

حاشا  
الرحمن الرحيم





دانشکده فیزیک

رشته فیزیک ، گرایش حالت جامد

پایان نامه کارشناسی ارشد

# ترابرد غیر خطی در یک سییم کوانتومی تحت تابش تراهرتز و میدان مغناطیسی قوی

نگارنده: مهناز جبلی

استاد راهنما

دکتر سعید حسامی پيله رود

شهریور ۱۳۹۶





پایان نامه خود را تقدیم می کنم، به آنهایی که  
برای ابراز بندگی در درگاه الهی، با تمام وجود تلاش  
نموده اند.

سپاس‌گزاری... پس از هر پایان، اول باید خدای را شکرگزار بود  
که انگیزه آغاز و توانایی ادامه را ارزانی کرد و سپس با سپاس فراوان  
از استاد گرانقدرم دکتر سعید حسامی پيله رود . در اینجا از صبوریهها  
و مهربانیهای مادر و همسر عزیزم که اشتیاق همراهیشان بال پرواز  
بود و نگاه همیشه نگرانیشان چراغ راه .  
سپاسگزارم

مهناز جبلی  
شهریور ۱۳۹۶

## تعهد نامه

اینجانب **مهناز جبلی** دانشجوی کارشناسی ارشد رشته **فیزیک** گرایش حالت جامد دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان نامه با عنوان **ترابرد غیر خطی در یک سیم کوانتومی تحت تابش تراهرتز و میدان مغناطیسی قوی**، تحت راهنمایی دکتر **سعید حسامی پيله رود** متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های دیگر پژوهش گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان نامه، تا کنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه صنعتی شاهرود تعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “ دانشگاه صنعتی شاهرود “ یا “ Shahrood University of Technology “ به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند، در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده شده است)، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

**مهناز جبلی**

**شهریور ۱۳۹۶**

### مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی باشد.





## چکیده

بکارگیری موثر ویژگی های نوری و الکترونی نانو ساختارها نقشی محوری در توسعه صنایع الکترونیک و الکترونیک نوری ایفاء می کند. بخش مهمی از کاربردهای آتی قطعات الکترونیک و نوری مبتنی بر ترابرد الکترونی در حضور تابش تراهرتز و میدان های الکتریکی و مغناطیسی موثر در نانو ساختارها خواهد بود. بنابراین بررسی خواص نوری و ترابرد الکترونی غیر خطی در نانو ساختارها اهمیت ویژه ای را خواهد داشت.

در این پایان نامه با توجه به نقش موثر بر هم کنش های الکترون- فوتون- فونون، ترابرد غیر خطی الکترونی در یک سیم کوانتومی تحت تابش تراهرتز و حضور میدان مغناطیسی قوی عمود بر امتداد سیم به صورت نظری مطالعه می گردد. و با انجام محاسبات عددی، نتایج سه رژیم متفاوت را نمایش می دهد. با افزایش شدت میدان و یا فرکانس تابش الکترون ها با جذب انرژی تابشی گرم شده و با گسیل فونون انرژی از دست می دهند. اما در میدان های تابشی با شدت پایین دمای الکترون به دمای نمونه نزدیک است، دستگاه پاسخ خطی از خود بروز می دهد. در رژیم غیر خطی با افزایش میدان مغناطیسی رسانندگی کاهش می یابد این روند کاهش رسانندگی می توان به بر هم کنش الکترون- فونون در حضور میدان مغناطیسی نسبت داد.

کلمات کلیدی: سیم کوانتومی، تابش تراهرتز، تراز لاندائو، میدان مغناطیسی، معادله بولتزمان



## لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. مقاله اول

۲. مقاله دوم

۳. مقاله سوم





# فهرست مطالب

ف	فهرست تصاویر
۱	۱ مقدمه
۵	۲ مروری بر مفاهیم اولیه
۵	۱.۲ نانو فناوری . . . . .
۶	۲.۲ نیمرساناها . . . . .
۶	۳.۲ بلور های نیمرسانا . . . . .
۷	۴.۲ ساختارهای نواری . . . . .
۹	۵.۲ گاف نواری مستقیم و غیر مستقیم در نیمرساناها . . . . .
۱۰	۶.۲ نانوساختارهای نیمرسانا . . . . .
۱۱	۱.۶.۲ نانو مواد صفر بعدی(D <sup>۰</sup> ) . . . . .
۱۲	۲.۶.۲ نانو مواد تک بعدی(D <sup>۱</sup> ) . . . . .
۱۲	۳.۶.۲ نانو مواد دو بعدی D <sup>۲</sup> . . . . .
۱۳	۷.۲ ساختار نامتجانس . . . . .
۱۳	۸.۲ چگالی حالات (DOS) . . . . .
۱۶	۹.۲ جرم موثر . . . . .
۱۷	۱۰.۲ پدیده های خطی و غیر خطی . . . . .
۱۷	۱۱.۲ پدیده تراهرتز . . . . .
۱۸	۱۲.۲ معادله ترابرد بولتزمان . . . . .
۲۱	۱۳.۲ میدان مغناطیسی و تراز لاندائو . . . . .
۲۳	۱۴.۲ قاعده طلایی فرمی . . . . .
۲۷	۳ ترابرد غیر خطی گاز الکترونی دوبعدی تحت تابش تراهرتز
۲۷	۱.۳ مقدمه . . . . .
۲۸	۲.۳ معادله ترازمندی انرژی و تکانه . . . . .

۳۱	.....	۱.۲.۳	رسانندگی و وارون زمان واهلش گاز الکترونی دو بعدی
۳۳	.....	۲.۲.۳	اتلاف انرژی(قدرت رسانندگی) یک گاز الکترونی دو بعدی
۳۴	.....	۳.۳	حالت های الکترونی
۳۶	.....	۴.۳	برهم کنش الکترون با فونون طولی نوری
۴۵		۴	<b>ترابرد غیر خطی الکترون تحت تابش تراهرتز و میدان مغناطیسی قوی در سیم کوانتومی</b>
۴۵	.....	۱.۴	مقدمه
۴۶	.....	۲.۴	معادله ترازمندی انرژی و تکانه
۵۲	.....	۱.۲.۴	وارون زمان واهلش و رسانندگی در گاز الکترونی شبه دو بعدی
۵۴	.....	۲.۲.۴	اتلاف انرژی در یک گاز الکترونی شبه دو بعدی
۵۶	.....	۳.۴	ویژه حالت های الکترونی
۶۱	.....	۴.۴	بر هم کنش الکترون با فونون طولی نوری
۶۸	.....	۵.۴	آلومنیوم گالیوم آرسناید/ گالیوم آرسناید
۷۰	.....	۶.۴	بحث و نتیجه گیری
۷۸	.....	۱.۶.۴	پیشنهادات
۷۹			<b>مراجع</b>



## فهرست تصاویر

۸	موقعیت قرارگیری تراز انرژی و نوار انرژی	۱.۲
۹	رابطه رسانایی، نارسانایی و نیمرسانایی با ضخامت نوار ممنوعه	۲.۲
	نمودار سمت راست گاف نواری مستقیم و نمودار سمت چپ گاف نواری غیر مستقیم	۳.۲
۱۰	[۸]	
۱۱	نانوساختارها بر حسب تعداد ابعاد آزاد [۴]	۴.۲
۱۳	نمای شماتیک ساختار نیمرسانای نا متجانس	۵.۲
۱۶	طرح شماتیک چگالی حالات الکترونی برای نانوساختارهای مختلف [۹]	۶.۲
	طرح شماتیک از امواج الکترومغناطیس در ناحیه فرکانس تراهرتز که بین ناحیه های	۷.۲
۱۸	فرکانس الکترونیک و اپتوالکترونیک قرار گرفته است.	
۴۱	دمای الکترون بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین	۱.۳
۴۱	وارون زمان واهلش بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین	۲.۳
۴۲	رسانندگی بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین	۳.۳
۴۳	دمای الکترون بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۱۰ کلوین	۴.۳
۷۱	دمای الکترون بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین	۱.۴
۷۱	وارون زمان واهلش بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین	۲.۴
۷۲	رسانندگی بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین	۳.۴
۷۲	تحرك پذیری بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین	۴.۴
۷۳	دمای الکترون بر حسب شدت تابش برای دماهای مختلف در فرکانس ثابت ۲.۵THZ	۵.۴
	وارون زمان واهلش بر حسب شدت تابش برای دماهای مختلف در فرکانس ثابت	۶.۴
۷۴	۲.۵THZ	
۷۴	تحرك پذیری بر حسب شدت تابش برای دماهای مختلف در فرکانس ثابت ۲.۵THZ	۷.۴
۷۵	رسانندگی بر حسب شدت تابش برای دماهای مختلف در فرکانس ثابت ۲.۵THZ	۸.۴
	دمای الکترون بر حسب شدت تابش برای چگالی الکترون های مختلف در فرکانس	۹.۴
۷۵	ثابت ۲.۵THZ و دمای ثابت ۷۷ کلوین	

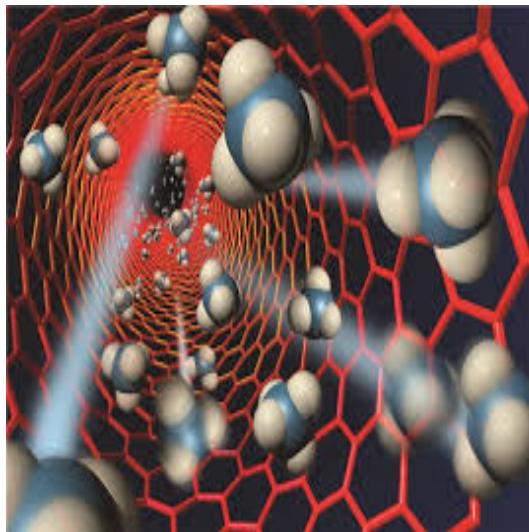
- ۱۰.۴ واریان زمان واهلش بر حسب شدت تابش برای چگالی الکترون های مختلف در  
فرکانس ثابت ۲.۵THZ و دمای ثابت ۷۷ کلوین . . . . . ۷۶
- ۱۱.۴ رسانندگی بر حسب شدت میدان مغناطیسی در دماهای مختلف . . . . . ۷۷
- ۱۲.۴ رسانندگی بر حسب شدت میدان مغناطیسی در فرکانس های مختلف . . . . . ۷۷
- ۱۳.۴ رسانندگی بر حسب شدت میدان مغناطیسی در شدت میدان تابش های مختلف . . ۷۸



# فصل ۱

## مقدمه

فناوری نانو<sup>۱</sup> یا فناوری ساختارهای نانو رشته ایی از دانش کاربردی و فناوری جدید و بخش بسیار مهمی از آینده است. موضوع اصلی آن بکارگیری ماده یا دستگاه هایی در ابعاد کمتر از یک میکرومتر معمولا در حدود ۱ تا ۱۰۰ نانومتر است که اثرات فیزیکی جدیدی عمدتا متأثر از غلبه خواص کوانتومی بر خواص کلاسیک از خود نشان می دهند.



---

<sup>۱</sup>Nanotechnology

توسعه و پیشرفت علم و فناوری نانو باعث پیشرفت در ابزارهایی شده است که در زندگی روزمره ما انسان ها بسیار حائز اهمیت است. در دهه های اخیر پیشرفت در زمینه فناوری نانو نیمرساناها پژوهشگران را قادر ساخته تا ساختارهایی را در مقیاس نانو و ابعاد پایین با کنترل پذیری بالا بسازند. ساخت این ساختارها باعث ایجاد توجه جدی به مطالعه سیستم های مزوسکوپی<sup>۲</sup> بخصوص با ترابرد الکترونی شده است. ریچارد فاینمن<sup>۳</sup> طی یک سخنرانی در همایش جامع فیزیک آمریکا در سال ۱۹۵۹ ایده های بنیادی در زمینه کوچک سازی کتاب ها، مدارها و ماشین ها عنوان کرد. وی متخصص نظریه کوانتوم و دارنده جایزه نوبل بود که برای به تفکر واداشتن محقق و تاکید نمودن بر عقیده اش به بررسی بعد رشد نیافته علم مواد پرداخت [۶]. با ظهور تکنیک های مدرن رشد نیمرسانا، نظیر روآراستی باریکه مولکولی (MBE)<sup>۴</sup> می توان امکان رشد ساختارهای مصنوعی از مواد مختلف با لایه هایی چند نانومتر در محدوده ۱۰ نانومتر ایجاد کرد و با روش لیتوگرافی باریکه یونی، تکنیک های حکاکی و میکروسکوپ تونل زنی پویشی در بعد عرضی محدودیت کوانتومی ایجاد کرد. بنابراین امکان تولید و ساخت چاه کوانتومی، سیم کوانتومی و نقطه کوانتومی در مقیاس اندازه کوانتومی فراهم شده است. ویژگی های ترابرد الکترون در یک ماده کپه ای با این نانوساختارها متفاوت است و می توان گفت که ترابرد الکترون به شدت تحت تاثیر ابعاد سیستم قرار می گیرد. در سیم کوانتومی<sup>۵</sup> حامل های بار در دو جهت محدود می باشند ولی در چاه کوانتومی<sup>۶</sup> حامل های بار در دو جهت آزاد و در یک جهت محدود هستند و اما در نقطه کوانتومی<sup>۷</sup> حامل های بار در سه جهت محدود می باشند.

برای بررسی نظریه ترابرد الکترون تکنیک های متعددی وجود دارد. از جمله تابع گرین غیر تعادلی با تقریب تنگ بست، تابع توزیع ویگنر و انتگرال های مسیر و بسط نمودار فاینمن که این تکنیک ها با وجودی که بسیار کارآمد و دارای موفقیت بزرگ هستند اما بررسی آن ها در ترابرد بسیار دشوار است بطوریکه تعداد کمی از آنها موفق به بررسی ترابرد الکترون با احتساب مکانیزم های پراکندگی واقعی در نیمرساناها شده اند.

در سال های اخیر تنها ابزاری که قادر به بررسی ترابرد غیر خطی و خواص نوری حامل ها و پراکندگی واقعی در نیمرساناها شده است تابع توزیع ماکسول بولتزمن است که به عنوان یک توصیف آماری ترابرد تحت اثر میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی و پراکندگی نا خالصی شناخته شده است.

معادله ترازمندی بولتزمن<sup>۸</sup> به دلیل تاثیر گذاریش بهترین و مفیدترین ابزار برای بررسی واقعی حامل ها در نیمرساناها است [۱۳].

در سال ۱۹۸۴ سی. اس. تینگ<sup>۹</sup> و ایکس. ال. لی<sup>۱۰</sup> طرح معادله ترازمندی بر پایه جدایی مکانیک

<sup>۲</sup>Mesoscopic

<sup>۳</sup>Richard Feynman

<sup>۴</sup>Molecular Beame Epitaxy

<sup>۵</sup>Quantum Wire

<sup>۶</sup>Quantum Well

<sup>۷</sup>Quantum Dot

<sup>۸</sup>Boltzmann equation

<sup>۹</sup>C.S.Ting

<sup>۱۰</sup>X.L.Li

حرکت کلی سیستم حامل ها (مرکز جرم) از حرکت های آماری تک تک حامل ها را پیشنهاد دادند. در نظریه معادله ترازمندی، میدان الکتریکی منجر به ترازمندی نیروی اصطکاک برای سرعت سوق حامل می شود. بنابراین مشخصه ترابرد همچون مقاومت به عنوان تابعی از سرعت سوق یا چگالی جریان به دست می آید.

هنگامیکه که یک نانوساختار نیمرسانا تحت یک میدان خارجی اعم از میدان مغناطیسی یا میدان تابش تراهرتز<sup>۱۱</sup> قرار می گیرند باعث می شود که حامل ها برانگیخته شوند و پراکندگی ناخالصی فونون رخ دهد. در واقع به عنوان نمونه می توان (GaAs) را نام برد که الکترون ها به روش روآراستی باریکه مولکولی (MBE) در مقیاس نانومتر در محیطی دوبعدی یا یک بعدی محبوس می کنیم این الکترون ها در حضور میدان لیزر یا تابش تراهرتز ( $1\text{THZ} = 10^{12}\text{HZ}$ ) شروع به گرم شدن و تحرک می کنند و باعث می شود بر هم کنش های الکترون - الکترون، الکترون - فونون و الکترون - فوتون رخ دهد. باید در نظر گرفت که انرژی های مورد توجه الکترون ها از مرتبه میلی الکترون ولت می باشند.

با توجه به مطالعات انجام گرفته در یک نیمرسانای قطبی چون *GaAs* الکترون ها با فونون ها نسبت به فوتون ها با شدت بیشتری بر هم کنش می کنند. بنابراین سهم برهم کنش الکترون - فونون در رسانش و تحرک پذیری حامل ها بسیار زیاد است [۲۷]. با توسعه و پیاده سازی تکنیک هایی از جمله لیزر الکترون آزاد (Fel's) می توان وابستگی دمایی الکترون، گسیل فونون های طولی نوری، زمان واهلش، رسانندگی، شدت فرکانس و اتلاف انرژی ناشی از آن در یک نانوساختار نیمرسانا تحت یک میدان تابش الکترومغناطیس تراهرتز و یک میدان مغناطیسی قوی را بررسی کرد.

اخیرا اندازه گیری های تجربی در زمینه ترابرد غیر خطی و خواص نوری یک سیستم دو بعدی (۲DEG) تحت تابش تراهرتز توسط اسمار و همکارانش<sup>۱۲</sup> انجام گرفته است [۲]. در سال های اخیر علاقه روز افزونی در مورد ترابرد الکترونی سیم های کوانتومی وجود داشته است و توجه زیادی به پدیده تراهرتز در مورد الکترون شده است [۷]. بهره برداری از تابش تراهرتز مبتنی بر شناخت دقیق چگونگی و پیامد های بر هم کنش آن با قطعات و ساختار هایی در مقیاس نانو است. با پیشرفت تکنولوژی در زمینه فناوری نانو امکان ساخت و طراحی سیستم های کوانتومی نیمرسانا فراهم شده است. یک سیم کوانتومی با محدودیت فضای عرضی که در آن حامل های بار در دو جهت محدود می باشند، که وجود این محدودیت خود باعث پیدایش ویژگی های الکترونی و نوری منحصر به فردی در اینگونه نیمرساناها است که منجر به کاربرد وسیع آن ها در منابع اپتوالکترونیک جهت ساخت لیزرهای نیمه هادی، حسگرهای فوق العاده سریع، ساخت موادی پایدار با خواص فیزیکی و شیمیایی می شود.

در حال حاضر در این پایان نامه به صورت نظری ترابرد غیر خطی و خواص نوری سیم کوانتومی که در معرض شدید میدان تابش تراهرتز که در حضور یک میدان مغناطیسی خارجی عمود بر راستای سیم قرار گرفته است بررسی می گردد. سرانجام اهمیت بکارگیری میدان مغناطیسی و تاثیر میدان مغناطیسی، ترازهای انرژی سیستم و پارامترهای مربوط به سیم کوانتومی را بر ترازهای انرژی سیستم (ترازهای لاندائو) بصورت نظری مطالعه می کنیم. ماهیت ترازهای الکترون در گاز الکترونی شبه دو بعدی بطور

<sup>۱۱</sup> Terahertz

<sup>۱۲</sup> Asmar et al

قابل توجهی تحت تاثیر یک میدان کوانتیزه مغناطیسی تغییر می کند. که به نوبه خود اثرات قابل توجهی بر ترابرد الکترونی خواهد داشت.

این پایان نامه در ۴ فصل تدوین شده است. در فصل دوم آشنایی با مفاهیم اولیه چون فناوری نانو یا فناوری ساختارهای نانو، نیمرساناها، بلورهای نیمرسانا، ساختار نواری، نانو ساختارهای نیمرسانا، چگالی حالات، جرم موثر، معادله بولتزمن، میدان مغناطیسی و تراز لاندائو مورد بررسی قرار می گیرد. و در فصل سوم ترابرد گاز الکترونی دو بعدی (چاه کوانتمی) تحت تابش تراهرتز بررسی می شود. در فصل چهارم ترابرد غیر خطی الکترونی در یک سیم کوانتمی تحت تابش تراهرتز و در حضور میدان مغناطیسی قوی عمود بر امتداد سیم به صورت نظری بررسی می گردد. که با محاسبه تابع موج دستگاه و استفاده از هامیلتونی فروهلیچ<sup>۱۳</sup> و قاعده طلایی فرمی<sup>۱۴</sup> آهنگ گذار اپتیکی الکترون از حالت  $i$  به حالت  $f$  محاسبه می گردد. سپس می توان زمان واهلش، رسانندگی، آهنگ اتلاف انرژی الکترون را برای یک سیم کوانتمی به دست آورد. و نمودارهای حاصل از محاسبات عددی را برای  $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$  نامتجانس انجام داد و به روی نتایج بدست آمده بحث کرد.

---

<sup>۱۳</sup>Frohlich Hamiltonian

<sup>۱۴</sup>Fermi's golden rule

## فصل ۲

### مروری بر مفاهیم اولیه

#### ۱.۲ نانو فناوری

نانو فناوری یک دانش به شدت میان رشته ای است که قدمتش به چند دهه پیش باز می گردد و شامل رشته هایی چون مهندسی مواد ، پزشکی، داروسازی ، زیست شناسی ، فیزیک کاربردی ، ابزارهای نیمرسانا ، ابرمولکول و حتی مهندسی مکانیک و مهندسی برق می شود [۲۰]. علوم تجربی در سال های اخیر از نانو فناوری بسیار تاثیر گرفته و متحول شده اند. بطوریکه امروزه بسیاری از تحقیقات در حوزه های علوم تجربی خواهی نخواهی با نانو فناوری پیوند می خورند. در حدود ۴۰۰ سال پیش از میلاد مسیح دموکریتوس<sup>۱</sup> فیلسوف یونانی برای اولین بار واژه اتم را که در زبان یونانی به معنی تقسیم نشدنی است، برای توصیف ذرات سازنده مواد به کار برد. از این رو شاید بتوان او را پدر فناوری و علوم نانو دانست. نانو ریشه یونانی (نانس) به معنی کوتوله می باشد. فناوری نانو موج چهارم انقلاب صنعتی، پدیده ای عظیمی که در تمامی گرایش های علمی راه یافته و با سرعت هر چه تمام در حال توسعه می باشد. و توانایی ساخت ، کنترل و استفاده ماده را در ابعاد نانومتری دارد. اندازه ذرات در فناوری نانو بسیار مهم است. چرا که در مقیاس نانو ابعاد ماده در خصوصیات آن بسیار تاثیرگذار است. و خواص اپتیکی ، شیمیایی ، بیولوژیکی تک تک اتم ها و مولکول ها با خواص توده ماده متفاوت است.

---

<sup>۱</sup>Democritos



اما بطور معمول مواد نانو به موادی که حداقل یکی از ابعاد آنها کوچکتر از ۱۰۰ نانومتر باشد گفته می شود. (یک نانومتر یک میلیاردیم متر است) [۱، ۵]. در کل می توان گفت که فناوری نانو یعنی توانایی دستکاری در چینش اتم ها و مولکول ها برای ساخت مواد نانو ساختار که در دنیای واقعی کاربرد دارند.

## ۲.۲ نیمرساناها

معمولا اجسام جامد از لحاظ عبور یا عدم عبور الکتریسیته و رسانندگی به سه دسته رسانا (فلز)، نارسانا (عایق) و نیمرسانا تقسیم می شوند. مقاومت ویژه اجسام رسانا بسیار کم ولی نارساناها، مقاومت ویژه بسیار بالایی دارند. نیمرساناها<sup>۲</sup> چنان که از اسمشان پیداست مقاومت ویژه چیزی بینابین در حد فلز و عایق دارند در جدول (۱.۲) محدوده مقاومت ویژه اجسام داده شده است. ویژگی مهم این مواد این است که رسانایی آنها با تغییر دما، برانگیختگی نوری و میزان ناخالصی به نحو قابل ملاحظه ای تغییر می کند. این قابلیت تغییر خواص الکتریکی مواد نیمرسانا از انتخاب مناسبی برای تحقیق در زمینه قطعات الکترونیکی ساخته است. کاربردهای اپتوالکترونیکی از دیگر ویژگی های بسیار مهم نیمرساناها است. از این مواد برای ساخت قطعاتی مانند دیود، ترانزیستور، تریستو، آی سی و... استفاده می کنند. ظهور نیمرساناها در علم الکترونیک انقلاب عظیمی در این علم ایجاد کرده که اختراع رایانه یکی از دستاورد های این انقلاب است. یکی از ویژگی های جالب مواد نیمرسانا که آنها را از مواد رسانا متمایز می کند چگونگی تغییر مقاومت ویژه الکتریکی آن ها است. مقاومت ویژه الکتریکی با تغییرات دما و اضافه کردن ناخالصی تغییر می کند. با افزایش دما مقاومت ویژه الکتریکی کاهش می یابد و با اضافه کردن مقدار ناخالصی به ماده نیمرسانا می توان حاملان بار الکتریکی را بطور قابل ملاحظه ای افزایش داد. آرایش نیمرساناها به دو روش مختلف انجام می گیرد. روش اول که اتم ناخالصی یک الکترون ظرفیت بیشتر از اتم های نیمرسانای ذاتی داشته باشد و روش دوم که اتم ناخالصی یک الکترون ظرفیت کمتر از نیمرسانای ذاتی داشته باشد.

از مهمترین مواد نیمرسانا شناخته شده (Si, Ge) را می توان نام برد. یکی از مهمترین مشخصات نیمرساناها که در پیشرفت میکروالکترونیک مفید بوده است محدوده گاف انرژی آنها است، که آنها را از فلزات و عایق ها متمایز می کند. مقاومت الکتریکی مواد رسانای خالص در دمای کم می تواند به مقدار کوچک ( $10^{-10} \Omega cm$ ) برسد و نارسانا می تواند دارای مقاومت الکتریکی به بزرگی ( $10^8 \Omega cm$ ) باشد. مقاومت الکتریکی نیمرسانا بین این دو مقدار قرار دارد.

## ۳.۲ بلورهای نیمرسانا

برخی از عناصر جدول تناوبی مانند سیلیسیوم و ژرمانیوم از خود خواص نیمرسانایی نشان می دهند. بلورهای نیمرسانا همچنین از ترکیب برخی عناصر جدول تناوبی به وجود می آیند. از ترکیب عناصر

<sup>۲</sup>Semiconductor

جدول ۱.۲: مقاومت ویژه الکتریکی چند ماده در دمای اتاق بر حسب اهم متر [۴]

ماده	مقاومت ویژه الکتریکی (اهم متر)
نقره	$1.6 \times 10^{-8}$
آلومنیوم	$2.8 \times 10^{-8}$
آهن	$10 \times 10^{-8}$
ژرمانیوم	$4.6 \times 10^{-8}$
سلسیوم	۱۰۰ - ۱۰۰۰
شیشه	$10^{10} - 10^{14}$

سه ظرفیتی گروه (III) با عناصر پنج ظرفیتی گروه (V) جدول تناوبی نیمرساناهای موسوم به ترکیبات (سه-پنج) ساخته می شوند، ترکیباتی همچون گالیوم آرسناید<sup>۳</sup>. از ترکیب عناصر دو ظرفیتی گروه (II) با عناصر شش ظرفیتی گروه (VI) جدول تناوبی نیمرساناهای موسوم به ترکیبات (دو-شش) ساخته می شوند، ترکیباتی همچون کادمیوم سولفید<sup>۴</sup>. در نهایت از ترکیبات عناصر چهار ظرفیتی گروه (IV) با عناصر شش ظرفیتی گروه (VI) جدول تناوبی نیمرساناهای موسوم به ترکیباتی (چهار-شش) ساخته می شوند، ترکیباتی همچون سیلیسیم کاربرد [۴].

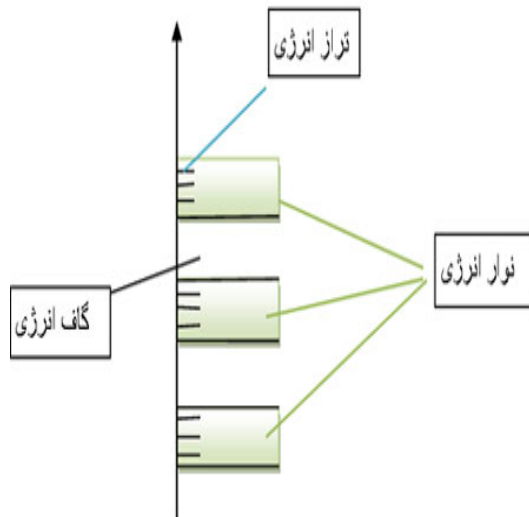
## ۴.۲ ساختارهای نواری

همانطور که می دانیم الکترون ها در مدار معینی که هر یک انرژی ویژه ای دارند در اطراف هسته اتم حرکت می کنند. این مقدار انرژی را تراز انرژی آن مدار می گوییم. حالت های کوانتمی در هر اتم از تراز پایین به بالا توسط الکترون های آن اتم اشغال می شود. هر تراز انرژی تنها توسط یک الکترون همراه با اسپین خودش می تواند پر شود. به مجموعه بسیار نزدیک این تراز ها نوارهای انرژی می گویند. بین آخرین تراز انرژی نوار پایین با اولین تراز انرژی نوار بالا اختلاف انرژی وجود دارد. در فیزیک حالت جامد گاف نواری<sup>۵</sup> به منطقه ای از طیف انرژی در یک جامد گفته می شود که در آن منطقه هیچ تراز مجازی وجود ندارد [۱۱].

<sup>۳</sup>GaAs

<sup>۴</sup>CdSe

<sup>۵</sup>Band gap

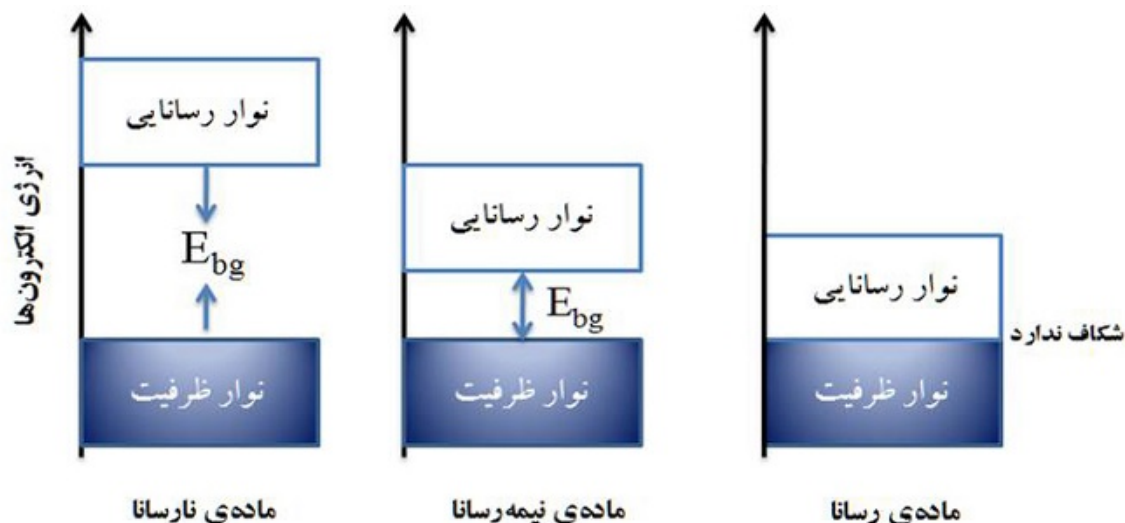


شکل ۱.۲: موقعیت قرارگیری تراز انرژی و نوار انرژی

وضعیت نوارهای انرژی در یک جامد پایه و اساس بررسی ساختار الکترونیکی آن می باشد. به منظور محاسبه خواص تراپرد الکترونی مواد محاسبه ساختار نوارهای انرژی در جامدات بلورین از مباحث مهم در فیزیک حالت جامد است. پایه و اساس این محاسبه حل معادله شرودینگر<sup>۶</sup> در حضور پتانسیل تناوبی شبکه و محاسبه ویژه مقادیر انرژی در فضای بردار موج (اندازه حرکت) است. با توجه به ساختار نواری ما قادر هستیم رسانا، نیمرسانا و نارسانا بودن یک ماده را تشخیص دهیم.

اگر در ساختار نواری جسم جامد نوار نیمه پر وجود داشته باشد آن جسم رسانا است. زیرا الکترون های نوار نیمه پر به آسانی تحت تاثیر اختلاف پتانسیل الکتریکی که دو سر رسانا اعمال می شود می توانند تراز انرژی خود را تغییر دهند. و در رسانای الکتریکی شرکت کنند. در ساختار نواری جامدات نا رسانا، نوار نیمه پر وجود ندارد و گاف انرژی در جامدات نارسانا بسیار بزرگ است و در این موارد رسانایی الکتریکی انجام نمی شود و در نهایت در ساختار نواری جامدات نیمرسانا همانند نارسانا نوار نیمه پر وجود ندارد اما گاف نواری در نیمرساناها بسیار کمتر از نا رساناها است [۱۵].

<sup>۶</sup>Schrodinger equation



شکل ۲.۲: رابطه رسانایی، نارسانایی و نیمرسانایی با ضخامت نوار ممنوعه

## ۵.۲ گاف نواری مستقیم و غیر مستقیم در نیمرساناها

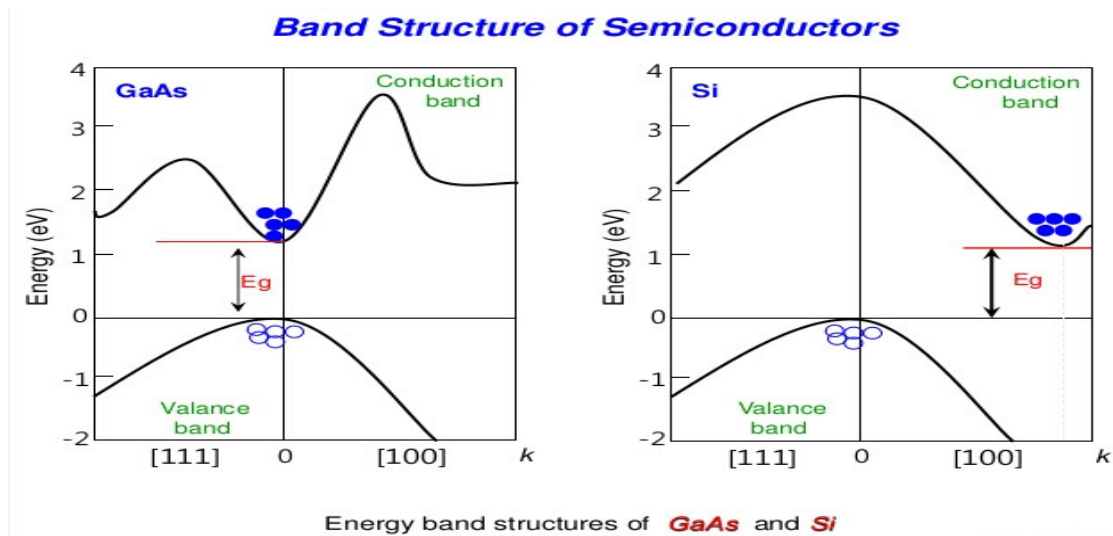
نیمرساناها به دو صورت نیمرسانا با گاف نواری مستقیم<sup>۷</sup> و نیمرسانا با گاف نواری غیر مستقیم<sup>۸</sup> تقسیم می‌شوند. اگر نمودار انرژی الکترون بر حسب اندازه حرکت را رسم کنیم، مینیمم نوار رسانش و ماکزیمم نوار ظرفیت، نسبت بهم به دو صورت واقع می‌شوند. (مطابق شکل ۳.۲).

در نمودار سمت چپ کمینه نوار رسانش و بیشینه نوار ظرفیت، در اندازه حرکت یکسانی قرار می‌گیرند و وقتی الکترون از نوار ظرفیت به نوار رسانش جهش می‌کند، تغییری در اندازه حرکت آن به وجود نمی‌آید. گالیم آرسنید و اکسید روی مثال‌هایی از این مورد هستند چنین موادی نیمرسانا با گاف نواری مستقیم نامیده می‌شوند.

در مقابل در شکل سمت راست کمینه نوار رسانش و بیشینه نوار ظرفیت، در اندازه حرکت یکسانی قرار نمی‌گیرند، بنابراین برانگیختگی یک الکترون از نوار ظرفیت به نوار رسانش نه تنها نیاز به صرف انرژی دارد، بلکه نیاز به تکانه زیاد و تغییری در اندازه حرکت آن به وجود خواهد آورد. مشابه چیزی که در سیلیکون مشاهده می‌شود این مواد را نیمرسانا با گاف نواری غیر مستقیم می‌نامیم. بطوریکه اگر در فضای بردار موج موقعیت قرار گرفتن دره نوار رسانش (CB) و قله نوار ظرفیت (VB) در  $(K=0)$  باشد آن ماده دارای گاف نواری مستقیم است ولی اگر کمینه تکانه نوار رسانش بر تکانه بیشینه نوار ظرفیت بر هم منطبق نباشد آن ماده گاف نواری غیر مستقیم دارد. در نیمرساناهای مستقیم، یک فوتون با انرژی  $h\nu$  می‌تواند با عبور مستقیم یک الکترون را از نوار ظرفیت به نوار رسانش برانگیخته کند. در نیمرساناهای

<sup>۷</sup>Direct Band gap

<sup>۸</sup>indirect Band gap



شکل ۳.۲: نمودار سمت راست گاف نواری مستقیم و نمودار سمت چپ گاف نواری غیر مستقیم [۸]

غیر مستقیم، الکترون باید دستخوش تغییر بزرگی در اندازه حرکت شود، در حالی که فوتون ها اندازه حرکت بسیار کوچکی دارند. در این موارد، برای برانگیخته کردن الکترون و عبور آن از نوار ظرفیت به نوار رسانش، می بایست انرژی فوتون بزرگ تر از گاف انرژی باشد. عبور غیر مستقیم الکترون، از نوار ظرفیت به نوار رسانش، می تواند با فونون شبکه (انرژی گرمایی) رخ دهد. در این صورت اندازه حرکت مورد نیاز، تامین می شود. در یک جامد، به دلیل برهم کنش بین اتم ها مدهای ارتعاشی داریم. کوانتوم انرژی ارتعاشی، فونون نامیده می شود. در برهم کنش فونون و فونون با الکترون ها، انرژی و اندازه حرکت مورد نیاز برای گذار تامین می شود. [۸]

## ۶.۲ نانساختارهای نیمرسانا

با توسعه تکنولوژی ساخت و مشخصه یابی، تحقیقات فراوانی بر روی نانو ساختارها متمرکز شده است و توجه دانشمندان به این شاخه از علم فیزیک به دلیل کاربرد های فوق العاده و اثرات انکار ناپذیر آن در پیشرفت زندگی بشر بوده است. نانو ساختارها را به عنوان موادی تعریف می کنند، که یکی از ابعاد آنها نانو مقیاس (ترجیحا ۱ تا ۱۰۰ نانومتر) بوده. اهمیت مقیاس نانو در تغییر خواص و ویژگی های مواد در این ابعاد است. وقتی اندازه یا ابعاد ماده بطور پیوسته از یک اندازه بزرگ یا میکروسکوپی<sup>۹</sup> به اندازه بسیار کوچک کاهش می یابد، خواص ماده ابتدا ثابت مانده سپس تغییرات اندکی شروع به ظاهر شدن می کند تا اینکه در نهایت زمانی که اندازه به کمتر از ۱۰۰ نانومتر تنزل کند تغییرات شدید می تواند در خواص ماده (از جمله خواص فیزیکی و خواص نوری و الکترونی) رخ دهد.

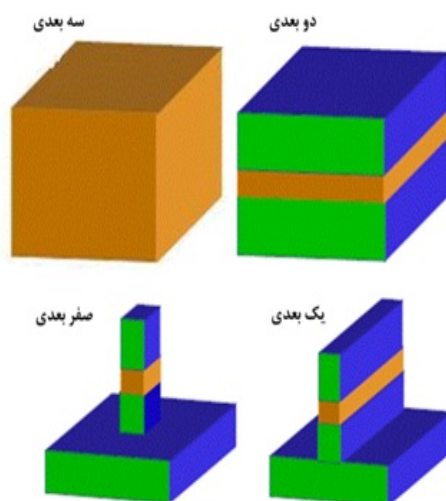
با پیشرفت فناوری و ظهور تکنیک های رشد نیمرسانا همچون روآراستی باریکه مولکولی (MBE)

<sup>۹</sup>Microscopic

و رسوب بخار شیمیایی (MOCVD) امکان نامحدودی برای طراحی ساختارهای در مقیاس نانو وجود دارد [۱۸].

امروزه نانو ساختارها کاربردهای متعددی در زمینه الکترونیک نوری پیدا کرده اند و به دلیل ظاهر شدن اثرات کوانتومی در نانوساختارها خواصشان با مواد کپه ای متفاوت است. برای نمونه اثر اندازه کوانتومی در نانو ساختارهای نیمرسانا به دلیل افزایش چگالی حامل ها در لبه نوار و محدود کردن حامل ها باعث افزایش باز ترکیب نوری آنها می شود.

ساختارهای نانو می توانند کاربرد های جدیدی در اپتوالکترونیک، حسگرها، ترانسفورماتورها و دانش زیست و پزشکی داشته باشند. از آنجاییکه محدودیت حرکت در حد چند انگستروم<sup>۱</sup> باعث بروز خواص کوانتومی برای حامل ها می شود به این ساختارها، ساختارهای کوانتومی می گویند. تقسیم بندی نانو مواد بر مبنای ابعاد، یکی از اساسی ترین تقسیم بندی های نانو ساختار است که بر اساس ابعادشان به سه دسته تقسیم می شوند.



شکل ۴.۲: نانوساختارها بر حسب تعداد ابعاد آزاد [۴]

## ۱.۶.۲ نانو مواد صفر بعدی (۰D)

موادی که در هر سه بعد دارای اندازه نانو متری می باشند، نانو ذرات نامیده می شوند. عوامل تاثیر گذار بر خواص نانو ذرات اندازه و جنس ذرات هستند. نانو ذرات کاربرد های مختلفی در صنایع مختلف از جمله اتومبیل، پزشکی، الکترونیک و صنایع نظامی و ... دارند. نانو ذرات می توانند بسته به کاربردشان در اشکال مختلف کروی، بیضوی، مکعبی، منشوری و ستونی ساخته شوند.

نانو ذرات ممکن است متشکل از یک جزء یا ترکیبی از چند جزء باشند. نقطه کوانتومی از انواع مورد

<sup>۱</sup> Angstrom

توجه نانو ذرات می باشد. وقتی ابعاد نانو ذرات نیمه هادی کمتر از چند ده نانومتر باشد اثرات کوانتومی غالب شده و تغییراتی در گاف انرژی و خواص الکترونی و نوری آنها ایجاد می شود. این تغییرات بنیادی در ویژگی ها منجر به کاربردهای فراوانی در فناوری های نوین شده است [۲۳].

## ۲.۶.۲ نانو مواد تک بعدی (1D)

نانو مواد تک بعدی دارای دو بعد در مقیاس نانو می باشند. نانو سیم ها، نانو لوله ها و نانوالیاف ها همگی جزء مواد نانو ساختار تک بعدی می باشند. از جمله عوامل تاثیر گذار روی خواص نانو ساختار تک بعدی، جنس و نسبت طول به قطر ( $l/d$ ) آنها می باشد. از مهمترین ویژگی هایشان هدایت الکتریکی آنها در راستای محور سیم است. مشابه صفر بعدی ها اگر در نانو سیم های نیمه هادی مقطع نانوسیم آنقدر کوچک باشد که اثرات کوانتومی از خود نشان دهد به آن سیم کوانتومی گویند. کاربرد سیم های کوانتومی در مقایسه با نقاط کوانتومی کمتر است ولی اهمیت آنها در حال افزایش است. و کاربرد آنها در لیزرهای سیم کوانتومی و وسایل مغناطیسی، سنسورهای شیمیایی، دیود نور گسیل<sup>۱۱</sup> و حسگرهای رطوبتی کاربرد دارند<sup>۱۲</sup> [۱۰].

## ۳.۶.۲ نانو مواد دو بعدی 2D

این مواد دارای یک بعد در مقیاس نانو هستند. مواد با یک بعد در مقیاس نانو عمدتاً شامل لایه های نازک<sup>۱۳</sup> یا پوشش های سطحی می باشند. عوامل موثر بر این نانو مواد جنس، ضخامت آنها می باشد. اگر ضخامت آنها در ابعاد نانو باشد نانو لایه<sup>۱۴</sup> گفته می شود. نانو لایه ها، لایه هایی به ضخامت ۱ تا ۱۰۰ نانومتر بوده که بصورت لایه ای روی مواد دیگر قرار می گیرند و باعث تغییر خواص و ویژگی آنها می شوند. لایه های نازک کاربرد های فراوانی در حوزه های مختلف دارند در ساخت ادوات الکترونیکی، اپتیکی، به طور گسترده لایه های نازک مورد استفاده قرار می گیرند. همچنین لایه های نازک در ایجاد ویژگی های سطحی دلخواه مثل مقاومت به خوردگی، مقاومت به سایش و... کاربردهای فراوانی دارند. در لایه های نازک و در مواد نیمه هادی اگر ضخامت به حدی کم باشد که اثرات کوانتومی غالب شود به لایه های نازک، چاه کوانتومی می گویند. در لایه های نازک اغلب نیاز است که ضخامت در تمامی مکان ها یکسان باشد [۱۷].

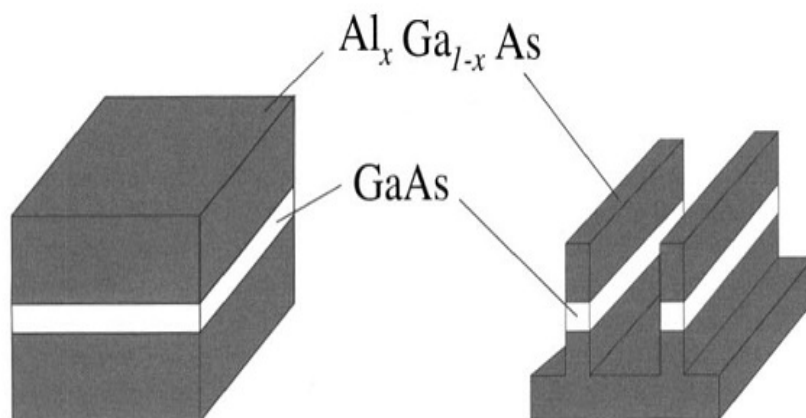
<sup>۱۱</sup>Light-emitting diode

<sup>۱۲</sup>Humidity Sensors

<sup>۱۳</sup>Thin film

<sup>۱۴</sup>Nano Coverage

## ۷.۲ ساختار نامتجانس



شکل ۵.۲: نمای شماتیک ساختار نیمرسانای نامتجانس

ساختاری ساندویچ مانند است که از دو نوع نیمرسانا تشکیل شده است. به طوریکه مطابق شکل (۵.۲) نیمرسانای  $(AlGaAs)$  بصورت یک لایه پوششی و  $(GaAs)$  بصورت یک لایه با گاف نواری کوچکتر بصورت یک لایه میانی قرار گرفته است. برای داشتن یک ساختار نامتجانس خوب می بایست ثابت شبکه هر دو نیمرسانا با هم برابر باشد. به خاطر چنین ویژگی در سال های اخیر مطالعات زیادی بر روی ساختارهای نامتجانس  $(Al_xGa_{1-x}As/GaAs)$  انجام گرفته است. خواص یک نیمرسانای نامتجانس به شدت به خواص شیمیایی و فیزیکی هر دو نیمرسانا بستگی دارد.

## ۸.۲ چگالی حالات (DOS)

با توجه به مطالعات انجام گرفته همانطور که می دانیم تعداد حالات الکترونی در نوار رسانش و نوار ظرفیت بسیار زیاد است. برای بیان تعداد این حالات از مفهوم چگالی حالات<sup>۱۵</sup> استفاده می کنیم که بیانگر تعداد حالاتی است که انرژی آنها بین  $E$  و  $dE$  است. به عبارتی تعداد حالات در دسترس در واحد انرژی در واحد حجم چگالی حالات نام دارد. به علت وجود تقارن کافی است که چگالی حالات را در منطقه اول برلوتن بدست آورد. باید بدانیم که توزیع الکترونی در طیف انرژی توسط چگالی حالات تعیین می شود [۳] و می توان با آن نحوه ی توزیع مشارکت اوربیتال های مختلف را در ترکیب مشاهده

<sup>۱۵</sup>Density of States



نمود. در واقع می توان اینگونه نتیجه گرفت که چگالی حالات به شدت تحت تاثیر ابعاد فضای سیستم می باشد.

چگالی حالات مفهوم پر اهمیتی است که می تواند خواص فیزیکی مهمی نظیر جذب اپتیکی، خواص ترابرد و خواص مغناطیسی مواد را توصیف کند. برای مجموعه ای از ویژه مقادیر انرژی چگالی حالات (DOS) با رابطه زیر بیان می شود [۲۵]:

$$N(E) = \frac{1}{l} \sum_n \sum_i \int dk \delta(k - k_i) \left| \frac{\delta \varepsilon}{\delta k} \right|^{-1} \quad (1.2)$$

که در این رابطه  $k_i$  ها ریشه های معادله  $E - \varepsilon(k) = 0$  و  $l$  طول کل منطقه بریلوئن می باشد. بنابراین تعداد حالات الکترونی قابل دسترس در واحد حجم در بازه انرژی که آنها بین  $E$  و  $dE$  است. برای یک دستگاه سه بعدی [۹] برابر است با :

$$\frac{4\pi k^3 dk}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3} = \frac{4\pi k^3 dk v}{8\pi^3} = \frac{k^3 dk v}{2\pi^2} \quad (2.2)$$

بنابراین تعداد حالات مجاز انرژی برابر است با :

$$N(E)dE = \frac{k^3 dk}{2\pi^2} \quad (3.2)$$

با جایگذاری

$$k^3 dk = \frac{(m^*)^{3/2} E^{1/2} dE \sqrt{2}}{\hbar^3} \quad (4.2)$$

به دست می آید:

$$N(E)dE = \frac{(m^*)^{3/2} E^{1/2} dE}{\sqrt{2}\pi^2 \hbar^3} \quad (5.2)$$

با ساده سازی و با توجه به اینکه یک الکترون می تواند دو حالت اسپین در دو جهت مخالف داشته باشد و با احتساب ضریب واگنی<sup>۱۶</sup> یعنی لحاظ نمودن ضریب ۲ بخاطر اسپین مخالف داریم:

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}(m^*)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}}{\pi^2 \hbar^3} \quad (۶.۲)$$

• چگالی حالات دو بعدی :

برای یک سیستم دو بعدی در سطح  $(\frac{2\pi}{L})^2$

$$N(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \quad (۷.۲)$$

• چگالی حالات یک بعدی :

و در یک سیستم یک بعدی در طول  $(\frac{2\pi}{L})$

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}(m^*)^{\frac{1}{2}} E^{-\frac{1}{2}}}{\pi \hbar} \quad (۸.۲)$$

• چگالی حالات صفر بعدی :

$$N(E) = 2\delta(E_g - E) \quad (۹.۲)$$

و در نهایت می توان اینگونه نوشت که چگالی حالات های کل برابر جمع چگالی حالات در نوار انرژی است:

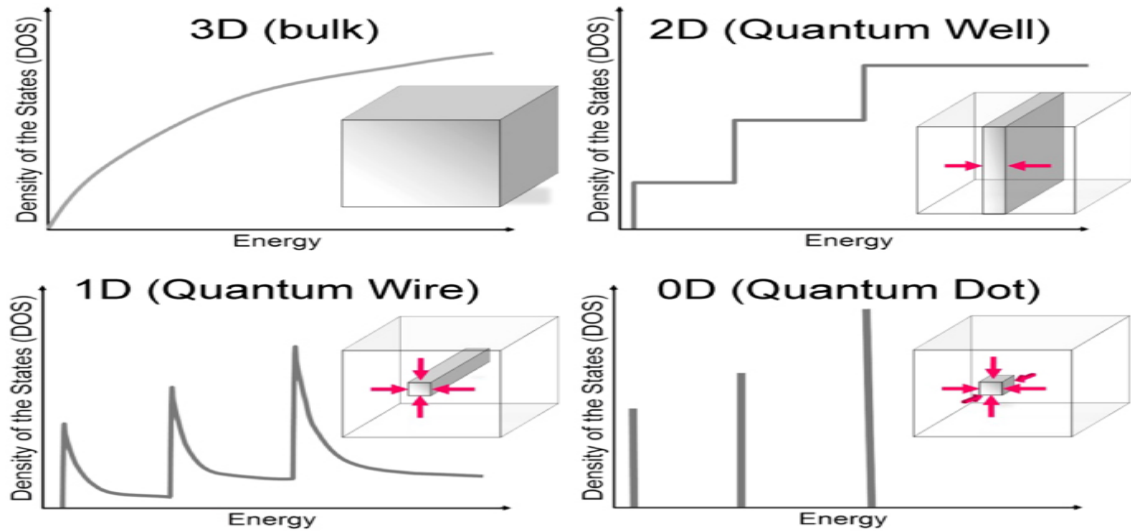
$$N(E) = g_s \sum_n N_n(E)$$

$$N(E) = \frac{1}{v} \sum_k \delta(E - E_n k)$$

$$n_e = \int_0^\infty N(E) f(E) dE \quad (۱۰.۲)$$

بنابراین چگالی الکترون ها را نیز می توان از طریق رابطه (۱۰.۲) از روی چگالی حالات الکترونی بدست آورد. که  $f(E)$  تابع توزیع الکترون ها است.

<sup>۱۶</sup>Diners factor



شکل ۶.۲: طرح شماتیک چگالی حالات الکترونی برای نانو ساختارهای مختلف [۹]

## ۹.۲ جرم موثر

ابتدا می بایست تعریف دقیقی از جرم موثر کرد<sup>۱۷</sup>. همانطور که می دانیم الکترون ها در یک بلور ممکن است به گونه ای رفتار کنند که جرمی متفاوت از جرم الکترون آزاد  $m_0$  داشته باشند. که می تواند این مقدار خیلی بزرگتر یا خیلی کوچکتر از  $m_0$  باشد، که به آن جرم موثر  $m^*$  می گویند. حال اگر الکترونی با جرم در حالت سکون  $m_0$  در خلا بین دو صفحه موازی تحت تاثیر یک میدان الکتریکی  $E$  حرکت نماید بنابر قانون دوم نیوتن نیروی وارد بر الکترون عبارت است از  $F = -qE = m_0 \frac{dv_g}{dt}$  که  $v_g$  سرعت گروه می باشد. که از رابطه:

$$v_g = \frac{d\varepsilon}{dp} = \frac{1}{\hbar} \frac{d\varepsilon}{dk} \quad (11.2)$$

محاسبه می گردد. از طرفی الکترون های درون بلور تحت تاثیر میدان های داخلی با ساختمان داخلی برخورد نموده و شتاب می گیرند. در حقیقت حرکت الکترون های درون یک بلور را فقط به وسیله مکانیک کوانتومی می توان توضیح داد. در این حالت بجای  $m_0$  یک جرم موثر برای الکترون در نظر می گیریم. به طوریکه جرم موثر یک کمیت بسیار مهم در نیمرساناها است و در بزرگی تحریک پذیری حامل ها موثر است [۱۹] و از روی انحناهای سهمی در  $CB$  (نوار رسانش) و  $VB$  (نوار ظرفیت) می توان جرم موثر به الکترون و حفره نسبت داد. محاسبات نظری و اندازه گیری های تجربی مختلفی برای تعیین جرم موثر به کار رفته است. بنابر این با توجه به معادله شروودینگر:

<sup>۱۷</sup>Effective mass

$$\frac{-\hbar^2}{2m^*} \Delta^2 \psi + V(\vec{r})\psi = \varepsilon\psi \quad (12.2)$$

اگر تغییرات سرعت گروه نسبت به زمان  $\frac{d\varepsilon}{dk} = \hbar^{-1} \left[ \frac{d^2\varepsilon}{dk^2} \frac{dk}{dt} \right]$  و  $\frac{dv_g}{dt} = \hbar^{-1} \left[ \frac{d^2\varepsilon}{dk^2} \right]$  بنابراین معادله جرم موثر اینگونه می شود:

$$m_n^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2\varepsilon}{dk^2}} \quad (13.2)$$

ما می توانیم مقدار جرم موثر را از طریق آزمایش تشدید سیکلوترون در آزمایشگاه به دست آوریم.

## ۱۰.۲ پدیده های خطی و غیر خطی

وقتی یک باریکه اپتیکی به سمت یک ماده تابیده می شود، باعث تغییر در نوسان اتم های آن ماده می شود. در یک محیط خطی مقدار جابجایی الکتریکی متناسب با بزرگی میدان الکتریکی اعمال شده به آن می باشد، و اتم ها با همان فرکانس اعمال شده نوسان می کنند. فوتونی که انرژی آن معادل با انرژی گذار بین زیر نوارهای محیط است، می تواند تغییرات زیادی در ثابت دی الکتریک محیط ایجاد نماید و باعث تغییر در ضریب شکست و ضریب جذب اپتیکی محیط شود. در اپتیک خطی جابجایی الکتریکی، یک تابع خطی از میدان الکتریکی است. وقتی شدت نور اعمال شده یا به عبارتی میدان الکتریکی به اندازه کافی بزرگ باشد، ماده مورد نظر از خود پاسخ غیر خطی نشان می دهد. اپتیک غیر خطی به مطالعه پدیده هایی می پردازد که ناشی از تغییرات خواص اپتیکی محیط توسط نور اعمال شده به آن محیط است. موضوع اپتیک غیر خطی با کشف هماهنگ مرتبه دوم توسط فرانکین در سال ۱۹۶۱ آغاز شد [۲۴].

## ۱۱.۲ پدیده تراهرتز

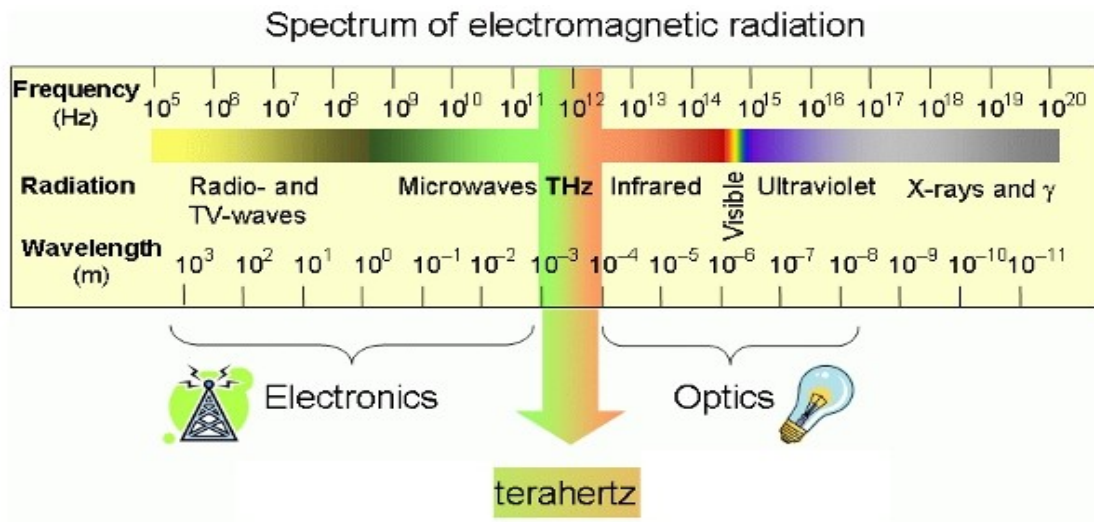
در فیزیک تابش تراهرتز<sup>۱۸</sup>، قسمتی از امواج الکترو مغناطیسی است. این ناحیه از انتهای طیف امواج ماکروویو<sup>۱۹</sup> شروع می شود و تا قسمت های انتهایی طیف مادون قرمز<sup>۲۰</sup> ادامه می یابد. که به این فاصله شکاف تراهرتز<sup>۲۱</sup> اطلاق می گردد. که فرکانس انتشار آن ها بین ۰.۱ تا ۱۰ THz است و دارای طول موج ۳ میلی متر تا ۳۰ میکرومتر می باشد. شکل (۷.۲) محدوده امواج تراهرتز را در طیف امواج الکترومغناطیسی نشان می دهد [۳۰].

<sup>۱۸</sup> Terahertz

<sup>۱۹</sup> Microwaves

<sup>۲۰</sup> Infrared

<sup>۲۱</sup> Terahertz gap



شکل ۷.۲: طرح شماتیک از امواج الکترومغناطیس در ناحیه فرکانس تراهرتز که بین ناحیه های فرکانس الکترونیک و اپتوالکترونیک قرار گرفته است.

تا چند دهه قبل محققان قادر به مطالعه دقیق اثر تابش تراهرتز بر روی مواد نبودند چون آن ها منابع تراهرتز قابل اطمینان در اختیار نداشتند. بررسی و تحقیقات در حال انجام منجر به تولید منابع و آشکارساز ها در این محدوده شده و تحقیق در این حوزه را تشدید کرده است. از جمله مهمترین منابع تابش تراهرتز می توان به لیزر الکترون آزاد اشاره کرد [۱۶].

## ۱۲.۲ معادله ترابرد بولتزمن

معادله ترابرد بولتزمن یک معادله آماری از حرکت و برخورد ذرات می باشد. می توان بطور دقیق تر گفت که برای بررسی ترابرد، ساده ترین راه معادله ترابرد بولتزمن است. این معادله رفتار میانگین دستگاه را بر مبنای تابع توزیع محاسبه می کند. لودویگ بولتزمن<sup>۲۲</sup> در سال ۱۸۶۰ میلادی توسط معادله بولتزمن<sup>۲۳</sup> توزیع آماری را ارائه داد.

این معادله می تواند به وسیله تکنیک های ریاضی و عددی حل شود. از آنجا که حل این معادله بسیار دشوار می باشد. به همین دلیل روش های دیگری از جمله روش تابع گرین برای حل غیر مستقیم این معادله فراهم شده است [۲۹]. می بایست یادآوری کنیم که حامل ها در داخل ماده اعم از فلزات و نیمرساناها هنگامی که در حضور میدان های خارجی و گرادیان دما قرار می گیرند برانگیخته می شوند و شتاب می گیرند و به وسیله ناخالصی و امواج شبکه و... پراکنده می شوند. در اثر این پراکندگی انرژی

<sup>۲۲</sup>Ludwig-Boltzmann

<sup>۲۳</sup>Boltzmann equation



و تکانه خود را از دست می دهند، بطوریکه برای گذار اپتیکی حامل ها ساده ترین راه استفاده از معادله بولتزمان است. در اینجا برای توصیف ذرات از یک تابع توزیع  $f$  استفاده می کنیم که برای این منظور اگر برخوردی صورت نگیرد مختصات  $r$  و  $k$  هر الکترون طبق معادله نیمه کلاسیکی به صورت زیر تغییر خواهند کرد:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= v(k) \\ \hbar \dot{k} &= -e[E + \frac{1}{c} v \times H] = F(r, k) \end{aligned} \quad (14.2)$$

هنگامی که الکترون در زمان  $t$  در مکان  $r$ ،  $k$  و در زمان  $t - dt$  در مکان  $r - v(k)dt$ ،  $k - \frac{F}{\hbar}dt$  است، مسافت  $tv_k$  را طی می کند. ( $v_k$  سرعت جامل در حالت  $k$ ) می باشد. فرض می شود با در نظر گرفتن نیروی وارد بر سیال که در فاصله زمانی  $dt$  اعمال می شود تابع توزیع به شکل:

$$f(r, k, t) = f(r - v(k)dt, k - \frac{F}{\hbar}dt, t - dt) \quad (15.2)$$

با فرض قاعده لیوویل در حجم اشغال شده نا متغیر در فضای فاز می توان گفت که تابع توزیع الکترون در مجاورت  $r$  و در زمان  $t$  و با تابع توزیع در مجاورت  $r - tv_k$  در زمان صفر با هم برابر است

$$f_k(r, t) = f_k(r - tv_k, 0) \quad (16.2)$$

برخوردهای الکترونی به صورت وقایع کاتوره ای و کنترل نشده ای قابل توصیف هستند. آهنگ برخورد الکترون حتی در تقریب الکترون مستقل به توزیع الکترون های دیگر بستگی دارد. به دلیل اینکه اصل طرد پائولی، پراکندگی الکترون را فقط در ترازهای الکترونی خالی مجاز می داند. به علاوه توزیع الکترون هایی که از برخورد خارج می شوند، به تابع توزیع الکترونی بستگی دارد و اینکه برخوردهای الکترونی چگونه توصیف شوند به سازوکار های مهم یک برخورد خاص بستگی دارد. می توان آهنگ تغییرات تابع توزیع بر حسب زمان را بررسی کرد. بطوریکه معادله بولتزمن برای تابع توزیع  $f(k)$  برای ترابرد الکترون به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial f(k)}{\partial t} - \frac{e}{\hbar} E \cdot \frac{\partial f(k)}{\partial k} = \left[ \frac{\partial f(k)}{\partial t} \right]_{e-ph} + \left[ \frac{\partial f(k)}{\partial t} \right]_{e-i} + \left[ \frac{\partial f(k)}{\partial t} \right]_{e-e} \quad (17.2)$$

بطوریکه  $\left[ \frac{\partial f(k)}{\partial t} \right]_{e-e}$  معرف تغییرات تابع توزیع بر حسب برهم کنش الکترون-الکترون و  $\left[ \frac{\partial f(k)}{\partial t} \right]_{e-ph}$  معرف سهم برهم کنش الکترون با فونون و  $\left[ \frac{\partial f(k)}{\partial t} \right]_{e-i}$  سهم ناخالصی در سطح می باشد. آهنگ تغییرات تابع توزیع بر حسب زمان می تواند یا بر اثر پخش<sup>۲۴</sup>، میدان و یا پراکندگی قابل محاسبه باشد. بنابراین تغییرات تابع توزیع به علت وجود میدان خارجی عبارت است از:

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{field} = -\dot{k} \frac{\partial f_k}{\partial k} = \frac{-e}{\hbar} (E + \frac{1}{c} v_k \times H) \cdot \frac{\partial f_k}{\partial k} \quad (18.2)$$

با توجه به فرمول (۱۴.۲) می توان  $\dot{k}$  را استخراج کرد

$$\dot{k} = \frac{e}{\hbar} (E + \frac{1}{c} v_k \times H) \quad (19.2)$$

حال تغییرات تابع توزیع الکترون به علت پدیده پخش به شکل زیر خواهد بود:

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{diffusion} = -v_k \cdot \frac{\partial f_k}{\partial r} \quad (20.2)$$

و در نهایت احتمالی وجود دارد که یک الکترون در نوار  $n$  با بردار موج  $k$  در نتیجه یک برخورد به نوار  $n'$  با بردار موج  $k'$  پراکنده شود فرض می کنیم که اسپین الکترون در پراکندگی پایسته می ماند و پراکندگی را از نوع پراکندگی الاستیک در نظر می گیریم. احتمال چنین گذار اپتیکی از حالت  $k$  به  $k'$  به  $f_k$  و  $(1 - f_{k'})$  بستگی دارد. که معرف تدر حالت  $k$  و  $(1 - f_{k'})$  معرف تعداد جاهای خالی در دسترس است.

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{scattering} = \int \left[ (1 - f_k) f_{k'} - (1 - f_{k'}) f_k \right] W(k, k') dk' \quad (21.2)$$

که

$W(k, k')$  احتمال پراکندگی یا احتمال گذار از حالت  $k$  در نوار  $n$  به حالت  $k'$  در نوار  $n'$  است. به علت در نظر گرفتن میدان الکتریکی و مغناطیسی و گرادیان دما سیستم در یک حالت ناپایدار و نامتعادل است پس بنابراین می توان معادله ترابرد بولتزمن را به صورت زیر نوشت:

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{diffusion} + \left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{field} + \left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{scattering} = 0$$

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{diffusion} + \left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{field} = - \left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{scattering} \quad (22.2)$$

$$- v_k \cdot \frac{\partial f_k}{\partial r} - \frac{e}{\hbar} (E + \frac{1}{c} v_k \times H) \cdot \frac{\partial f_k}{\partial k} = - \left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{scattering} \quad (23.2)$$

معادله ترابرد بولتزمن یک معادله دیفرانسیل انتگرالی است که برای توصیف ترابرد حامل در نیمرساناها و توزیع گازها در فضا استفاده می شود. معادله بولتزمن بر روی تابع توزیع اعمال می شود و مشخص می کند که با چه سرعتی و با چه شیوه ایی حالت های دستگاه با اعمال نیروی اختلال متنوع تغییر می کنند.

## ۱۳.۲ میدان مغناطیسی و تراز لاندائو

کوانتش لاندائو در مکانیک کوانتمی کوانتش مدارهای حلقوی ذرات باردار در میدان مغناطیسی است. ذرات باردار فقط می توانند مدارهایی با مقادیر گسسته انرژی را پر کنند که تراز های لاندائو<sup>۲۵</sup> نام دارد. بررسی این ترازها کاربرد مهمی روی خواص فیزیکی گاز الکترون و پذیرفتاری مغناطیسی اوربیتالی دارد. تراز های لاندائو دارای تپهگنی بالایی هستند. کوانتش لاندائو به طور مستقیم مسئول نوسانات

<sup>۲۵</sup>Landau level



خواص الکترونی مواد بر اثر میدان مغناطیسی اعمال شده است [۲۱]. این اثر به افتخار فیزیکدان شوروی لولاندائو نام گذاری شده است. یک سیستم گاز الکترون دو بعدی که ذرات موجود در آن با هم هیچ گونه برهم کنشی ندارند را تحت اثر یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $B$  که عمود بر صفحه می باشد در نظر می گیریم.

به دلیل ناوردایی انتقالی هامیلتونی در طول کانال می توان ترابرد را با استفاده از امواج الکترونی که در موجبر حرکت می نماید توصیف نمود. پیمانه لاندائو را برای پتانسیل برداری از این نظر که

باعث برقراری ناوردائی انتقالی در راستای محور  $x$  است مناسب می دانیم  $A = By\hat{x}$  و  $B$  و

$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$  هامیلتونی به صورت زیر است :

$$H = \frac{1}{2m^*} \left( p - \frac{e\vec{A}}{c} \right)^2 \quad (24.2)$$

که در آن  $P$  عملگر ذاتی تکانه و  $\vec{A}$  پتانسیل برداری مغناطیسی است.

$$A = \begin{pmatrix} By \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

با این انتخاب پتانسیل برداری، عملگر هامیلتونی برای الکترون در میدان مغناطیسی ثابت به صورت زیر در می آید:

$$H = \frac{p_y^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left( p_x + \frac{eBy}{c} \right)^2 \quad (25.2)$$

معرف ویژه حالات الکترونی و ویژه مقادیر انرژی مشابه با ویژه حالات و ویژه مقادیر انرژی نوسانگر هماهنگ ساده خواهد بود.

اگر ویژه مقدار  $p_x$  را به صورت  $\hbar k$  بنویسیم آنگاه ویژه تابع همزمان به صورت زیر در می آید:

$$\psi(x, y) = e^{ik_x} v(y) \quad (26.2)$$

که در آن عبارت است از جواب معادله

$$\frac{1}{2m^*} \left[ -\hbar^2 \frac{d^2}{dy^2} + \left( \frac{eB}{c} \right)^2 \left( y + \frac{\hbar ck}{eB} \right)^2 \right] v(y) = Ev(y) \quad (27.2)$$

که دقیقاً نظیر معادله یک نوسانگر هماهنگ است که نقطه تعادل آن به جای این که در  $y = 0$  باشد در  $-y_0 = -\frac{\hbar ck}{eB}$  قرار دارد. بنابراین، می توان جواب را به صورت زیر نوشت:

$$\psi(x, y) = e^{ieBy_0 \frac{x}{\hbar c}} u(y - y_0) \quad (28.2)$$

که در آن  $u(y)$  ویژه جواب نوسانگر هماهنگ با نقطه تعادل  $y = 0$  است. مقایسه با پتانسیل نوسانگر هماهنگ  $\frac{m^* \omega^2 y^2}{2}$  نشان می دهد که

$$\omega = \frac{eB}{m^* c} \quad (29.2)$$

و ویژه مقدار های انرژی عبارت اند از:

$$E_n = \hbar \omega \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (30.2)$$

این ترازهای انرژی را ترازهای لاندائو می نامند.

## ۱۴.۲ قاعده طلایی فرمی

در قانون فیزیک کوانتومی، قانون طلایی فرمی، فرمولی است که نرخ انتقال (احتمال انتقال در هر واحد زمان) را از یک انرژی خاص از یک سیستم کوانتومی به دیگر انرژی های خاص در یک دنباله، که توسط یک اختلال ضعیف عمل می کند بررسی می کند که این نرخ ثابت است. در یک حالت خاص به سیستم هامیلتونی  $H_0$  را وارد می کنیم و اثر یک هامیلتونی متضاد  $H$  در نظر می گیریم اگر  $H$  مستقل از زمان باشد فقط به آن دسته از حالت های پیوسته منتقل می شود که انرژی مشابه با حالت های اولیه دارند. اگر  $H$  به عنوان تابعی از زمان با فرکانس  $\omega$  داشته باشد انتقال به حالت هایی با انرژی است که از انرژی از حالت اولیه متفاوت از  $\hbar \omega$  است. با توجه به نظریه اختلال وابسته به زمان، آهنگ گذار از مربع تغییرات زمانی سهم مرتبه اول دامنه گذار بدست می آید.

برای ضریب بسط مرتبه اول  $C_n^{(1)}$  (دامنه های مرتبه اول) خواهیم داشت که :

$$C_n^{(1)} = \frac{-i}{\hbar} \int_{t_0}^t \langle n | V_1(t') | i \rangle dt' = \frac{-i}{\hbar} \int_{t_0}^t e^{i\omega_{ni}t'} V_{ni}(t') dt' \quad (31.2)$$

که در آن  $V$  تابع پتانسیل است. بنابراین برای گذارهای بین  $|i\rangle \rightarrow |n\rangle$  با پایستگی دقیق انرژی داریم  $E_n = E_i$ :

$$|C_n^{(1)}|^2 = \frac{1}{\hbar^2} |V_{ni}|^2 t^2 \quad (32.2)$$

با جمع بندی احتمال گذار روی حالت نهایی داریم:

$$\sum_{n, E_n = E_i} |C_n^{(1)}|^2 \quad (33.2)$$

مرسوم است که چگالی حالات نهایی را به صورت تعداد حالات درون بازه ی انرژی  $(E, E + dE)$  به صورت  $\rho(E)dE$  تعریف کنیم. پس می توان رابطه بالا را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\sum_{n, E_n = E_i} |C_n^{(1)}|^2 \rightarrow \int dE_n \rho(E_n) |C_n^{(1)}|^2 = \frac{1}{\hbar^2} \int \sin^2 \left[ \frac{(E_n - E_i)t}{2\hbar} \right] \frac{|V_{ni}|^2}{|E_n - E_i|^2} \rho(E_n) dE_n \quad (34.2)$$

در رابطه فوق  $E_i$  و  $E_n$  به ترتیب انرژی تراز اولیه و انرژی تراز نهایی و  $\rho(E_n)$  چگالی حالات می باشند.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{|E_n - E_i|^2} \sin^2 \left[ \frac{(E_n - E_i)t}{2\hbar} \right] = \frac{\pi t}{2\hbar} \delta(E_n - E_i) \quad (35.2)$$

اینک می توان متوسط  $|V_{ni}|^2$  از انتگرال خارج کرده و انتگرال گیری روی تابع  $\delta$  را انجام داد.

$$\sum_{n, E_n = E_i} |C_n^{(1)}|^2 \rightarrow \int dE_n \rho(E_n) |C_n^{(1)}|^2 = \left( \frac{\pi}{\hbar} \right) |V_{ni}|^2 \rho(E_n) t \Big|_{E_n = E_i} \quad (36.2)$$

بنابراین برای احتمال گذار خواهیم داشت:

$$W_{i \rightarrow [n]} = \left( \frac{2\pi}{\hbar} \right) |\bar{V}_{ni}|^2 \rho(E_n) t \Big|_{E_n = E_i} \quad (37.2)$$

که مستقل از  $t$  است و نشان دهنده آن است که مرتبه اول نظریه اختلال وابسته به زمان معتبر است. این رابطه قاعده طلایی فرمی نام دارد و می توان آن را به شکل زیر نوشت:

$$W_{i \rightarrow [n]} = \left( \frac{2\pi}{\hbar} \right) |\bar{V}_{ni}|^2 \delta(E_n - E_i) \quad (38.2)$$



## فصل ۳

# ترابرد غیر خطی گاز الکترونی دوبعدی تحت تابش تراهرتز

### ۱.۳ مقدمه

برای بهره برداری از خواص ترابرد الکترونی در یک بلور نیمرسانا ضروری است که درک کاملی از تمامی عوامل تاثیر گذار بر روی حرکت الکترون داشته باشیم .

می دانیم که مهمترین مسئله در شناخت خواص فیزیکی یک ماده نیمرسانا مسئله ترابرد الکترونی آن می باشد. به منظور محاسبه خواص ترابرد الکترونی مواد دانستن ساختار نوار انرژی ضروری است. ساختار نواری نیمرسانا در نتیجه حل معادله شرودینگر<sup>۱</sup> برای الکترون های بدون برهم کنش با هم در یک پتانسیل دوره ای از شبکه بلوری است. مطالعه رسانایی الکتریکی در سیستم های مزوسکوپی یکی از اساسی ترین مسائل در فیزیک نانوساختار است. سال های اخیر علاقه روز افزونی در مورد رسانش الکتریکی و چاه کوانتومی شده است. برای مطالعه خواص ترابرد الکترونی و خواص نوری یک نیمرسانای دو بعدی آن را به صورت یک گاز الکترونی دو بعدی در نظر می گیریم [۲۸].

---

<sup>۱</sup>Schrodinger equation

محدودیت کوانتومی در یک بعد باعث گسستگی ترازهای انرژی می شود و ویژگی الکترونی، نوری جدیدی که در مواد کپه ای وجود ندارد را تولید می کند. از جمله کاربردهای گسترده گاز الکترونی دو بعدی می توان به بهره گیری از آن در قطعات الکترونی، اپتوالکترونی، لیزرهای نیمرسانا و دیویدهای نور گسیل اشاره کرد. حال اگر الکترونی را به روش روآراستی باریکه مولکولی MBE در محدوده ای در مقیاس نانومتر محبوس کنیم الکترون های رسانش بدون هیچ برخوردی داخل نمونه حرکت می کنند. و این رفتار خیلی شبیه رفتار گاز ایده ال است. بر هم کنشی که الکترون داخل نمونه انجام می دهد برهم کنش الکترون-الکترون و الکترون-فونون و الکترون-فوتون می باشد فونون ها شبه ذراتی با تکانه زیاد و انرژی کم هستند و خود را در تمامی ویژگی های الکترونی و گرمایی و نوری مواد دخیل می کنند و نقش اساسی در تحرک الکترون ها و ترابرد آنها بازی می کنند [۴].

بنابر این سهم بر هم کنش الکترون با فونون نسبت به بر هم کنش الکترون با فوتون بیشتر است. با در نظر گرفتن سهم بر هم کنش (الکترون-فونون) می توان ترابرد غیر خطی و خواص اپتیکی گاز الکترونی دو بعدی تحت میدان الکترومغناطیس (میدان لیزر) تراهترتز را با استفاده از معادله بولتزمن<sup>۲</sup> که یک معادله آماری است، بررسی کرد.

در این فصل روابط مرجع [۲۸] بازنویسی شده و برای نتایج محاسبات عددی تکرار شده است در مرجع ذکر شده نتایج برای دمای ۷۷ کلوین محاسبه شده و بطور دقیق تر می توان آهنگ گذار اپتیکی، رسانندگی، زمان واهلش، چگالی الکترون و ضرائب اپتیکی از روی معادله بولتزمن محاسبه و بستگی رسانندگی، دمای الکترونی و زمان واهلش به چگالی الکترونی را بررسی کرد.

### ۲.۳ معادله ترازمندی انرژی و تکانه

با مطالعات انجام گرفته برای توصیف ترابرد غیر خطی، گاز الکترونی دو بعدی را تحت تاثیر یک میدان تابش الکترومغناطیسی به صورت یک میدان  $ac$  به شکل  $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$  در نظر می گیریم. با در نظر گرفتن گذارهای درون زیر نواری برای الکترون در پایین ترین زیر نواری و پراکندگی الکترون-فونون به عنوان غالب ترین پراکندگی و بیش ترین اثر برهم کنش، شکل مناسب برای توصیف ترابرد الکترونی استفاده از حالت پایای معادله بولتزمن<sup>۳</sup> است [۲۶، ۱۲].

$$\frac{\partial f_n(k, t)}{\partial t} + \frac{F}{\hbar} \frac{\partial f_n(k, t)}{\partial k_x} = I_n(k, t) \quad (1.3)$$

که در آن  $f_n(k, t)$  تابع توزیع تکانه (اندازه حرکت) برای یک الکترون در حالت  $|k, n\rangle$  در زمان  $t$  است و  $I_n(k, t)$  سهم پراکندگی که معادل است با :

<sup>۲</sup>Boltzmann equation

<sup>۳</sup>steady-state Boltzmann

$$I_n(k, t) = g_s \sum_{k', n'} \left[ f_{n'}(k', t) W_{nn'}(k, k') - f_n(k, t) W_{n'n}(k', k) \right] \quad (۲.۳)$$

$g_s = ۲$  تبهگینی اسپینی و  $W_{n'n}(k', k)$  نرخ انتقال الکترون از حالت پایدار  $|k, n\rangle$  به حالت برانگیخته  $|k', n'\rangle$  و  $F = -eE(t)$  نیروی توسط میدان تابش بر الکترون است. بنابراین از مناسب ترین شکل تابع توزیع برای یک سیستم با فرض چگالی الکترون کم و درجه حرارت نسبتاً بالا می توان استفاده کرد و معادلات ترازمندی را به دست آورد:

$$f_n(k, t) = f \left[ E_n \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar}, k_y \right) \right] \quad (۳.۳)$$

$f(x) = e^{\left(\frac{-x}{k_B T_e}\right)}$  که  $T_e$  درجه حرارت الکترون و  $k_B$  ثابت بولتزمن می باشد. طیف انرژی گاز الکترون ( $۲DEG$ ) به صورت زیر می باشد:

$$E_n(k_x, k_y) = E_n(k) = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} \quad (۴.۳)$$

$$= \varepsilon_n + \varepsilon \quad (۵.۳)$$

که  $m^*$  جرم موثر و  $\varepsilon_n$  انرژی  $n$  امین زیر نوار الکترونی است. با در نظر گرفتن ملاحظات بالا می توان چگالی حالت ها را برای یگ گاز الکترونی دو بعدی همانطور که قبلاً به دست آوردیم را بار دیگر یادآوری کنیم:

$$n_e = \left( \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \right) \sum_n \int_0^\infty dE f(E, \varepsilon_n) \quad (۶.۳)$$

می توان معادله ترازمندی انرژی و تکانه را از معادلات بولتزمن استخراج کرد بنابراین با استفاده گسسته سازی

$$\frac{df_n(k, t)}{dk_x} = \frac{df_n(k, t)}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dk_x}$$

$$\frac{df_n(k, t)}{dt} = \frac{df_n(k, t)}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dt}$$



با به دست آوردن :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = (i\hbar\omega v)(k_x - \frac{m^*v}{\hbar}) \text{ و } \frac{df_n(k,t)}{d\varepsilon} = \frac{df_n(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon}$$

$$\frac{df_n(k,t)}{dt} = (i\hbar\omega v)(k_x - \frac{m^*v}{\hbar}) \frac{df(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon} \quad (۷.۳)$$

و با به دست آوردن :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = (\frac{\hbar^2 v}{m^*})(k_x - \frac{m^*v}{\hbar}) \text{ و } \frac{df_n(k,t)}{d\varepsilon} = \frac{df_n(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon}$$

$$\frac{df_n(k,t)}{dk_x} = (\frac{\hbar^2 v}{m^*})(k_x - \frac{m^*v}{\hbar}) \frac{df(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon} \quad (۸.۳)$$

حاصل انتگرال های رابطه (۹.۳) به شکل زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \int d^2k \frac{df_n(k,t)}{dt} &= \int d^2k \frac{df_n(k,t)}{dk_x} \\ &= \int d^2k k_y \frac{df_n(k,t)}{dt} \\ &= \int d^2k k_y \frac{df_n(k,t)}{dk_x} \quad (۹.۳) \\ &= \int d^2k k_x k_y \frac{df_n(k,t)}{dt} \\ &= \int d^2k k_x k_y \frac{df_n(k,t)}{dk_x} = 0 \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن  $d^2k = k dk d\phi$  و  $k_x = k \cos \phi$  و  $k_y = k \sin \phi$  و  $\int_0^\infty \cos d\phi$  و قرار گرفتن یک تابع فرد در بازه زوج جواب انتگرال های معادله (۹.۳) همگی صفر می شوند. سپس با کمک گرفتن از معادله های (۷.۳) و (۸.۳) و چگالی حالات گاز الکترون دو بعدی  $(n_e)$  و انرژی  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$  و طیف انرژی گاز الکترون دو بعدی  $E_n(k) = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[ (k_x - \frac{m^*v}{\hbar})^2 + k_y^2 \right]$  و محاسبه یک سری از انتگرال ها به صورت زیر خواهد بود که :

$$\sum_n \int d^2k k_x \frac{df_n(k,t)}{dt} = -i\omega \frac{2\pi^2 n_e m^* v}{\hbar} \quad (۱۰.۳)$$

$$\sum_n \int d^2k k_x \frac{df_n(k,t)}{dk_x} = -2n_e \pi^2 \quad (۱۱.۳)$$

$$\sum_n \int d^3k E_n(k) \frac{df_n(k, t)}{dt} = -2i\omega\pi^2 n_e m^* v \quad (12.3)$$

$$\sum_n \int d^3k E_n(k) \frac{df_n(k, t)}{dk_x} = -2\pi^2 \hbar n_e v \quad (13.3)$$

### ۱.۲.۳ رسانندگی و وارون زمان واهلش گاز الکترونی دو بعدی

در توضیحات قبل گفتیم که می توان معادله ترازمندی تکانه و انرژی را از معادله بولتزمن استخراج کرد. بنابراین برای به دست آوردن رسانندگی یک گاز الکترونی دو بعدی تحت تابش الکترومغناطیس تراهرتز کافی است که  $\sum_{n, k_x} k_x$  را در طرفین معادله بولتزمن ضرب نماییم تا به معادله ترازمندی تکانه<sup>۴</sup> برسیم بنابراین:

$$\sum_{n, k_x} k_x \frac{df_n(k, t)}{dt} - \sum_{n, k_x} k_x \frac{eE}{\hbar} \frac{df_n(k, t)}{dk_x} = 2 \sum_{n', k'_x} \sum_{n, k_x} k_x \left[ f_{n'}(k', t) - f_n(k, t) \right] W_{n'n}(k', k) \quad (14.3)$$

و از تبدیل جمع روی همه بردارهای موج به انتگرال:

$$\sum_{n, k} k_x \frac{df_n(k, t)}{dt} \rightarrow \frac{1}{2\pi^2} \sum_n \int d^3k k_x \frac{df_n(k, t)}{dt}$$

با استفاده از معادله (۱۱.۳) و (۱۴.۳) و استفاده از این تقریب که در حضور تابش تراهرتز و اعمال میدان مغناطیسی ضعیف  $dc$  میانگین سرعت در مقایسه با بردار موج بسیار کوچک است،  $\hbar v k_x \ll k_B T_e$ ، می توان نوشت:

$$f_n(k, t) = f_n(\varepsilon_n + \varepsilon) - \hbar v k_x \frac{df_n(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon} \quad (15.3)$$

$$\frac{-i\omega n_e m^* v}{\hbar} + \frac{eE n_e}{\hbar} = \frac{-\hbar v}{2\pi^2} \sum_{n, n'} \iint d^3k d^3k' k_x [k_{x'} - k_x] \frac{df_n(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon} W_{n'n}(k', k)$$

$$-i\omega n_e m^* v + eE n_e = \frac{-m^* n_e v}{\tau} \quad (16.3)$$

<sup>۴</sup>Momentum balance equation

و با در نظر گرفتن  $J = \sigma E$  و  $J = -env$  و  $E = \frac{en_e v}{\sigma}$  به عنوان چگالی جریان رسانندگی حاصل به شکل زیر خواهد بود:

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^* (1 - i\omega\tau)} \quad (17.3)$$

رسانندگی از دو قسمت حقیقی و موهومی تشکیل شده است. می توان قسمت حقیقی رسانندگی را به این شکل نوشت:

$$Re(\sigma) = \frac{n_e e^2 \tau}{m^* (1 + (\omega\tau)^2)} \quad (18.3)$$

از روی رسانندگی می توان زمان واهلش را نیز به دست آورد. بنابراین برای محاسبه وارون زمان واهلش طرفین رابطه (۱۹.۳) را در  $\sum_{n, k_x} k_x$  ضرب می نماییم.

$$\frac{1}{\tau} \left[ f_n(k, t) - f_n^\circ(k, t) \right] = -2 \sum_{n', k_x'} \left[ f_{n'}(k', t) - f_n(k, t) \right] W_{n', n}(k', k) \quad (19.3)$$

$$\frac{1}{\tau} \sum_{n, k_x} k_x \left[ f_n(k, t) - f_n^\circ(k, t) \right] = -2 \sum_{n', k_x'} \sum_{n, k_x} k_x \left[ f_{n'}(k', t) - f_n(k, t) \right] W_{n', n}(k', k) \quad (20.3)$$

با استفاده از رابطه های (۱۱.۳) و (۱۵.۳) و رجوع به فرمول (۸.۳) و نوشتن آن به صورت:

$$\left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right) \frac{df_n(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{m^*}{\hbar^2} \frac{df_n(k, t)}{dk_x}$$

و با استفاده از انتگرال جز به جز به دست می آید:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\hbar^2}{4m^* \pi^2 n_e} \sum_{n, n'} \int d^2 k d^2 k' k_x \left[ k_{x'} - k_x \right] \frac{df_n(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon} W_{n', n}(k', k) \quad (21.3)$$

### ۲.۲.۳ اتلاف انرژی (قدرت رسانندگی) یک گاز الکترونی دو بعدی

برای به دست آوردن قدرت رسانندگی یک گاز الکترونی دو بعدی تحت تابش تراهرتز با ضرب کردن  $\sum_{n,k} E_n(k)$  در طرفین رابطه بولتز من می توان معادله ترازمندی انرژی<sup>۵</sup> را استخراج کنیم:

$$\sum_{n,k} E_n(k) \frac{df_n(k,t)}{dt} - \sum_{n,k} E_n(k) \frac{eE}{\hbar} \frac{df_n(k,t)}{dk_x} =$$

$$2 \sum_{n',k'} \sum_{n,k} E_n(k) \left[ f_{n'}(k',t) - f_n(k,t) \right] W_{n',n}(k',k) \quad (22.3)$$

از تبدیل جمع روی همه بردار موج به انتگرال و استفاده از رابطه (۱۲.۳)

$$\sum_{n,k} E_n(k) \frac{df_n(k,t)}{dt} \rightarrow \frac{1}{2\pi^2} \sum_n \int d^2k E_n(k) \frac{df_n(k,t)}{dt}$$

حاصل طرف چپ (جمله اول) معادله فوق برابر می شود با  $(-i\omega n_e m^* v^2)$  و با کمک از معادله (۱۳.۳) حاصل عبارت

$$\sum_{n,k} E_n(k) \frac{eE}{\hbar} \frac{df_n(k,t)}{dk_x}$$

که جمله دوم طرف چپ می باشد. برابر است با  $(eEn_e v)$  و در نهایت با استفاده از معادله (۱۵.۳) و جایگذاری طیف انرژی در طرف راست معادله اصلی (معادله بولتزمن)

$$E_n(k) = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[ \left( k_x - \frac{m^*v}{\hbar} \right)^2 + k_y^2 \right]$$

$$\frac{1}{2\pi^2} \left[ \sum_{n,n'} \iint f_n(\varepsilon_n + \varepsilon) [E_{n'}(k') - E_n(k)] d^2k d^2k' W_{n',n}(k',k) + \right.$$

$$\left. \frac{\hbar v}{2} \left( k'_x \left( k'_x - \frac{m^*v}{\hbar} \right) \frac{df_n(k,t)}{dk'_x} - k_x \left( k_x - \frac{m^*v}{\hbar} \right) \frac{df_n(k,t)}{dk_x} \right) d^2k d^2k' \right] W_{n',n}(k',k)$$

در نهایت برای ساده سازی فرمول فوق از رابطه های (۱۰.۳) و (۱۱.۳) و جایگذاری روابط صحیح در

<sup>۵</sup>Energy-balance equation

طرفین معادله و استفاده از  $(V_{ave} = \frac{-eE\tau}{m^*})$  اتلاف ناشی از پراکندگی های الکترون - فونون را به دست آورد:

$$\sigma E^2 = -\frac{1-iw\tau}{4\pi^4} \sum_{n',n} \int f_n(\varepsilon_n + \varepsilon) [E_{n'}(k') - E_n(k)] d^3k d^3k' W_{n',n}(k', k) \quad (23.3)$$

### ۳.۳ حالت های الکترونی

در بررسی رفتار گاز الکترونی دو بعدی<sup>۶</sup> حل معادله شرودینگر بس ذره ایی دستگاه گامی مهم و اساسی به شمار می رود. این معادله می تواند با استفاده از عملگر هامیلتونی  $H$  تحول زمانی را تعیین کند. بنابراین

$$H\psi(r, t) = i\hbar \frac{d}{dt} \psi(r, t) \quad (24.3)$$

که  $\psi(r, t)$  تابع موج بس ذره ایی دستگاه است. بنابراین می توان معادله فوق را برای یک سیستم گاز الکترونی دو بعدی که تحت تابش تراهرتز در جهت محور  $x$  با فرکانس  $w$  و میدان  $ac$  قرار گرفته به این صورت نوشت

$$i\hbar \frac{d\psi(r, t)}{dt} = \frac{(p_x + \frac{eA(t)}{c})^2}{2m^*} \psi(r, t) + \frac{p_y^2}{2m^*} \quad (25.3)$$

که  $m^*$  جرم موثر الکترون و  $A(t)$  پتانسیل برداری تابش که معادل است با:

$$A(t) = \frac{Ec}{w} \sin(wt) \hat{x}$$

بنابراین می توان جواب دقیق معادله شرودینگر را با به کارگیری یا اعمال یک عملگر یکانی به دست آورد [۱۴]:

$$U^\dagger (H - i\hbar \frac{d}{dt}) U = H_0 - i\hbar \frac{d}{dt} \quad (26.3)$$

حاصل هامیلتونی در غیاب تابش با هامیلتونی در برابر تابش در یک جمله با هم تفاوت دارند.

هامیلتونی در غیاب تابش:

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{p_y^2}{2m^*} \quad (27.3)$$

هامیلتونی در حضور تابش:

$$H = \frac{(p_x + \frac{eA}{c})^2}{2m^*} + \frac{p_y^2}{2m^*} \quad (28.3)$$

با توجه به اینکه  $U(t)$  به عنوان یک عملگر یکانی است

$$U(t) = \exp\left(\frac{iU_1(t)}{\hbar}\right) \exp\left(\frac{iU_2(t)p_x}{\hbar}\right) \quad (29.3)$$

با رجوع به رابطه (۲۶.۳) و جایگذاری هامیلتونی در حضور تابش و در غیاب تابش و اثر عملگر یکانی رابطه فوق به این شکل در می آید:

$$\frac{e^2 A^2}{2m^* c^2} + \frac{p_x e A}{2m^* c} + U_1 \dot{(t)} + p_x U_2 \dot{(t)} = 0 \quad (30.3)$$

اگر بجای  $A$  پتانسیل برداری در روابط معادلش را بگذاریم  $A = \frac{cE}{w} \sin(wt)$  بنابراین:

$$U_1 \dot{(t)} = -\frac{e^2 E^2}{2m^* w_0^2} \sin^2(wt)$$

$$U_2 \dot{(t)} = -\frac{eE}{m^* w_0} \sin(wt)$$

$$U_1(t) = \hbar \gamma_1 [\sin^2 wt - \frac{1}{2}] \quad (31.3)$$

$$U_2(t) = \gamma_0 [1 - \cos wt] \quad (32.3)$$

که  $\gamma_0 = \frac{eE}{m^*w^2}$  و  $\gamma_1 = \frac{e^2 E^2}{\hbar m^* \hbar w^3}$  انرژی متوسط القایی به سبب برهم کنش الکترون با میدان لیزر است. حال ویژه تابع الکترون آزاد به این شکل نوشته می شود:

$$\phi(r, t) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{-i\varepsilon_{n,k_x} t} e^{ik_x x} e^{ik_y y} \quad (33.3)$$

که  $L$  ابعاد لایه می باشد. می توان حالت الکترونی وابسته به زمان برای حرکت الکترون در صفحه  $xy$  برای یک گاز الکترونی دو بعدی در حضور یک میدان لیزر  $ac$  و با استفاده از تبدیلات یکانی و جایگذاری  $U_1(t)$  و  $U_2(t)$  در معادله (۲۹.۳) و عمل کردن آن بر روی ویژه تابع الکترون آزاد به دست آورد.

$$\psi(r, t) = U(t)\phi(r, t) \quad (34.3)$$

$$\psi_k(x, y, t) = \frac{1}{L} e^{i\gamma_1 [\sin(wt) - \gamma_2 wt]} e^{i\gamma_0 k_x [1 - \cos(wt)]} e^{\frac{iE(k)t}{\hbar}} e^{ik_x x} e^{ik_y y} \quad (35.3)$$

### ۴.۳ برهم کنش الکترون با فونون طولی نوری

در حضور یک میدان محرک قوی، الکترون های رسانش در سیستم شروع به گرم شدن می کنند. بنابراین برهم کنش الکترون با فونون طولی نوری<sup>۷</sup> با شدت بیشتری نسبت به فوتون ها<sup>۸</sup> انجام می گیرد. بنابراین سهم برهم کنش الکترون با فونون ها در رسانش و تحرک پذیری غالب تر می باشد. به گونه ای که به عنوان کانال اساسی برای واهلش الکترون ها هستند. بنابراین در نیمرسانای قطبی  $GaAs$  با اعمال هامیلتونی فروهلیچ<sup>۹</sup> و در نظر گرفتن قانون طلایی فرمی<sup>۱۰</sup> نرخ انتقال حالت پایدار به حالت برانگیخته با در نظر گرفتن برهم کنش الکترون با فونون همراه میدان تابش دو قطبی در طول سیم  $2D$  قابل محاسبه خواهد بود:

$$W_{n'n}(k', k) = W_{n',n}^+(k', k) + W_{n',n}^-(k', k) \quad (36.3)$$

<sup>۷</sup>Electron-LO-phonon interactions

<sup>۸</sup>photon

<sup>۹</sup>Frohlich Hamiltonian

<sup>۱۰</sup>Fermi's golden rule

با استفاده از نظریه اختلال وابسته به زمان می توان آهنگ گذار اپتیکی را از حالت  $n$  به حالت  $n'$  به دست آورد که به قاعده طلایی فرمی معروف است [۲۲].

$$C_n'(t) = \frac{-i}{\hbar} \int_0^t \langle n' | V_I(t, t_0) | n \rangle dt' \quad (37.3)$$

$$C_n'(t) = \frac{V_{n'n}}{E_{n'} - E_n} (1 - e^{i\omega_{n'n}t}) \quad (38.3)$$

$$\begin{aligned} W_{i \rightarrow f'}(n, n') &= \frac{\gamma \pi}{\hbar} |V_{n'n}|^2 \delta(E_{n'} - E_n) \\ &= \frac{\gamma \pi}{\hbar} |M|^2 \delta \left[ E_{n'}(k') - E_n(k) \pm E_{Lo} \right] \end{aligned} \quad (39.3)$$

در این رابطه ( $M$ ) به عنوان ماتریس اختلال هامیلتونی می باشد و عامل دلتا ( $\delta$ ) نقل قولی از پایستگی انرژی است. در واقع می توان بطور صحیح تر گفت عامل اختلال به عنوان یک عامل خارجی است.

برای محاسبه آهنگ گذار در بر گرفته از هامیلتونی فروهلیچ به عنوان اختلال (هامیلتونی برهم کنش بین یک الکترون و یک فونون) داریم:

$$H_j = \sum_q \alpha(q) [e^{iqr} b_q + e^{-iqr} b_q^+] \quad (40.3)$$

که  $H$  معرف عنصر ماتریسی هامیلتونی است. و در آن ثابت جفت شدگی برابر است با:

$$|\alpha(q)|^2 = \frac{E_{Lo}}{2} \frac{e^2}{v_q^2} \left( \frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \right) \quad (41.3)$$

که انرژی فونون ها برابر است با  $E_{Lo} = \hbar \omega_{Lo}$  و  $\epsilon_\infty$  به عنوان ضریب دی الکتریک نوری می باشد.  $b_q^+$  عملگر خلق و  $b_q$  عملگر نابودی فونون می باشد:

$$\langle n' | b_q | n \rangle = \sqrt{n} \delta_{n', n-1} \quad (42.3)$$

$$\langle n' | b_q^+ | n \rangle = \sqrt{n+1} \delta_{n', n+1} \quad (43.3)$$



با رجوع به معادله (۳۸.۳) می توان گفت که  $V_{n'n}$  عامل اختلال که متناسب هست با  $V(t) = He^{i\omega t}$  بنابراین طبق این شرط می بایست هامیلتونی بین این ویژه تابع الکترونی قرار گیرد:

$$\langle \psi_k^*(x, y, t) | H | \psi_k(x, y, t) \rangle$$

که بعد از مرتب سازی از دو جمله زیر تشکیل می شود:

$$\langle n', k_{x'n'}, n_q' | H_j | n, k_{xn}, n_q \rangle \quad (۴۴.۳)$$

و با استفاده از روابط (۳۸.۳) و (۴۰.۳) و استفاده از مفهوم جرم موثر می توان آهنگ ترابرد الکترون را از حالت پایه به حالت برانگیخته با در نظر گرفتن تابع مولد توابع بسط به دست آورد بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} e^{i\gamma_0(k_{x'} - k_x) \cos \omega t} &= e^{iz \cos \omega t} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(z) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(\gamma_0(k_{x'} - k_x)) \end{aligned} \quad (۴۵.۳)$$

$$W_{n \rightarrow n'} = \frac{\gamma \pi}{\hbar} \left| \langle k_{x',n'} | H | k_{x,n} \rangle \right|^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m^2(\gamma_0(k_{x'} - k_x)) \rho(E) \Big|_{E_{n'}=E_n} \quad (۴۶.۳)$$

در رابطه فوق، جمله

$$\left| \langle k_{x',n'} | H | k_{x,n} \rangle \right|^2 \quad (۴۷.۳)$$

معادل با  $(M)$  در رابطه (۳۹.۳) است. با کمک گرفتن از فرمول (۴۰.۳) و محاسبه جمع بر روی تمامی بردارهای موج فونون خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} M(k_{x'}, k_x) &= \left| \langle k_{x',n'} | H_j | k_{x,n} \rangle \right|^2 \\ &= \left( \frac{\gamma \pi e^{\gamma} \hbar \omega L_0}{L^{\gamma}} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon_{\infty}} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right) \times \left| \sum_{q_x} \sum_{q_y} \sum_{q_z} \langle k_{x',n'} | e^{iq \cdot r} b_q + e^{-iq \cdot r} b_q^+ | k_{x,n} \rangle \right|^2 \end{aligned} \quad (۴۸.۳)$$

از آنجایی که می توان تغییرات بردار موج را پیوسته در نظر گرفت، بنابراین جمع را به انتگرال تبدیل نموده و با گسسته سازی درسه بعد  $x$  و  $y$  و  $z$  می توان به آهنگ گذار حالت پایای ناشی از برهم کنش الکترون با فونون تحت تابش تراهرتز رسید:

$$W_{n'n}^+(k'k) = \sqrt{\pi} \alpha L_0 \hbar \omega_{L_0} (N_0 + \frac{1}{2}) X_{n'n}(q) \delta_{k',k+q} \quad (49.3)$$

$$\sum_{m=0} J_m(A) \delta [E_{n'}(k') - E_n(k) - \hbar \omega_{L_0} - m \hbar \omega]$$

که در آن علامت های مثبت و منفی مربوط به جذب و ساطع شدن فونون می باشد. و  $N_0$  عدد اشغال فونون که معادل است با:

$$N_0 = \frac{1}{(e^{\frac{\hbar \omega_{L_0}}{k_B T}} - 1)}$$

و  $L_0 = (\frac{e E_0}{m^* \omega^2}) u \cdot q$  که  $u$  بردار قطبش تابش،  $\alpha$  ثابت جفت شدگی الکترون-فونون و پارامتر  $L_0$  و  $X_{n'n}(q)$  به ترتیب شعاع پولارون و عامل ساختار برای برهم کنش الکترون-فونون می باشد:

$$L_0 = (\frac{\hbar}{2 m^* \omega_{L_0}})^{\frac{1}{2}} \quad (50.3)$$

$$G_{n'n}(q_z) = \langle n' | e^{i q_z z} | n \rangle$$

$$X_{n'n}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dq_z \frac{|G_{n'n}(q_z)|^2}{(q^2 + q_z^2)} \quad (51.3)$$

با توجه به رابطه (36.3) و با استفاده از

$$W_{n'n}^+(k', k) = \frac{\sqrt{\pi} m^* n_e}{\tau^+ \hbar^2 \sum_{n'n} \iint d^3 k d^3 k' k_x (k_{x'} - k_x) \frac{df_n(\epsilon_n + \epsilon)}{d\epsilon}} \quad (52.3)$$

می توان وارون زمان واهلش را از رابطه (36.3) به دست آورد:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau^+} + \frac{1}{\tau^-} \quad (۵۳.۳)$$

بعد از محاسبه آهنگ گذار طبق فرمول (۴۹.۳) و استفاده از رابطه  $\frac{df_n(\varepsilon_n + \varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{-1}{k_B T_e} e^{(-\frac{\varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}}{k_B T_e})}$  و تغییر متغیر  $dk_{x'} = dq_x$  و  $k_{x'} - k_x = q_x$  و جایگذاری آنها در فرمول وارون زمان واهلش (۲۱.۳) و انجام یک سری محاسبات می توان وارون زمان واهلش را با دقت به دست آورد:

$$\frac{1}{\tau^+} = \frac{\alpha l_0 m^* w_{Lo}}{\pi \hbar^2 n_e \sqrt{\pi k_B T_e}} \sqrt{N_0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \sum_{n', n} \int_0^\infty \frac{dy}{\sqrt{y}} e^{A_{n', n}^+(y)} (\varepsilon_{n'} - \varepsilon_{n^-} \hbar w_{Lo} + y) X_{n', n} \left( \left( \frac{2m^* y}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (۵۴.۳)$$

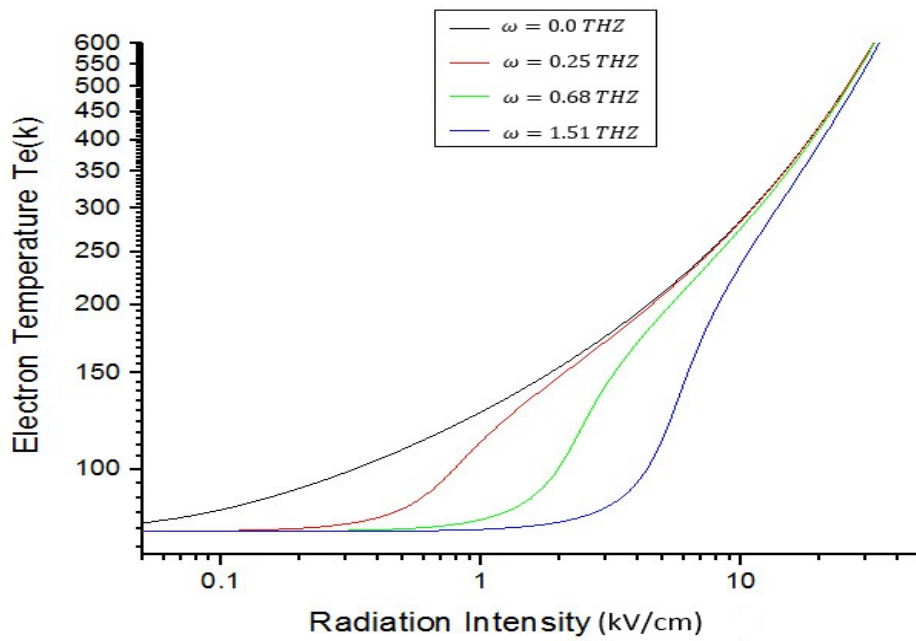
که فاکتور  $A_{n', n}^+(y)$  برابر است با

$$A_{n', n}^+(y) = \varepsilon_n + \frac{(\varepsilon_{n'} - \varepsilon_n \hbar w_{Lo} + y)^2}{4y}$$

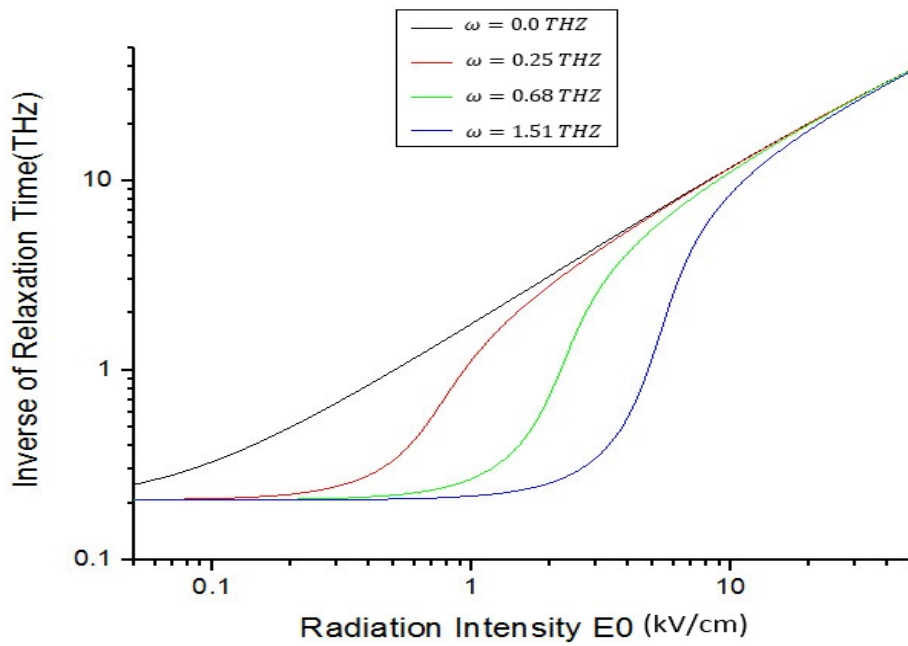
با داشتن آهنگ گذار طبق رابطه (۴۹.۳) و جایگذاری در رابطه اتلاف انرژی (قسمت حقیقی) و انجام محاسبات و ساده سازی به جوابی دقیق تر برای آهنگ اتلاف انرژی می رسیم:

$$R_e(\sigma E_0^2) = \frac{2\alpha L_0 m^* w_{Lo}}{\pi^{\frac{3}{2}} \hbar^2} \sqrt{k_B T_e} \sqrt{N_0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \sum_{n', n} \int \frac{dy}{\sqrt{y}} X_{n', n} \left( \left( \frac{2m^* y}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \left[ (N_0 + 1) e^{\frac{-A_{n', n}^+(y)}{k_B T_e}} - N_0 e^{\frac{-A_{n', n}^+(y)}{k_B T_e}} \right] \quad (۵۵.۳)$$

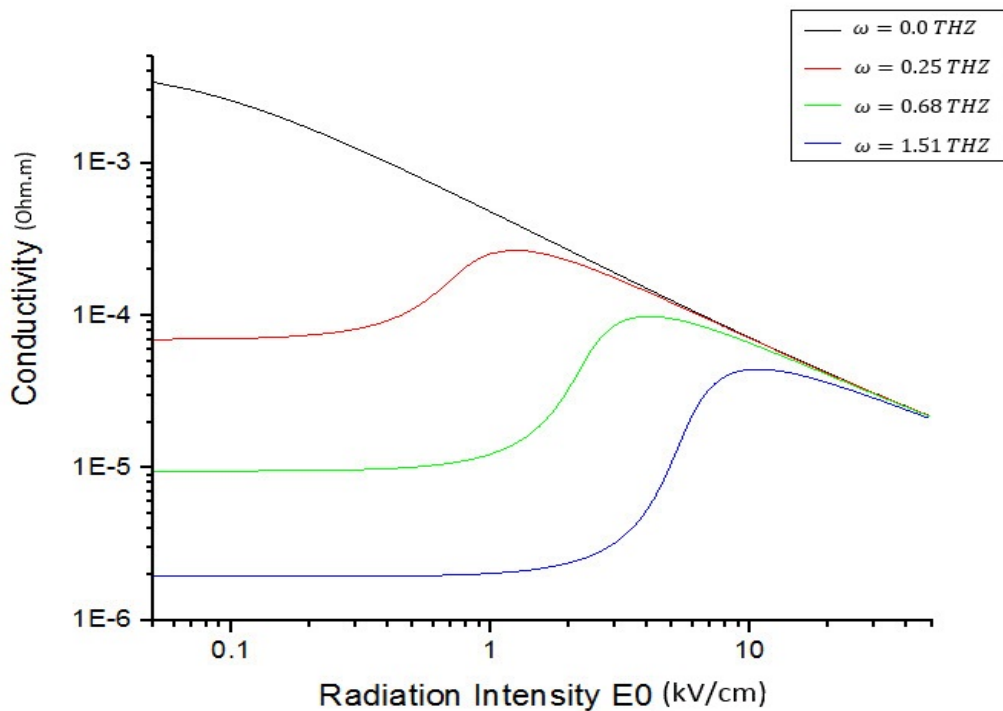
بنابراین آهنگ اتلاف انرژی خالص، تفاوت بین جذب و نشر فونون ها در ساختار نیمرسانا است. باید خاطر نشان کرد که برای یک گاز الکترون دو بعدی با کمک آهنگ گذار می توان به محاسباتی همچون وارون زمان واهلش، رسانندگی و آهنگ اتلاف انرژی دست یافت. حال با احتساب این روابط برای ساختار نامتجانس  $Al_x Ga_{1-x} As / GaAs$  و با تکرار محاسبات عددی مطالعه انجام شده توسط ژو [۲۸] و در نظر گرفتن دو معادله دو مجهول  $\tau$  را از روابط حذف و دمای الکترون و دیگر کمیت هایی چون، آهنگ گذار، عکس زمان واهلش و رسانندگی نتایج به قرار زیر خواهد بود.



شکل ۱.۳: دمای الکترون بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین



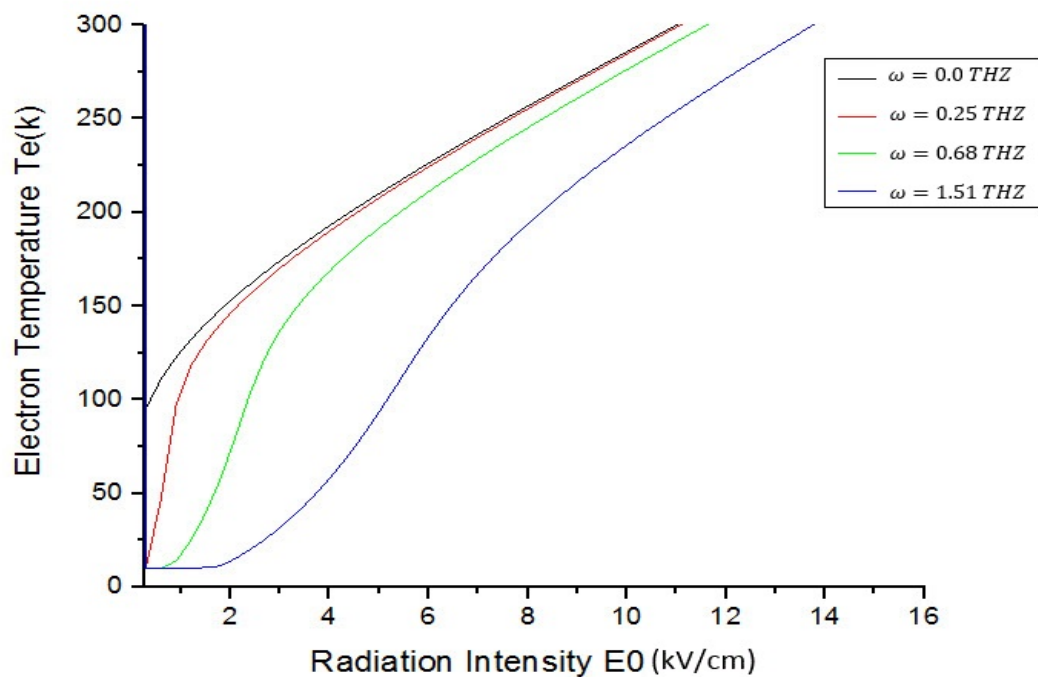
شکل ۲.۳: وارون زمان واهلش بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین



شکل ۳.۳: رسانندگی بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین

با توجه به شکل های (۱.۳) و (۲.۳) برای فرکانس های مختلف در دمای ثابت نمونه  $T$  و در میدان های اعمالی کوچک دمای الکترون  $T_e$  بسیار نزدیک به دمای نمونه است و عکس زمان واهلش نزدیک به مقدار خود در فرکانس صفر است و پاسخ خطی در هر دو شاهدی بر این ادعاست. زمانی که شدت تابش  $E_0$  یک مقدار کوچک دارد اثر فرکانس بر روی دمای الکترون و عکس زمان واهلش بسیار کم است. و بر عکس رسانندگی وابستگی به فرکانس دارد. با افزایش شدت تابش الکترون ها گرم می شوند و دمای الکترون به شدت افزایش می یابد.

با توجه به شکل (۳.۳) با افزایش فرکانس  $\omega$  رسانندگی کاهش می یابد و با افزایش شدت تابش آهنگ رسانندگی ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد. در شدت میدان های کوچک تاثیرات فرکانس وجود دارد و بلعکس در شدت میدان های بزرگ اثر فرکانس روی رسانندگی ضعیف می شود. بنابراین بر هم کنش الکترون-فوتون در شدت تابش بالا تعیین کننده رفتار و نحوه ترابرد الکترونی نخواهد بود. با افزایش میدان تابشی بر هم کنش الکترون-فوتون نقش غالب را داشته و لذا وابستگی نتایج به شدت میدان تابشی و فرکانس آن از بین می رود.



شکل ۴.۳: دمای الکترون بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۱۰ کلوین

بار دیگر محاسبات را برای دمای ۱۰ کلوین طبق شکل (۴.۳) انجام می دهیم. و در شدت میدان اعمالی پایین دمای الکترون نزدیک به مقدار نمونه و پاسخ خطی از خود نشان می دهد. و با افزایش شدت میدان تابش دمای الکترون افزایش می یابد.



## فصل ۴

# ترابرد غیر خطی الکترون تحت تابش تراهرتز و میدان مغناطیسی قوی در سیم کوانتومی

### ۱.۴ مقدمه

در سال های اخیر علاقه روزافزونی در مورد ترابرد الکترونی سیم های کوانتومی وجود داشته و توجه زیادی به پدیده تراهرتز در مواد الکترونی شده است. بنابراین مطالعات روی نانو ساختارهای نیمرسانا تحت تابش لیزر و میدان مغناطیسی کوانتیده بسیار مهم است. که شماری از این مطالعات در خصوص ویژگی های الکترونی و اپتیکی نانو ساختارها و شماری توسط اندازه گیری های تشدید سیکلوترون تراهرتز انجام شده است. تا کنون مطالعات نظری در زمینه ترابرد غیرخطی الکترون و پاسخ دی الکتریکی یک گاز الکترون دو بعدی، ترابرد غیر خطی و حالت الکترونی و مدهای مگنتو پلاسمون در یک ساختار ناهمگن تحت تابش تراهرتز، در هم آمیختگی اپتیکی تراهرتز در یک چاه کوانتومی تحت تابش میدان مغناطیسی قوی و جذب اپتیکی میدان تراهرتز در یک گاز الکترونی دو بعدی تحت یک میدان مغناطیسی صورت گرفته است.

در این فصل یک سیم کوانتومی با محدودیت عرضی را تحت یک تابش لیزر قطبیده و یک میدان



مغناطیسی کوانتیده کننده در نظر می گیریم. با استفاده از تبدیلات یکانی مناسب و با در نظر گرفتن پراکندگی الکترون-فونون و با کمک گرفتن از معادله بولتزمن و استخراج معادله ترازمندی تکانه و انرژی می بایست رسانندگی، زمان واهلش، آهنگ گذار الکترونی، تغییرات حالت های الکترونی بر اثر اعمال میدان مغناطیسی قوی و آهنگ اتلاف انرژی را به دست آوریم.

## ۲.۴ معادله ترازمندی انرژی و تکانه

در اینجا دستگاه گاز الکترونی شبه دو بعدی در صفحه  $xy$  که با محدودیت کوانتیمی عرضی می باشد. تحت تاثیر یک میدان  $ac$  با فرکانس  $w$  و میدان مغناطیسی  $B$  در  $(By\hat{x})$  در نظر گرفته می شود. برای تشابه بیشتر با تجربه، حرکت الکترون در راستای  $z$  با در نظر گرفتن حرکت تحت اثر تقریب چاه پتانسیل مثلثی برای مدل محدودیت پتانسیل به سطح مشترک  $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$  توصیف می گردد. به عبارتی از صفر فرض کردن ضخامت لایه خودداری می شود. می توان سرعت متوسط الکترون ها، نیروی اعمالی توسط میدان الکتریکی و میدان الکتریکی را به صورت زیر نوشت:

$$v(t) = \vec{v}(v, \circ, \circ)v_{\circ}e^{-iwt}$$

$$E(t) = \vec{E}(E, \circ, \circ)E_{\circ}e^{-iwt}$$

$$F = -eE(t)$$

استفاده از معادله بولتزمن تحت عنوان تابع توزیع ماکسول بولتزمن<sup>۱</sup> برای توصیف تراپرد غیر خطی گاز الکترون شبه دو بعدی که تحت تاثیر میدان تراهرتز و میدان مغناطیسی کوانتیده کننده<sup>۲</sup> قرار گرفته مناسب ترین تابع توزیع می باشد. و می توان اهمیت این تابع توزیع را به خاطر این دانست که می توان با استفاده از آن رفتار گاز الکترونی را در حالت چگالی الکترونی پایین و دمای نسبتا بالا محاسبه و بررسی کرد. با در نظر گرفتن گذارهای درون زیر نواری برای الکترون در پایین ترین زیر نوار معادله بولتزمن به این صورت نوشته می شود.

$$(1.4) \quad \frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dt} + \frac{F}{\hbar} \frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dk_x} = g_s \sum_{k', s'} \left[ f_{n'}(k', t) W_{ss'}(k, k') - f_n(k, t) W_{s's}(k', k) \right]$$

<sup>۱</sup>Maxwell-Boltzmann distribution function

<sup>۲</sup>Quantized magnetic field strong

که جمله سمت راست معرف سهم پراکندگی می باشد.  $f_n(k, t)$  تابع توزیع تکانه و اندازه حرکت در حالت  $|k, s\rangle = |k_x, s\rangle$  در زمان  $t$  است. و  $W(k, k')$  آهنگ گذار الکترون از حالت پایه  $|k, s\rangle$  به حالت برانگیخته  $|k', s'\rangle$  است. بنابراین می توان تابع توزیع برای یک سیم کوانتومی را به صورت زیر نوشت:

$$f_n(k_x, n_y; t) = f \left[ E_n \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} k_x - \frac{m^* v}{\hbar}, n_y \right) \right] \quad (2.4)$$

ظاهر شدن ضریب  $\frac{w_o}{\tilde{w}}$  به علت وجود میدان مغناطیسی قوی است، که باعث تغییرات در تراز لاندائو و برانگیختگی مغناطیسی در سیم کوانتومی می شود.  $(w_c)$  معرف فرکانس سیکلوترون و  $(\tilde{w})$  معرف فرکانس نوسان ترکیبی می باشد.

$$w_c = \frac{eB}{m^* c}$$

$$\tilde{w} = \sqrt{w_o^2 + w_c^2} \quad (3.4)$$

طیف انرژی گاز الکترونی شبه دو بعدی با  $\varepsilon_n$  انرژی  $n$  امین زیر نوار الکترونی به شکل زیر است.

$$E_n(k_x, n_y) = \varepsilon_n + \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \left( n_y + \frac{1}{4} \right) \hbar \tilde{w} \quad (4.4)$$

می توان با استفاده از تعاریف زیر :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{w_o}{\tilde{w}} \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \\ &= \frac{w_o}{\tilde{w}} \frac{\hbar^2}{2m^*} \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.4)$$

و

$$\varepsilon_s = \varepsilon_n + \left( n_y + \frac{1}{4} \right) \hbar \tilde{w} \quad (6.4)$$

که  $\varepsilon_n$  انرژی  $n$  امین زیر نوار الکترونی  $\varepsilon_s$  طیف انرژی گاز الکترون دوبعدی تحت اثر میدان و تابش تراهرتز می باشد. بنابراین می توان طیف انرژی گاز الکترونی را به شکل ساده تر نوشت :

$$E_n(k_x, n_y) = \varepsilon + \varepsilon_s \quad (7.4)$$

بنابراین با داشتن  $f(x) = e^{\frac{-x}{k_B T_e}}$  و  $x$  که معادل است با ویژه مقدار گاز الکترونی می توان تابع توزیع را به صورت زیر نوشت:

$$f_n(k_x, n_y; t) = \exp \left[ - \frac{\varepsilon_n + \left(\frac{w_y}{\tilde{w}}\right) \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(k_x - \frac{m^* v}{\hbar}\right)^2 + (n_y + \frac{1}{2}) \hbar \tilde{\omega}}{k_B T_e} \right] \quad (8.4)$$

$$f_n(k_x, n_y; t) = \exp\left(-\frac{\varepsilon_s + \varepsilon}{k_B T_e}\right) \quad (9.4)$$

برای استخراج معادله ترازمندی انرژی و تکانه ابتدا می بایست از چگالی حالات الکترونی  $g(E)$ ، چگالی الکترونی  $n_e$  برای یک سیم کوانتومی یا یک گاز الکترونی شبه دو بعدی بهره گرفت:

$$n_e = \int_0^\infty g(E) f(E) dE \quad (10.4)$$

$$g(E) = \frac{\sqrt{2} m^*}{\pi \hbar} \sum_s \frac{\theta(E - \varepsilon_s)}{\sqrt{E - \varepsilon_s}} \quad (11.4)$$

که  $g(E)$  چگالی حالات،  $\theta(E - \varepsilon_s)$  تابع پله ایی و  $n_e$  چگالی الکترون می باشد. ابتدا حل چندین انتگرال که لازمه ایی برای به کارگیری استخراج معادله ترازمندی انرژی و تکانه است را مورد محاسبه قرار می دهیم اگر:

$$\frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dt} = \frac{df_n(k_x, n_y)}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dk_x} = \frac{df_n(k_x, n_y)}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dk_x}$$

و استفاده از رابطه (۴.۴) و  $v = v_0 e^{-i\omega t}$  داریم که

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = (i\hbar\omega v) \left( \frac{w_0^\nu}{\tilde{w}^\nu} \right) \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \left( \frac{\hbar^\nu}{m^*} \right) \left( \frac{w_0^\nu}{\tilde{w}^\nu} \right) \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right)$$

$$\frac{df_n(k_x, n_y; t)}{d\varepsilon} = \frac{df_n[\varepsilon_s + \varepsilon]}{d\varepsilon}$$

بنابراین با داشتن چنین معادلاتی به دست می آوریم:

$$\frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dt} = (i\hbar\omega v) \left( \frac{w_0^\nu}{\tilde{w}^\nu} \right) \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right) \frac{df_n[\varepsilon_s + \varepsilon]}{d\varepsilon} \quad (۱۲.۴)$$

$$\frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dk_x} = \left( \frac{\hbar^\nu}{m^*} \right) \left( \frac{w_0^\nu}{\tilde{w}^\nu} \right) \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right) \frac{df_n[\varepsilon_s + \varepsilon]}{d\varepsilon} \quad (۱۳.۴)$$

با استفاده از رابطه (۱۲.۴) و (۱۰.۴) و (۱۱.۴) و  $\varepsilon_{n,k_x} = \left( \frac{w_0^\nu}{\tilde{w}^\nu} \right) \frac{\hbar^\nu k_x^\nu}{\sqrt{m^*}} + (n_y + \frac{1}{2}) \hbar \tilde{w}$  حاصل انتگرال فوق قابل محاسبه خواهد بود:

$$\begin{aligned} & \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dt} \\ &= (i\hbar\omega v) \left[ \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{m^* dE}{\hbar^\nu k_x} k_x \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} - \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{m^* dE m^* v}{\hbar^\nu k_x} \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} \right] \\ &= (-\nu i\hbar\omega v) \left( \frac{m^* v}{\hbar^\nu} \right) \sum_s \int_0^{+\infty} \frac{dE}{k_x} \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} \\ &= \frac{\nu i m^* \omega v^\nu}{\hbar k_B T_e} \left( \frac{w_0^\nu}{\tilde{w}} \right) \sum_s \int_0^{+\infty} \frac{dE}{\sqrt{\nu m^* E}} f_n(\varepsilon_s + \varepsilon) \\ &= \frac{i m^* \pi \omega v^\nu n_e}{k_B T_e} \left( \frac{w_0^\nu}{\tilde{w}} \right) \end{aligned} \quad (۱۴.۴)$$

با استفاده از  $\frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{-1}{k_B T_e} f_n(\varepsilon_s + \varepsilon)$  و رابطه (۱۳.۴) و انتگرال جز به جز به سادگی نتایج زیر به دست می آیند:

$$\sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dk_x} = \frac{\pi \hbar v n_e}{k_B T_e} \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \quad (15.4)$$

$$\sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x k_x \frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dt} = \frac{-i w v \pi m^* n_e}{\hbar} \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \quad (16.4)$$

$$\sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x k_x \frac{df_n(k_x, n_y; t)}{dk_x} = -\pi n_e \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \quad (17.4)$$

از آنجا که ویژه مقادیر گاز الکترونی یک سیستم شبه دو بعدی که تحت تابش تراهرتز و میدان مغناطیسی قوی قرار می گیرد از دو جمله طبق روابط (۵.۴) و (۶.۴) تشکیل شده است. بنابراین انتگرال هر کدام از دو جمله مذکور جداگانه قابل محاسبه می باشد. بنابراین با کمک از رابطه (۱۲.۴) داریم:

$$\begin{aligned} & \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \frac{\hbar^2 k_x}{\sqrt{m^*}} \frac{df_n(k_x, n_y)}{dt} = \\ & \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) (i \hbar w v) \sum_s \int_0^{+\infty} dk_x \left( \frac{\hbar^2}{\sqrt{m^*}} \right) \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right)^2 \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right) \frac{df_n[\varepsilon_s + \varepsilon]}{d\varepsilon} = \\ & \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) (i \hbar w v) \sum_s \int_0^{+\infty} \left( \frac{m^* dE \tilde{w}}{\hbar^2 w_o \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right)} \right) \left( \frac{\hbar^2}{\sqrt{m^*}} \right) \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right)^2 \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right) \frac{df_n[\varepsilon_s + \varepsilon]}{d\varepsilon} = \\ & - \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \frac{i \hbar w v}{2} \sum_s \int_0^{+\infty} 2 k_x \frac{m^* v}{\hbar} \frac{df_n[\varepsilon_s + \varepsilon]}{d\varepsilon} = \\ & \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \frac{i w v^2 m^* \pi n_e}{2} \quad (18.4) \end{aligned}$$

و بطور مشابه و با کمک گرفتن از رابطه (۱۳.۴) به نتیجه زیر می رسیم:

$$\sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \frac{\hbar^2 k_x}{\sqrt{m^*}} \frac{df_n(k_x, n_y)}{dk_x} = \left( \frac{w_o}{\tilde{w}} \right) \frac{v \hbar \pi n_e}{2} \quad (19.4)$$

حال محاسبه جمله دوم ویژه مقادیر گاز الکترونی شبه دو بعدی با استفاده از رابطه (۱۲.۴) و مشتق تابع توزیع نسبت به زمان و در نظر گرفتن اینکه تابع توزیع در بینهایت صفر می شود و کمک گرفتن از اتحاد  $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}} \exp^{-qx} = \sqrt{\frac{\pi}{q}}$  با شرط اینکه  $(q > 0)$  و  $\sum_s \varepsilon_s f(\varepsilon_s) = \bar{\varepsilon}$  داریم:

$$\begin{aligned} & \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x (\varepsilon_n + (n + \frac{1}{2}) \hbar \tilde{\omega}) \frac{df_n(k_x, n_y)}{dt} \\ &= \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \varepsilon_s \frac{df_n(k_x, n_y)}{dt} \\ &= (i \hbar v) \left( \frac{w_0}{\tilde{w}} \right) \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \varepsilon_s \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right) \frac{df_n[\varepsilon_s + \varepsilon]}{d\varepsilon} \quad (20.4) \\ &= \frac{i w v m^*}{k_B T_e \hbar} \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dE \varepsilon_s}{k_x} f_n(\varepsilon_s + \varepsilon) \\ &= \frac{\sqrt{2} m^* i w m^* v w_0}{k_B T_e \hbar \tilde{w} m^*} \sum_s \int_0^\infty \frac{dE}{\sqrt{E}} \varepsilon_s e^{\frac{-\varepsilon_s}{k_B T_e}} e^{\frac{-\varepsilon}{k_B T_e}} \\ &= \frac{i w v m^* \bar{\varepsilon} w_0 \sqrt{2} \pi}{\lambda_e k_B T_e \tilde{w}} \end{aligned}$$

بطور مشابه به دست می آوریم :

$$\sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x (\varepsilon_n + (n + \frac{1}{2}) \hbar \tilde{\omega}) \frac{df_n(k_x, n_y)}{dk_x} = \frac{\sqrt{2} \pi v \hbar w_0 \bar{\varepsilon}}{\tilde{w} \lambda_e k_B T_e} \quad (21.4)$$

بنابراین با توجه به رابطه (۱۸.۴) و (۲۰.۴) حاصل انتگرال عبارت است از :

$$\begin{aligned} & \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x E_n(k_x, n_y) \frac{df_n(k_x, n_y)}{dt} \\ &= \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x (\varepsilon_n + (n + \frac{1}{2}) \hbar \tilde{\omega}) + \left( \frac{w_0}{\tilde{w}} \right) \frac{\hbar k_x}{m^*} \frac{df_n(k_x, n_y)}{dt} \quad (22.4) \\ &= \frac{i w v m^* \bar{\varepsilon} w_0 \sqrt{2} \pi}{\lambda_e k_B T_e \tilde{w}} + \left( \frac{w_0}{\tilde{w}} \right) \frac{i w v m^* \pi n_e}{2} \\ &= \frac{i w v m^* w_0 \pi}{\tilde{w}} \left[ \frac{n_e}{2} + \frac{\sqrt{2} \bar{\varepsilon}}{\lambda_e k_B T_e} \right] \end{aligned}$$

و با کمک معادلات (۱۹.۴) و (۲۱.۴) به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} & \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x E_n(k_x, n_y) \frac{df_n(k_x, n_y)}{dk_x} \\ &= \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \left( \varepsilon_n + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \tilde{\omega} \right) + \left( \frac{w_0}{\tilde{\omega}} \right)^2 \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \frac{df_n(k_x, n_y)}{dk_x} \\ &= \frac{v \hbar \varepsilon w_0}{\lambda_e k_B T_e \tilde{\omega}} \frac{2\pi}{2} + \left( \frac{w_0}{\tilde{\omega}} \right) \frac{v \hbar \pi n_e}{2} \\ &= \frac{v \hbar \pi w_0}{\tilde{\omega}} \left[ \frac{n_e}{2} + \frac{2\bar{\varepsilon}}{\lambda_e k_B T_e} \right] \end{aligned} \quad (23.4)$$

#### ۱.۲.۴ وارون زمان واهلش و رسانندگی در گاز الکترونی شبه دو بعدی

وارون زمان واهلش:

برای به دست آوردن وارون زمان واهلش کافی است که رابطه زیر را در نظر بگیریم و طرفین رابطه فوق را در  $\sum_{s,k} k_x$  ضرب نماییم بنابراین داریم:

$$\frac{1}{\tau} \left[ f_n(k_x, n_y) - f_n^0(k_x, n_y) \right] = -2 \sum_{s',k'} \left[ f_{n'}(k'_x, n_y) - f_n(k_x, n_y) \right] W_{s's}(k', k) \quad (24.4)$$

$$\frac{1}{\tau} \sum_{s,k} k_x \left[ f_n(k_x, n_y) - f_n^0(k_x, n_y) \right] = -2 \sum_{s',k'} \sum_{s,k} k_x \left[ f_{n'}(k'_x, n_y) - f_n(k_x, n_y) \right] W_{s's}(k', k)$$

با در نظر گرفتن تقریب:

$$f_n(k_x, n_y) = f_n(\varepsilon_s + \varepsilon) - \hbar v k_x \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} \quad (25.4)$$

به جهت آنکه در حضور میدان لیزر  $ac$  (میدان بسیار ضعیف  $dc$ ) و میدان مغناطیسی قوی کوانتیده سرعت متوسط الکترونها در مقایسه با بردار موج بسیار کوچک می باشد،  $\hbar v k_x \ll k_B T_e$  بنابراین طبق این تقریب می توان معادله (۲۵.۴) را با جایگذاری رابطه (۱۳.۴) به این شکل نوشت:

$$(k_x - \frac{m^*v}{\hbar}) \frac{df_n[\varepsilon_s + \varepsilon]}{d\varepsilon} = (\frac{m^*}{\hbar^2}) (\frac{\tilde{w}^2}{w_0^2}) \frac{df_n(k_x, n_y)}{dk_x} \quad (۲۶.۴)$$

بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{-\hbar v}{\sqrt{\pi\tau}} \sum_s \int dk_x k_x (\frac{m^*}{\hbar^2}) (\frac{\tilde{w}^2}{w_0^2}) \frac{df_n(k_x, n_y)}{dk_x} = \\ & \frac{\hbar v}{\sqrt{\pi\tau}} \sum_{s,s'} \iint dk_x dk_{x'} k_x (k_{x'} - k_x) \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} W_{s',s}(k', k) \end{aligned}$$

و با جایگذاری رابطه (۱۷.۴) در معادله بالا :

$$\frac{m^* n_e v \tilde{w}}{\hbar^2 \tau w_0} = \frac{\hbar v}{\sqrt{\pi\tau}} \sum_{s,s'} \iint dk_x dk_{x'} k_x (k_{x'} - k_x) \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} W_{s',s}(k', k) \quad (۲۷.۴)$$

در نهایت معکوس زمان واهلش به شکل زیر به دست می آید:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\hbar^2 w_0}{m^* n_e \pi^2 \tilde{w}} \sum_{s,s'} \iint dk_x dk_{x'} k_x (k_{x'} - k_x) \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} W_{s',s}(k', k) \quad (۲۸.۴)$$

### رسانندگی:

برای به دست آوردن رسانندگی یک سیستم شبه دو بعدی که تحت میدان لیزر و میدان مغناطیسی قوی قرار می گیرد کافی است که  $\sum_{s,k_x} k_x$  را به طرفین معادله بولتزمن طبق رابطه (۱.۴) اضافه کنیم. آنگاه با اضافه کردن این جمله می توان معادله ترازمندی تکانه را استخراج کنیم:

$$\begin{aligned} & \sum_{s,k} k_x \frac{df_n(k_x, n_y)}{dt} + \sum_{s,k} k_x \frac{F}{\hbar} \frac{df_n(k_x, n_y)}{dk_x} = \\ & g_s \sum_{s,k} \sum_{s',k'} k_x \left[ f_{n'}(k', t) W_{ss'}(k, k') - f_n(k, t) W_{s's}(k', k) \right] \quad (۲۹.۴) \end{aligned}$$



حل این معادله مستلزم محاسبات تک تک جملات می باشد بنابراین، اولین جمله سمت چپ معادله قبلا توسط رابطه (۱۶.۴) محاسبه گردیده و همچنین جمله دوم توسط رابطه (۱۷.۴) و هم اکنون محاسبه جمله سمت راست با فرض اینکه سرعت متوسط الکترون در مقایسه با بردار موج الکترون خیلی کوچک است،  $\hbar v k_x \ll k_B T_e$  و با استفاده از رابطه (۲۵.۴) آنچه باید محاسبه شود برابر است با:

$$\frac{-\hbar v}{4\pi^2} \sum_{s,s'} \iint dk_x dk_{x'} k_x (k_{x'} - k_x) \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} W_{s,s'}(k', k)$$

با استفاده از رابطه (۲۸.۴) و جایگذاری در رابطه فوق در نهایت به دست می آید:

$$\frac{-i\omega v \pi m^* n_e w_0}{\tilde{w}} + \frac{e E n_e w_0 \pi}{\tilde{w}} = \frac{-v m^* n_e \pi^2 \tilde{w}}{\tau w_0} \quad (۳۰.۴)$$

از آنجا که  $E = \frac{-en_e v}{\sigma}$  و  $J = -en_e v$  و  $J = \sigma E$

$$i\omega m^* + \frac{e^2 n_e}{\sigma} = \frac{\tilde{w}^2 m^*}{w_0^2 \tau}$$

رسانندگی تعیین می گردد:

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m^*} \left( \frac{w_0^2 \tau}{\tilde{w}^2 - i\omega w_0^2 \tau} \right) \quad (۳۱.۴)$$

بنابراین قسمت حقیقی رسانندگی شکل زیر را خواهد داشت :

$$R_e \sigma = \frac{n_e e^2 w_0^2 \tau}{m^* \tilde{w}^2 \left[ 1 + \frac{w_0^2 \tau^2}{\tilde{w}^4} \right]} \quad (۳۲.۴)$$

## ۲.۲.۴ اتلاف انرژی در یک گاز الکترونی شبه دو بعدی

برای به دست آوردن اتلاف انرژی کافیتست طرفین معادله بولتزمن را در  $\sum_{s,k} E_n(k)$  ضرب نماییم. بنابراین داریم:

$$\sum_{s,k} E_n(k) \frac{df_n(k_x, n_y)}{dt} + \sum_{s,k} E_n(k) \frac{F}{\hbar} \frac{df_n(k_x, n_y)}{dk_x} =$$

$$g_s \sum_{s,k} \sum_{k',s'} \left[ E_n(k') f_n(k', n_y) - E_n f_n(k', n_y) W_{s's}(k', k) \right] \quad (۳۳.۴)$$

اولین و دومین جمله سمت چپ به ترتیب از رابطه های (۲۲.۴) و (۲۳.۴) جایگذاری می شود. سپس جمله سمت راست با جایگذاری معادله (۲۵.۴) حاصل می شود بنابراین داریم:

$$\frac{i w v^{\frac{1}{2}} m^* w_0}{\frac{1}{2} \tilde{w}} \left[ \frac{n_e}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{2} \bar{\varepsilon}}{\lambda_e k_B T_e} \right] - e E \frac{v w_0}{\frac{1}{2} \tilde{w}} \left[ \frac{n_e}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{2} \bar{\varepsilon}}{\lambda_e k_B T_e} \right] =$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \pi^{\frac{1}{2}}} \sum_{s's} \iint dk_x dk'_x f_n(\varepsilon_s + \varepsilon) \left[ E_n(k') - E_n(k) \right] - \hbar v \left[ k'_x E_n(k') - k_x E_n(k) \right]$$

$$\times \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} w_{s's}(k', k)$$

حال با استفاده از طیف انرژی گاز الکترون شبه دو بعدی که تحت تابش تراهرتز و میدان مغناطیسی قوی قرار می گیرد که معادل است با:

$$E_n(k) = \varepsilon_n + \left( \frac{w_0^{\frac{1}{2}}}{\tilde{w}^{\frac{1}{2}}} \right) \frac{\hbar^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} m^*} \left( k_x - \frac{m^* v}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} + (n_y + \frac{1}{4}) \hbar \tilde{w} \quad (۳۴.۴)$$

را در معادله بالا جایگذاری کرده و استفاده از رابطه های (۱۳.۴) ، (۱۵.۴) ، (۱۷.۴) و مرتب سازی جمله زیر که در قسمت راست معادله است صفر می شود.

$$\frac{-\hbar v}{\frac{1}{2} \pi^{\frac{1}{2}}} \iint dk_x dk'_x \frac{df_n(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} \times$$

$$\left[ \frac{\hbar^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} m^*} \left( \frac{w_0^{\frac{1}{2}}}{\tilde{w}^{\frac{1}{2}}} \right) \left( (k_{x'} - \frac{m^* v}{\hbar})^{\frac{1}{2}} - (k_x - \frac{m^* v}{\hbar})^{\frac{1}{2}} + \varepsilon_s (k_{x'} - k_x) \right) \right] W_{s's}(k', k) = 0 \quad (۳۵.۴)$$

بنابراین آنچه باقی می ماند معادل است با:

$$\frac{i\omega v \chi m^* w_0}{\chi \tilde{w}} \left[ \frac{n_e}{\chi} + \frac{\chi \bar{\varepsilon}}{\lambda_e k_B T_e} \right] - eE \frac{v w_0}{\chi \tilde{w}} \left[ \frac{n_e}{\chi} + \frac{\chi \bar{\varepsilon}}{\lambda_e k_B T_e} \right] =$$

$$\frac{1}{\chi \pi \chi} \sum_{s's} \iint dk_x dk'_x f_n(\varepsilon_s + \varepsilon) \left[ E_n(k') - E_n(k) \right] W_{s's}(k', k) \quad (36.4)$$

با مرتب سازی و انجام یک سری محاسبات و استفاده از  $\sigma = \frac{-en_e v}{E}$  و  $v_{ave} = \frac{-eET}{m^*}$  آهنگ از دست دادن انرژی (اتلاف انرژی) را برای یک سیم کوانتومی تحت تابش الکترومغناطیس و میدان مغناطیسی قوی کوانتیده به دست می آید.

$$R_e \sigma E \chi = \frac{n_e}{\chi \pi \chi} \left( \frac{\bar{\varepsilon} w_0}{\lambda_e k_B T_e \tilde{w}} + \frac{n_e w_0}{\chi \tilde{w}} \right)^{-1} \times$$

$$\sum_{s's} \iint dk_x dk'_x f_n(\varepsilon_s + \varepsilon) \left[ E_n(k') - E_n(k) \right] W_{s's}(k', k) \quad (37.4)$$

### ۳.۴ ویژه حالت های الکترونی

برای بررسی ترابرد غیر خطی و خواص نوری یک دستگاه گاز الکترونی شبه دو بعدی با محدودیت عرضی سهموی در حضور میدان مغناطیسی و تحت میدان تابش تراهرتز با فرکانس  $w$  و دامنه  $E$  به صورت میدان  $ac$  و  $E(t) = E \cos(\omega t) \hat{x}$  با قطبش میدان الکترونی در راستای محور  $x$  کافی است که به شیوه صحیح پتانسیل برداری معرف تابش،  $A_\gamma(t) = \frac{Ec}{w} \sin(\omega t) \hat{x}$  و پتانسیل برداری معرف میدان مغناطیسی،  $A_b = By \hat{x}$  به شکل صحیح وارد هامیلتونی دستگاه بنمائیم.

از آنجاییکه از مولفه میدان مغناطیسی لیزر جهت ضعیف بودن آن صرفه نظر شده می توان حالت الکترونی تحت پتانسیل برداری  $A = A_\gamma(t) + A_b$  را برای تک الکترون جفت شده با میدان لیزر و میدان مغناطیسی ایستای قوی با استفاده از معادله شرودینگر وابسته به زمان به دست آورد.

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(r, t) = H \psi(r, t) + V_c(r) \psi(r, t) \quad (38.4)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(r, t) = \frac{1}{\chi m^*} \left( p_x + \frac{eA(t)}{c} + \frac{eBy}{c} \right)^2 + \frac{p_y^2}{\chi m^*} + \frac{1}{\chi} m^* w_0^2 y^2 \quad (39.4)$$

در اینجا  $V_c(r)$  پتانسیل محدود کننده در راستای محور  $y$  است که به شکل  $V_c(r) = \frac{1}{2}m^*w_0y^2$  فرض شده است.  $\psi(r, t)$  تابع موج الکترون و  $m^*$ ،  $e$ ، به ترتیب جرم موثر الکترون و بار بنیادی<sup>۳</sup> است. با به کارگیری عملگر تبدیل یکانی  $\psi(r, t) = u(t)\phi(r, t)$  که چگالی بار را تغییر نمی دهد، می توان ویژه حالت الکترونی را به دست آورد، اگر  $\phi(r, t)$  معرف ویژه حالت الکترونی در حضور میدان مغناطیسی باشد:

$$\phi_{n,k_x} = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(-i\varepsilon_{n,k_x}t) e^{ik_x x} \zeta_n(y + y'_0) \quad (40.4)$$

در اینجا  $\varepsilon_{n,k_x} = \left(\frac{w_0^2}{\tilde{w}^2}\right) \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + (n + \frac{1}{2})\hbar\tilde{w}$  طیف انرژی الکترون که  $y_0 = \frac{\hbar c}{eB} k_x$  نشان دهنده مرکز حرکت سیکلوترون،  $w_c = \frac{eB}{m^*c}$ ،  $y'_0 = \frac{w_0^2 y_0}{w_0^2 + w_c^2}$ ،  $\tilde{w} = \sqrt{w_0^2 + w_c^2}$  و  $L$  ابعاد نمونه می باشد.  $\zeta_n$  ویژه حالت های لاندائو هستند که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\zeta_n(y + y'_0) = \left(\frac{m^*w_0^2}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2^n n!}}\right) H_n\left(\frac{y + y'_0}{a}\right) e^{-\frac{(y+y'_0)^2}{2a^2}} \quad (41.4)$$

می باشند که در آن  $H_n$  معرف چند جمله ایی هرमित است :

$$H_n(x + y) = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(n-k)!k!} H_n(x) (y)^k \quad (42.4)$$

و هر عدد کوانتومی  $n$  در عبارت ویژه مقادیر انرژی نشان دهنده یک تراز لاندائو<sup>۴</sup> می باشد. هر تراز لاندائو تبهگنی بالایی دارد، می توان مرتبه تبهگنی این ترازاها را از رابطه زیر پیدا کرد:

$$n_x < \frac{BL^2}{\phi_0} = n_L$$

بنابراین برای هر تراز لاندائو تعداد حالات تبهگنی<sup>۵</sup>، برای هر قطبش اسپین ( $n_L$ ) با تعداد عدد کوانتم های شار مغناطیسی عبوری از سطح نمونه (دستگاه الکترونی) برابر است. در واقع هامیلتونی در حضور و غیاب تابش در یک سیم کوانتومی برای یک تک الکترون در یک میدان مغناطیسی قوی به صورت زیر خواهد بود:

<sup>۳</sup>Elementary charge

<sup>۴</sup>Landau Level

<sup>۵</sup>Degenerate

$$H_0 = \frac{1}{2m^*} \left( p_x + \frac{eBy}{c} \right)^2 + \frac{p_y^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 y^2 \quad (43.4)$$

$$H = \frac{1}{2m^*} \left( p_x + \frac{eA}{c} + \frac{eBy}{c} \right)^2 + \frac{p_y^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 y^2 \quad (44.4)$$

بنابراین می توان با تبدیل یکانی معادله شرودینگر برای حالت  $\psi(r, t)$  را به معادله ای برای حالت  $\phi(r, t)$  بدون حضور جمله میدان تابش  $A(t)$  تبدیل نمود:

$$U^\dagger (H - i\hbar \frac{d}{dt}) U = H_0 - i\hbar \frac{d}{dt} \quad (45.4)$$

$$U^\dagger H U - i\hbar U^\dagger \frac{dU}{dt} = H_0 \quad (46.4)$$

با استفاده از عملگر تبدیل عملگر یکانی ذیل این امر امکان پذیر خواهد بود:

$$U(t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_1(t)\right) \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_2(t)y\right) \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_3(t)p_y\right) \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_4(t)p_x\right) \quad (47.4)$$

حال می بایست اثر عملگر یکانی را بر روی هامیلتونی بررسی کنیم. پس با استفاده از رابطه های (۴۳.۴)، (۴۴.۴) و (۴۷.۴) و جایگذاری در رابطه (۴۶.۴) و استفاده از جابجایی  $[p, f(y)] = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dy} f(y)$  و  $[y, g(p)] = i\hbar \frac{d}{dp} g(p)$  تک تک جملات را بررسی می کنیم:

$$\begin{aligned} U^\dagger \left[ \frac{p_y^2}{2m^*} \right] U &= \exp\left(\frac{-i}{\hbar} U^\dagger(t)y\right) \left[ \frac{p_y^2}{2m^*} \right] \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_2(t)y\right) \\ &= \frac{1}{2m^*} \left[ p_y^2 + u_2(t)^2 + 2u_2(t)p_y \right] \end{aligned} \quad (48.4)$$

$$\begin{aligned} U^\dagger \left[ \frac{p_x eBy}{2m^* c} \right] U &= \exp\left(\frac{-i}{\hbar} U^\dagger(t)p_y\right) \left[ \frac{p_x eBy}{2m^* c} \right] \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_3(t)p_y\right) \\ &= \frac{p_x eBy}{m^*} - \frac{p_x eB}{m^*} u_3(t) \end{aligned} \quad (49.4)$$

$$U^\dagger \left[ \frac{p_x}{\sqrt{m^*}} \right] U = \frac{p_x}{\sqrt{m^*}} \quad (50.4)$$

$$\begin{aligned} U^\dagger \left[ \frac{e^\gamma B^\gamma y^\gamma}{\sqrt{m^* c^\gamma}} \right] U &= \exp\left(\frac{-i}{\hbar} U^\dagger(t) p_y\right) \left[ \frac{e^\gamma B^\gamma y^\gamma}{\sqrt{m^* c^\gamma}} \right] \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_\gamma(t) p_y\right) \\ &= \frac{e^\gamma B^\gamma y^\gamma}{\sqrt{m^* c^\gamma}} + \frac{e^\gamma B^\gamma}{\sqrt{m^* c^\gamma}} u_\gamma(t)^\gamma - \frac{e^\gamma B^\gamma}{m^* c^\gamma} u_\gamma(t) y \end{aligned} \quad (51.4)$$

$$\begin{aligned} U^\dagger \left[ \frac{e^\gamma A B y}{m^* c^\gamma} \right] U &= \exp\left(\frac{-i}{\hbar} U^\dagger(t) p_y\right) \left[ \frac{e^\gamma A B y}{m^* c^\gamma} \right] \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_\gamma(t) p_y\right) \\ &= \frac{e^\gamma A B y}{m^* c^\gamma} - \frac{e^\gamma A B}{m^* c^\gamma} u_\gamma(t) \end{aligned} \quad (52.4)$$

$$U^\dagger \left[ \frac{e^\gamma A^\gamma}{\sqrt{m^* c^\gamma}} \right] U = \frac{e^\gamma A^\gamma}{\sqrt{m^* c^\gamma}} \quad (53.4)$$

$$\begin{aligned} U^\dagger \left[ \frac{1}{\sqrt{m^* w^\gamma}} y^\gamma \right] U &= \exp\left(\frac{-i}{\hbar} U^\dagger(t) p_y\right) \left[ \frac{e^\gamma A B y}{m^* c^\gamma} \right] \exp\left(\frac{i}{\hbar} u_\gamma(t) p_y\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{m^* w^\gamma}} y^\gamma + \frac{1}{\sqrt{m^* w^\gamma}} m^* w^\gamma u_\gamma(t)^\gamma - m^* w^\gamma u_\gamma(t) y \end{aligned} \quad (54.4)$$

$$U^\dagger \left[ \frac{e A p_x}{m^* c} \right] U = \frac{e A p_x}{m^* c} \quad (55.4)$$

$$-i\hbar U^\dagger \frac{dU}{dt} = \dot{u}_1(t) + \dot{u}_\gamma(t) y + \dot{u}_\gamma(t) p_y - \dot{u}_\gamma(t) u_\gamma(t) + \dot{u}_\delta(t) p_x \quad (56.4)$$

در نهایت با جایگذاری روابط (۴۸.۴) تا (۵۶.۴) در (۴۶.۴) می توان معادلات دیفرانسیل را به دست آورد، که منجر به روابط زیر می شود:

$$\dot{u}_1(t) - \dot{u}_\gamma(t) u_\gamma(t) = -\frac{u_\gamma(t)^\gamma}{\sqrt{m^*}} - \frac{1}{\sqrt{m^*}} m^* w^\gamma u_\gamma(t)^\gamma - \frac{1}{\sqrt{m^*}} \left[ \frac{e B u_\gamma(t)}{c} - \frac{e A}{c} \right]^\gamma \quad (57.4)$$

$$\dot{u}_\gamma(t) = \frac{e^\gamma B^\gamma u_\gamma(t)}{m^* c^\gamma} - \frac{e^\gamma B A}{m^* c^\gamma} + m^* w^\gamma u_\gamma(t) \quad (58.4)$$

$$\dot{u}_\Psi(t) = \frac{-\hbar}{m^*} u_\Psi(t) \quad (۵۹.۴)$$

$$\dot{u}_\Delta(t) = \frac{eBu_\Psi(t)}{m^*c} - \frac{eA}{m^*c} \quad (۶۰.۴)$$

که در این روابط با قرار دادن  $w_c = \frac{eB}{m^*c}$  و  $\tilde{w} = \sqrt{w_c^2 + w^2}$  و  $A = \frac{E\hbar}{w} \sin(\omega t)\hat{e}_x$  و با استفاده از شرایط اولیه  $u_1(0) = u_2(0) = u_\Psi(0) = u_\Delta(0) = 0$  حل این معادلات به شکل زیر در می آید:

$$u_1(t) = \frac{\gamma_b}{2} \left[ \frac{-w_c \tilde{w}}{2w^2} \cos(2\tilde{w}t) - \frac{w}{4} \left( \frac{3w_c}{w^2} - 1 \right) \cos(2\omega t) + \left( \frac{w_c^2 - w^2}{2} \right) t \right. \\ \left. + \frac{2w_c \tilde{w}}{w^2} \left( \sin[(\tilde{w} - w)t] + \sin[(\tilde{w} + w)t] \right) \right] \quad (۶۱.۴)$$

$$u_2(t) = m^* \gamma_b w_c \left[ \frac{\tilde{w}}{w} \cos(\tilde{w}t) - \cos(\omega t) \right] \quad (۶۲.۴)$$

$$u_\Psi(t) = \frac{\gamma_b w_c}{w} \left[ -\sin(\tilde{w}t) + \sin(\omega t) \right] \quad (۶۳.۴)$$

$$u_\Delta(t) = -\gamma_b \left[ \frac{w_c}{\tilde{w}w} \cos(\tilde{w}t) - \cos(\omega t) \right] \quad (۶۴.۴)$$

در این روابط  $\gamma_b = \frac{eE}{m^*(\tilde{w}^2 - w^2)}$  می باشد. حال با تاثیر عملگر تبدیل یکانی (۴۷.۴) بر روی ویژه حالات الکترونی تحت حضور میدان می توان تابع جرم موثر را به دست آورد:

$$\psi_{n,k_x}(r, t) = U(t)\phi_{n,k_x}(r, t) \quad (۶۵.۴)$$

$$\psi_{n,k_x}(r, t) = e^{i[u_1(t) + u_2(t)]y} \frac{\hbar}{\sqrt{L}} e^{ik_x(x - u_\Delta(t))} \zeta_n(y + y_0 - u_\Psi(t)) e^{-i\varepsilon_{n,k_x} t} \quad (۶۶.۴)$$

## ۴.۴ بر هم کنش الکترون با فونون طولی نوری

ابتدا می توان گفت ، فونون ها ذراتی با تکانه زیاد و انرژی کم هستند. هنگامیکه یک سیستم از جمله سیم کوانتومی که دارای محدودیت عرضی می باشد تحت یک میدان مغناطیسی قوی کوانتیده و میدان لیزر قرار گیرد، باعث می شود که الکترون های داخل سیم گرم شوند و شروع به تحرک کنند و بر اثر تحرک و برهم کنش پراکنده شوند. پراکندگی نه تنها بر اثر بر هم کنش الکترون-الکترون است بلکه، می تواند حاصل پراکندگی نواقص داخل بلور یا اینکه پراکندگی تحت ناهمواری سطح و الکترون-فونون-فونون باشد. اما می توان پراکندگی حاصل از بر هم کنش الکترون-فونون را به دو صورت پراکندگی فونون نوری و پراکندگی فونون اکوستیکی تقسیم نمود. پراکندگی فونون نوری در دمای بالا و طول موج پایین و پراکندگی فونون اکوستیکی در انرژی پایین و طول موج بالا انجام می شود. الکترون ها در حضور میدان خارجی شروع به گرم شدن می کنند. عاملی چون میدان و گرادیان دما باعث گذار الکترون از حالت پایه  $|k, n\rangle$  به حالت برانگیخته  $|k', n'\rangle$  می شود. آهنگ این گذار اپتیکی را می توان توسط قاعده طلایی فرمی برای الکترون به دست آورد.

برای یک سیستم ایده آل همچون سیم کوانتومی که تحت تابش لیزر و میدان مغناطیسی در راستای محور  $x$  قرار می گیرد می توان با داشتن هامیلتونی فروهلیچ به عنوان اختلال، آهنگ گذار الکترون در واحد زمان را به دست آورد. هامیلتونی فروهلیچ عبارت است از:

$$H_j = \sum_q \alpha(q) \left[ e^{iqr} b_q + e^{-iqr} b_q^\dagger \right] \quad (۶۷.۴)$$

با استفاده از هامیلتونی رابطه (۶۷.۴) می توان دامنه احتمال اشغال حالت الکترونی  $n'$  در زمان  $t$  را محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} C_n^\dagger(t) &= \frac{-i}{\hbar} \int_0^t \langle n' | V_I(t') | n \rangle dt' \\ &= \frac{-i}{\hbar} \int_0^t \langle n' | H_j e^{iw_j t'} | n \rangle dt' \\ &= \frac{-i}{\hbar} \int_0^t \psi_{n'}^* H_j e^{iw_j t'} \psi_n dt' \end{aligned} \quad (۶۸.۴)$$

با جایگذاری حالت های الکترونی رابطه (۶۶.۴) در رابطه فوق و استفاده از توابع بسل و کمی محاسبات دامنه احتمال اشغال حالت های الکترونی و آهنگ گذار به دست می آید:



$$C_n^\lambda(t) = \frac{-i}{\hbar} \langle k'_x, n'_y, N'_o | H_j | k_x, n_y, N_o \rangle e^{-i[k'_x - k_x]} \int_0^t dt' e^{i\omega_{n'n} t'} e^{-i\gamma_b [k'_x - k_x] \cos(\omega t)} \\ \times e^{\frac{-i\gamma_b \omega_c}{\tilde{\omega} \omega} [k'_x - k_x] \cos(\tilde{\omega} t)}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \sum_n |C_n^\lambda(t)|^2 \right) = W_{n' \rightarrow n}(k'_x, k_x) \quad (۶۹.۴)$$

$$W(k'_x, k_x) = \frac{\gamma \pi}{\hbar} |V_{n'n}|^2 \delta(E'_n - E_n) \\ = \frac{\gamma \pi}{\hbar} |V_{n'n}|^2 \delta(E(k'_x) - E(k_x) \pm \hbar \omega_f \pm m \hbar \omega) \quad (۷۰.۴)$$

رابطه فوق قاعده طلایی فرمی برای محاسبه آهنگ گذار از حالت  $|k_x, n_y\rangle$  به حالت  $|k'_x, n'_y\rangle$  است که با جایگذاری مقادیر مربوط به شکل زیر در خواهد آمد:

$$W(k'_x, k_x) = \frac{\gamma \pi}{\hbar} \left| \langle k'_x, n'_y, N'_o | H_j | k_x, n_y, N_o \rangle \right|^2 e^{-i[k'_x - k_x]} \sum_{m_\gamma = -\infty}^{+\infty} J_{m_\gamma}^\gamma \left( -\gamma_b (k'_x - k_x) \right) \\ \sum_{m_\gamma = -\infty}^{+\infty} J_{m_\gamma}^\gamma \left( \frac{-\gamma_b \omega_c}{\tilde{\omega} \omega} (k'_x - k_x) \right) \delta(E(k'_x) - E(k_x) \pm m^* \hbar \omega \pm \hbar \omega_f) \quad (۷۱.۴)$$

برای اینکه آهنگ گذار را بطور دقیق به دست آوریم لازم است تا عامل  $\langle k'_x, n'_y, N'_o | H_j | k_x, n_y, N_o \rangle$  را محاسبه کنیم. ابتدا می بایست ویژه حالت های فونون را به دست آوریم با توجه به رابطه (۶۷.۴) و با در نظر گرفتن مجموع حالات بردار های موج  $(q_x, q_y, q_z)$

$$\left| \langle k'_x, n'_y, N'_o | H_j | k_x, n_y, N_o \rangle \right|^2 = \left| \langle k'_x, n'_y, N'_o | \sum_{q_x} \sum_{q_y} \sum_{q_z} \alpha (q_x \hat{i} + q_y \hat{j} + q_z \hat{k}) \times \right. \\ \left. \left[ \exp^{i(q_x x + q_y y + q_z z)} b(q_x \hat{i} + q_y \hat{j} + q_z \hat{k}) + \exp^{-i(q_x x + q_y y + q_z z)} b^+(q_x \hat{i} + q_y \hat{j} + q_z \hat{k}) \right] | k_x, n_y, N_o \rangle \right|^2$$

$$\langle k'_x, n'_y, N'_0 \left| \exp^{i(q_x x + q_y y + q_z z)} b(q_x \hat{i} + q_y \hat{j} + q_z \hat{k}) \right| k_x, n_y, N_0 \rangle =$$

$$\sqrt{N_0} \langle k'_x, n'_y, N'_0 \left| \exp^{i(q_x x + q_y y + q_z z)} \right| k_x, n_y, N_0 - 1 \rangle \quad (72.4)$$

با توجه به تعامد  $[N'_0 = N_0 - 1]$  حالت اولیه و نهایی عملگر نابودی (فونون توسط الکترون جذب می شود) برابر است با:

$$\sqrt{N_0} \langle k'_x, n'_y \left| \exp^{i(q_x x + q_y y + q_z z)} \right| k_x, n_y \rangle \quad (73.4)$$

و حال برای

$$\langle k'_x, n'_y, N'_0 \left| \exp^{-i(q_x x + q_y y + q_z z)} b^+(q_x \hat{i} + q_y \hat{j} + q_z \hat{k}) \right| k_x, n_y, N_0 \rangle =$$

$$\sqrt{N_0 + 1} \langle k'_x, n'_y, N'_0 \left| \exp^{-i(q_x x + q_y y + q_z z)} \right| k_x, n_y, N_0 + 1 \rangle \quad (74.4)$$

با توجه به تعامد  $[N'_0 = N_0 + 1]$  حالت اولیه و نهایی عملگر خلق (فونون توسط الکترون گسیل می یا بد) برابر است با:

$$\sqrt{N_0 + 1} \langle k'_x, n'_y \left| \exp^{-i(q_x x + q_y y + q_z z)} \right| k_x, n_y \rangle \quad (75.4)$$

ضریب  $[\alpha(q)]$  تحت عنوان ثابت جفت شدگی الکترون - فونون می باشد که عبارت است از:

$$|\alpha(q)|^2 = \left( \frac{\sqrt{2} \pi e^{\sqrt{\hbar} \omega_{lo}}}{L^{\sqrt{2}}} \right) \left( \frac{1}{\epsilon_{\infty}} - \frac{1}{\epsilon_0} \right) \quad (76.4)$$

با استفاده از روابط (73.4)، (75.4) و (83.4) می توان نشان داد:

$$\left| \langle k'_x, n'_y, N'_0 | H_j | k_x, n_y, N_0 \rangle \right|^2 = \left( \frac{\sqrt{2}\pi}{L} \right)^6 \left( \frac{\sqrt{2}\pi e^{\sqrt{2}} \hbar \omega_{l_0}}{L^2} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right) \\ \times \sqrt{N_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}} \langle k'_{x'}, n'_y | \exp^{-i(q_x x + q_y y + q_z z)} | k_{x, n_y} \rangle \quad (77.4)$$

بعد از اینکه ویژه حالت های فونون را بر اثر پراکنندگی با الکترون تحت جذب و گسیل به دست آوردیم، به این نتیجه می رسیم که خود الکترون نابود نمی شود و از بین نمی رود، بلکه از یک گذار به گذار دیگر می رود حال می بایست ویژه حالت های الکترون را محاسبه کنیم. بنابراین می توان برای گذار الکترون اینگونه نوشت که:

$$\langle k'_{x'}, n'_y | \exp^{-i q_r} | k_{x, n_y} \rangle = \langle n'_y | \exp^{-i q_z z} | n_y \rangle \langle k'_{x'} | \exp^{-i q_x x} | k_x \rangle \langle \phi_{n'_y} | \exp^{-i q_y y} | \phi_{n_y} \rangle$$

در رابطه فوق  $[\phi_{n_y}]$  ویژه توابع نوسانگر هماهنگ می باشد.

$$\phi_{n_y}(y) = (\sqrt{2}\pi l_0^2)^{-\frac{1}{2}} (\sqrt{2}^n n!)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} H_n(\zeta) \quad (78.4)$$

$$\left| \langle \phi_{n'_y} | e^{-i q_y y} | \phi_{n_y} \rangle \right| \\ \int dq_y (\sqrt{2}\pi l_0^2)^{-\frac{1}{2}} (\sqrt{2}^{n'} n'!)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\zeta'^2}{2}} H_{n'}(\zeta) e^{-i q_y y} (\sqrt{2}\pi l_0^2)^{-\frac{1}{2}} (\sqrt{2}^n n!)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} H_n(\zeta) \\ (\sqrt{2}\pi l_0^2)^{-\frac{1}{2}} (\sqrt{2}^n n! \sqrt{2}^{n'} n'!)^{\frac{1}{2}} \int \exp^{-\zeta'^2} \exp^{-i q_y y} H_n(\zeta) H_{n'}(\zeta) dq_y$$

با استفاده از انتگرال فوق می توان:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp^{-(x-y)^2} H_n(x) H_{n'}(x) dy = \sqrt{\pi} \sqrt{2}^n n'! y^{n-n'} L_{n'}^{n-n'}(-2y^2) \quad n \gg n' \quad (79.4)$$

$$(\sqrt{\pi}l_0^{\frac{1}{2}})^{-1} (\sqrt{n!n'!})^{\frac{1}{2}} \int \exp^{-(\zeta - iq_y \frac{y}{\sqrt{\zeta}})^2} \exp^{-q_y^2 \frac{y^2}{\zeta}} H_n(\zeta) H_{n'}(\zeta) dq_y$$

$$\left| \langle \phi_{n'_y} | e^{+iq_y y} | \phi_{n_y} \rangle \right|^2 = \left[ \int \left(\frac{n'!}{n!}\right)^{\frac{1}{2}} (iq_y L_0)^{n-n'} L_{n'}^{n-n'} (q_y^2 L_0^2) e^{-q_y^2 \frac{L_0^2}{\zeta}} dq_y \right]^2$$

که تابع  $L_{n'}^{n-n'}(q_y^2 L_0^2)$  تابع لاگور می باشد.  
 با تغییر متغیر  $(n - n' = k)$  ،  $(q_y^2 L_0^2 = x)$  ،  $(dx = 2q_y L_0^2 dq_y)$  ، و با استفاده از اتحاد  $\int dx x^{k-1} e^{-x} [L_n^k(x)]^2 = \frac{(k+n)!}{n!} (\sqrt{n' + k - 1})$  محاسبات بعد  $y$  بصورت زیر به دست می آید :

$$\left| \langle \phi_{n'_y} | e^{+iq_y y} | \phi_{n_y} \rangle \right|^2 = \frac{\pi}{2L_0^2 L} (n' + n - 1) \quad (۸۰.۴)$$

اگر

$$\begin{aligned} \left| \langle k_{x'} | e^{+iq_x x} | k_x \rangle \right|^2 &= \left| \langle k_{x'} | \int dx' |x'\rangle \langle x' | \exp^{+iq_x x} \left| \int dx |x\rangle \langle x | k_x \rangle \right|^2 \right. \\ &= \left| \int dx \frac{1}{\sqrt{L}} \exp^{-ik_{x'} x} \exp^{+iq_x x} \frac{1}{\sqrt{L}} \exp^{ik_x x} \right|^2 \\ &= \frac{2\pi^2}{L^2} \delta_{k_{x'}, q_x + k_x} \end{aligned}$$

و اکنون محاسبات بعد  $x$  برابر است با:

$$\left| \langle k_{x'} | e^{+iq_x x} | k_x \rangle \right|^2 = \frac{2\pi}{L} \delta(k_{x'} + q_x - k_x) \quad (۸۱.۴)$$

و با معرفی

$$X_{n'n} = \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \frac{\left| \langle n'_y | e^{+iq_z z} | n_y \rangle \right|^2}{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2} \quad (۸۲.۴)$$

به عنوان عامل ساختار بر هم کنش الکترون-فونون و  $N_0$  عدد اشغال فونون که معادل است با:

$$N_0 = \frac{1}{(e^{\frac{\hbar \omega L_0}{k_B T}} - 1)}$$

و در نظر گرفتن ثابت جفت شدگی الکترون با فونون نوری طولی (LO) که برابر است با :

$$|\alpha(q)|^2 = \left(\frac{\sqrt{2}\pi e^2 \hbar \omega_{lo}}{L^2}\right) \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_0}\right) \quad (۸۳.۴)$$

و به کارگیری و جایگذاری روابط (۷۷.۴)، (۸۰.۴)، (۸۱.۴)، (۸۲.۴) در رابطه آهنگ گذار الکترون (۷۱.۴) داریم:

$$W_{s's}^+(k'_x, k_x) = \frac{\alpha \hbar \omega_{lo}^2}{\sqrt{2} l_0} \left(N_0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) X_{n'n} \delta_{k'_x, q_x + k_x} (n + n' - 1) \times$$

$$\sum_{m_1=-\infty}^{+\infty} J_{m_1}^2 \left(-\gamma_b (k'_x - k_x)\right) \sum_{m_2=-\infty}^{+\infty} J_{m_2}^2 \left(\frac{-\gamma_b \omega_c^2}{\tilde{\omega} \omega} (k'_x - k_x)\right) \times$$

$$\delta(E(k'_x) - E(k_x) \pm m^* \hbar \omega \pm \hbar \omega_f) \quad (۸۴.۴)$$

بعد از به دست آوردن آهنگ گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته برای یک سیستم نوعی از جمله سیم کوانتومی می توان این نرخ گذار را در حالت پایا در نظر گرفت بنابراین:

$$W_{s',s}(k', k) = W_{s',s}^+(k', k) + W_{s',s}^-(k', k) \quad (۸۵.۴)$$

با استخراج آهنگ گذار  $W_{s',s}(k', k)$  از رابطه (۲۸.۴) می توان اینگونه نوشت که:

$$W_{s',s}^+(k', k) = \frac{m^* n_e \pi^2 \tilde{\omega}}{\tau^+ \hbar^2 \omega_0} \sum_{ss'} \iint dk_x dk_{x'} [k_{x'} - k_x] \frac{df(\epsilon_s + \epsilon)}{d\epsilon}$$

و با قرار دادن این رابطه در فرمول (۸۵.۴) می توان زمان واهلش را محاسبه نمود.

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau^+} + \frac{1}{\tau^-} \quad (۸۶.۴)$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\hbar^2 w_0}{m^* n_e \pi^2 \tilde{w}} \sum_{ss'} \iint dk_x dk_{x'} [k_{x'} - k_x] \frac{df(\varepsilon_s + \varepsilon)}{d\varepsilon} \frac{\alpha w_{Lo}^2}{\nu l_0} (N_0 + \frac{1}{\nu} \pm \frac{1}{\nu}) X_{n'n} (n' + n - 1) \times$$

$$\delta_{k_{x'}, q_x + k_x} \sum_{m_1 = -\infty}^{+\infty} J_{m_1}^2 \left( -\gamma_b (k_{x'} - k_x) \right) \sum_{m_2 = -\infty}^{+\infty} J_{m_2}^2 \left( \frac{-\gamma_b w_c^2}{\tilde{w} w} (k_{x'} - k_x) \right) \times$$

$$\delta(E(k_{x'}) - E(k_x) \pm m^* \hbar w \pm \hbar w_f)$$

برای به دست آوردن شکل مناسب تر عکس زمان واهلش می بایست رابطه فوق را ساده کنیم. بنابراین

با فرض اینکه  $k_{x'} - k_x = q_x$ ،  $dk_{x'} = dq_x$ ،  $\frac{w_0^2}{\tilde{w}^2} \frac{\hbar^2}{\nu m^*} q_x^2 = y$ ، طیف انرژی گاز الکترون شبه دو بعدی  $E_n(k) = \varepsilon_n + \frac{w_0^2}{\tilde{w}^2} \frac{\hbar^2}{\nu m^*} k_x + (n_y + \frac{1}{\nu}) \hbar \tilde{w}$  و توجه به اینکه:

$$\delta(E(k_{x'}) - E(k_x) + m^* \hbar w_+ \hbar w_f) = \delta(\varepsilon_{s'} - \varepsilon_s + y - \frac{\hbar^2 k_x q_x w_0^2}{m^*} \hbar w_{Lo})$$

$$= \delta \left[ \frac{\hbar^2 q_x w_0^2}{m^*} \left( k_x + \frac{m^*}{\hbar^2 q_x w_0^2} (\varepsilon_s - \varepsilon_{s'} + y_+ \hbar w_{Lo}) \right) \right]$$

$$= \frac{m^* \tilde{w}^2}{\hbar^2 q_x w_0^2} \delta \left( k_x + \frac{m^*}{\hbar^2 q_x w_0^2} (\varepsilon_s - \varepsilon_{s'} + y_+ \hbar w_{Lo}) \right)$$

(۸۷.۴)

و کمی محاسبه به دست می آوریم:

$$\sum_{ss'} \iint dk_x k_x e^{\left[ -\frac{\varepsilon_s + \frac{w_0^2}{\tilde{w}^2} \frac{k_x^2}{\nu m^*}}{k_B T_e} \right]} \delta \left( k_x + \frac{m^* \tilde{w}^2}{\hbar^2 q_x w_0^2} (\varepsilon_s - \varepsilon_{s'} + y_+ \hbar w_{Lo}) \right) =$$

$$(\varepsilon_s - \varepsilon_{s'} + y_+ \hbar w_{Lo}) e^{\left[ -\frac{m^* \tilde{w}^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_{s'} + y_+ \hbar w_{Lo})^2}{\nu \hbar^2 q_x^2 w_0^2 k_B T_e} \right]}$$

(۸۸.۴)

اگر  $A_{ss'}^+ = \varepsilon_s + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{s'} + y_+ \hbar w_{Lo})^2}{\nu y}$

با مختصر ساده سازی می توان عکس زمان واهلش را به دست آورد:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\alpha m^* w_{Lo}^2 \tilde{w}^2}{\sqrt{2} \hbar^2 \pi^2 n_e l_e w_e^2 k_B T_e \sqrt{2} m^*} (N_o + \frac{1}{2}) \sum_{s's} \int_0^\infty \frac{dy}{\sqrt{y}} e^{\frac{A_{ss'}^-}{k_B T_e \tilde{w}^2}} (\varepsilon_s - \varepsilon_{s'} + y \frac{\hbar w_{Lo}}{L_o}) X_{nn'} \left[ \frac{\sqrt{y + \frac{w_o}{w_{Lo}}}}{L_o} \right] (n + n' - 1) \quad (۸۹.۴)$$

آهنگ اتلاف انرژی تفاوت بین فونون های جذب شده و گسیل شده توسط الکترون ها را بیان می کنند.

$$p = \sigma E^2 = \frac{\alpha \tilde{w}^2 m^* w_{Lo}^2 n_e}{\sqrt{2} \hbar \pi^2 n_e l_e w_e^2 \sqrt{2} m^*} \sum_{s's} \int_0^\infty \frac{dy}{\sqrt{y}} \times (N_o + 1) e^{\frac{A_{ss'}^-}{k_B T_e \tilde{w}^2}} - (N_o) e^{\frac{A_{ss'}^-}{k_B T_e \tilde{w}^2}} X_{nn'} \left[ \frac{\sqrt{y + \frac{w_o}{w_{Lo}}}}{L_o} \right] (n + n' - 1) \quad (۹۰.۴)$$

بنابراین با کمک معادله ترازمندی انرژی و تکانه توانستیم نرخ آهنگ گذار الکترون از حالت پایا به حالت برانگیخته و عکس زمان واهلش و آهنگ اتلاف انرژی الکترون و دمای الکترون را به دست آوریم.

## ۵.۴ آلومنیوم گالیوم آرسناید/گالیوم آرسناید

در ساختار ناهمگون  $Al_{0.3}GaAs_{0.7}/GaAs$  الکترون ها دارای تحریک پذیری بالایی هستند. زمانی که چگالی الکترون ها کمتر از  $10^{15} m^{-2} \times 6$  باشد، پایین ترین نوارها توسط الکترون ها اشغال می شود. اگر اختلاف انرژی حالت پایه و حالت برانگیخته برابر  $50 meV$  باشد با استفاده از تقریب چاه مثلثی می توان تابع موج متناظر با حالت پایه را به صورت  $X_{oo}(q)$  در نظر بگیریم.

می بایست به این نکته توجه کرد که سهم اشغال الکترون ها در نوارهای بالا بسیار کمتر است و عمده الکترون ها در پایین ترین نوار جایگزیده می شوند که علت اساسی آن بالا بودن اختلاف انرژی بین حالت پایه و حالت برانگیخته و دیگری بخاطر چگالی پایین الکترون ها می باشد. بنابراین تابع موج متناظر با حالت پایه:

$$X_{\infty}(q) = \frac{\pi \lambda + 9x + 3x^2}{\lambda b x(1+x)^3} \quad (91.4)$$

که  $b$  ضخامت چاه مثلثی  $b = \left[ \left( \frac{4\lambda\pi m^* e^2}{\kappa \hbar^2} \right) (N_{depl} + \frac{11n_e}{32}) \right]^{\frac{1}{3}}$  و  $x = \frac{q}{b}$  ثابت دی الکتریک و  $N_{depl}$  چگالی تخلیه بار الکتریکی می باشد. با در نظر گرفتن اینکه انرژی در حالت پایه برابر است با  $\varepsilon_0 = 0$  جایگذاری مقادیر و استفاده از رابطه (۸۹.۴) نتایج زیر به دست می آیند:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\sqrt{2} m^* \alpha L_0 \omega_{Lo}^2 \tilde{\omega}^{\frac{1}{2}}}{\pi^2 l_0 k_B T_e \sqrt{n_e} \omega_0^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{\hbar \tilde{\omega}}{\sqrt{2} k_B T_e}} \int_0^{\infty} \frac{dy}{y} X_{\infty} \left[ \frac{\sqrt{y + \frac{w_0}{w_{Lo}}}}{L_0} \right] e^{-\frac{\hbar w_{Lo}}{\sqrt{2} k_B T_e} (y + \frac{1}{y})} \times$$

$$\left[ e^{\frac{\hbar w_{Lo}}{\sqrt{2} k_B T_e}} N_0 (y - 1) - e^{-\frac{\hbar w_{Lo}}{\sqrt{2} k_B T_e}} (N_0 + 1) (y + 1) \right] \quad (92.4)$$

$$\sigma E^2 = \frac{\sqrt{2} \alpha n_e \hbar w_{Lo}^2 \tilde{\omega}^{\frac{1}{2}}}{\pi^2 L_0 l_0 \omega_0^{\frac{1}{2}}} \left[ (N_0 + 1) e^{-\frac{\hbar w_{Lo}}{\sqrt{2} k_B T_e}} - N_0 e^{\frac{\hbar w_{Lo}}{\sqrt{2} k_B T_e}} \right] \times$$

$$e^{-\frac{\hbar \tilde{\omega}}{\sqrt{2} k_B T_e}} \int_0^{\infty} \frac{dy}{y} X_{\infty} \left[ \frac{\sqrt{y + \frac{w_0}{w_{Lo}}}}{L_0} \right] e^{-\frac{\hbar w_{Lo}}{\sqrt{2} k_B T_e} (y + \frac{1}{y})} \quad (93.4)$$

با معرفی  $\beta_e = \frac{\hbar w_{Lo}}{k_B T_e}$  و  $\beta_0 = \frac{\hbar w_{Lo}}{k_B T_0}$  و توجه به اینکه شدت میدان الکتریکی قطبیده متناسب است با  $F_0 = \frac{w_{Lo} (\sqrt{2} m^* \hbar w_{Lo})^{\frac{1}{2}}}{e}$

و با معرفی:

$$R_j = \int_0^{\infty} \frac{dy}{y} X_{\infty} \left[ \frac{\sqrt{y + \frac{w_0}{w_{Lo}}}}{L_0} \right] \exp \left[ -\frac{x}{\sqrt{2}} (y + \frac{1}{y}) \right] \quad (94.4)$$

می توان نتایج فوق را به شکل ساده تری باز نویسی نمود.

$$\sigma E^2 = \frac{\sqrt{2} \alpha n_e \hbar w_{Lo}^2 \tilde{\omega}^{\frac{1}{2}}}{\pi^2 L_0 l_0 \omega_0^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{\hbar \tilde{\omega}}{\sqrt{2} k_B T_e}} \left[ (N_0 + 1) e^{-\frac{\beta_e}{\sqrt{2}}} - N_0 e^{\frac{\beta_e}{\sqrt{2}}} \right] R_1(\beta_e) \quad (95.4)$$



$$\frac{1}{\tau} = \frac{16m^*\alpha L_0 w_{Lo}^2 \tilde{w}^2}{\pi^2 l_0 k_B T_e \sqrt{n_e w_0^2}} e^{-\frac{\hbar\tilde{w}}{k_B T_e}} \left[ \left( N_0 e^{\frac{\beta_e}{\tau}} - (N_0 + 1) e^{-\frac{\beta_e}{\tau}} \right) R_0(\beta_e) - \right. \quad (96.4)$$

$$\left. \left( N_0 e^{\frac{\beta_e}{den}} + (N_0 + 1) e^{-\frac{\beta_e}{\tau}} \right) R_1(\beta_e) \right]$$

$$\frac{\tau w_{Lo}}{\left[ 1 + \frac{w_0^2 \tau^2}{\tilde{w}^2} \right]} \left( \frac{E_0}{F_0} \right)^2 = \frac{16\alpha \tilde{w}^2}{\pi^2 l_0 w_0^2} e^{-\frac{\hbar\tilde{w}}{k_B T_e}} \left[ (N_0 + 1) e^{-\frac{\beta_e}{\tau}} - N_0 e^{\frac{\beta_e}{\tau}} \right] R_1(\beta_e) \quad (97.4)$$

## ۶.۴ بحث و نتیجه گیری

به منظور بررسی بیشتر نتایج، محاسبات عددی را برای نمونه  $(Al_x Ga_{1-x} As / GaAs)$  با ساختار نامتجانس، با احتساب مقادیر زیر انجام می پذیرد:

اگر جرم موثر  $m^* = 0.0665 m_e$ ،  $(m_e$  جرم الکترون)

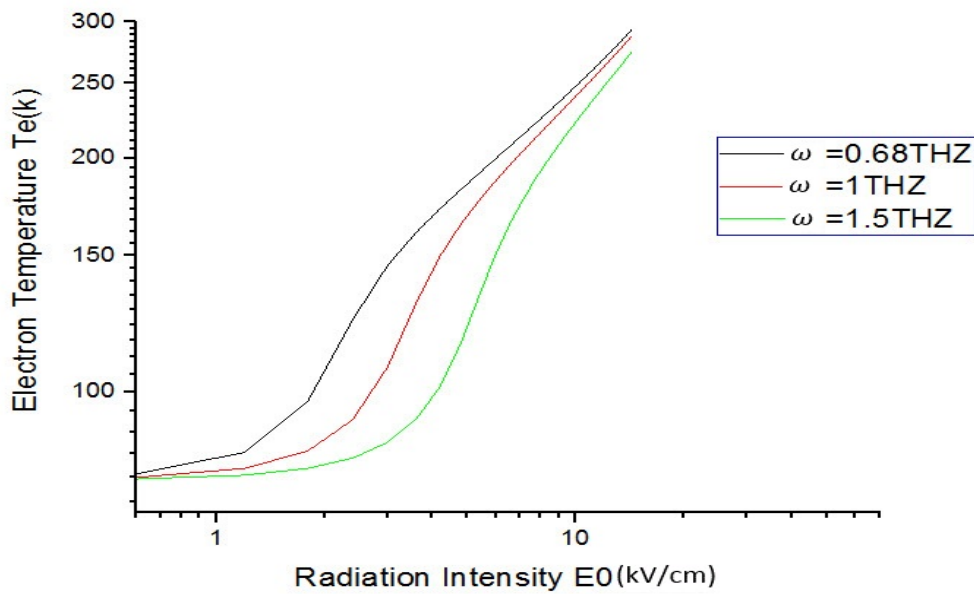
چگالی بار تهی  $n_{depl} = 5 \times 10^{14} m^{-2}$

چگالی بار الکترون  $n_e = 2 \times 10^{15} m^{-2}$

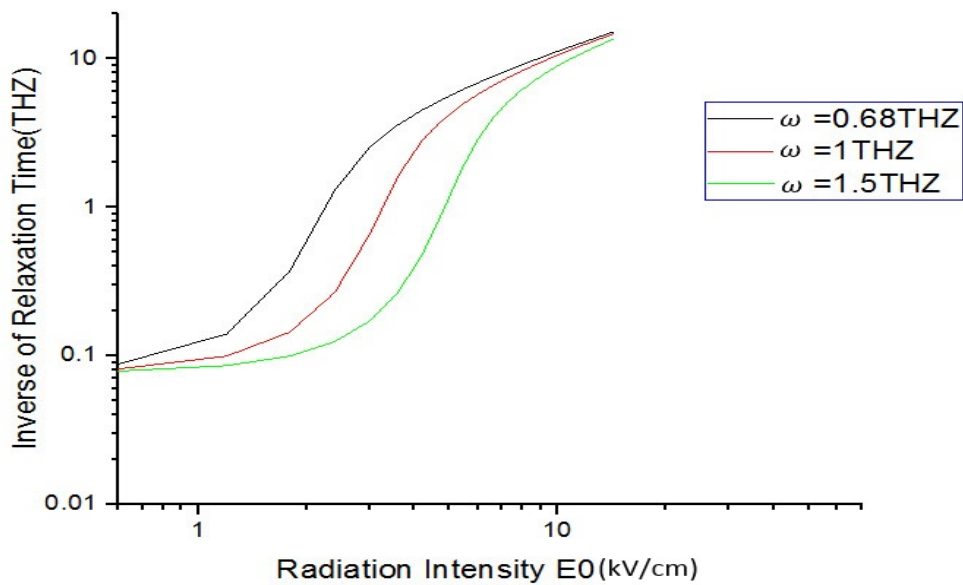
ثابت جفت شدگی  $\alpha = 0.068$

انرژی فونون  $\hbar w_{Lo} = 13.6 meV$

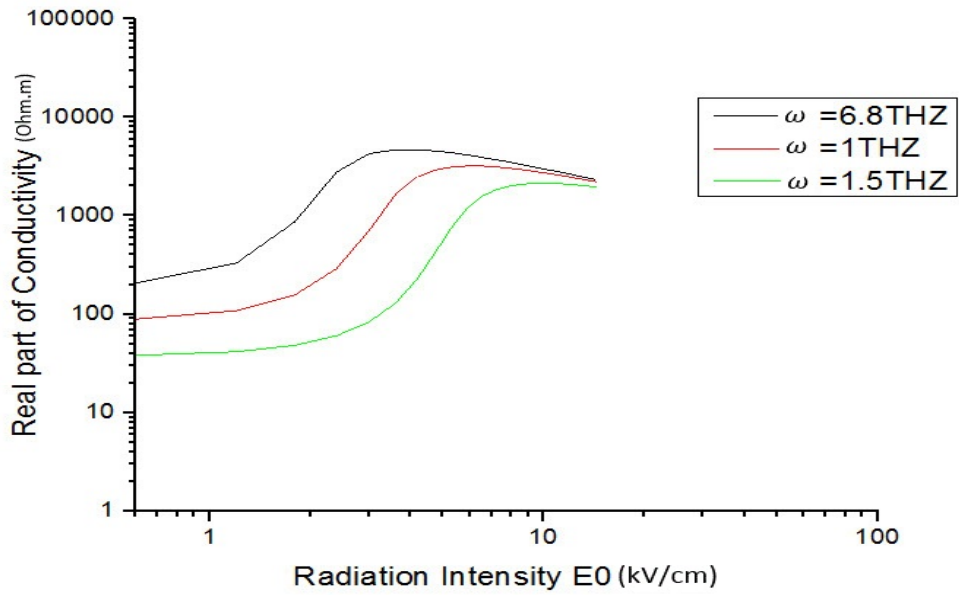
و ثابت دی الکترون  $\kappa = 12.9$



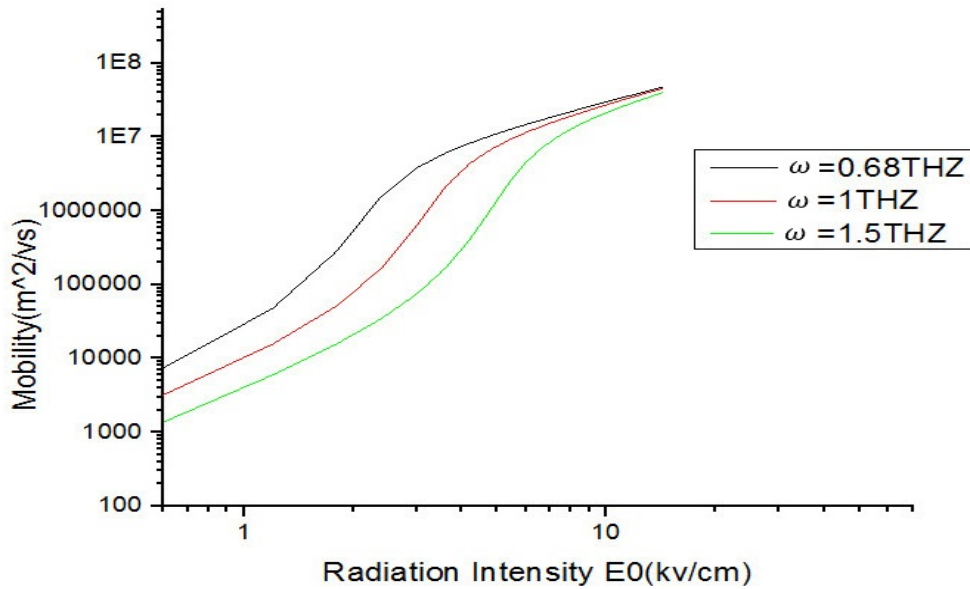
شکل ۱.۴: دمای الکترون بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین



شکل ۲.۴: وارون زمان واهلش بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین



شکل ۳.۴: رسانندگی بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین



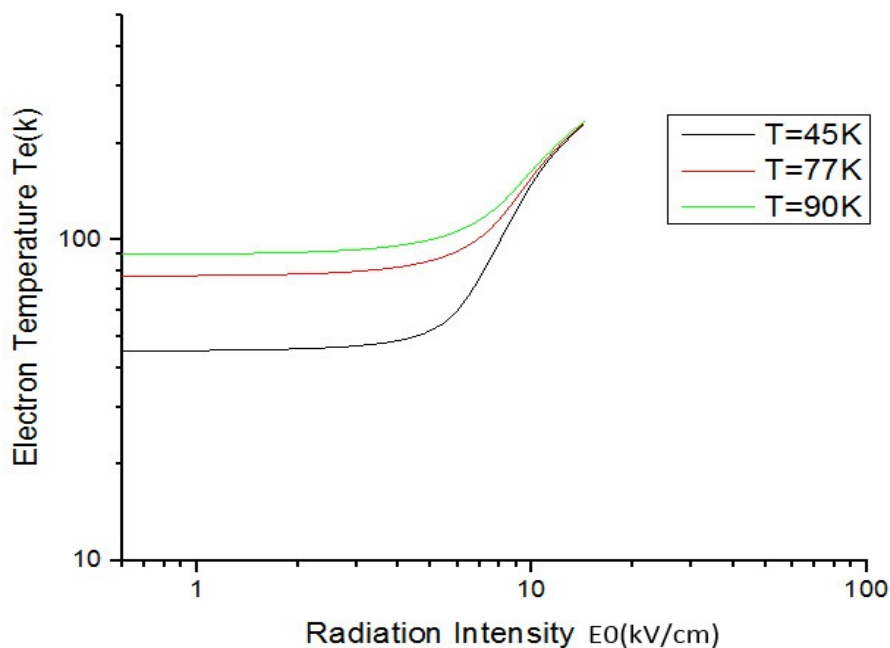
شکل ۴.۴: تحرک پذیری بر حسب شدت تابش در فرکانس های مختلف در دمای ۷۷ کلوین

با توجه به شکل های (۱.۴) و (۲.۴) که در دمای ثابت نمونه و چگالی الکترون  $n_e = 2 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$

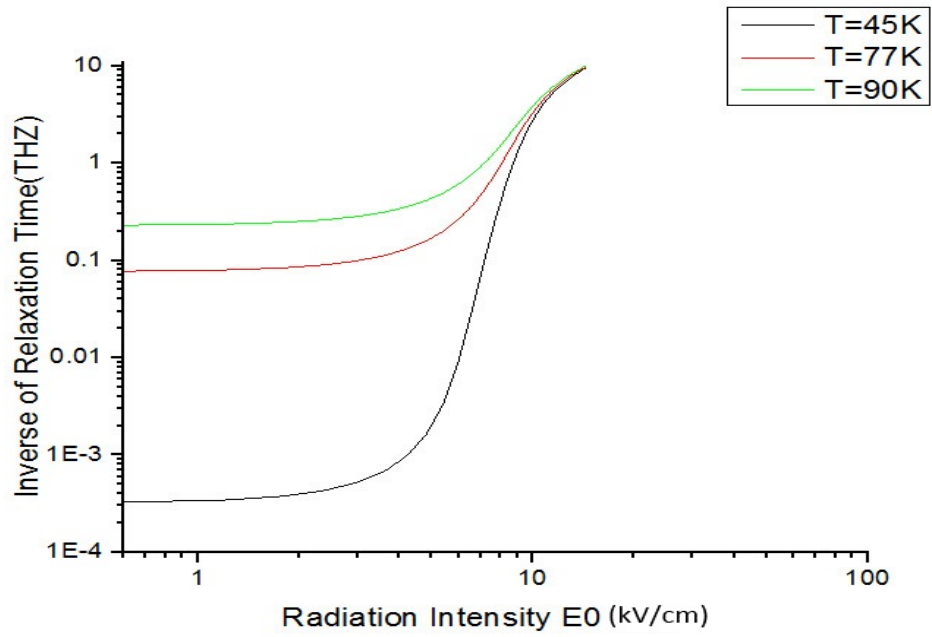
و فرکانس های مختلف صورت گرفته مشاهده می کنیم که در میدان اعمالی پایین دمای الکترون خیلی نزدیک به دمای نمونه است و وارون زمان واهلش نزدیک به مقدار خود در فرکانس صفر است. رفتار هر دو نمودار در میدان اعمالی پایین خیلی شبیه هم و یک پاسخ خطی را نشان می دهند. در میدان اعمالی پایین اثر فرکانس بر روی دمای الکترون و عکس زمان واهلش بسیار کم است. با افزایش شدت میدان تابش الکترون ها گرم می شوند و دمای الکترون به شدت افزایش می یابد.

اما در شکل های (۳.۴) و (۴.۴) با افزایش شدت تابش آهنگ رسانندگی و تحرک پذیری ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد اما برای یک شدت تابش معلوم با افزایش فرکانس تحرک پذیری و رسانندگی کاهش می یابد. با توجه به نمودارهای فوق تاثیرات فرکانس در میدان اعمالی پایین بسیار زیاد است ولی در شدت میدان های بزرگ اثر فرکانس روی تحرک پذیری و رسانندگی بسیار ضعیف است.

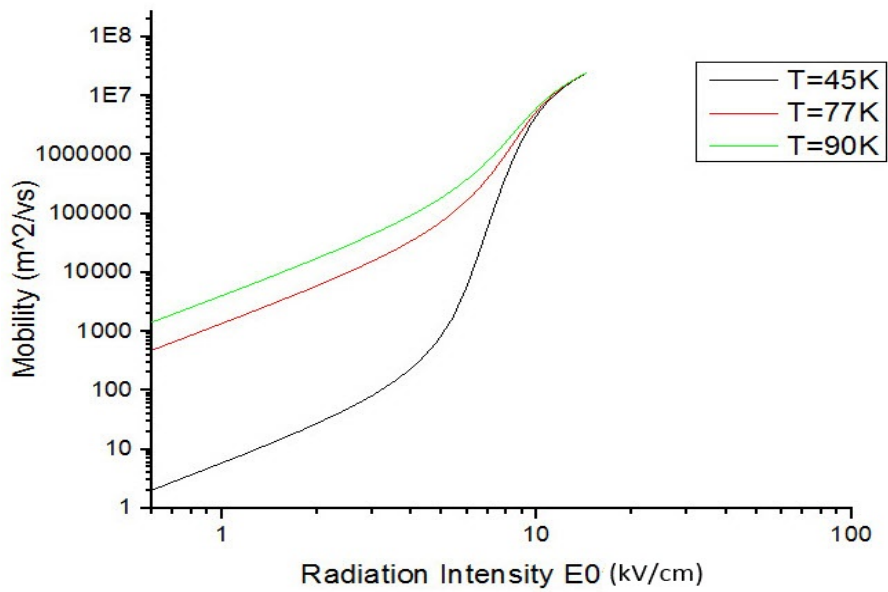
سپس با توجه به شکل های (۵.۴) و (۶.۴) و (۷.۴) و (۸.۴) که در دمای های مختلف و فرکانس ثابت  $2.5 THZ$  و چگالی الکترون  $ne = 2 \times 10^{15} m^{-3}$  صورت گرفته با افزایش دما از ۴۵ کلوین به ۹۰ کلوین رسانندگی، تحرک پذیری، دمای الکترون و عکس زمان واهلش افزایش می یابد. در میدان های تابش اعمالی پایین دما تاثیر گذار است ولی با افزایش شدت تابش تاثیرات دما بر روی رسانندگی، تحرک پذیری، دمای الکترون و وارون زمان واهلش از بین می رود.



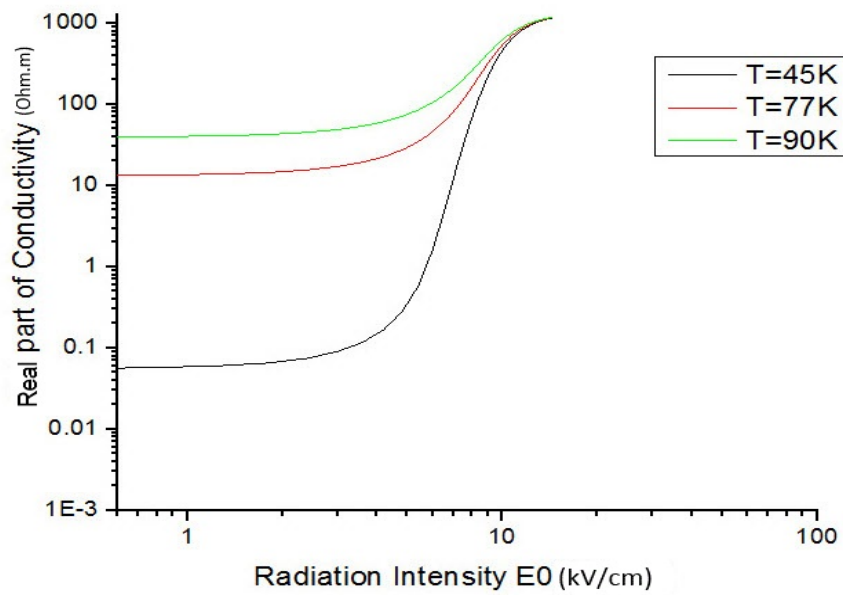
شکل ۵.۴: دمای الکترون بر حسب شدت تابش برای دماهای مختلف در فرکانس ثابت ۲.۵THZ



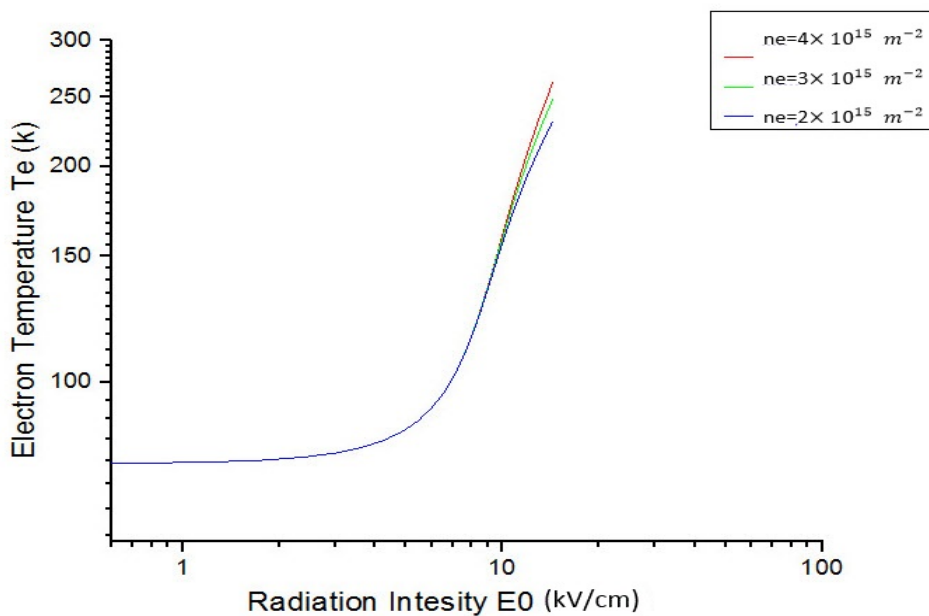
شکل ۶.۴: وارون زمان واهلش بر حسب شدت تابش برای دماهای مختلف در فرکانس ثابت ۲.۵THZ



شکل ۷.۴: تحرک پذیری بر حسب شدت تابش برای دماهای مختلف در فرکانس ثابت ۲.۵THZ



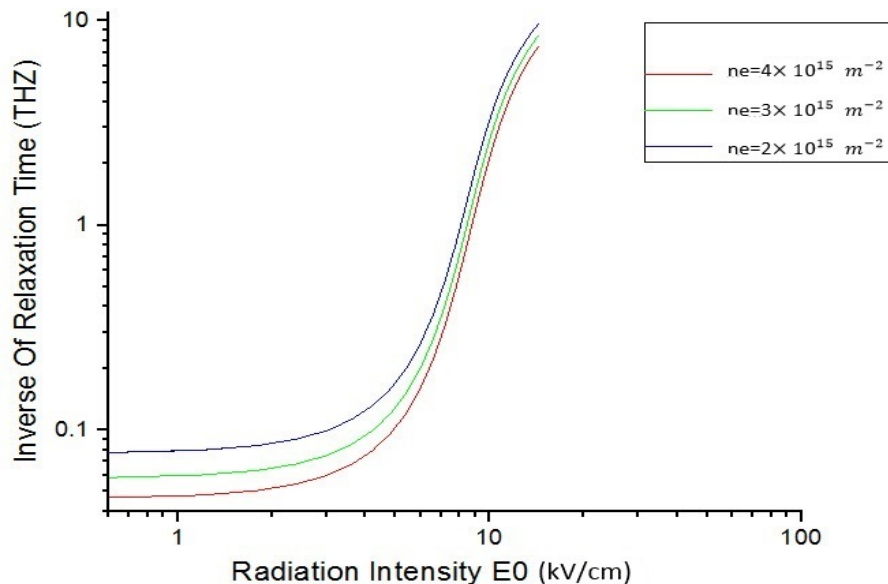
شکل ۸.۴: رسانندگی بر حسب شدت تابش برای دماهای مختلف در فرکانس ثابت ۲.۵THZ



شکل ۹.۴: دمای الکترون بر حسب شدت تابش برای چگالی الکترون های مختلف در فرکانس ثابت

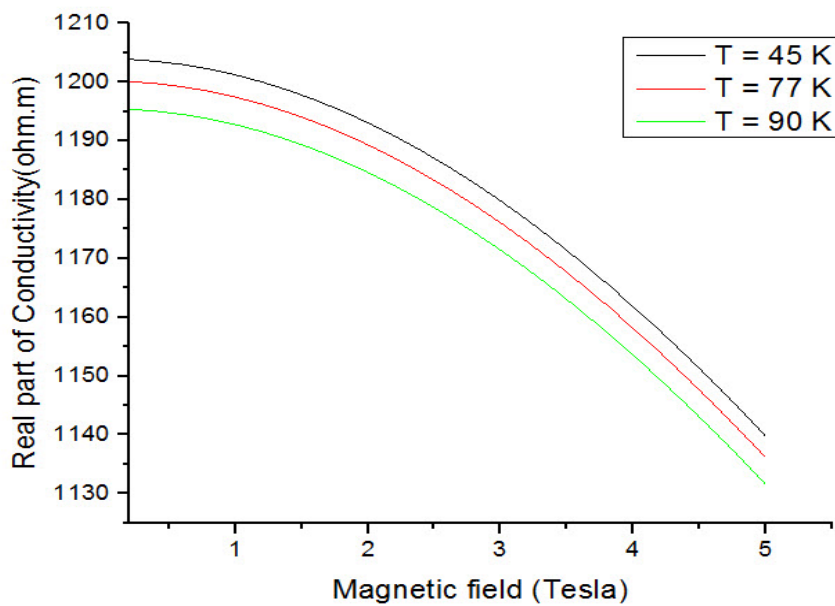
۲.۵THZ و دمای ثابت ۷۷ کلوین

و با توجه به شکل های (۹.۴) و (۱۰.۴) با افزایش چگالی الکترون دمای الکترون افزایش می یابد و در میدان اعمالی پایین تاثیرات چگالی الکترون بر روی دمای الکترون از بین می رود و با افزایش شدت تابش دمای الکترون افزایش می یابد. ولی برعکس برای وارون زمان واهلش در شدت میدان اعمالی پایین اثر چگالی بر زمان واهلش وجود دارد و در شدت تابش بالا این تاثیرات از بین می رود. نتایج سه رژیم متفاوت را نمایش می دهند. در میدان های تابشی با شدت پائین دمای الکترون به دمای نمونه نزدیک است، دستگاه پاسخ خطی از خود بروز می دهد. با افزایش شدت میدان و یا فرکانس تابش و تا زمانی که زمان واهلش برای الکترون ها نسبتا طولانی است، الکترون ها با جذب انرژی تابشی گرم شده و با گسیل فونون انرژی از دست می دهند. ابتدا نقش بر هم کنش الکترون-فوتون مهم تر از نقش بر هم کنش الکترون-فونون بوده لذا تغییرات به شدت به میدان و فرکانس تابش بستگی خواهد داشت. با افزایش شدت میدان تابشی بر هم کنش الکترون-فونون نقش غالب را داشته و لذا وابستگی نتایج به شدت میدان تابشی و فرکانس آن از بین می رود.

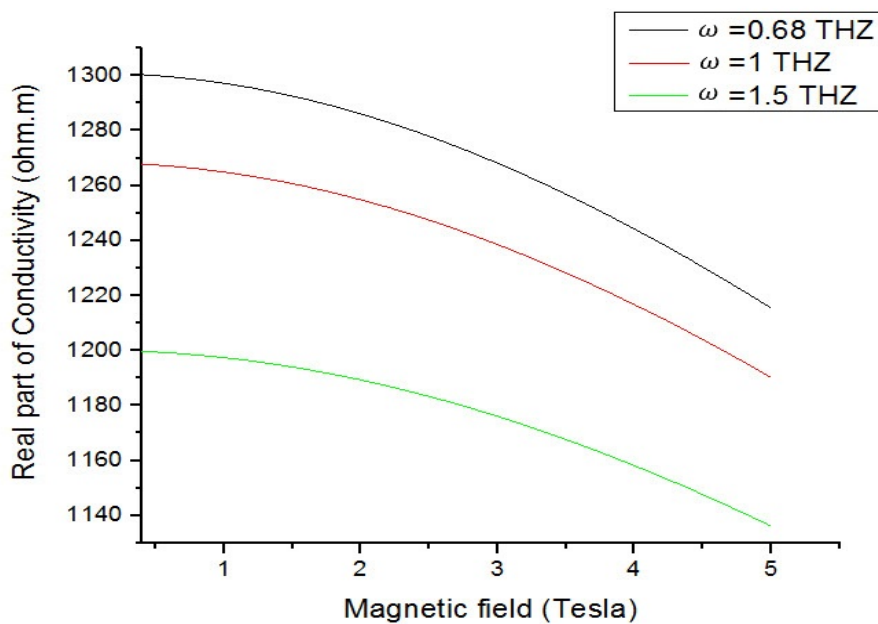


شکل ۱۰.۴: وارون زمان واهلش بر حسب شدت تابش برای چگالی الکترون های مختلف در فرکانس

ثابت ۲.۵THZ و دمای ثابت ۷۷ کلوین

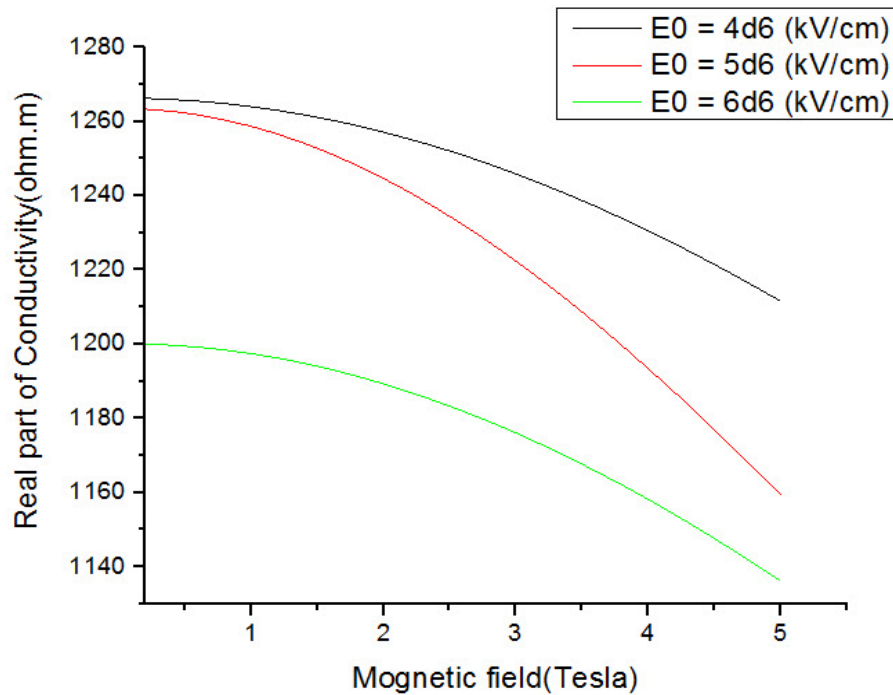


شکل ۱۱.۴: رسانندگی بر حسب شدت میدان مغناطیسی در دماهای مختلف



شکل ۱۲.۴: رسانندگی بر حسب شدت میدان مغناطیسی در فرکانس های مختلف





شکل ۱۳.۴: رسانندگی بر حسب شدت میدان مغناطیسی در شدت میدان تابش های مختلف

در رژیم غیر خطی در هر سه شکل (۱۱.۴) و (۱۲.۴) و (۱۳.۴) روند تغییرات رسانندگی بر حسب شدت میدان مغناطیسی برای دما، فرکانس و شدت میدان تابش مشاهده می کنیم با افزایش میدان مغناطیسی رسانندگی کاهش پیدا می کند این روند کاهش رسانندگی، می تواند با افزایش بر هم کنش های الکترون فنونی در حضور میدان مغناطیسی نسبت داد.

#### ۱.۶.۴ پیشنهادات

- ۱- بررسی رفتار گاز الکترون دوبعدی تحت تابش تراهرتز به طوریکه میدان مغناطیسی در صفحه سیم باشد.
- ۲- با روشی مبتنی بر محاسبات عددی مفصل تر با در نظر گرفتن گذارهای تراز بین لاندائو ترابرد غیر خطی در حضور تابش و میدان مغناطیسی بررسی شود.

## مراجع

- [1] Chong H Ahn, Boris Anczykowski, MZ Atashbar, W Bacsa, WS Bainbridge, A Baldi, PD Barnes, J Batteas, R Bennowitz, and B Bhushan. Springer handbook of nanotechnology. *Bharat Bhushan Editor*, 2004.
- [2] NG Asmar, J Černe, AG Markelz, EG Gwinn, MS Sherwin, KL Campman, and AC Gossard. Temperature of quasi-two-dimensional electron gases under steady-state terahertz drive. *Applied physics letters*, 68(6):829–831, 1996.
- [3] I Baladie and A Buzdin. Local quasiparticle density of states in ferromagnet/superconductor nanostructures. *Physical Review B*, 64(22):224514, 2001.
- [4] CWJ Beenakker and Henk van Houten. Quantum transport in semiconductor nanostructures. *Solid state physics*, 44:1–228, 1991.
- [5] Bharat Bhushan. *Springer handbook of nanotechnology*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [6] Richard P Feynman. There’s plenty of room at the bottom. *Engineering and science*, 23(5):22–36, 1960.
- [7] M Fujita, T Toyoda, JC Cao, and C Zhang. Induced charge-density oscillation under a quantizing magnetic field and intense terahertz radiation. *Physical Review B*, 67(7):075105, 2003.
- [8] Janne Halme, Paula Vahermaa, Kati Miettunen, and Peter Lund. Device physics of dye solar cells. *Advanced Materials*, 22(35), 2010.
- [9] Giuseppe Iadonisi, Giovanni Cantele, and Maria Luisa Chiofalo. *Introduction to solid state physics and crystalline nanostructures*. Springer, 2014.

- 
- [10] Elyahou Kapon, DM Hwang, and R Bhat. Stimulated emission in semiconductor quantum wire heterostructures. *Physical Review Letters*, 63(4):430, 1989.
- [11] Claus F Klingshirn. *Semiconductor optics*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [12] Xiaolin Lei. *Balance Equation Approach to Electron Transport in Semiconductors*, volume 2. World Scientific, 2008.
- [13] SY Liu and XL Lei. Theory of nonlinear cyclotron resonance in quasi-two-dimensional electron systems. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 15(25):4411, 2003.
- [14] Akram Mombeiny and Saeid Hessami Pilehrood. Magnetoplasmon modes of a terahertz-laser-driven quantum well wire. *The European Physical Journal Plus*, 130(12):252, 2015.
- [15] Nasser Peyghambarian, Stephan W Koch, and Andre Mysyrowicz. *Introduction to semiconductor optics*. Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [16] Saeid Hessami Pilehrood. *Electronic properties of semiconductor nanostructures under terahertz radiation*. PhD thesis, School of Engineering Physics, University of Wollongong, 2006.
- [17] S Schmitt-Rink, DS Chemla, and DAB Miller. Theory of transient excitonic optical nonlinearities in semiconductor quantum-well structures. *Physical Review B*, 32(10):6601, 1985.
- [18] Eckehard Schöll. *Theory of transport properties of semiconductor nanostructures*, volume 4. Springer Science & Business Media, 2013.
- [19] AA Shashkin, SV Kravchenko, VT Dolgoplov, and TM Klapwijk. Sharp increase of the effective mass near the critical density in a metallic two-dimensional electron system. *Physical Review B*, 66(7):073303, 2002.
- [20] Todd D Steiner. *Semiconductor nanostructures for optoelectronic applications*. Artech House, 2004.
- [21] Daniel C Tsui. Nobel lecture: Interplay of disorder and interaction in two-dimensional electron gas in intense magnetic fields. *Reviews of Modern Physics*, 71(4):891, 1999.

- [22] Benjamin S Williams. Terahertz quantum-cascade lasers. *Nature photonics*, 1(9):517–525, 2007.
- [23] Ulrike Woggon. *Optical properties of semiconductor quantum dots*. Springer, 1997.
- [24] Peter Würfel. *Physics of solar cells: from principles to new concepts*. John Wiley & Sons, 2008.
- [25] W Xu. Electron density of states in terahertz driven two-dimensional electron gases. *Semiconductor science and technology*, 12(12):1559, 1997.
- [26] W Xu. Electron-photon-phonon interactions in polar semiconductors under free-electron laser irradiations. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 10(27):6105, 1998.
- [27] W Xu. Nonlinear transport and optical properties of terahertz-driven two-dimensional electron gases. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 13(16):3717, 2001.
- [28] W Xu and C Zhang. Nonlinear transport in steady-state terahertz-driven two-dimensional electron gases. *Physical Review B*, 55(8):5259, 1997.
- [29] Rajveer S Yaduvanshi and Harish Parthasarathy. Em wave transport 2d and 3d investigations. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 1:114, 2010.
- [30] Xi-Cheng Zhang and Jingzhou Xu. *Introduction to THz wave photonics*, volume 29. Springer, 2010.

## **Aabstract**

The effective application of optical and electron properties of nanostructures plays a central role in the development of electronics and optical electronics. An important part of the future applications of electron-beam and electron-based electronic components in the presence of terahertz radiation and the electrical and magnetic fields in nano-structures will be. Therefore, the study of optical properties and nonlinear electron transport in nano-structures will be of particular importance.

In this thesis, due to the effective role of electron-photon-phonon interactions, nonlinear electron transport in a quantum beam under terahertz radiation and the presence of a strong magnetic field perpendicular to the wire along the wire are studied theoretically. And by performing numerical calculations, the results of the three different regimes are displayed. By increasing the field intensity or the frequency of electron radiation, they absorb radiant energy and lose energy by phonon emission. But in low-intensity fields near the electron temperature near the sample temperature, the device responds linearly. In a nonlinear regime, with the increase of the magnetic field, the conductivity is reduced. This process of reducing conductivity can be attributed to the interaction of electron-phonon in the presence of a magnetic field.

key words: Quantum wire, Teraherts radiation, Landau level, Magnetic field, Boltzmann equation



**Shahrood University Of Technology**

**Physics**

**MSc Thesis in: Solid State**

**Nonlinear transport in a quantum wire under  
terahertz radiation and strong magnetic field**

**By: Mahnaz Jebeli**

**Supervisor**

**Dr.Saeid Hessami Pilehrood**

**August 2017**