستم‌های چند نوکلئونی در چارچوب کایرال^۱ بدست آمده است، شکل (۱-۷) که به ما اجازه می‌دهد:

۱. خواص سیستم‌های هادرونیک کم انرژی را در یک روش سیستماتیک و کنترل شده تحلیل کنیم.

۲. یک توضیح طبیعی برای سلسله مراتب مشاهده شده از نیروهای هسته‌ای ارائه می‌دهد [34].
که این سلسله مراتب عبارتند از:

$$\langle V_{2N} \rangle > \langle V_{3N} \rangle > \langle V_{4N} \rangle \quad (۶-۱)$$



شکل (۷-۱): سلسله مراتب نیروهای هسته‌ای در کایرال [34]

در نتیجه در یک برآورد اولیه پتانسیل دو نوکلئونی برای توصیف بخش عمده‌ای از مشاهده‌پذیرهای چند نوکلئونی کافی است، شکل (۸-۱).

¹ Chiral

	triton	alpha
2-body force	92 %	89 %
3-body force	7 %	10 %
4-body force	-	< 1 %

شکل (۸-۱) : تخمینی از درصد مشارکت نیروهای دور سه و چهار جسمی در محاسبه ی انرژی بستگی ذرات آلفا و تریتون. این درصد با استفاده از رابطه ی $(E_{Cal} - E_{exp})/E_{exp}$ محاسبه شده است [35].

بنابراین ما در بررسی هسته های سست مقید فقط سهم نیروهای دو جسمی را در نظر می گیریم. هدف ما در این رساله، محاسبه ی انرژی هسته های سست مقید با دو مدل لایه ای و خوشه ای است. بنابراین در فصل دوم به بررسی این هسته ها در مدل لایه ای و خوشه ای می پردازیم. در فصل سوم تئوری میدان میانگین نسبیتی را مطرح می کنیم و سپس در فصل چهارم به محاسبه ی تراز های انرژی هسته های سست مقید به ویژه هسته ی ^{17}F می پردازیم.

فصل دوم

مدل های لایه ای و خوشه ای

۲-۱- مقدمه

بدون شک مدل لایه ای را می توان به عنوان یکی از پرکاربردترین مدل های هسته ای شناخته شده در توصیف ساختار بیشتر هسته های پایدار و هم چنین هسته های نزدیک خط پایداری برشمرد. جایگاه این مدل در توصیف خواص هسته ها به صورت کارآمد، به خصوص هسته های سست مقید، لزوم پرداختن به این مدل را در فصل دوم نشان می دهد. به علاوه، یکی از مدل های موفق ارائه شده که نتایج خوبی در پیش بینی ساختار هسته ها در حالت های برانگیخته در بر داشته است، مدل خوشه ای می باشد. در این فصل پس از بیان پدیده ی خوشه ای شدن در هسته های روی خط پایداری، با معرفی مولکول های هسته ای، به بیان مدل های خوشه ای میکروسکوپی که برای بررسی هسته های خارج خط پایداری به کار می روند، می پردازیم

۲-۲- مدل لایه ای

مدل لایه ای در درک اولیه از اتم ها و هسته ها به ویژه در فیزیک هسته ای نقش اساسی ایفا می کند. این مدل بهترین درک از پوسته هسته ای sd را ارائه می دهد. تا به امروز این مدل یک روش اساسی در فیزیک هسته ای و به عنوان نقطه ی شروع نظریه پایه در استخراج کاربردی ترین مدل ها برای هسته های بزرگتر باقی مانده است [36]. فرض اساسی مدل لایه ای به نکته ای متکی است که هر نوکلئون در هسته در یک مد منسجم تحت یک پتانسیل میانگین حرکت می کند. که نشان دهنده این واقعیت است که نوکلئون ها می توانند در مدار مختل نشده با توجه به اصل طرد پائولی^۱ حرکت کنند. هر حالت کوانتومی توسط اعداد کوانتومی زیر تعریف می شود:

$$۱- \text{ عدد کوانتومی محوری } (n)$$

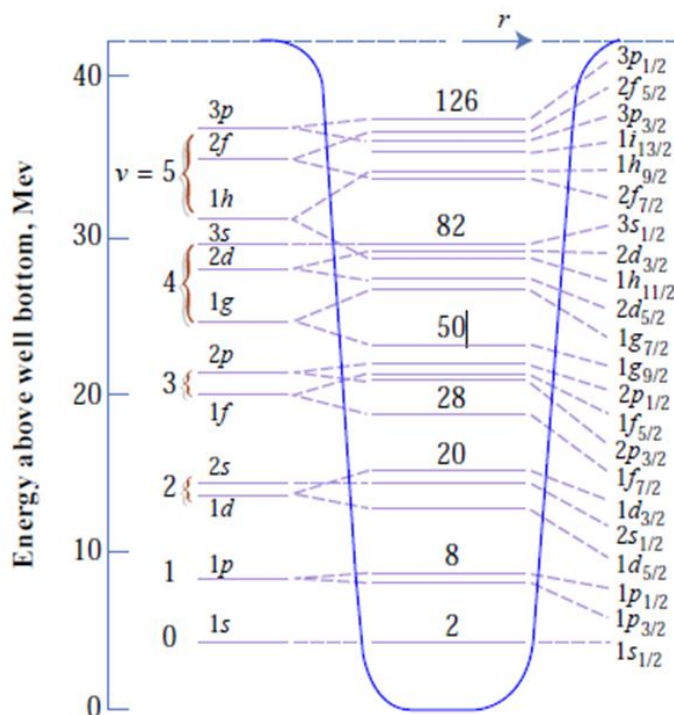
$$۲- \text{ عدد کوانتومی مداری } (l)$$

^۱ Pauli exclusion principle

۳- عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل (j)

برای محاسبه خواص مختلف نوکلئون در هر یک از حالت‌های مجاز باید تابع موج حالت‌هایی که ویژه توابع معادله شرودینگر چند جسمی هستند را به دست آوریم. در محاسبات مدل لایه‌ای فرض بر این است که نوکلئون‌های ظرفیت، یک مجموعه انتخاب شده از اوربیتال‌های تک ذره‌ای را خارج از پوسته بسته و ساکن اشغال می‌کند که فضای مدل نامیده می‌شود. با فرض اینکه همه خواص هسته توسط نوکلئون‌های ظرفیت تعیین می‌شود. نتیجه محاسبات مدل لایه‌ای قطعاً به فضای مدل و انتخاب شکل برهم‌کنش بستگی دارد. در این مدل ترازهای انرژی به صورت لایه‌ها و زیرلایه‌هایی در نظر گرفته می‌شوند که نوکلئون‌ها در آن جای گرفته‌اند. این لایه‌ها (پوسته‌های اصلی) متناظر با اعدادی هستند که به آن‌ها اعداد جادویی^۱ گفته می‌شود، مطابق شکل (۱-۲)، که عبارتند از ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲

و ۱۲۶ [37-38].



شکل (۱-۲): نمایش اعداد جادویی در یک چاه پتانسیل لبه گرد شامل شکافتگی اسپین - مدار [39]

¹ Magic Number

هسته از پروتون ها و نوترون ها (نوکلئون ها) تشکیل شده اند که همدیگر را با برهم کنش قوی در داخل حجمی با شعاع چند فرمی نگه می دارند. می توان چنین پنداشت که حرکت نوکلئون ها در چنین سیستم بسته ای به واسطه تعداد زیادی برخورد بین آنها، خیلی پیچیده است. نیلس بوهر حرکت نوکلئون ها را به حرکت توپ های بیلیارد تشبیه کرد [40] و گفت که تشبیه حرکت نوکلئون ها با حرکت الکترون های اتمی فاقد اعتبار لازم است [41] در سال ۱۹۴۸ ماریا ج مایر^۱ موفق شد داده های تجربی را طبقه بندی کرده و نشان دهد که هسته هایی که تعداد پروتون ها یا نوترون های آنها برابر یکی از اعداد ۲۰، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶ باشند، پایدارترند [42]. در سال ۱۹۴۹ نقش کلیدی شکافتگی اسپین مدار در پتانسیل تک جسمی هسته ای توسط مایر [43] و جنسن^۲ [44] معرفی شد. این پتانسیل تک جسمی نقطه شروع مدل لایه ای هسته ای است. در مدل لایه ای، مسئله مکانیک کوانتومی برای حرکت یک نوکلئون در هسته شبیه حرکت الکترون در اتم هیدروژن است، با این تفاوت که ابعاد به جای 10^{-10} در حدود 10^{-15} متر است. تفاوت مهم دیگر بین پتانسیل های هسته ای و اتمی، وابستگی بسیار قوی پتانسیل هسته ای به جهت گیری اندازه حرکت زاویه ای ذاتی و اندازه حرکت زاویه ای مداری نوکلئون است که از نظر علامت نیز مخالف وابستگی مشابه، در مورد اتمی است. پتانسیل تک ذره ای، ویژه حالت هایی دارد که با انرژی های تک - ذره ای و اعداد کوانتومی شان مشخص می شوند و خواص یک هسته با تعداد مشخصی پروتون و نوترون، با پر کردن پایین ترین تراز های انرژی تک- ذره ای و با رعایت اصل طرد پائولی برای سیستمی متشکل از فرمیون های یکسان (در این مورد نوکلئون ها) تعیین می شود. اصل طرد پائولی ایجاب می کند که هر حالت با یک مجموعه اعداد کوانتومی، فقط با یک پروتون یا یک نوترون اشغال شود. متوسط پتانسیل هسته ای از برهم کنش کوتاه برد و جاذب نوکلئون - نوکلئون ناشی شده و توسط شکل توزیع چگالی هسته ای تعیین می شود. شواهد اعتبار مدل لایه ای هسته، از مشاهده پذیر های تجربی

¹ M. G. Mayer

² J. H. D. Jensen

نظیر انرژی بستگی، اندازه، اسپین و چگالی ترازها نشات می گیرد. مخصوصاً، ملاحظه می شود که انرژی بستگی هسته تابع همواری از تعداد پروتون ها و نوترون ها نبوده و نوسانات کوچکی دارد. انحراف انرژی های بستگی تجربی از مقادیر مدل قطره مایع دیده شده است. انرژی بستگی مدل قطره مایع، تابع همواری از تعداد پروتون ها و نوترون ها است. وقتی که مقادیر انرژی بستگی مدل قطره مایع از مقادیر تجربی کم شوند، اختلاف ها قله هایی را در اعداد جادویی، نشان می دهند. قله ها نشان می دهند که هسته ها با این اعداد جادویی از سایر هسته ها مقید ترند. هسته هایی که تعداد پروتون و نوترون آن برابر اعداد جادویی است را دو - جادویی¹ گویند. ^{208}Pb با تعداد ۱۲۶ نوترون و ۸۲ پروتون مثالی از یک هسته دو - جادویی است. اگرچه از داده های انرژی بستگی خیلی واضح نیست، ولی $N_m = 2, 6, 8, 14, 16, 20, 32$ برای برخی هسته ها، عدد جادویی محسوب می شوند. بعلاوه $N_m = 34$ برای ^{54}Ca اخیراً به عنوان عدد جادویی گزارش شده است [45]. مطابق اصل طرد پائولی، اگر نوترونی به یک هسته اضافه شود، به تراز اشغال نشده با کمترین انرژی می رود. اگر یک نوترون به هسته اضافه شود، در حالیکه تعداد نوترون های موجود با یکی از اعداد اشغال جمعی برابر باشد، در آن صورت نوترون بایستی به حالتی با انرژی بیشتر (و قید کمتر) برود. بنابراین هسته های با انرژی بستگی نسبی بالا، آنهایی اند که تعداد پروتون ها یا تعداد نوترون های آنها برابر یکی از اعداد اشغال جمعی باشد. یک عدد جادویی هنگامی به وجود می آید که شکافی نسبتاً بزرگ، بالای هر کدام از اعداد اشغال جمعی وجود داشته باشد. بنابراین اعداد جادویی به یک بقیچه از ترازهای انرژی مربوط اند. پتانسیل وود - ساکسون اعداد جادویی $N_m = 2, 8, 20$ را به درستی نتیجه می دهد ولی برای سایر اعداد جادویی نادرست است. در سال ۱۹۴۹ مایر و دیگران برای مشاهده اعداد جادویی وجود یک پتانسیل اضافی قوی اسپین - مدار را فرض کردند. پتانسیل اسپین - مدار به صورت $V_{so}(r)\vec{L}\vec{\sigma}$ فرض شد که \vec{L} اندازه حرکت زاویه ای مداری نوکلئون و $\vec{\sigma}$ اندازه حرکت زاویه ای

¹ Doubly-magic nuclei

ذاتی نوکلئون است. با وجود پتانسیل اسپین - مدار، m و S_z اعداد کوانتومی خوبی محسوب نمی شوند. اندازه حرکت های زاویه ای مداری و ذاتی بایستی جفت شده و اندازه حرکت زاویه ای کل $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ را بسازند. ویژه حالت های پتانسیل اسپین - مدار توسط عدد کوانتومی اندازه حرکت زاویه ای کل $j = l \pm \frac{1}{2}$ (غیر از $j=1/2$ برای $l=0$) و عدد کوانتومی m_j مربوط به تصویر j ، تعیین می شوند. مقدار چشمداشتی $\vec{l} \cdot \vec{s}$ از رابطه عملگری زیر به دست می آید:

(۱-۲)

$$j^2 = (\vec{l} + \vec{s})^2 = l^2 + s^2 + 2\vec{l} \cdot \vec{s}$$

متوسط پتانسیل هسته ای در مقیاس میکروسکوپی با در نظر گرفتن برهم کنش نوکلئون - نوکلئون توسط نظریه هارتزی- فوک^۱ و نظریه بروکنر^۲ (این نظریه، دافعه بین نوکلئون ها در فواصل خیلی کوتاه را وارد محاسبات می کند) محاسبه می شود. قدرت پتانسیل اسپین - مدار برای نوکلئون ها خیلی بزرگتر و از نظر علامت مخالف، پتانسیل اسپین - مدار الکترون های اتمی است. قسمت شعاعی پتانسیل اسپین - مدار $V_{so}(r)$ ، در سطح هسته بیشینه است و اغلب متناسب با مشتق تابع وود- ساکسون در نظر گرفته می شود. مهم ترین ایده فیزیکی نهفته در مدل لایه ای این است که برخورد های چند - نوکلئونی داخل هسته، عموماً در سطح انرژی پایه و چند تراز پایین روی می دهند زیرا نوکلئون ها پس از برخورد به حالت هایی پراکنده می شوند که عموماً از نظر اصل طرد پائولی ممنوع است. در انرژی های برانگیختگی بزرگتر، تعداد حالت های مجاز در دسترس نوکلئون، افزایش یافته و خواص هسته های پیچیده می شود. مدل لایه ای در ساده ترین شکل، به خوبی قادر به پیشگویی خواص هسته هایی با یک نوکلئون بیشتر یا یک نوکلئون کمتر از اعداد جادویی است. مدل لایه ای همچنین می تواند به پیکر بندی های پیچیده مربوط به هسته هایی که تعداد نوکلئون های آن حد

¹ Hartree-Fuck Theory

² Brueckner Theory

واسط اعداد جادویی است، نیز توسعه یابد. برای بسیاری از کاربردها، پیکر بندی پیچیده را می توان با قطری کردن ماتریس هامیلتونی، به طور دقیق محاسبه کرد. در سایر موارد، از روش های تقریبی استفاده می شود که شامل به کار بردن پتانسیل تک ذره ای تغییر شکل یافته و استفاده از نظریه گروه برای تجزیه و تحلیل پیکربندی است. چنین پیکربندی های پیچیده ای در کانون توجه بررسی های نظری جاری مدل لایه ای قرار دارند.

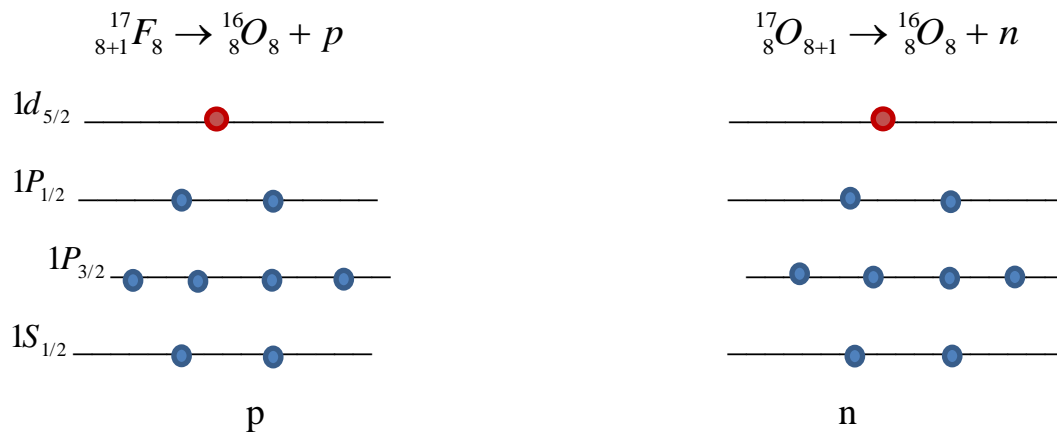
امروزه محاسبات مدل لایه ای توسط مایر و جنسن از مدل لایه ای که یک پیکربندی واحد را برای سطح هسته ای بر طبق یک نوکلئون در در یک اوربیتال تک ذره فرض شده بود گسترش یافته است. محاسبات جدید بر اساس همه یا تعداد زیادی از پیکربندی های چند نوکلئونی، با فرض این که نوکلئون های ظرفیت، مدارهای خارجی در دسترس، در هسته ساکن را اشغال می کنند انجام می شود [46].

۲-۳ - بررسی هسته ها در مدل لایه ای :

برای بررسی هسته های مختلف در این مدل می توان حالت های زیر را در نظر گرفت:
الف) مدل لایه ای ذره منفرد^۱: این مدل تمام نوکلئون های تزویج شده را کنار می گذارد و خواص هسته را با استفاده از نوکلئون تزویج نشده محاسبه می کند [47-48] که آن را می توان در دو حالت بررسی کرد.

حالت اول : هسته های دو جادویی با یک نوکلئون اضافی، در چنین دیدگاهی هسته به صورت یک بخش مرکزی در حالت 0^+ به علاوه ی یک نوکلئون منفرد دیده می شود و پیش بینی می شود که خواص هسته ناشی از اندرکنش بین نوکلئون منفرد و هسته ی مرکزی می باشد. مانند شکل (۲-۲).
بر طبق این مدل انتظار داریم خواص ^{17}O و ^{17}F را به ترتیب تک نوترون و تک پروتون ظرفیتشان تعیین کند.

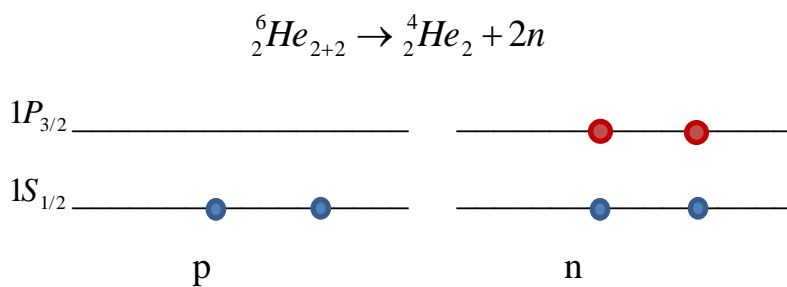
¹ Single Particle Model



شکل (۲-۲): ترازهای نوترونی ایزوتوپ ${}^{17}O$ سمت راست و ترازهای پروتونی ایزوتوپ ${}^{17}F$ سمت چپ^۱

حالت دوم: هسته های زوج - فردی که در لایه ی ظرفیت خود بیش از یک نوکلئون دارند. به کار گیری این مدل در مورد این هسته ها بسیار ساده انگارانه است و در پیش بینی خواص این هسته ها ناموفق است. مانند ${}^{19}O, {}^{11}B, \dots$ که مناسب تر است در مورد این هسته ها از مدل لایه ای کامل استفاده کنیم.

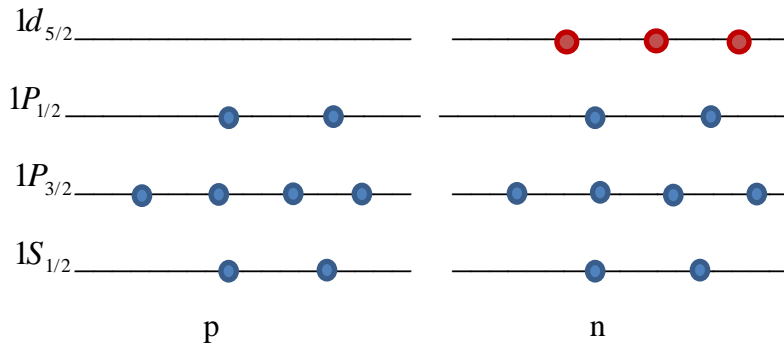
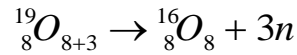
ب) مدل لایه ای واقع گرایانه^۲: در این مدل به جای تک نوکلئون منفرد تمام نوکلئون های موجود در زیر لایه پر نشده در نظر گرفته می شود و پیش بینی می شود که خواص هسته ناشی از اندر کنش بین نوکلئون های ظرفیت و هسته ی مرکزی باشد [49]، مانند شکل های (۲-۳) و (۲-۴).



شکل (۲-۳): ترازهای ایزوتوپ 6He

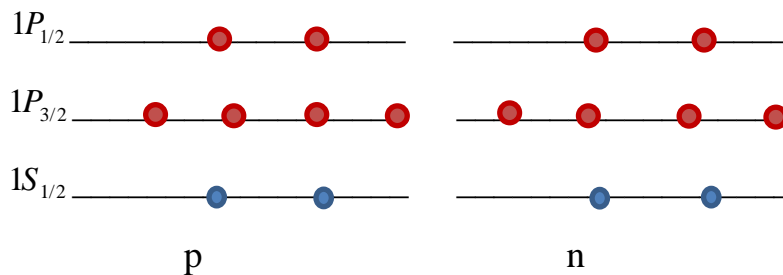
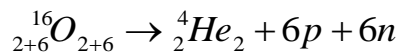
^۱ در تمام شکل ها رنگ قرمز نوکلئون ظرفیت و رنگ آبی نوکلئون های هسته ی مرکزی را مشخص می کنند.

^۲ Realistic Shell Model



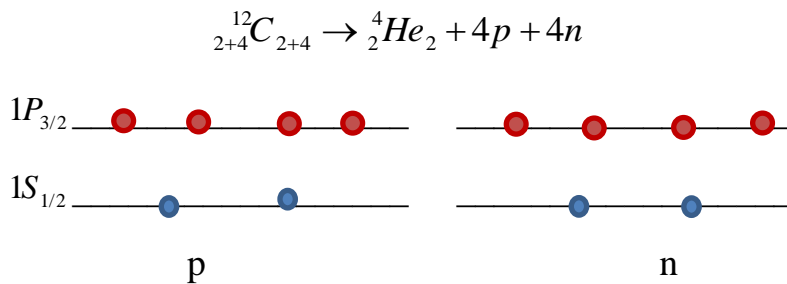
شکل (۲-۴): ترازهای ایزوتوپ ${}^{19}\text{O}$

به عبارت دیگر ۳ نوترون تراز $1d_{5/2}$ در هسته ی ${}^{19}\text{O}$ و ۲ نوترون تراز $1p_{3/2}$ در هسته ی ${}^6\text{He}$ خواص این هسته ها را مشخص می کنند. به کار گیری مدل لایه ای کامل برای هسته های دو جادویی مانند ${}^{16}\text{O}$ و یا هسته های با لایه ی ظرفیت کامل مانند ${}^{12}\text{C}$ مشکل است در مورد این هسته ها بهتر است رفتار جمعی تمام نوکلئون ها را در تعیین خواص هسته در نظر بگیریم و این یعنی مثلا ۴۸ درجه آزادی در مورد ${}^{16}\text{O}$. برای کاهش درجات آزادی می توان پیشنهاد کرد که ${}^{16}\text{O}$ را در مدل لایه ای کامل به صورت زیر در نظر بگیریم، شکل (۲-۵).



شکل (۲-۵): ترازهای ایزوتوپ ${}^{16}\text{O}$ در مدل لایه ای کامل

در این صورت ۳۶ درجه ی آزادی خواهیم داشت. اگر چه پیشنهاد فوق باعث کاهش درجات آزادی می شود ولی هم چنان با مساله ی مشکلی رو به رو هستیم. به کار بردن این مدل در مورد هسته های با لایه ی ظرفیت کامل نیز به همین صورت است، شکل (۲-۶).



شکل (۲-۶): ترازهای ایزوتوپ ${}^{12}\text{C}$ در مدل لایه ای کامل

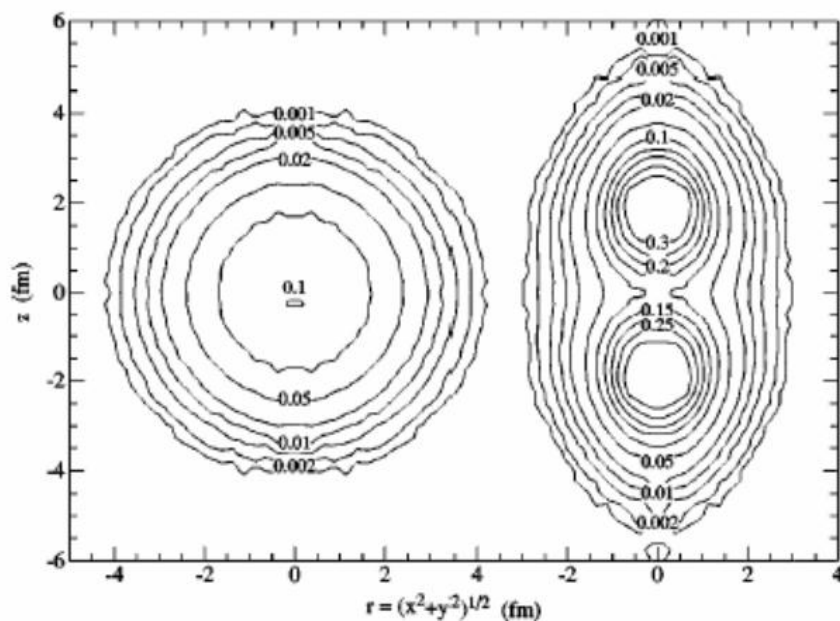
بنابراین در مورد چنین هسته هایی استفاده از یک مدل کارآمد تر لازم به نظر می رسد. شاید به توان گفت یکی از بهترین پیشنهادات در مورد چنین هسته هایی استفاده از مدل خوشه ای است که در ادامه به تفصیل به بیان این مدل می پردازیم.

۲-۴ - خوشه ای شدن

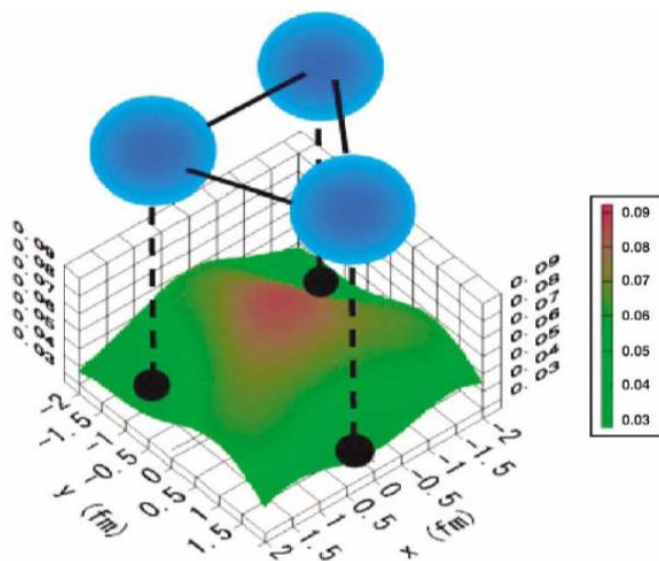
خوشه ای شدن در هسته ها بر اساس بر همکنش نوکلئون ها قابل توجیه است. برای مثال محاسبات مونت کارلوی تابع گرین در مورد هسته ی ${}^8\text{Be}$ برهمکنش نوکلئون ها را به صورت ساختار دو جسمی پیش بینی می کند، شکل (۲-۷). می دانیم که هسته ی اتم ${}^4\text{He}$ از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است که به آن ذره α می گوئیم. بنا براین در توجیه ساختار دو جسمی هسته ی ${}^8\text{Be}$ می توان آن را به صورت دو ذره ی α در نظر گرفت. در مورد هسته های زوج-زوج مشابهی که عدد جرمی آن ها $A = 4n$ ($n=1,2,\dots$) است، مانند ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$, ... نیز استفاده از چنین مکانیسمی قابل توجیه است. این اساس مدل خوشه ای در مورد هسته هاست. در واقع در این مدل هسته ی

مورد نظر را به صورت چند ذره α در نظر گرفته و ادعا می کنیم خواص هسته ناشی از اندر کنش بین این ذرات می باشد [50].

همان طور که در شکل (۸-۲) مشاهده می کنیم استفاده از مدل خوشه ای در مورد هسته ای مانند ^{12}C ، اندر کنش بین ۱۲ ذره را به ۳ ذره تبدیل کرده و تعداد درجات آزادی سیستم را ۲۷ درجه کاهش می دهد به گونه ای که می توان با در نظر گرفتن دستگاه مختصات نسبی ژاکوبی سیستم را بررسی کرد.

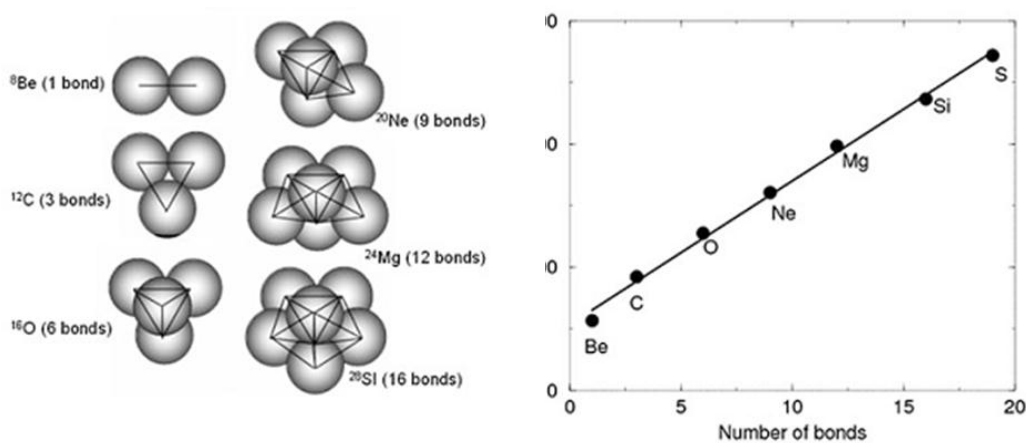


شکل (۷-۲) : محاسبه ی چگالی ^8B به روش مونت کارلو. تصاویر به ترتیب چگالی محاسبه شده در چارچوب آزمایشگاه و مرجع هستند. ساختار خوشه ای 2α به طور واضح مشاهده می شود [51].



شکل (۲-۸) : ساختار خوشه ای هسته ی ^{12}C به صورت 3α [51].

هم چنین هاستفد^۱ و تلمر^۲ مکانیسمی را پیشنهاد کردند که بر مبنای آن انرژی بستگی هسته به وسیله ی تعداد اتصالات α - α مشخص می شود، شکل (۲-۹)، [52].

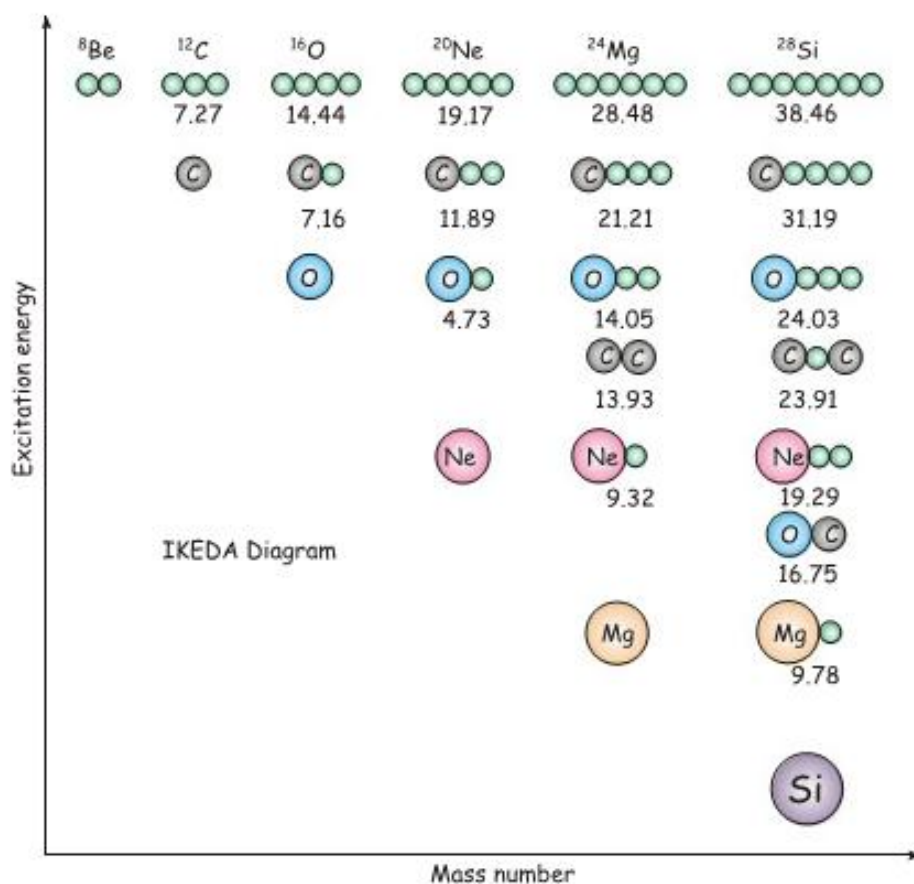


شکل (۲-۹) : انرژی بستگی هسته های $A=4n$ ($n=1,2,3,\dots$) بر حسب تعداد اتصالات α - α [51].

¹ L.R. Hafstad

² E. Teller

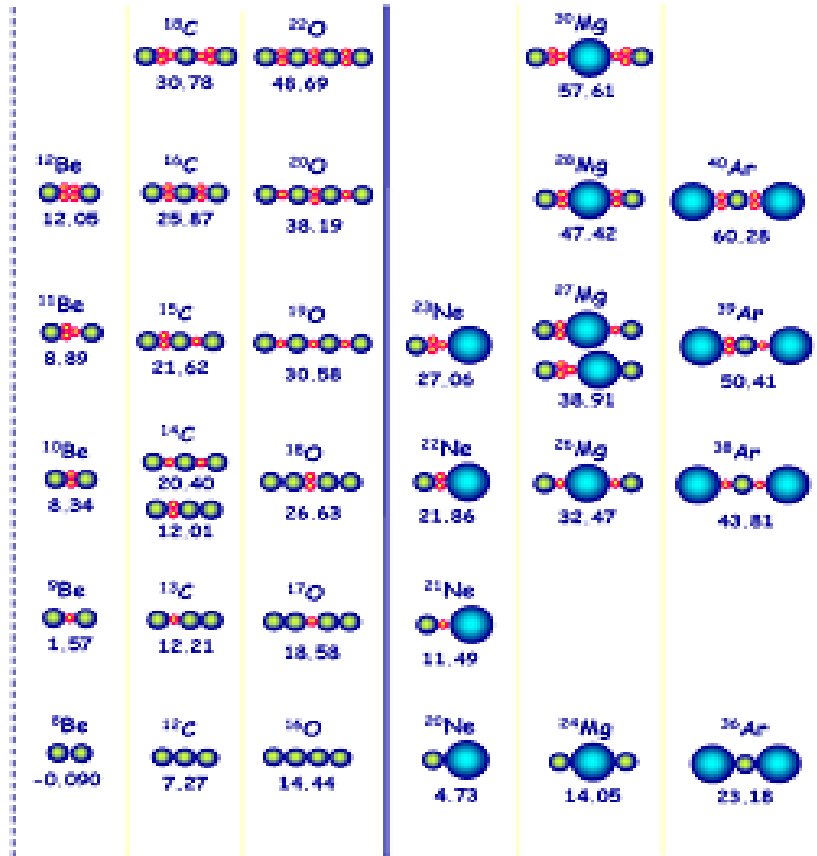
نکته ی مهم در مورد مدل خوشه ای این است که در واقع خوشه ای شدن در هسته ها در بین حالت های برانگیخته اتفاق می افتد به طوری که درجات آزادی خوشه ای شدن از افزایش انرژی برانگیختگی استنتاج می شود [53]. بنابراین برای سیستم های سنگین درجات آزادی $N\alpha$ تنها در بالاترین انرژی ها اتفاق می افتد، شکل (۲-۱۰).



شکل (۲-۱۰): نمودار نشان می دهد که چگونه درجات آزادی خوشه ای شدن از افزایش انرژی برانگیختگی استنتاج می شود. [54]

همان طور که گفته شد خوشه ای شدن در هسته های زوج - زوج سبکی مانند ^8Be , ... که هسته های α مزدوج نامیده می شوند، ظاهر می شود. با پیشرفت های انجام شده در مطالعات تئوری و

تجربی مربوط به هسته های ناپایدار ساختار خوشه ای شدن در مورد این گونه هسته ها نیز مشاهده شده است [55]. مطابق نمودار ون ارتزن^۱ که در شکل (۲-۱۱) نشان داده شده است.



شکل (۲-۱۱): نمودار ون ارتزن برای ایزوتوپ های $N \neq Z$. در این نمودار ذرات α با رنگ سبز، نوترون ها با رنگ قرمز و هسته ی ^{16}O با رنگ آبی نشان داده شده است، اعداد نشانگر انرژی های برانگیختگی هستند که انتظار داریم در آنها شاهد ساختار خوشه ای باشیم [51].

۲-۵- ماورای خوشه های α : نوترون های ظرفیت و مولکول ها

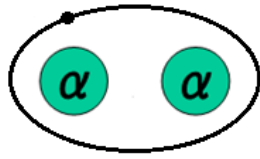
هسته های α مزدوج به طور واضح یک زیر مجموعه ی خیلی کوچک از هسته های موجود در طبیعت هستند. سوال مهم این است که برای سایر هسته هایی که روی خط پایداری نیستند پدیده ی خوشه ای شدن از بین می رود یا باقی می ماند؟

¹ Von Oertzen

اولین تلاش های قابل توجه برای بررسی درجات آزادی اضافی که نوکلئون های ظرفیت به سیستم تحمیل می کنند توسط تلو و هاستفد انجام شد [56]. این دو محقق زنجیره ای از نوکلئون ها شامل ${}^5\text{He}$, ${}^9\text{Be}$, ${}^{13}\text{C}$, ${}^{17}\text{O}$ را مطرح کردند. واضح است که انرژی بستگی هسته های $A=4n+1$ ، (n=1,2,...) به انرژی بر همکنش ذرات α به علاوه ی نوترون های ظرفیتشان وابسته است. مثلاً انرژی بستگی ${}^5\text{He}$ بازتاب بر همکنش $n-\alpha$ است در حالی که در مورد هسته ی ${}^9\text{Be}$ بازتاب بر همکنش $\alpha + n + \alpha$ است به طوری که هامیلتونی این هسته شامل جمله ای است که وجود یک سهم از برهمکنش انتقالی را در این سیستم تصدیق می کند، به طوری که این سیستم به صورت تبادل کووالانسی نوترون بین هسته های α توصیف می شود.

در واقع در چنین سیستم هایی قطعات اصلی ساختمانی ذرات α هستند و نوترون ها بین این هسته های α به اشتراک گذاشته می شوند، که این موضوع به شدت یادآور تبادل الکترون بین اتم ها در مولکول های مقید شده با نیرو های کووالانسی است. البته تبادل نوترون بین مراکز ذرات α یک مفهوم نسبتاً پر اهمیت تر دارد که به ما اجازه می دهد ساختار ایزوتوپ های بریلیوم را با جزئیات بیشتری درک کنیم [61-57]. ظهور مولکول های هسته ای در مرجع [62] به طور کامل باز بینی شده است.

هسته ی ${}^9\text{Be}$ این قسمت از فیزیک را به خوبی نمایش می دهد. همان طور که می دانیم ${}^8\text{Be}$ علی رغم این که روی خط پایداری قرار دارد، ناپایدار است که در بازه ی زمانی 10^{-16} ثانیه واپاشی می کند. تنها ایزوتوپ پایدار بریلیوم ${}^9\text{Be}$ است که در توجیه پایداری آن می توان گفت نوترون اضافی بین دو هسته ی α مبادله می شود دقیقاً مشابه با مبادله ی الکترون بین اتم ها در مولکول های کووالانسی. چنین حالت هایی شواهد محکمی برای نظریه ی تشکیل مولکول های هسته ای هستند. در شکل (۲-۱۲) یک تصویر فرضی از ساختار مولکولی هسته ی ${}^9\text{Be}$ رسم شده است.



Molecule ${}^9\text{Be}$

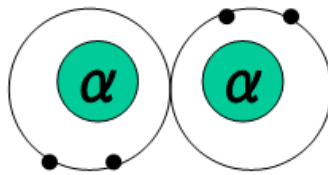
شکل (۲-۱۲): ساختار مولکولی هسته ی ${}^9\text{Be}$ [62].

۲-۶-۱- مدل های خوشه ای میکروسکوپی^۱

مدل خوشه ای α یک تصویر خوب از طبیعت حالات هسته های $A=4n$ ، $(n=1,2,\dots)$ ، تولید می کند که به صورت مجموعه ای از ذرات α دیده می شوند، اما برای سایر هسته ها تقریب خوبی نیستند. مدل های خوشه ای میکروسکوپی در واقع توصیف ساختار هسته های خارج خط پایداری هستند. از پر کاربردترین مدل های این مجموعه می توان به دو مدل زیر اشاره کرد.

۲-۶-۱-۱- مدل دو خوشه ای آر جی ام^۲

در این مدل نوکلئون های موجود در داخل هسته به دو خوشه ی A_1 و A_2 تقسیم شده و پیش بینی می شود که نوترون ها بین این دو خوشه مبادله می شوند [63-66]. برای مثال در این دیدگاه هسته ی ${}^{12}\text{Be}$ به صورت دو خوشه ی ${}^6\text{He}$ دیده می شود، مطابق شکل (۲-۱۳).



شکل (۲-۱۳): نمایی از هسته ی ${}^{12}\text{Be}$ در مدل خوشه ای RGM [62].

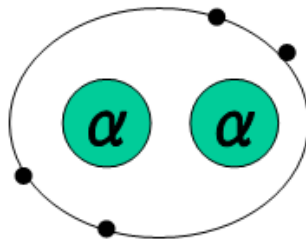
¹ Microscopic Cluster Models

² Resonating Group Method (RGM)

این دیدگاه به ما اجازه می دهد بر همکنش بین خوشه های مجانبی را مطالعه کنیم که با وسعت زیادی توسط بای^۱ و دسکومت^۲ انجام شده است [67-68].

۲-۶-۲- مدل چند خوشه ای با نوترون های اضافی^۳

در این مدل تصویر اوربیتال مولکولی ایزوتوپ ها بر مبنای مراکز $n\alpha$ به علاوه ی نوترون های اضافی پایه گذاری می شود. مثلا در سیستم 2α در مورد ایزوتوپ های بریلیوم اوربیتال های مولکولی به وسیله ی یک ترکیب خطی از اوربیتال های p حول مرکز 2α شکل می گیرند و نوترون های ظرفیت این اوربیتال ها را اشغال می کنند [69] شکل (۲-۱۴).



شکل (۲-۱۴) : نمایی از هسته ی ^{12}Be در مدل چند خوشه ای [62].

البته مدل های خوشه ای میکروسکوپ دیگری هم وجود دارد مانند مدل خوشه ای دو نوترون^۴ که برای توصیف ساختار ^{11}Li به کار گرفته شده است [70].

۲-۷- تابع موج هسته در مدل های خوشه ای

با توجه به اصول مکانیک کوانتومی، تابع موج یک سیستم حاوی تمام اطلاعات فیزیکی آن سیستم است. بنابراین با مشخص شدن تابع موج هسته نیز می توان اطلاعات ساختاری آن را استخراج کرد. در ادامه چگونگی تعیین تابع موج را در چند مدل کاربردی ارائه می کنیم.

¹ D. Baye

² P. Descouvemont

³ Multi – Cluster core +Neutrons

⁴ Di – Neutron Cluster

۲-۷-۱- تابع موج مدل بلاچ - برینک^۱

مدل خوشه ای α نخستین بار توسط مارژانا^۲ درک شد [71] و سپس به وسیله ی برینک^۳ در طی کار با بلاچ^۳ گسترش یافت. بر طبق مدل لایه ای، هسته ی ${}^4\text{He}$ از دو پروتون به علاوه ی دو نوترون تشکیل شده است که همگی در اوربیتال $1s_{1/2}$ قرار دارند. اساس مدل خوشه ای α ساختن این ایده است که چهار تایی ها از زوج های پروتون و نوترونی که با تکانه زاویه ای کل صفر جفت شده اند، ایجاد می شود. یک چنین حالت های چهار تایی می توانند به وسیله ی چارچوب نوسانگر هارمونیک مدل سازی شوند. به طوری که تابع موج یک ذره ی α به صورت زیر نوشته می شود.

$$\varphi_i(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{1}{b^3 \pi^{3/2}}} \exp\left[\frac{-(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2}{2b^2}\right] \quad (2-2)$$

که \mathbf{R}_i بردار توصیف کننده ی مکان i امین چهار تایی است و $b = (\hbar/m\omega)^{1/2}$ پارامتری است که اندازه ی ذره ی α را مشخص می کند. در نهایت تابع موج هسته از مجموعه ی توابع موج ذرات α تشکیل می شود که باید پاد متقارن باشد، در تصدیق این موضوع که درجات آزادی واقعی سیستم فرمیونی هستند بنابراین تابع موج $N\alpha$ با استفاده از دترمینان اسلیتر به صورت زیر نوشته می شود.

$$\Phi_\alpha(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_N) = K \mathcal{A} \prod_{i=1}^N \varphi_i(\mathbf{R}_i) \quad (3-2)$$

که K ثابت نرمالیزاسیون و \mathcal{A} اپراتور پاد متقارن سازی بر طبق اصل طرد پاولی است. باز هم به این نکته توجه می کنیم که پاد متقارن سازی به این دلیل که تابع موج در حقیقت از درجات آزادی فرمیونی ترکیب شده است، به رسمیت شناخته می شود اگر چه که فرمیون ها در داخل خوشه ها جاسازی شده اند.

¹ Bloch- Brink

² H. Margenau

³ D. M. Brink

۲-۷-۲- تابع موج مدل تی اچ اس آر^۱

تابع موج معرفی شده در مدل Bloch- Brink به وسیله ی گروه THSR برای تاکید بر حالت های فشرده [72-74] به صورت زیر نوشته شد که تابع موج متراکم نامیده می شود.

$$\langle \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N | \Phi_{n\alpha} \rangle = \mathcal{A}[\varphi_\alpha(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \varphi_\alpha(\mathbf{r}_5, \mathbf{r}_6, \mathbf{r}_7, \mathbf{r}_8) \varphi_\alpha(\mathbf{r}_{N-3}, \dots, \mathbf{r}_N)] \quad (۴-۲)$$

این ترکیب برای N نوکلئون که در دسته های چهار تایی قرار دارند به وسیله ی φ_α توصیف می شود به طوری که تابع موج ذره α به صورت زیر است.

$$\varphi_\alpha(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) = e^{-\mathbf{R}^2/B^2} \varphi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3, \dots) \quad (۵-۲)$$

که $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4)/4$ در مرکز جرم یک ذره ی α است و $\varphi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3, \dots)$ تابع موج گوسی به شکل زیر است.

$$\varphi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3, \dots) = \exp(-[\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3, \dots]^2 / b^2) \quad (۶-۲)$$

که b پارامتری است که اندازه ی ذره ی α را مشخص می کند و هم چنین $B (>> b)$ پارامتری است که اندازه ی توزیع گوسی سه ذره ی α را توصیف می کند.

۳-۷-۲- تابع موج مدل آر جی ام

این مدل همان طور که گفته شد A نوکلئون را به دو خوشه ی A_1 و A_2 تقسیم می کند. تابع موج این سیستم به صورت زیر نوشته می شود.

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) = F(\mathbf{R}_{cm}) \mathcal{A}\{\varphi_1(\xi_1) \varphi_2(\xi_2) g(\mathbf{R})\} \quad (۷-۲)$$

که $F(\mathbf{R}_{cm})$ حرکت مرکز جرم هسته را توصیف می کند و φ_i ها حالت های داخلی پاد متقارن دو خوشه را نمایش می دهند (مختصات داخلی خوشه ها به وسیله ی ξ_i توصیف می شود). هم چنین

¹ Tohsaki, Horiuchi, Schuck and Röpke (THSR)

$g(\mathbf{R})$ یک تابع از حرکت نسبی دو خوشه است و مختصات نسبی \mathbf{R} به وسیله ی رابطه ی نوکلئون ها را بین دو خوشه مبادله می کند.

۲-۷-۴- تابع موج مدل جی تی سی ام^۱

اگر چه این مدل در مورد ایزوتوپ های بریلیوم کار برد دارد [75]. ولی به دلیل ایجاد یک دیدگاه مناسب در مورد سایر هسته های چند α خوشه ای، بیان می شود. در این مدل تابع موج به صورت زیر نوشته می شود.

$$\Phi_{m,n}^{j^{\pi}k} = P_k^{j^{\pi}} \cdot \mathcal{A}\{\psi_L(\alpha)\psi_R(\alpha)\varphi(m)\varphi(n)\} \quad (۸-۲)$$

که در رابطه ی بالا $\psi_{R,L}(\alpha)$ تابع موج سمت راست و چپ ذرات α و $\varphi_{m,n}$ تابع موج نوترون هاست. \mathcal{A} و $P_k^{j^{\pi}}$ به ترتیب اپراتور های تصویر پاریتی و پاد متقارن سازی حالت ها هستند. در ضمن اعداد کوانتومی خوب سیستم شامل J تکانه ی زاویه ای، k تصویر تکانه ی زاویه ای و π پاریتته است.

۲-۸- دینامیک مولکولی پاد متقارن^۲

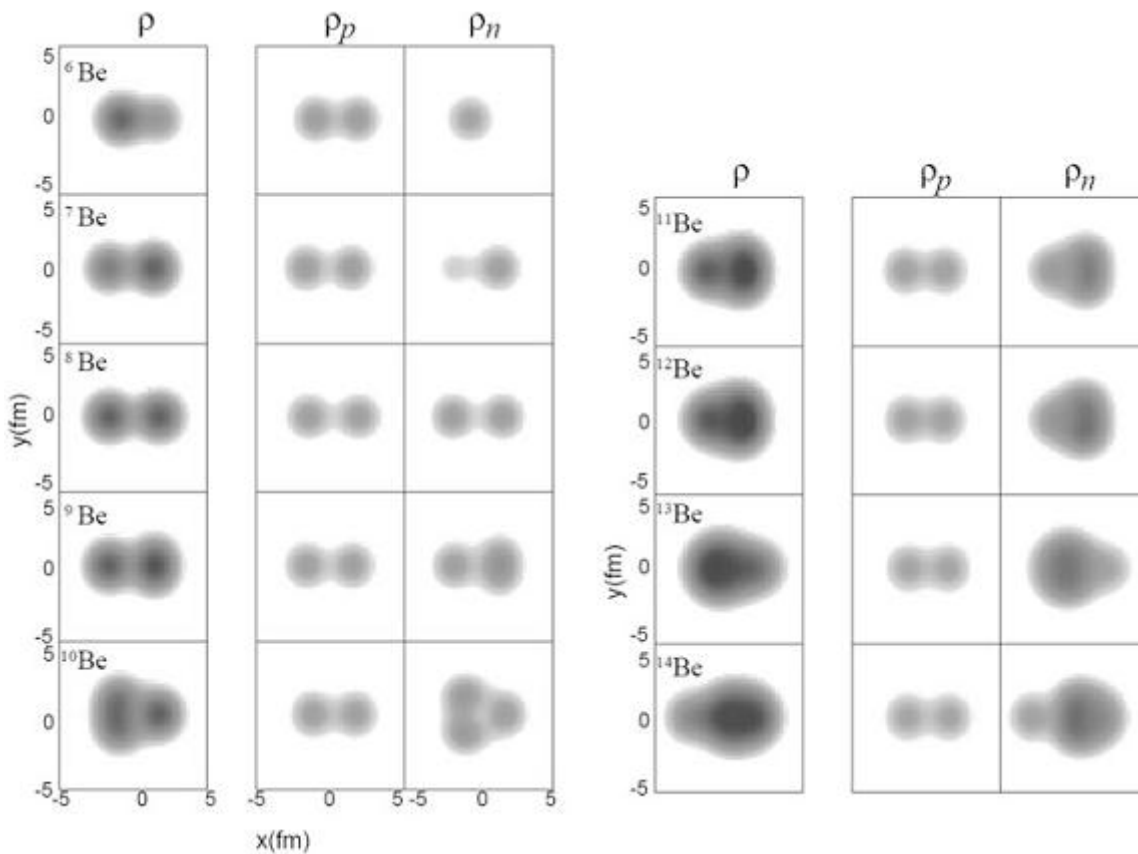
دیدگاه دینامیک مولکولی پاد متقارن (AMD) که اخیراً به صورت جامعی توسط کانادایو^۳ و هوریوچی^۴ باز بینی شده است [76]، مزایای مهمی را برای کاربرد در مدل های خوشه ای میکروسکوپیک دارد زیرا این مدل درجات آزادی نوکلئونی را به طور واضح شامل می شود و مطابق شکل (۲-۱۵) در پیش بینی ساختار خوشه ای هسته ها بسیار موفق است.

¹ Generalized Two - center Cluster Model (GTCM)

² Antisymmetrised Molecular Dynamics (AMD)

³ Y. Kanada-En'yo

⁴ H. Horiuchi



شکل (۲-۱۵) : توزیع چگالی حالت پایه ی ایزوتوپ های برلیوم که در چارچوب AMD محاسبه شده است. ستون سمت چپ چگالی کل نوکلئون ها، ستون وسط چگالی پروتون ها و ستون سمت راست چگالی نوترون ها را نشان می دهد. [76]

تابع موج مدل (AMD) برای یک هسته با عدد جرمی A یک دترمینان اسلیتر از بسته های موج گوسی به صورت زیر است.

$$\Phi_{AMD}(\mathbf{Z}) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \mathcal{A}\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_A\} \quad (9-2)$$

φ_i تابع موج ذره ی i ام است که از سه بخش تابع موج فضایی ϕ_{x_i} ، تابع موج اسپین ذاتی χ_{ξ_i} و تابع موج ایزواسپین τ_i به صورت زیر تشکیل شده است.

$$\varphi_i = \phi_{\mathbf{x}_i} \chi_{\xi_i} \tau_i : \begin{cases} \phi_{\mathbf{x}_i}(\mathbf{r}_j) \propto \exp[-\nu(\mathbf{r}_j - \frac{\mathbf{X}_i}{\sqrt{\nu}})^2] \\ \chi_{\xi_i} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \xi_i \\ \frac{1}{2} - \xi_i \end{pmatrix} \end{cases} \quad (10-2)$$

همان طور که در رابطه ی (۱۰-۲) مشاهده می شود، قسمت فضایی تابع موج را می توان یک بسته ی موج گوسی در نظر گرفت که مرکزش به وسیله ی پارامتر های مختلط X_{3i}, X_{2i}, X_{1i} مشخص می شود. تابع موج اسپین ذاتی χ_{ξ_i} ، هم با پارامتر ξ_i که جهت اسپین ذاتی را در تابع موج یک ذره ی منفرد مشخص می کند، تعیین می شود. در نهایت تابع موج ایزواسپین τ_i ، در محاسبات دو حالت بالا (پروتون) و پایین (نوترون) را شامل می شود. پس تابع موج مدل (AMD) به وسیله ی یک مجموعه از متغیر های مختلط $\mathbf{Z} \equiv \{X_{ni}, \xi_i\}, (n=1,2,3; i=1,\dots,A)$ مشخص می شود.

در نهایت انرژی هسته به وسیله ی به کار گیری یک بر همکنش نوکلئون - نوکلئون مناسب محاسبه می شود. انعطاف این روش به ما اجازه می دهد که یک توصیف خوب از سیستم های خوشه ای و لایه ای به طور یکسان داشته باشیم و جزئیاتی از ساختار هسته ها را تحت راهنمایی اصل طرد پاولی به دست آوریم.

۹-۲- هامیلتونین هسته در مدل خوشه ای

همان طور که می دانیم با استفاده از قواعد کوانتوم مکانیک با داشتن تابع موج و هامیلتونین یک سیستم و استفاده از رابطه ی زیر می توان انرژی سیستم را محاسبه کرد.

$$E = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (11-2)$$

پس باید هامیلتونین هسته را مشخص کنیم. در AMD هامیلتونین هسته به صورت زیر در نظر گرفته می شود [77].

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}_n + \hat{V}_c - \hat{T}_g \quad (12-2)$$

که در رابطه ی فوق \hat{T} انرژی جنبشی کل، \hat{T}_g انرژی جنبشی مرکز جرم، \hat{V}_c پتانسیل کولنی و \hat{V}_n پتانسیل هسته ای است که شامل مولفات زیر است.

$$\hat{V}_n = V^{(2)} + V^{(3)} + V_{L.S} \quad (13-2)$$

که می توان شکل های زیر را برای پتانسیل های دو جسمی، سه جسمی و اسپین- مدار در نظر گرفت.

$$V^{(2)} = \sum_{i < j} (1 - m + b P_\sigma - h P_\tau - m P_\sigma P_\tau) \times \{ V_A \exp[-(\frac{|r_i - r_j|}{r_A})^2] + V_R \exp[-(\frac{|r_i - r_j|}{r_R})^2] \} \quad (14-2)$$

$$V^{(3)} = \sum_{i < j < k} v^{(3)} \delta(r_i - r_j) \delta(r_i - r_k) \quad (15-2)$$

$$V_{L.S} = \sum_{i < j} \{ u_I \exp(-\kappa_I r^2) + u_{II} \exp(-\kappa_{II} r^2) \} \times \frac{(1 + P_\sigma)}{2} \frac{(1 + P_\tau)}{2} L \cdot (S_i + S_j) \quad (16-2)$$

که در رابطه های فوق P_σ و P_τ به ترتیب عملگر های تبادل اسپین و ایزو اسپین هستند. رابطه ی (14-2) پتانسیل دو جسمی نوع 3 از گروه پتانسیل های MV1، رابطه ی (15-2) پتانسیل سه جسمی مرتبه ی صفر و هم چنین رابطه ی (16-2) پتانسیل G3RS است. البته می توان از شکل های دیگری هم برای پتانسیل استفاده کرد.

فصل سوم

تئوری میدان میانگین نسبی

۳-۱- مقدمه

انتخاب یک دیدگاه مناسب برای بررسی هسته‌ها مهم به نظر می‌رسد. ما به دلایلی که در این فصل مطرح می‌کنیم، دیدگاه نسبیتی را در بررسی هسته‌های سست مقید در این رساله انتخاب می‌کنیم. به همین منظور پس معرفی تئوری میدان میانگین نسبیتی، به معرفی معادله دیراک و روش ابرتقارن-ناوردایی شکل به عنوان یک روش مناسب برای حل این معادله می‌پردازیم.

۳-۲- تئوری میدان میانگین نسبیتی

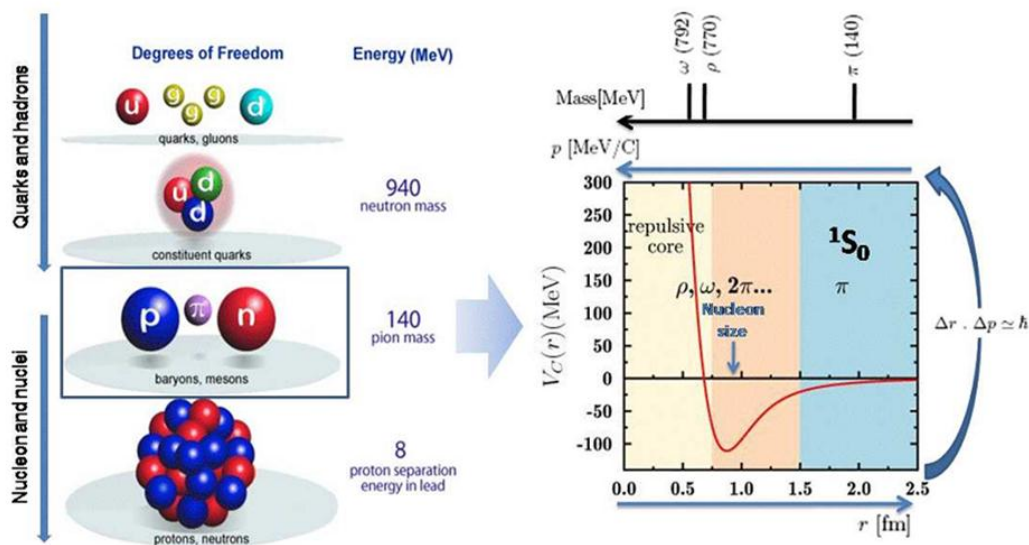
در طی سه دهه گذشته، تئوری میدان میانگین نسبیتی در توصیف پدیده‌های هسته‌ای مربوط به هسته‌های ناپایدار به خوبی هسته‌های پایدار بسیار موفق بوده است. در مقایسه با تئوری میدان میانگین غیر نسبیتی، تئوری میدان میانگین نسبیتی می‌تواند ویژگی‌های واقعی اشباع هسته‌ای را در ماده‌ی هسته‌ای باز تولید کند و طبعاً پتانسیل جفت شده‌ی اسپین - مدار را ارائه دهد [78]. نقطه‌ی آغاز تئوری میدان میانگین نسبیتی لاگرانژی‌نی است که نوکلئون‌ها را به عنوان اسپینورهای دیراک در حال حرکت در میدان میانگین توصیف می‌کند و شامل برهمکنش بین نوکلئون‌ها (پروتون‌ها و نوترون‌ها) و مزون‌ها (ρ, ω, σ) و هم‌چنین میدان کولنی می‌باشد.

اگر بررسی برهمکنش نوکلئون-نوکلئون را از فواصل بلند ($\sim 2\text{fm}$) آغاز کنیم به طور آشکار غلبه‌ی برهمکنش مبادله‌ی یک - پیون را در این فاصله مشاهده می‌کنیم. با کاهش فاصله‌ی جدایی نوکلئون‌ها به $1.2-1.5\text{ fm}$ شروع سهم قوی ناشی از تبادل دو - پیونی را در نتیجه‌ی برهمکنش تانسوری مشاهده می‌کنیم که دامنه‌ی تانسوری به اندازه‌ی برهمکنش اسپین - مدار قوی است. سپس نیاز داریم به نیروهای مبادله‌ای یک مولفه‌ی برداری اضافه کنیم به طوری که سهم آن به تدریج با کاهش فاصله‌ی جدایی نوکلئون-نوکلئون افزایش یابد و بر کل برهمکنش در منطقه‌ی هسته‌ی دافعه در فاصله‌ی کوتاه ($\sim 0.5\text{fm}$) حاکم شود [79] شکل (۳-۱). ویژگی اصلی دینامیک

هسته ای نسبیتی ظهور میدان های جاذبه ی اسکالر S و دافعه ی برداری V است که در نتیجه توانایی متحد کردن اثرات جاذبه ای و دافعه ای مربوط به فواصل بلند و کوتاه در بر همکنش نوکلئون- نوکلئون را به طور همزمان دارد.

هم چنین تقارن شبه اسپینی مشاهده شده در ترازهای تک ذره ای هسته های کروی به عنوان یک نتیجه ی منطقی از جفت شدگی مولفات پائینی معادله دیراک به وسیله ی تئوری میدان میانگین نسبیتی قابل فهم است [78].

وجود خواص فوق در ساختار هسته ها که به وسیله پدیدار شناختی معادله ی دیراک در تئوری میدان میانگین نسبیتی قابل توضیح هستند، بیانگر این واقعیت است که می توان دینامیک هسته ای نسبیتی را برای تصحیح بیشتر در بررسی ساختار هسته ها به کار برد.



شکل (۳-۱): سه منطقه ی بر همکنش نوکلئون- نوکلئون و بر همکنش موثر [79].

۳-۳- معادلات نسبیتی

برای به دست آوردن معادله ی حرکت ذرات در کوانتوم نسبیتی ، معادله شرودینگر که مربوط به ذرات در کوانتوم غیر نسبیتی است و از رابطه کلاسیک انرژی - اندازه حرکت به دست آمده قابل

استفاده نیست. اولین تلاش ها برای به دست آوردن معادله ای برای حرکت ذرات در دیدگاه نسبیتی بر مبنای رابطه نسبیتی انرژی - اندازه حرکت، توسط کلاین - گوردون¹ انجام شد که منجر به شکل گیری معادله کلاین - گوردون شد. [80]

۳-۳-۱- معادله کلاین - گوردون

رابطه نسبیتی انرژی - اندازه حرکت برای ذره آزاد، به صورت زیر است

$$E^2 - P^2 c^2 = m^2 c^4 \quad (۱-۳)$$

که در رابطه ی فوق داریم

$$P^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{P} \right), \quad P^\mu = -i \hbar \partial^\mu, \quad \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad (۲-۳)$$

با جایگذاری روابط (۲-۳) در رابطه (۱-۳) معادله ی کلاین - گوردون به صورت زیر به دست می آید

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \nabla^2 \psi = \left(\frac{m c}{\hbar} \right)^2 \psi \quad (۳-۳)$$

معادله کلاین - گوردون با توجه به این که اسپین را در نظر نگرفته است فقط برای ذرات با اسپین صفر به کار می رود. پس در مورد نوکلئون های درون هسته که اسپین نیمه صحیح دارند، قابل استفاده نیست.

۳-۳-۲- معادله دیراک

معادله ی دیراک یکی از پرکاربردترین معادلاتی است که در زمینه های مختلف فیزیک به کار می رود. این معادله در حل بسیاری از مسائل هسته ای و انرژی های بالا مورد استفاده قرار می گیرد. در سال های اخیر تلاش های قابل ملاحظه ای برای مطالعه معادلات موج نسبیتی و بررسی اثرات

¹ Klein- Gordon Equation

نسبیتی آن ها صورت گرفته است که در این میان حل معادله دیراک اهمیت فراوانی داشته و نقش مهمی در مکانیک کوانتومی نسبیتی ایفا می کند [81-82].

دیراک برای به دست آوردن معادله ای که بر اساس رابطه نسبیتی انرژی - اندازه حرکت باشد و هم چنین اسپین را نیز دربرداشته باشد ابتدا سعی کرد با فاکتورگیری رابطه نسبیتی انرژی - اندازه حرکت معادله ای با مشتق مرتبه اول زمانی به دست آورد سپس اسپین را وارد معادله خود کرد. رابطه چاربرداری نسبیتی انرژی - اندازه حرکت برای ذره آزاد به صورت زیر است

$$P^\mu P_\mu - m^2 c^2 = 0 \quad (4-3)$$

که داریم

$$P^\mu = (P^0, \vec{P}) \quad (5-3)$$

چون مرتبه اول زمانی مورد نظر بود، دیراک فرض کرد $\vec{P} = 0$ پس داریم

$$P^{0^2} - m^2 c^2 = 0 \quad (6-3)$$

که نتیجه می شود

$$(P^0 + mc)(P^0 - mc) = 0 \rightarrow \begin{cases} P^0 - mc = 0 \\ P^0 + mc = 0 \end{cases} \quad (7-3)$$

که هر دو روابطه مشتق مرتبه اول زمانی هستند. حال سؤال این است اگر $\vec{P} \neq 0$ باشد چه رابطه ای به دست می آید، در این حالت می توان رابطه ی (4-3) را به صورت زیر نوشت

$$(\beta^k P_\mu + mc)(\gamma^\lambda P^\mu - mc) = 0 \quad (8-3)$$

دیراک ضرایب تصحیح چاربرداری β^k و γ^λ را وارد کرد تا بتواند رابطه چاربرداری (4-3) را به صورت رابطه (8-3) درآورد. حال باید β^k و γ^λ را به دست آورد

$$\beta^k P_k \gamma^\lambda P_\lambda + mc (\gamma^\lambda P_\lambda - \beta^k P_k) - m^2 c^2 = 0 \quad (9-3)$$

حال اگر $(\gamma^\lambda P_\lambda - \beta^k P_k = 0)$ باشد، نتیجه می شود

$$\gamma^\lambda P_\lambda = \beta^k P_k \quad (10-3)$$

و از آن جایی که P_λ و P_k یکی هستند پس β و γ هم با هم برابرند پس یک ضریب تصحیح داریم و معادله به صورت زیر در می آید

$$\gamma^k P_k \gamma^\lambda P_\lambda - m^2 c^2 = 0 \quad (11-3)$$

و با توجه به اینکه معادله (۱۱-۳) باید همان معادله (۴-۳) باشد پس داریم

$$\begin{cases} \gamma^k P_k \gamma^\lambda P_\lambda = P^\mu P_\mu \\ (\gamma^0 P^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{P})(\gamma^0 P^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{P}) = P^{0^2} - (P_1^2 + P_2^2 + P_3^2) \end{cases} \quad (12-3)$$

که طرف اول رابطه فوق ۱۶ جمله است. دیراک برای اینکه تساوی رابطه فوق برقرار می باشد، نتیجه گرفت که γ ها باید ماتریس باشند، بطوریکه روابط زیر بین آن ها برقرار باشد

$$\gamma^{0^2} = 1, \quad \gamma^{1^2} = \gamma^{2^2} = \gamma^{3^2} = -1, \quad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 0 : (\mu \neq \nu) \quad (13-3)$$

که بطور کلی می توان نوشت

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad (14-3)$$

دیراک سعی کرد ماتریس های γ را به ماتریس های پاولی نسبت دهد، بطوری که خواص بالا حفظ شود، که در این صورت اسپین به واسطه ماتریس های پاولی وارد معادله می شود. دیراک ماتریس های γ را به صورت زیر در نظر گرفت

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (15-3)$$

پس می توان نوشت

$$(\gamma^k P_k + mc)(\gamma^\lambda P_\lambda - mc) = 0 \quad (16-3)$$

که نتیجه می شود

$$\begin{cases} \gamma^\mu P_\mu + mc = 0 \\ \gamma^\mu P_\mu - mc = 0 \end{cases} \quad (17-3)$$

هر دو معادله یکسان هستند دیراک معادله دوم را برای ادامه کار خود انتخاب کرد

$$\begin{cases} \gamma^\mu P_\mu - m c = 0 \\ P_\mu = i \hbar \partial_\mu \end{cases} \quad (18-3)$$

در نتیجه معادله ی دیراک به صورت زیر به دست می آید

$$i \hbar \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m c \psi = 0 \quad (19-3)$$

۳-۳-۳- هامیلتونی معادله دیراک

برای به دست آوردن هامیلتونی معادله دیراک برای ذره آزاد، کافیه در معادله دیراک ∂_μ را باز کنیم،

پس داریم

$$i \hbar (\gamma^0 \partial_0 + \gamma^1 \partial_1 + \gamma^2 \partial_2 + \gamma^3 \partial_3) \psi - m c \psi = 0 \quad (20-3)$$

در نتیجه می توان نوشت

$$i \hbar \frac{\gamma^0}{c} \frac{\partial}{\partial t} \psi = -i \hbar (\gamma^1 \frac{\partial}{\partial x} + \gamma^2 \frac{\partial}{\partial y} + \gamma^3 \frac{\partial}{\partial z}) \psi + m c \psi \quad (21-3)$$

حال رابطه ی زیر را تعریف می کنیم

$$\beta = \frac{1}{\gamma^0} \quad , \quad \alpha_i = \frac{\gamma^i}{\gamma^0} \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (22-3)$$

در نتیجه رابطه ی (۲۱-۳) به صورت رابطه ی (۲۲-۳) در می آید

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \left[\frac{\hbar c}{i} (\hat{\alpha}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\alpha}_2 \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\alpha}_3 \frac{\partial}{\partial z}) + \beta m c^2 \right] \psi = H \psi \quad (23-3)$$

که در رابطه (۲۳-۳)، هامیلتونی به صورت زیر است

$$H = c \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m c^2 \quad (24-3)$$

که ماتریسهای α و β به صورت زیر هستند

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{4 \times 4} \quad , \quad \hat{\alpha}_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}_{4 \times 4} \quad (25-3)$$

که در رابطه ی (۳-۲۵)، σ_i ماتریس های پاولی هستند.

۳-۳-۴- حل معادله ی دیراک با پتانسیل مرکزی

با توجه به اینکه بسیاری از پتانسیل های مهم، مرکزی هستند در حالت کلی به حل معادله دیراک با پتانسیل مرکزی می پردازیم. در این حالت هامیلتونی دیراک بصورت زیر نوشته می شود

$$\hat{H}_D = c \hat{\alpha} \cdot \hat{p} + \beta m_0 c^2 + V(r) \quad (۳-۲۶)$$

اگر تابع موج را بصورت $\psi_{jm} = \begin{pmatrix} \varphi_{jlm}(x,t) \\ \chi_{j'l'm}(x,t) \end{pmatrix}$ در نظر بگیریم (که φ و χ اسپینورهای دو مؤلفه ای هستند)، خواهیم داشت

$$H_D \psi_{jm} = E \psi_{jm} \quad (۳-۲۷)$$

که با جایگذاری هامیلتونی دیراک داریم

$$\begin{pmatrix} m_0 c^2 & c(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \\ c(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) & -m_0 c^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} + V \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (۳-۲۸)$$

که رابطه (۳-۲۸) را می توان بصورت دو معادله زیر نوشت

$$(E - m_0 c^2 - V) \varphi = c(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \chi \quad (۳-۲۹)$$

$$(E + m_0 c^2 - V) \chi = c(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \varphi \quad (۳-۳۰)$$

در این حالت حدس می زنیم توابع موج باید از سه قسمت وابسته به Γ ، قسمت زاویه ای و قسمت

اسپینی تشکیل شده باشند. پس می توان نوشت

$$(۳-۳۱)$$

$$\begin{cases} \varphi_{jlm} = i g(r) \Omega_{jlm} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \\ \chi_{j'l'm} = -f(r) \Omega_{j'l'm} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \end{cases}$$

که در رابطه ی (۳-۳۱) داریم

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_{jlm} = \sum_{m', m_s} (1 \frac{1}{2} j | m' m_s m) y_{lm'} \chi_{\frac{1}{2} m_s} \\ \chi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \chi_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (32-3)$$

رابطه ی بین عدد کوانتومی l و l' بصورت زیر است

$$l' = 2j - l = \begin{cases} 2(l + \frac{1}{2}) - l = l + 1 & ; j = l + \frac{1}{2} \\ 2(l - \frac{1}{2}) - l = l - 1 & ; j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (33-3)$$

اکنون داریم

$$(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \varphi_{jlm} = (\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \left(i g(r) \Omega_{jlm} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \right) = (\hat{\sigma} \cdot \hat{p} i g(r)) \Omega_{jlm} + i g(r) \hat{\sigma} \cdot \hat{p} \Omega_{jlm} \quad (34-3)$$

با در نظر گرفتن $p = i\hbar \frac{d}{dr}$ داریم

$$(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \varphi_{jlm} = \hbar \frac{d g(r)}{dr} \left(\hat{\sigma} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) \Omega_{jlm} + i g(r) \hat{\sigma} \cdot \hat{p} \Omega_{jlm} \quad (35-3)$$

می توان نشان داد

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\hat{\sigma} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) \Omega_{jlm} = -\Omega_{j'l'm} \\ -(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \Omega_{jlm} = (\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \left(\hat{\sigma} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) \Omega_{j'l'm} \end{array} \right. \quad (36-3)$$

با استفاده از فرمول $(\vec{\sigma} \cdot \vec{A})(\vec{\sigma} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + i \vec{\sigma} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$ ، رابطه (36-3) تبدیل می شود به رابطه ی (37-3).

$$-(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \Omega_{jlm} = \left(\hat{p} \cdot \frac{\vec{r}}{r} + i \hat{\sigma} \cdot \left(\hat{p} \times \frac{\vec{r}}{r} \right) \right) \Omega_{jlm} \quad (37-3)$$

با در نظر گرفتن $\hat{L} = \vec{r} \times \hat{p}$ و $\hat{p} = -i\hbar \nabla$ داریم

$$-(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \Omega_{j'l'm} = -i \left(\frac{2\hbar}{r} + \frac{1}{r} \hat{L} \cdot \hat{\sigma} \right) \Omega_{j'l'm} \quad (38-3)$$

از طرفی با توجه به روابط زیر

$$\begin{cases} \hat{j}^2 = (\hat{L} + \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma})^2 = \hat{L}^2 + (\frac{\hbar}{2} \hat{\sigma})^2 + \hbar \hat{\sigma} \cdot \hat{L} \\ (\hat{L} \cdot \hat{\sigma}) \Omega_{j'l'm} = \{ j(j+1) - l'(l'+1) - \frac{3}{4} \} \hbar \Omega_{j'l'm} = (\kappa - 1) \hbar \Omega_{j'l'm} \end{cases} \quad (39-3)$$

وبا تعریف عدد کوانتومی جدید κ بصورت زیر

$$\kappa = \pm \left(j + \frac{1}{2} \right) = \begin{cases} -(l+1) & ; j = l + \frac{1}{2} \\ l & ; j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (40-3)$$

می توان نشان داد

$$(2\hbar + \hat{L} \cdot \hat{\sigma}) \Omega_{j'l'm} = (1 + \kappa) \hbar \Omega_{j'l'm} \quad (41-3)$$

در نتیجه داریم

$$(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \varphi_{j'l'm} = -\Omega_{j'l'm} \left(\hbar \frac{d g(r)}{d r} + \frac{(\kappa+1)}{r} \hbar g(r) \right) \quad (42-3)$$

بطور مشابه در مورد $(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \chi_{j'l'm}$ می توان نتیجه گرفت

$$(\hat{\sigma} \cdot \hat{p}) \chi_{j'l'm} = -i \Omega_{j'l'm} \left(\hbar \frac{d f(r)}{d r} - \frac{(\kappa-1)}{r} \hbar f(r) \right) \quad (43-3)$$

در نتیجه معادلات (44-3) و (45-3) بصورت زیر بدست می آیند

$$\hbar c \frac{d g(r)}{d r} + (1 + \kappa) \hbar c \frac{g(r)}{r} - [E + m_0 c^2 - V(r)] f(r) = 0 \quad (44-3)$$

$$\hbar c \frac{d f(r)}{d r} + (1 - \kappa) \hbar c \frac{f(r)}{r} - [E - m_0 c^2 - V(r)] g(r) = 0 \quad (45-3)$$

با تغییر متغیر زیر

$$\begin{cases} G = r g , & \frac{dG}{dr} = g + r \frac{dg(r)}{dr} \\ F = r f , & \frac{dF}{dr} = f + r \frac{df(r)}{dr} \end{cases} \quad (46-3)$$

معادلات (۴۴-۳) و (۴۵-۳) بصورت زیر در می آیند

$$\hbar c \frac{dG(r)}{dr} + \hbar c \frac{\kappa}{r} G(r) - [E + m_0 c^2 - V(r)] F(r) = 0 \quad (47-3)$$

$$\hbar c \frac{dF(r)}{dr} - \hbar c \frac{\kappa}{r} F(r) - [E - m_0 c^2 - V(r)] G(r) = 0 \quad (48-3)$$

که معادلات (۴۷-۳) و (۴۸-۳) به معادلات جفت شده دیراک معروفند. در نتیجه با مشخص بودن شکل $V(r)$ در مورد هر پتانسیل مرکزی می توان با حل معادلات جفت شده دیراک، تابع موج ψ_{jm} را بدست آورد.

۳-۴- تقارن های اسپینی^۱ و شبه اسپینی^۲

یافتن حل های تقارنی برای معادله دیراک بسیار مورد توجه است بطوری که فیزیکدانان با بکارگیری روش های تحلیل توابع و نیز روش های مکانیک کوانتومی ابر تقارنی^۳ و نیز بهره گیری از شیوه ناوردایی شکل به بررسی و حل معادله پرداخته اند. می توان با بکارگیری تقارن اسپینی و شبه اسپینی و روش کوانتومی ابر تقارنی به حل معادله دیراک با پتانسیل های مختلف پرداخت [83]. در حالت کلی معادله دیراک مربوط به هسته ای با انرژی کل E که در پتانسیل نرده ای جاذبه $S(r)$ و پتانسیل برداری دافعه $V(r)$ حرکت می کند به فرم زیر است

$$\{\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta [M + S(r)]\} \psi(r) = \{E - V(r)\} \psi(r) \quad (49-3)$$

¹ Spin symmetry

² Pseudo-Spin symmetry

³ Supersymmetric Quantum Mechanics

که M بیانگر جرم ذره و $\hbar = c = 1$ است، با بکارگیری معادله موج دیراک و توابع موج اسپینوری متناظر. می توان معادلات جفت شده ی زیر را بدست آورد

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa}{r}\right) F_{n\kappa}(r) = [M + E_{n\kappa} - \Delta(r)] G_{n\kappa}(r) \quad (50-3)$$

$$\left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r}\right) G_{n\kappa}(r) = [M - E_{n\kappa} + \Sigma(r)] F_{n\kappa}(r) \quad (51-3)$$

که در رابطه ی (50-3)، $\Delta(r) = V(r) - S(r)$ و در رابطه ی (51-3)، $\Sigma(r) = V(r) + S(r)$ در نظر گرفته می شوند. اکنون می توانیم تقارن اسپینی و شبه اسپینی را درک کنیم.

تقارن اسپینی در معادله دیراک زمانی روی می دهد که اختلاف ما بین پتانسیل برداری $V(r)$ و پتانسیل نرده ای $S(r)$ برابر یک مقدار ثابت گردد یعنی [84]

$$\Delta(r) = V(r) - S(r) = \text{cte} \quad (52-3)$$

و تقارن شبه اسپینی زمانی رخ می دهد که مجموع پتانسیل برداری $V(r)$ و پتانسیل نرده ای $S(r)$ برابر یک ثابت شود، یعنی

$$\Sigma(r) = V(r) + S(r) = \text{cte} \quad (53-3)$$

۳-۵- روش ابرتقارن - ناوردایی شکل

از آنجا که بسیاری از معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم مانند لژاندر، هرمیت و... و معادلات وابسته آن ها دارای خصوصیات ابرتقارنی و ناوردایی شکل هستند، بنابراین برای حل این نوع معادلات می توان از روش های مفید و موثر در مکانیک کوانتومی ابرتقارنی و هم چنین شکل ناوردایی استفاده کرد. روش ابرتقارن یک مفهوم ریاضی است که از استدلالهای تئوری بوجود آمده است و در حال حاضر، یک جزء ضروری در هر نظریه وحدتی است که سعی داشته باشد توصیف واحدی از برهم کنش های اساسی موجود در طبیعت یعنی برهم کنش های قوی و الکتروضعیف و گرانشی ارائه کند. به صورت خلاصه ابر

تقارن، تقارنی است که بوزون‌ها و فرمیون‌ها را به هم مرتبط می‌سازد. بر طبق این نظریه بوزون‌ها که مبادله کننده برهم‌کنش هستند با فرمیون‌ها توسط یک ابر تقارن به هم وابسته‌اند. جبر درگیر در ابر تقارن جبر لی است که تحت ترکیبی از روابط جابه‌جایی بسته است. مکانیک کوانتومی ابر تقارن یکی از بهترین روش‌ها برای تعیین ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع در مسائل مکانیک کوانتومی است. با استفاده از اصول مکانیک کوانتومی ابر تقارن می‌توان معادله دیراک را در حضور پتانسیل‌های مختلفی حل نمود. برتری این روش به روش‌های دیگر بی‌نیازی از حل معادله دیفرانسیلی مرتبه دوم می‌باشد. معادله شرودینگر برای ذره‌ای به جرم m در یک بعد به صورت زیر است [85]

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) \right] \Psi_{n\kappa}(r) = \tilde{E}_{n\kappa} \Psi_{n\kappa}(r) \quad (54-3)$$

که در آن، $\Psi_{n\kappa}(r)$ تابع موج، $V(r)$ پتانسیل و $\tilde{E}_{n\kappa}$ انرژی است. تابع موج از رابطه زیر داده می‌شود

$$\Psi_{0\kappa}(r) = N \exp\left(-\frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int W(r) dr\right) \quad (55-3)$$

که N ثابت بهنجارش و $W(r)$ ابرپتانسیل است. با قرار دادن معادله (55-3) در (54-3) داریم

$$W^2 - \frac{\hbar}{2m} \frac{dW}{dr} = V(r) - \tilde{E}_{0,\kappa} \quad (56-3)$$

بطوریکه $\tilde{E}_{0,\kappa}$ حالت پایه انرژی است. بر طبق ابرپتانسیل، پتانسیل‌های همتای ابر تقارن با رابطه زیر بیان می‌شوند

$$V_{\pm}(r) = W^2(r) \pm \frac{\hbar}{2m} \frac{dW(r)}{dr} \quad (57-3)$$

از مقایسه معادلات (56-3) و (57-3) برای پتانسیل $V(r)$ ، داریم

$$V(r) = V_-(r, a_0) + \tilde{E}_{0,\kappa} \quad (58-3)$$

اگر پتانسیل های $V_{\pm}(r)$ ، به لحاظ شکل یکسان باشند و وجه تمایز آن ها تفاوت در متغیرهایشان باشد، به آنها نوردایی شکل می گویند.

$$V_{+}(r, a_0) = V_{-}(r, a_1) + R(a_1) \quad (59-3)$$

a_0 مجموعه ای از متغیرها، a_1 تابعی از a_0 (مثلا $a_1 = f(a_0)$) و $R(a_1)$ مستقل از r است. پتانسیل های همتهای ابرتقارن، طیف های انرژی یکسانی دارند به استثناء این که $V_{+}(r)$ یک حالت از $V_{-}(r)$ کمتر دارد و انرژی حالت پایه $V_{-}(r)$ صفر است.

$$\tilde{E}_n^{(-)} = \tilde{E}_{n+1}^{(-)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (60-3)$$

$$\tilde{E}_0^{(-)} = 0, \quad \tilde{E}_n^{(-)} = \sum_{k=1}^n R(a_k) \quad (61-3)$$

اکنون اگر در حالت کلی پتانسیل نمایی زیر را در نظر بگیریم

$$V(r) = P_1 + P_2 \frac{1}{(e^{2\alpha x} + q)^2} + P_3 \frac{1}{e^{2\alpha x} + q} + P_4 \frac{e^{\alpha x}}{(e^{2\alpha x} + q)^2} + P_5 \frac{e^{\alpha x}}{e^{2\alpha x} + q} \quad (62-3)$$

که در آن P_i ($i = 1, \dots, 4$)، α و q شش متغیر مستقلی هستند که بسته به نوع پتانسیل قابل تغییر می باشند. در بازه $-\infty < r < +\infty$ ، $q > 0$ و در بازه $0 \leq r < \infty$ ، q در محدوده $-1 \leq q < 0$ یا $q > 0$ قرار دارد. این پتانسیل برای بسیاری از شاخه های فیزیک مورد استفاده قرار می گیرد و با انتخاب شش متغیر P_i ($i = 1, \dots, 4$)، α و q می توان رابطه (62-3) را به پتانسیل های آشنا کاهش داد. برای پتانسیل (62-3)، ابرپتانسیل $W(r)$ به شکل زیر در نظر گرفته می شود.

$$W(r) = -\frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \left(Q_1 + Q_2 \frac{1}{e^{2\alpha r} + q} + Q_3 \frac{e^{\alpha r}}{e^{2\alpha r} + q} \right) \quad (63-3)$$

که Q_i ($i = 1, 2, 3$) ها با توجه به ضرایب پتانسیل در رابطه ی (62-3) مشخص می شوند.

فصل چهارم

محاسبه ی ترازهای انرژی هسته های سست مقید

۴-۱- مقدمه

در این کار، گروهی از هسته های سست مقید شامل ^{17}F ، ^{11}Be ، ^7Li ، ^7Be و ... مورد بررسی قرار گرفته اند. ما به محاسبه ی ترازهای انرژی این هسته ها در دو مدل لایه ای و خوشه ای پرداختیم. اساس کار در هر دو روش، رویکرد نسبیتی بر مبنای تئوری میدان میانگین نسبیتی بوده است. برای بررسی این هسته ها، اندرکنش نوکلئون های درون هسته را براساس پتانسیل های استاندارد هسته ای مانند یوکاوا، هلمن و ... با اندکی تغییرات، به منظور به دست آوردن ویژگی های هسته ای با دقت بیشتر، در نظر گرفتیم.

۴-۲- هسته های سست مقید ^{17}F و ^{11}Be در مدل لایه ای^۱

در این قسمت، ما هسته های سست مقید ^{17}F و ^{11}Be را به منظور مشخص شدن اثرات نسبیتی در تعیین تراز های انرژی این هسته ها مطالعه می کنیم. هسته ^{17}F دارای ۹ پروتون می باشد که آخرین پروتون در حالت پایه $5/2^+$ (1d) قرار می گیرد. حالت پایه ^{17}F با انرژی جداسازی 600 KeV به پروتون و ^{16}O ، سست-مقید است و حالت برانگیخته آن یعنی حالت $1/2^+$ (1s)، تاکنون یکی از بهترین حالت های هاله ی شناخته شده در فیزیک هسته ای است [86-87]. هسته ی ^{11}Be نیز با انرژی جداسازی 501 KeV مربوط به نوترون ظرفیتش، یک هسته ی سست مقید محسوب می شود.

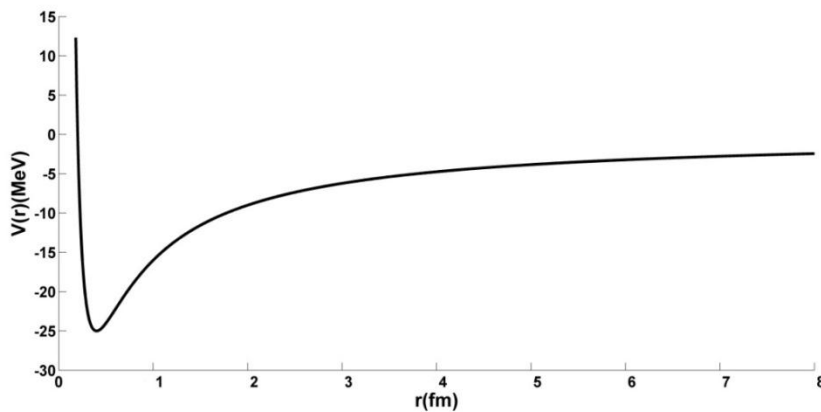
۴-۲-۱- پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا و رزن - مورس

برای محاسبه ی ترازهای انرژی قبل از هر چیز باید پتانسیل مناسبی برای بر همکنش بین نوکلئون منفرد و هسته ی مرکزی انتخاب کنیم [88-89]. ما با ایجاد تغییراتی در ترکیب پتانسیل های یوکاوا و رزن - مورس، پتانسیل تغییر شکل یافته زیر را در نظر می گیریم.

¹ F.Rezvani and M. R. Shojaei (2017) "Relativistic effects in study of weakly bound ^{17}F and ^{11}Be nuclei" *Pramana – J. Phys.*

$$V(r) = V_0 \left(\frac{a}{r^2} - \frac{b}{(1 - e^{-2ar})^2} \right) e^{-\alpha r} \quad (1-4)$$

علی رغم تغییرات انجام شده، رفتار این پتانسیل تغییر شکل یافته مانند پتانسیل های معروف هسته ای است [90] و جمله $e^{-\alpha r}$ اضافه شده به برهمکنش در مقادیر کوچک α ، جمله ی کولنی مورد نیاز در برهمکنش مربوط به هسته ی ^{17}F را ایجاد می کند.



شکل (۱-۴): رفتار پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا و رزن - مورس برای مقادیر $a=b=0.04$

۲-۲-۴ - حل معادله ی دیراک با پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا و رزن - مورس

معادله ی دیراک شامل برهمکنش تانسوری برای ذره ای با اسپین $1/2$ که تحت تاثیر پتانسیل نرده

ای جاذبه $S(r)$ و پتانسیل برداری دافعه $V(r)$ قرار دارد به صورت زیر است ($\hbar = c = 1$)

(۲-۴)

$$[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta (M + S(r) - i \beta \vec{\alpha} \cdot \hat{r} U(r))] \psi(\vec{r}) = (E - V(r)) \psi(\vec{r})$$

که پتانسیل تانسوری شبه کولمبی $U(r)$ را به صورت زیر در نظر می گیریم

$$U(r) = -H/r, \quad H = Z_a Z_b e^2 / 4\pi\epsilon_0, \quad r \geq R_c \quad (3-4)$$

به طوری که شعاع کولمب $R_c = 7.78 \text{ fm}$ ، Z_a و Z_b ، بار ذرات a و b را مشخص می کنند. لازم به توضیح می باشد که پتانسیل تانسوری با تبدیل جمله $\tilde{p} \rightarrow \tilde{p} - im\omega\beta.\hat{r}U(r)$ در معادله دیراک وارد می شود [91]. با در نظر گرفتن تقارن شبه-اسپینی $\Sigma(r) = V(r) + S(r) = C_{ps}$ در معادله ی دیراک [92]، و جایگذاری پتانسیل رابطه ی (۴-۱)، خواهیم داشت

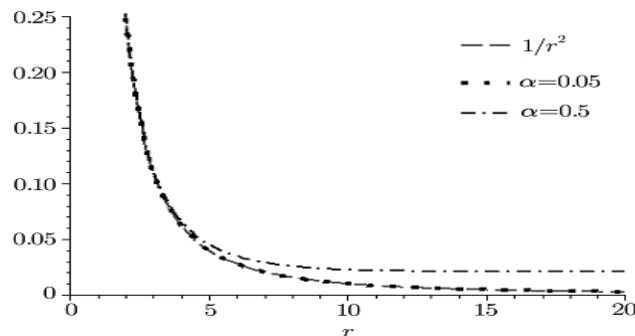
$$\left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{(\kappa+H)(\kappa+H-1)}{r^2} + (E_{n\kappa} + M - C_{ps}) \right] \times \quad (۴-۴)$$

$$\left(-\frac{V_1}{r^2} + \frac{V_2}{(1-e^{-2\alpha r})^2} \right) e^{-\alpha r} G_{n\kappa}(r) = [E_{n\kappa}^2 - M^2 - C_{ps}(E_{n\kappa} + M)] G_{n\kappa}(r)$$

به طوری که $V_1 = aV_0$ و $V_2 = bV_0$ هستند. به دلیل جمله شبه مرکزی $1/r^2$ ، به منظور یافتن جواب های معادله (۴-۴) از تقریب دانگ^۱ [93] استفاده می کنیم.

$$\frac{1}{r^2} \approx \alpha^2 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} \quad (۵-۴)$$

که این تقریب، همان طور که در شکل (۴-۲) مشاهده می کنیم، برای مقادیر کوچک α بسیار مناسب است.



شکل (۴-۲): رفتار تابع $1/r^2$ و تقریب دانگ برای مقادیر مختلف α [94].

تغییر متغیرهای زیر را اعمال می کنیم

¹ Dong approximation

$$\begin{cases} \tilde{V}_1 = -V_1 \alpha^2 [E_{n\kappa} - M - C_{ps}]_1 \\ \tilde{V}_2 = \alpha^2 [\kappa(\kappa+1) - H^2 - H + 2\kappa H] \\ \tilde{V}_3 = -V_2 [E_{n\kappa} - M - C_{ps}] \\ \tilde{E}_{n\kappa} = E_{n\kappa}^2 - M^2 - C_{ps} [E_{n\kappa} + M] \end{cases} \quad (6-4)$$

اکنون می توانیم معادله ی (۴-۴) را به صورت زیر باز نویسی کنیم

$$\left[-\frac{d^2}{dr^2} + \tilde{V}_1 \frac{e^{-3\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + \tilde{V}_2 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + \tilde{V}_3 \frac{e^{-\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} \right] \times G_{n\kappa}(r) = \tilde{E}_{n\kappa} G_{n\kappa}(r) \quad (7-4)$$

با توجه به مفاهیم روش ابرتقارن- روش نوردایی شکل، در حل معادله دیراک [85] ما می توانیم

$G_{0,\kappa}(r)$ را به صورت زیر بنویسیم

$$G_{0,\kappa}(r) = \exp\left(-\int W(r) dr\right) \quad (8-4)$$

با جایگذاری رابطه ی (۸-۴) در رابطه ی (۷-۴)، خواهیم داشت

$$W^2(r) - \frac{dW(r)}{dr} = \tilde{V}_1 \frac{e^{-3\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + \tilde{V}_2 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + \tilde{V}_3 \frac{e^{-\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} - \tilde{E}_{0,\kappa} \quad (9-4)$$

که در رابطه ی (۹-۴)، ابرپتانسیل را می توان به صورت زیر در نظر گرفت

$$W(r) = -\frac{1}{\sqrt{2\mu}} \left(Q_1 + \frac{Q_2}{1-e^{-2\alpha r}} + \frac{Q_3 e^{-\alpha r}}{1-e^{-2\alpha r}} \right) \quad (10-4)$$

که ضرایب در رابطه ی (۱۰-۴)، به صورت زیر هستند

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{Q_2}{2} \\ Q_2 = -\alpha + \left\{ \frac{1}{2} [(\alpha^2 + 2\mu\tilde{V}_2)^2 - (2\mu(\tilde{V}_1 + \tilde{V}_3))^2]^{1/2} + \frac{1}{2} (\alpha^2 + 2\mu\tilde{V}_2) \right\}^{1/2} \\ Q_3 = \frac{\mu(\tilde{V}_1 + \tilde{V}_3)}{\alpha + Q_2} \end{cases} \quad (11-4)$$

در نتیجه رابطه ی ویژه مقادیر انرژی به صورت زیر به دست می آید

$$E_{n\kappa} = -\frac{1}{8\mu}[\alpha + 2n\alpha \pm \sqrt{\frac{1}{2}[(\alpha^2 + 2\mu\tilde{V}_2)^2 - (2\mu(\tilde{V}_3 + \tilde{V}_1))^2]^{1/2} + \frac{1}{2}(\alpha^2 + 2\mu\tilde{V}_2)}]^2$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (12-4)$$

در پایان، نتایج عددی به دست آمده از رابطه ی (۱۲-۴)، برای هسته های سست مقید ^{17}F و ^{11}Be در جدول های (۱-۴) و (۲-۴) قابل مشاهده است.

۳-۲-۴- حل معادله ی شرودینگر^۱ با پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا و رزن - موریس

در این قسمت به منظور مقایسه ی دیدگاه نسبیتی با دیدگاه غیر نسبیتی، معادله ی شرودینگر را با پتانسیل رابطه ی (۱-۴) برای محاسبه ی تراز های انرژی هسته های سست مقید ^{17}F و ^{11}Be حل نموده ایم. معادله ی D- بعدی شرودینگر به صورت زیر است

$$\frac{-1}{2\mu}[\nabla_D^2 + V(r)]\psi_{nlm}(r, \Omega_m) = E_{nl} \psi_{nlm}(r, \Omega_m) \quad (13-4)$$

که ما هسته را به صورت یک سیستم دو ذره ای در نظر می گیریم. پس از جایگذاری پتانسیل رابطه ی (۱-۴) در معادله ی شرودینگر دو بعدی خواهیم داشت

$$\frac{d^2 U_{nl}(r)}{dr^2} + 2\mu[E - V_0(\frac{a}{r^2} - \frac{b}{(1-e^{-2ar})^2})e^{-ar}]U_{nl}(r) + \frac{1}{r^2}[l(l+1)]U_{nl}(r) = 0 \quad (14-4)$$

در رابطه ی (۱۴-۳)، تغییر متغیر های زیر را اعمال می کنیم

$$\begin{cases} V_1' = 2\mu\alpha^2 V_1 \\ V_2' = -l(l+1)\alpha^2 = -\kappa\alpha^2 \\ V_3' = -2\mu V_2 \end{cases} \quad (15-4)$$

¹ Schrödinger Equation

با استفاده از تقریب دانگ و روش ابرتقارن - ناوردایی شکل، مانند دیدگاه نسبیتی، تراز های انرژی به صورت زیر به دست می آید

$$E_{n\kappa} = -\frac{1}{8\mu}[\alpha + 2n\alpha \pm \sqrt{\frac{1}{2}[\alpha^4(1+2\mu\kappa^2)^2 - (4\mu^2(V_2 - \alpha^2V_1))^2]^{1/2} + \frac{\alpha^2}{2}(1+2\mu\kappa^2)}]^2$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (16-4)$$

در پایان، ویژه مقادیر انرژی با در نظر گرفتن قسمت اسپین - مدار، به صورت زیر قابل محاسبه است

$$E_{nl} = E + \Delta = E + \int R_{nl}^*(r)V_{l,s}(r)R_{nl}(r)d^3r \quad (17-4)$$

که در رابطه ی (۱۷-۴)، داریم

$$V_{L,s} = -\lambda \left(\frac{1}{2mc}\right)^2 L.S \quad (18-4)$$

$$L.S = \frac{1}{2}(J^2 - L^2 - S^2) = \frac{\hbar^2}{2}[j(j+1) - l(l-1) - s(s-1)] \quad (19-4)$$

که $\lambda = 35$ ثابت جفت شدگی بدون بعد، m جرم نوکلئون و c سرعت نور است. تابع موج حالت پایه بر

اساس مفاهیم روش ابرتقارن - ناوردایی شکل به صورت زیر است

$$R_0(r) = N \frac{e^{Q_1 r}}{r} \left(-\frac{e^{-2\alpha r}}{1-e^{-2\alpha r}}\right)^{-Q_2/2\alpha} \exp\left[-\frac{Q_3}{\alpha} \operatorname{arc coth}(e^{-\alpha r})\right] \quad (20-4)$$

که N ثابت نرمالیزاسیون است. نتایج عددی به دست آمده از رابطه ی (۲۰-۴)، برای هسته های

سست مقید ^{17}F و ^{11}Be در جدول های (۱-۴) و (۲-۴) قابل مشاهده است.

۴-۲-۴ - تراز های انرژی هسته های ^{17}F و ^{11}Be و مقایسه ی نتایج

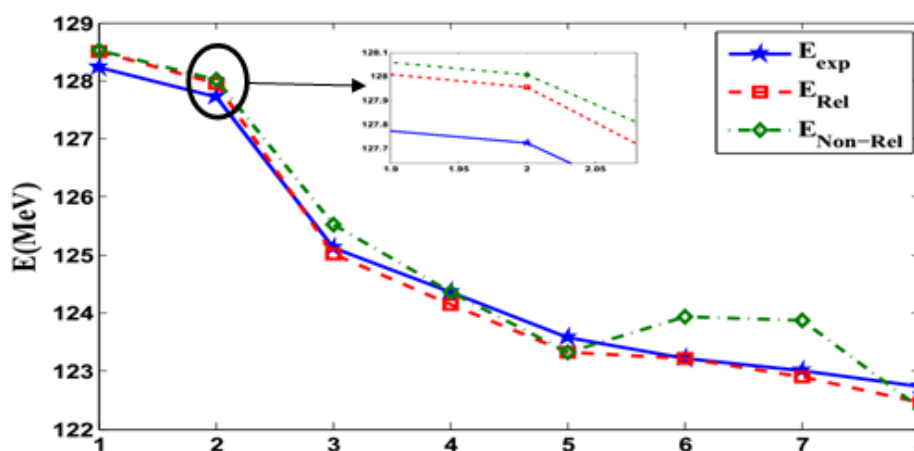
نتایج به دست آمده در این قسمت نشان می دهد که تئوری میدان میانگین نسبیتی، بر مبنای معادله

دیراک تطابق بیشتری با داده های تجربی نسبت به دیدگاه غیرنسبیتی، بر مبنای معادله ی شرودینگر

دارد. همان طور که در جدول های (۱-۴) و (۲-۴) قابل مشاهده است. یک مزیت مهم معادله دیراک این است که پتانسیل اسپین - مدار در این معادله به طور ذاتی وجود دارد، در صورتی که در معادله ی شرودینگر، پتانسیل اسپین - مدار باید به صورت دستی وارد شود که در نتیجه درصد خطا افزایش می یابد.

جدول (۱-۴): ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F با مقادیر $V_0=0.4 \text{ MeV}$ و $\alpha=0.01 \text{ fm}^{-1}$

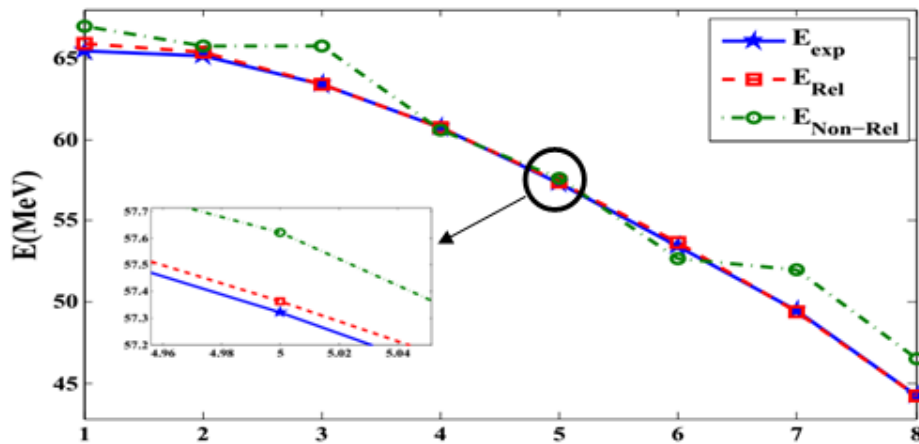
Stats	l	n, κ	$(l, j = l + 1/2)$	E (MeV) (Exp)[95-96]	E (MeV) (Relativistic)	E (MeV) (Non-Relativistic)
1	2	1,-3	1d _{5/2}	128.2196	128.4925	128.5153
2	0	2,-1	2s _{1/2}	127.7243	127.9552	128.0082
3	1	2,1	2p _{1/2}	125.1156	125.0196	125.5214
4	3	1,3	1f _{5/2}	124.3626	124.1484	124.3657
5	1	2,-2	2p _{3/2}	123.5796	123.3291	123.3118
6	2	2,2	2d _{3/2}	123.2196	123.2208	123.9409
7	5	1,5	1h _{9/2}	122.9996	122.9013	123.8633
8	1	3,1	3p _{3/2}	122.7366	122.4644	122.3480



شکل (۳-۴): نمودار ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F در دیدگاه نسبیتی، غیر نسبیتی و تجربی

جدول (۴-۲) : ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{11}Be با مقادیر $\alpha=0.01 \text{ fm}^{-1}$ و $V_0=0.4 \text{ MeV}$

Stats	l	n, κ	$(l, j = l + 1/2)$	E (MeV) (Exp)[95-96]	E (MeV) (Relativistic)	E (MeV) (Non-Relativistic)
1	0	1,-1	1s1/2	65.4779	65.8746	66.9553
2	1	1,1	1p1/2	65.1579	65.3799	65.7382
3	2	1,-3	1d5/2	63.3749	63.3651	65.7214
4	1	1,-2	1p3/2	60.7209	60.7345	60.5481
5	1	2,-2	2p3/2	57.3209	57.3625	57.6218
6	2	1,2	1d3/2	53.4319	53.6480	52.6409
7	3	3,-2	3p3/2	49.4769	49.4102	51.9633
8	1	1,3	1f5/2	44.2219	44.1958	46.5110



شکل (۴-۴) : نمودار ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{11}Be در دیدگاه نسبیتی، غیر نسبیتی و تجربی

۳-۴- هسته ی سست مقید ^{17}F در مدل خوشه ای^۱

با مرور پیشرفت های جدید در ساختار های خوشه ای [97-98]، مشخص می شود که در بعضی هسته ها، ساختار خوشه ای به صورت α به اضافه ی یک هسته ظاهر می شود. مشهورترین مثال در این مورد ^7Li است که به وسیله ی ساختار $\alpha + t$ توصیف می شود [99]. در سال های اخیر، پدیده ی خوشه ای شدن در هسته های دیگری مانند ^{19}F ، ^{18}O و... مشاهده شده است. حالت های جالب توجهی در مورد ساختار خوشه ای این هسته ها توسط فرر^۲ و همکارانش پیشنهاد شده است [100]. او کسی است که وجود یک سهم چرخشی در انرژی بستگی را به صورت $^6\text{He} + ^6\text{He}$ در مورد هسته ی ^{12}Be پیدا کرد [101-102].

مشاهده ی اثرات خوشه ای شدن بر مبنای مدل های خوشه ای در حالت کلی به دو گروه اصلی تقسیم می شوند: ۱- مدل غیرمیکروسکوپی^۳: که ساختار درونی خوشه ها را در نظر نمی گیرد- [103-104]. در این مدل هامیلتونی سیستمی شامل A نوکلئون و N خوشه به صورت زیر در نظر گرفته می شود

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{P_i^2}{2m_i} + \sum_{i>j=1}^N V_{ij} (R_i - R_j) \quad (۲۱-۴)$$

که در رابطه ی (۲۱-۴)، m_i جرم خوشه، R_i مختصات فضایی و P_i مختصات تکانه خوشه ی i ام و V_{ij} برهمکنش میان خوشه هاست.

۲- مدل های میکروسکوپی^۴: که خوشه ها به وسیله ی توابع موج مدل لایه ای توصیف می شوند [105-106].

¹ F.Rezvani and M. R. Shojaei "Cluster picture of the weakly-bound nucleus ^{17}F " *International Conference on researches in Science and Engineering 28 July 2016, Istanbul University, Turkey.*

² M. Ferrer

³ Non-microscopic model

⁴ Microscopic model

$$H = \sum_{i=1}^A \frac{P_i^2}{2m_N} + \sum_{i>j=1}^A V_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (22-4)$$

که در رابطه ی (۲۱-۴)، m_N جرم خوشه، \mathbf{r}_i و P_i مختصات فضایی و تکانه نوکلئون i ام و V_{ij} برهمکنش میان خوشه هاست. برای اعداد نوکلئونی کوچک ($A \leq 4$)، تمامی این مدل ها بر مبنای حل معادله ی شرودینگر با برهمکنش واقعی بین نوکلئون ها عمل می کنند [107]، که می توانند برای حالت های گسسته و پیوسته به کار گرفته شوند. هنگامی که عدد نوکلئونی بزرگتر می شود، باید از تقریب استفاده شود. به عبارت دیگر، A نوکلئون در دو خوشه تقسیم و به وسیله ی تابع موج مدل خوشه ای توصیف می شوند که تابع موج کل باید پادمتقارن باشد [108].

در این قسمت برای محاسبه ی تراز های انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F از مدل خوشه ای غیر میکروسکوپی استفاده شده است. به این منظور ابتدا ما با بیان شکل کلی برهمکنش در مدل غیر میکروسکوپی، برهمکنش انتخابی خود را معرفی می کنیم. سپس به منظور محاسبه ی ترازهای انرژی با برهمکنش انتخابی، معادله ی شرودینگر را با روش ابرتقارن- ناوردایی شکل حل می کنیم. نتایج حاصل از این محاسبات در جدول (۳-۴) قابل مشاهده است.

۳-۴-۱- انتخاب پتانسیل مناسب در مدل خوشه ای

در حالت کلی در مدل خوشه ای غیر میکروسکوپی، برهمکنش بین خوشه ها به صورت زیر در نظر گرفته می شود [109]

$$V(r) = V_C(r) + V_N(r) + V_{so}(r)L.S \quad (23-4)$$

که جمله ی اول برهمکنش کولنی، جمله ی دوم برهمکنش هسته ای و جمله ی سوم برهمکنش اسپین - مدار را نشان می دهد. ما در مورد برهمکنش هسته ای، از پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا استفاده می کنیم. در نتیجه مجموع دو جمله ی اول به صورت زیر خواهد بود

$$V(r) = \frac{V_0}{r}(1 - e^{-\alpha r} - \alpha \beta e^{-\alpha r}) - \frac{V_0 \beta}{r^2}(1 - e^{-\alpha r}) \quad (24-4)$$

و در مورد جمله ی سوم [110] داریم

$$\begin{cases} V_{so}(r) = \frac{dV_{C,N}(r)}{dr} \\ \beta = L.S = \frac{1}{2}(J^2 - L^2 - S^2) = \frac{\hbar^2}{2}[j(j+1) - l(l-1) - s(s-1)] \end{cases} \quad (25-4)$$

اکنون پس از مشخص شدن شکل برهمکنش بین خوشه ها، به منظور محاسبه ی تراز های انرژی و سایر خواص هسته، به حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل معرفی شده می پردازیم.

۴-۳-۲- حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا

معادله ی D- بعدی شرودینگر به صورت زیر است

$$-\frac{1}{2\mu}[\nabla_D^2 + V(r)]\psi_{nlm}(r, \Omega_m) = E_{nl} \psi_{nlm}(r, \Omega_m) \quad (26-4)$$

که ما هسته ی ^{17}F را به صورت یک سیستم دو خوشه ای در نظر می گیریم. پس از جایگذاری پتانسیل رابطه ی (۲۴-۴) در معادله ی شرودینگر دو بعدی خواهیم داشت

$$\left\{ -\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l^2}{r^2} + 2\mu \left[\frac{V_0}{r}(1 - e^{-\alpha r} - \alpha \beta e^{-\alpha r}) - \frac{V_0 \beta}{r^2}(1 - e^{-\alpha r}) \right] \right\} U_{nl}(r) = 2\mu E U_{nl}(r) \quad (27-4)$$

ما برای حل معادله ی (۲۷-۴)، از روش ابرتقارن- ناوردایی شکل استفاده می کنیم. قبل از آن با توجه به وجود جملات نمایی و جبری که مانع از حل دقیق چنین معادلاتی می شود، از تقریب دانگ [93] به صورت زیر استفاده می کنیم

$$\frac{1}{r^2} \approx \frac{\alpha^2 e^{-2\alpha r}}{(1 - e^{-2\alpha r})^2} \quad (28-4)$$

با استفاده از تقریب فوق و تغییر متغیرهایی به صورت زیر

$$\begin{cases} V_1 = \frac{2\mu V_0 \alpha}{\hbar^2} \\ V_2 = -\frac{2\mu V_0 \alpha}{\hbar^2} (1 - \alpha \beta) = -V_1 (1 - \alpha \beta) \\ V_3 = (l^2 \alpha^2 - V_0 \beta \alpha^2) = l^2 \alpha^2 - V_4 \\ V_4 = V_0 \beta \alpha^2 \end{cases} \quad (29-4)$$

خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \left\{ -\frac{d^2}{dr^2} + V_1 \frac{e^{-\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + V_2 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + V_3 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + V_4 \frac{e^{-3\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} \right\} U_{nl}(r) \\ = 2\mu E U_{nl}(r) \end{aligned} \quad (30-4)$$

با توجه به مفاهیم روش ابرتقارن - ناوردایی شکل [85] و با در نظر گرفتن تابع موج حالت پایه به صورت $\psi_0(r) = \exp(-\int W(r)dr)$ و جایگذاری در رابطه ی (30-4) خواهیم داشت

$$\begin{aligned} W^2(r) - \frac{dW(r)}{dr} = V_1 \frac{e^{-\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + V_2 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} \\ + V_3 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + V_4 \frac{e^{-3\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} - E_0 \end{aligned} \quad (31-4)$$

ابرتانسیل معادله (31-4) به صورت زیر خواهد بود

$$W(r) = -\frac{\hbar}{\sqrt{2\mu}} \left(Q_1 + \frac{Q_2}{1-e^{-2\alpha r}} + \frac{Q_3 e^{-\alpha r}}{1-e^{-2\alpha r}} \right) \quad (32-4)$$

که در معادله ی (31-4)، ضرایب به صورت زیر هستند

$$\begin{cases} Q_1 = -\frac{1}{2Q_2} \left[\frac{2\mu}{\hbar^2} V_2 - Q_2^2 \right] \\ Q_2 = -\alpha + \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\alpha^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2} V_3 \right)^2 - \left(\frac{2\mu}{\hbar^2} V_4 \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{2} \left[\left(\alpha^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2} V_3 \right) \right]^{1/2} \right\} \\ Q_3 = \frac{\mu V_4}{\hbar^2 (\alpha + Q_2)} \end{cases} \quad (33-4)$$

و در نتیجه رابطه ی انرژی به صورت زیر به دست می آید

$$E = -V_2 - \frac{\hbar^2}{8\mu} \times \left\{ \frac{(2\mu/\hbar^2)V_2}{\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\frac{1}{2}[(\alpha^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2}V_3)^2 - (\frac{2\mu}{\hbar^2}V_4)^2]}^{1/2} + \frac{1}{2}[(\alpha^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2}V_3) - (\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\frac{1}{2}[(\alpha^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2}V_3)^2 - (\frac{2\mu}{\hbar^2}V_4)^2]}^{1/2} + \frac{1}{2}[(\alpha^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2}V_3)]^2} \right\}^2$$

$$n = 1, 2, \dots \quad (34-4)$$

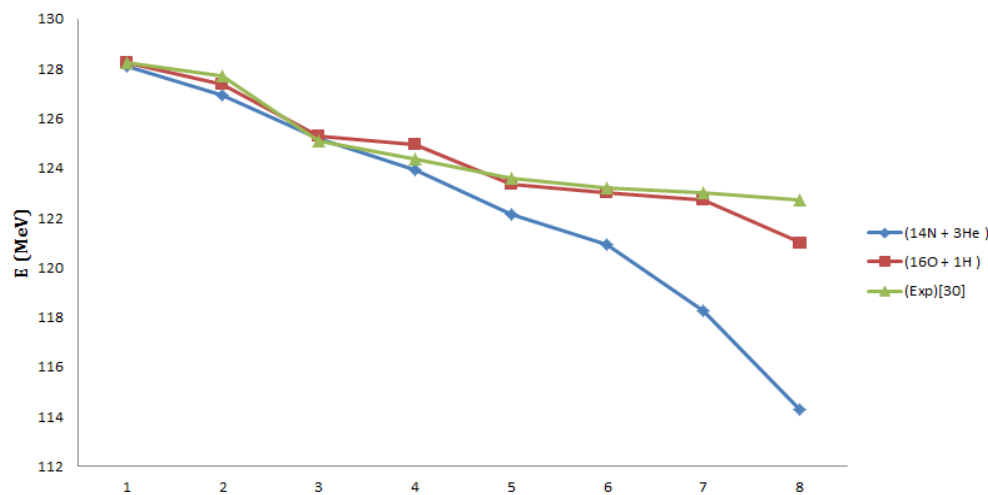
که در معادله ی (۳۴-۴)، μ جرم کاهش یافته است. در نتیجه با مشخص بودن ضرایب α و V_0 می توان ترازهای انرژی را برای n ، l و j های مختلف به دست آورد.

۳-۳-۴ ساختار خوشه ای هسته ی ^{17}F

همان طور که بیان شد، در مدل های خوشه ای غیر میکروسکوپی ما می توانیم هسته را به صورت دو خوشه در نظر بگیریم و خواص هسته را با در نظر گرفتن برهمکنش بین این دو خوشه به دست آوریم. برای محاسبه ی ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F ، ما این هسته را به صورت ساختار خوشه ای $^{16}\text{O} + ^1\text{H}$ و $^{14}\text{N} + ^3\text{He}$ در نظر گرفتیم. یعنی فرض کردیم هسته ی ^{17}F در حالت خوشه ای ۱- ترکیبی از ^{16}O و ^1H و ۲- ترکیبی از ^{14}N و ^3He است. سپس با محاسبه ی جرم کاهش یافته ی سیستم در این دو حالت و استفاده از معادله ی انرژی (۳۴-۴) ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F را محاسبه کردیم که نتایج به دست آمده در جدول (۳-۴) قابل مشاهده است. همان طور که مشخص است نتایج حاصل در اکثر ترازها تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد.

جدول (۳-۴) : ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F در مدل خوشه ای

J_π	L	$(l, j = l + 1/2)$	E (MeV) (Exp)[111]	E (MeV) ($^{16}\text{O} + ^1\text{H}$)	E (MeV) ($^{14}\text{N} + ^3\text{He}$)
$5/2^+$	2	$1d_{5/2}$	128.2196	128.2190	128.1183
$1/2^+$	0	$2s_{1/2}$	127.7243	127.3479	126.9114
$1/2^-$	1	$2p_{1/2}$	125.1156	125.2633	125.1681
$5/2^-$	3	$1f_{5/2}$	124.3626	124.9415	123.9363
$3/2^-$	1	$2p_{3/2}$	123.5796	123.3546	122.1547
$3/2^+$	2	$2d_{3/2}$	123.2196	123.0231	120.9409
$9/2^-$	5	$1h_{9/2}$	122.9996	122.7127	118.2704
$3/2^-$	1	$3p_{3/2}$	122.7366	121.0023	114.2836



شکل (۵-۴) : نمودار ترازهای انرژی هسته ی سست مقید ^{17}F در دو مدل خوشه ای $^{16}\text{O} + ^1\text{H}$ و $^{14}\text{N} + ^3\text{He}$ و مقایسه با داده های تجربی

همان طور که در شکل (۵-۴) مشخص است نتایج حاصل از مدل خوشه ای $^{16}\text{O} + ^1\text{H}$ با نتایج

تجربی هم خوانی بیشتری دارد. با توجه به اینکه جرم کاهش یافته ی سیستم خوشه ای $^{14}\text{N} + ^3\text{He}$

بزرگتر از سیستم خوشه ای $^1\text{H} + ^{16}\text{O}$ است، بنابراین انرژی جنبشی سیستم خوشه ای $^3\text{He} + ^{14}\text{N}$ بیشتر است که این موضوع می تواند یکی از دلایل انحراف بیشتر نتایج حاصل از این مدل نسبت به تجربه باشد. شاید بتوان نتیجه گرفت در مدل های خوشه ای که برای یک هسته می توان در نظر گرفت، مدلی که در آن سیستم جرم کاهش یافته ی کمتر و در نتیجه انرژی جنبشی کمتری دارد، از نظر هم خوانی با نتایج تجربی بهتر عمل می کند.

۴-۴- ایزوتوپ های سست مقید O و C ، Be ، He

ما برای محاسبه ی ترازهای انرژی ایزوتوپ های ^5He ، ^7He ، ^9Be ، ^{11}Be ، ^{13}C ، ^{15}C ، ^{17}O ، ^{19}O ، با در نظر گرفتن سیستم دو جسمی در مدل لایه ای، معادله ی دیراک را با پتانسیل یوکاوا درجه دو با روش ابرتقارن - ناوردایی شکل حل کردیم.

۴-۴-۱- حل معادله ی دیراک با پتانسیل یوکاوا درجه دو

پتانسیل یوکاوا درجه دو به صورت زیر است

$$V(r) = V_0 \frac{e^{-\alpha r}}{r} + V_1 \frac{e^{-2\alpha r}}{r^2} \quad (4-35)$$

که α دامنه ی پتانسیل و V_0 و V_1 متغیر های قابل تغییر هستند. با جایگذاری این پتانسیل در معادله ی دیراک و در نظر گرفتن تقارن شبه اسپینی رابطه ی زیر به دست می آید

¹ F.Rezvani and M. R. Shojaei (2017) "Energy levels of weakly bound nuclei with Relativistic effects " *U.P.B. Sci. Bull., Series A.*

$$\left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\kappa(\kappa-1)}{r^2} + (E_{n\kappa} + M)\right] \times \\ + V_0 \frac{e^{-\alpha r}}{r} + V_1 \frac{e^{-2\alpha r}}{r^2}] G_{n\kappa}(r) = [E_{n\kappa}^2 - M^2(E_{n\kappa} + M)] G_{n\kappa}(r) \quad (36-4)$$

با استفاده از تقریب دانگ و تغییر متغیر های زیر

$$\begin{cases} \tilde{V}_0 = -2V_0 \alpha [E_{n\kappa} - M] \\ \tilde{V}_1 = 4\alpha^2 \kappa(\kappa+1) \\ \tilde{V}_2 = 4V_1 \alpha^2 (E_{n\kappa} - M) \\ \tilde{E}_{n\kappa} = E_{n\kappa}^2 - M^2 - (E_{n\kappa} + M) \end{cases} \quad (37-4)$$

خواهیم داشت

$$\left[-\frac{d^2}{dr^2} + \tilde{V}_0 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + \tilde{V}_1 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + \tilde{V}_2 \frac{e^{-4\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2}\right] \times G_{n\kappa}(r) = \tilde{E}_{n\kappa} G_{n\kappa}(r) \quad (38-4)$$

با استفاده از روش ابرتقارن - نوردایی شکل [85] رابطه ی (38-4) به صورت زیر در می آید

$$W^2(r) - \frac{dW(r)}{dr} = \tilde{V}_0 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + \tilde{V}_1 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + \tilde{V}_2 \frac{e^{-4\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} - \tilde{E}_{0,\kappa} \quad (39-4)$$

ابرتانسیل رابطه ی فوق به صورت زیر است

$$W(r) = \frac{1}{\sqrt{2M}} \left(-Q_1 + \frac{Q_2}{1-e^{-2\alpha r}}\right) \quad (40-4)$$

که ضرایب رابطه ی (40-4) به صورت زیر است

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{1}{2Q_2} [2M(-\tilde{V}_0 + 2\tilde{V}_1 + 3\tilde{V}_2) - Q_2^2] \\ Q_2 = -\alpha + (\alpha^2 + 2M(\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2))^{1/2} \end{cases} \quad (41-4)$$

در نتیجه رابطه ی انرژی به صورت زیر به دست می آید

$$E_{n\kappa} = \tilde{V}_2 - \tilde{V}_0 - \frac{1}{8M} \left[\frac{2M(-\tilde{V}_0 + 2\tilde{V}_1 + 3\tilde{V}_2)}{\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2M(\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2)}} - (\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2M(\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2)})^2 \right]$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (42-4)$$

در پایان انرژی های حالت پایه و اولین حالت برانگیخته ی ایزوتوپ های ذکر شده با استفاده از رابطه ی (42-4) در جدول های (4-4) و (5-4) قابل مشاهده است.

4-2-4- تراز های انرژی ایزوتوپ های سست مقید O و C ، Be ، He

در این قسمت ترازهای انرژی ایزوتوپ های سست مقید O و C ، Be ، He محاسبه شده با استفاده از رابطه ی (42-4) در جدول های (4-4) و (5-4) قابل مشاهده است. نتایج به دست آمده با نتایج تجربی مقایسه شده است که نشان دهنده ی هم خوانی قابل قبول این نتایج با تجربه است. نتایج به دست آمده، همان طور که در جدول (4-4) قابل مشاهده است، تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد زیرا اختلاف انرژی حالت پایه به دست آمده از محاسبات و مقادیر تجربی در تمامی هسته ها کمتر از 1.2 Mev است.

هم چنین در جدول (5-4) نیز اختلاف انرژی اولین حالت پایه به دست آمده از محاسبات و مقادیر تجربی در تمامی هسته ها کمتر از 1.3 Mev است.

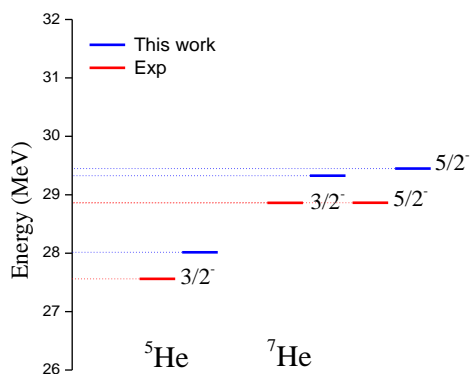
جدول (۴-۴) : انرژی حالت پایه ایزوتوپ های He ، Be ، C و O . مقادیر تجربی از مرجع [112] گرفته شده اند.

Isotope	Parameter of potential			J_π	Energy (MeV)	
	α	V_0	V_1		E_{our}	E_{exp}
^5He	0.021	0.431	-112.113	$3/2^-$	28.015	27.560
^7He	0.023	0.453	-112.455	$3/2^-$	29.326	28.861
^9Be	0.027	0.525	-112.734	$3/2^-$	58.752	58.158
^{11}Be	0.011	0.567	-113.022	$1/2^+$	66.147	65.472
^{13}C	0.044	0.589	-113.089	$1/2^-$	97.786	97.097
^{15}C	0.047	0.612	-113.253	$1/2^+$	107.342	106.500
^{17}O	0.056	0.654	-113.442	$5/2^+$	132.557	131.750
^{19}O	0.059	0.676	-113.678	$5/2^+$	144.648	143.754

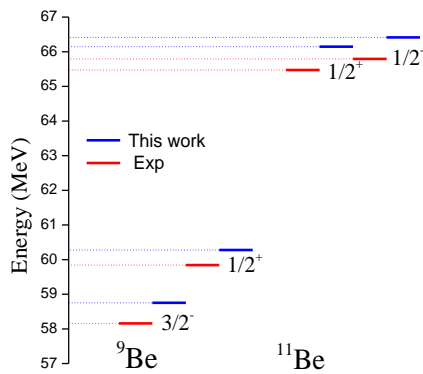
جدول (۴-۵) : انرژی اولین حالت برانگیخته ی ایزوتوپ های He ، Be ، C و O . مقادیر تجربی از مرجع [112] گرفته شده اند.

Isotope	Parameter of potential			J_π	Energy (MeV)	
	α	V_0	V_1		E_{our}	E_{exp}
^7He	0.023	0.453	-112.455	$5/2^-$	29.448	28.863
^9Be	0.027	0.525	-112.734	$1/2^+$	60.276	59.842
^{11}Be	0.031	0.567	-113.022	$1/2^-$	66.413	65.792
^{13}C	0.044	0.589	-113.089	$1/2^+$	100.994	100.186
^{15}C	0.047	0.612	-113.253	$5/2^+$	108.100	107.240
^{17}O	0.056	0.654	-113.442	$1/2^+$	133.681	132.620
^{19}O	0.059	0.676	-113.678	$3/2^+$	144.897	143.850

به منظور مقایسه ی بهتر نتایج به دست آمده، نمودار های (۴-۶) و (۴-۷) رسم شده اند.

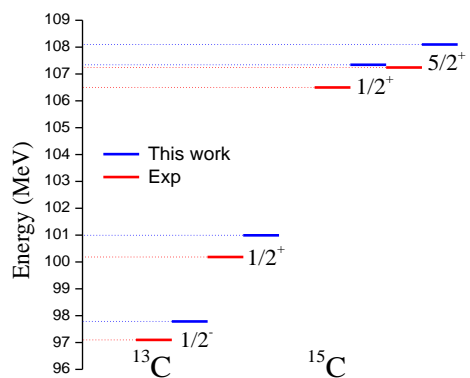


(a)

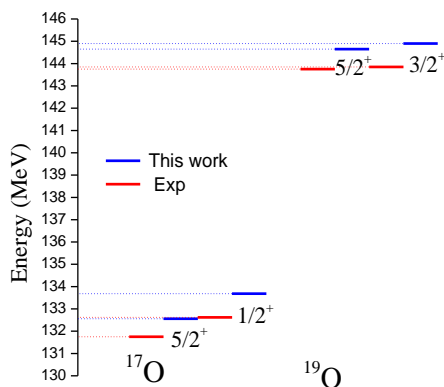


(b)

شکل (۴-۶) : نمودار ترازهای انرژی ایزوتوپ های ^5He ، ^7He ، ^9Be و ^{11}Be با استفاده از رابطه ی (۴-۴۲) و مقایسه با نتایج تجربی



(a)



(b)

شکل (۴-۷) : نمودار ترازهای انرژی ایزوتوپ های ^{13}C ، ^{15}C ، ^{17}O و ^{19}O با استفاده از رابطه ی (۴-۴۲) و مقایسه با نتایج تجربی

۴-۵- هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ در مدل خوشه ای^۱

هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ را می توان به ترتیب به صورت ساختار خوشه ای $\alpha + {}^3\text{H}$ و $\alpha + {}^3\text{He}$ در نظر گرفت. در این مدل ما هسته را به صورت دو خوشه در نظر می گیریم و خواص هسته را ناشی از برهمکنش این دو خوشه می دانیم. هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ که هسته های آینه ای نیز هستند، ویژگی های مشترک بسیاری دارند از جمله اینکه حالت پایه ی هر دو $3/2^-$ و اولین حالت برانگیخته ی آنها $1/2^-$ است. همه ی این اشتراکات به ما اجازه می دهد که این دو هسته را در یک چارچوب فیزیکی بررسی کنیم.

۴-۵-۱- حل معادله ی دیراک با ترکیبی از پتانسیل های یوکاوا و هولتن

ما برهمکنش بین خوشه ها را ترکیبی از پتانسیل های یوکاوا و هولتن به صورت زیر در نظر گرفتیم

$$V(r) = V_0 \frac{e^{-ar}}{r} - V_1 \frac{e^{-2ar}}{(1-e^{-2ar})} \quad (43-4)$$

که α دامنه ی پتانسیل و V_0 و V_1 متغیر های قابل تغییر هستند. با جایگذاری این پتانسیل در معادله ی دیراک و در نظر گرفتن تقارن شبه اسپینی رابطه ی زیر به دست می آید

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\kappa(\kappa-1)}{r^2} - (E_{n\kappa} + M) \times \left(V_0 \frac{e^{-ar}}{r} - V_1 \frac{e^{-2ar}}{(1-e^{-2ar})} \right) \right] G_{n\kappa}(r) \\ = [M^2 - E_{n\kappa}^2 + (E_{n\kappa} + M)] G_{n\kappa}(r) \quad (44-4)$$

با استفاده از تقریب دانگ و تغییر متغیر های زیر

$$\begin{cases} \tilde{V}_1 = V_1 - 2V_0 \alpha (E_{n\kappa} + M) \\ \tilde{V}_2 = 4\kappa(\kappa-1) \alpha^2 \\ \tilde{E}_{n\kappa} = E_{n\kappa}^2 - M^2 (E_{n\kappa} + M) \end{cases} \quad (45-4)$$

خواهیم داشت

¹ F.Rezvani and M. R. Shojaei (2017) "A new approach in study of light weakly- bound nuclei by using dicluster model " *submitted in EPJ Plus. Springer.*

$$\left\{-\frac{d^2}{dr^2} + \tilde{V}_1 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + \tilde{V}_2 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2}\right\} G_{n\kappa}(r) = \tilde{E}_{n\kappa} G_{n\kappa}(r) \quad (46-4)$$

با استفاده از روش ابرتقارن - نوردایی [85] شکل رابطه ی (46-4) به صورت زیر در می آید

$$W^2(r) - \frac{dW(r)}{dr} = \tilde{V}_1 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + \tilde{V}_2 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} - E_0 \quad (47-4)$$

ابرتانسیل رابطه ی فوق به صورت زیر است

$$W(r) = \frac{1}{\sqrt{2M}} \left(-Q_1 + \frac{Q_2}{1-e^{-2\alpha r}}\right) \quad (48-4)$$

که ضرایب رابطه ی (48-4) به صورت زیر است

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{1}{2Q_2} [2M(2\tilde{V}_2 - \tilde{V}_1) - Q_2^2] \\ Q_2 = -\alpha + [\alpha^2 + 2M\tilde{V}_2]^{1/2} \end{cases} \quad (49-4)$$

در نتیجه رابطه ی انرژی به صورت زیر به دست می آید

$$E_{n\kappa} = \tilde{V}_3 - \frac{1}{8\mu} \left[\frac{2\mu(2\tilde{V}_4 - \tilde{V}_3)}{\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2\mu\tilde{V}_4}} - (\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2\mu\tilde{V}_4}) \right]^2, \quad n=0,1,2,\dots \quad (50-4)$$

سرانجام با استفاده از مفاهیم ابرتقارن - نوردایی شکل، مانند رویکرد نسبیتی، می توان ویژه مقادیر

انرژی را با استفاده از معادله ی شرودینگر در دیدگاه غیر نسبیتی از رابطه ی (4-51) به دست آورد.

$$E_{n\kappa} = \tilde{V}_3 - \frac{1}{8\mu} \left[\frac{2\mu(2\tilde{V}_4 - \tilde{V}_3)}{\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2\mu\tilde{V}_4}} - (\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2\mu\tilde{V}_4}) \right]^2, \quad n=0,1,2,\dots \quad (51-4)$$

که ضرایب در رابطه ی فوق به صورت زیر هستند

$$\begin{cases} \tilde{V}_3 = 2\mu\alpha^2 V_0 \\ \tilde{V}_4 = -l(l+1)\alpha^2 - 2\mu V_1 = -\kappa\alpha^2 - 2\mu V_1 \end{cases} \quad (52-4)$$

در پایان انرژی های حالت پایه و دو حالت برانگیخته ی ای هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ ، با استفاده از رابطه های (4-50) و (4-51) در جدول (4-6) قابل مشاهده است.

4-5-2- تراز های انرژی هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$

در این قسمت ترازهای انرژی هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ محاسبه شده با استفاده از رابطه ی (4-50) در جدول (4-6) قابل مشاهده است. نتایج به دست آمده با نتایج تجربی مقایسه شده است که نشان دهنده ی هم خوانی قابل قبول این نتایج با تجربه است. اگرچه که محاسبات با رویکرد نسبیتی در مقایسه با رویکرد غیر نسبیتی تطابق بیشتری را با نتایج تجربی نشان می دهد.

جدول (4-6) : ترازهای انرژی هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ در مدل خوشه ای

System		Input parameters				Energy levels (MeV)		
Nucleus	A_1+A_2	$\alpha (fm^{-1})$	V_0	V_1	J^π	$E_{\text{Relativistic}}$	$E_{\text{non-Relativistic}}$	$E_{\text{exp}}[113]$
${}^7\text{Li}$	$\alpha + {}^3\text{H}$	0.031	0.446	-115.760	$3/2^-$	-2.467	-2.495	-2.460
					$1/2^-$	-2.041	-2.324	-1.989
					$7/2^-$	2.286	2.471	2.185
${}^7\text{Be}$	$\alpha + {}^3\text{He}$	0.037	0.478	-115.943	$3/2^-$	-1.611	-1.630	-1.586
					$1/2^-$	-1.231	-1.516	-1.157
					$7/2^-$	3.173	3.336	2.980

4-5-3- محاسبه ی شعاع باری هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ در دیدگاه نسبیتی

به منظور محاسبه ی شعاع باری هسته های ذکر شده، با استفاده از روش ابرتقارن - نوردایی شکل،

مؤلفه ی اسپینور پائینی دیراک را می توان به صورت زیر نوشت

$$G_{0,\kappa}(r) = N e^{\varrho_1 r} \left(-\frac{e^{-2\alpha r}}{1-e^{-2\alpha r}} \right)^{-\varrho_2/2\alpha} \quad (51-4)$$

با جایگذاری رابطه ی (51-4) در معادلات جفت شده ی دیراک، معادلات (3-47) و (3-48)، می

توان مولفه ی اسپینور بالایی دیراک را به صورت زیر نوشت

$$F_{0,\kappa}(r) = \frac{1}{M - E_{0,\kappa}} \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) G_{0,\kappa}(r) \quad (52-4)$$

در این صورت تابع موج حالت پایه ی دیراک به صورت زیر به دست می آید

$$\psi_{0,\kappa}(r, \theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} \frac{1}{M - E_{0,\kappa}} \left[\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right] Y_{jm}^l(\theta, \varphi) \\ i Y_{jm}^{l'}(\theta, \varphi) \end{pmatrix} \times \frac{e^{\varrho_1 r}}{r} \left(\frac{e^{-2\alpha r}}{1-e^{-2\alpha r}} \right)^{-\varrho_2/2\alpha} \quad (53-4)$$

در نتیجه با استفاده از رابطه ی (53-4)، می توان شعاع باری را از رابطه ی زیر به دست آورد

$$\langle r^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\int \psi_{0,\kappa}^*(r) r^2 \psi_{0,\kappa}(r) d^3 r}{\int \psi_{0,\kappa}^*(r) \psi_{0,\kappa}(r) d^3 r} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (54-4)$$

نتیجه ی محاسبات انجام شده در مورد هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ ، در جدول (4-7) قابل

مشاهده است.

جدول (4-7): شعاع باری هسته های سست مقید ${}^7\text{Li}$ و ${}^7\text{Be}$ در مدل خوشه ای

Nucleus	Input parameters			$\langle r^2 \rangle_{\text{ourwork}}^{1/2} (fm)$	$\langle r^2 \rangle_{\text{otherwork}}^{1/2} (fm)$	$\langle r^2 \rangle_{\text{exp}}^{1/2} (fm)$
	$\alpha (fm^{-1})$	V_0	V_1		[114]	[115]
${}^7\text{Li}$	0.031	0.446	-115.760	2.470	2.44	2.43 ± 0.03
${}^7\text{Be}$	0.037	0.478	-115.943	2.551	2.52	2.52 ± 0.03

۴-۶ هسته های دو جادویی با یک نوکلئون اضافی در مدل لایه ای^۱

اثرات نسبیتی در بررسی هسته های دو جادویی ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc با یک نوکلئون اضافی، که دو به دو آینه ای و نزدیک پوسته ی بسته هستند در مدل لایه ای در نظر گرفته شده است. به منظور محاسبه ی ترازهای انرژی این هسته ها در مدل لایه ای که بعضا سست مقید نیز هستند، هسته را به صورت یک مرکز خنثی در حالت 0^+ و یک نوکلئون اضافی فرض کردیم. در این صورت ترازهای انرژی چنین سیستم دو جسمی را می توان با رویکرد نسبیتی در معادله ی دیراک به دست آورد.

۴-۶-۱- حل معادله ی دیراک با ترکیبی از پتانسیل های یوکاوا و شبه هلمن

ما برهمکنش بین مرکز پوسته ی بسته و یک نوکلئون اضافی را ترکیبی از پتانسیل های یوکاوا و شبه هلمن به صورت زیر در نظر گرفتیم

$$V(r) = -V_0 \left(\frac{ae^{-ar}}{r} + \frac{b-ce^{-2ar}}{r^2} \right) \quad (۴-۵۵)$$

که α دامنه ی پتانسیل و V_0 ، a و b متغیر های قابل تغییر هستند. با جایگذاری این پتانسیل در معادله ی دیراک و در نظر گرفتن تقارن شبه اسپینی رابطه ی زیر به دست می آید

$$\left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\kappa(\kappa-1)}{r^2} + (E_{n\kappa} - M - C_{ps}) \right] \times V_0 \left(\frac{ae^{-ar}}{r} + \frac{b-ce^{-2ar}}{r^2} \right) G_{n\kappa}(r) = [M^2 - E_{n\kappa}^2 + C_{ps}(E_{n\kappa} + M)] G_{n\kappa}(r) \quad (۴-۵۶)$$

با استفاده از تقریب دانگ و تغییر متغیر های زیر

¹ F.Rezvani and M. R. Shojaei (2017) "Relativistic shell model in Study of doubly-magic nuclei with extra nucleon " revised of *Proceedings of the National Academy of Sciences, Physical Sciences (NASA), Springer*.

$$\begin{cases} \tilde{V}_0 = -aV_0 \alpha [E_{n\kappa} - M - C_{ps}] \\ \tilde{V}_1 = 4\alpha^2 [\kappa(\kappa+1) - bV_0 (E_{n\kappa} - M - C_{ps})] \\ \tilde{V}_2 = 4cV_0 \alpha^2 (E_{n\kappa} - M - C_{ps}) \\ \tilde{E}_{n\kappa} = M^2 - E_{n\kappa}^2 + C_{ps} (E_{n\kappa} + M) \end{cases} \quad (57-4)$$

خواهیم داشت

$$\left[-\frac{d^2}{dr^2} + \tilde{V}_0 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + \tilde{V}_1 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + \tilde{V}_2 \frac{e^{-4\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} \right] \times G_{n\kappa}(r) = \tilde{E}_{n\kappa} G_{n\kappa}(r) \quad (58-4)$$

با استفاده از روش ابرتقارن - نوردایی شکل رابطه ی (58-4) به صورت زیر در می آید

$$W^2(r) - \frac{dW(r)}{dr} = \tilde{V}_0 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})} + \tilde{V}_1 \frac{e^{-2\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} + \tilde{V}_2 \frac{e^{-4\alpha r}}{(1-e^{-2\alpha r})^2} - \tilde{E}_{0,\kappa} \quad (59-4)$$

ابرتانسیل رابطه ی فوق به صورت زیر است

$$W(r) = \frac{1}{\sqrt{2M}} \left(-Q_1 + \frac{Q_2}{1-e^{-2\alpha r}} \right) \quad (60-4)$$

که ضرایب رابطه ی (60-4) به صورت زیر است

$$\begin{cases} Q_1 = -\frac{1}{2Q_2} [2M (-\tilde{V}_0 + 2\tilde{V}_1 + 3\tilde{V}_2) - Q_2^2] \\ Q_2 = -\alpha + (\alpha^2 + 2M (\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2))^{1/2} \end{cases} \quad (61-4)$$

در نتیجه رابطه ی انرژی به صورت زیر به دست می آید

$$E_{n\kappa} = -\tilde{V}_0 + \tilde{V}_2 - \frac{1}{8M} \left[\frac{2M (-\tilde{V}_0 + 2\tilde{V}_1 + 3\tilde{V}_2)}{\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2M (\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2)}} - (\alpha + 2n\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2M (\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2)})^2 \right] \quad (62-4)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

در پایان انرژی های حالت پایه و اولین حالت برانگیخته ی هسته های ذکر شده با استفاده از رابطه ی (۴-۶۲) در جدول های (۴-۸) و (۴-۹) قابل مشاهده است.

۴-۶-۲- تراز های انرژی هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc

در این قسمت ترازهای انرژی هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc محاسبه شده با استفاده از رابطه ی (۴-۶۲) در جدول های (۴-۸) و (۴-۹) قابل مشاهده است. نتایج به دست آمده با نتایج تجربی مقایسه شده است که نشان دهنده ی هم خوانی قابل قبول این نتایج با تجربه است. نتایج به دست آمده، همان طور که در جدول (۴-۸) قابل مشاهده است، تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد زیرا اختلاف انرژی حالت پایه محاسبه شده و مقادیر تجربی در تمامی هسته ها کمتر از 0.7 MeV است.

جدول (۴-۸): انرژی حالت پایه هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc .

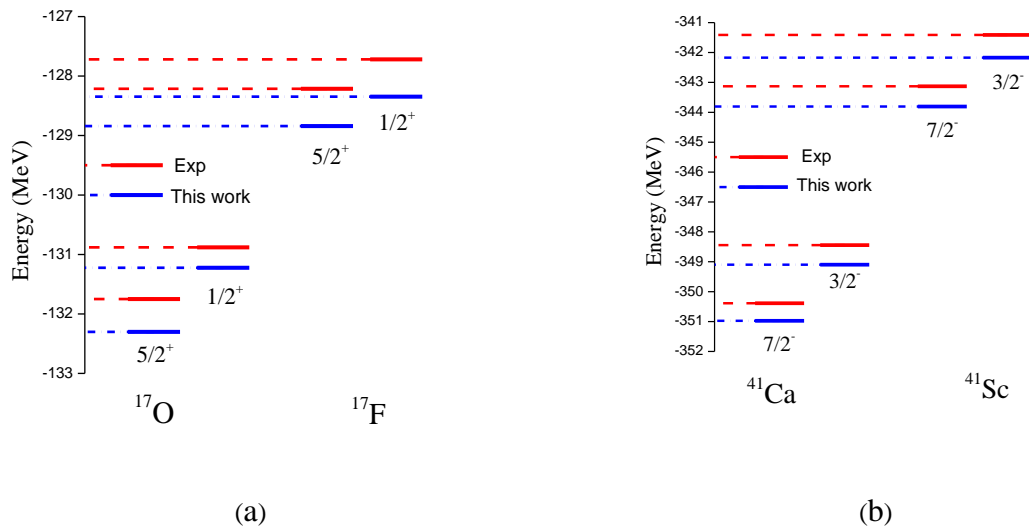
Isotope	Parameter of modified potential			J_π	Energy (MeV)		
	a	b	c		E_{our}	E_{exp} [112]	ΔE
^{17}O	1.124	0.382	-113.734	$5/2^+$	-132.302	-131.750	0.552
^{17}F	1.112	0.373	-113.322	$5/2^+$	-128.841	-128.214	0.627
^{41}Ca	1.185	0.396	-114.689	$7/2^-$	-350.976	-350.386	0.590
^{41}Sc	1.144	0.387	-114.278	$7/2^-$	-343.808	-343.129	0.679

هم چنین در جدول (۴-۹) نیز اختلاف انرژی اولین حالت پایه به دست آمده از محاسبات و مقادیر تجربی در تمامی هسته ها کمتر از 0.8 MeV است.

جدول (۴-۹): انرژی اولین حالت برانگیخته ی هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc .

Isotope	Parameter of modified potential			J_π	Energy (MeV)		
	a	b	c		E_{our}	E_{exp} [112]	ΔE
^{17}O	1.124	0.382	-113.734	$1/2^+$	-131.223	-130.880	0.543
^{17}F	1.112	0.373	-113.322	$1/2^+$	-128.347	-127.719	0.628
^{41}Ca	1.185	0.396	-114.689	$3/2^-$	-349.098	-348.444	0.654
^{41}Sc	1.144	0.387	-114.278	$3/2^-$	-342.171	-341.413	0.758

به منظور مقایسه ی بهتر نتایج به دست آمده، نمودار (۸-۴) رسم شده اند.



شکل (۸-۴) : نمودار ترازهای انرژی هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc با استفاده از رابطه ی (۴-۶۲) و مقایسه با نتایج تجربی

۴-۶-۳- محاسبه ی شعاع باری هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc

به منظور محاسبه ی شعاع باری هسته های ذکر شده، با استفاده از روش ابرتقارن - نوردایی شکل، مولفه ی اسپینور پائینی دیراک را می توان به صورت زیر نوشت

$$G_{0,\kappa}(r) = N e^{Q_1 r} \left(-\frac{e^{-2\alpha r}}{1 - e^{-2\alpha r}} \right)^{-Q_2/2\alpha} \quad (۴-۶۳)$$

با جایگذاری رابطه ی (۴-۶۳) در معادلات جفت شده ی دیراک، معادلات (۳-۴۷) و (۳-۴۸)، می توان مولفه ی اسپینور بالایی دیراک را به صورت زیر نوشت

$$F_{0,\kappa}(r) = \frac{1}{M - E_{0,\kappa}} \left(\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right) G_{0,\kappa}(r) \quad (۴-۶۴)$$

در این صورت تابع موج حالت پایه ی دیراک به صورت زیر به دست می آید

$$\psi_{0,\kappa}(r, \theta, \varphi) = N \left(\begin{array}{c} \frac{1}{M - E_{0,\kappa}} \left[\frac{d}{dr} - \frac{\kappa}{r} \right] Y_{jm}^l(\theta, \varphi) \\ i Y_{jm}^l(\theta, \varphi) \end{array} \right) \times \frac{e^{\rho_1 r}}{r} \left(\frac{e^{-2\alpha r}}{1 - e^{-2\alpha r}} \right)^{-Q_2/2\alpha} \quad (65-4)$$

در نتیجه با استفاده از رابطه ی (۴-۶۵)، می توان شعاع باری را از رابطه ی زیر به دست آورد

$$\langle r^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\int \psi_{0,\kappa}^*(r) r^2 \psi_{0,\kappa}(r) d^3r}{\int \psi_{0,\kappa}^*(r) \psi_{0,\kappa}(r) d^3r} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (66-4)$$

نتیجه ی محاسبات انجام شده در مورد هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca ، ^{41}Sc ، در جدول (۴-۱۰) قابل مشاهده است.

جدول (۴-۱۰): شعاع باری هسته های ^{17}O ، ^{17}F ، ^{41}Ca و ^{41}Sc در مدل لایه ای.

Isotope	Parameter of modified potential			J_π	$\langle r^2 \rangle^{1/2} (fm)$	
	a	b	c		Ourwork	Exp [116]
^{17}O	1.124	0.382	-113.734	$5/2^+$	2.7656	2.6953
^{17}F	1.112	0.373	-113.322	$5/2^+$	2.7810	-
^{41}Ca	1.185	0.396	-114.689	$7/2^-$	3.4882	3.4768
^{41}Sc	1.144	0.387	-114.278	$7/2^-$	3.4965	-

۴-۷ جمع بندی

هدف از انجام این پروژه، مطالعه و بررسی خواص هسته های سست مقید بوده است. هسته های سست مقید، هسته هایی هستند که با انرژی کمی به نوکلئون های ظرفیت خود پیوند خورده اند. از این رو هسته های هاله ای و حتی هسته های عجیب را می توان سست مقید به حساب آورد.

برای بررسی این هسته ها در نگاه اول محاسبه ی انرژی نوکلئون های ظرفیت در حالت پایه و حالت های برانگیخته و هم چنین محاسبه ی انرژی جدا سازی آن ها جالب به نظر می رسيد. البته مسلماً در مراحل بعدی محاسبه ی شعاع و سایر ویژگی های استاتیکی، درک عمیق تری را نسبت به این هسته ها ایجاد می کند. اهمیت شناخت این هسته ها از آن جا مهم جلوه می کند که شامل گستره ی وسیعی از هسته های شناخته شده در محدوده ی هسته های نزدیک به خط پایداری می شوند و این بیانگر تاثیر نوکلئون های اضافی در ساختار هسته هاست.

آنچه در گام اول مهم به نظر می رسيد، برگزیدن یک دیدگاه مناسب در بررسی این هسته ها بود. دیدگاه های نسبیتی و غیر نسبیتی هر کدام مزایای خاص خود را دارند اگرچه که در سال های اخیر استفاده از تئوری میدان میانگین نسبیتی در توصیف هسته ها بسیار مورد توجه بوده است. مزایای تئوری میدان میانگین نسبیتی در توصیف هسته ها در مقایسه با دیدگاه غیر نسبیتی به طور خلاصه به شرح ذیل است:

۱. در دهه های اخیر، بررسی هسته های مختلف با دیدگاه های نسبیتی مانند تئوری میدان میانگین نسبیتی، نتایج قابل قبول تری را نسبت به دیدگاه های غیر نسبیتی از لحاظ تطابق با نتایج تجربی به همراه داشته است به طوری که اعتقاد بر این است که برای در نظر گرفتن تصحیح بیشتر در بررسی هسته ها استفاده از دیدگاه های نسبیتی قابل قبول است.

۲. اگر بررسی بر همکنش نوکلئون- نوکلئون را از فواصل بلند ($\sim 2\text{fm}$) آغاز کنیم به طور آشکار غلبه ی بر همکنش مبادله ی یک - پیون را در این فاصله مشاهده می کنیم. با کاهش

فاصله ی جدایی نوکلئون ها به 1.2-1.5 fm شروع سهم قوی ناشی از تبادل دو - پیونی را در نتیجه ی بر همکنش تانسوری مشاهده می کنیم که دامنه ی تانسوری به اندازه ی بر همکنش اسپین - مدار قوی است. سپس نیاز داریم به نیرو های مبادله ای یک مولفه ی برداری اضافه کنیم به طوری که سهم آن به تدریج با کاهش فاصله ی جدایی نوکلئون- نوکلئون افزایش یابد و بر کل بر همکنش در منطقه ی هسته ی دافعه در فاصله ی کوتاه ($\sim 0.5\text{fm}$) حاکم شود. ویژگی اصلی دینامیک هسته ای نسبیتی ظهور میدان های جاذبه ی اسکالر S و دافعه ی برداری V است که در نتیجه توانایی متحد کردن اثرات جاذبه ای و دافعه ای مربوط به فواصل بلند و کوتاه در بر همکنش نوکلئون- نوکلئون را به طور همزمان دارد.

۳. هم چنین تقارن شبه اسپینی مشاهده شده در ترازهای تک ذره ای هسته های کروی به عنوان یک نتیجه ی منطقی از جفت شدگی مولفات پائینی معادله دیراک به وسیله ی تئوری میدان میانگین نسبیتی قابل فهم است .

۴. یک مزیت مهم تئوری میدان میانگین نسبیتی این است که پتانسیل اسپین - مدار در این معادله دیراک به طور ذاتی وجود دارد، در صورتی که در معادله ی شرودینگر، پتانسیل اسپین - مدار باید به صورت دستی وارد شود که در نتیجه درصد خطا افزایش می یابد.

با در نظر گرفتن دلایل فوق در انجام این پروژه از تئوری میدان میانگین نسبیتی برای توصیف هسته های سست مقید استفاده شد و در اکثر موارد برای اثبات صحت این انتخاب نتیجه محاسبات با دیدگاه غیر نسبیتی مقایسه شده است.

گام دوم انتخاب یک مدل مناسب بود. همان طور که می دانیم برای درک کامل هسته ها هنوز تئوری جامعی که با قاطعیت بتواند چگونگی ساختار داخلی هسته را که منجر به خواص استاتیکی و دینامیکی آن می شود تعیین کند، ارائه نشده است. فیزیکدانان برای تعیین خواص هسته ها مدل

هایی را ارائه می دهند که مجوز صحت آن ها تطابق نتایج حاصل از این مدل ها با نتایج تجربی است. مدل هایی که هر کدام محدوده ای از کاربردها را در تعیین خواص هسته ها دارند. از این رو منطقی به نظر می رسد که ما برای بررسی هسته های سست مقید، علی رغم وسعت کار و صرف زمان بیشتر، حداقل از دو مدل استفاده کنیم.

۱. مدل لایه ای که در درک اولیه ی هسته ها نقش اساسی ایفا می کند و تا به امروز این مدل یک روش اساسی در فیزیک هسته ای و به عنوان نقطه ی شروع نظریه ی پایه در استخراج کاربردی ترین مدل ها برای هسته های بزرگتر باقی مانده است. فرض اساسی مدل لایه ای به نکته ای متکی است که هر نوکلئون در هسته در یک مد منسجم تحت یک پتانسیل میانگین حرکت می کند. که نشان دهنده این واقعیت است که نوکلئون ها می توانند در مدار مختل نشده با توجه به اصل طرد پائولی حرکت کنند. در محاسبات مدل لایه ای فرض بر این است که نوکلئون های ظرفیت، یک مجموعه انتخاب شده از اوربیتال های تک ذره ای را خارج از پوسته بسته و ساکن اشغال می کند که فضای مدل نامیده می شود. با فرض اینکه همه خواص هسته توسط نوکلئون های ظرفیت تعیین می شود. نتیجه محاسبات مدل لایه ای قطعاً به فضای مدل و انتخاب شکل برهم کنش بستگی دارد. متوسط پتانسیل هسته ای در فضای میکروسکوپی با در نظر گرفتن برهم کنش نوکلئون- نوکلئون توسط نظریه های هارتری-فوک و بروکنر محاسبه می شود. که برای پتانسیل مرکزی، پتانسیل های شناخته شده ای مانند وود - ساکسون، یوکاوا و به کار می رود.

۲. مدل خوشه ای که نتایج خوبی در پیش بینی ساختار هسته های خارج خط پایداری در حالت برانگیخته در بر داشته است.

اساس کار ما در انجام این رساله، پتانسیل یوکاوا بوده است که از تغییر شکل این پتانسیل و ترکیب آن با پتانسیل هایی مانند هولتن، رزن - مورس و شبه هلمن استفاده کردیم.

به عنوان اولین انتخاب، دو هسته ی سست مقید ^{17}F و ^{11}Be را در مدل لایه ای در نظر گرفتیم. سپس با در نظر گرفتن ترکیب پتانسیل های یوکاوا و رزن - موریس، ترازهای انرژی این دو هسته را با در نظر گرفتن اثرات نسبیتی به دست آوردیم و به منظور مقایسه ی نتایج با دیدگاه غیر نسبیتی، ترازهای انرژی را با استفاده از معادله ی شرودینگر را نیز به دست آوردیم. نتایج محاسبه شده و مقایسه با داده های تجربی در جدول های (۱-۴) و (۲-۴) قابل مشاهده است. هسته ی سست مقید ^{17}F با دو مدل خوشه ای $^{16}\text{O} + ^1\text{H}$ و $^{14}\text{N} + ^3\text{He}$ و پتانسیل تغییر شکل یافته ی یوکاوا در دیدگاه غیر نسبیتی بررسی شد که نتایج محاسبه شده و مقایسه با داده های تجربی در جدول (۳-۴) قابل مشاهده است.

نتایج حاصل از محاسبه ی ترازهای انرژی گروهی از هسته های سست مقید و دو جادویی با یک نوکلئون اضافی در دیدگاه نسبیتی و مدل لایه ای با پتانسیل های یوکاوا درجه دو و یوکاوا و شبه هلمن، نیز در جدول های (۴-۴) و (۵-۴) قابل مشاهده است.

دو هسته ی سست مقید و آینه ای ^7Li و ^7Be را به ترتیب به صورت ساختار خوشه ای $\alpha + ^3\text{H}$ و $\alpha + ^3\text{He}$ در نظر گرفتیم. از دیدگاه نسبیتی و ترکیب پتانسیل های یوکاوا و هولتن به منظور محاسبه ی ترازهای انرژی و شعاع باری این دو هسته استفاده کردیم. نتایج حاصل از محاسبات و مقایسه با داده های تجربی در جدول های (۶-۴) و (۷-۴) قابل مشاهده است.

در نهایت، مقایسه ی محاسبات انجام شده در دیدگاه های نسبیتی و غیر نسبیتی با داده های تجربی بیانگر تطابق خوب هر دو دیدگاه با تجربه بود اگرچه نتایج در دیدگاه نسبیتی موافقت بیشتری با تجربه را نشان داد.

- [1] W.J. Ramler, et al, (1959) "Excitation Functions of Bismuth and Lead" Phys. Rev. C 114, 154.
- [2] Y. Sun, C. L. Wu, (2003) "Multishell shell model for heavy nuclei" Phys. Rev. C 68, 024315.
- [3] I. Tanihata, et al, (1988) "Measurement of interaction cross sections using isotope beams of Be and B and isospin dependence of the nuclear radii" Phys. Lett. B 206, 592.
- [4] W. Mittig, et al, (1987) "Measurement of total reaction cross sections of exotic neutron-rich nuclei" Phys. Rev.Lett. 59, 1889.
- [5] A.C. Mueller, (2001) "Radioactive beams in France" Prog. Part. Nucl. Phys 46, 359.
- [6] I. Tanihata, (1995) "Nuclear structure studies from reaction induced by radioactive nuclear beams" Prog. Part. Nucl. Phys 35, 505.
- [7] G. Mao, (2003) "Constraints on the Brans-Dicke gravity theory with the Planck data" Phys. Rev. C 67 0443, 18.
- [8] I. Tanihata, et al, (1985) "Measurements of Interaction Cross Sections and Nuclear Radii in the Light p-Shell Region" Phys. Rev. Lett. 55, 2676.
- [9] I. Tanihata, et al, (1985) "Measurements of interaction cross sections and radii of He isotopes" Phys. Lett. B 160, 380.
- [10] P.G. Hansen, B. Jonson, (1987) "The Neutron Halo of Extremely Neutron-Rich Nuclei" Europhys. News 4, 409.
- [11] T. Bjerger, K.J. Borgström, (1936) "beta-ray spectrum of Radio-Helium" Nature 138, 400.
- [12] A.M. Poskanzer, S.W. Cospers, (1966) "New Isotopes: ^{11}Li , ^{14}B , and ^{15}B " Phys. Rev. Lett. 17, 1271.
- [13] J.S. Al-Khalili, J.A. Tostevin, (1996) "Matter Radii of Light Halo Nuclei" Phys. Rev. Lett. 76, 3903.
- [14] D.J. Millener, J.W. Olness, E.K. Warburton, S. Hanna, (1983) "Strong E1 transitions in ^9Be , ^{11}Be , and ^{13}C " Phys. Rev. C 28, 497.
- [15] J.S. Al-Khalili, J.A. Tostevin, I.J. Thompson, (1996) "Radii of halo nuclei from cross section measurements" Phys. Rev. C 54, 1843.
- [16] A.S. Jensen, K. Riisager, (2000) "Reactions with fast radioactive beams of neutron-rich nuclei" Phys. Lett. B 470, 39.
- [17] K. Riisager, D.V. Fedorov, A.S. Jensen, (2000) "Quantum halos" Europhys. Lett. 49, 547.
- [18] W. Nazarewicz, M. Ploszajczak, "Open problems in the theory of nuclear open quantum systems" proceedings of this conference.

- [19] P. Navratil, W.E. Ormand, (2002) "Ab Initio Shell Model Calculations with Three-Body Effective Interactions for p-Shell Nuclei" *Phys. Rev. Lett.* 88, 152502.
- [20] S.C. Pieper, R.B. Wiringa, (2001) "Quantum Monte Carlo Calculations of Light Nuclei" *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 51, 53.
- [21] D.J. Dean, M. Hjorth-Jensen, (2003) "Pairing in nuclear systems: from neutron stars to finite nuclei" *Red. Mod. Phys.* 75, 607.
- [22] ب الکس برون، (۱۳۹۱)، مباحثی در فیزیک ساختار هسته ای، علی اکبر مهمان دوست خواجه داد، انتشارات مرنیز، مشهد.
- [23] کنت اس. کرین، (۱۳۷۳)، آشنایی با فیزیک هسته ای، جلد اول، ناصر میرفخرایی و مجید مدرس، چاپ اول، مرکز نشر دانشگاهی، تهران
- [24] D .Griffiths, (2004) "Introduction to Elementary Particles" WILY-VCH Verlag GmbH& Co KGaA, Weinheim.
- [25] B.L Cohen, (1971) "QCD sum rules and applications to nuclear physics" McGraw-Hill, New York.
- [26] A.O. Mustapha, (2011) "Study Material PHS451 Nuclear Physics" University of agriculture, abeokuta PHS451.
- [27] B.L. Cohen, (1971) "Fission-fragment mass separator and the nuclear charge distribution of fission fragments of a single mass" McGraw-Hill Inc, US.
- [28] N. Kaiser, (2001) "Chiral 2π -exchange NN potentials: Two-loop contributions" *Phys.Rev. C* 64, 057001.
- [29] N. Kaiser, (2002) "Chiral 2π -exchange NN potentials: Relativistic $1/M^2$ corrections" *Phys. Rev. C* 65, 017001.
- [30] N. Kaiser, (2000) "Chiral 3π -exchange NN potentials: Results for representation-invariant classes of diagrams" *Phys. Rev. C* 61, 014003.
- [31] N. Kaiser, (2000) "Chiral 3π -exchange NN potentials: Results for diagrams proportional to g_{4A} and g_{6A} " *Phys. Rev C* 62, 024001.
- [32] A. Kievsky, (2011) "Analysis of Three-Nucleon Forces Effects in the $A = 3$ System" *Few-Body Systems*, 49, 19.
- [33] A. Kievsky, M. Viviani, L. Girlanda, L. E. Marcucci, S. Rosati, (2009) "Analysis of the Effects of Three-nucleon Forces in $A = 3, 4$ Systems" *Few-Body Systems* 45, 115.
- [34] N. Kalantar-Nayestanaki, E. Epelbaum, J. G. Messchendorp and A. Nogga, (2012) "Signatures of three-nucleon interactions in few-nucleon systems" *Reports on Progress in Physics*, 75, 016301.
- [35] A. Nogga, H. Kamada, W. Glöckle, (2000) "Modern Nuclear Force Predictions for the α Particle" *Phys. Rev. Lett.* 85(5), 944.

- [36] Y. Sun, C. L. Wu, (2003) "Multishell shell model for heavy nuclei" *Physical Review C* 68, 024315.
- [37] M.G. Mayer, (1948) "On Closed Shells in Nuclei" *Phys. Rev.*74, 235.
- [38] M.G. Mayer, (1949) "Tables of Nuclear Shell Structure" *Phys. Rev.*5, 1969.
- [39] W.E. Meyerhof, (1967) "Elements of nuclear physics" McGraw Hill, NewYork.
- [40] N. Bohr, (1937) "Transmutations of atomic nuclei" *Science* 86, 161.
- [41] N. Bohr, (1936) "A suggestion for a parameter free model of strongly damped collisions" *Nature*, February.
- [42] M. G. Mayer, (1948) "On Closed Shells in Nuclei" *Phys. Rev.*74, 235.
- [43] M. G. Mayer, (1949) "Nuclear Configurations in the Spin-Orbit Coupling Model. I. Empirical Evidence" *Phys. Rev.* 75, 1969.
- [44] O. Haxel, J. H. D. Jensen, H. E. Suess, (1949) "On the "Magic Numbers" in Nuclear Structure" *Phys. Rev.* 75, 1766.
- [45] M. Honma, T. Otsuka, B. A. Brown, T. Mizusaki, (2002) "Effective interaction for pf-shell nuclei" *Phys. Rev. C* 65, 061301.
- [46] A.O. Mustapha, (2011) "Study Material PHS451 Nuclear Physics" University of agriculture, abeokuta, PHS451.
- [47] E. V. Litvinova, A. V. Afanasjev, (2011) "Dynamics of nuclear single-particle structure in covariant theory of particle-vibration coupling: From light to superheavy nuclei" *Phys. Rev. C* 84, 014305.
- [48] A. Astier, et al, (2013) "High-spin structures of $^{88}_{36}\text{Kr}_{52}$ and $^{89}_{37}\text{Rb}_{52}$: Evolution from collective to single-particle behavior" *Physical Review C* 88, 024321.
- [49] A. Covello, A. Gargano, (2010) "Realistic shell-model calculations: current status and open problems" *J. of Phys. G: Nuclear and Particle Physics* 37, 064044.
- [50] H. Horiuchi, (2011) "Coexistence of Cluster and Mean-Field Dynamics and Duality of Many-Nucleon Wave Function" Dedicated to Academician Aureliu Sandulescu's 80 th Anniversary, 227.
- [51] R.B. Wiringa, S.C. Pieper, J. Carlson, V.R. Pandharipande, (2000) "Quantum Monte Carlo calculations of A=8 nuclei" *Phys. Rev. C*62, 014001.
- [52] L.R. Hafstad, E. Teller, (1938) "The Alpha-Particle Model of the Nucleus" *Phys. Rev.*54, 681.
- [53] W. Von Oertzen, M. Freer, Y. Kanada En'yo, (2006) "Nuclear clusters and nuclear molecules" *Phys. Rep.* 432, 43.
- [54] K. Ikeda, N. Tagikawa, H. Horiuchi, (1968) "The Systematic Structure-Change into the Molecule-like Structures in the Self-Conjugate $4n$ Nuclei" *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, extra number, 464.

- [55] K. Varga, Y. Suzuki, R. G. Lovas, (2002) "Microscopic multicluster model of ${}^{9,10,11}\text{Li}$ " Physical Review C66, 041302(R).
- [56] L.R. Hafstad, E. Teller, (1938) "The Alpha-Particle Model of the Nucleus" Phys. Rev.54, 681.
- [57] M. Seya, M. Kohno, S. Nagata, (1981) "Nuclear Binding Mechanism and Structure of Neutron-Rich Be and B Isotopes by Molecular-Orbital Model" Prog. Theor. Phys.65, 204.
- [58] W. Von Oertzen, (1996) "Two-center molecular states in ${}^9\text{B}$, ${}^9\text{Be}$, ${}^{10}\text{Be}$, and ${}^{10}\text{B}$ " Z. Phys. A354, 37.
- [59] W. Von Oertzen, (1997) "Dimers based on the $\alpha + \alpha$ potential and chain states of carbon isotopes" Z. Phys. A357, 355.
- [60] W. Von Oertzen, (1997) "Dimers and polymers in extremely deformed neutron-rich light nuclei" Nuovo Cimento A110, 895.
- [61] N. Itagaki, S. Okabe, (2000) "Molecular orbital structures in ${}^{10}\text{Be}$ " Phys. Rev. C61, 044306.
- [62] W. Von Oertzen, M. Freer, Y. Kanada En'yo, (2006) "Nuclear clusters and nuclear molecules" Phys. Rep. 432, 43.
- [63] J.A. Wheeler, (1937) "Molecular Viewpoints in Nuclear Structure" Phys. Rev. 52, 1083.
- [64] D. L. Hill, J. A. Wheeler, (1953) "Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena" Phys. Rev. 89, 1102.
- [65] J.J. Griffin, J.A. Wheeler, (1957) "Collective Motions in Nuclei by the Method of Generator Coordinates" Phys. Rev.108, 311.
- [66] Y.C. Tang, M. LeMere, D.R. Thompson, (1978) "Resonating-group method for nuclear many-body problems" Phys. Rep. 47, 167.
- [67] D. Baye, P.-H. Heenen, (1974) "Microscopic R -Matrix theory in a generator coordinate basis: (I). Theory and application to dineutron-dineutron and α - α scattering" Nucl. Phys. A 233, 304.
- [68] D. Baye, P.-H. Heenen, M. Liebert-Heinemann, (1977) "Microscopic R -matrix theory in a generator coordinate basis: (III). Multi-channel scattering" Nucl. Phys. A 291, 230.
- [69] Y. Kanada-En'yo, M. Kimura, H. Horiuchi, (2005) "Cluster structure in stable and unstable nuclei" Eur.Phys.J. A25, 305.
- [70] Y. Tosaka, Y. Suzuki, (1990) "Structure of ${}^{11}\text{Li}$ in the cluster-orbital shell model for the ${}^9\text{Li} + n + n$ system" Nucl. Phys. A512, 46.
- [71] H. Margenau, (1941) "Interaction of Alpha-Particles" Phys. Rev. C59, 37.
- [72] A. Tohsaki, et al, (2001) "Alpha Cluster Condensation in ${}^{12}\text{C}$ and ${}^{16}\text{O}$ " Phys. Rev. Lett.87, 192501.
- [73] Y. Funaki, A. Tohsaki, H. Horiuchi, P. Schuck, G. Röpke, (2003) "Analysis of previous microscopic calculations for the second 0^+ state in ${}^{12}\text{C}$ in terms of $3\text{-}\alpha$ particle Bose-condensed state" Phys. Rev. C67, 051306.

- [74] T. Yamada, P. Schuck, (2004) "Dilute multi- α cluster states in nuclei" *Phys. Rev. C* 69, 024309.
- [75] M. Ito, (2006) "Non-adiabatic dynamics in ^{10}Be with the microscopic $\alpha+\alpha+N+N$ model" *Phys. Lett. B* 636, 293.
- [76] Y. Kanada-En'yo, H. Horiuchi, (2001) "Structure of Light Unstable Nuclei Studied with Antisymmetrized Molecular Dynamics" *Prog. Theor. Phys.* 142, 205.
- [77] N. Furutachi, et al, (2008) "Cluster Structures in Oxygen Isotopes" *Progress of Theoretical Physics*. Vol 119, No 3, 403.
- [78] A. Covello, A. Gargano, (2010) "Realistic shell-model calculations: current status and open problems" *J. of Phys. G: Nuclear and Particle Physics* 37, 064044.
- [79] B. D. Serot, J. D. Walecka, (1986) "The Relativistic Nuclear Many Body Problem" *Adv. Nuc. Phys* 16:1.
- [80] D.J.Griffiths, (1987) "Assessment of detrusor contraction strength or contractility" *Wiely*.
- [81] A. A. Rajabi, M. R. Shojaei, (2011) "Determination of energy levels of the KleinGordon equation, with pseudo harmonic potential plus the ring shaped potential" *Int. J. Phy. Sci.* 6, 33.
- [82] X. Zou, L. Z. Yi, C. S. Jia, (2005) "Bound states of the Dirac equation with vector and scalar Eckart potentials" *Phys. Lett. A* 346, 54.
- [83] L. H. Zhang, X. P. Li, C. S. Jia, (2008) "Analytical approximation to the solution of the Dirac equation with the Eckart potential including the spin-orbit coupling term" *Physics letters A* 327, 2201-2207.
- [84] J.N.Ginocchio, (1998) "Pseudospin symmetry and relativistic single-nucleon wave functions" *Phys.Rev.C* 57 1167.
- [85] C. S. Jia, et al, (2002) " Six-Parameter Exponential-Type Potential and the Identity for the Exponential-Type Potentials" *Commun. Theor. Phys.* 37, 523.
- [86] A.O. Mustapha, (2011) "Study Material PHS451 Nuclear Physics" University of agriculture, abeokuta PHS451.
- [87] B.L. Cohen, (1971) "Factors influencing the outcome of psychotherapy: A review of quantitative research" McGraw-Hill Inc., US.
- [88] G.F. Wei, S.H. Dong, (2010) "Pseudospin symmetry in the relativistic Manning-Rosen potential including a Pekeris-type approximation to the pseudo-centrifugal term" *Phys. Lett. B* 686, 288.
- [89] J.Y. Guo, Z.Q. Sheng, (2005) "Solution of the Dirac equation for the Woods-Saxon potential with spin and pseudospin symmetry" *Phys. Lett. A* 338, 90.
- [90] J.N. Ginocchio, (2004) "Relativistic harmonic oscillator with spin symmetry" *Phys. Rev. C* 69, 034318.
- [91] K. S. Krane, (1955) "Introductory Nuclear Physics".
- [92] J.N. Ginocchio, (1997) "Pseudospin as a relativistic symmetry" *Phys. Rev. Lett.* 78, 436.

- [93] S. H. Dong, et al, (2007) "Analytical approximations to the l-wave solutions of the Schrödinger equation with the Eckart potential" J. Phys. A: Math. Theor. 40, 10535.
- [94] N. k. Akpan, et al, (2014) "Energy Levels of Weakly Bound Nuclei with Relativistic Effects" Commun. Theor. Phys. 61,457.
- [95] www. nndc. bnl. gov.
- [96] G. Audi, A.H. Wapstra, C. Thibault, (2003) "The AME2003 atomic mass evaluation:(II). Tables, graphs and references" Nuclear Physics A. 729, 337.
- [97] W. Von Oertzen, M. Freer, Y .Kanada-En'yo, (2006) "Nuclear clusters and nuclear molecules" Phys. Rep. 432, 43.
- [98] M. Freer, (2007) "The clustered nucleus—cluster structures in stable and unstable nuclei" Rep. Prog. Phys. 70, 2149.
- [99] Y. Fujiwara, Y.C. Tang, (1985) "Multiconfiguration resonating-group theory of the seven-nucleon system with realistic cluster wave functions" Phys. Rev. C 31, 342.
- [100] M. Freer, et al, (1999) "Exotic Molecular States in ^{12}Be " Phys. Rev. Lett. 82, 1383.
- [101] P .Descouvemont, D .Baye, (2001) " ^{12}Be molecular states in a microscopic cluster model" Phys. Lett. 505B, 71.
- [102] M .Dufour, P. Descouvemont, F .Nowacki, (2010) "Microscopic investigation of the ^{12}Be spectroscopy" Nucl. Phys. A 836, 242.
- [103] K .Wildermuth, T .Kanellopoulos, (1958) "On the structure of rotational levels of atomic nuclei" Nucl. Phys. 9, 449.
- [104] Y.C.Tang, (1981) "Solving the resonating-group equation on a Lagrange mesh" Vol. 145, 572 Springer, Berlin.
- [105] E.D . Johnson, et al, (2009) "Extreme-clustering in the ^{18}O nucleus" Eur. Phys. J. A 42, 135.
- [106] V.G. Neudatchin , V.I. Kukulin, V.L .Korotkikh, V.P. Korennoy, (1971) "A microscopically substantiated local optical potential for α - α -scattering" Phys. Lett. 34B, 581.
- [107] B .Buck, C.B .Dover, J.P .Vary, (1975) "Simple potential model for cluster states in light nuclei" Phys. Rev. C 11, 1803.
- [108] K .Wildermuth, Y.C .Tang, (1977) "A Unified Theory of the Nucleus" Vieweg, Braunschweig.
- [109] Y .Suzuki, K .Varga, (1998) "Stability of two-and three-dimensional excitonic complexes" Lecture Notes in Physics Vol. m54.
- [110] A .Tohsaki, (1994) "New effective internucleon forces in microscopic α -cluster model" Phys. Rev. C 49, 1814.
- [111] C .Beck, (2012) "Clusters in Nuclei" vol. 2, lecture Note in Physics, 848.
- [112] G. Audi, A.H. Wapstra, C. Thibault, (2003) "The AME2003 atomic mass evaluation:(II). Tables, graphs and references" Nuclear Physics A. 729, 337.

- [113] F. Ajzenberg-Selove, (1979) "Energy levels of light nuclei A= 5–10" Nucl. Phys. A 320,1.
- [114] L. Fortunato, A. Vitturi, (2005) "Electromagnetic response and breakup of light weakly bound nuclei in a dicluster model" Eur. Phys. J. A 26, 33.
- [115] I.Tanihata, et al, (1985) "Measurements of Interaction Cross Sections and Nuclear Radii in the Light -Shell Region" Phys. Rev. Lett. 55, 2676.
- [116] I. Angeli, (2004) "A consistent set of nuclear rms charge radii: properties of the radius surface R (N, Z)" Atomic Data and Nuclear Data Tables 87, 185.

Abstract

The relativistic mean field (RMF) theory has been successful in explanation of nuclear phenomena related to unstable nuclei as well as stable nuclei. Compared with non-relativistic mean field theory, relativistic mean field theory can reproduce the real characteristics of nuclear saturation in nuclear matter, and therefore provide the spin-orbit coupling potential. In this thesis, the relativistic mean field theory was employed through the shell and cluster models in order to calculate the group energy levels of weakly-bound nuclei. Likewise, non-relativistic calculations were performed to be compared to the results of relativistic calculations. The Yukawa potential in combination with other potentials, and then, the deformation of this potential was utilized as the effective potential in the calculations. As the first study, two bound nuclei ^{11}Be and ^{17}F were considered in the shell model using a hybrid of Yukawa and Rosen-Morse potentials. The weakly-bound ^{17}F nucleus with two cluster models of $^{16}\text{O} + ^1\text{H}$ and $^{14}\text{N} + ^3\text{He}$ as well as the deformed Yukawa potential was also studied. In addition, the results of calculated group energy levels from weakly-bound nuclei He, Be, C, and O were presented in the shell model with second-order Yukawa potentials. The energy levels and charge radii of doubly-magic nuclei with an excessive nucleon (^{17}O , ^{17}F , ^{41}Ca , ^{41}Sc) in combination with Yukawa potential and Hulthen-like potential were calculated in the shell model. To calculate the energy levels and charge radii, two mirror, bound nuclei of ^7Li and ^7Be were used as cluster structures of $\alpha + ^3\text{H}$ and $\alpha + ^3\text{He}$, respectively, using the combined Yukawa and Hulthen potentials. All calculations were performed by the Supersymmetric Shape-Invariance method. The numerical results and comparison to the experimental data and other published studies are presented in Section 4.

Keywords: Relativistic Mean Field (RMF) Theory, Dirac Equation, Weakly bound nuclei, Shell model, Cluster model, Energy levels.



Faculty of Physics and Nuclear Engineering

PhD thesis in Nuclear Physics

Calculating the energy levels of weakly bound nuclei

By: Fahime Rezvani

Supervisor:

Dr. Mohammad Reza Shojaei

September 2017