دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

رساله دکتری فیزیک هسته‌ای

پدیدهٔ خوشه شدن در ماده هسته ای
و بررسی هسته های سبکِ آلفا-مزدوج با رویکرد خوشه ای

نگارنده: نیلوفر ذوقی فومنی

استاد راهنما:

دکتر محمدرضا شجاعی

بهمن ۱۳۹۵

بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

گروه فیزیک هسته‌ای

پدیدهٔ خوشه شدن در ماده هسته‌ای
و بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج با رویکرد خوشه‌ای

دانشجو: نیلوفر ذوقی فومنی

استاد راهنما:

دکتر محمدرضا شجاعی

استاد مشاور:

پروفسور علی اکبر رجبی

رساله دکتری جهت اخذ درجه دکتری

بهمن ۱۳۹۵

تقدیم به

پدر مهربان و مادر فداکارم

دو بزرگوار، که سختیهای فراوانی را به جان خریدند تا من

به جایگاهی برسم که اکنون در آن ایستاده‌ام...

و همسر عزیزم

به پاس صبوری و محبت‌های بی‌دریغش...

تشکر و قدردانی

«مَنْ لَمْ یَشْکُرِ الْمَخلوق لَمْ یَشْکُرِ الخالِق»

در اینجا لازم می‌دانم از تمامی کسانی که در انجام کارهای پژوهشی‌ام با من همراهی کرده‌اند، نهایت سپاسگزاری را داشته باشم.

از استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر محمدرضا شجاعی که زحمت هدایت همه جانبهٔ مرا بر عهده داشتند، بسیار سپاسگزارم. همچنین از جناب آقای پروفسور علی اکبر رجبی به پاس حمایت‌ها و راهنمایی‌های پدرانه‌شان و درسهای ارزنده‌ای که در محضر ایشان آموخته‌ام کمال تشکر را دارم.

از جناب آقای دکتر حسین توکلی عنبران، عضو محترم هیئت علمیِ گروه هسته‌ایِ دانشکدهٔ فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود به پاس راهنمایی‌ها و کمک‌های بی‌دریغشان سپاسگزارم.

همچنین از جناب آقای پروفسور رسول صدیقی بنابی از دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شریف و جناب آقای دکتر علی اکبر میرزایی از دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی امیرکبیر نهایت سپاسگزاری را دارم.

از جناب آقای دکتر هوشنگ سپهری از دانشکده فیزیک دانشگاه گیلان به پاس تقبل زحمت ویرایش این کار پژوهشی کمال تشکر را دارم، چرا که زمان بیشتری را جهت غنا بخشیدن به محتوای علمی رساله دکترا در اختیارم گذاشتند.

به علاوه، از جناب آقای پروفسور علی اصغر مولوی از دانشکده علوم پایهٔ دانشگاه حکیم سبزواری و جناب آقای دکتر فرهاد ذوالفقارپور از دانشکده علومِ دانشگاه محقق اردبیلی که زحمت داوری این کار پژوهشی را بر عهده گرفتند، بسیار سپاسگزارم.

پدر و مادر عزیزم به پاس همهٔ حمایت‌ها و دلگرمی‌هایتان، دست‌هایتان را می‌بوسم و سپاسگزار همیشگی همهٔ تلاش‌های شما در زندگیم هستم. آرزو دارم که خداوند منّان نعمت وجودتان را همواره گرمابخش زندگی و روشنی‌بخش آینده‌ام گرداند.

همسر مهربانم، از آنجا که صبوری‌ها، حمایت‌ها و محبت‌های بی‌دریغت بسیاری از مشکلات مسیر را برایم آسانتر می‌کند، نمی‌توانم معنایی بالاتر از تقدیر و تشکر را بر زبانم جاری سازم. امیدوارم سایهٔ مهربانیت تا ابد سایه‌سار زندگیم باشد.

و سپاس خدای را که هر چه دارم از اوست....

به امید آنکه توفیق یابم جز در راهِ خدمت به خلقِ او نکوشم...

نیلوفر ذوقی فومنی

زمستان ۱۳۹۵

چکیده فارسی

با توجه به اینکه در مدل لایه‌ای، برای بررسی هسته‌های زوج-زوج با پیچیدگی‌های بیشتری نسبت به سایر هسته‌ها روبرو هستیم، در مدل خوشه‌ای با در نظر گرفتن چند فرض اولیه برای ساده سازیِ مسئله، سعی بر این است که توصیف دینامیکی مناسبی از سیستمهای کوانتومی هسته‌های آلفا-مزدوج ارائه شود. به طور کلی می‌توان گفت که اساسی‌ترین و مهم‌ترین پارامتر موثر بر پدیده خوشه شدن در هسته‌ها، انرژی سیستم کوانتومی است. به عبارت دیگر، در هر یک از هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج، بسته به مقدار انرژیی که در اختیار سیستم قرار می‌گیرد، می‌توان از دیدگاه خوشه‌ای انتظارِ انواع مختلفی از تغییرات ساختاری را داشت که همگی منجر به ساختارهایی شبیه به ساختارهای مولکولی در این هسته‌ها می‌شوند. این تغییرات از ایجاد ساختاری به صورت یک ذرهٔ آلفا و یک هستهٔ کوچکتر آغاز شده و نهایتاً به ساختاری متشکل از چندین خوشهٔ آلفا خاتمه می‌یابد. اصلیترین هدف این کار پژوهشی، دستیابی به یک مدلِ مناسب در رویکرد غیرمیکروسکوپی جهت مطالعه پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج است.

در این کار پژوهشی ابتدا یک معادلهٔ مناسب برای توصیف حالت ماده هسته‌ای ارائه شده است، پس از آن همراه با ارائه توصیفی از پدیده خوشه شدن در هسته‌ها، با توجه به رابطهٔ مربوط به پارامتر جایگزیدگی در سیستمهای نوکلئونی متناهی، محدوده مناسبی از عمق چاه پتانسیل برای رخداد پدیده خوشه شدن در هر یک از هسته‌های سبکِ مورد نظر در این کار پژوهشی مشخص شده است. به علاوه، بازهٔ زمانی مربوط به رخداد پدیده خوشه شدن در این هسته‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با توجه به مدل ساختار شبه مولکولی برای هسته‌های خوشه شده، تغییرات انرژی خوشه شدن بر حسب تعداد پیوندهای آلفا در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج مورد مطالعه قرار گرفته و نشان داده شده است که برهم‌کنشِ خوشه-خوشه نیز شبیه به برهم‌کنشِ نوکلئون-نوکلئون دارای ماهیت اشباع‌پذیر است. سپس برای نخستین بار توسط مدل خوشه‌ایِ غیرمیکروسکوپی، با در نظر گرفتن دو پتانسیل مناسب برای برهم‌کنش بین خوشه‌های آلفا، به صورت محاسباتی به تحلیل پدیده خوشه شدن در هسته‌های ^{8}Be ، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne به ترتیب به شکلِ دو، سه، چهار و پنج خوشهٔ آلفا پرداخته شده است.

کلمات کلیدی

ماده هسته‌ای، پدیده خوشه شدن، برهم‌کنش خوشه- خوشه، انرژی خوشه شدن

لیست مقالات مستخرج از کارهای پژوهشی تا قبل از ارائه پیشنهاد رساله دکترا

1) M. R. Shojaei, A. A. Rajabi, M. Farrokh, **N. Zoghi-Foumani**, “Energy levels of spin-1/2 particles with Yukawa interaction”, *Journal of Modern Physics*, 2014.

۲) قناد، زهرا، **ذوقی فومنی، نیلوفر**، شجاعی، محمدرضا، "بررسی و مطالعه نوسانگر دیراک برای ذرات نسبیتی اسپین $\frac{1}{2}$"، چهارمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها، تهران، ۱۳۹۲.

3) **N. Zoghi-Foumani** and M. R. Shojaei, “Energy levels of Oxygen nucleus in the presence of a suitable potential for N-N interaction”, *International Advances in Applied Physics & Materials Science Congress*, Turkey, 2014.

4) **N. Zoghi-Foumani** and M. R. Shojaei, “A Shell-Model approach to study the N-N interaction in Calcium-43”, *International Advances in Applied Physics & Materials Science Congress*, Turkey, 2014.

5) M. R. Shojaei, M. Amini, **N. Zoghi-Foumani**, “Nucleon-Nucleon Scattering in one and two dimensions”, *Journal of Theoretical Physics and Cryptography*, 2014.

6) **N. Zoghi-Foumani** and M. R. Shojaei, “A New Mathematical Model for the Equation of State of an Asymmetric İnfinite Nuclear Matter”, *International Advances in Applied Physics & Materials Science Congress*, Turkey, 2015.

لیست مقالات مستخرج از رساله دکترا

۷) **ذوقی فومنی، نیلوفر،** شجاعی، محمد رضا، "مطالعه پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبک آلفا- مزدوج"، ششمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها، اصفهان،۱۳۹۴.

۸) **ذوقی فومنی، نیلوفر،** شجاعی، محمد رضا، " محاسبه انرژی خوشه شدن برای هسته‌های آلفا- مزدوجِ ^{16}O و ^{20}Ne "، کنفرانس فیزیک محاسباتی ایران ۱۳۹۴، تهران،۱۳۹۴.

۹) **ذوقی فومنی، نیلوفر،** شجاعی، محمد رضا، رجبی، علی اکبر "رویکردی نوین در بررسی هسته ^{8}Be با مدل خوشه‌ای"، بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک، تهران،۱۳۹۵.

۱۰)**ذوقی فومنی، نیلوفر،** شجاعی، محمد رضا، رجبی، علی اکبر "ماهیت برهم‌کنش خوشه- خوشه در هسته‌های سبک آلفا- مزدوج"، کنفرانس فیزیک ایران، شیراز،۱۳۹۵.

11) **N. Zoghi-Foumani** and M. R. Shojaei, “Investigating a suitable Equation of State for an Infinite System of Nucleons”, New Astronomy, 2015.

12) **N. Zoghi-Foumani**, M. R. Shojaei & A. A. Rajabi “A new non-microscopic study of cluster structures in light alpha-conjugate nuclei”, Chinese Physics C, 2016.

13) **N. Zoghi-Foumani**, M. R. Shojaei & A. A. Rajabi “A new approach for cluster structures in ^{16}O and ^{20}Ne”, PRAMANA Journal of Physics, 2016.

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: مقدمه‌ای بر پدیده خوشه شدن	
۱-۱ پیش گفتار	**۲**
۱-۲ ماده هسته‌ای	**۳**
۱-۲-۱ ماده هسته‌ای متقارن و نامتقارن	**۳**
۱-۳ فازهای مختلف ماده هسته‌ای	**۴**
۱-۳-۱ فازهای مختلف ماده هسته‌ای از دیدگاه خوشه‌ای	**۵**
۱-۴ معادله حالت ماده هسته‌ای	**۱۲**
۱-۵ توصیفی بر پدیده خوشه شدن در هسته‌ها	**۱۵**
۱-۵-۱ اساس مدل ساختار شبه مولکولی در هسته‌های خوشه شده	**۲۱**
۱-۶ مروری مختصر بر تاریخچهٔ پدیده خوشه شدن در فیزیک هسته‌ای	**۲۵**
۱-۷ مشاهدات و مطالعات تجربیِ مربوط به ساختارهای خوشه ای در هسته‌ها	**۲۸**
۱-۸ رهیافت‌های تئوری اخیر در ارتباط با خوشه‌های هسته‌ای	**۲۹**
۱-۹ محتوای رساله و اهداف آن	**۳۱**

فصل دوم: مروری بر مدلسازی هسته‌ها با رویکرد خوشه‌ای

۲-۱ پیش گفتار ۳۴

۲-۲ مروری مختصر بر مدلهایِ خوشه‌ای غیرِ میکروسکوپی و میکروسکوپی ۳۵

۲-۳ مدل خوشهٔ آلفا ۳۷

۲-۴ نمونه‌هایی از پتانسیلهای جایگزیده در مدل خوشه‌ای غیرِ میکروسکوپی ۳۸

۲-۵ سیستمهای N ذره‌ای و معادلات دیفرانسیل مناسب برای بررسی آنها ۴۱

۲-۶ مروری مختصر بر روش NU در حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم تک متغیره ۴۴

فصل سوم: محاسبات انجام شده و نتایج عددی حاصل از آنها

۳-۱ مقدمه ۴۸

۳-۲ مدل محاسباتی پیشنهادی برای معادله حالت ماده هسته‌ای ۴۹

۳-۲-۱ شبیه‌سازی عددی و نتایج حاصل از آن ۵۱

۳-۳ تعیین محدودهٔ مناسبِ عمقِ چاه پتانسیل برای رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج ۵۴

۳-۴ بررسی بازهٔ زمانیِ رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج ۶۲

۳-۵ بررسی رابطه بین انرژی خوشه شدن و تعداد پیوندهای آلفا-آلفا با رویکرد شبه مولکولی ۶۴

۳-۶ بررسی تابعیت کلی پتانسیل برهم‌کنش بین خوشه‌ها ۶۶

۳-۷ رابطه انرژی در حضور اولین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای ۷۰

۳-۸ انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور اولین پتانسیل پیشنهادی ۷۴

۳-۹ رابطه تابع موج در حضور اولین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای ۷۶

۳-۱۰ رابطه انرژی در حضور دومین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای ۷۸

۳-۱۱ انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور دومین پتانسیل پیشنهادی ۸۳

۳-۱۲ رابطه تابع موج در حضور دومین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای ۸۵

فصل چهارم: جمع بندی و نتیجه‌گیری ۸۷

فصل پنجم: پیشنهادات ۹۱

فهرست مراجع ۹۵

فهرست شکلها

عنوان **صفحه**

فصل اول:

شکل (۱-۱): نمودار فاز ماده هسته‌ای بر پایهٔ پیش بینی‌های نظری ۵

شکل (۱-۲): طرح نمادین فازهای ماده ۶

شکل (۱-۳): پارامتر جایگزیدگی به صورت تابعی از تعداد ذرات یا عدد جرمی در هسته‌ها ۱۱

شکل (۱-۴): منحنی انرژی پیوندی به ازای هر نوکلئون ۱۶

شکل (۱-۵): نمودار آیکدا برای هسته‌هایی با (A=4k (k= 2, ..., 7 و N=Z ۱۸

شکل (۱- ۶): تعدادی از ترازهای انرژی برانگیختگی هستهٔ ^{20}Ne ۲۰

شکل (۱-۷): تعدادی از ترازهای انرژی برانگیختگی هستهٔ ^{16}O ۲۰

شکل (۱-۸): پتانسیل برهم‌کنش بین ذرات آلفا در مدل ساختار شبه مولکولی برای هسته‌های آلفا-مزدوج ۲۲

شکل (۱-۹): تعداد پیوندهای آلفا-آلفا و نحوهٔ آرایش هندسی پیشنهادی آنها در هسته‌های ^{8}Be **،** ^{12}C **،** ^{16}O **و** ^{20}Ne **در مدلهای خوشه‌ای آغازین** ۲۳

شکل (۱-۱۰): منحنی انرژی پیوندی بر حسب تعداد پیوندهای ممکن بین ذرات آلفا در هسته‌های سبک آلفا-مزدوج ۲۴

فصل سوم:

شکل (۳-۱): مقایسهٔ تغییرات انرژی بر حسب چگالی در ماده هسته‌ای متقارن بین مدل ما و مدل SHF ۵۲

شکل (۳-۲): مقایسهٔ تغییرات انرژی بر حسب چگالی در ماده هسته‌ای متقارن بین مدل ما و مدل RMF ۵۳

شکل (۳-۳): مقایسهٔ تغییرات انرژی بر حسب چگالیِ ماده هسته‌ای نامتقارن بین مدل ما و مدل SHF ۵۳

شکل (۳-۴): مقایسهٔ تغییرات انرژی بر حسب چگالیِ ماده هسته‌ای نامتقارن بین مدل ما و مدل RMF ۵۴

شکل (۳-۵): منحنی تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب عمق چاه پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بُعدی برای هسته ^{8}Be ۵۶

شکل (۳-۶): منحنی تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب عمق چاه پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بُعدی برای هسته ^{12}C ۵۷

شکل (۳-۷): منحنی تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب عمق چاه پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بُعدی برای هسته ^{16}O ۵۸

شکل (۳-۸): منحنی تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب عمق چاه پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بُعدی برای هسته ^{20}Ne ۶۰

شکل (۳-۹): بررسی تغییرات انرژی خوشه شدن نسبت به تغییر تعداد پیوندهای بین ذرات آلفا در هسته‌های A=4k (k=2, ..., 7) و N=Z ۶۵

شکل (۳-۱۰): منحنی انرژی خوشه شدن به ازای تعداد پیوندهای آلفا در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج با A=4k (k=2, ..., 7) و N=Z ۶۶

شکل (۳-۱۱): تابعیت پتانسیلِ $Gaussian + Coulomb$ ۶۷

شکل (۳-۱۲): تابعیت پتانسیلِ $Woods - Saxon + Coulomb$ ۶۸

شکل (۳-۱۳): تابعیت پتانسیلِ $Gaussian + Gaussian + Coulomb$ ۶۸

شکل (۳-۱۴): تابعیت کلی پتانسیل نوکلئون- نوکلئون ۶۹

شکل (۳-۱۵): تابعیت اولین پتانسیل پیشنهادی برای برهم‌کنش خوشه- خوشه ۷۰

شکل (۳-۱۶): منحنی مربوط به تابع $\frac{1}{x^2}$ و تقریب آن ۷۲

شکل (۳-۱۷): تابعیت دومین پتانسیل پیشنهادی برای برهم‌کنش خوشه- خوشه ۷۹

شکل (۳-۱۸): منحنی مربوط به تابع $\frac{1}{x^2}$ و تقریب آن ۸۱

فهرست جدولها

عنوان	صفحه
فصل سوم:	
جدول (۳-۱): محدوده عمقِ چاه پتانسیلِ مناسب برای رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های (k= 2, ..., 5) A=4k وN=Z مقایسه نتایج با داده‌های تئوری و تجربی دیگران	۶۱
جدول (۳-۲): بررسی بازهٔ زمانیِ رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های آلفا-مزدوج با (k= 2, ..., 5) A=4k و N=Z	۶۳
جدول(۳-۳): انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور پتانسیل پیشنهادی اول و مقایسه نتایج با داده‌های تئوری و تجربی دیگران	۷۵
جدول(۳-۴): انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور پتانسیل پیشنهادی دوم و مقایسه نتایج با داده‌های تئوری و تجربی دیگران	۸۴

(فصل اول)

مقدمه‌ای بر

پدیده خوشه شدن

۱-۱ پیش گفتار

از دیرباز تاکنون، در همهٔ مقیاسها و در تمامی شاخه‌های فیزیک، تمایل اجرام و ذرات به سمتِ به‌هم‌پیوستن و جمع شدن با یکدیگر بسیار مورد توجه بوده است. جذابیت این موضوع در این است که رفتار غیرِهمبستهٔ مربوط به ذرات مستقل را به صورت ساختارهای منظم و همبستهٔ شبه کریستالی[1] ساده سازی می‌کند. اساس این مسئله به فرایند افزایش انرژی ذرات سیستم مربوط می‌شود که از سوی دیگر سبب کاهش انرژی پتانسیل و در نتیجه افزایش ثبات و پایداری[2] در سیستمها خواهد شد. از یک طرف، فیزیکدانان دریافته‌اند که در بزرگترین مقیاسی که بشر می‌شناسد، یعنی در کهکشانها، مواد به صورت ساختارهای شبه-ریسمان و به هم پیوسته با یکدیگر جمع می‌شوند. در این دیدگاه، اجرام آسمانی ساختارهایی هستند که از نظر گرانشی به یکدیگر پیوسته‌اند. از طرف دیگر، دانشمندان معتقدند که موجودات زنده نیز به این تشخیص رسیده‌اند که رفتارهای جمعی کمک قابل توجهی به پیشرفت تکاملی سیستم خواهد کرد. مثلاً حیوانات برای سر در گم کردن شکارچیان با هم به صورت جمعی نقل مکان می‌کنند و در مقابل، شکارچیان نیز به صورت دسته جمعی به شکار می‌روند تا به حداکثر موفقیت در هدف خود برسند. این حقایق باید بشر را به این فکر وادارد که رخدادِ پدیدهٔ خوشه شدن[3] یا به هم پیوستن می‌تواند در مقیاسهای کوچک هم صحت داشته باشد. چرا که ذرات زیراتمی[4] نیز اهمیت نظم، تقارن و به هم پیوستن را دریافته‌اند. اتمها در فازِ مایع یا گاز، مولکولها را تشکیل می‌دهند و در فاز جامد به صورت بلورین در می‌آیند. همچنین، کوارکها نیز خود را در قالب هادرونها تنها با آرایشی از ترکیبهای دوتایی و سه تایی محصور کرده‌اند. بنابراین، اگر چنین وضعیتی در مقیاس هسته‌ای یافت نشود، جای بسی تعجب خواهد بود [۳-۱].

---

[1] Quasi-Crystalline

[2] Stability

[3] Clustering

[4] Subatomic

۱-۲ ماده هسته‌ای

ماده هسته‌ای[1] که آن را به اختصار با NM نشان می‌دهند، به مجموعه‌ی از پروتونها و نوترونها گفته می‌شود. این مجموعه، در حقیقت یک سیستم ایده‌آل از نوکلئونهای در حال بر هم کنش است که می‌تواند در فازهای مختلفی (که هنوز توصیف کاملی از همهٔ آنها ارائه نشده است) وجود داشته باشد. در چنین ترکیبی، تمامی نوکلئونها، یعنی هم پروتونها و هم نوترونها به واسطهٔ نیروی هسته‌ای قوی یکدیگر را جذب می‌کنند، در حالیکه پروتونهای آن، به واسطهٔ نیروی کولنی (که بسیار ضعیفتر از نیروی هسته‌ای عمل می‌کند) همدیگر را دفع می‌کنند. نیروی هسته‌ای، کوتاه بُرد بوده ولی بُرد نیروی کولنی بی‌نهایت است. در این مادهٔ فرضی، حجم و تعداد ذرات نامتناهی یا بی‌نهایت فرض می‌شود اما تعداد ذرات در واحد حجم یک پارامتر متناهی خواهد بود. نامتناهی در نظر گرفتن حجم باعث می‌شود که عموماً در محاسباتِ مربوط به ماده هسته‌ای از اثرات ناشی از وجود سطح صرف‌نظر شود[۴].

۱-۲-۱ ماده هسته‌ای متقارن و نامتقارن

ماده هسته‌ای متقارن[2] که آن را به اختصار با SNM نشان می‌دهند به ترکیبی از نوکلئونها گفته می‌شود که در آن تعداد پروتونها و نوترونها با هم برابر است. در مقابل، ماده هسته‌ای نامتقارن[3] ، که آن را با ANM نشان می‌دهند، معرف مجموعه‌ای از نوکلئونها است که در آن تعداد پروتونها و نوترونها با هم برابر نیست. همچنین، به سیستمی از ذرات که تنها شامل نوترونها باشد، ماده نوترونی خالص گفته می‌شود[۴].

---

[1] Nuclear Matter

[2] Symmetric Nuclear Matter

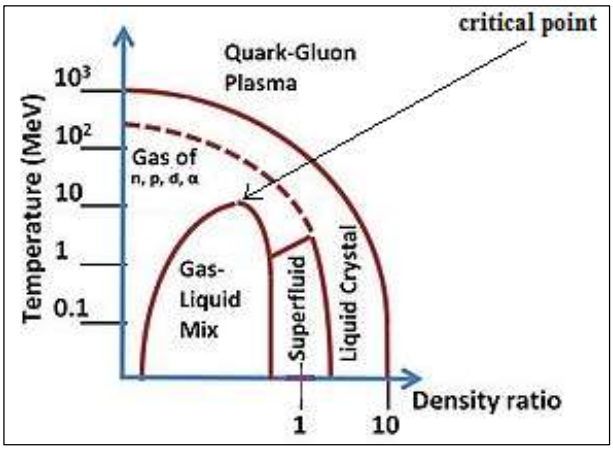
[3] Asymmetric Nuclear Matter

۱-۳ فازهای مختلف ماده هسته‌ای[1]

برای درک مفهوم نمودار فاز ماده هسته‌ای، کافیست به این نکته توجه کنیم که همان‌طور که فازهای مختلف مجموعه‌ای از اتمها و مولکولها به دما و فشار آنها وابسته است و به عنوان مثال مولکولهای H_2O می‌توانند در سه حالت فازیِ جامد، مایع و گاز به صورت یخ، آب و بخار وجود داشته باشند و فازهای مختلف آنها عملاً به کمک فشار و دمایشان پیش بینی می‌شود؛ حالت یک ماده هسته‌ای نیز به دما و چگالی نوکلئونهایش بستگی دارد و ماده هسته‌ای، یعنی پروتونها و نوترونها هم می‌توانند با توجه به چگالی و دمایشان دارای فازهای مختلفی باشند. ماده هسته‌ای متقارن در حالت نرمال خودش با کمترین مقدار انرژی (انرژیی در حدود $-16MeV$)، ویژگیهای شبه سیالی از خودش نشان می‌دهد و در این حالت، چگالی تعداد نوکلئونها در حدود $0.17\,nucleon/\,fm^3$ است که به آن چگالی ماده هسته‌ای نرمال[2] گفته می‌شود. این مقدار متناظر با $2.7\times10^{17}\,Kg/m^3$ است که خیلی بیشتر از چگالی مولکولهای H_2O در حالت مایع است. شکل(۱-۱) مربوط به نمودار فاز ماده هسته‌ای است و فازهای مختلف آن را به طور نمادین نشان می‌دهد[۵]. در این شکل، محور عمودی تغییرات دمای ماده هسته‌ای را نشان می‌هد و در محور افقی، چگالی ماده هسته‌ای نسبت به چگالی ماده هسته‌ای نرمال در نظر گرفته شده است. همان‌طور که می‌دانیم مقیاس انرژی در دیدگاه اتمی و مولکولی، الکترون‌ولت (eV) است که برابر با $1.6\times10^{-19}\,Joules$ می‌باشد و واحد سنجش انرژیِ مجموعه‌ای از نوکلئونها در دیدگاه هسته‌ای مگاالکترون ولت (MeV) است که برای ماده هسته‌ای، انرژی $1MeV$ معادل با دمای $1.2\times10^{10}K$ است.

[1] Various Phases of NM

[2] Normal Nuclear Matter



شکل (۱-۱): نمودار فاز ماده هسته‌ای بر پایهٔ پیش بینی‌های نظری[۵].

براساس این شکل درمی‌یابیم که وقتی ماده هسته‌ای به انرژیی از مرتبه چند MeV برسد، شبه سیال هسته‌ای مورد نظر کم کم بخار می‌شود و به حالت گاز در می‌آید. این همزیستی مایع و گاز در نقطه‌ای به نام نقطه بحرانی ماده هسته‌ای[1] خاتمه می‌یابد. فیزیکدانهای هسته‌ای برای پاسخ به این سوال که نقطه بحرانی ماده هسته‌ای در چه دما و چگالی‌ای واقع شده است، آزمایشات بسیاری را انجام داده‌اند. سرانجام، ماده هسته‌ای در دماها و چگالیهای به حد کافی بالا، به صورت پلاسمای کوارک-گلوئون ظاهر می‌شود که دربرگیرندهٔ فاز مربوط به ستاره‌های نوترونی و جهان اولیه است[۵].

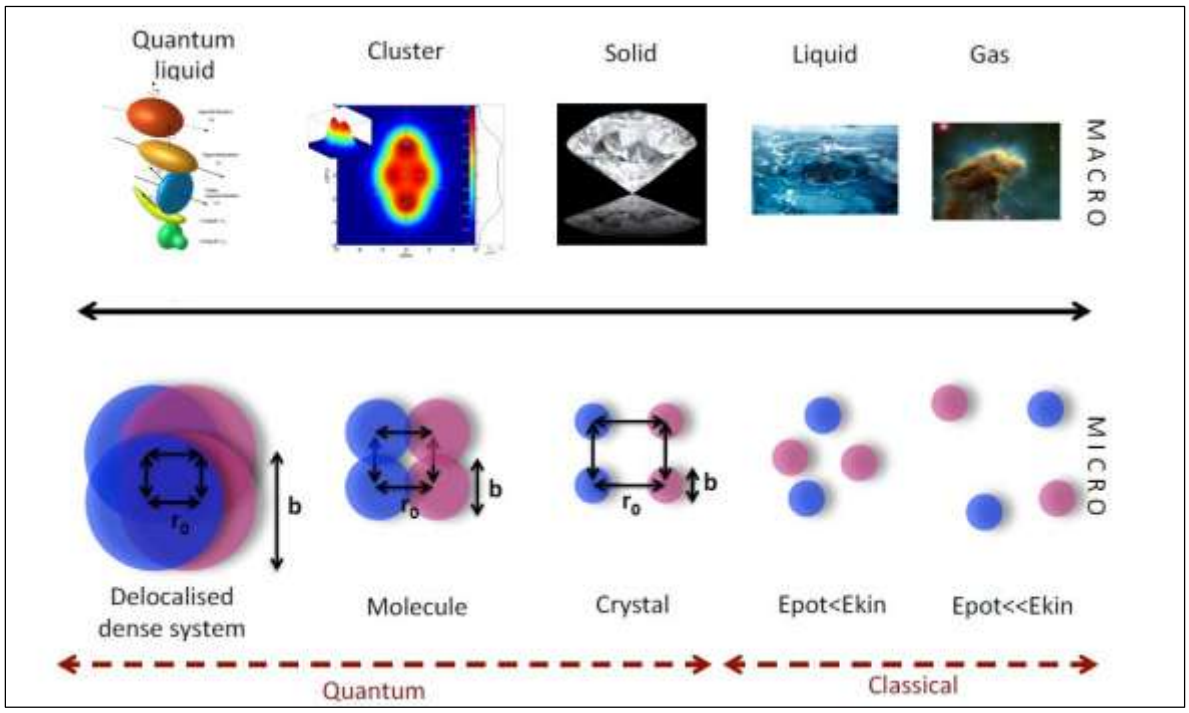
۱-۳-۱ فازهای مختلف ماده هسته‌ای از دیدگاه خوشه‌ای

با مطالعه و بررسیِ فازهای مختلفِ ماده هسته‌ای، درمی‌یابیم که برای سیستمی شامل A تا ذره که برهم‌کنشهای بین آنها کوتاه بُرد و از نوع جاذبه است، وقتی دما را کاهش و چگالی را افزایش دهیم، از حالت مربوط به یک گاز کلاسیکی به یک حالت مایع کلاسیکی می‌رویم؛ و در ادامه، وقتی کاهش دما و افزایش چگالی را بیشتر کنیم، سیستم به صورت یک جامد در می‌آید که از دیدگاه میکروسکوپیک ساختار آن کریستالی نامیده می‌شود. سپس، اگر چگالی سیستم را بیشتر کنیم (یعنی حجم را کاهش و یا تعداد ذرات را افزایش دهیم)، اجزای سیستم شروع به همپوشانی با یکدیگر می‌کنند و شبیه به یک

[1] Critical Point of NM

ساختار مولکولی در می‌آیند که در اصطلاح گفته می‌شود که سیستم خوشه شده است. بعد از این حالت، سیستم با افزایش چگالی به صورت همگن در می‌آید و دیگر جایگزیدگی ذرات در آن مشاهده نمی‌شود که در اصطلاح به این حالت سیستم، سیال کوانتومی[1] گفته می‌شود. اگر باز هم چگالی بیشتر شود، ساختارهای داخلی اجزای سیستم شروع به تاثیرگذاری در بر هم کنشهای سیستم خواهند کرد که در این صورت دیگر نمی‌توان مجموعه را تنها شامل A تا ذرهٔ برهم‌کنش کننده در نظر گرفت.

شکل (۱-۲) تصویر این حالتهای مورد بحث از ماده را به طور نمادین نشان می‌دهد[۶].



شکل (۱-۲): طرح نمادین فازهای ماده[۶].

همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، اثرات کوانتومی در گذار از حالت جامد به حالت سیال کوانتومی ظاهر می‌شوند. یعنی زمانیکه پراکندگی اجزای سیستم در مقایسه با فاصله بین ذرات آن، غیرقابل چشم‌پوشی باشد، اثرات کوانتومی را داریم. یک پارامتر مناسب برای سنجش میزان خوشه شدن

[1] Quantum Liquid

در سیستم نوکلئونی، طول موج مربوط به هر یک از اجزای سیستم است که از رابطه (۱-۱) تخمین زده می‌شود:

$$\lambda = \frac{h}{p} \cong \frac{\hbar}{\sqrt{2mkT}} \qquad (۱-۱)$$

که در آن m بیانگر جرم ذرات و $h = 2\pi\hbar$ ثابت پلانک می‌باشد. انرژی جنبشی ذرات با مقدار kT تقریب زده شده است که در آن k ثابت بولتزمن و T دما است. بنابراین، با توجه به این رابطه می‌توان فهمید که کاهش دما باعث می‌شود که تابع موج هر ذره پراکندگی بیشتری داشته باشد. به عبارت دیگر، وقتی λ در مقایسه با فاصله تعادلی بین ذرات سیستم، r_0، غیر قابل چشم‌پوشی باشد ($\lambda \sim r_0$)، اثرات کوانتومی در سیستم قابل توجه خواهند بود. این بدین معنی است که در یک سیال کوانتومی، فضای خالی بین ذرات که در ساختار کریستالی وجود دارد، کاملاً پر می‌شود و چگالی ماده به صورت همگن در می‌آید. در این وضعیت، همان‌طور که قبلاً اشاره شد، اثرت کوانتومی، بر جایگزیده نبودن ذرات تاکید خواهند داشت.

بدین ترتیب، به طور کلی برای بررسی امکان رخداد پدیده خوشه شدن در ماده هسته‌ای می‌توان از کمیتهای زیر استفاده کرد:

- ✓ کمیتِ $\frac{\lambda}{r_0}$؛ که اگر تقریباً برابر با یک باشد، در این صورت به احتمال زیاد با پدیده خوشه شدن در ماده هسته‌ای مواجه خواهیم بود[۶].
- ✓ کمیتِ $\Lambda \cong 2\left(\frac{b_0}{r_0}\right)^2$؛ که در آن b_0 به نوعی طول موج کامپتونِ مربوط به ذرات برهم‌کنش کننده را مشخص می‌کند و برابر است با:

$$b_0 \approx \frac{\hbar}{\sqrt{2mV_0'}} \qquad (۲-۱)$$

و در آن V_0' نوعاً بیانگر بزرگی بر هم‌کنش بین ذرات و m جرم ذرات سیستم است. کمیت Λ، پارامتری است که با عنوان قابلیت مجزا بودن[1] در فیزیک توسط موتلسون[2] مطرح شده است. این پارامتر عموماً برای یک ذرهٔ محصور به صورت نسبت انرژی جنبشی در نقطه صفر به انرژی پتانسیل تعریف می‌شود. انرژی نقطه صفر، پایین‌ترین انرژی ممکنی است که یک سیستم فیزیکیِ کوانتوم مکانیکی می‌تواند داشته باشد (یعنی انرژی حالت پایه). در ماده هسته‌ای، با در نظر گرفتنِ فاصلهٔ تعادلیِ بین نوکلئونها در حدودِ $r_0 \cong 2.1\,fm$ و بزرگیِ برهم‌کنشِ عریانِ نوکلئون- نوکلئون[3] در حدودِ $V_0' \cong 100MeV$، به طور نوعی مقدار $b_0 \cong 0.46\,fm$ و $\Lambda \cong 0.1$ به دست می‌آید. بدین معنی که در ماده هسته‌ای، گذار از حالت سیال فرمیونی به حالت خوشه‌های بوزونی (متشکل از دو پروتون و دو نوترون) در $\Lambda \cong 0.1$ رخ خواهد داد و اگر پارامتر Λ تقریباً برابر با 0.1 باشد، در این صورت به احتمال زیاد با پدیده خوشه شدن در ماده هسته‌ای مواجه خواهیم بود[۷].

- ✓ کمیت $\alpha \cong \frac{b}{r_0}$ ؛ که در آن b به نوعی بیانگر پراکندگی هر ذره است. این کمیت پارامتر جایگزیدگی[4] نام دارد[۱] و به صورت رابطه (۱-۳) تعریف می‌شود که در ادامه بحث اثبات خواهد شد:

$$\alpha \cong \frac{\sqrt{\hbar}A^{1/6}}{\left(2mV_0r_0^2\right)^{1/4}} \qquad (۳-۱)$$

که در آن V_0 عمق چاه پتانسیل، A تعداد ذرات، m جرم ذرات و r_0 به نوعی بیانگر فاصله تعادلی بین اجزای سیستم است.

---

[1] Quantality parameter

[2] Mottelson

[3] Bare Nucleon-Nucleon Interaction

[4] Localization Parameter

برتری این کمیت، نسبت به پارامتر مرتبط با قابلیت مجزا بودن، در این است که Λ تعداد ذرات سیستم را در نظر نمی‌گیرد، بلکه تنها اثر برهم‌کنش‌ها را وارد می‌کند. بنابراین برای هر دوی ماده هسته‌ای نامتناهی و هسته‌های متناهی پاسخی یکسان را به دست خواهد داد. اما α تغییر فازها را (علاوه بر اثر برهم‌کنش‌ها یعنی V_0) با توجه به تعداد ذرات یعنی A نیز مورد بررسی قرار می‌دهد. بنابراین، برای سیستمهایی که متناهی هستند و در آنها $A \leq 10^3$ است، مثل هستهٔ اتمها، α معیار سنجش مناسبی برای رخداد پدیدهٔ خوشه شدن خواهد بود. به طوریکه اگر α تقریباً برابر با یک باشد، در این صورت به احتمال زیاد با پدیده خوشه شدن در ماده هسته‌ای مواجه خواهیم بود[۶،۱و۷].

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، برای بررسی جایگزیدگی و رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌ها، نیاز به کمیتی داریم که تعداد نوکلئونها و اندازهٔ متناهی هسته را در نظر بگیرد. بر این اساس، اگر جایگزیدگی تابع موج مربوط به هر نوکلئون منفرد را با Δr و فاصله میانگین بین نوکلئونها را با $\bar{r}$ نشان دهیم، می‌توان درجهٔ به هم پیوستگیِ نوکلئونهایِ هر هسته را با پارامتر α به صورت زیر نیز مشخص کرد:

$$\alpha \cong \frac{\Delta r}{\bar{r}} \qquad (۴-۱)$$

به این ترتیب، از یک طرف، برای مقادیر بزرگِ α، با یک سیستم نوکلئونی غیرجایگزیده[1] مواجه هستیم و هسته در فاز سیال فرمیونی خواهد بود و از طرف دیگر، وقتی α کوچک باشد، نوکلئونها در نقاط مشخصی از یک ساختار شبه کریستالی، جایگزیده خواهند بود. بنابراین، انتظار می‌رود که برای مقادیر متوسطِ α، با گذاری از یک فازِ سیال کوانتومی به یک فازِ بینابینی[2] از حالتهای خوشه‌ای مواجه باشیم. البته برای سیستمهای متناهی‌ای مثل هسته‌ها، این گذار نمی‌تواند کاملاً واضح و مشخص[3] باشد، همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، انتظار داریم که این گذار در $\alpha \cong 1$ اتفاق بیافتد. زیرا برای این مقادیرِ α، پراکندگی فضایی تابع موج هر نوکلئون، تقریباً از مرتبهٔ فاصله تعادلی بین نوکلئونهاست. در چنین

[1] Delocalized nucleonic system

[2] Hybrid Phase

[3] Sharp

شرایطی، نوکلئونها بیشترین تمایل را برای تشکیل خوشه‌های همبسته[1] (مثلاً ساختاری به صورت ذرات آلفا) از خود نشان می‌دهند.

اگر فرض کنیم که پتانسیلِ مورد نظر در یک هسته، به صورت نوسانگر هماهنگ سه بعدی باشد، در این حالت، پراکندگیِ توابعِ موج به صورت زیر به عمق چاه پتانسیل وابسته خواهد بود:

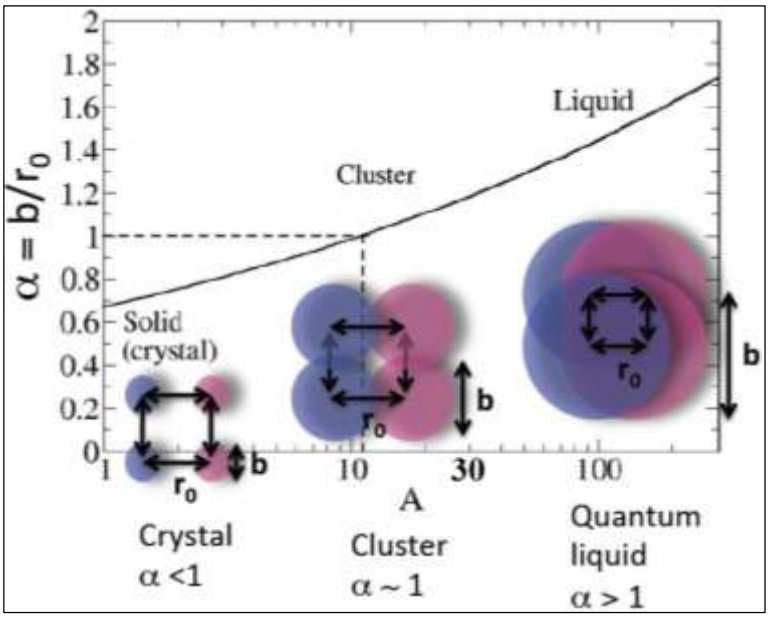
$$b \cong \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0}} \quad \xrightarrow{\text{Whereas}} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{2V_0}{mR^2}} \quad \Rightarrow \quad b \cong \frac{\sqrt{\hbar R}}{(2mV_0)^{1/4}} \qquad (۵-۱)$$

که در آن m جرم نوکلئون، ω_0 فرکانس نوسان، $R = r_0 A^{1/3}$ شعاع ذرات (براساس فرمولبندیِ مدل قطره مایع $r_0 = 1.25\,fm$) و V_0 عمق چاه پتانسیل در مرکز چاه است.

با توجه به رابطه (۱-۵) در می‌یابیم که برای یک شعاعِ R ثابت، هر چه عمق چاه پتانسیل، یعنی V_0، بیشتر شود، پراکندگی توابع موج، یعنی b، کوچکتر می‌شود. بنابراین، عمق چاه پتانسیل، به عنوان یک پارامتر تعیین کننده و مهم در جایگزیدگی توابع موج نوکلئونها (و در نتیجه رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌ها) مطرح است. سرانجام، با جایگذاری $R = r_0 A^{1/3}$ در رابطه (۱-۵) و سپس قرار دادن حاصل آن در $\alpha \cong \frac{b}{r_0}$، برای هسته‌های متناهی با برهم‌کنشی به شکل نوسانگر هماهنگ سه بعدی به رابطهٔ (۱-۳) برای پارامتر جایگزیدگی خواهیم رسید[۷]. شکل (۱-۳) تغییرات α بر حسب تعداد ذرات را برای $V_0 = 70MeV$ نشان می‌دهد[۶]. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، برای این پتانسیل، گذار از خوشه‌های جایگزیده به حالت سیالی، برای هسته‌هایی با $A \approx 30$ رخ خواهد داد. همچنین، با توجه به اینکه مطابق شکل (۱-۳)، پارامتر جایگزیدگی متناسب با تعداد نوکلئونها افزایش می‌یابد، می‌توان نتیجه گرفت که فاز و حالت خوشه‌ای در هسته‌های سبک نسبت به هسته‌های سنگین آسانتر ایجاد می‌شود. این نکته مؤید همان نتیجه‌ای است که در بررسی‌هایِ مربوط به پدیدهٔ خوشه شدن از آزمایشات تجربی به‌دست آمده است[۷ و ۸]. چرا که برای سیستمهایِ سنگینتر، α به مقدار

[1] Correlated Clusters

قابل توجهی بزرگتر از یک خواهد بود. در نتیجه، هسته‌های سنگین به صورتِ سیستمهایی خواهند بود که کاملاً غیرجایگزیده هستند. این مسئله، طبیعت شبه سیالی سیستمهای نوکلئونی را به خوبی توجیه می‌کند[۷].



شکل (۱-۳): پارامتر جایگزیدگی به صورت تابعی از تعداد ذرات یا عدد جرمی در هسته‌ها [۶].

به علاوه، شکل (۱-۳) به خوبی این واقعیت را به نمایش می‌گذارد که فاز کریستالی ($\alpha \leq 0.8$) نمی‌تواند در هسته‌ها ایجاد شود[۷]. با توجه به اینکه ماده هسته‌ای عموماً در حالت سیال فرمیونی است، یک راه برای ایجاد کردن خوشه‌های هسته‌ای، گرم کردن سیستم است. براساس رابطه (۱-۱)، به طور نوعی، انرژی گرمایی‌ای که برای ایجاد پدیده خوشه شدن باید به آن دست یافت تا $\lambda \sim r_0$ شود، در حدود $10MeV$ است؛ در حالیکه انرژی گرمایی لازم برای دستیابی به فاز کریستال هسته‌ای $\lambda \sim 0.1r_0$ در حدود $1GeV$ است که چنین انرژیی برای مقید نگه داشتن یک سیستم متناهی از نوکلئونها بسیار بالا است[۶].

با این تفاسیر، نتیجه می‌گیریم که فاز خوشه‌ای در هسته‌ها یک فاز بینابینی است که در گذار بین سیال کوانتومی و حالتهای کریستالی ایجاد می‌شود. این وضعیت، در هسته‌های سبک آسانتر از هسته‌های

سنگین بوجود می‌آید[۸]. بطورکلی، هم پیش‌بینی‌های تئوری و هم مشاهدات تجربی، بشر را به این نتیجه می‌رساند که پدیدهٔ خوشه شدن در سیستم هسته‌ایِ رقیق، راحتتر اتفاق می‌افتد[۹و۱۰].

۱-۴ معادله حالت ماده هسته‌ای

به روابطی که به کمک آنها برای مواد مختلف نمودار فاز را به‌دست می‌آورند، معادله حالت[1] گفته می‌شود که به اختصار آن را با EOS نشان می‌دهند. برای یک سیستم نوکلئونی متقارن، در حقیقت با دانستن اینکه انرژی سیستم در واحد تعداد نوکلئونها چه رابطه‌ای با دما و چگالی تعداد ذرات ماده هسته‌ای متقارن دارد، معادله حالت ماده هسته‌ای به‌دست می‌آید که معمولاً با توجه به رابطه (۱-۶) به صورت متوسط انرژی به ازای تعداد نوکلئونها تعریف می‌شود[۱۱]:

$$\frac{E_{sym}}{A} = e(\rho, T) \qquad (۱-۶)$$

از جمله کاربردهای معادله حالت ماده هسته‌ای این است که با استفاده از یک فرم مناسب از معادله حالت، می‌توان سیستم‌های بس ذره‌ایِ هسته‌ای را بهتر توصیف کرد. به عبارت دیگر، معادله حالت ماده هسته‌ای برای پیدا کردن بعضی از ویژگیهای اساسی هسته‌ها، مثل انرژی پیوندی آنها و یا پایداری هسته‌هایی که فزونی نوترون دارند به کار می‌رود. با کمک معادله حالت مناسب، می‌توان علاوه بر هسته‌های سنگین، حالتهای پایهٔ هسته‌های سبک را نیز مورد بررسی قرار داد و همچنین، فهم بهتری از دینامیک مربوط به برهم‌کنشهایِ هسته‌ایِ یونهایِ سنگین پیدا کرد. به علاوه، برای بررسی ساختار نجومی و تحولات مربوط به ستاره‌های نوترونی باید از معادله حالت هسته‌ای استفاده شود و به کمک آن می‌توان به فرایند مشخص کردن پارامترهای بحرانی در پدیدهٔ فروریزش ابرنواخترها[2] کمک کرد[۱۱و۱۲].

---

[1] Equation of State

[2] Supernova

از طرف دیگر، با در اختیار داشتن یک معادله مناسب برای حالت ماده هسته‌ای، می‌توان با استفاده از رابطهٔ آن با فشار، که به صورت معادله (۱-۷) است، فشار مربوط به یک سیستم نوکلئونی را در آنتروپی ثابت مورد بررسی قرار داد[۱۱]:

$$P = 9\rho^2 \frac{\partial^2 e(\rho,T)}{\partial \rho^2}\bigg|_{S=const.} \qquad (۱-۷)$$

یک نکته قابل توجه در مورد تابعیت معادله حالت ماده هسته‌ای این است که اگر توزیع نوکلئونها نامتقارن باشد (یعنی تعداد نوترونها و پروتونها با هم برابر نباشد)، در این صورت معادله حالت مورد نظر باید به صورت رابطه (۱-۸) تابع یک متغیر دیگر به نام δ نیز باشد:

$$\frac{E_{asym}}{A} = e(\rho,T,\delta) \qquad (۱-۸)$$

که در آن δ معرف عدم تقارن در چگالی تعداد نوترونها و پروتونهاست و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p} = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho} \qquad (۱-۹)$$

ρ_n چگالیِ تعدادِ نوترونها، ρ_p چگالیِ تعدادِ پروتونها و ρ چگالی تعدادِ کلِ ذراتِ ماده هسته‌ای است. حال وقتی که در یک سیستم نوکلئونی انرژی حرارتی پایین باشد، با توجه به اینکه دمای T قابل صرفنظر خواهد بود، به این ترتیب می‌توان معادله حالت ماده هسته‌ای نامتقارن حولِ حالتِ نرمال را به صورت تابعی از دو متغیر ρ و δ نوشت. در پیوست A مرجع [۱۳] نشان داده شده است که در چنین شرایطی می‌توان متوسط انرژی به ازای تعداد نوکلئونها را برای یک سیستم نامتقارنِ نامتناهی از پروتونها و نوترونها در دماهای نسبتاً پایین به صورت زیر نوشت که در حقیقت به نوعی به کمک بسط تیلور، یک فرم تقریبی از معادله حالت ماده هسته‌ای را در اختیارمان می‌گذارد:

$$e(\rho,\delta) = e_0(\rho) + \delta^2 e_s(\rho) \qquad (۱-۱۰)$$

که در آن $e_0(\rho)$ بیانگر متوسط انرژی به ازای تعداد نوکلئونها در ماده هسته‌ای متقارن با $\delta = 0$ است و $e_s(\rho)$ معادله حالت متناظر با یک سیستم نامتقارنِ نامتناهی از نوکلئونهاست و به آن جملهٔ تقارنی

گفته می‌شود. به این ترتیب، می‌توان اولین جملهٔ معادلهٔ (۱-۱۰) را به صورت زیر حول ماده هسته‌ای نرمال (یعنی ماده هسته‌ای در حالت تعادل با کمترین مقدار انرژی‌اش) بسط داد[۱۱]:

$$e_0(\rho) = e(\rho_0) + \frac{K_0}{18}\left(\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}\right)^2 + \ldots \qquad (۱۱-۱)$$

که در آن ρ_0 چگالی ماده هسته‌ای نرمال و K_0 تراکم‌پذیری[1] هسته‌ایِ مادهٔ هسته‌ایِ متقارن در حالت تعادلش است و عموماً به صورت زیر تعریف می‌شود[۱۴]:

$$K_0 = 9\left.\frac{\partial P}{\partial \rho}\right|_{\rho=\rho_0} = 9\rho_0^{\,2}\left.\frac{\partial^2 e_0}{\partial \rho^2}\right|_{\rho=\rho_0} \qquad (۱۲-۱)$$

که در آن P بیانگر فشار سیستم نوکلئونی است. علاوه بر این، می‌توان $e_s(\rho)$ در جملهٔ دوم معادلهٔ (۱-۱۰) را نیز حول چگالی ماده هسته‌ای نرمال به صورت زیر بسط داد[۱۱]:

$$e_s(\rho) = e_s(\rho_0) + \frac{L_s}{3}\left(\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}\right) + \frac{K_s}{18}\left(\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}\right)^2 + \ldots \qquad (۱۳-۱)$$

که در آن L_s (شیب) و K_s (انحنا) وابستگی جملهٔ تقارنی به چگالی را بیان می‌کنند و از روابط زیر به‌دست می‌آیند[۱۱]:

$$L_s = 3\rho_0\left.\frac{\partial e_s}{\partial \rho}\right|_{\rho=\rho_0} , \qquad (۱۴-۱)$$

$$K_s = 9\rho_0^{\,2}\left.\frac{\partial^2 e_s}{\partial \rho^2}\right|_{\rho=\rho_0} , \qquad (۱۵-۱)$$

برای بررسی تحولات انرژی یک سیستم نوکلئونی بر حسب چگالی آن حول ماده هسته‌ای نرمال، باید مقادیر ضرایبِ ρ_0، $e(\rho_0)$، K_0، $e_s(\rho_0)$، L_s و K_s را مشخص نمود. اما متاسفانه هنوز مقدار دقیق این ضرایب، نه در محاسبات تئوری تعیین شده‌اند و نه در پیش‌بینی‌های تجربی[۱۳و۱۵]. به عنوان مثال، در مورد مقادیر تجربی K_s می‌گویند که مقدار آن بین $-566MeV$ و $34MeV$ قرار دارد [۱۶] و

[1] Compressibility

مدلهای نظری نیز مقدار آن را بین $-700MeV$ و $+466MeV$ پیش‌بینی می‌کنند[۱۷]. برای L_s تنها محاسبات نظریی که در دسترس هستند مقداری بین $-50MeV$ و $200MeV$ را پیشنهاد کرده‌اند[۱۸و۱۹]. در فصل سوم بیشتر به این مبحث پرداخته خواهد شد و با توجه به روابطی که در این بخش معرفی شد یک فرم مناسب برای توصیف حالت ماده هسته‌ای در دماهای پایین ارائه خواهد شد و نتایج آن با کارهای سایرین مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

۱-۵ توصیفی بر پدیده خوشه شدن در هسته‌ها

همان‌طور که در ابتدای این کار پژوهشی نیز اشاره شد، پدیده خوشه شدن اخیراً به صورت وسیعی در حیطهٔ علوم مختلف (از خوشه‌های کهکشانی گرفته تا میکرو-اُرگانیسم‌ها[1]) مورد توجه قرار گرفته است؛ به طوریکه از نظر همهٔ دانشمندان و نظریه‌پردازان، خوشه شدن و همبستگی[2] در هر زمینه‌ای یک مزیت تکاملی به حساب می‌آید.

در فیزیک هسته‌ای، خوشه شدن و به‌هم‌پیوستنِ نوکلئونها (تحت شرایط معینی) باعث افزایش انرژی پیوندی سیستم خواهد شد. با وجود اینکه مطالعات دقیق در این زمینه از حدود ۴۰ سال پیش آغاز شده است، اما در حقیقت کشف این پدیده به یکی از قدیمی‌ترین مدلهای هسته‌ای برمی‌گردد. زیرا مدل خوشه‌ای[3] حتی قبل از کشف نوترون نیز مطرح بوده است[۸، ۲۰ و ۲۱]. در طیِ ۳۰ سالِ گذشته، اغلب، ساختارهای خوشه‌ایِ پیچیده‌ای مورد بحث قرار گرفته‌اند که متشکل از ذراتِ آلفا هستند و هسته‌های آلفا-مزدوج[4] نامیده شده‌اند. این هسته‌ها، در واقع سیستمهای نوکلئونی‌ای هستند که در آنها تعداد نوترونها و پروتونها با یکدیگر برابر و همچنین $N = Z = 2k$ ($k = 2, 3, \ldots$) است[۲۲]. به‌طورکلی در

---

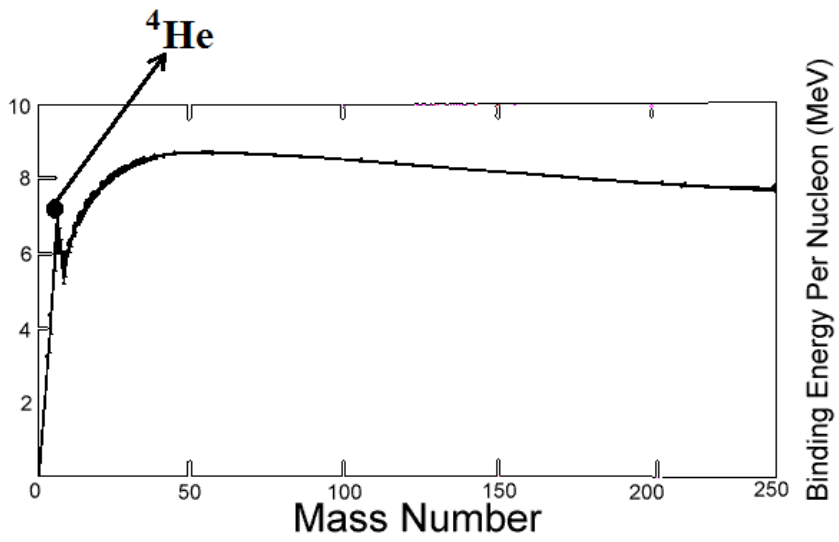
[1] Micro-organism

[2] Correlation

[3] Cluster Model

[4] α - conjugate nuclei

این دیدگاه، مزیت خوشه‌های آلفا ثبات و پایداریِ بسیار بالای آنها است[۸]. زیرا اگر به ویژگیهای ذرهٔ آلفا (هسته ^4He) توجه کنیم، درمی‌یابیم که این هسته اولاً روی خطِ پایداریِ $N = Z$ برای هسته‌ها[1] قرار گرفته است. دوماً با توجه به مدل پوسته‌ای، دو پروتون و دو نوترونِ این هسته در تراز $1S_{\frac{1}{2}}$ یک لایه را پر می‌کنند و تعدادشان به اولین عدد جادوییِ هسته‌ای ختم می‌شود و اینها یعنی اینکه این هسته بسیار پایدار می‌باشد. سوماً و از همه مهمتر اینکه با توجه به منحنیِ انرژی پیوندی به ازای هر نوکلئون[2] که در شکل (۱-۴) نشان داده شده است، ذرهٔ آلفا در بین هسته‌هایِ بسیار سبک با $A \leq 7$ دارای بیشترین مقدارِ $\frac{B}{A}$ (در حدودِ $7.1MeV$) می‌باشد.



شکل (۱-۴): منحنی انرژی پیوندی به ازای هر نوکلئون [۳].

پس می‌توان گفت که هسته ^4He در بین هسته‌های بسیار سبک با $A \leq 7$ پایدارترین است. پاریتهٔ این هسته، زوج، ایزواسپین حالت پایه‌اش صفر، انرژی حالت پایهٔ آن در حدودِ $-28.3MeV$ و انرژی اولین برانگیختگی آن تقریباً برابر با $-20.2MeV$ است[۳].

---

[1] Nuclear Particle-Stability **Drip Line**

[2] Binding Energy per Nucleon

وقتی انرژیِ اجزایِ تشکیل دهندهٔ سیستم در حدی باشد که به صورت خوشه‌هایی از ذرات آلفا در بیایند، در این صورت برهم‌کنشِ نوکلئون- نوکلئون[1]، یعنی همان جاذبهٔ هسته‌ایِ قویی که قبلاً بین آنها وجود داشت، دیگر جایِ خودش را به برهم‌کنشِ خوشه- خوشه[2] می‌دهد که بر اساس مطالعات پدیده شناختی در فواصلِ مشخصی کاملاً به صورت دافعه عمل می‌کند و اجازه نمی‌دهد که ذرات مثل قبل به هم نزدیک شوند. فهمیدنِ این مطلب از سال ۱۹۶۰ به بعد با کمک روشِ RGM[3] منجر به ایجاد تغییراتی در مدل ذرهٔ آلفا[4] برای هسته‌ها شد[۲۱،۲۳-۲۵].

بر اساس آخرین یافته‌های فیزیکدانهای هسته‌ای، آرایشی که به صورتِ خوشه‌هایی از ذراتِ آلفا (یا هر ساختارِ مقید و پایداری با $N = Z$) باشد را نوعاً نمی‌توان در حالت پایهٔ هسته‌ها جستجو کرد؛ بلکه عموماً این خوشه شدنها در حالتهای برانگیخته‌ای از هسته‌ها اتفاق می‌افتد که آنها را در آستانهٔ واپاشی به صورت آن خوشه‌ها[5] قرار می‌دهد. به این ترتیب، در سال ۱۹۶۸ نموداری با نامِ آیکدا[6] (شخصی که با کمک همکارانش مشاهدات خود را در این نمودارِ معروف به ثبت رساند) معرفی شد که در شکل (۱-۵) نمایش داده شده است[۲۶].

در این نمودار، با استفاده از آزمایشات تجربی برای هسته‌های سبکی با A=4k (k= 2, ..., 7) و N=Z، مقدار انرژی لازم (بر حسبِ MeV) برای ایجادِ خوشه‌هایی با ساختارهای مشخص در هر هسته پیش‌بینی شده است. علاوه بر تعیین مقادیر انرژی لازم برای خوشه شدن، مهم‌ترین دستاوردِ این نمودار این نکته است که انتظار می‌رود پدیدهٔ خوشه شدن عمدتاً در محدودهٔ انرژیِ مربوط به آستانهٔ واپاشیِ خوشه‌ای در هر هسته اتفاق بیافتد[۲۷].

---

1 Nucleon-Nucleon interaction

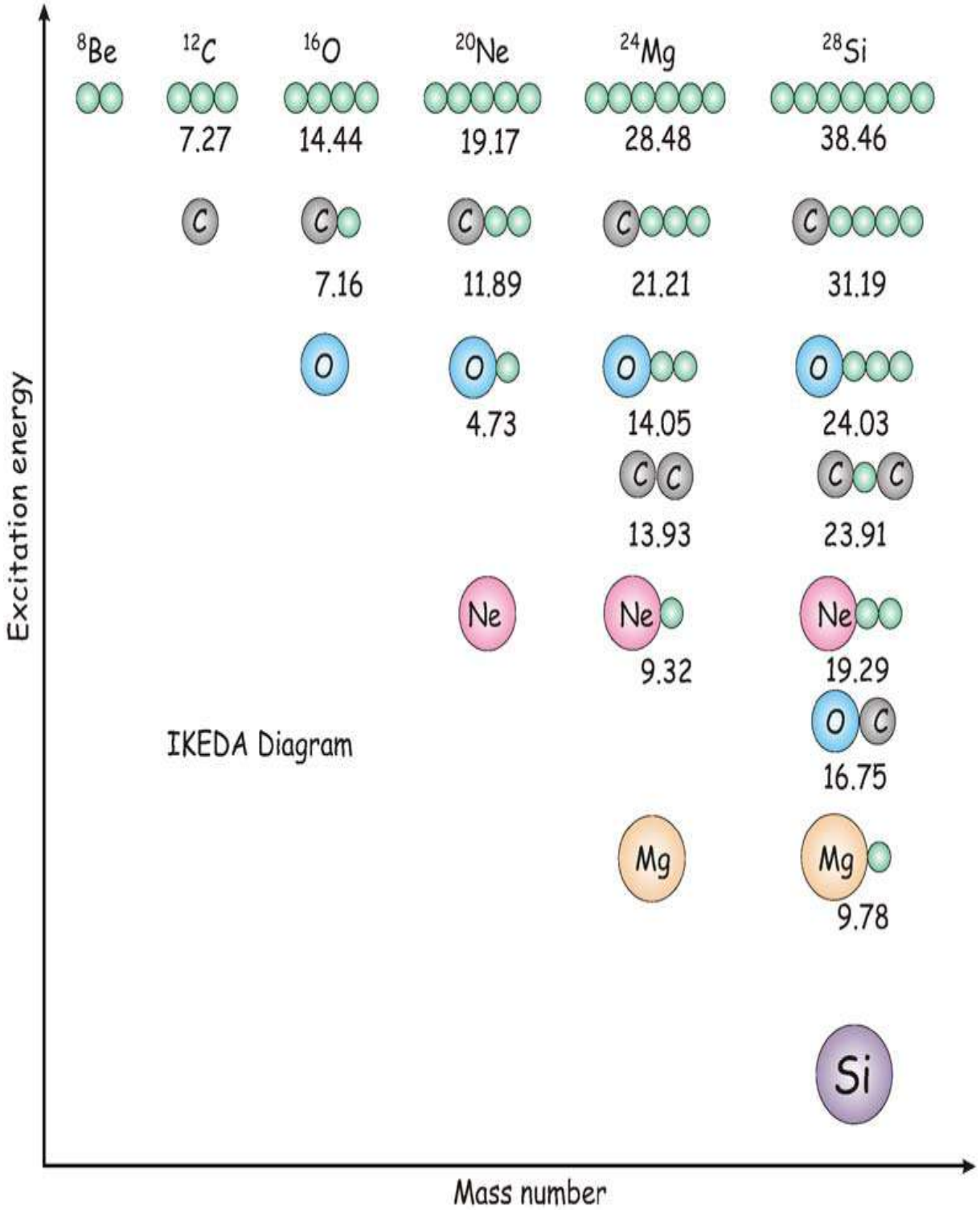
2 Cluster-Cluster interaction

3 Resonating Group Method

4 α -Particle Model

5 Decay into Clusters

6 Ikeda Diagram



شکل (۱-۵): نمودار آیکدا برای هسته‌هایی با (A=4k (k= 2, ..., 7 و N=Z [۲۶].

نمودارِ آیکدا به ما می‌گوید که مثلاً اگر به هستهٔ ^{20}Ne در حالت پایه‌اش مقدارِ $4.73MeV$ انرژی بدهیم، نوکلئونهای آن به صورت دو خوشهٔ $^{16}O+\alpha$ در خواهند آمد، و اگر انرژی آن را به اندازهٔ $11.89MeV$

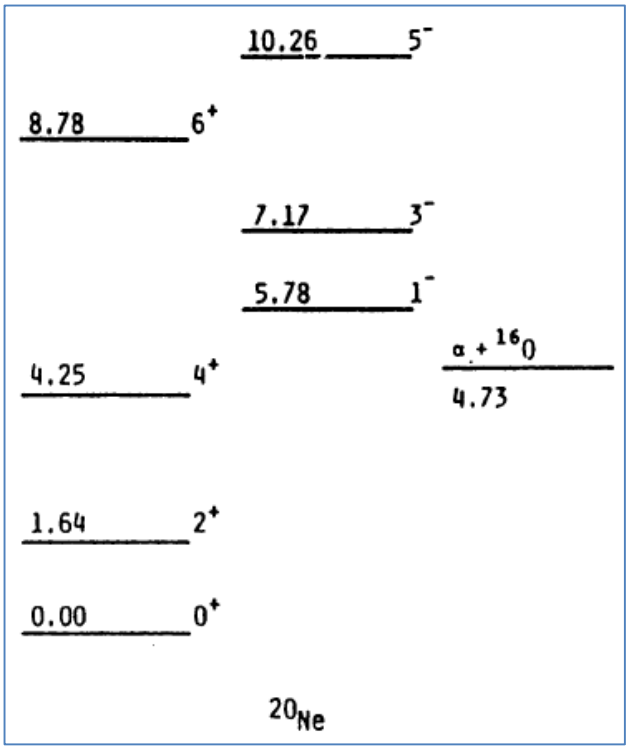
نسبت به حالت پایه‌اش افزایش دهیم، سه خوشهٔ $^{12}C+\alpha+\alpha$ را در آن خواهیم داشت، و نهایتاً اگر به این هسته انرژیِ $19.17MeV$ را نسبت به حالت پایه‌اش اضافه کنیم، آنگاه می‌توانیم آن را به صورت ساختاری متشکل از پنج خوشهٔ آلفا در نظر بگیریم.

به همین ترتیب، از شکل (۱-۵) درمی‌یابیم که با اضافه کردنِ مقدارِ $7.16MeV$ انرژی به هستهٔ ^{16}O در حالت پایه‌اش، نوکلئونهای آن به صورت دو خوشهٔ $^{12}C+\alpha$ در خواهند آمد، و اگر انرژی آن را به اندازهٔ $14.44MeV$ نسبت به حالت پایه‌اش افزایش دهیم، به صورت ساختاری متشکل از چهار خوشهٔ آلفا در خواهد آمد.

همچنین، هستهٔ ^{12}C نیز با دریافتِ مقدارِ $7.27MeV$ انرژی به صورت سه خوشهٔ آلفا در می‌آید، درحالیکه هستهٔ ^{8}Bدر حالت پایهٔ خودش به شکل ساختاری متشکل از دو خوشهٔ آلفا در نظر گرفته می‌شود.

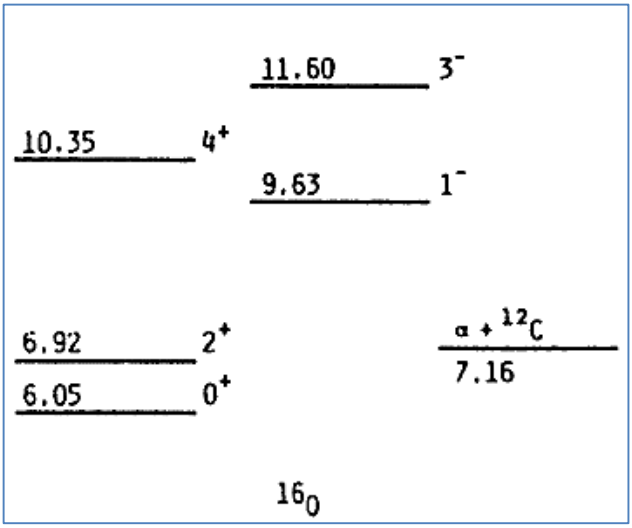
شکلهای (۱-۶) و (۱-۷) تعدادی از ترازهایِ انرژیِ برانگیختگیِ مربوط به هسته‌های ^{20}Ne و ^{16}O را به طور نمادین نشان می‌دهند. در این شکلها، اسپین کل و پاریتهٔ هر یک از ترازها با J^{π} مشخص شده‌اند. همچنین مقدار انرژیی که هسته برای قرار گرفتن در هر حالت نسبت به حالت پایه‌اش نیاز خواهد داشت، بر حسب MeV مشخص شده است[۲۸].

همان‌طور که در شکل (۱-۶) مشاهده می‌شود، تراز انرژیِ مربوط به حالتِ خوشه‌ایِ $^{16}O+\alpha$ در هستهٔ ^{20}Ne با انرژیِ $4.73MeV$ (نسبت به حالت پایهٔ هسته) بین دو ترازِ برانگیختگیِ 4^{+} و 1^{-} قرار گرفته است[۲۸].



شکل (۱- ۶): تعدادی از ترازهای انرژی برانگیختگی هستهٔ ^{20}Ne [۲۸].

به همین ترتیب، با توجه به شکل (۱-۷) نیز درمی‌یابیم که حالتِ خوشه‌ایِ $^{12}C+\alpha$ در هستهٔ ^{16}O با انرژیِ $7.16MeV$ (نسبت به حالت پایهٔ هسته) نیز در محدودهٔ بینِ دو تراز برانگیختگیِ 2^+ و 1^- قرار دارد[۲۸].



شکل (۱-۷): تعدادی از ترازهای انرژی برانگیختگی هستهٔ ^{16}O [۲۸].

سرانجام وقتی که ترازهای انرژیِ برانگیختگیِ هستهٔ ^{12}C را نیز در کنار حالتِ انرژیِ مربوط به خوشه شدنِ ذراتِ تشکیل دهندهٔ آن بررسی کنیم، به این نتیجهٔ کلی خواهیم رسید که انرژیِ خوشه شدن برای هسته‌ها هرگز برابر با انرژیِ مربوط به یکی از حالتهای برانگیختهٔ آنها نخواهد بود. به عبارت دیگر، انرژیِ خوشه شدن برای هر هسته مقداری متفاوت با هر یک از انرژیهای برانگیختگیِ آن هسته خواهد داشت.

علاوه بر این، با توجه به نمودارِ آیکدا در شکل (۱-۵)، لازم به یادآوری است که هستهٔ ^{8}Be تنها هسته‌ای است که تقریباً در حالت پایهٔ خودش (با اختلاف انرژیِ بسیار اندک، در حدِ $0.09MeV$) به صورت ساختاری متشکل از دو خوشهٔ آلفا مشاهده شده است. به بیانِ دیگر، از آنجایی که این هسته بسیار ناپایدار است و عمری در حدودِ $10^{-16}s$ دارد، بنابراین تقریباً مجالِ برانگیخته شدن را نخواهد داشت، به طوریکه حتی انرژیِ خوشه شدن برای آن نیز حدوداً برابر با انرژی حالت پایه‌اش است[۳، ۸ و ۲۹].

۱-۵-۱ اساس مدل ساختار شبه مولکولی در هسته‌های خوشه شده

یکی از اولین دیدگاه‌های فیزیکدانان هسته‌ای در رابطه با برهم‌کنشِ بین ذرات آلفا در هسته‌ها این بود که: می‌توان هر هسته را در حالت خوشه‌ای خودش به صورت ساختارهایی شبیه به آرایش هندسیِ اتمها در مولکولها در نظر گرفت که بَعدها به مدل ساختار شبه مولکولی[1] معروف شد. از این منظر، هسته‌های آلفا-مزدوج در فیزیک هسته‌ای شبیه به گازهای نادر در فیزیک اتمی مولکولی هستند. این هسته‌ها که انرژی پیوندیِ نسبتاً بالایی دارند؛ در این مدل، با توجه به ویژگیِ اشباع‌پذیریِ[2] نیروی هسته‌ای به خوبی توصیف شده‌اند. همان‌طور که می‌دانیم، براساس ویژگی اشباع‌پذیریِ نیروی هسته‌ای، انرژی پیوندیِ یک هسته تقریباً با تعداد ذرات تشکیل دهندهٔ آن متناسب خواهد بود (در حالیکه اگر هر ذره در هسته با

---

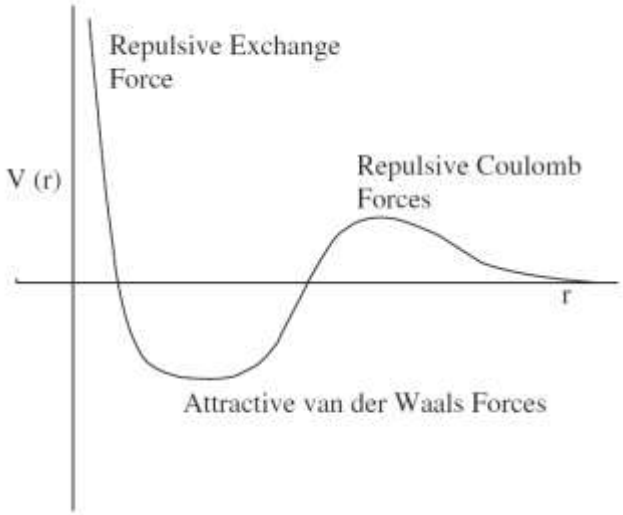
[1] Quasi- Molecular Structure

[2] Saturation Character

همهٔ ذرات دیگر برهم‌کنش می‌داشت، در این صورت نیروی هسته‌ای باید متناسب با مجذور تعداد ذرات می‌بود). بدین ترتیب، فرضیاتِ مربوط به شکل‌گیری این مدل به صورت زیر مطرح شدند:

- ✓ ذرات آلفا در فواصل نزدیک، به واسطهٔ وجودِ مغزِ دافعه[1]، یکدیگر را دفع می‌کنند.
- ✓ در فواصل میانی، بین ذرات آلفا یک نیروی جاذبه ایجاد می‌شود.
- ✓ ذرات آلفا در فواصل دور، به واسطهٔ وجود نیروی کولنی، یکدیگر را دفع می‌کنند.

در نتیجه بر اساسِ این مدل، یک پتانسیل برای برهم‌کنشِ بینِ دو ذرهٔ آلفا حاصل شد که فرم کلیِ آن به طور نمادین در شکل (۱-۸) نشان داده شده است[۸].



شکل(۱-۸): پتانسیل برهم‌کنش بین ذرات آلفا در مدل ساختار شبه مولکولی برای هسته‌های آلفا-مزدوج[۸].

سرانجام فیزیکدانان دریافتند که می‌توان نیروی دافعه در فواصلِ نزدیک را متناظر با یک برهم‌کنشِ تبادلی[2] در نظر گرفت و پتانسیل بین ذرات آلفای تشکیل دهندهٔ هسته‌ها در فواصلِ میانی را از نوع واندروالس[3] فرض کرد. لازم به ذکر است که در این مدل، برهم‌کنشِ بینِ دو ذره با حضورِ ذرهٔ آلفای

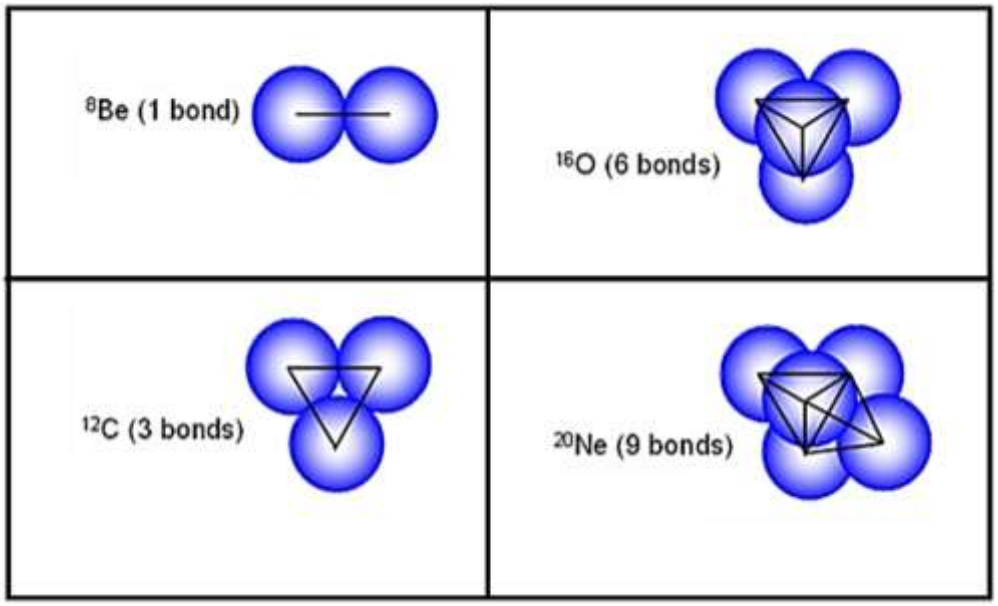
[1] Repulsive Core

[2] Eexchange Interaction

[3] Van der Waals

سوم تغییری نمی‌کند. بدین معنی که بدون ایجاد هر نوع تغییری در برهم‌کنشِ بینِ دو ذرهٔ اول، تنها کافیست برهم‌کنشِ بینِ ذرهٔ سوم با آنها را نیز به مسئله اضافه کنیم[۸].

براساسِ فرضیه‌های این مدل، ذرات آلفا با یک آرایش هندسی که متناظر با یک مدلِ دمبلی‌ـشکل[۱] برای اتمها در مولکولها است، درون هستهٔ ^{8}Be در وضعیت تعادلی قرار می‌گیرند. به علاوه، چنین برهم‌کنشی بین ذرات آلفا در هستهٔ ^{12}C آرایشی به صورت یک مثلث متساوی‌الاضلاع[۲] از خوشه‌های α را پیش‌بینی می‌کند و برای هسته‌های بَعدی نیز ساختارهای به مراتب پیچیده‌تری را معرفی می‌کند[۸]. از طرف دیگر، مدلِ ساختار شبه مولکولی با توجه به تغییرات انرژی پیوندی در هسته‌های آلفا-مزدوج نشان می‌دهد که مطابق آنچه به طور نمادین در شکل (۱-۹) نمایش داده شده است، در هستهٔ ^{8}Be یک پیوندِ آلفا-آلفا[۳]، در ^{12}C سه تا، در ^{16}O شش تا و در ^{20}Ne نُه تا پیوند بین خوشه‌های آلفا وجود دارد[۸، ۲۹ و ۳۰]. لازم به ذکر است که در هستهٔ ^{20}Ne به ازای یک ذرهٔ آلفای اضافی نسبت به ^{16}O، تعداد پیوندها به اندازهٔ سه تا افزایش یافته است.



شکل (۱-۹): تعداد پیوندهای آلفا-آلفا و نحوهٔ آرایش هندسی پیشنهادی آنها در هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne در مدلهای خوشه‌ای آغازین[۸].

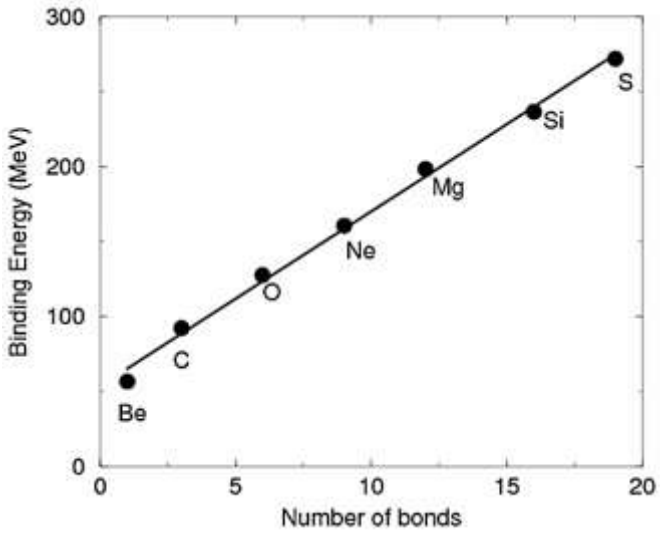
---

1 Dumb-bell

2 Equilateral triangle

3 Alpha particle bonds

به این ترتیب با مطرح شدنِ این ایده که می‌توان تمامی هسته‌های A=4k با N=Z را به صورت ترکیبی از خوشه‌های α در نظر گرفت، فیزیکدانان بر آن شدند تا برای هسته‌های سبک، ارتباطی بین انرژی پیوندی با تعداد پیوندهای بین ذرات آلفای تشکیل دهندهٔ آنها پیدا کنند. در این راستا، نمودار شکل (۱-۱۰) برای هسته‌های A=4k (k= 2, ..., 8) با N=Z رسم شده است. در این شکل، محور عمودی بیانگر انرژی پیوندیِ هسته‌ها بر حسب MeV است و در محور افقی تعداد پیوندهای ممکن بین ذرات آلفا در هر هسته مشخص شده است[۸، ۲۹ و ۳۰].



شکل (۱-۱۰): منحنی انرژی پیوندی بر حسب تعداد پیوندهای ممکن بین ذرات آلفا در هسته‌های سبک[۳۰].

با توجه به این شکل درمی‌یابیم که در محدودهٔ هسته‌های سبک، یک رابطهٔ تقریباً خطی بین انرژی پیوندی و تعداد پیوندها وجود دارد. البته باید توجه نمود که در شکل (۱-۱۰) این‌طور فرض شده است که خوشه‌های ذرات آلفا در حالت پایهٔ هسته‌ها تشکیل می‌شوند و این فرض بیش از حد ساده انگارانه است[۳۰]؛ چرا که امروزه دیگر می‌دانیم که عموماً این خوشه شدنها در انرژی حالت پایهٔ هسته‌ها اتفاق نمی‌افتد و این شکل باید با توجه به مقادیرِ مربوط به انرژیِ خوشه شدن در این هسته‌ها رسم شود که ما این کار را در فصل سوم انجام داده و نتایج را با هم مقایسه کرده‌ایم.

پس به طور کلی می‌توان گفت که اساسی‌ترین و مهم‌ترین پارامتر موثر بر پدیده خوشه شدن در هسته‌ها، انرژی سیستم نوکلئونی است. به عبارت دیگر، در هر یک از هسته‌های سبک با $A=4k$ $(K=2,\ldots,5)$ و $N=Z$، بسته به مقدار انرژیی که در اختیار سیستم قرار می‌گیرد، می‌توان انتظارِ انواع مختلفی از تغییرات ساختاری را از دیدگاه خوشه‌ای داشت که همگی منجر به ساختارهایی شبیه به ساختارهای مولکولی در این هسته‌ها می‌شوند. این تغییرات از ایجاد ساختاری به صورت یک ذرهٔ آلفا و یک هستهٔ کوچکتر آغاز شده و نهایتاً به ساختاری متشکل از چندین خوشهٔ آلفا خاتمه می‌یابد. یکی از چالشهای اخیرِ فیزیکدانهای هسته‌ای این است که بتوانند با توجه به رخدادِ پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج، یک توصیف واحد و کامل از چگونگیِ تبدیلِ ساختارهایِ همبستهٔ درون هسته‌ها به ساختارهایِ همبسته‌ترِ شبه مولکولی ارائه دهند، و توصیفی که مدل ساختار شبه مولکولی برای اولین بار ارائه کرد سازگاری خوبی با نتایج تجربی مربوط به انرژیهای خوشه شدن در هسته‌های مورد نظر داشت[۸ و ۳۱]. با این حال، هنوز مکانیزم فرایند پدیده خوشه شدن در هسته‌ها و اندرکنشهای بین آنها در این وضعیت به طور کامل شناخته شده نیست.

۱-۶ مروری مختصر بر تاریخچهٔ پدیده خوشه شدن در فیزیک هسته‌ای

منحنی انرژی پیوندی، معرفِ بهترین گواهِ تجربی برای چگونگی شکل‌گیریِ ساختار هسته‌ای است. بدین معنی که در فیزیک هسته‌ای، هر تئوری و نظریه‌ای باید با منحنی انرژی پیوندیِ هسته‌ها سازگار باشد. مهم‌ترین تلاشهایِ نظریه پردازان در این زمینه، از مدلِ قطره مایع[1] آغاز شده و اکنون به مدلِ پوسته‌ای[2] رسیده که این مدل، تاکنون موفق‌ترین مدل در توصیف ساختار هسته بوده است. مدلِ قطره مایع با اینکه به خوبی با منحنی انرژی پیوندی مطابقت می‌کند، اما نمی‌تواند انرژی پیوندیِ بسیار بالایِ

[1] Liquid Drop Model

[2] Shell Model

هسته‌هایِ زوج-زوج[1] مثلِ $^{4}_{2}He_2$ یا $^{16}_{8}O_8$ را توجیه کند. در همین راستا، دلیل موفقیت مدل پوسته‌ای در این است که برای بزرگیِ انرژیِ پیوندیِ چنین هسته‌هایی دلایلِ کافی و مناسبی را ارائه می‌کند. اما نکته اینجاست که براساسِ تعاریفِ اولیهٔ مدلِ پوسته‌ای، هسته‌ها از نظرِ ساختارِ هندسی به صورتِ کروی در نظر گرفته می‌شدند، در حالیکه امروزه، آزمایشات تجربیِ بسیاری نشان می‌دهند که ۹۰٪ هسته‌ها غیرکروی[2] هستند. به این ترتیب، با وجودِ اینکه مدلِ نیلسون[3] در سال ۱۹۵۵ تعمیم مناسبی از مدل پوسته‌ای برای توصیف حالتِ تغییر شکل یافته یا دفرمه شدهٔ[4] هسته‌ها در اختیار فیزیکدانان قرار داد، اما هنوز هم برای ارائه توصیفِ بهتری از ساختار هسته‌ها نیاز به یک تئوری جدید هست. با توجه به ماهیتِ برهم‌کنشِ بینِ نوکلئونها و اینکه خوشه شدن در همهٔ سیستمها یک مکانیزمِ طبیعی برای افزایش پایداری محسوب می‌شود، بنابراین تشکیلِ خوشه‌های نوکلئونی در ماده هسته‌ای و هستهٔ اتمها نیز دور از انتظار نخواهد بود. چرا که وقتی به سیستمهای بزرگ مقیاس نگاه می‌کنیم، خوشه‌های کهکشانی و خوشه‌شدن در ستاره‌ها را می‌بینیم. همچنین، وقتی به سیستم‌های کوچک مقیاس می‌نگریم، می‌بینیم که اتمها برای تشکیل مولکولها خوشه می‌شوند و کوارکها برای ایجادِ نوکلئونها به صورت خوشه‌های دو ذره‌ای و سه ذره‌ای در می‌آیند[۳۲]. در نتیجه نمی‌توانیم خوشه شدنِ نوکلئونها برای تشکیلِ ساختارهایِ پایدارتری مثلِ ذراتِ آلفا را قبول نکنیم!

در اواخر سال ۱۹۲۰، همزمان با آغاز توصیف هسته‌ها به کمک مبانی کوانتوم مکانیکی و با مشاهدهٔ تابشِ ذرات آلفا از هسته‌ها، مفهوم خوشه شدن نیز پا به عرصهٔ وجود در حیطهٔ فیزیک هسته‌ای نهاد. بدین ترتیب از همان زمان، وجودِ ذراتِ پایداری که قبل از واپاشیِ هسته در درون آن شکل می‌گیرند، الهام بخشِ ایده‌هایی شد که می‌گویند یکی از حالتهایِ مطلوب و مورد علاقهٔ هسته‌ها این است که به صورت خوشه‌هایی از ذرات آلفا در بیایند[۳۳]. مناسب و صحیح بودنِ این ایده‌ها برای اولین بار توسطِ

---

[1] Even-even nuclei

[2] Non-spherical

[3] Nilsson Model

[4] Deformed Shape

بِتِه و باچِر[1] در اواخر سال ۱۹۳۰ در یک مقالهٔ مروری مورد بحث و بررسی قرار گرفت. آنها در مقالهٔ خود پیش‌بینی کردند که هسته‌ها می‌توانند در شرایط خاصی متشکل از ذرات آلفا باشند. همچنین آنها نظریاتِ خوبی در رابطه با آرایشِ هندسی و تعدادِ پیوندهایِ بینِ ذراتِ آلفا در درونِ هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج ارائه کردند که در بخش قبلی به آنها اشاره شد. به علاوه، همان‌طور که در شکلِ (۱-۹) نشان داده شد، آنها پیش‌بینی کردند که از هستهٔ ^{16}O به بعد، به ازای هر یک ذرهٔ آلفایی که به سیستم خوشه‌ای نوکلئونها اضافه می‌شود، تعداد پیوندهای بین ذرات به اندازهٔ سه تا افزایش می‌یابد[۳۴]. در همان سالها، این هایزنبرگ[2] بود که قبل از همه اعتقاد داشت که نیروی تبادلی که بین دو ذرهٔ آلفا وجود دارد می‌تواند شبیه به برهم‌کنشِ حاکم در ساختارهای مولکولی عمل کند[۸].

پس از آن، هافستَد و تِلِر[3] در سال ۱۹۳۸، در ادامهٔ کارهایِ بِتِه و همکارش، منحنیِ انرژی پیوندی بر حسب تعداد پیوندهای آلفا را تا هستهٔ ^{32}S برای هسته‌هایِ آلفا-مزدوج رسم کردند که در بخش قبل در شکل (۱-۱۰) نشان داده شد. به علاوه، آنها مدلِ ساده، اما همچنان موفقِ خودشان را برای توصیفِ سیستمهایی متشکل از ذرات آلفا و یک نوترونِ اضافی نیز به کار بردند[۳۰]. در آن زمان، به عقیدهٔ هافستَد و همکارش رابطهٔ خطیِ انرژیِ پیوندی با تعداد پیوندهای آلفا نشان‌دهندهٔ نقشِ مهمِ خوشه‌های آلفا در حالت پایهٔ هسته‌های آلفا-مزدوج بود. هر چند که این تصور ساده بود، اما در نگاهِ اول درست به نظر می‌آمد، چون از نظرِ آنها خوشه شدن در نزدیکیِ حالت پایه اتفاق می‌افتاد.

در اواخرِ سالِ ۱۹۵۰ موریناگا[4] این نظریه را مطرح کرد که خوشه شدن نمی‌تواند در حالتِ پایهٔ هسته‌ها اتفاق بیافتد و پس از آن در سال ۱۹۶۰ اثبات شد که هسته ها باید از نظر انرژی در وضعیتِ مشخصی باشند تا بتوانند به صورت ساختارهای خوشه‌ای دربیایند. سرانجام در سال ۱۹۶۸ آیکدا مقادیر انرژیِ لازم برای ایجادِ هر یک از ساختارهای خوشه‌ای در هر یک از هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج را با نمودارِ

---

[1] Bethe and Bacher

[2] Heisenberg

[3] Hafstad and Teller

[4] Morinaga

معروفِ خودش تعیین کرد. او در این نمودار (که در شکلِ (۱-۵) نشان داده شد) به وضوح مشخص نمود که پدیدهٔ خوشه شدن (بجز ^{8}Be) در حالت پایهٔ هیچیک از هسته‌هایِ آلفا-مزدوج رخ نخواهد داد.

به علاوه، در سال ۱۹۶۶ مدلی با عنوانِ مدل خوشهٔ آلفا توسط برینک[1] برای مطالعهٔ ساختارهایِ پایدار و شبه پایدار در سیستمهای خوشه‌ای معرفی شد. او برای هسته‌های آلفا-مزدوج، ساختارهایی با آرایش هندسیی را پیشنهاد کرد که از بسیاری جهات شبیه به همان پیش‌بینی‌های هافستَد و همکارش در سال ۱۹۳۸ بود با این تفاوت که بررسیهای او مربوط به حالتهای برانگیخته می‌شد[۲۹].

۱-۷ مشاهدات و مطالعات تجربیِ مربوط به ساختارهای خوشه ای در هسته‌ها

در فیزیک هسته‌ای، برای پدیده تشکیل خوشه‌های آلفا در هسته‌ها شواهد تجربی بسیاری وجود دارد و از زمانِ کشفِ هسته‌ها پدیدهٔ واپاشیِ ذرهٔ آلفا از آنها نیز در آزمایشات مشاهده شده است. برای مثال، فیزیکدانانِ تجربی اثبات کرده‌اند که هستهٔ ^{8}Be پس از ایجاد شدن به سرعت به دو ذرهٔ آلفا واپاشی می‌کند. همچنین آنها به کمک آزمایشات وسیعی در قلمرو اخترفیزیک[2] نشان داده‌اند که هستهٔ ^{12}C در یکی از حالتهای برانگیختهٔ خودش[3] به صورتی در می‌آید که نزدیک به حالتِ مربوط به ساختارِ سه خوشهٔ آلفا است[۳۲]؛ به طوریکه اگر مقدارِ انرژیِ این هسته را در این ترازِ برانگیخته‌اش به اندازهٔ $0.38MeV$ تغییر بدهیم، ^{12}C کاملاً به صورت ساختاری از سه خوشه آلفا مشاهده خواهد شد[۳۵].

پس از همهٔ این مطالعات، نمودارِ معروفِ آیکدا به میان آمد که می‌گفت همهٔ هسته‌های آلفا-مزدوج در ترازهای انرژی مشخصی خوشه‌ای می‌شوند و می‌توان برای بررسی آنها در این وضعیتِ خاص از برهم‌کنشهای بینِ نوکلئونها صرفنظر کرد و تنها برهم‌کنشهایِ بینِ این خوشه‌ها را در نظر گرفت، اما

---

[1] Brink

[2] Astrophysics

[3] Hoyle state

باید توجه نمود که در حالت پایه، فقط این برهم‌کنشهای نوکلئون-نوکلئون هستند که در هسته حکمرانی می‌کنند.

به علاوه، وُیوزما[1] و همکارانش در سال ۱۹۹۲ به ساختاری به صورتِ دو خوشهٔ $^{12}C+^{12}C$ در هستهٔ ^{24}Mg رسیدند که داده‌های آنها نتایج مربوط به نمودار آیکدا را نیز تایید می‌کرد[۳۶]. نهایتاً، کاواباتا[2] و همکارانش در آزمایشات خود در سال ۲۰۰۷ نشان دادند که هستهٔ ^{11}Be نیز می‌تواند با دریافتِ مقدار انرژی مشخصی به صورت ساختاری از دو خوشهٔ آلفا و سه نوترون در بیاید[۳۷]. همچنین اخیراً برخی از مطالعات تجربی پی به وجود ساختارهای خوشه‌ای در هسته‌های میان-وزن[3] برده‌اند و ساختار خوشه‌ایِ $\alpha+^{36}Ar$ را برای هستهٔ ^{40}Ca پیش‌بینی کرده‌اند[۳۸].

۱-۸ رهیافت‌های تئوری اخیر در ارتباط با خوشه‌های هسته‌ای

اولین توصیف کامل از هسته‌ها با رویکرد خوشه‌ای توسط ویلر[4] پیشنهاد شد که بعدها نیز توسط برینک کامل گردید[۳۹ و ۴۰]. این فرمولبندی با نامِ مدل خوشهٔ آلفا معروف است که برای بررسی ویژگیهای هسته‌های آلفا-مزدوج مناسب می‌باشد[۴۱] که ما در فصل بعدی بیشتر به آن خواهیم پرداخت.

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شده است، یک ویژگی اصلی پدیدهٔ خوشه شدن این است که مستقیماً به مقدار انرژیِ هسته بستگی دارد. بدین ترتیب، مطالعات اثراتِ خوشه شدن بر اساس مدلهای خوشه‌ای به دو دسته تقسیم می‌شود: (۱) مدلهای غیرِ میکروسکوپی[5] که در آنها از ساختار داخلِ خوشه‌ها صرفنظر

---

1 Wuosmaa

2 Kawabata

3 Medium-Weight

4 Wheeler

5 Non-Microscopic Model

می‌شود[۴۲ و ۴۳]، (۲) نظریه‌های میکروسکوپی[1] که در آنها خوشه‌ها به کمک توابع موجِ مدل پوسته‌ای توصیف می‌شوند[۲۴و۴۴]. در مورد این دو رویکرد خوشه‌ای در فصل دوم بیشتر توضیح خواهیم داد.

به علاوه، با توجه به اینکه در آخرین بررسیهای مربوط به فیزیک ذرات ناپایدار، ساختارهای خوشه‌ای شگفت‌انگیزی در آنها پیش‌بینی شده است، مدلهای تئوری گوناگونی نیز برای مطالعهٔ پدیده خوشه شدن در هسته‌هایی که تعداد نوکلئونهای آنها فرد است، مطرح می‌باشد. برای توصیف سیستمهای بس-ذره‌ایی که شامل مغزهای خوشه شده[2] و تعدادی نوکلئون ظرفیت هستند، از مدلهای خوشه‌ای تعمیم یافته[3] استفاده می‌شود که برخی از آنها به شرح زیر هستند[۲۸]:

- روش وردشی تصادفی[4] که آن را به اختصار با (SVM) نشان می‌دهند. در این روش که مربوط به مدلهای میکروسکوپی است، خوشه‌های تشکیل دهندهٔ هسته‌ها به صورتِ α به همراهِ ^3H یا ^3He و یا خوشه‌های تک نوکلئونی در نظر گرفته می‌شوند[۴۵].
- روش مولکولی- مداری[5] که با (MO) نمایش داده می‌شود[۸]. در این روش، هسته‌های $n\alpha+1(n=1,2,...)$ بررسی می‌شوند که در آنها تعداد کل نوکلئونها فرد است. این رویکرد به طور سیستماتیک از دیدگاه مولکولی جفت شدگیهای یک نوکلئونِ ظرفیت با خوشه‌های آلفا و حالتهای مختلفِ مبادلهٔ آن بین خوشه‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهد[۴۶].
- روش مختصهٔ مولد[6] که به اختصار با (GCM) نشان داده می‌شود[۴۷]، این روش که در واقع تعمیمی از روش RGM است، یک روش کلی برای توصیف رفتارهای همبسته در هسته‌ها محسوب می‌شود. در این فرمولبندیها، تابع موج کلی هسته به صورت یک ترکیب خطی از

---

[1] Microscopic Theories

[2] Clustered Cores

[3] Extended Cluster Models

[4] Stochastic Variational Method

[5] Molecular–Orbital method

[6] Generator Coordinate Method

توابع موج مربوط به مدل نوسانگر هماهنگ نوشته می‌شوند که در آنها مراکز خوشه‌ها به عنوان مختصات مولد در نظر گرفته می‌شوند.

- روش دینامیک مولکولی نامتقارن[1] که برای اختصار به صورتِ (AMD) نوشته می‌شود، نیز یکی دیگر از ابزارهای موفق در بررسی هسته‌های ناپایدارِ سبک با رویکرد خوشه‌ای است. این مدل در ساده‌ترین تقریب، تابع موج یک هسته را به صورت یک دترمینان اسلاتر از توابع موج گاوسیِ تک تکِ نوکلئونها در نظر می‌گیرد[۴۸].

یک ویژگیِ مدلهای میکروسکوپی خوشه‌ایِ SVM ، MO ، GCM و AMD این است که در آنها تابع موج یک سیستمِ متشکل از A نوکلئون (که در واقع همان پاسخ معادله شرودینگر[2] است) با استفاده از تقریب خوشه‌ای توصیف و معرفی می‌شود. به عبارت دیگر، در این مدلها فرض می‌شود که A تا نوکلئونِ سیستم به صورت خوشه‌هایی در آمده‌اند که با توابع موج مخصوص به خودشان توصیف می‌شوند و تابع موج کل آنها کاملاً پادمتقارن است.

تمامی این مدلها میکروسکوپی هستند و وجود خوشه‌ها در همهٔ آنها از فرضهای اولیه مسئله است. با وجود اینکه این مدلها، با تمام پیچیدگی‌هایشان، برای شناخت جزئیاتِ اتفاقاتِ درون هسته‌ها مفید هستند [۲۸] اما برای همهٔ هسته‌های ناپایدار هنوز دقیقاً مشخص نیست که در چه شرایطی می‌توان بخشی از اجزای تشکیل دهندهٔ سیستم را خوشه شده فرض کرد!

۱-۹ محتوای رساله و اهداف آن

در فصل اول این پایان‌نامه، به توصیفی بر پدیدهٔ خوشه شدن پرداخته شده است و مختصری از تاریخچهٔ آن همراه با کلیاتی در رابطه با معادله حالت ماده هسته‌ای ارائه شده است. فصل دوم، به بررسی روشهای مختلف برای مدلسازی هسته‌ها با رویکرد خوشه‌ای اختصاص یافته است و در آن به بیان معادلات

[1] Antisymmetrized Molecular Dynamics

[2] Schrodinger Equation

دیفرانسیل مناسب برای بررسی سیستمهای خوشه شده از دیدگاه غیرِ میکروسکوپی و معرفی نمونه‌هایی از پتانسیلهای جایگزیده در مدل خوشه‌ای غیرِ میکروسکوپی پرداخته شده است. در فصل سوم، محاسبات انجام شده و نتایج عددی حاصل از آنها به طور کامل ارائه شده است. در این فصل ابتدا یک مدل محاسباتی مناسب برای معادله حالت ماده هسته‌ای پیشنهاد شده است و سپس شبیه‌سازی عددی مربوطه و نتایج حاصل از آن با دو مدل تئوری معروفِ دیگر مورد مقایسه قرار گرفته است. در ادامه با تعیین محدودهٔ مناسبِ عمقِ چاه پتانسیل برای رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج به بررسی بازهٔ زمانیِ رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبک با N=Z و A=4k(k=2,3,...,5) پرداخته شده است. همچنین با بررسی رابطه بین انرژی خوشه شدن و تعداد پیوندهای آلفا-آلفا در رویکرد شبه مولکولی، تابعیت کلی پتانسیل برهم‌کنش بین خوشه‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. در ادامه، برای نخستین بار با صرفنظر از ساختارهای داخلی خوشه‌های آلفا و با در نظر گرفتن دو پتانسیل مناسب برای برهم‌کنش بین خوشه‌ها، رابطه انرژی و تابع موج یک سیستم هسته‌ای خوشه شده توسط مدل خوشه‌ایِ غیرِ میکروسکوپیک تعیین شده و انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور پتانسیلهای پیشنهادی محاسبه شده است. فصل چهارم و پنجم نیز مربوط به جمع‌بندی نتایج به‌دست آمده و پیشنهادات مورد نظر برای بررسی سایر ابعاد پدیدهٔ خوشه شدن می‌باشد. هدف اصلی این پژوهش دستیابی به یک مدل مناسب در رویکرد غیرمیکروسکوپی جهت مطالعه پدیده خوشه شدن در هسته‌های آلفا-مزدوج است. فرضیه اصلی این کار پژوهشی این است که هسته‌های آلفا-مزدوج در حالت خوشه‌ای، یعنی به صورت خوشه‌هایی از ذرات آلفا (متشکل از دو پروتون و دو نوترون) در نظر گرفته می‌شوند. به علاوه، در این بررسیها از ساختار داخلی خوشه‌های آلفا صرفنظر می‌شود. به طور کلی تلاش بر این است که عمدتاً با تمرکز بر روی روشهای تئوری، انرژی خوشه شدن برای ساختارهای خوشه‌ای مختلف در هسته‌های مورد نظر محاسبه و نتایج به‌دست آمده با یافته‌های تجربی مقایسه و سرانجام یک مدل مناسب برای بررسی ویژگیهای هسته‌های سبک آلفا-مزدوج در حالت خوشه شده ارائه شود.

(فصل دوم)

مروری بر مدلسازی هسته‌ها با رویکرد خوشه‌ای

۲-۱ پیش‌گفتار

با وجود اینکه بشر دریافته است که سیستمهای هسته‌ای از قوانین کوانتوم مکانیکی پیروی می‌کنند، اما هنوز هم بسیاری از پدیده‌هایی که در درون هسته‌ها رخ می‌دهند پیچیده و اسرارآمیز به نظر می‌رسند. همان‌طور که می‌دانیم برای توصیف بخش اعظم خواص و ویژگیهای یک سیستم بس- ذره‌ای باید سعی کنیم که به ماهیت نیروهای بستگیِ بین ذراتِ آن پی ببریم. با این حال سیستمهای بس- ذره‌ای تنها در چارچوب برخی تقریبها که از نتایج آزمایشات تجربی به دست آمده‌اند قابل بررسی هستند.

به این ترتیب، منظور از مدلسازی در فیزیک هسته‌ای توصیفی تقریبی از سیستمهای هسته‌ای است که فقط برای یک حالت خاص که نتایج تجربی معینی داشته باشد انجام می‌شود. همچنان که ابزارهای آزمایشگاهی در حوزه فیزیک هسته‌ای کاملتر و پیشرفته‌تر می‌شوند، ویژگیهای شگفت‌انگیز و ناشناخته‌تری از هستهٔ اتمها نیز کشف می‌شوند. با این وجود، هنوز هم بسیاری از چالش‌های تئوری در این زمینه، قابل بحث باقی مانده است و هنوز به پرسشهایی از قبیل اینکه "شکل دقیق پتانسیلهای هسته‌ای چگونه است" و یا اینکه "آیا می‌توان با استفاده از یک مدل جامع، تمام خصوصیات هسته‌ها را توصیف کرد"، پاسخ کاملی داده نشده است.

بنابراین فیزیکدانان می‌کوشند تا برای بررسی سیستم کوانتومی هسته‌ها مدلهایی را ارائه دهند که هم قابل قبول بوده و هم از نظر فیزیکی تا حد ممکن ساده باشند. در این فصل به برخی از این مدلها که برای بررسی هسته‌ها با رویکرد خوشه‌ای به کار می‌روند خواهیم پرداخت.

۲-۲ مروری مختصر بر مدلهایِ خوشه‌ای غیرِ میکروسکوپی و میکروسکوپی

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شده است، خوشه شدن یک پدیدهٔ اثبات شده در هسته‌های سبک آلفا-مزدوج است که فرایند ایجاد آن کاملاً به سطح انرژی هسته بستگی دارد. برای بررسی پدیده خوشه شدن در هسته‌ها مدل‌های مختلفی ارائه شده است [۲۸، ۴۰، ۴۹ و۵۰]. با این وجود، مدلهایی که برای بررسی این پدیده در سیستمهای نوکلئونیِ متناهی به کار می‌روند به دو دسته عمده تقسیم می‌شوند: (۱) مدلهای غیرِ میکروسکوپی و (۲) مدلهای میکروسکوپی.

این مدلها در گام اول با توجه به فرم کلی معادله شرودینگر مطرح می‌شوند [۴۰ و ۴۹] که اصلیترین معادله برای بررسی سیستمهای کوانتوم مکانیکی و در ساده‌ترین شکل به صورت زیر است:

$$H\Psi = E_t\Psi \qquad (۱-۲)$$

که در آن H بیانگر هامیلتونی سیستم، Ψ تابع موج و E_t انرژی کل سیستم است.

** از یک طرف، در رویکرد غیرمیکروسکوپی برای سیستمی که در آن A تا نوکلئون در k تا خوشه توزیع شده باشند، هامیلتونی به صورت زیر خواهد بود:

$$H = \sum_{i=1}^{k} \frac{P_i^2}{2M_i} + \sum_{i\rangle j=1}^{k} V_{ij}(R_i - R_j) \qquad (۲-۲)$$

که در آن k خوشه با جرمِ M_i دارایِ اندازه حرکتِ P_i می‌باشند و R_i و R_j به ترتیب به مختصات خوشه‌های iام و jام اشاره دارند. در این فرمولبندی، V_{ij} بیانگر یک برهم‌کنشِ خوشه- خوشه است که می‌تواند جایگزیده یا غیرِ جایگزیده[1] باشد[۴۰]. تفاوتی که بین روشهای محاسباتی مربوط به پتانسیلهای جایگزیده با فرایند مربوط به بررسیهای عددی پتانسیلهای غیر جایگزیده وجود دارد این است که برای حل مسئله با پتانسیلهای جایگزیده از معادلات دیفرانسیل معمولی[2] استفاده می‌شود اما برای حل مسئله

[1] Local or Nonlocal

[2] Ordinary Differential Equation (ODE)

با پتانسیلهای غیر جایگزیده باید از معادلات دیفرانسیل انتگرالی[1] استفاده شود[۵۱]. از این رو فرم کلی معادله شرودینگر دو ذره‌ای برای پتانسیلهای جایگزیده به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{-\hbar^2\nabla^2}{2\mu}\Psi(r)+V(r)\Psi(r)=E_t\Psi(r) \qquad (۳-۲)$$

که در آن r فاصله نسبی دو ذره و μ جرم کاهش یافته ذرات است.

همچنین معادله شرودینگر برای وضعیتی که در آن پتانسیل مسئله به صورت غیرجایگزیده تعریف شده باشد، به صورت زیر است:

$$\frac{-\hbar^2\nabla^2}{2\mu}\Psi(r)+\int d^3r'\ V(r,r')\Psi(r')=E_t\Psi(r) \qquad (۴-۲)$$

که در آن $V(r,r')$ یک پتانسیل غیرجایگزیده است[۵۱].

ساده‌ترین حالت برای حلِ این مسئله در نظر گرفتنِ یک سیستمِ دو خوشه‌ای ($k=2$) است که در آن هامیلتونی (با استفاده از دستگاه مختصات مرکز جرم) تنها به مختصهٔ مکانیِ نسبیِ $r=R_1-R_2$ بستگی خواهد داشت. اساسی‌ترین موضوع در مدلهای غیر میکروسکوپی، انتخاب صحیحِ پتانسیل V_{ij} است[۴۰ و ۴۳]. عمدتاً این پتانسیلها با بعضی از ویژگیهای سیستم مثلِ انرژی تطبیق داده می‌شوند[2]. باید توجه نمود که همان‌طور که در فصل اول نیز اشاره شده است، در این مدل از ساختار داخلی خوشه‌ها صرفنظر می‌شود. البته مدلهای غیرمیکروسکوپی را می‌توان به بیش از دو خوشه نیز تعمیم داد و به عنوان مثال اخیراً برای مدلسازیِ ساختار سه خوشهٔ آلفا در هستهٔ ^{12}C از معادلهٔ فدیو[3] با رویکرد خوشه‌ای استفاده شده است. همچنین می‌توان از مدلهایِ غیرمیکروسکوپی برای بررسی فرایندِ پراکندگیِ دو هسته نیز استفاده کرد که در این صورت با انرژیهای مثبت در معادله (۲-۲) مواجه خواهیم بود.

---

1 Integro-Differential Dquation

2 Fit

3 Faddeev equation

** از طرف دیگر، در یک مدلِ میکروسکوپی هامیلتونی سیستمی که متشکل از A تا نوکلئون است به صورت زیر خواهد بود:

$$H=\sum_{i=1}^{A}\frac{P_i^2}{2M_N}+\sum_{i\rangle j=1}^{A}V_{ij}(r_i-r_j) \qquad (۵-۲)$$

که در آن M_N بیانگر جرم نوکلئون بوده و برای نوترون و پروتون یکسان فرض شده است. r_i و r_j به ترتیب به مختصات نوکلئونهای iام و jام اشاره دارند و P_i اندازه حرکت نوکلئون iام را مشخص می‌کند. V_{ij} در اینجا دیگر معرف یک برهم‌کنشِ نوکلئون- نوکلئون خواهد بود. البته با وجود اینکه در رابطه (۲-۵) تنها به وابستگی فضایی پتانسیل اشاره شده است، می‌دانیم که هامیلتونی می‌تواند به سایر ویژگیهای نوکلئونها مثلِ اسپین و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری نیز بستگی داشته باشد.

به این ترتیب براساس رویکرد خوشه‌ای، در هامیلتونی مربوط به مدلهای میکروسکوپی برهم‌کنش بین نوکلئونها را وارد می‌کنند، اما در هامیلتونی‌ایی که برای بررسی هسته‌ها از دیدگاه غیرمیکروسکوپی در مدل خوشه‌ای به کار می‌رود، با صرفنظر از ساختار داخلی نوکلئونهایِ درونِ خوشه‌ها، تنها برهم‌کنشِ بین خوشه‌ها را وارد می‌کنند. مدل پوسته‌ای و مدل دینامیک مولکولی از جمله مدلهایی هستند که در گروه مدلهای میکروسکوپی قرار می‌گیرند. به علاوه تا این زمان از یک سو، در سیستمهایی که تعداد نوکلئونهایشان کم است، تکنیکهای مفید و موفقی برای حل معادله شرودینگر با هامیلتونی میکروسکوپی ارائه شده است و از سوی دیگر، برای وضعیتهایی که در آنها تعداد نوکلئونها زیاد بوده از تقریب استفاده شده است[۴۰].

۲-۳ مدل خوشه آلفا

امروزه در بررسی سیستمهای کوانتومی به طور گسترده‌ای از پتانسیلهای پدیده شناختی[1] استفاده می‌شود. در روشهای پدیده شناختی عموماً اصل بر این است که برای برهم‌کنشِ بین ذرات سیستم ابتدا

[1] Phenomenological Potentials

یک تابعیت مناسبی از پتانسیل به همراه یک تعداد کافی از پارامترها معرفی شوند. سپس پارامترهای ارائه شده طوری انتخاب می‌شوند که نتایج مسئله تا حد ممکن به داده‌های تجربی نزدیک باشند. البته این پتانسیلها می‌توانند جایگزیده یا غیرجایگزیده باشند. همان‌طور که در فصل اول در رابطه با مدل ساختار شبه مولکولی (که مدلی غیر میکروسکوپی است) اشاره شد، فرمولبندیِ پدیده شناختی برای پتانسیل جایگزیدهٔ مربوط به یک سیستم خوشه شده از نوکلئونها به صورت مجموعه‌ای از جملات جاذبه و دافعه خواهد بود[۵۰].

در این سیستمها عموماً از مدل خوشهٔ آلفا استفاده می‌شود. این مدل، یک مدل ساده‌سازی شده برای بررسی هسته‌های آلفا-مزدوج است که در آن یک سیستم فرمیونی متشکل از Z تا پروتون و N تا نوترون به صورت یک سیستم بوزونی از k تا خوشه تقریب زده می‌شود. دلیل فیزیکی‌ایی که در پسِ این تصویر از هسته‌ها قرار دارد این واقعیت است که ذرهٔ آلفا در مقایسه با سایر هسته‌های سبک، یک سیستم به شدت مقید و پایدار می‌باشد که برای برانگیخته کردنِ آن به انرژیی در حدود $20MeV$ نیاز است. به خاطر این ویژگی منحصر به فرد است که برخی از هسته‌های سبک تمایل به تشکیل زیرسیستمهایی با دو پروتون و دو نوترون دارند که خوشه‌های آلفا نامیده می‌شوند. البته در این مدل باید توجه نمود که خوشه‌های آلفا عیناً همان ذرات آلفا نیستند اما می‌توان برای دستیابی به یک مدل ساده‌سازی شده برای ارائه توصیفی از هسته‌ها فرض کرد که چنین زیرسیستمهایی در هسته‌ها وجود دارند. براساس مطالعاتی که تاکنون در این زمینه انجام شده است، مدل خوشهٔ آلفا می‌تواند بسیاری از ویژگیهای هسته‌های سبک را توضیح دهد، به طوریکه نتایج این مدل عموماً سازگاری خوبی با یافته‌های تجربی دارند[۴۴].

۲-۴ نمونه‌هایی از پتانسیلهای جایگزیده در مدل خوشه‌ای غیرِ میکروسکوپی

برای محاسبه انرژی هسته‌های آلفا-مزدوج در مدل خوشهٔ آلفا، در گام اول باید پتانسیل مربوط به برهم‌کنش بین دو ذرهٔ آلفا را مشخص کنیم. در این راستا، اگر بخواهیم با تمرکز بر روی پتانسیلهای

جایگزیده پیش برویم، چندین پتانسیل مطرح هستند که همگی به کمک روشهای پدیده شناختی برای برهم‌کنش بین خوشه‌ها پیشنهاد شده‌اند.

A) یکی از پتانسیلهای جایگزیده‌ای که برای برهم‌کنش بین ذرات آلفا در ^{12}C پیشنهاد شده است، به صورت زیر می‌باشد که شامل یک جملهٔ جاذبهٔ هسته‌ای به شکل گاوسی و یک جملهٔ دافعهٔ کولنی به شکل معکوس فاصله است:

$$V(r) = -V_0 e^{-\alpha r^2} + \frac{V_1}{r} \qquad (۶-۲)$$

در این رابطه، V_0 و V_1 بیانگر قدرت هر یک از جملاتِ برهم‌کنش[1] و α به نوعی بیانگر معکوسِ مربع برد[2] پتانسیل است. این پارامترها ضرایبی از پتانسیل هستند که باید از طریق تطبیق نتایج با داده‌های تجربی برای هر هسته تعیین شوند[۴۴].

B) پتانسیل جایگزیده بعدی که برای هسته ^{8}Be به صورت دو خوشهٔ آلفا پیشنهاد شده است، ترکیبی از یک جملهٔ جاذبه، از جنسِ پتانسیل $W-S$[3] و یک جملهٔ دافعهٔ کولنی به صورت زیر است:

$$V(r) = \frac{-V_0}{1+\exp(\frac{r-R_0}{a})} + \frac{V_1}{r} \qquad (۷-۲)$$

که در آن V_0 و V_1 به ترتیب بیانگر عمق چاه پتانسیل و قدرت جملهٔ کولنی هستند. R_0 شعاع خوشهٔ آلفا و a معرف برد پتانسیل است. ضرایب این پتانسیل به کمک تطبیق داده‌ها با نتایج آزمایشگاهی برای هر هسته مشخص می‌شوند[۵۲].

C) یکی دیگر از پتانسیلهای جایگزیده‌ای که برای بررسی برهم‌کنش بین دو خوشهٔ آلفا مطرح شده است، پتانسیلی به صورت زیر می‌باشد که در آن هم جملهٔ جاذبه و هم جملهٔ مربوط به مغز دافعه به صورت گاوسی هستند:

---

1 Strength of the interaction

2 Inverse square Range

3 Woods-Saxon Potential

$$V(r) = V_R \exp(-\mu_R{}^2 r^2) - V_A \exp(-\mu_A{}^2 r^2) + \frac{C}{r} \qquad (۸-۲)$$

در این رابطه V_A و V_R به ترتیب بر قدرت قسمتهای جاذبه و دافعه اشاره دارند و μ_A و μ_R به ترتیب معکوس برد[1] پتانسیل در قسمتهای جاذبه و دافعه هستند. همچنین C قدرت جملهٔ کولنی را مشخص می‌کند. ضرایب پتانسیل از مطابقت دادن داده‌ها با نتایج تجربی برای هر هسته به دست می‌آید[۵۲ و ۵۳].

D) یک پتانسیل جایگزیده دیگری که برای بررسی هسته ^8Be با ساختاری به صورت خوشه‌های آلفا معرفی شده است به صورت زیر می‌باشد:

$$V(r) = -D + \frac{B}{r^2} + \frac{C}{r} \qquad (۹-۲)$$

که در آن r بیانگر فاصلهٔ بین مراکز خوشه‌های آلفا، C قدرت جملهٔ کولنی، B قدرت جملهٔ $\frac{1}{r^2}$ برای مغز دافعه و D نیز به نوعی تعیین کنندهٔ عمق چاه پتانسیل است. این پارامترها ضرایبی از پتانسیل هستند که مقدار آنها با توجه به یافته‌های تجربی برای هر هسته مشخص می‌شود. این پتانسیل مطابق آنچه در فصل اول در توصیف ویژگیهای برهم‌کنش خوشه_ خوشه ذکر شد، شامل یک جملهٔ مربوط به مغز دافعهٔ قوی برای r های خیلی کوچک، یک چاه پتانسیل جاذبه برای فواصل میانی و یک جملهٔ دافعه کولنی برای فواصل دورتر است[۵۲ و ۵۴].

E) یکی دیگر از پتانسیلهای جایگزیده‌ایی که برای بررسی ویژگیهای هسته‌های آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای مطرح شده پتانسیلی معروف به cosh و به صورت زیر است :

$$V(r) = -V_0 \frac{1+\cosh(\frac{R}{a})}{\cosh(\frac{r}{a}) + \cosh(\frac{R}{a})} + \frac{V_1}{r} \qquad (۱۰-۲)$$

که در آن V_0 و V_1 به ترتیب عمق قسمت جاذبه و قدرت قسمت دافعه هستند. همچنین R معرف شعاع و a برد پتانسیل است. این پتانسیل به عنوان یکی از پتانسیلهای موفق در توصیف فاز خوشه‌ای

[1] Inverse Range

هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج مطرح می‌باشد و ضرایب آن با توجه به مقادیر تجربیِ مربوط به هر هسته تعیین می‌شوند[۵۵].

F) و سرانجام پتانسیلی که اخیراً در توصیف حالتهای خوشه‌ای در هسته‌های سبک آلفا-مزدوج مطرح شده است، پتانسیلی از جنس پتانسیل $W-S$ و به صورت زیر است:

$$V(r)=-V_0\left[\frac{\alpha}{1+\exp(\frac{r-R}{a})}+\frac{1-\alpha}{\left(1+\exp(\frac{r-R}{3a})\right)^3}\right]+\frac{V_1}{r} \qquad (۱۱-۲)$$

که در آن α به عنوان یک پارامتر اضافی نسبت به سایر پارامترهای پتانسیل $W-S$ مطرح است تا این پتانسیل را به یک پتانسیل کاربردی برای بررسی برهم‌کنشهای خوشه- مغز[1] تبدیل کند. این پتانسیل را می‌توان به همراه جملهٔ مرکزگریز[2] در معادلهٔ شرودینگر برای توصیف هسته‌های خوشه شده به صورت یک خوشهٔ آلفا و یک پوستهٔ بسته[3] از هسته‌های آلفا- مزدوج به کار برد[۵۵ و ۵۶].

بنابراین با استفاده از پتانسیلهای پدیده شناختیِ مربوط به برهم‌کنش خوشه‌ها می‌توان مدل خوشهٔ آلفا برای هسته‌های سبک را مورد بررسی قرار داد[۵۷] که در انتهای فصل سوم بیشتر به آنها خواهیم پرداخت.

۲-۵ سیستمهای N ذره‌ای و معادلات دیفرانسیل مناسب برای بررسی آنها

به منظور بررسی انرژی سیستمهای چند ذره‌ای از دیدگاه غیر نسبیتی و با توجه به پتانسیلهای جایگزیدهٔ پدیده شناختی (که در بخش قبل به پرکاربردترینهایِ آنها برای هسته‌های آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای

[1] Cluster-Core Interaction

[2] Centrifugal Term

[3] Closed shell

اشاره شد) باید از معادله شرودینگر مستقل از زمان (رابطه (۲-۱)) استفاده شود که در آن هامیلتونی به صورت زیر معرفی می‌شود[۵۸ و ۵۹]:

$$H=\sum_{\substack{i=1\\ j=1\\ i\neq j\\ i<j}}^{N}\left(\frac{P_i^2}{2m_i}+V(r_i)+V(r_i,r_j)\right) \qquad (۱۲-۲)$$

در این رابطه $i\neq j$ بدین معنا است که هیچ ذره‌ای با خودش برهم‌کنش ندارد و $i<j$ یعنی اینکه از نوشتن جملات تکراری صرفنظر می‌شود. $V(r_i)$ پتانسیل مربوط به اثرات محیطی است که وقتی ذره‌ای تحت تاثیر میدانهای الکتریکی یا مغناطیسی خارجی قرار بگیرد، اثر آنها بر روی رفتار ذره در $V(r_i)$ نمود می‌یابد. از طرف دیگر، $V(r_i,r_j)$ مربوط به برهم‌کنش هر یک از جفت ذرات با یکدیگر است.

با توجه به اینکه برای حل هر معادله‌ای در فیزیک، باید در گام اول به دنبال انتخاب یک دستگاه مختصات مناسب برای مسئله باشیم، مناسبترین دستگاه مختصات برای توصیف یک مجموعهٔ N ذره‌ای، دستگاه مختصات ژاکوبی است. در این دستگاه مختصات، $\vec{\xi}_i$ که بردار مکان هر ذره نسبت به مرکز ذرات قبلی است به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{\xi}_i=\sqrt{\frac{i}{i+1}\left(r_{i+1}-\frac{1}{i}\sum_{j=1}^{i}r_j\right)} \qquad i=1,\dots,N-1 \qquad (۱۳-۲)$$

به این ترتیب، آخرین مختصه ژاکوبیِ $\vec{R}$ که معرف بردار مرکز جرم کل ذرات است به شکل زیر خواهد بود:

$$\vec{R}=\frac{\vec{r}_1+\dots+\vec{r}_N}{N}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\vec{r}_i \qquad (۱۴-۲)$$

و المان حجم در این مختصات به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\prod_{i=1}^{N}d\vec{r}_i=N^{\frac{3}{2}}dR\prod_{j=1}^{N-1}d\vec{\xi}_j=dx \qquad (۱۵-۲)$$

بنابراین برای توصیف موقعیت ذرات از مختصات ژاکوبی استفاده می‌شود که با توجه به اینکه هر ذره دارای سه درجه آزادی است، برای توصیف چنین سیستمی، در کل به ۳N مختصه ژاکوبی نیاز خواهیم داشت. در این وضعیت، ابر شعاع نیز به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$x=\left(\sum_{i=1}^{N-1}\vec{\xi}_i^{\,2}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\sum_{i=1}^{N-1}(r_i-R)^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۱۶-۲)$$

بدین ترتیب، از یک طرف وقتی که پتانسیل بین ذرات تنها بر حسب فاصله نسبی بین آنها باشد، می‌توان آن را به صورت جملاتی که بر حسب ابر شعاع هستند مطرح نمود. در این حالت، پتانسیل از نوع فوق مرکزی خواهد بود[۵۹].

از طرف دیگر، وقتی که در یک مسئله فیزیکی با پتانسیل جایگزیده‌ای بر حسب فاصله نسبی بین ذرات روبرو باشیم، در راستای حل معادله شرودینگر، که یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم با سه متغیر است، معمولاً ابتدا آن را به سه معادله دیفرانسیل مرتبه دوم تک متغیره تبدیل می‌کنیم تا کار ساده‌تر شود. در این وضعیت، بخشی از معادله شرودینگر که تنها مربوط به متغیر ابرشعاع[1] برای یک سیستم N ذره‌ای است به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_D^2+V(x)-E\right)\Psi(x)=0 \qquad (۱۷-۲)$$

که در آن عملگر لاپلاسی به صورت زیر است:

$$\nabla_D^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{D-1}{x}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{l(l+D-2)}{x^2} \qquad (۱۸-۲)$$

و $D=3N-3$ خواهد بود. به این ترتیب، قسمت مرتبط با ابر شعاع در معادله شرودینگر یک سیستم N ذره‌ای به صورت رابطه زیر در خواهد آمد:

$$\frac{d^2R(x)}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{dR(x)}{dx}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E-V(x)-\frac{\hbar^2 l(l+D-2)}{2\mu x^2}\right]R(x)=0 \qquad (۱۹-۲)$$

[1] Hyper radius

که در آن $V(x)$ پتانسیل برهم‌کنش بین ذرات و $R(x)$ بخش شعاعی تابع موج است[۵۹].

۲-۶ مروری مختصر بر روش NU[1] در حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم تک متغیره

یکی از روشهایی که در راستای توصیف سیستمهای کوانتوم مکانیکی در سالهای اخیر برای حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم تک متغیره به طور وسیعی مورد استقبال قرار گرفته است، روش NU می‌باشد. این روش، در حقیقت یک تکنیک قوی جبری است که در حل معادلات شرودینگر و کلاین- گوردن[2] با حضور پتانسیلهای مرکزی و غیرمرکزی بسیار موفق بوده است[۶۰-۶۲]. روش NU یک دستورالعملِ گام به گام برای به دست آوردن جوابهای مسئله در اختیار می‌گذارد که بسیار کارآمد بوده و برای انواع بخصوصی از پتانسیلها که الزامات این روش را در برگرفته باشند نتایج مطلوبی به دست می‌دهد.

این روش بر پایهٔ تقلیل یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم استوار است که در آن معادله شرودینگر به صورت یک معادله از نوع فوق هندسی در می‌آید[۶۳]. به این ترتیب، باید معادلهٔ تبدیل یافتهٔ روش NU با انجام یک تغییر متغیر مناسب $s = s(r)$ به فرم کلی زیر در آورده شود:

$$\psi_n''(s) + \frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)}\psi_n'(s) + \frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)}\psi_n(s) = 0 \qquad (۲-۲۰)$$

که در آن $\sigma(s)$ و $\tilde{\sigma}(s)$ چند جمله‌ای‌هایی حداکثر از مرتبه دوم و $\tilde{\tau}(s)$ یک چند جمله‌ای است که حداکثر می‌تواند از مرتبه اول باشد. با در نظر گرفتن تابع موج $\psi_n(s)$ به صورت حاصلضرب زیر:

$$\psi_n(s) = \varphi_n(s) y_n(s) \qquad (۲-۲۱)$$

معادله (۲-۲۰) به یک معادله فوق هندسی به شکل زیر تقلیل می‌یابد:

---

[1] Nikiforov-Uvarov Method

[2] Klein-Gordon Equation

$$\sigma(s)y_n''(s)+\tau(s)y_n'(s)+\lambda y_n(s)=0 \qquad (۲۲-۲)$$

که در آن $\tau(s)=\tilde{\tau}(s)+2\pi(s)$ است و شرط $\tau'(s)<0$ را نیز خواهیم داشت، بدین معنی که مشتق مرتبه اولِ $\tau(s)$ باید منفی باشد. همچنین λ پارامتری است که به صورتهای زیر تعریف می‌شود و تساوی دو رابطه (۲-۲۳) ویژه مقادیر انرژی را به دست می‌دهد:

$$\begin{cases}\lambda_n=-n\tau'(s)-\dfrac{n(n-1)}{2}\sigma''(s) & (n=0,1,2,...)\\ \lambda=k+\pi'(s)\end{cases} \qquad (۲۳-۲)$$

تابع $\pi(s)$ نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi(s)=\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\right)^2-\tilde{\sigma}(s)+k\,\sigma(s)} \qquad (۲۴-۲)$$

از آنجایی که $\pi(s)$ باید حداکثر یک چند جمله‌ای از مرتبه دوم باشد، در نتیجه جملات زیر رادیکال در معادلهٔ (۲-۲۴) نیز باید به صورتی مرتب شوند که برای آنها $\Delta=b^2-4ac=0$ باشد. در چنین وضعیتی، یک معادله برای k به دست می‌آید که باید پس از حل آن، مقادیر به دست آمده برای k را در معادله (۲-۲۴) قرار دهیم تا ویژه مقادیر انرژی از مقایسهٔ معادلات (۲-۲۳) به دست آیند.

به علاوه، تابع موج $y_n(s)$، یک تابع از نوع فوق هندسی است که از رابطه ردریگز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y_n(s)=\frac{B_n}{\rho_n}\frac{d^n}{ds^n}\left(\sigma^n(s)\rho(s)\right) \qquad (۲۵-۲)$$

که در آن B_n ثابت بهنجارش و $\rho(s)$ تابع وزنی است که باید شرط زیر را برآورده کند:

$$\frac{d}{ds}\omega(s)=\frac{\tau(s)}{\sigma(s)}\omega(s) \qquad , \qquad \omega(s)=\sigma(s)\rho(s) \qquad (۲۶-۲)$$

و سرانجام تابع موج $\varphi_n(s)$ نیز در این روش با توجه به رابطه زیر به صورت یک مشتق لگاریتمی مطرح است[۶۳]:

$$\frac{\phi'(s)}{\phi(s)} = \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \qquad (۲۷-۲)$$

در انتهای فصل بعدی با در نظر گرفتن تمامی الزامات مربوط به روش NU، معادله شرودینگر در حضور پتانسیلهای پیشنهادی برای برهم‌کنش خوشه-خوشه به کمک این روش حل خواهد شد.

(فصل سوم)

محاسبات انجام شده و نتایج عددی حاصل از آنها

۳-۱ مقدمه

یکی از راه‌های مطالعهٔ پدیده‌های طبیعی، شبیه‌سازی است. در این روش ابتدا باید با توجه به شرایط حاکم بر سیستم، روابط فیزیکی مناسب برای مسئله را به‌دست آورد و سپس با حل معادلات حاصل شده، صحت آنها را در مقایسه با نتایج تجربی مورد بررسی قرار داد.

با توجه به اینکه پیش از این اشاره شد که برای درک هر چه بیشتر و بهترِ دینامیکِ سیستمهای بس ذره‌ایِ هسته‌ای نیاز به یک معادله حالت مناسب برای ماده هسته‌ای در حالت متقارن و نامتقارن داریم، در ابتدای این فصل یک فرمولبندی جدید برای معادله حالت ماده هسته‌ای ارائه می‌کنیم تا به کمک آن بتوانیم به بررسی تحولات انرژی یک سیستم نوکلئونی بپردازیم. در ادامه نشان می‌دهیم که توافق خوبی بین مدل ما و مدلهای معروف و شناخته شدهٔ SHF و RMF برای سیستمهای نوکلئونی متقارن و نامتقارن وجود دارد.

سپس با توجه به اینکه نشان داده شد که عمق چاه پتانسیل به عنوان یک پارامتر مهم در رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌ها مطرح است، با فرض اینکه برهم‌کنشهای بین نوکلئونهای یک هسته به صورت پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بعدی باشد، محدودهٔ مناسبِ عمقِ چاه پتانسیل برای تشکیل خوشه‌های آلفا در هسته‌های آلفا- مزدوج با $A = 8,12,16,20$ را تعیین می‌کنیم و نشان می‌دهیم که نتایج به‌دست آمده از کارهای ما با نتایج تجربی و تئوری حاصل شده از کارهای دیگران به خوبی مطابقت دارند. به علاوه، با توجه به اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، بازهٔ زمانی رخداد پدیدهٔ خوشه شدن در هسته‌های مورد نظر در این کار پژوهشی را مورد بررسی قرار می‌دهیم و نشان می‌دهیم که پدیدهٔ خوشه شدن برای این هسته‌های سبک آلفا-مزدوج، در مدت زمانی از مرتبهٔ $10^{-23}s$ رخ می‌دهد.

در ادامه با در نظر گرفتن هسته به صورت یک ساختار شبه مولکولی، رابطهٔ بین انرژی خوشه شدن و تعداد پیوندهای آلفا-آلفا را در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج مورد بررسی قرار می‌دهیم و با تعیین ماهیت

کلی برهم‌کنش خوشه- خوشه، دو پتانسیل مناسب دیگر برای بررسی سیستمهای هسته‌ای در فاز خوشه‌ای پیشنهاد می‌دهیم. سرانجام، با حل معادله شرودینگر در حضور پتانسیلهایِ پیشنهاد شده، و تعیین ضرایب آنها، انرژی هر یک از هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne را در فاز خوشه‌ای به‌دست می‌آوریم و به مقایسه نتایج حاصله با یافته‌های تئوری و تجربی دیگران می‌پردازیم.

۳-۲ مدل محاسباتی پیشنهادی برای معادله حالت ماده هسته‌ای

با توجه به مباحث مطرح شده در بخش ۱-۴ و اینکه روابط (۱-۱۱) و (۱-۱۳) تنها در صورتی معتبر هستند که چگالی سیستم به حد کافی به چگالی یک سیستم تعادلی (ماده هسته‌ای نرمال) نزدیک باشد، بنابراین می‌توان در این معادلات، از جملاتِ دوم به بعدِ بسط‌ها (به دلیل ناچیز بودن آنها) صرفنظر کرد[۱۱و۱۳]. به علاوه، واضح است که برای چگالیِ $\rho \to 0$ ، یک نیاز اساسی مسئله $e(\rho) \to 0$ است. بر این اساس، ما معادلهٔ حالت یا متوسط انرژی به ازای هر نوکلئون را (برای یک سیستم متقارن از نوکلئونها) برحسب چگالی به صورتی پیشنهاد می‌دهیم که ضرورتها و شرطهای اساسی مسئله را برآورده کند:

$$e_0(\rho) = \sigma_0 \rho e^{-(\eta\rho+\omega)} + c\rho \qquad (۱-۳)$$

که در آن σ_0، ω و c ضرایب ثابتی هستند و کمیت $\eta = 1 fm^3$ در نظر گرفته می‌شود تا درستی بُعدِ مساله تضمین شود. η معکوس چگالی بوده و معمولاً از آن با عنوان حجم مخصوص[1] یاد می‌شود. به این ترتیب، با توجه به روابط (۳-۱) و (۱-۱۲)، $e_0(\rho)$ و مشتق مرتبه اول و دومِ معادلهٔ حالت در شرایط متقارن و در $\rho = \rho_0$ به صورت معادلات زیر مطرح خواهند بود:

$$\begin{cases} e_0(\rho_0) = \sigma_0 \rho_0 e^{-(\eta\rho_0+\omega)} + c\rho_0 \end{cases} \qquad (۲-۳)$$

[1] Specific Volume

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial e_0(\rho)}{\partial \rho}\right|_{\rho=\rho_0} = 0 \\ \left.\dfrac{\partial e_0(\rho)}{\partial \rho}\right|_{\rho=\rho_0} = \sigma_0 e^{-(\eta\rho_0+\omega)} - \sigma_0\rho_0\eta e^{-(\eta\rho_0+\omega)} + c \end{cases} \tag{۳-۳}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^2 e_0(\rho)}{\partial \rho^2}\right|_{\rho=\rho_0} = \dfrac{K_0}{9{\rho_0}^2} \\ \left.\dfrac{\partial^2 e_0(\rho)}{\partial \rho^2}\right|_{\rho=\rho_0} = -2\sigma_0\eta e^{-(\eta\rho_0+\omega)} + \sigma_0\rho_0\eta^2 e^{-(\eta\rho_0+\omega)} \end{cases} \tag{۴-۳}$$

به این ترتیب، با استفاده از این روابط می‌توانیم ضرایب مربوط به معادلهٔ پیشنهادیِ (۳-۱) را بر حسبِ $e_0(\rho_0)$، K_0 و ρ_0 به صورت زیر به‌دست آوریم:

$$\omega = -\left(\frac{K_0}{9e_0(\rho_0)} + 2\right) \tag{۵-۳}$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{\eta^2{\rho_0}^3}\left(\frac{K_0}{9} + 2e_0(\rho_0)\right) \tag{۶-۳}$$

$$c = \frac{1}{\eta{\rho_0}^2}\left(\frac{K_0}{9} + e_0(\rho_0)\right) \tag{۷-۳}$$

به طور مشابه با معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن، جملهٔ تقارنی در قسمت دوم معادلهٔ (۱-۱۰) را نیز به صورت زیر پیشنهاد می‌دهیم:

$$e_s(\rho) = \sigma_s\rho e^{-(\eta\rho+\lambda)} + d\rho \tag{۸-۳}$$

که در آن σ_s، λ و d ضرایب ثابتی هستند و مقادیر آنها را هم می‌توان با توجه به معادلاتِ (۳-۸)، (۱-۱۴) و (۱-۱۵) با استفاده از روابط زیر تعیین نمود:

$$\{e_s(\rho_0) = \sigma_s\rho_0 e^{-(\eta\rho_0+\lambda)} + d\rho_0 \tag{۹-۳}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial e_s(\rho)}{\partial \rho}\right|_{\rho=\rho_0} = \dfrac{L_s}{3\rho_0} \\ \left.\dfrac{\partial e_s(\rho)}{\partial \rho}\right|_{\rho=\rho_0} = \sigma_s e^{-(\eta\rho_0+\lambda)} - \sigma_s\rho_0\eta e^{-(\eta\rho_0+\lambda)} + d \end{cases} \tag{۱۰-۳}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^2 e_s(\rho)}{\partial \rho^2}\right|_{\rho=\rho_0} = \dfrac{K_s}{9{\rho_0}^2} \\ \left.\dfrac{\partial^2 e_s(\rho)}{\partial \rho^2}\right|_{\rho=\rho_0} = -2\sigma_s \eta e^{-(\eta\rho_0+\lambda)} + \sigma_s \rho_0 \eta^2 e^{-(\eta\rho_0+\lambda)} \end{cases} \qquad (۱۱-۳)$$

بنابراین، ضرایب معادلهٔ (۳-۸) به صورت زیر بر حسب $e_s(\rho_0)$، L_s، K_s و ρ_0 به‌دست می‌آیند:

$$\lambda = -\left(\frac{K_s}{9e_s(\rho_0) - 3L_s} + 2\right) \qquad (۱۲-۳)$$

$$\sigma_s = \frac{1}{\eta {\rho_0}^2}\left(e_s(\rho_0) - \frac{L_s}{3}\right) \qquad (۱۳-۳)$$

$$d = \frac{1}{\eta {\rho_0}^2}\left(e_s(\rho_0) + \frac{K_s e_s(\rho_0)}{9e_s(\rho_0) - 3L_s} + \frac{L_s}{3}\right) \qquad (۱۴-۳)$$

سرانجام، با قرار دادنِ معادلاتِ پیشنهادیِ (۳-۱) و (۳-۸) در رابطهٔ (۱-۱۰)، می‌توان انرژی متوسط در واحد تعداد نوکلئونها را در یک سیستم نامتناهی از پروتونها و نوترونها در دماهای پایین مورد بررسی قرار داد و نتایج را با مدلهای معروفِ اِسکیرم-هارتری-فوک[1] (SHF) و میدانِ میانگینِ نسبیتی[2] (RMF) برای حالتِ ماده هسته‌ای مورد مقایسه قرار داد.

۳-۲-۱ شبیه سازی عددی و نتایج حاصل از آن

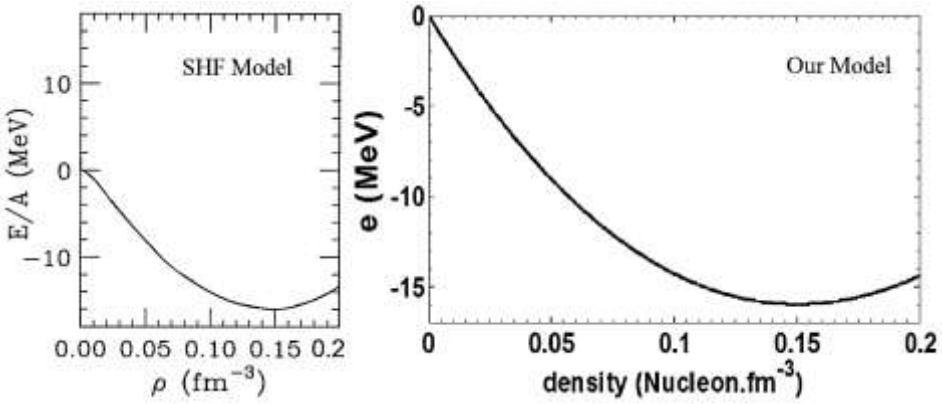
برای ارائه و مقایسهٔ نتایجِ محاسباتِ انجام شده در این کار پژوهشی، ضرایب ثابت برای ماده هسته‌ای متقارن به صورت $K_0 = 265.6MeV$، $e_0(\rho_0) = -15.95MeV$ و $\rho_0 = 0.15nucleon.fm^{-3}$ در نظر گرفته شده‌اند و بر اساس مدل معرفی شده در قسمتِ قبل، تحولات $\frac{E}{A}$ برحسب ρ برای ماده هسته‌ای متقارن و نامتقارن مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل‌های (۳-۱) تا (۳-۴)، محور عمودی مربوط به معادلهٔ حالت و محور افقی نشان‌دهندهٔ چگالی ماده هسته‌ای است.

---

[1] Skyrme-Hartree-Fock

[2] Relativistic Mean-Field

در شکل (۳-۱)، منحنی مربوط به معادلهٔ حالت یک سیستم نوکلئونیِ متقارن در دماهای نسبتاً پایین با برانگیختگیِ حرارتیِ[1] کوچک در مدل ما با نتایجِ مدلِ SHF (گرفته شده از مراجع [۱۱ و ۱۹]) مقایسه شده است.

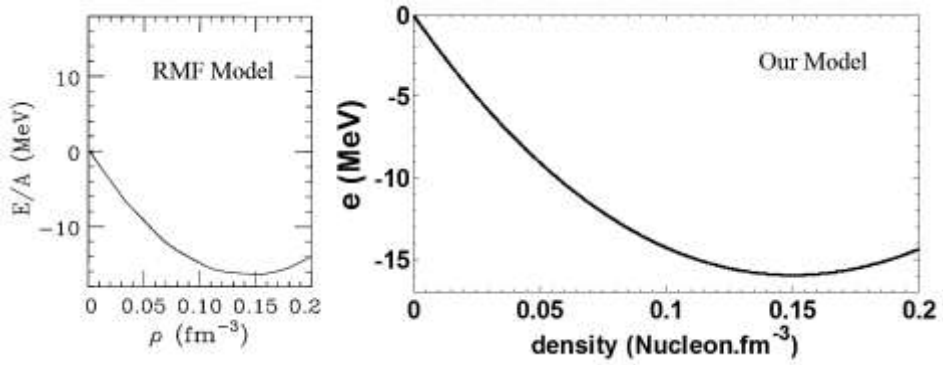


شکل(۳-۱):مقایسهٔ تغییرات انرژی بر حسب چگالی در ماده هسته‌ای متقارن بین مدل ما و مدل SHF.

در سمت راستِ شکلِ (۳-۱)، متوسط انرژی در ماده هسته‌ایِ متقارن به ازای ضرایب ثابتی که در ابتدای این بخش به آنها اشاره شد، نشان داده شده است و سمت چپ، مدل SHF برای ماده هسته‌ای متقارن را نشان می‌دهد [۱۱ و ۱۹]. براساس نتایجی که در این شکل به‌دست آمده است، مشاهده می‌شود که مدل ما سازگاری خوبی با مدل معروف و شناخته شدهٔ SHF برای ماده هسته‌ای متقارن دارد[۶۴].

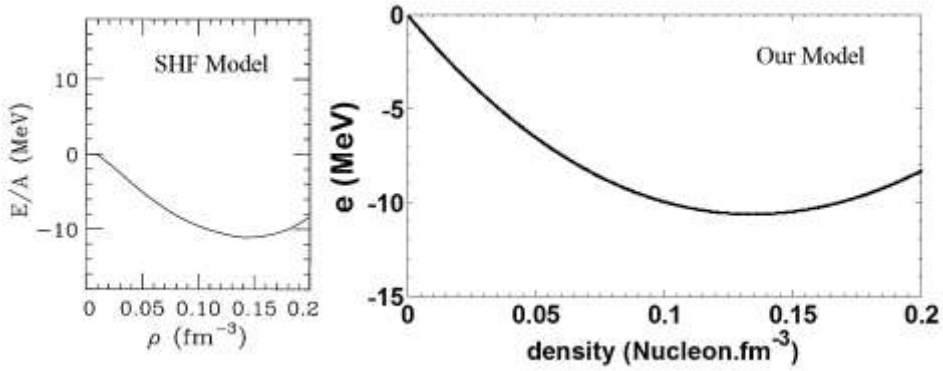
در شکل (۳-۲)، همین مقایسه در مورد معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن بین مدل ما و مدل معروفِ RMF (گرفته شده از مراجع [۱۱ و ۱۹]) انجام گرفته و همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، مدل ما در توافق خوبی با مدل برجستهٔ RMF برای ماده هسته‌ای متقارن است.

[1] Thermal Excitation



شکل(۳-۲):مقایسهٔ تغییرات انرژی بر حسب چگالی در ماده هسته‌ای متقارن بین مدل ما و مدل RMF.

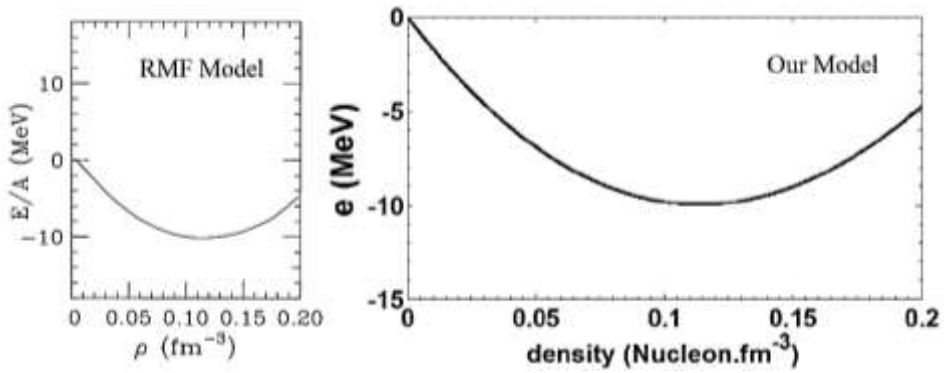
در شکلهای (۳-۳) و (۳-۴)، این مقایسه برای یک ماده هسته‌ای نامتناهی در دماهای پایین ارائه شده است که در آن $\delta = 0.43$ است. به عبارت دیگر، این منحنی مربوط به یک سیستم نامتقارن از پروتونها و نوترونها با $\rho_p = 0.4\rho_n$ می‌باشد.



شکل(۳-۳):مقایسهٔ تغییرات انرژی بر حسب چگالیِ ماده هسته‌ای نامتقارن بین مدل ما و مدل SHF.

در این شکل، از ضرایب ثابت مربوط به ماده هسته‌ای نامتقارن به صورت $K_s = -229.8MeV$، $L_s = 44.5MeV$ و $e_s(\rho_0) = 28.58MeV$ استفاده شده است. با توجه به این شکل، درمی‌یابیم که مدل ما مطابقت خوبی با مدل مشهور SHF (گرفته شده از مراجع [۱۱ و ۱۹]) برای ماده هسته‌ای نامتقارن دارد.

در نهایت، شکل (۳-۴) مقایسه‌ای از مدل پیشنهادی ما با مدل معروف RMF ارائه می‌کند که در آن $K_s = 46.5MeV$، $L_s = 97.1MeV$ و $e_s(\rho_0) = 29.6MeV$ در نظر گرفته شده‌اند.



شکل(۳-۴): مقایسهٔ تغییرات انرژی بر حسب چگالیِ ماده هسته‌ای نامتقارن بین مدل ما و مدل RMF.

همان‌طور که در این شکل قابل مشاهده است مدل ما تا حد خوبی در تطابق با مدل RMF برای ماده هسته‌ای نامتقارن (گرفته شده از مراجع [۱۱ و ۱۹]) می‌باشد.

لازم به ذکر است که مقادیر در نظر گرفته شده برای L_s و K_s تاثیر قابل توجهی بر نتایج مربوط به مدل پیشنهادی ما نداشته است.

به این ترتیب ما توانسته‌ایم یک فرمولبندی جدید برای معادله حالت ماده هسته‌ای ارائه کنیم. به عبارت دیگر، ما در این کار پژوهشی یک معادله حالت مناسب برای ماده هسته‌ای در حالت متقارن و نامتقارن پیدا و معرفی کرده‌ایم تا به کمک آن بتوان دینامیک سیستمهای بس ذره‌ایِ هسته‌ای را بهتر درک کرد. لازم به ذکر است که توافق خوبی که بین مدل ما و مدلهای SHF و RMF برای سیستمهای نوکلئونی متقارن و نامتقارن وجود دارد[۶۴]، نشان می‌دهد که این فرمولبندی برای انواع مختلف ماده هسته‌ای در ابعاد بزرگ، مثلاً ستاره‌های نوترونی، نیز قابل استفاده خواهد بود.

۳-۳ تعیین محدودهٔ مناسبِ عمقِ چاه پتانسیل برای رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج

همان‌طور که در بخش ۱-۳-۱ اشاره شد، عمق چاه پتانسیل به عنوان یک پارامتر تعیین کننده و مهم در جایگزیدگی توابع موج نوکلئونها (و در نتیجه رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌ها) مطرح

است[۱و۷]. لذا بر آن شدیم تا با در نظر گرفتنِ یکی از پتانسیلهایِ هسته‌ایِ معروف و پرکاربرد در زمینهٔ خوشه شدن [۶۵ و۶۶]، رفتار کلیِ پارامترِ جایگزیدگی را نسبت به تغییرات عمق چاه پتانسیل بررسی کنیم و به کمک آن، محدوده‌ای از عمقِ چاهِ پتانسیل را تعیین کنیم که برای رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های مورد بحث در این کار پژوهشی مناسب خواهد بود.

اگر فرض کنیم که پتانسیلِ مورد نظر در یک هسته، به صورت نوسانگر هماهنگ سه بعدی باشد:

$$V_0 = \frac{1}{2} m\omega_0{}^2 R^2 \qquad (۱۵-۳)$$

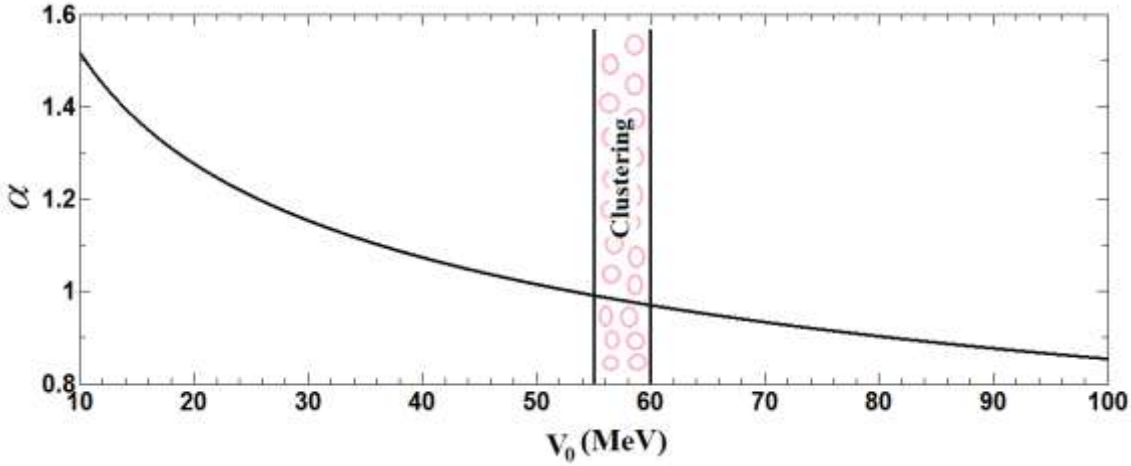
که در آن m جرم نوکلئون، ω_0 فرکانس نوسان، $R = r_0 A^{1/3}$ شعاع ذرات (براساس فرمولبندیِ مدل قطره مایع $r_0 = 1.25\,fm$) است.

قبلاً نشان داده‌ایم که در این حالت پارامتر جایگزیدگی برای سیستمی شامل A نوکلئون به صورت زیر خواهد بود[۱]:

$$\alpha \cong \frac{\sqrt{\hbar} A^{1/6}}{\left(2mV_0 r_0^2\right)^{1/4}} \qquad (۱۶-۳)$$

که در آن V_0 عمق چاه پتانسیل در مرکز چاه، $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ و h ثابت پلانک است.

در شکل (۳-۵) منحنی مربوط به تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب V_0 برای هستهٔ ${}_4Be_4$ با $A = 8$ نمایش داده شده است. در تمامی شکلهای (۳-۵)، (۳-۶)، (۳-۷) و (۳-۸) محور عمودی بیانگر مقادیر پارامتر بدون بُعدِ α است و محور افقی مقادیر V_0 را بر حسب MeV نشان می‌دهد. این نمودارها با فرض $\hbar c = 197.3 MeV.fm$ و $mc^2 \cong 939 MeV$ رسم شده‌اند[۶۷].

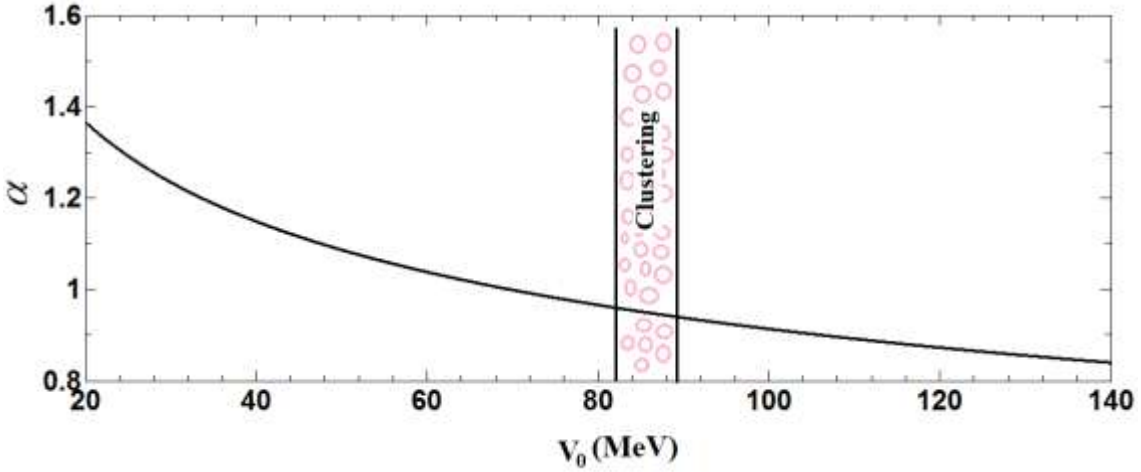


شکل(۳-۵): منحنی تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب عمق چاه پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بُعدی برای هسته ^{8}Be.

با توجه به بررسیهای به عمل آمده در این شکل درمی‌یابیم که محدوده عمقِ چاه پتانسیلِ مناسب برای رخداد پدیده خوشه شدن در هسته ^{8}Be بین $55MeV$ و $60MeV$ است. در حقیقت، وقتی هشت نوکلئونِ این هسته در پتانسیلهایی با مقادیرِ کمتر از $55MeV$ قرار داشته باشند، دارای فازی به صورت سیال کوانتومی هستند. در ادامه، رفته رفته با افزایشِ عمقِ چاه (یا به عبارت دیگر، بزرگیِ پتانسیلی که می‌خواهد آنها را محصور و مقید سازد) جایگزیدگی ذرات بیشتر و بیشتر می‌شود و سیستم نوکلئونیِ مورد نظر وارد مرحلهٔ همبستگی و سپس گذار از حالت سیال فرمیونی به حالت خوشه‌های بوزونی (متشکل از دو پروتون و دو نوترون) می‌شود. سرانجام، با افزایش بزرگیِ برهم‌کنش بین نوکلئونها، نه تنها سیستم مورد نظر، وارد فاز کریستالی نخواهد شد، بلکه این هسته فقط با دریافت انرژی بسیار ناچیزِ $0.09MeV$ به سرعت واپاشی می‌کند [۶۸] و به دو ذرهٔ آلفا تبدیل می‌شود. در اینجا لازم به ذکر است که عمر هستهٔ ^{8}Be در حالت پایه‌اش، تنها $10^{-16}s$ است [۳] و انرژیهای بالاتر از انرژی حالت پایهٔ این هسته، برای مقید نگه داشتن اجزای آن مقادیر بسیار بزرگی به حساب می‌آیند. به علاوه از این نکته نیز نباید غافل شد که همان‌طور که قبلاً هم اشاره شده است، هسته‌ها به دلیل متناهی بودنشان (با توجه به شکل (۱-۳)) هیچگاه نمی‌توانند به صورت کریستالی در بیایند. به عبارت دیگر، برای هسته‌ها مقادیر $\alpha \leq 0.8$ هرگز وجود نخواهد داشت[۷].

به این ترتیب، با توجه به اینکه از یک طرف در بررسیهای تجربی به تکرار تاکید شده است که در میانِ هسته‌های سبک، ^{8}Be تنها هسته‌ای است که پدیده خوشه شدن برای آن در حالت پایه‌اش (یعنی انرژیی در حدود $56.500MeV$) رخ می‌دهد [۳و ۲۹] ، و از طرف دیگر در مطالعات تئوری، پیش‌بینی شده است که سیستم نوکلئونی مربوط به این هسته با انرژی حدوداً $55MeV$ به صورت ساختار دو خوشهٔ آلفا وجود خواهد داشت [۶۹]؛ به این نتیجه می‌رسیم که محدودهٔ انرژیی که ما برای ایجاد خوشه شدن در این هسته پیدا کرده‌ایم، در توافق خوبی با یافته‌های تئوری و تجربی دیگران است.

شکل (۳-۶) مربوط به تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب V_0 برای هستهٔ $_6C_6$ با $A=12$ است.



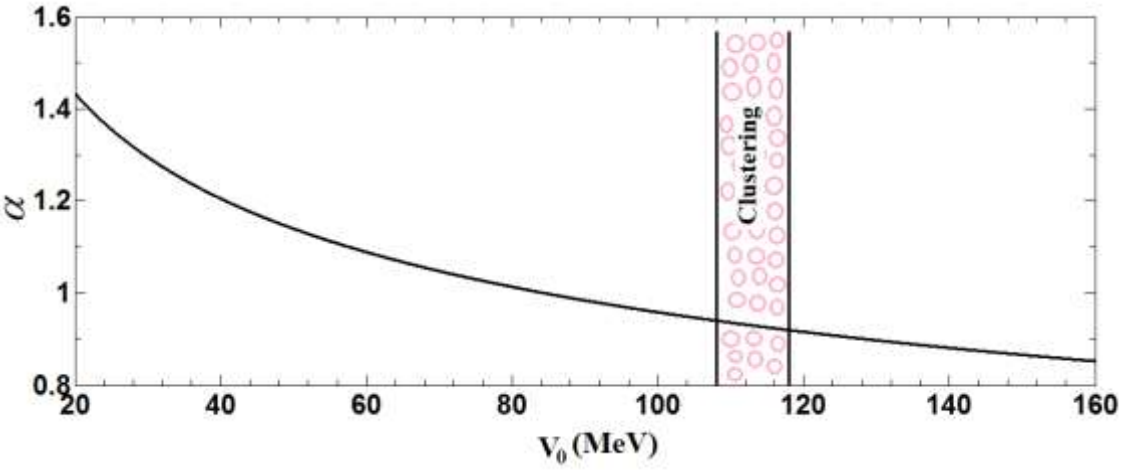
شکل(۳-۶): منحنی تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب عمق چاه پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بُعدی برای هسته ^{12}C.

همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، براساس محاسبات ما، هسته ^{12}C در محدودهٔ انرژی بین $82MeV$ و $89MeV$ به صورت سه خوشه از ذرات آلفا خواهد بود. به عبارت دیگر، یک سیستم نوکلئونی متشکل از دوازده ذره (شش پروتون و شش نوترون) که در ابتدا به صورت یک سیال فرمیونی هستند با در اختیار داشتنِ انرژیِ $82MeV$ وارد فازِ بینابینی به صورت خوشه‌های آلفا می‌شوند و کم‌کم با افزایش انرژی، جایگزیدگی آنها نیز بیشتر و بیشتر می‌شود تا اینکه در انرژیِ حدوداً $89MeV$ دیگر نمی‌توانند به صورت ذرات آلفایی که مقید به یکدیگر هستند وجود داشته باشند. به طوریکه اگر

بخواهیم با افزایش بزرگی برهم‌کنش بین نوکلئونها (به مقادیرِ بیشتر از $89MeV$) سیستم را وارد فاز کریستالی کنیم، درمی‌یابیم که این حالت هرگز امکان‌پذیر نخواهد بود. چرا که چنین انرژیی برای مقید نگه داشتن اجزایِ یک هستهٔ ^{12}C در فاز خوشه‌ای بسیار بزرگ است و همان‌طور که در فصل اول نیز اشاره شده است، هسته‌ها هیچگاه نمی‌توانند در فاز کریستالی قرار داشته باشند. به عبارت دیگر، برای هسته‌ها مقادیر $\alpha \leq 0.8$ هرگز پیش نخواهد آمد[۷].

بنابراین، با توجه به اینکه از یک طرف در بررسیهای تجربی نشان داده شده است که پدیده خوشه شدن برای هسته ^{12}C به صورت ساختار سه خوشه آلفا با برانگیخته کردن آن به اندازهٔ $7.273MeV$ نسبت به حالت پایه‌اش رخ خواهد داد [۳ و ۸]، و از طرف دیگر در مطالعات تئوری، پیش‌بینی شده است که سیستم نوکلئونی مربوط به این هسته با انرژی حدوداً $82.5MeV$ به صورت ساختار سه خوشهٔ آلفا وجود خواهد داشت [۶۹]، نتیجه می‌گیریم که محدودهٔ انرژیی که ما برای ایجاد خوشه شدن در این هسته تعیین کرده‌ایم، به خوبی با نتایج تئوری و تجربی دیگران سازگار است.

در شکل (۳-۷) میزان تغییرات α برحسب عمق چاه پتانسیل در هستهٔ $_8O_8$ با $A=16$ نشان داده شده است.

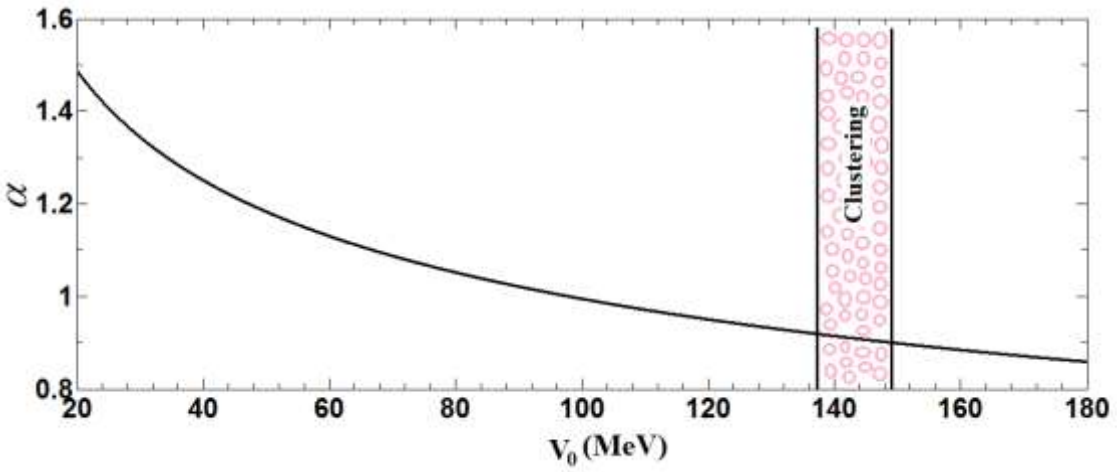


شکل (۳-۷): منحنی تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب عمق چاه پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بُعدی برای هسته ^{16}O.

شکل (۳-۷) بیانگر این نکته است که در محاسبات ما، هسته ^{16}O در محدودهٔ انرژی بین $108MeV$ تا $118MeV$ آرایشی به صورت چهار خوشه از ذرات آلفا خواهد داشت. بدین معنی که یک سیستم نوکلئونیِ متشکل از شانزده ذره (هشت پروتون و هشت نوترون)، که در آغاز به صورت یک سیال فرمیونی است، با در اختیار داشتنِ انرژیِ $108MeV$ وارد فازِ بینابینی به صورت خوشه‌های آلفا می‌شود. پس از آن رفته رفته با افزایش انرژی، جایگزیدگی در سیستم نیز بیشتر و بیشتر می‌شود. در ادامه، وقتی انرژیِ سیستم به مقدارِ حدوداً $118MeV$ برسد، ذرات سیستم دیگر نه تنها وارد فاز کریستالی نمی‌شوند، بلکه حتی نمی‌توانند به صورت ذرات آلفایی که مقید به یکدیگر هستند در کنار هم به شکل یک مجموعه وجود داشته باشند. به عبارت دیگر، با توجه به اشاراتی که در فصل اول شده است، پارامتر جایگزیدگی برای هسته‌ها هرگز کمتر از مقدار 0.8 نخواهد بود و نوکلئونها در حالت مقید به یکدیگر در درون یک هسته هیچگاه نمی‌توانند در فاز کریستالی قرار بگیرند[۷].

بدین ترتیب، با در نظر گرفتنِ اینکه از یک سو، فیزیکدانان هسته‌ای در آزمایشات تجربی نشان داده‌اند که پدیده خوشه شدن برای هسته ^{16}O به صورت ساختار چهار خوشهٔ آلفا با افزایش انرژی آن به اندازهٔ $14.44MeV$ نسبت به حالت پایه‌اش رخ خواهد داد [۳ و ۸]، و از سوی دیگر در محاسبات تئوری، دریافته‌اند که سیستم نوکلئونی مربوط به این هسته با انرژی حدوداً $110MeV$ ساختاری به صورت چهار خوشهٔ آلفا خواهد داشت [۶۹]، به این نتیجه می‌رسیم که توافق خوبی بینِ نتایج تئوری و تجربیِ دیگران و محدودهٔ انرژیی که ما برای فاز خوشه‌ای در این هسته مشخص کرده‌ایم، وجود دارد.

شکل (۳-۸) میزان تغییرات پارامتر جایگزیدگی برحسب V_0 در هستهٔ $_{10}Ne_{10}$ با $A=20$ را به نمایش می‌گذارد.



شکل (۳-۸): منحنی تغییرات پارامتر جایگزیدگی بر حسب عمق چاه پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بُعدی برای هسته ^{20}Ne.

با توجه به شکل (۳-۸) می‌توان فهمید که برای اینکه هستهٔ ^{20}Ne به صورت پنج خوشه از ذرات آلفا ظاهر شود باید انرژیی بین $137MeV$ و $149MeV$ داشته باشد. به عبارت دیگر، وقتی که انرژی یک سیستم نوکلئونی متشکل از بیست ذره (ده پروتون و ده نوترون) به مقدار $137MeV$ برسد، سیستمی که تا پیش از این در فاز سیال کوانتومی قرار داشت، وارد فاز خوشه شدن می‌شود و ذرات آن شروع به به‌هم‌پیوستن می‌کنند. به طوریکه رفته رفته با افزایش انرژی، جایگزیدگی خوشه‌ها نیز بیشتر و بیشتر می‌شود. در ادامه، پس از رسیدن به انرژیِ حدوداً $149MeV$ دیگر سیستم به صورت مجموعه‌ای از ذرات آلفا نخواهد بود. به عبارت دیگر، همان‌طور که در فصل اول نیز ذکر شده است، سیستمِ مورد نظر اصلاً هیچوقت وارد فاز کریستالی با مقادیر $\alpha \leq 0.8$ نخواهد شد[۷]. چرا که چنین انرژیهایی برای مقید نگه داشتنِ اجزای یک هستهٔ ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای بسیار بزرگ هستند.

در رابطه با رخداد پدیده خوشه شدن در هسته ^{20}Ne، از یک طرف، مشاهدات تجربی گواه بر این هستند که پدیده خوشه شدن به صورت ساختار پنج خوشهٔ آلفا برای این هسته با بیشتر کردن انرژی آن به اندازهٔ $19.96MeV$ نسبت به حالت پایه‌اش ایجاد خواهد شد [۳ و ۸]، و از طرف دیگر در بررسیهای تئوری، نشان داده شده است که سیستم نوکلئونیِ مربوط به هسته ^{20}Ne با انرژی حدوداً $137.5MeV$ به صورت ساختار پنج خوشهٔ آلفا وجود خواهد داشت [۶۹]؛ به این ترتیب از مقایسهٔ یافته‌های تئوری و

تجربیِ دیگران با نتایجی که ما برای محدودهٔ انرژیِ خوشه شدن در این هسته به دست آورده‌ایم، درمی‌یابیم که مطابقت خوبی بین کارهای ما و سایرین وجود دارد.

از مشاهده و بررسی شکلهای (۳-۵)، (۳-۶)، (۳-۷) و (۳-۸) به این نتیجه می‌رسیم که در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج با A=4k (k= 2,3,..., 5) ، هر چه به سمت هسته‌های سنگینتر می‌رویم، محدودهٔ خوشه شدن به سمت انرژیهای بیشتر و در نتیجه αهای کوچکتر جا به جا می‌شود که این یافته نیز به خوبی با شکل (۱-۳) سازگار است و به ما می‌گوید که با سنگینتر شدن هسته‌ها، انرژی لازم برای جایگزیده کردن ذرات و بردن آنها به فاز خوشه‌ای بیشتر و بیشتر می‌شود.

سرانجام نتایج به دست آمده از این بررسیها را در جدول (۳-۱) گردآوری نموده و با کارهای تئوری و تجربی سایرین مورد مقایسه قرار داده‌ایم[۳، ۸ و ۶۹].

جدول(۳-۱): محدوده عمقِ چاه پتانسیلِ مناسب برای رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های A=4k (k= 2,3,..., 5) وN=Z و مقایسه نتایج با داده‌های تئوری و تجربی دیگران[۳و ۲۰ و ۶۹].

هسته	انرژی حالت پایه هسته	محدوده عمقِ چاهِ پتانسیلِ مناسب برای خوشه شدن در بررسیهای ما	کارهای تجربی دیگران	کارهای تئوری دیگران
^{8}Be $(as\ a\ 2\alpha\ structure)$	$56.500MeV$	$55MeV \le V_0 \le 60MeV$	$56.5MeV$	$55MeV$
^{12}C $(as\ a\ 3\alpha\ structure)$	$92.163MeV$	$82MeV \le V_0 \le 89MeV$	$84.89MeV$	$82.5MeV$
^{16}O $(as\ a\ 4\alpha\ structure)$	$127.621MeV$	$108MeV \le V_0 \le 118MeV$	$113.181MeV$	$110MeV$
^{20}Ne $(as\ a\ 5\alpha\ structure)$	$160.647MeV$	$137MeV \le V_0 \le 149MeV$	$140.687MeV$	$137.5MeV$

$***Error\ bar\ of\ our\ work\ :\ \pm 1$ **** باید توجه شود که تمامی این انرژیها منفی هستند.

با توجه به جدول (۳-۱) و شکلهای (۳-۵)، (۳-۶)، (۳-۷) و (۳-۸) درمی‌یابیم که در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج با A=4k (k= 2,3,..., 5) ، هر چه از Aهای کوچک به سمت هسته‌هایی با عدد جرمی بزرگتر می‌رویم، محدودهٔ انرژیی که در آن پدیده خوشه شدن برای هسته‌ها ابتدا آغاز می‌شود و سپس پایان می‌یابد، وسیعتر می‌شود. به عبارت دیگر، در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج با افزایش عدد جرمی، وسعت محدودهٔ انرژی برای رخداد پدیده خوشه شدن نیز بیشتر می‌شود.

۳-۴ بررسی بازهٔ زمانیِ رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج

در هر شاخه‌ای از علوم، قواعد و قوانین خاصی وجود دارند که برای متخصصین آن علم به‌طور کامل آشنا هستند و صحت و درستی آنها پذیرفته شده است. این‌گونه قواعد را اصل می‌نامند. بیشترین کاربرد اصول در اثبات روابط و بررسی خصوصیات دیگری از سیستم است که عموماً کمک قابل توجهی به شناخت هر چه بیشتر و بهتر آن سیستم می‌کند. اصل عدم قطعیت که در سال ۱۹۲۶ توسط هایزنبرگ فرمولبندی شد، یک نمونه از هزاران اصلی است که در علم فیزیک وجود دارد. براساس این اصل، جفتهای مشخصی از خواص فیزیکی، از جمله انرژی و زمان، وجود دارند که وقتی نمی‌توان به‌طور همزمان در مورد آنها با قطعیت کامل اظهار نظر کرد، اندازه‌گیریهایی که برایشان انجام می‌گیرد به صورت بازه مطرح می‌شوند.

از دیدگاه کوانتوم مکانیک، براساس اصل عدم قطعیت هایزنبرگ[1]، کمترین مقدارِ حاصلضربِ محدودهٔ انرژی در بازه زمانیِ یک رویداد فیزیکی با رابطهٔ زیر مشخص می‌شود:

$$\Delta E \Delta t \approx \frac{\hbar}{2} \qquad (۳-۱۷)$$

[1] Heisenberg uncertainty principle

که در آن $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ و $h = 4.1\times10^{-15} eV.s$ ثابت پلانک می‌باشد. به این ترتیب، با توجه به اینکه رابطهٔ بین طولِ عمر یک حالتِ سیستم و گسترهٔ انرژی مربوط به آن، توسط این قانون مشخص می‌شود[۷۰-۷۳] و وارد شدن به فاز خوشه‌ای و خروج از این فاز برای هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوجِ مورد نظر در این کار پژوهشی، با توجه به نتایج جدول (۳-۱) در یک بازهٔ انرژی معین اتفاق می‌افتد، می‌توان بازهٔ زمانی این گذار فاز (یعنی رخداد پدیدهٔ خوشه شدن) در هسته‌های آلفا-مزدوج با N=Z و A=4k (k= 2,3,..., 5) را به کمک جدول (۳-۲) مورد بررسی قرار داد.

جدول(۳-۲): بررسی بازه زمانیِ رخداد پدیده خوشه شدن در هسته‌های آلفا-مزدوج با N=Z و A=4k (k= 2,3,..., 5)

هسته	انرژی حالت پایه هسته	محدوده عمقِ چاهِ پتانسیلِ مناسب برای خوشه شدن در بررسیهای ما	محدوده انرژی مربوط به رخداد پدیده خوشه شدن	بازه زمانی مربوط به رخداد پدیده خوشه شدن
^{8}Be $(as\ a\ 2\alpha\ structure)$	$56.500 MeV$	$55 MeV \le V_0 \le 60 MeV$	$5 MeV$	$6.5\times10^{-23} s$
^{12}C $(as\ a\ 3\alpha\ structure)$	$92.163 MeV$	$82 MeV \le V_0 \le 89 MeV$	$7 MeV$	$4.7\times10^{-23} s$
^{16}O $(as\ a\ 4\alpha\ structure)$	$127.621 MeV$	$108 MeV \le V_0 \le 118 MeV$	$10 MeV$	$3.3\times10^{-23} s$
^{20}Ne $(as\ a\ 5\alpha\ structure)$	$160.647 MeV$	$137 MeV \le V_0 \le 149 MeV$	$12 MeV$	$2.7\times10^{-23} s$

$***Error\ bar\ of\ our\ work\ :\ \pm0.1$ **** باید توجه شود که تمامی این انرژیها منفی هستند.

بنابراین با توجه به جدول (۳-۲) می‌توان فهمید که پدیدهٔ خوشه شدن برای همهٔ هسته‌های سبک آلفا-مزدوجِ مورد بررسی در این کار پژوهشی، در مدت زمانی بسیار کوتاه و از مرتبه $10^{-23}s$ رخ می‌دهد. به علاوه، درمی‌یابیم که در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج با $A=4k$ ($k= 2,3,..., 5$) ، هر چه از هسته‌هایی با عدد جرمی کوچکتر به سمت هسته‌هایی با Aهای بزرگتر می‌رویم، بازهٔ زمانی‌ایی که در آن پدیده خوشه شدن برای هسته‌ها ابتدا آغاز می‌شود و سپس پایان می‌یابد، کوتاهتر می‌شود. به عبارت دیگر، در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج با افزایش عدد جرمی، بازه زمانی مربوط به رخداد پدیده خوشه شدن کاهش می‌یابد.

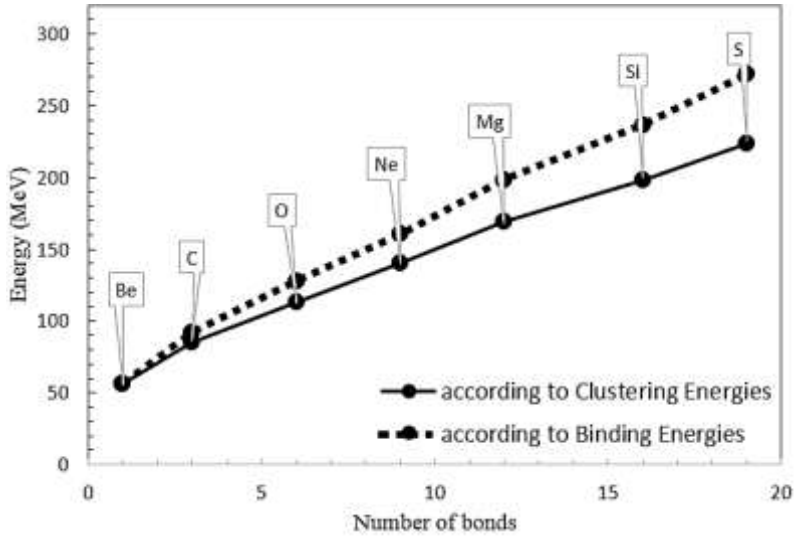
۳-۵ بررسی رابطه بین انرژی خوشه شدن و تعداد پیوندهای آلفا-آلفا با رویکرد شبه مولکولی

همان‌طور که در فصل اول اشاره شده است، در اوایل دورانی که مبحث خوشه شدن در هسته‌ها مطرح شد، فیزیکدانها بر این عقیده شدند که می‌توان هسته‌ها را در وضعیتی که به شکل خوشه‌هایی از ذرات آلفا در آمده‌اند به صورت یک ساختار شبه مولکولی در نظر گرفت. در این ساختار، تعداد پیوندهای ممکن بین ذرات آلفا برای هر هسته با توجه به شکل‌های (۱-۹) و (۱-۱۰) مشخص شده است.

به علاوه، بر اساس این مدل، پیش‌بینی شده است که بین انرژی پیوندی هسته‌ها در حالت پایه و تعداد پیوندهای آلفا-آلفا در آنها رابطه‌ای خطی وجود دارد[۸ و ۳۰]. حال اینکه می‌دانیم که پدیدهٔ خوشه شدن (بجز ^{8}Be) در حالت پایهٔ هسته‌ها رخ نخواهد داد، بلکه این اتفاق عموماً برای هر هسته در حالتی به وقوع می‌پیوندد که بین ترازهای برانگیختهٔ آن قرار دارد.

بنابراین می‌خواهیم با در نظر گرفتن هسته به صورت یک ساختار شبه مولکولی، رابطهٔ بین انرژی خوشه شدن و تعداد پیوندهای آلفا-آلفا را در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج مورد بررسی قرار دهیم. در شکل

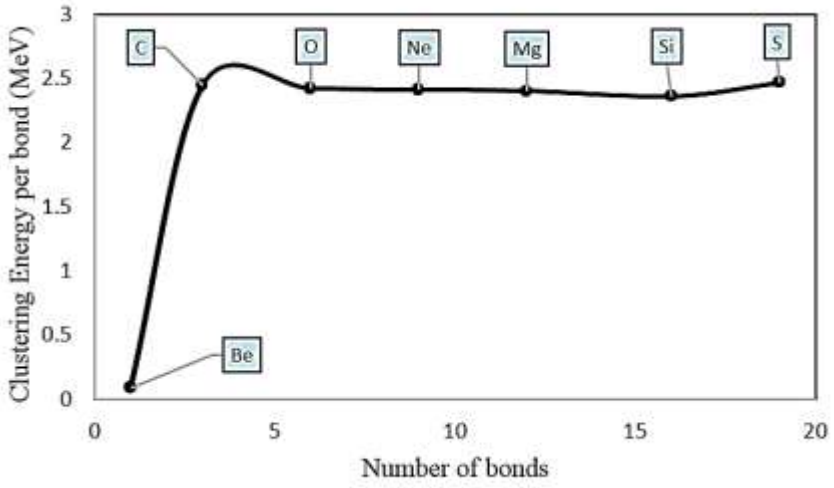
(۳-۹) منحنی مربوط به تغییرات انرژی خوشه شدن و انرژی حالت پایه بر حسب تعداد پیوندهای بین خوشه‌های آلفا رسم شده است.



شکل (۳-۹): بررسی تغییرات انرژی خوشه شدن نسبت به تغییر تعداد پیوندهای بین ذرات آلفا در هسته‌های A=4k (k=2, ..., 7) و N=Z.

در این شکل محور عمودی بیانگر انرژی (بر حسب MeV) برای هر هسته است و محور افقی تعداد پیوندهای آلفای ممکن در هر هسته را نشان می‌دهد. منحنی خط‌چین براساس مقادیر انرژی پیوندی [۳۱] و منحنی سیاه رنگ با توجه به انرژی خوشه شدن در این هسته‌ها رسم شده است.

با توجه به شکل (۳-۹) درمی‌یابیم که انرژی خوشه شدن در بین حالتهای برانگیخته نیز همانند انرژی پیوندی در حالت پایهٔ هسته‌های سبکِ آلفا مزدوج، یک تابع تقریباً خطی از تعداد پیوندهای آلفاست، با این تفاوت که تغییرات انرژی خوشه شدن بر حسب تعداد پیوندهایِ $\alpha-\alpha$ نسبت به تغییرات انرژی پیوندی ملایم‌تر است. به عبارت دیگر، هر چه تعداد پیوندهای آلفا در هسته‌های مورد نظر بیشتر می‌شود، میزان افزایش انرژی خوشه شدن، در مقایسه با انرژی پیوندیِ سیستم در حالت پایه‌اش، کمتر می‌شود. علاوه بر این، در شکل (۳-۱۰) منحنیِ مربوط به انرژیِ خوشه شدن در واحد تعداد پیوندها در هسته‌های سبک آلفا- مزدوج رسم شده است. محور عمودی در این شکل معرف مقدار انرژی مورد نیاز برای خوشه شدن در واحد تعداد پیوندها (بر حسب MeV) است و محور افقی تعداد پیوندها را نشان می‌دهد.



شکل(۳-۱۰): منحنی انرژی خوشه شدن به ازای تعداد پیوندهای آلفا در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج با A=4k (k=2, ..., 7) و N=Z.

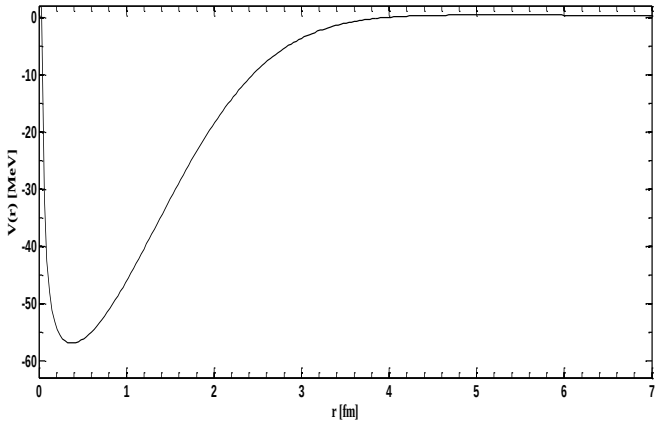
سرانجام، با توجه به شکل (۳-۱۰) به این نتیجه می‌رسیم که بر اساس مدل ساختار شبه مولکولی، انرژی خوشه شدن در واحد تعداد پیوندهای بینِ ذرات آلفایی که در این هسته‌ها تشکیل می‌شوند، دارای مقدار تقریباً ثابتی است. پس همان‌طور که قبلاً هم در فصل اول اشاره شده است، برهم‌کنشِ مربوط به پدیده خوشه شدن که بین ذراتِ آلفا در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج وجود دارد نیز همانند برهم‌کنشِ هسته‌ایِ بین نوکلئونها دارای ماهیت اشباع‌پذیری است. به عبارت دیگر، هر ذرهٔ آلفا در یک هستهٔ خوشه شده، تنها با تعداد مشخصی از همسایگانش برهم‌کنش خواهد داشت. از مقایسهٔ نتایج این نمودار با داده‌های تجربی و تئوریِ قبلی، درمی‌یابیم که نتایجی که در این بخش به دست آمده است، به خوبی با استدلالها و یافته‌های هافستد و همکارش در مورد انرژی خوشه شدن مطابقت دارد[۳۰ و ۳۱].

۳-۶ بررسی تابعیت کلی پتانسیل برهم‌کنش بین خوشه‌ها

با توجه به نمونه‌هایی از پتانسیلهای جایگزیده که در بخش ۲-۴ برای بررسی هسته‌های آلفا- مزدوج در مدلهای خوشه‌ای غیرمیکروسکوپی مطرح شدند، در این بخش بر آن شدیم تا به بررسی تابعیت پرکاربردترین پتانسیلهای مربوط به مدلهای خوشه‌ای بپردازیم و از این طریق سعی کنیم پتانسیلهای

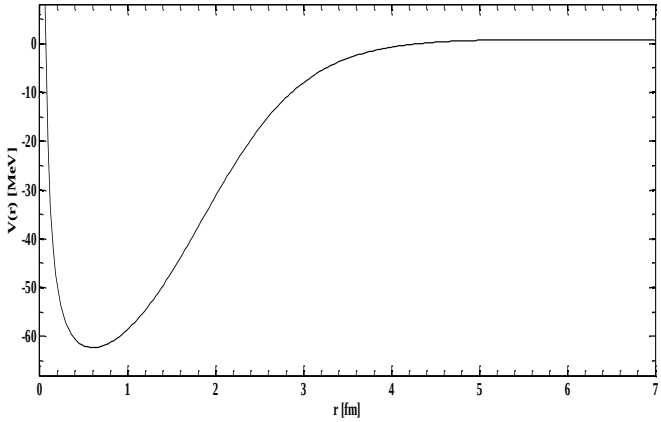
مناسب دیگری را برای برهم‌کنش بین خوشه‌های آلفا پیشنهاد دهیم. سپس در بخش بعدی، با استفاده از این پتانسیلهای پیشنهادی، حدوداً مقدار انرژی لازم برای خوشه شدن در هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne را از دیدگاه غیرمیکروسکوپی تعیین کنیم.

در شکل (۳-۱۱) اولین پتانسیل جایگزیده‌ای را که برای برهم‌کنش بین ذرات آلفا در بخش ۲-۴ معرفی شده است، با استفاده از ضرایب مناسب به صورت تابعی از فاصله رسم نموده‌ایم. این منحنی، پتانسیل مربوط به برهم‌کنش خوشه‌ای را نشان می‌دهد که شامل جملهٔ جاذبه‌ای به صورت گاوسی و جمله دافعه‌ای از جنس کولنی است.



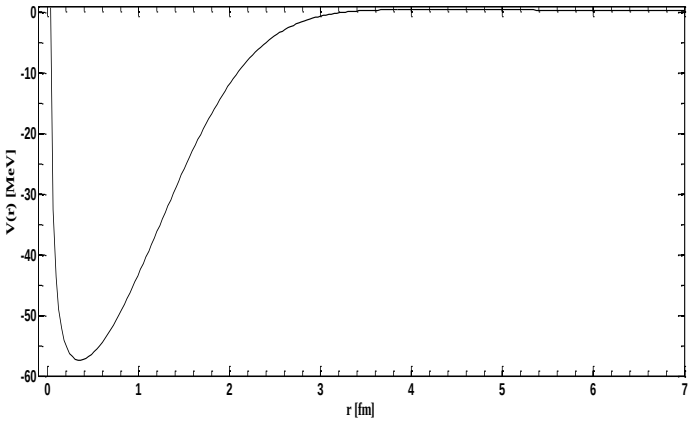
شکل (۳-۱۱): تابعیت پتانسیلِ $Gaussian + Coulomb$.

شکل (۳-۱۲) تابعیت مربوط به دومین پتانسیل جایگزیده‌ای را نشان می‌دهد که برای برهم‌کنش بین ذرات آلفا در بخش ۲-۴ معرفی شد. در این شکل، که بخش جاذبهٔ پتانسیل از جنسِ پتانسیل $W-S$ است و بخش دافعه به صورت یک جملهٔ کولنی مطرح است، پتانسیل معرفی شده برای برهم‌کنش خوشه- خوشه، با استفاده از ضرایب مناسب، به صورت تابعی از فاصله رسم شده است.



شکل (۳-۱۲): تابعیت پتانسیلِ $Woods - Saxon + Coulomb$.

به علاوه، در شکل (۳-۱۳) نیز سومین پتانسیل معرفی شده در بخش ۲-۴ برای برهم‌کنش خوشه-خوشه، با در نظر گرفتن ضرایب مناسبی از پتانسیل رسم شده است. این منحنی، حاصل جمع مجموعه‌ای از جملات جاذبه و دافعه است که در آن یک جملهٔ جاذبه به شکل گاوسی و دو جملهٔ دافعه به صورت گاوسی و کولنی در نظر گرفته شده‌اند.

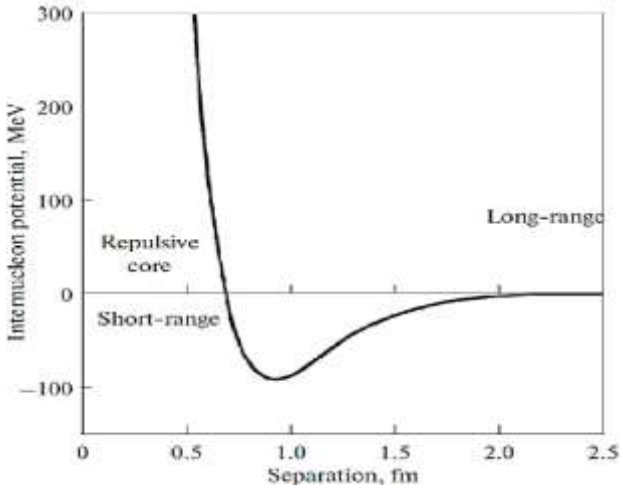


شکل (۳-۱۳): تابعیت پتانسیلِ $Gaussian + Gaussian + Coulomb$.

همان‌طور که در شکلهای (۳-۱۱) تا (۳-۱۳) می‌بینیم پتانسیل مربوط به برهم‌کنش خوشه- خوشه در فواصل خیلی کم دارای یک مغز دافعه بوده و در فواصل میانی به صورت جاذبه است.

بنابراین، وقتی شکلهای مربوط به پتانسیل برهم‌کنش خوشه- خوشه در هسته‌های آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای را با شکل (۳-۱۴) که فرم کلی پتانسیل برهم‌کنش نوکلئون- نوکلئون در هسته‌ها را نشان

می‌دهد[۷۴]، مقایسه کنیم، نکتهٔ جالب توجه این خواهد بود که تابعیت پتانسیل برهم‌کنش بین خوشه‌ها بسیار شبیه به تابعیت پتانسیلهای هسته‌ای است با این تفاوت که ضرایب پتانسیل برای هر سیستم فرق خواهد داشت.



شکل (۳-۱۴): تابعیت کلی پتانسیل نوکلئون- نوکلئون [۷۰].

به این ترتیب، می‌توان نتیجه گرفت که هر پتانسیلی که دارای تابعیتی شبیه به توابع رسم شده در شکلهای (۳-۱۱) تا (۳-۱۳) باشد، می‌تواند به عنوان یک پتانسیل مناسب برای بررسی سیستمهای خوشه‌ای در هسته‌های سبک آلفا- مزدوج در نظر گرفته شود.

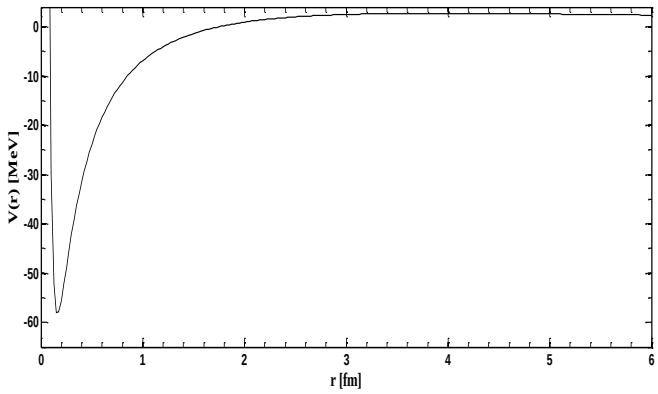
با توجه به استدلالهایی که در مورد ماهیت برهم‌کنش خوشه- خوشه در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در این کار پژوهشی مطرح شد، می‌توان یک نمونه از پتانسیلهایی که برای بررسی سیستمهای خوشه شده در هسته‌های آلفا- مزدوج مناسب است را به صورت زیر پیشنهاد کرد:

$$V(r) = -\frac{b}{r}e^{-ar} + \frac{c}{r} \qquad (۳-۱۸)$$

که در آن b و c به ترتیب بیانگر قدرت جملات جاذبه و دافعه هستند و a نیز معرف معکوس برد پتانسیل است. این پتانسیل در حقیقت به صورت مجموع یک جملهٔ جاذبه از جنس پتانسیل یوکاوا[1]

[1] Yukawa Potential

[۷۵] و یک جملهٔ دافعه از جنس برهم‌کنش کولنی در نظر گرفته شده است. در شکل (۳-۱۵)، این پتانسیل با انتخاب ضرایب مناسب رسم شده است.



شکل (۳-۱۵): تابعیت اولین پتانسیل پیشنهادی برای برهم‌کنش خوشه- خوشه.

همان‌طور که شکل (۳-۱۵) نشان می‌دهد، این پتانسیل پیشنهادی از نظر تابعیت بسیار شبیه به سایر پتانسیلهایی است که قبلاً برای بررسی هسته‌های آلفا-مزدوج در بخش ۲-۴ معرفی و در بخش ۳-۶ رسم شده‌اند.

در بخش بعدی، با استفاده از یک تقریبِ مناسب، به حل تحلیلی قسمت شعاعی معادله شرودینگر در حضور این پتانسیل خواهیم پرداخت. لازم به ذکر است که این پتانسیل در معادله شرودینگر با یک جملهٔ مرکزگریز نیز جمع می‌شود و پتانسیل موثر در مسئله به صورت حاصل جمع هر سه جملهٔ یوکاوا، کولنی و مرکزگریز خواهد بود.

۳-۷ رابطه انرژی در حضور اولین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای

در بخش ۲-۵ نشان دادیم که قسمت مرتبط با ابر شعاع در معادله شرودینگر یک سیستم N ذره‌ای به صورت رابطه زیر می‌باشد:

$$\frac{d^2R(x)}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{dR(x)}{dx}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E-V(x)-\frac{\hbar^2 l(l+D-2)}{2\mu x^2}\right]R(x)=0 \qquad (۱۹-۳)$$

که در آن $V(x)$ پتانسیل برهم‌کنش بین ذرات و $R(x)$ بخش شعاعی تابع موج است. به این ترتیب، اگر پتانسیل پیشنهادی در قسمت قبل را در این معادله قرار دهیم، به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$\frac{d^2R(x)}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{dR(x)}{dx}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E+\frac{b}{x}e^{-ax}-\frac{c}{x}-\frac{\hbar^2 l(l+D-2)}{2\mu x^2}\right]R(x)=0 \qquad (۲۰-۳)$$

در ادامه، معادله (۳-۲۰) با اندکی ساده سازی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{d^2R(x)}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{dR(x)}{dx}+\frac{1}{x^2}\left[-\varepsilon^2x^2+P_1x+P_2xe^{-ax}+P_3\right]R(x)=0 \qquad (۲۱-۳)$$

که درآن تغییر متغیرهای زیر اعمال شده‌اند:

$$\begin{cases}\varepsilon^2=\dfrac{-2\mu E}{\hbar^2} \qquad , \quad \varepsilon>0\\ P_1=\dfrac{-2\mu c}{\hbar^2}\\ P_2=\dfrac{+2\mu b}{\hbar^2}\\ P_3=-l(l+D-2)\end{cases} \qquad (۲۲-۳)$$

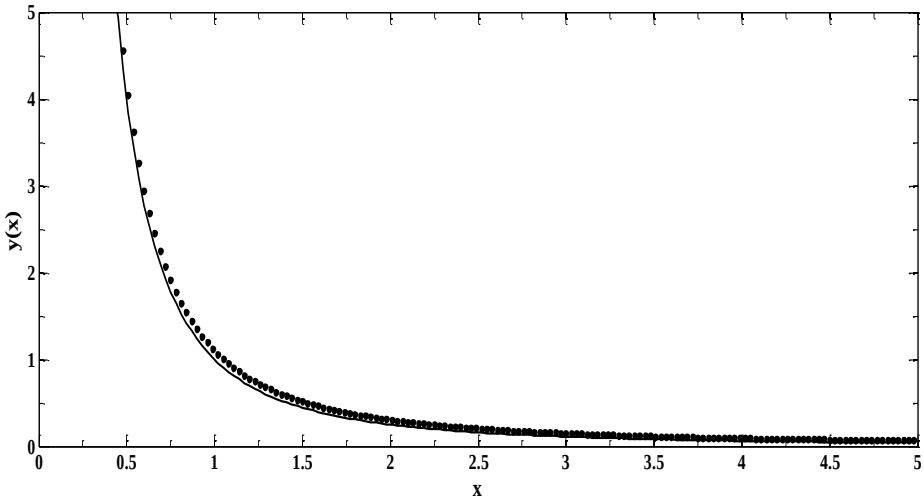
معادله (۳-۲۱) به شکلی در اینجا مطرح است که به روشهای معمول قابل حل نمی‌باشد، لذا برای حل این معادله، از یک تقریب مناسب که به صورت زیر است کمک می‌گیریم[۷۶]:

$$\frac{1}{x^2}\approx\frac{a^2}{(1-e^{-ax})^2} \qquad (۲۳-۳)$$

که معادل با آن رابطه زیر را نیز داریم:

$$\frac{1}{x}\approx\frac{a}{1-e^{-ax}} \qquad (۲۴-۳)$$

در این تقریب، a ضریبی است که به علت فراهم شدنِ بُعدِ مناسب برای مسئله، به صورتی که در معادله (۳-۲۳) نشان داده شده است ظاهر می‌شود. در شکل (۳-۱۶) برای اطمینان از صحت این تقریب، تابع $y(x)=\frac{1}{x^2}$ و تقریب آن را رسم نموده‌ایم.



شکل (۳-۱۶): منحنی مربوط به تابع $\frac{1}{x^2}$ و تقریب آن

از این بررسیها درمی‌یابیم که دو نمودار در a های کوچک تطابق بسیار خوبی با یکدیگر دارند. بنابراین رابطه (۳-۲۳) یک تقریب مناسب می‌باشد.

بدین ترتیب می‌توان با به‌کارگیری تقریب معرفی شده در روابط (۳-۲۳) و (۳-۲۴)، معادله (۳-۲۱) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{d^2R(x)}{dx^2}+\frac{(D-1)a}{(1-e^{-ax})}\frac{dR(x)}{dx}+ \\ \frac{a^2}{(1-e^{-ax})^2}\left[-\varepsilon^2\frac{(1-e^{-ax})^2}{a^2}+P_1\frac{(1-e^{-ax})}{a}+P_2\frac{(1-e^{-ax})}{a}e^{-ax}+P_3\right]R(x)=0 \qquad (۳-۲۵)$$

حال از یک تغییر متغیر به شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$(1-e^{-ax})=s(x) \qquad (۳-۲۶)$$

که در نهایت با کمی تجزیه و تحلیل و ساده سازی، معادله (۳-۲۵) را به صورت زیر در می‌آورد:

$$\frac{d^2R(x)}{ds(x)^2}+\frac{(D-1)a}{s(x)}\frac{dR(x)}{ds(x)}+ \\ \frac{1}{s(x)^2}\left[-(\varepsilon^2+P_2a)s(x)^2+(P_1a+P_2a)s(x)+P_3a^2\right]R(x)=0 \qquad (۳-۲۷)$$

با دقت در رابطه (۳-۲۷)، درمی‌یابیم که معادله شرودینگر با پتانسیل مورد نظر در این مسئله به صورت فرم کلی معادله NU، یعنی رابطه (۲-۲۰) در آمده است. از مقایسهٔ این دو رابطه با یکدیگر خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \tilde{\tau} = (D-1)a \\ \sigma(s) = s(x) \\ \tilde{\sigma}(s) = \left[-(\varepsilon^2 + P_2 a)s(x)^2 + (P_1 a + P_2 a)s(x) + P_3 a^2\right] \end{cases} \tag{۳-۲۸}$$

به این ترتیب، در راستای حل معادلهٔ مورد نظر، با روش NU، با توجه به رابطه (۲-۲۴)، $\pi(s)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\pi(s) = \frac{1-[(D-1)a]}{2} \pm \sqrt{\left(\varepsilon^2 + P_2 a\right)s(x)^2 + \left(-P_1 a - P_2 a + K\right)s(x) - P_3 a^2 + \left[\frac{1-[(D-1)a]}{2}\right]^2} \tag{۳-۲۹}$$

که برای برقراری شرط $\Delta = 0$، مقادیر K به صورت زیر خواهند بود:

$$K = P_1 a + P_2 a \pm 2\left[\left(\varepsilon^2 + P_2 a\right)\left(-P_3 a^2 + \left[\frac{1-[(D-1)a]}{2}\right]^2\right)\right]^{\frac{1}{2}} \tag{۳-۳۰}$$

که در این رابطه، برای اینکه تابع موج در $x \to 0$ بی‌نهایت نشود در $\pm$، علامت مثبت قابل قبول خواهد بود. بنابراین با قرار دادنِ K در $\pi(s)$، پس از کمی تجزیه و تحلیل و ساده سازی، رابطهٔ مربوط به آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\pi(s) = \frac{1-[(D-1)a]}{2} \pm \left[\left(\varepsilon^2 + P_2 a\right)^{\frac{1}{2}} s(x) + \left(-P_3 a^2 + \left[\frac{1-[(D-1)a]}{2}\right]^2\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{۳-۳۱}$$

که در اینجا نیز برای برقراری شرط $\tau'(s) < 0$، در $\pm$، علامت منفی قابل قبول خواهد بود. زیرا $\tau(s)$ براساس رابطهٔ $\tau(s) = \tilde{\tau}(s) + 2\pi(s)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\tau(s) = 1 - 2\left[\left(\varepsilon^2 + P_2 a\right)^{\frac{1}{2}} s(x) + \left(-P_3 a^2 + \left[\frac{1-[(D-1)a]}{2}\right]^2\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{۳-۳۲}$$

در ادامه پس از محاسبهٔ $\tau'(s)$ و $\pi'(s)$ و قرار دادنِ آنها در رابطه (۲-۲۳)، معادله انرژی برای چنین سیستمی به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$E = ba - \left[\left(\frac{2\mu}{\hbar^2} \right) \left(\frac{ba - ca}{2n - \left[2\left(l(l+D-2)a^2 + \left[\frac{1-[(D-1)a]}{2} \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]} \right)^2 \right] \qquad (۳۳-۳)$$

حال با در اختیار داشتنِ این رابطهٔ مهم و اساسی، می‌توانیم در بخش بعدی پس از تعیین ضرایب پتانسیل پیشنهادی برای برهم‌کنش خوشه- خوشه، به محاسبه انرژی هر یک از هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای بپردازیم.

۳-۸ انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور اولین پتانسیل پیشنهادی

در راستای توصیف دینامیکیِ هر سیستم فیزیکی از نظر تئوری، مشخص نمودن مناسبترین فرمِ پتانسیل برای برهم‌کنش بین ذرات آن، نقطهٔ آغازِ تلاش در جهتِ رسیدن به نتایج تجربی است. برای انجام این کار بهتر است که در گام اول ساده‌ترین حالت، یعنی یک سیستم دو ذره‌ای را در نظر بگیریم. یک سیستم دو ذره‌ای از خوشه‌های آلفا در این کار پژوهشی، یعنی هستهٔ ^{8}Be در حالتی بسیار نزدیک به حالت پایه‌اش که از نظر تجربی با دریافت انرژیی در حدود $0.09MeV$ به دو ذرهٔ آلفا واپاشی می‌کند. بدین ترتیب اگر پتانسیل این سیستم خوشه‌ای را به صورت رابطه (۳-۱۸) در نظر بگیریم، در این صورت انرژی این سیستم از رابطه (۳-۳۳) قابل محاسبه خواهد بود. در این معادله که انرژی یک سیستم N ذره‌ای از خوشه‌های آلفا را به دست می‌دهد، μ بیانگر جرم هر یک از ذرات، $D = 3N - 3$ و a، b و c ضرایب پتانسیل هستند. تعیین این ضرایب پتانسیل به عنوان یکی از مهم‌ترین چالش‌هایِ فیزیکدانانِ

نظری مطرح است که برای محاسبه ویژگیهای استاتیکی سیستمهای کوانتومی هسته‌ها در حضور پتانسیلهای پرکاربرد در فیزیک هسته‌ای به آنها نیاز مبرم دارند. اغلب در تمام پتانسیلهای معرفی شده، با توجه به اطلاعاتی که در دست می‌باشد جملاتی در نظر گرفته می‌شوند که بتوانند تا حد ممکن، برای هسته‌ها مقادیری نزدیک به واقعیت را ارائه دهند. در همهٔ این جملات، ضرایب ثابتی را در نظر می‌گیرند که این ضرایب، از طریق تطبیق نتایج تئوری با داده‌های آزمایشگاهی برای هر هسته تعیین می‌شوند. در این کار پژوهشی نیز مقادیر این ضرایب به همین شیوه تعیین و در جدول (۳-۳) گردآوری شده‌اند. همچنین در این جدول، مقدار محاسبه شدهٔ انرژی مربوط به یک سیستمِ متشکل از دو خوشهٔ آلفا در ^{8}Be، سه خوشهٔ آلفا در ^{12}C ، چهار خوشهٔ آلفا در ^{16}O و پنج خوشهٔ آلفا در ^{20}Ne با نتایج مربوط به کارهای تئوری و تجربی دیگران مورد مقایسه قرار گرفته است[۳، ۸ و ۶۹].

جدول(۳-۳): انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C ، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور پتانسیل پیشنهادی اول و مقایسه نتایج با داده‌های تئوری و تجربی دیگران[۳، ۸ ، ۳۱ و ۶۹].

هسته	ضرایب پتانسیل	انرژی پیوندی هسته در حالت پایه	انرژی سیستم خوشه‌ای در بررسیهای ما	کارهای تجربی دیگران	کارهای تئوری دیگران
^{8}Be $(as\ a\ 2\alpha\ structure)$	$\begin{cases} a = 0.5\,fm^{-1} \\ b = 41.3MeV.fm \\ c = 1MeV.fm \end{cases}$	$-56.500MeV$	$-56.49MeV$	$-56.5MeV$	$-55MeV$
^{12}C $(as\ a\ 3\alpha\ structure)$	$\begin{cases} a = 0.56\,fm^{-1} \\ b = 150MeV.fm \\ c = 1MeV.fm \end{cases}$	$-92.163MeV$	$-84.73MeV$	$-84.89MeV$	$-82.5MeV$
^{16}O $(as\ a\ 4\alpha\ structure)$	$\begin{cases} a = 0.6\,fm^{-1} \\ b = 322MeV.fm \\ c = 1MeV.fm \end{cases}$	$-127.621MeV$	$-112.70MeV$	$-113.181MeV$	$-110MeV$
^{20}Ne $(as\ a\ 5\alpha\ structure)$	$\begin{cases} a = 0.62\,fm^{-1} \\ b = 558MeV.fm \\ c = 1MeV.fm \end{cases}$	$-160.647MeV$	$-141.21MeV$	$-140.687MeV$	$-137.5MeV$

$***Error\ bar\ of\ our\ work\ :\ \pm 0.01$

همان‌طور که در این جدول نشان داده شده است، انرژیهایی که با استفاده از اولین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی سیستمهای خوشه‌ای در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج محاسبه شده‌اند، مطابقت خوبی با کارهای تئوری و تجربی دیگران دارند. در نتیجه این مدل، می‌تواند به عنوان یک مدل مناسب برای توصیف ویژگیهای استاتیکی این هسته‌ها محسوب شود. همچنین اگر مقادیر انرژی حالت پایه (و حتی حالتهای برانگیختهٔ) هسته‌های مورد نظر را با انرژی آنها در حالت خوشه‌ای مقایسه کنیم، خواهیم فهمید که همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شده است، حالت خوشه‌ای برای این هسته‌ها یک فاز بینابینی است. به عبارت دیگر، پدیدهٔ خوشه شدن در هر یک از هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج، نه در حالت پایهٔ آنها رخ می‌دهد و نه در ترازهای برانگیختگی آنها. به علاوه، یک نکتهٔ قابل توجه در رابطه با مقادیر ضرایب پتانسیل در جدول (۳-۳) این خواهد بود که با سنگینتر شدنِ هسته‌ها افزایش قابل توجهی در مقدار ضریب b به وجود می‌آید که می‌تواند ناشی از افزایش قدرت جاذبهٔ بین خوشه‌های آلفا در اثر افزایش تعداد خوشه‌ها باشد. به عبارت دیگر، با توجه به این جدول می‌توان دریافت که هر چه تعداد خوشه‌های آلفا در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج بیشتر می‌شود، قدرت جاذبهٔ بین خوشه‌ها نیز افزایش می‌یابد[۷۸].

۳-۹ رابطه تابع موج در حضور اولین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای

هدفِ این بخش، به دست آوردن رابطه کلی تابع موج در حضور اولین پتانسیل پیشنهادی خواهد بود که در توصیف وضعیت هسته‌های سبک آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای بسیار مفید است، چرا که به عنوان مثال، با داشتن رابطهٔ تابع موج می‌توان شعاع هر یک از هسته‌های مورد نظر در فاز خوشه‌ای را نیز به کمک رابطه زیر و روشهای عددی محاسبه نمود[۵۹]:

$$\left\langle x^2 \right\rangle = \int_0^\infty \int \psi^*(x) x^2 \psi(x) x^{D-1} dx \qquad (۳۴-۳)$$

در بخش (۲-۶)، به همراهِ توضیحات مربوط به فرمولبندیِ روش NU، اشاره شد که تابع موج سیستم مورد بررسی در این تکنیک به صورت $\psi_n(s)=\varphi_n(s)y_n(s)$ در نظر گرفته می‌شود، بنابراین با توجه به رابطه (۲-۲۷)، ابتدا برای محاسبهٔ $\varphi(s)$ می‌توان نوشت:

$$\ln\varphi(s)=\int\frac{\pi(s)}{\sigma(s)}ds \qquad (۳-۳۵)$$

به این ترتیب با کمک روابط (۳-۲۶)، (۳-۲۸) و معادلهٔ (۳-۳۱)، رابطه‌ای به صورت زیر برای $\ln\varphi(s)$ به دست خواهد آمد:

$$\ln\varphi(s)=-(\varepsilon^2+p_2a)^{\frac{1}{2}}s(x)+\ln s(x)^{B-\sqrt{H}} \qquad (۳-۳۶)$$

که در آن B و H به صورت زیر مطرح هستند:

$$B=\frac{1-\left[(D-1)a\right]}{2} \qquad (۳-۳۷)$$

$$H=-p_3a^2+B^2 \qquad (۳-۳۸)$$

سرانجام با کمی تجزیه و تحلیل، $\varphi(s)$ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\varphi(s)=\exp\left[-(\varepsilon^2+p_2a)^{\frac{1}{2}}s(x)\right]s(x)^{B-\sqrt{H}} \qquad (۳-۳۹)$$

در ادامه، رابطهٔ (۲-۲۵) به ما می‌گوید که برای به دست آوردن $y_n(s)$، نیاز به محاسبهٔ تابع وزنی $\rho(s)$ داریم. پس با توجه به رابطهٔ (۲-۲۶)، باید مقدار $\omega(s)$ را به کمک فرمول زیر برای آن تعیین کنیم:

$$\ln\omega(s)=\int\frac{\tau(s)}{\sigma(s)}ds \qquad (۳-۴۰)$$

که با توجه به معادلهٔ (۳-۳۲)، به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\omega(s)=\exp\left[-2(\varepsilon^2+p_2a)^{\frac{1}{2}}s(x)\right]s(x)^{1-\sqrt{H}} \qquad (۳-۴۱)$$

به این ترتیب، برای $\rho(s)$ می‌توان نوشت:

$$\rho(s)=\frac{\omega(s)}{\sigma(s)}=\exp\left[-2(\varepsilon^2+p_2a)^{\frac{1}{2}}s(x)\right]s(x)^{-\sqrt{H}} \qquad (۳-۴۲)$$

پس با توجه به رابطه (۲-۲۵)، سرانجام $y_n(s)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y_n(s) = B_n n!\,\ell_n^{-\sqrt{H}}(s) \tag{۴۳-۳}$$

که در آن $\ell_n^{-\sqrt{H}}(s)$ معرف توابع وابسته لاگر در نمایش چند جمله‌ای ردریگز به صورت زیر می‌باشد[۷۷]:

$$n!\,\ell_n^{\vartheta}(s) = e^{\varsigma} s^{-\vartheta} \frac{d^n}{ds^n}(e^{-\varsigma} s^{n+\vartheta}) \tag{۴۴-۳}$$

که در آن متغیرهای ϑ و ς به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} \vartheta = -\sqrt{H} \\ \varsigma = 2(\varepsilon^2 + p_2 a)^{\frac{1}{2}} s(x) \end{cases} \tag{۴۵-۳}$$

و در نهایت، تابع موج کلی در حضور اولین پتانسیل پیشنهادی برای یک سیستم خوشه‌ای به صورت رابطهٔ زیر مطرح خواهد بود:

$$\psi(s) = \exp\left[-(\varepsilon^2 + p_2 a)^{\frac{1}{2}} s(x)\right] s(x)^{B-\sqrt{H}} B_n n!\,\ell_n^{-\sqrt{H}}(s) \tag{۴۶-۳}$$

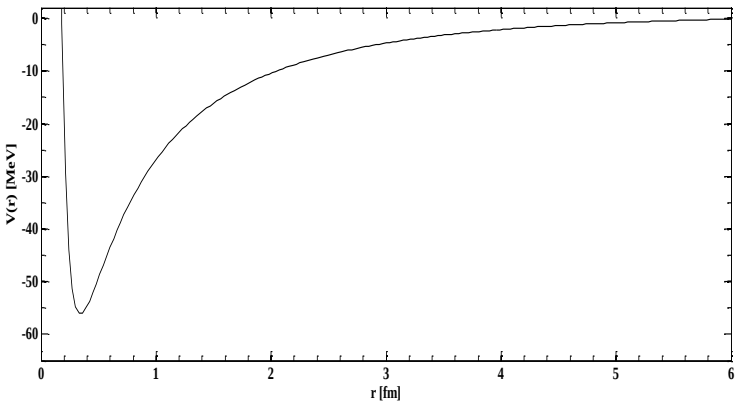
این رابطه بر حسب متغیرهایی نوشته شده است که همگی قبلاً معرفی شده‌اند.

۳-۱۰ رابطه انرژی در حضور دومین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای

در این بخش، رابطه انرژی برای یک پتانسیل پیشنهادی دیگر جستجو خواهد شد که می‌تواند برای توصیف هسته‌های سبک آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای مناسب باشد. یک نمونه دیگر از پتانسیلهایی که برای بررسی سیستمهای خوشه شده در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج مناسب است را می‌توان به صورت زیر پیشنهاد کرد:

$$V(r) = \frac{be^{-2ar}}{(1-e^{-ar})^2} - \frac{ce^{-ar}}{(1-e^{-ar})} + \frac{f}{r} \tag{۴۷-۳}$$

که در آن b ، c و f به ترتیب معرف قدرت جملات مربوط به مغز دافعه (در فواصل نزدیک)، جاذبه (در فواصل میانی) و دافعه (در فواصل دور) هستند و a نیز به نوعی بیانگر معکوس برد پتانسیل است. این پتانسیل در واقع به صورت مجموع جملاتی از جنس پتانسیلِ $M-R$ [1] و یک جملهٔ دافعه از جنس برهم‌کنشِ کولنی در نظر گرفته شده است. پتانسیل $M-R$ یکی از مهم‌ترین پتانسیلهای کوتاه برد در فیزیک است [۷۹-۸۱] که هم به عنوان یک مدل ریاضی در توصیف برهم‌کنشِ مولکولهای دو اتمی استفاده شده است و هم در فیزیک هسته‌ای برای بررسی ترازهای مقید و ویژگیهای پراکندگی به کار رفته است. در شکل (۳-۱۷)، این پتانسیل با انتخاب ضرایب مناسب رسم شده است.



شکل (۳-۱۷): تابعیت دومین پتانسیل پیشنهادی برای برهم‌کنش خوشه- خوشه.

شکل (۳-۱۷) نشان می‌دهد که تابعیت این پتانسیل پیشنهادی نیز بسیار شبیه به سایر پتانسیلهایی است که قبلاً برای توصیف هسته‌های آلفا-مزدوج در بخش ۲-۴ معرفی و در بخش ۳-۶ رسم شده‌اند. در این بخش، سعی بر این خواهد بود که با استفاده از یک تقریبِ مناسب، به حل تحلیلی قسمت شعاعی معادله شرودینگر در حضور این پتانسیل پرداخته شود. لازم به ذکر است که این پتانسیل در معادله

[1] Manning-Rosen Potential

شرودینگر با یک جملهٔ مرکزگریز هم جمع می‌شود و پتانسیل موثر در مسئله به صورت حاصل جمع همهٔ جملاتِ $M-R$، کولنی و مرکزگریز خواهد بود.

در بخش ۲-۵ نشان داده شد که قسمت مرتبط با ابر شعاع در معادله شرودینگر یک سیستم N ذره‌ای به صورت رابطه (۲-۱۹) است. به این ترتیب، اگر دومین پتانسیل پیشنهادی برای برهم‌کنش خوشه-خوشه در این کار پژوهشی را در معادله (۲-۱۹) قرار دهیم، به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$\frac{d^2R(x)}{dx^2}+\frac{D-1}{x}\frac{dR(x)}{dx}+ \frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E-\frac{be^{-2ax}}{(1-e^{-ax})^2}+\frac{ce^{-ax}}{(1-e^{-ax})}-\frac{f}{x}-\frac{\hbar^2 l(l+D-2)}{2\mu x^2}\right]R(x)=0 \qquad (۴۸-۳)$$

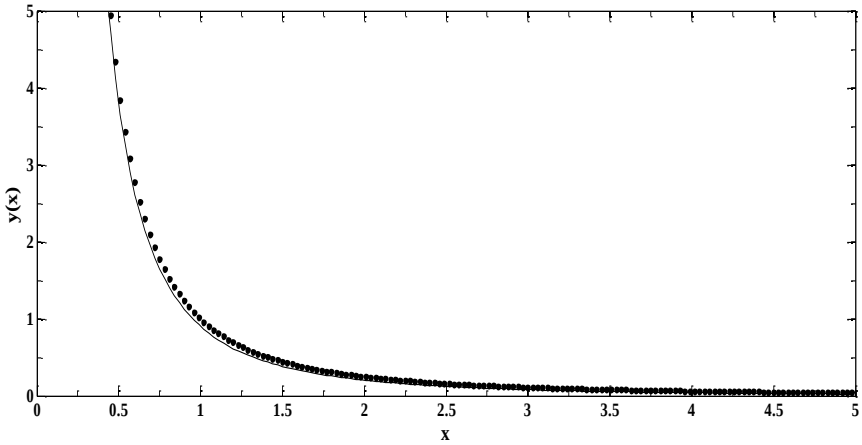
از آنجایی که معادله (۳-۴۸) به شکلی که در اینجا مطرح است به روشهای معمول قابل حل نمی‌باشد، به همین خاطر برای حل این معادله، از یک تقریب مناسب که به صورت زیر است کمک می‌گیریم[۷۲ و ۷۳]:

$$\frac{1}{x^2}\approx\frac{a^2e^{-2ax}}{(1-e^{-ax})^2} \qquad (۴۹-۳)$$

که رابطه زیر نیز به طور معادل با آن برقرار می‌باشد:

$$\frac{1}{x}\approx\frac{ae^{-ax}}{1-e^{-ax}} \qquad (۵۰-۳)$$

در این تقریب، a ضریبی است که به علت فراهم شدنِ بُعدِ مناسب برای مسئله، به صورتی که در معادله (۳-۴۹) نشان داده شده است ظاهر می‌شود. در شکل (۳-۱۸) برای اطمینان از صحت این تقریب، تابع $y(x)=\frac{1}{x^2}$ و تقریب به کار برده شده برای آن را رسم نموده‌ایم.



شکل (۳-۱۸): منحنی مربوط به تابع $\frac{1}{x^2}$ و تقریب آن.

از این بررسیها درمی‌یابیم که دو نمودار به ازای a های کوچک به خوبی با یکدیگر مطابقت دارند. بنابراین رابطه (۳-۴۹) یک تقریب مناسب برای مسئله ما محسوب می‌شود.

بدین ترتیب، می‌توان با استفاده از تقریب معرفی شده در روابط (۳-۴۹) و (۳-۵۰)، معادله (۳-۴۸) را پس از کمی تجزیه و تحلیل به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{d^2R(x)}{dx^2}+\frac{(D-1)ae^{-ax}}{(1-e^{-ax})}\frac{dR(x)}{dx}+ \frac{\left(ae^{-ax}\right)^2}{(1-e^{-ax})^2}\left[\begin{array}{l}(\frac{2\mu E}{\hbar^2})(\frac{(1-e^{-ax})^2}{\left(ae^{-ax}\right)^2})-\frac{2\mu b}{\hbar^2a^2}+\\ (\frac{2\mu c}{\hbar^2})(\frac{(1-e^{-ax})}{a^2e^{-ax}})-(\frac{2\mu f}{\hbar^2})(\frac{(1-e^{-ax})}{ae^{-ax}})-l(l+D-2)\end{array}\right]R(x)=0 \qquad (۵۱-۳)$$

حال از یک تغییر متغیر به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$s(x)^{-1}=\frac{ae^{-ax}}{(1-e^{-ax})} \qquad (۵۲-۳)$$

که در نهایت با کمی تجزیه و تحلیل و ساده سازی، معادله (۳-۵۱) را به شکل زیر در می‌آورد:

$$\frac{d^2R(x)}{ds(x)^2}+\frac{(D-1)}{s(x)}\frac{dR(x)}{ds(x)}+ \frac{1}{s(x)^2}\left[\frac{2\mu E}{\hbar^2}s(x)^2-\frac{2\mu b}{\hbar^2a^2}+(\frac{2\mu c}{\hbar^2a}-\frac{2\mu f}{\hbar^2})s(x)-l(l+D-2)\right]R(x)=0 \qquad (۵۳-۳)$$

در ادامه، معادله (۳-۵۳) با اندکی ساده سازی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{d^2R(x)}{ds(x)^2}+\frac{D-1}{s(x)}\frac{dR(x)}{ds(x)}+\frac{1}{s(x)^2}\left[-\varepsilon^2 s(x)^2+M_1 s(x)+M_2\right]R(x)=0 \qquad (۵۴-۳)$$

که در آن تغییر متغیرهای زیر اعمال شده‌اند:

$$\begin{cases}\varepsilon^2=\dfrac{-2\mu E}{\hbar^2} \qquad , \quad \varepsilon>0\\ M_1=\dfrac{2\mu c}{\hbar^2 a}-\dfrac{2\mu f}{\hbar^2}\\ M_2=\dfrac{-2\mu b}{\hbar^2 a^2}-l(l+D-2)\end{cases} \qquad (۵۵-۳)$$

با دقت در رابطه (۳-۵۴)، درمی‌یابیم که معادله شرودینگر با پتانسیل مورد نظر در این بخش به صورت فرم کلی معادله NU، یعنی رابطه (۲-۲۰) در آمده است. از مقایسهٔ این دو رابطه با یکدیگر خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\tilde{\tau}=(D-1)\\ \sigma(s)=s(x)\\ \tilde{\sigma}(s)=\left[-\varepsilon^2 s(x)^2+M_1 s(x)+M_2\right]\end{cases} \qquad (۵۶-۳)$$

به این ترتیب، در راستای حل معادلهٔ مورد نظر، با روش NU، با توجه به رابطه (۲-۲۴)، $\pi(s)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\pi(s)=\frac{(2-D)}{2}\pm \sqrt{\varepsilon^2 s(x)^2+\left(-M_1+K\right)s(x)+\left(-M_2+\left[\frac{(2-D)}{2}\right]^2\right)} \qquad (۵۷-۳)$$

که برای برقراری شرط $\Delta=0$، مقادیر K به صورت زیر خواهند بود:

$$K=M_1\pm\left[2\varepsilon\left(-M_2+\left[\frac{(2-D)}{2}\right]^2\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (۵۸-۳)$$

در این رابطه، برای اینکه تابع موج در $x\to 0$ بی‌نهایت نشود در $\pm$، علامت مثبت قابل قبول خواهد بود. بنابراین با قرار دادنِ K در $\pi(s)$، پس از کمی تجزیه و تحلیل و ساده سازی، رابطهٔ مربوط به آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\pi(s)=\frac{2-D}{2}\pm\left[\varepsilon s(x)+\left(-M_2+\left[\frac{(2-D)}{2}\right]^2\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (۵۹-۳)$$

که در اینجا نیز برای برقراری شرط $\tau'(s)<0$، در $\pm$، علامت منفی قابل قبول خواهد بود. زیرا $\tau(s)$ براساس رابطهٔ $\tau(s)=\tilde{\tau}(s)+2\pi(s)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\tau(s)=1-2\left[\varepsilon s(x)+\left(-M_2+\left[\frac{(2-D)}{2}\right]^2\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (۶۰-۳)$$

در ادامه پس از محاسبهٔ $\tau'(s)$ و $\pi'(s)$ و قرار دادنِ آنها در رابطه (۲-۲۳)، معادله انرژی برای چنین سیستمی به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$E=-\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\right)\left(\frac{\frac{c}{a}-f}{(1+2n)-\left(\frac{8\mu b}{\hbar^2 a^2}+4l(l+D-2)+(2-D)^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right)^2 \qquad (۶۱-۳)$$

حال که این رابطهٔ مهم و اساسی را به دست آورده‌ایم، در بخش بعدی خواهیم توانست با اختیار کردنِ مقادیر مناسبی از ضرایب پتانسیل پیشنهادی برای برهم‌کنش خوشه- خوشه، به محاسبه انرژی هر یک از هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای بپردازیم.

۳-۱۱ انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور دومین پتانسیل پیشنهادی

در این بخش سعی بر این خواهد بود که در هر یک از هسته‌های آلفا- مزدوج، با انتخاب مناسبترین ضرایب پتانسیل برای سیستمهای خوشه شده، مقدار انرژی آنها را در فاز خوشه‌ای به دست آوریم. ضرایب دومین پتانسیل پیشنهادی نیز از طریق تطبیق نتایج تئوری با داده‌های آزمایشگاهی برای هر هسته تعیین و در جدول (۳-۳) گردآوری شده‌اند. در اینجا، با فرض اینکه هسته‌های ^{8}Be ، ^{12}C،

^{16}O و ^{20}Ne به ترتیب معرف سیستمهای دو ذره‌ای، سه ذره‌ای، چهار ذره‌ای و پنج ذره‌ای از خوشه‌های آلفا باشند، برهم‌کنش بین هر جفت از ذرات را به صورت رابطه (۳-۴۷) در نظر گرفته و بدین ترتیب انرژی این سیستمها را از رابطه (۳-۶۱) محاسبه نموده‌ایم. نتایج حاصل از این محاسبات در جدول (۳-۴) با یافته‌های مربوط به کارهای تئوری و تجربی دیگران مورد مقایسه قرار گرفته است[۳، ۸ و ۶۹] .

جدول(۳-۴): انرژی هسته‌های ^{8}Be، ^{12}C ، ^{16}O و ^{20}Ne در فاز خوشه‌ای با حضور پتانسیل پیشنهادی دوم و مقایسه نتایج با داده‌های تئوری و تجربی دیگران [۳، ۸، ۳۱ و ۶۹] .

هسته	ضرایب پتانسیل	انرژی پیوندی هسته در حالت پایه	انرژی سیستم خوشه‌ای در بررسیهای ما	کارهای تجربی دیگران	کارهای تئوری دیگران
^{8}Be (as a 2α structure)	$\begin{cases} a = 0.5\, fm^{-1} \\ b = 2MeV \\ c = 18.1MeV \\ f = 7MeV.fm \end{cases}$	$-56.500MeV$	$-56.06MeV$	$-56.5MeV$	$-55MeV$
^{12}C (as a 3α structure)	$\begin{cases} a = 0.56\, fm^{-1} \\ b = 2MeV \\ c = 46.0MeV \\ f = 7MeV.fm \end{cases}$	$-92.163MeV$	$-84.36MeV$	$-84.89MeV$	$-82.5MeV$
^{16}O (as a 4α structure)	$\begin{cases} a = 0.6\, fm^{-1} \\ b = 2MeV \\ c = 96.1MeV \\ f = 7MeV.fm \end{cases}$	$-127.621MeV$	$-112.78MeV$	$-113.181MeV$	$-110MeV$
^{20}Ne (as a 5α structure)	$\begin{cases} a = 0.62\, fm^{-1} \\ b = 2MeV \\ c = 159.1MeV \\ f = 7MeV.fm \end{cases}$	$-160.647MeV$	$-139.91MeV$	$-140.687MeV$	$-137.5MeV$

$***Error\ bar\ of\ our\ work\ :\ \pm 0.01$

با توجه به این جدول درمی‌یابیم که مقادیر انرژیهایی که به کمک دومین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی سیستمهای خوشه‌ای در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج محاسبه شده‌اند، در تطابق خوبی با

یافته‌های تئوری و تجربی دیگران هستند. در نتیجه این مدل، می‌تواند به عنوان یک مدل مناسب برای توصیف ویژگیهای استاتیکی این هسته‌ها در نظر گرفته شود[۸۲]. به علاوه، با توجه به مقادیر ضرایب پتانسیل در جدول (۳-۴) می‌توان دریافت که با سنگینتر شدنِ هسته‌ها افزایش قابل توجهی در مقدار ضریب c به وجود می‌آید که می‌تواند ناشی از افزایش قدرت جاذبهٔ بین خوشه‌های آلفا در اثر افزایش تعداد خوشه‌ها باشد. به عبارت دیگر، یک نکتهٔ قابل توجه در جدول (۳-۴) این خواهد بود که هر چه تعداد خوشه‌های آلفا در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج بیشتر می‌شود، قدرت جاذبهٔ بین خوشه‌ها نیز افزایش می‌یابد.

۳-۱۲ رابطه تابع موج در حضور دومین پتانسیل پیشنهادی برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج در فاز خوشه‌ای

در این بخش، یک رابطهٔ کلی برای تابع موج در حضور دومین پتانسیل پیشنهادی برای هسته‌های سبک آلفا-مزدوج ارائه خواهد شد. همان‌طور که در بخش ۳-۹ نیز اشاره شد، با داشتن تابع موج می‌توان شعاع هر یک از هسته‌های مورد نظر در فاز خوشه‌ای را به کمک رابطه(۳-۳۴) محاسبه نمود.

با توجه به توضیحات ارائه شده برای روش NU در بخش (۲-۶) ، اگر تابع موج سیستم خوشه‌ایِ مورد بررسی در این تکنیک به صورت $\psi_n(s)=\varphi_n(s)y_n(s)$ در نظر گرفته شود، به این ترتیب می‌توان به کمک روابط (۲-۲۷)، (۳-۳۵)، (۳-۵۲)، (۳-۵۶) و معادلهٔ (۳-۵۹)، رابطه‌ای به صورت زیر برای $\ln\varphi(s)$ به دست آورد:

$$\ln\varphi(s)=-\varepsilon s(x)+\ln s(x)^{\left(\frac{2-D}{2}\right)-\sqrt{G}} \qquad (۳-۶۲)$$

که در آن G به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$G=-M_2+\left(\frac{2-D}{2}\right)^2 \qquad (۳-۶۳)$$

در ادامه با کمی تجزیه و تحلیل، $\varphi(s)$ به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\varphi(s) = \exp\left[-\varepsilon s(x)\right] s(x)^{\left(\frac{2-D}{2}\right)-\sqrt{G}} \qquad (۶۴-۳)$$

از رابطهٔ (۲-۲۵) می‌دانیم که برای به دست آوردن $y_n(s)$، نیاز به محاسبهٔ تابع وزنی $\rho(s)$ داریم.

پس با توجه به رابطهٔ (۲-۲۶)، باید مقدار $\omega(s)$ را به کمک معادلات (۳-۴۰) و (۳-۶۰) برای آن تعیین کنیم:

$$\omega(s) = \exp\left[-2\varepsilon s(x)\right] s(x)^{1-2\sqrt{G}} \qquad (۶۵-۳)$$

به این ترتیب، رابطه‌ای به صورت زیر برای $\rho(s)$ به دست خواهد آمد:

$$\rho(s) = \frac{\omega(s)}{\sigma(s)} = \exp\left[-2\varepsilon s(x)\right] s(x)^{-2\sqrt{G}} \qquad (۶۶-۳)$$

سرانجام با توجه به رابطه (۲-۲۵)، $y_n(s)$ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$y_n(s) = B_n n!\, \ell_n^{-2\sqrt{G}}(s) \qquad (۶۷-۳)$$

که در آن $\ell_n^{-2\sqrt{G}}(s)$ معرف توابع وابسته لاگر در نمایش چند جمله‌ای ردریگز به صورت رابطهٔ (۳-۴۴) می‌باشد که در اینجا متغیرهای ϑ و ς به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} \vartheta = -2\sqrt{G} \\ \varsigma = 2\varepsilon s(x) \end{cases} \qquad (۶۸-۳)$$

و در نهایت، تابع موج کلی در حضور دومین پتانسیل پیشنهادی برای یک سیستم خوشه شده به صورت رابطهٔ زیر خواهد بود:

$$\psi(s) = \exp\left[-\varepsilon s(x)\right] s(x)^{\left(\frac{2-D}{2}\right)-\sqrt{G}} B_n n!\, \ell_n^{-2\sqrt{G}}(s) \qquad (۶۹-۳)$$

این رابطه بر حسب متغیرهایی نوشته شده است که همگی قبلاً معرفی شده‌اند.

(فصل چهارم)

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این کار پژوهشی ابتدا ماده هسته‌ای و فازهای مختلف آن از دیدگاه خوشه‌ای معرفی شده‌اند. سپس با توجه به معادلات و تعاریف کلیِ مربوط به حالت ماده هسته‌ای و اینکه حالت ماده هسته‌ای در دماهای پایین تنها تابعی از چگالی آن خواهد بود، یک معادلهٔ مناسب برای توصیف حالت ماده هسته‌ای (یا به عبارت دیگر انرژی یک سیستم نوکلئونی نامتناهی به ازای هر نوکلئون) ارائه شده است و در ادامه نتایج حاصل از معادله پیشنهادی با داده‌های مربوط به مدلهای معروف SHF و RMF برای ماده هسته‌ای متقارن و نامتقارن مورد مقایسه قرار گرفته است.

پس از آن همراه با ارائه توصیفی از پدیده خوشه شدن در هسته‌ها، با توجه به رابطهٔ مربوط به پارامتر جایگزیدگی در سیستمهای نوکلئونی متناهی و با در نظر گرفتن پتانسیل نوسانگر هماهنگ، محدودهٔ مناسبی از عمق چاه پتانسیل برای رخداد پدیده خوشه شدن در هر یک از هسته‌های سبکِ مورد نظر در این کار پژوهشی مشخص شده است و نتایج حاصله نیز با یافته‌های تئوری و تجربی دیگران مقایسه شده است. به علاوه، به کمک اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، بازهٔ زمانی برای وارد شدن به فاز خوشه‌ای و خروج از آن در هسته‌هایِ سبکِ آلفا-مزدوج با $A=4k$ ($k= 2,..., 5$) مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شده است که پدیدهٔ خوشه شدن برای همهٔ هسته‌های سبک آلفا-مزدوجِ مورد نظر، در مدت زمانی از مرتبه $10^{-23}s$ رخ می‌دهد. همچنین، درمی‌یابیم که در این هسته‌ها، هر چه به سمت عددهای جرمیِ بزرگتر می‌رویم، بازهٔ زمانی‌ایی که در آن پدیده خوشه شدن برای هسته‌ها ابتدا آغاز می‌شود و سپس پایان می‌یابد، کوتاهتر می‌شود. به عبارت دیگر، در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج با افزایش عدد جرمی، بازه زمانی مربوط به رخداد پدیده خوشه شدن کاهش می‌یابد.

در ادامه با توجه به مدل ساختار شبه مولکولی برای هسته‌های خوشه شده، منحنی تغییرات انرژی خوشه شدن بر حسب تعداد پیوندهای آلفا در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج رسم شده و مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. نتیجهٔ حاصل از این مطالعات مبنی بر این است که انرژی خوشه شدن به ازای تعداد پیوندهای بینِ ذرات آلفایی که در این هسته‌ها تشکیل می‌شوند، دارای مقدار تقریباً ثابتی است.

این یافته در تطابق با ماهیت اشباع‌پذیر برهم‌کنشِ مربوط به پدیده خوشه شدن است که در کارهای سایرین نیز به آن اشاره شده است.

به طور کلی یکی از روش‌های مناسب برای بررسی پدیده خوشه شدن، استفاده از مدلهای خوشه‌ای است. در این مدلها اغلب معادلات دینامیکی مربوط به یک سیستم کوانتومی از ذرات به همراه یکسری فرض اولیه برای ساده‌سازی مسئله با استفاده از روش‌های عددی حل می‌شوند. حل عددی این معادلات به کمک دو روش کلی معادلات دیفرانسیل معمولی و معادلات دیفرانسیل انتگرالی امکان‌پذیر خواهد بود. در استفاده از معادلات دیفرانسیل معمولی، مثل معادله شرودینگر، پتانسیل مسئله به صورت جایگزیده در نظر گرفته می‌شود، ولی در معادلات دیفرانسیل انتگرالی، پتانسیل مربوط به سیستم، غیر جایگزیده است و مسئله به کمک مش‌بندیِ سیستم حل می‌شود. در این کار پژوهشی سعی بر این بوده است که برای بررسی پدیده خوشه شدن در هسته‌های سبک آلفا-مزدوج از معادلات دیفرانسیل معمولی استفاده شود.

تا آنجایی که این کار پژوهشی معلوم می‌کند، مدلهای خوشه‌ای میکروسکوپی توسط فیزیکدانهای بسیاری مورد بررسی قرار گرفته‌اند اما در زمینه مدلهای خوشه‌ای غیرِ میکروسکوپی برای توصیف سیستمهای خوشه شدهٔ حاویِ بیش از دو خوشه تاکنون بررسیهای چندان عمیق و گسترده‌ای صورت نگرفته است، بنابراین در حیطهٔ کاربرد مدلهای خوشه‌ای برای بررسی هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج باید روی خوشه‌های سه‌تایی یا بیشتر و حتی حالتهای مختلف خوشه شدن در این هسته‌ها بیشتر کار شود. اگر بخواهیم در راستای تعیین مقدار انرژی لازم برای رخداد پدیده خوشه‌شدن در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج، مناسبترین رویکرد غیرمیکروسکوپی را جستجو کنیم، در گام اول باید مناسبترین پتانسیل را پیدا کنیم. با توجه به نکاتی که در ابتدای فصل دوم اشاره شد، براساس مدلهای غیر میکروسکوپی، برای پی بردن به مقدارِ انرژیِ خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج (که در این کار پژوهشی مورد نظر هستند)، کافیست سعی کنیم تا با رویکردی خوشه‌ای، معادله شرودینگر را با در نظر گرفتنِ یک پتانسیل برهم‌کنشِ مناسب برای تعداد مشخصی از خوشه‌های آلفا حل کنیم و به این وسیله،

وضعیت سیستم را مورد بررسی قرار دهیم. بنابراین با بررسی تابعیت کلی پتانسیلهایی که تاکنون در مدلهای میکروسکوپی برای سیستمهای خوشه‌ای مطرح بوده‌اند، برای نخستین بار یک مدل خوشه‌ای در رویکرد غیرمیکروسکوپی را معرفی نموده‌ایم که در آن از ساختار داخلیِ خوشه‌های آلفا در هسته‌های آلفا-مزدوج صرفنظر می‌شود. در این راستا، دو پتانسیل مناسب برای برهم‌کنش بین خوشه‌های آلفا پیشنهاد نموده و به صورت محاسباتی به تحلیل پدیده خوشه شدن در هسته‌های ^{8}Be ، ^{12}C ، ^{16}O و ^{20}Ne به ترتیب به شکلِ دو، سه، چهار و پنج خوشهٔ آلفا پرداخته و علاوه بر تعیین مقدار انرژی آنها در فاز خوشه‌ای، نتایج به دست آمده را با یافته‌های تئوری و تجربی دیگران نیز مقایسه نموده‌ایم. سرانجام، برای هر یک از پتانسیلهای پیشنهادی، رابطهٔ تابع موج سیستم خوشه‌ای را نیز به دست آورده‌ایم. در این بررسیها نشان داده شده است که انرژیهایی که با استفاده از پتانسیلهای پیشنهادی برای بررسی سیستمهای خوشه‌ای در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج محاسبه شده‌اند، مطابقت خوبی با کارهای تئوری و تجربی دیگران دارند. در نتیجه این مدل، می‌تواند به عنوان یک مدل مناسب برای توصیف ویژگیهای استاتیکی سیستمهای خوشه شده در هسته‌ها محسوب شود. همچنین اگر مقادیر انرژی حالت پایه (و حتی حالتهای برانگیختهٔ) هسته‌های مورد نظر را با انرژی آنها در حالت خوشه‌ای مقایسه کنیم، خواهیم فهمید همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شده است، حالت خوشه‌ای برای این هسته‌ها یک فاز بینابینی است. به عبارت دیگر، پدیدهٔ خوشه شدن در هر یک از هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج، نه در حالت پایهٔ آنها رخ می‌دهد و نه در ترازهای برانگیخته آنها. به علاوه، یک نکتهٔ قابل توجه در رابطه با مقادیر ضرایب پتانسیل در این کار پژوهشی، این خواهد بود که با سنگینتر شدنِ هسته‌ها افزایش قابل توجهی در مقدار ضریبِ جملهٔ جاذبهٔ پتانسیل پیشنهادی به وجود می‌آید که می‌تواند ناشی از افزایش قدرت جاذبهٔ بین خوشه‌های آلفا در اثر افزایش تعداد خوشه‌ها باشد. به عبارت دیگر، با توجه به نتایج حاصله می‌توان دریافت که هر چه تعداد خوشه‌های آلفا در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج بیشتر می‌شود، قدرت جاذبهٔ بین خوشه‌ها نیز افزایش می‌یابد.

(فصل پنجم)

پیشنهادات

با وجود نظریه‌های میکروسکوپی مختلفی که تاکنون برای پدیدهٔ خوشه شدن در ماده هسته‌ای معرفی شده‌اند، هنوز مسالهٔ چگونگیِ بررسی این پدیده با استفاده از مدلهای غیرمیکروسکوپی، به عنوان چالشی بحث برانگیز و مورد توجه مطرح است. برای شناخت هر چه بیشترِ این وضعیت در هسته‌های آلفا- مزدوج، می‌توان از نظر تئوری این موارد را مورد بررسی قرار داد:

- در راستای مطالعه پدیده خوشه شدن در هسته‌های آلفا- مزدوج
  - ✓ چگونگی رفتار کلیِ پارامترِ جایگزیدگی نسبت به تغییرات عمق چاه پتانسیل، با در نظر گرفتنِ هر یک از پتانسیلهایِ هسته‌ایِ معروف و پرکاربرد برای هسته‌های مشخصی که خوشه شده‌اند.
  - ✓ چگونگی رفتار کلیِ پارامترِ جایگزیدگی نسبت به تغییرات تعداد ذرات، با در نظر گرفتنِ هر یک از پتانسیلهایِ هسته‌ایِ معروف و پرکاربرد با عمق مشخصی از چاه پتانسیل.
  - ✓ محدودهٔ انرژی لازم برای خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا- مزدوج، با در نظر گرفتنِ هر یک از پتانسیلهایِ هسته‌ایِ معروف و پرکاربرد.
- در راستای جستجوی مدلهای خوشه‌ای غیرِمیکروسکوپی مناسب برای توصیف سیستمهای خوشه شده
  - ✓ با توجه به ویژگیهای برهم‌کنش در مدل خوشهٔ آلفا، می‌توان پتانسیلهای مناسب برای بررسی سیستمهای خوشه‌ای در هسته‌های آلفا- مزدوج را در نظر گرفته و پس از حل معادله شرودینگر با این پتانسیلها، ضرایب آنها را از طریق تطبیق نتایج با داده‌های آزمایشگاهی تعیین کرد.

- ✓ با توجه به تاکیدِ اکثرِ فیزیکدانان بر وارد کردنِ جملهٔ کولنی در محاسبات مربوط به پدیده خوشه شدن، می‌توان اثرِ وجود دافعه کولنی بین ذرات آلفا را بر انرژی خوشه شدن در هسته‌های مورد نظر بررسی نمود.

- ➢ با توجه به اینکه براساس نمودار آیکدا، وجود حالتهای خوشه‌ای مختلفی در هسته‌های سبک آلفا- مزدوج پیش‌بینی شده است، می‌توان برای تک تکِ وضعیتهای خوشه شدن در هسته‌های مورد نظر،یعنی ساختارهای:

  - ❖ $\alpha+\alpha$ در ^{8}Be
  - ❖ $\alpha+\alpha+\alpha$ و $^{8}Be+\alpha$ در ^{12}C
  - ❖ $\alpha+\alpha+\alpha+\alpha$ و $^{8}Be+\alpha+\alpha$ و $^{12}C+\alpha$در ^{16}O
  - ❖ $\alpha+\alpha+\alpha+\alpha+\alpha$ و $^{8}Be+\alpha+\alpha+\alpha$ و $^{12}C+\alpha+\alpha$ و $^{16}O+\alpha$در ^{20}Ne

پتانسیل مناسبی را جستجو کرده و پس از حل معادله شرودینگر برای آن، ضرایب مربوط به پتانسیل را نیز به کمک یافته‌های تجربی تعیین نمود.

به عبارت دیگر اگر بخواهیم از نگاهی دیگر به مسئله بپردازیم، باید توجه کنیم که علاوه بر بررسی ساختارهایی به صورت خوشه‌های آلفا در این هسته‌ها، (یعنی ساختار $\alpha+\alpha$ در ^{8}Be ، $\alpha+\alpha+\alpha$ در ^{12}C، $\alpha+\alpha+\alpha+\alpha$ در ^{16}O و $\alpha+\alpha+\alpha+\alpha+\alpha$ در ^{20}Ne) می‌توان ساختارهایی به صورت یک پوستهٔ بسته[1] و یک یا چند ذرهٔ آلفا (یعنی ساختار $^{8}Be+\alpha$ در ^{12}C، ساختارهای $^{8}Be+\alpha+\alpha$ و $^{12}C+\alpha$در ^{16}O و ساختارهای $^{8}Be+\alpha+\alpha+\alpha$ و $^{12}C+\alpha+\alpha$ و $^{16}O+\alpha$ در ^{20}Ne) را نیز برای این هسته‌ها بررسی کرد و در واقع مناسبترین پتانسیل و ضرایب آن را برای مطالعهٔ غیرِمیکروسکوپی چنین خوشه‌هایی در این هسته‌ها جستجو کرد.

[1] Closed Shell

- ✓ با توجه به اینکه اخیراً در سال ۲۰۱۳ ادعا شده است که به نظر می‌رسد شعاع هسته ^{16}O در فاز خوشه‌ای به 1.8 برابرِ شعاع آن در حالت پایه می‌رسد[۹]، می‌توان با در اختیار داشتن رابطهٔ تابع موج این هسته در حضور پتانسیلهای پیشنهادی، شعاع آن را تعیین نموده و صحت این ادعا را بررسی نمود.
- ✓ با توجه به اینکه در مرجع [۸۳] ادعا شده است که اثرات ناشی از سایر جمله‌های تبادلی در پتانسیل بین خوشه‌ها ناچیز است، می‌توان با اضافه کردن اثرات دیگر به پتانسیلهای پیشنهادی، صحت این ادعا را بررسی نمود.
- ✓ بررسی اثر ناشی از تغییر شکل یا در اصطلاح دِفرمه شدنِ هسته‌های آلفا- مزدوج بر پدیده خوشه شدن در آنها.
- ✓ بررسی پدیده خوشه شدن در هسته‌های آلفا- مزدوج از دیدگاه نسبیتی و مقایسه نتایج حاصله با یافته‌های مربوط به دیدگاه غیرنسبیتی.

یک روش دیگر برای تعیین انرژی خوشه شدن در هسته‌های سبکِ آلفا-مزدوج این است که بکوشیم تا از دیدگاه نسبیتی به مسئله نگاه کنیم و با در نظر گرفتن خوشه‌های آلفا به صورت ذرات بوزونی، معادله کلاین-گوردن را با یک پتانسیل مناسب برای آنها حل کنیم. سرانجام مقایسهٔ نتایج حاصل از دو دیدگاه غیرِنسبیتی و نسبیتی نیز می‌تواند نتایج قابل توجهی را به دنبال داشته باشد که دیگران با استفاده از رویکردهای دیگری به آنها رسیده‌اند.

- ✓ بررسی پدیده خوشه شدن در هسته‌هایی که دارای یک یا دو یا سه تک نوکلئون هستند.

فهرست مراجع

[1] Ebran, J. P., Khan, E., Nikšić, T., & Vretenar, D., (2012), "**How atomic nuclei cluster**", *Nature* **487**, 341-344.

[2] Freer, M., (2012), "**Nuclear Physics: Nucleons come together**", *Nature* **487**, 309-310.

[3] Freer, M., (2007), "**The Clustered Nucleus_Cluster Structures in Stable and Unstable nuclei**", *Reports on Progress in Physics* **70**, 2149-2210.

[4] Toneev, V. D., Nikonov, E. G., & Shanenko, A. A. (1999), **Nuclear Matter in Different Phases and Transitions**, *Kluwer Academic Publishers.*

[5] Siemens, Ph. J., Jensen, A. S. (1994), **Elements of Nuclei: Many-body Physics with the Strong Interaction,** *Westview Press.*

[6] Ebran, J. P., Khan, E., Nikšić, T., & Vretenar, D., (2014), "**Crystal, cluster and quantum liquid nuclear states**", *Journal of Physics: Conference Series* **569**, 012006.

[7] Ebran, J. P., Khan, E., Nikšić, T., & Vretenar, D., (2013), "**Localization and clustering in the nuclear Fermi liquid**", *Physical Review C* **87**, 044307.

[8] Von Oertzen, W., Freer, M., & Kanada-En'yo, Y., (2006), "**Nuclear clusters and nuclear molecules**", *Physics Reports* **432**, 43-113.

[9] Girod, M., & Schuck, P., (2013), "**α-Particle Clustering from Expanding Self-Conjugate Nuclei within the Hartree-Fock-Bogoliubov Approach**", *Physical Review letters* **111**, 132503.

[10] Typel, S., Röpke, G., Klähn, T., Blaschke, D., & Wolter, H. H., (2010), "**Composition and thermodynamics of nuclear matter with light clusters**", *Physical Review C* **81**, 015803.

[11] Sosin, Z., (2010), "**Nuclear Equation of State in a Form Suitable for Quantum Molecular Dynamics**", *International Journal of Modern Physics E* **19**, 759-767.

[12] Typel, S., (2013), "**Clusters in Nuclear Matter and the Equation of State**", *Journal of Physics: Conference Series* **420**, 012078.

[13] Sosin, Z., Kallunkathariyil, J., (2014), "**Semi-Classical, Microscopic Approach to the Liquid Drop Model— A possible way of the description of heavy ion reactions**", *Acta Physica Polonica B* **45**,925-946.

[14] Petschek, A. G., (2012), "**Supernovae**", *Springer Science & Business Media press,* 231.

[15] Chen, L. W., Greco, V., KO, C. M., & Li, B. A., (2003). "**Isospin effects on two-nucleon correlation functions in heavy-ion collisions at intermediate energies**", *Physical Review C* **68**, 014605.

[16] Shlomo, S., & Youngblood, D. H., (1993). "**Nuclear matter compressibility from isoscalar giant monopole resonance**", *Physical Review C* **47**, 529.

[17] Bombaci, I., & Lombardo, U., (1991). "**Asymmetric nuclear matter equation of state**", *Physical Review C* **44**, 1892.

[18] Furnstahl, R. J., (2002). "**Neutron radii in mean-field models**", *Nuclear Physics A* **706**, 85-110.
[19] I. Tanihata, Preprint RIKEN-AF-NP- (1996) 229.
[20] Jenkins, D., (2016). "**Alpha clustering in nuclei: another form of shape coexistence?**" *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **43**, 024003.
[21] Wildermuth, K. & Kanellopoulos, T., (1958), "**The cluster model of the atomic nuclei**", *Nuclear Physics* **7**, 150-162.
[22] Freer, M., & Merchant, A. C., (1997), "**Developments in the study of nuclear clustering in light even-even nuclei**". *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **23**, 261.
[23] Hiura, J., & Shimodaya, I., (1963), "**Alpha-Particle Model for Be^9**", *Progress of Theoretical Physics* **30**, 585-600.
[24] Wildermuth K., Tang, Y.C., (1977) "**Unified Theory of the Nucleus-Clustering Phenomena in Nuclei**", *Vieweg Brauschweig*.
[25] Wildermuth, K., McClure, W., (1966), "**Springer Tracts in Modern Physics**", *Springer*, Vol. **41**, Berlin, Vienna.
[26] Ikeda, K., Takigawa, N., & Horiuchi, H., (1968), "**The systematic structure-change into the molecule-like structures in the self-conjugate 4n nuclei**", *Progress of Theoretical Physics*, Supplement **68**, 464-475.
[27] Horiuchi, H., & Suzuki, Y., (1973), "**Analysis of alpha-decay widths for molecular viewpoints in light nuclei**". *Progress of Theoretical Physics* **49**, 1974-2004.
[28] Beck, C., (2010), "**Clusters in nuclei-Volume 1**", Springer.
[29] Freer, M., (2010), "**Clusters in nuclei**", *Scholarpedia* **5**, 9652.
[30] Hafstad, L. R., & Teller, E., (1938), "**The alpha-particle model of the nucleus**", *Physical Review* **54**, 681.
[31] Blatt, J. M. and Weisskopf, V. F., (1979), "**Theoretical Nuclear Physics**", *Springer-Verlag New York*. 295.
[32] Kallunkathariyil, J., Sosin, Z., Wieloch, A., (2013), "**Alpha Clustering in Nucleus**", *Acta Physica Polonica B Proceedings Supplement* **6**, 1147.
[33] Gamow, G., (1930), "**Mass defect curve and nuclear constitution**", *Proceedings of the Royal Society of London **Series A***, 632-644.
[34] Bethe, H. A., & Bacher, R. F., (1936), "**Stationary states of nuclei**", *Nuclear physics A: Reviews of Modern Physics* **8**, 82-229.
[35] Brink, D. M., (2008), "**History of cluster structure in nuclei**". *Journal of Physics: Conference Series* **111**, 012001.
[36] Wuosmaa, A. H., Betts, R. R., Back, B. B., Freer, M., Glagola, B. G., Happ, T., & et al., (1992), "**Evidence for alpha-particle chain configurations in ^{24}Mg**", *Physical Review letters* **68**, 1295.
[37] Kawabata, T., Akimune, H., Fujita, H., Fujita, Y., Fujiwara, M., Hara, K., & et al., (2007), "**2α+ t cluster structure in ^{11}B**", *Physics Letters B* **64**, 6-11.

[38] Cowley, A., (2013), "**Alpha-cluster structure in the ground state of ^{40}Ca displayed in a (p, pα) knockout reaction**", *Journal of Physics: Conference Series* **436**, 012011.
[39] Wheeler, J. A., (1937), "**Molecular viewpoints in nuclear structure**", *Physical Review* **52**, 1083.
[40] Beck, C., (2011), "**Clusters in nuclei-Volume 2**", Springer.
[41] Brenner, M., Lönnroth, T., & Malik, F. B., (1991), "**Clustering Phenomena in Atoms and Nuclei**", *Springer Science & Business Media press*.
[42] Neudatchin, V. G., Kukulin, V. I., Korotkikh, V. L., & Korennoy, V. P., (1971), "**A microscopically substantiated local optical potential for α-α-scattering**", *Physics Letters B* **34**, 581-583.
[43] Buck, B., Dover, C. B., & Vary, J. P., (1975), "**Simple potential model for cluster states in light nuclei**", *Physical Review C* **11**, 1803.
[44] Suzuki, Y., & Varga, K., (1998), "**Stochastic variational approach to quantum-mechanical few-body problems**", *Springer Science & Business Media press*.
[45] Arai, K., Ogawa, Y., Suzuki, Y., & Varga, K., (2001), "**Microscopic multicluster description of light exotic nuclei with stochastic variational method on correlated Gaussians**", *Progress of Theoretical Physics Supplement* **142**, 97-156.
[46] Okabe, S., Abe, Y., & Tanaka, H., (1977), "**The Structure of ^{9}Be Nucleus by a Molecular Model. I.**", *Progress of Theoretical Physics* **57**, 866-881.
[47] Descouvemont, P., (2002), "**Microscopic study of α clustering in the $^{9,\ 10,\ 11}$ Be isotopes**", *Nuclear Physics A* **699**, 463-478.
[48] Kanada-En'yo, Y., Kimura, M., & Horiuchi, H., (2003), "**Antisymmetrized Molecular Dynamics: a new insight into the structure of nuclei"**. *Comptes Rendus Physique* **4**, 497-520.
[49] Beck, C., (2013), "**Clusters in nuclei-Volume 3**", Springer.
[50] Bertulani, C. A., (2007), "**Nuclear physics in a nutshell**", *Princeton University Press*.
[51] Kidun, O., Fominykh, N., & Berakdar, J., (2002), "**Scattering and bound-state problems with non-local potentials: application of the variable-phase approach**", *Journal of Physics A: Mathematical and General* **35**, 9413.
[52] Afzal, S. A., Ahmad, A. A. Z., & Ali, S., (1969), "**Systematic Survey of the α-α Interaction**", *Reviews of Modern Physics* **41**, 247.
[53] Ali, S., & Bodmer, A. R., (1966), "**Phenomenological α-α potentials**", *Nuclear Physics* **80**, 99-112.
[54] Haefner, R. R., (1951), "**Rotational Energy Levels of an Alpha-Particle Model for the Beryllium and Carbon Isotopes"**, *Reviews of Modern Physics* **23**, 228.
[55] Freer, M. & Merchant, A. C., (1997), "**Developments in the study of nuclear clustering in light even-even nuclei**", *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **23**, 261.

[56] Buck, B., Johnston, J. C., Merchant, A. C. & Perez, S. M., (1995), "**Unified treatment of scattering and cluster structure in α+ closed shell nuclei: Ne 20 and Ti 44**", *Physical Review C* **52**, 1840.

[57] Von Oertzen, W. & Anagnostatos, G. S., (1995), "**Atomic and Nuclear Clusters**: *Proceedings of the Second International Conference, Greece*", Springer.

[58] Aiello, M., Ferraris, M., Giannini, M. M., Pizzo, M., & Santopinto, E., (1996), "**A three-body force model for the electromagnetic excitation of the nucleon"**, *Physics Letters B* **387**, 215-221.

[59] Rajabi, A. A., (2005), "**Exact analytical solution of the schrödinger equation for an N-identical body-force system**", *Few-body Systems* **37**, 197-213.

[60] Eğrifes, H., Demirhan, D. & Büyükkılıç, F., (2000), "**Exact solutions of the Schrödinger equation for the deformed hyperbolic potential well and the deformed four-parameter exponential type potential**", *Physics Letters A* **275**, 229-237.

[61] Yeşiltaş, Ö., (2007), "**PT/non-PT symmetric and non-Hermitian Pöschl–Teller-like solvable potentials via Nikiforov–Uvarov method**", *Physica Scripta* **75**, 41.

[62] Aslanzadeh, M., & Rajabi, A. A., (2014), "**Analytical solution of relativistic three-body bound systems**", *The European Physical Journal A* **50**, 1-6.

[63] Nikiforov, A. F., & Uvarov, V. B., (1988), "**Special functions of mathematical physics**", *Basel*: *Birkhäuser*.

[64] Davesne, D., Navarro, J., Becker, P., Jodon, R., Meyer, J., & Pastore, A., (2015), "**Extended Skyrme pseudo-potential deduced from infinite matter properties"**, *Physical Review C* **91**, 064303.

[65] Buck, B., Friedrich, H., & Wheatley, C., (1977), "**Local Potential models for the scattering of complex nuclei**", *Nuclear Physics A* **275**, 246-268.

[66] Ebran, J. P., Khan, E., Nikšić, T., & Vretenar, D., (2014), "**Cluster-liquid transition in finite, saturated fermionic systems**", *Physical Review C* **89**, 031303.

[67] Schlippe, W.B. von, (1998), "**32 Lectures by Wladimir von Schlippe**", *Lecture* **1**, page 2.

[68] ENSDF, NNDC, (2003), "**Online Data Service, Evaluated Nuclear Structure Data File database**", *National Nuclear Data Center.*

[69] Tohsaki, A., Horiuchi, H., Schuck, P., & Röpke, G., (2001), "**Alpha Cluster Condensation in ^{12}C and ^{16}O**", *Physical Review Letters* **87**, 192501.

[70] Shankar, R. (2012), "**Principles of quantum mechanics**". *Springer Science & Business Media.*

[71] Muga, G., Mayato, R. S., & Egusquiza, I. (Eds.). (2007), "**Time in quantum mechanics**" (**Vol. 734**). *Springer Science & Business Media.*

[72] Busch, P. (2008). "**The time–energy uncertainty relation**" *Springer Berlin Heidelberg.* (pp. 73-105).

[73] Pérez-Marco, R. (2016), "**Blockchain time and Heisenberg uncertainty principle**", *hal-**01401871***.

[74] Naghdi, M., (2014), "**Nucleon-nucleon interaction: A typical/concise review**", *Physics of Particles and Nuclei* **45**, 924-971.

[75] Shojaei, M. R., Rajabi, A. A., Farrokh, M., & Zoghi-Foumani, N., (2014), "**Energy Levels of Spin-1/2 Particles with Yukawa Interaction**", *Journal of Modern Physics* **5**, 773.

[76] Bayrak, O., Kocak, G., & Boztosun, I., (2006), "**Any l-state solutions of the Hulthén potential by the asymptotic iteration method**", *Journal of Physics A: Mathematical and General* **39**, 11521.

[77] Arfken, G. B., Weber, H. J., & Harris, F. E., (2011), "**Mathematical methods for physicists: a comprehensive guide**", *6th edition, Academic press*.

[78]Zoghi-Foumani, N., Shojaei, M. R., Rajabi, A. A., (2017), "**A new non-microscopic study of cluster structures in light alpha-conjugate nuclei**", *Chinese Physics C* **41**, No. 1, 014104.

[79] Qiang, W. C., & Dong, S. H., (2007), "**Analytical approximations to the solutions of the Manning–Rosen potential with centrifugal term**", *Physics Letters A* **368**, 13-17.

[80] Manning, M. F., & Rosen, N. (1933), "**A potential function for the vibrations of diatomic molecules**", *Phys. Rev* **44**, 953.

[81] Rosen, N., & Morse, P. M. (1932), "**On the vibrations of polyatomic molecules**", *Physical Review* **42(2)**, 210.

[82] Zoghi-Foumani, N., Shojaei, M. R., Rajabi, A. A., (2017), "**A new approach for cluster structures in** ^{16}O **and** ^{20}Ne", *Pramana Journal of Physics* vol.**1**.

[83] Heinz, U. (1997), "**Correlations and Clustering Phenomena in Subatomic Physics**", *Plenum Press, New York and London*, **33**.

Abstract

When one uses Shell Model to study the even-even nuclei, he faces more complexities compared to other nuclei. In cluster model, physicists consider a few basic assumptions to simplify the problem and provide a good dynamical description of quantum systems of Alpha-Conjugate nuclei. In general, the basic and most important parameter which can affect the clustering phenomenon in nuclei is the energy of the quantum system. In other words, in each of the light Alpha-Conjugate nuclei, depending on the amount of the energy of system, one can expect a variety of structural changes from a cluster perspective, all of which lead to structures that are similar to molecular structures in these nuclei. These changes start from a structure consisting of an alpha particle and a smaller nucleus and eventually end in a structure consisting of several alpha clusters. The main purpose of this research is to obtain an appropriate model in a non-microscopic approach to study the clustering phenomenon in light Alpha-Conjugate Nuclei.

In this research, at first a suitable equation of state for nuclear matter has been provided; then the clustering phenomenon in nuclei has been explained. After that, taking into account the localization parameter relationship in finite nucleonic systems, the range of potential well's depth for clustering phenomenon in each of the light Alpha-Conjugate nuclei intended in this research has been determined. Additionally, the time interval related to clustering phenomenon in these nuclei is studied. Besides, with regard to quasi-molecular structure model for clustered nuclei, the variation of the clustering energy versus the number of alpha bonds in light Alpha-Conjugate Nuclei has been investigated; It has also been demonstrated that the cluster-cluster interaction is similar to the nucleon-nucleon interaction, and has a saturable nature. Finally, two suitable potentials for interaction between Alpha clusters has been assumed, then for the first time the cluster model for non-microscopic computational analysis of clustering phenomenon has been utilized in ^{8}Be, ^{12}C, ^{16}O and ^{20}Ne nuclei as two, three, four and five alpha clusters respectively.

Keywords:

Nuclear matter, Clustering phenomenon, Cluster-Cluster interaction, Clustering energy

Shahrood University of Technology

Faculty of Physics & Nuclear Engineering

Ph. D. Thesis in Nuclear Physics

Clustering Phenomenon in Nuclear Matter and the Study of Light Alpha-Conjugate Nuclei using Cluster Approach

By: Niloufar Zoghi-Foumani

Supervisor:

Dr. Mohammad Reza Shojaei

January 2017