

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک هسته‌ای

مطالعه و بررسی ترازهای انرژی هسته‌های سبک عجیب دور از خط پایداری

نگارنده : شهناز کوثری

استاد راهنما:

دکتر محمدرضا شجاعی

استاد مشاور:

دکتر محمدرضا سرکرده ای

بهمن ۱۳۹۵

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : فیزیک و مهندسی هسته‌ای

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم شهناز کوثری

تحت عنوان

مطالعه و بررسی ترازهای انرژی هسته‌های سبک عجیب دور از خط پایداری

در تاریخ ۱۳۹۵/۱۱/۰۶ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه بسیار خوب مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی : دکتر محمد رضا سرکرده‌ای		نام و نام خانوادگی : دکتر محمد رضا شجاعی
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی : دکتر حسین توکلی		نام و نام خانوادگی : دکتر مسلم سوهانی
			نام و نام خانوادگی : دکتر بهنام آزادگان
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

تقدیم به

تقدیم به او که آموخت مرا تا بیاموزم،

استاد گرامی جناب آقای دکتر محمدرضا شجاعی

تقدیم به آنان که وجودم جز هدیه وجودشان نیست،

پدر و مادر عزیزم

تقدیم به همسر مهربانم،

که مسیح وار با صبرش در تمامی لحظات رفیق راه بود

و تقدیم به دخترم، امید بخش جانم که آسایش او آرامش من است.

تقدیر و تشکر

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند. و سلام و دورد بر محمد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان وامدار وجودشان است؛ و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز...

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم.

اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین می کند و سلامت امانت‌هایی را که به دستش سپرده‌اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب " من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر الله عزّ و جلّ " :

از پدر و مادر عزیزم، این دو معلم بزرگوارم، که همواره بر کوتاهی و درستی من، قلم عفو کشیده و کریمانه از کنار غفلت‌هایم گذشته‌اند و در تمام عرصه‌های زندگی یار و یابری بی چشم داشت برای من بوده‌اند؛ از استاد با کمالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر محمد رضا شجاعی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی‌ام را بر عهده گرفتند؛ از استاد صبور و با تقوا، جناب آقای دکتر محمد رضا سرکرده‌ای، که زحمت مشاوره‌ام را بر عهده گرفتند.

و از استادان فرزانه و دلسوز؛ جناب آقای دکتر مسلم سوهانی و جناب آقای دکتر آزادگان که زحمت داوری این پایان‌نامه را متقبل شدند؛ کمال تشکر و قدردانی را دارم باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

تعهدنامه

اینجانب شهناز کوثری دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، رشته فیزیک هسته‌ای دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه مطالعه و بررسی ترازهای انرژی هسته‌های سبک عجیب دور از خط پایداری تحت راهنمایی دکتر محمد رضا شجاعی متعهد می‌شوم:

تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام گردیده‌است و از صحت و اصالت برخوردار است.

در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.

مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ‌جا ارائه نشده است.

کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «University of Technologysahrood» به چاپ خواهد رسید.

حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.

در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت گردیده است.

در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت گردیده است.

امضاء دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

هسته‌ها را می‌توان به کمک تعدادی از ویژگی‌های استاتیکی تا حد قابل توجهی توصیف کرد. از مهم‌ترین این ویژگی‌ها، انرژی بستگی و شعاع باری می‌باشد. درک خواص استاتیکی و دینامیکی و تفسیر آنها بر پایه‌ی برهمکنش بین تک تک نوکلئون‌های موجود در هسته، یکی از مهم‌ترین اهداف در فیزیک هسته‌ای می‌باشد. در این پایان‌نامه برای مطالعه و بررسی سازوکار درون هسته‌ها از ایزوتوپ‌های هسته‌های لیتیم و بریلیوم استفاده کردیم. اما می‌دانیم در فیزیک هسته‌ای مدل‌های متعدد و گوناگونی برای بررسی هسته‌ها وجود دارد که ما در این کار از مدل خوشه‌ای استفاده کرده‌ایم. از طرف دیگر، پتانسیل یوکاوا و دافعه‌ی کولنی از پتانسیل‌های مهم در فیزیک هستند، که برای برهمکنش درون هسته‌ها در نظر گرفته شده‌اند. به همین منظور برای محاسبه‌ی انرژی و شعاع ایزوتوپ‌های انتخابی از پتانسیل یوکاوا اصلاح شده بعلاوه‌ی پتانسیل دافعه‌ی کولنی استفاده کرده‌ایم. از آنجایی که حل دقیق معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل یوکاوا بدون تقریب امکان پذیر نمی‌باشد، در مرحله‌ی اول با بکارگیری مدل خوشه‌ای، هسته‌های ${}^6_3\text{Li}$ و ${}^7_3\text{Li}$ و ${}^9_4\text{Be}$ و ${}^7_4\text{Be}$ را به ترتیب به صورت خوشه‌های $\alpha + d$ و $\alpha + t$ و $\alpha + {}^3_2\text{He}$ و $\alpha + {}^4_2\text{He}$ در نظر گرفته، سپس با استفاده از تقریب مناسب و روش NU، معادله‌ی شرودینگر را حل کرده تابع موج و انرژی ایزوتوپ‌ها را بدست آوردیم، سپس معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل یوکاوا اصلاح شده بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی را به روش تحلیلی حل کردیم و انرژی پایه‌ی ایزوتوپ‌ها را محاسبه نمودیم. در مرحله‌ی دوم به حل معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل هایپربولیک بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی پرداخته و طیف انرژی ایزوتوپ‌ها را محاسبه نمودیم.

کلمات کلیدی: ایزوتوپ‌های Be و Li – انرژی – شعاع – مدل خوشه‌ای – روش NU

فصل اول : کلیات

۲	۱-۱ مقدمه.....
۴	۲-۱ نیروهای چهارگانه.....
۵	۳-۱ ویژگی‌های استاتیکی پروتون و نوترون.....
۶	۴-۱ ماده‌ی هسته.....
۷	۱-۴-۱ ماده‌ی هسته‌ای متقارن و نامتقارن..... ✓
۷	۵-۱ ویژگی‌های استاتیکی هسته.....
۷	۱-۵-۱ انرژی بستگی..... ✓
۱۰	۲-۵-۱ شعاع..... ✓
۱۱	۶-۱ خواص عمومی هسته‌ها.....
۱۳	۷-۱ خواص نیروی هسته‌ای.....

فصل دوم : معرفی مدل‌های هسته‌ای

۱۶	۱-۲ مقدمه.....
۱۷	۲-۲ مدل قطره مایع.....
۱۸	۳-۲ مدل لایه‌ای.....
۲۳	۴-۲ مدل تجمعی.....
۲۳	۵-۲ مدل گاز فرمی.....
۲۴	۶-۲ مدل خوشه‌ای.....
۲۷	۱-۶-۲ مدل خوشه‌ای در هسته‌ها..... ✓
۳۱	۲-۶-۲ معرفی مدل‌های خوشه‌ای..... ✓

فصل سوم: آشنایی با انواع ایزوتوپ‌ها و روش‌های حل مسئله

- ۴۰ ۱-۳ مقدمه
- ۴۱ ۲-۳ روش NU
- ۴۵ ۳-۳ ایزوتوپ‌ها
- ۴۶ ۴-۳ ایزوتوپ‌های هسته‌ای
- ۴۷ ۵-۳ انواع دیگر ایزوتوپ‌ها
- ۴۸ ۱-۵-۳ ✓ ایزوتوپ‌های زوج-زوج
- ۵۰ ۲-۵-۳ ✓ ایزوتوپ‌های فرد-فرد
- ۵۰ ۳-۵-۳ ✓ ایزوتوپ‌های فرد-زوج یا زوج-فرد
- ۵۱ ۴-۵-۳ ✓ ایزوتوپ‌های دوجادویی

فصل چهارم: محاسبه‌ی شعاع و انرژی ایزوتوپ‌های بریلیوم و لیتیم

- ۵۴ ۱-۴ مقدمه
- ۵۴ ۲-۴ لیتیم
- ۵۶ ۳-۴ بریلیوم
- ۵۸ ۴-۴ محاسبه‌ی ویژگی‌های استاتیکی ${}^9_4\text{Be}$ و ${}^7_4\text{Be}$ ، ${}^7_3\text{Li}$ ، ${}^6_3\text{Li}$
- ۵۸ ۱-۴-۴ ✓ مطالعه‌ی اثرات ضرایب پتانسیل یوکاوا بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی بر ${}^9_4\text{Be}$ و ${}^7_4\text{Be}$ ، ${}^7_3\text{Li}$ ، ${}^6_3\text{Li}$
- ۶۶ ۵-۴ حل تحلیلی معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل یوکاوا بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی
- ۷۰ ۶-۴ طیف انرژی معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل هایپربولیک بعلاوه دافعه کولنی
- ۷۳ نتیجه‌گیری

فهرست شکل‌ها

فصل اول

شکل ۱-۱ انرژی بستگی میانگین هر نوکلئون در هسته‌های سبک..... ۸

شکل ۲-۱ نمودار هسته‌های پایدار و ناپایدار ۱۳

فصل دوم

شکل ۱-۲ مدل قطره مایع برای درک فرآیند شکافت هسته‌ای ۱۸

شکل ۲-۲ نمودار انرژی بستگی بر اساس فرمول نیمه تجربی جرم ۱۸

شکل ۳-۲ ساختار پوسته‌ای حاصل از پتانسیل‌های چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ ۲۱

شکل ۴-۲ شکل حاصل از پتانسیل اسپین مدار و هارمونیک ۲۳

شکل ۵-۲ این شکل بیانگر مدل گاز فرمی است ۲۴

شکل ۶-۲ قرار گرفتن ۴ خوشه ی آلفا در ${}^{16}_8O$ ۲۶

شکل ۷-۲ انتقال فاز بلوری به سیال کوانتومی ۲۸

شکل ۸-۲ نمودار انرژی بستگی هر هسته بر اساس تعداد پیوندهای ممکن بین ذرات آلفا ۳۰

شکل ۹-۲ پتانسیل بر حسب فاصله‌ی ذرات در هسته‌های الفای مزدوج ۳۲

شکل ۱۰-۲ طرز قرار گرفتن خوشه‌های آلفا در ${}^{12}_6C$ ۳۵

شکل ۱۱-۲ انواع مختلف رفتارهای خوشه‌ای در هسته‌ها ۳۷

فصل سوم

شکل ۱-۳ زنجیرهای جرمی برای دو دسته از ایزومرهای $A=128$ و $A=125$ ۴۹

فصل چهارم

شکل ۱-۴ ترازهای انرژی ایزوتوپ‌های لیتیم ۶۲

شکل ۲-۴ ترازهای انرژی ایزوتوپ‌های بریلیوم ۶۳

فهرست جدول‌ها

فصل اول

- جدول ۱-۱ نیروهای موجود در طبیعت ۵
- جدول ۲-۱ ویژگی‌های استاتیکی پروتون و نوترون ۶
- جدول ۳-۱ انرژی بستگی و اسپین و پاریتتهی چند هسته‌ی سبک ۹
- جدول ۴-۱ شعاع برخی از هسته‌های سبک که از پراکندگی الکترون - نوکلئون بدست آمده‌است ۱۱
- جدول ۵-۱ خواص عمومی هسته‌ها ۱۱

فصل چهارم

- جدول ۱-۴ برخی از ویژگی‌های استاتیکی ایزوتوپ‌های لیتیم ۵۵
- جدول ۲-۴ برخی از ویژگی‌های استاتیکی ایزوتوپ‌های برلیوم ۵۷
- جدول ۳-۴ ضرایب پتانسیل ۶۴
- جدول ۴-۴ انرژی پایه ایزوتوپ‌های لیتیم و برلیوم با توجه به ضرایب پتانسیل ۶۵
- جدول ۵-۴ شعاع ایزوتوپ‌های برلیوم و لیتیم ۶۶
- جدول ۶-۴ ضرایب پتانسیل یوکاوا بعلاوه دافعه کولنی ۶۹
- جدول ۷-۴ ضرایب پتانسیل هایپربولیک بعلاوه دافعه کولنی ۷۲

فصل اول

کلیات

۱-۱ مقدمه

تلاش برای درک ماهیت اساسی ماده، ریشه در تفکرات فیلسوفان یونان باستان دارد یونانیان در صده چهارم پیش از میلاد، معتقد بودند هر نوع ماده را می‌توان به اجزای کوچکتر و کوچکتر تقسیم کرد تا حدی که دیگر ادامه کار میسر نباشد. در طی ۲۴۰۰ سال بعد نیز، همچنان این نظریه به عنوان اندیشه‌ای فلسفی باقی ماند تا آنکه پژوهشگران اوایل صده نوزدهم میلادی به کمک روش‌های علوم تجربی درباره‌ی این مسئله به تحقیق پرداختند و تا به امروز جوابگوی حس کنجکاوی این بشر کنکاشگر نشده است، بلکه روز به روز سوالاتش بیشتر و به مطالعه فیزیک حریص‌تر می‌شود و تاکنون جواب سوالاتی مانند این سوال که ماهیت نیروی قوی بین نوکلئون‌ها چیست بطور دقیق، کامل نشده است.

سوال جالبی که می‌توان مطرح کرد این است که مطالعه‌ی هسته و فیزیک هسته‌ای به چه طریقی در زندگی ما و دنیای اطرافمان اثر می‌گذارد؟ مهم‌ترین نقش هسته‌ی اتم، اثر غیر مستقیم آن به عنوان مرکز اتم می‌باشد. هر اتم شامل یک قسمت میانی کوچک و سنگین می‌باشد که این قسمت کوچک تعداد الکترون‌های لازم برای تشکیل اتم را تعیین می‌کند و این به نوبه‌ی خود کلیه‌ی رفتارهای شیمیایی و خواص فیزیکی مواد را مشخص می‌کند و در برخی موارد ساختمان هسته، خواص و واپاشی آن و واکنش‌هایی که انجام می‌دهد اثرات مستقیم و تعیین کننده‌ای در جهان دارد. از طرف دیگر در هر مکانی فیزیک و قوانین آن درگیر است و انسان را قادر می‌سازد که پدیده‌های طبیعی را توجیه و تجزیه تحلیل کند و حتی در قدم‌های بزرگتر پیشامدهای بعدی را پیش‌گویی کند. از کهکشان‌ها سیارات، ستارگان و کوتوله‌ها گرفته تا درون ذرات، اتم، هسته و کوارک همه و همه با فیزیک و قوانین آن پابرجاست.

در این میان خود فیزیک نیز شاخه‌های متعددی دارد که هر یک نقش بسزایی را ایفا می‌کنند. یکی از مهم‌ترین شاخه‌ها، فیزیک هسته‌ای می‌باشد. پس از کشف نوترون توسط چادویک در سال ۱۹۳۲ از نظر

علمی پذیرفته شد که هسته ای با عدد اتمی Z از Z تا پروتون و N تا نوترون تشکیل شده است. تا این زمان تصور می شد که پروتون و نوترون ذرات بنیادی اند، اما امروزه همگان می دانیم که اینگونه نیست بلکه آنها خود از اجزای کوچکتری تشکیل شده اند.

سال ۱۸۹۶ را می توان آغاز مبحث فیزیک هسته ای دانست. در این سال بکرل پرتو-زایی ترکیب های اورانیوم را کشف کرد. پس از آن دانشمندان زیادی با انجام آزمایش های متعدد و ارائه مدل ها و نظریات متنوع در چارچوب مکانیک کوانتومی به گسترش و تکمیل این مبحث پرداختند. هسته ای اتم برای اولین بار در سال ۱۹۱۱ در آزمایشی که رادرفورد و دستیارانش با استفاده از پراکندگی ذرات آلفا توسط اتم انجام دادند، کشف شد. رادرفورد متوجه شد که پراکندگی حاصل در صورتی قابل توجیه است که اتم از یک هسته کوچک سنگین با بار مثبت تشکیل شده باشد بطوری که الکترون هایی در مدارهایی در اطراف هسته در حرکت باشند. پس از آن، تحقیقات و فرضیه ها و اختراعات و ابداعات مهمی در فیزیک هسته ای به ظهور رسید از آن جمله می توان به ظهور مکانیک کوانتومی، فرضیه نوترینو، کشف نوترون، کشف شکافت هسته ای، کشف مزون π ، فرضیه شگفتی، فرضیه مدل جمعی بر ساختار هسته ای، مشاهده نقض CP در واپاشی K^0 ، فرضیه مدل کوآرک برای هادرون ها، کشف ذره J/Ψ و تایید کوآرک افسونگر، کشف بوزونهای ضعیف Z^0 و W^\pm را عنوان کرد. در هر حال به روشنی معلوم است که مطالعات تجربی و نظری فیزیک هسته ای نقش برجسته ای در توسعه ی فیزیک قرن بیست و یکم ایفا کرده است در نتیجه همین زحمات و تلاش هاست که ما امروزه درک نسبتا خوبی از هسته ها و ساختاری که منشا این خواص است به دست آورده ایم. اکتشافات دهه های ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰ نشان دادند علاوه بر نوکلئون ها مرتبه ی دیگری از ساختار ماده وجود دارد که از هسته هم بنیادی تر است. امروزه بررسی و مطالعه ی اینگونه ذرات را که عناصر اصلی ساختار هسته ای هستند را در شاخه ای به نام فیزیک ذرات بنیادی یا فیزیک انرژی بالا ادامه می دهند.

فیزیک هسته‌ای از طرفی به فیزیک اتمی و از طرف دیگر به فیزیک ذرات بنیادی متصل است. تحقیق در خواص هسته‌ها و قوانین حاکم بر ساختار هسته‌ای نیز زمینه مهمی را در پژوهش‌های فیزیک هسته‌ای بنیان نهاده‌است.

می‌توان برای فیزیک هسته‌ای سه نقش عمده در نظر گرفت:

الف) تحقیق و تفحص در قلمرو ذرات ماده و برهمکنش آنها

ب) مطالعه و تفسیر خواص هسته

ج) طراحی و پیش‌بینی روش‌ها و ابزارهایی برای مسائل پیش‌رو در جهت خدمت به جامعه بشری.

۱-۲ نیروهای چهارگانه

چهار نیروی اصلی در طبیعت شناخته شده‌است: هسته‌ای قوی، الکترومغناطیس، هسته‌ای ضعیف و گرانش. به هر یک از این نیروها یک تئوری فیزیکی تعلق می‌گیرد. البته تئوری کلاسیکی غیرنسبیتی گرانش، قانون‌های جاذبه نیوتن است و نتیجه تعمیم نسبیتی آن، تئوری نسبیت عام انیشتین است. برای دستیابی به یک تئوری کوانتومی گرانش، باید هنوز کار کرد چون گرانش خیلی ضعیف است، ولی فعلاً غالباً فرض می‌شود که نقش مهمی در فیزیک هسته‌ای ندارد.

تئوری فیزیکی که نیروهای الکترومغناطیس را توصیف می‌کند، الکترودینامیک نامیده می‌شود. فرمول کلاسیک الکترودینامیک صدها سال پیش به وسیله‌ی ماکسول کشف شد. تئوری ماکسول و تئوری نسبیت خاص با هم سازگاری داشتند. تئوری کوانتومی الکترومغناطیس در سال ۱۹۴۰ بوسیله توماناگا و

فاینمن و شوینگر تکمیل شد. نیروهای ضعیف که نحوه ی واپاشی هسته‌ای بتا را توصیف می‌کردند برای فیزیک کلاسیک امری ناشناخته محسوب می‌شدند و توصیف تئوری آنها مستلزم بکار بردن فرمول‌های کوانتوم نسبیتی بود. نخستین تئوری نیروهای ضعیف در سال ۱۹۳۳ بوسیله فرمی ارائه شد. این تئوری در دهه ی ۵۰ توسط لی و یانگ و فاینمن و گلمن و دیگران مورد بازنگری و اصلاح قرار گرفت و در دهه‌ی ۶۰ توسط گلاشو و واینبرگ بصورت کنونی ارائه شد. در طبیعت چهار گونه از میدان‌های برهمکنشی را می‌توان تشخیص داد. نیروی گرانشی برای مقیاس‌های بزرگ فیزیک و اجسام ماکروسکوپی مهم‌اند و در مقیاس کوچک فیزیک اتمی و هسته‌ای اثر نیروهای گرانشی ناچیز است [۱].

جدول (۱-۱) نیروهای موجود در طبیعت [۷-۱]

شدت	بار	جرم بوزون مرتبط (MeV/c^2)	اسپین	نام نظریه مرتبط	نوع بوزون واسطه	میدان برهمکنشی
10^{-38}	۰	۰	۲	ژئومترودینامیک	گراویتون	گرانشی
10^{-7}	$\pm 1/0$	۸۱/۹۳	۱	فلیورودینامیک	$Z^0 W^\pm$	ضعیف
10^{-2}	۰	۰	۱	الکتروودینامیک	فوتون	الکترومغناطیس
۱	۰	۰	۱	کرومودینامیک	گلوئون	قوی

همانگونه که از جدول بالا مشهود است همه ذرات تبدالی بوزون بوده و دارای اسپین صحیح می‌باشند.

۳-۱ ویژگی‌های استاتیکی پروتون و نوترون

همه‌ی هسته‌ها از دو ذره ی پروتون و نوترون موسوم به نوکلئون تشکیل شده اند.

برخی از خواص استاتیکی نوکلئون‌ها در جدول (۲-۱) آورده شده است. با توجه به جدول زیر نوترون بدون بار است اما دارای گشتاور مغناطیسی است و این اولین دلیلی است که نشان می‌دهد نوکلئون‌ها ذرات بنیادی نقطه‌ای شکل، مانند الکترون نیستند، بلکه ساختاری داخلی دارند.

جدول (۲-۱): ویژگی‌های استاتیکی پروتون و نوترون [۳]

	پروتون	نوترون
بار	$1.6 \times 10^{-19} C$	0 C
جرم سکون	$1.67252 \times 10^{-27} kg$ 938.256 MeV	$1.67842 \times 10^{-27} kg$ 939.550 MeV
اسپین	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
مولفه سوم ایزواسپین	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
گشتاور مغناطیسی	$+2.7928\beta_n$	$-1.9128 \beta_n$

در جدول بالا مگنتون هسته (β_n) از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید که در آن جرم سکون پروتون می‌باشد.

$$\beta_n = \frac{eh}{2m_p} = \frac{(1.6 \times 10^{-19} c)(6.58 \times 10^{-16} ev.s)}{2(1.673 \times 10^{-27} kg)} = 3.15 \times 10^{-8} \frac{eV}{T} \quad (1-1)$$

۴-۱ ماده‌ی هسته‌ای

به مجموعه‌ای از پروتون‌ها و نوترون‌ها گفته می‌شود. این مجموعه در حقیقت یک سیستم ایده آل از نوکلئون‌های در حال برهمکنش است که می‌تواند در فازهای مختلفی وجود داشته باشد.

۱-۴-۱ ماده‌ی هسته‌ای متقارن و نامتقارن

ماده‌ی هسته‌ای متقارن به ترکیبی از نوکلئون‌ها گفته می‌شود که در آن تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها با هم برابر است. در مقابل ماده‌ی هسته‌ای نامتقارن معرف مجموعه‌ای از نوکلئون‌هاست که در آن تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها با هم برابر نیست. هم‌چنین به سیستمی از ذرات که تنها شامل نوترون‌هاست ماده‌ی نوترونی خالص گفته می‌شود.

۱-۵-۱ ویژگی‌های استاتیکی هسته

ویژگی‌هایی از هسته را که با گذشت زمان مقدار آن تغییر نمی‌کند و ثابت است ویژگی استاتیکی هسته می‌گویند. ویژگی‌های استاتیکی هسته شامل موارد زیر می‌باشد [۶]:

جرم هسته، انرژی بستگی، شعاع، پاریتته، گشتاور دوقطبی، چهارقطبی الکتریکی، ایزواسپین، اسپین

۱-۵-۱-۱ انرژی بستگی

انرژی بستگی (B) یک هسته اختلاف بین جرم هسته‌ای و مجموع جرم اجزای تشکیل دهنده‌ی آن می‌باشد:

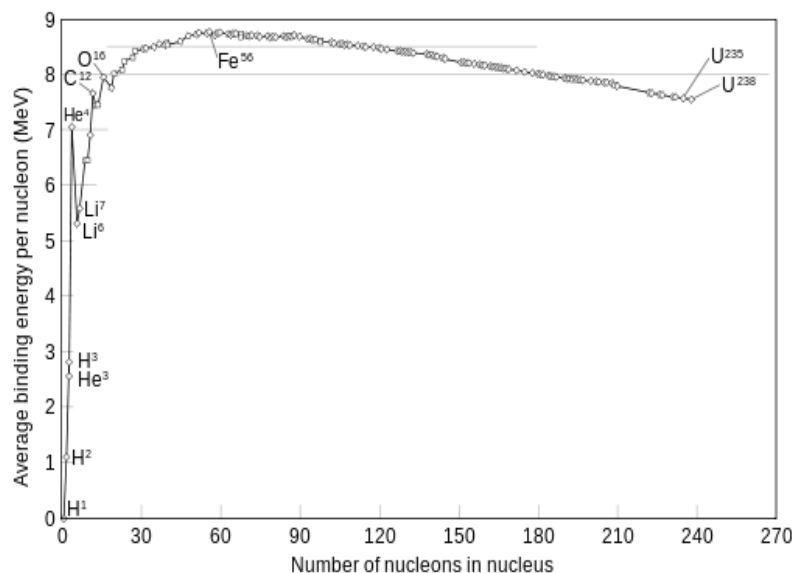
$$B(A, Z) = Nm_n c^2 + Zm_p c^2 - m(A, Z)c^2 \quad (۲-۱)$$

انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون با عبارت $\frac{B}{A}$ بیان می‌شود که خود تابعی از A می‌باشد. همانگونه که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است مقدار $\frac{B}{A}$ با افزایش A در هسته‌های سبک افزایش می‌یابد و به یک پهن شدگی در حدود $55 - 60 \approx A$ می‌رسیم و در ادامه آن به آرامی به صورت تابعی از A کاهش می‌یابد. با توجه به شکل متوجه می‌شویم که با همجوشی هسته‌های سبک یا با شکافت هسته‌های سنگین انرژی آزاد می‌شود. در هسته‌های پایداری که خیلی سبک نیستند ($A > 12$) انرژی بستگی B در تقریب اول با عدد جرمی متناسب است [۴]:

$$B(A, Z) \approx A \times 8 \text{ MeV} \quad (3-1)$$

و به طور دقیق‌تر:

$$7.7 \text{ MeV} < \frac{B(A, Z)}{A} < 8.8 \text{ MeV} \quad \text{برای} \quad 12 < A < 225 \quad (4-1)$$



شکل (۱-۱): انرژی بستگی میانگین هر نوکلئون در هسته‌های سبک [۴]

همچنین در ادامه کار انرژی بستگی و پاریتته ی چند هسته ی سبک آورده شده است.

جدول (۱-۳) انرژی بستگی و اسپین و پاریتته ی چند هسته ی سبک [۳]

اسپین و پاریتته	انرژی بستگی بر نوکلئون (MeV)	انرژی بستگی آخرین نوکلئون (MeV)	انرژی بستگی (MeV)	هسته
1^+	۱/۱	۲/۲	۲/۲۲	2_1H
1^+ 2^-	۲/۸	۶/۳	۸/۴۸	4_2He
0^+	۷/۱	۱۹/۸	۲۸/۳۰	6_3Li
3^- 2^-	۵/۵	-۱/۰	۲۷/۳۴	7_3Li
1^+	۵/۳	۴/۷	۳۱/۹۹	8_4Be
3^- 2^-	۵/۶	۷/۳	۳۹/۲۵	9_4Be
0^+	۷/۱	۱۷/۳	۵۶/۵۰	${}^{10}_5B$
3^- 2^-	۶/۵	۱/۷	۵۸/۱۶	${}^{11}_5B$
3^+	۶/۵	۶/۶	۶۴/۷۵	${}^{12}_6C$
3^- 2^-	۶/۹	۱۱/۵	۷۶/۲۱	${}^{13}_6C$
0^+	۷/۷	۱۶/۰	۹۲/۱۶	${}^{14}_7N$
1^- 2^-	۷/۵	۵/۰	۹۷/۱۱	${}^{15}_7N$
1^+	۷/۵	۷/۶	۱۰۴/۶۶	${}^{16}_8O$
1^- 2^-	۷/۷	۱۰/۸	۱۱۵/۴۹	${}^{17}_8O$
0^+	۸/۰	۱۲/۱	۱۲۷/۶۲	${}^{18}_9F$

۱-۵-۲ شعاع هسته

با وجود اینکه اثرات کوانتومی در هسته بسیار ناچیز است ولی می‌توان نشان داد که حجم هسته (V) با تقریب خوبی با عدد جرمی A متناسب است و هر نوکلئون حجمی در حدود $V_0 = 7.2 fm^3$ را اشغال می‌کند. در تقریب اول هسته‌ی پایدار کروی است و حجمی در حدود $V \cong AV_0$ را اشغال می‌کند که در آن شعاع هسته از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید [۴]:

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \quad r_0 = 1.2 fm \quad (۵-۱)$$

می‌توان نشان داد که توزیع فضایی نوکلئون‌های درون هسته‌ها با پراکندگی الکترون‌ها مشخص می‌شود. الکترون‌ها به درون هسته نفوذ می‌کنند و مسیر حرکت آنها تعیین می‌شود. در جدول (۱-۶) شعاع برخی هسته‌ها آورده شده‌است، که توسط پراکندگی الکترون - نوکلئون مشخص شده‌است. r_{rms} از رابطه‌ی زیر مشخص می‌شود:

$$\langle r_{rms}^2 \rangle = \frac{\int d^3r r^2 \rho(r)}{\int d^3r \rho(r)} \quad (۶-۱)$$

که R از رابطه‌ی (۵-۱) بدست می‌آید.

جدول (۱-۴): شعاع برخی از هسته‌ها که از پراکندگی الکترون - نوکلئون بدست آمده است [۵].

هسته	$r_{rms}(fm)$	$R(fm)$	$\frac{R}{A^{\frac{1}{3}}}(fm)$	هسته	$r_{rms}(fm)$	$R(fm)$	$\frac{R}{A^{\frac{1}{3}}}(fm)$
1_1H	۰/۷۷	۱/۰	۱/۰	${}^{16}_8O$	۲/۶۴	۳/۴۱	۱/۳۵
2_1H	۲/۱۱	۲/۷۳	۲/۱۶	${}^{24}_{12}Mg$	۲/۹۸	۳/۸۴	۱/۳۳
4_2He	۱/۶۱	۲/۰۸	۱/۳۱	${}^{40}_{20}Ca$	۳/۵۲	۴/۵۴	۱/۳۲
6_3Li	۲/۲۰	۲/۸	۱/۵۶	${}^{122}_{51}Sb$	۴/۶۳	۵/۹۷	۱/۲۰
7_3Li	۲/۲۰	۲/۸	۱/۴۹	${}^{181}_{73}Ta$	۵/۵۰	۷/۱۰	۱/۲۵
9_4Be	۲/۲	۲/۸۴	۱/۳۷	${}^{209}_{83}Bi$	۵/۵۲	۷/۱۳	۱/۲۰
${}^{12}_6C$	۲/۳۷	۳/۰۴	۱/۳۳				

۱-۶ خواص عمومی هسته‌ها

هسته یک حالت مقید از نوکلئون‌ها را گویند، همانگونه که اتم حالت مقید شامل نوکلئون‌ها و الکترون‌ها

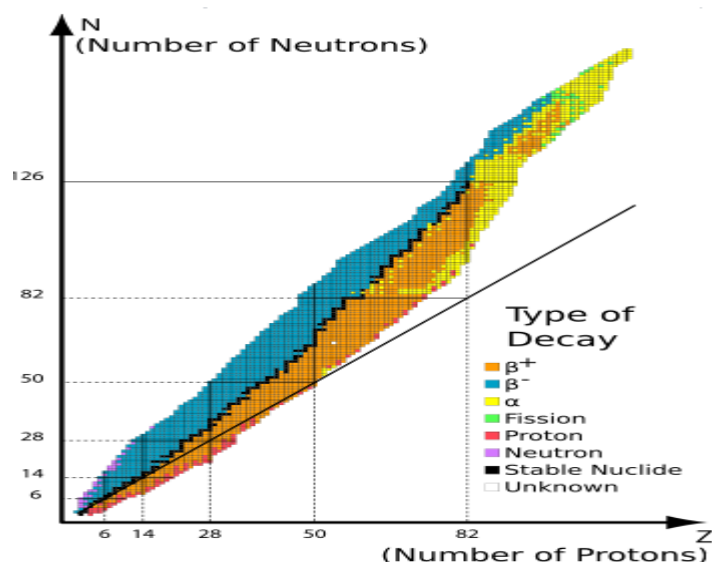
می‌باشد. واحدهایی که در فیزیک اتمی و هسته‌ای بکار برده می‌شوند با هم متفاوت می‌باشند [۴].

جدول (۱-۵): خواص عمومی هسته‌ها

هسته	اتم	هسته
$10^{-15}m$	$10^{-10}m$	فاصله بین ذرات تشکیل دهنده سیستم
MeV	eV	انرژی

ابعاد هسته‌ای 10^{-5} مرتبه کوچکتر از اندازه‌ی اتمی می‌باشد و اندازه‌ی انرژی بستگی هسته‌ای 10^6 مرتبه بزرگتر از انرژی‌های اتمی می‌باشد و همین اختلافات منشا قدرت نسبی نیروهایی است که باعث انسجام اتم‌ها و هسته‌ها می‌باشد. قابل ذکر است که انرژی بستگی هسته‌ای هنوز هم کوچک است زیرا مقدار آن فقط ۱٪ انرژی سکون نوکلئون می‌باشد. از آنجایی که انرژی بستگی نوکلئون از مرتبه‌ی انرژی جنبشی آن $\frac{1}{2}mV^2$ می‌باشد، با اطمینان می‌توان گفت نوکلئون‌ها با سرعت غیر نسبیتی درون هسته حرکت می‌کنند (نوکلئون‌ها با انرژی جنبشی حدود 10 MeV در داخل هسته حرکت می‌کنند [۶]، یعنی $10^{-2} < \frac{V^2}{c^2}$). هر هسته با عدد اتمی Z که تعداد پروتون‌های هسته و عدد نوترونی N که تعداد نوترون‌های می‌باشد، مشخص می‌شود.

هزاران ترکیب متفاوت از N و Z وجود دارد ولی تعداد محدودی از آنها از لحاظ پایداری برای محققان حائز اهمیت می‌باشد. در شکل (۱-۲) هسته‌های پایدار و ناپایدار با طول عمر بالا (مربع‌های سیاه رنگ) در امتداد خاصی قرار می‌گیرند که به آن خط پایداری می‌گویند. هسته‌ای که بالاتر یا پایین‌تر از خط پایداری قرار بگیرد دارای جرم اتمی بزرگتر از مقدار کمینه متناظر به عدد جرمی A خاص خودش است و در نتیجه باید ناپایدار باشد. یک تحقیق جالب در فیزیک هسته‌ای تولید هسته‌های جدید است و این احتمال را باید بیشتر در اطراف هسته‌های پایدار جستجو کرد.



شکل (۱-۲): نمودار هسته‌های پایدار و ناپایدار. هسته‌های پایدار (و ناپایدار دراز عمر) با مربع‌های سیاه نشان داده شده‌است.

۱-۷ خواص نیروی هسته‌ای

حال که شرح مختصری از خواص هسته‌ها را گفتیم، پس لازم است خواص نیروی حاکم بر آنها را نیز بدانیم. بر پایه خواص هسته‌ها در انرژی‌های پایین بسیاری از خصوصیات نیروی هسته‌ای قابل بررسی است. هنگامی که نتایج آزمایش‌های انجام شده در انرژی‌های بالاتر را هم به آنها بیافزاییم، جزئیات بیشتری از نیروی هسته‌ای برای ما روشن می‌شود. در این بخش، ویژگی‌های اصلی نیروی بین نوکلئون‌ها را به طور خلاصه شرح می‌دهیم [۶]:

(۱) برهمکنش بین دو نوکلئون از پایین‌ترین مرتبه ی پتانسیل مرکزی جاذبه‌ای حاصل می‌شود

(۲) برهمکنش نوکلئون - نوکلئون قویا وابسته به اسپین است (این نتیجه‌گیری از عدم موفقیت در مشاهده حالت مقید تک‌تایه دوترون و همچنین از اندازه‌گیری اختلاف سطح مقطع‌های حالت‌های تک و

سه‌تایه حاصل شده است)

۳) پتانسیل بین نوکلئونی شامل یک جمله‌ی غیر مرکزی، به نام پتانسیل تانسوری است (عمده ترین دلیل وجود نیروی تانسوری از مشاهده گشتاور چهارقطبی در حالت پایه دوترون حاصل می‌شود. تابع موج حالت $S(l=0)$ تقارن کروی دارد، یعنی گشتاور چهارقطبی الکتریکی آن صفر است)

۴) نیروی نوکلئون- نوکلئون نسبت به بار نوکلئون تقارن دارد (در اینجا مقصود از بار، خصوصیت یا جنس نوکلئون (پروتون یا نوترون) است و نه بار الکتریکی آن. دلیل این امر آن است که طول‌های پراکندگی و همچنین بردهای موثر در برهمکنش‌های pp و nn با هم مساوی است)

۵) نیروی نوکلئون و نوکلئون تقریباً مستقل از بار الکتریکی است (این بدان معنی است که همانند حالت های اسپین) پس از تصحیح نیروی کولنی pp ، هر سه نیروی هسته‌ای pp ، nn و pn با هم مساوی اند. به این ترتیب، استقلال بار شرطی قویتر از تقارن بار است)

۶) برهمکنش نوکلئون- نوکلئون در فواصل خیلی کوتاه دافعه است (این نتیجه از بررسی کیفی چگالی هسته‌ای حاصل می‌شود. رشد هسته در اثر افزایش نوکلئون‌ها به صورتی است که چگالی مرکزی آن تقریباً ثابت می‌ماند، از این رو باید عاملی وجود داشته باشد که از تجمع و نزدیک شدن بیش از حد نوکلئون‌ها جلوگیری کند).

فصل دوم

معرفی مدل‌های هسته‌ای

۱-۲ مقدمه

در اتم‌ها بدلیل مشخص بودن نیروهای توصیف کننده آنها، مدل‌های اتمی بر اساس این نیروها به طور واضح بیان می‌شوند اما در هسته‌ها شکل قطعی نیروها معلوم نیست. ماهیت نیروهای هسته‌ای به این صورت است که تنها برهمکنش نوکلئون‌ها از طریق نیروهای متقابل دوجسمی نیست بلکه از طریق نیروهای سه جسمی نیز صورت می‌گیرد. یعنی نیروی وارد بر نوکلئون ۱ تنها به جای نوکلئون‌های ۲ و ۳ بستگی ندارد و شامل یک جمله اضافی می‌باشد که از همبستگی بین مواضع نوکلئون‌های ۲ و ۳ ناشی می‌شود [۶]. بنابراین برای توضیح کامل همه خصوصیات هسته‌های پایدار و ناپایدار تنها یک مدل جوابگو نیست. منظور از مدلسازی هسته‌ای ارائه یک توصیف تقریبی از سیستم هسته‌ای می‌باشد. مدل‌های مختلفی برای توصیف ساختار هسته‌ها وجود دارند که هیچکدام به طور کامل نتوانستند ساختار پیچیده هسته‌ها را تشریح کنند.

برای ساختن یک مدل باید توجه کنیم که این مدل بتواند خواص هسته‌ها را تا اندازه‌ی قابل قبولی توضیح دهد و برای هسته‌های سبک و سنگین دچار مشکل نشود. معمولاً در کل فیزیک ما به دنبال یک مدل می‌گردیم تا بتواند یک پدیده‌ی فیزیکی را بطور کامل توضیح دهد جدا از اینکه این مدل چقدر برای ما ملموس و قابل پذیرش باشد. مدلسازی در اکثر شاخه‌های فیزیک مانند گرانش، فیزیک ذرات بنیادی و فیزیک اتمی نیز برای توصیف کامل یک پدیده‌ی فیزیکی قابل استفاده است مانند مدلسازی برای رسانایی فلزات یا مدلسازی برای پدیده‌های جهان تورمی. بنابراین در این بخش ما مدل‌های مختلف هسته‌ای را به اختصار توضیح خواهیم داد.

۲-۲ مدل قطره مایع^۱

این مدل هسته‌ای در سال ۱۹۳۹ توسط نیلز بور و جان ویلر بیان شد. در این مدل، هسته را مانند یک قطره کروی در نظر می‌گیرند. اما آنچه سبب کروی ماندن یک قطره مایع می‌شود، نیروهای کشش سطحی قطره است. بنابراین می‌توان گفت که نیروی نگهدارنده‌ی نوکلئون‌های هسته و نیروهای کشش سطحی در قطره مایع خیلی به هم شبیه هستند. بنابراین نیروی نگهدارنده‌ی هسته که بین نوکلئون‌ها وجود دارد دارای ویژگی‌های زیر است:

(۱) دارای برد کوتاه هستند

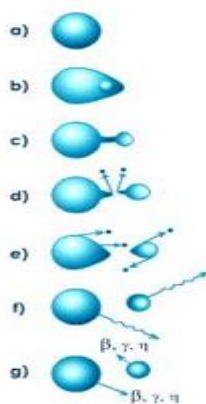
(۲) نیروهای هسته‌ای بین نوکلئون‌ها خیلی بزرگتر از نیروهای الکتروستاتیکی بین آنها هستند

(۳) این نیروها مستقل از جفت شدگی سایر نوکلئون‌ها هستند

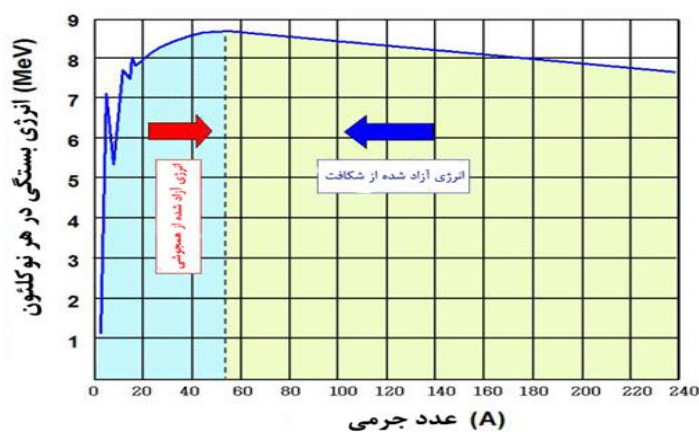
(۴) این نیروها تنها با نوکلئون‌های مجاور برهمکنش دارند و آنها را جذب می‌کنند.

این مدل می‌تواند پدیده‌های شکافت را به راحتی توضیح دهد (شکل ۲-۱) و مدلی برای واکنش‌های با انرژی پایین است. این مدل همچنین اساسی برای مطالعه انرژی بستگی با فرمول نیمه تجربی جرم ارائه می‌دهد (شکل ۲-۲).

^۱ Liquid drop model



شکل (۱-۲): مدل قطره مایع برای درک فرایند شکافت هسته‌ای



شکل (۲-۲): نمودار انرژی بستگی بر اساس فرمول نیمه تجربی جرم

۲-۳ مدل پوسته‌ای^۲

نظریه اتمی با استفاده از مدل پوسته ای توانسته است به‌طور کاملاً روشن جریات پیچیده‌ی ساختار اتم‌ها را توضیح دهد، به همین دلیل متخصصان فیزیک هسته‌ای به امید آنکه بتوانند به توصیف روشنی از خواص هسته‌ها دست یابند، سعی کردند در بررسی ساختار هسته‌ای از نظریه‌ی مشابهی استفاده کنند.

² Shell model

در مدل پوسته ای اتم‌ها، پوسته‌ها را با الکترون‌هایی که انرژی‌شان به ترتیب افزایش می‌یابد پر می‌کنیم، و این آرایش الکترونی به گونه‌ای است که اصل طرد پائولی در آن رعایت می‌شود. در این مدل فرض بر این است که عمدتاً همین الکترون‌های ظرفیت هستند که خواص اتم‌ها را تعیین می‌کنند [۶]. مثلاً برای اتم‌هایی با تعداد الکترون‌های ۲، ۱۰، ۱۸، ۳۶، ۵۴ و ۸۶ تمام لایه‌ها به طور کامل پر می‌شوند. چنین ساختار الکترونی دارای انرژی بستگی فوق العاده می‌باشد و خیلی پایدار است.

در مدل قطره مایع می‌توان تغییرات انرژی بستگی با عدد جرمی را در نقاطی که منحنی شکل (۱-۱) دارای پیوستگی است توضیح داد، اما در نقاطی که منحنی پیوسته نیست این مدل جوابگو نیست و باید از مدل لایه‌ای استفاده کرد. مدل لایه‌ای برای هسته‌ها از مدل لایه‌ای اتمی گرفته شده است. اما بکار بردن مدل لایه‌ای برای هسته‌ها با مشکلاتی همراه است. اول اینکه در مورد اتم‌ها پتانسیل حاکم را میدان کولنی هسته تامین می‌کند، یعنی یک عامل خارجی زیر پوسته‌ها یا مدارها را سازمان می‌دهد. ولی در مورد هسته‌ها هیچ عامل خارجی وجود ندارد و نوکلئون‌ها در پتانسیلی که خودشان به وجود می‌آورند در حرکت‌اند. دومین نکته این است که قطر نوکلئون‌ها در مقایسه با اندازه‌ی هسته نسبتاً بزرگ است. در حالی که هر نوکلئون منفرد در خلال حرکتش در هر مدار می‌تواند برخوردهای متعددی با نوکلئون‌های دیگر داشته باشد، چگونه می‌توان نوکلئون‌ها را در مدارهای کاملاً مشخص در حرکت تصور کرد؟

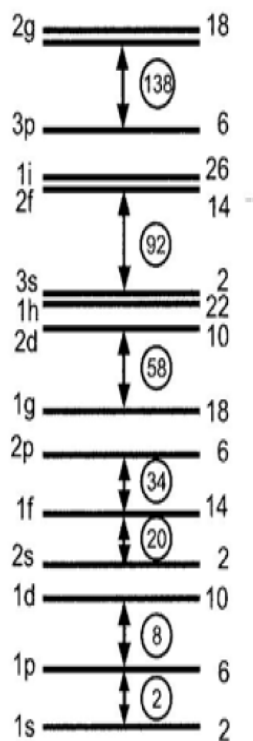
انرژی جدایی پروتون و نوترون، مانند انرژی یونش در اتم‌ها، به استثنای موارد افت سریع در مقابل بعضی از اعداد پروتونی و نوترونی یکسان، به تدریج با افزایش N و Z افزایش می‌یابد. توجه با این نکته ما را به این حدس می‌رساند که شاید ناپیوستگی‌های تیز انرژی جدایی (همانند مورد مشابه اتمی) با پر شدن پوسته‌های اصلی ارتباط داشته باشد. طرز رفتار ناگهانی و ناپیوسته‌ی هسته‌ها در موارد سطح مقطع گیراندازی نوترون و تغییرات شعاع بار هسته در مقابل همان اعداد پروتونی یا نوترونی که در انرژی جدایی وجود دارد، اتفاق می‌افتد.

این اعداد پروتونی یا نوترونی هسته‌هایی که Z یا N آنها برابر ۲، ۸، ۲۰، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶ است و معرف اثرات پوسته‌های اصلی پر شده هستند را اعداد جادویی می‌گویند. در مدل پوسته‌ای می‌توان مشکل پتانسیل هسته‌ای را به این صورت بر طرف کرد که فرض شود هر نوکلئون تنها تحت تاثیر پتانسیل واحدی که نوکلئون‌های دیگر در ایجاد آن نقش دارند، قرار دارد. بنابراین می‌توان برای هر یک از نوکلئون‌های هسته، ترازهای انرژی متناظر با زیر پوسته‌ها را بدست آورد.

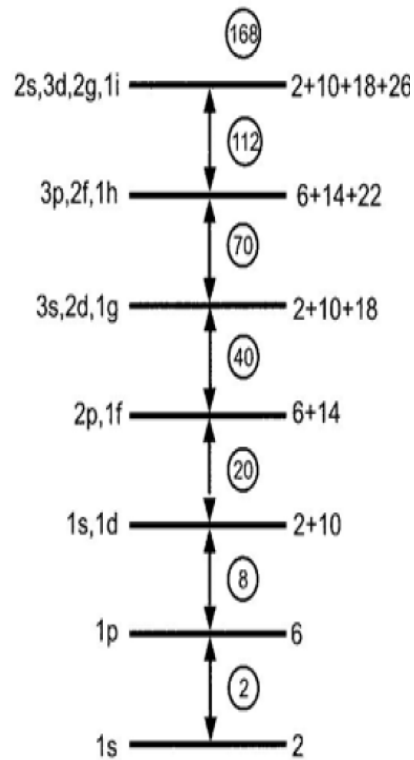
وجود مدارهای فضایی مشخص را اصل پائولی تعیین می‌کند. فرض می‌کنیم که در یک هسته‌ی سنگین، تقریباً در ته چاه پتانسیل، برخوردی بین دو نوکلئون صورت گیرد و نوکلئون‌ها هنگام برخورد با هم انرژی مبادله کنند، اما اگر تمامی ترازهای انرژی تا تراز نوکلئون‌های ظرفیت پر شده باشد، هیچ راهی برای کسب انرژی نوکلئون نمی‌ماند مگر آنکه مقدار انرژی به اندازه‌ای باشد که نوکلئون را به تراز ظرفیت برساند. سایر ترازهای نزدیکتر به تراز اولیه‌ی نوکلئون همگی پر هستند و نمی‌توانند یک نوکلئون اضافی را بپذیرند. انرژی لازم برای این انتقال که از تراز نزدیک به تراز پایه، به نوار ظرفیت انجام می‌شود بیشتر از مقداری است که معمولاً در برخورد بین دو نوکلئون از یکی از آنها به دیگری منتقل می‌شود. از این رو، چنین برخوردی بین نوکلئون‌ها نمی‌تواند صورت گیرد و گویی نوکلئون‌ها در حرکت مداری‌شان با هیچ گونه ممانعتی از طرف نوکلئون‌های درون هسته روبرو نمی‌شوند [۶].

در ارائه مدل پوسته‌ای، اولین گام انتخاب پتانسیل هسته‌ای مناسب است. تا حالا هیچ پتانسیل بیان شده‌ای به طور دقیق نتوانسته ساختار هسته را به طور کامل توضیح دهد. از پتانسیل‌های ارائه شده می‌توان به پتانسیل چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ اشاره کرد [۷]. حل معادله شرودینگر مربوط به این پتانسیل‌ها در مرجع [۶] موجود است. ترازهای انرژی حاصل از دو پتانسیل در شکل (۱-۳) نشان داده شده است. در این شکل بر خلاف فیزیک اتمی، عدد n عدد کوانتومی اصلی نیست بلکه شماره تراز است.

infinite square well potential



harmonic oscillator potential



شکل (۲-۳): ساختار پوسته ای حاصل از پتانسیل های چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ. ظرفیت هر تراز در سمت راست است و عدد داخل دایره نشانگر تعداد کل نوکلئون های موجود در پوسته های پر

در شکل (۲-۳) واگنی هر تراز برابر $2(2l+1)$ می شود که در آن عامل $(2l+1)$ از طریق واگنی m_l و عامل 2 از طریق m_s حاصل شده است. در شکل بالا اعداد جادویی ۲، ۸ و ۲۰ ظاهر شده اند و خبری از اعداد بالاتر نیست. می توان پتانسیل را با پتانسیل اسپین - مدار اصلاح کرد تا اعداد دیگر نیز ظاهر شوند که در شکل (۲-۴) آمده است.

Harmonic Oscillator			Spin-Orbit Potential		
N	l	Spectroscopic Notation	Spin-orbit	\mathcal{D}	Magic Number
6	0	4s	:	58	184
	2	3d			
5	4	2g	1h _{9/2}	44	126
	6	1f			
4	1	3p	1h _{11/2}	32	82
	3	2f			
3	5	1h	1g _{9/2}	22	50
	0	3s			
2	2	2d	1f _{7/2}	8	28
	4	1g			
1	1	2p	1f _{5/2}	12	20
	3	1f			
0	0	2s	1d _{3/2}	6	8
	2	1d			
0	1	1p	1p _{1/2}}	2	2
	0	1s			

شکل (۲-۴): این شکل حاصل از پتانسیل اسپین مدار و هارمونیک است

در شکل (۲-۴) همه اعداد جادویی ظاهر شده‌اند. در این شکل استنباط می‌شود که تنها نوکلئون‌های تزویج نشده در تعیین خواص هسته دخالت دارند. این نکته همچنین از پتانسیل اسپین مدار نتیجه می‌شود.

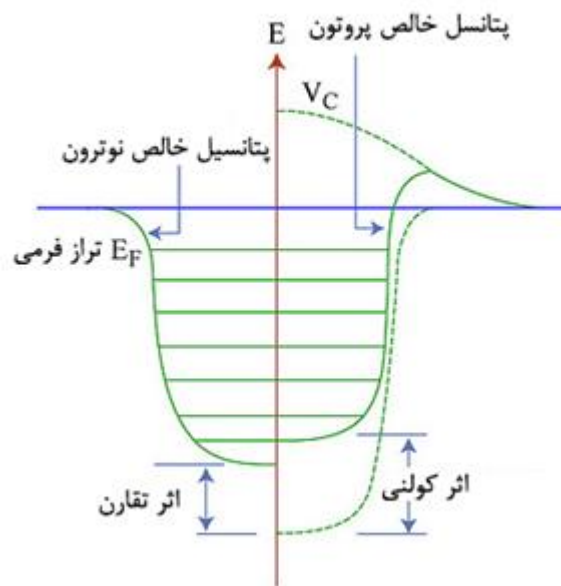
مدل پوسته‌ای بر اساس مکانیک کوانتومی ساخته و پرداخته شده است و در موارد زیر از جمله بررسی خواص نوکلئیدهایی که موجب گسیل ذرات آلفا، بتا و فوتون‌های گاما می‌شوند و بیان چگونگی میدان الکتریکی و مغناطیسی اطراف هسته‌ها موفق بوده است ولی این مدل برای توضیح عمل شکافت کمکی نمی‌کند [۸ و ۹].

۲-۴ مدل جمعی

این مدل از ترکیب مدل‌های قطره مایع و مدل لایه ای ایجاد شده است. در این مدل هسته می‌تواند شکافته شود و تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن تغییر کند. دانشمندانی مانند بور و موتلسون با ترکیب برخی از قسمت‌های مدل لایه ای با مدل قطره مایع، مدل هسته‌ی مرکب را پیشنهاد کردند که تفسیر بسیاری از نتایج تجربی را ممکن ساخته است. در مدل هسته‌ی مرکب، در عین حال که حرکت‌های دسته جمعی و حرکات ذرات به صورت انفرادی در نظر گرفته می‌شود، مانند مدل لایه‌ای، هر نوکلئون بر روی مداری قرار دارد که توسط پتانسیل حاصل از اثر تمامی نوکلئون‌های دیگر هسته تعیین می‌شود. در ساختمان هسته، حرکت دسته جمعی نوکلئون‌ها بر مدارهای فردی آنها اثر می‌گذارد و پتانسیل ناحیه‌ای که نوکلئون‌ها در آن قرار می‌گیرند، تغییر می‌کند. اگر هسته دارای لایه‌های تقریباً پر باشد، به دلیل پایداری مرکز هسته، حرکت دسته جمعی نوکلئون‌ها دارای اهمیت چندانی نیست و مدل لایه‌ای (ذره ای) غالب است. اگر تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها طوری باشد که فقط نصف یک لایه‌ی مربوط به نوکلئون‌ها پر شده باشد، مدل قطره مایع (دسته جمعی) غالب است.

۲-۵ مدل گاز فرمی

این مدل از مدل لایه‌ای ایجاد شده با این تفاوت که نوکلئون‌ها را مانند شکل (۲-۵) به طور جداگانه روی مدار در نظر گرفته است. طبق مدل، نوترون‌ها و پروتون‌ها به صورت آزادانه در یک چاه پتانسیل جاذبه‌ای به ابعاد هسته حرکت می‌کنند. برهمکنش کولنی بین پروتون‌ها بوجود آورنده‌ی همین چاه پتانسیل است. به همین دلیل ته چاه پتانسیل برای پروتون در شکل به اندازه‌ی چند eV بالاتر از نوترون‌هاست.



شکل (۲-۵): این شکل بیانگر مدل گاز فرمی است

۲-۶ مدل خوشه ای^۳

از دیرباز تا کنون در همه‌ی مقیاس‌ها و در تمام شاخه‌های فیزیک تمایل اجرام و ذرات به سمت به هم پیوستن و جمع شدن با یکدیگر بسیار مورد توجه بوده است، یعنی اشیاء در تمام مقیاس‌ها به دلیل کاهش انرژی پتانسیل و رسیدن به پایداری تمایل به جمع شدگی دارند. در بزرگترین مقیاس‌های شناخته شده، تجمع ستارگان بعد از انفجار بزرگ و شکل‌گیری کهکشان‌ها نشانی از جمع شدگی و تمایل به خوشه شدن است [۱۰]. اجرام آسمانی ساختارهایی هستند که از نظر گرانشی به یکدیگر پیوسته‌اند.

³ Cluster model

نمونه دیگری از تمایل به تجمع و خوشه شدن در شکل گیری مولکول‌ها از اتم‌ها می‌باشد. در جامدات نیز، بلورها این نقش را ایفا می‌کنند [۱۱]. هادرون^۴ به دو صورت باریون^۵ (مثل پروتون و نوترون شامل ۳ کوارک) و مزون^۶ (مانند پیون شامل یک کوارک و یک آنتی کوارک) وجود دارد.

این حقایق باید بشر را به این فکر وادارد که رخداد پدیده‌ی خوشه شدن یا بهم پیوستن می‌تواند در مقیاس‌های کوچک هم صحت داشته باشد. پس بهم پیوستن و جمع شدن نوکلئون‌ها و ایجاد ساختار خوشه‌ای در هسته‌ها، دور از انتظار نیست [۱۲]. در مدل خوشه‌ای، هسته به صورت ترکیبی از زیر سیستم‌هایی^۷ با موقعیت فضایی مشخص که از نوکلئون‌هایی با همبستگی قوی تشکیل شده است که همان خوشه‌ها هستند، رفتار می‌کند. در واقع مدل خوشه‌ای، بر این اساس است که درون هسته، ترکیباتی از نوکلئون‌ها وجود دارند که ضمن حفظ خود با یکدیگر برهمکنش می‌کنند [۱۳]. هنگامی حرکت نسبی بین خوشه‌ها، حالت اصلی حرکت هسته باشد، اهمیت بررسی ساختار هسته در مدل خوشه‌ای مشخص می‌شود. بر این اساس برای برخی هسته‌ها، مانند ایزوتوپ‌های برلیوم و لیتیم با در نظر گرفتن انرژی مناسبی برای نوکلئون‌ها می‌توان آنها را به عنوان خوشه‌های کوچکتر یا به عنوان زیر واحدهایی در هسته مادر در نظر گرفت. مهم‌ترین این خوشه نوکلئون‌ها، ذرات آلفا (دو پروتون و دو نوترون) می‌باشند (شکل ۲-۶).

بطور کلی مزیت خوشه‌های آلفا ثبات و پایداری بسیار بالای آلفا است، زیرا:

(۱) این هسته روی خط پایداری ($N=Z$) قرار گرفته است

⁴Hadron

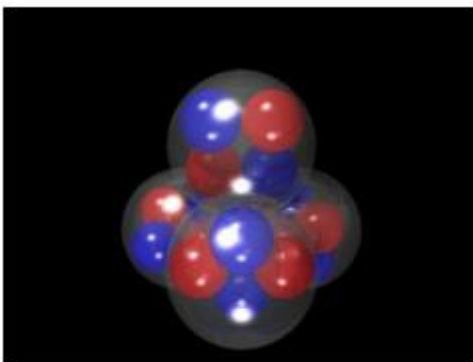
⁵ Baryon

⁶ Meson

⁷ Substructures

(۲) با توجه به مدل لایه‌ای، دو پروتون و دو نوترون این هسته در تراز $1S_{\frac{1}{2}}$ یک لایه را پر می‌کند و تعدادشان به اولین عدد جادویی ختم می‌شود

(۳) با توجه به منحنی انرژی پیوندی به ازای هر نوکلئون، ذره ی آلفا در بین هسته‌های بسیار سبک با $A \leq 7$ دارای بیشترین مقدار $\frac{B}{A}$ (در حدود 7.1 Mev) می‌باشد.



شکل (۲-۶): شکل قرار گرفتن ۴ خوشه‌ی آلفا در $^{16}_8O$.

در فیزیک هسته‌ای خوشه‌شدن و بهم پیوستن نوکلئون‌ها (تحت شرایط معین) باعث افزایش انرژی پیوندی سیستم خواهد شد. اغلب ساختارهای خوشه‌ای پیچیده‌ای مورد بحث قرار گرفته‌اند، که متشکل از ذرات آلفا هستند و هسته‌های آلفا مزدوج نامیده می‌شوند.

این هسته‌ها در واقع سیستم‌های نوکلئونی هستند که در آنها تعداد پروتون و نوترون برابر و همچنین $N=Z=2K$ ($K=2,3,\dots$) است.

همچنین این هسته‌ها را در حالت خوشه‌ای می‌توان به صورت ساختارهایی شبیه به آرایش هندسی اتم‌ها در مولکول‌ها در نظر گرفت که بعدها به مدل ساختار شبه مولکولی^۸ معروف شد. تاریخچه‌ی خوشه‌ی آلفا مربوط به سال ۱۹۱۱ می‌باشد، هنگامی که آزمایشات رادرفورد و همکارانش، گسیل خود به خودی ذرات آلفا را نشان داد. رادرفورد پیشنهاد داد که ذرات آلفا می‌توانند درون هسته‌ی مادر شکل بگیرند. در این هنگام فرض اولیه که هسته‌ها از ذرات آلفا تشکیل شده‌اند شکل گرفت [۱۴].

وقتی انرژی اجزای تشکیل دهنده‌ی سیستم در حدی باشد که بصورت خوشه‌هایی از ذرات آلفا دربیایند در این صورت برهمکنش نوکلئون - نوکلئون یعنی همان جاذبه‌ای هسته‌ای قوی که قبلاً بین نوکلئون‌ها وجود داشت دیگر جای خودش را به برهمکنش خوشه - خوشه می‌دهد که در فواصل معینی کاملاً بصورت دافعه عمل می‌کند و اجازه نمی‌دهد که ذرات مثل قبل به هم نزدیک شوند.

۲-۶-۱ مدل خوشه‌ای در هسته‌ها

در فیزیک هسته‌ای، خوشه شدن و به هم پیوستن نوکلئون‌ها تحت شرایط معین باعث افزایش انرژی پیوندی سیستم خواهد شد. سیستم شامل N ذره که با یکدیگر برهمکنش برد و جاذبه دارند، وقتی دما را کاهش و چگالی را افزایش می‌دهیم از حالت گاز کلاسیکی به حالت مایع کلاسیکی می‌رود و به همین منوال سیستم به صورت یک جامد درمی‌آید، که به آن ساختار بلوری می‌گویند.

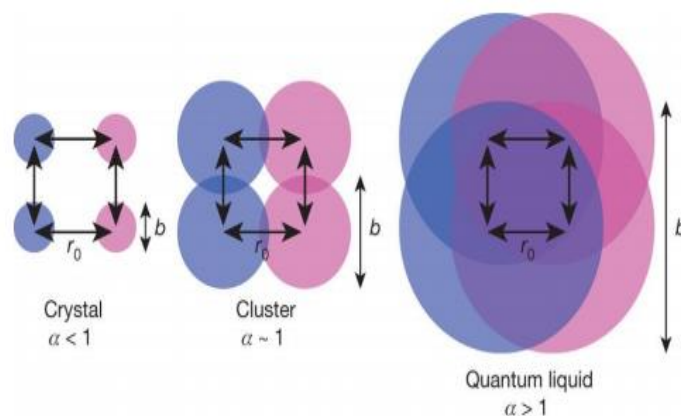
پس اگر چگالی سیستم را بیشتر کنیم (یعنی حجم را کاهش یا تعداد ذرات را افزایش دهیم) اجزای سیستم شروع به هم پوشانی با یکدیگر می‌کنند و شبیه به یک ساختار مولکولی در می‌آیند که در اصطلاح می‌گویند سیستم خوشه شده است.

⁸ Quasi-molecular structure

بعد از این حالت با افزایش بیشتر چگالی یا به عبارتی کاهش حجم، سیستم به صورت همگن در می‌آید و دیگر جایگزیدگی ذرات در آن مشاهده نمی‌شود که در اصطلاح به این حالت سیستم سیال کوانتومی گفته می‌شود. اگر باز هم چگالی بیشتر شود ساختارهای داخلی اجزای سیستم شروع به تاثیرگذاری در بر همکنش‌های سیستم خواهند کرد [۱۵]. بطور کلی سیستم‌های فرمیونی می‌توانند به صورت فاز بلوری تا فاز سیال کوانتومی تغییر کنند، که این با در نظر گرفتن یک فاز خوشه‌ای بین آنها امکان پذیر است. در شکل (۷-۲) این انتقال فاز بطور نمادین نشان داده شده است. کمیت α موجود در شکل، درجه‌ی بهم پیوستگی نوکلئون‌های هر سیستم می‌باشد که به صورت نسبت پراگندگی تابع موج، b ، به فاصله تعادلی

$$\alpha = \frac{b}{r_0} \quad [۱۶]$$

فاز خوشه‌ای در هسته‌ها یک فاز بینابینی است که در گذار بین سیال کوانتومی و حالت‌های بلوری ایجاد می‌شود. این وضعیت، در هسته‌های سبک آسان تر از هسته‌های سنگین بوجود می‌آید.



شکل (۷-۲): انتقال فاز بلوری به سیال کوانتومی [۱۶].

آغاز تفکر وجود ساختار خوشه‌ای در هسته‌ها قبل از گسیل، کشف ذره‌ی آلفا از واپاشی هسته‌های سنگین می‌باشد. در سال ۱۹۳۱ بر اساس تئوری واپاشی ذرات آلفا، گامو^۹ به بررسی هسته‌ها به صورت ترکیبی از ذرات آلفا پرداخت. در آن زمان ماهیت نوترون هنوز ناشناخته بود.

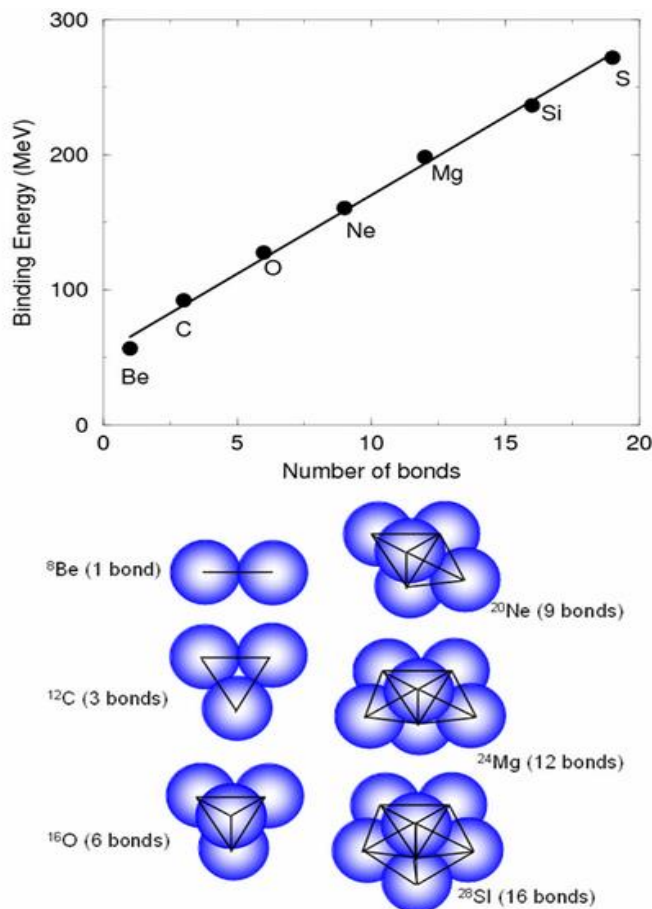
او هسته‌هایی با عدد جرمی $A=4n$ ($n=2,3,4,\dots$) را متشکل از ذرات آلفایی دانست که از پروتون‌ها و الکترون‌ها تشکیل شده بودند و بیان داشت به دلایل نامعلوم، الکترون‌ها تأثیری بر روی حرکت ذرات آلفا و پروتون‌ها در ساختار هسته‌ای ندارند و در واقع می‌توان ذرات آلفا و پروتون‌ها را به صورت مستقل از الکترون‌ها بررسی کرد [۱۷ و ۱۸].

بعد از کشف نوترون، مدل‌های پروتون - نوترون در بررسی هسته‌ها عمومیت یافت و ایزوتوپ‌های متشکل از ذرات آلفا مورد بررسی قرار گرفتند. ذره‌ی آلفا شامل دو پروتون و دو نوترون می‌باشد، این ذره با ۴ نوکلئون، به صورت یک ساختار متراکم در نظر گرفته می‌شود که در تقابل با ذرات بسیار نزدیک به خود است.

این مدل با نظر گرفتن یک اندرکنش آلفا - آلفا جهت محاسبه‌ی انرژی بستگی سیستم‌هایی با $n\alpha$ گسترش یافت. با توجه به رابطه‌ی خطی انرژی بستگی، به صورت تابعی از تعداد پیوندهای آلفا - آلفا برای هسته‌های $N=Z$ و $A=4n$ ($n=2,3,4,\dots$) که در نمودار شکل (۲-۸) نشان داده شده است، نقش مهمی که خوشه‌های آلفا بازی می‌کنند مشخص است. این تصویر ساده، مخصوصاً هنگامی که انرژی آستانه واپاشی خوشه در نزدیکی حالت پایه باشد، درست است. اما در بیشتر حالت‌های پایه، ساختار خوشه‌ای به

^۹ Gamow

عنوان ذرات آلفا جدا از هم باقی نمی‌ماند بلکه ساختار خوشه‌ای فشرده شده و خوشه‌ها با یکدیگر همپوشانی می‌کنند [۱۹].



شکل (۲-۸): نمودار انرژی بستگی هر هسته بر اساس تعداد پیوندهای ممکن بین ذرات آلفا [۱۳].

این ایده که آرایش هسته‌ها به صورت خوشه آلفا یا هر ساختار مقید و پایداری با $N=Z$ را نمی‌توان در حالت پایه هسته‌ها یافت، بلکه این خوشه‌ها در حالت‌های برانگیخته هسته‌ها در آستانه واپاشی رخ می‌دهند، قوت یافت. تا اینکه در سال ۱۹۶۸، ایکدا^{۱۰} پیشنهاد کرد حالت خوشه‌ای برای کلیه هسته‌ها با $N=Z$ و $A=4n$ با یک برجستگی مربوط به آستانه واپاشی می‌تواند ایجاد شود، که به دیگرام ایکدا معروف

¹⁰ Ikeda

است. بنابراین، انتظار می‌رود ساختار خوشه‌ای در آستانه‌ی واپاشی خوشه و احتمالاً کمی پایین‌تر، دیده شود [۲۰].

براین اساس، ساختار هسته به‌گونه‌ای است که در هنگام واپاشی و گسیل خوشه، کمترین تغییر پیکربندی را داشته باشد. همچنین هسته می‌تواند انرژی برانگیختگی داخلی را به انرژی بستگی خوشه‌ها تبدیل کند. این پدیده مشابه پدیده‌ی شکافت هسته‌ای است که در آن یک هسته سنگین در چندین مرحله از شکل اصلی به شکلی که نیاز به کمترین تغییر پیکربندی بعد از شکافت را دارد تبدیل می‌شود.

۲-۶-۲ معرفی مدل‌های خوشه‌ای

بر اساس ویژگی اشباع پذیری نیروی هسته‌ای (پشتوانه تجربی خاصیت اشباع را از چگالی هسته‌ای نسبتاً ثابت و انرژی بستگی تقریباً ثابت به ازای هر نوکلئون در هسته‌های سنگین گوناگون به دست می‌آوریم. بنظر می‌رسد که هر نوکلئون فقط تعداد کمی از همسایه‌های نزدیکش را جذب می‌کند، اما این نوکلئون‌ها در فواصل خیلی کوتاه همان همسایه‌های نزدیک را هم دفع می‌کند تا از نزدیکی بیش از حد آنها جلوگیری کند)، انرژی پیوندی یک هسته تقریباً با تعداد ذرات تشکیل دهنده‌ی آن متناسب خواهد بود (در حالی که اگر هر ذره در هسته با تمام ذرات دیگر برهمکنش می‌داشت، نیروی هسته‌ای باید با مجذور تعداد ذرات متناسب می‌بود).

فرضیات اولیه اندرکنش بین ذرات آلفا توسط هافستد^{۱۱} و تلر^{۱۲} به شرح زیر مطرح شدند [۲۱]:

(۱) ذرات آلفا در فواصل نزدیک، به واسطه‌ی وجود نیروی تبدالی بین خوشه‌ها یکدیگر را دفع می‌کنند

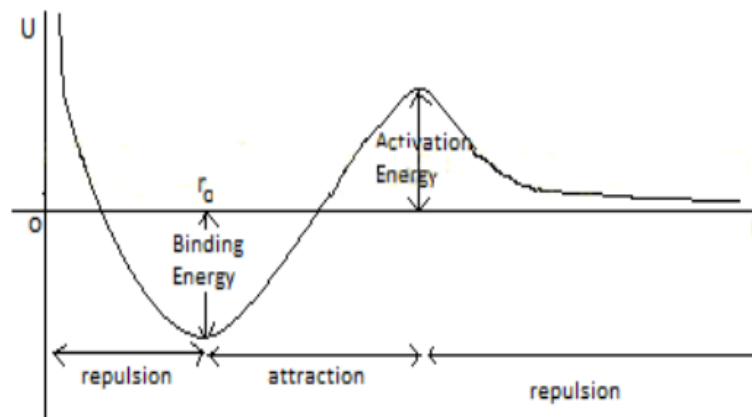
¹¹ Hafstad

¹² Teller

۲) در فواصل میانی، بین ذرت آلفا یک نیروی جاذبه از نوع واندروالس قرار دارد

۳) در فواصل دور، به واسطه‌ی وجود دافعه‌ی کولنی ذرات آلفا یکدیگر را دفع می‌کنند.

بر اساس این مدل می‌توان نیروی دافعه در فواصل نزدیک را متناظر با برهمکنش تعادلی و پتانسیل بین ذرات آلفای تشکیل دهنده‌ی هسته‌ها در فواصل میانی را از نوع واندروالس در نظر گرفت. در این مدل، برهمکنش بین دو ذره با حضور ذره‌ی آلفای سوم تغییری نمی‌کند، بدین معنی که بدون ایجاد هر نوع تغییری در برهمکنش بین دو ذره‌ی اول تنها کفایت برهمکنش بین ذره سوم با آنها را نیز به مساله بیفزاییم [۲۲]. شکل (۲-۹) فرم کلی پتانسیل بر حسب فاصله‌ی ذرات را نشان می‌دهد.



شکل (۲-۹): پتانسیل بر حسب فاصله‌ی ذرات در هسته‌های آلفا مزدوج

اساسی‌ترین و مهم‌ترین پارامتر موثر بر پدیده‌ی خوشه شدن در هسته‌ها، انرژی سیستم نوکلئونی می‌باشد. بر اساس فرضیات این مدل، ذرات آلفا درون هسته با آرایش هندسی‌ای متناظر با یک مدل دمبلی شکل، در هسته به صورت یک مثلث متساوی الاضلاع از خوشه‌های آلفا معرفی می‌شود. با توجه به ماهیت برهمکنش بین نوکلئون‌ها و اینکه خوشه شدن در همه سیستم‌ها یک مکانیزم طبیعی برای افزایش

پایداری محسوب می‌شود، بنابراین تشکیل خوشه‌های نوکلئونی در ماده هسته‌ای و هسته اتم‌ها دور از انتظار نخواهد بود. یک ویژگی اصلی پدیده‌ی خوشه شدن این است که مستقیماً به مقدار انرژی هسته بستگی دارد. مطالعات اثرات خوشه شدن بر اساس مدل‌های خوشه‌ای به دو دسته تقسیم می‌شود [۲۳]:

(۱) مدل‌های غیر میکروسکوپی که در آن سیستم به صورت A نوکلئون در n خوشه است و از ساختار داخلی خوشه‌ها صرف نظر می‌شود

(۲) مدل‌های میکروسکوپی که سیستمی را با A نوکلئون توصیف می‌کند و خوشه‌ها به کمک توابع موج لایه‌ای توصیف می‌شوند.

در ادامه چند مدل میکروسکوپی و چند مدل غیر میکروسکوپی ذکر می‌کنیم:

مدل‌های میکروسکوپی: مدل لایه‌ای که در این مدل نوکلئون‌ها در سطوح خارجی قرار می‌گیرند که هر سطح دارای انرژی مربوط به خود است.

مدل گروه مشدد^{۱۳} (RGM) که در سال ۱۹۳۷ توسط ویلر پیشنهاد گردید، با این نقطه نظر که نوکلئون‌ها درون هسته بخشی از زمان خود را به صورت زیر ساخت‌های مختلف یا همان خوشه‌ها سپری می‌کنند و چون توابع موج کاملاً پادمتقارن است، اصل طرد پائولی را رعایت می‌کند [۲۴].

مدل مختصه مولد^{۱۴} (GCM) این روش که در واقع تعمیمی از روش RGM است، یک روش کلی برای توصیف رفتارهای همبسته در هسته‌ها محسوب می‌شود. در این فرمول‌بندی‌ها تابع موج کلی هسته به صورت ترکیب خطی از توابع موج مربوط به مدل نوسانگر هماهنگ نوشته می‌شوند که در آنها مراکز خوشه‌ها به عنوان مختصات مولد در نظر گرفته می‌شود [۲۵].

¹³ Resonating Group Model

¹⁴ Generator coordinate method

مدل دینامیک مولکولی نامتقارن^{۱۵} (AMD) یکی دیگر از ابزارهای موفق در بررسی میکروسکوپییک هسته های ناپایدار سبک با رویکرد خوشه ای می باشد [۲۶].

روش وردشی تصادفی^{۱۶} (SVM): در این مدل خوشه های تشکیل دهنده ی هسته ها به صورت α به همراه 3_1H ، 3_2He و خوشه های تک نوکلئونی در نظر گرفته می شوند [۲۷]. در سیستم هایی که تعداد نوکلئون هایشان کم است، برای حل معادله ی شرودینگر در مدل های میکروسکوپی روش های موفقی ارائه شده است، ولی برای وضعیت هایی که در آن تعداد نوکلئون ها زیاد است، می بایست تقریب هایی را جهت حل مسئله به کار برد. در واقع در نظریه های میکروسکوپی در مدل خوشه ای، خوشه ها به کمک توابع موج مدل لایه ای توصیف می شوند [۲۸ و ۲۹].

از جمله مدل های غیر میکروسکوپی می توان به مدل هایی که در ادامه بیان می شود، اشاره نمود.

مدل خوشه ی آلفا برینک – بلانچ^{۱۷} (ACM)، این مدل اولین بار توسط مارجنو^{۱۸} بیان شد و توسط برینک و بکارگیری کار بلانچ توسعه یافت که یک مدل ساده سازی شده جهت بررسی هسته های آلفا مزدوج است. در این مدل مجموعه دو پروتون و دو نوترون یک خوشه را تشکیل می دهند که دارای اندازه حرکت زاویه ای جفت شده ی صفر است. بنابراین این مدل تنها در هسته هایی با $N=Z$ و $A=4n$ کار برد دارد. به عبارت دیگر برای مولکول های هسته ای قابل استفاده نیست. با داشتن این فرض که هسته از خوشه های آلفا تشکیل شده است، جایگیری های مختلف خوشه ها نسبت به هم بررسی می شود. توابع موج با یکدیگر ترکیب شده و کمترین مقدار انرژی سیستم در آن جایگیری بررسی می شود. پیدا کردن آن جایگیری از خوشه ها که مقدار کمینه انرژی را ایجاد کرده و با انرژی برانگیختگی که ممکن است دارای ساختار خوشه

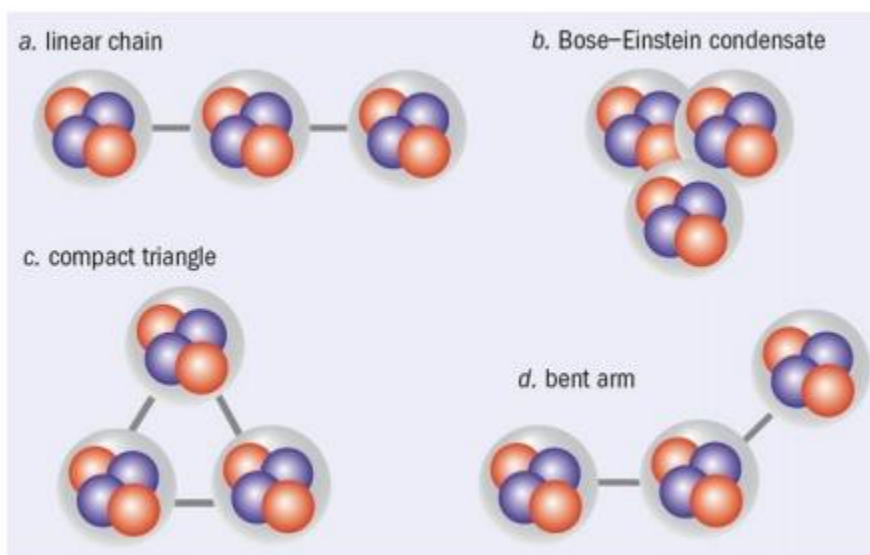
¹⁵ Antisymmetrized Molecular Dynamics

¹⁶ Stochastic Variational Method

¹⁷ Brik-Bloch Alpha Cluster Model

¹⁸ Margenau

ای باشد، مطابقت دارد، هدف این مدل می‌باشد. کاربرد این مدل برای سیستم‌های سبک راحت است و ارتباط مستقیمی با اندازه سیستم دارد. علاوه بر این نتایج برای سیستم کوچک واقع بینانه تر است [۳۰]. در شکل (۲-۱۰) چند مدل مطرح شده برای قرارگیری خوشه‌های آلفا در ایزوتوپ $^{12}_6C$ کنار یکدیگر نشان داده شده است.



شکل (۲-۱۰): طرز قرار گرفتن خوشه‌های آلفا در $^{12}_6C$

مدل نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته^{۱۹} (DHO): در این مدل، رفتار تک ذره‌ای هسته، به خوبی توسط مدل لایه‌ای هسته‌ها توصیف می‌شود که در آن نوکلئون در یک میدان میانگین که مشخصه میانگین اندرکنش یک نوکلئون با دیگر نوکلئون‌های سازنده هسته است، حرکت می‌کند. در این مدل نوکلئون‌ها دارای یک مسیر آزاد متوسط اند که به طور قابل توجهی بزرگتر از مقیاس هسته‌ای است. جهت بررسی مولکول‌های هسته‌ای باید اذعان داشت، مدل پوسته‌ای در فیزیک هسته‌ای جهت محاسبه‌ی

¹⁹ Deformed Harmonic Oscillator

ترازهای انرژی اشغال شده توسط نوکلئون‌ها در یک هسته کروی مورد استفاده قرار می‌گیرد که مشابه مدل پوسته‌ای در اتم‌ها است و لایه‌ها در آن توسط الکترون‌ها اشغال شده اند.

وجود اختلاف بزرگ بین ترازهای انرژی مجاور به معنای این است که انرژی نسبتاً بزرگی برای برانگیخته کردن نوکلئون تراز پایین‌تر و انتقال آن به تراز بالاتر لازم است. به تعداد کل نوکلئون‌ها درون تراز پایینی که بوسیله آن پوسته کاملاً پر می‌شود عدد جادویی می‌گویند.

هر هسته‌ای که نوکلئون‌های آن تا یک عدد جادویی پر است، یک هسته، با پایداری ویژه است زیرا که انرژی لازم برای برانگیختگی و عبور نوکلئون‌ها از فاصله‌ی بین ترازها زیاد است. در نتیجه، یک نوکلئون اضافه به عنوان یک نوکلئون ظرفیت عمل می‌کند. برای هسته‌های دور از اعداد جادویی فرضیه وجود هسته‌ی کروی دارای دقت پایین است. اندرکنش بین نوکلئون‌های ظرفیت و هسته‌ی کوچکتر می‌تواند باعث کشیده شدن یا پهن شدن هسته در قطبین گردد و سبب نیاز به استفاده از پتانسیل‌های هسته‌ای گردد که نیلسون^{۲۰} در سال ۱۹۵۵ معرفی کرد [۳۱]. یک بررسی ساده، جهت بیان این تغییر شکل در هسته استفاده از پتانسیل نوسانگر هارمونیک سه بعدی برای هسته‌ای است که در طول محور Z تغییر شکل داده است.

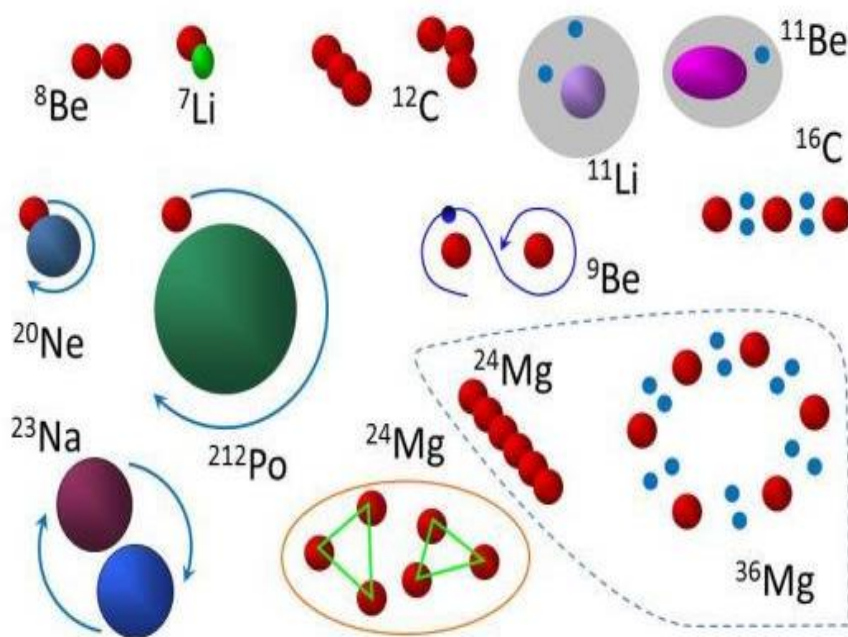
یکی دیگر از روش‌هایی که امروزه به طور گسترده در بررسی سیستم‌های کوانتومی مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش بکارگیری بررسی هسته‌ها از طریق روش پتانسیل‌های پدیده شناختی^{۲۱} می‌باشد. در این روش، برای برهمکنش بین ذرات یک سیستم، پتانسیل مناسبی شامل تعدادی پارامتر در نظر گرفته می‌شود. سپس با نتایج تجربی، پارامترها به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که بیشترین همخوانی بین تئوری و نتایج تجربی برقرار گردد [۳۲].

²⁰ Nilsson

²¹ Phenomenological Potentials

پتانسیل‌های جایگزیده در سیستم‌های خوشه‌ای به صورت مجموعه‌ای شامل جملات جاذبه و دافعه می‌باشد. برای محاسبه‌ی طیف انرژی هسته‌ها در این روش، ابتدا پتانسیل بین خوشه‌ها باید مشخص گردد.

شکل (۲-۱۱) طیف گسترده‌ای از انواع رفتارهای خوشه‌ای شناخته شده در هسته‌ها از خوشه‌های کوچک خارج از پوسته بسته تا تجمع کامل درون ذرات آلفا و هالو نوکلئون‌ها خارج از یک هسته عادی را نشان می‌دهد [۳۳].



شکل (۲-۱۱): انواع مختلف رفتارهای خوشه‌ای در هسته‌ها

فصل سوم

آشنایی با انواع ایزوتوپ‌ها

و روش‌های حل مسئله

۳-۱ مقدمه

در فصل اول به معرفی و بررسی کلیات فیزیک هسته‌ای پرداختیم. سپس در فصل دوم مدل‌های مختلف هسته‌ای و موفقیت‌های آنها را شرح دادیم، که در این کار از مدل خوشه‌ای استفاده می‌کنیم. در این فصل می‌خواهیم به روش‌های حل مسئله به روش تحلیلی پرداخته و همچنین به دلیل اینکه هدف ما بدست آوردن شعاع و انرژی ایزوتوپ‌های مختلف است، پس ابتدا انواع آنها را معرفی کرده و به شرح مختصری از آنها می‌پردازیم.

معادلات شرودینگر^{۲۲}، دیراک^{۲۳}، کلاین گوردن^{۲۴} و DKP^{۲۵} از مهم‌ترین معادلاتی هستند که برای توصیف فیزیک سیستم‌های غیرنسبیتی و نسبیتی به کار می‌روند. روش ^{۲۶}NU یکی از روش‌های حل معادلات معرفی شده به صورت تحلیلی می‌باشد. این تکنیک جبری برای حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم پایه ریزی شده است که با موفقیت برای حل معادلات موج شرودینگر، دیراک، کلاین گوردن در حضور پتانسیل‌های مرکزی و غیرمرکزی بکار برده شده است. برای مطالعه و بررسی بیشتر موفقیت این روش مراجع [۳۴ تا ۴۱] را ببینید.

بکارگیری این روش در حل معادله شرودینگر، دستورالعمل روشی برای بدست آوردن جواب‌های دقیق حالت‌های مقید، ویژه مقادیر انرژی و توابع وابسته، بر حسب چند جمله‌ای‌های متعامد ارائه می‌دهد که در عین سادگی بسیار موثر است. از آنجایی که یافتن جواب‌های دقیق معادله‌ی شرودینگر جز در مواردی خاص همچون سیستمی با پتانسیل کولنی و یا نوسانگر هماهنگ به روش‌های معمول و سنتی غیر ممکن است لذا بکار بستن این روش می‌تواند ما را در حل این مشکل یاری کند.

²²Schrödinger

²³Dirac

²⁴Klein-Gordon

²⁵ Duffin-Kemmer-Petiau

²⁶ Nikiforov-Uvarov

البته باید توجه داشت که روش NU هم همچون روش های قبلی در حل معادله‌ی شرودینگر با هر نوع پتانسیل معین دلخواه ناکارآمد است و تنها با نوع خاصی از پتانسیل‌ها که الزامات روش را برآورده می‌کند، می‌توان از این روش به نتیجه مطلوب رسید.

اصلی‌ترین گام در حل مسائل مکانیک کوانتومی، طرح معادله‌ی شرودینگر است [۲۳]. معادله‌ی شرودینگر معادله‌ای است که چگونگی تغییر حالت کوانتومی یک سامانه فیزیکی با زمان را توصیف می‌کند. این معادله در اواخر سال ۱۹۲۵ فرمول‌بندی شد و در سال ۱۹۲۶ توسط فیزیکدان اتریشی اروین شرودینگر منتشر شد. شکل معادله‌ی شرودینگر به شرایط فیزیکی بستگی دارد. ساده‌ترین فرم معادله‌ی شرودینگر به صورت زیر است:

$$H\Psi = E\Psi \quad (۱-۳)$$

که در آن H هامیلتونین سیستم، E انرژی کل سیستم و Ψ تابع موج سیستم است [۶]. فرم کلی معادله‌ی شرودینگر برای یک سیستم دو خوشه‌ای به صورت زیر خواهد بود:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi(r) + V(r)\Psi(r) = E\Psi(r) \quad (۲-۳)$$

که r فاصله‌ی نسبی دو ذره و μ جرم کاهیده ذرات است. پتانسیل V می‌تواند به مختصه‌های دیگر خوشه مانند اسپین هم وابسته باشد.

۲-۳ کلیات روش NU

این روش بر اساس تقلیل یک معادله دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم، در اینجا معادله‌ی شرودینگر، به یک معادله از نوع فوق هندسی پایه ریزی شده است [۴۲]. پس از انتخاب یک تغییر متغیر مناسب، $S = S(r)$ معادله تبدیل یافته را بصورت زیر داریم:

$$\Psi_n''(s) + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)} \Psi_n'(s) + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \Psi_n(s) = 0 \quad (3-3)$$

که σ و $\tilde{\sigma}$ چند جمله‌ای‌هایی حداکثر از درجه دوم و $\tilde{\tau}$ یک چند جمله‌ای حداکثر از درجه اول است. با در نظر گرفتن تابع موج $\Psi_n(s)$ به صورت زیر داریم:

$$\Psi_n(s) = \phi_n(s) y_n(s) \quad (4-3)$$

معادله‌ی (۳-۱) به صورت یک معادله از نوع فوق هندسی تقلیل داده می‌شود [۴۲]:

$$\sigma(s) y_n''(s) + \tau(s) y_n'(s) + \lambda y_n(s) = 0 \quad (5-3)$$

که در آن

$$\sigma(s) = \pi(s) \frac{\phi(s)}{\phi'(s)} \quad (6-3)$$

$$\tau(s) = \tilde{\tau}(s) + 2\pi(s) \quad \tau' < 0 \quad (7-3)$$

λ پارامتری است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda = \lambda_n = -n\tau'(s) - \frac{n(n-1)}{2} \sigma''(s) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (8-3)$$

چند جمله‌ای $\tau(s)$ با علامت پریم نشان می‌دهد که باید مشتق مرتبه اولش منفی باشد.

باید به این نکته توجه کرد که λ و y_n از یک جواب خاص شکل $y(s) = y_n(s)$ که چند جمله‌ای درجه n است بدست می‌آیند. بعلاوه اینکه جمله‌ی $y_n(s)$ تابع موج معادله‌ی (۴-۳)، یک تابع از نوع فوق هندسی است که از رابطه‌ی ردیگرز ذیل بدست می‌آید [۴۲]:

$$y_n(s) = \frac{B_n}{\rho_n} \frac{d^n}{ds^n} (\sigma^n(s) \rho(s)) \quad (9-3)$$

که در آن B_n ثابت نرمالیزاسیون است و $\rho(s)$ تابع وزنی است که باید شرط زیر را برآورده کند :

$$\frac{d}{ds} [\sigma(s) \rho(s)] = \tau(s) \rho(s) \quad (10-3)$$

تابع $\pi(s)$ و پارامتر λ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\pi(s) = \frac{\sigma'(s) - \tilde{\tau}(s)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(s) - \tilde{\tau}(s)}{2}\right)^2 - \tilde{\sigma}(s) + k \sigma(s)} \quad (11-3)$$

$$\lambda = k + \pi'(s) \quad (12-3)$$

از آنجایی که باید $\pi(s)$ حداکثر یک چند جمله‌ای درجه یک باشد، جملات زیر رادیکال در معادله‌ی (۳-۱۱) باید به صورت یک چند جمله‌ای درجه اول مرتب شوند که این در صورتی ممکن است که مشخص کننده‌ی آن $\Delta = b^2 - 4ac$ ، صفر باشد. در این حالت یک معادله برای K بدست می‌آید که پس از حل معادله، مقادیر بدست آمده برای K را در معادله‌ی (۳-۱۲) جایگذاری می‌کنیم و از مقایسه با معادلات (۳-۸) و (۳-۱۲) ویژه مقادیر انرژی را بدست می‌آوریم.

قابل ذکر است که ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع وابسته به آنها را برای سیستمی تحت یک پتانسیل غیر مرکزی معین به آسانی می‌توان با بکار بستن روش NU بدست آورد. البته باید توجه داشت همانطور که قبلا هم اشاره شد، این روش همچون روش‌های دیگر در حل معادله‌ی شرودینگر با هر نوع پتانسیل غیر مرکزی دلخواه ناکارآمد است و تنها با نوع خاصی از پتانسیل‌ها که الزامات روش را برآورده می‌کنند می

توان از این روش به نتیجه مطلوب رسید که در فصل چهارم ما با در نظر گرفتن تمامی الزامات پتانسیل‌های مورد نظرمان را معرفی کرده و به نتایج مورد اشاره خواهیم رسید.

همچنین معادله‌ی زیر یک شکل کلی از معادله‌ی شرودینگر نوشته شده برای هر پتانسیل است [۴۳]:

$$\left[\frac{d^2}{ds^2} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2 s}{s(1 - \alpha_3 s)} \frac{d}{ds} + \frac{-\xi_1 s^2 + \xi_2 s - \xi_3}{(s(1 - \alpha_3 s))^2} \right] \Psi(s) = 0 \quad (13-3)$$

که بر طبق روش NU، تابع طیف انرژی و تابع موج به ترتیب با روابط زیر بدست می‌آید:

$$(14-3)$$

$$\alpha_2 n - (2n + 1)\alpha_5 + (2n + 1)(\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3 \sqrt{\alpha_8}) + n(n - 1)\alpha_3 + \alpha_7 + 2\alpha_3 \alpha_8 + 2\sqrt{\alpha_8 \alpha_9} = 0$$

$$\Psi(s) = s^{\alpha_{12}} (1 - \alpha_3 s)^{-\alpha_{12} - \frac{\alpha_{13}}{\alpha_3}} p_n^{(\alpha_{10}-1, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_3} - \alpha_{10}-1)} (1 - 2\alpha_3 s) \quad (15-3)$$

که $p_n^{(\alpha, \beta)}$ چند جمله‌ای های ژاکوبی هستند.

که توابع α را نیز به صورت زیر داریم:

$$\alpha_4 = \frac{1}{2}(1 - \alpha_1) \quad \alpha_5 = \frac{1}{2}(\alpha_2 - 2\alpha_3) \quad (16-3)$$

$$\alpha_7 = 2\alpha_4 \alpha_5 - \xi_2 \quad \alpha_6 = \alpha_5^2 + \xi_1 \quad (17-3)$$

$$\alpha_8 = \alpha_4^2 + \xi_3 \quad \alpha_9 = \alpha_3 \alpha_7 + \alpha_3 \alpha_8 + \alpha_6 \quad (18-3)$$

$$\alpha_{10} = \alpha_1 + 2\alpha_4 + 2\sqrt{\alpha_8} \qquad \alpha_{11} = \alpha_2 - 2\alpha_5 + 2(\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3\sqrt{\alpha_8}) \quad (۱۹-۳)$$

$$\alpha_{12} = \alpha_4 + \sqrt{\alpha_8} \qquad \alpha_{13} = \alpha_5 - (\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3\sqrt{\alpha_8}) \quad (۲۰-۳)$$

در برخی مسائل $\alpha_3 = 0$ ، برای این نوع مسائل روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$\lim_{\alpha_3 \rightarrow 0} p_n^{(\alpha_{10}-1, \frac{\alpha_{11}-\alpha_{10}-1}{\alpha_3})} (1 - \alpha_3 s) = L_n^{\alpha_{10}-1}(\alpha_{11}s) \quad (۲۱-۳)$$

که L_n^k توابع لاگرهستند و:

$$\lim_{\alpha_3 \rightarrow 0} (1 - \alpha_3 s)^{-\alpha_{12} - \frac{\alpha_{13}}{\alpha_3}} = e^{\alpha_{13}s} \quad (۲۲-۳)$$

پس تابع موج یعنی رابطه‌ی (۱۵-۳) به رابطه‌ی زیر تبدیل خواهد شد:

$$\Psi(s) = s^{\alpha_{12}} e^{\alpha_{13}s} L_n^{\alpha_{10}-1}(\alpha_{11}s) \quad (۲۳-۳)$$

۳-۳ ایزوتوپ‌ها

بررسی سیستم‌های چند ذره‌ای مانند یک هسته‌ی اتمی بسیار پیچیده است، زیرا در این سیستم‌ها تعداد ذرات و نوع آنها (پروتون و نوترون) در توصیف آنها اهمیت دارد. در توصیف هسته‌های اتمی به دلیل ریز بودن ذرات و ابعاد خیلی کم، مکانیک کوانتوم حاکم است.

همچنین در برهمکنش‌های بین ذرات علاوه بر نیروهای دو جسمی، نیروهای سه جسمی نیز تاثیر دارد و همین بر پیچیدگی این سیستم‌ها اضافه می‌کند.

چون در هسته‌ها ذرات سازنده از لحاظ فاکتور بار الکتریکی با هم تفاوت دارند (پروتون مثبت و نوترون خنثی) بنابراین افزایش پروتون عاملی برای ناپایداری آنها می‌باشد و برعکس بیشتر شدن نوترون‌ها بر پایداری هسته‌ها می‌افزاید. عامل پایداری یک هسته نیروی هسته‌ای است که به بار ذرات بستگی ندارد [۸۶].

هسته‌ها با دو عدد N (تعداد نوترون‌ها) و Z (تعداد پروتون‌ها) مشخص می‌شوند. تجربه نشان داده که زوج بودن هر دو یا فرد بودن آنها در انرژی بستگی هسته تاثیر دارد و هسته‌هایی که در آنها هر دوی این دو عدد، هر دو زوج و برابر باشند، بیشترین انرژی بستگی را دارند [۴۴]. هسته‌هایی که تعداد N و Z آنها فرد هستند، دارای پیچیدگی بیشتری هستند.

۳-۴ ایزوتوپ هسته‌ای

ایزوتوپ‌های هسته‌ای، هسته‌ای اتم‌های یک نوع عنصر هستند که تعداد پروتون‌های آنها یکسان، ولی عدد جرمی (A) آنها متفاوت است. پس ایزوتوپ‌های یک عنصر تعداد پروتون‌های مساوی دارند. اختلاف جرمی ایزوتوپ‌ها از اختلاف تعداد نوترون‌های آنها ناشی می‌شود.

هر عنصر می‌تواند ایزوتوپ‌های مختلف داشته باشد مانند ایزوتوپ‌های لیتیم: ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ و ${}^8\text{Li}$ و... چون پایداری یک هسته به تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها بستگی دارد بنابراین اگر تعداد پروتون‌ها بیشتر از نوترون‌ها باشد، پروتون‌ها یکدیگر را دفع می‌کنند و واپاشی رخ می‌دهد.

اما اگر نوترون‌ها بیشتر باشند پایدارتر خواهد بود زیرا اولاً یک لایه بین پروتون‌ها قرار داده تا دافعه آنها را کم کرده و در ثانی با نیروی جاذبه پروتون‌ها را به سمت خود می‌کشد تا در کنار هم باقی بمانند.

ایزوتوپ‌ها را با توجه به ویژگی‌های مختلفی دسته‌بندی می‌کنند: (۱) پایداری و ناپایداری (۲) تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها

ایزوتوپ‌های پایدار: ایزوتوپی که واپاشی نمی‌کند و تا حالا هیچ نوع واپاشی در آن مشاهده نشده است، مانند 9_4Be . تاکنون ۲۵۴ ایزوتوپ پایدار شناسایی شده‌اند. چون پایداری عناصر سبک بیشتر است بنابراین باید ایزوتوپ‌های پایدار از این عناصر باشند. نشان داده شده است که بیشتر این ایزوتوپ‌ها از ۴۰ عنصر اول می‌باشد. عنصر قلع بیشترین تعداد ایزوتوپ‌های پایدار دارد که برابر عدد ۱۰ می‌باشد. از عناصر موجود در طبیعت تنها ۲۶ عنصر، دارای یک ایزوتوپ پایدار هستند.

ایزوتوپ‌های ناپایدار: این ایزوتوپ‌ها پرتوزا هستند و نیمه عمر پایین کوتاهی دارند. عناصر سنگین که عدد اتمی آنها از ۸۳ بیشتر باشد، شامل این گروه هستند (به جز یک ایزوتوپ توریم و دو ایزوتوپ اورانیوم)

۳-۵ انواع دیگر ایزوتوپ‌ها

چون زوج یا فرد بودن تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها و مجموع آنها در پایداری یک هسته اهمیت دارد، بنابراین لازم است که ایزوتوپ‌ها را از این لحاظ بررسی کنیم.

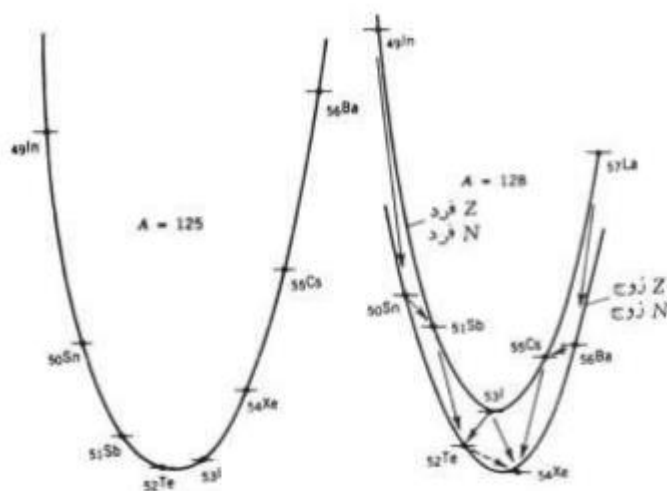
۳-۵-۱ ایزوتوپ‌های زوج - زوج

در همه‌ی این ایزوتوپ‌ها تعداد N و Z زوج هستند، ولی الزاما برابر نیستند. اما زوج بودن این دو عدد در پایداری هسته دخالت دارد. در فرمول نیمه تجربی جرم یکی از جملات که در انرژی بستگی نوکلئون‌ها دخالت دارد، مربوط به زوج و فرد بودن این ذرات، یا جمله تزویج است.

جمله انرژی تزویج، تمایل نوکلئون‌های هم نام را به تشکیل زوج و تحکیم پیکربندی پایدار هسته‌ای نشان می‌دهد [۶]. به عبارت دیگر نوکلئون‌های هم نام تمایل دارند بصورت زوج‌هایی با اسپین صفر در حالت فضایی واحدی قرار گیرند. این نوع جفت شدگی منجر به افزایش انرژی بستگی ناشی از هم پوشانی تابع موج های فضایی می‌شود. هم پوشانی تابع موج‌ها، بدان معنی است که نوکلئون‌ها نسبت به وقتی که در اوربیتال‌های متفاوت قرار می‌گیرند زمان بیشتری را در نزدیکی همدیگر و در محدوده‌ی برد نیروی هسته‌ای شان می‌گذرانند. اگر N و Z هر دو عدد زوجی باشند و همه نوکلئون‌ها بر اثر جفت شدگی به صورت زوج‌های با اسپین صفر درآیند آنگاه اسپین کل هسته صفر خواهد شد و اثر جفت شدگی این خواهد شد که انرژی بستگی هسته افزایش یابد. بنابراین برای هسته‌های زوج - زوج انرژی تزویج δ با

علامت مثبت، در فرمول اصلی انرژی بستگی ظاهر می‌شود که مقدار آن برابر $+a_p A^{-\frac{3}{4}}$ است [۸و۶].

در کتاب های مختلف هسته‌ای جمله‌ی زوجیت برای هسته‌های زوج - زوج به صورت $+11.2A^{-\frac{1}{2}}$ بیان می‌شود. با این وجود متوجه خواهیم شد که هسته‌های زوج - زوج پایداری خیلی بالایی دارند که این خیلی مهم است، شکل (۳-۱). این شکل نشان می‌دهد که هسته‌های زوج - زوج پایدارترند. تعداد ایزوتوپ‌های هسته‌ای مختلف با تعداد N و Z زوج حدود ۱۶۷ عدد می‌باشد [۶].



شکل (۱-۳): زنجیره‌های جرمی برای دو دسته از ایزومرهای $A=125$ و $A=128$

در مدل مداری یا لایه‌ای، با توجه به اینکه نوکلئون‌های یک مدار بیشتر وقت خود را نزدیک هم می‌گذرانند، در این حالت برهمکنش آنها بیشتر از وضعیت‌های دیگر است. پس برهمکنش تزویجی از همه حالت‌های دیگر بیشتر خواهد بود [۴۴ و ۴۵]. برهمکنش تزویجی آنقدر قوی است که در حالت‌های پایه هسته‌های با پوسته غیر پر که دارای تعداد زوج پروتون و نوترون هستند، اصلی‌ترین اثر است.

در حالت پایه این هسته‌های زوج - زوج، تمام نوترون‌هایی که در پوسته‌های پر نیستند با نوترون‌های دیگر، و تمام پروتون‌ها با پروتون‌های دیگر به صورت جفت درآمده‌اند. هر جفت شامل دو عضو در یک مدار است که در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند. یعنی دارای اعداد کوانتومی n ، l ، j ، عدد کوانتومی متقارن m هستند. تکانه زاویه‌ای کل برای هر جفت برابر صفر است زیرا تکانه زاویه‌ای هر یک برابر و در جهت خلاف هم قرار دارند [۴۵]. هم‌چنان‌که الکترون از یک تکانه زاویه‌ای ذاتی بنام اسپین هسته برخوردار است، نوکلئون‌ها نیز دارای تکانه زاویه‌ای ذاتی اسپین هستند و هسته اتم نیز پیرامون یک محور می‌چرخد و مقدار تکانه زاویه‌ای هسته‌ای آن در نتیجه‌ی این چرخش برابر است با $I\hbar$ که در آن I عدد کوانتومی اسپین هسته‌ای است. این عدد برای هسته‌های زوج - زوج برابر صفر است.

۳-۵-۲ ایزوتوپ‌های فرد - فرد

ایزوتوپ‌هایی هستند، که تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آنها هر دو فرد هستند مانند ${}^6_3\text{Li}$. پایداری این ایزوتوپ‌ها نسبت به هسته‌های زوج - زوج کمتر است. چون نوکلئون‌های مشابه تمایل به تشکیل زوج دارند تا پیکر بندی هسته محکم شود، در ایزوتوپ‌های فرد - فرد این تمایل وجود ندارد و پایداری هسته کمتر است. جمله تزویج برای ایزوتوپ‌های فرد - فرد به صورت $-a_p A^{-\frac{3}{4}}$ می‌باشد، که از انرژی بستگی آنها خواهد کاست. تنها با توجه به هسته‌های پایدار که در طبیعت یافت می‌شوند، می‌توان به شواهدی دال بر وجود نیروی تزویج در هسته‌ها رسید. تعداد هسته‌های با تعداد Z و N فرد در طبیعت فقط ۴ تا است (${}^1_1\text{H}$ و ${}^2_1\text{H}$ و ${}^3_1\text{H}$ و ${}^4_2\text{He}$) [۶]. در شکل (۳-۱) نیز می‌توان ناپایداری این ایزوتوپ‌ها را نسبت به هسته‌های زوج - زوج دید. هسته‌هایی با Z فرد و N فرد می‌توانند به هر دو روش تبدیل نوترون به پروتون (با تابش β^-) و یا تبدیل پروتون به نوترون (با تابش β^+) واپاشیده شوند [۶]. عدد کوانتومی اسپین (I) برای هسته‌های فرد - فرد عدد درستی است. مثلاً برای هسته‌های ${}^6_3\text{Li}$ و ${}^7_3\text{Li}$ و ${}^8_3\text{Li}$ و ${}^9_3\text{Li}$ برابر یک می‌باشد ($I=1$).

۳-۵-۳ ایزوتوپ‌های فرد - زوج یا زوج - فرد

ایزوتوپ‌هایی هستند که تعداد پروتون (Z) و نوترون (N) های آنها فرد - زوج یا زوج - فرد هستند یا به عبارت بهتر، ایزوتوپ‌هایی هستند که عدد جرمی (A) آنها فرد است مانند ${}^{17}_8\text{O}$ و ${}^3_1\text{H}$ و

در این نوکلئون‌ها اگر عمل تزویج در لایه‌ها صورت گیرد، آنگاه یک نوکلئون تنها (مانند الکترون آزاد) خواهد ماند. برای هسته‌های با عدد جرمی فرد، جمله تزویج برابر صفر است [۶]. بنابراین انرژی بستگی آنها از هسته فرد - فرد بیشتر است.

ساده‌ترین حالت‌های یک هسته با Z زوج و N فرد حالت‌های شبه ذره منفرد $^{27}(SQP)$ است [۴۵]، حالت‌هایی هستند که با اضافه کردن یک ذره یا یک حفره به نزدیکترین هسته زوج - زوج به دست می‌آیند. عدد کوانتومی اسپین (I) هسته‌های زوج - فرد و فرد-زوج یا به عبارت دیگر هسته‌های با عدد

جرمی فرد، I یک عدد نیم درست فرد است یعنی $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$ و $\frac{5}{2}$ و ... است. مثلاً برای 3_2He برابر $\frac{1}{2}$ و برای 7_3Li

برابر $\frac{3}{2}$ است. از شکل (۳-۱) ما می‌توانیم پر شدن دو ایزوتوپ با A فرد را در مدل لایه‌ای با پتانسیل

اسپین-مدار برای ${}^{15}_8O$ و ${}^{17}_8O$ مشاهده کنیم.

از این شکل متوجه می‌شویم که در مدل پوسته‌ای تنها نوکلئون‌های تزویج نشده در تعیین خواص هسته دخالت دارند و لایه‌های پر هیچ تاثیری در خواص هسته‌ها ندارند. از نوکلئون‌های تنها در این شکل می‌توان پارامتر را به صورت سازگار با تجربه بدست آورد. این نکته تا حدودی مدل پوسته‌ای را تایید می‌کند و می‌بینیم که هسته‌های با عدد جرمی فرد در این کار نقش اساسی دارند.

۳-۵-۴ ایزوتوپ‌های دو جادویی

²⁷The single quasi particle

ایزوتوپ‌هایی هستند که تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آنها اعداد جادویی هستند. اعداد جادویی که پیک نمودار انرژی بستگی هسته هستند عبارتند از ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶. در بیشتر موارد اعداد Z و N ایزوتوپ‌های هسته‌ها دو جادویی نمی‌توانند دو عدد مختلف جادویی را داشته باشند و در این مورد باید هر دو عدد یک عدد جادویی را قبول کنند، یعنی $N=Z$ ، مانند ${}^4_2\text{He}$ و ${}^{16}_8\text{O}$ و در حالتی که $N \neq Z$ باشد، تنها ایزوتوپ ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ وجود دارد. پس بنابراین ۴ ایزوتوپ دوجادویی بیشتر نداریم که در تقاطع خطوط افقی و عمودی در ناحیه مشخص قرار می‌گیرند، شکل (۱-۲).

فصل چهارم

محاسبه ی شعاع و انرژی

ایزوتوپ‌های Li و Be

۴-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا مشخصات کلی از ایزوتوپ‌های هسته‌های لیتیم و بریلیوم را بیان می‌کنیم، سپس در مرحله ی اول معادله‌ی شرودینگر را با پتانسیل یوکاوا بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی با استفاده از روش تحلیلی NU حل کرده انرژی و شعاع ایزوتوپ‌ها را بدست می‌آوریم. در مرحله‌ی دوم به حل معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل هایپربولیک بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی پرداخته و طیف انرژی ایزوتوپ‌ها را بدست می‌آوریم و با نتایج تجربی و داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌کنیم.

۴-۲ لیتیم

لیتیم هسته‌ای با عدد اتمی ۳ می‌باشد. هسته‌ی لیتیم دارای دو ایزوتوپ پایدار ${}^6\text{Li}$ ، ایزوتوپی فرد - فرد و ${}^7\text{Li}$ ، ایزوتوپی فرد - زوج است. فراوانی آنها ۹۲/۵٪ می‌باشد. این دو ایزوتوپ پایدار در مقایسه با دو هسته‌ی سبک و سنگین همسایگی خود یعنی هلیم و بریلیوم، به صورت غیر طبیعی، انرژی بستگی هسته‌ای پایینی دارند. به جز دوترون و تریتون این دو ایزوتوپ، نسبت به هر هسته‌ی پایدار دیگر انرژی بستگی کمتری به ازای هر نوکلئون دارند. در نتیجه‌ی این پدیده، هسته‌ی لیتیم با اینکه وزن اتمی کمی دارد اما در سامانه‌ی خورشیدی از دید فراوانی، در میان ۳۲ عنصر رتبه ی ۲۵ ام را دارد [۴۶]. لیتیم دارای ایزوتوپ‌های پرتوزا نیز می‌باشد که پایدارترین آنها و ${}^8\text{Li}$ با نیمه عمر ۸۳۸ ms و ناپایدارترین آنها و ${}^9\text{Li}$ با نیمه عمر 10^{-23} s است [۴۷]. یکی از عنصرهای بسیار کهن است که در جریان هسته زایی مهبانگ پدید آمده است. گمان آن می‌رود که مقدار اندکی از ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ در ستاره‌ها پدید می‌آید اما به

همان سرعتی که ایجاد می‌شود به همان سرعت، می‌سوزد و دوباره مصرف می‌شود [۴۸]. علاوه بر این احتمالاً مقدار اندکی از ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ در اثر بادهای خورشیدی و برخورد پرتوهای کیهانی با اتم‌های سنگین تر و در نتیجه واپاشی ایزوتوپ‌هایی مانند ${}^9\text{Be}$ و ${}^{10}\text{Be}$ پدید می‌آیند. فرآیندهای طبیعی گوناگونی می‌توانند ایزوتوپ‌های لیتیم را تولید کنند [۴۹]، از جمله‌ی آنها می‌توان به پدیده‌های شیمیایی هنگام ساخت کانی‌ها، دگرگشت و داد و ستدهای یونی اشاره کرد.

جدول (۴-۱): برخی از ویژگی‌های استاتیکی ایزوتوپ‌های لیتیم [۴۷]

${}^A_Z X$	I	$T_{\frac{1}{2}}$	$\frac{E_B}{A}$ (MeV)	واپاشی
${}^4_3\text{Li}$	2^-	$7.6 \times 10^{-23} \text{ s}$	—	P
${}^5_3\text{Li}$	3^- 2^-	$4.4 \times 10^{-22} \text{ s}$	۵/۲۶۶	P
${}^6_3\text{Li}$	1^+	پایدار	۵/۳۳۲۳	—
${}^7_3\text{Li}$	3^- 2^-	پایدار	۵/۶۰۶۰	—
${}^8_3\text{Li}$	2^+	۸۳۹/۹ms	۵/۱۵۹۷	β^-
${}^9_3\text{Li}$	3^- 2^-	۱۷۸/۳ms	۵/۰۳۷۱	β^-
${}^{10}_3\text{Li}$	1^- و 2^-	—	۴/۵۳۱۴	N

۳-۴ برلیوم

برلیوم هسته‌ای با عدد اتمی ۴ می‌باشد. ایزوتوپ پایدار آن ${}^9\text{Be}$ ، ایزوتوپی زوج - فرد است، که در طبیعت به صورت بریل که یکی از سنگ‌های گرانبه‌است، یافت می‌شود. بریل، کانی برلیوم عمدتاً در آفریقای جنوبی، زیمبابوه، برزیل و هندوستان یافت می‌شود. بهترین روش برای تهیه برلیوم تجزیه الکتریکی مخلوط مذاب فلوراید برلیوم و باریوم است. کانی آن را به اکسید یا هیدروکسید و سپس به کلرید یا فلورید تبدیل می‌کنند. هالیدهای آن را می‌توان:

(۱) به کمک فلز منیزیم در کوره احیا کرد

(۲) به کمک الکترولیز احیا کرد

(۳) تقطیر مایع - مایع آن با یک عامل کیلیتی از ترکیب‌های آلی فسفات دار احیا کرد

شکل‌های قابل دسترس آن سنگ معدن، ورقه، لوله، پرس سرد و ... است. برلیوم فلز اصلی در صنعت فضایی است، در راکتورهای هسته‌ای به عنوان کندکننده و منعکس‌کننده نوترون‌ها به کار می‌رود. هنگامی که آن را با ذره‌های آلفا بمباران کنیم، منبع نوترونی است. از دیگر کاربردهای آن می‌توان به استفاده در پنجره‌های مخصوص برای اشعه ایکس و بکارگیری آلیاژهای آن در صنعت تهیه لامپ چراغ نام برد.

جدول (۴-۲): برخی از ویژگی‌های استاتیکی ایزوتوپ‌های بریلیوم [۴۷]

$\frac{A}{Z}X$	I	$T_{\frac{1}{2}}$	$\frac{E_B}{A}$ (MeV)	واپاشی
${}^6_4\text{Be}$	0^+	$7/2 \times 10^{-21} \text{ s}$	۴/۴۸۷۲	P
${}^7_4\text{Be}$	3^- 2^-	۵۳Day	۵/۳۷۱۶	β^+
${}^8_4\text{Be}$	0^+	$1/2 \times 10^{-16} \text{ s}$	۷/۰۶۲۴	α
${}^9_4\text{Be}$	3^- 2^-	پایدار	۶/۴۶۲۳	—
${}^{10}_4\text{Be}$	0^+	$1/5 \times 10^6 \text{ Years}$	۶/۴۹۷۶	β^-
${}^{11}_4\text{Be}$	1^+ 2^-	۱۳/۸۱s	۵/۹۵۲۵	β^-
${}^{12}_4\text{Be}$	2^+	۲۱/۴۹ms	۵/۷۲۷۲	β^-

۴-۴ محاسبه‌ی ویژگی‌های استاتیکی (انرژی و شعاع) ${}^9_4\text{Be}$, ${}^7_4\text{Be}$ و ${}^7_3\text{Li}$ و ${}^6_3\text{Li}$

رفتار نوکلئون‌ها درون هسته، شباهتی به رفتار ذرات کلاسیک ندارد. خواص هسته را رفتار موجی نوکلئون‌ها تعیین می‌کند و تحلیل این رفتار مستلزم کاربرد تکنیک‌های ریاضی مکانیک کوانتومی است [۶]. برای توصیف حرکت نوکلئون‌ها می‌توان با حل معادله‌ی شرودینگر ترازهای انرژی نوکلئون‌ها را بدست آورد.

۴-۴-۱ مطالعه‌ی اثرات ضرایب پتانسیل یوکاوا بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی بر انرژی

بستگی

پتانسیل ما بصورت زیر است:

$$V(r) = -V_0 \frac{\exp(-ar)}{r} + V_1 \frac{\exp(-ar)}{r^2} + \frac{k}{r} \quad (۱-۴)$$

که در آن ضرایب α به برد نیروی هسته‌ای و V_0 به عمق چاه پتانسیل و V_1 و k به بزرگی جملات دافعه اشاره دارند.

نیروی هسته‌ای به طور خیلی پیچیده‌ای به فاصله وابسته است. پتانسیل یوکاوا برای این منظور یکی از بهترین پتانسیل‌ها می‌باشد. این پتانسیل تابع نمایی از فاصله است به همین علت، پتانسیل و نیرو سریعاً با افزایش فاصله به صفر میل می‌کند. یکی از نکات مهم در مورد پتانسیل یوکاوا آن است که معادله‌ی شرودینگر با این پتانسیل به طور دقیق و تحلیلی قابل حل نمی‌باشد.

قسمت شعاعی معادله‌ی شرودینگر در D بعد به صورت زیر می‌باشد:

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{D-1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{l(l+D-2)}{r^2} \right) + V(r) \right] \Psi(r) = E \Psi(r) \quad (2-4)$$

که $D=3N-3$ [50] و N تعداد و μ جرم کاهش یافته‌ی ذرات تشکیل دهنده‌ی هسته است. پس معادله‌ی

شعاعی شرودینگر در حضور پتانسیل به صورت زیر خواهد بود:

$$(3-4)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2 \Psi(r)}{dr^2} + \frac{D-1}{r} \frac{d \Psi(r)}{dr} - \frac{l(l+D-2)}{r^2} \Psi(r) \right] + \left(-V_0 \frac{\exp(-\alpha r)}{r} + V_1 \frac{\exp(-\alpha r)}{r^2} + \frac{k}{r} \right) \Psi(r) = E \Psi(r)$$

از آنجایی که حل معادله‌ی شرودینگر با این پتانسیل میسر نیست، پس ما سعی کردیم با تقریب زیر اینکار

را انجام دهیم. پتانسیل ما، با بسط تیلور تا تقریب مرتبه‌ی دوم به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$V(r) = -\frac{v_0}{r}(1-\alpha r) + \frac{v_1}{r^2}(1-\alpha r) + \frac{k}{r} \quad (4-4)$$

قابل توجه است که این تقریب به ازای αr کوچک از تطابق خوبی برخوردار است. با قرار دادن پتانسیل

بسط داده شده یعنی رابطه‌ی (4-4)، در معادله‌ی شرودینگر خواهیم داشت:

$$(5-4)$$

$$\frac{d^2 \Psi(r)}{dr^2} + \frac{D-1}{r} \frac{d \Psi(r)}{dr} - \frac{1}{r^2} \left[-(l(l+D-2) + v_1') + (v_1' \alpha - v_0' - k')r - (\varepsilon - v_0' \alpha) r^2 \right] \Psi(r) = 0$$

که:

$$\varepsilon = -\frac{2\mu}{\hbar^2} E \quad v_0' = -\frac{2\mu}{\hbar^2} v_0 \quad (6-4)$$

$$v_1' = \frac{2\mu}{\hbar^2} v_1 \quad k' = \frac{2\mu}{\hbar^2} k \quad (7-4)$$

برای حل معادله‌ی (۵-۴) از روش NU استفاده کردیم.

با مقایسه‌ی روابط (۱۳-۳) و (۵-۴) به شباهت این معادله با معادله‌ی اصلی NU پی می‌بریم که در آن:

$$\xi_1 = \varepsilon - v_0' \alpha \quad (8-4)$$

$$\xi_2 = (v_1' \alpha - v_0' - k) \quad (9-4)$$

$$\xi_3 = (l(l+D-2) + v_1') \quad (10-4)$$

باتوجه به روابط (۱۶-۳) تا (۲۰-۳) آلفاها را محاسبه می‌کنیم.

$$\alpha_1 = D - 1 \quad \alpha_2 = 0 \quad \alpha_3 = 0 \quad (11-4)$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{2}(2-D) \quad \alpha_5 = 0 \quad \alpha_6 = \varepsilon - v_0' \alpha \quad (12-4)$$

$$\alpha_7 = k' + v_1' - v_0' \alpha \quad \alpha_8 = \left[\frac{1}{2}(2-D) \right]^2 + (l(l+D-2) + v_1') \quad \alpha_9 = \varepsilon - v_0' \alpha \quad (13-4)$$

با توجه به روابط (۱۴-۳) و (۲۳-۳) طیف انرژی و تابع موج را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\varepsilon = \frac{(v_1' \alpha - v_0' - k)^2}{\left[2n+1 + 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}(2-D) \right)^2 + l(l+D-2) + v_1'} \right]^2} + v_0' \alpha \quad (14-4)$$

$$\Psi(r) = r^{-0.5 + \sqrt{0.25 + \xi_3}} \exp(-\sqrt{\xi_1} r) L_n^{2\sqrt{0.25 + \xi_3}}(2\sqrt{\xi_1} r) \quad (15-4)$$

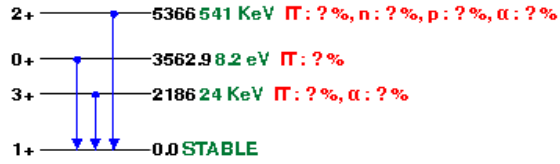
طیف انرژی برحسب برد هسته‌ای و عمق چاه پتانسیل بصورت زیر است:

$$E_{n,l} = \frac{-\frac{2\mu}{\hbar^2}(v_1\alpha + v_0 - k)^2}{\left[2n+1 + 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}(2-D)\right)^2 + l(l+D-2) + \frac{2\mu}{\hbar^2}v_1}\right]} + v_0\alpha \quad (16-4)$$

اینک با استفاده از مدل خوشه‌ای ایزوتوپ‌های ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ و ${}^9\text{Be}$ و ${}^{10}\text{Be}$ را به ترتیب بصورت خوشه‌های اینک با استفاده از مدل خوشه‌ای ایزوتوپ‌ها، همانند سیستم‌های دو جسمی هستند یعنی $D=3$. تفاوت ایزوتوپ‌ها در جرم و انرژی ترازهایی که پدیده خوشه شدن در آن رخ می‌دهد است، که این تفاوت‌ها که در ضرایب پتانسیل موثر است. با توجه به شکل‌های (1-4) و (2-4) انرژی ترازهایی که این ایزوتوپ‌ها به خوشه‌های در نظر گرفته شده تبدیل می‌شوند مشخص است. با جایگذاری این انرژی‌ها ضرایب پتانسیل را محاسبه نمودیم.

با توجه به شکل‌های زیر مشخص است که پدیده‌ی خوشه‌شدن برای ${}^6\text{Li}$ با گرفتن انرژی در حدود اولین و سومین تراز برانگیخته، برای ${}^7\text{Li}$ در اولین تراز تا چهارمین تراز برانگیخته، برای ${}^9\text{Be}$ در اولین تا چهارمین تراز برانگیخته و برای ${}^{10}\text{Be}$ بیشترین احتمال واپاشی به آلفا در چهارمین تراز برانگیخته اتفاق می‌افتد.

2- ————— 17985 3.012 MeV Γ : ?%, 3H: ?%



3/2- ————— 11240 260 KeV n: ?%, p: ?%

3/2- ————— 9850 = 1200 KeV n: ?%, α : ?%

5/2- ————— 7459.589 KeV n: ?%, 3H: ?%, α : ?%

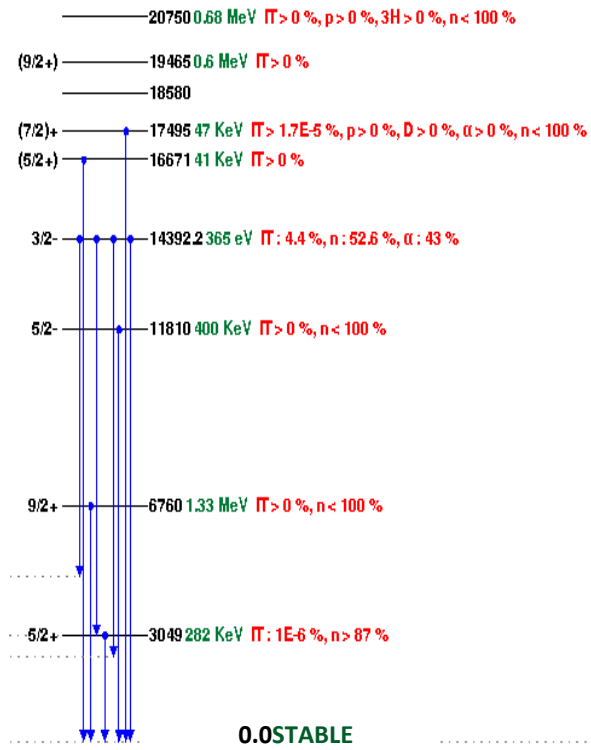
5/2- ————— 6680 0.88 MeV 3H: ?%, α : ?%

7/2- ————— 4630 93 KeV 3H: ?%, α : ?%

3/2- ————— 0.0 STABLE



شکل (۴-۱): ترازهای انرژی ایزوتوپهای لیتیم [۴۷]



- 3/2- ——— 11010.320 KeV $p: ?\%$, $3HE: ?\%$, $\alpha: ?\%$
- 3/2- ——— 9900 = 1.8 MeV $p: ?\%$, $3HE: ?\%$, $\alpha: ?\%$
- 5/2- ——— 7210.0.40 MeV $p: ?\%$, $3HE: ?\%$, $\alpha: ?\%$
- 7/2- ——— 4570.175 KeV $3HE: ?\%$, $\alpha: ?\%$
- 3/2- ——— 0.053.22 D $\epsilon: 100\%$



شکل (۴-۲): ترازهای انرژی ایزوتوپ‌های بریلیوم [۴۷]

ضرایب پتانسیل محاسبه شده با جایگذاری انرژی حالت پایه و انرژی ترازهایی که خوشه‌ها را داریم:

جدول (۴-۳): ضرایب پتانسیل

$\frac{A}{Z}X$	$\alpha(fm^{-1})$	$V_0(Mev)$	$V_1(Mev)$	$K(Mev)$
6_3Li	۰/۰۱	-۱۸۸۱/۱۴۰۵	۲۲۱۳/۴۲۴۵	-۱۵۰۰
7_3Li	۰/۰۱	-۲۱۱۹/۶۳۰۵	۵۷۸/۴۱۴۷	-۱۸۸۹/۵۸۴۶
7_4Be	۰/۰۱	-۱۷۶۵/۸۰۷۶	۸۵۱/۱۶۲۹	-۱۴۷۶/۶۶۶۸
9_4Be	۰/۰۱	-۲۱۳۴/۹۰۶۱	۱۹۲۶/۹۴۱۴	-۱۵۶۱/۱۰۹۸

انرژی حالت پایه ایزوتوپ‌ها و انرژی ترازهایی که ایزوتوپ‌ها در آن خوشه می‌شوند را با توجه به ضرایب پتانسیل بدست آمده، محاسبه نمودیم. مقادیر بدست آمده با نتایج تجربی و دیگر کارها مطابقت قابل توجهی دارد، که در جدول (۴-۴) ارائه شده است.

جدول (۴-۴): انرژی ایزوتوپ‌های لیتیم و بریلیوم با توجه به ضرایب پتانسیل

$\frac{A}{Z}X$	$E_{cal}(\text{Mev})$	$E_{exp}(\text{Mev})$ [۵۱]	$E_{other}(\text{Mev})$ [۵۱]	$E_{c,cal}(\text{Mev})$	$E_{exp}(\text{Mev})$ [۴۷]
${}^6_3\text{Li}$	-۳۱/۹۹۴	-۳۱/۹۹۳	-۳۲/۵۱۰	$E_1 = -۲۹/۸۰۸$	$E_1 = -۲۹/۸۰۷۸$
${}^7_3\text{Li}$	-۳۹/۲۴۲	-۳۹/۲۴۲۹	-۳۹/۶۱۰	$E_1 = -۳۴/۳۴۲۳$ $E_2 = -۳۱/۷۸۳۳$	$E_1 = -۳۴/۳۴۲۳$ $E_2 = -۳۱/۷۸۳۳$
${}^9_4\text{Be}$	-۳۷/۶۰۰۵	-۳۷/۵۹۹	-۳۶/۲۲۰	$E_1 = -۳۳/۰۳۰۵$ $E_2 = -۳۰/۳۹۰۵$	$E_1 = -۳۳/۰۳۰۵$ $E_2 = -۳۰/۳۹۰۵$
${}^9_4\text{Be}$	-۵۸/۱۶۴۳	-۵۸/۱۶۴۵	-۵۸/۵۹۰	$E_2 = -۴۶/۳۵۴۴$ $E_3 = -۴۳/۷۷۲۴$	$E_2 = -۴۶/۳۵۴۳$ $E_3 = -۴۳/۷۷۲۳$

تابع موج ایزوتوپ‌ها در حالت پایه را به شکل زیر داریم:

$$\Psi(r) = r^{-0.5 + \sqrt{0.25 + \xi_3}} \exp(-\sqrt{\xi_1} r) \quad (۱۷-۴)$$

که تابع موج بر حسب برد هسته‌ای و عمق چاه پتانسیل به صورت زیر است:

$$\Psi(r) = r^{0.5 + \sqrt{0.25 + l(l+D-2) + \frac{2\mu}{\hbar^2} v_1}} \exp(-\sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} (v_0 - E_{n,l})} r) \quad (۱۸-۴)$$

شعاع ایزوتوپ‌ها را نیز به کمک رابطه تابع موج در حالت پایه یعنی رابطه‌ی (۴-۱۷) و ضرایب پتانسیل بدست آمده، محاسبه کردیم، که بسیار نزدیک به نتایج قبلی است. پس مدل خوشه‌ای برای این ایزوتوپ‌ها توانسته شعاع و انرژی آنها را توجیه کند.

جدول (۴-۵): شعاع ایزوتوپ‌های برلیوم و لیتیم

$\frac{A}{Z}X$	$\langle x_c^2 \rangle_{cal}^{1/2} (fm)$	$\langle x_c^2 \rangle_{other}^{1/2} (fm)$ [۵۲]
6_3Li	۲/۵۶۹	۲/۵۸۹
7_3Li	۲/۵۰۵	۲/۴۴۴
7_4Be	۲/۶۱۷۲	۲/۶۴۶۰
9_4Be	۲/۴۸۹۷	۲/۵۱۹۰

۴-۵ حل تحلیلی معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل یوکاوا اصلاح شده بعلاوه‌ی دافعه

ی کولنی

از آنجایی که حل تحلیلی قبلی معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل مورد نظر با تقریب انجام گرفته بود سعی داریم به روش دیگری این معادله را به صورت تحلیلی حل کنیم. پتانسیل را در معادله‌ی شعاعی شرودینگر جایگذاری کردیم که رابطه‌ی آن به شکل زیر است:

(۴-۱۹)

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2\Psi(r)}{dr^2} + \frac{D-1}{r} \frac{d\Psi(r)}{dr} - \frac{l(l+D-2)}{r^2} \Psi(r) \right] + (-V_0 \frac{\exp(-ar)}{r} + V_1 \frac{\exp(-ar)}{r^2} + \frac{k}{r}) \Psi(r) = E \Psi(r)$$

برای استفاده از روش NU، باید معادله را به شکل NU در آوریم.

(۲۰-۴)

$$\frac{d^2\Psi(r)}{dr^2} + \frac{D-1}{r} \frac{d\Psi(r)}{dr} + \frac{1}{r^2} \left[\varepsilon r^2 + (v'_0 \exp(-ar) - k') r - v'_1 \exp(-ar) - l(l+D-2) \right] \Psi(r) = 0$$

که در آن از تغییر متغیرهای زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\frac{2\mu}{\hbar^2} E = \varepsilon \qquad \frac{2\mu}{\hbar^2} v_0 = v'_0 \qquad (۲۱-۴)$$

$$\frac{2\mu}{\hbar^2} v_1 = v'_1 \qquad \frac{2\mu}{\hbar^2} k = k' \qquad (۲۲-۴)$$

قبل از ادامه‌ی کار از آنجایی که حل تحلیلی و دقیق معادله (۲۰-۴) امکان پذیر نیست سعی داریم با

معرفی تقریب زیر به ادامه‌ی کار بپردازیم [۴۶]:

$$\frac{1}{r^2} \approx \frac{\alpha^2}{(e^{-ar} - 1)^2} \qquad (۲۳-۴)$$

با جایگذاری تقریب بالا در معادله‌ی (۲۰-۴) داریم:

(۲۴-۴)

$$\frac{\alpha(D-1)}{e^{-ar} - 1} \frac{d\Psi(r)}{dr} + \frac{\alpha^2}{(e^{-ar} - 1)^2} \left[\varepsilon r^2 - (v'_0 \exp(-ar) - k') \frac{\alpha}{e^{-ar} - 1} - v'_1 \exp(-ar) - l(l+D-2) \right] \Psi(r) = 0$$

با استفاده از تغییر متغیر زیر:

$$s(r) = e^{-ar} - 1 \qquad (۲۵-۴)$$

رابطه‌ی (۲۴-۴) به شکل زیر در می‌آید:

(۲۶-۴)

$$\frac{d^2\Psi(s)}{d^2s} + \frac{(D-1)+S}{S(1+S)} \frac{d\Psi(s)}{ds} + \frac{1}{(S(1+S))^2} \left[-\left(\frac{v'_0}{\alpha} - \frac{\varepsilon}{\alpha^2}\right)s^2 - \left(\frac{v'_0}{\alpha} + v'_1 + \frac{k'}{\alpha}\right)s - [l(l+D-2) + v'] \right] \Psi(s) = 0$$

با مقایسه‌ی رابطه‌ی بالا با رابطه‌ی (۱۳-۳) روابط زیر بدست می‌آید:

$$\xi_1 = \frac{v'_0}{\alpha} - \frac{\varepsilon}{\alpha^2} \quad (۲۷-۴)$$

$$\xi_2 = -\left(\frac{v'_0}{\alpha} + v'_1 + \frac{k'}{\alpha}\right) \quad (۲۸-۴)$$

$$\xi_3 = [l(l+D-2) + v'] \quad (۲۹-۴)$$

برای بدست آوردن طیف انرژی و تابع موج نیاز به ضرایب آلفا داریم که طبق روابط (۱۶-۳) تا (۲۰-۳)

محاسبه می‌کنیم.

$$\alpha_1 = D-1 \quad \alpha_2 = -1 \quad \alpha_3 = -1 \quad (۳۰-۴)$$

$$\alpha_4 = -\frac{1}{2} \quad \alpha_5 = \frac{1}{2} \quad \alpha_6 = \frac{1}{4} + \xi_1 \quad (۳۱-۴)$$

$$\alpha_7 = -\frac{1}{2} - \xi_2 \quad \alpha_8 = \frac{1}{4} + \xi_3 \quad \alpha_9 = 1 + \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 \quad (۳۲-۴)$$

$$\alpha_{10} = D-2 + 2\sqrt{0.25 + \xi_3} \quad \alpha_{11} = -2 + 2(\sqrt{1 + \xi_1 + \xi_2 + \xi_3} - \sqrt{0.25 + \xi_3}) \quad (۳۳-۴)$$

$$\alpha_{12} = -0.5 + \sqrt{0.25 + \xi_3} \quad \alpha_{13} = 0.5 - (\sqrt{1 + \xi_1 + \xi_2 + \xi_3} - \sqrt{0.25 + \xi_3}) \quad (۳۴-۴)$$

...

چون هسته‌های ما سیستم‌های دو جسمی است پس طیف انرژی و تابع موج بر حسب برد هسته‌ای و عمق چاه پتانسیل و بزرگی جملات دافعه و $D=3$ به صورت زیر است:

(۳۵-۴)

$$\frac{2\mu}{\hbar^2} \left(v_1 + \frac{v_0}{\alpha} + \frac{k}{\alpha} \right) + \left(2n+1 + 2\sqrt{0.25+l(l+1) + \frac{2\mu}{\hbar^2} v_1} \right) \left(\sqrt{1 - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{E_{n,l}}{\alpha^2} + \frac{k}{\alpha} \right) - l(l+1)} - \sqrt{0.25+l(l+1) + \frac{2\mu}{\hbar^2} v_1} \right) - n(n+1) - 1 = 0$$

(۳۶-۴)

$$\Psi(s) = s^{-0.5 + \sqrt{0.25+l(l+1) + \frac{2\mu}{\hbar^2} v_1}} (1+s)^{1 - \sqrt{1 - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{E_{n,l}}{\alpha^2} + \frac{k}{\alpha} \right) - l(l+1)}} P_n \left(2\sqrt{0.25+l(l+1) + \frac{2\mu}{\hbar^2} v_1}, 2\sqrt{1 - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{E_{n,l}}{\alpha^2} + \frac{k}{\alpha} \right) - l(l+1)} \right) (1+2s)$$

می‌دانیم که برخی هسته‌ها با دریافت مقداری انرژی به خوشه‌ها تبدیل می‌شوند، پس با جایگذاری این

انرژی‌ها و انرژی حالت پایه ضرایب پتانسیل را برای ایزوتوپ‌های ${}^6_3\text{Li}$ و ${}^7_3\text{Li}$ و ${}^7_4\text{Be}$ و ${}^9_4\text{Be}$ بدست آوردیم.

این مقادیر در جدول (۴-۶) درج شده است

مجدول (۴-۶): ضرایب پتانسیل یوکاوا بعلاوه ی دافعه کولنی

$\frac{A}{Z}X$	$V_0(\text{Mev})$	$V_1(\text{Mev})$	$K(\text{Mev})$	$E_{\text{cal}}(\text{Mev})$	$E_{\text{other}}(\text{Mev})$ [۵۱]
${}^6_3\text{Li}$	۱۵۰۰	۵۱۲۸۹/۰۷۵۴	-۵۱۵۵/۳۳۷۶	-۳۱/۹۹۴	-۳۲/۵۱۰
${}^7_3\text{Li}$	۱۵۰۰	۸۴۳۷/۵۷۹۴	-۲۹۶۸/۸۲۲۷	-۳۹/۲۴۲	-۳۹/۶۱۰
${}^7_4\text{Be}$	-۱۹۲۷/۱۲۳۳	۷۹۶/۰۴۵۸	۱۶۵۷/۲۹۲۸	-۳۷/۶۰۰۵	-۳۶/۲۲۰
${}^9_4\text{Be}$	۱۵۰۰	۱۵۷۸۲/۳۱۸۹	-۳۸۳۸/۸۰۱۷	-۵۸/۱۶۴۳	-۵۸/۵۹۰

۴-۶ طیف انرژی معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل هایپربولیک بعلاوه دافعه‌ی کولنی

پتانسیل هایپربولیک بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی به شکل زیر است:

$$V(r) = -v_0 \coth(\alpha r) + v_1 \coth^2(\alpha r) - v_2 \operatorname{cosech}^2(\alpha r) + \frac{1}{r^2} \quad (37-4)$$

معادله‌ی شعاعی شرودینگر را بصورت زیر داشتیم:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + (D-1) \frac{d}{dr} - \frac{l(l+D-2)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} (V(r) - E) \right] \Psi(r) = 0 \quad (38-4)$$

باتغییر متغیر زیر:

$$\Psi(r) = r^{-\frac{D-1}{2}} U(r) \quad (39-4)$$

معادله‌ی شرودینگر به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} (E_{n,l} - V(r)) \right] U(r) = 0 \quad (40-4)$$

باجایگذاری پتانسیل در معادله داریم:

$$(41-4)$$

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \beta \frac{d}{dr} + \frac{2\mu}{\hbar^2} (v_0 \coth(\alpha r) - v_1 \coth^2(\alpha r) + v_2 \operatorname{cosech}^2(\alpha r)) - \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu} \right) + \frac{\beta^2 \hbar^2}{4(2\mu)} \right] F(r) = 0$$

که تابع $U(r)$ به شکل زیر می‌باشد:

$$U(r) = \exp\left(\frac{-\beta r}{2}\right) F \quad (42-4)$$

با استفاده از تقریب و تغییر متغیر زیر:

$$\frac{1}{r^2} \approx \alpha^2 \operatorname{cosech}^2(\alpha r) \quad s = \coth(\alpha r) \quad (43-4)$$

و روابط:

$$\frac{ds}{dr} = -\alpha(1+s^2) \quad (44-4)$$

$$\frac{d^2s}{dr^2} = 2\alpha^2 s(1+s^2) \quad (45-4)$$

رابطه‌ی (41-4) به فرم زیر می‌رسد:

$$\frac{d^2F(r)}{ds^2} + \frac{\left(\frac{\beta}{\alpha} + 2s\right)}{(1+s^2)} \frac{dF(r)}{ds} + \frac{1}{(1+s^2)^2} [-\gamma^2 s^2 + \eta^2 s - \varepsilon^2] F(r) = 0 \quad (46-4)$$

که :

$$\gamma^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2 \alpha^2} (v_1 - v_2 + \alpha^2 (1 + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu})) \quad (47-4)$$

$$\eta^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2 \alpha^2} v_0 \quad (48-4)$$

$$\varepsilon^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2 \alpha^2} (\alpha^2 (1 + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu}) - v_2 - \frac{\beta^2 \hbar^2}{4(2\mu)} - E_{nl}) \quad (49-4)$$

با استفاده از روش تحلیلی NU و تکرار محاسباتی مشابه محاسبات قبل طیف انرژی را به فرم زیر

به دست آوردیم:

$$(\sqrt{\gamma^2 + \eta^2 + \varepsilon^2} - \varepsilon)(n + \frac{1}{2} + \varepsilon) - \frac{\eta^2 + n(n+1)}{2} = 0 \quad (50-4)$$

با بکارگیری رابطه‌ی طیف انرژی و انرژی حالت پایه و انرژی ترازهایی که در آنها پدیده‌ی خوشه‌شدن رخ می‌دهد، ضرایب پتانسیل و انرژی را برای ایزوتوپ‌های ${}^6_3\text{Li}$ و ${}^7_3\text{Li}$ و ${}^9_4\text{Be}$ و ${}^7_4\text{Be}$ محاسبه نمودیم.

جدول (۷-۴): ضرایب پتانسیل هایپربولیک بعلاوه‌ی دافعه کولنی و انرژی ایزوتوپ‌ها

${}^A_B X$	$V_0(\text{Mev})$	$V_1(\text{Mev})$	$V_2(\text{Mev})$	$E_{\text{cal}}(\text{Mev})$	$E_{\text{exp}}(\text{Mev})$ [۵۱]
${}^6_3\text{Li}$	-۳۰/۴۸۲۲	۳۰/۱۴۵	۰/۱۲۹۱	-۳۱/۹۹۴	-۳۱/۹۹۳
${}^7_3\text{Li}$	۲۷/۰۶۸۰	۴۲/۲۳۲	۲۷/۸۸۵۹	-۳۹/۲۴۲	-۳۹/۲۴۴۹
${}^7_4\text{Be}$	۰/۲۵۷۸	۳۰/۵۵۰۷	۳۰/۷۸۹۵	-۳۷/۶۰۰۵	-۳۷/۵۹۹
${}^9_4\text{Be}$	-۱/۱۹۸۹	۴۲/۶۸۲۷	۴۲/۸۱۸۰	-۵۸/۱۶۴۳	-۵۸/۱۶۴۵

نتایج بدست آمده در بخش‌های مختلف این کار، تطابق خوب با داده‌های دیگران و اطلاعات آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. پس با بکارگیری مدل هسته‌ای خوب (مدل خوشه‌ای) و حل معادله‌ی شرودینگر با روش مناسب توانستیم ویژگی‌های استاتیکی مورد نظر یعنی شعاع و انرژی پایه و انرژی لازم جهت خوشه شدن ایزوتوپ‌های نام برده را بدست آوریم. در این کار با بکارگیری رویکرد خوشه‌ای نتایج رضایت بخشی بدست آوردیم که کارایی این مدل را نشان می‌دهد.

نتیجه گیری

مدل هسته‌ای بکاربرده شده در این پایان‌نامه، مدل خوشه‌ای می‌باشد، مدلی که نوکلئون‌ها جای خود را به خوشه‌ها می‌دهند، که از مدل‌های موفق در توجیه خواص استاتیکی هسته‌ها است. ما نیز با بکارگیری این مدل و با استفاده از روش حل تحلیلی NU و تقریب‌های مناسب تابع موج و طیف انرژی در نتیجه انرژی بستگی انرژی لازم برای خوشه شدن ایزوتوپ‌ها و شعاع ایزوتوپ‌های 6Li و 7Li و 9Be و 7Be را توسط حل معادله‌ی شعاعی شرودینگر در حضور پتانسیل یوکاوا بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی بدست آوردیم. همانطور که مشاهده شد نتایج بدست آمده توافق خوبی با تجربه دارد.

در قسمت ۴-۵ معادله‌ی شرودینگر با پتانسیل یوکاوا بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی را با روش دیگری حل کرده و انرژی ایزوتوپ‌ها را محاسبه نمودیم.

در انتها در بخش ۴-۶ توانستیم با حل تحلیلی معادله‌ی شرودینگر با در نظر گرفتن پتانسیل هایپربولیک بعلاوه‌ی دافعه‌ی کولنی رابطه‌ی انرژی و ضرایب پتانسیل را نیز بدست آوریم.

مزیت این کار در این است چون روابط را در D بعد بدست آوردیم پس به راحتی می‌توان این معادلات را برای هر سیستم دیگر با تعداد n ذره یا خوشه بکاربرد و ویژگی‌های استاتیکی سیستم‌ها را بدست آورد. تطابق نتایج با داده‌های تجربی نشان از کارایی رضایت‌بخش رویکرد خوشه‌ای می‌باشد.

- [1] Griffiths D. J. (1984), "Introduction to Elementary Particles" John Wiley & Sons, Inc, pp.27 .
- [2] H.S.Hans. (2001), "Nuclear Physics Experimental and Theoretical".
- [3] W.N.Cottingham, D.A.Greenwood. (2000), "An introduction to nuclear physics"; Cambridge University Press.
- [4] J.L.Basdevant, J. Rich, M. Spiro. (2005), "Fundamentals In Nuclear Physics From Nuclear Structure to cosmology"; Springer, USA.
- [5] R. Hofstadter, (1957) Annu. Rev. Nucl. Sci. 7 231.
- [6] K. S. Krane, (1988), "Introductory Nuclear Physics", John Willy & Sons, Vol 1.2.
- [7] H. Frauenfelder, E., M. Henley, (1977), "subatomic physics", prentice – Hall. Vol 1. 2.
- [8] W. E. Meyerhof, Elements of nuclear physics, ISBN (1977) 1-0744-01-964
- [9] H. Frauenfelder, E. M. Henley, Subatomic physic, ISBN (6377) 6-2744-26-314
- [10] Peacock, J. A., Cole, S., Norberg, P., Baugh, C. M., Bland-Hawthorn, J., Bridge, T., Cannon, R. D., Colless, M., Collins, C., & Couch, W. (2001) "A measurement of the cosmological mass density from clustering in the 2df Galaxy Redshift Survey," Nature, 410, pp. 169-173.
- [11] Freer, M., (2012). "Nuclear physics: Nucleons come together", Nature 487, 309-310.
- [12] Dremin, I. M., & Quigg, C., (1978), "The Cluster Concept in Multiple Hadron Production", Science, Vol. 199, Issue 4332, pp. 937-941.
- [13] Freer, M., (2007), "The clustered nucleus-clusters in stable and unstable nuclei," Reports Prog. Phys., Vol. 70, no. 12, p. 2149.

- [14] Rutherford, E., (2012), —The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom, *Philos. Mag.*, vol. 92, no. 4, pp. 379–398.
- [15] Ebran, J. P., Khan, E., Niksic, T., & Vretenar, D., (2014). "Crystal. Cluster and quantum liquid nuclear states", *Journal of physics: Conference series* 569. 012006.
- [16] Ebran, J. P., Khan, E., Niksic, T., & Vretenar, D., (2010), "How atomic nuclei cluster", *Nature* 487,341-344.
- [17] Gamow, G., (1930), "Mass defect curve and nuclear constitution," *Proc. R. Soc. London. Ser. A, Contain. Pap. A Math. Phys. Character*, Vol. 126, no. 803, pp. 632-644.
- [18] Wildermuth, K., & Kanellopoulos, T., (1958), "The cluster model of the atomic nuclei," *Nucl. Phys.*, Vol. 7, pp. 150-162.
- [19] Freer, M., (2010), "Clusters in nuclei," *scholarpedia*, vol. 5, no. 6, p. 9652.
- [20] Horiuchi, H., & Ikeda, K., (1968), " A Molecule-like Structure in Atomic Nuclei of ^{16}O and ^{10}Ne ", *Prog. Theor. Phys.* ,vol. 40, no. 2, pp. 277-287.
- [21] Hafstad, L. R., & Teller, E., (1938), "The alfa-particle model of the nucleus," *Phys. Rev.*, vol. 54, no. 9, p. 681.
- [22] Von Oertzen, W., Freer, M., & Kanada-En yo, Y., (2006), "Nuclear clusters and nuclear molecules", *Physics* 432, 43-113.
- [23] Beck, C., (2012), "Clusters in Nuclei", vol. 2. Springer Science & Business Media.
- [24] Hofmann, H. M., Mertelmeier, T., & Zahn, W., (1983), "The nuclear systems and in a resonating group model", *NuclearPhysics A*, Volume 410. Issue 2, 208-236.
- [25] Descouvemont, P., (2002). "Microscopic study of α clustering in the $^{9,10,11}_4\text{Be}$ isotops", *Nuclear Physics A* 699, 463-478.

- [26] Kanada-En'yo Y., Kimura, M., & Horiuchi, H., (2003), "Antisymmetrized Molecular Dynamics: a new insight into the structure of nuclei", *Comptes Rendus Physique* 4, 497-520.
- [27] Arai, K., Ogawa, Y., Suzuki, Y., & Varga, K., (2001), "Microscopic multicluster description of light exotic nuclei with stochastic variational method on correlated Gaussians", *Progress of Theoretical Physics Supplement* 142, 97-156.
- [28] Suzuki, Y., & Varga, K., (1998), "Stochastic variational approach to quantummechanical few-body problems", vol. 54. Springer Science & Business Media.
- [29] Tang, Y., & Wildermuth, K., (1977), "A unified theory of the nucleus," Braunschweig: Vieweg.
- [30] Freer, M., Betts, R. R., & Wuosmaa, A. H., (1995), "Relationship between the deformed harmonic oscillator and clustering in light nuclei," *Nucl. Phys. A*, vol. 587, no. 1, 36-54.
- [31] Mottelson, B. R., & Nilsson, S. G., (1955), "Classification of the nucleonic states in deformed nuclei," *Phys. Rev.*, vol. 99, no. 5, 1615.
- [32] Bertulani, C. A., (2007), "Nuclear physics in a nutshell" Princeton University Press.
- [33] Catford, W.N., (2013), "Clustering in Nuclei from $N/Z=1$ to $N/Z=2$, *TheNucleus: New Physics for the New Millennium*", ed. F.D. Smit, R. Lindsay and S.V. Fortsch, ISBN 0-306-46302-4, (Kluwer Academic Press/Plenum Publishers, New York, 2000), pp. 127-14
- [34] H. Egrifes, D. Demirhan, F. Buyukkilik, (1999), *Phys. Scr.* 59 90; 60, 195.
- [35] N. Cofas J. 2002 *Phys. A: Math. Gen.* 35 9355; *Cent. Eur. J.Phys* 2 456.
- [36] O. Yesiktas, M. Simsek, R. Sever and C. Tezcan, 2003, *Phys. Ser* 67 472.
- [37] M. Simsek, H. Egrifes, 2004, *J. Phys. A: Math. Gen.* 37 4379.
- [38] M. Aktas, R. Sever, 2004, *J. Mol. Struc. (Theochem)* 710 223.

- [39] A. Berkdemir, C. Berkdemir and R. Sever, 2004, Phys. Rev. C 72 27001.
- [40] F. Yasuk, C. Berkdemir, A. Berkdemir and C. Onem, 2005, Phys. Scr. 71 340-3.
- [41] F. Yasuk, C. Berkdemir and A. Berkdemir, 2005, J. Phys. A: Math. Gen. 38 6579.
- [42] A. F. Nikiforov, V. B. Uvarov, 1988 Special Functions of Mathematical Physics, Birkhauser, Basel.
- [43] Cevdet. Tezcan, (2007). "A General Approach for the Exact Solution of the Schrodinger Equation", Department of Physics, Middle East Technical University, 06531 Ankara, Turkey.
- [44] Bernard L. Cohen, concepts of Nuclear physics, 6376, McGraw-Hill 24-D. M. Brink, International School of Physics "Enrico Fermi", XXXVI, p. 247 (6311).
- [45] Hoyle, F; Dunbar, D N F and Wenzel, W A (6353). Prediction of the 7615 MeV state Phys. Rev. 32: 6235.
- [46] Lodders, Katharina (July 10, 2003). "[Solar System Abundances and Condensation Temperatures of the Elements](#)" (PDF). *The Astrophysical Journal* (The American Astronomical Society) **591** (2): 1220–1247.
- [47] National Nuclear Data Center: Brookhaven National Laboratory.
- [48] M. Asplund; Lambert, David L.; Nissen, Poul Erik; Primas, Francesca; Smith, Verne V. (2006). "Lithium Isotopic Abundances in Metal-poor Halo Stars". *The Astrophysical Journal* 644: 229.
- [49] H.M. Seitz, G.P. Brey, y. Lahaye, s. Durali, S. Weyer, (2004). "Lithium isotopic signatures of peridotite xenoliths and isotopic fractionation at high temperature between olivine and pyroxenes". *Chemical Geology* 212 (1–2): 163–177.
- [50] S. H. Dong, (2003), "The realization of dynamic group for the pseudo harmonic oscillator" *Appl. Math. Lett*, 16D, 18.

[51] Landolt-Bornstein and S.I. Sukhoruchkin, Z.N. Soroko, H. Schopper “Nuclear Binding Energies and Atomic Masses”, ISBN 978-3-540-69944-6 Springer Berlin Heidelberg New York, Vol 22.

[52] David R.Schultz, S. M. Austin, (2013), “Atomic Data and Nuclear Data Tables”, Volume99. Issue 1, 69-95,

Abstract

A number of static properties of nuclei can be described significantly using cluster model. The most important of these features are the binding energy and charge radius. Understanding the static and dynamic properties and their interpretation based on the interaction between the individual nucleus in the core, is one of the most important goals in nuclear physics. In this thesis to study the core mechanism of lithium and Beryllium isotopes used. There are a variety of models in nuclear physics to study of nuclei, in this work we have used cluster model. On the other hand, the Coulomb repulsion and Yukawa potential are important in physics, which is intended for interaction inside the nucleus.

In order to calculate the energy and radius of the selected isotopes, Yukawa potential plus coulomb repulsion has been used. Since the exact solution of the Schrödinger equation with the Yukawa potential is not possible, we have used appropriate approximations. in the first stage using cluster model, ${}^6_3\text{Li}$ and ${}^7_3\text{Li}$ and ${}^7_4\text{Be}$ and ${}^9_4\text{Be}$ arranged in clusters of $\alpha + d$ and $\alpha + t$ and $\alpha + {}^3_2\text{He}$ and $\alpha + {}^5_2\text{He}$ considered. Then, using an suitable approximation and NU methods. the Schrödinger equation were solved, and the wave functions and energies isotopes were obtained. The Schrödinger equation with Yukawa potential plus coulomb repulsion the analitically solved and we have calculated basic energies of isotopes. In the second step to the Schrödinger equation solved with repulsive Coulomb potential plus hyperbolic potential and we have calculated the energy spectrum of isotopes.

Key words:

Isotopes Be and Li- energy - Radius - cluster model - NU method



Shahrood University of Technology
Faculty of Physics and Nuclear Engineering

M.Sc. Thesis in Nuclear Physics

The study energy of exotic light nuclei far from the stability line

By : Shahnaz Kosari

Supervisors:

Dr Mohammad Reza Shojaei

Advisor:

Dr Mohammad Reza Sarkardehei

February 2017