



دانشکده‌ی فیزیک
گروه ذرات بنیادی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

مطالعه‌ی ثابت پخش کوارک‌های سنگین در
پلاسمای کوارک گلوئون با استفاده از
AdS/CFT

سحر مجردلمن جویی

استاد راهنما

دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن

شهریور ۱۳۹۵

اگر مردم را رسم چنان است که با تقدیم تلاش با ایشان به بزرگان به آنها
تقرب جویند؛ شایسته است نخستین شمره می تحویلیم پس از سال ما؛ پیشکش
متمواضعانه ای باشد به نخستین معلمان زندگیم

پدر و مادرم



سگرسایان نثار ایزدمنان که توفیق را رفیق را هم ساخت تا این پایان نامه را به
پایان برسانم.

بدون شک جایگاه و منزلت استاد؛ اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات
بی‌شائبه‌ی او؛ بازبان قاصر و دست ناتوان؛ چیزی بکارم.

اما از آنجایی که تحلیل از استاد پاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش
را تأمین می‌کند و سلامت امانت‌هایی را که به دستش سپرده‌اند تضمین؛ بر حسب
وظیفه از استاد با کمالات و شایسته‌جناب آقای دکتر بی‌تقصیر که در مجال سعی صدر؛ با
حسن خلق و فروتنی؛ از هیچ‌کلی در این عرصه به من دریغ ننمودند و زحمات را بهمانی
این پایان نامه را بر عهده گرفتند؛

از اساتید فرزانه جناب آقای دکتر عنایتی و جناب آقای دکتر واحدی که زحمات
داوری این پایان نامه را متقبل شدند؛

از پدر و مادر عزیزم که همواره بر کوتاهی و درشتی من؛ قلم عفو کشیده و گریانه از کنار

غفلت هایم گذشته اند و در تمام عرصه های زندگی یار و یاور بی چشمداشت برای من
بوده اند؛

از جناب آقای دکتر عنایتی که در نگارش این پایان نامه از راهنمایی های ارزشمندشان
بهره بردم؛

از جناب آقای آتشی که راهنمایی های خود را از بنده دریغ ننمودند؛
و از تمامی دوستانی که مراد این راه یاری کردند؛

کمال تقدیر و تشکر را دارم.

سحر مجردلمن جویی
شهریور ۱۳۹۵

تعمیر نامه

اینجانب سحر مجرد دانشجوی کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان نامه با عنوان مطالعه ی ثابت پخش کوارک های سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون با استفاده از AdS/CFT، تحت راهنمایی دکتر کاظم بی تقصیر فدا فن متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های دیگر پژوهش گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان نامه، تا کنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه صنعتی شاهرود تعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “ دانشگاه شاهرود “ یا “ Shahrood University of Technology “ به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند، در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده) شده است، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

سحر مجرد ملین جویی
شهریور ۱۳۹۵

مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی باشد.

چکیده

در این تحقیق حرکت براونی ذره‌ای سنگین در پلاسمای دما دار مطالعه شده است. این پلاسما از کوارک‌ها و گلوئون‌ها ساخته شده است و با پلاسمای معمولی متفاوت می‌باشد. از آنجا که ثابت جفت شدگی در این پلاسما قوی است، روش‌های معمول اختلالی برای مطالعه‌ی این پلاسما به‌کار نمی‌آید. بدین منظور از تناظر AdS/CFT استفاده شده است. بنابر این تناظر برای معرفی دما بایستی سیاهچاله‌ای را در فضای حجم در نظر گرفت. هم‌چنین بر اساس این تناظر، ذره انتهای یک ریسمان کلاسیکی است که از مرز فضای AdS شروع شده و تا سیاهچاله ادامه دارد. حرکت براونی این ذره باعث اختلال در ریسمان می‌شود و می‌توان با مطالعه‌ی رفتار ریسمان تحت این اختلال‌ها ضرایب معادله‌ی لانجورین را به‌دست آورد. با استفاده از این روش ضرایب طولی و عرضی لانجورین به‌دقت محاسبه می‌شود.

کلمات کلیدی: نظریه ریسمان، تناظر AdS/CFT ، پلاسمای کوارک گلوئون، حرکت براونی.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. کاظم بی تقصیر فدافن؛ سحر مجرد لمن جویی؛ بررسی حرکت براونی یک ذره ی سنگین با استفاده از تناظر AdS/CFT ارسال به مجله ی پژوهش فیزیک؛ ۲۵ اسفند ۱۳۹۴
۲. K. Bitaghsir Fadafan ، M. Karimi ،S. Mojarrad and B. Pourhassan ”Langevin Diffusion Coefficients Ratio in STU Model” has been submitted to Annals of Physics؛ ۸ june ۲۰۱۶

فهرست مطالب

۱	مقدمه	۱
۱	مدل استاندارد ذرات بنیادی	۱.۱
۱	سیر تاریخی تشکیل و تکمیل مدل ذرات بنیادی	۱.۱.۱
۲	مفاهیم فیزیکی مدل استاندارد	۲.۱.۱
۲	نواقص مدل استاندارد	۳.۱.۱
۳	آشنایی با کوارک‌ها در ذرات بنیادی	۲.۱
۴	پلاسمای کوارک گلوئون	۳.۱
۵	اهمیت کوارک‌های سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون	۱.۳.۱
۵	نظریه‌ی ریسمان	۴.۱
۶	نظریه‌ی ریسمان به عنوان یک نظریه‌ی واحد	۱.۴.۱
۶	نوسانات ریسمان و ذرات بنیادی	۲.۴.۱
۷	ریسمان‌های باز و بسته	۳.۴.۱
۸	معرفی دوگانگی AdS/CFT و استفاده از آن برای مطالعه‌ی QGP	۵.۱
۹	معرفی ثابت پخش از دیدگاه مکانیک آماری	۶.۱
۱۳	مروری بر مطالعه‌های انجام شده در مورد محاسبه‌ی ثابت پخش با استفاده از AdS/CFT	۷.۱
۱۵	محاسبه‌ی ثابت پخش با استفاده از AdS/CFT	۲
۱۵	روش استفاده از دوگانگی AdS/CFT برای محاسبه‌ی ثابت پخش	۱.۲
۱۶	محاسبات	۲.۲
۱۶	مطالعه‌ی کنش ریسمان	۱.۲.۲
۱۹	بررسی حرکت کوارک سنگین با استفاده از AdS/CFT	۲.۲.۲
۲۲	محاسبه‌ی نیروی کششی	۳.۲.۲
۲۳	بررسی جهان سطح ریسمان	۴.۲.۲
۲۵	محاسبه‌ی دمای جهان سطح	۵.۲.۲
۲۸	محاسبه‌ی کنش اختلال ریسمان	۶.۲.۲
۳۰	یافتن مؤلفه‌ی $h_{\sigma\sigma}$ در متریک قطری با استفاده از مؤلفه‌های متریک القایی	۷.۲.۲

۳۷	ثابت پخش در پلاسمای ناهمسانگرد	۳
۳۷	معرفی متریک‌های ناهمسانگرد	۱.۳
۳۷	مدل بالا-پایین A	۱.۱.۳
۳۸	مدل بالا-پایین B	۲.۱.۳
۳۸	بررسی و مرور نتایج مقاله‌های مربوط	۲.۳
۳۸	ناهمسانگردی کوچک	۱.۲.۳
۳۸	ناهمسانگردی بزرگ	۲.۲.۳
۳۹	ثابت پخش کوآرک سنگین در پلاسمای ناهمسانگرد	۳.۳
۴۰	مقایسه‌ی نتایج در دو مدل معرفی شده	۱.۳.۳
۴۳	بررسی ثابت پخش در پس‌زمینه‌های دیگر	۴
۴۳	بررسی ثابت پخش در پس‌زمینه‌ی ویتن	۱.۴
۴۳	مقدمه	۱.۱.۴
۴۴	معرفی متریک زمینه	۲.۱.۴
۴۴	نیروی کششی	۳.۱.۴
۴۷	معادله‌ی لانجوین و حرکت براونی	۴.۱.۴
۴۸	نتیجه‌گیری	۵.۱.۴
۴۹	بررسی ثابت پخش در پس‌زمینه‌ی STU	۲.۴
۵۱		منابع
۵۱		منابع

فصل ۱

مقدمه

۱.۱ مدل استاندارد ذرات بنیادی

۱.۱.۱ سیر تاریخی تشکیل و تکمیل مدل ذرات بنیادی

الکترون به‌عنوان اولین ذره‌ی بنیادی در سال ۱۸۹۷ میلادی توسط جوزف تامسون کشف شد. انیشتین در سال ۱۹۰۵ ایده‌ی فوتون به‌عنوان کوانتای نور را مطرح کرد. در سال ۱۹۱۲ ویکتور هس پرتوهای کیهانی را کشف کرد. ابداع و تکمیل مکانیک کوانتومی به‌عنوان نظریه‌ای برای توصیف ذرات و سیستم‌های ذرات (نه میدان‌ها) در سال ۱۹۲۵ توسط فیزیکدانانی چون بور؛ هایزنبرگ؛ دیراک؛ شرودینگر و دیگران به‌انجام رسید. در سال ۱۹۲۸ معادله‌ی نسبیتی دیراک و نظریه‌ی میدان کوانتومی نسبیتی ارائه شد. وجود ذره‌ی خنثی سبک به نام نوترینو در سال ۱۹۳۰ به صورت فرضیه توسط پاولی مطرح شد. دیراک ایده‌ی پادذره که بعدها به اثبات تجربی رسید را در همان سال داد. در سال ۱۹۳۵ مزون به‌عنوان کوانتای میدان نیروهای هسته‌ای در نظر گرفته شد. روش‌های نظریه‌ی میدان نسبیتی و هم‌چنین توضیح جابجایی لمب در اتم هیدروژن در سال ۱۹۴۷ در چارچوب الکترودینامیک کوانتومی به‌وسیله‌ی فیزیکدانانی مانند فاینمن و شوینگر و دیگران توسعه یافت. در همان سال مزون‌های موجود در تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی آشکارسازی شدند. در ادامه باید از گلמן برای معرفی عدد کوانتومی شگفتی در سال ۱۹۵۳ به منظور توجیه ذرات جدید برهم‌کنش‌های قوی یاد کرد. در سال ۱۹۵۴ یانگ و میلز نظریه‌های میدان پیمانه‌ای موضعی ناورد را مطرح کردند. برداشتن گامی در جهت نظریه‌ی وحدت الکتروضعیف و طرح فرضیه‌ی بوزون میانی گلاشو به‌عنوان میانجی برهم‌کنش‌های الکتروضعیف در سال ۱۹۶۱ به‌انجام رسید. به‌منظور تولید جرم بوزون‌های پیمانه‌ای در سال ۱۹۶۴ سازوکار ذره‌ی هیگز کشف شد. نامبو و هان در ۱۹۶۵ عدد کوانتومی رنگ را برای کوارک‌ها و گلوئون‌ها معرفی کردند. در ۱۹۶۷ واینبرگ؛ سلام و گلاشو نسخه‌ی مدرن نظریه‌ی وحدت الکتروضعیف را ارائه دادند. نسل دوم هادرون‌ها که شامل ذرات افسون و شگفت می‌شود بین سال‌های ۱۹۷۱ تا ۱۹۷۴ کشف شدند. گلاشو و جورجی در ۱۹۷۴ اولین مدل وحدت‌بخش نیروهای الکتروضعیف و قوی را مطرح کردند. یک نظریه‌ی ریسمان ده‌بعدی که شامل گرانش می‌شد را شوارتز و شرک در همان سال ارائه کردند. نظریه‌ی ابرریسمان در سال‌های ۱۹۸۴ تا ۱۹۸۵ نامزدی

قدرتمند برای نظریه‌ی همه‌چیز بود. کشف کوارک‌های سر و ته به ۱۹۹۵ برمی‌گردد. ۳ سال بعد یعنی در ۱۹۹۸ نوسان‌های طعم نوترینو به صورت تجربی به اثبات رسید و در آخر ذره‌ی هیگز به عنوان آخرین ذره‌ی مدل استاندارد در سال ۲۰۱۳ کشف شد.

۲.۱.۱ مفاهیم فیزیکی مدل استاندارد

در ارتباط با مفاهیم فیزیکی مدل استاندارد ذرات بنیادی ابتدا از مکانیک کلاسیک به عنوان چهارچوبی برای توصیف حرکت سیستم مادی نقاط در فضای ۳ بعدی یاد می‌کنیم. سپس به سراغ گرانش نیوتونی که توصیف نسبتاً دقیقی از حرکت سیارات در منظومه‌ی شمسی می‌دهد؛ می‌رویم. الکترومغناطیس؛ حالت کلاسیک و تعبیر نسبیتی آن یعنی الکترودینامیک کلاسیک؛ را برای توصیف بارهای الکتریکی و جریان‌ها به کار می‌بریم. در ادامه؛ مکانیک کوانتومی ابعاد ریز ماده مانند ذرات بنیادی را توصیف می‌کند. در حالت تلفیقی آن با نسبیت به مکانیک کوانتومی نسبیتی می‌رسیم که از آن نیز برای توصیف مواردی چون سیستم ذرات؛ دینامیک ذرات بنیادی با اسپین‌های مختلف در حالات مقید مانند اتم هیدروژن با الکترون نسبیتی استفاده می‌کنیم. نظریه‌ای تحت عنوان الکترودینامیک کوانتومی که نظریه‌ی کوانتومی میدان‌های الکترومغناطیسی می‌باشد؛ داریم. در ارتباط با خلق و فنای ذرات در میدان‌ها؛ افت و خیز خلأ؛ انرژی بی‌نهایت خلأ؛ بازبهنجارش جرم و بار نیز مدلی تحت عنوان مدل نیروی تبدالی میانجی‌گری میدان‌ها در برهم‌کنش‌ها؛ وجود دارد. نظریه‌ی الکتروضعیف نظریه‌ی پیمانانه موضعی ناورداست. جرم‌دار شدن بوزون‌های پیمانانه‌ای W و Z بر اثر مکانیزم هیگز و بی‌جرم ماندن فوتون نیز در دسته‌ی همین مفاهیم قرار می‌گیرند و همین‌طور مکانیزم هیگز برای جرم‌دار کردن ذرات که در آن ذره‌ی جرم‌دار هیگز توجیه‌کننده‌ی اختلاف جرم ذرات می‌باشد؛ که می‌توان گفت نظریه‌ی ریسمان و ابرریسمان کاندیدای حل نواقص رایج مدل استاندارد ذرات بنیادی‌اند.

۳.۱.۱ نواقص مدل استاندارد

مدل استاندارد ذرات بنیادی علاوه بر مزایا دارای نواقصی نیز می‌باشد که هنوز حل نشده باقی مانده‌اند. که در اینجا به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌کنیم. مدل استاندارد ذرات بنیادی هنوز قادر به توصیف گرانش نیست؛ به این معنی که هنوز گرانش کوانتومی را توضیح نداده است. در نظریه‌ی میدان کوانتومی مسئله‌ی بی‌نهایت‌ها هنوز حل نشده است. برخی از پارامترهای نظریه‌های مدل استاندارد دستی هستند. تأیید تجربی برای وحدت بزرگ و واپاشی پروتون وجود ندارد. انرژی مورد نیاز برای شتاب‌دهنده‌ها جهت آزمایش ایده‌های نو در دسترس نیست. ذرات ابرتقارنی مدل استاندارد کشف نشده‌اند. اسرار حاکم بر نوترینوها مثل جرم صفر آن‌ها در مدل استاندارد ناشناخته هستند. شدت نیروها در یک مقیاس انرژی و مکان مشخص یکی نشده‌اند.

تعدادی از سؤالات بی جواب مدل استاندارد ذرات به‌طور خلاصه عبارتند از:

- چرا بار لپتون‌ها صحیح و بار کوارک‌ها کسری است؟
- منشأ اختلاف جرم نسل‌های کوارک‌ها و لپتون‌ها چیست؟
- آیا کوارک‌ها ساختمان درونی دارند؟
- آیا می‌توان یک کوارک تنها در طبیعت مشاهده کرد؟

۲.۱ آشنایی با کوارک‌ها در ذرات بنیادی

کوارک‌ها ذرات بنیادی و بخش اساسی سازنده‌ی ماده هستند. کوارک نخستین بار در سال ۱۹۶۴ توسط مورای گل‌مان و جورج زویک مطرح شد. در سال ۱۹۶۸ در آزمایش‌های انجام‌شده در شتاب‌دهنده خطی استنفورد ثابت شد که پروتون از اجزای کوچک‌تری تشکیل شده است. کوارک‌ها با هم ترکیب می‌شوند تا ذرات مرکبی به نام هادرون را به وجود آورند. پروتون و نوترون از معروف‌ترین آن‌ها هستند. مثلاً پروتون از دو کوارک u و یک کوارک d تشکیل شده است. در حالی که دو کوارک d و یک کوارک u نوترون را می‌سازد. کوارک‌ها بنابر اصل حبس کوارکی در نظریه‌ی کوانتومی رنگ هیچ‌گاه به صورت انفرادی یافت نمی‌شوند و آن‌ها را فقط می‌توان درون هادرون‌ها یافت. به همین دلیل بیشتر آنچه که ما درباره‌ی کوارک‌ها می‌دانیم از مشاهده‌ی خود هادرون‌ها به دست آمده است. کوارک‌ها علاوه بر درجه‌ی آزادی بار الکتریکی؛ رنگ؛ اسپین و جرم دارای درجه آزادی طعم نیز می‌باشند. شش نوع مختلف از کوارک‌هایی که به طعم معروف هستند عبارتند از: بالا؛ پایین؛ افسون؛ شگفت؛ سر یا حقیقت و ته یا زیبایی. بالا و پایین دارای کمترین وزن در بین کوارک‌ها هستند. کوارک‌های سنگین‌تر در طول یک فرایند واپاشی به سرعت به کوارک‌های بالا و پایین تبدیل می‌شوند و از حالتی با جرم بیشتر به حالتی با جرم کمتر تبدیل می‌شوند. به همین علت کوارک‌های بالا و پایین عموماً پایدار می‌باشند و رایج‌ترین کوارک‌ها در عالم هستند؛ در حالی که کوارک‌های دیگر فقط در تصادف‌هایی با انرژی زیاد تولید می‌شوند. برای هر یک از طعم‌های کوارک؛ یک پادماده متناظر با آن وجود دارد که به پادکوارک معروفند و فقط در برخی خصوصیات دارای علامت مخالف می‌باشند.

کوارک‌ها تنها ذرات شناخته شده می‌باشند که بار الکتریکی آن‌ها کسری از بار پایه می‌باشد. همان‌طور که اشاره شد کوارک‌ها هیچ‌گاه به تنهایی نقشی را به عهده ندارند بلکه همیشه در گروه‌های دو و سه تایی هستند. ذراتی که از دو کوارک (کوارک و پاد کوارک) تشکیل می‌شوند مزون نام دارند. ذراتی را که از سه کوارک تشکیل می‌شوند باریون می‌نامند. کوارک‌ها در کنار بار الکتریکی که دارند خاصیت دیگری نیز دارا می‌باشند که رنگ خوانده می‌شود. کوارک‌ها از این جهت به قرمز؛ سبز و آبی طبقه‌بندی می‌شوند. بنابراین در طبیعت باید همیشه دارای رنگ خنثی و به عبارت دیگر سفید باشند.

۳.۱ پلاسمای کوآرک گلوئون

در فاز هادرونی؛ کوآرک‌های تشکیل‌دهنده‌ی مزون‌ها و باریون‌ها بر طبق اصل محبوسیت به حالت مقید قرار دارند اما اگر دما و فشار زیاد شود؛ در این صورت ماده وارد فاز جدیدی می‌شود که به آن پلاسمای کوآرک گلوئون می‌گوییم و دمای آن در حدود $10^{12}k$ است.

کوآرک‌ها و گلوئون‌ها در این محیط متفاوت با پلاسمای معمولی هستند زیرا در محیط پلاسمای معمولی نیروی حاکم الکترومغناطیس است اما در این پلاسمای؛ نیروی غالب؛ نیروی هسته‌ای قوی است. هم‌چنین این محیط چگالی بسیار بالایی دارد و مقدار آن بیشتر از $10^{12}kgcm^{-3}$ است.

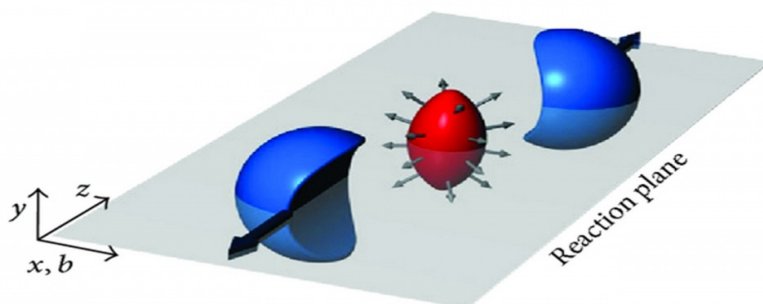
دانشمندان فیزیک ذرات بر این عقیده‌اند که این پلاسمای در لحظات اولیه پس از تشکیل جهان وجود داشته است. بررسی آن کمک بزرگی به شناخت آغاز جهان می‌کند.

وجود این گذار فاز در موقعیت‌های طبیعی چون؛ جهان اولیه؛ مرکز هسته‌ی ستاره‌های فوق چگال و در حالت آزمایشگاهی؛ در مرحله‌ی اولیه‌ی برخورد یون‌های سنگین نسبیتی انتظار می‌رود.

پلاسمای کوآرک گلوئون یا به اختصار QGP؛ محیطی است که در دما و فشارهای بسیار بالا تولید می‌شود و در این محیط کوآرک‌ها و گلوئون‌ها می‌توانند آزادانه وجود داشته باشند.

انرژی گرمایی کوآرک‌ها و گلوئون‌ها بسیار زیاد می‌باشد و به همین دلیل است که این پلاسمای باید در دمای بالا وجود داشته باشد.

همان‌طور که در شکل (۱,۱) مشاهده می‌شود؛ نمایی از جهت برخورد Z داریم. x و y جهت‌های عمود



شکل ۱.۱: نمایی از برخورد دو یون نسبیتی

بر برخورد هستند و b پارامتر برخورد است که به صورت فاصله‌ی بین دو هسته‌ی یون از یکدیگر تعریف می‌شود. در هنگام برخورد؛ تعداد زیادی از ذرات در برهم‌کنش شرکت می‌کنند که ذرات شرکت‌پذیر نامیده می‌شوند. به آن دسته از ذرات که در برهم‌کنش شرکت نمی‌کنند ذرات تماشاگر گفته می‌شود. پس از برخورد؛ این یون‌ها از یکدیگر عبور می‌کنند و در هنگام جدا شدن آن‌ها؛ در بین این یون‌ها محیطی بسیار داغ و چگال موسوم به پلاسمای کوآرک گلوئون تولید می‌شود. در این فاز جدیدی که ایجاد شده است؛ کوآرک‌ها و گلوئون‌ها دیگر مقید نبوده و به صورت آزاد وجود دارند. پس از آن؛ چون طول عمر این

پلازما بسیار کوتاه است این محیط از بین می‌رود و کوارک‌ها و گلوئون‌ها با یکدیگر شروع به برهم‌کنش می‌کنند؛ در این مرحله هادرون‌سازی صورت می‌گیرد. در مرحله‌ی آخر محیط به‌طور کامل سرد شده و فازهای هادرونی شکل می‌گیرند.

به‌صورت کلی هر خاصیتی که به جهت‌گیری در فضا وابسته باشد را ناهمسانگرد گویند. در اثر برخورد یون‌های سنگین نسبیتی در برخورددهنده‌های بزرگ هادرونی؛ پلاسمای کوارک‌گلوئون با ثابت جفت‌شدگی قوی تولید می‌شود که در ابتدای پس از برخورد فشار ناهمسانگرد مسبب ایجاد ناهمسانگردی در مختصات فضا و تکانه می‌شود.

۱.۳.۱ اهمیت کوارک‌های سنگین در پلاسمای کوارک‌گلوئون

پلاسمای کوارک‌گلوئون را هم‌چون یک سوپ داغ فرض کنید. آن را روی اجاق گذاشته‌اید و به آن نگاه می‌کنید. قابل انتظار است که تکه‌های بزرگ‌تر بیشتر تر به چشم می‌آیند. وضعیت در مورد پلاسمای کوارک‌گلوئون هم مشابه است. البته دقت کنید که آن‌چه از این پلازما می‌فهمیم تنها ذرات پراکنده‌ی نهایی هستند که توسط آشکارسازها شناسایی می‌شوند؛ با تحلیل آن‌ها موفق می‌شویم دمای پلازما را هم اندازه بگیریم.

کوارک‌های سنگین یا مزون‌های سنگین نشانه‌های خوبی برای مطالعه‌ی این محیط هستند. پس در آزمایش‌ها مطالعه‌ی رفتار آن‌ها نکات مهمی را روشن می‌کند.

مشاهده‌های مهم و خاص وابسته به کوارک‌های سنگین می‌باشد. ممکن است کوارک‌های سنگین در گوی آتشین پلاسمای کوارک‌گلوئون (QGP) در RHIC تولید شوند و هنگامی‌که در طول پلاسمای کوارک‌گلوئون چگال؛ به سمت آشکارساز سفر می‌کنند؛ می‌توانند نشانه‌گذاری شوند و بنابراین ردیاب‌های ارزشمند دینامیکی در پلازما و در حالت خاص برای مکانیزم انرژی اتلافی هستند. دینامیک کوارک‌های سنگین اطلاعات مهمی را در مطالعه‌ی پلاسمای کوارک‌گلوئون تولید شده در برخورددهنده‌ی یون سنگین تأمین می‌کند.

۴.۱ نظریه‌ی ریسمان

برهم‌کنش قوی به‌وسیله‌ی QCD توصیف می‌شود؛ اما نظریه ریسمان در اصل به‌وسیله‌ی نظریه‌ی برهم‌کنش قوی قبل از QCD به‌وجود آمده است.

برای مثال؛ [۸] یک مزون؛ جفت کوارک پادکوارک است و این به خوبی می‌تواند ریسمان را برای اتصال جفت توضیح دهد. ریسمان در حد جدایی جفت یک تنش دارد؛ یک انرژی احتمال برای طول ریسمان R نیاز است که انرژی متناسب با R می‌باشد. پس کوارک‌ها نمی‌توانند جدا شوند که حبس‌شدگی را توضیح می‌دهد. در واقع زمانی که طول ریسمان به اندازه‌ی کافی بزرگ شود؛ انرژی پتانسیل برای ایجاد یک جفت جدید کوارک پادکوارک به اندازه‌ی کافی بزرگ است. پس یک ریسمان به دو ریسمان می‌شکند. اما نقاط انتهایی ریسمان هنوز کوارک پادکوارک هستند و نمی‌تواند یک کوارک به تنهایی باشد.

به علت اینکه ریسمان تنش T دارد؛ می‌تواند به یک نقطه رمبش کند. در این حد؛ ریسمان نمی‌تواند رمبش کند؛ ریسمان نیاز دارد نوسان کند یا اگر ریسمان دوران کند به وسیله تعادل تنش و نیروی مرکزی پایا می‌شود. اما اندازه حرکت زاویه J در انرژی M ریسمان شرکت دارد. پس رابطه‌ای بین J و M وجود دارد.

ریسمان نسبیتی را در نظر می‌گیریم و از واحد $c=1$ استفاده می‌کنیم. در این واحد $[T] = ML^{-1}$ و $[J] = ML$ است. به طور کلاسیکی؛ اگر در یک ریسمان فقط تنش T یک پارامتر بعددار باشد باید داشته باشیم:

$$J = \frac{1}{T} M^2 + h$$

۱.۴.۱ نظریه‌ی ریسمان به عنوان یک نظریه‌ی واحد

۶ کوارک؛ ۶ لپتون به عنوان مواد و ۴ نیروی مؤثر بر این مواد وجود دارد. در اصل تمام پدیده‌ها می‌تواند با این المان‌ها درک شود؛ اما مدل استاندارد نقاط ضعف زیادی دارد. ما نمی‌توانیم این نقاط ضعف را توصیف کنیم.

در بخش نیروها : گرانش به وسیله‌ی نسبیت عام توصیف می‌شود و این در نظریه‌ی کلاسیکی است. به عبارت دیگر ۳ تا از این نیروها به وسیله‌ی نظریه‌ی پیمانه‌ای توصیف می‌شود و نظریه‌ی پیمانه‌ای را می‌توان کوانتیزه کرد. بنابراین؛ بنیان‌ها و جنبه‌های نظری برای این نیروها کاملاً متفاوت است. حال؛ نظریه‌ی ریسمان؛ نظریه‌ای است که تمام این المان‌ها را متحد می‌کند.

۲.۴.۱ نوسانات ریسمان و ذرات بنیادی

شیء بنیادی در نظریه‌ی ریسمان؛ ریسمان بسیار کوچکی است. دو نوع ریسمان داریم: ریسمان باز با دو نقطه‌ی پایانی و ریسمان بسته بدون نقطه‌ی پایانی. ریسمان فقط پارامتر بعددار تنش T را دارد که $[T] = L^{-2}$ یک پارامتر l_s با بعد طول معرفی می‌کنیم. [۶] پارامتر l_s را طول ریسمان گوئیم و پارامتر مقیاس طولی یک ریسمان را می‌دهد.

طول ریسمان؛ l_s ؛ فقط مقیاس طولی بنیادی در نظریه‌ی ریسمان است. طول ریسمان تقریباً $10^{-34} m$ است. اما در حال حاضر به صورت آزمایشگاهی می‌توان در حدود $10^{-17} m$ را دید. پس در حالت میکروسکوپیکی ریسمان فقط یک ذره‌ی نقطه‌ای است.

اما مشکلی نیست که ریسمان خیلی کوچک است. یک تفاوت بزرگ بین ریسمان‌ها و ذرات نقطه‌ای وجود دارد: [۸] یک ریسمان می‌تواند نوسان کند و می‌تواند با مدهای مختلف نوسان کند. این یک مزیت ریسمان است. تعداد زیادی ذرات بنیادی در فیزیک وجود دارد. نظریه‌ی ریسمان تمام ذرات طبیعت را به عنوان نوسانات (مدهای نوسانی) مختلف ریسمان متحد می‌کند.

حال به نوسانات ریسمان نگاه می‌کنیم. ساده‌ترین نوسان ریسمان باز (در d بعد)؛ ریسمان می‌تواند در دو جهت نوسان کند پس ریسمان باز در این سطح دو درجه آزادی دارد. این درجات آزادی معرف دو قطبش میدان پیمانه‌ای (فوتون) است. در این مفهوم؛ ریسمان باز معرف یک نظریه‌ی پیمانه‌ای است.

به عبارت دیگر؛ یک ریسمان بسته معرف گراویتون است. به طور کلی؛ نوسانات روی یک ریسمان دو مد دارد: مد حرکت چپ و مد حرکت راست. برای یک ریسمان باز؛ این مدها در هر نقطه‌ی پایانی یکی می‌شوند؛ اما این مدها برای ریسمان‌های بسته مستقل هستند. نوسان می‌تواند مد حرکت راست در یک جهت و مد حرکت چپ در جهت دیگر باشد. در این مفهوم؛ یک ریسمان بسته در یک زمان در دو جهت نوسان می‌کند. این خاصیت طبیعت (ماهیت) اسپین ۲ گراویتون را توضیح می‌دهد. در واقع یک گراویتون هم‌زمان (در یک زمان) در دو جهت نوسان می‌کند.

شامه‌ی یک ریسمان باز در فضا-زمان مثل ریسمان بسته منتشر می‌شود. اما یک ریسمان باز می‌تواند نقاط پایانی‌اش روی یک شیء باشد که آن را شامه می‌نامند. اگرچه این ریسمان‌های باز اجباراً باید نقاط پایانی روی شامه داشته باشند. این ریسمان‌های باز نظریه‌ی پیمان‌های را توصیف می‌کنند. اما علت اینکه چرا نقاط پایانی اجباراً روی شامه D-brane قرار دارد را نظریه‌ی پیمان‌ها به وسیله‌ی اینکه شامه روی شامه جایگزیده شده توصیف می‌کند. یک ریسمان باز می‌تواند هر دو نقطه‌ی پایانی را روی یک شامه داشته باشد یا روی شامه‌های متفاوت.

شامه با ابعاد متفاوتی وجود دارد. یک شامه با بسط p بعد؛ شامه‌ی p بعدی خوانده می‌شود.

مشابه $p=0$ یک نقطه

$p=1$ مشابه یک ریسمان

$p=3$ مشابه یک شامه

بنابراین شامه‌ی p بعدی یک نظریه‌ی پیمان‌های $(p+1)$ بعدی را توصیف می‌کند.

شامه‌های سه‌بعدی مشابه آن چیز است که در QCD است.

۳.۴.۱ ریسمان‌های باز و بسته

در نظریه ریسمان دو نوع ریسمان وجود دارد. ریسمان باز و ریسمان بسته. چرا دو نوع ریسمان داریم. اما در اصل هر دوی اینها یک شیء هستند. برای اینکار اول به این نگاه کنیم که ریسمان‌ها چطور با یکدیگر برهم‌کنش دارند؟ ساده‌ترین برهم‌کنش برای ریسمان‌های باز اینست که دو ریسمان به یکدیگر متصل شوند و یک ریسمان باز را تشکیل دهند. اما اگر نقاط پایانی یک ریسمان باز به هم متصل شوند چطور؟ می‌توانند به هم متصل شوند و یک ریسمان بسته تولید کنند. اگر ریسمان‌های باز وجود دارد؛ مجبوریم ریسمان بسته داشته باشیم. این دلیلی است که چرا دو نوع ریسمان داریم.

چونکه یک ریسمان باز یک نظریه‌ی پیمان‌های را و یک ریسمان بسته گرانش را معرفی می‌کند. نظریه‌ی ریسمان باید شامل هر دوی نظریه‌ی پیمان‌های و گرانش باشد. این یک تصویر منحصر به فرد نظریه‌ی ریسمان به عنوان یک نظریه‌ی واحد است.

دوگانی AdS/CFT این تصویر منحصر به فرد را به کار می‌برد. دوگانی AdS/CFT یک نظریه‌ی پیمان‌های و گرانش را به هم مربوط می‌سازد. این امکان فقط برای یک نظریه‌ی واحد مثل نظریه‌ی ریسمان وجود دارد. در نظریه‌ی میدان متعارف؛ یک نظریه‌ی پیمان‌های و یک نظریه‌ی گرانشی به طور کامل جدا هستند چون بنیان‌های نظری آن‌ها خیلی متفاوت است.

مشابه نظریه‌ی میدان کوانتومی که دینامیک ذرات نقطه‌ای را توصیف می‌کند؛ نظریه‌ی میدان یک نظریه‌ی کوانتومی که برهم‌کنش اجسام یک بعدی نسبیتی است. به‌وسیله‌ی تنش ریسمان و یک ثابت جفت‌شدگی بدون بعد که قدرت برهم‌کنش را کنترل می‌کند.

مشابه فرمول‌بندی کوانتیزه‌ی نوع اول برای ذرات نقطه‌ای وجود دارد؛ کوانتیزه‌ی نوع دوم در نظریه‌ی میدان کوانتومی است. در مورد نظریه‌ی ریسمان؛ تناظر کوانتیزه‌ی نوع دوم به‌وسیله‌ی نظریه‌ی میدان ریسمان تأمین می‌شود؛ که شامل تعداد بی‌نهایت میدان کوانتومی است که هر کدام از آن‌ها مدهای نوسانی یک ریسمان تنها هستند.

۵.۱ معرفی دوگانگی AdS/CFT و استفاده از آن برای مطالعه‌ی QGP

دوگانگی AdS/CFT یک ایده است که از نظریه‌ی ابرتقارنی حاصل شده است. نظریه‌ی ابرتقارنی مهم‌ترین داوطلب نظریه‌ی اتحاد که اتحاد چهار نیروی بنیادی در طبیعت به نام گرانش؛ نیروی الکترومغناطیس؛ نیروی ضعیف و نیروی قوی است.

دوگانگی AdS/CFT مدعی است که نظریه‌ی پیمانه جفت‌شدگی d بعدی با نظریه‌ی گرانشی فضا-زمان AdS در $d+1$ بعد هم‌ارز است.

حال می‌خواهیم دو وجه دوگانگی AdS/CFT یعنی؛ AdS و CFT را توضیح دهیم. در فیزیک برای مطالعه‌ی سیستم‌های همبسته‌ی قوی روش‌های زیادی وجود دارد که در میان آن‌ها؛ دوگانگی AdS/CFT از رقبای خود پیشی گرفته است. علت استفاده از این تناظر و ورود گرانش به راه‌حل اینست که در اینگونه مسائل؛ مقدار بالای ثابت جفت‌شدگی؛ باعث ناکامی روش‌های اختلالی مرسوم می‌شود.

فضای پاد دوسپت یا AdS بیانگر گرانش و ریسمان‌های بسته‌ای است که آن را توصیف می‌کند. در مرز AdS موجودی به نام CFT وجود دارد که فیزیکدان‌ها از آن به‌عنوان نظریه‌ی میدان همدیس یاد می‌کنند. تعبیر همدیس در اینجا به این صورت است که فیزیک مسئله در انرژی‌های کم و زیاد یکسان می‌باشد. به‌عبارت دیگر مقیاس انرژی نداریم. از آنجایی که دو نوع ریسمان وجود دارد؛ جایگاه ریسمان‌های بسته در این تصویر مشخص شده است اما در مورد ریسمان‌های باز باید گفت که ریسمان‌های باز دارای نقاط انتهایی می‌باشند؛ که به شامه‌ها ختم می‌شوند.

از دو دیدگاه تناظر AdS/CFT را بررسی می‌کنیم. ابتدا به بررسی دیدگاه شامه‌ها می‌پردازیم. ریسمان‌های بسته بیرون از شامه‌ها زندگی می‌کنند. ریسمان‌های باز به شامه‌ها ختم می‌شوند و در واقع برانگیختگی‌های شامه‌ها همین ریسمان‌های باز هستند.

یک ریسمان بنیادی وجود دارد که می‌تواند به شکل باز یا بسته باشد؛ به این معنی که ریسمان‌های باز و بسته می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند. مدهای نوسانی مختلف حاصل از ارتعاشات ریسمان بنیادی مذکور؛ در واقع ذرات می‌باشند. برای ریسمان‌های باز می‌توان فوتون یا گلوئون را یادآور شد. گراویتون نیز مثال خوبی برای ریسمان‌های بسته می‌باشد. این توصیف از شامه‌ها؛ در حد انرژی‌های پایین معادل

با نظریه‌ی یانگ‌میلز با ابرتقارنی $N = 4$ با گروه $SU(N)$ در فضا زمان چهاربُعدی می‌باشد. بعد از بررسی اجمالی شامه‌ها؛ حال از دیدگاه ریسمان‌های بسته تناظر را بررسی می‌کنیم. علت استفاده از این دیدگاه این است که فقط ریسمان‌های بسته در فضا منتشر می‌شوند و ریسمان‌های باز در این دیدگاه؛ جایگاهی ندارند. شامه‌ها نیز فضای AdS را تشکیل می‌دهند. اگر این دیدگاه را در حد انرژی پایین بررسی کنیم؛ با نظریه ریسمان نوع IIB معادل است. هدف ما در این پایان‌نامه مطالعه‌ی ثابت پخش با استفاده از دوگانگی AdS/CFT است. ابتدا به معرفی ثابت پخش از دیدگاه مکانیک آماری می‌پردازیم.

۶.۱ معرفی ثابت پخش از دیدگاه مکانیک آماری

زمانی که ترمودینامیک یا مکانیک آماری اعمال می‌شود با فرض اینکه در وضعیت ایده‌آل فرایندها سریع صورت گرفته است و آهسته نیستند یک مقیاس زمانی وجود دارد که بین این دو فرایند تمایز قائل می‌شود. همان سیستمی که در یک مقیاس در تعادل است، می‌تواند در دیگری در حالت غیر تعادلی باشد. این سیستم‌ها در خارج از تعادل هستند به این دلیل که آن‌ها خیلی به آرامی حرکت داده می‌شوند یا اینکه این کار به طور مداوم روی آنها انجام می‌شود یا به این دلیل که آن‌ها از مدت‌ها قبل دستخوش دماهای بالاتر بوده‌اند. معمول‌ترین مثال چنین سیستمی یک تکه شیشه است که در اتاقی برای چندین ماه در دمای ثابت قرار داده شده است. از آنجایی که لیوان خودش در تعادل است، حق صحبت کردن راجع به دمای شیشه را ندارند و فقط از دمای اتاق گفته می‌شود. با این حال ممکن است بپرسید که دماسنج در تماس با شیشه چه درجه حرارتی را نشان می‌دهد و بسیار جای تعجب دارد که دمای آن با دمای اتاق منطبق نیست. شگفت‌انگیزتر است اگر با قرار دادن دو نقطه از شیشه در تماس با هر دو سر یک سیم مسی یک جریان گرما از طریق آن ایجاد شود. به عبارت دیگر، اگر چه ما می‌دانیم که تعادل ترمودینامیکی برای شیشه صدق نمی‌کند، اما به طور ضمنی فرض می‌کنیم برخی راه‌کارها برای اعمال تعادل هنوز به آن وابسته است. به این دلیل نیست که شیشه در نزدیکی تعادل است بلکه بدین دلیل است که برای مدت طولانی در حال استراحت بوده و شارش گرمایی آن کوچک است.

روندی که در اینجا توضیح داده شد با خاصیت یک طبقه از سیستم‌های آماری مرتبط است. این قبیل سیستم‌ها زمانی که در ارتباط با یک حمام گرم با دمای T که اگر به آرامی و به طور پیوسته هم‌زده شوند؛ در یک حالت پایایی دما دار با دمای T_s که متفاوت با دمای حمام است؛ متوقف می‌شود. یک رابطه‌ی پراکندگی-نوسان شامل دمای جدید را ایجاد می‌کنند. به صورت کلی انتظار می‌رود این پدیده‌ها با دینامیک آرام پدید بیایند. در حالت خاص شامل سیستم‌های شیشه‌ای می‌شود مثل آن‌هایی که به وسیله‌ی یک عامل خارجی خیلی آرام هم‌زده می‌شوند و به حالت پایه می‌رسند. در خارج از حالت تعادل کوارک‌های سنگین تحت یک حرکت شبه‌براونی با یک نیروی تصادفی حرکت می‌کنند و مشاهدات؛ اهمیت آن‌ها برای پلازما را ارائه می‌دهند.

کوارک سنگینی؛ در تقریب مرتبه‌ی اول؛ که حرکت در پلازما با سرعت ثابت v را تجربه می‌کند؛ در نظر گرفته می‌شود. مسیر حرکت کوارک به علت برهم‌کنش با پلاسمای جفت‌شده‌ی قوی مانند حرکت براونی

پیش‌بینی می‌شود. کنش برای کوآرک سنگین که با پلاسما جفت شده؛ در پایین‌ترین مرتبه؛ به صورت کلاسیکی زیر فرض می‌شود:

$$S[X(t)] = S_0 + \int d\tau X_\mu(\tau) \mathcal{F}^\mu(\tau) \quad (1.1)$$

در رابطه‌ی فوق S_0 کنش کوآرک آزاد می‌باشد؛ به این معنا که کوآرک هیچ‌گونه برهم‌کنشی با محیط ندارد. $\mathcal{F}(\tau)$ فقط به درجات آزادی پلاسما وابسته می‌باشد. می‌توان گفت که نقش نیروی کششی را ایفا می‌کند.

برای به دست آوردن معادله‌ی حرکت کوآرک به درجات آزادی پلاسما نیاز است. اگر کوآرک خیلی سنگین یا دارای سرعت انتشار فرانسیتی باشد؛ انرژی برهم‌کنش در مقایسه با انرژی جنبشی کوآرک کوچک است. حرکت کوآرک به وسیله‌ی معادله‌ی لانجورین کلاسیکی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\delta S_0}{\delta X_i(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \theta(\tau) C^{ij}(\tau) X_j(t - \tau) + \xi^i(t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

که در آن $\xi(t)$ متغیر تصادفی گاوسین می‌باشد که وابستگی زمانی آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\langle \xi^i(t) \xi^j(t') \rangle = A^{ij}(t - t') \quad (3.1)$$

توابع $A^{ij}(t)$ و $C^{ij}(t)$ توابع متقارن و پادمقارن وابسته به نیروی $\mathcal{F}(t)$ می‌باشد:

$$C^{ij}(t) = G_{asym}^{ij}(t) \equiv -i \langle [\mathcal{F}^i(t), \mathcal{F}^j(0)] \rangle, \quad A^{ij}(t) = G_{sym}^{ij}(t) \equiv -\frac{i}{\mathcal{V}} \langle \{ \mathcal{F}^i(t), \mathcal{F}^j(0) \} \rangle \quad (4.1)$$

همانطور که مشاهده می‌شود رابطه‌های مطرح شده به صورت کلی می‌باشد. با استفاده از تابع گرین رابطه‌های زیر تعریف می‌شود:

$$G_R^{ij}(t) = \theta(t) C^{ij}(t), \quad G_A^{ij}(t) = -\theta(-t) C^{ij}(t) \quad (5.1)$$

از تفاضل رابطه‌های فوق :

$$C^{ij}(t) = G_R^{ij}(t) - G_A^{ij}(t) \quad (6.1)$$

پس $C^{ij}(t)$ که در رابطه‌ی (۲.۱) ظاهر شده بود به تابع گرین وابسته می‌باشد. به صورت اختیاری طیف چگالی $\rho^{ij}(\omega)$ به عنوان انتقال فوریه رابط پادمقارن در نظر گرفته می‌شود:

$$C^{ij}(t) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \rho^{ij}(\omega) e^{-i\omega t}, \quad G_R^{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \frac{\rho^{ij}(\omega')}{\omega - \omega' + i\epsilon} \quad (7.1)$$

از معادله‌ی (۶.۱) و با استفاده از شرط $G_A(t) = G_R(-t)$ یا $G_A(\omega) = G_R^*(\omega)$ در فضای فوریه؛ می‌توان رابطه‌ی طیف چگالی با بخش موهومی تابع گرین را به صورت زیر نوشت:

$$\rho^{ij}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G_R^{ij}(\omega) \quad (8.1)$$

اگر محدوده‌ی زمانی مورد بررسی را از مدت زمان τ_c خیلی بزرگتر باشد؛ $t \gg \tau_c$ معادله‌ی (۲.۱) به معادله‌ی لانجورین محلی تبدیل می‌شود. در واقع با استفاده از تقریب رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$A^{ij}(t-t') \approx \kappa^{ij} \delta(t-t'), \quad t-t' \gg \tau_c \quad (۹.۱)$$

این معادله ثابت پخش لانجورین κ^{ij} را تعریف می‌کند. با همین روش برای عبارت اصطکاک که با استفاده از تابع $\gamma^{ij}(t)$ به دست می‌آید؛ می‌توان نوشت:

$$C^{ij}(t) = \frac{d}{dt} \gamma^{ij}(t) \quad (۱۰.۱)$$

با توجه به رابطه‌های بیان شده؛ معادله‌ی (۲.۱) به معادله‌ی لانجورین موضعی تبدیل می‌شود:

$$\frac{\delta S_0}{\delta X_i(t)} + \eta^{ij} \dot{X}_j(t) = \xi^i(t), \quad \langle \xi^i(t) \xi^j(t') \rangle = \kappa^{ij} \delta(t-t') \quad (۱۱.۱)$$

که ثابت پخش و ضریب اصطکاک به صورت زیر می‌باشند:

$$\kappa^{ij} = \lim_{\omega \rightarrow 0} G_{sym}^{ij}(\omega); \quad \eta^{ij} \equiv \int_0^\infty d\tau \gamma^{ij}(\tau) = - \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\text{Im } G_R^{ij}(\omega)}{\omega} \quad (۱۲.۱)$$

در مورد سیستمی که با یک آنسامبل با دمای T در تعادل می‌باشد؛ رابطه‌ی توابع گرین به صورت زیر است:

$$G_{sym}(\omega) = - \coth \frac{\omega}{2T} \text{Im } G_R(\omega) \quad (۱۳.۱)$$

با توجه به معادله‌ی (۱۳.۱) رابطه‌ی انیشتین $\kappa^{ij} = 2T\eta^{ij}$ حاصل می‌شود. برای یک آنسامبل حرارتی؛ زمان با معکوس دما به صورت نمایی $\tau_c \sim 1/T$ افت می‌کند. حال برای توصیف معادله‌ی لانجورین با استفاده از تکانه؛ از کنش جنبشی برای یک کوآرک آزاد نسبیتی استفاده می‌شود:

$$S_0[X_\mu(\tau)] = -M_q \int d\tau \sqrt{\frac{dX^\mu}{d\tau} \frac{dX_\mu}{d\tau}} \quad (۱۴.۱)$$

اگر پیمانه به صورت $\tau = X^0$ در نظر گرفته شود؛

$$\delta S_0 / \delta X^i(\tau) = dp_i / dt, \quad \rightarrow, \quad p_i \equiv M_q \dot{X}_i (1 - \dot{X}_i \dot{X}^i)^{-1/2} \quad (۱۵.۱)$$

در نتیجه معادله‌ی لانجورین (۱۲.۱) با استفاده از تکانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{dp^i}{dt} = -\eta_D^{ij}(\vec{p}^2) p_j + \xi^i(t) \quad (۱۶.۱)$$

که در آن

$$\eta_D^{ij}(\vec{p}^2) = \frac{\eta^{ij}}{\gamma(\vec{p}^2) M_q}, \quad \gamma(\vec{p}^2) \equiv \sqrt{1 + \vec{p}^2 / M_q^2} \quad (۱۷.۱)$$

برای مسیر حرکت عمومی کوآرک؛ معادله‌ی (۱۷.۱) به علت وابستگی P به η_D^{ij} غیرخطی است. برای اینکه بتوان آن را برای رفتار هولوگرافیک نوسانات ریسمان نوشت می‌بایستی معادله‌ی (۱۷.۱) را با استفاده از

$$\vec{X}(t) = \vec{v}t + \delta\vec{X} \quad (18.1)$$

به صورت خطی درآورد. در آخر؛ مؤلفه‌های طولی و عرضی سرعت نوسانات به صورت جدا نوشته می‌شود:

$$\dot{\vec{X}}(t) = \left(v + \delta\dot{X}^{\parallel}(t)\right) \frac{\vec{v}}{v} + \delta\dot{X}^{\perp} \quad (19.1)$$

بسط خطی متناظر برای تکانه به صورت زیر می‌باشد:

$$\vec{p} = M_q \frac{\dot{\vec{X}}}{\sqrt{1 - \dot{\vec{X}} \cdot \dot{\vec{X}}}} \simeq M_q \left(\gamma + \gamma^3 v \delta\dot{X}^{\parallel}\right) \left(\vec{v} + \delta\dot{\vec{X}}\right) = \vec{p}_0 + \delta\vec{p} \quad (20.1)$$

که در آن فاکتور لورنتس $\gamma \equiv (1 - v^2)^{-1/2}$ وجود دارد. پایین‌ترین مرتبه تکانه $\vec{p}_0 = \gamma M_q \vec{v}$ است و نوسانات طولی و عرضی تکانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\delta p^{\parallel} = \gamma M_q (1 + v^2 \gamma^2) \delta\dot{X}^{\parallel} = \gamma^3 M_q \delta\dot{X}^{\parallel}, \quad \delta p_i^{\perp} = \gamma M_q \delta\dot{X}^{\perp} \quad (21.1)$$

با بسط معادله‌ی (۱۷.۱) برای پایین‌ترین مرتبه روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{dp_0}{dt} = -\eta_D^{\parallel} p_0, \quad p_0 \equiv \gamma M v \quad (22.1)$$

و برای مرتبه‌ی اول $\delta\vec{X}$ معادلات لانجین نسبیته به صورت زیر می‌باشد:

$$\gamma^3 M_q \delta\ddot{X}^{\parallel} = -\eta^{\parallel}(v) \delta\dot{X}^{\parallel} + \xi^{\parallel}, \quad \langle \xi^{\parallel}(t) \xi^{\parallel}(t') \rangle = \kappa^{\parallel} \delta(t - t') \quad (23.1)$$

$$\gamma M_q \delta\ddot{X}^{\perp} = -\eta^{\perp}(v) \delta\dot{X}^{\perp} + \xi^{\perp}, \quad \langle \xi^{\perp}(t) \xi^{\perp}(t') \rangle = \kappa^{\perp} \delta(t - t') \quad (24.1)$$

که ضرائب اصطکاک $\eta^{\parallel, \perp}$ به صورت زیر با ضرائب η_D^{ij} رابطه دارد:

$$\eta^{\perp} = \gamma M_q \eta_D^{\perp}, \quad \eta^{\parallel} = \gamma^3 M_q \left(\eta_D^{\parallel} + p \frac{\partial \eta_D^{\parallel}}{\partial p} \Big|_{p=\gamma M_q v} \right) \quad (25.1)$$

در ادامه باید گفت در زمان‌های کوتاه‌تر از زمان استراحت $\tau_D \sim 1/\eta_D$ کوآرک رفتاری مشابه حرکت با سرعت ثابت دارد. در این حالت یک جواب تقریبی برای معادله‌ی (۱۷.۱) که پخش شبه براونی برای نوسانات تکانه را توصیف میکند؛ می‌توان نوشت.

با استفاده از معادله‌ی (۱۷.۱)؛ و اینکه به صورت خطی حول $\vec{p} \simeq p_0 \vec{v}/v + \delta\vec{p}$ درآورده شود. در راستای طولی و عرضی معادلات به صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{d\delta p^{\perp}}{dt} = -\eta_D^{\perp} \delta p^{\perp} + \xi^{\perp}, \quad \frac{d\delta p^{\parallel}}{dt} = -\eta_D^{\parallel} p_0 + \left[\eta_D^{\parallel} + p \left(\frac{\partial \eta_D^{\parallel}}{\partial p} \right) \Big|_p \right] \delta p^{\parallel} + \xi^{\parallel} \quad (26.1)$$

که $\eta_{D,\circ}^{ij} \equiv \eta_{D,\circ}^{ij}(p_\circ)$ است. $\delta\vec{p}(t = \circ) = \circ$ به‌عنوان شرط اولیه فرض می‌شود.

$$p^\perp(t) = \int_\circ^t dt' e^{\eta_{D,\circ}^\perp(t'-t)} \xi^\perp(t') \quad (27.1)$$

$$p^\parallel(t) = p_\circ e^{-\eta_{D,\circ}^\parallel t} + \int_\circ^t dt' e^{\tilde{\eta}_{D,\circ}^\parallel(t'-t)} \xi^\parallel(t'), \quad \tilde{\eta}_{D,\circ}^\parallel \equiv \left[\eta_{D,\circ}^\parallel + p \left(\frac{\partial \eta_{D,\circ}^\parallel}{\partial p} \right) \right]_{p_\circ} \quad (28.1)$$

با استفاده از این جواب‌ها؛ نوسانات طولی و عرضی تکانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\langle (p^\perp)^2 \rangle = \int_\circ^t dt' \int_\circ^{t'} dt'' e^{\eta_{D,\circ}^\perp(t'+t''-2t)} \langle \xi^\perp(t') \xi^\perp(t'') \rangle \quad (29.1)$$

$$\langle (p^\parallel - p_\circ)^2 \rangle = p_\circ^2 \left(1 - e^{-\eta_{D,\circ}^\parallel t} \right)^2 + \int_\circ^t dt' \int_\circ^{t'} dt'' e^{\tilde{\eta}_{D,\circ}^\parallel(t'+t''-2t)} \langle \xi^\parallel(t') \xi^\parallel(t'') \rangle \quad (30.1)$$

با استفاده از $\langle \xi(t') \xi(t'') \rangle = \kappa \delta(t' - t'')$ و با شرط $t\eta_D \ll 1$ جواب نهایی به صورت زیر می‌باشد:

$$\langle (p^\perp)^2 \rangle = 2\kappa^\perp t, \quad \langle (\Delta p^\parallel)^2 \rangle = \kappa^\parallel t \quad (31.1)$$

۷.۱ مروری بر مطالعه‌های انجام‌شده در مورد محاسبه‌ی ثابت پخش با استفاده از AdS/CFT

در ابتدا مقاله‌هایی که با استفاده از AdS/CFT حرکت براونی کوآرک سنگین را در محیط‌های مختلف مطالعه کرده‌اند را مرور می‌کنیم.

در [۱۵] تمرکز بر روی حرکت کوآرک سنگین هدف در محیط حرارتی پلازما می‌باشد. همان‌طور که انتظار می‌رفت؛ ذره انرژی جنبشی خود را از دست داده و کند می‌شود. توصیف این حرکت اصطکاکی در دوگان گرانشی؛ مشابه انرژی اتلافی در افق سیاه‌چاله است. اگرچه؛ انتظار می‌رود که یک ذره در محیط حرارتی کند نشود؛ اما به علت نوسانات حرارتی پلازما متحمل یک حرکت تصادفی می‌شود. به‌عنوان حرکت براونی درک می‌شود و با معادله‌ی لانجورین تعریف می‌شود. پرسشی که در اینجا پیش می‌آید اینست که نوسانات تصادفی در توصیف گرانشی چگونه توضیح داده می‌شود؟

مدل‌های هولوگرافیک مثال‌های ساده‌ای برای درک فیزیک حاکم بر QGP که در برخوردهای یون سنگین تشکیل می‌شود را ارائه می‌دهد. حرکت یک کوآرک خارجی در QGP با معادله‌ی لانجورین نسبیتی توصیف می‌شود. ساده‌ترین شکل معادله‌ی لانجورین از دو ثابت تشکیل شده است: ثابت اصطکاک γ و مقدار نیروی تصادفی κ . در حالت نسبیتی؛ نیروی تصادفی با توجه به تکانه کوآرک دارای دو مقدار κ_L و κ_T در دو راستای عرضی و طولی می‌باشد. در حد غیر نسبیتی این دو مقدار با یکدیگر برابرند. با فرض برقراری دینامیک لانجورین دو مقدار نیروی تصادفی طولی و ضریب اصطکاک با رابطه‌ی انیشتین که بعد توضیح داده خواهد شد با یکدیگر رابطه دارند. به عبارت دیگر؛ نیروی تصادفی عرضی مستقل از دیگر پارامترهاست.

در [۵] فرایند پخش یک کوآرک سنگین نسبیتی که در طول پلازما با سرعت v حرکت می‌کند؛ با یک معادله‌ی عمومی لانجوین توصیف می‌شود. توصیف هولوگرافیک فرایند پخش برای سیاهچاله‌های AdS شوارتزشیلد مرور می‌شود.

در نظریه‌ی مرز با استفاده از کنش کوآرک و به‌کار بردن تابع گرین؛ به پارامترهای موجود در معادله‌ی لانجوین می‌رسد. سپس در زمان محدودی روابط را به‌دست می‌آورد. معادله‌ی لانجوین خطی را به‌دست می‌آورد. با استفاده از تکنای تعمیم‌یافته؛ پارامتر خاموشی جت را محاسبه می‌کند. برای انجام محاسبات در دوگان گرانشی؛ نیاز به حل معادلات فضای حجم می‌باشد؛ تا بدین طریق شرایط مرزی میدان محاسبه شود. این‌کار با انجام محاسبات توسط عملگر مرز انجام می‌گیرد.

در [۱۴] مجدد از تناظر AdS/CFT برای مطالعه‌ی دینامیک جفت‌شدگی قوی نظریه میدان کوانتومی استفاده می‌شود. یک مشاهده‌گر با استفاده از تکنیک پیمان‌ه/گران‌ش نیروی اتلافی کوآرک متحرک در QGP که به تکانه وابسته است؛ را مطالعه می‌کند. ریسمان باز متحرک در فضای حجم از یک کوآرک سنگین در روی مرز شروع می‌شود. نوسانات کوانتومی ریسمان متحرک به تکانه‌ی تعمیم‌یافته‌ی کوآرک متحرک در پلازما وابسته می‌باشد و مستقل از جهت حرکت کوآرک در پلازما است. حرکت تصادفی ناشی از نوسانات ریسمان متحرک است که با استفاده از ثابت‌های لانجوین محاسبه می‌شود. با بررسی زمینه‌ها این نتیجه حاصل می‌شود که؛ در تمام نظریه‌های همسانگرد ثابت پخش طولی از عرضی بزرگتر می‌باشد. در اینجا هدف رسیدن به یک خاصیت کلی برای ثابت لانجوین است. اگر شرط بالا به‌عنوان یک خاصیت کلی در نظر گرفته شود؛ آنگاه یک راه‌نقض آن؛ بررسی حرکت کوآرک در یک تئوری ناهمسانگرد می‌باشد.

در [۷] به مطالعه‌ی ثابت پخش لانجوین در پلاسمای ناهمسانگرد جفت‌شده‌ی قوی پرداخته می‌شود. ثابت‌ها در مدل بالا-پایین و با هندسه‌های oblate و prolate بررسی می‌شوند. وابستگی ثابت‌های پخش به ناهمسانگردی و مقایسه‌ی آن‌ها با یکدیگر و در عین حال با مورد همسانگرد و بررسی تاثیر ناهمسانگردی بر آن‌ها نیز از اهداف این مقاله می‌باشد. سپس به بررسی و مقایسه‌ی دمای جهان‌سطح با دمای حمام گرم پرداخته می‌شود. در نظریه‌ی همسانگرد؛ دمای مؤثر همیشه کوچکتر از دمای حمام می‌باشد. در نظریه‌ی ناهمسانگرد؛ دمای مؤثر وابستگی شدیدی به سرعت و ناهمسانگردی دارد.

حرکت در راستای ناهمسانگرد تاثیر بیشتری روی ثابت پخش می‌گذارد. برای مطالعه‌ی وابستگی ثابت پخش به نوع هندسه از مدل bottom/up با هر دو هندسه‌ی oblate و prolate استفاده می‌شود. با تمرکز بر روی سرعت‌های بالا؛ در واقع ثابت‌ها متأثر از نوع هندسه می‌باشند.

فصل ۲

محاسبه‌ی ثابت پخش با استفاده از AdS/CFT

۱.۲ روش استفاده از دوگانگی AdS/CFT برای محاسبه‌ی ثابت پخش

یک کوآرک سنگین در نظریه‌ی ریسمان تنها به وسیله‌ی یک ریسمان باز مدل می‌شود. نقطه‌ی پایانی آن معرف کوآرک سنگین است. کوآرک سنگین روی یک شامه در بخش UV هندسه‌ی فضای حجم؛ کشیده می‌شود. در آسان‌ترین مجموعه، نقطه‌ی پایانی یک ریسمان بنیادی مجبور است با سرعت ثابت v در طول یک جهت خاص حرکت کند. مانند حرکت آن در فضای حجم سیاهچاله‌ای که معرف حمام گرم غیر محصور است. انرژی جذب شده به وسیله‌ی ریسمان محاسبه می‌شود و نیروی کششی ریسمان به دست می‌آید.

متعاقباً؛ مطالعه‌ی افت و خیزهای ریسمان متحرک، اطلاعات پهن‌شدگی تکانه‌ی یک کوآرک سنگین متحرک در پلازما را تأمین می‌کند. حرکت تصادفی به وسیله‌ی یک فرایند لانجورین فرمول‌بندی می‌شود. تعداد زیادی از کوآرک‌های سنگین در آزمایش‌های نسبیتی هستند. بنابراین مطالعه‌ی سیر تکاملی لانجورین نسبیتی ریسمان متحرک ضروریست. در مورد یک کوآرک شتابدار در خلأ توسط بررسی نوسانات ریسمان متحرک در AdS با نقطه‌ی پایانی متحرک غیر همسان بررسی می‌شود. معادله‌ی لانجورین به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{dp_i}{dt} = -\eta_D p^j + \xi_i(t) \quad (1.2)$$

برای محاسبات؛ یک ریسمان بنیادی که نقطه‌ی پایانی آن در مرز UV زمینه‌ی ناهمسانگرد؛ معرف کوآرک سنگین متحرک است را در نظر می‌گیریم. نقطه‌ی پایانی ریسمان با سرعت ثابت v معادل با یک کوآرک سنگین حرکت می‌کند. شار تکانه از مرز به فضای حجم می‌تواند پیدا شود و به دنبال آن؛ نیروی کشش اعمال شده به کوآرک در حال حرکت در طول پلازما به دست می‌آید.

بنابراین یک ریسمان بنیادی که نقطه‌ی پایانی در منطقه‌ی UV فضای حجم سیاهچاله‌ی مدل هولوگرافیک غیر محصور قرار دارد در نظر گرفته می‌شود. نقطه‌ی پایانی ریسمان مجبور است با سرعت V حرکت کند. حل کنش نامبوگوتوی حرکت؛ یک معرفی کلاسیکی ریسمان متحرک است. ریسمان در فضای حجم تا جایی که بعضی مقادیر شعاعی r_s به وسیله‌ی تابع blackness زمینه داده می‌شود؛ کشیده می‌شود. زمانی که کوآرک آرام حرکت می‌کند، مثلاً V به سمت صفر میل کند، نقطه‌ی r_s افق فضای حجم سیاهچاله است.

متریک القایی روی جهان‌سطح ریسمان شکلی از یک متریک دو بعدی سیاهچاله با افق در r_s است. جهان‌سطح سیاهچاله یک دمای هاوکینگ T_s دارد که وابسته به پارامترهای گوناگون است: دمای زمینه‌ی T ؛ مقیاس دمای صفر فضای حجم و سرعت کوآرک. در مورد همدیس رابطه‌ی زیر برقرار می‌باشد:

$$T \geq T_s = T_{s, conf} = T(1 - v^2)^{\frac{1}{4}}$$

همدیس $T \geq T_{s, conf} \geq T_s$ می‌باشد.

اگر چه افت و خیز - پراکندگی وابسته به اثرات ناشی از دمای T_s می‌باشد؛ اما حقیقت اینست که نوسانات ریسمان یک دمای اصلاح شده می‌بیند که بسیار متأثر از رابطه‌ی انیشتین بین ثابت‌های پخش است.

خاصیت مهم دیگر آن اینست که؛ ثابت پخش طولی و عرضی با یکدیگر متفاوت هستند و نشان داده می‌شود که در همه‌ی زمینه‌های غیر همدیس ثابت پخش طولی از عرضی بزرگ‌تر است.

۲.۲ محاسبات

۱.۲.۲ مطالعه‌ی کنش ریسمان

متریک پس‌زمینه را به شکل کلی زیر در نظر می‌گیریم:

$$ds^2 = G_{\bullet\bullet} dt^2 + G_{uu} du^2 + G_{ii} dx_i^2 \quad (2.2)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود عبارت فوق شامل ضرائب $G_{ii}, G_{uu}, G_{\bullet\bullet}$ می‌باشد که به آن‌ها مؤلفه‌های متریک گفته می‌شود. پس‌زمینه‌ی در نظر گرفته‌شده دارای 10 بعد است. 5 بعد آن کره‌ی فشرده‌شده‌ی S^5 و 5 بعد باقی‌مانده شامل بعد زمانی؛ بعد هولوگرام و سه بعد مکانی است. بعد زمانی نشان‌دهنده‌ی تحول زمانی می‌باشد که با پارامتر t نشان داده شده است. بعد هولوگرام از فضای حجم حاصل می‌شود که در این متریک پارامتر u نمایانگر بعد هولوگرام یا شعاعی است. اندیس i در عبارت مذکور نشان‌دهنده‌ی مختصات فضایی \vec{x} است به این معنی که می‌توان نوشت:

$i = 1, 2, 3 \equiv x, y, z$ اندیس فوق توجیه‌کننده‌ی سه بعد مکانی می‌باشد. با توجه به تعاریف بیان‌شده؛ $G_{\bullet\bullet}$ ضریب بخش زمانی و وابسته به افق سیاهچاله است. G_{uu} ضریب بخش هولوگرام و G_{ii} ضریب بخش فضایی می‌باشد. مختصات نظریه‌ی میدان در مرز (\vec{x}, t) است. به‌عنوان مثالی از متریک فوق می‌توان به متریک AdS اشاره کرد. متریک AdS به صورت زیر می‌باشد:

$$ds^2 = \left(\frac{r}{L}\right)^2 (-dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2) + L^2 \frac{dr^2}{r^2}$$

که در آن $L^2 = x^2 + y^2 + z^2$ است.

با توجه به توضیحات ارائه شده برای متریک (۲.۲)؛ این متریک نیز دارای ضرائب بیان شده می‌باشد. در متریک AdS فوق ضریب بخش زمانی یعنی G_{tt} مقدار $-\left(\frac{r}{L}\right)^2$ را دارا می‌باشد. در مقایسه با متریک پس‌زمینه‌ی مطرح شده در (۲.۲) می‌توان گفت که مجموع عبارات $dx^2 + dy^2 + dz^2$ برابر با مقدار dx_i می‌باشند و به تبع آن ضریب این بخش که G_{ii} نام دارد در متریک AdS با عبارت $\left(\frac{r}{L}\right)^2$ متناظر است. و در آخر باید اشاره کنیم که در متریک پس‌زمینه‌ی مطرح شده پارامتر u به بعد هولوگرام نسبت داده شده است که در اینجا این پارامتر با پارامتر r جایگزین شده است. با توجه به این توضیحات و اینکه ضریب بعد هولوگرام در متریک (۲.۲)؛ G_{uu} می‌باشد پس در متریک AdS این ضریب؛ $\frac{L^2}{r^2}$ است. مطابق دوگانی AdS/CFT که پیش‌تر توضیح داده شد؛ کوآرک سنگینی که در نظریه‌ی مرز حرکت می‌کند دوگان ریسمان کلاسیکی در فضای حجم می‌باشد که کنش آن عبارتست از:

$$S = -T \int d\tau d\sigma \sqrt{-\det g_{ab}} \quad (۳.۲)$$

در این رابطه T تنش ریسمان کلاسیکی است. ریسمان در فضایی به نام فضای هدف حرکت می‌کند. در طی حرکت در فضای هدف سطحی را جاروب می‌کند که به آن جهان‌سطح ریسمان گفته می‌شود. τ نمایانگر مؤلفه‌های این جهان‌سطح می‌باشند. پارامتر دیگری که در روابط فوق وجود دارد g_{ab} است که متریک القایی می‌باشد. این پارامتر بنا بر تعریف برابرست با:

$$g_{ab} = \partial_a x^\mu \partial_b x^\nu G_{\mu\nu}$$

اندیس‌های a و b همان τ, σ می‌باشند. در تعریف متریک القایی عبارت $x^\mu(\tau, \sigma)$ وجود دارد که مختصات هر نقطه روی جهان‌سطح بر اساس مرجع فضای هدف تعریف می‌شود.

$$x^\mu(\tau, \sigma) \text{ در واقع به شکل } x^\mu(\tau, \sigma) = (x^0(\tau, \sigma), x^1(\tau, \sigma), \dots) \text{ که در آن}$$

$$\mu = \underbrace{0}_{\text{زمان}}, \underbrace{1, 2, 3}_{\text{مکان مرز}}, \underbrace{4}_{\text{هولوگرام}} + \underbrace{5, 6, 7, 8, 9}_{\text{کره‌ی پنج بعدی}}$$

عبارت زیر رادیکال در کنش نامبوگوتورا به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$-\det g_{ab} = -g = (\dot{x} \cdot x')^2 - (\dot{x})^2 (x')^2 \quad (۴.۲)$$

که در آن برای \dot{x}, x' داریم: $\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial \tau}, x' = \frac{\partial x}{\partial \sigma}$ در نتیجه متریک القایی به شکل زیر خواهد بود:

$$-g = \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x}{\partial \sigma}\right)^2 - \left(\frac{\partial x}{\partial \tau}\right)^2 \left(\frac{\partial x}{\partial \sigma}\right)^2 \quad (۵.۲)$$

به محاسبه‌ی جزئیات عبارت فوق می‌پردازیم:

$$\dot{x} \cdot x' = \dot{x}^\mu x'^\nu G_{\mu\nu} = G_{ii} \dot{x} x' \quad (۶.۲)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}^2 &= \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu G_{\mu\nu} = G_{\circ\circ} + G_{ii} \dot{x}^2 \\ x'^2 &= x'^\mu x'^\nu G_{\mu\nu} = G_{uu} + G_{ii} x'^2 \end{aligned}$$

حال بر طبق معادله‌ی (۴.۲) با تفریق دو عبارت به دست آمده داریم:

$$= G_{ii}^2 (\dot{x} \cdot x')^2 - [(G_{\circ\circ} + G_{ii} \dot{x}^2) \cdot (G_{uu} + G_{ii} x'^2)] \quad (۷.۲)$$

در نتیجه برای متریک القایی به دست می‌آید:

$$-g = -[G_{\circ\circ} G_{uu} + G_{\circ\circ} G_{ii} x'^2 + G_{ii} G_{uu} \dot{x}^2] \quad (۸.۲)$$

به صورت خلاصه برای عبارت کنش داریم:

$$ds^2 = G_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (۹.۲)$$

و $G_{\mu\nu}$ شامل مؤلفه‌های متریک می‌باشد و در آن μ, ν مختصات فضای هدف است. با مساوی قرار دادن رابطه‌ی (۲.۲) و (۹.۲) داریم:

$$G_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = G_{\circ\circ} dt^2 + G_{uu} du^2 + G_{ii} dx_i^2 \quad (۱۰.۲)$$

لاگرانژی ریسمان کلاسیکی در کنش (۳.۲) عبارتست از:

$$\mathcal{L} = -T_0 \sqrt{-\det g_{ab}} \quad (۱۱.۲)$$

که با استفاده از رابطه‌ی (۴.۲) به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\mathcal{L} = -T_0 \sqrt{-\det g_{ab}} = -T_0 \sqrt{-g} \quad (۱۲.۲)$$

با جاگذاری مقدار به دست آمده در رابطه‌ی (۸.۲) برای متریک القایی در رابطه‌ی لاگرانژی داریم:

$$\mathcal{L} = -T_0 \cdot (- (G_{\circ\circ} G_{uu} + G_{\circ\circ} G_{ii} x'^2 + G_{ii} G_{uu} \dot{x}^2))^{\frac{1}{2}}$$

۲.۲.۲ بررسی حرکت کوآرک سنگین با استفاده از AdS/CFT

حدسی که برای مختصات کوآرک در نظر می‌گیریم به شکل زیر است:

$$x^\mu = (t = \tau, \sigma = u, x = x(u, t), cte) \quad (۱۳.۲)$$

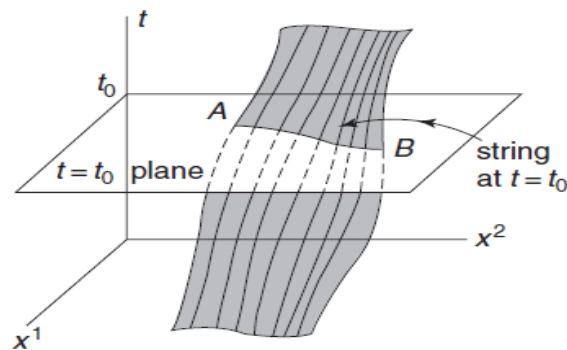
به این ترتیب $\dot{x}^\mu = (1, 0, \dot{x}, 0)$ و $x'^\mu = (0, 1, x', 0)$ می‌باشند. از ابتدا در نظر می‌گیریم که کوآرک درون پلازما با استفاده از پیمانه ایستا با سرعت ثابت v در یک جهت حرکت می‌کند.

برای درک کنش ریسمان باید جهان‌سطح ریسمان را پارامتری کرد. در انتخاب پارامتر؛ آزادی عمل وجود دارد چون کنش ریسمان نسبت به آن ناورد است. به این معنی که می‌توان از شبکه‌های مختلفی روی جهان‌سطح برای توصیف یک حرکت فیزیکی ریسمان استفاده کرد. بهترین انتخاب که حتی برای ذرات نقطه‌ای نیز کاربرد دارد و ساده‌ترین معادله‌ی حرکت را داراست؛ زمان‌یست که مسیر با ویژه‌زمان پارامتری شده باشد.

در مورد در نظر گرفته شده [۹] خطوط با مقدار τ ثابت شده‌اند که این مقدار وابسته به مقدار مختصات زمانی چهارچوب لورنتس؛ یعنی $X^0 = ct$ است. زمان $t = t_0$ را در فضای هدف در نظر بگیرید. در این حالت جهان‌سطح در راستای خمش خود تقسیم می‌شود. گفته می‌شود ریسمان در زمان t_0 بر طبق مشاهده‌گر چهارچوب لورنتس انتخابی؛ دارای یک خمش ثابت τ است. در واقع این خمش؛ $\tau = t_0$ می‌باشد. اگر این تعریف به تمام زمان‌های t تعمیم داده شود؛ برای هر نقطه‌ی Q روی جهان‌سطح تساوی زیر برقرار است:

$$\tau(Q) = t(Q)$$

انتخاب پارامتری کردن τ را پیمانه‌ی ایستا گویند چون خطوط مقدار ثابت τ ریسمان‌های ساکن (ایستا) در چهارچوب لورنتس می‌باشند.



شکل ۱۰.۲: جهان‌سطح ریسمان باز در فضای هدف

در پیمانه‌ی ایستا؛ ریسمان در زمان $t = t_0$ تصویر خط AB در زمان $\tau = t_0$ می‌باشد. با توجه به تعاریف ارائه شده می‌توان $x(u, t)$ را به صورت $x(u, t) = vt + \xi(u)$ در نظر گرفت. $\xi(u)$

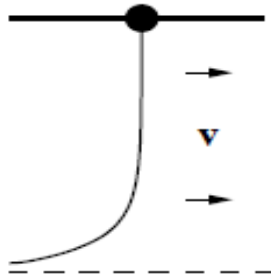
خمش ریسمان را نشان می‌دهد. پس برای حدس در نظر گرفته شده داریم:

$$t = \tau; u = \sigma; x_p = vt + \xi(u)$$

طبق تعریفی که در ابتدا برای x^μ ارائه دادیم مؤلفه‌های آن را بر اساس حدس فوق تفکیک می‌کنیم:

$$x^1 = vt + \xi(u) = x^1(u, t); x^2 = 0; x^3 = 0$$

پارامترهای معرفی شده در واقع نشان‌دهنده‌ی چگونگی حرکت در سه جهت فضایی x^1 و x^2 و x^3 می‌باشد؛ همان‌طور که فرض ذکر شده نشان می‌دهد تنها در جهت x^1 حرکت داریم. با در نظر گرفتن



شکل ۲.۲: دوگان کوآرک متحرک با سرعت v ریسمان خمیده می‌باشد.

$$\dot{x} = v$$

می‌توان رابطه‌ی (۱۲.۲) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathcal{L} = -T_0 \cdot (-G_{00}G_{uu} + G_{00}G_{ii}x'^2 + G_{ii}G_{uu}v^2)^{\frac{1}{2}} \quad (14.2)$$

مؤلفه‌های متریک را با تغییر اندیس‌های ذکر شده به شکل $G_{tt} = G_{00}$, $G_{rr} = G_{uu}$, $G_{xx} = G_{ii}$ بازنویسی می‌کنیم. در نتیجه لاگرانژی ریسمان بر حسب مؤلفه‌های متریک فضا-زمان پس‌زمینه عبارتست از:

$$\mathcal{L} = -T_0 \cdot \sqrt{-(G_{tt}G_{rr}) - (G_{rr}G_{xx}v^2) - (G_{tt}G_{xx}x'^2)} \quad (15.2)$$

که در آن $\xi'(u) = \frac{\partial \xi}{\partial u}$ است.

بر طبق تعاریف به دست آمده برای رابطه‌ی (۱۵.۲) داریم:

$$\mathcal{L} = -T_0 \cdot \sqrt{\underbrace{-G_{tt}G_{uu}}_A \underbrace{-G_{uu}G_{xx}}_B v^2 \underbrace{-G_{tt}G_{xx}}_K \xi'^2} \quad (16.2)$$

معادله‌ی اویلر لاگرانژ

$$\frac{d}{du} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \xi} = 0$$

را در نظر می‌گیریم. همان‌طور که مشاهده می‌شود در لاگرانژی به‌دست آمده (۱۶.۲):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \xi} = 0$$

در نتیجه معادله‌ی اویلر لاگرانژ به

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \xi'} = c$$

تقلیل می‌یابد.

حال برای یافتن معادله‌ی حرکت ریسمان بایستی جواب عبارت فوق با توجه به لاگرانژی مذکور را به‌دست آورد:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \xi'} = -T_0 \times \frac{1}{\rho} \times \sqrt{k\xi'^2} \times (A + B + k\xi'^2)^{-1/2} = \frac{-T_0 k \xi'}{\sqrt{A + Bv^2 + k\xi'^2}} = c \quad (17.2)$$

عبارت را به‌صورت معادله‌ی خطی درمی‌آوریم:

$$-T_0 k \xi' = c \sqrt{A + Bv^2 + k\xi'^2} \quad (18.2)$$

طرفین را به‌توان ۲ می‌رسانیم:

$$T_0^2 k^2 \xi'^2 - ck\xi'^2 = c(A + Bv^2)$$

عبارات شامل ξ'^2 را جدا می‌کنیم:

$$\xi'^2 (T_0^2 k^2 - ck) = c(A + Bv^2)$$

پس برای ξ'^2 داریم:

$$\xi'^2 = \frac{c(A + Bv^2)}{T_0^2 k^2 - ck}$$

که با جاگذاری عبارات A و B به دست می‌آوریم:

با توجه به جهت انتخابی p که برای حرکت در نظر گرفته شد؛ ضریب بخش فضایی از G_{xx} به G_{pp} می‌یابد.

$$\xi'^2 = \frac{c(-G_{tt}G_{uu} - G_{uu}G_{ppv^2})}{G_{tt}^2 G_{pp}^2 + cG_{tt}G_{pp}} \quad (19.2)$$

در نتیجه برای ξ'^2 داریم:

$$\xi'^2 = -c^2 G_{uu} \frac{(G_{oo} + G_{pp} v^2)}{G_{oo} G_{pp} (c^2 + G_{oo} G_{pp})} \quad (20.2)$$

عبارت فوق می‌بایستی مثبت باشد.

یک نقطه‌ی بحرانی u_0 وجود دارد که در آن مخرج و صورت تغییر علامت می‌دهند. این نقطه u_0 را با حل معادله‌ی زیر به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} G_{oo}(u_0) + G_{pp}(u_0) v^2 &= 0 \\ G_{oo}(u_0) &= -G_{pp}(u_0) v^2 \end{aligned}$$

از لحاظ فیزیکی u_0 روی ریسمان نقطه‌ای است که از آن دمای جهان‌سطح خوانده می‌شود که در نتیجه می‌توان دمای کوارک را از روی آن تشخیص داد.

۳.۲.۲ محاسبه‌ی نیروی کششی

از اینجا به بعد پارامتر نیروی اتلافی را وارد می‌کنیم که فرمول‌بندی آن به صورت زیر می‌باشد؛ نیروی اتلافی را برابر با یک ثابت در نظر گرفته در نتیجه برای c داریم:

$$F_{drag} \equiv c$$

که c را با استفاده از تکانه‌ی تعمیم‌یافته به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$c = 2\pi\alpha' \prod_u^p$$

بنابر تعریف c از رابطه‌ی (۱۷.۲) داریم:

$$c^2 = -G_{oo} G_{pp} \longrightarrow c = \sqrt{-G_{oo}(u_0) G_{pp}(u_0)}$$

حال بر طبق تعریف نقطه‌ی بحرانی که به صورت زیر می‌باشد:

$$G_{oo}(u_0) = -G_{pp}(u_0) v^2$$

جواب مذکور را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$c = \sqrt{G_{pp}^2(u_0) v^2}$$

و در نهایت برای ثابت c داریم:

$$c = \frac{-G_{pp}(u_0) v}{2\pi\alpha'} \quad (21.2)$$

از آنجایی که در معادله‌ی (۱۹.۲) فرض می‌کنیم که $G_{uu} \neq 0$ باشد؛ نیروی کششی در نقطه‌ی مذکور برابرست با:

$$F_{drag} = \frac{-G_{pp}(u_0)v}{\sqrt{2\pi\alpha'}} \longrightarrow F_{drag} = \frac{dP}{dt} = -\eta_D P \longrightarrow \eta_D = \frac{-G_{pp}(u_0)v}{\sqrt{2\pi\alpha'} M_Q v \gamma} \quad (22.2)$$

تکانه‌ی کوارک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p = M_Q v \gamma$$

$$\gamma = (1 - v^2)^{-\frac{1}{2}}$$

و M_Q جرم کوارک سنگین آزمون است.

۴.۲.۲ بررسی جهان‌سطح ریسمان

در این بخش به بررسی جهان‌سطح ریسمان می‌پردازیم. متریک القایی جهان‌سطح به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$G_{\mu\nu} \partial^\alpha x^\mu \partial^\beta x^\nu = g^{\alpha\beta}$$

که پارامترهای تشکیل‌دهنده‌ی آن پیش‌تر معرفی شده‌اند.

با استفاده از متریک القایی؛ متریک پس‌زمینه را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$ds^2 = g^{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = g^{\tau\tau} d\tau^2 + g^{\sigma\sigma} d\sigma^2 + 2g^{\sigma\tau} d\tau d\sigma$$

جهان‌سطح ریسمان دارای یک افق است که از $g_{\tau\tau}(\sigma_h) = 0$ به دست می‌آید و همان‌طور که قبلاً اشاره شد در نقطه‌ی بحرانی u_0 یک افق روی متریک جهان‌سطح پدید می‌آید که از معادله‌ی (۱۹.۲) حاصل می‌شود.

برای پیدا کردن دمای مؤثر افق جهان‌سطح؛ متریک جهان‌سطح را قطری می‌کنیم. وجود جمله‌ی $2g^{\sigma\tau} d\tau d\sigma$ از قطری شدن متریک جلوگیری می‌کند. برای قطری شدن متریک؛ جمله مذکور می‌بایستی حذف گردد. بدین منظور از تغییر متغیر زیر استفاده می‌شود:

$$d\tau \longrightarrow d\tilde{\tau} = d\tau - \frac{g_{\tau\sigma}}{g_{\tau\tau}} d\sigma \quad (23.2)$$

با اعمال این تغییر متغیر؛ برای متریک به دست می‌آید:

$$ds^2 = g^{\tau\tau} (d\tilde{\tau} + \frac{g_{\tau\sigma}}{g_{\tau\tau}} d\sigma)^2 + g^{\sigma\sigma} d\sigma^2 + 2g^{\sigma\tau} d\tau d\sigma - 2\frac{g^{\sigma\tau} g_{\tau\sigma}}{g_{\tau\tau}} d\sigma^2 \quad (24.2)$$

در نتیجه متریک قطری به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$ds^2 = g^{\tau\tau} d\tilde{\tau}^2 + (g^{\sigma\sigma} - \frac{g_{\tau\sigma}^2}{g_{\tau\tau}}) d\sigma^2 \quad (25.2)$$

ماتریس متریک القایی به صورت زیر است:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dot{x}^\nu & \dot{x} \cdot x' \\ \dot{x} \cdot x' & x'^\nu \end{pmatrix} \quad (۲۶.۲)$$

با توجه به روابط (۴.۲)؛ و در نظر گرفتن $\dot{x} = v$ و $x' = \xi'$ که از رابطه‌های (۱۴.۲) و (۱۶.۲) حاصل می‌شوند؛ هم‌چنین با استفاده از روابط زیر:
 $G_{tt} = G_{\dots}, G_{ii} = G_{pp}, G_{uu} = G_{uu}$ در نتیجه رابطه‌ی نهایی برای ماتریس متریک القایی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} G_{\dots} + v^\nu G_{pp} & G_{pp} v \xi' \\ G_{pp} v \xi' & G_{uu} + \xi'^\nu G_{pp} \end{pmatrix} \quad (۲۷.۲)$$

می‌خواهیم آن را قطری کنیم و به شکل:

$$h_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} h_{\tau\tau} & 0 \\ 0 & h_{\sigma\sigma} \end{pmatrix} \quad (۲۸.۲)$$

درآوریم. مؤلفه‌ی $h_{\tau\tau}$ وابسته به سرعت و مؤلفه‌های متریک فضا-زمان می‌باشد:

$$h_{\tau\tau} = G_{\dots} + v^\nu G_{pp} \quad (۲۹.۲)$$

متریک القایی ($g_{\alpha\beta}$) می‌بایستی فقط متشکل از پارامترهای متریک زمینه؛ (۲.۲)؛ باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود؛ باید عبارت ξ'^ν در متریک نام‌برده حذف گردد. پس با توجه به رابطه‌ی (۲۰.۲) برای ξ'^ν و جاگذاری آن در رابطه‌ی $G_{uu} + \xi'^\nu G_{pp}$ برای مؤلفه‌ی $h_{\sigma\sigma}$ محاسبات به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\begin{aligned} h_{\sigma\sigma} &= G_{uu} + (-G_{uu} c^\nu \frac{G_{\dots} + G_{pp} v^\nu}{G_{\dots} G_{pp} (c^\nu + G_{\dots} G_{pp})}) G_{pp} \\ &= G_{uu} - \frac{G_{uu} G_{pp} c^\nu G_{\dots} - G_{uu} c^\nu G_{pp}^\nu v^\nu}{G_{\dots} G_{pp} (c^\nu + G_{\dots} G_{pp})} \\ h_{\sigma\sigma} &= \frac{G_{uu} G_{\dots} G_{pp} (c^\nu + G_{\dots} G_{pp}) - G_{uu} G_{pp} c^\nu G_{\dots} - G_{uu} c^\nu G_{pp}^\nu v^\nu}{G_{\dots} G_{pp} (c^\nu + G_{\dots} G_{pp})} \\ h_{\sigma\sigma} &= \frac{G_{uu} G_{\dots} G_{pp} - G_{uu} c^\nu G_{pp} v^\nu}{G_{\dots} (c^\nu + G_{\dots} G_{pp})} \end{aligned}$$

رابطه‌ی فوق به شرطی برقرار است که:

$$G_{\dots} \gg c^\nu v^\nu$$

۵.۲.۲ محاسبه‌ی دمای جهان‌سطح

از بخش قبل مؤلفه‌ی $h_{\sigma\sigma}$ پس از ساده‌سازی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$h_{\sigma\sigma} = \frac{G_{uu}G_{pp}G_{\circ\circ}}{c^2 + G_{\circ\circ}G_{pp}} \quad (۳۰.۲)$$

بعد از به دست آوردن شکل قطری متریک جهان‌سطح دمای نسبت داده شده به آن را محاسبه می‌کنیم: اگر متریک به صورت کلی زیر در نظر گرفته شود:

$$ds^2 = g(r)[-f(r)dt^2 + d\vec{x}^2] + \frac{1}{h(r)}dr^2 \quad (۳۱.۲)$$

با توجه به روش استاندارد برای رابطه‌ی به دست آمده:

$$ds^2 = g(r)[f(r)dt_E^2 + d\vec{x}^2] + \frac{1}{h(r)}dr^2 \quad (۳۲.۲)$$

تغییر متغیر $t \rightarrow -it_E$ بسط آن در نزدیکی $r = r_0$ متریک زیر حاصل می‌شود:

$$ds^2 \sim \rho^2 d\theta^2 + d\rho^2 + g(r_0)d\vec{x}^2 \quad (۳۳.۲)$$

که ρ و θ به صورت زیر می‌باشند:

$$\rho = 2\sqrt{\frac{r - r_0}{h'(r_0)}} \quad (۳۴.۲)$$

$$\theta = \frac{t_E}{2}\sqrt{g(r_0)f'(r_0)h'(r_0)} \quad (۳۵.۲)$$

اگر $\rho = 0$ باشد؛ آن‌گاه $\theta = \pi$ است.

پس برای پارامتر $\beta = \frac{1}{T}$ رابطه‌ی زیر برقرار می‌باشد:

$$\beta = \frac{1}{T} = \frac{4\pi}{\sqrt{g(r_0)f'(r_0)h'(r_0)}} \quad (۳۶.۲)$$

حال با جاگذاری مؤلفه‌های متریک القایی در رابطه‌ی فوق دمای جهان‌سطح متریک به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$T_{ws}^2 = \frac{1}{16\pi^2} \left| \frac{G_{\circ\circ}^2 - v^4 G_{pp}^2}{G_{\circ\circ}G_{uu}} \right| = \frac{1}{16\pi^2} \left| \frac{1}{G_{\circ\circ}G_{uu}} (G_{\circ\circ}G_{pp})' \left(\frac{G_{\circ\circ}}{G_{pp}} \right)' \right| \quad (۳۷.۲)$$

برای محاسبه‌ی ثابت‌های پخش لانجورین نوسانات در ریسمان بنیادی را نیز اضافه می‌کنیم. پیمانه‌ی ایستا را انتخاب می‌کنیم و نوسانات را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$x^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, u = \sigma, x_x = v\tau + \xi(\sigma) + \delta x_x(\tau, \sigma); x_y = \delta x_y(\tau, \sigma)) \quad (۳۸.۲)$$

رابطه‌های موجود در (۳۷.۲) در اولین رابطه به وضوح سرعت وارد می‌شود و دومین رابطه فقط با مؤلفه‌های متریک پس‌زمینه نوشته شده است. با اختلال در جهت‌های x و y می‌توانیم حرکت براونی یا تصادفی ذره در این جهت‌ها را مطالعه کنیم. به این منظور با جای‌گذاری در کنش نامبوگوتو کنش اختلالی در مرتبه‌ی دوم بسط به دست می‌آید. پاسخ نهایی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$s_2 = \frac{-1}{\sqrt{\pi\alpha'}} \int d\tau d\sigma \sqrt{-g} \frac{g^{\alpha\beta}}{\sqrt{}} [N(u) \partial_\alpha \delta x_x \partial_\beta \delta x_x + \sum_y G_{yy} \partial_\alpha \delta x_y \partial_\beta \delta x_y] \quad (39.2)$$

متریک القایی روی جهان‌سطح با $\tilde{g}_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + \delta g_{\alpha\beta}$ داده می‌شود که \tilde{g} نتایج اختلالی است. بنابراین؛ کنش نامبوگوتو برای نوسانات حول جواب مرتبه‌ی دوم عبارت است از (۳۹.۲) که g درمینان جهان‌سطح به صورت زیر می‌باشد:

$$g = G_{\dots} G_{pp} G_{uu} \frac{G_{\dots} + v^2 G_{pp}}{G_{\dots} G_{pp} + c^2}$$

و تابع N با عبارت زیر تعریف می‌شود:

$$N(u) = \frac{G_{\dots} G_{pp} + c^2}{G_{\dots} + v^2 G_{pp}}$$

ابتدا بایستی معکوس متریک القایی $g_{\alpha\beta}$ یعنی کمیت $g^{\alpha\beta}$ را محاسبه می‌کنیم. می‌خواهیم ثابت کنیم تساوی زیر برقرار است زیرا در ادامه‌ی محاسبات برای عبارت موجود در کنش نامبوگوتو به آن نیازمندیم.

$$\tilde{g}_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + \delta g_{\alpha\beta}$$

$$\frac{1}{\sqrt{}} G_{\dots} G_{pp} G_{uu} \frac{G_{\dots} + v^2 G_{pp}}{A^2} \sqrt{A} = \frac{1}{\sqrt{}} \sqrt{-g} N g^{\alpha\beta}$$

ماتریس متریک القایی به صورت زیر می‌باشد:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} g_{\tau\tau} & g_{\tau\sigma} \\ g_{\sigma\tau} & g_{\sigma\sigma} \end{pmatrix}$$

با استفاده از رابطه‌ای که پیش‌تر معرفی شده است؛ معکوس آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم: ابتدا مؤلفه‌ی $g^{\tau\tau}$:

$$g_{\tau\tau} g^{\tau\tau} + g_{\tau\sigma} g^{\tau\sigma} = 1 \rightarrow g_{\tau\tau} g^{\tau\tau} = 1 - g_{\tau\sigma} g^{\tau\sigma} \rightarrow \dots g^{\tau\tau} = \frac{g_{\sigma\sigma}}{g_{\sigma\sigma} g_{\tau\tau} - g_{\sigma\tau}^2}$$

سپس به محاسبه‌ی $g^{\sigma\tau}$ می‌پردازیم.

$$g_{\tau\tau}g^{\tau\sigma} + g_{\sigma\tau}g^{\sigma\sigma} = 0 \implies g^{\sigma\tau} = \frac{-g_{\tau\sigma}g^{\sigma\sigma}}{g_{\tau\tau}} \quad (۴۰.۲)$$

پس از آن مؤلفه‌ی $g^{\tau\sigma}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$g_{\sigma\tau}g^{\tau\tau} + g_{\sigma\sigma}g^{\sigma\tau} = 0 \implies g^{\tau\sigma} = \frac{-g_{\sigma\tau}g^{\tau\tau}}{g_{\sigma\sigma}} \quad (۴۱.۲)$$

و در آخر مؤلفه‌ی $g^{\sigma\sigma}$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$g_{\sigma\tau}g^{\sigma\tau} + g_{\sigma\sigma}g^{\sigma\sigma} = 1$$

$$\begin{aligned} g_{\sigma\sigma}g^{\sigma\sigma} &= 1 - g_{\sigma\tau}g^{\sigma\tau} \\ &= 1 - g_{\sigma\tau} \frac{-g_{\tau\sigma}g^{\sigma\sigma}}{g_{\tau\tau}} \\ &= \frac{1 + g_{\sigma\tau}g^{\sigma\sigma}}{g_{\tau\tau}} \end{aligned}$$

$$g^{\sigma\sigma} = \frac{g_{\tau\tau} + g_{\sigma\tau}g^{\sigma\sigma}}{g_{\tau\tau}g_{\sigma\sigma}}$$

$$g^{\sigma\sigma}g_{\tau\tau}g_{\sigma\sigma} = g_{\tau\tau} + g_{\tau\sigma}g^{\sigma\sigma}$$

$$g^{\sigma\sigma}g_{\tau\tau}g_{\sigma\sigma} - g_{\tau\sigma}g^{\sigma\sigma} = g_{\tau\tau}$$

$$g^{\sigma\sigma} = \frac{g_{\tau\tau}}{g_{\tau\tau}g_{\sigma\sigma} - g_{\tau\sigma}^2} \quad (۴۲.۲)$$

مؤلفه‌های ماتریس متریک القایی با استفاده از رابطه‌ی (۲۷.۲) به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$g_{\tau\tau} = G_{\circ\circ} + v^2 G_{pp}$$

$$g_{\sigma\sigma} = G_{uu} + \xi'^2 G_{pp}$$

با توجه به رابطه‌ی (۴۲.۲) و مؤلفه‌های بیان شده داریم:

$$g^{\sigma\sigma} = \frac{G_{\circ\circ} + v^2 G_{pp}}{G_{\circ\circ}G_{uu} + \xi'^2 G_{\circ\circ}G_{pp} + v^2 \xi'^2 G_{pp}G_{pp} - v^2 \xi'^2 G_{pp}G_{pp}}$$

برای عبارت A داشتیم:

$$A = G_{\circ\circ}G_{uu}G_{pp} \frac{G_{\circ\circ} + v^2 G_{pp}}{c^2 + G_{\circ\circ}G_{pp}}$$

در نتیجه با استفاده از آن $g^{\sigma\sigma}$ را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$g^{\sigma\sigma} = -\frac{G_{\circ\circ} + v^2 G_{pp}}{A}$$

برای عبارت N داریم:

$$N = \frac{G_{\bullet\bullet}G_{pp} + c^2}{G_{\bullet\bullet} + G_{pp}v^2}$$

با ضرب آن دو در هم:

$$\begin{aligned} &= \frac{-G_{\bullet\bullet} + v^2G_{pp}}{A} \times \frac{G_{\bullet\bullet}G_{pp} + c^2}{G_{\bullet\bullet} + G_{pp}v^2} \\ &= -\frac{G_{\bullet\bullet}G_{pp} + c^2}{A} + g^{\sigma\sigma}N \end{aligned}$$

در نتیجه تساوی که از ابتدا قصد اثبات آن را داشتیم برای مؤلفه‌ی $g^{\sigma\sigma}$ اثبات شد.

$$g^{\sigma\sigma}N = -\frac{c^2 + G_{\bullet\bullet}G_{pp}}{A} \quad (۴۳.۲)$$

حال مراحل قبل را برای $g^{\tau\tau}$ تکرار می‌کنیم.

$$\begin{aligned} g^{\tau\tau} &= \frac{g_{\sigma\sigma}}{g_{\sigma\sigma}g_{\tau\tau} - g_{\tau\sigma}^2} \\ &= \frac{G_{uu} + \xi'^2G_{pp}}{G_{\bullet\bullet}G_{uu} + \xi'^2G_{\bullet\bullet}G_{pp} + v^2G_{\bullet\bullet}G_{pp} + v^2\xi'^2G_{pp}G_{pp} - v^2\xi'^2G_{pp}G_{pp}} \end{aligned}$$

پس از ساده‌کردن کسر فوق؛ صحت تساوی مورد بحث برای این مؤلفه نیز اثبات می‌شود:

$$Ng^{\tau\tau} = -\frac{G_{uu} + \xi'^2G_{pp}}{A} \times \frac{G_{\bullet\bullet}G_{pp} + c^2}{G_{\bullet\bullet} + v^2G_{pp}} \quad (۴۴.۲)$$

۶.۲.۲ محاسبه‌ی کنش اختلال ریسمان

حدسی که برای ریسمان در نظر گرفتیم به صورت زیر می‌باشد که با استفاده از آن عبارات زیر رادیکال در کنش نامبو گوتو را محاسبه می‌کنیم:

$$x^\mu = (t, \tau, \alpha, \sigma, x_p = vt + \xi(\alpha) + \delta x_p(\tau, \alpha), \delta y)$$

$$\dot{x} = (\cdot, \circ, v + \delta x)$$

$$x' = (\circ, \cdot, \xi' + \delta x')$$

$$\dot{x}' = G_{\bullet\bullet} + (v + \delta x')(v + \delta x')G_{pp} = G_{\bullet\bullet} + v^2G_{pp} + 2v\delta x'G_{pp} + \delta x'^2G_{pp}$$

$$x'^2 = G_{uu} + (\xi' + \delta x')(\xi' + \delta x')G_{pp} = G_{uu} + \xi'^2G_{pp} + 2\xi'\delta x'G_{pp} + \delta x'^2G_{pp}$$

عبارت زیر رادیکال در کنش نامبو گوتو به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} M &= \underbrace{(-G_{\bullet\bullet}G_{uu} - \xi'^2G_{\bullet\bullet}G_{pp} - v^2G_{pp}G_{uu})}_A \\ &\quad + \underbrace{(-2\xi'\delta x'G_{pp})}_B \delta x' + \underbrace{(-2v\delta x'G_{pp})}_C \delta \dot{x} \\ &\quad + \underbrace{(-G_{\bullet\bullet}G_{pp})}_D \delta x'^2 + \underbrace{(-G_{pp}G_{uu})}_E \delta \dot{x}'^2 \end{aligned}$$

$$M(\delta\dot{x}, \delta x') = A + B\delta x' + C\delta\dot{x} + D\delta x'^2 + E\delta\dot{x}^2$$

$$\sqrt{M} = \sqrt{A} \left[1 + \frac{B}{A}\delta x' + \frac{C}{A}\delta\dot{x} + \frac{D}{A}\delta x'^2 + \frac{E}{A}\delta\dot{x}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{A} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{B}{A}\delta x' + \frac{C}{A}\delta\dot{x} + \frac{D}{A}\delta x'^2 + \frac{E}{A}\delta\dot{x}^2 \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{B}{A}\delta x' + \frac{C}{A}\delta\dot{x} + \frac{D}{A}\delta x'^2 + \frac{E}{A}\delta\dot{x}^2 \right)^2 + \dots \right]$$

$$= \sqrt{A} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{B}{A}\delta x' + \frac{C}{A}\delta\dot{x} + \frac{D}{A}\delta x'^2 + \frac{E}{A}\delta\dot{x}^2 \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{B^2}{A^2}\delta x'^2 \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{C^2}{A^2}\delta\dot{x}^2 \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{BC}{A^2}\delta x'\delta\dot{x} \right) \right]$$

(۴۵.۲)

$$= \sqrt{A} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{B}{A}\delta x' + \frac{1}{2} \frac{C}{A}\delta\dot{x} + \left(\frac{1}{2} \frac{D}{A} - \frac{1}{8} \frac{B^2}{A^2} \right) \delta x'^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{E}{A} - \frac{1}{8} \frac{C^2}{A^2} \right) \delta\dot{x}^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{BC}{A^2} \delta x'\delta\dot{x} \right) \right]$$

چون اختلالها مقادیر کوچکی دارند تنها از اختلال تا مرتبه‌ی دوم استفاده می‌کنیم و از بقیه‌ی توان‌های آن صرف‌نظر می‌کنیم.

توضیح:

$$v(x) = v(x_0) + (x - x_0) \frac{dv}{dx} + \frac{1}{2!} (x - x_0)^2 \frac{d^2v}{dx^2} + \dots \approx \frac{1}{2!} k(x - x_0)$$

حال می‌خواهیم ضریب $\delta x'^2$ را به صورت توان‌هایی از مؤلفه‌های متریک بازنویسی کنیم:

$$\left(\frac{1}{2} \frac{D}{A} - \frac{1}{8} \frac{B^2}{A^2} \right) = \frac{4DA - B^2}{8A^2} \quad (۴۶.۲)$$

ابتدا عبارت A^2 را برحسب مؤلفه‌های متریک می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} A^2 &= (-G_{00}G_{uu} - \xi'^2 G_{00}G_{pp} - v^2 G_{pp}G_{uu}) (-G_{00}G_{uu} - \xi'^2 G_{00}G_{pp} - v^2 G_{pp}G_{uu}) \\ &= G_{00}G_{uu}G_{00}G_{uu} + 2\xi'^2 G_{00}G_{uu}G_{00}G_{pp} + 2v^2 G_{00}G_{uu}G_{pp}G_{uu} \\ &\quad + 2\xi'^2 v^2 G_{00}G_{pp}G_{pp}G_{uu} + \xi'^4 G_{00}G_{pp}G_{00}G_{pp} + v^4 G_{pp}G_{uu}G_{pp}G_{uu} \end{aligned}$$

برای B^2 نیز داریم:

$$\begin{aligned} B^2 &= (-2\xi' G_{00}G_{pp}) (-2\xi' G_{00}G_{pp}) = 4\xi'^2 G_{00}G_{pp}G_{00}G_{pp} \\ &= \frac{G_{00}G_{uu}G_{00}G_{uu} + \xi'^2 G_{00}G_{pp}G_{00}G_{pp} + v^2 G_{00}G_{uu}G_{pp}G_{uu} - \xi' G_{00}G_{pp}G_{00}G_{pp}}{2A^2} \end{aligned}$$

از قبل داشتیم که:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} G_{\dots} G_{pp} G_{uu} \frac{G_{\dots} + v^{\lambda} G_{pp}}{A^{\lambda}} = \sqrt{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{-g} N g^{\alpha\beta}$$

بر طبق تعریف:

$$\begin{aligned} A &= (-G_{\dots} G_{uu} - \xi^{\lambda} G_{\dots} G_{pp} - v^{\lambda} G_{pp} G_{uu}) \\ \xi^{\lambda} &= -c^{\lambda} G_{uu} \frac{G_{\dots} + v^{\lambda} G_{pp}}{G_{\dots} G_{pp} (c^{\lambda} + G_{\dots} G_{pp})} \\ A &= -G_{\dots} G_{uu} - G_{\dots} G_{pp} \left(-c^{\lambda} G_{uu} \frac{G_{\dots} + v^{\lambda} G_{pp}}{G_{\dots} G_{pp} (c^{\lambda} + G_{\dots} G_{pp})} \right) - v^{\lambda} G_{pp} G_{uu} \\ A &= -G_{\dots} G_{uu} + \frac{c^{\lambda} G_{uu} G_{\dots} + c^{\lambda} v^{\lambda} G_{uu} G_{pp}}{c^{\lambda} + G_{\dots} G_{pp}} - v^{\lambda} G_{pp} G_{uu} \\ &= -G_{\dots} G_{uu} G_{pp} \frac{G_{\dots} + v^{\lambda} G_{pp}}{c^{\lambda} + G_{\dots} G_{pp}} = -g \end{aligned}$$

حال به بررسی ضریب δx^{λ} می‌پردازیم.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{E}{A} - \frac{1}{\lambda} \frac{C^{\lambda}}{A^{\lambda}} = \frac{4AE - C^{\lambda}}{\lambda A^{\lambda}} \quad (47.2)$$

عبارت AE را بر اساس مؤلفه‌های متریک به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} AE &= (-G_{\dots} G_{uu} - \xi^{\lambda} G_{\dots} G_{pp} - v^{\lambda} G_{pp} G_{uu})(-G_{pp} G_{uu}) \\ &= G_{uu} G_{\dots} G_{pp} G_{uu} + \xi^{\lambda} G_{\dots} G_{pp} G_{pp} G_{uu} + v^{\lambda} G_{pp} G_{uu} G_{pp} G_{uu} \\ C^{\lambda} &= (-2v G_{pp} G_{uu})(-2v G_{pp} G_{uu}) = 4v^{\lambda} G_{pp} G_{uu} G_{pp} G_{uu} \\ &= \frac{4G_{\dots} G_{uu} G_{pp} G_{uu} + 4\xi^{\lambda} G_{\dots} G_{pp} G_{pp} G_{uu}}{\lambda A^{\lambda}} \end{aligned}$$

با توجه به رابطه‌های (43.2) و (44.2) می‌توان نوشت:

$$= G_{\dots} G_{uu} G_{pp} \frac{G_{uu} + \xi^{\lambda} G_{pp}}{\sqrt{2} A^{\lambda}} \sqrt{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{-g} N g^{\alpha\beta} \quad (48.2)$$

۷.۲.۲ یافتن مؤلفه‌ی $h_{\sigma\sigma}$ در متریک قطری با استفاده از مؤلفه‌های متریک القایی

در ادامه عبارت زیر رادیکال در کنش نامبوگوتو را با استفاده از مؤلفه‌های متریک القایی حل می‌کنیم:

$$x^{\mu}(\tau, \sigma) = (t = \tau, u = \sigma, x_x = vt + \xi(\sigma) + \delta x_x(\tau, \sigma), x_y = \delta x_y(\tau, \sigma)) \quad (49.2)$$

$$\begin{aligned}
 x^\mu &= (\tau, \sigma, x_p = vt + \xi(\sigma) + \delta x_x(\tau, \sigma), \delta y(\tau, \sigma)) \\
 \dot{x} &= (\dot{}, \circ, v + \delta \dot{x}_p, \delta \dot{y}) \\
 x' &= (\circ, \dot{}, \xi' + \delta x', \delta y') \\
 \dot{x}' &= G_{\circ\circ} + (v + \delta \dot{x})(v + \delta \dot{x})G_{pp} + \delta^{\dot{y}} \dot{y} G_{ii} \\
 &= G_{\circ\circ} + v^{\dot{y}} G_{pp} + \dot{y} v \delta \dot{x} G_{pp} + \delta^{\dot{y}} \dot{x} G_{pp} + \delta^{\dot{y}} \dot{y} G_{\circ\circ} \\
 x'^{\dot{y}} &= G_{uu} + (\xi' + \delta x')(\xi' + \delta x')G_{pp} + \delta^{\dot{y}} y' G_{ii} \\
 &= G_{uu} + \xi'^{\dot{y}} G_{pp} + \dot{y} \xi' \delta x' G_{pp} + \delta^{\dot{y}} x' G_{pp} + \delta^{\dot{y}} y' G_{ii}
 \end{aligned}$$

دو عبارت حاصل را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}' \times x'^{\dot{y}} &= G_{\circ\circ} G_{uu} + \xi'^{\dot{y}} G_{\circ\circ} G_{pp} + \dot{y} \xi' \delta x' G_{\circ\circ} G_{pp} \\
 &+ \delta^{\dot{y}} x' G_{\circ\circ} G_{pp} + G_{\circ\circ} G_{ii} \delta^{\dot{y}} y' + v^{\dot{y}} G_{pp} G_{uu} + v^{\dot{y}} \xi'^{\dot{y}} G_{pp} G_{pp} \\
 &+ \dot{y} v^{\dot{y}} \xi' \delta x' G_{pp} G_{pp} + v^{\dot{y}} \delta^{\dot{y}} x' G_{pp} G_{pp} v^{\dot{y}} \delta^{\dot{y}} y' G_{pp} G_{ii} \\
 &+ \dot{y} v \delta \dot{x} G_{pp} G_{uu} + \dot{y} v \xi'^{\dot{y}} \delta \dot{x} G_{pp} G_{pp} + \dot{y} v \xi' \delta \dot{x} \delta x' G_{pp} G_{pp} \\
 &+ \dot{y} v \delta \dot{x} \delta^{\dot{y}} x' G_{pp} G_{pp} + \dot{y} v \delta \dot{x} \delta^{\dot{y}} y' G_{pp} G_{ii} + \delta^{\dot{y}} \dot{x} G_{pp} G_{uu} \\
 &+ \xi'^{\dot{y}} \delta^{\dot{y}} \dot{x} G_{pp} G_{pp} + \dot{y} \xi' \delta^{\dot{y}} x' \delta^{\dot{y}} \dot{x} G_{pp} G_{pp} \\
 &+ \delta^{\dot{y}} x' \delta^{\dot{y}} \dot{x} G_{pp} G_{pp} + \delta^{\dot{y}} y' \delta^{\dot{y}} \dot{x} G_{pp} G_{ii} + \delta^{\dot{y}} \dot{y} G_{ii} G_{uu} \\
 &+ \delta^{\dot{y}} \dot{y} \xi'^{\dot{y}} G_{pp} G_{ii} + \dot{y} \xi' \delta x' \delta^{\dot{y}} \dot{y} G_{pp} G_{ii} \\
 &+ \delta^{\dot{y}} \dot{y} \delta^{\dot{y}} x' G_{pp} G_{ii} + \delta^{\dot{y}} \dot{y} \delta^{\dot{y}} y' G_{ii} G_{ii}
 \end{aligned}$$

حال به محاسبه‌ی بخش دوم عبارت زیر رادیکال در کنش نامبوگوتو می‌پردازیم:

$$\begin{aligned}
 (\dot{x} \cdot x') &= (\dot{}, \circ, v + \delta \dot{x}, \delta \dot{y})(\circ, \dot{}, \xi' + \delta x' + \delta y') \\
 &= (v \xi' + v \delta x' + \xi' \delta \dot{x} + \delta \dot{x} \delta x') G_{pp} + \delta \dot{y} \delta y' G_{ii} \\
 (\dot{x} \cdot x')^{\dot{y}} &= (v^{\dot{y}} \xi'^{\dot{y}} + v^{\dot{y}} \delta^{\dot{y}} x' + \xi'^{\dot{y}} \delta^{\dot{y}} \dot{x} \\
 &+ \delta^{\dot{y}} \dot{x} \delta^{\dot{y}} x' + \dot{y} v^{\dot{y}} \xi' \delta x' + \dot{y} v \xi'^{\dot{y}} \delta \dot{x} \\
 &+ \dot{y} v \xi' \delta \dot{x} \delta x' + \dot{y} v \xi' \delta x' \delta \dot{x} + \dot{y} v \delta \dot{x} \delta^{\dot{y}} x' \\
 &+ \dot{y} \xi' \delta^{\dot{y}} \dot{x} \delta x') G_{pp} G_{pp} + \delta^{\dot{y}} \dot{y} \delta^{\dot{y}} y' G_{ii} G_{ii}
 \end{aligned}$$

با استفاده از تعریف برای عبارت زیر رادیکال در کنش نامبوگوتو داریم:

$$M = (\dot{x} \cdot x')^{\dot{y}} - (\dot{x})^{\dot{y}} (x')^{\dot{y}} \quad (50.2)$$

مقادیر به دست آمده در روابط بالا را در M جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 M = & G_{\dots} G_{uu} + \xi'^{\lambda} G_{\dots} G_{pp} + \Upsilon \xi' \delta x' G_{\dots} G_{pp} + G_{\dots} G_{pp} \delta^{\lambda} x' \\
 & + G_{\dots} G_{ii} \delta^{\lambda} y' + v^{\lambda} G_{pp} G_{uu} + v^{\lambda} \delta^{\lambda} y' G_{pp} G_{ii} + \Upsilon v \delta \dot{x} G_{pp} G_{uu} \\
 & + \Upsilon v \delta \dot{x} \delta^{\lambda} y' G_{pp} G_{ii} + \delta^{\lambda} \dot{x} G_{pp} G_{uu} + \delta^{\lambda} \dot{x} \delta^{\lambda} y' G_{pp} G_{ii} \\
 & + \delta^{\lambda} \dot{y} G_{ii} G_{uu} + \delta^{\lambda} \dot{y} \xi'^{\lambda} G_{pp} G_{ii} + \Upsilon \xi' \delta x' \delta^{\lambda} \dot{y} G_{pp} G_{ii} \\
 & + \delta^{\lambda} \dot{y} \delta^{\lambda} x' G_{pp} G_{ii}
 \end{aligned}$$

برای ساده‌سازی عبارت فوق را به صورت زیر خلاصه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 = & \underbrace{(G_{\dots} G_{uu} + \xi'^{\lambda} G_{\dots} G_{pp} + v^{\lambda} G_{pp} G_{uu})}_A + \underbrace{(\Upsilon v G_{pp} G_{uu})}_B \delta \dot{x} \\
 & + \underbrace{(\Upsilon \xi' G_{\dots} G_{pp})}_C \delta x' + \underbrace{(G_{\dots} G_{pp})}_E \delta^{\lambda} x' \\
 & + \underbrace{(G_{pp} G_{uu})}_J \delta^{\lambda} \dot{x} + \underbrace{(G_{\dots} G_{ii} + v^{\lambda} G_{pp} G_{ii})}_K \delta^{\lambda} y' \\
 & + \underbrace{(G_{ii} G_{uu} + \xi'^{\lambda} G_{pp} G_{ii})}_L \delta^{\lambda} \dot{y} \\
 & + \underbrace{(\Upsilon v G_{pp} G_{ii})}_H \delta \dot{x} \delta^{\lambda} y' \\
 & + \underbrace{(\Upsilon \xi' G_{pp} G_{ii})}_N \delta x' \delta^{\lambda} \dot{y} \\
 & + \underbrace{(G_{pp} G_{ii})}_W \delta^{\lambda} \dot{x} \delta^{\lambda} y' + \underbrace{(G_{pp} G_{ii})}_Z \delta^{\lambda} \dot{y} \delta^{\lambda} x'
 \end{aligned}$$

پس در آخر عبارت زیر را دیکال در کنش نامبوگوتو است:

$$\begin{aligned}
 M(\delta \dot{x}, \delta x', \delta \dot{y}, \delta y') = & A + B \delta \dot{x} + C \delta x' + E \delta^{\lambda} x' \\
 & + J \delta^{\lambda} \dot{x} + K \delta^{\lambda} y' + L \delta^{\lambda} \dot{y} + H \delta \dot{x} \delta^{\lambda} y' + N \delta x' \delta^{\lambda} \dot{y} \\
 & + W \delta^{\lambda} \dot{x} \delta^{\lambda} y' + Z \delta^{\lambda} \dot{y} \delta^{\lambda} x'
 \end{aligned}$$

تا مرتبه ی دوم جذر M

$$\begin{aligned}
 = & \sqrt{A} \left[\lambda + \frac{B}{A} \delta \dot{x} + \frac{C}{A} \delta x' + \frac{E}{A} \delta^{\lambda} x' + \frac{J}{A} \delta^{\lambda} \dot{x} \right. \\
 & + \frac{K}{A} \delta^{\lambda} y' + \frac{L}{A} \delta^{\lambda} \dot{y} + \frac{H}{A} \delta \dot{x} \delta^{\lambda} y' \\
 & \left. + \frac{N}{A} \delta x' \delta^{\lambda} \dot{y} + \frac{W}{A} \delta^{\lambda} \dot{x} \delta^{\lambda} y' + \frac{Z}{A} \delta^{\lambda} \dot{y} \delta^{\lambda} x' \right]^{\dagger}
 \end{aligned}$$

از قبل میدانیم که:

$$v(x) = v(x_0) + (x - x_0) \frac{dv}{dx} + \frac{1}{2!} (x - x_0)^2 \frac{d^2v}{dx^2} + \dots \simeq \frac{1}{2!} K(x - x_0)^2$$

$$v(y) = v(y_0) + (y - y_0) \frac{dv}{dy} + \frac{1}{2!} (y - y_0)^2 \frac{d^2v}{dy^2} + \dots \simeq \frac{1}{2!} K(y - y_0)^2$$

با توجه به رابطه‌های مذکور؛ می‌توان عبارت M را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} &= \sqrt{A} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{B}{A} \delta x + \frac{C}{A} \delta x' + \frac{E}{A} \delta^2 x' + \frac{J}{A} \delta^2 x \right. \right. \\ &+ \frac{K}{A} \delta^2 y' + \frac{L}{A} \delta^2 y + \frac{H}{A} \delta x \delta^2 y' \\ &+ \frac{N}{A} \delta x' \delta^2 y + \frac{W}{A} \delta^2 x \delta^2 y' + \frac{Z}{A} \delta^2 y \delta^2 x' \left. \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{B}{A} \delta x + \frac{C}{A} \delta x' + \frac{E}{A} \delta^2 x' + \frac{J}{A} \delta^2 x \right. \\ &+ \frac{K}{A} \delta^2 y' + \frac{L}{A} \delta^2 y + \frac{H}{A} \delta x \delta^2 y' \\ &+ \left. \left. \frac{N}{A} \delta x' \delta^2 y + \frac{W}{A} \delta^2 x \delta^2 y' + \frac{Z}{A} \delta^2 y \delta^2 x' \right)^2 + \dots \right] \end{aligned}$$

همانند مورد قبل از توان‌های بیشتر از دو صرف نظر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} &= \sqrt{A} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{B}{A} \delta x + \frac{C}{A} \delta x' + \frac{E}{A} \delta^2 x' + \frac{J}{A} \delta^2 x \right. \right. \\ &+ \frac{K}{A} \delta^2 y' + \frac{L}{A} \delta^2 y + \frac{H}{A} \delta x \delta^2 y' \\ &+ \frac{N}{A} \delta x' \delta^2 y + \frac{W}{A} \delta^2 x \delta^2 y' \\ &+ \frac{Z}{A} \delta^2 y \delta^2 x' \left. \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{B^2}{A^2} \delta^2 x + \frac{C^2}{A^2} \delta^2 x' \right. \\ &+ \left. \left. 2 \frac{BC}{A} \delta x \delta x' \right) \right] \end{aligned}$$

به منظور ساده‌سازی از عبارات مشابه فاکتور می‌گیریم:

$$\begin{aligned} &= \sqrt{A} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{B}{A} \delta x + \frac{1}{2} \frac{C}{A} \delta x' \right. \\ &+ \left(\frac{1}{2} \frac{E}{A} - \frac{1}{8} \frac{C^2}{A^2} \right) \delta^2 x' \\ &+ \left(\frac{1}{2} \frac{J}{A} - \frac{1}{8} \frac{B^2}{A^2} \right) \delta^2 x \\ &+ \frac{1}{2} \frac{K}{A} \delta^2 y' + \frac{1}{2} \frac{L}{A} \delta^2 y \\ &+ \frac{1}{2} \frac{H}{A} \delta x \delta^2 y' + \frac{1}{2} \frac{N}{A} \delta x' \delta^2 y \\ &+ \left. \left. \frac{1}{2} \frac{W}{A} \delta^2 x \delta^2 y' + \frac{1}{2} \frac{Z}{A} \delta^2 y \delta^2 x' \right] \right] \end{aligned}$$

مجدداً از مراتب اختلالی بزرگتر از دو چشم‌پوشی می‌کنیم:

$$(51.2) \\ = \sqrt{A} \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{B}{A} \delta \dot{x} + \frac{1}{2} \frac{C}{A} \delta x' + \left(\frac{1}{2} \frac{E}{A} - \frac{1}{8} \frac{C^2}{A^2} \right) \delta^2 x' + \left(\frac{1}{2} \frac{J}{A} - \frac{1}{8} \frac{B^2}{A^2} \right) \delta^2 \dot{x} + \frac{1}{2} \frac{K}{A} \delta^2 y' + \frac{1}{2} \frac{L}{A} \delta^2 \dot{y} \right]$$

حال عبارت زیر را بررسی می‌کنیم:

$$\left(\frac{1}{2} \frac{E}{A} - \frac{1}{8} \frac{C^2}{A^2} \right) = \frac{4EA - C^2}{8A^2} \\ A^2 = (-G_{\dots} G_{uu} - \xi'^2 G_{\dots} G_{pp} - v^2 G_{pp} G_{uu}) (-G_{\dots} G_{uu} - \xi'^2 G_{\dots} G_{pp} - v^2 G_{pp} G_{uu})$$

ادامه محاسبات مشابه صفحات قبل می باشد:

$$G_{\dots} G_{uu} G_{pp} \frac{G_{uu} + \xi'^2 G_{pp}}{2A^2} \sqrt{A} = \frac{1}{2} \sqrt{-g} N g^{\alpha\beta} \\ \frac{1}{2} \frac{K}{A} = \frac{1}{2} \sqrt{-g} G_{ii} g^{\sigma\sigma} \rightarrow \frac{K}{A} = \sqrt{-g} G_{ii} g^{\sigma\sigma}$$

ماتریس مربوط به متریک القایی مورد نظر به شکل زیر است:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \dot{x}^2 & \dot{x} \cdot x' \\ \dot{x} \cdot x' & x'^2 \end{bmatrix}$$

معکوس ماتریس فوق به صورت زیر می باشد:

$$g^{\alpha\beta} = \frac{1}{\det g_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} x'^2 & -\dot{x} \cdot x' \\ -\dot{x} \cdot x' & \dot{x}^2 \end{bmatrix}$$

که با جاگذاری عبارت زیر رادیکال در کنش نامبوگوتو داریم:

$$= \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} x'^2 & -\dot{x} \cdot x' \\ -\dot{x} \cdot x' & \dot{x}^2 \end{bmatrix} \quad (52.2)$$

با توجه به رابطه‌های فوق $g^{\sigma\sigma}$ به صورت زیر نوشته می شود:

$$g^{\sigma\sigma} = \frac{g_{\tau\tau}}{\sqrt{M}} = \frac{g_{\tau\tau}}{\sqrt{A}} = \frac{G_{\dots} + v^2 G_{pp}}{\sqrt{\frac{G_{uu} G_{\dots} G_{pp} + v^2 G_{pp}^2 G_{\dots} G_{uu}}{c^2 + (G_{\dots} + G_{pp})}}}$$

در این قسمت تمامی عبارتهای نامگذاری شده را به طور واضح می نویسیم:

$$A = G_{\dots}G_{uu} + \xi'^{\lambda}G_{\dots}G_{pp} + v^{\lambda}G_{pp}G_{uu}A \quad = G_{\dots}G_{uu}$$

$$A = v^{\lambda}G_{pp}G_{uu} + \frac{G_{\dots}G_{uu}G_{pp} - c^{\lambda}v^{\lambda}G_{uu}G_{pp}}{c^{\lambda} + G_{\dots}G_{pp}} = \frac{G_{pp}^{\lambda}G_{uu}G_{\dots}v^{\lambda} + G_{\dots}G_{uu}G_{pp}}{c^{\lambda} + G_{\dots}G_{pp}}$$

$$K = G_{\dots}G_{ii} + v^{\lambda}G_{pp}G_{ii}$$

$$L = G_{ii}G_{uu} + \xi'^{\lambda}G_{pp}G_{ii}$$

$$\frac{K}{A} = \frac{G_{\dots}G_{ii} + v^{\lambda}G_{pp}G_{ii}}{\frac{G_{uu}G_{\dots}G_{pp} + v^{\lambda}G_{pp}^{\lambda}G_{\dots}G_{uu}}{(c^{\lambda} + G_{\dots}G_{pp})}} = \frac{(G_{\dots}G_{ii} + v^{\lambda}G_{pp}G_{ii})(c^{\lambda} + G_{\dots}G_{pp})}{G_{uu}G_{\dots}G_{pp} + v^{\lambda}G_{pp}^{\lambda}G_{\dots}G_{uu}}$$

$$\frac{K}{A} = \frac{G_{ii}(G_{\dots} + v^{\lambda}G_{pp})}{g} \times \sqrt{g} \frac{K}{A} = \frac{G_{ii}(G_{\dots} + v^{\lambda}G_{pp})}{g} = G_{ii}g^{\sigma\sigma}$$

$$L = \frac{-c^{\lambda}G_{uu}G_{\dots} - c^{\lambda}v^{\lambda}G_{uu}G_{pp}}{G_{\dots}G_{pp}(c^{\lambda} + G_{pp}G_{\dots})} \times G_{pp}G_{ii} \rightarrow \frac{-c^{\lambda}G_{uu}G_{\dots}G_{pp}G_{ii} - c^{\lambda}v^{\lambda}G_{uu}G_{pp}^{\lambda}G_{ii}}{G_{\dots}G_{pp}(c^{\lambda} + G_{pp}G_{\dots})} + G_{ii}G_{uu}$$

$$L = \frac{G_{ii}G_{uu}G_{\dots}G_{pp}^{\lambda} - c^{\lambda}v^{\lambda}G_{uu}G_{pp}^{\lambda}G_{ii}}{G_{\dots}G_{pp}(c^{\lambda} + G_{pp}G_{\dots})}$$

$$\frac{L}{A} = \frac{\frac{G_{ii}G_{uu}G_{\dots}G_{pp}^{\lambda} - c^{\lambda}v^{\lambda}G_{uu}G_{pp}^{\lambda}G_{ii}}{G_{\dots}G_{pp}(c^{\lambda} + G_{pp}G_{\dots})}}{\frac{G_{uu}G_{\dots}G_{pp} + v^{\lambda}G_{pp}^{\lambda}G_{\dots}G_{uu}}{(c^{\lambda} + G_{\dots}G_{pp})}}$$

برطبق ماتریس متریک القایی مؤلفه‌ی $g_{\sigma\sigma}$ به صورت زیر است:

$$g_{\sigma\sigma} = G_{uu} + \underbrace{\xi'^{\lambda}G_{pp}}_{g'}$$

$$g' = \frac{-c^{\lambda}G_{uu}G_{pp}G_{\dots} - G_{pp}^{\lambda}c^{\lambda}v^{\lambda}G_{uu}}{G_{\dots}G_{pp}(c^{\lambda} + G_{\dots}G_{pp})}$$

$$g_{\sigma\sigma} = \frac{G_{uu}G_{\dots}G_{pp}^{\lambda} - c^{\lambda}v^{\lambda}G_{pp}^{\lambda}G_{uu}}{G_{\dots}G_{pp}(c^{\lambda} + G_{\dots}G_{pp})}$$

$$\frac{L}{A} = G_{ii}g_{\sigma\sigma} \frac{1}{A} = G_{ii}g_{\sigma\sigma} \times \frac{1}{\sqrt{A}\sqrt{A}} = G_{ii}g^{\tau\tau}\sqrt{A} \rightarrow \frac{L}{A} = \sqrt{g}g^{\tau\tau}G_{ii}$$

از قبل داشتیم:

$$\begin{aligned} &= g_{\tau\tau}(d\tilde{\tau} - \frac{g_{\tau\sigma}}{g_{\tau\tau}}d\sigma)^{\lambda} + g_{\sigma\sigma}d\sigma^{\lambda} + 2g_{\tau\sigma}((d\tilde{\tau} - \frac{g_{\tau\sigma}}{g_{\tau\tau}}d\sigma))d\sigma \\ &= g_{\tau\tau}(d^{\lambda}\tilde{\tau} + \frac{g_{\tau\sigma}^{\lambda}}{g_{\tau\tau}^{\lambda}}d^{\lambda}\sigma - 2d\tilde{\tau}d\sigma\frac{g_{\tau\sigma}}{g_{\tau\tau}}) + g_{\sigma\sigma}d^{\lambda}\sigma + 2g_{\tau\sigma}d\tilde{\tau}d\sigma - 2\frac{g_{\tau\sigma}^{\lambda}}{g_{\tau\tau}^{\lambda}}d^{\lambda}\sigma \end{aligned}$$

باید ماتریس متریک القایی را به ماتریس قطری تبدیل کنیم:

$$\begin{bmatrix} h_{\tau\tau} & 0 \\ 0 & h_{\sigma\sigma} \end{bmatrix} \quad (53.2)$$

مشابه محاسبات قبل داریم:

$$h_{\tau\tau} = g_{\tau\tau} \rightarrow h_{\tau\tau} = G_{\dots} + v^{\check{}} G_{pp}$$

$$h_{\sigma\sigma} = g_{\sigma\sigma} - \frac{g_{\tau\sigma}^{\check{}}}{g_{\tau\tau}} \rightarrow = \underbrace{G_{uu} + \xi^{\check{}} G_{pp}}_A - \underbrace{\frac{G_{pp}^{\check{}} v^{\check{}} \xi^{\check{}}}{G_{\dots} + v^{\check{}} G_{pp}}}_B$$

$$A = G_{uu} + (-G_{uu} c^{\check{}} \frac{G_{\dots} + G_{pp} v^{\check{}}}{G_{\dots} G_{pp} (c^{\check{}} + G_{\dots} G_{pp})}) G_{pp} = G_{uu} + \left(\frac{-G_{uu} c^{\check{}} G_{\dots} G_{pp} - G_{uu} c^{\check{}} G_{pp}^{\check{}} v^{\check{}}}{G_{\dots} G_{pp} (c^{\check{}} + G_{\dots} G_{pp})} \right)$$

$$A = \frac{-G_{uu} G_{\dots}^{\check{}} G_{pp}^{\check{}} - G_{uu} c^{\check{}} v^{\check{}} G_{pp}^{\check{}}}{G_{\dots} G_{pp} (c^{\check{}} + G_{\dots} G_{pp})}$$

و برای B:

$$B = \frac{v^{\check{}} \frac{-G_{uu} c^{\check{}} G_{\dots} + G_{pp} v^{\check{}}}{G_{\dots} G_{pp} (c^{\check{}} + G_{\dots} G_{pp})} G_{pp}^{\check{}}}{G_{\dots} + v^{\check{}} G_{pp}}$$

$$B = \frac{-v^{\check{}} G_{uu} c^{\check{}} G_{\dots} G_{pp}^{\check{}} - G_{uu} c^{\check{}} v^{\check{}} G_{pp}^{\check{}}}{(G_{\dots} + v^{\check{}} G_{pp})(G_{\dots} G_{pp} (c^{\check{}} + G_{\dots} G_{pp}))}$$

از تفاضل A و B داریم:

$$A - B = \frac{G_{uu} G_{\dots} G_{pp} (G_{\dots}^{\check{}} G_{pp} + v^{\check{}} G_{\dots} G_{pp}^{\check{}})}{(G_{\dots}^{\check{}} G_{pp} + v^{\check{}} G_{\dots} G_{pp}^{\check{}})(c^{\check{}} + G_{\dots} G_{pp})}$$

که در واقع این عبارت همان مؤلفه‌ی $h_{\sigma\sigma}$ از متریک قطری شده می‌باشد.

فصل ۳

ثابت پخش در پلاسمای ناهمسانگرد

۱.۳ معرفی متریک‌های ناهمسانگرد

۱.۱.۳ مدل بالا-پایین A

اولین پس‌زمینه‌ی ناهمسانگرد در نظر گرفته شده؛ یک مدل بالا-پایین است که جایی از نوع معادلات ابرتقارنی دارد. در دوگان گرانشی؛ هندسه‌ی جواب ابرتقارنی؛ یک تکینگی در IR دارد که در پشت افق محو شده است. در چهارچوب ریمان پس‌زمینه به صورت زیر داده می‌شود:

$$ds^2 = \frac{1}{u^2} (-F B dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + H dx_3^2 + \frac{du^2}{F}) + Z d\Omega_{S^2}^2 \quad (1.3)$$

$$X = ax_3 : \phi = \phi(u) \quad (2.3)$$

که در آن ϕ دیلاتون؛ X اکتیون و a پارامتر ناهمسانگردی است که با یکای معکوس طول اندازه‌گیری می‌شود. مرز متریک در $u = 0$ می‌باشد. در ناهمسانگردی بزرگ جواب معادلات ابرتقارنی با حل عددی معادلات حرکت حاصل می‌شود.

انرژی و فشار روی مرز به وسیله‌ی بسط مقدار تانسور انرژی-تکانه در نزدیکی مرز به دست می‌آید.

فشار در راستای ارجح و عمود بر آن متفاوت می‌باشد؛ به طوری که برای ناهمسانگردی کوچک:

$$P^{\parallel} \geq P^{\perp}$$

محاسبه‌ی ثابت پخش در این مدل؛ با استفاده از دو حالت انجام می‌شود. ابتدا در ناهمسانگردی کوچک و سپس در ناهمسانگردی بزرگ محاسبه می‌شود. به عنوان تعریفی از ناهمسانگردی کوچک می‌توان گفت که محاسبات تحلیلی در محدوده‌ی $\frac{a}{T}$ کوچک در این بخش قرار دارند.

ناهمسانگردی بزرگ شامل محاسبات عددی می‌شود و محاسبات تحلیلی در آن جایی ندارد. در این نوع ناهمسانگردی؛ متریک پس‌زمینه در هندسه‌ی prolate باقی می‌ماند؛ در حالیکه فشار ناهمسانگردی

ممکن است oblate یا prolate باشد.

۲.۱.۳ مدل بالا-پایین B

این پس‌زمینه نیز ناهمسانگرد است. متریک آن پنج بعدی می‌باشد و به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$ds^2 = \frac{1}{u^2}(-a(u)dt^2 + b(u)(dx_1^2 + dx_2^2) + c(u)dx_3^2 + du^2) \quad (3.3)$$

که در آن u مختصات شعاعی با مرزی در $u = 0$ می‌باشد. در ضمن روی هندسه‌های oblate و prolate و فشار ناهمسانگردی که به مقادیر پارامترها وابسته است؛ کار می‌شود.

۲.۳ بررسی و مرور نتایج مقاله‌های مربوط

۱.۲.۳ ناهمسانگردی کوچک

در این حالت؛ دو جهان‌سطح برای یک ریسمان متحرک؛ یکی در راستای ناهمسانگردی (جهت ارجح) \parallel و دیگری عمود بر آن \perp در نظر گرفته می‌شود. بنابراین دو افق متفاوت به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$u_{\circ}^{\perp} = u_{\circ, iso} \left(1 + \frac{a^2}{T^2} u_{\circ}^{\perp}\right), \quad u_{\circ}^{\parallel} = u_{\circ, iso} \left(1 + \frac{a^2}{T^2} u_{\circ}^{\parallel}\right) \quad (4.3)$$

وجود \bar{u} به علت ناهمسانگردی است.

با توجه به محاسبات انجام شده در [۷]؛ مشاهده می‌شود که دماهای جهان‌سطح برای ناهمسانگردی کوچک با پارامتر $\frac{a}{T}$ و سرعت‌های غیر صفر؛ با دمای حمام گرم برابر نیست و رابطه‌ی آن‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$T \geq T_{ws}^{\perp} \geq T_{ws}^{\parallel}, \quad \text{for } v \geq 0 \quad (5.3)$$

تنها در صورتی که سرعت حرکت صفر باشد؛ مقادیر بالا با یکدیگر برابرند. دمای جهان‌سطح زمانی که کوارک در پلاسمای همسانگرد حرکت می‌کند از دمای حمام کوچک‌تر است.

۲.۲.۳ ناهمسانگردی بزرگ

در این نوع از ناهمسانگردی؛ دمای مؤثر بزرگتر از دمای حمام است که در تضاد با نظریه‌ی همسانگرد می‌باشد. در اینجا ناهمسانگردی از مرتبه‌ی $\frac{a}{T} = 10$ می‌باشد که این حالت برای سرعت‌های خیلی بزرگ اتفاق می‌افتد. بنابراین یک کوارک می‌تواند در پلاسمای ناهمسانگرد با سرعتی حرکت کند که دمای مؤثر اندازه‌گیری شده توسط کوارک با دمای حمام گرم برابر باشد. به عبارت دیگر؛ دمای مؤثر کوارک در سطح عمود بر جهت ارجح؛ همیشه کمتر از دمای حمام گرم است.

۳.۳ ثابت پخش کوارک سنگین در پلاسمای ناهمسانگرد

به صورت کلی اگر خاصیتی به جهت‌گیری آن در فضا بستگی داشته باشد؛ به آن پارامتر ناهمسانگرد گویند. با توجه به تعریف ناهمسانگردی؛ اگر اندازه‌گیری رو به جهت خاصی از فضا برای خاصیتی با اندازه‌گیری در جهت دیگری از فضا بر روی خاصیت مذکور یک نتیجه را در پی نداشته باشد؛ به آن خاصیت ناهمسانگرد گوئیم. بر طبق نظریه‌ی گروه؛ خاصیت همسانگرد نسبت به گروه دوران‌های فضایی تقارن دارد.

مطالعه‌ی دینامیک کوارک‌های سنگین اطلاعات مهمی درباره‌ی پلاسمای کوارک‌گلوئون تولیدشده (QGP) در برخورددهنده‌های یون سنگین می‌دهد.

پلاسمای کوارک‌گلوئون در مدت زمانی کوتاه به فازهای مختلف می‌رود. در مختصات فضا و تکانه؛ قبل از اینکه به فاز همسانگرد برود به یک فاز ناهمسانگرد می‌رود. بازه زمانی که پلاسمای مذکور فاز همسانگرد را طی می‌کند هنوز به‌دقت مشخص نیست. با استفاده از هیدرودینامیک؛ زمان‌های کوتاه در حد $2fm$ پیش‌بینی شده است؛ که مقادیر آن وابستگی زیادی به شرایط اولیه دارد. البته؛ مدل‌های هولوگرافیک زمان‌های کوتاه‌تر در حد $3fm$ را پیش‌بینی می‌کنند. فاز همسانگرد پلاسمای به‌دنبال فاز ناهمسانگرد آمده؛ به‌طوری‌که مدت زمان حضور پلاسمای در فاز همسانگرد؛ بیشتر از مدت مذکور در فاز ناهمسانگرد می‌باشد. مشاهدات در این فاز؛ با استفاده از تناظر پیمانانه/گران‌ش مطالعه می‌شود. همان‌طور که مشاهده خواهید کرد؛ آن‌ها به‌وسیله‌ی دینامیک لانجورین یک کوارک متحرک در پلاسمای ناهمسانگرد بررسی می‌شوند.

در طول هر جهت یک جواب متفاوت در فضای حجم حاصل شده است و متریک القایی دو بعدی؛ یک جهان‌سطح سیاهچاله و یک افق در نقطه‌ی شعاعی u_0 دارد. بنابراین دمای هاوکینگ جهان‌سطح T_{ws} وابسته به این سیاهچاله؛ که در اصل با دمای حمام گرم متفاوت است و رویکرد آن فقط زمانیست که کوارک با سرعت غیر نسبیتی حرکت می‌کند. در مورد ناهمسانگرد جایگاه قطعی افق جهان‌سطح به جهت حرکت وابسته است. بنابراین با دمای جهان‌سطح متناظر است. در مدل محصور معمولی، در مجموعه‌های گوناگون T_{ws} کمتر از دمای حمام است. در مورد ناهمسانگرد ممکن است این نابرابری معکوس باشد، وابستگی به جهت حرکت کوارک، درجه‌ی ناهمسانگردی و سرعت حرکت. با در نظر گرفتن نوسانات ریسمان متحرک ثابت‌های لانجورین را به دما نسبت (ربط) می‌دهیم.

$$\kappa_T = \frac{1}{\pi\alpha'} G_{kk} T_{ws} \quad (6.3)$$

$$\kappa_L = \frac{1}{\pi\alpha'} \frac{(G_{\circ\circ} G_{pp})'}{G_{pp} (\frac{G_{\circ\circ}}{G_{pp}})'} T_{ws} \quad (7.3)$$

مثلاً در مورد ناهمسانگرد، دمای T_{ws} متناظر با دمای اندازه‌گیری شده به‌وسیله‌ی حرکت کوارک در پلاسمای؛ از طریق نظریه‌ی افت و خیز - پراکندگی استدلال می‌شود. سپس طیف چگالی برای فرکانس کوچک

در قیاس با دما؛ با استفاده از الگوی شامه مطالعه می‌شود. در مدل بالا-پایین ناهمسانگرد، ثابت‌های لانجوبین طولی κ_L و عرضی κ_T حرکت کوآرک در طول جهت ناهمسانگردی؛ سطح عمود بر آن؛ در ناهمسانگردی‌های بزرگ و کوچک مورد مطالعه قرار می‌گیرند. در همه‌ی رده‌های غیرهمسانگرد هر کدام از ثابت‌ها با خودشان و با همسانگرد، مقایسه می‌شود و با توجه به همه‌ی محاسبات نابرابری $\kappa_L \geq \kappa_T$ برقرار نمی‌باشد.

۱.۳.۳ مقایسه‌ی نتایج در دو مدل معرفی شده

در این بخش به نتایج حاصل از دو مدل بالا-پایین و ته-بالا پرداخته می‌شود. وابستگی ضرائب پخش به نوع هندسه به وسیله‌ی نسبت فشارها بررسی شده و تشابه کیفی نسبت ثابت‌های پخش طولی و عرضی به‌وضوح بیان شده است.

تمرکز بر هندسه‌ی prolate قرار داده شده است زیرا مدل بالا-پایین تنها این نوع هندسه را دارا می‌باشد.

یک راه ارتباطی برای دو مدل بررسی ضریب Δ می‌باشد که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta := \frac{P^\perp}{p^\parallel} - 1 \quad (۸.۳)$$

که درجات فشار ناهمسانگردی اندازه‌گیری می‌شود و وابسته به پارامترهای ناهمسانگردی می‌باشد. برای مقادیر کوچک Δ ؛ رابطه‌ی پارامتر مذکور با a در مدل بالا-پایین به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

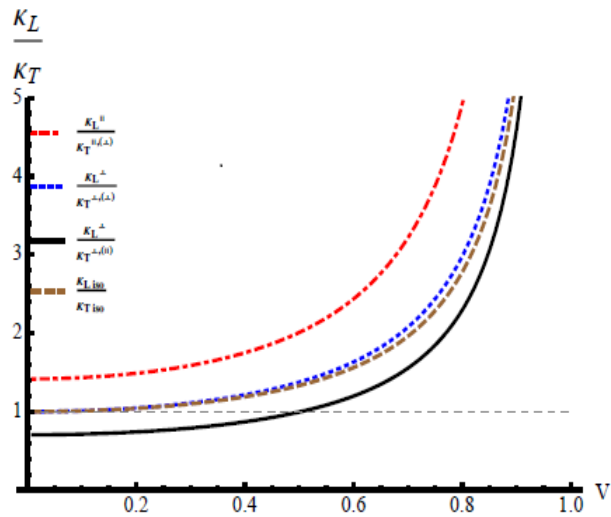
$$\Delta \sim \frac{a^2}{2\pi^2 T^2} \quad (۹.۳)$$

و رابطه‌ی آن با مدل ته-بالا:

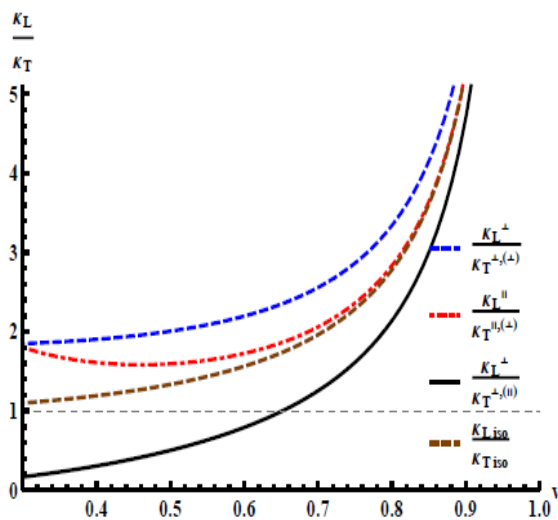
$$\Delta \sim B \quad (۱۰.۳)$$

روابط بالا برای ناهمسانگردی کوچک می‌باشد در حالیکه برای ناهمسانگردی بزرگ محاسبات به‌صورت عددی انجام می‌شود.

برای مقایسه‌ی این دو مدل باید گفت که در مدل ناهمسانگرد بالا-پایین؛ همیشه هندسه‌ی حاکم pro- است؛ درحالیکه فشار ناهمسانگردی در مقادیر کوچک $\frac{a}{T}$ از هندسه‌ی oblate و در مقادیر بزرگ عبارت فوق از هندسه‌ی prolate تبعیت می‌کند. در مدل ته-بالا فشار ناهمسانگردی و هندسه‌ی حاکم بر آن یکسان می‌باشد. در شکل؛ نسبت مذکور برای $\Delta = -1$ در مدل بالا-پایین که متناظر با پارامتر ناهمسانگردی $\frac{a}{T} \sim 6/43$ می‌باشد. در ضمن فشار ناهمسانگردی و هندسه‌ی حاکم؛ هر دو؛ oblate می‌باشند. در شکل فوق؛ نسبت ثابت‌های پخش به یکدیگر؛ برای $\Delta = -1$ در مدل ته-بالا که متناظر با پارامتر ناهمسانگردی $B \sim -2/45$ می‌باشد.



شکل ۱.۳: نسبت ضرائب پخش به سرعت برای مدل بالا-پایین



شکل ۲.۳: نسبت ضرائب پخش به سرعت برای مدل ته-بالا

فصل ۴

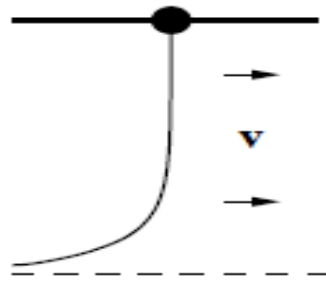
بررسی ثابت پخش در پس‌زمینه‌های دیگر

۱.۴ بررسی ثابت پخش در پس‌زمینه‌ی ویتن

۱.۱.۴ مقدمه

تناظر AdS/CFT به ارتباط میان نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی و گرانش می‌پردازد. از این تناظر به‌عنوان تناظر پیمانانه/گرانش نیز نام برده می‌شود و مربوط به نظریه‌ی میدان‌های همدیس و فضای پاد دوسیه است. کاربرد این تناظر در حل مسئله‌هایی که در آنها ثابت جفت شدگی قوی و نظریه‌ی میدان دما دار است، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. این کاربردها در QCD و ماده چگال رو به پیشرفت است. AdS فضایی به‌نام پاد دوسیه است که جواب معادله‌های انیشتین با ثابت کیهانشناسی منفی می‌باشد. در این فضا زمان گرانش زندگی می‌کند، این فضا زمان دارای مرز است و CFT یا همان نظریه‌ی میدان همدیس در مرز این فضا زمان است و توصیف آن با نظریه‌ی ریسمان توسط ریسمان‌های باز می‌باشد. از لحاظ فیزیکی همدیس به معنای این است که مقیاس انرژی نداریم. یعنی فیزیک مسئله در انرژی‌های کم و زیاد بدون تغییر باقی می‌ماند. به‌عبارت دیگر تناظر AdS/CFT یک معادل بین یک نظریه‌ی پیمانانه‌ای و یک نظریه‌ی ریسمان است. حرکت براونی ذره‌ی سنگین را با استفاده از این تناظر مورد مطالعه قرار می‌دهیم. بر طبق این تناظر ذره‌ی سنگین انتهای ریسمانی کلاسیکی می‌باشد که در CFT در نظر گرفته شده است.

نظریه‌ی مرز دما دار است و آن را هم‌چون یک پلازما در نظر می‌گیریم. حال حرکت براونی ذره‌ی سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون (QGP) را مطالعه می‌کنیم. QGP در برخورددهنده‌های یون‌های نسبیتی در آزمایشگاه‌های RHIC و LHC پدید می‌آید که دارای ویژگی‌های منحصر به فردی است، از جمله جفت شدگی آن قوی می‌باشد. ذره‌ی سنگین در این محیط حرکتی براونی با یک نیروی تصادفی دارد. هدف اصلی مطالعه‌ی ضریب پخش این حرکت تصادفی است. در بررسی حرکت کلاسیکی این ذره‌ی آزمون در پلازما، ذره انرژی جنبشی خود را به پلازما داده و آرام به حرکت خود ادامه می‌دهد. توصیف گرانشی آن مطابق شکل، معادل با ریسمان کلاسیکی خمیده است که انرژی در آن جاری شده و به سیاهچاله می‌ریزد.



شکل ۱.۴: نمایی از کوآرک با سرعت v و دوگان گرانشی آن

۲.۱.۴ معرفی متریک زمینه

به‌عنوان مثالی از مطالعه‌ی حرکت براونی با کمک AdS/CFT متریک ویتن را به‌عنوان متریک زمینه در نظر می‌گیریم. یکی از ویژگی‌های مهم این متریک توصیف مدل محصور و غیر محصور می‌باشد. یعنی در دماهای کوچکتر از دمای بحرانی، در نظریه‌ی میدان کوآرک‌ها در پروتون زندانی هستند. ولی با بالا رفتن دما پلاسمای کوآرک گلوئون تشکیل می‌شود و فاز جدیدی پدید می‌آید. بنابراین ما این متریک را در پلاسمای کوآرک گلوئون در نظر گرفته‌ایم. این متریک در دمای بالا چنین توصیفی دارد:

$$ds^2 = \left(\frac{u}{R}\right)^2 (-h dt^2 + dx^2 + dx_\perp^2) + \left(\frac{R}{u}\right)^2 \left(\frac{1}{h} du^2 + u^2 d\omega_\perp^2\right) \quad (1.4)$$

$$h = 1 - \left(\frac{u_h}{u}\right)^4 \quad (2.4)$$

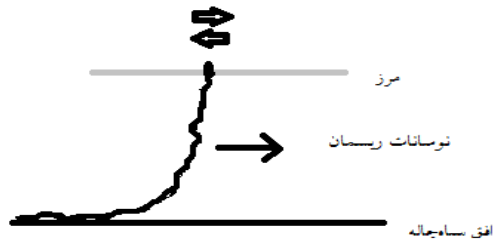
و دمای این متریک به‌شکل زیر می‌باشد:

$$T = \frac{3}{4\pi} \frac{u_h^{1/4}}{R^{3/4}} \quad (3.4)$$

که در آن u_h افق سیاهچاله؛ u بعد هولوگرام؛ R شعاع کره‌ی S^5 (۵ بعد فشرده)؛ x و t چهار بعد فضا-زمان مینکوفسکی هستند. نظریه‌ی میدان در این فضا-زمان برقرار است.

۳.۱.۴ نیروی کششی

ذره تحت یک حرکت تصادفی ناشی از نوسانات گرمایی پلاسمای حرکت می‌کند که به‌عنوان حرکت براونی شناخته می‌شود و می‌تواند با معادله‌ی لانجورین فرمول‌بندی شود. نمایی از این نوع حرکت در شکل زیر آمده است. ذره به‌دلیل حرکت در پلاسمای نیروی کششی حس می‌کند که آن را با F_{Drag} نمایش می‌دهیم. برای ذره‌ای به جرم M که با سرعت v درون پلاسمای حرکت می‌کند، تکانه برابرست با $P = Mv\gamma$ و



شکل ۲.۴: نمایی از اثر حرکت براونی کوآرک بر دوگان آن

$\gamma = (1 - v^2)^{-\frac{1}{2}}$ و $c = 1$ است. نیروی کششی عبارتست از:

$$F_{Drag} = -\frac{dP}{dt} = -\mu P \quad (۴.۴)$$

ذره با سرعت ثابت v در پلاسما حرکت می‌کند. مطابق تناظر AdS/CFT ذره را انتهای یک ریسمان کلاسیکی در نظر می‌گیریم. کنش این ریسمان با کنش نامبوگوتو داده می‌شود:

$$S = -T_F \int d\tau \int d\sigma L = -T_F \int d\sigma \int d\tau \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}} \quad (۵.۴)$$

که در آن $T = \frac{1}{\sqrt{\pi\alpha'}}$ کشش ریسمان؛ α' ضریب تناسب و L لاگرانژی می‌باشد. که $g_{\alpha\beta}$ متریک القایی روی جهان سطح ریسمان است:

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}}(-h + v^2) & \left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}}v\xi \\ \left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}}v\xi & \left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}}\frac{1}{h} + \xi^2\left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}} \end{pmatrix} \quad (۶.۴)$$

شکل ریسمان خمیده با حدس زیر مطالعه می‌شود:

$$x^\mu = (t = \tau, u = \sigma, x^i = v^i t + \xi^i(t)) \quad (۷.۴)$$

که در آن t معرف زمان؛ σ و τ مؤلفه‌های جهان‌سطح ریسمان هستند. با استفاده از معادله‌ی حرکت نتیجه می‌شود:

$$\xi'^2 = \frac{\rho \sqrt{\frac{v^2}{h} - 1}}{v \frac{u}{R} \sqrt{\left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}}(v^2 + \rho^2)}} \quad (۸.۴)$$

که در آن $\rho = \frac{\partial L}{\partial \xi^i}$ ثابت حرکت می‌باشد. کسر فوق بایستی همواره مثبت باشد. پس ریشه‌ی صورت و مخرج باید در یک مکان اتفاق بیافتد. این شعاع را با u_0 نمایش می‌دهیم.

رابطه‌ی نقطه‌ی بحرانی که در محاسبات به کار برده می‌شود با u_h به شکل زیر است:

$$u_o = \frac{u_h}{\sqrt[3]{(1-v^2)}} \quad (9.4)$$

پس u_o همواره کوچکتر از شعاع افق خواهد بود. از اینجا به بعد در تمام محاسبات فرض می‌کنیم $R = 1$. نیروی کششی مطابق تعریف عبارتست از:

$$F_{Drag} = \frac{-u_h^{\frac{2}{3}}}{2\pi\alpha'\sqrt{1-v^2}} \quad (10.4)$$

بر طبق تعریف ارائه شده برای دما در فرمول داریم:

$$F_{Drag} = -\frac{64vT^3\gamma\pi^3}{9(2\pi\alpha')} \quad (11.4)$$

بر اساس معادله‌ی به‌دست آمده رابطه‌ی نیروی کششی و دما به‌صورت زیر است:

$$F_{Drag} \propto T^3 \quad (12.4)$$

نکته‌ی جالب توجه مقایسه‌ی این نتیجه با نیروی کششی در پلاسمای ابر تقارنی یانگ میلز است. در این مورد نیروی کششی عبارتست از:

$$F = \frac{-\pi T^2 \sqrt{\lambda}}{2} \gamma v \quad (13.4)$$

که در رابطه‌ی شماره‌ی (۱۱.۴) نیروی کششی متناسب با توان سوم دماست در حالی که در رابطه‌ی شماره‌ی (۱۳.۴) متناسب با توان دوم دما می‌باشد. مقایسه‌ی این رابطه نشان می‌دهد که اگر ذره در محیطی حرکت کند که با متریک دوگان (۱.۴) داده می‌شود، نیرویی متفاوت حس خواهد کرد، به‌طوری که وابستگی این نیرو به دما متفاوت است. با متریک (۱.۴) متفاوت است. دقت شود که دوگان پلاسمای ابر تقارنی یانگ میلز $N = 4$ با متریک (۱.۴) متفاوت است. ضریب اصطکاک با استفاده از رابطه‌ی (۴.۴) برابرست با:

$$\mu = \frac{u_h^{\frac{2}{3}}}{2\pi\alpha M\gamma\sqrt{1-v^2}} \quad (14.4)$$

بر طبق تعریف ارائه شده برای دما در رابطه‌ی (۳.۴) داریم:

$$\mu = \frac{64\pi^3 T^3}{9(2\pi\alpha')M} \quad (15.4)$$

بر اساس معادله‌ی به‌دست آمده داریم:

$$\mu \propto T^3 \quad (16.4)$$

۴.۱.۴ معادله‌ی لانجورین و حرکت براونی

حرکت براونی به‌وسیله‌ی استفاده از معادله لانجورین که شامل کمیت‌هایی از جمله تکانه و نیروی کششی می‌باشد توصیف می‌شود. معادله‌ی مؤثر بر این حرکت عبارت است از:

$$\frac{dP_i}{dt} = -\mu P + \xi_i(t) \quad (17.4)$$

که ξ را به‌عنوان نیروی مقاوم تصادفی وابسته به زمان تعریف می‌کنیم که از طرف محیط وارد می‌شود. ارتباط میان این نیروها در زمان‌های متفاوت t و t' با ضرایب پخش طولی و عرضی کنترل می‌شوند. به‌طور کلی داریم:

$$\langle \xi_T(t) \xi_T(t') \rangle = \kappa_T \delta(t - t')$$

$$\langle \xi_L(t) \xi_L(t') \rangle = \kappa_L \delta(t - t')$$

که در معادلات فوق $\delta(t - t')$ همان دلتای دیراک است و ضرائب طولی و عرضی به‌ترتیب زیر بیان می‌شوند:

$$\kappa_T = \frac{1}{\pi \alpha'} G_{xx} T_{ws} \quad (18.4)$$

$$\kappa_L = \frac{1}{\pi \alpha'} \frac{(G_{\circ\circ} G_{pp})'}{G_{pp} (G_{pp}')'} T_{ws} \quad (19.4)$$

نکته‌ی جالب توجه وابستگی این کمیت‌ها به دمای جهان سطح T_{ws} می‌باشد. این کار را با قطری کردن متریک جهان سطح انجام می‌دهیم. در نتیجه متریک جهان سطح به شکل زیر درمی‌آید:

$$ds^2 = \left[\left(\frac{u}{R} \right)^2 (v^2 - 1) \right] d\tau^2 + \frac{\left(\frac{u}{R} \right)^2}{c^2 - \left(\frac{u}{R} \right)^2 h} d\sigma^2 \quad (20.4)$$

بنابر متریک سیاهچاله‌ها به این متریک هم می‌توان یک دما نسبت داد که عبارتست از:

$$T_{ws} = \frac{3 \sqrt{(1 - v^2)}}{4\pi} \sqrt{u_h (1 - 2v^2)} \quad (21.4)$$

جالب است که دمای جهان سطح در سرعت $v_c = \frac{1}{\sqrt{3}}$ صفر می‌شود. با جاگذاری مقدار دمای جهان سطح و ضرایب حاصله از متریکی که در ابتدا معرفی شد. ضرایب طولی و عرضی عبارتست از:

$$\kappa_T = \frac{1}{\pi\alpha'} \left(\frac{u_h^2}{\sqrt{1-v^2}} \right) \frac{3\sqrt{1-v^2}}{4\pi} \sqrt{1-2v^2} \quad (22.4)$$

$$\kappa_L = \frac{1}{\pi\alpha'} \frac{u_h^2}{(\sqrt{1-v^2})^3} \frac{3\sqrt{1-v^2}}{4\pi} \sqrt{1-2v^2} \quad (23.4)$$

و نسبت ثابت پخش طولی به عرضی به شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{\kappa_L}{\kappa_T} = \frac{1}{1-v^2} \quad (24.4)$$

کاملاً پیداست که همواره $\kappa_L > \kappa_T$ که در توافق کامل با مقاله‌ی [۷] است. با توجه به وابستگی ضرایب پخش طولی و عرضی به دمای جهان سطح نتیجه می‌گیریم در سرعت v_c این کمیت‌ها صفر می‌شوند. مطالعه‌ی این اثر با روش‌های نظریه‌ی میدان بسیار جالب توجه خواهد بود.

۵.۱.۴ نتیجه‌گیری

در این تحقیق حرکت براونی یک ذره‌ی سنگین در یک پلاسمای دما دار را با استفاده از تناظر AdS/CFT مطالعه کردیم. به‌عنوان مثالی از مطالعه‌ی حرکت براونی با کمک AdS/CFT؛ متریک ویتن را مورد بررسی قرار دادیم که دوگان آن نظریه‌ای را توصیف می‌کند که در دماهای کمتر از دمای بحرانی، سیستم محصور را نمایش می‌دهد ولی در دماهای بالا سیستم تغییر فاز داده است و کوارک‌ها و گلوئون‌ها آزاد هستند. با استفاده از کنش نامبو گوتو و حدسی که برای ریسمان در نظر گرفتیم نیروی کششی وارد بر ذره در این نقطه را محاسبه کردیم. تفاوت نیروی کششی محاسبه شده در این مقاله و نیروی کششی در پلاسمای ابر تفارنی یانگ میلز $N=4$ در رابطه آنها با دماست. نیروی کششی در این مقاله متناسب با توان سوم دما است در حالی که نیروی کششی در پلاسمای ابر تفارنی یانگ میلز $N=4$ متناسب با توان دوم دماست. با توجه به تعریف ارائه شده برای نیروی کششی تغییر ضریب اصطکاک نیز مهم می‌باشد. ضریب اصطکاک بررسی شده در این مقاله متناسب با توان سوم دماست. برای بررسی حرکت براونی ذره از معادله‌ی لانجوین که دارای ضرایب طولی و عرضی است؛ استفاده کردیم. حرکت براونی ذره باعث اختلال در ریسمان می‌شود. بدین ترتیب با مطالعه‌ی رفتار ریسمان تحت اختلال؛ ضرایب طولی و عرضی معادله‌ی لانجوین را محاسبه کردیم. با توجه به روابط ذکر شده برای ضرایب پخش و وابستگی آنها به دمای جهان سطح، دمای جهان سطح را مطالعه کردیم و به این نتیجه رسیدیم که دمای جهان سطح در سرعت v_c صفر می‌شود. بنابر روابط ذکر شده ضرایب پخش طولی و عرضی در سرعت مذکور صفر

می‌شوند. هم‌چنین دریافتیم که همواره ضریب پخش طولی از عرضی بزرگتر است.

۲.۴ بررسی ثابت پخش در پس‌زمینه‌ی STU

در این مرحله از یک سیاهچاله‌ی باردار به‌عنوان پس‌زمینه استفاده می‌کنیم. متریک آن به‌صورت زیر می‌باشد:

$$ds^2 = -\frac{f_k}{\mathcal{H}^{\frac{1}{\nu}}} dt^2 + \mathcal{H}^{\frac{1}{\nu}} \left(\frac{dr^2}{f_k} + \frac{r^2}{R^2} d\Omega_{\nu,k}^2 \right), \quad (25.4)$$

که در آن

$$\begin{aligned} f_k &= k - \frac{\mu}{r^{\nu}} + \frac{r^2}{R^2} \mathcal{H}, \\ \mathcal{H} &= \prod_{i=1}^3 H_i, \\ H_i &= 1 + \frac{q_i}{r^{\nu}}, \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

بر اساس رابطه‌ی (۳۶.۲) برای دمای جهان‌سطح مربوطه داریم:

$$T = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{1}{G_{\circ\circ} G_{rr}} (G_{\circ\circ} G_{pp})' \left(\frac{G_{\circ\circ}}{G_{pp}} \right)' \Big|_{r=r_0}}, \quad (26.4)$$

مؤلفه‌های متریک به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} G_{\circ\circ} &= -\frac{f_{\circ}}{H^{\frac{1}{\nu}}} = -\frac{\frac{(1+\frac{q_1}{r^{\nu}})(1+\frac{q_2}{r^{\nu}})(1+\frac{q_3}{r^{\nu}})r^2}{R^2} - \frac{\mu}{r^{\nu}}}{\left(\left(1 + \frac{q_1}{r^{\nu}}\right) \left(1 + \frac{q_2}{r^{\nu}}\right) \left(1 + \frac{q_3}{r^{\nu}}\right) \right)^{\frac{1}{\nu}}} \\ G_{rr} &= \frac{H^{\frac{1}{\nu}}}{f_{\circ}} = \frac{\left(\left(1 + \frac{q_1}{r^{\nu}}\right) \left(1 + \frac{q_2}{r^{\nu}}\right) \left(1 + \frac{q_3}{r^{\nu}}\right) \right)^{\frac{1}{\nu}}}{\frac{(1+\frac{q_1}{r^{\nu}})(1+\frac{q_2}{r^{\nu}})(1+\frac{q_3}{r^{\nu}})r^2}{R^2} - \frac{\mu}{r^{\nu}}} \\ G_{kk} &= \frac{H^{\frac{1}{\nu}} r^2}{R^2} = \frac{\left(\left(1 + \frac{q_1}{r^{\nu}}\right) \left(1 + \frac{q_2}{r^{\nu}}\right) \left(1 + \frac{q_3}{r^{\nu}}\right) \right)^{\frac{1}{\nu}} r^2}{R^2} \\ G_{pp} &= \frac{H^{\frac{1}{\nu}} r^2}{R^2} = \frac{\left(\left(1 + \frac{q_1}{r^{\nu}}\right) \left(1 + \frac{q_2}{r^{\nu}}\right) \left(1 + \frac{q_3}{r^{\nu}}\right) \right)^{\frac{1}{\nu}} r^2}{R^2} \end{aligned}$$

حال بر طبق متریک (۲۵.۴) داریم:

$$T^{\nu} = \frac{1}{(q_1 + r^{\nu})^{\nu}(q_2 + r^{\nu})^{\nu}(q_3 + r^{\nu})^{\nu}R^{\nu}} \left(r^{\nu}(q_2 + q_3 + 2r^{\nu}) \right. \\ + q_1(-q_2q_3 + r^{\nu})(2\mu q_1^{\nu}(q_2 + r^{\nu})(q_3 + r^{\nu})(q_2 + q_3 + 2r^{\nu})) \\ + q_1(\mathcal{E}q_2^{\nu}r^{\nu} + \mathcal{I}\mathcal{E}q_2^{\nu} + \mathcal{I}^{\circ}r^{\nu} + 2q_2^{\nu}(q_2^{\nu} + \mathcal{E}q_3r^{\nu})) \\ - q_1(2q_3r^{\nu}R^{\nu}\mu - r^{\nu}R^{\nu}\mu + q_2(\mathcal{A}q_2^{\nu}r^{\nu} + 2\mathcal{E}q_3r^{\nu} + \mathcal{I}\mathcal{E}r^{\nu} - 3q_3R^{\nu}\mu - 2r^{\nu}R^{\nu}\mu)) \\ + q_3r^{\nu}R^{\nu}\mu + q_2(\mathcal{E}q_2^{\nu}r^{\nu} + \mathcal{I}\mathcal{E}q_3r^{\nu} + \mathcal{I}^{\circ}r^{\nu} - 2q_3R^{\nu}\mu - r^{\nu}R^{\nu}\mu) \\ \left. - r^{\nu}(\mathcal{E}q_2^{\nu}r^{\nu} + \mathcal{I}^{\circ}q_3r^{\nu} + \mathcal{E}r^{\nu} + 2q_2^{\nu}(q_2^{\nu} + 3q_3r^{\nu} + 2r^{\nu})) \right).$$

نسبت ثابت‌های پخش به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\kappa_{\parallel}}{\kappa_{\perp}} = \pm \mathcal{I}\mathcal{E}\pi^{\nu} \left(\frac{G_{\circ\circ}G_{rr}}{G_{kk}G_{pp}(\frac{G_{\circ\circ}}{G_{pp}})'|(\frac{G_{\circ\circ}}{G_{pp}})'|} \right) |_{r=r^{\circ}} T^{\nu} \\ = \frac{(G_{\circ\circ}G_{pp})'}{G_{kk}G_{pp}(\frac{G_{\circ\circ}}{G_{pp}})'|} |_{r=r^{\circ}}.$$

با توجه به مقادیر به دست آمده و حل رابطه‌های بخش قبل؛ ثابت‌های پخش به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\kappa_{\parallel}}{\kappa_{\perp}} = \frac{1}{3R^{\nu}\mu(r^{\nu}(q_2 + q_3 + 2r^{\nu})q_1(q_2q_3 - r^{\nu}))} \left(2q_1^{\nu}(q_2 + r^{\nu})(q_3 + r^{\nu})(q_2 + q_3 + 2r^{\nu}) \right. \\ + q_1(\mathcal{E}q_2^{\nu}r^{\nu} + \mathcal{I}\mathcal{E}q_3r^{\nu} + \mathcal{I}^{\circ}r^{\nu} + 2q_2^{\nu}(q_2^{\nu} + \mathcal{E}q_3r^{\nu} + 3r^{\nu})) \\ + q_1(-2q_3r^{\nu}R^{\nu}\mu - r^{\nu}R^{\nu}\mu + q_2(\mathcal{A}q_2^{\nu}r^{\nu} + 2\mathcal{E}q_3r^{\nu} + \mathcal{I}\mathcal{E}r^{\nu} - 3q_3R^{\nu}\mu - 2r^{\nu}R^{\nu}\mu)) \\ + r^{\nu}(\mathcal{E}q_2^{\nu}r^{\nu} + \mathcal{I}^{\circ}q_3r^{\nu} + \mathcal{E}r^{\nu} + 2q_2^{\nu}(q_2^{\nu} + 3q_3r^{\nu} + 2r^{\nu})) \\ \left. - r^{\nu}(q_3r^{\nu}R^{\nu}\mu + q_2^{\nu})(\mathcal{E}q_2^{\nu}r^{\nu} + \mathcal{I}\mathcal{E}q_3r^{\nu} + \mathcal{I}^{\circ}r^{\nu} - 2q_3R^{\nu}\mu - r^{\nu}R^{\nu}\mu) \right).$$

منابع

- [۱] گریفیث، دیوید جفری، مقدمه‌ای بر ذرات بنیادی، ترجمه حمیر رضا مشفق، سلیمه کیمیاگر، تهران، مرکز نشر دانشگاهی (۱۳۸۵)
- [۲] قدیری، س، محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (۱۳۹۲).
- [۳] شریفی، م، مطالعه مشاهده‌پذیرهای پلاسمای ناهمسانگرد کوارک‌گلوئون، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود (۱۳۹۳)
- [۴] بی‌تقصیر فدافن، کاظم، مطالعه پلاسمای کوارک گلوئون با استفاده از هولوگرافی، فیزیک روز، فصلنامه علمی ترویجی انجمن فیزیک، شماره یازدهم، زمستان ۹۴
- [5] Gürsoy, U., Kiritsis, E., Mazzanti, L. and Nitti, F., 2010. Langevin diffusion of heavy quarks in non-conformal holographic backgrounds. *Journal of High Energy Physics*, 2010(12), pp.1-69.
- [6] Casalderrey-Solana, J., Liu, H., Mateos, D., Rajagopal, K. and Wiedemann, U.A., 2011. Gauge/string duality, hot QCD and heavy ion collisions. arXiv preprint arXiv:1101.0618.
- [7] Giataganas, D. and Soltanpanahi, H., 2013. Heavy quark diffusion in strongly coupled anisotropic plasmas. arXiv preprint arXiv:1312.7474.
- [8] Natsuume, M., 2015. AdS/CFT duality user guide (Vol. 903). Springer.
- [9] Zwiebach, B., 2004. A first course in string theory. Cambridge university press.
- [10] Rapp, R. and Van Hees, H., 2010. Heavy quarks in the quark-gluon plasma. *Quark-Gluon Plasma*, 4, p.111.
- [11] Gubser, S.S., 2006. Drag force in AdS/CFT. *Physical Review D*, 74(12), p.126005.

- [12] Herzog, C.P., Karch, A., Kovtun, P., Kozcaz, C. and Yaffe, L.G., 2006. Energy loss of a heavy quark moving through $\mathcal{N} = 4$ supersymmetric Yang-Mills plasma. *Journal of High Energy Physics*, 2006(07), p.013.
- [13] Gubser, S.S., 2007. Comparing the drag force on heavy quarks in $\mathcal{N} = 4$ super-Yang-Mills theory and QCD. *Physical Review D*, 76(12), p.126003.
- [14] Giataganas, D. and Soltanpanahi, H., 2014. Universal properties of the Langevin diffusion coefficients. *Physical Review D*, 89(2), p.026011.
- [15] Hubeny, V.E. and Rangamani, M., 2010. A Holographic view on physics out of equilibrium. *Advances in high energy physics*, 2010.
- [16] Maldacena, J., 1999. The large- N limit of superconformal field theories and supergravity. *International journal of theoretical physics*, 38(4), pp.1113-1133.
- [17] Witten, E., 1998. Anti de Sitter space and holography. arXiv preprint hep-th/9802150.
- [18] Gubser, S.S., 2009. Using string theory to study the quark-gluon plasma: progress and perils. *Nuclear Physics A*, 830(1), pp.657c-664c.
- [19] Herzog, C.P., 2006. Energy loss of a heavy quark from asymptotically AdS geometries. *Journal of High Energy Physics*, 2006(09), p.032.
- [20] Sadeghi, J., Setare, M.R., Pourhassan, B. and Hashmatian, S., 2009. Drag force of moving quark in STU background. *The European Physical Journal C*, 61(3), pp.527-533.
- [21] Sadeghi, J., Setare, M.R. and Pourhassan, B., 2009. Drag force with different charges in STU background and AdS/CFT. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 36(11), p.115005.
- [22] Fadafan, K.B., Pourhassan, B. and Sadeghi, J., 2011. Calculating the jet-quenching parameter in STU background. *The European Physical Journal C*, 71(10), pp.1-8.
- [23] Pourhassan, B. and Sadeghi, J., 2013. STU-QCD correspondence. *Canadian Journal of Physics*, 91(12), pp.995-1019.

Aabstract

In this research, we have studied Brownian motion of a heavy particle in thermalized plasma. This plasma is made of quarks and gluons and it is different than normal plasma. Since, coupling constant is strong, usual perturbation method does not work for studying of this plasma. For this purpose, the AdS/CFT duality is used. Based on the AdS/CFT duality to explain temperature we have to consider a black hole in the bulk. Also, the particle is described by end of classical string that starts from boundary of AdS5 space and extends to the black hole. Brownian motion of the particle leads to perturbation in the string and coefficients of the Langevin equation can be obtained precisely from study of behavior string under this perturbation. With this method longitudinal and transverse Langevin coefficients calculated, precisely.

Keywords: AdS/CFT corresponding; Brownian motion; Quark gluon plasma; String theory



Shahrood University of Technology

Faculty Of physics

**Study of diffusion coefficient of heavy quarks
in quark gluon plasma using AdS/CFT**

Sahar Mojarrad Lamanjoui

Supervisor

Dr.K.Bitaghsir Fadafan

September 2016