بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده : فیزیک
گروه : ذرات بنیادی

مدل دوگانه هیگز دوتایی

دانشجو : صابر زرین کمر

استاد راهنما :دکتر علی اکبر رجبی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

ماه و سال انتشار : بهمن ۱۳۸۷

به معلم عزیزم
جناب آقای هوشنگ غفوریان
برای همه ی خوبی ها و زحمات بی دریغشان
و همه ی آن چه بسیاری مانند من به ایشان مدیونیم...

از همه اساتید و عزیزانم که در به فرجام رسانیدن این پایان نامه همراهیم کردند، با تمام احساس قدردان و سپاسگزارم، بویژه از:

جناب آقای دکتر علی اکبر رجبی، که همواره مشوق و راهگشای مشکلات من بودند.
جنای آقای دکتر حسن حسن آبادی، که بسیار از ایشان آموخته ام و بی دریغ ″معلم″ اند.
جناب آقای دکتر حسین موحدیان، که هیچ لطفی را از من دریغ نکردند.
دوست عزیزم، جناب آقای علیرضا بی آرام، که به دوستی ایشان می بالم.

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج دراین پـایان نامه (رساله) نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

ماه و سال

چکیده

علی رغم آن که مدل استاندارد برهمکنشهای الکتروضعیف پیش بینی های برجسته ای داشته است، هنوز بسیاری از سئوال ها بدون پاسخ مانده اند. به طور خاص، نمی توان پاسخ مطمئنی به این سئوال داد که "چه مکانیزمی باعث شکست تقارن پیمانه ای می شود؟". صرف نظر از دینامیک مدل استاندارد، سناریوهای مختلفی مانند بوزون های هیگز ابرتقارن انرژی پایین، مدلهای هیگز کوچک، نظریه های ابعاد بالاتر EWSB و نواحی EWSB با جفت شدگی قوی برای توجیه ماهیت شکست تقارن الکتروضعیف پیشنهاد شده اند. هر چند در مدل استاندارد شکست تقارن $SU(2)\times U(1)\times SU(3)$ از طریق مکانیزم هیگز توجیه، و یک دوتایه هیگز معرفی می شود. با این وجود هیچ دلیل بنیادینی وجود ندارد که ناحیه هیگز تنها دارای یک دوتایه باشد و مدل هایی با چند دوتایه در بسیاری از مدلها، مانند مدلهای ابرتقارنی و همچنین مدل هایی که در آنها شکست خود به خودی CP رخ می دهد ضروری هستند چراکه معرفی یک ناحیه هیگز غیرمینیمال به منابع جدیدی برای نقض CP منجر میشود و چارچوب مناسبی برای بررسی پدیده هایی با تغییر طعم را نیز فراهم می آورد.

در این پایان نامه، علاوه بر مروری بر مدل دوتایه هیگز دوتایی، روشی برای بررسی شرط مثبت بودن در این مدل ارائه میدهیم. رهیافت ما می تواند برای بررسی این شرط در گروه وسیعی از مدلهای سه تایه هگیز نیز مورد استفاده قرار گیرد.

کلمات کلیدی : شکست تقارن، مکانیزم هیگز، مدل دوتایه هیگز دوتایی

مقالات مستخرج از پایان نامه

1- Mass terms in CP-conserving Weinberg 2HDM; accepted for publication in International Journal of Modern Physics E (IJMPE).

2- Mass terms of CP-violating Weinberg 3HDM at charge-breaking vacuum; accepted for publication in Journal of Modern Physics E (IJMPE).

فهرست

عنوان	صفحه

ضمیمه الف

تعیین کمینه های پتانسیل و ویژه حالت های جرمی

ضمیمه ب

ضمیمه ج

مقدمه

مدل استاندارد[1] فیزیک ذرات در توصیف بسیاری از پدیده های مقیاس کوچک بسیار موفق بوده است. با این وجود ، این مدل دارای مشکلاتی است که وجود مباحثی تحت عنوان فیزیک فراتر از مدل استاندارد را محتمل می کند. برای بیان انگیزه مطالعه مدل دوگانه هیگز دو تایی[2]،که یکی از ساده ترین مدل های کامل تر از مدل استاندارد است ، لازم است به دو موضوع بسیار مهم اشاره کنیم.

شاید بتوان گفت که دو مورد از برجسته ترین ایده های موفق مدل استاندارد عبارتند از (۱) بسط اصل ناوردایی پیمانه ای و (۲) معرفی پدیده شکست خود به خود تقارن[3].

ناوردایی پیمانه ای موضعی به تولید بوزونهای به اصطلاح پیمانه ای و بر هم کنشهای این بوزونهای پیمانه ای با ماده (فرمیونها) می شود (برهم کنش بین خود بوزونها تنها زمانی رخ می دهد که گروه پیمانه ای غیر آبلی باشد).از طرف دیگر ترکیب ناوردایی پیمانه ای موضعی با SSB به مکانیزم هیگز منجر می شود که جرم های بوزونهای برداری ضعیف و فرمیونها را موجب می شود.

در ادامه مروری مختصر بر هر دوی این پدیده ها با تأکید بر مکانیزم هیگز ارائه می شود چرا که $2HDM$ تو سعه بخش شکست تقارن می باشد.

۱-۱ ناوردایی پیمانه ای موضعی

از الکترودینامیک کلاسیک می دانیم که معادلات ماکسول تحت یک تبدیل پیمانه ای موضعی به فرم $A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \lambda(x)$ ناوردا هستند که در این رابطه A_μ چهار بردار پتانسیل است. از طرف دیگر ، لاگرانژین آزاد دیراک عبارتست از

$$L_{free} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \qquad (1-1)$$

[1] Standard Model
[2] Two-Higgs-Doublet Model (2HDM)
[3] Spontaneous Symmetry Breaking (SSB)

می توان دید که چنین لاگرانژینی تحت تغییر فاز $\psi \to e^{i\theta}\psi$ ناورداست. با در ذهن داشتن تقارن پیمانه ای موضعی در الکترودینامیک که به آن اشاره شد ، ممکن است این سئوال به ذهن برسد که آیا می توان تقارن گلوبال را به تقارن موضعی توسعه داد؟ و اگر پاسخ مثبت است ، پیامد های فیزیکی چنین کاری چه خواهند بود؟ می توان نشان داد که با جایگزینی مشتق هموردا $D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu$ به جای مشتق نرمال ∂_μ به این خواسته می رسیم (A_μ یک میدان چهار برداری است که وقتی تبدیل موضعی $\psi \to \exp\left(-i\lambda(x)\right)\psi$ اعمال شود ، به صورت $A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu\lambda(x)$ تبدیل می شود. با انجام این کارها لاگرانژین (۱-۱) تبدیل می شود به

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - qA_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \mathcal{L}_{free} - J^\mu A_\mu$$

این لاگرانژین جدید تحت ترکیب تبدیلات $\psi \to \exp\left(-i\lambda(x)\right)\psi$ و $A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu\lambda(x)$ ناورداست. اکنون اگر A_μ را به عنوان چهار بردار پتانسیل الکترومغناطیسی تفسیر کنیم ، J_μ چهار بردار جریان الکترومغناطیسی خواهد بود. برای تکمیل لاگرانژین الکترودینامیک کوانتومی[1] (QED) تنها جمله جنبشی زیر را اضافه می کنیم که توصیف کننده انتشار فوتونهای آزاد است

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_{free} - J^\mu A_\mu - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

مشخص است که جمله جنبشی متناظر با فوتونهای آزاد دارای خاصیت ناوردایی پیمانه ای موضعی است. بنابر این ، بر هم کنش ماده_تابش با اعمال شرط موضعی بودن به اصل پیمانه ای تولید شده است. همچنین برای حفظ موضعی بودن، یک میدان چهار برداری (A_μ) را در مشتق هموردا وارد کرده ایم که یک میدان پیمانه ای نامیده می شود. پارامتر q به عنوان مولد تبدیلات گروه موضعی $\hat{U} = \exp(-iq\lambda(x))$ عمل می کند. در این حالت برای تحلیل تقارن ها از گروه چرخشی یک بعدی در فضای مختلط استفاده کرده ایم که در اصطلاح گروه $U(1)$ نامیده می شود. از طرفی در نظریه الکتروضعیف از گروه ماتریس های 2×2 یکانی استفاده می کنیم که دترمینان آنها یک است: گروه $SU(2)$ که یک گروه غیر آبلی است. پس از اعمال ناوردایی پیمانه ای موضعی به گروه کل $SU(2)\times U(1)$ چهار میدان پیمانه ای ظاهر می شوند که پس از برخی تبدیلات اضافی دیگر سه بوزون برداری ضعیف و فوتون را تولید می کنند.

[1] Quantum Electrodynamics (QED)

۱-۲ شکست خود به خود تقارن و مکانیزم هیگز

استفاده از ناوردایی پیمانه ای موضعی به عنوان یک اصل دینامیکی برای پیش بینی پدیدارشناسی فیزیک ذرات تکافو نمی کند چرا که این اصل به تنهایی به طیفی با بوزونهای پیمانه ای بدون جرم منجر می شود که با واقعیت خارجی همخوانی ندارند. مدل استاندارد پیش بینی می کند که این بوزونهای برداری جرمشان را از طریق پدیده شکست خود به خود تقارن کسب می کنند که در ادامه به توضیح آن می پردازیم.

برخی اوقات وقتی حالت خلأ (کمینه پتانسیل) یک سیستم دارای تبهگنی است، پس از انتخاب یکی از این حالت ها، کمینه دیگر تحت تقارن لاگرانژین ناوردا نیست و وقتی حالت خلأ دارای تقارن لاگرانژین نمی باشد، گفته می شود که تقارن بطور خود به خود شکسته شده است. وقتی چنین پدیده ای رخ می دهد، ذرات بدون جرم دیگری در طیف نهایی مشاهده می شوند که که در اصطلاح بوزونهای گلداستون[1] نامیده می شوند. با این وجود، چنانچه لاگرانژین دارای یک تقارن پیمانه ای موضعی باشد، بر هم کنش بین بوزونهای گلداستون و بوزونهای پیمانه ای به حالتی منتهی می شود که در آن بوزونهای پیمانه ای جرم به دست آورده اند و بوزونهای گلداستون از طیف حذف شده اند. به این پدیده مکانیزم هیگز گفته می شود. برای توضیح این پدیده از یک مدل بسیار ساده استفاده می کنیم که برهم کنش میان دو میدان اسکالر مختلط ϕ و ϕ^* را توصیف میکند و لاگرانژین متناظر با آن عبارتست از

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left|D^{\mu}\phi\right|^2 - V(\phi^*\phi) - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad ; \quad V(\phi) \equiv -\frac{1}{2}\mu^2\left|\phi\right|^2 + \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^*\phi)^2 \qquad (1-2)$$

که

$$\phi = \phi_1 + i\phi_2$$

یک میدان مختلط است و

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu$$

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

[1] Goldstone

این لاگرانژین دارای ناوردایی پیمانه ای موضعی است که با تبدیلات همزمان

$$\phi(x) \to \mathrm{e}^{-i\lambda q(x)}\,\phi(x) \;\; ; \;\; A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu \lambda(x) \qquad (1-3)$$

توصیف می شود. مشاهده می کنیم که اعمال شرط موضعی بودن منجر به بر هم کنش میدانهای اسکالر مختلط با یک میدان چهار برداری می شود. اگر $\mu^2 \prec 0$، پتانسیل $V(\phi)$ دارای یک کمینه واحد در $\phi = 0$ است که تقارن لاگرانژین را حفظ می کند. اما اگر $\mu^2 \succ 0$، لاگرانژین دارای مجموعه ای از حالتهای خلأ (کمینه) می باشد که بر روی دایره ای به شعاع μ/λ قرار دارند و

$$\left\langle |\phi|^2 \right\rangle = \left\langle \phi_1 \right\rangle^2 + \left\langle \phi_2 \right\rangle^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \equiv \nu^2$$

هریک از این حالتهای خلأ را می توان به عنوان یک حالت پایه در نظر گرفت اما هیچ کدام از آنها تحت یک چرخش فاز موضعی ناوردا نمی باشند. طبق تعریفی که ارائه شد، می گوییم تقارن لاگرانژین به طور خود به خود شکسته شده است. با انتخاب یک کمینه خاص مانند

$$\left\langle \phi_1 \right\rangle = \frac{\mu}{\lambda} \equiv \nu \;\; ; \;\; \left\langle \phi_2 \right\rangle = 0$$

می گوییم که میدان ϕ_1 یک مقدار انتظاری خلأ[1] (VEV) $\left\langle \phi_1 \right\rangle$ کسب کرده است. مناسب است میدانهای جدید زیر را معرفی کنیم

$$\eta \equiv \phi_1 - \upsilon; \qquad \xi \equiv \phi_2$$

با بسط لاگرانژین بر حسب این میدان های جدید داریم:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = &\left[\frac{1}{2}\left(\partial_\mu \eta\right)\left(\partial^\mu \eta\right) - \mu^2 \eta^2 \right] + \frac{1}{2}\left[\left(\partial_\mu \xi\right)\left(\partial^\mu \xi\right)\right] + \\
&\left[-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{q^2 \upsilon^2}{2} A_\mu A^\mu \right] \\
&-2iq\upsilon\left(\partial_\mu \xi\right) A^\mu + \\
&q\left[\eta\left(\partial_\mu \xi\right) - \xi\left(\partial_\mu \eta\right)\right] A^\mu + \upsilon q^2 \left(\eta A^\mu A_\mu\right) + \frac{q^2}{2}\left(\xi^2 + \eta^2\right) A_\mu A^\mu \\
&-\lambda\mu\left(\eta^3 + \eta\xi^2\right) - \frac{\lambda^2}{4}\left(\eta^4 + 2\eta^2\xi^2 + \xi^4\right) \\
&+\frac{\mu^2 \upsilon^2}{4}
\end{aligned}$$

[1] Vacuum Expectation Value (VEV)

طیف ذره ای شامل موارد زیر است:

۱- یک میدان η با جرم $\sqrt{2}\mu$.

۲- یک بوزون برداری A_μ که بر اثر VEV جرم $q\upsilon \succ 0$ را کسب کرده است.

۳- میدان بدون جرم ξ که بوزون گلداستون نامیده می شود.

با وجود این نتایج، لاگرانژین بالا چندان هم رضایت بخش نیست چرا که شامل جمله ای به فرم $A^\mu\left(\partial_\mu\xi\right)$ می باشد که تفسیر مشخصی در فرمول بندی فاینمن ندارد. خوشبختانه می توان میدان گلداستون را با استفاده از ناوردایی پیمانه ای لاگرانژین حذف نمود. با نوشتن معادله (1-3) بر حسب ϕ_1 و ϕ_2 داریم

$$\phi \to \phi' = e^{i\theta(x)}\phi = \left[\phi_1\cos\theta(x) - \phi_2\sin\theta(x)\right] + i\left[\phi_1\sin\theta(x) + \phi_2\cos\theta(x)\right]$$

که $\theta(x) = -q\lambda(x)$، و با استفاده از

$$\theta(x) = -\arctan\left(\frac{\phi_2(x)}{\phi_1(x)}\right) \qquad (1-4)$$

ϕ' را حقیقی به دست می آوریم. میدان پیمانه ای به صورت $A'_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu\lambda(x)$ تبدیل می شود. با این وجود این تبدیل پیمانه ای محتوای فیزیکی $A_\mu(x)$ را تغییر نمی دهد و می توانیم علامت پریم را حذف کنیم. با استفاده از تبدیلات پیمانه ای (۳-۱) و (۴-۱) (به عبارت دیگر برای این پیمانه خاص) لاگرانژین تبدیل می شود به

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = &\left[\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\eta\right)\left(\partial^\mu\eta\right) - \mu^2\eta^2\right] + \left[-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{q^2\upsilon^2}{2}A_\mu A^\mu\right] \\
&+ \left\{q\left[\eta\left(\partial_\mu\xi\right) - \xi\left(\partial_\mu\eta\right)\right]A^\mu + \upsilon q^2\left(\eta A^\mu A_\mu\right) + \frac{q^2}{2}\eta^2 A_\mu A^\mu - \lambda\mu\eta^3 - \frac{\lambda^2}{4}\eta^4\right\} \\
&+ \frac{\mu^2\upsilon^2}{4}
\end{aligned}$$

و از میدان بدون جرم ξ و تمامی بر هم کنشهای آن رهایی یافته ایم. از طرف دیگر، اکنون یک میدان اسکالر جرم دار η (یک ذره هیگز) و یک میدان چهار برداری A_μ (یک "فوتون" جرم دار) داریم. با شمارش تعداد درجات آزادی متوجه می شویم که یک درجه آزادی از بین رفته (یک بوزون گلداستون بدون جرم) درحالیکه یک درجه آزادی دیگر پدیدار شده است (قطبش طولی یک بوزون چهار برداری، یا به عبارت دیگر جرم بوزون). در اصطلاح گفته می شود که فوتون بوزون

گلداستون ξ را "خورده" است و از این طریق جرم به دست آورده است. این نتیجه به عنوان مکانیزم هیگز شناخته می شود. باید تأکید کرد که علاوه بر بوزون های برداری جرم دار، مکانیزم هیگز به درجه آزادی دیگری نیز منجر شده که متاظر با یک میدان اسکالر است که "ذره هیگز" را توصیف می کند. باید دقت داشت که مکانیزم هیگز از ترکیب اصل ناوردایی پیمانه ای موضعی و SSB ممکن می گردد. برای مثال، اگر SSB را با یک تقارن گلوبال ترکیب کنیم، آنچه بدست می آید تعدادی بوزون گلداستون بدون جرم است. دلیل این موضوع آن است که با یک تقارن گلوبال بوزونهای برداری ای تولید نمی شوند که چنین درجات آزادی ای را "بخورند". به بیان تخصصی تر، تعداد بوزونهای گلداستونی که پس از شکست خود به خود تقارن تولید می شوند برابر است با تعداد مولد های شکسته شده (قضیه گلد استون). در مدل استاندارد، مکانیزم هیگز سه بوزون برداری جرم دار $(W^{\pm},Z)$، یک بوزون برداری بدون جرم(فوتون) و یک ذره هیگز را تولید می کند که تا کنون کشف نشده است.

۱-۳ مکانیزم هیگز در مدل استاندارد

مکانیزم هیگز در مدل استاندارد فیزیک ذرات از ترکیب دو ایده ناوردایی پیمانه ای و SSB حاصل میشود. تقارن پیمانه ای موضعی $SU(2)_L\times U(1)_Y$ است و SSB از الگوی $SU(2)_L\times U(1)_Y\rightarrow U(1)_Q$ تبعیت می کند، که اندیس L به آن معناست که $SU(2)$ تنها بر روی دوگانه های چپ گرد (برای فرمیون ها) عمل می کند. Y نیز مولد گروه $U(1)$ است و Q به یک مولد شکسته نشده (بار الکترومغناطیسی) مرتبط است. شکست تقارن با معرفی یک دوگانه اسکالر به فرم

$$\Phi=\begin{pmatrix}\phi^{+}\\ \phi^{0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\phi_1+i\phi_2\\ \phi_3+i\phi_4\end{pmatrix}$$

صورت می گیرد که مانند یک دوگانه $SU(2)_L$ تبدیل می شود و بنابر این $Y=1$. برای رسیدن به SSB این دوتایی باید دارای یک VEV مخالف صفر باشد

$$\langle\Phi\rangle=\begin{pmatrix}0\\ \upsilon/\sqrt{2}\end{pmatrix}\qquad(1-5)$$

آن چه نسبت به مدل قبلی جدید است این است که تقارن موضعی اولیه $SU(2)_L \times U(1)_Y$ غیر آبلی است. مولدهای این گروه تقارنی عبارتند از τ_i و Y که به ترتیب متناظر با $SU(2)_L$ و $U(1)_Y$ هستند. مولدهای τ_i طبق تعریف عبارتند از

$$\tau_i \equiv \frac{\sigma_i}{2}$$

که σ_iها ماتریسهای پاًولی هستند. بنابراین چهار مولد مورد نظر از جبر لی زیر تبعیت می کنند:

$$\left[\tau_i, \tau_j\right] = i\varepsilon_{ij}^k \tau_k \quad ; \quad \left[\tau_i, Y\right] = 0$$

وقتی تقارن به طور خود به خود در پتانسیل شکسته می شود، دوگانه شکسته شده یک VEV کسب می کند و به سادگی میتوان دید که تمامی مولدهای $SU(2)_L \times U(1)_Y$ مولدهایی شکسته شده هستند:

$$\tau_1 \langle \Phi \rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \upsilon/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \quad ; \quad \tau_2 \langle \Phi \rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -i\upsilon/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0$$

$$\tau_3 \langle \Phi \rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ -\upsilon/\sqrt{2} \end{pmatrix} \neq 0 \quad ; \quad Y \langle \Phi \rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon/\sqrt{2} \end{pmatrix} \neq 0$$

با این وجود می توان با رابطه ژلمن- نیجیشیما[1] مولد شکسته نشده

$$Q = \left(\tau_3 + \frac{Y}{2}\right) \quad ; \quad Q\langle \Phi \rangle = 0$$

را تعریف کنیم بطوریکه طرح SSB از طریق $SU(2)_L \times U(1)_Y \to U(1)_Q$ صورت گیرد. طبق قضیه گلداستون، پس از شکست تقارن تعداد بوزونهای گلداستون تولید شده برابر است با تعداد مولدهای شکسته شده (که در حالت مربوط به تقارنهای موضعی برابر است با تعداد بوزونهای پیمانه ای جرمدار). بنابراین به جای کار با چهار مولد شکسته شده، با سه مولد شکسته شده و یک مولد شکسته نشده Q کار خواهیم کرد. در چنین وضعیتی فوتون بدون جرم باقی می ماند درحالیکه سه بوزون پیمانه ای دیگر جرمهای خود را کسب می کنند.

۱-۳-۱ پتانسیل هیگز

پتانسیل هیگز SSB و نیز جمله های مربوط به خود- برهم کنش بوزون اسکالر را تولید می کند. عمومی ترین پتانسیل قابل بازبهنجارش که تحت تبدیل $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ناورداست با رابطه

[1]Gellman-Nishijima

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 \qquad (1-6)$$

بیان می شود که μ^2 و λ پارامترهای آزاد نظریه هستند. از آنجا که برای کراندار بودن پتانسیل از پایین λ باید مثبت باشد، کمینه کردن پتانسیل (۶-۱) وقتی به SSB می انجامد که $\mu^2 \prec 0$. در این طرح $SU(2)_L \times U(1)_Y \to U(1)_Q$ که Q بار الکترومغناطیسی است. پس از SSB دوگانه هیگز یک VEV کسب می کند که از طریق آن دوگانه هیگز به ذره هیگز جرم می دهد و می تواند جرمهای بوزونهای برداری و فرمیونها را نتیجه بدهد.

۲-۳-۱ جمله جنبشی

وقتی دوگانه هیگز VEV کسب می کند، جمله جنبشی برهم کنشهای بین ذرات اسکالر را توصیف می کند و به بوزونهای برداری جرم می دهد. جمله جنبشی لاگرانژین عبارتست از

$$\mathcal{L}_{kin} = (D_\mu\Phi^\dagger)(D^\mu\Phi)^\dagger \quad ; \quad D_\mu \equiv \partial_\mu - \frac{ig'}{2}Y_\mu^4 W - ig\tau_i W_\mu^i \qquad (1-7)$$

که W_μ^i با $i=1,2,3$ میدانهای چهار برداری (ویژه حالتهای پیمانه ای) متناظر با سه مولد τ_i، یا به عبارت دیگر تقارن $SU(2)$ هستند. از طرف دیگر W_μ^4 یک میدان چهار برداری وابسته به مولد Y ، یا به عبارت دیگر تقارن $U(1)_Y$ است. g و g' به ترتیب بزرگیهای جفت شدگی‌های متناظر با W_μ^i و W_μ^4 هستند. پس از قطبی کردن ماتریس جرمی بوزونهای پیمانه ای ، به ویژه حالتهای جرمی زیر می رسیم

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \pm iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad ; \quad M_{W^\pm}^2 = \frac{1}{4}g^2\upsilon^2 \qquad (1-8)$$

$$M_Z^2 = \frac{1}{4}\upsilon^2(g^2 + g'^2) = \frac{M_W^2}{\cos^2\theta_W} \qquad (1-9)$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ W_\mu^4 \end{pmatrix} \qquad (1-10)$$

و بوزون پیمانه ای A_μ (فوتون) بدون جرم باقی می ماند. این موضوع به آن دلیل است که این بوزون به مولد شکسته نشده Q (بار الکترومغناطیسی)، یا به عبارت دیگر به تقارن باقیمانده $U(1)_Q$ مرتبط است.

۳-۳-۱ لاگرانژین یوکاوا

در نهایت لاگرانژینی را معرفی می کنیم که توصیف کننده برهم کنش بین بوزونهای هیگز و فرمیون هاست. لاگرانژین ناوردای باقیمانده $SU(2)_L \times U(1)_Y$ لاگرانژین یوکاوا نامیده می شود

$$-\mathcal{L}_Y = \eta_{ij}^{U}\bar{\Psi}_L\tilde{\Phi}U_R + \eta_{ij}^{D}\bar{\Psi}_L\Phi D_R + h.c. \qquad (1-11)$$

که در آن $\bar{\Psi}_L$ دوگانه های فرمیونی چپ گرد، U_R و D_R تکتایی های بخشهای بالا و پایین کوارکها هستند. $\eta_{ij}^{U,D}$ها، که در آنها i,j اندیسهای خانوادگی هستند، پارامترهای آزادی هستند که رأسها و در نتیجه قواعد فاینمن لاگرانژین را تعیین می کنند. وقتی دوگانه هیگز VEV کسب میکند، لاگرانژین یوکاوا به جرمهای فرمیونها منتهی میشود. بنابراین، به طور خلاصه، مشخص است که معادلات (1-6,1-7,1-8) سهم ناحیه هیگز در مدل استاندارد را توصیف می کنند[1].

فصل دوم

مدل دوتایه هیگز دوتایی

با وجود آنکه مدل استاندارد فیزیک ذرات در توصیف قسمت عمده پدیدارشناسی ذرات بنیادی موفق بوده است، ناحیه هیگز این نظریه تا کنون نا شناخته مانده و هیچ دلیل بنیادینی وجود ندارد که ناحیه هیگز مینیمال باشد(یعنی تنها دارای یک دوتایه هیگز باشد). بنابراین میتوان وضعیت هایی را در نظر گرفت که این ناحیه مینیمال نباشد. طبیعیست که نزدیکترین حالت به وضعیت مینیمال، یعنی حالتی که به جای یک دوتایه هیگز، دو دوتایه هیگز داشته باشیم، به عنوان ساده ترین جایگزین مورد بررسی قرار گیرد. ساده ترین شکل توسعه یافته مدل دوتایه مدل استاندارد که دارای ناوردایی پیمانه ای باشد، در اصطلاح مدل دوتایه هیگز دوتایی نامیده می شود که از اضافه کردن یک دوتایه هیگز دیگر با همان اعداد کوانتومی به دوتایه هیگز اول شکل می گیرد.

انگیزه دیگر برای معرفی دوتایه دوم، مشکل ″سلسله مراتب″ در ضرایب جفت شدگی یوکاوا در نسل سوم کوارکهاست. نسبت بین جرم کوارکهای سر و ته از مرتبه $m_t/m_b \approx 174/5 \approx 35$ است، در حالیکه در مدل استاندارد جرمهای هر دو کوارک از یک دوتایه هیگز یکسان تعیین می شود و در چنین تفاوت زیادی بین ضرائب یوکاوای آن ها غیر طبیعی به نظر می رسد. اما، اگر کوارک ته جرم خود را از یک دوتایه (برای مثال Φ_1) و کوارک سر جرم خود را از یک دوتایه دیگر(مانند Φ_2) کسب کند، آن گاه اگر پارامترهای آزاد نظریه به طور مناسب انتخاب شوند، مشکل سلسله مراتب بین جرم این کوارکها منطقی تر خواهد بود.

از طرف دیگر، 2HDM می تواند به طور صریح و یا به طور خود به خودی به نقض CP[1] منجر شود. هر چند در این پایان نامه تأکید بر روی چارچوبیست که در آن CP پایسته می ماند.

انگیزه دیگر برای مطالعه 2HDM به بررسی برخی برخی فرایندهای نادر مربوط می شوند که در اصطلاح FCNC[2] (جریان های خنثی با تغییر طعم) نامیده می شوند. علی رغم آن که چنین پدیده هایی

[1] Charge Conjugation Parity
[2] Flavor Changing Neutral Currents (FCNC)

هیچ کدام از قوانین بنیادین طبیعت را نقض نمی کنند، تا کنون شواهد تجربی مؤید این موضوع مشاهده نشده اند. از طرف دیگر، به استثنای نوسانات نوترونی، تا کنون ملاحظات مدل استاندارد با قیدهای تجربی درباره FCNC سازگار بوده است. این واقعیت در ناحیه لپتونی با "پایستگی عدد لپتونی" توجیه می شود که یک تقارن جدید است. اما اگر این تقارن دقیق نباشد و در آزمایشهای پیش رو پدیده هایی مشاهده شوند که طعم لپتونی در آنها تغییر کند، آن گاه مدل استاندارد به هیچ عنوان یک چارچوب مناسب نخواهد بود. بنابر این کشف چنین پدیده هایی مستلزم وجود مباحثی فراتر از مدل استاندارد هستند. شاید ساده ترین چارچوب برای بررسی چنین پدیده هایی 2HDM باشد. طبیعتاً این مدل تنها چارچوب محتمل نیست. به خاطر افزودن دوتایه دوم، بر هم کنشهای یوکاوا به طور طبیعی در سطح درختی به FCNC منجر می شود مگر آن که فرضهای اضافی دیگری نیز در نظر گرفته شوند. از طرف دیگر به خاطر شواهد تجربی رو به تزاید مبنی بر وجود نوسانات نوترونی، توجهات ویژه ای در آزمایشهایی که با نوترینوهای جوی انجام می شوند به نقض طعم لپتونی(LFV[1]) در ناحیه لپتونی خنثی معطوف شده اند.

در نهایت، انگیزه دیگر برای مطالعه 2HDM آن است که برخی مدلهای با یک ناحیه هیگز غیر مینیمال دارای یک حد انرژی پائین هستند. برای مثال، در مدلهای ابر تقارنی حداقل دو دوتایه هیگز دوتایی مورد نیاز هستند و 2HDM نوع II که در ادامه به آن خواهیم پرداخت دارای ضرائب یوکاوای یکسانی با مدل استاندارد ابر تقارنی مینیمال (MSSM[۲]) دارد. چنانچه ذرات ابرتقارنی به حد تکافو بزرگ باشند، ناحیه هیگز MSSM در انرژیهای پائین به یک 2HDM نوع IIی مقید شده تبدیل می شود. مدلهای ابر تقارنی با دو دوتایه هیگز می توانند به برخی از مشکلات مدل استاندارد مانند مشکل سلسله مراتب جرمی بین فرمیون ها، جرمدار بودن نوترینوها و نیز نوسانات نوترونی پاسخ گویند.

اکنون با در ذهن داشتن این انگیزه ها، به بررسی تغییراتی می پردازیم که با معرفی دوتایه دوم در ناحیه هیگز ایجاد می شوند.

۲-۲ سهم ناحیه هیگز در 2HDM

[1] Lepton flavor Violation (LFV)
[2] Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM)

همان طور که در قسمت قبل توضیح داده شد، دوتایه جدیدی را معرفی می کنیم که دارای همان اعداد کوانتومی دوتایه اول است

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} \;;\; \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \tag{2-1}$$

و فوق بارها عبارتند از $Y_1 = Y_2 = 1$. در حالت کلی هر دوی VEV ها می توانند مخالف صفر باشند

$$\langle \Phi_1 \rangle = \frac{\upsilon_1}{\sqrt{2}} \;;\; \langle \Phi_2 \rangle = \frac{\upsilon_2}{\sqrt{2}} e^{i\theta}$$

بنابراین بهتر است دوتایه ها را مطابق زیر بازنویسی کنیم

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \dfrac{h_1 + \upsilon_1 + ig_1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \;;\; \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \dfrac{h_2 + \upsilon_2 e^{i\theta} + ig_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{2-2}$$

اکنون هر یک از قسمت های لاگرانژین را که به دوتایه های هیگز جفت می شوند بررسی می کنیم.

2-2-1 پتانسیل هیگز

از آن جا که پتانسیل هیگز ناحیه ایست که ساختار SSB، جرمهای هیگز، ویژه حالتهای جرمی هیگز و خود بر هم کنشهای هیگز را تعیین می کند، در ابتدا به بررسی این ناحیه می پردازیم. بر خلاف وضعیتی که در SM با آن مواجهیم، پتانسیل 2HDM یکتا نیست و هر پتانسیل به قواعد فاینمن متفاوتی می انجامد.

برای نوشتن عمومیترین پتانسیلی که قابل باز بهنجارش، و دارای خاصیت ناوردایی پیمانه ای باشد، مناسب است پایه ای از عملگرهای هرمیتی را معرفی کنیم که دارای خاصیت ناوردایی پیمانه ای هستند

$$\hat{A} \equiv \Phi_1^\dagger \Phi_1, \quad \hat{B} \equiv \Phi_2^\dagger \Phi_2, \quad \hat{C} = \frac{1}{2}\left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 + \Phi_2^\dagger \Phi_1\right) = \mathrm{Re}(\Phi_1^\dagger \Phi_2),$$
$$\hat{D} = -\frac{i}{2}\left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 - \Phi_2^\dagger \Phi_1\right) = \mathrm{Im}(\Phi_1^\dagger \Phi_2)$$

اکنون باید تمامی برهم کنشهایی را که با ناوردایی پیمانه ای سازگار، و هرمیتی هستند در نظر بگیریم

$$\begin{aligned} V_g\left(\Phi_1, \Phi_2\right) = & -\mu_1^2 \hat{A} - \mu_2^2 \hat{B} - \mu_3^2 \hat{C} - \mu_4^2 \hat{D} \\ & + \lambda_1 \hat{A}^2 + \lambda_2 \hat{B}^2 + \lambda_3 \hat{C}^2 + \lambda_4 \hat{D}^2 \\ & + \lambda_5 \hat{A}\hat{B} + \lambda_6 \hat{A}\hat{C} + \lambda_8 \hat{A}\hat{D} + \lambda_7 \hat{B}\hat{C} + \lambda_9 \hat{B}\hat{D} + \lambda_{10} \hat{C}\hat{D} \end{aligned} \tag{2-3}$$

چنین لاگرانژینی بسیار پیچیده تر از لاگرانژین SM است چرا که دارای چهارده پارامتر آزاد میباشد. در قسمتهای پیش رو خواهیم دید چنین پتانسیلی چهار ذره هیگز جدید را تولید می کند. با وجود آن که این پتانسیل دارای چهارده پارامتر آزاد است، اگر فرض کنیم که این پتانسیل تحت همیوغ بار ناوردا باشد، تعداد پارامترهای آزاد به ده کاهش پیدا می کند:

$$\begin{aligned} V\left(\Phi_1,\Phi_2\right) = &-\mu_1^2\hat{A}-\mu_2^2\hat{B}-\mu_3^2\hat{C}+\lambda_1\hat{A}^2+\lambda_2\hat{B}^2+\lambda_3\hat{C}^2+\lambda_4\hat{D}^2 \\ &+\lambda_5\hat{A}\hat{B}+\lambda_6\hat{A}\hat{C}+\lambda_8\hat{A}\hat{D}+\lambda_7\hat{B}\hat{C} \end{aligned} \qquad (2-4)$$

قابل ذکر است که در این مرحله، ناوردایی تحت همیوغ بار متناظر است با ناوردایی تحت CP، چرا که میدانها اسکالر هستند. تحت همیوغ بار، یک دوتایه هیگز با فوق بار $Y=1$ به صورت $\Phi_i \to e^{i\alpha_i}\Phi_i^*$ تبدیل می شود که پارامترهای α_i اختیاری هستند. در حالت خاص، اگر فرض کنیم $\alpha_i=\alpha_j$، عملگر $\hat{D}$ تحت C تغییر علامت می دهد در حالیکه عملگرهای دیگر بدون تغییر میمانند و در نتیجه به پتانسیل (2-4) می رسیم.

با این وجود،پتانسیل (2-4) می تواند به نقض خود به خودی CP منجر شود. دو راه برای اعمال ناوردایی تحت CP وجود دارد. در حالت اول، اعمال ناوردایی تحت یک تقارن Z_2 است که در آن $\Phi_1\to\Phi_1,\ \ \Phi_2\to-\Phi_2$. پتانسیل حاصل که با V_A' نشان داده می شود عبارتست از

$$V_A' = -\mu_1^2\hat{A}-\mu_2^2\hat{B}+\lambda_1\hat{A}^2+\lambda_2\hat{B}^2+\lambda_3\hat{C}^2+\lambda_4\hat{D}^2+\lambda_5\hat{A}\hat{B} \qquad (2-5)$$

و متناظر است با قرار دادن $\mu_3^2=\lambda_6=\lambda_7=0$ در معادله (۲-۴). اگر یک جمله شکننده نرم $-\mu_3^2\hat{C}$ را در پتانسیل قرار دهیم، نقض CP خود به خودی رخ می دهد. در چنین حالتی پتانسیل عبارتست از

$$V_A = V_A' - \mu_3^2\hat{C} \qquad (2-6)$$

پتانسیل دیگری که به نقضCP خود به خودی منجر نمی شود از اعمال تقارن گلوبال $\Phi_2\to e^{i\varphi}\Phi_2$ نتیجه می شود. این پتانسیل (که با V_B' نشان داده می شود) عبارتست از

$$V_B' = -\mu_1^2\hat{A}-\mu_2^2\hat{B}+\lambda_1\hat{A}^2+\lambda_2\hat{B}^2+\lambda_3(\hat{C}^2+\hat{D}^2)+\lambda_5\hat{A}\hat{B} \qquad (2-7)$$

که با قرار دادن $\lambda_3=\lambda_4,\ \ \mu_3^2=\lambda_6=\lambda_7=0$ در معادله (۴-۲) نتیجه می شود.

علاوه بر این، مرسوم است که یک جمله شکننده نرم $-\mu_3^2\hat{C}$ در لاگرانژین (۷-۲) قرار می دهند که منجر به پتانسیل زیر می شود

$$V_B = V_B' - \mu_3^2\hat{C} \qquad (2-8)$$

نه V_A' و نه V_B به نقض CP خود به خودی منجر نمی شوند. با استفاده از V_B به حالتی از پتانسیل اسکالر می رسیم که در آن CP پایسته می ماند. در واقع با انتخاب این پتانسیل به وضعیت موجود در MSSM می رسیم.

جرمهای هیگز و ویژه حالتهای هیگز بر حسب پارامترهای μ_i و λ_i تعریف و در نتیجه به پتانسیل انتخاب شده بستگی دارد (ضمیمه الف). وقتی ماتریس جرمی ای که در ضمیمه الف معرفی کرده ایم به طرز مناسبی قطری می شود، جرمهای هیگز و ویژه حالت های جرمی هیگز را به دست می آوریم. از این مرحله به بعد حالتی را در نظر میگیریم که در آن CP پایسته می ماند. در چنین حالتی می توان هر دوی VEV ها را حقیقی در نظر گرفت. چنین شرایطی به دو اسکالر هیگز با CP زوج (H^0, h^0)، یک اسکالر با CP فرد (A^0)، دو هیگز باردار $(H^\pm)$ و بوزونهای گلداستون $(G^\pm, G^0)$ منتهی می شود که این سه بوزون گلداستون به ترتیب متناظر با $(W^\pm, Z)$ هستند. ویژه حالتهای جرمی مذکور، با استفاده از تبدیلات

$$\begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} \qquad (2-9)$$

از ویژه حالتهای پیمانه ای تعریف شده در (۲-۲) به دست می آیند که در آنها

$$\tan\beta = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} \;\; , \;\; \sin\beta = \frac{\upsilon_2}{\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}}$$

و α زاویه آمیختگی برای بوزونهای هیگز با CP زوج است که که برای هر پتانسیل متفاوت است. $\tan\beta$ پارامتر جدیدیست که طبیعتا" از این حقیقت ناشی می شود که هر دوی VEV ها مخالف صفر هستند. در اغلب مدلهای 2HDM نتایج فیزیکی بستگی شدیدی به $\tan\beta$ دارند. در قسمت زیر نتایجی که به طور مبسوط در ضمیمه الف آورده شده اند را خلاصه بندی می کنیم.

برای پتانسیل V در معادله (۴-۲)، شرایط کمینه عبارتند از

$$0 = T_a = -\mu_1^2 + \lambda_1 \upsilon_1^2$$
$$0 = T_b = -\mu_3^2 + \frac{\lambda_6 \upsilon_1^2}{2}$$

جرمهای هیگز و زاویه آمیختگی α به صورت زیر نوشته می شوند

$$m_{H^+}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2$$
$$m_{A^0} = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\left(\lambda_4 + \lambda_5\right)$$
$$m_{H^0,h^0} = \left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\lambda_+\right)\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}\mu_2^2 \pm k_1$$

$$k_1 = \sqrt{4\lambda_1 \upsilon_1^2 \left(\lambda_1 \upsilon_1^2 + \mu_2^2 - \upsilon_1^2 \lambda_+\right) + \left(\lambda_+^2 \upsilon_1^2 + \lambda_6^2 \upsilon_1^2 - 2\mu_2^2 \lambda_+\right)\upsilon_1^2 + \mu_2^4}$$
$$\tan 2\alpha = \frac{\lambda_6 \upsilon_1^2}{\left(2\lambda_1 - \lambda_+\right)\upsilon_1^2 + \mu_2^2}$$

برای پتانسیل V_A' معادله (۵-۲)، شرایط کمینه عبارتند از

$$0 = T_1 = \upsilon_1\left(-\mu_1^2 + \lambda_1 \upsilon_1^2 + \lambda_+ \upsilon_2^2\right)$$
$$0 = T_2 = \upsilon_2\left(-\mu_2^2 + \upsilon_1^2 \upsilon_2^2 + \lambda_+ \upsilon_1^2\right) \qquad (2-10)$$

که $\lambda_+ = \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_5)$. روابط (۱۰-۲) به جواب های زیر منتهی می شوند

$i)$

$$\upsilon_1^2 = \frac{\lambda_2 \mu_1^2 - \lambda_+ \mu_2^2}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_+^2} \quad ; \quad \upsilon_2^2 = \frac{\lambda_1 \mu_2^2 - \lambda_+ \mu_1^2}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_+^2}$$

$ii)$

$$\upsilon_2^2 = 0 \quad ; \quad \upsilon_1^2 = \frac{\mu_1^2}{\lambda_1}$$

برای $i)$ جرمهای بوزونهای هیگز و زاویه آمیختگی α برابرند با

$$m_{H^\pm} = -\lambda_3\left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2\right)$$
$$m_{A^0}^2 = \frac{1}{2}\left(\lambda_4 - \lambda_3\right)\left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2\right)$$

$$m^2_{H^0,h^0} = \lambda_1 \upsilon_1^2 + \lambda_2 \upsilon_2^2 \pm \sqrt{\left(\lambda_1 \upsilon_1^2 - \lambda_2 \upsilon_2^2\right)^2 + 4\upsilon_1^2 \upsilon_2^2 \lambda_+^2}$$
$$\tan 2\alpha = \frac{2\upsilon_1 \upsilon_2 \lambda_+}{\lambda_1 \upsilon_1^2 - \lambda_2 \upsilon_2^2} \qquad (2-11)$$

و برای ii)، داریم

$$m^2_{H^+} = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2 \;\; ; \;\; m^2_{A^0} = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\left(\lambda_4 + \lambda_5\right)\upsilon_1^2 \;\; ; \;\; m^2_{H^0} = 2\lambda_1 \upsilon_1^2 \qquad (2-12)$$

$$m^2_{h^0} = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\left(\lambda_3 + \lambda_5\right)\upsilon_1^2 \;\; ; \;\; \tan 2\alpha = 0 \qquad (2-13)$$

و در نهایت برای پتانسیل V_B، شرایط کمینه عبارتند از

$$0 = T_1 - \frac{\mu_3^2}{2}\upsilon_2 \;\; ; \;\; 0 = T_2 - \frac{\mu_3^2}{2}\upsilon_1 \qquad (2-14)$$

که جوابهای آن عبارتند از

$$\upsilon_1^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2 \pm Z_1}{2\left(\lambda_1 - \lambda_+\right)\left(\lambda_2 - \lambda_+\right)}$$
$$\upsilon_2^2 = \frac{\lambda_2 - \lambda_1 \pm Z_2}{2\left(\lambda_1 - \lambda_+\right)\left(\lambda_2 - \lambda_+\right)}$$
$$Z_1 = \sqrt{\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)^2 - 4\left(\lambda_1 - \lambda_+\right)\left(\lambda_2 - \lambda_+\right)\left[\left(\lambda_+ \upsilon^2 - \mu_1^2\right)\left(\lambda_+ \upsilon^2 - \mu_2^2\right) - \frac{1}{4}\mu_3^4\right]}$$
$$Z_2 = \sqrt{\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)^2 - 4\left(\lambda_2 - \lambda_+\right)\left(\lambda_1 - \lambda_+\right)\left[\left(\lambda_+ \upsilon^2 - \mu_2^2\right)\left(\lambda_1 \upsilon^2 - \mu_1^2\right) - \frac{1}{4}\mu_3^4\right]}$$

جرم ها و زاویه آمیختگی α با روابط زیر داده می شوند

$$m_{H^+} = -\lambda_3\left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2\right) + \mu_3^2 \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}{\upsilon_1 \upsilon_2} \;\; ; \;\; m^2_{A^0} = \frac{1}{2}\mu_3^2 \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}{\upsilon_1 \upsilon_2}$$
$$m^2_{H^0,h^0} = \lambda_1 \upsilon_1^2 + \lambda_2 \upsilon_2^2 + \frac{1}{4}\mu_3^2\left(\tan\beta + \cot\beta\right)$$
$$\pm \sqrt{\left[\lambda_1 \upsilon_1^2 - \lambda_2 \upsilon_2^2 + \frac{1}{4}\mu_3^2\left(\tan\beta - \cot\beta\right)\right]^2 + \left(2\upsilon_1 \upsilon_2 \lambda_+ - \frac{1}{2}\mu_3^2\right)^2}$$
$$\tan 2\alpha = \frac{2\upsilon_1 \upsilon_2 \lambda_+ - \frac{1}{2}\mu_3^2}{\lambda_1 \upsilon_1^2 - \lambda_2 \upsilon_2^2 + \frac{1}{4}\mu_3^2\left(\tan\beta - \cot\beta\right)} \qquad (2-15)$$

مشاهده میکنیم جوابی که در آن یکی از VEV ها مساوی با صفر باشد برای پتانسیل V_B ممکن نیست. همانطور که پیشتر توضیح داده شد، هر پتانسیل به قواعد فاینمن متفاوتی منتهی می شود و طبیعتاً پدیدارشناسی متفاوتی را در پی دارد.

پتانسیلهای V'_A و V_B با یکدیگر متفاوت هستند چرا که در برخی از برهم کنشها با یکدیگر تفاوت دارند. برای مثال، جفت شدگی $h^0H^+H^-$ نشان دهنده برخی جنبه های مهم پدیدار شناختی پتانسیل است. این ثابت بر حسب λ ها عبارتست از

$$\begin{aligned}g_{h^0,H^+,H^-} &= 2\upsilon_2\lambda_2\cos^2\beta\cos\alpha + \upsilon_2\lambda_3\sin\alpha\cos\beta\sin\beta - \upsilon_1\lambda_5\cos^2\beta\sin\alpha\\ &\quad - 2\upsilon_1\lambda_1\sin^2\beta\sin\alpha + \upsilon_2\lambda_5\sin^2\beta\cos\alpha - \upsilon_1\lambda_3\cos\alpha\cos\beta\sin\beta\end{aligned}$$

و برای هر دو پتانسیل V'_A و V_B یکسان است. دلیل این موضوع آن است که این برهمکنش شامل λ_4 و μ_3، که وجه تمایز این دو پتانسیل است، نمی باشد. با این وجود، با نوشتن این جفت شدگی ها بر حسب جرمهای بوزونهای هیگز، نتیجه برای هر پتانسیل متفاوت است:

$$\left(g_{h^0,H^+,H^-}\right)_A = \frac{g}{m_W}\left[m_{h^0}^2\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin 2\beta} - \left(m_{H^+}^2 - \frac{1}{2}m_{h^0}^2\right)\sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$\left(g_{h^0,H^+,H^-}\right)_B = \frac{g}{m_W}\left[\left(m_{h^0}^2 - m_{A^0}^2\right)\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin 2\beta} - \left(m_{H^+}^2 - \frac{1}{2}m_{h^0}^2\right)\sin(\alpha-\beta)\right]$$

می توان به این دوگانگی ظاهری با توجه به این نکته پاسخ داد که: آن چه واقعاً در محاسبات اختلالی حائز اهمیت می باشد، کمینه پتانسیل و مقادیر مشتقات در آن نقطه است. اکنون، مکان خلأ برای هر پتانسیل متفاوت است و از طرفی تولید جرمها از مشتق دوم پتانسیل در این نقطه به دست می آید. بنابراین، رابطه بین λ ها و جرمها برای پتانسیلهای V'_A و V_B متفاوت است و متعاقباً جفت شدگی $h^0H^+H^-$ بر حسب کمیتهای فیزیکی برای دو پتانسیل یکسان نیست.

در نهایت باید اشاره کرد که تقارن پتانسیل می بایستی به سایر نواحی هیگز نیز توسعه داده شود. این موضوع به ویژه در نوشتن لاگرانژین یوکاوا که در قسمت (۳-۲-۲) به آن خواهیم پرداخت حائز اهمیت است.

۲-۲-۲ ناحیه جنبشی

لاگرانژین جنبشی (۱-۷) مدل استاندارد را اکنون باید مطابق زیر بازنویسی کنیم

$$\mathcal{L}_{kin} = (D_\mu\Phi_1^\dagger)(D^\mu\Phi_1)^\dagger + (D_\mu\Phi_2^\dagger)(D^\mu\Phi_2)^\dagger \qquad (2-16)$$

که در آن مشتق هموردا با رابطه (۷-۱) تعریف می شود. این لاگرانژین به بوزونهای پیمانه ای جرم می دهد و نشان دهنده برهم کنشهای بین بوزونهای پیمانه ای و هیگز را نشان می دهد. بر خلاف پتانسیل هیگز و لاگرانژین یوکاوا (بخش های ۱-۲-۲ و ۳-۲-۲ را ببینید)، ناحیه جنبشی به خاطر ناوردایی پیمانه ای اساساً یکتاست. در واقع می توان به آسانی دید که لاگرانژین جنبشی (۱۶-۲) تحت همیوغ بار و هم چنین تقارنهای گلوبال و گسسته که در بخش (۱-۲-۲) توصیف شدند ناورداست. بنابراین بر خلاف ناحیه پتانسیل، اعمال این تقارن ها هیچ تفاوتی در ناحیه جنبشی ایجاد نمی کند.

برای بسط لاگرانژین مناسب است بر روی نمایشی حقیقی از مولد ها کار کنیم که در آن از انتقال $L_a = -i\tau_a$ استفاده می کنیم و بعد نمایش را مطابق تعریف زیر تغییر می دهیم

$$\Phi_k = \begin{pmatrix} \operatorname{Re}\phi_k^+ + i\operatorname{Im}\phi_k^+ \\ \operatorname{Re}\phi_k^0 + i\operatorname{Im}\phi_k^0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \operatorname{Re}\phi_k^+ \\ \operatorname{Im}\phi_k^+ \\ \operatorname{Re}\phi_k^0 \\ \operatorname{Im}\phi_k^0 \end{pmatrix}; k = 1,2 \qquad (2-17)$$

با استفاده از این تعریف، می توان با ملاحظه اثر مولد های اولیه (که در $-i$ ضرب شده اند) بر روی نمایش دو بعدی دوتایه Φ_k که در (۱۷-۲) تعریف شده است، نمایش حقیقی را پیدا کرد. برای مثال، برای τ_1

$$L_1\Phi_1 = -i\tau_1\Phi_1 = -\frac{i\sigma_1}{2}\Phi_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \operatorname{Im}\phi_1^0 - i\operatorname{Re}\phi_1^0 \\ \operatorname{Im}\phi_1^+ - i\operatorname{Re}\phi_1^+ \end{pmatrix} \qquad (2-18)$$

و $L_1\Phi_1$ را با همان قاعده تناظر بسط می دهیم:

$$L_1\Phi_1 \to \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \operatorname{Im}\phi_1^0 \\ -\operatorname{Re}\phi_1^0 \\ \operatorname{Im}\phi_1^+ \\ -\operatorname{Re}\phi_1^+ \end{pmatrix} \qquad (2-19)$$

در نهایت، ماتریس L_1 را پیدا می کنیم که با اثر بر روی (۱۷-۲)، (۱۹-۲) را تولید میکند. داریم

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (2-20)$$

و به طور مشابه، برای سایر مولدها

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad L_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad L_4 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (2-21)$$

که با استفاده از آنها، مشتق هموردا در (۷-۱) تبدیل می شود به

$$D_\mu = \partial_\mu + gL_i W_\mu^i + g' L_4 W_\mu^4 \qquad (2-22)$$

بنابر این، می توانیم با استفاده از نمایش چهاربعدی برای هر دوتایه در معادله (۱۷-۲)، و نیز نمایش چهار بعدی مولدها، لاگرانژین (۱۶-۲) را بسط می دهیم.

میدان های پیمانه ای

جملات جرمی ازVEV ها به دست می آیند و ماتریس جرمی حاصل با رابطه زیر بیان می شوند

$$\frac{1}{2} M_{ab}^2 W_\mu^a W_\mu^b \quad ; \quad M_{ab}^2 = 2\sum_{k=1}^{2} \left(g_a L_a \upsilon_k\right)^\dagger \left(g_b L_b \upsilon_k\right) \qquad (2-23)$$

که $a,b = 1,2,3,4$ به ترتیب نشان دهنده بوزونهای پیمانه ای(ویژه حالتهای پیمانه ای) متناظر با مولدهای τ_i, Y هستند. پس از قطری کردن (۳۲-۲) جملات جرمی و ویژه حالتهای بوزونهای پیمانه ای عبارتند از

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \pm iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad ; \quad M_{W^\pm}^2 = \frac{1}{4} g^2 \left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2\right) \qquad (2-24)$$

$$M_Z^2 = \frac{1}{4}\left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2\right)(g^2 + g'^2) = \frac{M_W^2}{\cos^2\theta_W} \qquad (2-25)$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ W_\mu^4 \end{pmatrix} \qquad (2-26)$$

که θ_W زاویه آمیختگی وینبرگ است. همان طور که می بینیم اگر $\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 = \upsilon^2$ (υ مقدار انتظاری خلأ دوتایه هیگز در مدل استاندارد است)، عبارتهای مربوط به جرم بوزونهای برداری با موارد متناظر در مدل استاندارد برابر خواهند بود و چون $\upsilon^2 = 4M_W^2/g^2$ پارامتری معلوم است، در تراز درختی داریم $\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 = \upsilon^2$.

۳-۲-۲ لاگرانژین یوکاوا

عمومیترین لاگرانژینی که میدانهای هیگز را به فرمیونها جفت میکند عبارتست از

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_Y = {} & \eta_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^{0}\tilde{\Phi}_1 U_{jR}^{0} + \eta_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^{0}\Phi_1 D_{jR}^{0} + \xi_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^{0}\tilde{\Phi}_2 U_{jR}^{0} + \xi_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^{0}\Phi_2 D_{jR}^{0} + \\ & \eta_{ij}^{E,0}\bar{l}_{iL}^{0}\Phi_1 E_{jR}^{0} + \eta_{ij}^{E,0}\bar{l}_{iL}^{0}\Phi_2 E_{jR}^{0} + h.c. \end{aligned} \qquad (2-27)$$

که $\Phi_{1,2}$ نشان دهنده دوتایه های هیگز است، $\tilde{\Phi}_{1,2} \equiv i\sigma_{1,2}\Phi_{1,2}$، η_{ij}^{0} و ξ_{ij}^{0} ماتریس های 3×3 قطری نشده هستند و i,j اندیسهای خانوادگی هستند. D_R^0 نشان دهنده سه تکتایه کوارکی ایزواسپینی ضعیف نوع پایین، $D_R^0 \equiv \left(d_R^0, s_R^0, b_R^0\right)^T$، U_R^0 نشان دهنده تکتایه های کوارکی ایزواسپینی ضعیف نوع بالا، $U_R^0 \equiv \left(u_R^0, c_R^0, t_R^0\right)$، و E_R^0 نشان دهنده سه لپتون باردار است. $\bar{Q}_{iL}^0, \bar{l}_{iL}^0$ به ترتیب دوتایه های ایزواسپینی ضعیف چپ گرد کوارکی و لپتونی هستند. اندیس صفر بیان می کند که میدانها هنوز ویژه حالتهای جرمی نیستند. از این مرحله به بعد بحث را تنها به ناحیه کوارکی محدود میکنیم چرا که بسط این مباحث به ناحیه لپتونی کاملاً سر راست است. آن چه از مدلی که با معادله (۲۷-۲) توصیف می شود درمی یابیم این است که در عمومی ترین حالت، هر دوی بوزونهای هیگز به طور هم زمان به نواحی بالا و پایین جفت می شوند (و در نتیجه جرم می دهند). هر چند، این حالت عمومی در تراز درختی به فرآیندهای FCNC منجر می شوند. دلیل این موضوع آن است که با دوران ویژه حالتهای پیمانه ای فرمیونی ناحیه پایین (برای بدست آوردن ویژه حالتهای جرمی) نمی توانیم هر دو ماتریس جفت شدگی $\eta^{D,0}, \xi^{D,0}$ را به طور هم زمان قطری کنیم. وضعیت برای نواحی بالا و لپتونی نیز مشابه است. اکنون، از آن جا که فرآیندهای FCNC از لحاظ تجربی تأیید شده نیستند ایده های مختلفی برای جلوگیری از رخداد چنین پدیده هایی در تراز درختی پیشنهاد شده اند. شاید هوشمندانه ترین و طبیعی ترین مکانیزم برای جلوگیری از چنین پدیده هایی مکانیزمیست که توسط گلاشو و وینبرگ پیشنهاد شده است. ایده آنها بر اعمال یک تقارن گسسته استوار است که به طور خودکار جفت شدگیهای را که چنین پدیده هایی را تولید می کنند ممنوع می سازد. مکانیزم دیگری که توسط چنگ و شر پیشنهاد شده است تحت عنوان $2HDM$ نوع II شناخته می شود.

اکنون به بررسی مدل گلاشو و وینبرگ می پردازیم. گفتیم که ماتریسهای $\eta^{U,0}, \xi^{U,0}$ به طور همزمان قطری نمی شوند و وضعیت برای ماتریس های $\eta^{D,0}, \xi^{D,0}$ نیز چنین است. بنابراین در می

یابیم که اگر بتوانیم یکی از زوجهای ماتریسی را که به ناحیه بالای دوتایه های هیگز جفت می شود کنار بگذاریم می توانیم از رخداد FCNC در لاگرانژین (۲۷-۲) جلوگیری کنیم.

با اعمال تقارن گسسته زیر می توانیم به این خواسته برسیم

$$\Phi_1 \to \Phi_1 \,\&\, \Phi_2 \to -\Phi_2$$
$$D_{jR} \to \mp D_{jR} \,\&\, U_{jR} \to -U_{jR}$$

بنابراین با اعمال ناوردایی تحت این تقارن گسسته دو حالت داریم:

- وقتی از $D_{jR} \to -D_{jR}$ استفاده می کنیم باید $\eta_{ij}^{D,0}$ و $\eta_{ij}^{U,0}$ را کنار بگذاریم. بنابراین Φ_1 به ناحیه یوکاوا جفت نمی شود و تنها Φ_2 با جفت شدن به نواحی بالا و پایین به این نواحی جرم میدهد.

- وقتی از $D_{jR} \to D_{jR}$ استفاده می کنیم، $\eta_{ij}^{U,0}$ و $\xi_{ij}^{D,0}$ حذف می شوند و در نتیجه Φ_1 به ناحیه پایین جفت می شود و به آن جرم میدهد در حالیکه Φ_2 به ناحیه بالا جفت میشود و به این ناحیه جرم میدهد. در این حالت به $2HDM$ نوع II می رسیم.

در عمومیترین چارچوب مدلهای هیگز دوتایه چند تایی، این مکانیزم جلوگیری بیانگر قضیه گلاشو و وینبرگ است: ″اگر تمامی فرمیونهای با بار الکتریکی یکسان به بیش از یک دوتایه هیگز جفت نشوند، فرآیند های FCNCی که از طریق تبادل هیگز صورت می گیرند در تراز درختی در مدلهای دوتایه هیگز چندتایی رخ نمی دهند. لاگرانژینهای نوع I و II که در بالا بحث شدند به خوبی این قضیه را نشان میدهند. باید ذکر کنیم که میتوانیم برای هر دو ناحیه کوارکی و لپتونی از یک نوع جفت شدگی استفاده کنیم یا به طور نا متقارن و با در نظر گرفتن چهار لاگرانژین به بررسی آنها بپردازیم. علاوه بر این، لاگرانژینهای یوکاوای نوع I و II از یک تقارن پیوسته قابل تولید هستند. مجموعه تبدیلات

$$\Phi_1 \to \Phi_1 \,\&\, \Phi_2 \to e^{i\varphi}\Phi_2$$
$$D_{jR} \to e^{-i\omega} D_{jR} \,\&\, U_{jR} \to e^{-i\varphi} U_{jR}$$

به ازای $\omega \equiv \varphi, 0$ به ترتیب به مدلهای نوع I و II منتهی می شوند. با این وجود باید به خاطر داشت که تقارن گسسته به پتانسیل هیگزی منتهی می شود که که از لحاظ پدیدارشناختی با پتانسیل حاصل از یک تقارن گلوبال پیوسته ای که در بخش ۱-۲-۲ می بینیم متفاوت است. در نتیجه، در انتخاب تقارن باید دقت کنیم. برای مثال، همان طور که در بخش ۱-۲-۲ می بینیم، پتانسیل V_B

در معادله (۸-۲)، که با پتانسیل MSSM یکیست، از اعمال یک تقارن گلوبال پیوسته حاصل میشود و نه از یک تقارن گسسته، در حالیکه پتانسیل V'_A در معادله (۵-۲) از یک تقارن گسسته نتیجه میشود. با این وجود، تقارن گسسته (یا گلوبال) کاملا" رضایتبخش نیست و باید امکان وجود تمامی جملات معادله (۲۷-۲)، از جمله پدیده های FCNC را در نظر بگیریم و به بررسی قیدهایی بپردازیم که ملاحظات تجربی بر پارامترهای مدل اعمال می کنند. وقتی تمام جملات (۳۱-۲) را در نظر میگیریم، دوتایه های هیگز به هر دو نوع فرمیونهای بالا و پایین جفت می شوند و به آنها جرم میدهند. در چنین حالتی، مدل را $2HDM$ نوع III می نامیم.

از بحث بالا نتیجه می گیریم قواعد فاینمنی لاگرانژین یوکاوا به شدت به مدل انتخاب شده بستگی دارند. در نتیجه، پدیدار شناسی بحث به شدت به انتخاب ناحیه یوکاوا بستگی دارد.

اکنون به بررسی جذابترین انتخاب ها برای لاگرانژین یوکاوا میپردازیم. مجددا" برای راحتی بحث معادلات را به ناحیه کوارکی محدود میکنیم.

$2HDM$ نوع I

در $2HDM$ نوع I تنها یک دوتایه هیگز (برای مثال Φ_2) به فرمیونها جفت می شود. بنابراین لاگرانژین یوکاوا تبدیل می شود به

$$
\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{Y,type\mathrm{I}} &= \xi_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^{0}\tilde{\Phi}_2 U_{jR}^{0} + \xi_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^{0}\tilde{\Phi}_2 D_{jR}^{0} \\
&\quad + leptonic \quad \sec tor + h.c. \qquad (2-28)
\end{aligned}
$$

با بسط لاگرانژین بر حسب ویژه حالتهای جرمی، لاگرانژین تبدیل می شود به

$$
\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{Y,type\mathrm{I}} &= \frac{g}{2M_W \sin\beta}\bar{D}M_D^{diag}D\left(\sin\alpha H^0 + \cos\alpha h^0\right) \\
&+ \frac{i\cot\beta}{2M_W}\bar{D}M_D^{diag}\gamma_5 DA^0 \\
&+ \frac{g}{2M_W \sin\beta}\bar{U}M_U^{diag}U\left(\sin\alpha H^0 + \cos\alpha h^0\right) \\
&- \frac{i\cot\beta}{2M_W}\bar{U}M_U^{diag}\gamma_5 UA^0 \\
&+ \frac{g\cot\beta}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}\left(KM_D^{diag}P_R - M_U^{diag}KP_L\right)DH^+ \\
&- \frac{ig}{2M_W}\bar{U}M_U^{diag}\gamma_5 UG_Z^0 + \frac{ig}{2M_W}\bar{D}M_D^{diag}\gamma_5 DG_Z^0 \\
&+ \frac{g}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}\left(KM_D^{diag}P_R - M_U^{diag}KP_L\right)DG_W^+
\end{aligned}
$$

$$+leptonic \quad \sec tor + h.c. \qquad (2-29)$$

باید دقت داشت که چون تنها یک دوتایه هیگز به فرمیونها جفت می شود، لاگرانژین (۲۸-۲) استاندارد مدل- مانند است. اما این جمله به آن معنا نیست که بر همکنشهای هیگز- فرمیون نیز مدل استاندارد مانند هستند، در معادله (۲۹-۲) می بینیم که تمامی پنج بوزون هیگز و زوایای آمیختگی در $2HDM$ آشکار می شوند. دلیل این موضوع آن است که وقتی ویژه حالتهای پیمانه ای اسکالر دوتایه را با ویژه حالتهای جرمی جایگزین می کنیم، آمیختگی هر دو دوتایه را که از پتانسیل ناشی می شود در نظر گرفته ایم تا چنین ویژه حالتهای جرمی ای را به دست آوریم. از طرف دیگر، جفت شدگیهای یوکاوا در SM با رابطه زیر بیان می شوند

$$g_{\phi^0 f\bar{f}} = \frac{m_f}{\upsilon} = \frac{gm_f}{2M_W}$$

که f نشان دهنده هر کوارک یا لپتون باردار است. اکنون به بررسی تفاوت این جفت شدگیها با جفت شدگیهای مدل استاندارد می پردازیم (در واقع خارج قسمت نسبت جفت شدگیهای یوکاوا در فیزیک فراتر از مدل استاندارد به موارد متناظر در مدل استاندارد را بررسی میکنیم). برای نشان دادن جفت شدگیهای نسبی از نماد گذاری $\chi_i^h \equiv g_i^h \big/ \left(g_i^{\phi^0}\right)_{SM}$ استفاده می کنیم که i نشان دهنده یک زوج فرمیون-پادفرمیون(یا VV)، و h نشان دهنده یک بوزون هیگز است. برای لاگرانژین نوع I، در نمادگذاری خانواده سوم داریم

$$\chi_t^{H^0} : \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \cos(\beta-\alpha) - \cot\beta \sin(\beta-\alpha)$$
$$\chi_b^{H^0} : \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \cos(\beta-\alpha) - \cot\beta \sin(\beta-\alpha)$$
$$\chi_t^{h^0} : \frac{\cos\alpha}{\sin\beta} = \sin(\beta-\alpha) + \cot\beta \cos(\beta-\alpha)$$
$$\chi_b^{h^0} : \frac{\cos\alpha}{\sin\beta} = \sin(\beta-\alpha) + \cot\beta \cos(\beta-\alpha)$$
$$\chi_t^{A^0} : -i\gamma_5 \cot\beta \;\; ; \;\; \chi_b^{A^0} : i\gamma_5 \cot\beta \qquad (2-30)$$

چند نکته مهم از روابط بالا قابل استنباط است. اول آن که جفت شدگیهای نسبی برای یک بوزون هیگز معین به کوارکهای پایین با موارد متناظر برای کوارکهای بالا یکسان هستند. دوم آن که از

معادلات (۳۰-۲) و (۳۱-۲) می بینیم که مدل I در قید یکانی بودن در تراز درختی که در معادله (۲۸-۲) آمده است صدق می کند. در وضعیتی که با آمیختگی حداقل در ناحیه CP زوج مواجه هستیم، یعنی وضعیتی که $\alpha = 0$، H^0 به ناحیه یوکاوا جفت نمی شود. در وضعیت $\alpha = \pi/2$، با رفتار یکسانی مواجه هستیم، با این تفاوت که نقش هر ذره هیگز با CP زوج عوض می شود. علاوه بر این، بسته به اندازه ی زوایای آمیختگی α و β، جفت شدگیهای یوکاوا برای یک ذره هیگز معین می توانند افزایش و یا کاهش یابند.

$2HDM$ نوع II

در این حالت، یک دوتایه هیگز(برای مثال Φ_1) به ناحیه پایین فرمیون ها جفت می شود در حالیکه دوتایه دوم(برای مثال Φ_2) به ناحیه بالا جفت می شود

$$-\mathcal{L}_{Y,type\mathrm{II}} = \eta_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^0\tilde{\Phi}_1 D_{jR}^0 + \xi_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^0\tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + leptonic \quad sector + h.c. \qquad (2-31)$$

با بسط لاگرانژین در این حالت داریم

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_{Y,type\mathrm{II}} = & \frac{g}{2M_W\cos\beta}\bar{D}M_D^{diag}D\left(\cos\alpha H^0 - \sin\alpha h^0\right)\\
& -\frac{i\tan\beta}{2M_W}\bar{D}M_D^{diag}\gamma_5 DA^0\\
& +\frac{g}{2M_W\sin\beta}\bar{U}M_U^{diag}U\left(\sin\alpha H^0 + \cos\alpha h^0\right)\\
& -\frac{i\cot\beta}{2M_W}\bar{U}M_U^{diag}\gamma_5 UA^0\\
& -\frac{g}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}\left(\cot\beta M_U^{diag}KP_L + \tan\beta KM_D^{diag}KP_R\right)DH^+\\
& -\frac{ig}{2M_W}\bar{U}M_U^{diag}\gamma_5 UG^0 + \frac{ig}{2M_W}\bar{D}M_D^{diag}\gamma_5 DG^0\\
& +\frac{g}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}\left(KM_D^{diag}P_R - M_U^{diag}KP_L\right)DG_W^+\\
& + leptonic \quad sector + h.c. \qquad (2-32)\end{aligned}$$

این لاگرانژین در $MSSM$ مورد نیاز است. دقت کنید که چون ناحیه فرمیونی پایین جرمهای خود را از دوتایه هیگز اول کسب می کند، درحالیکه ناحیه بالا جرمهای خود را از دوتایه دوم به دست می آورند، مشکل سلسله مراتب در نسل سوم کوارکها بسیار منطقیتر به نظر می رسد اگر قرار دهیم: $\tan\alpha \sim 1, \ \tan\beta \sim 35$. از طرف دیگر، می توان دید که جفت شدگیهای فرمیونهای نوع

بالا به بوزونهای هیگز برای هر دو مدل نوع I و II یکسان هستند. دلیل این موضوع آن است که در هر دو لاگرانژین (۲-۲۸) و (۲-۳۱) ناحیه بالا به دوتایه یکسانی جفت می شود. یک بار دیگر مقایسه با SM مفید است. با محاسبه جفت شدگیهای نسبی در نمادگذاری نسل سوم، داریم

$$\chi_t^{H^0} : \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \cos(\beta-\alpha) - \cot\beta\sin(\beta-\alpha)$$

$$\chi_b^{H^0} : \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \cos(\beta-\alpha) + \tan\beta\sin(\beta-\alpha)$$

$$\chi_t^{h^0} : \frac{\cos\alpha}{\sin\beta} = \sin(\beta-\alpha) + \cot\beta\cos(\beta-\alpha)$$

$$\chi_b^{h^0} : -\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} = \sin(\beta-\alpha) - \tan\beta\cos(\beta-\alpha)$$

$$\chi_t^{A^0} : -i\gamma_5 \cot\beta \;\; ; \;\; \chi_b^{A^0} : i\gamma_5 \tan\beta \qquad (2-33)$$

از این نتایج و معادلات (۲-۳۰) می توانیم به روابط جالب زیر بین جفت شدگیهای نسبی در مدل II برسیم

$$\left(\chi_V^{h^0}\right)^2 + \left(\chi_V^{H^0}\right)^2 = 1$$

$$\left(\chi_u^{h^0,H^0} - \chi_V^{h^0,H^0}\right)\left(\chi_V^{h^0,H^0} - \chi_d^{h^0,H^0}\right) = 1 - \left(\chi_V^{h^0,H^0}\right)^2$$

$$\left(\chi_u^{h^0,H^0} - \chi_V^{h^0,H^0}\right)\chi_V^{h^0,H^0} = 1 + \chi_u^{h^0,H^0}\chi_d^{h^0,H^0}$$

$$\left(1 - \frac{m_{h^0}^2}{2m_{H^+}}\right)\chi_V^{h^0} + \frac{m_{h^0}^2 - \mu_3^2}{2m_{H^+}^2}\left(\chi_d^{h^0} + \chi_u^{h^0}\right) = \chi_{H^+}^{h^0}$$

در معادلات (۲-۳۰) و (۲-۳۳) می بینیم که مدل II در قید یکانی بودن در تراز درختی که در معادله (۲-۲۸) آورده شده است صدق می کند. بر خلاف مدل I، جفت شدگیهای نسبی یک هیگز معین به کوارکهای نوع پایین، با موارد مربوط به جفت شدگیهای با کوارکهای نوع بالا متفاوت است. از طرف دیگر، اگر $\cos(\beta-\alpha) \simeq 0$، جفت شدگیهای سبکترین بوزون هیگز با CPی زوج (h^0)، نه تنها در پتانسیل یوکاوا، بلکه در ناحیه جنبشی نیز تقریباً مشابه با جفت شدگیهای هیگز در SM است. اگر $H^0, A^0, H^\pm$ را به حد تکافو بزرگ در نظر بگیریم و فرض کنیم جفت شدگیهای با توان چهار $\geq O(1)$، به حد ناجفت شدگی[۱] میرسیم که نظریه مؤثر انرژی پایین در آن، همان SM است. از طرفی از (۲-۳۷) میتوان دید که مدل نوع II برای هیچ یک از بوزونهای هیگز یک وضعیت کاملاً

[1] Decoupling

فرمیوفبیک[1] از خود نشان نمیدهد (بر خلاف مدل I). برای مثال اگر $\alpha = \pi/2$، $h^0 \left(H^0\right)$ به فرمیونهای نوع بالا (پایین) جفت میشود، در حالیکه جفت شدگیها به فرمیونهای نوع پایین (بالا) حداکثر هستند. این رفتار تا اندازه ای فرمیوفبیک نیز تفاوت دیگر مدل نوع II و مدل نوع I و مدل استاندارد است.

$2HDM$ نوع III

مدل نوع III با در نظر گرفتن تمامی جملات لاگرانژین (۲-۲۷) حاصل می شود:

$$-\mathcal{L}_Y = \eta_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^0\tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \eta_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^0\Phi_1 D_{jR}^0 + \xi_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^0\tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + \xi_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^0\Phi_2 D_{jR}^0 + leptonic \quad sector + h.c. \qquad (2-34)$$

در مدل نوع III، می توانیم دوتایه را طوری دوران دهیم که تنها یکی از دوتایه ها VEV کسب کند. بنابراین بدون آنکه از کلیت مسأله کاسته شود، می توانیم فرض کنیم $\langle\Phi_1\rangle = \upsilon/\sqrt{2}\,,\ \langle\Phi_2\rangle = 0$ (ضمیمه های ب و پ). پس از بسط لاگرانژین (۲-۳۸) داریم

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{Y,type\mathrm{III}} = {} & \frac{g}{2M_W}\bar{D}M_D^{diag}D\left(\cos\alpha H^0 - \sin\alpha h^0\right) \\
& + \frac{1}{2}\bar{D}\xi^D D\left(\sin\alpha H^0 + \cos\alpha h^0\right) \\
& + \frac{i}{\sqrt{2}}\bar{D}\xi^D\gamma_5 D A^0 + \frac{g}{2M_W}\bar{U}M_U^{diag}U\left(\cos\alpha H^0 - \sin\alpha h^0\right) \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{U}\gamma_5 U\left(\sin\alpha H^0 + \cos\alpha h^0\right) - \frac{i}{\sqrt{2}}\bar{U}\xi^U\gamma_5 U A^0 \\
& + \bar{U}\left(K\xi^D P_R - \xi^U K P_L\right)DH^+ \\
& + Goldstone \quad interactions + leptonic \quad sector + h.c. \qquad (2-35)
\end{aligned}$$

چند ویژگی جالب وجود دارد: جفت شدگیهای قطری بوزون هیگز شبه اسکالر و بوزونهای هیگز باردار به فرمیونها، بر خلاف وضعیتی که در مدلهای نوع I و II داریم، با جرم فرمیونها متناسب نیستند: این جفت شدگیها به ξ_{ff}، یعنی عناصر قطری ماتریس آمیختگی ξ بستگی دارند. علاوه بر این، جفت شدگیهای قطری شامل بوزونهای هیگز با CPی زوج علاوه بر دارا بودن جمله ای که با جرم فرمیون متناسب است، جمله دیگری دارند که با ξ_{ff} متناسب است. یک بار دیگر جفت شدگیهای نسبی مدل را محاسبه می کنیم

[1] Fermiophobic

$$\chi_t^{H^0}: \cos\alpha + \frac{\xi_{tt}\sin\alpha}{\sqrt{2}m_t}\upsilon$$
$$\chi_b^{H^0}: \cos\alpha + \frac{\xi_{bb}\sin\alpha}{\sqrt{2}m_b}\upsilon$$
$$\chi_t^{h^0}: -\sin\alpha + \frac{\xi_{tt}\cos\alpha}{\sqrt{2}m_t}\upsilon$$
$$\chi_b^{h^0}: -\sin\alpha + \frac{\xi_{bb}\cos\alpha}{\sqrt{2}m_b}\upsilon$$
$$\chi_t^{A^0}: -\frac{i\xi_{tt}}{\sqrt{2}m_t}\upsilon \;\; ; \;\; \chi_b^{A^0}: \frac{i\xi_{bb}}{\sqrt{2}m_b}\upsilon \qquad (2-36)$$

حضور رأسهای آمیختگی قطری می تواند نقشی اساسی در بررسی پدیده های $FCNC$ داشته باشد. باید اشاره کنیم که به خاطر حضور جمله ξ_{ff}/m_f، جفت شدگیهای نسبی یکتا نیستند. برای مثال، جفت شدگیهای $\chi_t^{H^0}, \chi_c^{H^0}, \chi_u^{H^0}$ در حالت کلی مختلف اند. انحراف از وضعیتی که دارای عمومیت باشد می تواند به معنای حضور پدیده های $FCNC$ در تراز درختی باشد.

برای مثال، در این مدل نمی توانیم به یک حد کاملاً فرمیوفبیک برای هیگز h^0 برسیم، مگر آن که الگوی بسیار دقیقی از نسبت ξ_{ff}/m_f را در نظر بگیریم. برای مثال، امکان مشاهده h^0 در حالت سر-فوبیک وجود دارد، اما حالتهای افسون-فوبیک یا بالا-فوبیک خیر. دلیل این موضوع فقدان عمومیتیست که پیشتر اشاره شد. بر خلاف این مدل، مدل I تنها به طور همزمان می تواند به تمامی فرمیونها فرمیوفبیک باشد در حالیکه مدل II تنها می تواند به تمامی فرمیونهای نوع پایین و یا نوع بالا به طور همزمان فرمیوفبیک باشد. بنابر این، در مدل III اگر برای یک فرمیون خاص $\xi_{ff}=0$، در آن صورت A^0 به آن فرمیون(و تنها به آن) فرمیوفبیک می شود.

از آنجا که در مدل III می توانیم پایه ای را پیدا کنیم که در آن یکی از VEVها صفر باشد، ویژه حالتهای جرمی ساده تر می شوند. با انتخاب $\langle\Phi_2\rangle=0$ و با قرار دادن $\beta=0$ در معادله (۹-۲) به ویژه حالتهای جرمی میرسیم. این پارامتربندی را "پارامتربندی پایه" می نامیم. در این وضعیت تنها دوتایه Φ_1 شکست خود به خود تقارن را تولید می کند و بنابراین تنها دوتایه ایست که به فرمیون ها و بوزونهای برداری جرم می دهد و دوتایه دوم Φ_2 تنها برهمکنش با آن ها را موجب می شود.

علاوه بر این، با انتخاب $\langle\Phi_2\rangle=0$ و استفاده از پایه حالتهای $(h_1, h_2, g_2, H^{\pm})$ می بینیم که Φ_1 با دوتایه مدل استاندارد، و h_1 با هیگز مدل استاندارد متناظر است، چرا که دارای همان جفت

شدگیهاست و با g_2, h_2 برهمکنش ندارد. در نتیجه، تمامی میدانهای اسکالر جدید به دوتایه دوم Φ_2 تعلق دارند. از طرفی g_2, h_2 به بوزونهای پیمانه ای به فرم $h_2(g_2)W^+W^-$ یا $h_2(g_2)ZZ$ جفت نمیشوند. با این وجود باید به خاطر داشته باشیم که h_1, h_2 ویژه حالتهای جرمی نیستند و از طریق زاویه α آمیخته میشوند (معادله ۹-۲ را ببینید). اما، وقتی حالتی را در نظر می گیریم که در آن $\alpha \simeq 0$، این ویژگیها بسیار حائز اهمیت می شوند چرا که مجموعه $(h_1, h_2, g_2, H^\pm)$ یک پایه ویژه حالتهای جرمی میشود. وقتی در پارامتربندی پایه $\alpha \simeq 0$، به حد *decoupling* مدل می رسیم. از طرف دیگر، می توانیم لاگرانژین یوکاوای نوع III را طوری پارامتربندی کنیم که هر دوی *VEV* ها مخالف صفر باشند. محاسبات زیر نشان می دهند رابطه بین مدل III با مدل های نوع I و II در این پارامتربندی مشخصتر است. برای تمایز بین پارامتربندی ای که یک *VEV* دارد، با پارامتربندی ای که دو *VEV* دارد، پارامتربندی اخیر را مطابق زیر بازنویسی می کنیم

$$-\mathcal{L}_Y = \tilde{\eta}_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^0\tilde{\Phi}_1' U_{jR}^0 + \tilde{\eta}_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^0\Phi_1' D_{jR}^0 + \tilde{\xi}_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^0\tilde{\Phi}_2' U_{jR}^0 + \tilde{\xi}_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^0\Phi_2' D_{jR}^0 \\ + leptonic \quad sector + h.c. \qquad (2-37)$$

که $\langle\Phi_1'\rangle = \upsilon_1,\ \langle\Phi_2'\rangle = \upsilon_2$. روابط بین $(\tilde{\eta}_{ij}^{U,D}, \tilde{\xi}_{ij}^{U,D})$ و $(\eta_{ij}^{U,D}, \xi_{ij}^{U,D})$ در ضمیمه ب محاسبه شده اند. ابتدا لاگرانژین (۳۷-۲) را به صورت ترکیب دو لاگرانژین می نویسیم

$$-\mathcal{L}_{Y(U)} = \tilde{\eta}_{ij}^{U,0}\bar{Q}_{iL}^0\tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0 + \tilde{\xi}_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^0\tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + h.c.$$

$$-\mathcal{L}_{Y(D)} = \tilde{\eta}_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^0\Phi_1 D_{jR}^0 + \tilde{\xi}_{ij}^{D,0}\bar{Q}_{iL}^0\Phi_2 D_{jR}^0 + leptonic \quad sector + h.c.$$

$$-\mathcal{L}_{Y,type\mathrm{III}} = -\mathcal{L}_{Y(U)} - \mathcal{L}_{Y(D)}$$

برای تبدیل این لاگرانژین به ویژه حالتهای جرمی از تبدیلات یکانی

$$D_{L,R} = (V_{L,R})D_{L,R}^0, \\ U_{L,R} = (T_{L,R})U_{L,R}^0 \qquad (2-38)$$

زیر استفاده می کنیم که ماتریسهای جرمی از آنها به دست می آیند. در پارامتربندی ای که هر دوی *VEV*ها مخالف صفر هستند، داریم

$$M_D^{diag} = V_L\left[\frac{\upsilon_1}{\sqrt{2}}\tilde{\eta}^{D,0} + \frac{\upsilon_2}{\sqrt{2}}\tilde{\xi}^{D,0}\right]V_R^\dagger, \\ M_U^{diag} = T_L\left[\frac{\upsilon_1}{\sqrt{2}}\tilde{\eta}^{U,0} + \frac{\upsilon_2}{\sqrt{2}}\tilde{\xi}^{U,0}\right]T_R^\dagger \qquad (2-39)$$

با حل بر حسب $\tilde{\xi}^{U,0}, \tilde{\xi}^{D,0}$ داریم

$$\tilde{\xi}^{D,0} = \frac{\sqrt{2}}{\upsilon_2} V_L^{\dagger} M_D^{diag} V_R - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} \tilde{\eta}^{D,0}$$
$$\tilde{\xi}^{U,0} = \frac{\sqrt{2}}{\upsilon_2} T_L^{\dagger} M_D^{diag} T_R - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} \tilde{\eta}^{U,0} \qquad (2-40)$$

به عنوان یک نمادگذاری، معادلات (۴۰-۲) را پارامتربندی نوع I مینامیم. با جایگذاری در (۳۷-۲)، لاگرانژین بسط داده شده برای نواحی بالا و پایین عبارتند از

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}^{(\mathrm{I})}_{Y(U),type\mathrm{III}} &= \frac{g}{2M_W \sin\beta} \bar{U} M_U^{diag} U \left(\sin\alpha' H^0 + \cos\alpha' h^0 \right) \\
&- \frac{1}{\sqrt{2}\sin\beta} \bar{U} \tilde{\eta}^U U \left[\sin(\alpha'-\beta) H^0 + \cos(\alpha'-\beta) h^0 \right] \\
&- \frac{ig\cot\beta}{2M_W} \bar{U} M_U^{diag} \gamma_5 U A^0 + \frac{i}{\sqrt{2}\sin\beta} \bar{U} \tilde{\eta}^U \gamma_5 U A^0 \\
&- \frac{g\cot\beta}{\sqrt{2} M_W} \bar{U} M_U^{diag} K P_L D H^+ + \frac{1}{\sin\beta} \bar{U} \tilde{\eta}^U K P_L D H^+ \\
&- \frac{ig}{2M_W} \bar{U} M_U^{diag} \gamma_5 U G^0 - \frac{g}{\sqrt{2} M_W} \bar{U} M_U^{diag} K P_L D G_W^+ \\
&+ h.c. \qquad (2-41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}^{(\mathrm{I})}_{Y(D),type\mathrm{III}} &= \frac{g}{2M_W \sin\beta} \bar{D} M_D^{diag} D \left(\sin\alpha' H^0 + \cos\alpha' h^0 \right) \\
&- \frac{1}{\sqrt{2}\sin\beta} \bar{D} \tilde{\eta}^D D \left[\sin(\alpha'-\beta) H^0 + \cos(\alpha'-\beta) h^0 \right] \\
&+ \frac{ig\cot\beta}{2M_W} \bar{D} M_D^{diag} \gamma_5 D A^0 - \frac{i}{\sqrt{2}\sin\beta} \bar{D} \tilde{\eta}^D \gamma_5 D A^0 \\
&+ \frac{g\cot\beta}{\sqrt{2} M_W} \bar{U} K M_D^{diag} P_R D H^+ - \frac{1}{\sin\beta} \bar{U} \tilde{\eta}^U K P_R D H^+ \\
&+ \frac{ig}{2M_W} \bar{D} M_D^{diag} \gamma_5 D G^0 + \frac{g}{\sqrt{2} M_W} \bar{U} K M_D^{diag} P_R D G_W^+ \\
&+ leptonic \quad \sec tor + h.c. \qquad (2-42)
\end{aligned}$$

که K ماتریس CKM است و $\tilde{\eta}^{U(D)} = T_L\left(V_L\right)\tilde{\eta}^{U(D),0}T_R^{\dagger}\left(V_R\right)^{\dagger}$. اندیس I در این رابطه نشان دهنده پارامتربندی نوع I است. برای به دست آوردن روابط بالا از معادلات (۹-۲) استفاده کرده ایم) با این تفاوت که $\alpha \to \alpha'$. دلیل این تغییر این است که α کماکان نشان دهنده زاویه آمیختگی بین اسکالرهای هیگز با CPی زوج باشد (ضمیمه ب را ببینید). ناحیه لپتونی با جایگزین کردن لپتون های باردار (نوترینوها) به جای کوارک های نوع پایین (نوع بالا) نتیجه می شود.

میتوان به آسانی نشان داد که اگر (۴۱-۲) و (۴۲-۲) را جمع کنیم، به لاگرانژینی می رسیم که شامل لاگرانژین مدل I و نیز برخی برهمکنشهای FC است: $-\mathcal{L}_{Y(U)}^{(\mathrm{I})} - \mathcal{L}_{Y(D)}^{(\mathrm{I})}$. بنابراین با قراردادن $\tilde{\eta}^{D} = \tilde{\eta}^{U} = 0$ در معادلات(۴۱-۲) و (۴۲-۲) به لاگرانژین نوع I می رسیم. از طرف دیگر، از (۴۷-۲) می توانیم معادلات را به جای اینکه بر حسب $\tilde{\xi}^{D,0}, \tilde{\xi}^{U,0}$ حل کنیم، بر حسب $\tilde{\eta}^{D,0}, \tilde{\eta}^{U,0}$ بنویسیم

$$\begin{aligned}
\tilde{\eta}^{D,0} &= \frac{\sqrt{2}}{\upsilon_1} V_L^{\dagger} M_D^{diag} V_R - \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\tilde{\xi}^{D,0} \\
\tilde{\eta}^{U,0} &= \frac{\sqrt{2}}{\upsilon_1} T_L^{\dagger} M_U^{diag} T_R - \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\tilde{\xi}^{U,0}
\end{aligned} \qquad (2-43)$$

این پارامتربندی را پارامتربندی نوع II می نامیم. با جایگذاری این روابط در (۳۷-۲)، لاگرانژین بسط داده شده برای نواحی بالا و پایین تبدیل می شود به

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{Y(U),type\mathrm{III}}^{(\mathrm{II})} = &\frac{g}{2M_W\cos\beta}\bar{U}M_U^{diag}U\left(\cos\alpha' H^0 - \sin\alpha' h^0\right) \\
&+\frac{1}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{U}\tilde{\eta}^U U\left[\sin(\alpha'-\beta)H^0 + \cos(\alpha'-\beta)h^0\right] \\
&+\frac{ig\tan\beta}{2M_W}\bar{U}M_U^{diag}\gamma_5 U A^0 - \frac{i}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{U}\tilde{\eta}^U\gamma_5 U A^0 \\
&+\frac{g\tan\beta}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}M_U^{diag}KP_L D H^+ - \frac{1}{\cos\beta}\bar{U}\tilde{\eta}^U K P_L D H^+ \\
&-\frac{ig}{2M_W}\bar{U}M_U^{diag}\gamma_5 U G^0 - \frac{g}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}M_U^{diag}KP_L D G_W^+ \\
&+h.c.
\end{aligned} \qquad (2-44)$$

$$
\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{Y(D),type\mathrm{III}}^{(\mathrm{II})} &= \frac{g}{2M_W\cos\beta}\bar{D}M_D^{diag}D\left(\cos\alpha' H^0-\sin\alpha' h^0\right) \\
&+\frac{1}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{D}\tilde{\xi}^D D\left[\sin(\alpha'-\beta)H^0+\cos(\alpha'-\beta)h^0\right] \\
&-\frac{ig\tan\beta}{2M_W}\bar{D}M_D^{diag}\gamma_5 DA^0+\frac{i}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{D}\tilde{\xi}^D\gamma_5 DA^0 \\
&-\frac{g\tan\beta}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}KM_D^{diag}P_R DH^+ +\frac{1}{\cos\beta}\bar{U}K\tilde{\xi}^D P_R DH^+ \\
&+\frac{ig}{2M_W}\bar{D}M_D^{diag}\gamma_5 DG^0+\frac{g}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}KM_D^{diag}P_R DG_W^+ \\
&+leptonic\quad sector+h.c. \qquad (2-45)
\end{aligned}
$$

اندیس II نشان دهنده پارامتربندی نوع II است. اگر لاگرانژینهای (۴۱-۲) و (۴۵-۲) را جمع بزنیم، به لاگرانژین $2HDM$ نوع II به علاوه برخی برهمکنشهای FC می رسیم: $-\mathcal{L}_{Y(U)}^{(\mathrm{I})}-\mathcal{L}_{Y(D)}^{(\mathrm{II})}$. به طور مشابه و مانند قبل، لاگرانژین نوع II با قرار دادن $\tilde{\xi}^D=\tilde{\eta}^U=0$ در لاگرانژین کلی $-\mathcal{L}_{Y(U)}^{(\mathrm{I})}-\mathcal{L}_{Y(D)}^{(\mathrm{II})}$ به دست می آید. بنابراین، لاگرانژین نوع III را می توان به صورت حاصل جمع مدل II به علاوه برخی برهمکنشهای FC نوشت، مشروط بر آن که در ناحیه بالا از پارامتربندی نوع I و در ناحیه پایین از پارامتربندی نوع II استفاده کنیم.

علاوه بر این، با اضافه کردن $-\mathcal{L}_{Y(U)}^{(\mathrm{II})}-\mathcal{L}_{Y(D)}^{(\mathrm{II})}$ و $-\mathcal{L}_{Y(U)}^{(\mathrm{II})}-\mathcal{L}_{Y(D)}^{(\mathrm{I})}$ می توانیم دو پارامتربندی دیگر بسازیم. پارامتربندی اول متناظر است با مدل I به علاوه برخی برهمکنشهای FC، با این تفاوت که نقش دوتایه ها عوض شده است $\Phi_1\leftrightarrow\Phi_2$: با همین جا به جایی دوتایه ها، پارامتربندی دوم مدل نوع II را می دهد به علاوه برخی برهمکنشهای FC. از طرف دیگر، جملات شامل بوزونهای گلداستون در تمامی پارامتربندیها در پیمانه R یکسان هستند در حالیکه در پیمانه یکانی حذف میشوند. در نهایت، همان طور که در ضمیمه ب نشان داده شده است، ماتریسهای $\tilde{\eta}^{U,D},\tilde{\xi}^{U,D}$ در پارامتربندی پایه ببا فرمولهای زیر (معادلات ب-۱۴) به ماتریس های $\eta^{U,D},\xi^{U,D}$ مرتبط هستند (تمامی این ماتریسها FC هستند):

$$\tilde{\eta}^{U,D} = \frac{M_{U,D}}{\upsilon}\sqrt{\frac{2}{1+\tan^2\beta}} - \frac{\tan\beta}{1+\tan^2\beta}\xi^{U,D}$$
$$\tilde{\xi}^{U,D} = \left(\sqrt{\frac{2}{1+\tan^2\beta}}\right)\frac{M_{U,D}}{\upsilon}\tan\beta + \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\beta}}\xi^{U,D}$$
$$\eta^{U,D} = \frac{\sqrt{2}}{\upsilon}M_{U,D}$$
$$\xi^{U,D} = \left(\sqrt{1+\tan^2\beta}\right)\tilde{\xi}^{U,D} - \frac{\sqrt{2}\tan\beta}{\upsilon}M_{U,D} \qquad (2-46)$$

که همه روابط را بر حسب $\tan\beta$ نوشته ایم.

معرفی این پارامتربندی های جدید $2HDM$ نوع III، مقایسه این مدل با مدل های نوع I و II را آسانتر می سازد. علاوه بر این، این پایه می تواند برای بررسی حد ناجفت شدگی مورد استفاده قرار گیرد[1].

فصل سوم

شرط مثبت بودن [1]

۳-۱ مدل دوتایه هیگز N تایی $(NHDM)$

مدل دوتایی هیگز N تایی اغلب برای بررسی نقض CP [2, 3, 4, 5] و فرآیندهایی که در آنها تغییر طعم رخ می دهند مورد استفاده قرار می گیرند[6, 7, 8, 9] . عمومی ترین پتانسیل هیگز با N دوتایه به فرم زیر است [10]

$$V_H = \mu_{ij}(\Phi_i^\dagger \Phi_j) + \lambda_{ij,kl}(\Phi_i^\dagger \Phi_j)(\Phi_k^\dagger \Phi_l) \qquad (3-1)$$

این پتانسیل می باستی در شرط پایداری صدق کند. تا کنون هیچ روشی برای بررسی این شرط در حالتی که به جای دو دوتایه N دوتایه داریم ارائه نشده است. حتی در بررسی های مربوط به حالت $N=2$ نیز اغلب تمامی جملات پتانسیل در نظر گرفته نمی شوند. در این پایان نامه روشی برای بررسی این شرط ارائه می دهیم. با این کار در واقع یک فضای پارامتری جدید معرفی می کنیم که باب جدیدی را در بررسی مکانیزم هیگز در مدلهایی با بیش از دو دوتایه میگشاید. مدل ارائه شده در حالت $N=2$ به نتایج مدلهای دیگر می انجامد[11, 12, 13, 14, 15]. از طرف دیگر، این مدل می تواند برای بررسی در گروه وسیعی از مدلهای سه تایه [2] نیز مورد استفاده قرار گیرد.

۳-۲ فرمول بندی مدل

همان طور که از معادله (۳-۱) پیداست، در عمومی ترین حالت پتانسیل با جملاتی به فرم $(\Phi_i^\dagger \Phi_j)(\Phi_k^\dagger \Phi_l)$ سر و کار داریم. در ابتدا دوتایه ها را مطابق زیر بازنویسی کنیم

$$\Phi_i = \|\Phi_i\| \hat{\Phi}_i, \qquad (3-2)$$

که $\|\Phi_i\|$ نرم اسپینور Φ_i و $\hat{\Phi}_i$ یک اسپینور واحد است. همان طور که از معادله (۳-۱) میبینیم، در کلیترین حالت با $N^2/2$ ترکیب از میدانها مواجه می شویم:

[1] Positivity Constraint
[2] Triplet Higgs Model

$$\Phi_i^\dagger \Phi_i = \| \Phi_i \|^2,$$
$$\Phi_i^\dagger \Phi_j = \| \Phi_i \| \| \Phi_j \| (\hat{\Phi}_i^\dagger . \hat{\Phi}_j), \quad \Phi_j^\dagger \Phi_i = \left[\Phi_i^\dagger \Phi_j \right]^*, \tag{3-3}$$

اکنون مختصات فوق کروی را معرفی می کنیم که مطابق زیر تعریف می شود [16]:

$$\begin{aligned}
\xi_N &= r \cos\phi_N \\
\xi_{N-1} &= r \sin\phi_N \cos\phi_{N-1} \\
&\vdots \\
\xi_j &= r \sin\phi_N \cdots \sin\phi_{j+1} \cos\phi_j \\
&\vdots \\
\xi_2 &= r \sin\phi_N \cdots \sin\phi_3 \cos\phi_2 \\
\xi_1 &= r \sin\phi_N \cdots \sin\phi_2
\end{aligned} \tag{3-4}$$

که $\phi_1 = 0$ و

$$\sum_{j=1}^{N} \xi_j^2 = r^2.$$

اکنون نرم ها را مطابق زیر پارامتربندی می کنیم

$$\| \Phi_i \| = \xi_i. \tag{3-5}$$

ضرب مختلط $\hat{\Phi}_i^\dagger . \hat{\Phi}_j$ بین اسپینورهای یکه عدد مختلطی مانند $x_{ij} + iy_{ij}$ است که

$$\begin{aligned}
x_{ij} &= (x_i x_j + y_i y_j) \\
y_{ij} &= (y_i x_j - x_i y_j)
\end{aligned} \tag{3-6}$$

و $\left| x_{ij} + iy_{ij} \right| \le 1$. با استفاره از این پارامتربندی داریم

$$\Phi_i^\dagger \Phi_j = F(r, \phi_k)(x_{ij} + iy_{ij}) = \left[\Phi_j^\dagger \Phi_i \right]^*, \qquad k = 1, 2, ..., i, ..., j, ...N \tag{3-7}$$

که $\phi_k \in [0, \pi/2]$ و $r \ge 0,$ و $\sum_{i,j=1}^{N} (x_{ij}^2 + y_{ij}^2) \le 1.$. پتانسیل (۱-۳) را اکنون می توان نوشت

$$V = r^4 V_4 + r^2 V_2. \tag{3-8}$$

در این مرحله، مطابق زیر دو بار دیگر از مختصات فوق کروی استفاده می کنیم

$$\begin{aligned}
x_N &= r' \cos\phi'_N \\
x_{N-1} &= r' \sin\phi'_N \cos\phi'_{N-1} \\
&\vdots \\
x_j &= r' \sin\phi'_N \cdots \sin\phi'_{j+1} \cos\phi'_j \\
&\vdots \\
x_2 &= r' \sin\phi'_N \cdots \sin\phi'_3 \cos\phi'_2 \\
x_1 &= r' \sin\phi'_N \cdots \sin\phi'_2
\end{aligned} \tag{3-9}$$

و

$$
\begin{aligned}
&y_N = r'\cos\phi_N'' \\
&y_{N-1} = r'\sin\phi_N''\cos\phi_{N-1}'' \\
&\vdots \\
&y_j = r'\sin\phi_N''\cdots\sin\phi_{j+1}''\cos\phi_j'' \\
&\vdots \\
&y_2 = r'\sin\phi_N''\cdots\sin\phi_3''\cos\phi_2'' \\
&y_1 = r'\sin\phi_N''\cdots\sin\phi_2'' \qquad (3-10)
\end{aligned}
$$

که $r' \le 1$، $\phi_i', \phi_i'' \in [0, 2\pi]$ و

$$\phi_i' + \phi_j'' = \phi_k' + \phi_l'' = (2k+1)\pi/2, \qquad (3-11)$$

که $0 \le k \le 3$ و k یک عدد صحیح غیر صفر است. برای آنکه شرط پایداری برقرار باشد، V_4 می باستی به ازای تمامی ترکیبات $\phi_i \in [0, \pi/2]$, $r' \in [0,1]$ و $\phi_i', \phi_i'' \in [0, 2\pi]$ مثبت باشد.

۳-۳ مدل در حالت $N = 2$

بررسی شرط پایداری حتی در مدل هیگز دوتایه دوتایی نیز چندان آسان نیست و اغلب پتانسیل هایی که در نظر گرفته شده اند، پتانسیل هایی هستند که برخی از جملات در آن ها صفر است. کلی ترین پتانسیلی که تا کنون در نظر گرفته شده، مطابق زیر است[15]

$$
\begin{aligned}
V = &\frac{\lambda_1}{2}(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2 + \frac{\lambda_2}{2}(\Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 + \lambda_3(\Phi_1^\dagger\Phi_1)(\Phi_2^\dagger\Phi_2) + \lambda_4(\Phi_1^\dagger\Phi_2)(\Phi_2^\dagger\Phi_1) \\
&+\frac{1}{2}\left[\lambda_5(\Phi_1^\dagger\Phi_2)^2 + h.c.\right] \\
&-\frac{1}{2}\left\{m_{11}^2(\Phi_1^\dagger\Phi_1) + \left[m_{12}^2(\Phi_1^\dagger\Phi_2) + h.c.\right] + m_{22}^2(\Phi_2^\dagger\Phi_2)\right\} \\
&+\left\{\left[\lambda_6(\Phi_1^\dagger\Phi_1) + \lambda_7(\Phi_2^\dagger\Phi_2)\right](\Phi_1^\dagger\Phi_2) + h.c\right\} \qquad (3-12)
\end{aligned}
$$

چنان چه مدل را برای حالت $N = 2$ در نظر بگیریم، تنها با چهار ترکیب زیر سر و کار خواهیم داشت:

$$
\begin{aligned}
&\Phi_1^\dagger\Phi_1 = \|\Phi_1^2\| \;, \\
&\Phi_2^\dagger\Phi_2 = \|\Phi_2^2\| \;, \\
&\Phi_2^\dagger\Phi_1 = \|\Phi_1\|.\|\Phi_2\|\left(\hat{\Phi}_2^\dagger.\hat{\Phi}_1\right) \;, \\
&\Phi_1^\dagger\Phi_2 = \left[\Phi_2^\dagger\Phi_1\right]^* \qquad (3-13)
\end{aligned}
$$

در این حالت از روابط (3-4)، (3-9) و (3-10) داریم

$$
\begin{aligned}
\xi_2 &= r\cos\phi_2 \\
\xi_1 &= r\sin\phi_2 \\
\\
x_2 &= r'\cos\phi_2' \\
x_1 &= r'\sin\phi_2' \\
\\
y_2 &= r'\cos\phi_2'' \\
y_1 &= r'\sin\phi_2''
\end{aligned}
\tag{3-14}
$$

از طرفی، با استفاده از روابط مثلثاتی می توان نشان داد که در رابطه (3-6) داریم

$$x_{12}+iy_{12}=r'^2[\sin(\phi_2'+\phi_2'')\cos(\phi_2'-\phi_2'')+i\sin(\phi_2'-\phi_2'')] \tag{3-15}$$

اما شرط (3-11) معادله (3-15) را تبدیل می کند به

$$x_{12}+iy_{12}=r'^2[\cos(\phi_2'-\phi_2'')+i\sin(\phi_2'-\phi_2'')] \tag{3-16}$$

در این مرحله، برای راحتی کار و مقایسه با نتایج قبلی تغییر متغیر های زیر را انجام میدهیم

$$
\begin{aligned}
r &= \rho \\
\phi_2 &= \gamma \\
\phi_2'-\phi_2'' &= \theta \\
x_{12} &= x \\
y_{12} &= y
\end{aligned}
\tag{3-17}
$$

با این کار داریم

$$
\begin{aligned}
\Phi_1^\dagger\Phi_1 &= r^2\cos^2\gamma \\
\Phi_2^\dagger\Phi_2 &= r^2\sin^2\gamma \\
\Phi_2^\dagger\Phi_1 &= r^2\cos\gamma\sin\gamma(x+iy) \\
\Phi_1^\dagger\Phi_2 &= r^2\cos\gamma\sin\gamma(x-iy)
\end{aligned}
\tag{3-18}
$$

و در نتیجه

$$
\begin{aligned}
V_4 &= \lambda_1 A_1+\lambda_2 A_2+\lambda_3 A_3+\lambda_4 A_4+\mathrm{Re}\,\lambda_5 A_5+\mathrm{Im}\,\lambda_5 A_6 \\
&+\mathrm{Re}\,\lambda_6 A_7+\mathrm{Im}\,\lambda_6 A_8+\mathrm{Re}\,\lambda_7 A_9+\mathrm{Im}\,\lambda_7 A_{10}
\end{aligned}
\tag{3-19}
$$

که

$$A_1 = \frac{1}{2}\cos^4\gamma,$$
$$A_2 = \frac{1}{2}\sin^4\gamma,$$
$$A_3 = \cos^2\gamma\sin^2\gamma,$$
$$A_4 = \rho^2\cos^2\gamma\sin^2\gamma,$$
$$A_5 = \rho^2\cos^2\gamma\sin^2\gamma\cos(2\theta),$$
$$A_6 = \rho^2\cos^2\gamma\sin^2\gamma\sin(2\theta),$$
$$A_7 = 2\rho\cos^3\gamma\sin\gamma\cos\theta,$$
$$A_8 = 2\rho\cos^3\gamma\sin\gamma\sin\theta,$$
$$A_9 = 2\rho\cos\gamma\sin^3\gamma\cos\theta,$$
$$A_{10} = 2y\cos\gamma\sin^3\gamma\sin\theta. \qquad (3-20)$$

که همان نتیجه[15] است: برای آن که شرط پایداری برقرار باشد، V_4 باید برای تمامی ترکیبات $\rho\in[0,1], \gamma\in[0,\pi/2]$ و $\theta\in[0,2\pi)$ مثبت باشد. این شرط، شرط لازم و کافی برای بر قرار بودن پایداریست.

اکنون به بررسی برخی نقاط خاص از فضای پارامتری در حالت $N=2$ خواهیم پرداخت که به شرایط پایداری ساده تری منجر می شوند:

ابتدا نقاط مرزی $\gamma=0$ و $\gamma=\pi/2$ را در نظر می گیریم:

$$V_4(\gamma=0) = \frac{\gamma_1}{2},$$
$$V_4(\gamma=\pi/2) = \frac{\gamma_2}{2}.$$

از این دو رابطه برای شرایط پایداری داریم

$$\lambda_1 \succ 0 \quad and \quad \lambda_2 \succ 0$$

● حالت $\rho=0$:

با در نظر گرفتن نقاطی که در آن ها $\rho=0$، به دست می آوریم

$$V_4(\rho=0) = \frac{\lambda_1}{2}\cos^4\gamma + \frac{\lambda_4}{2}\sin^4\gamma + \lambda_3\cos^2\gamma\sin^2\gamma$$

بنابراین باید داشته باشیم

$$\lambda_3 \succ -\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_1}{\tan^2\gamma} + \lambda_2\tan^2\gamma\right)$$

طرف راست معادله بالا زمانی کمینه است که

$$\tan^2\gamma = \sqrt{\lambda_1/\lambda_2}$$

بنابراین برای شرط لازم برای λ_3 دایم

$$\lambda_3 \succ -\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$$

که همان نتیجه [11, 15] است.

- حد $\lambda_3 = \lambda_7 = 0$

در این حالت V_4 را می توان نوشت

$$V_4 = \frac{\lambda_1}{2}\cos^4\gamma + \frac{\lambda_2}{2}\sin^4\gamma + \left[\lambda_3 + \rho^2\left(\lambda_4 + \mathrm{Re}\,\lambda_5\cos 2\theta + \mathrm{Im}\,\lambda_5\sin 2\theta\right)\right]\cos^2\gamma\sin^2\gamma$$

و در نتیجه برای شرط پایداری داریم

$$\lambda_3 + \min\left[0, \lambda_4 - |\lambda_5|\right] \succ -\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$$

که همان نتیجه [11, 15] است.

نتیجه گیری

روشی که برای بررسی شرط مثبت بودن در این مدل ارائه داده ایم، این امکان را فراهم می آورد تا در وضعیتی با تعداد دلخواهی از دوتایه ها بتوانیم شرط مثبت بودن را بررسی کنیم. باید دقت داشت که این شرط چیزی بیش از یک ابزار ریاضی است چراکه بر روی ضرائب جفت شدگی و در نتیجه جرم ذرات پیش بینی شده کرانی را اعمال می کند. رهیافت ما می تواند برای بررسی این شرط در گروه وسیعی از مدلهای سه تایه هگیز نیز مورد استفاده قرار گیرد.

ضمیمه الف

تعیین کمینه های پتانسیل و ویژه حالت های جرمی

(الف-۱) شرط کمینه برای پتانسیل

پتانسیل را می توان بر حسب عملگرهای ناوردای پیمانه ای زیر نوشت

$$\hat{A} \equiv \Phi_1^\dagger \Phi_1, \hat{B} \equiv \Phi_2^\dagger \Phi_2, \hat{C} = \frac{1}{2}\left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 + \Phi_2^\dagger \Phi_1\right) = \mathrm{Re}(\Phi_1^\dagger \Phi_2),$$
$$\hat{D} = -\frac{i}{2}\left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 - \Phi_2^\dagger \Phi_1\right) = \mathrm{Im}(\Phi_1^\dagger \Phi_2)$$

عمومی ترین پتانسیل قابل بازبهنجارشی که تحت $SU(2)\times U(1)$ ناوردا باشد با رابطه زیر بیان می شود

$$\begin{aligned} V_g &= -\mu_1^2 \hat{A} - \mu_2^2 \hat{B} - \mu_3^2 \hat{C} - \mu_4^2 \hat{D} \\ &+ \lambda_1 \hat{A}^2 + \lambda_2 \hat{B}^2 + \lambda_3 \hat{C}^2 + \lambda_4 \hat{D}^2 \\ &+ \lambda_5 \hat{A}\hat{B} + \lambda_6 \hat{A}\hat{C} + \lambda_8 \hat{A}\hat{D} + \lambda_7 \hat{B}\hat{C} + \lambda_9 \hat{B}\hat{D} + \lambda_{10} \hat{C}\hat{D} \end{aligned} \qquad \text{(الف-1)}$$

برای ساده تر شدن محاسبات، در این ضمیمه از دوگانه های زیر استفاده می کنیم

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \;;\; \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_5 + i\phi_6 \\ \phi_7 + i\phi_8 \end{pmatrix} \qquad \text{(الف-2)}$$

از اینجا به بعد فرض می کنیم که هر دوی VEV ها حقیقی انتخاب شوند (به عبارت دیگر نقض CP خود به خود نداشته باشیم) طوریکه $\langle\phi_3\rangle = \upsilon_1/\sqrt{2}; \langle\phi_7\rangle = \upsilon_2/\sqrt{2}$. اکنون شرایط کمینه (تدپل ها) را بدست می آوریم.

$$T_i = \frac{\partial V}{\partial \phi_i}\bigg|_{\phi_3 = \upsilon_1/\sqrt{2}, \phi_7 = \upsilon_2/\sqrt{2}} = 0$$

که ϕ_i، با $i = 1,\dots,8$، نشان دهنده هر یک از ویژه حالتهای پیمانه ای اسکالرهایی است که در (الف-۲) تعریف شده اند. با انجام محاسبات به معادلات غیر بدیهی زیر می رسیم

$$0=T_3=\frac{1}{4}\lambda_7\upsilon_2^3+\lambda_1\upsilon_1^3+\frac{3}{4}\lambda_6\upsilon_1^2\upsilon_2-\mu_1^2\upsilon_1+\frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_2^2\upsilon_1+\frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1\upsilon_2^2-\frac{1}{2}\mu_3^2\upsilon_2$$
$$0=T_4=\left(-2\mu_4^2+\lambda_9\upsilon_2^2+\lambda_8\upsilon_1^2+\lambda_{10}\upsilon_2\upsilon_1\right)\upsilon_1$$
$$0=T_7=\frac{3}{4}\lambda_7\upsilon_2^2\upsilon_1-\mu_2^2\upsilon_2+\lambda_2\upsilon_2^3-\frac{1}{2}\mu_3^2\upsilon_1+\frac{1}{4}\lambda_6\upsilon_1^3+\frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1^2\upsilon_2+\frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_2\upsilon_1^2$$
$$0=T_8=\left(2\mu_4^2+\lambda_9\upsilon_2^2+\lambda_8\upsilon_1^2+\lambda_{10}\upsilon_2\upsilon_1\right)\upsilon_1 \qquad \text{(الـف-3)}$$

اکنون عناصر ماتریس جرمی از جملات با درجه دو از اسکالرها بدست می آیند

$$M_{ij}^2=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial\phi_i\partial\phi_j}\bigg|_{\phi_3=\upsilon_1/\sqrt{2},\phi_7=\upsilon_2/\sqrt{2}} \qquad \text{(الـف-4)}$$

از (الف-۴، الف-۱)، و (الف-۲) ماتریس جرمی 8×8 مطابق زیر بدست می آید

$$\begin{pmatrix} M_{11}^2 & 0 & 0 & 0 & M_{15}^2 & M_{16}^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_{22}^2 & 0 & 0 & M_{25}^2 & M_{26}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33}^2 & M_{34}^2 & 0 & 0 & M_{37}^2 & M_{38}^2 \\ 0 & 0 & M_{34}^2 & M_{44}^2 & 0 & 0 & M_{47}^2 & M_{48}^2 \\ M_{15}^2 & M_{25}^2 & 0 & 0 & M_{55}^2 & 0 & 0 & 0 \\ M_{16}^2 & M_{26}^2 & 0 & 0 & 0 & M_{66}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{37}^2 & M_{47}^2 & 0 & 0 & M_{77}^2 & M_{78}^2 \\ 0 & 0 & M_{38}^2 & M_{48}^2 & 0 & 0 & M_{87} & M_{88}^2 \end{pmatrix} \qquad \text{(الـف-5)}$$

و عناصر ماتریسی عبارتند از

$$M_{11}^2=-\mu_1^2+\lambda_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_2^2+\frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{15}^4=-\frac{1}{2}\mu_3^2+\frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1\upsilon_2+\frac{1}{6}\lambda_6\upsilon_1^2+\frac{1}{4}\lambda_7\upsilon_2^2$$
$$M_{16}^2=-\frac{1}{2}\mu_4^2+\frac{1}{4}\lambda_{10}\upsilon_1\upsilon_2+\frac{1}{4}\lambda_8\upsilon_1^2+\frac{1}{4}\lambda_9\upsilon_2^2$$
$$M_{22}^2=-\mu_1^2+\lambda_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_2^2+\frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{25}^2=-\frac{1}{4}\lambda_9\upsilon_2^2-\frac{1}{4}\lambda_{10}\upsilon_1\upsilon_2+\frac{1}{2}\mu_4^2-\frac{1}{4}\lambda_8\upsilon_1^2$$
$$M_{26}^2=-\frac{1}{2}\mu_3^2+\frac{1}{4}\lambda_7\upsilon_2^2+\frac{1}{4}\lambda_6\upsilon_1^2+\frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{33}^2=-\mu_1^2+3\lambda_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_2^2+\frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_2^2+\frac{3}{2}\lambda_6\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{34}^2=-\frac{1}{2}\lambda_8\upsilon_1\upsilon_2-\frac{1}{4}\lambda_{10}\upsilon_2^2$$

$$M_{37}^2 = -\frac{1}{2}\mu_3^2 + \frac{3}{4}\lambda_7\upsilon_2^2 + \frac{3}{4}\lambda_6\upsilon_1^2 + \lambda_5\upsilon_1\upsilon_2 + \lambda_3\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{38}^2 = \frac{1}{4}\lambda_9\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_{10}\upsilon_1\upsilon_2 - \frac{1}{2}\mu_4^2 + \frac{3}{4}\lambda_8\upsilon_1^2$$
$$M_{44}^2 = -\mu_1^2 + \lambda_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_4\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{47}^2 = -\frac{3}{4}\lambda_9\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\lambda_{10}\upsilon_1\upsilon_2 + \frac{1}{2}\mu_4^2 - \frac{1}{4}\lambda_8\upsilon_1^2$$
$$M_{48}^2 = -\frac{1}{2}\mu_3^2 + \frac{1}{4}\lambda_7\upsilon_2^2 + \frac{1}{4}\lambda_6\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1\upsilon_2 - \frac{1}{2}\lambda_4\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{55}^2 = -\mu_2^2 + \lambda_2\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_7\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{66}^2 = -\mu_2^2 + \lambda_2\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_7\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{77}^2 = -\mu_2^2 + 3\lambda_2\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2 + \frac{3}{2}\lambda_7\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{78}^2 = \frac{1}{2}\lambda_9\upsilon_2\upsilon_1 + \frac{1}{4}\lambda_{10}\upsilon_1^2$$
$$M_{88}^2 = -\mu_2^2 + \lambda_2\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_4\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_7\upsilon_1\upsilon_2 \qquad \text{(الف-6)}$$

مشاهده می کنیم که $\upsilon_2 = 0$ نیز یک جواب قابل قبول برای معادلات (الف-۳) است. اکنون اگر مسئله را با شرط $\upsilon_2 = 0$ حل کنیم و سایر شرایط کمینه را در جملات جرمی (الف-۶) جایگذاری کنیم، خواهیم داشت

$$M_{12}^2 = 0; M_{15}^2 = 0; M_{16}^2 = \frac{1}{2}\lambda_8\upsilon_1^2; M_{22}^2 = -\frac{1}{2}\lambda_8\upsilon_1^2$$
$$M_{26}^2 = 0; M_{33}^2 = 2\lambda_1\upsilon_1^2; M_{34}^2 = 0; M_{37}^2 = \frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1^2; M_{38}^2 = \lambda_8\upsilon_1^2$$
$$M_{44}^2 = 0; M_{47}^2 = -\frac{1}{2}\lambda_8\upsilon_1^2; M_{48}^2 = 0; M_{55}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2$$
$$M_{66}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2; M_{88}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_4\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2$$

می بینیم که پتانسیل (الف-۱) به خاطر وجود جمله های $M_{16}, M_{25}, M_{34}, M_{38}, M_{47}, M_{78}$ در ماتریس جرم (الف-۵) CP را به طور صریح نقض می کند چرا که این جملات قسمت های حقیقی و قسمت های موهومی میدان های مختلط ϕ_1^0, ϕ_2^0 را ترکیب می کند(معادلات الف-۲، الف-۱). همان طور که در قسمت زیر خواهیم دید، این جملات در پتانسیل های (۴-۲، ۵-۲، ۸- ۲) صفر می شوند و بنابر این نقض CP صریح نداریم. با این وجود، پتانسیل های (۴-۲، ۶-۲) می توانند به

نقض CP خود به خودی منجر شوند در حالیکه پتانسیل های (۵-۲، ۸- ۲) به نقض CP خود به خودی نیز منجر نمی شوند.

اکنون قبل از بررسی برخی حالت های خاص پتانسیل چند فرمول مفید را معرفی می کنیم. اگر یک ماتریس حقیقی 2×2 متقارن به شکل زیر داشته باشیم

$$A=\begin{pmatrix} a & c \\ c & b \end{pmatrix}$$

ویژه مقادیر و ویژه بردارهای متعامد بهنجار آن با روابط زیر بیان می شوند

$$k_{1,2}=\frac{1}{2}\left[a+b\pm\sqrt{(a-b)^2+4c^2}\right]$$
$$\begin{pmatrix} \cos\delta \\ \sin\delta \end{pmatrix}\equiv\vec{u}_1\leftrightarrow k_1 \quad ; \quad \begin{pmatrix} -\sin\delta \\ \cos\delta \end{pmatrix}\equiv\vec{u}_2\leftrightarrow k_2$$
$$\sin 2\delta=\frac{2c}{\sqrt{(a-b)^2+4c^2}} \quad ; \quad \cos 2\delta=\frac{(a-b)}{\sqrt{(a-b)^2+4c^2}} \qquad \text{(الف-7)}$$

و بنابراین داریم

$$UAU^{\dagger}=\begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$$
$$U\equiv\begin{pmatrix} \vec{u}_1^T \\ \vec{u}_2^T \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \cos\delta & \sin\delta \\ -\sin\delta & \cos\delta \end{pmatrix}$$

از طرفی اگر از یک دوگانه از ویژه حالت های پیمانه ای شروع کنیم

$$\Omega\equiv\begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \end{pmatrix}$$

و تعریف های زیر را استفاده کنیم

$$H\equiv U\Omega\equiv\begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} \quad , \quad M\equiv UAU^{\dagger}=\begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$$

بخاطر یکانی بودن ماتریس دوران U اتحاد زیر برقرار است

$$\Omega^{\dagger}A\Omega=H^{\dagger}MH$$

و چون M قطری است، دوگانه H حاوی ویژه حالت های جرمی است (H_1,H_2). این ویژه حالت ها با دوران ویژه حالت های پیمانه ای اولیه از طریق ماتریس یکانی U بدست می آیند و k_1,k_2 به

ترتیب متناظر با مربع جرم های ویژه حالت های جرمی H_1, H_2 هستند.اکنون به بررسی برخی حالت های خاص پتانسیل (الف-۱) می پردازیم.

الف-۱-۱ پتانسیل با ناوردایی C

مطابق بخش (۱-۲-۲) اگر بخواهیم پتانسیل تحت C ناوردا باشد، می بایستی قرار دهیم $\mu_4^2 = \lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = 0$. از طرفی، می توانیم دورانی را بر روی 2DHM اعمال کنیک به گونه ای که تنها یکی از آن ها VEV کسب کند (جزئیات بیشتر در پیوست ب آورده شده اند). بنابراین بدون آنکه از کلیت مسئله کاسته شود می توانیم قرار دهیم $\langle \phi_3 \rangle = \upsilon_1 / \sqrt{2}\ \ ;\ \ \langle \phi_7 \rangle = \upsilon_2 / \sqrt{2} = 0$.

با اعمال موارد ذکر شده، شرایط کمینه تنها به دو معادله تبدیل می شوند

$$\mu_1^2 = \lambda_1 \upsilon_1^2\ \ ;\ \ \mu_3^2 = \frac{\lambda_6 \upsilon_1^2}{2}$$

با جایگذاری این موارد در ماتریس جرمی داریم

$$M_{15}^2 = -\frac{1}{2}\mu_3^2 + \frac{1}{4}\lambda_6 \upsilon_1^2\ \ ;\ \ M_{33}^2 = 2\lambda_1 \upsilon_1^2\ \ ;\ \ M_{37}^2 = \frac{1}{2}\lambda_6 \upsilon_1^2$$

$$M_{55}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2\ \ ;\ \ M_{66}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2$$

$$M_{77}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_3 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2\ \ ;\ \ M_{88}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_4 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2$$

و سایر جمله ها نیز صفر می شوند. اکنون می توانیم اندیس ها را به این طریق تغییر دهیم $1,2,3,4,5,6,7,8 \rightarrow 1,2,5,6,3,7,4,8$. با این کار داریم

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{55}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{66}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{33}^2 & M_{37}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{73}^2 & M_{77}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{88}^2 \end{pmatrix} \qquad \text{(الف-8)}$$

که می توان آن را به صورت زیر تجزیه نمود

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{55}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{66}^2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} M_{33}^2 & M_{37}^2 \\ M_{73}^2 & M_{77}^2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{88}^2 \end{pmatrix} \qquad \text{(الف-9)}$$

از طرفی چون $M_{55}^2 = M_{66}^2$، می توان برای ماتریس اول نوشت

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{55}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{66}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{55}^2 \end{pmatrix} \otimes I_{2\times 2} \qquad \text{(الف-10)}$$

با چنین کاری قطری کردن ماتریس (الف-۸) ساده تر خواهد بود چراکه این کار معادل است با قطری کردن هر یک از زیر- ماتریس های فوق. با قطری کردن ماتریس (الف-۱۰) شروع می کنیم که متناظر با اندیس های $1,2,5,6$ است. ویژه بردارهای اورتونرمال و ویژه مقادیر در این مورد عبارتند از

$$\begin{aligned} &\left\{(1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T, \left(0 \quad 1 \quad 0 \quad 0\right)^T\right\} \to m_{G^+}^2 = 0 \\ &\left\{(0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T, \left(0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\right)^T\right\} \to m_{H^+}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2 \end{aligned} \qquad \text{(الف-11)}$$

که هر ویژه مقدار دارای تبهگنی دوگانه است و بنابراین متناظر با ویژه حالت های باردار هستند. ویژه مقدار $m_{G^+}^2 = 0$ متناظر با یک بوزون گلداستون است در حالیکه $m_{H^+}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2$ متناظر با جرم یک بوزون هیگز باردار است. بنابر ویژه بردارهای بدست آمده در (الف-۱۱) ویزه حالت های جرمی با رابطه زیر بیان می شوند

$$\begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \end{pmatrix}$$

اما با توجه به اینکه برای تعریف یک بوزون هیگز باردار اسکالر به دو درجه آزادی نیاز داریم، در می یابیم که دو میدان اسکالر اول معرف بوزون باردار گلداستون G^+ هستند که به صورت یک ترکیب خطی از اسکالر های ϕ_1, ϕ_2 نوشته می شود. انتقال هر دو درجه آزادی را می توان به صورت $\left(G_1, G_2\right)^T \to G_1 + iG_2 \equiv G^+$ و به همین طریق $\left(\phi_1, \phi_2\right)^T \to \phi_1 + i\phi_2 \equiv \phi_1^+$ انجام داد. چیز

مشابهی نیز برای $\phi_2^+ \equiv (\phi_5,\phi_6)^T$ و $H^+ \equiv (H_1,H_2)^T$. بنابراین دوران بطن ویژه حالت های جرمی و پیمانه ای میدان های اسکالر باردار را می توان به صورت زیر ساده کرد

$$\begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix}$$

ماتریس دوم در رابطه (الف-۹) متناظر با اندیس های ۳و ۷ است.

$$\begin{pmatrix} M_{33}^2 & M_{37}^2 \\ M_{73}^2 & M_{77}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\lambda_1\upsilon_1^2 & \frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1^2 \\ \frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1^2 & -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2 \end{pmatrix}$$

با استفاده از معادلات (الف-۷) ویژه مقادیر و ویژه بودارهای اورتونرمال شده عبارتند از

$$m_{H^0,h^0}^2 = \left(\lambda_1 + \frac{1}{2}\lambda_+\right)\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}\mu_2^2 \pm \sqrt{\left[\left(\lambda_1 - \frac{1}{2}\lambda_+\right)\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\mu_2^2\right]^2 + \left(\frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1^2\right)^2}$$

$$\begin{pmatrix} \sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix} \leftrightarrow m_{H^0}^2 ; \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix} \leftrightarrow m_{h^0}^2$$

$$\tan 2\alpha = \frac{\lambda_6\upsilon_1^2}{(2\lambda_1 - \lambda_+)\upsilon_1^2 + \mu_2^2} ; \lambda_+ \equiv \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_5)$$

در نتیجه فرآیند قطری کردن از طریق دوران ویژه حالت های پیمانه ای زیر صورت گرفته است

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}\phi_3 - \upsilon_1 \\ \sqrt{2}\phi_7 - \upsilon_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix}$$

اما مطابق پارامتریزه کردن (الف-۲) و (۲-۲) دوگانه های هیگز، یعنی

$$\left(\sqrt{2}\phi_{3,7} - \upsilon_{1,2}\right) \rightarrow h_{1,2}$$

بدست می آوریم

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix}$$

در نهایت، زیر- ماتریس متناظر با عناصر ۴، ۸ در معادله (الف-۹) را قطری می کنیم

$$\begin{pmatrix} M_{44}^2 & M_{48}^2 \\ M_{84}^2 & M_{88}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\mu_2^2 + \frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5)\upsilon_1^2 \end{pmatrix}$$

که ویژه مقادیر و ویژه بردارهای آن عبارتند از

$$\left\{\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right\} \leftrightarrow 0 \quad , \quad \left\{\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right\} \leftrightarrow -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\upsilon_1^2\lambda_4 + \frac{1}{2}\upsilon_1^2\lambda_5$$

ویژه مقدار اول متناظر با یک بوزون گلداستون خنثی بدون جرم است در حالیکه ویژه مقدار دوم مربوط به یک بوزون هیگز خنثی دیگر است.

$$m_{G^0} = 0; m_{A^0} = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5)\upsilon_1^2$$

ویژه حالت های جرمی با رابطه زیر بیان می شوند

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi_4\\\phi_5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}G^0\\A^0\end{pmatrix}$$

الف-۱-۲ پتانسیل با ناوردایی Z_2

همان طور که در بخش (۱-۲-۲) توضیح داده شد، یک راه جلوگیری از نقض CP خود به خودی نیازمند اعمال ناوردایی تحت تقارن Z_2 $\left(\Phi_1 \to \Phi_2, \Phi_2 \to -\Phi_2\right)$ است (ناوردایی تحت C نیز می بایستی اعمال شود). چنین کاری متناظر است با قرار دادن $\mu_3^2 = \mu_4^2 = \lambda_6 = \lambda_7 = \lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = 0$ در (الف-۱). با چنطن کاری شرایط کمینه به دو معادله زیر تقلیل می یابند:

$$\upsilon_1\left[-\mu_1^2 + \lambda_1\upsilon_1^2 + \lambda_+\upsilon_2^2\right] = 0$$
$$\upsilon_2\left[-\mu_2^2 + \lambda_2\upsilon_2^2 + \lambda_+\upsilon_1^2\right] = 0$$

که $\lambda_+ = \frac{1}{2}\left(\lambda_3 + \lambda_5\right)$. در نتیجه دو مجموعه جواب مستقل از هم داریم

$$a)\ \ \upsilon_1^2 = \frac{\lambda_2\mu_1^2 - \lambda_+\mu_2^2}{\lambda_1\lambda_2 - \lambda_+^2} \ \ ; \ \ \upsilon_2^2 = \frac{\lambda_1\mu_2^2 - \lambda_+\mu_1^2}{\lambda_1\lambda_2 - \lambda_+^2}$$
$$b)\ \ \upsilon_2^2 = 0 \ \ ; \ \ \upsilon_1^2 = \frac{\mu_1^2}{\lambda_1}$$

مجموعه جواب اول

ماتریس جرمی تجزیه شده پس از استفاده از شرایط کمینه، نام گذاری جدید عناصر و اعمال $M_{15}^2 = M_{16}^2, M_{11}^2 = M_{22}^2, M_{55}^2 = M_{66}^2$ تبدیل می شود به

$$M_{tot}^2=\left[\begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{15}^2 \\ M_{15}^2 & M_{55}^2 \end{pmatrix}\otimes I_{2\times 2}\right]\oplus\begin{pmatrix} M_{33}^2 & M_{37}^2 \\ M_{37}^2 & M_{77}^2 \end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix} M_{44}^2 & M_{48}^2 \\ M_{48}^2 & M_{88}^2 \end{pmatrix}$$

$$M_{11}^2=-\frac{1}{2}\upsilon_2^2\lambda_3 \;\;;\;\; M_{15}^2=\frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1\upsilon_2 \;\;;\;\; M_{22}^2=-\frac{1}{2}\upsilon_2^2\lambda_3 \;\;;\;\; M_{26}^2=\frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1\upsilon_2$$

$$M_{33}^2=2\lambda_1\upsilon_1^2 \;\;;\;\; M_{37}^2=2\lambda_+\upsilon_1\upsilon_2 \;\;;\;\; M_{44}^2=\lambda_-\upsilon_2^2 \;\;;\;\; M_{48}^2=-\lambda_-\upsilon_1\upsilon_2^2$$

$$M_{55}^2=-\frac{1}{2}\upsilon_1^2\lambda_3 \;\;;\;\; M_{66}^2=-\frac{1}{2}\upsilon_1^2\lambda_3 \;\;;\;\; M_{77}^2=2\lambda_2\upsilon_2^2 \;\;;\;\; M_{88}^2=\lambda_-\upsilon_1^2$$

که $\lambda_-\equiv\frac{1}{2}\left(\lambda_4-\lambda_5\right)$. ابتدا زیر- ماتریس متناظر با ۱،۵ را قطری می کنیم. ویژه بردارهای اورتونرمال و ویژه مقادیر عبارتند از

$$\left\{\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2}}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} \end{pmatrix}\right\}\leftrightarrow 0,$$

$$\left\{\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2}}\begin{pmatrix} -\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} \\ 1 \end{pmatrix}\right\}\leftrightarrow\frac{1}{2}\frac{\left(\upsilon_1^2+\upsilon_2^2\right)\left(\mu_3^2-\lambda_3\upsilon_1\upsilon_2\right)}{\upsilon_1\upsilon_2}$$

که می توان آن ها را به صورت زیر نوشت

$$\begin{pmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix}\leftrightarrow 0 \;\;;\;\; \begin{pmatrix} -\sin\beta \\ \cos\beta \end{pmatrix}\leftrightarrow -\frac{1}{2}\upsilon_1^2\lambda_3-\frac{1}{2}\upsilon_2^2\lambda_3$$

$$\cos\beta=\frac{\upsilon_1}{\sqrt{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}} \;\;;\;\; \sin\beta=\frac{\upsilon_2}{\sqrt{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}}$$

بنابراین جرم بوزون های هیگز و ویژه حالت های جرمی عبارتند از

$$\begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix}$$

$$m_{G^+}^2=0 \;\;;\;\; m_{H^+}^2=-\frac{1}{2}\lambda_3\left(\upsilon_1^2+\upsilon_2^2\right)$$

و برای اندیس های ۷، ۳ ویژه بردارها و ویژه مقادیر از (الف-۷) محاسبه می شوند:

$$m_{H^0,h^0} = \lambda_1 \upsilon_1^2 + \lambda_2 \upsilon_2^2 \pm \sqrt{\left(\lambda_1 \upsilon_1^2 - \lambda_2 \upsilon_2^2\right)^2 + 4\lambda_+^2 \upsilon_1^2 \upsilon_2^2}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\upsilon_1 \upsilon_2 \lambda_+}{\left(\lambda_1 \upsilon_1^2 - \lambda_2 \upsilon_2^2\right)}$$

$$\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$$

در نهایت برای اندیس های ۸، ۴ داریم

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_4 \\ \phi_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix}$$

$$m_{G^0}^2 = 0 \quad , \quad m_{A^0}^2 = \frac{1}{2}\left(\lambda_4 - \lambda_3\right)\left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2\right)$$

مجموعه دوم از جواب ها

ماتریس جرمی ای که شرایط کمینه در آن اعمال شده است با رابطه زیر داده می شود

$$M_{ij}^2 = \left[\begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{15}^2 \\ M_{15}^2 & M_{55}^2 \end{pmatrix} \otimes I_{2\times 2}\right] \oplus \begin{pmatrix} M_{33}^2 & M_{37}^2 \\ M_{37}^2 & M_{77}^2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} M_{44}^2 & M_{48}^2 \\ M_{48}^2 & M_{88}^2 \end{pmatrix} =$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_4 \upsilon_1^2 \end{pmatrix} \otimes I_{2\times 2}\right] \oplus \begin{pmatrix} 2\lambda_1 \upsilon_1^2 & 0 \\ 0 & -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_3 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2 \end{pmatrix}$$

$$\oplus \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_4 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2 \end{pmatrix}$$

همان طور که می بینیم در این حالت ماتریس جرمی قطری است و در نتیجه ویژه حالت های جرمی با ویژه حالت های پیمانه ای یکسان هستند. به عبارت دیگر، عناصر روی قطر همان ویژه مقدار ها هستند که مجذور جرم بوزون های هیگز هستند. از آنجا که $M_{55}^2 = M_{66}^2$، این دو آرایه متناظر با دو ذره هستند که دارای جرم های یکسانی می باشند (یعنی دو ذره باردار)، و علاوه بر این دو، دو درجه آزادی دیگر مربوط به بوزون های گلداستون متناظر با آن ها هستند. بنابر این داریم

$$\phi_1^+ = H^+ \;\; ; \;\; \phi_2^+ = G^+ \;\; ; \;\; \phi_3 = H^0 \;\; ; \;\; \phi_7 = h^0 \;\; ; \;\; \phi_4 = G^0 \;\; ; \;\; \phi_8 = A^0;$$

$$m_{G^+}^2 = 0 \;\; ; \;\; m_{H^+}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1^2 \;\; ; \;\; m_{H^0}^2 = 2\lambda_1 \upsilon_1^2$$

$$m_{h^0}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\left(\lambda_3 + \lambda_5\right)\upsilon_1^2 \;\; ; \;\; m_{G^0}^2 = 0 \;\; ; \;\; m_{A^0}^2 = -\mu_2^2 + \frac{1}{2}\left(\lambda_4 + \lambda_5\right)\upsilon_1^2$$

الف-۳-۱ پتانسیل با تقارن U(1) گلوبال

همان طور که در بخش (۱-۲-۲) اشاره شد، طریقه دیگر اجتناب از نقض CP خود به خودی این است که ناوردایی تحت تقارن گلوبال $\Phi_2 \to e^{i\varphi}\Phi_2$ را اعمال کنیم (به همراه ناوردایی تحت C). چنین کاری متناظر است با قرار دادن $\lambda_6 = \lambda_7 = \lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = \mu_4^2 = 0$ و $\lambda_3 = \lambda_4$ در (الف-۱). در این حالت، در حالت کلی فرض می کنیم که $\upsilon_1, \upsilon_2 \neq 0$. با این کار شرایط کمینه تبدیل می شوند به

$$\lambda_1 \upsilon_1^3 - \mu_1^2 \upsilon_1 + \frac{1}{2}\lambda_3 \upsilon_2^2 \upsilon_1 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_1 \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\mu_3^2 \upsilon_2 = 0$$

$$-\mu_2^2 \upsilon_2 + \lambda_2 \upsilon_2^3 - \frac{1}{2}\mu_3^2 \upsilon_1 + \frac{1}{2}\lambda_3 \upsilon_1^2 \upsilon_2 + \frac{1}{2}\lambda_5 \upsilon_2 \upsilon_1^2 = 0$$

و پس از سازمان دهی جدید عناصر ماتریسی به شکل $1,2,3,4,5,6,7,8 \to 1,2,5,6,3,7,4,8$، استفاده از شرایط کمینه و در نظر گرفتن اینکه $M_{15}^2 = M_{16}^2, M_{11}^2 = M_{22}^2, M_{55}^2 = M_{66}^2$، ماترطس تجزیه شده تبدیل می شود به

$$M_{ij}^2 = \left[\begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{15}^2 \\ M_{15}^2 & M_{55}^2 \end{pmatrix} \otimes I_{2\times 2}\right] \oplus \begin{pmatrix} M_{33}^2 & M_{37}^2 \\ M_{37}^2 & M_{77}^2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} M_{44}^2 & M_{48}^2 \\ M_{48}^2 & M_{88}^2 \end{pmatrix}$$

که در آن

$$M_{11}^2 = \frac{1}{2}\mu_3^2 \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} - \frac{1}{2}\lambda_3 \upsilon_2^2 \;\; ; \;\; M_{15}^2 = -\frac{1}{2}\mu_3^2 + \frac{1}{2}\lambda_3 \upsilon_1 \upsilon_2$$

$$M_{33}^2 = \frac{1}{2}\mu_3^2 \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} + 2\lambda_1 \upsilon_1^2 \;\; ; \;\; M_{37}^2 = -\frac{1}{2}\mu_3^2 + \lambda_5 \upsilon_1 \upsilon_2 + \lambda_3 \upsilon_1 \upsilon_2$$

$$M_{44}^2 = \frac{1}{2}\mu_3^2 \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} \;\; ; \;\; M_{48}^2 = -\frac{1}{2}\mu_3^2 \;\; ; \;\; M_{55}^2 = \frac{1}{2}\mu_3^2 \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} - \frac{1}{2}\lambda_3 \upsilon_1^2$$

$$M_{77}^2 = \frac{1}{2}\mu_3^2 \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} + 2\lambda_2 \upsilon_2^2 \;\; ; \;\; M_{88}^2 = \frac{1}{2}\mu_3^2 \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

ویژه مقادیر و ماتریس دوران متناظر با زیر- ماتریس اندیس های ۱، ۵ عبارتند از

$$\begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix}$$

$$m_{G^+}^2 = 0 \;\; ; \;\; m_{H^+}^2 = \frac{1}{2} \frac{\left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2\right)\left(\mu_3^2 - \lambda_3 \upsilon_1 \upsilon_2\right)}{\upsilon_1 \upsilon_2}$$

ویژه مقادیر و زاویه دوران برای اندیس های ۳، ۷ عبارتند از

$$m_{H^0,h^0}^2 = \lambda_1 \upsilon_1^2 + \lambda_2 \upsilon_2^2 + \frac{1}{4}\mu_3^2 \left(\tan\beta + \cot\beta\right) \pm R_\lambda$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\upsilon_1 \upsilon_2 \lambda_+ - \frac{1}{2}\mu_3^2}{\lambda_1 \upsilon_1^2 - \lambda_2 \upsilon_2^2 + \frac{1}{4}\mu_3^2 \left(\tan\beta - \cot\beta\right)}$$

$$R_\lambda = \sqrt{\left[\lambda_1 \upsilon_1^2 - \lambda_2 \upsilon_2^2 + \frac{1}{4}\mu_3^2 \left(\tan\beta - \cot\beta\right)\right]^2 + \left(2\upsilon_1 \upsilon_2 \lambda_+ - \frac{1}{2}\mu_3^2\right)^2}$$

و در نهایت برای ماتریس ۴، ۸، زاویه دوران مجدداً β است

$$\begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}\phi_4 - \upsilon_1 \\ \sqrt{2}\phi_8 - \upsilon_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix}$$

و ویژه مقادیر عبارتند از[1]

$$m_{G^0} = 0; m_{A^0} = \frac{1}{2}\mu_3^2 \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}{\upsilon_1 \upsilon_2}$$

ضمیمه ب

دوران لاگرانژین یوکاوا در $2HDM\,(\mathrm{III})$

از تعاریف زیر شروع می کنیم

$$\Phi'_{1,2}=\begin{pmatrix}\left(\phi^{+}_{1,2}\right)'\\ \left(\phi^{0}_{1,2}\right)'\end{pmatrix}\qquad \& \qquad \left\langle \Phi'_{1,2}\right\rangle = \upsilon_{1,2} \tag{ب-1}$$

و لاگرانژین یوکاوا را مطابق زیر بازنویسی می کنیم

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_Y &= \tilde{\eta}^{U,0}_{ij}\bar{Q}^0_{iL}\tilde{\Phi}'_1 U^0_{jR}+\tilde{\eta}^{D,0}_{ij}\bar{Q}^0_{iL}\Phi'_1 U^0_{jR}+\xi^{U,0}_{ij}\bar{Q}^0_{iL}\tilde{\Phi}'_2 D^0_{jR}\\ &+leptonic\ \ \sec tor+h.c.\end{aligned} \tag{ب-2}$$

می توانیم بین دوتایه ها دورانی مطابق زیر را انجام دهیم

$$\begin{pmatrix}\Phi_1\\ \Phi_2\end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Phi'_1\\ \Phi'_2\end{pmatrix} \tag{ب-3}$$

از این مرحله به بعد تنها با ناحیه کوارکی کار می کنیم، طبیعتاً با اعمال تغییرات مناسب این نتایج برای ناحیه لپتونی نیز معتبر هستند. لاگرانژین یوکاوا را بر حسب Φ_1,Φ_2 بازنویسی می کنیم

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_Y &= \tilde{\eta}^{U,0}_{ij}\bar{Q}^0_{iL}\left(\cos\theta\tilde{\Phi}_1-\sin\theta\tilde{\Phi}_2\right)U^0_{jR}\\ &+\tilde{\eta}^{D,0}_{ij}\bar{Q}^0_{iL}\left(\cos\theta\Phi_1-\sin\theta\Phi_2\right)D^0_{jR}\\ &+\tilde{\xi}^{U,0}_{ij}\bar{Q}^0_{iL}\left(\sin\theta\tilde{\Phi}_1+\cos\theta\tilde{\Phi}_2\right)U^0_{jR}\\ &+\tilde{\xi}^{D,0}_{ij}\bar{Q}^0_{iL}\left(\cos\theta\Phi_1+\sin\theta\Phi_2\right)D^0_{jR}+h.c.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_Y &= \bar{Q}^0_{iL}\left(\cos\theta\tilde{\eta}^{U,0}_{ij}+\sin\theta\tilde{\xi}^{U,0}_{ij}\right)\tilde{\Phi}_1 U^0_{jR}\\ &+\bar{Q}^0_{iL}\left(\cos\theta\tilde{\eta}^{D,0}_{ij}+\sin\theta\tilde{\xi}^{D,0}_{ij}\right)\Phi_1 D^0_{jR}\\ &+\bar{Q}^0_{iL}\left(-\sin\theta\tilde{\eta}^{U,0}_{ij}+\cos\theta\tilde{\xi}^{U,0}_{ij}\right)\tilde{\Phi}_2 U^0_{jR}\\ &+\bar{Q}^0_{iL}\left(-\sin\theta\tilde{\eta}^{D,0}_{ij}+\cos\theta\tilde{\xi}^{D,0}_{ij}\right)\Phi_2 D^0_{jR}+h.c.\end{aligned}$$

با تعریف

$$\begin{pmatrix}\eta_{ij}^{(U,D),0}\\ \xi_{ij}^{(U,D),0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{\eta}_{ij}^{(U,D),0}\\ \tilde{\xi}_{ij}^{(U,D),0}\end{pmatrix} \qquad \text{(ب}-4)$$

می توان لاگرانژین را مطابق زیر نوشت

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_Y &= \bar{Q}_{iL}^0\eta_{ij}^{U,0}\tilde{\Phi}_1 U_{jR}^0+\bar{Q}_{iL}^0\eta_{ij}^{D,0}\Phi_1 D_{jR}^0\\ &+\bar{Q}_{iL}^0\xi_{ij}^{U,0}\tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0+\bar{Q}_{iL}^0\xi_{ij}^{D,0}\Phi_2 D_{jR}^0+h.c.\end{aligned} \qquad \text{(ب}-5)$$

که صرف نظر از پریم ها، درای همان فرم لاگرانژین اولیه است. در نتیجه ترکیب دورانهای (ب-۳) و (ب-۴) دارای پیامد های فیزیکی نمی باشد چرا که اساسا" یک تغییر پایه است. با انتخاب $\theta=\beta$، می توان نوشت

$$\begin{aligned}\langle\Phi_1\rangle &= \cos\beta\langle\Phi_1'\rangle+\sin\beta\langle\Phi_2'\rangle=\frac{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}{\sqrt{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}}=\sqrt{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}\equiv\upsilon\\ \langle\Phi_2\rangle &= -\sin\beta\langle\Phi_1'\rangle+\cos\beta\langle\Phi_2'\rangle=0\end{aligned} \qquad \text{(ب}-6)$$

که طوری تغییرات را اعمال کرده ایم که $\langle\Phi_2\rangle=0$. از آن جا که این لاگرانژین دقیقا" دارای همان محتوای فیزیکی لاگرانژین اولیه است، نتیجه می گیریم که در مدل نوع III پارامتر $\tan\beta$ پارامتری کاذب است و می توانیم بدون کاستن از کلیت مسأله، یکی از VEVها را مساوی با صفر انتخاب کنیم. از این محله به بعد قرار می دهیم $\theta=\beta$.

از طرف دیگر، می توان مراحل را برعکس نمود و از نمایشی شروع کرد که در آن $\langle\Phi_2\rangle=0$ ("نمایش پایه") و دوتایه های هیگز را طوری دوران داد که پارامتر $\tan\beta$ ار آن حاصل شود.

اگر نمایش پایه را به عنوان "نقطه آغاز" فرض کنیم، می بینیم که با دوران دوتایه ها، ماتریس های آمیختگی طوری دوران می یابند که

$$\begin{pmatrix}\tilde{\eta}_{ij}^{(U,D),0}\\ \tilde{\xi}_{ij}^{(U,D),0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\beta & -\sin\beta\\ \sin\beta & \cos\beta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\eta_{ij}^{(U,D),0}\\ \xi_{ij}^{(U,D),0}\end{pmatrix} \qquad \text{(ب}-7)$$

از این دوران می بینیم که $\tilde{\eta}_{ij}^{(U,D),0}$ و $\tilde{\xi}_{ij}^{(U,D),0}$ به $\tan\beta$ بستگی دارند(از آن جا که $\eta_{ij}^{(U,D),0}$ و $\xi_{ij}^{(U,D),0}$ از نمایش پایه می آیند به $\tan\beta$ بستگی ندارند). در پارامتر بندی غیر معمول، VEVها عبارتند از υ_1,υ_2 و $\tan\beta=\upsilon_2/\upsilon_1$، $\sin\beta=\upsilon_2\big/\sqrt{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}$، بنابراین لاگرانژین یوکاوا را بر حسب بر حسب ویژه حالت های جرمی می توان مطابق زیر نوشت(بخش ۳-۲-۲)

$$-\mathcal{L}_Y^{\mathrm{I}} = -\mathcal{L}_Y\left(Type\mathrm{I}, \tan\beta\right) + \tilde{\eta}^U\left(\eta^U, \xi^U, \tan\beta\right) + \tilde{\eta}^D\left(\eta^D, \xi^D, \tan\beta\right) \tag{ب-8}$$

$$-\mathcal{L}_Y^{\mathrm{II}} = -\mathcal{L}_Y\left(Type\mathrm{II}, \tan\beta\right) + \tilde{\eta}^U\left(\eta^U, \xi^U, \tan\beta\right) + \tilde{\xi}^D\left(\eta^D, \xi^D, \tan\beta\right) \tag{ب-9}$$

واضح است که پارامتر بندی پایه به $\tan\beta$ بستگی ندارد و از آن جا که تمامی این پارامتربندی ها از لحاظ فیزیکی هم ارز هستند، پارامتربندی هایی که با (ب-۸، ب-۹) نیز تعریف می شوند نباید به $\tan\beta$ بستگی داشته باشند. بحث را به $-\mathcal{L}_Y^{\mathrm{II}}$ محدود می کنیم اما نتایج و ایده ها به $-\mathcal{L}_Y^{\mathrm{I}}$ قابل تعمیم هستند. در $-\mathcal{L}_Y^{\mathrm{I}}$ کاملاً مشخص است که $-\mathcal{L}_Y\left(Type\mathrm{II}, \tan\beta\right)$ به طور صریح به $\tan\beta$ بستگی دارد، اما از آن جا که کل لاگرانژین باید مستقل از $\tan\beta$ باشد، در نتیجه ماتریس های آمیختگی باید به گونه ای به $\tan\beta$ بستگی داشته باشند که بستگی کلی به $\tan\beta$ از $-\mathcal{L}_Y\left(Type\mathrm{I}, \tan\beta\right)$ حذف شود. این نتیجه تأیید کننده آن است که ماتریس های آمیختگی به پایه های انتخاب شده بستگی دارند(تغییر پایه به معنی تغییر $\tan\beta$ است).

اکنون درباره ارتباط پارامترها در نمایش پایه $\left(\xi^{U,D}, \eta^{U,D}, \Phi_1, \Phi_2, \alpha\right)$ و نمایش غیر معمول $\left(\tilde{\xi}^{U,D}, \tilde{\eta}^{U,D}, \Phi_1', \Phi_2', \alpha', \beta\right)$ بحث می کنیم. معادلات (ب-۳) ارتباط بین $\left(\Phi_1, \Phi_2\right)$ و $\left(\Phi_1', \Phi_2'\right)$ را بیان می کنند. از طرف دیگر، معادله (ب-۴) بیانگر رابطه بین $\left(\xi^{(U,D),0}, \eta^{(U,D),0}\right)$ و $\left(\tilde{\xi}^{(U,D),0}, \tilde{\eta}^{(U,D),0}\right)$ است. با این وجود، مهمترین روابط عبارتند از روابط بین $\left(\xi^{U,D}, \eta^{U,D}\right)$ و $\left(\tilde{\xi}^{U,D}, \tilde{\eta}^{U,D}\right)$، یعنی ماتریس های آمیختگی وقتی لاگرانژین بر حسب ویژه حالت های جرمی نوشته می شوند. در پایه غیر معمول، رابطه بین ویژه حالت های هیگز پیمانه ای و جرمی با تغییر مناسب نمادگذاری از (۹-۲) قابل استنتاج هستند.

$$\begin{pmatrix} \left(\phi_1^+\right)' \\ \left(\phi_2^+\right)' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} h_1' \\ h_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha' & -\sin\alpha' \\ \sin\alpha' & \cos\alpha' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} g_1' \\ g_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} \tag{ب-10}$$

با انجام دوران (ب-۳) و استفاده از (ب-۱) داریم

$$\Phi_1 = \cos\beta\Phi_1' + \sin\beta\Phi_2'$$
$$= \cos\beta\begin{pmatrix} (\phi_1^+)' \\ (h_1' + \upsilon_1 + ig_1')/\sqrt{2} \end{pmatrix} + \sin\beta\begin{pmatrix} (\phi_2^+)' \\ (h_2' + \upsilon_2 + ig_2')/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$
$$\equiv \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ (h_1 + \upsilon + ig_1)/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$
$$\Phi_2 = -\sin\beta\begin{pmatrix} (\phi_1^+)' \\ (h_1' + \upsilon_1 + ig_1')/\sqrt{2} \end{pmatrix} + \cos\beta\begin{pmatrix} (\phi_2^+)' \\ (h_2' + \upsilon_2 + ig_2')/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$
$$\equiv \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ (h_1 + ig_2)/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

بنابراین تبدیل از ویژه حالت های پیمانه ای در پایه غیر مرسوم به ویژه حالت های پیمانه ای در نمایش پایه با رابطه زیر بیان می شود

$$\begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} (\phi_1^+)' \\ (\phi_2^+)' \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} h_1' \\ h_2' \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g_1' \\ g_2' \end{pmatrix} \qquad (\text{ب}-11)$$

و رابطه ویژه حالتهای پیمانه ای و ویژه حالتهای جرمی در پارامتربندی پایه بسیار ساده میشود:

$$\begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} h_1' \\ h_2' \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\alpha' & -\sin\alpha' \\ \sin\alpha' & \cos\alpha' \end{pmatrix}\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} \qquad (\text{ب}-12)$$

که

$$\alpha \equiv \alpha' - \beta \qquad (\text{ب}-13)$$

از طرف دیگر، از (ب-۴) و (۴۴-۲) داریم

$$\eta^{U,0} = \cos\beta\tilde{\eta}^{U,0} + \sin\beta\tilde{\xi}^{U,0} = \cos\beta\tilde{\eta}^{U,0} + \sin\beta\left(\frac{\sqrt{2}}{\upsilon_2}T_L^{\dagger}M_U - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\tilde{\eta}^{U,0}\right)$$

و پس از استفاده از تبدیلات یکانی که در (38-۲) تعریف کرده ایم، داریم

$$T_L\eta^{U,0}T_R^{\dagger} = \cos\beta\left(T_L\tilde{\eta}^{U,0}T_R^{\dagger}\right) + \sin\beta\left(\frac{\sqrt{2}}{\upsilon_2}M_U - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\left(T_L\tilde{\eta}^{U,0}T_R^{\dagger}\right)\right)$$

باید تأکید کنیم ماتریس های یکانی $T_{L,R}$ و $V_{L,R}$ که در معادله (38-۲) تعریف شده اند مستقل از پایه هستند، چرا که این ماتریس ها نشان دهنده دوران اسپینورها از ویژه حالت های پیمانه ای به ویژه حالت های جرمی هستند و دوران های (ب-۳، ب-۴) چنین اسپینورهایی را تغییر نمی دهند. بنابراین تبدیل $T_LX^0R_R^{\dagger}$ نشان دهنده تبدیل ماتریس های آمیختگی از ویژه حالت های پیمانه ایست و در نتیجه

$$T_L\eta^{U,0}T_R^{\dagger} = \cos\beta\tilde{\eta}^{U} + \sin\beta\left(\frac{\sqrt{2}}{\upsilon_2}M_U - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\tilde{\eta}^{U}\right)$$

$$\eta^{U} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon}\tilde{\eta}^{U} + \frac{\sqrt{2}}{\upsilon}M_U - \frac{\upsilon_1}{\upsilon}\tilde{\eta}^{U} = \frac{\sqrt{2}}{\upsilon}M_U$$

بنابراین در نهایت داریم

$$\eta^{U} = \frac{\sqrt{2}}{\upsilon}M_U$$

به عبارت دیگر، همان طور که انتظار داریم، ماتریس η^U تنها به جرم فرمیون مرتبط است. بطور مشابه، از معادلات (ب-۴، 43-۲، 38-۲) داریم

$$\xi^{U,0} = -\sin\beta\tilde{\eta}^{U,0} + \cos\beta\tilde{\xi}^{U,0} = -\sin\beta\left[\frac{\sqrt{2}}{\upsilon_1}T_L^{\dagger}M_UT_R - \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\tilde{\xi}^{U,0}\right] + \cos\beta\tilde{\xi}^{U,0}$$

$$T_L \xi^{U,0} T_R^\dagger = -\tan\beta \frac{\sqrt{2}}{\upsilon} M_U + \sin\beta \tan\beta \tilde{\xi}^U$$
$$\xi^U = \sec\beta \tilde{\xi}^U - \frac{\sqrt{2}\tan\beta}{\upsilon} M_U$$

علاوه بر این،با قرار دادن $\upsilon_1 = \upsilon, \upsilon_2 = 0$ معادله (43-۲) نیز برای $\eta^{(U,D),0}$ معتبر است. با به کار بردن معادله (43-۲) برای $\eta^{U,0}$ و نیز استفاده از (ب-۴) داریم

$$\tilde{\xi}^{U,0} = \sin\beta \left[T_L^\dagger M_U T_R \frac{\sqrt{2}}{\upsilon} \right] + \cos\beta \xi^{U,0}$$
$$\tilde{\xi}^U = \left[\frac{\sqrt{2}\sin\beta}{\upsilon} M_U \right] + \cos\beta \xi^U$$

و به طور مشابه

$$\tilde{\eta}^U = \frac{\sqrt{2}}{\upsilon} M_U \cos\beta - \sin\beta \xi^U$$

به طور خلاصه، برای ارتباط بین ماتریس های آمیختگی در پارامتربندی پایه $\left(\eta^{U,D}, \xi^{U,D}\right)$ و همچنین ماتریس های متناظر در پایه غیر مرسوم $\left(\tilde{\eta}^{U,D}, \tilde{\xi}^{U,D}\right)$ داریم

$$\tilde{\eta}^{U,D} = M_{U,D} \frac{\sqrt{2}}{\upsilon} \cos\beta - \sin\beta \xi^{U,D} \quad ; \quad \tilde{\xi}^{U,D} = \frac{\sqrt{2}\sin\beta}{\upsilon} M_{U,D} + \cos\beta \xi^{U,D}$$
$$\eta^{U,D} = \frac{\sqrt{2}}{\upsilon} M_{U,D} \quad ; \quad \xi^{U,D} = \sec\beta \tilde{\xi}^{U,D} - \frac{\sqrt{2}\tan\beta}{\upsilon} M_{U,D} \qquad (\text{ب}-14)$$

و روابط بین ویژه حالت های هیگز پیمانه ای و ویژه حالت های هیگز جرمی در پارامتربندی پایه عبارتند از

$$\begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix}$$
$$\alpha \equiv \alpha' - \beta$$

در حالیکه روابط مشابه برای پایه های غیر مرسوم با معادلات (۹-۲) بیان می شوند.

برای اثبات سازگار بودن دو شیوه، از معادلات (ب-۱۴) و جفت شدگی های یوکاوا در پارامتربندی غیر مرسوم در معادلات (41-۲، ۴۶-۲، 44-۲، 45-۲) استفاده می کنیم تا جفت شدگی های یوکاوا در پارامتربندی پایه (35-۲) را به دست آوریم. ابتدا جمله $\bar{D}DA^0$ را در پارامتربندی ای

چک می کنیم که مدل II در آن آشکار می شود (D نشان دهنده سه فرمیون پایین است). از لاگرانژین (45-۲) و عبارت (ب-۱۴) داریم

$$\bar{D}DA^0 : -i\frac{ig\tan\beta}{2M_W}\bar{D}M_D\gamma_5 DA^0 + \frac{i}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{D}\tilde{\xi}^D\gamma_5 DA^0$$
$$= -i\frac{ig\tan\beta}{2M_W}\bar{D}M_D\gamma_5 DA^0 + \frac{i}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{D}\left[\frac{\sqrt{2}\sin\beta}{\upsilon}M_D + \cos\beta\xi^D\right]\gamma_5 DA^0$$
$$\bar{D}DA^0 : \frac{i}{\sqrt{2}}\bar{D}\xi^D\gamma_5 DA^0$$

اکنون $\bar{D}DH^0$ ر ابررسی می کنیم

$$\bar{D}DH^0 : \frac{g}{2M_W\cos\beta}\bar{D}M_D D\cos\alpha' H^0 + \frac{1}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{D}\tilde{\xi}^D D\sin\left(\alpha'-\beta\right)H^0$$
$$= \frac{g}{2M_W\cos\beta}\bar{D}M_D D\cos\alpha' H^0$$
$$+\frac{1}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{D}\left[\frac{\sqrt{2}\sin\beta}{\upsilon}M_D + \cos\beta\xi^U\right]D\sin\left(\alpha'-\beta\right)H^0$$
$$= \bar{D}\frac{M_D}{\upsilon}\cos\left(\alpha'-\beta\right)DH^0$$
$$= \frac{g}{2M_W}\bar{D}M_D DH^0\cos\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{D}\xi^D DH^0\sin\alpha$$

برای $\bar{D}Dh^0$ نیز داریم

$$\bar{D}Dh^0 : -\frac{g}{2M_W\cos\beta}\bar{D}M_D D\sin\alpha' h^0 + \frac{1}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{D}\tilde{\xi}^D D\cos\left(\alpha'-\beta\right)h^0$$
$$= -\frac{g}{2M_W\cos\beta}\bar{D}M_D D\sin\alpha' h^0$$
$$+\frac{1}{\sqrt{2}\cos\beta}\bar{D}\left[\frac{\sqrt{2}\sin\beta}{\upsilon}M_D + \cos\beta\xi^D\right]D\cos\left(\alpha'-\beta\right)h^0$$
$$= \bar{D}\left[-\frac{gM_D}{2M_W\cos\beta}\left(\sin\alpha' - \sin\beta\cos\left(\alpha'-\beta\right)\right)\right]Dh^0$$
$$+\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{D}\xi^D D\cos\left(\alpha'-\beta\right)h^0$$
$$= -\frac{g}{2M_W}\bar{D}M_D D\sin\left(\alpha'-\beta\right)h^0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{D}\xi^D D\cos\left(\alpha'-\beta\right)h^0$$
$$= -\frac{g}{2M_W}\bar{D}M_D Dh^0\sin\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{D}\xi^D Dh^0\cos\alpha$$

در نهایت، برای هیگزهای باردار، از لاگرانژینی که مدل II را آشکار می کند، یعنی از (41-۲) به علاوه (45-۲)، جفت شدگی یوکاوا مطابق زیر به دست می آید

$$\begin{aligned}
\bar{U}DH^{+}:&-\frac{g\cot\beta}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}M_U KP_L DH^{+}+\frac{1}{\sin\beta}\bar{U}\tilde{\eta}^U KP_L DH^{+}\\
&-\frac{g\tan\beta}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}KM_D^d P_R DH^{+}+\frac{1}{\cos\beta}\bar{U}K\tilde{\eta}^D P_R DH^{+}\\
&=-\frac{g\cot\beta}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}M_U KP_L DH^{+}-\frac{g\tan\beta}{\sqrt{2}M_W}\bar{U}KM_D^d P_R DH^{+}\\
&+\frac{1}{\sin\beta}\bar{U}\left(\frac{\sqrt{2}g}{2M_W}M_U\cos\beta-\sin\beta\xi^U\right)KP_L DH^{+}\\
&+\frac{1}{\cos\beta}\bar{U}K\left[\frac{\sqrt{2}g\tan\beta}{M_W}M_D^d+\cos\beta\xi^D\right]P_R DH^{+}\\
&=-\bar{U}\xi^U KP_L DH^{+}+\bar{U}K\xi^D P_R DH^{+}\\
&=\bar{U}\left(K\xi^D P_R-\xi^U KP_L\right)DH^{+}
\end{aligned}$$

تمامی این جفت شدگی ها با چفت شدگی هایی که در لاگرانژی پارامتربندی پایه، معادله (۳۹-۲) ظاهر می شوند برابر هستند. بنابراین، با این روند میتوان دید در صورتیکه عبارتهای (ب-۱۴) در نظر گرفته شوند، تمامی لاگرانژینهایی که از معادلات (۴۱-۲، ۴۲-۲، ۴۴-۲، ۴۵-۲) تولید می شوند، یعنی $\mathcal{L}_{Y(U)}^{\mathrm{I}}-\mathcal{L}_{Y(D)}^{\mathrm{I}}$-، $\mathcal{L}_{Y(U)}^{\mathrm{I}}-\mathcal{L}_{Y(D)}^{\mathrm{II}}$ -، $\mathcal{L}_{Y(U)}^{\mathrm{II}}-\mathcal{L}_{Y(D)}^{\mathrm{II}}$ -، $\mathcal{L}_{Y(U)}^{\mathrm{II}}-\mathcal{L}_{Y(D)}^{\mathrm{I}}$ -، با لاگرانژین (۳۵-۲) یکسان هستند.

نتایجی که با معادلات (ب-۱۴) بیان می شوند نشان می دهند اندازه رأس های که در آن ها تغییر طعم رخ می دهند به پایه ی انتخاب شده بستگی دارد. با این وجود، همان طور که انتظار داریم، اندازه جفت شدگی ها به نحوه انتخاب پایه بستگی ندارد، اما زوایای آمیختگی بین ویژه حالت های پیمانه ای هیگز و ویژه حالت های جرمی هیگز به نحوه انتخاب پایه بستگی دارند. به عنوان نتیجه باید اشاره کنیم که مدل های نوع I و II تفاوت آشکاری با مدل نوع III دارند، چرا که مشخص است دو مدل اول به شدت به پارامتر $\tan\beta$ بستگی دارند در حالیکه مدل III به این پارامتر بستگی ندارد. دلیل این موضوع در پارامتربندی $\mathcal{L}_Y^{\mathrm{II}}$ کاملاً مشخص است چرا که $\mathcal{L}_Y^{\mathrm{II}}(Type\mathrm{II})$- به طور صریح به $\tan\beta$ بستگی دارد، اما وقتی پارامترهای آمیختگی را اضافه می کنیم، این پارامترها مقادیر دقیق برای حذف چنین بستگی ای را حذف می کنند. به عبارت دیگر، مدل II در تراز درختی دارای پارامترهای آمیختگی نیست تا بستگی آن ها به $\tan\beta$ حذف شود.

می توان این تفاوت را از دیدگاه تقارنی دید: 2HDM به گونه ای ساخته می شود که ″کپی″ دقیقی از دوتایه هیگز مدل استاندارد باشد:

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} \qquad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \qquad Y_1 = Y_2 = 1$$

این دوتایه ها دارای اعداد کوانتومی یکسانی هستند و در نتیجه غیر قابل تمایزاند(حداقل در این سطح). به خاطر این تمایزناپذیری می توانیم بدون آن با که پیامد های فیزیکی مواجه شویم دورانی حول زاویه ای مانند θ در نظر بگیریم

$$\begin{pmatrix} \Phi_1' \\ \Phi_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix}$$

چنین کاری بدان معناست که مدل تحت یک تقارن گلوبال ″دو- دوتایه″ $(\Phi_1, \Phi_2)^T$ ناورداست. با این وجود مرسوم است که یک تقارن گسسته بر روی دوتایه های هیگز $(\Phi_1 \to \Phi_1, \Phi_2 \to -\Phi_2)$ و یا یک تقارن $U(1)$ گلوبال $(\Phi_1 \to \Phi_1, \Phi_2 \to e^{i\varphi}\Phi_2)$ اعمال کنیم تا از پدیده های FCNC جلوگیری کنیم. با این کار، تمایزناپذیری بین دوتایه ها را مطرح می کنیم چرا که جفت شدگی آن ها به فرمیون ها بسیار متفاوت خواهد بود (مدل های I و II). البته می توانستیم تقارن را به گونه ای تعریف کنیم که $(\Phi_1 \to -\Phi_1, \Phi_2 \to \Phi_2)$، اما به محض این که یکی از آن ها را انتخاب کردیم، دیگر نمی توانیم بدون تغییر در محتوای فیزیکی از تبدیل $\Phi_1 \to \Phi_2$ استفاده کنیم. این حقیقت تقارن $SU(2)$ دوتایه را به طور صریح می شکند. از طرف دیگر، دقیقا″ این تقارن است که جذب پارامتر $\tan\beta$ را ممکن می سازد و چون مدل های نوع I و II دارای چنین تقارنی نمی باشند، نمی توانیم از اثر $\tan\beta$ صرف نظر کنیم[1].

ضمیمه ج

دوران در پتانسیل هیگز

ج-۱ تبدیل پارامتر ها در پتانسیل

از یک شیوه پارامتریزه کردن اختیاری استفاده می کنیم که در هر دوی آن ها VEV ها مخالف صفر هستند. عمومی ترین پتانسیل قابل بازبهنجارشی که دارای خاصیت ناوردایی پیمانه ای باشد عبارتست از

$$\begin{aligned} V_g =& -\tilde{\mu}_1^2 \hat{A}' - \tilde{\mu}_2^2 \hat{B}' - \tilde{\mu}_3^2 \hat{C}' - \tilde{\mu}_4^2 \hat{D}' \\ &+ \tilde{\lambda}_1 \hat{A}'^2 + \tilde{\lambda}_2 \hat{B}'^2 + \tilde{\lambda}_3 \hat{C}'^2 + \tilde{\lambda}_4 \hat{D}'^2 \\ &+ \tilde{\lambda}_5 \hat{A}'\hat{B}' + \tilde{\lambda}_6 \hat{A}'\hat{C}' + \tilde{\lambda}_8 \hat{A}'\hat{D}' + \tilde{\lambda}_7 \hat{B}'\hat{C}' + \tilde{\lambda}_9 \hat{B}'\hat{D}' + \tilde{\lambda}_{10} \hat{C}'\hat{D}' \end{aligned} \qquad (1-\text{ج})$$

که در آن چهار عملگر زیر دارای خاصیت ناوردایی پیمانه ای هستند:

$$\hat{A}' \equiv \Phi_1'^{\dagger}\Phi_1', \quad \hat{B}' \equiv \Phi_2'^{\dagger}\Phi_2', \quad \hat{C}' \equiv \frac{1}{2}\left(\Phi_1'^{\dagger}\Phi_2' + \Phi_2'^{\dagger}\Phi_1'\right) = \mathrm{Re}(\Phi_1'^{\dagger}\Phi_2'),$$

$$\hat{D}' \equiv -\frac{i}{2}\left(\Phi_1'^{\dagger}\Phi_2' - \Phi_2'^{\dagger}\Phi_1'\right) = \mathrm{Im}(\Phi_1'^{\dagger}\Phi_2')$$

دو تایه ها و VEV ها با روابط زیر نشان داده می شوند

$$\Phi_{1,2}' = \begin{pmatrix} \left(\phi_{1,2}^{+}\right)' \\ \left(\phi_{1,2}^{0}\right)' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\phi_{1,2}^{+}\right)' \\ \left(\dfrac{h_{1,2} + \upsilon_{1,2} + i g_{1,2}}{\sqrt{2}}\right)' \end{pmatrix} \quad and \quad \left\langle \Phi_{1,2}' \right\rangle = \upsilon_{1,2}' \qquad (2-\text{ج})$$

قابل اثبات است که در لاگرانژین یوکاوای نوع III می توان بدون آن که محتوای فیزیکی لاگرانژین تغییر کند، دو تایه ها را مطابق زیر دوران داد

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_1' \\ \Phi_2' \end{pmatrix} \qquad (3-\text{ج})$$

اما باید نشان داد که می توان چنین دورانی را در رابطه پتانسیل انجام داد بدون آنکه محتوای فیزیکی لاگرانژین تغییر کند. برای نشان دادن این موضوع، چگونگی تبدیل پارامتر های $\tilde{\lambda}_i, \tilde{\mu}_i$

تحت چنین دورانی را محاسبه کنیم. ابتدا نحوه تبدیل عملگرهای $\hat{A},\hat{B},\hat{C},\hat{D}$ را محاسبه میکنیم. با استفاده از (ج-۳) داریم

$$\begin{aligned}
\hat{A}' \equiv \Phi_1'^{\dagger}\Phi_2'^{\dagger} &= \left(\Phi_1^{\dagger}\cos\theta - \Phi_2^{\dagger}\sin\theta\right)\left(\Phi_1\sin\theta - \Phi_2\cos\theta\right) \\
&= \Phi_1^{\dagger}\Phi_1^{\dagger}\cos^2\theta - \Phi_1^{\dagger}\Phi_2^{\dagger}\cos\theta\sin\theta - \Phi_2^{\dagger}\Phi_1^{\dagger}\cos\theta\sin\theta + \Phi_2^{\dagger}\Phi_2^{\dagger}\sin^2\theta \\
&= \Phi_1^{\dagger}\Phi_1^{\dagger}\cos^2\theta - 2\cos\theta\sin\theta\left(\frac{\Phi_1^{\dagger}\Phi_2 + \Phi_2^{\dagger}\Phi_1}{2}\right) + \Phi_2^{\dagger}\Phi_2^{\dagger}\sin^2\theta \\
&= \hat{A}\cos^2\theta + \hat{B}\sin^2\theta - \sin 2\theta\hat{C}
\end{aligned}$$

و با روشی مشابه،

$$\begin{aligned}
&\hat{A}' = \hat{A}\cos^2\theta + \hat{B}\sin^2\theta - \hat{C}\sin 2\theta \\
&\hat{B}' = \hat{A}\sin^2\theta + \hat{B}\cos^2\theta + \hat{C}\sin 2\theta \\
&\hat{C}' = \frac{1}{2}\hat{A}\sin 2\theta - \frac{1}{2}\hat{B}\sin 2\theta + \hat{C}\cos 2\theta \\
&\hat{D}' = \hat{D} \\
&\hat{A}'^2 = \hat{A}^2\cos^4\theta + \hat{B}^2\sin^4\theta + \hat{C}^2\sin^2 2\theta + \frac{1}{2}\hat{A}\hat{B}\sin^2 2\theta \\
&-2\hat{A}\hat{C}\sin 2\theta\cos^2\theta - 2\hat{B}\hat{C}\sin^2\theta\sin 2\theta \\
&\hat{B}'^2 = \hat{A}^2\cos^2\theta\sin^4\theta + \hat{B}^2\cos^4\theta + \hat{C}^2\sin^2 2\theta + \frac{1}{2}\hat{A}\hat{B}\sin^2 2\theta \\
&+2\hat{A}\hat{C}\sin 2\theta\sin^2\theta + 2\hat{B}\hat{C}\sin 2\theta\cos^2\theta \\
&\hat{C}'^2 = \frac{1}{4}\left(\hat{A}^2 + \hat{B}^2\right)\sin^2 2\theta + \hat{C}^2\cos^2 2\theta - \frac{1}{2}\hat{A}\hat{B}\sin^2 2\theta \\
&+\frac{1}{2}\hat{A}\hat{C}\sin 4\theta - \frac{1}{2}\hat{B}\hat{C}\sin 4\theta \\
&\hat{D}'^2 = \hat{D}^2 \\
&\hat{A}'\hat{B}' = \left(\frac{1}{4}\hat{A}^2 + \frac{1}{4}\hat{B}^2 - \hat{C}^2\right)\sin^2 2\theta + \hat{A}\hat{B}\left(\sin^4\theta + \cos^4\theta\right) \\
&\qquad + \left(\hat{A}\hat{C} - \hat{B}\hat{C}\right)\sin 2\theta\cos 2\theta \\
&\hat{A}'\hat{C}' = \frac{1}{2}\hat{A}^2\sin 2\theta\cos^2\theta - \frac{1}{2}\hat{B}^2\sin^2\theta\sin 2\theta - \hat{C}^2\sin 2\theta\cos 2\theta - \frac{1}{4}\hat{A}\hat{B}\sin 4\theta \\
&\qquad + \hat{A}\hat{C}\left(4\cos^2\theta - 3\right)\cos^2\theta + \hat{B}\hat{C}\left(4\cos^2\theta - 1\right)\sin^2\theta \\
&\hat{A}'\hat{D}' = \hat{A}\hat{D}\cos^2\theta + \hat{B}\hat{D}\sin^2\theta - \hat{C}\hat{D}\sin 2\theta \\
&\hat{B}'\hat{C}' = \frac{1}{2}\hat{A}^2\sin 2\theta\sin^2\theta - \frac{1}{2}\hat{B}^2\sin^2\theta\sin 2\theta + \frac{1}{2}\hat{C}^2\sin 4\theta + \frac{1}{4}\hat{A}\hat{B}\sin 4\theta \\
&\qquad + \hat{A}\hat{C}\left(\cos 2\theta + 2\cos^2\theta\right)\sin^2\theta + \hat{B}\hat{C}\left(\cos 2\theta - 2\sin^2\theta\right)\cos^2\theta
\end{aligned}$$

$$\hat{B}'\hat{D}' = \hat{A}\hat{D}\sin^2\theta + \hat{B}\hat{D}\cos^2\theta + \hat{C}\hat{D}\sin 2\theta$$

$$\hat{C}'\hat{D}' = \frac{1}{2}\left(\hat{A}\hat{D} - \hat{B}\hat{D}\right)\sin 2\theta + \hat{C}\hat{D}\cos 2\theta \qquad (ج-4)$$

اکنون میتوانیم پتانسیل را به گونه ای جدید پارامتر بندی کنیم بگونه ای که

$$V_g = -\mu_1^2\hat{A} - \mu_2^2\hat{B} - \mu_3^2\hat{C} - \mu_4^2\hat{D} + \lambda_1\hat{A}^2 + \lambda_2\hat{B}^2 + \lambda_3\hat{C}^2 + \lambda_4\hat{D}^2$$
$$+\lambda_5\hat{A}\hat{B} + \lambda_6\hat{A}\hat{C} + \lambda_8\hat{A}\hat{D} + \lambda_7\hat{B}\hat{C} + \lambda_9\hat{B}\hat{D} + \lambda_{10}\hat{C}\hat{D} \qquad (ج-5)$$

برای پیدا کردن مقادیر μ_i, λ_i برحسب $\overline{\lambda}_i, \overline{\mu}_i$ از معادلات (ج-۱) و (ج-۴) استفاده می کنیم تا برای مثال ضریب متناسب با عملگر $\hat{A}$ را به دست آوریم، سپس این جملات را با جمله متناسب با عملگر $\hat{A}$ در (ج-۵) مقایسه می کنیم. با این کار داریم

$$-\mu_1^2\hat{A} = \left(-\tilde{\mu}_1^2\cos^2\theta - \tilde{\mu}_2^2\sin^2\theta - \tilde{\mu}_3^2\sin\theta\cos\theta\right)\hat{A}$$

در نتیجه

$$\mu_1^2 = \left(\tilde{\mu}_1^2\cos^2\theta + \tilde{\mu}_2^2\sin^2\theta + \frac{1}{2}\tilde{\mu}_3^2\sin 2\theta\right)$$

با روشی مشابه داریم

$$\mu_1^2 = \left(\tilde{\mu}_1^2\cos^2\theta + \tilde{\mu}_2^2\sin^2\theta + \frac{1}{2}\tilde{\mu}_3^2\sin 2\theta\right)$$
$$\mu_2^2 = \left(\tilde{\mu}_1^2\sin^2\theta + \tilde{\mu}_2^2\cos^2\theta - \frac{1}{2}\tilde{\mu}_3^2\sin 2\theta\right)$$
$$\mu_3^2 = \left(-\tilde{\mu}_1^2\sin 2\theta + \tilde{\mu}_2^2\sin 2\theta + \tilde{\mu}_3^2\cos 2\theta\right)$$
$$\mu_4^2 = \tilde{\mu}_4^2$$
$$\lambda_1 = \tilde{\lambda}_1\cos^4\theta + \tilde{\lambda}_2\sin^4\theta + \frac{1}{4}\left(\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_5\right)\sin^2 2\theta +$$
$$\frac{1}{2}\left(\tilde{\lambda}_6\cos^2\theta + \tilde{\lambda}_7\sin^2\theta\right)\sin 2\theta$$
$$\lambda_2 = \tilde{\lambda}_1\sin^4\theta + \tilde{\lambda}_2\cos^4\theta + \frac{1}{4}\left(\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_5\right)\sin^2 2\theta$$
$$-\frac{1}{2}\left(\tilde{\lambda}_6\sin^2\theta + \tilde{\lambda}_7\cos^2\theta\right)\sin 2\theta$$
$$\lambda_3 = \left(\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_5\right)\sin^2 2\theta + \tilde{\lambda}_3\cos^2 2\theta + \frac{1}{2}\left(\tilde{\lambda}_7 - \tilde{\lambda}_6\right)\sin 4\theta$$
$$\lambda_4 = \tilde{\lambda}_4$$

$$\lambda_5 = \frac{1}{2}\left(\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2 - \tilde{\lambda}_3\right)\sin^2 2\theta + \tilde{\lambda}_5\left(\sin^4\theta + \cos^4\theta\right)$$
$$+\frac{1}{4}\left(\tilde{\lambda}_7 - \tilde{\lambda}_6\right)\sin 4\theta$$
$$\lambda_6 = 2\left(\tilde{\lambda}_2 \sin^2\theta - \tilde{\lambda}_1\cos^2\theta\right)\sin 2\theta + \frac{1}{2}\left(\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_5\right)\sin 4\theta$$
$$+\tilde{\lambda}_6\left(4\cos^2\theta - 3\right)\cos^2\theta + \tilde{\lambda}_7\left(\cos 2\theta + 2\cos^2\theta\right)\sin^2\theta$$
$$\lambda_8 = \left(\tilde{\lambda}_8\cos^2\theta + \tilde{\lambda}_9\sin^2\theta + \frac{1}{2}\tilde{\lambda}_{10}\sin 2\theta\right)$$
$$\lambda_7 = 2\left(\tilde{\lambda}_2\cos^2\theta - \tilde{\lambda}_1\sin^2\theta\right)\sin 2\theta - \frac{1}{2}\left(\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_5\right)\sin 4\theta$$
$$+\tilde{\lambda}_6\left(4\cos^2\theta - 1\right)\sin^2\theta + \tilde{\lambda}_7\left(\cos 2\theta - 2\sin^2\theta\right)\cos^2\theta$$
$$\lambda_9 = \left(\tilde{\lambda}_8\sin^2\theta + \tilde{\lambda}_9\cos^2\theta - \frac{1}{2}\tilde{\lambda}_{10}\sin 2\theta\right)$$
$$\lambda_{10} = \left(\left(\tilde{\lambda}_9 - \tilde{\lambda}_8\right)\sin 2\theta + \tilde{\lambda}_{10}\cos 2\theta\right) \qquad (ج-6)$$

(ج-۱-۱) تدپل ها

از این مرحله به بعد عملگری را در نظر می گیریم که تحت عملگر همیوغ بار ناورداست، به عبارت دیگر حالتی که $\mu_4 = \lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = 0$. در چنین حالتی تدپل ها عبارتند از

$$T = \left(-\mu_1^2\upsilon_1 - \frac{1}{2}\mu_3^2\upsilon_2 + \lambda_1\upsilon_1^3 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1\upsilon_2^2 + \frac{3}{4}\lambda_6\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{4}\lambda_7\upsilon_2^3\right)h_1$$
$$+\left(-\mu_2^2\upsilon_2 - \frac{1}{2}\mu_3^2\upsilon_1 + \lambda_2\upsilon_2^3 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1^3 + \frac{3}{4}\lambda_7\upsilon_2^2\upsilon_1\right)h_2$$

$$T_3 = \left(-\mu_1^2\upsilon_1 - \frac{1}{2}\mu_3^2\upsilon_2 + \lambda_1\upsilon_1^3 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1\upsilon_2^2 + \frac{3}{4}\lambda_6\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{4}\lambda_7\upsilon_2^3\right)$$
$$T_7 = \left(-\mu_2^2\upsilon_2 - \frac{1}{2}\mu_3^2\upsilon_1 + \lambda_2\upsilon_2^3 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_1^3 + \frac{3}{4}\lambda_7\upsilon_2^2\upsilon_1\right) \qquad (ج-7)$$

با قرار دادن $\mu_4 = \lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = 0$، این نتایج بر شرایط کمینه ای که از معادله (الف-۳) می بینیم منطبق هستند. اکنون با استفاده از معادله (ج-۷) و معادله

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} h_1' \\ h_2' \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\alpha' & -\sin\alpha' \\ \sin\alpha' & \cos\alpha' \end{pmatrix}\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix}$$

رابطه میان تدپل ها در دو پارامتر بندی مورد نظر عبارتند از

$$
\begin{aligned}
T_3h_1 + T_7h_2 &= T_3\left(h_1'\cos\theta + h_2'\sin\theta\right) + T_7\left(-h_1'\sin\theta + h_2'\cos\theta\right)\\
&= \left(T_3\cos\theta - T_7\sin\theta\right)h_1' + \left(T_3\sin\theta + T_7\cos\theta\right)h_2'\\
&= T_3'h_1' + T_7h_2'
\end{aligned}
$$

یا به عبارت دیگر

$$
\begin{pmatrix} T_3' \\ T_7' \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_3 \\ T_7 \end{pmatrix} \tag{ج-8}
$$

می توان با استفاده از معادلات (ج-۷) و (ج-۶) و پس از یک سری از محاسبات، نشان داد که رابطه

$$
\begin{aligned}
T_3\cos\theta - T_7\sin\theta &= -\tilde{\mu}_1^2\upsilon_1' - \frac{1}{2}\tilde{\mu}_3^2\upsilon_2' + \tilde{\lambda}_1\tilde{\upsilon}_1^3 + \frac{1}{2}\tilde{\lambda}_3\upsilon_1'\upsilon_2'^2\\
&\quad + \frac{1}{2}\tilde{\lambda}_5\upsilon_1'\upsilon_2'^2 + \frac{3}{4}\tilde{\lambda}_6\upsilon_1'\upsilon_2' + \frac{1}{4}\tilde{\lambda}_7\upsilon_2'^3\\
T_3\sin\theta + T_7\cos\theta &= -\tilde{\mu}_2^2\upsilon_1' - \frac{1}{2}\tilde{\mu}_3^2\upsilon_1' + \tilde{\lambda}_2\tilde{\upsilon}_2'^3 + \frac{1}{2}\tilde{\lambda}_3\upsilon_1'^2\upsilon_2'\\
&\quad + \frac{1}{2}\tilde{\lambda}_5\upsilon_1'^2\upsilon_2' + \frac{1}{4}\tilde{\lambda}_6\upsilon_1'^3 + \frac{3}{4}\tilde{\lambda}_7\upsilon_2'^2\upsilon_1'
\end{aligned} \tag{ج-9}
$$

که

$$
\begin{pmatrix} \upsilon_1' \\ \upsilon_2' \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_3 \\ T_7 \end{pmatrix}
$$

بیانگر ارتباط بین VEV ها در دو پارامتربندی مورد نظر ماست. جملات طرف راست معادلات (ج-۹) تدپل ها در پارامتریزه کردن "پریم دار" هستند، بنابر این روابط بیان شده در معادلات (ج-۸) کاملا" مورد انتظار هستند.

(ج-۱-۲) جرم های بوزون هیگز

نکته مهم دیگر برای نشان دادن معادل بودن دو شیوه پارامتربندی این است ثابت کنیم هر دوی آن ها به جرم های یکسانی برای بوزون های هیگز منتهی می شوند. این بار هم از پتانسیل معادله (۲-۴) استفاده می کنیم که تحت C ناورداست. در یک پارامتر بندی عمومی می توان شرایط کمینه را از معادلات (الف-۳) به دست آورد مشروط بر آن که قرار دهیم $\mu_4 = \lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = 0$, چرا که چنین کاری متناظر است با استفاده از لاگرانژین معادله (۲-۴). به این ترتیب داریم

$$\mu_1\upsilon_1 = \left(-\frac{1}{2}\mu_3\upsilon_2 + \lambda_1\upsilon_1^3 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_2^2\upsilon_1 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_2^2\upsilon_1 + \frac{3}{4}\lambda_6\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{4}\lambda_7\upsilon_2^3\right)$$
$$\mu_2\upsilon_2 = \left(-\frac{1}{2}\mu_3\upsilon_1 + \lambda_2\upsilon_2^3 + \frac{1}{2}\lambda_3\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_1^2\upsilon_2 + \frac{1}{4}\lambda_6\upsilon_1^3 + \frac{3}{4}\lambda_6\upsilon_1\upsilon_2^2\right)$$

ماتریس جرمی مجدداً از روابط (الف-۵) و (الف-۶) و به ازای قرار دادن $\mu_4 = \lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = 0,$ به دست می آید. ابتدا با عناصر ماتریسی مربوط به m_{H^0}, m_{h^0} شروع می کنیم. اگر فرض کنیم که هر دوی VEV ها مخالف صفر هستند، با استفاده از شرایط کمینه به ماتریس جرمی زیر می رسیم

$$\begin{pmatrix} M_{33}^2 & M_{37}^2 \\ M_{37}^2 & M_{77}^2 \end{pmatrix} \qquad (10-ج)$$

که

$$M_{33}^2 = \frac{1}{4\upsilon_1}\left(2\mu_3^2\upsilon_2 + 8\lambda_1\upsilon_1^3 + 3\lambda_6\upsilon_1^2\upsilon_2 - \lambda_7\upsilon_2^3\right)$$
$$M_{37}^2 = -\frac{1}{2}\mu_3^2 + \frac{3}{4}\lambda_7\upsilon_2^2 + \frac{3}{4}\lambda_6\upsilon_1^2 + \lambda_3\upsilon_1\upsilon_2 + \lambda_5\upsilon_1\upsilon_2$$
$$M_{77}^2 = \frac{1}{4\upsilon_2}\left(2\mu_3^2\upsilon_1 + 8\lambda_2\upsilon_2^3 - \lambda_6\upsilon_1^3 + 3\lambda_7\upsilon_2^2\upsilon_1\right) \qquad (11-ج)$$

برای سادگی تنها نشان می دهیم که دترمینان این ماتریس ها برای دو شیوه ی پارامتر بندی مختلف که با رابطه (پ-۳) به یکدیگر مرتبط اند یکسان است. ماتریس جرمی در هر پارامتر بندی دیگری که در آن هر دوی VEV ها مخالف صفر هستند دارای همان شکل معادلات (ج-۱۰، ج-۱۱) است، با این تفاوت که $\mu_i^2 \to \tilde{\mu}_i^2, \lambda_i \to \tilde{\lambda}_i$. می توان به راحتی نشان داد که

$$M_{33}^2 M_{77}^2 - \left(M_{37}^2\right)^2 = \tilde{M}_{33}^2 \tilde{M}_{77}^2 - \left(\tilde{M}_{37}^2\right)^2$$

برای اثبات این موضوع می بایستی روابط (ج-۶) را بین پارامترهای هر دو حالت به حساب آورد. با شیوه ای مشابه می توان نشان داد که ویژه مقادیر نیز در هر دو حالت یکسان هستند. بنابر این همان طور که از لحاظ فیزیکی انتظار داریم، جرم بوزون های هیگز در هر دو حالت یکسان هستند. در نهایت اگر زاویه دوران را به گونه ای انتخاب کنیم که یکی از VEV ها صفر باشد(برای مثال $\upsilon_2 = 0$)، عناصر ماتریس جرمی به مراتب ساده تر خواهند شد و نشان دادن این تساوی به مراتب ساده تر است. با شیوه ای مشابه می توان نشان داد

که برای سایر ماتریس های جرم هیگز، دترمینان ها و ویژه مقادیر تحت دوران (ب-۳) ناوردا هستند. چنین نتیجه ای کاملاً مورد انتظار است چراکه مشاهده پذیر های فیزیکی تحت تعویض پایه بدون تغییر باقی می مانند[1].

مراجع

[1] R. A. D. Sanchez, arXiv:hep-ph/0212237v2.
[2] G. C. Branco, Phys. Rev. Lett. **44** (1980) 504.
[3] T. D. Lee, Phys. Rev. D **8** (1973) 1226.
[4] G. C. Branco, Phys. Rev. D **22** (1980) 2901.
[5] G. C. Branco, et al., Nucl. Phys. B **259** (1985) 306.
[6] A. G. Dias, et al., Phys. Rev. D **70** (2003) 095008.
[7] C. I. Low, Phys. Rev. D **70** (2004) 073013.
[8] S. L. Alder, Phys. Rev. D **59** (1999) 015012.
[9] J. F. Gunion and H. E. Haber, Phys. Rev. D **72** (2005) 095002.
[10] A. Barrosco, et al., Phys. Rev. D **74** (2006) 085016.
[11] N. G. Deshpande and E. Ma, Phys. Rev. D **18** (1978) 2574.
[12] S. Nie and M. Sher, Phys. Lett. B **449** (1999) 182.
[13] S. Kanemura, et al., Phys. Lett. B **471** (1999) 182.
[14] P. M. Ferreira, et al., Phys. Lett. B **603** (2004) 219.
[15] A. W. E. Kaffas, e. al, Nucl. Phys. B 775 (2007) 45.
[16] F. Zernike and H. C. Brinkman, Proc. Ned. Akad. Wet. **33** (1935) 3.

Abstract

Although the standard model (SM) of electroweak interactions has had great predictions, there still remain some unanswered questions. Namely, no one can give a solid answer to the open question “which mechanism is responsible for the gauge symmetry breaking?”. Apart from the scalar dynamics of SM, many scenarios have been proposed to explain the nature of electro-weak symmetry breaking including the Higgs bosons of low-energy supersymmetry, little Higgs models, extra-dimensional theories of EWSB and strongly-coupled EWSB sectors. In SM, however, the breaking of the $SU(2)\times U(1)\times SU(3)$ symmetry is explained by the Higgs mechanism where one Higgs doublet is introduced. However, there exists no fundamental reason for the Higgs sector to contain only one Higgs doublet and multi-Higgs-doublets are acquired in many models, including supersymmetric models as well as models with spontaneous CP-breaking since introduction of a nonminimal Higgs sector can lead to new sources of CP violation in the Higgs sector and provides an attractive framework to study flavor changing processes as well. In the present thesis we first give a review on the two-Higgs-doublet model (2HDM) and then formulate a simple method to study positivity in NHDM with the general potential. Our approach can be used for a large class of Higgs triplets as well.

Keywords: spontaneous symmetry breaking, Higgs mechanism, two doublet Higgs model