



دانشگاه شاهرود

دانشکده فیزیک
گروه ذرات بنیادی

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته
فیزیک، گرایش ذرات بنیادی

عنوان

مطالعه ریسمان باز کلاسیکی در هندسه زمینه محصور شده

استاد راهنما

آقای دکتر کاظم بی تقصیر فدافن

استاد مشاور

آقای دکتر محمدرضا سرکرده‌ای

دانشجو

مریم کریمی جعفری

شهریور ۱۳۹۴

سید محمد تقی

تقدیم به دست‌های مهربان پدرم
و چشمان پر مهر مادرم...

سپاس‌گزاری

سپاس و ستایش مرخصی راجل و جلالت که آثار قدرت او بر چهره روز روشن، تابان است و انوار حکمت او در دل شب تار، در فشان. آفریدگاری که خویش را به ما شناساند و درهای علم را بر ما گشود و عمری و فرصتی عطا فرمود تا بدان، بنده ضعیف خویش را در طریق علم و معرفت بیازماید.

از استاد فاضل و اندیشمند جناب آقای دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن که در کمال سه‌صدر، با حسن خلق و فروتنی در انجام این پروژه راهگشایم بودند، بسیار سپاسگزارم. همچنین از استاد کرامت‌مندی جناب آقای دکتر محمد رضا سرکرده‌ای که زحمت مشاوره این رساله را متحمل شدند و در طول مباحث این مجموعه، همواره از نظرات کارشناسانه‌شان بهره‌جستم، صمیمانه تشکر می‌کنم.

تشکر از اساتید محترم جناب آقای دکتر حسین موحیدیان و جناب آقای دکتر بهنام پور حسن که زحمت داوری این پایان‌نامه با ایشان بوده است. و از جناب آقای دکتر مهدی آتشی کمال تشکر را دارم به دلیل راهنمایی‌های خالصانه‌شان. سپاس آخر را به مهربانترین همراهانم، به پدر و مادر عزیزم تقدیم می‌کنم که حضورشان در فضای زندگی‌م مصداق بی‌ریای سخاوت بوده است. و در خاتمه از تمام دوستانی که مراد انجام این تحقیق یاری نمودند، قدر دانی می‌نمایم.

مریم کریمی جعفری
شهریور ۱۳۹۴

تعمدنامه

اینجانب مریم کریمی جعفری دانشجوی کارشناسی ارشد رشته فیزیک دانشکده فیزیک دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان‌نامه با عنوان مطالعه ریزمان باز کلاسیکی در هندسه زمینه محصور شده، تحت راهنمایی آقای دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های دیگر پژوهش‌گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان‌نامه، تاکنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ‌جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه شاهرود متعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “ دانشگاه شاهرود “ یا “ Shahrood University “ به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آوردن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده) شده است، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

مریم کریمی جعفری
شهریور ۱۳۹۴

مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان‌نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

طبق تناظر AdS/CFT دوگان یک کوارک تک ریسمانی است که یک سر آن به کوارک متصل و سر دیگر آن در فضای حجم قرار دارد. بنابر حل معادلات حرکت به دست آمده از کنش مربوط به این ریسمان در متریک سیاهچاله، شکل آن خطی مستقیم و راست می‌باشد که از مرز CFT که برابر با شعاع هولوگرافی صفر است تا افق سیاهچاله گسترش می‌یابد.

در این تحقیق ما شکل ریسمان را در یک متریک محصور بررسی می‌کنیم، یعنی فضای حجم را دارای یک برش در نظر می‌گیریم. به بیانی دیگر با نسبت دادن شعاع هولوگرام به انرژی کوارک می‌توان گفت محصور بودن فضای حجم متناسب است با حالتی که کوارک درون هادرون قرار دارد. نتایجی که از حل معادلات حرکت به دست می‌آید مبنی بر این مطلب است که در این شرایط یعنی زمانی که کوارک آزاد نمی‌باشد ریسمان متناظر با آن به افق سیاهچاله نرسیده بلکه در یک حد از بعد هولوگرام که آن را افق محصور می‌نامیم خم شده و مجانب با این سطح امتداد می‌یابد.

این بحث را برای یک کوارک متحرک که با سرعت ثابت v حرکت می‌کند نیز مطالعه می‌کنیم. در این حالت شکل ریسمان مانند کوارک ساکن به صورت مجانبی با افق محصور می‌باشد، با این تفاوت که مقدار سرعت کوارک در معادلات مربوطه وارد شده در حالیکه جهت آن تأثیری در شکل ریسمان نخواهد داشت.

در بخش دیگر نوسانات بسیار کوچکی به ریسمان نسبت داده شده و معادلات حرکت آن‌ها در هر دو حالت کوارک ساکن و متحرک مورد مطالعه قرار می‌گیرند. این نوسانات به دو نوع طولی و عرضی تقسیم می‌شوند؛ نوساناتی که در راستای عمود بر جهت ریسمان (عرضی) هستند و آن‌هایی که هم جهت با ریسمان (طولی) می‌باشند. که البته این تفکیک مدها تنها مربوط به حالت محصور شده است. طبق نتایجی که از حل معادلات به دست آمد در زمینه سیاهچاله نوسان‌های عرضی و طولی یکسانند. همچنین یک حد بالا برای آن‌ها وجود دارد؛ در حالی که برای نوسان‌های حالت محصور یک حد پایین پیدا می‌شود.

کلمات کلیدی: تناظر AdS/CFT ، پلاسمای کوارک گلوئون، زمینه محصور، پراکندگی لانژون.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

کاظم بی تقصیر فدافن، مریم کریمی جعفری، محمدرضا سرکرده‌ای، "مطالعه کوآرک محصور شده با استفاده از هولوگرافی" بیست و دومین کنفرانس بهاره فیزیک، اردیبهشت ۹۴، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی.

فهرست مطالب

۱	مقدمه	۱
۲	اهداف تحقیق	۱.۱
۳	نظریه کوانتومی رنگ	۲.۱
۴	آزادی مجانبی و اصل حبس کواریکی	۱.۲.۱
۵	پلاسمای کواریک گلوئون	۲.۲.۱
۷	تناظر AdS/CFT	۳.۱
۸	معرفی فضا زمان $AdS_5 \times S^5$	۱.۳.۱
۹	شامه‌ها	۲.۳.۱
۱۰	معرفی فضا زمان مناسب برای مطالعه‌ی محبوس شدگی کواریک	۴.۱
۱۳	کواریک ساکن	۲
۱۴	مقدمه	۱.۲
۱۵	حل ریسمان کشیده ساکن	۲.۲
۲۰	بررسی دقیق‌تر شکل ریسمان کشیده شده	۱.۲.۲
۲۲	تعمیم مسأله به کواریک چرخان	۳.۲
۲۵	مطالعه کواریک ساکن در متریک زمینه محصور ویتن	۴.۲
۲۸	مطالعه حرکت تصادفی کواریک حبس شده	۵.۲
۲۹	بررسی نوسان‌ها در حالت کلی	۱.۵.۲
۳۱	بررسی نوسان‌ها در هندسه محصور شده	۲.۵.۲
۳۲	بررسی نوسان‌های مدهای طولی	۳.۵.۲

۳۴	بررسی نوسان‌های مدهای عرضی	۴۰۵.۲
۳۵	بررسی نوسان‌های کوارک ساکن در پلاسمای کوارک گلوئون	۵۰۵.۲
۳۵	تحلیل نوسان‌های مدهای طولی و عرضی برحسب معادله شرودینگر	۶۰۲
۴۵		کوارک متحرک با سرعت ثابت	۳
۴۶	مقدمه	۱.۳
۴۶	حل ریسمان کشیده متناظر با کوارک متحرک	۲.۳
۵۱	بررسی نوسانات کوارک متحرک	۳.۳
۵۷		نتیجه‌گیری	۴
۶۲		مراجع	

فصل ١

مقدمه

۱.۱ اهداف تحقیق

در حال حاضر توصیف ذرات بنیادی توسط مدل استاندارد به صورت بسیار دقیق انجام می‌شود به طوری که داده‌های ناشی از LHC ^۱ آن را تأیید می‌کند. طبق این الگو ماده از سه نوع ذرات بنیادی به نام لپتون‌ها، کوارک‌ها و واسطه‌ها ساخته شده است. لپتون‌ها شامل سه ذره الکترون e ، موئون μ ، تاو τ و نوترینوی مربوط به هر کدام است. ذرات واسطه حامل‌های نیرو برای چهار نیروی بنیادی در طبیعت هستند. این ذرات عبارتند از گلوئون، فوتون، W و Z و همچنین گراویتون ذره واسطه نیروی گرانشی که مدل استاندارد آن را شامل نمی‌شود.

تا سال ۱۹۶۰ میلادی انبوهی از ذرات شناخته شده بودند. ذرات با برهم کنش قوی به دو خانواده بزرگ باریون‌ها و مزون‌ها تقسیم شدند. در سال ۱۹۶۴ میلادی پیشنهادی داده شد مبنی بر اینکه تمام هادرون‌ها (باریون و مزون) از اجزای بنیادی‌تری تشکیل شده‌اند. این ذرات بنیادی کوارک نامیده شدند. در بخش بعد توضیح خواهیم داد که این کوارک‌ها دارای شش طعم و سه رنگ می‌باشند. کوارک‌ها درون هادرون توسط گلوئون‌ها که ذرات واسطه نیروهای قوی می‌باشند مقید هستند.

به رغم تلاش‌های بسیار هیچ کس تاکنون یک کوارک مجزا ندیده است. سرانجام دانشمندان به دلیل ناکامی آزمایش‌ها برای تولید کوارک‌های تک مفهوم حبس کوارکی را مطرح کردند. بدین معنی که کوارک‌ها در باریون‌ها و مزون‌ها مطلقاً محبوس هستند، بنابراین به هیچ صورت نمی‌توان آن‌ها را بیرون کشید.

مفهوم حبس کوارک درون هادرون را می‌توان با استفاده از تناظر AdS/CFT نیز بررسی کرد. در بخش ۳.۱ این تناظر معرفی شده است.

AdS فضا زمانی پنج بعدی با هندسه‌ای ویژه است: سه بعد آن فضایی و یک بعد زمانی است؛ بعد پنجم شعاع هولوگرام می‌باشد. طبق تناظر AdS/CFT دوگان یک کوارک تک ریسمانی است که در بعد شعاعی هولوگرام گسترده شده است. این بعد را می‌توان به انرژی نسبت داد؛ مرز، جایی که بعد هولوگرام بی‌نهایت است با انرژی UV و جایی که این بعد برابر با صفر باشد انرژی IR خواهیم داشت. به طور مثال کوارک درون پروتون دارای یک حد انرژی است، یعنی تا زمانی که انرژی کوارک به بیش از این مقدار نرسد داخل پروتون محبوس خواهد ماند.

این مطلب را در فضای AdS می‌توان با یک برش^۲ [۱]، در بعد هولوگرام نشان داد. البته چون

^۱Large Hadron Collider

^۲cut off

مقدار انرژی کوآرک زمانی که درون هادرون قرار دارد پایین است بنابراین برشی که در بعد هولوگرام از فضای AdS در نظر گرفته می‌شود نیز باید به سطح انرژی پایین، IR نزدیک باشد. در این پایان نامه با در نظر گرفتن کوآرک حبس شده در درون هادرون از تناظر AdS/CFT استفاده کرده و شکل ریسمان متناظر را مطالعه می‌کنیم. حرکت تصادفی کوآرک مورد نظر را با مطالعه اختلال‌های وارد بر ریسمان می‌توان محاسبه کرد. البته روش کار استفاده از تناظر AdS/CFT می‌باشد. بدین منظور ابتدا مفاهیمی مقدماتی چون QCD ، آزادی مجانبی، حبس‌شدگی رنگ و پلاسمای کوآرک گلوئون را توضیح داده و سپس به معرفی تناظر AdS/CFT می‌پردازیم.

۲.۱ نظریه کوانتومی رنگ

نظریه کوانتومی رنگ که تعمیمی از الکترودینامیک کوانتومی^۳ (QED) است نظریه‌ای برای توصیف دینامیک کوآرک‌ها می‌باشد. کوآرک‌ها که جزء فرمیون‌ها هستند دارای ۶ درجه‌ی آزادی طعم (بالا^۴، پایین^۵، عجیب^۶، افسون^۷، سر^۸ و ته^۹) و ۳ درجه‌ی آزادی رنگ (قرمز^{۱۰}، آبی^{۱۱} و سبز^{۱۲}) می‌باشند. عدم وجود رنگ تک یا کوآرک تک در طبیعت که به معنی مقید بودن کوآرک‌ها به یکدیگر می‌باشد به این دلیل است که هادرونها که خود شامل باریون‌ها (پروتون، نوترون و ...) و مزون‌ها (ρ و π و ...) هستند باید بی‌رنگ باشند. باریون‌ها از سه کوآرک تشکیل شده‌اند و مزون‌ها شامل یک جفت کوآرک-پادکوآرک هستند.

الکترودینامیک کوانتومی نظریه‌ای کوانتومی بر مبنای ذرات باردار و میدان الکترومغناطیسی است. در این نظریه فوتون از نظر بار الکتریکی خنثی است و بنابراین هیچ باری را انتقال نمی‌دهد و عامل تبادل نیرو میان ذرات باردار است. درحالی‌که در QCD رنگ نقش بار را دارد و نیروی بین دو کوآرک

^۳Quantum Electrodynamics

^۴Up

^۵Down

^۶Strange

^۷Charm

^۸Top

^۹Bottom

^{۱۰}Red

^{۱۱}Blue

^{۱۲}Green

با مبادله‌ی گلوئون^{۱۳} رد و بدل می‌شود. نظریه کوانتومی رنگ^{۱۴} یا QCD یک نظریه میدان کوانتومی است که نیروی هسته‌ای قوی را توضیح می‌دهد.

اختلاف دیگر QCD و الکترودینامیک در اندازه ثابت جفت شدگی است. در QED ، $\alpha = \frac{1}{137}$ می‌باشد. به دلیل کوچک بودن این عدد تنها نمودارهای فاینمن با تعداد رئوس کم صحیح می‌باشند. اما مقدار ثابت جفت‌شدگی مربوط به نیروی قوی، α_s که به صورت تجربی از نیروی بین دو پروتون محاسبه می‌گردد، بزرگتر از ۱ است و بنابراین سهم نمودارهای پیچیده‌تر به مراتب بیشتر می‌شود. در نتیجه نمودارهای فاینمن اهمیت خود را از دست می‌دهند در حالی که در QED بسیار مهم بودند. با کشف آزادی جانبی استفاده از نمودارهای فاینمن و روش اختلال ممکن شد [۲].

۱.۲.۱ آزادی جانبی و اصل حبس کوآرکی

آزادی جانبی^{۱۵} که یکی از ویژگی‌های مهم دینامیک کوآرک و گلوئون می‌باشد بدین معنی است که شدت برهم‌کنش‌ها در انرژی‌های بالا کوچک شده و بنابراین کوآرک‌ها و گلوئون‌ها به طور ضعیف با هم برهم‌کنش می‌کنند. و این در صورتی است که در انرژی‌های پایین برهم‌کنش‌ها قوی شده و باعث محبوس شدن^{۱۶} رنگ می‌شود.

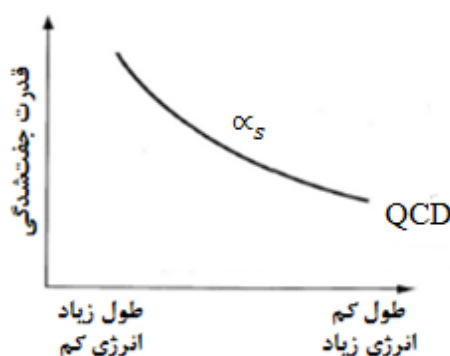
آزادی جانبی بیان می‌کند که به دلیل کوچک بودن ثابت جفت‌شدگی در فاصله‌های کم، کوآرک‌ها درون هادرون‌ها به این طرف و آن طرف می‌روند درحالی‌که برهم‌کنش کمی با هم دارند. از طرفی کوآرک‌ها در نتیجه‌ی نیروی هسته‌ای قوی که میان آن‌ها و گلوئون‌ها برقرار است، کاملاً به یکدیگر مقید بوده و نمی‌توانند از هادرون خارج شوند. از این مطلب به عنوان حبس شدگی کوآرک نیز یاد می‌شود. نمودار زیر نشان می‌دهد که مقیاس طول و انرژی عکس یکدیگر هستند بنابراین با کوچک شدن مقیاس طول که افزایش مقیاس انرژی را در پی دارد قدرت جفت‌شدگی در QCD کم می‌شود.

^{۱۳} Gloun

^{۱۴} Quantum Chromodynamics

^{۱۵} Asymptotic Freedom

^{۱۶} Confinement



شکل ۱۰۱: تغییرات ثابت جفت‌شدگی در QCD برحسب مقیاس طول و انرژی.

همانطور که در بالا اشاره شد باریون‌ها و مزون‌ها از کوارک‌ها تشکیل شده‌اند. در فاز هادرونی این کوارک‌ها طبق اصل حبس‌شدگی به حالت مقید قرار دارند اما با بالا رفتن دما و فشار ماده وارد فاز جدیدی می‌شود که به آن پلاسمای کوارک گلوئون می‌گوییم [۲].

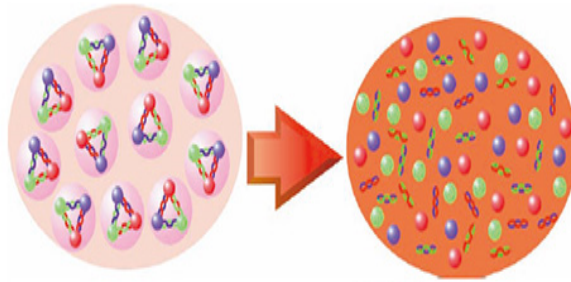
۲.۲.۱ پلاسمای کوارک گلوئون

پلاسمای یکی از چهار فاز اصلی ماده است. واژه پلاسمای به گاز یونیزه شده‌ای گفته می‌شود که همه یا بخش قابل توجهی از اتم‌های آن یک یا چند الکترون از دست داده و به یون‌های مثبت تبدیل شده باشند. می‌توان گفت خورشید منظومه شمسی یک کره کامل است که از پلاسمای داغ ساخته شده است و شدت میدان مغناطیسی و الکتریکی آن بسیار بزرگ است. با دانستن حجم چگالی خورشید فشار ناشی از گرانش در مرکز آن چیزی حدود 3×10^7 هزار اتمسفر، یعنی 2×10^8 میلیارد برابر فشار جو زمین است. همین طوردمای مرکز خورشید 2.5×10^7 برابر دمای سطح آن، حدود 1.5 میلیون درجه سلسیوس می‌باشد.

پلاسمای کوارک گلوئون^{۱۷} که به اختصار آن را با QGP نشان می‌دهند در واقع نوعی پلاسماست که در دما و فشار بسیار بالا تولید می‌شود. کوارک‌ها و گلوئون‌ها در این محیط می‌توانند به صورت آزاد وجود داشته باشند. تولید شدن پلاسمای کوارک گلوئون در دمای بالا به دلیل انرژی گرمایی زیاد کوارک‌ها و گلوئون‌ها است. به علت بالا بودن این انرژی قدرت جفت‌شدگی کوچک و در نتیجه برهم‌کنش‌ها ضعیف می‌شوند که این باعث آزاد شدن کوارک‌ها از قید هم می‌شود، بنابراین نیروی غالب در این نوع پلاسمای نیروی هسته‌ای قوی است.

همچنین زمانی که این انرژی‌های گرمایی پایین باشند یعنی در فواصل زیاد قدرت جفت‌شدگی و در

^{۱۷}Quark-Gluon Plasma



شکل ۲۰۱: شکل گیری پلاسمای کوارک گلوئون با افزایش فشار و دمای هادرون‌ها

نهایت برهم‌کنش‌ها قوی‌تر می‌شوند. این مطلب به معنی افزایش پتانسیل بین کوارک و پادکوارک به طور خطی در فواصل زیاد می‌باشد که در این شرایط کوارک‌های درون هادرون محدود هستند و جدا کردن آنها از یکدیگر در QCD غیر ممکن می‌شود. [۳]

به دلیل تولید پلاسمای کوارک گلوئون در دما و چگالی باریونی بالا انتظار می‌رود که این پلازما در سه جا یافت می‌شود:

الف) نمونه‌ای از QGP در طبیعت، عالم اولیه می‌باشد. حدود 10^{-5} ثانیه پس از انفجار بزرگ کیهانی حجم جهان صفر و چگالی انرژی بی‌نهایت بود، در آن شرایط به دلیل دمای بالا، جهان از همه ذرات بنیادی و به عبارتی پلاسمای کوارک گلوئون تشکیل شده بود.

ب) ستاره نوترونی در اثر انفجار برخی از ابرنواخترها به وجود می‌آیند. پس از انفجار یک ابرنواختر ممکن است به خاطر فشار بسیار زیاد حاصل از رمبش مواد پخش شده ساختار اتمی همه عناصر شیمیایی شکسته شود و تنها اجزای بنیادی برجای بمانند. بیشتر دانشمندان معتقدند که جاذبه و فشار بسیار زیاد باعث فشرده شدن پروتون‌ها و الکترون‌ها به درون یکدیگر شده در نتیجه توده‌های مترکم نوترونی ایجاد می‌گردند. برخی نیز بر این عقیده‌اند که این فشردگی به حدی است که باعث می‌شود تنها کوارک‌ها باقی بمانند، حجمی از کوارک‌های آزاد را می‌توان پلاسمای کوارک گلوئون دانست.

ج) در آزمایشگاه نیز می‌توان توسط برخورد دهنده‌های یون سنگین پلاسمای کوارک گلوئون تولید کرد بدین شکل که دو هسته سنگین مانند طلا را به صورت سر به سر به هم برخورد می‌دهند. دمای آن منطقه حدوداً 300 برابر دمای سطح خورشید می‌شود که در این دما که تقریباً نزدیک به دمای ثانیه اول جهان است، پروتون‌ها و نوترون‌ها دیگر نمی‌توانند به صورت ذره باشند و کوارک‌ها و همچنین گلوئون‌های میان آن‌ها آزاد می‌شوند بنابراین معجونی از گلوئون و کوارک پدید می‌آید که به QGP معروف است.

۳.۱ تناظر AdS/CFT

طبق اصل آنتروپی تعداد درجات آزادی برای توصیف گرانش کوانتومی درون یک حجم متناسب با سطح آن است. به بیان دیگر اگر رفتار مجانبی یک نظریه گرانشی را در مرز یک فضا زمان بدانیم بازسازی کل نظریه در داخل آن فضا امکان پذیر خواهد بود. به عنوان مثال یک هو لوگرام نوری تصویری سه بعدی را روی یک صفحه‌ی دو بعدی تصویر می‌کند. به همین ترتیب این اتفاق می‌تواند برای یک نظریه ۵ بعدی روی یک نظریه ۴ بعدی توسط یک نظریه‌ی هولوگرافی بیفتد [۴].

بنابر اصل هولوگرافی^{۱۸} یک نظریه گرانش کوانتومی در ناحیه‌ای از فضا توسط یک نظریه غیر گرانشی که در مرز آن ناحیه زندگی می‌کند توصیف می‌شود. در واقع این اصل بر معادل بودن دو نظریه در دو بعد متفاوت دلالت دارد. تناظر AdS/CFT درکی واقعی از هولوگرافی است.

همانطور که قبلاً گفتیم این تناظر هم‌ارزی میان نظریه میدان همدیس^{۱۹} ۴ بعدی CFT و نظریه‌ای گرانشی در فضا زمان ۵ بعدی AdS_5 است. بعد اضافه این نظریه گرانشی که نظریه میدان همدیس با یک بعد کمتر در مرز آن زندگی می‌کند بعد هولوگرام و یا به عبارتی بعد پنجم نظریه ریسمان می‌باشد [۶].

تناظر^{۲۰} AdS/CFT یا دوگانی پیمان‌گرانش^{۲۱} نگاهی نو به نظریه‌های پیمان‌های N بزرگ (تعداد رنگ زیاد) و ثابت جفت‌شدگی قوی دارد یعنی یک فرمول بندی جدید را برحسب گسترش درجه‌های آزادی در یک فضا زمان خمیده با ابعاد بالا ایجاد می‌کند.

تناظر پیمان‌گرانش مدعی هم‌ارزی میان نظریه‌ی گرانشی در فضا زمان ۵ بعدی AdS و نظریه پیمان‌های ۴ بعدی با جفت‌شدگی قوی می‌باشد. به بیان کلی‌تر و ساده‌تر یک نظریه گرانش کلاسیک در یک فضا زمان D بعدی با یک نظریه میدان کوانتومی در یک فضا زمان $D - 1$ بعدی که در آن گرانش وجود ندارد یکسان است.

اصطلاح فضا زمان AdS مخفف فضا زمان پاد دو سیته^{۲۲} است. دو سیته یک ستاره شناس هلندی است که در سال ۱۹۱۷ حلی از معادله اینشتین با یک انحنای مثبت ثابت پیدا کرد (فضا زمان دو سیته). در حالی که فضا زمان AdS یک انحنای منفی ثابت دارد. پیشوند پاد از همین تفاوت ناشی می‌شود.

^{۱۸}Holographic

^{۱۹}Conformal Field Theory

^{۲۰}Correspondence

^{۲۱}Gauge/gravity

^{۲۲}Anti de Sitter

در این تناظر CFT ، نظریه میدان همدیس، نماینده نظریه پیمانهای همدیس است که در مرز فضا زمان AdS زندگی می‌کند و به ریسمان‌های باز مربوط می‌شود. همدیس نوعی تبدیل است شامل تبدیلات انتقال، دوران، لورنتس، مقیاس و تبدیلات ویژه همدیس که به گروه تقارنی همدیس معروف است. تقارن همدیس به این معناست که فیزیک مسأله در انرژی‌های کم و زیاد بدون تغییر باقی می‌ماند؛ به بیان دیگر مقیاس انرژی نداریم.

معادلات نظریه میدان همدیس با استفاده از نظریه ابر تقارن یانگ میلز^{۲۳} بررسی می‌شوند. نظریه ابر تقارن یانگ میلز چهار (SYM) یک مثال ساده از نظریه CFT است که در مرز فضا زمان $AdS_5 \times S^5$ وجود دارد.^[۴]

۱.۳.۱ معرفی فضا زمان $AdS_5 \times S^5$

در نظریه ریسمان دو نوع ریسمان باز^{۲۴} و بسته^{۲۵} فرض شده است. با توجه به این دسته بندی دو نظریه نیز وجود دارد:

۱- نظریه‌ای که تنها با ریسمان‌های بسته توصیف می‌شود.

۲- نظریه‌ای که شامل هر دو نوع ریسمان باز و بسته است.

نظریه‌ی دوم خود دو نوع نظریه ریسمان را شامل می‌شود؛ نظریه ریسمان‌های بوزونی و نظریه ابرریسمان.

ریسمان‌های بوزونی در ۲۶ بعد زندگی می‌کنند و همه ارتعاشات این ریسمان‌ها نشان دهنده‌ی بوزون‌ها می‌باشد. بوزون‌ها ذرات واسطه‌ی میدانی با اسپین صحیح هستند. بنابراین نظریه ریسمان بوزونی تنها ذراتی مثل گراویتون و فوتون را توصیف می‌کنند.

تعداد ابعاد فضا زمان در نظریه ابرریسمان‌ها ده بعد و طیف حالاتشان بوزون‌ها و فرمیون‌ها را در برمی‌گیرد. در واقع بر طبق خاصیت ابر تقارنی به هر درجه آزادی بوزونی یک درجه آزادی فرمیونی نسبت داده می‌شود.

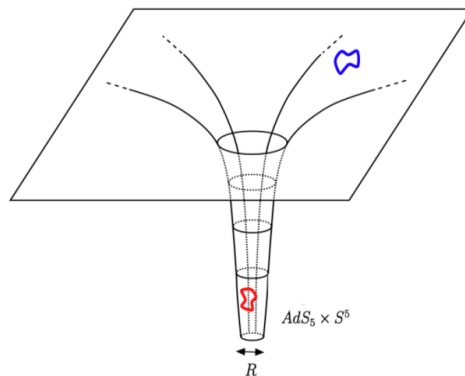
با وجود ساده‌تر بودن نظریه ریسمان بوزونی از ابرریسمان، اما به دلیل اینکه این نظریه فرمیون‌ها را شامل نمی‌شود خیلی واقع بینانه و موفق نمی‌باشد. در نیمه‌ی سال ۱۹۸۰ میلادی، ۵ نظریه ابرریسمان ده بعدی شناخته شده که یکی از آن‌ها نظریه ریسمان نوع IIB است.

^{۲۳}Supersymmetry Yang-Mills

^{۲۴}Open String

^{۲۵}Close String

فضا زمان $9 + 1$ بعدی در نظریه ابرریسمان نوع *IIB* به صورت $AdS_5 \times S^5$ می‌باشد. یک کره S^5 بعد این فضا را تشکیل می‌دهد و 5 بعد دیگر یک فضا زمان غیر فشرده پاد دوسپته AdS_5 است. 5 بعد فضای AdS شامل یک بعد زمانی، سه بعد مکانی و یک بعد هولوگرام یا بعد شعاعی می‌باشد. فضای AdS_5 به واسطه‌ی روی هم قرار گرفتن N شامه‌ی موازی جرم‌دار ایجاد می‌شود که ریسمان‌های بسته برانگیختگی‌های این فضا هستند. در ادامه این شامه‌ها را توضیح می‌دهیم.



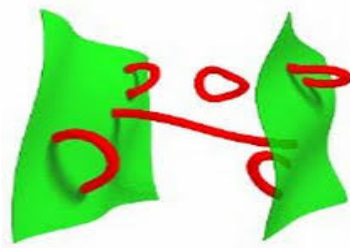
شکل ۳.۱: تصویری از فضای $AdS_5 \times S^5$

۲.۳.۱ شامه‌ها

یک شامه^{۲۶} موجودی است دارای جرم و بار که دو سر ریسمان‌های باز روی آن قرار دارد. یک میدان نیز روی شامه زندگی می‌کند. شامه‌ها را براساس تعداد ابعاد فضایی‌شان که با p نشان داده می‌شود، طبقه بندی می‌کنند ($D_p - brane$). D معرف شرط مرزی دریکله^{۲۷} است. در واقع شامه‌ها رویه‌هایی در یک فضای p بعدی هستند. این رویه‌ها می‌توانند صفر بعدی D_0 که به صورت یک ذره نقطه‌ای است، یک بعدی D_1 معادل با یک ریسمان، دو بعدی D_2 مانند یک صفحه و به همین ترتیب تا p بعد D_p باشند. ذرات واسطه‌ی نیروی گرانش گراویتون‌ها معادل با ریسمان‌های بسته هستند، به همین علت تنها نیروی گرانش می‌تواند از شامه‌ها خارج شده و در طول ابعاد بالاتر پخش شود. ضعیف بودن شدت نیروی گرانش نیز از این مطلب ناشی می‌شود. ریسمان‌های باز و بسته در شکل زیر نشان داده شده‌اند. [۵]

^{۲۶}brane

^{۲۷}Dirichlet boundary condition



شکل ۴.۱: تصویری از ریسمان‌های باز و بسته و ساختار شامه‌ها

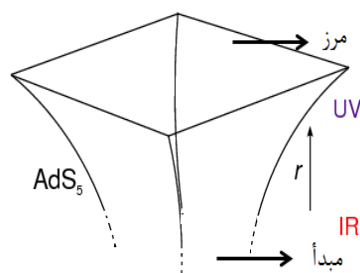
۴.۱ معرفی فضا زمان مناسب برای مطالعه‌ی محبوس شدگی کوآرک

یک متریک در چارچوب ریسمان به شکل زیر فرض می‌کنیم:

$$ds^2 = b(r)^2 [dr^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu] \quad (1.1)$$

این متریک فضا زمانی را توصیف می‌کند که دارای پنج بعد است که در آن شاخص‌های $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ سه بعد فضایی و یک بعد زمانی را برای x مشخص می‌کنند. پارامتر r نیز که $0 < r < +\infty$ است بعد هولوگرام می‌باشد.

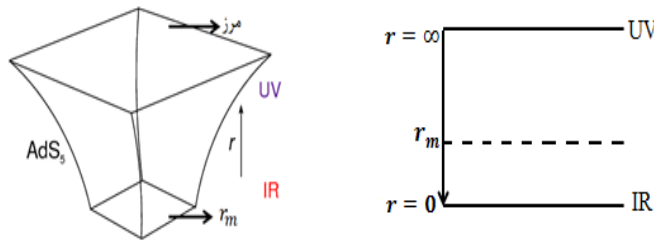
$r = \infty$ متناظر با مرز UV و $r = 0$ متناظر با IR است.



شکل ۵.۱: تصویری از فضای AdS بدون برش

در این محیط برش از طریق وجود یک مقدار کمینه در فاکتور مقیاس $b(r)$ در یک مقدار $r = r_m$ از مختصات حجم مشخص شده است. این سطح $r = r_m$ را افق محصور^{۲۸} می‌نامیم.

^{۲۸}Confining Horizon



شکل ۶.۱: نمایی از بعد هولوگرام و معرفی برش

در یک مدل ۵ بعدی متریک مورد نظر به شکل کلی زیر است:

$$dS^2 = b^2(r)(-f(r)dt^2 + dx_i dx^i + \frac{dr^2}{f(r)}) \quad (2.1)$$

که $b(r) \rightarrow \frac{l}{r}$ و چنانچه $r \rightarrow 0$ آنگاه $f(r) \rightarrow 1$. در محاسبات زیر با تغییر متغیر $r \rightarrow \frac{l}{r}$ ، شعاع هولوگرافی برابر با صفر را مرز و $r = \infty$ را مبدأ در نظر می‌گیریم.

متریک زیر مثالی از این مسأله است که به متریک ویتن معروف است [۱۳].

$$ds^2 = \left(\frac{u}{l}\right)^2 (-dt^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\phi^2 + dx_\parallel^2 + f(u)dx_\perp^2) + \left(\frac{l}{u}\right)^2 \left(\frac{du^2}{f(u)} + u^2 d\Omega_\perp^2\right) \quad (3.1)$$

$$b(r) = \left(\frac{u}{l}\right)^2, \quad f(u) = 1 - \left(\frac{u_k}{u}\right)^3 \quad (4.1)$$

در این متریک u بعد هولوگرام، x و ρ ابعاد فضایی هستند. ϕ یک بعد زاویه‌ای و t زمان را نشان می‌دهد. Ω نیز شامل چهار بعد فشرده است.

پس از آشنایی با فضا زمان مورد نظر کوآرک حبس شده در هادرون را در نظر می‌گیریم. اگر دما از دمای بحرانی T_c کم‌تر باشد، همچنان کوآرک مقید است. ولی با زیاد شدن دما و در دمای بزرگ‌تر از T_c هادرون ذوب شده و کوآرک دیگر در قید نخواهد بود.

توصیف فضا زمان‌های متناظر عبارتند از:

$$T < T_c \quad (\text{الف})$$

در این حالت $f(r) \equiv 1$. فاکتور مقیاس $b(r)$ یک مقدار کمینه مطلق در $r = r_m$ دارد به طوری که

$$b(r) = b_m + \frac{1}{4} b''_m (r_m - r)^2 + \dots \quad (5.1)$$

در حالی که $r \simeq r_m$ و $b_m = b(r_m)$ و $b''_m = b''(r_m)$ دو مقدار مثبت ثابت هستند [۷] و [۸]. همان‌طور که قبلاً اشاره شد این شکل از فاکتور مقیاس شرط لازم و کافی برای داشتن انتقال فاز غیر

محصور مرتبه اول در $T = T_c$ است، این مسأله در مراجع [۱۱] و [۱۲] نشان داده شده است. به ویژه r را در بازه $(0, +\infty)$ تعریف می‌کنیم.

$$T > T_c \text{ (ب)}$$

در این حالت سیاهچاله داریم. $f(r)$ یک تابع غیر بدیهی است که در $r_h > 0$ از بین می‌رود و با $b(r_h)$ محدود می‌ماند.

$$f(r) \sim 4\pi T(r_h - r) + \dots \quad b(r) = b_h + b'_h(r - r_h) + \dots \quad r \simeq r_h \quad (6.1)$$

برای سادگی فرض می‌کنیم که $b(r)$ به‌طور یکنواخت در تمام بازه $0 < r < r_h$ کاهش می‌یابد. متریک زیر متریک سیاهچاله شوارتز شیلد است که می‌تواند به عنوان مثالی از متریک کلی ۱.۱ باشد.

$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2} [-f(r)dt^2 + d\vec{x}^2] + \frac{R^2}{f(r)r^2} dr^2 + R^2 d\Omega_\delta^2 \quad f(r) = 1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \quad (7.1)$$

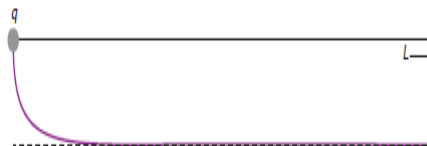
در این متریک r بعد هولوگرام (r_0 افق سیاهچاله)، \vec{x} و t چهار بعد فضا زمان هستند. Ω معرف کره‌ای با δ بعد فشرده است که R شعاع این کره می‌باشد.

فصل ۲

کوارک ساکن

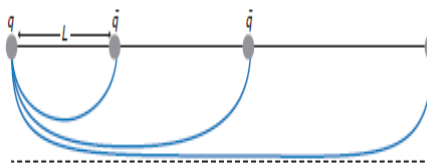
۱.۲ مقدمه

هرچند کوآرک تک در خلاء محدود نمی‌تواند وجود داشته باشد، باز آن را معرفی کرده و به عنوان کوآرک آزمون تلقی می‌کنیم. به عبارت دیگر کوآرک آزمون را به عنوان یک جسم بی‌نهایت سنگین فرض می‌کنیم. این کوآرک غیردینامیکی است به این معنی که جرمش خیلی بیشتر از دما و مقیاس محدود است. شکل دوگان گرانشی، همان‌طور که در شکل ۱.۲ نشان داده شده است، بنابر تناظر AdS/CFT یک ریسمان بلند است که از مرز در $r = 0$ به سمت r بیشتر کشیده شده است. جوابی که بعد از مطالعه‌ی حل ریسمان در فضا زمان دارای برش به دست می‌آوریم مطابق شکل ۱.۲ است. در ادامه فصل این مطلب را اثبات خواهیم کرد.



شکل ۱.۲: ریسمان متناظر با کوآرک تک

اما این شکل را چگونه می‌توان توجیه کرد؟ می‌دانیم در QCD مزون به صورت یک جفت کوآرک و پادکوآرک توسط گلوئون در کنار هم نگه داشته می‌شود. بنابر تناظر AdS/CFT در واقع این جفت کوآرک و پادکوآرک در دو انتهای یک ریسمان باز قرار دارند، شکل ۲.۲. اگر این جفت کوآرک و پادکوآرک جدا با فاصله L را روی مرز در نظر بگیریم می‌توان گفت ریسمان کشیده شده در شکل ۱.۲ نیمی از نوار شار میان کوآرک‌هاست. هنگامی که فاصله بین کوآرک و پادکوآرک را به بی‌نهایت میل دهیم تصویر کوآرک تک به صورت یک ریسمان در می‌آید، شکل ۱.۲. در این شرایط پیکربندی ریسمان جهت نوار شار را نشان می‌دهد. در این بررسی با مقایسه کوآرک آزاد و محصور شده نشان داده می‌شود که ریسمان از حالت خط مستقیم (در مورد کوآرک آزاد) تغییر شکل می‌یابد [۱۴].



شکل ۲.۲: ریسمان متصل به یک جفت کوآرک و پادکوآرک

بحث را در حالتی شروع می‌کنیم که کوآرک آزمون ساکن باشد. جهت انتخابی را محور x می‌گیریم که تابعی از شعاع هولوگرام r و زمان t می‌باشد. ریسمان کشیده با شکل فشرده زیر نشان داده می‌شود:

$$\vec{x}(r, t) = \vec{\xi}(r) \quad (1.2)$$

که در این حالت مجموعه‌ای از جواب‌ها برای ریسمان کشیده وجود دارد که از رابطه ۱.۲ با توجه به وابستگی شکل ریسمان به بعد هولوگرافی r ، که آن را با $\xi(r)$ نشان می‌دهیم، می‌توان فهمید که با خم شدن ریسمان، مختصات آن به این بعد وابسته می‌شود.

در این مجموعه از جواب‌ها یک حل خاص وجود دارد که طبق آن انتهای ریسمان به $r \rightarrow \infty$ نمی‌رسد، بلکه به ناحیه‌ای از این بعد، که در فصل قبل آن را افق محصور نامیده بودیم، در راستای یکی از جهات فضایی نزدیک شده و با این سطح از شعاع هولوگرام مجانب می‌گردد؛ به عبارتی بی‌نهایت به آن نزدیک شده اما آن را قطع نمی‌کند. این شرایط در مقابل هندسه‌های غیر محصور است، جایی که تنها شکل مجاز برای ریسمان، راست و مستقیم با $\xi(r) \equiv 0$ می‌باشد.

۲.۲ حل ریسمان کشیده ساکن

طبق تناظر AdS/CFT وجود دما متناظر با سیاهچاله‌ای در فضای حجم می‌باشد. متریک سیاهچاله عبارت است از:

$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2}[-f(r)dt^2 + d\vec{x}^2] + \frac{R^2}{f(r)r^2}dr^2 + R^2 d\Omega_5^2 \quad f(r) = 1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \quad (2.2)$$

که در آن r_0 افق سیاهچاله، r بعد هولوگرام، R شعاع کره S^5 (بعد فشرده)، \vec{x} و t چهار بعد فضا زمان هستند.

کنش یک ریسمان با کنش نامبوگوتو^۱ داده می‌شود:

$$S = T_f \int_0^{\sigma_1} d\sigma \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau L = T_f \int_0^{\sigma_1} d\sigma \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \sqrt{-\det(g_{ind})} \quad (3.2)$$

که در آن $T_f = \frac{1}{2\pi\alpha'}$ کشش ریسمان، α' ضریب تناسب که برابر با مربع طول ریسمان، l_s است و g_{ind} متریک القایی می‌باشند [۵].

^۱Nambu-Goto action

شکل ریسمان با کمینه کردن کنش نامبوگوتو به دست می‌آید. این کنش تابع شرایط مرزی است که با حرکت کوآرک مرزی مشخص می‌شود

$$X^i(r = 0, t) = X_q^i(t) \quad (4.2)$$

\vec{i} بر سه جهت فضایی X ، Y و Z و نیز بر ذره کوآرک دلالت دارد. در حالت ایستا به این معنی است که نقطه انتهایی ریسمان در مبداء ثابت است $\vec{x}(r = 0, t) = 0$.
در پیمانۀ ایستا با متریک زمینه

$$ds^2 = b^2(r)(-f(r)dt^2 + dx_i dx^i + \frac{dr^2}{f(r)}) \quad (5.2)$$

حدسی که برای ساختار ریسمان کشیده ساکن زده می‌شود به صورت زیر است:

$$X_i = \xi_i(r) \quad (6.2)$$

با شرط مرزی $\xi_i(0) = 0$ ، یعنی در مرز پارامتر ξ صفر است.
متریک جهان صفحه القایی و کنش نامبوگوتو با روابط زیر تعیین می‌شوند:
مختصات فضا-زمانی با استفاده از پیمانۀ ایستا،

$$X^\mu = (t = \tau, x_i = \xi_i(r), r = \sigma) \quad (7.2)$$

τ و σ پارامترهای جهان سطح ریسمان هستند.

$$g_{ab} = \partial_a x^\mu \partial_b x^\nu G_{\mu\nu} \quad (8.2)$$

که اندیس‌های

$$a, b = \tau, \sigma \quad , \quad \mu, \nu = t, x_i, r$$

هستند.

بنابراین با توجه به قطری بودن $G_{\mu\nu}$:

$$g_{\tau\tau} = \partial_\tau x^\mu \partial_\tau x^\nu G_{\mu\nu} = G_{tt} \dot{x}^2 = -f(r)b^2(r) \quad (9.2)$$

$$g_{\sigma\sigma} = \partial_\sigma x^\mu \partial_\sigma x^\nu G_{\mu\nu} = \xi'^2(r)b^2(r) + \frac{b^2(r)}{f(r)} \quad (10.2)$$

$$ds^2 = -f(r)b^2(r)dt^2 + \xi'^2(r)b^2(r)dx^2 + \frac{b^2(r)}{f(r)}dr^2 \quad (11.2)$$

و متریک جهان صفحه القایی:

$$ds^2 = b^2(r) \left(-f(r)dt^2 + (\xi'^2(r) + \frac{1}{f(r)})dr^2 \right) \quad (12.2)$$

با توجه به فرمول‌های ۶.۲ و ۷.۲ کنش نامبوگوتو به شکل زیر به دست می‌آید:

$$S = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma b^2(r) \sqrt{f(r) |\xi'(r)|^2 + 1} \quad (13.2)$$

l_s طول ریسمان بنیادی می‌باشد.

از آنجا که کنش تنها به ξ'_i وابسته است، با توجه به معادله حرکت ثابت‌های زیر بدست می‌آیند:

$$S = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma L \quad (14.2)$$

$$L = b^2(r) \sqrt{f(r) |\xi'(r)|^2 + 1} \quad (15.2)$$

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial L}{\partial \xi'} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi} = 0 \quad (16.2)$$

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \xi'} \right) = \frac{b^2(r) f(r) \xi'_i}{\sqrt{f(r) |\xi'(r)|^2 + 1}} = C \quad (17.2)$$

$$C_i^2 (f(r) |\xi'(r)|^2 + 1) = f^2(r) b^4(r) \xi_i'^2 \quad (18.2)$$

$$C_i^2 = |\xi'|^2 (-C^2 f(r) + f^2(r) b^4(r)) \quad (19.2)$$

$$\xi'_i = \frac{C_i}{\sqrt{f(r)} \sqrt{f(r) b^4(r) - C^2}} \quad (20.2)$$

در حالت سیاهچاله زمانی که $r_h = 0$ باشد به دلیل تعریف $f(r) \sim 4\pi T(r_h - r) + \dots$ مخرج کسر غیر قابل قبول می‌شود، بنابراین باید $C = 0$ باشد و این حالت خاص $\xi(r) = 0$ را نتیجه می‌دهد.

حال همان طور که در بخش ۴.۱ توضیح داده شد روی هندسه‌ی $T < T_c$ که حالت محصور را نشان می‌دهد تمرکز کرده و $f(r)$ را متناسب با یک می‌گیریم. در نتیجه معادله‌ی ξ'_i به شکل زیر درمی‌آید:

$$\xi'_i(r) = \frac{C_i}{\sqrt{b^4(r) - C^2}} \quad (21.2)$$

همانطور که قبلاً توضیح داده شد در حالت محصور در $r = r_m$ ، $b(r)$ یک مقدار کمینه $b_m > 0$ دارد. در نتیجه:

$$0 \leq C \leq b_m^2 \quad (22.2)$$

طبق ناوردایی چرخشی جواب‌هایی که برای $\xi'(r)$ به دست می‌آیند تنها به مقدار C وابسته‌اند و جهت آن تأثیری در جواب‌ها ندارد. بنابراین می‌توانیم یک حل پایه برای ساختار ریسمان مانند زیر انتخاب کرده و بقیه جواب‌ها را با یک چرخش ساده به دست آوریم.

$$\vec{X}(r) = (\xi(r), 0, 0) \quad \vec{C} = (C, 0, 0) \quad (23.2)$$

اکنون صورتهایی از حل را به عنوان یک تابع از C در بازه‌ی $0 \leq C \leq b_m^2$ مورد بحث قرار می‌دهیم که در آخر ما را به انتخاب یک مقدار کمینه از کنش هدایت می‌کند.

فرض می‌کنیم هنگامی که $r \rightarrow \infty$ ، رفتار فاکتور مقیاس $b(r)$ به شکل توانی زیر باشد:

$$b(r) \sim r^a \quad a > 0 \quad (24.2)$$

با توجه به معادله‌ی $\xi'_i(r) = \frac{C_i}{\sqrt{b^4(r) - C^2}}$:

$$\xi'^2(r^{4a} - C^2) = C^2 \quad (25.2)$$

$$\xi'^2 r^{4a} = C^2(1 + \xi'^2) \quad (26.2)$$

اگر از مشتق ξ در بی‌نهایت صرف نظر کنیم خواهیم داشت:

$$\xi' r^{2a} \sim C \quad (27.2)$$

و یا:

$$\xi' \sim r^{-2a} C \quad (28.2)$$

انتگرال این معادله بیان می‌کند که ریسمان برای تمام C ها در بازه‌ی $0 \leq C \leq b_m^2$ به چه شکل به سمت بی‌نهایت گسترش می‌یابد.

از طرف دیگر در حالت بحرانی، $C = b_m^2$ ، بسط

$$b(r) = b_m + \frac{1}{4}b_m''(r_m - r)^2 + \dots \quad (29.2)$$

را به منظور یافتن ξ' از رابطه:

$$\xi_i'(r) = \frac{C_i}{\sqrt{b^4(r) - C^2}}$$

به کار می‌گیریم. مقدار بسط $b(r)$ را از معادله ۲۹.۲ به توان ۴ می‌رسانیم.

$$(30.2)$$

$$b^4(r) = (b_m + \frac{1}{4}b_m''(r_m - r)^2)^4 = b_m^4 + 2b_m^3b_m''(r_m - r)^2 + 6b_m^2\frac{1}{4}b_m''^2(r_m - r)^4 + \dots$$

با نزدیک شدن r به r_m مقدار عبارت $(r_m - r)$ کوچک می‌شود و می‌توان از توان‌های بالای آن صرف‌نظر کرد. بنابراین در رابطه $\xi'(r)$ تنها دو جمله اول معادله ۳۰.۲ را قرار می‌دهیم:

$$\xi' = \frac{b_m^2}{\sqrt{b_m^4 + 2b_m^3b_m''(r_m - r)^2 - b_m^4}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2b_m''}{b_m}(r_m - r)}} \quad (31.2)$$

این معادله نشان می‌دهد ξ در شعاع بحرانی r_m به صورت لگاریتمی واگرا می‌شود و این بدین معنی است که شکل ریسمان در شعاع‌های نزدیک r_m بجانب $r = r_m$ می‌شود.

با قرار دادن مقدار یک برای تابع $f(r)$ و تعریف ξ' در حالت بحرانی آن، معادله ۲۱.۲، پس از ساده

کردن متریک ۱۲.۲ را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$ds^2 = b^2(r) \left(-dt^2 + \frac{b^4 dr^2}{(b^4 - b_m^4)} \right) \quad (32.2)$$

۱.۲.۲ بررسی دقیق‌تر شکل ریسمان کشیده شده

اکنون این سؤال مطرح می‌شود که آیا سیستم در یک حالت گرمایی قرار دارد یا نه. برای یافتن پاسخ ابتدا زمان را اقلیدسی کرده بدین معنی که یک تبدیل به صورت $(t \rightarrow it)$ برای زمان t در نظر می‌گیریم. سپس بررسی می‌کنیم که آیا شرطی مبنی بر چرخه‌ای بودن زمان وجود دارد یا نه. متریک جهان سطح القایی برای یک سیاهچاله در فضای دو بعدی که زمان آن اقلیدسی باشد به شکل زیر است:

$$ds_{bh}^2 = b^2(r) \left[f(r) d\tau^2 + \frac{dr^2}{f(r)} \right] \quad (۳۳.۲)$$

τ زمان اقلیدسی می‌باشد، $b(r) \rightarrow b_h$ و نیز اگر $r \rightarrow r_h$ باشد در آن صورت $f(r) \rightarrow 4\pi T_h(r_h - r)$.

با توجه به این متریک $d(r_0, r_h)$ فاصله‌ای است از $r = r_0$ تا $r = r_h$ در افق، که آن را طول ویژه می‌نامیم. این طول یک مقدار محدود خواهد داشت، زیرا:

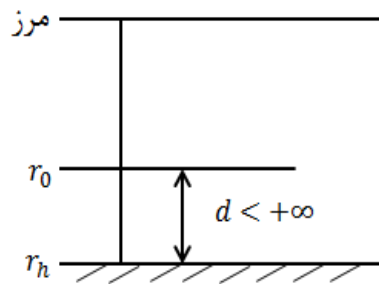
$$d(r_0, r_h) = \int_{r_0}^{r_h} dr \frac{b(r)}{\sqrt{f(r)}} \quad (۳۴.۲)$$

که اگر به جای $f(r)$ در این فرمول عبارت $4\pi T_h(r_h - r)$ را قرار دهیم مقدار انتگرال متناسب با \sqrt{r} می‌شود. بنابراین:

$$d(r_0, r_h) = \int_{r_0}^{r_h} dr \frac{b(r)}{\sqrt{f(r)}} < +\infty \quad (۳۵.۲)$$

با فرض اینکه زمان از $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر کند افق را می‌توان یک نقطه انتهایی برای ریسمان دانست، در حالی که اگر تنها مرز موجود در فضای حجم، مرز با انرژی UV باشد و جهان سطح ریسمان به شامه‌ای با این انرژی منتهی شود، در آن صورت زمان را باید روی یک چرخه با دوره نوسانی $\beta_h \equiv \frac{1}{T_h}$ در نظر گرفت.

شکل ۳.۲ محدود بودن طول ویژه ریسمان را برای متریک سیاهچاله نشان می‌دهد، که از طرفی بیانگر حالت گرمایی برای سیستم می‌باشد.



شکل ۳.۲: طول ویژه ریسمان در هندسه سیاهچاله.

اکنون به حالت محصور برمی گردیم. در بخش (۲.۲) با در نظر گرفتن یک بسط برای فاکتور مقیاس متریک جهان سطح القایی را برای حالت محصور شده در نقطه بحرانی r_m نوشتیم، (معادله ۳۲.۲). حال به همان ترتیب و البته با فرض زمان اقلیدسی، این متریک را بازنویسی می کنیم.

$$ds^2 = g_{ab}dx^a dx^b = b^2(r) \left[d\tau^2 + \frac{b^4(r)}{R^2(r)} dr^2 \right] \quad (36.2)$$

که برای تعریف R داریم:

$$R(r) = \sqrt{b^4(r) - b_m^2} \quad (37.2)$$

در نزدیکی افق محصور r_m :

$$b(r) \simeq b_m, \quad R(r) \sim \sqrt{4\pi T_m b_m^2} (r_m - r) \quad (38.2)$$

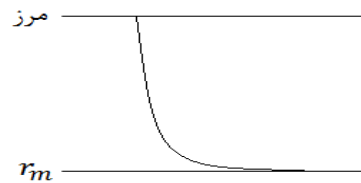
بنابراین با توجه به متریک ۳۶.۲، طول ویژه در فضای محصور برابر است با:

$$(39.2)$$

$$d(r_0, r_m) = \int_{r_0}^{r_m} dr \frac{b^2(r)}{R(r)} = \int dr \frac{b^2(r)}{\sqrt{4\pi T_m b_m^2} (r_m - r)} = \lim_{r \rightarrow r_m} (4\pi T_m |\log(r_m - r)|) = \infty$$

چون در این حد I به سمت r_m می رود در نتیجه مقدار $(r_m - r)$ برابر با 0^- است. می دانیم حد

لگاریتم 0^- مساوی است با $+\infty$ که نشان می دهد ریسمان به طور بی نهایت گسترش می یابد.

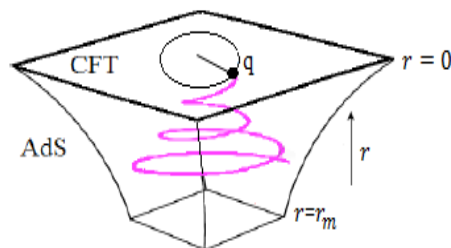


شکل ۴.۲: هندسه ریسمان در خلأ با طول ویژه بی‌نهایت.

بنابراین $r = r_m$ به عنوان یک نقطه انتهایی محسوب نخواهد شد، همینطور نیازی به فشردن بودن زمان و اینکه جهان سطح تنها یک مرز داشته باشد، نیست. نتیجه‌ای که از این بحث باید گرفت این است که نوسانات ریسمان در یک سیستم محصور شده می‌توانند در خلأ نیز قرار داشته باشند و تنها به دلیل وجود حالت گرمایی ایجاد نمی‌شوند.

۳.۲ تعمیم مسأله به کوآرک چرخان

می‌توان حدسی را که برای ساختار ریسمان ساکن در بخش قبل وجود داشت را تغییر داده و فرض کنیم که کوآرک دوران می‌کند. مطابق شکل ۵.۲ کوآرک چرخان در CFT قرار دارد و ریسمان متناظر با آن در فضای AdS در حال دوران است. این یک مسأله آموزشی است و هدف بررسی و مقایسه جواب‌ها از طریق روش تناظر AdS/CFT خواهد بود.



شکل ۵.۲: نمایی از ریسمان متصل به کوآرک چرخان

برای این منظور مختصات فضا زمانی ده بعدی را در نظر می‌گیریم که یک کوآرک چرخان در آن قرار دارد. این مختصات به شکل زیر معرفی می‌شود:

$$X^\mu = (t = \tau, \rho = \rho(\sigma), \theta = \omega t, x_3 = cte, r = \sigma) \quad (۴۰.۲)$$

(ρ, θ) مختصات فضای کروی، r بعد هولوگرام و (σ, τ) متغیرهای جهان-سطح هستند. با توجه به متریک

$$ds^2 = b^2(r) \left(-f(r)dt^2 + dx_i dx^i + \frac{dr^2}{f(r)} \right) \quad (41.2)$$

کنش نامبوگوتو به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\sigma d\tau \sqrt{-(-f(r)b^2(r) + \omega^2 b^2(r))(\rho'^2 b^2(r) + \frac{b^2(r)}{f(r)})}$$

با ساده کردن روابط داریم:

$$S = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\sigma d\tau b^2(r) \sqrt{f(r)\rho'^2 + 1 - \omega^2(\rho'^2 + \frac{1}{f(r)})} \quad (42.2)$$

و با استفاده از معادله حرکت، ثابت حرکت C تعیین می‌شود.

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial L}{\partial \rho'} \right) - \frac{\partial L}{\partial \rho} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \rho'} = \frac{(\rho' f(r) - \omega^2 \rho') b^2(r)}{\sqrt{f(r)\rho'^2 + 1 - \omega^2(\rho'^2 + \frac{1}{f(r)})}} = C \quad (43.2)$$

$$C^2 = \frac{(\rho'^2 f^2(r) + \omega^4 \rho'^2 - 2\rho'^2 \omega^2 f(r)) b^4(r)}{f(r)\rho'^2 + 1 - \omega^2(\rho'^2 + \frac{1}{f(r)})}$$

با در نظر گرفتن $f(r) \equiv 1$ داریم:

$$C^2 \rho'^2 + C^2 - C^2 \omega^2 \rho'^2 - C^2 \omega^2 = (\rho'^2 + \omega^4 \rho'^2 - 2\rho'^2 \omega^2) b^4(r)$$

$$\rho'^2 (C^2 - C^2 \omega^2 - b^4(r) - \omega^4 b^4(r) + 2\omega^2 b^4(r)) = C^2 (\omega^2 - 1)$$

$$\rho'^2 (C^2 (1 - \omega^2) - b^4(r) (1 - \omega^2)^2) = C^2 (\omega^2 - 1)$$

$$\rho'^2 ((1 - \omega^2)(C^2 - b^4(r)(1 - \omega^2))) = C^2 (\omega^2 - 1)$$

$$\rho'^2 = \frac{C^2 (1 - \omega^2)}{(1 - \omega^2)(-C^2 + b^4(r) - \omega^2 b^4(r))}$$

و در نهایت

$$\rho' = \frac{C}{\sqrt{-C^2 + b^4(r) - \omega^2 b^4(r)}} \quad (44.2)$$

و بازه ثابت حرکت C با رابطه‌ی زیر تعیین می‌شود

$$C \leq b^2(r)\sqrt{1 - \omega^2} \quad (۴۵.۲)$$

و همچنین معادله حرکت را نسبت به پارامتر θ می‌نویسیم.

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = -\frac{b^2(r)\omega(\rho'^2 + 1)}{\sqrt{\rho'^2 + 1 - \omega^2(\rho'^2 + 1)}} = D \quad (۴۶.۲)$$

$$D^2 (\rho'^2 + 1 - \omega^2(\rho'^2 + 1)) = -b^4(r)\omega^2(\rho'^2 + 1)^2$$

$$\omega^2 = -\frac{D^2}{D^2 - b^4(r)(1 + \rho'^2)}$$

بنابراین

$$\omega = -\frac{D}{\sqrt{D^2 - b^4(r)(1 + \rho'^2)}} \quad (۴۷.۲)$$

و محدوده مجاز برای ثابت حرکت D :

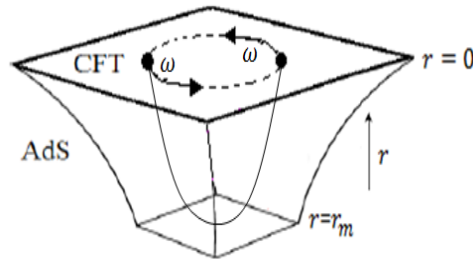
$$D^2 - b^4(r)(1 + \rho'^2) \geq 0$$

$$D \geq b^2(r)\sqrt{1 + \rho'^2} \quad (۴۸.۲)$$

بنابراین اگر فرض کنیم کوآرک با سرعت زاویه‌ای ω در حال چرخش باشد نتایج به دست آمده متفاوت خواهد بود. در این حالت معادله حرکت را نسبت به دو پارامتر ρ که در نهایت شعاع حرکت ریسمان را برای ما تعیین می‌کند، و همچنین نسبت به زاویه چرخش θ نوشتیم که از طریق آن سرعت زاویه‌ای مشخص می‌شود. از مقایسه فرمول ۴۴.۲ با معادله ۲۱.۲ در بخش قبل که برای کوآرک فاقد چرخش بود درمی‌یابیم که تفاوت شکل ریسمان متناظر با کوآرک چرخان با زمانی که $\omega = 0$ باشد در یک جمله شامل سرعت زاویه‌ای است.

در نهایت واضح است که با وجود چرخش در مختصات کوآرک پارامترهایی که تعیین کننده شکل ریسمان هستند شعاع چرخش و سرعت زاویه‌ای آن مطابق با روابط به دست آمده در بالا می‌باشند. در ابتدای فصل توضیح دادیم هنگامی که فاصله میان کوآرک و پادکوآرک واقع در مرز به بی‌نهایت میل کند دوگان کوآرک تنها به شکل یک ریسمان خمیده در می‌آید، شکل ۱۰.۲. همچنین در حالتی که

این جفت کوارک و پادکووارک با سرعت زاویه‌ای ω در چرخش باشند، ریسمان متناظر با آن‌ها نیز که به شکل U است در فضای AdS دوران می‌کند. بنابراین شکل واقعی مربوط به کووارک چرخان به صورت زیر خواهد بود.



شکل ۶۰۲: ریسمان متصل به جفت کوارک و پادکووارک چرخان

۴۰۲. مطالعه کوارک ساکن در متریک زمینه محصور ویتن

اکنون به جای این که متریک را به صورت کلی در نظر بگیریم از مثال‌های معروف کمک گرفته و کووارک ساکن را با استفاده از آن‌ها مطالعه می‌کنیم. همان‌طور که در بخش ۴۰۱ اشاره شد متریک ویتن مثالی از زمینه محصور است. حال به بررسی این مثال می‌پردازیم. کووارک ساکن را در متریک ویتن، ۴۹۰۲ در نظر گرفته و با استفاده از مختصات فضایی آن، کنش ریسمان را به دست می‌آوریم.

$$ds^2 = \left(\frac{u}{l}\right)^{\frac{2}{3}}(-dt^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\phi^2 + dx_3^2 + f(u)dx_4^2) + \left(\frac{l}{u}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{du^2}{f(u)} + u^2 d\Omega_4^2\right) \quad (49.2)$$

که در آن:

$$b(r) = \left(\frac{u}{l}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad f(u) = 1 - \left(\frac{u_k}{u}\right)^3 \quad (50.2)$$

ده بعد فضا زمان در این متریک شامل یک بعد زمانی، ρ و ϕ مختصات قطبی، دو بعد در راستاهای x_3 و x_4 ، یک بعد هولوگرام u و ۴ بعد فشرده به صورت Ω_4 می‌باشد. جواب حدسی برای ریسمان ساکن در فضا زمان به صورت زیر است:

$$X^\mu = (t = \tau, \rho(\sigma), u = \sigma, X = cte) \quad (51.2)$$

برای مشتقات فضایی و زمانی X^μ داریم:

$$\dot{X}^\mu = (1, 0, 0, 0) \quad , \quad X'^\mu = (0, \rho', 1, 0) \quad (52.2)$$

همانطور که می‌دانیم جهت به دست آوردن کنش باید عبارت زیر را پیدا کنیم:

$$-\det(g_{ind}) = - \left(- \left(\frac{u^{\frac{3}{2}}}{l^{\frac{3}{2}}} \right) \left[\rho'^2 \frac{u^{\frac{3}{2}}}{l^{\frac{3}{2}}} + \frac{l^{\frac{3}{2}}}{u^{\frac{3}{2}}} f(u) \right] \right)$$

$$-\det(g_{ind}) = \rho'^2 \frac{u^{\frac{3}{2}}}{l^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{f(u)} \quad (53.2)$$

بنابراین کنش برابر می‌شود با:

$$S = - \frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{\rho'^2 \left(\frac{u}{l} \right)^3 + \frac{1}{f(u)}} \quad (54.2)$$

حال معادله حرکت مربوط به این کنش را حل می‌کنیم:

$$\frac{d}{du} \left(\frac{\partial L}{\partial \rho'} \right) - \frac{\partial L}{\partial \rho} = 0$$

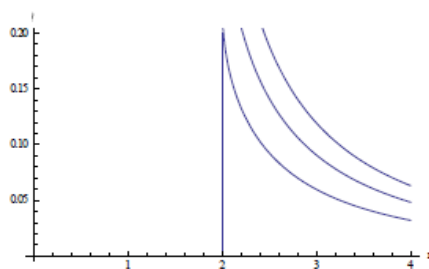
و ثابت حرکت D :

$$\frac{\partial L}{\partial \rho'} = \frac{\rho' \left(\frac{u}{l} \right)^3}{\sqrt{\rho'^2 \left(\frac{u}{l} \right)^3 + \frac{1}{f(u)}}} = D \quad (55.2)$$

با حل و ساده کردن این رابطه ρ' به دست می‌آید:

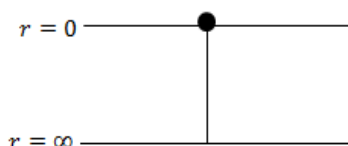
$$\rho' = \frac{D}{\sqrt{f(u)} \sqrt{\left(\frac{u}{l} \right)^3 - D^2 \left(\frac{u}{l} \right)^{\frac{3}{2}}}} \quad (56.2)$$

طبق این معادله و با توجه به تعریف $f(u)$ ، زمانی که $u = u_k$ باشد ρ' بی‌نهایت می‌شود یعنی ریسمان دیگر مستقیم نیست و اگرچه کوارک ساکن است اما شکل ریسمان به صورت خمیده در می‌آید. این نتیجه با حالت کوارک آزاد ساکن متفاوت است. رفتار ρ برحسب u به ازای D های مختلف با نمودار ۷.۲ نشان داده شده است.

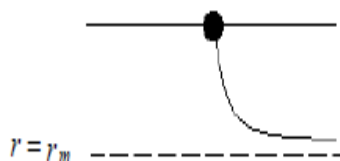


شکل ۷.۲: نمودار ρ بر حسب u از بالا به پایین $1, 1/5^\circ, 1/95, D = 1$ می‌باشد. خط راست مربوط به زمانی است که ρ' بی‌نهایت است.

کوآرک آزمونی را در حالت سکون و در خلأ محصور در نظر گرفتیم و با استفاده از تناظر AdS/CFT ثابت کردیم که این کوآرک با یک ریسمان بی‌نهایت بلند متناظر است که از مرز تا یک شعاع ثابت r_m در فضای حجم خم می‌شود. شکلهای ۸.۲ و ۹.۲، خلاصه‌ای از نتایج را نشان می‌دهد.



شکل ۸.۲: کوآرک ساکن معادل با ریسمان مستقیم در هندسه AdS .



شکل ۹.۲: کوآرک ساکن معادل با ریسمان مستقیم در هندسه محصور شده.

این ریسمان به طور مجانبی در طول یکی از جهات فضایی امتداد می‌یابد. انرژی هر واحد طول در ناحیه مجانبی، همان کشش ریسمان محصور در نظریه مرزی است. این ریسمان متناظر با نوار شار بی‌نهایت بین کوآرک‌ها در مرز می‌باشد.

۵.۲ مطالعه حرکت تصادفی کوآرک حبس شده

در فیزیک آماری معادله لانژون^۲ یک معادله تفاضلی تصادفی است که تحول زمانی یک زیر مجموعه از درجات آزادی را توصیف می‌کند. معادله لانژون حرکت براونی را توضیح می‌دهد. حرکت براونی نوعی حرکت تصادفی ذرات غوطه‌ور در سیال است که در اثر برخورد این ذرات با اتم‌ها یا مولکول‌های سیال ایجاد می‌شود. به طور کلی داریم:

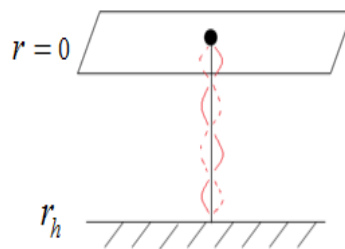
$$M_q \ddot{X}(t) + \eta \dot{X}(t) = \xi(t) \quad (۵۷.۲)$$

x مکان ذره، که با q نمایش داده شده، می‌باشد و M جرم آن است. همچنین η ضریب اتلاف انرژی ذره است. ξ نیرویی است که اثر برخوردها را با مولکول‌های سیال نشان می‌دهد. این نیرو که تابعی از زمان t می‌باشد یک توزیع احتمال گاوسی با تابع همبستگی زیر دارد.

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \kappa \delta(t - t') \quad (۵۸.۲)$$

تناظر AdS/CFT هم اکنون در ساده‌ترین شکل خود راهی برای محاسبه ضرایب وارد شده در معادله لانژون پیشنهاد می‌کند. منظور از κ افزایش تکانه عرضی ذره اصلی می‌باشد. پیکربندی ریسمان کلاسیکی می‌تواند دلیلی برای نیروی کلاسیکی وارد بر کوآرک باشد. برای به دست آوردن همبستگی حاکم بر دینامیک‌های لانژون مرزی کوآرک آزمون، نوسانات حول ریسمان کشیده را مطالعه می‌کنیم.

شکل ۱۰.۲ تصویری نمادین از نوسانات یک ریسمان ساکن در پس زمینه سیاهچاله.



شکل ۱۰.۲: نوسانات ریسمان ساکن در زمینه سیاهچاله.

^۲Langevin Equation

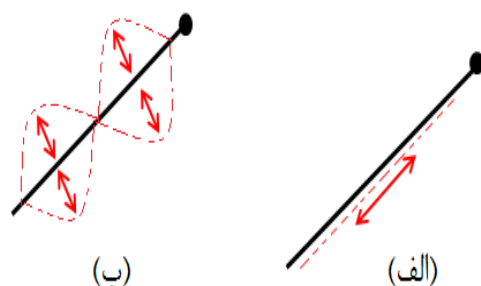
شکل ریسمان کلاسیکی با وجود نوسانات به صورت

$$X^i = \xi^i(r) + \delta X^i(t, r), \quad (59.2)$$

در می‌آید. منظور از i سه جهت x ، y و z می‌باشد.

با توجه به شکل می‌توان مدهای طولی عرضی برای نوسان‌ها تعریف کرد. مدهایی که موازی با جهت ریسمان هستند را نوسان طولی و آن دسته از مدها که عمود بر جهت ریسمان می‌باشند را نوسان عرضی می‌نامیم.

در ادامه محاسبات δX^1 که معادل نوسان در راستای x می‌باشد را با δX^L (نوسان طولی) و $\delta X^{2,3}$ را که نوسان در راستاهای y و z را نشان می‌دهد با δX^T (نوسان عرضی) معرفی می‌کنیم. در شکل زیر نوسانات طولی و عرضی ریسمان به شکل ساده‌ای نشان داده شده است.



شکل ۱۱.۲: شکل نوسانات طولی (الف) و عرضی (ب) ریسمان.

۱.۵.۲ بررسی نوسان‌ها در حالت کلی

ابتدا مسأله را در یک متریک کلی مطالعه می‌کنیم و سپس روابط به دست آمده را به متریک محصور تعمیم خواهیم داد. شکل کلی متریک عبارت است از:

$$ds^2 = G_{tt}dt^2 + G_{xx}dx^2 + G_{yy}dy^2 + G_{zz}dz^2 + G_{rr}dr^2 \quad (60.2)$$

با توجه به اینکه ریسمان در سه جهت فضایی نوسان دارد، و تنها در جهت x کشیده شده است، مختصات آن را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$X^\mu = (t = \tau, r = \sigma, x = \xi(r) + \delta x(r, t), y = \delta y(r, t), z = \delta z(r, t)) \quad (61.2)$$

برای مختصات ۶۱.۲ مشتق نسبت به زمان و نیز نسبت به مکان به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{X} = (1, 0, \delta\dot{x}, \delta\dot{y}, \delta\dot{z}) \quad (62.2)$$

$$X' = (0, 1, \xi' + \delta x', \delta y', \delta z') \quad (63.2)$$

سپس با توجه به تعریف کنش داریم:

$$S \sim \int \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} \quad (64.2)$$

$$\dot{X}^2 = G_{tt} + \delta\dot{x}^2 G_{xx} + \delta\dot{y}^2 G_{yy} + \delta\dot{z}^2 G_{zz} \quad (65.2)$$

$$X'^2 = G_{rr} + (\xi' + \delta x')^2 G_{xx} + \delta y'^2 G_{yy} + \delta z'^2 G_{zz} \quad (66.2)$$

$$\dot{X} \cdot X' = \delta\dot{x}(\xi' + \delta x') G_{xx} + \delta\dot{y}\delta y' G_{yy} + \delta\dot{z}\delta z' G_{zz} \quad (67.2)$$

که برای راستای x ریسمان، با استفاده از بسط کنش تا مرتبه‌ی دوم از δx^i خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} &= \sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{-2\xi' G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x' \right. \right. \\ &+ \left. \frac{-G_{xx}G_{tt}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x'^2 + \frac{-G_{rr}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta\dot{x}^2 \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{-2\xi' G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x' \right. \\ &\left. \left. + \frac{-G_{xx}G_{tt}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x'^2 + \frac{-G_{rr}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta\dot{x}^2 \right)^2 + \dots \right] \quad (68.2) \end{aligned}$$

و با صرف نظر کردن از توان اول $\delta x'$ و $\delta\dot{x}$ داریم:

$$\begin{aligned} S^{(2)} &\propto \sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \left[\left(\frac{1}{2} \frac{-G_{xx}G_{tt}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{8} \frac{(-2\xi' G_{tt}G_{xx})^2}{(-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx})^2} \right) \delta x'^2 + \frac{-G_{rr}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta\dot{x}^2 \right] \quad (69.2) \end{aligned}$$

به همین ترتیب برای راستای y، (z) می‌توان نوشت:

$$\sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} = \sqrt{-G_{tt}G_{rr}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{-G_{tt}G_{yy}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y'^2 + \frac{-G_{yy}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta\dot{y}^2 \right) \right]$$

$$- \frac{1}{\lambda} \left(\frac{-G_{tt}G_{yy}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y'^2 + \frac{-G_{yy}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta j'^2 \right)^2 + \dots \quad (70.2)$$

و هنگامی که تنها توان دوم $\delta y'$ و $\delta j'$ را در نظر بگیریم، کنش متناسب می‌شود با:

$$S^{(2)} \propto \sqrt{-G_{tt}G_{rr}} \left(\frac{1}{2} \frac{-G_{tt}G_{yy}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y'^2 + \frac{1}{2} \frac{-G_{yy}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta j'^2 \right) \quad (71.2)$$

این رابطه و همین‌طور رابطه ۶۹.۲ قسمتی از کنش هستند که با ضریبی متناسب با توان دو مشتقات زمانی و مکانی راستاهای x و همچنین y و z می‌شوند.

۲.۵.۲ بررسی نوسان‌ها در هندسه محصور شده

در بخش قبل روابط برای متریک کلی ۶۰.۲ محاسبه شدند. اکنون محاسبات را مطابق بخش ۲.۲ برای متریک کلی

$$ds^2 = b^2(r)(-f(r)dt^2 + dx_i dx^i + \frac{dr^2}{f(r)}) \quad (72.2)$$

که دارای برش است با استفاده از شکل کلی کنش انجام می‌دهیم.

$$S^{(2)} = \frac{1}{2\pi l_s^2} \int d^2\sigma g_{ij}^{ab} \partial_a \delta x^i \partial_b \delta x^j, \quad (73.2)$$

که در آن $a, b = t, r$ است.

همانطور که قبلاً گفتیم با اینکه ریسمان تنها در راستای x کشیده شده اما در سه جهت x ، y و z

نوسان می‌کند. بنابراین g_{ij} برای $i, j = 1$ و $i, j = 2, 3$ متفاوت است.

$$g_{11} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & \frac{R^3}{b^4} \end{pmatrix}, \quad g_{22} = g_{33} = \begin{pmatrix} \frac{b^4}{R} & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \quad (74.2)$$

که در آن g_{11} تانسور انرژی در راستای x را نشان می‌دهد و همچنین g_{22} و g_{33} به ترتیب معادل با تانسورهای انرژی در راستاهای y و z هستند. همانطور که ملاحظه می‌شود این تانسورها قطری می‌باشند.

کمیت R به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R(r) = \sqrt{b^4(r) - C^2} \quad (75.2)$$

در $r = 0$ یعنی در ناحیه UV ، C برابر صفر می‌باشد.

همچنین معادله میدان برای این ریسمان را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\partial_a(g_{ij}^{ab}\partial_b\delta x^j) = 0 \quad (۷۶.۲)$$

از مشاهده تانسورها همانطور که گفته شد درمی‌یابیم که برای نوسانات طولی و عرضی (نسبت به جهت ریسمان) جملات مختلفی وجود دارد. با تبدیل فوریه نسبت به زمان برای نوسانات،

$$\delta x \rightarrow e^{-i\omega t}\delta x$$

معادلات حرکت ریسمان از فرمول ۷۶.۲ به دست می‌آیند.

۳.۵.۲ بررسی نوسان‌های مدهای طولی

برای نوسان‌های طولی زمانی که a و b برابر با t هستند داریم:

$$\partial_t(g_{\alpha\beta}^{tt}\partial_t\delta x^\alpha) = -R\omega^2\delta x^\alpha e^{-i\omega t} \quad (۷۷.۲)$$

و نیز برای $a, b = r$ می‌نویسیم:

$$\partial_r(g_{\alpha\beta}^{rr}\partial_r\delta x^\alpha) = \partial_r\left(\frac{R^3}{b^4}e^{-i\omega t}\partial_r\delta x^\alpha\right) \quad (۷۸.۲)$$

بنابراین با توجه به معادله میدان برای موج، داریم:

$$-R\omega^2\delta x^L e^{-i\omega t} - e^{-i\omega t}\partial_r\left(\frac{R^3}{b^4}\partial_r\delta x^L\right) = 0 \quad (۷۹.۲)$$

و در نتیجه:

$$\partial_r\left[\frac{R^3}{b^4}\partial_r\delta X^L\right] + R\omega^2\delta X^L = 0 \quad (۸۰.۲)$$

در حالت محصور یعنی نزدیک شعاع بحرانی r_m ، ضرایب $b(r)$ و همچنین $R(r)$ با استفاده از بسط

$$b(r) = b_m + \frac{1}{4}b_m''(r_m - r)^2 + \dots \quad (۸۱.۲)$$

به شکل زیر تغییر خواهند کرد:

$$R(r) = \sqrt{b^4(r) - C^2} \quad (۸۲.۲)$$

برای زمانی که $r \rightarrow r_m$:

$$b^4(r) = (b_m + \frac{1}{4}b_m''(r_m - r)^2 + \dots)^4 = b_m^4 + 2b_m^3b_m''(r_m - r)^2 + \dots \quad (۸۳.۲)$$

برای حالت بحرانی داشتیم:

$$C = b_m^4$$

بنابراین

$$R(r) = \sqrt{b^4(r) - C} = \sqrt{b_m^4 + 2b_m^3b_m''(r_m - r)^2 - b_m^4} = \sqrt{2b_m^3b_m''(r_m - r)} \quad (۸۴.۲)$$

چنانچه T_m را که همان دما است (در ادامه این مطلب را توضیح خواهیم داد)، به صورت زیر تعریف کنیم:

$$T_m = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{2b_m''}{b_m}} \quad (۸۵.۲)$$

آنگاه برای $R(r)$ خواهیم داشت:

$$R(r) \simeq b_m^4(4\pi T_m)(r_m - r) \quad (۸۶.۲)$$

و همینطور برای $b(r)$:

$$b(r) \simeq b(r_m) = b_m \quad (۸۷.۲)$$

بنابراین در نزدیکی افق ($r \rightarrow r_m$) با جایگذاری ضرایب $R(r)$ و $b(r)$ در معادلات میدان ۸۰.۲ داریم:

$$\partial_r \left[\frac{b_m^6(64\pi^3 T_m^3)(r_m - r)^3}{b_m^4} \partial_r \delta X^L \right] + \omega^2 b_m^4(4\pi T_m)(r_m - r) \delta X^L = 0 \quad (۸۸.۲)$$

$$b_m^4(64\pi^3 T_m^3)(\delta X^L)'' - 3(r_m - r)^2 [b_m^4(64\pi^3 T_m^3)(\delta X^L)'] + \omega^2 b_m^4(4\pi T_m)(r_m - r) \delta X^L = 0 \quad (۸۹.۲)$$

در اینجا از ضریب کمیت $(\delta X^L)''$ فاکتور گرفته و معادله را به شکل ساده تر می نویسیم:

$$(\delta X^L)'' - \frac{3}{|r - r_m|} (\delta X^L)' + \frac{1}{|r - r_m|^2} \frac{\omega^2}{(4\pi T_m)^2} \delta X^L = 0 \quad (۹۰.۲)$$

با حل معادله بالا برای مدهای طولی، موج‌های ورودی و خروجی به دست می‌آیند.

$$\delta X^L \simeq C_L |r - r_m|^{-1 \pm \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{(4\pi T_m)^2}}} \quad (91.2)$$

واضح است مد طولی زمانی حقیقی است که $|\omega| \leq 4\pi T_m$.

۴.۵.۲ بررسی نوسان‌های مدهای عرضی

در این بخش معادلات حرکت ریسمان مربوط به مدهای عرضی را برای $a, b = t, r$ مطالعه می‌کنیم.

$$\partial_t (g_{tt}^{tt} \partial_t \delta x^r) = -\omega^2 \frac{b^r}{R} \delta x^r e^{-i\omega t} \quad (92.2)$$

$$\partial_r (g_{rr}^{rr} \partial_r \delta x^r) = e^{-i\omega t} \partial_r (R \partial_r \delta x^r) \quad (93.2)$$

$$-\omega^2 \frac{b^r}{R} \delta X^T e^{-i\omega t} - e^{-i\omega t} \partial_r (R \partial_r \delta x^T) = 0 \quad (94.2)$$

که در آخر داریم:

$$\partial_r [R \partial_r \delta X^T] + \omega^2 \frac{b^r}{R} \delta X^T = 0 \quad (95.2)$$

با جایگذاری ضرایب $R(r)$ و $b(r)$ در نزدیکی افق محصور که در بخش قبل برای مدهای طولی به دست آوردیم، در این معادلات میدان می‌توانیم بنویسیم:

$$\partial_r [b_m^r (4\pi T_m) (r_m - r) \partial_r \delta X^T] + \omega^2 \frac{b_m^r}{b_m^r (4\pi T_m) (r_m - r)} \delta X^T = 0 \quad (96.2)$$

$$-b_m^r (4\pi T_m) (\delta X^T)' + b_m^r (4\pi T_m) (r_m - r) (\delta X^T)''$$

$$+ \omega^2 b_m^r \frac{1}{(4\pi T_m) (r_m - r)} \delta X^T = 0 \quad (97.2)$$

که $(\delta X^T)''$ و $(\delta X^T)'$ به ترتیب همان $\partial_r \delta X^T$ و $\partial_r^2 \delta X^T$ می‌باشند.

اگر از این معادله عبارت R ، که طبق رابطه ۸۶.۲ تعریف شد، را فاکتور بگیریم داریم:

$$(\delta X^T)'' - \frac{1}{|r - r_m|} (\delta X^T)' + \frac{1}{|r - r_m|^2} \frac{\omega^2}{(4\pi T_m)^2} \delta X^T = 0 \quad (98.2)$$

با حل این معادله موج‌های ورودی و خروجی مربوط به نوسان‌های عرضی به دست می‌آیند:

$$\delta X^T \simeq C_T |r - r_m|^{\pm \frac{i\omega}{(4\pi T_m)}} \quad (99.2)$$

۵.۵.۲ بررسی نوسان‌های کوارک ساکن در پلاسمای کوارک گلوئون

اگر این ریسمان ساکن و معادلات میدان آن را با ریسمان کشیده‌ای در یک زمینه سیاهچاله- یعنی هنگامی که متریک از معادله ۲.۱ با یک مقدار غیرجزیی $f(r)$ داده می‌شود- مقایسه کنیم، نتایج جالبی به دست می‌آید.

در این حالت خواهیم دید برای ریسمان کشیده $\xi(r) = 0$ می‌باشد، به طوریکه ریسمان به صورت خط مستقیم افق حجم را در $r = r_h$ قطع می‌کند و متریک القایی، یک متریک سیاهچاله دو بعدی با دمای T_h زمینه می‌باشد.

$$ds_{bh}^2 = b^2(r)(-f(r)dt^2 + f(r)^{-1}dr^2) \quad f(r_h) = 0 \quad f'(r_h) = -4\pi T_h \quad (100.2)$$

در این حالت تمام معادله‌های نوسان‌ها در نزدیکی افق شکل زیر را دارند:

$$(\delta X^i)'' - \frac{1}{|r - r_h|}(\delta X^i)' + \frac{1}{|r - r_h|^2} \frac{\omega^2}{(4\pi T_h)^2} \delta X^i. \quad (101.2)$$

از مقایسه این فرمول با معادله ۹۸.۲ مشاهده می‌شود معادله میدان برای مدهای عرضی نزدیک شعاع r_m همان معادله میدان در حالت سیاهچاله در نزدیکی افق می‌باشد؛ البته با دمای مؤثر T_m که با مقیاس‌های محصور (b_m'', b_m) به دست آمده است.

این مطلب به این معنی است که در حالت سیاهچاله نوسان‌های طولی و عرضی به طور جداگانه نخواهیم داشت.

۶.۲ تحلیل نوسان‌های مدهای طولی و عرضی برحسب معادله

شرودینگر

از شکل کلی کنش رابطه شرودینگری زیر را نیز می‌توان به دست آورد:

$$-\frac{d^2\psi}{dz^2} + V(z)\psi = \omega^2\psi, \quad \int dz |\psi|^2 = 1 \quad (102.2)$$

که برای مدهای طولی و عرضی با توجه به تعریف V و ψ متفاوت است.

همانطور که قبلاً اشاره شد برای ریسمانی که دارای نوسانات در سه جهت فضایی x ، y و z می‌باشد

مختصات زیر را می‌توانیم بنویسیم:

$$X^\mu = (t = \tau, r = \sigma, x = \xi(r) + \delta x(r, t), y = \delta y(r, t), z = \delta z(r, t)) \quad (103.2)$$

با توجه به تعریف کنش

$$S = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int \sqrt{-\det(g_{ind})} \quad (104.2)$$

$$S \propto \sqrt{M} \quad M = -\det(g_{ind}) = (\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2 \quad (105.2)$$

کمیت‌های زیر را حساب می‌کنیم:

$$\dot{X} = (1, 0, \delta\dot{x}, \delta\dot{y}, \delta\dot{z}) \quad (106.2)$$

$$X' = (0, 1, \xi' + \delta x', \delta y', \delta z') \quad (107.2)$$

$$\dot{X}^2 = G_{tt} + \delta\dot{x}^2 G_{xx} + \delta\dot{y}^2 G_{yy} + \delta\dot{z}^2 G_{zz} \quad (108.2)$$

$$X'^2 = G_{rr} + (\xi' + \delta x')^2 G_{xx} + \delta y'^2 G_{yy} + \delta z'^2 G_{zz} \quad (109.2)$$

در بخش قبل گفتیم که برای یک ریسمان دو نوع نوسان را می‌توان تعریف کرد:

- مدهای طولی، مدهایی که هم‌جهت با ریسمان هستند یعنی در جهت X ؛ زیرا فرض کرده بودیم ریسمان در راستای X کشیده شده است.
- نوساناتی که عمود بر راستای ریسمان ایجاد شده‌اند و در جهت‌های Y و Z قرار دارند که به آن‌ها مدهای عرضی گفته می‌شود.

به همین ترتیب تانسورهای مربوط به هرکدام از این مدها به صورت زیر هستند:

$$g_{xx} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & \frac{R^2}{b^4} \end{pmatrix}, \quad g_{yy} = g_{zz} = \begin{pmatrix} \frac{b^4}{R} & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \quad (110.2)$$

اکنون کنش متناسب با موج‌های طولی، و نیز متناسب با موج‌های عرضی را به طور جداگانه بررسی می‌کنیم.

برای موج‌های طولی یعنی موج‌هایی که در راستای ریسمان قرار دارند، داریم:

$$\dot{X}^2 = G_{tt} + \delta\dot{x}^2 G_{xx} \quad (111.2)$$

$$X'^2 = G_{rr} + (\xi' + \delta x')^2 G_{xx} \quad (112.2)$$

$$(\dot{X}.X')^2 = \xi'^2 \delta \dot{x}^2 G_{xx} G_{xx} + 2\xi' \delta x' \delta \dot{x}^2 G_{xx} G_{xx} + \delta \dot{x}^2 \delta x'^2 G_{xx} G_{xx} G_{xx} \quad (113.2)$$

کمیت M به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$M = -G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx} - 2\xi' G_{tt}G_{xx} \delta x' - G_{tt}G_{xx} \delta x'^2 - G_{rr}G_{xx} \delta \dot{x}^2 \quad (114.2)$$

اگر از عبارت $(-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx})$ در تعریف M فاکتور بگیریم برای \sqrt{M} خواهیم داشت:

$$\sqrt{M} = \sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \left(1 + \frac{-2\xi' G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x' \right)$$

$$\frac{-G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x'^2 + \frac{-G_{rr}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta \dot{x}^2 \quad (115.2)$$

$$\sqrt{M} = \sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{-2\xi' G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{-G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x'^2 + \frac{-G_{rr}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta \dot{x}^2 \right)$$

$$- \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{-2\xi' G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x' + \frac{-G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta x'^2 \right.$$

$$\left. + \frac{-G_{rr}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta \dot{x}^2 \right)^2 + \dots \quad (116.2)$$

با صرف نظر کردن از توان اول $\delta x'$ و $\delta \dot{x}$ و در نظر گرفتن تنها توان دوم آنها کنش متناسب می‌شود با:

$$S^{(2)} \propto \sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \left[\left(\frac{1}{2} \frac{-G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \right) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\lambda} \frac{(-2\xi' G_{tt}G_{xx})^2}{(-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx})^2} \delta x'^2 + \frac{-G_{rr}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{tt}G_{xx}} \delta \dot{x}^2 \right] \quad (117.2)$$

به همین ترتیب کنش متناسب با موج‌های عرضی، موج‌هایی در راستاهای y و z با استفاده از معادله‌ی ۱۰۳.۲ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{X}^2 = G_{tt} + \delta y^2 G_{yy} \quad (118.2)$$

$$X'^2 = G_{rr} + \delta y'^2 G_{yy} \quad (119.2)$$

$$(\dot{X}.X')^2 = \delta y^2 \delta y'^2 G_{yy} G_{yy} \quad (120.2)$$

M' را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$M' = -G_{tt}G_{rr} - \delta y'^2 G_{tt}G_{yy} - \delta y^2 G_{yy}G_{rr} \quad (121.2)$$

در اینجا از عبارت $(-G_{tt}G_{rr})$ فاکتور گرفته و کمیت $\sqrt{M'}$ را حساب می‌کنیم.

$$\sqrt{M'} = \sqrt{-G_{tt}G_{rr}} \left(1 + \frac{-G_{tt}G_{yy}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y'^2 + \frac{-G_{yy}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (122.2)$$

بنابراین با باز کردن بسط برای عبارت $\sqrt{M'}$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \sqrt{M'} = & \sqrt{-G_{tt}G_{rr}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{-G_{tt}G_{yy}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y'^2 + \frac{-G_{yy}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y^2 \right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{8} \left(\frac{-G_{tt}G_{yy}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y'^2 + \frac{-G_{yy}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y^2 \right)^2 + \dots \right] \quad (123.2) \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن توان دوم از δy و $\delta y'$ ، برای کنش می‌توانیم بنویسیم:

$$S^{(2)} \propto \sqrt{-G_{tt}G_{rr}} \left(\frac{1}{2} \frac{-G_{tt}G_{yy}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y'^2 + \frac{1}{2} \frac{-G_{rr}G_{yy}}{-G_{tt}G_{rr}} \delta y^2 \right) \quad (124.2)$$

در نهایت با استفاده از تبدیل فوریه

$$\delta x \longrightarrow e^{i\omega t} \delta x(r)$$

$$\delta y \longrightarrow e^{i\omega t} \delta y(r) \quad (125.2)$$

و پس از ساده سازی ضرایب کنش به شکل کلی زیر درمی‌آید:

$$S = \int dr \left[A(r) |X'(r)|^2 - B(r)\omega^2 |X(r)|^2 \right] \quad (126.2)$$

حال تغییر متغیرهای زیر را روی کنش ۱۲۶.۲ اعمال می‌کنیم:

$$dr = \sqrt{\frac{A}{B}} dz, \quad (127.2)$$

$$X = (AB)^{-\frac{1}{2}} \psi \quad (128.2)$$

چون مختصه X تابعی از r می‌باشد، برای $X'(r)$ داریم:

$$X'(r) = \frac{dX}{dr} = \frac{d}{dr} [(AB)^{-\frac{1}{2}} \psi] = \psi \frac{d}{dr} (AB)^{-\frac{1}{2}} + (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d\psi}{dr} \quad (129.2)$$

با توجه به تغییر متغیر ۱۲۷.۲ عبارت $\frac{d}{dr}$ را باز می‌کنیم:

$$\frac{d}{dr} = \frac{d}{dz} \cdot \frac{dz}{dr} = \sqrt{\frac{B}{A}} \frac{d}{dz}$$

$$X'(r) = \sqrt{\frac{B}{A}} \psi \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} + (AB)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{B}{A}} \partial_z \psi \quad (130.2)$$

بنابراین

$$\begin{aligned} |X'(r)|^2 &= X'(r) \cdot X'^*(r) \\ &= \left[\sqrt{\frac{B}{A}} \psi \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} + (AB)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{B}{A}} \partial_z \psi \right] \cdot \left[\sqrt{\frac{B}{A}} \psi \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} + (AB)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{B}{A}} \partial_z \psi \right]^* \\ &= \frac{B}{A} |\psi|^2 \left[\frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right]^2 + \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} \psi \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \partial_z \psi^* \\ &\quad + \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} \partial_z \psi \cdot \psi^* \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} + \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} |\partial_z \psi|^2 = \frac{B}{A} |\psi|^2 \left[\frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right]^2 \\ &\quad + \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} |\psi|^2 + \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} |\partial_z \psi|^2 \quad (131.2) \end{aligned}$$

و در نتیجه کنش ۱۲۶.۲ برابر است با:

$$\begin{aligned} S &= \int \left\{ dz \sqrt{\frac{A}{B}} A \left[\frac{B}{A} |\psi|^2 \left[\frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right]^2 + \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} |\psi|^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} |\partial_z \psi|^2 \right] - B \omega^2 (AB)^{-\frac{1}{2}} |\psi|^2 \right\} \quad (132.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int dz \sqrt{\frac{A}{B}} \frac{B}{A} |\psi|^2 \left(\frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right)^2 + \int dz \sqrt{\frac{A}{B}} \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} |\psi|^2 \\
&\quad + \int dz \sqrt{\frac{A}{B}} \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} |\partial_z \psi|^2 - \int dz B \sqrt{\frac{A}{B}} \omega^2 (AB)^{-\frac{1}{2}} |\psi|^2 \quad (۱۳۳.۲)
\end{aligned}$$

$$S^{(۱)} = \int dz \sqrt{\frac{A}{B}} \frac{B}{A} |\psi|^2 \left(\frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right)^2 = \sqrt{AB} \int \left[\left(|\psi|^2 \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right) \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right] dz$$

با استفاده از مشتق جزء به جزء و توجه به این نکته که A و B مقادیری محدود هستند مقدار این

عبارت صفر می‌شود.

$$\begin{aligned}
&\sqrt{AB} \left[(AB)^{-\frac{1}{2}} |\psi|^2 \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int dz (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} \left(|\psi|^2 \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right) \right] \\
&\quad = -\sqrt{AB} (AB)^{-\frac{1}{2}} \left[|\psi|^2 \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right]_{-\infty}^{+\infty} = 0 \\
S^{(۲)} &= \int dz \frac{A}{B} \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} |\psi|^2 = \int dz (AB)^{\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} |\psi|^2 \\
&\quad S^{(۲)} \text{ نیز به همان ترتیب } S^{(۱)} \text{ ساده می‌شود:}
\end{aligned}$$

$$= (AB)^{\frac{1}{2}} \left[|\psi|^2 \frac{d}{dz} (AB)^{-\frac{1}{2}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int dz |\psi|^2 \frac{d^2}{dz^2} (AB)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$= - \int dz |\psi|^2 (AB)^{\frac{1}{2}} \frac{d^2}{dz^2} (AB)^{-\frac{1}{2}}$$

$$S^{(۳)} = \int dz \sqrt{\frac{A}{B}} \frac{B}{A} (AB)^{-\frac{1}{2}} |\partial_z \psi|^2 = \int dz |\partial_z \psi|^2$$

$$S^{(۴)} = - \int dz B \sqrt{\frac{A}{B}} \omega^2 (AB)^{-\frac{1}{2}} |\psi|^2 = \int dz [-\omega^2 |\psi|^2]$$

بنابراین برای کنش در رابطه ۱۲۶.۲ در نهایت خواهیم داشت:

$$S = \int dz \{ |\partial_z \psi|^2 - \omega^2 |\psi|^2 + 0 - |\psi|^2 (AB)^{\frac{1}{2}} \frac{d^2}{dz^2} (AB)^{-\frac{1}{2}} \}$$

$$S = \int dz [|\partial_z \psi|^2 + (V(z) - \omega^2)|\psi|^2] \quad (134.2)$$

که در آن:

$$V(z) = -(AB)^{\frac{1}{4}} \frac{d^2}{dz^2} (AB)^{-\frac{1}{4}} \quad (135.2)$$

اکنون مقادیر متفاوت A و B در این معادله پتانسیل را با استفاده از تانسورهای 110.2 برای انواع مدها قرار داده و پتانسیل را در هر دو ناحیه UV و نیز محصور شده ($r \rightarrow r_m$) بررسی می‌کنیم. بنابراین برای مدهایی که عمود بر راستای ریسمان هستند این مقادیر با توجه به $g_{22}(g_{33})$ خواهند بود:

$$A(r) = R, \quad B(r) = \frac{b^4}{R} \quad (136.2)$$

در حالت محصور با بکارگیری بسط مجانبی

$$b(r) \simeq b_m, \quad R(r) \simeq b_m^2 (\sqrt{\pi T_m})(r_m - r) \quad (137.2)$$

و تغییر متغیر زیر:

$$dz = \sqrt{\frac{B(r)}{A(r)}} dr$$

می‌توان متغیر z را پیدا کرد:

$$dz = \sqrt{\frac{b^4}{R}} dr = \frac{b^2}{R} dr$$

$$dz = \frac{b_m^2}{b_m^2 (\sqrt{\pi T_m})(r_m - r)} dr$$

با انتگرال گیری خواهیم داشت:

$$z \sim -\log(r_m - r) \quad (138.2)$$

همچنین برای ناحیه UV به دلیل اینکه

$$R = \sqrt{b^4(r) - c^2} \quad (139.2)$$

متغیر z تقریباً با r برابر می‌شود: $z \sim r$

با یافتن مقدار z معادله پتانسیل ۱۳۵.۲ نیز با تعریف A و B به شکل بالا، در نزدیکی r_m و همچنین در ناحیه UV به شکل زیر به دست می‌آید.

$$A = R = (b^4 - c^2)^{\frac{1}{2}} = b^2 - \frac{1}{4}(b^4)^{-\frac{1}{2}}c^2 + \dots = b^2 - \frac{1}{4}b^{-2}c^2$$

$$B = \frac{b^4}{R} = b^4(b^4 - c^2)^{-\frac{1}{2}} = b^4[b^{-2} + \frac{1}{4}(b^4)^{-\frac{3}{2}}c^2 + \dots] = b^2 + \frac{1}{4}b^{-2}c^2 + \dots$$

بنابراین

$$AB = (b^2 - \frac{1}{4}b^{-2}c^2)(b^2 + \frac{1}{4}b^{-2}c^2) = b^4 - \frac{1}{4}b^{-4}c^4$$

حال برای یافتن V عبارت زیر را به دست می‌آوریم:

$$(AB)^{\frac{1}{2}} \frac{d^2}{dz^2} (AB)^{-\frac{1}{2}} = (b^4 - \frac{1}{4}b^{-4}c^4)^{\frac{1}{2}} \frac{d^2}{dz^2} (b^4 - \frac{1}{4}b^{-4}c^4)^{-\frac{1}{2}}$$

$$V(z) = -(b^4 - \frac{1}{4}b^{-4}c^4)^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{4}\right) \left\{ (12b^2 \frac{db}{dz} + 4b^3 \frac{d^2b}{dz^2} - 5b^{-6}c^4)(b^4 - \frac{1}{4}b^{-4}c^4)^{-\frac{5}{2}} \right.$$

$$\left. + (4b^3 \frac{db}{dz} + b^{-5}c^4) \left(-\frac{5}{4}\right) (4b^3 + b^{-5}c^4)(b^4 - \frac{1}{4}b^{-4}c^4)^{-\frac{3}{2}} \right\}$$

با صرف نظر کردن از توان‌های منفی بالای b خواهیم داشت:

$$V(z) = b^{-2} \left(3 \frac{db}{dz} + b \frac{d^2b}{dz^2} \right) - 5b^{-2} \frac{db}{dz}$$

$$V(z) = b^{-1} \frac{d^2b}{dz^2} - 2b^{-2} \frac{db}{dz} \quad (140.2)$$

با توجه به اینکه در حالت UV ، $b \propto \frac{l}{z}$ از جمله دوم می‌توان صرف نظر کرد و بنابراین:

$$V(z) \simeq b^{-1} \frac{d^2b}{dz^2} \quad (141.2)$$

با جایگذاری b برای حالت UV در معادله ۱۴۱.۲، V متناسب می‌شود با:

$$V(z) \propto \frac{1}{z^2} \quad (142.2)$$

برای مدهای طولی نیز به همین ترتیب عمل می‌کنیم یعنی با تعریف مقادیر A و B با توجه به تانسور g_{xx} پتانسیل را برای نوسانات هم‌راستا با ریسمان حل می‌کنیم.

$$A(r) = \frac{R^3}{b^4}, \quad B(r) = R \quad (143.2)$$

به دلیل اینکه نسبت $\frac{B}{A}$ در هر دو حالت یکسان است بنابراین تعریف مختصه z همانند تعریف آن در مدهای عرضی می‌باشد.

پتانسیل نیز برای مدهای طولی به شکل زیر است:

$$V(z) = -(AB)^{\frac{1}{4}} \frac{d^2}{dz^2} (AB)^{-\frac{1}{4}}$$

$$AB = \frac{R}{b} \quad (144.2)$$

$$V(z) = \left(\frac{R}{b}\right) \left(\frac{d^2}{dz^2}\right) \left(\frac{b}{R}\right) \quad (145.2)$$

که در ناحیه‌ی UV با استفاده از تعریف R از رابطه ۱۳۹.۲ همان رفتار $\frac{1}{z^2}$ را دارد.

$$V(z) = \left(\frac{R}{b}\right) \left(\frac{d^2}{dz^2}\right) \left(\frac{b}{R}\right) = \left(b - \frac{1}{4}b^{-3}c^2\right) \frac{d^2}{dz^2} \left(b^{-1} + \frac{1}{4}b^{-5}c^2\right)$$

$$= \left(b - \frac{1}{4}b^{-3}c^2\right) \left[2b^{-3} \frac{db}{dz} - \frac{d^2b}{dz^2} b^{-2} + 15b^{-7}c^2 \frac{db}{dz} - \frac{5}{4}b^{-6}c^2 \frac{d^2b}{dz^2} \right]$$

که با صرف نظر کردن از توان‌های منفی بالای b و جایگذاری $b \propto \frac{l}{z}$ به این نتیجه خواهیم رسید.

$$V(z) \propto 2b^{-2} \frac{db}{dz} - b^{-1} \frac{d^2b}{dz^2} \propto \frac{1}{z^2} \quad (146.2)$$

در حالیکه با $z \rightarrow \infty$ پتانسیل تقریباً برابر می‌شود با یک مقدار ثابت:

$$V(z) \sim (4\pi T_m)^2 \quad (147.2)$$

در این بخش شکل دوگان یک کوآرک آزمون سنگین را با استفاده از تناظر AdS/CFT در دو زمینه سیاهچاله و محصور شده بررسی کردیم. بدین منظور کنش ریسمان را با توجه به مختصات آن نوشته و

با حل معادله حرکت اویلر لاگرانژ مختصه‌ای را که توصیف کننده شکل ریسمان و البته وابسته به بعد هولوگرام است، به دست آوردیم.

همچنین به مطالعه نوسان‌های ریسمان پرداختیم. معادلات آن‌ها را تعیین کرده و نتیجه گرفتیم نوساناتی که در راستای ریسمان قرار دارند با نوسانات عمود بر آن متفاوتند.

فصل ۳

کوارک متحرک با سرعت ثابت

۱.۳ مقدمه

در فصل قبل ریسمان کشیده محصور را مورد مطالعه قرار دادیم که متناظر با کوآرکی ساکن در QCD بود. حال در این فصل فرض می‌کنیم کوآرک با سرعت ثابت \vec{v} در حرکت است. کوآرک می‌تواند در هر جهتی حرکت کند یعنی برای بردار سرعت آن جهت ارجحی وجود ندارد.

در حالتی که کوآرک با یک سرعت ثابت \vec{v} حرکت می‌کند، نتایج مهم به دست آمده در حالت کوآرک ایستا تغییر می‌کند. شکل ریسمان کشیده شبیه حالت ایستا است و در امتداد کوآرک با سرعت ثابت کشیده می‌شود. ویژگی مهم این حالت این است که جهت ریسمان کاملاً مستقل از جهت سرعت کوآرک مرزی است. این رفتار برخلاف حالت سیاهچاله است جایی که حل کمینه کنش دارای ریسمانی است که خلاف سرعت کوآرک کشیده می‌شود.

اگر جهت سرعت کوآرک متحرک را با بردار \vec{v} و همینطور جهت ریسمان کشیده را با بردار $\vec{\xi}(r)$ مشخص کنیم، در هندسه سیاهچاله این دو بردار یک هم‌جهت هستند، یعنی جهت ریسمان کشیده موازی با جهت سرعت کوآرک می‌باشد، در حالی که در حالت محصور شده در دمای صفر $T = 0$ جهت ریسمان کاملاً مستقل از جهت سرعت می‌باشد. به بیان دیگر، زاویه میان بردارهای واحد \vec{v} و $\vec{\xi}(r)$ زاویه دلخواه θ می‌تواند باشد. نیرویی که به خاطر کشیده شدن کوآرک هدر می‌رود به سرعت و زاویه وابسته است و می‌تواند از تکان ناشی از ریسمان محاسبه گردد.

$$\frac{dE}{dt} = -\sigma_c \frac{v \cos \theta}{\sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \quad (1.3)$$

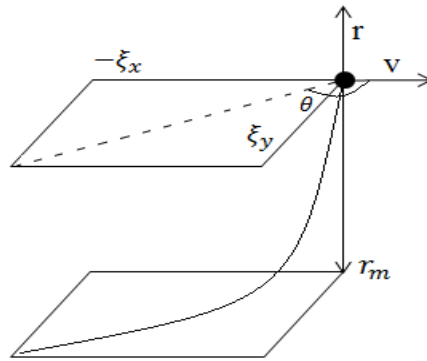
θ زاویه بین جهت سرعت کوآرک و جهت ریسمان می‌باشد. σ_c کشش ریسمان است که در مرجع [۸] معرفی شده است.

۲.۳ حل ریسمان کشیده متناظر با کوآرک متحرک

ما در این تحقیق به بررسی حالت خاص یعنی زمانی که ریسمان در جهت موازی با سرعت کوآرک امتداد یافته باشد می‌پردازیم.

شکل ۱.۳ تصویر ریسمان متناظر با یک کوآرک متحرک در صفحه $x - y$ را نشان می‌دهد. θ زاویه میان تصویر ریسمان و سرعت کوآرک است.

همان طور که گفتیم ما فرض خواهیم کرد که ریسمان در جهت محور x امتداد یافته و آن را هم جهت با بردار سرعت کوآرک در نظر می‌گیریم. به عبارتی می‌توان گفت $\theta = 0, \pi$.



شکل ۱.۳: جهت سرعت کوآرک موازی با جهت ریسمان است.

متریک القایی به صورت زیر می‌باشد:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \dot{X}^\nu & \dot{X} \cdot X' \\ \dot{X} \cdot X' & X'^\nu \end{pmatrix} \quad (۲.۳)$$

که در آن \dot{X}^μ و X'^μ به ترتیب مشتق $X^\mu(\tau, \sigma)$ نسبت به زمان و فضا هستند که با توجه به مختصات ریسمان به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$X^\mu = (t = \tau, x^i = v^i t + \xi^i(r), r = \sigma) \quad (۳.۳)$$

$$\dot{X} = (1, v, 0) \quad (۴.۳)$$

$$X' = (0, \xi', 1) \quad (۵.۳)$$

$$\dot{X}^\nu = G_{tt} + v^\nu G_{xx} \quad (۶.۳)$$

$$X'^\nu = \xi'^\nu G_{xx} + G_{rr} \quad (۷.۳)$$

$$\dot{X} \cdot X' = \vec{v} \cdot \vec{\xi}' G_{xx} \quad (۸.۳)$$

با استفاده از این داده‌ها می‌توان چگالی لاگرانژی با تعریف کلی

$$L = \sqrt{-\det g_{ind}} = \sqrt{(\dot{X}.X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} \quad (9.3)$$

را محاسبه کرد:

$$L = b^2 \sqrt{\xi'^2(r) f(r) + 1 - \frac{v^2}{f(r)}} \quad (10.3)$$

مقادیر G_{ij} را از متریک اولیه، ۵.۲ که در فصل قبل معرفی شد جایگزین کرده ایم. همچنین برای کنش نامبو گوتو با توجه به تعریف زیر و رابطه ۱۰.۳ داریم:

$$S_{NG} = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma L$$

$$S_{NG} = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma b^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{f(r)} + \xi'^2(r) f(r)} \quad (11.3)$$

حال با استفاده از معادلات حرکت لاگرانژ اوایلر شکل ریسمان $\xi(r)$ ، را با محاسبه $\xi'(r)$ به دست می‌آوریم.

معادلات حرکت لاگرانژ اوایلر به شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial L}{\partial \xi'} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi} = 0 \quad (12.3)$$

از معده ۱۰.۳ واضح است که لاگرانژی به $\xi(r)$ وابسته نیست و تنها وابستگی به $\xi'(r)$ وجود دارد. بنابراین در معادله حرکت لاگرانژ یک ثابت حرکت به صورت زیر وجود دارد:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi'(r)} = \frac{b^2 \xi'(r) f(r)}{L} = \pi \quad (13.3)$$

دو طرف رابطه ۱۳.۳ را به توان دو می‌رسانیم تا در نهایت رابطه‌ای برای $\xi'(r)$ برحسب ثابت حرکت

π بیابیم.

$$\pi^2 \left(1 - \frac{v^2}{f(r)} + \xi'^2(r) f(r) \right) = b^4 \xi'^2(r) f(r)^2$$

$$\pi^2 \left(1 - \frac{v^2}{f(r)} \right) = \xi'^2(r) (b^4 f^2(r) - \pi^2 f(r))$$

$$\xi'^2(r) = \frac{\pi^2 (f(r) - v^2)}{f(r)^2 (b^4 f(r) - \pi^2)}$$

$$\xi'(r) = \pi \frac{\sqrt{f(r) - v^2}}{f(r) \sqrt{(b^4 f(r) - \pi^2)}} \quad (14.3)$$

همان‌طور که در فصل قبل برای حالت کوآرک ساکن گفته شد مقدار تابع $f(r)$ در مرز UV برابر یک $f(0) = 1$ و برای افق سیاهچاله صفر $f(r_h) = 0$ می‌باشد.

با دقت در تعریف $\xi'(r)$ در رابطه ۱۴.۳ که مشتق شکل ریسمان را نسبت به شعاع هولوگرام r نشان می‌دهد، به دلیل کوچکتر بودن سرعت کوآرک از یک، $v < 1$ ، همچنین با توجه به مقدار $f(r)$ در مرز و افق سیاهچاله در فاصله‌ای میان این دو بعد شعاعی یعنی در r_s ، مقدار تابع $f(r)$ باید به صورت زیر باشد:

$$f(r_s) = v^2 \quad (15.3)$$

بنابراین مقدار ثابت π نیز برابر است با $vb^2(r_s)$. دما نیز در این نقطه T_s کوچکتر از دمای حجم سیاهچاله می‌باشد.

$$T_s < T_h \quad (16.3)$$

در این صورت اگر مقدار $f(r)$ را مانند حالت ایستا یک فرض کنیم برای کنش نامبوگوتو خواهیم داشت:

$$S_{NG} = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma b^2 \sqrt{1 - v^2 + \xi'^2} \quad (17.3)$$

و نیز رابطه $\xi'(r)$ را می‌توان ساده‌تر نوشت:

$$\xi'(r) = \frac{1}{\gamma} \frac{\pi}{\sqrt{b^4(r) - \pi^2}} \quad (18.3)$$

که در آن γ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \quad (19.3)$$

در این حالت نیز مانند کوآرک ساکن لازم است که $0 \leq \pi \leq b_m^2$ باشد.

مقدار کنش نامبوگوتو برای مقدار بحرانی $\pi = b_m^2$ کمینه می‌شود.

با مشتق‌گیری از کنش نامبوگوتو نسبت به $\xi'(r)$ در حالت بحرانی یعنی زمانی که $r \rightarrow r_m$ و

$\pi = b_m^2$ ، عبارتی را که به دست می‌آید به تکانه ریسمان π_ξ نسبت می‌دهیم که همان نیروی وارد بر

کوآرک متحرک می‌باشد و یا به عبارتی نیرویی است که جفت‌شدگی کوآرک به پلاسما را ایجاد می‌کند، (رابطه ۲۲.۳). این نیرو در امتداد ریسمان قرار دارد و البته با توجه به روابط به دست آمده نمی‌تواند یک نیروی اصطکاکی باشد زیرا مستقل از سرعت کوآرک است.

$$\pi_\xi = \frac{\delta S_{NG}}{\delta \xi'} = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \frac{b^2 \xi'}{\sqrt{1-v^2 + \xi'^2}} \quad (20.3)$$

چون

$$\pi = \frac{b^2 \xi'}{\sqrt{1-v^2 + \xi'^2}}$$

و در شعاع بحرانی $\pi = b_m^2$ ، برای π_ξ می‌توانیم بنویسیم:

$$\pi_\xi = -\frac{b_m^2}{2\pi l_s^2}. \quad (21.3)$$

عبارت طرف راست رابطه بالا برابر است با σ_c ، کشش ریسمان محصور که معادل است با نیروی ثابتی که کوآرک در نتیجه وجود ریسمان درک می‌کند.

$$\langle F \rangle = \pi_\xi = -\sigma_c. \quad (22.3)$$

به منظور پیدا کردن متریک زمینه برای یک کوآرک متحرک با مختصات

$$X^\mu = (t = \tau, x^i = v^i t + \xi^i(r), r = \sigma) \quad (23.3)$$

از متریک القایی زیر

$$g_{ab} = \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu G_{\mu\nu} \quad (24.3)$$

که در آن $a, b = \tau, \sigma$ می‌باشند، با توجه به قطری بودن $G_{\mu\nu}$ ، استفاده می‌کنیم:

$$g_{\tau\tau} = \partial_\tau X^\mu \partial_\tau X^\nu G_{\mu\nu} = -b^2(1-v^2) \quad (25.3)$$

$$g_{\sigma\sigma} = \partial_\sigma X^\mu \partial_\sigma X^\nu G_{\mu\nu} = b^2(1+\xi'^2) \quad (26.3)$$

$$ds^2 = g_{tt} dt^2 + g_{rr} dr^2 \quad (27.3)$$

با استفاده از روابط بالا داریم:

$$ds^2 = b^2(r) \left((-f(r) + v^2) dt^2 + \left(\xi'^2 + \frac{1}{f(r)} \right) dr^2 \right) \quad (28.3)$$

در نهایت با جایگذاری تعریف $\xi'(r)$ از رابطه ۱۴.۳ و ساده سازی روابط به معادله زیر می‌رسیم:

$$ds^2 = b^2(r) \left(-\frac{dt^2}{\gamma^2} + \frac{b^4 - b_m^4 v^2}{(b^4 - b_m^4)} dr^2 \right) \quad (29.3)$$

برای به دست آوردن این رابطه مقدار $f(r)$ را برابر با یک و برای π در تعریف $\xi'(r)$ مقدار آن در حالت بحرانی، b_m^2 را قرار داده‌ایم.

متریک ۲۹.۳ مشابه متریک القایی مربوط به کوآرک ساکن در حالت بحرانی ۳۲.۲ است که در فصل قبل به دست آوردیم و تنها در یک ضریب برای dt^2 تفاوت دارد. عبارت γ یک عامل اتساع زمانی است که در نتیجه سرعت کوآرک ایجاد شده است.

۳.۳ بررسی نوسانات کوآرک متحرک

در این فصل ما کوآرکی را در نظر گرفته‌ایم که متحرک و دارای سرعت v می‌باشد. یعنی فرض می‌کنیم کوآرک درون ماده در حرکت است. می‌دانیم ذره متحرکی که درون یک ماده قرار دارد به دلیل برخورد با ذرات درون آن ماده حرکتی خواهد داشت که اصطلاحاً به آن حرکت تصادفی می‌گویند و همانطور که قبلاً اشاره کردیم این حرکت تصادفی با معادله لانژون قابل حل است. اما بر طبق تناظر AdS/CFT حرکت تصادفی ذرات در ماده را می‌توان به نوسانات بسیار کوچک ریسمان متناظر با آن ذره نسبت داد. بنابراین همانند فصل قبل که به بررسی نوسانات ریسمانی کلاسیکی متناظر با کوآرک ساکن پرداختیم در این بخش نیز با افزودن اختلال $\delta X^i(r, t)$ به مختصات فضا زمانی ریسمان متحرک نوسانات آن را مطالعه می‌کنیم.

$$X^\mu(\tau, \sigma) = (t = \tau, r = \sigma, X^i = v^i t + \xi^i(r) + \delta X^i(r, t)) \quad (30.3)$$

این ریسمان متصل به یک کوآرک متحرک با سرعت ثابت v و دارای اختلالاتی به صورت $\delta X^i(r, t)$ می‌باشد.

$i = 1, 2, 3$ ، و این بدین معنی است که ریسمان می‌تواند در سه جهت x ، y و z گسترش پیدا کند، همچنین نوسان‌های مربوط به آن نیز در این سه جهت فضایی مجاز هستند. اما همانطور که در بخش قبل اشاره شد ما حالتی خاص از این شرایط را در نظر می‌گیریم.

ما در این جا فرض می‌کنیم ریسمان در جهت x کشیده شده و دارای نوساناتی در همان جهت می‌باشد. از طرفی بردار واحد سرعت کوآرک \vec{v} را با بردار واحد جهت ریسمان $\vec{\xi}$ ، موازی می‌گیریم. برای به دست آوردن کنش نامیوگوتو مطابق فرمول زیر

$$S = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma L \quad (31.3)$$

که در آن L ، چگالی لاگرانژی و برابر است با:

$$L(\dot{X}^\mu, X'^\mu) = \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} \quad (32.3)$$

ابتدا مشتقات زمانی و فضایی X^μ را به دست می‌آوریم.

$$\dot{X}^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} = (1, 0, v + \delta\dot{x}) \quad (33.3)$$

$$X'^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} = (0, 1, \xi' + \delta x') \quad (34.3)$$

$$\dot{X}^2 = \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu G_{\mu\nu} = G_{tt} + v^2 G_{xx} + 2v\delta\dot{x}G_{xx} + \delta\dot{x}^2 G_{xx} \quad (35.3)$$

$$X'^2 = X'^\mu X'^\nu G_{\mu\nu} = G_{rr} + \xi'^2 G_{xx} + 2\xi'\delta x'G_{xx} + \delta x'^2 G_{xx} \quad (36.3)$$

$$\dot{X} \cdot X' = v\xi'G_{xx} + v\delta x'G_{xx} + \xi'\delta\dot{x}G_{xx} + \delta\dot{x}\delta x'G_{xx} \quad (37.3)$$

با جایگذاری این اطلاعات در رابطه ۳۲.۳ و بسط آن تا مرتبه دوم از δx برای L داریم:

$$\begin{aligned} L = & \sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{-2\xi'G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \delta x' \right. \right. \\ & + \frac{-2vG_{xx}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \delta\dot{x} + \frac{-G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \delta x'^2 \\ & + \left. \frac{-G_{xx}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \delta\dot{x}^2 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{-2\xi'G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \delta x' \right. \\ & + \left. \frac{-2vG_{xx}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \delta\dot{x} + \frac{-G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \delta x'^2 \right) \end{aligned}$$

$$+ \frac{-G_{xx}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \delta x'^2 + \dots] \quad (38.3)$$

پس از ساده سازی و صرف نظر کردن از توان اول δx و $\delta x'$ قسمتی از کنش نامبو گوتو متناسب می شود با:

$$S \propto \sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}}} \frac{-G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\lambda} \frac{(-2\xi'G_{tt}G_{xx})^2}{(-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr})^2} \right) \delta x'^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}}} \frac{-G_{xx}G_{rr}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\lambda} \frac{(-2vG_{xx}G_{rr})^2}{(-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr})^2} \right) \delta x^2 \right] \quad (39.3)$$

ضریب $\delta x'^2$ یعنی عبارت

$$\sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \left[\frac{1}{\sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}}} \frac{-G_{tt}G_{xx}}{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}} \right. \\ \left. - \frac{1}{\lambda} \frac{(-2\xi'G_{tt}G_{xx})^2}{(-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr})^2} \right]$$

را با جایگذاری $G_{\mu\nu}$ از متریک اولیه به دست می آوریم:

$$\frac{1}{\sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}}} \left[b^2 \sqrt{1 + \xi'^2 - v^2} \left(\frac{(1 - v^2)}{(1 + \xi'^2 - v^2)^2} \right) \right] = \frac{1}{\sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}}} \left(\frac{b^2(1 - v^2)}{(1 + \xi'^2 - v^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (40.3)$$

برای ضریب δx^2 نیز به همین ترتیب خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}}} \left[b^2 \sqrt{1 + \xi'^2 - v^2} \left(\frac{-(1 + \xi'^2)}{(1 + \xi'^2 - v^2)^2} \right) \right] = \frac{1}{\sqrt{-G_{tt}G_{rr} - \xi'^2 G_{xx}G_{tt} - v^2 G_{xx}G_{rr}}} \left(\frac{b^2(1 + \xi'^2)}{(1 + \xi'^2 - v^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (41.3)$$

روابط ۴۰.۳ و ۴۱.۳ به ترتیب ضرایب $\delta x'^2$ و δx^2 در کنش ۳۹.۳ مربوط به ریسمانی متحرک دارای اختلالاتی به شکل δx^i می باشند.

در فصل قبل معادلات حرکت برای نوسانات عمود و موازی با جهت ریسمان را به دست آوردیم. در این فصل نیز به بررسی این معادلات برای ریسمان متحرک می پردازیم. بدین منظور از معادله میدان کلی به شکل زیر استفاده می کنیم:

$$\partial_a [g_{ij}^{ab} \partial_b \delta X^j] = 0 \quad (42.3)$$

روش کار مانند محاسبات مربوط به کوارک ایستا می‌باشد. با این تفاوت که در این جا به دلیل وجود سرعت کوارک و پارامتر γ ، بسامد ω به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\omega \longrightarrow \gamma\omega \quad (۴۳.۳)$$

بنابراین برای نوسانات موازی با جهت ریسمان با توجه به تانسورهای ۷۴.۲ در فصل دو، می‌نویسیم:

$$\partial_t [g_{\parallel\parallel}^{tt} \partial_t \delta X^{\parallel}] = -R \gamma^2 \omega^2 \delta X^{\parallel} \quad (۴۴.۳)$$

$$\partial_r [g_{\parallel\parallel}^{rr} \partial_r \delta X^{\parallel}] = \partial_r \left(\frac{R^3}{b^4} \partial_r \delta X^{\parallel} \right) \quad (۴۵.۳)$$

همچنین برای نوساناتی که عمود بر جهت ریسمان هستند این معادلات به صورت زیر است:

$$\partial_t [g_{\perp\perp}^{tt} \partial_t \delta X^{\perp}] = \frac{b^4}{R} \gamma^2 \omega^2 \delta X^{\perp} \quad (۴۶.۳)$$

$$\partial_r [g_{\perp\perp}^{rr} \partial_r \delta X^{\perp}] = \partial_r (R \partial_r \delta X^{\perp}) \quad (۴۷.۳)$$

با استفاده از رابطه ۴۲.۳ شکل کلی معادلات حرکت مربوط به نوسانات عرضی و طولی ریسمان متناظر با کوارک متحرک با سرعت v به دست می‌آیند.

$$\partial_r [R \partial_r \delta X^{\perp}] + \frac{b^4}{R} \gamma^2 \omega^2 \delta X^{\perp} = 0 \quad (۴۸.۳)$$

$$\partial_r \left[\frac{R^3}{b^4} \partial_r \delta X^{\parallel} \right] + R \gamma^2 \omega^2 \delta X^{\parallel} = 0 \quad (۴۹.۳)$$

در این روابط R را به شکل زیر تعریف کرده بودیم:

$$R \equiv \sqrt{b^4(r) - b_m^4}. \quad (۵۰.۳)$$

این فصل بیان می‌کند که با در نظر گرفتن سرعت برای کوارک همسانگردی^۱ در مرز شکسته خواهد شد زیرا جهت سرعت مستقل از جهت حرکت ریسمان است. در آن صورت مطالعه شکل ریسمان پیچیده‌تر خواهد شد. ما برای فهم بیشتر مطلب یک جهت خاص به سرعت نسبت دادیم. کنشی که در

^۱Isotropy

این شرایط برای ریسمان به دست آورديم به جهت سرعت بستگی نداشت درحالیکه خود سرعت در این فرمول ظاهر می‌شد.

همچنین به ریسمان متصل به کوارک متحرک نوساناتی را نسبت دادیم و دانستیم کنش مربوط به آن مانند کوارک ساکن دارای جملات $\delta x'^2$ و $\delta \dot{x}^2$ می‌باشد. با این تفاوت که در حالت اول سرعت کوارک نیز به شکلی به ضریب این جملات اضافه می‌گردد.

همین‌طور اگر معادلات حرکت مربوط به ریسمان متحرک را که به دست آوردیم با این معادلات برای ریسمان متناظر با کوارک ساکن مقایسه کنیم متوجه می‌شویم که مشتق زمانی معادلات حرکت برای کوارک متحرک نسبت به کوارک ساکن دارای عبارت γ^2 می‌باشد. می‌دانیم $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$ یک عامل اتساع زمانی است که انتظار می‌رفت در نتیجه سرعت کوارک ظاهر شود.

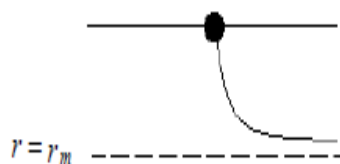
فصل ۴

نتیجه گیری

با توجه به مباحثی که در فصل دوم بررسی کردیم کوارک آزمون سنگین در نظر گرفته شده است. این کوارک در ابتدا ساکن فرض شده بود. در این پایان نامه بنا بر نظریه کوانتومی رنگ که مربوط به دینامیک کوارک‌ها است، حد انرژی پایین را در نظر گرفته ایم. این بدین معنی است که طبق اصل حبس کوارکی، کوارک نمی‌تواند از هادرون خارج شود. هنگامی که با بالا رفتن دما و فشار، گذار فاز اتفاق افتاده و کوارک‌ها آزاد شوند انرژی آن‌ها نیز زیاد می‌شود.

همچنین گفته شد اگر کوارک ساکن درون پلاسمای کوارک گلوئون را در نظر گرفته و با استفاده از تناظر AdS/CFT آن را مطالعه کنیم شکل ریسمان به صورت خط مستقیم خواهد بود که البته این نتیجه قابل انتظار است. به عبارتی دوگان یک کوارک ساکن در AdS/CFT ریسمانی است که از مرز تا شعاع هولوگرام بی‌نهایت که متناسب با سیاهچاله است به صورت یک خط راست و مستقیم کشیده می‌شود.

کوارک محبوس در درون هادرون براساس هولوگرافی متناظر با انتهای یک ریسمان است. همان‌طور که در فصل دوم توضیح داده شد برای معرفی حد انرژی پایین از یک برش در فضا زمان استفاده کرده‌ایم. در واقع قرار داشتن کوارک درون هادرون را می‌توان به یک حد برای ریسمان در بعد هولوگرام فضا زمان AdS/CFT نسبت داد. با حل کنش ریسمان و به دست آوردن معادلات حرکت در فصل دوم به نکته جالب توجهی برخورد کردیم. طبق معادلات به دست آمده دانستیم در یک پس‌زمینه محصور شکل ریسمان تغییر خواهد کرد. در این شرایط برخلاف حالت سیاهچاله شکل ریسمان به صورت یک خط مستقیم نخواهد بود بلکه با وجود یک حد در بعد هولوگرام، ریسمان با این سطح که آن را افق محصور نامیدیم به صورت مجانب در می‌آید. ریسمان در یک زمینه محصور برخلاف انتظار خمیدگی دارد. این مطلب در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۱.۴: کوارک ساکن معادل با ریسمان مستقیم در هندسه محصور شده.

به عنوان کاربردی از تصویر به دست آمده از کوآرک ساکن محبوس درون هادرون حرکت تصادفی آن را با استفاده از AdS/CFT مطالعه کردیم. در این بخش نیز از کنش نامبوگوتو استفاده کرده و آن را تا حد مرتبه‌ی توان دوم دامنه‌ی نوسان‌ها بسط دادیم. نتایجی که از این معادلات به دست آمد نشان داد برای یک ریسمان واقع شده در زمینه محصور تمام نوسانات ریسمان یکسان نیستند بلکه آن دسته از نوساناتی که در راستای کشیده شدن ریسمان قرار دارند متفاوت با نوسانات عمود بر آن می‌باشند. نوسانات موازی با ریسمان را مدهای طولی و نوع دیگر آن‌ها را مدهای عرضی ریسمان نامیدیم. حال به مقایسه نتایج، با حرکت تصادفی کوآرک ساکن در پلاسمای کوآرک گلوئون می‌پردازیم. براساس AdS/CFT در این مورد بایستی در هندسه یک افق سیاهچاله معرفی کنیم چرا که دما صفر نیست. نتایجی که به دست آمد نشان داد این نوسان‌ها در نزدیکی افق سیاهچاله یکسانند.

همان‌طور که در بخش ۵.۲ دیدیم در معادله‌های نوسان‌های مربوط به ریسمان محصور شده T_m را دما معرفی کردیم. برای فهم این مسأله که آیا T_m می‌تواند واقعاً به عنوان دما تفسیر شود یا نه باید رفتار نوسان‌ها را به دقت تحلیل کرد. با مطالعه آن‌ها درمی‌یابیم که نوسان‌ها از حالت دمای صفر پیروی می‌کنند. در اصل در این حالت وجود این دما به دلیل ایجاد حالت‌های کوانتومی است. در حقیقت متریک القایی جهان سطح در سیاهچاله قرار ندارد بلکه این نوسانات در خلاء ($T = 0$) قرار دارند.

با این وجود این مطلب که معادله نوسانات عرضی در نزدیک افق مانند حالت سیاهچاله هستند با دمای T_m نتایج مهمی را به دنبال دارد، به عنوان مثال مدهایی با طول موج بلند و انرژی کم که یک رفتار اتلافی را در خلاء نشان می‌دهند، اساس اصطکاکی هستند که از دینامیک حالت محصور نتیجه می‌شود. در فصل سوم به کوآرک آزمون مورد نظر یک سرعت ثابت v نسبت دادیم. در این صورت تفاوت اصلی با حالت قبل یعنی کوآرک ساکن، در شکسته شدن همسانگردی است. زیرا سرعت کوآرک جهت دلخواهی را انتخاب می‌کند؛ کوآرک می‌تواند در جهت ریسمان حرکت کند یعنی بردار سرعت آن با بردار راستای ریسمان هم‌جهت باشد و یا اینکه این دو بردار دارای زاویه دلخواه θ باشند. که البته ما در این تحقیق به بررسی حالت خاص یعنی زمانی که بردار یک سرعت با بردار واحد جهت ریسمان موازی می‌باشد پرداختیم.

با حل معادله حرکت کوآرک محصور دارای سرعت v رابطه‌ای برای شکل ریسمان پیدا کردیم که از مقایسه آن با رابطه مربوط به شکل ریسمان ساکن که در فصل دو بررسی شد نتیجه‌ای که به دست آمد نشان می‌داد که وجود سرعت برای کوآرک باعث تغییر شکل ریسمان متناظر با آن نسبت به حالت ساکن می‌شود.

تفاوت این دو رابطه و همین طور متریک‌های مربوط به کوآرک ساکن و متحرک ناشی از وجود عبارتی بود که می‌توان آن را یک عامل اتساع زمانی ایجاد شده از سرعت کوآرک دانست.

در ادامه نوسانات ریسمان محصور را بررسی کردیم که طبق تناظر AdS/CFT ، دوگان یک کوآرک متحرک بود. معادله میدان برای این ریسمان را به دست آوردیم که در نتیجه‌ی وجود سرعت و البته عامل اتساع زمانی با معادله میدان حالت کوآرک ساکن متفاوت بود.

همچنین مانند فصل دوم این معادله میدان را برای نوسانات طولی و عرضی ریسمان به طور جداگانه به دست آوردیم.

نتایجی که در این تحقیق به دست آوردیم مربوط به کوآرکی با جرم بسیار زیاد است. به منظور بررسی ارتباطی که این بحث با مشاهدات برخورد یون سنگین دارد باید مواردی مانند اثر وجود جرمی محدود برای کوآرک را در نظر بگیریم.

دو نتیجه اول که در ادامه مطرح می‌شوند مربوط به ریسمان کشیده در زمینه سیاهچاله‌اند و سومین مورد با حالت محصور شده مرتبط می‌باشد.

۱- حد بالا روی تکانه کوآرک

نقطه انتهایی ریسمانی که به یک کوآرک با جرم محدود متصل است بایستی در حدی غیر صفر (بیشتر از $r = 0$) از مختصات شعاعی که تقریباً با عکس جرم کوآرک متناسب است قرار بگیرد، $r_q \sim \frac{1}{M_q}$. همین‌طور هنگامی که افق جهان سطح r_s ، که برای کوآرک با سرعت غیر صفر خارج از افق سیاهچاله قرار دارد، به مقدار بیش از r_q به سمت مرز میل می‌کند در آن صورت جوابی برای ریسمان کشیده سیاهچاله وجود ندارد. به دلیل اینکه r_s با افزایش سرعت کوآرک، کاهش می‌یابد یک حد بالا P_{max} برای تکانه کوآرک به دست می‌آید.

۲- حد بالا روی بسامد نوسانات

کنش مرزی دارای شکل صحیحی از یک جمله جنبشی کوآرک تحت شرط $\omega \gamma r_q < 1$ می‌باشد که این حد بالایی برای بسامد نوسانات ایجاد می‌کند، $\omega < \omega_{max} \approx \frac{M_q}{\gamma}$.

γ در این عبارت عامل لورنتز می‌باشد.

۳- یک حد پایین روی بسامد نوسانات

در نهایت برای ریسمانی که در یک زمینه محصور قرار دارد و متناظر است با کوآرکی با جرم محدود یک حد بالا روی نوار شار وجود دارد (که می‌توان گفت همان طول ویژه ریسمان است)، $L_{max} \approx 2\gamma \frac{M_q}{\sigma_c}$. کشش ریسمان می‌باشد.

ریسمانی که دارای طولی بلندتر از این حد باشد آماده تجزیه شدن به یک جفت کوارک و پادکووارک جدید است. به عبارتی برای کووارک دارای جرم محدود بیشترین فاصله‌ای که پادکووارک می‌تواند داشته باشد همان حد L_{max} است. بنابراین زمانی که برای بازگشت اطلاعات از پادکووارک نیاز است از مرتبه‌ی L_{max} می‌باشد.

این نتیجه تنها برای مدهایی با بسامد $\omega > \omega_{min} \approx \frac{\sigma_c}{\gamma M_q}$ برقرار است. این حدود وابسته به سرعت کووارک به عنوان یک پارامتر خارجی هستند. این موارد در مراجع [۹] و [۱۰] توضیح داده شده است.

مراجع

- [1] E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, *The confining trailing string*, arXiv:1311.2611v1 [hep-th] 11 Nov 2013.
- [۲] گریفیث، دیوید جفری، ”مقدمه ای بر ذرات بنیادی“، ترجمه حمید رضا مشفق، سلیمه کیمیاگر، تهران: مرکز نشر دانشگاهی، (۱۳۸۵).
- [۳] عظیم فرد، الف، (۱۳۹۰)، پایان نامه ارشد، مطالعه پتانسیل کوارک پادکوارک با استفاده از همسانی AdS/CFT ، فیزیک، دانشگاه شاهرود.
- [4] M. Natsuume, *AdS/CFT Duality User Guide*, arXiv:1409.3575v2 [hep-th] 16 Jan 2015.
- [5] B. Zwiebach, *A First Course in String Theory*, Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-88032-9.
- [6] برزهکار، ح، (۱۳۹۱)، پایان نامه ارشد، مطالعه ریسمان باز در میدان غیر نسبیتی، فیزیک، دانشگاه شاهرود.
- [7] U. Gursoy and E. Kiritsis, *Exploring improved holographic theories for QCD: Part I*, JHEP 0802 (2008) 032 [arXiv:0707.1324][hep-th].
- [8] U. Gursoy, E. Kiritsis and F. Nitti, *Exploring improved holographic theories for QCD: Part II*, JHEP 0802 (2008) 019 [arXiv:0707.1349][hep-th].

-
- [9] U. Gursoy, E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, *Langevin diffusion of heavy quarks in non-conformal holographic backgrounds*, arXiv:1006.3261v3 [hep-th] 27 Dec 2010.
- [10] E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, *Dressed spectral densities for heavy quark diffusion in holographic plasmas*, J. Phys. G 39, 054003 (2012) [ArXiv:1111.1008 [hep-th]].
- [11] U. Gursoy, E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, *Deconfinement and Gluon Plasma Dynamics in Improved Holographic QCD* Phys. Rev. Lett. 101, 181601 (2008) [ArXiv:0804.0899][hep-th].
- [12] U. Gursoy, E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, *Holography and Thermodynamics of 5D Dilaton-gravity* JHEP 0905 (2009) 033 [ArXiv:0812.0792][hep-th].
- [13] E. Witten, *Anti-de sitter space, Thermal phase Transition, And confinement In Gauge Theories* [ArXiv:9803131v2][hep-th].
- [14] s. s. Gubser, *Momentum fluctuations of heavy quarks in the gauge-string duality*, Nucl. Phys. B 790 (2008) 175 [ArXiv:hep-th/0612143].
- [15] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, *Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions*, arXiv:1101.0618v2 [hep-th] 8 Aug 2012.
- [16] D. Giataganas, *Properties of Confinement in Holography*, arXiv:1505.07065v1 [hep-th] 26 May 2015.

- [۱۷] فرهبد نیا، م، (۱۳۹۳) پایان نامه ارشد، ”در نظر گرفتن تأثیرات غیرنسبیتی بر تابش کوآرک چرخان با استفاده از تناظر AdS/CFT ”، فیزیک، دانشگاه شاهرود.

Abstract

According to the AdS/CFT correspondence, a single quark's dual is a string which is extended from the quark to the bulk space. Using the equation of motion obtained from the string's action in black hole metric, its feature is straight and is extended from boundary to black hole's horizon.

In this thesis we analyze string's feature in confining background. This means that we consider in the bulk space a cut off. In the other word relating the holographic radius with energy indicate in the boundary theory that bulk confinement is proportional with quark when it is in hadron. By the results obtaining from solving equations motion of, if the quark isn't free, its corresponding string hasn't been reached the blackhole's horizon but is bended in one limit of holographic dimension which we named it "confining horizon" and is continued stretched along with this asymptotic.

We also analyze a moving quark with constant velocity v . In this case, similar to static quark, the string's feature is also confined asymptotically by horizon but with this difference that the value of quark's velocity is entered in equation, although its direction hasn't any influence on string's feature.

In the other part of this thesis small oscillations of string are studied and the equation of motion them are studied for both static and moving quarks. These oscillations are divided in two type; transverse and longtitude with respect to the string direction. of course this seperations mode limited to the case of confinement geometry. According to the obtained results in blackhole's background, the transverse and longtitude oscillation are equal also there is an upper bound for them. While there is a lower bound for oscillation in confinement geometry.

Keywords: AdS/CFT correspondence, Quark Gluon plasma, confining background, Langevin diffusion.



Shahrood University
Faculty Of Physics

Dissertation Submitted in Partial
Fulfillment of The Requirements For The
Degree of Master of Science in
Physics

**Study of the classical open string in a
confining bulk background**

Supervisor

Dr. K. Bitaghsir Fadafan

Advisor

Dr. M. Sarkardeie

by

Maryam Karimi Jafari

sep 2015