



دانشکده فیزیک

گرایش ذرات بنیادی

مطالعه طول پوششی کوآرک-پادکوآرک در پلاسمای کوآرک

گلوئون با استفاده از AdS/CFT

محسن حیدری سورشجانی

استاد راهنما :

دکتر کاظم بی تقصیر فدافن

استاد مشاور:

دکتر محمدرضا سرکرده‌ای

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

بهمن ۱۳۹۲

شکر و پاس خدا را که بزرگترین امید و یاور در محطه محطه زندگیست.

پروردگارا:

نه میتوانم مویشان را که در راه عزت من سفید شد، سیاه کنم و نه برای دستهای پینه بسته شان که شمره تلاش برای افتخار من است، مرهمی دارم. پس توفیقم ده که هر محطه شکر گزارشان باشم و ثانیه های عمرم را در عصای دست بودنشان بگذرانم.

تقدیم بابوسه بردستان پدرم:

به او که نمی دانم از بزرگی اش بگویم یا مردانگی سخاوت، سکوت، مهربانی و.....

تقدیم به دلمان سبز مادرم:

نازینی که سراسر زندگی اش، درس ایثار و فداکاری است.

تقدیم به برادران و خواهرانم:

که همواره در طول تحصیل متحمل زحمت و تکیه گاه من در مواجهه با مشکلات بودند و وجودشان مایه دلگرمی من می باشد.

از زحمات استاد فاضل و بزرگوارم جناب آقای دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن که بارونی گشاده و اخلاقی درخور تحسین در تمام مراحل علمی و علمی این کار با کمال تواضع مرا کام به کام همراهی و مساعدت کردند، کمال قدر دانی را دارم.

ببخشید از زحمات استاد فریخته و کراتقدرم جناب آقای دکتر محمد رضا سرکرده ای که در طول پژوهش از مشورت و راهنمایی‌های ارزشمندشان نهایت استفاده را نموده‌ام، صمیمانه تشکر می‌نمایم.

از جناب آقایان دکتر مصطفی عنایتانی و دکتر محمد علی اکبری بدلیل قبول زحمت و داوری پایان نامه نیز سپاسگزارم.

به رسم ادب از آقایان دکتر حسین موحدیان و دکتر داود اله‌نخشی نیز سپاسگزارم که در این مسیر یاری گرام بوده‌اند. و با تشکر از آقای صفری که لطفش همواره شامل حال من بود.

ببخشید ارجحی منم همراهی دوستان آشنایم را؛ خانم هاسمیه قدیری و، سستی زاهدی آقایان سید کمال طباطبائی، روح‌الله اکبری، حمید کیا، مجید مرادی، محمد بهرامی، صدیقه‌امی، مهدی افشاری، ابراهیم ممتازی که بی‌دریغ رفیق بوده‌اند.

تعهد نامه

اینجانب محسن حیدری سورشجانی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه مطالعه‌ی طول پوششی کوارک-پادکوارک در پلاسمای کوارک گلوئون با استفاده از AdS/CFT تحت راهنمایی آقای دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن و مشاوره آقای دکتر محمدرضا سرکرده‌ای متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است. .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

در اثر برخورد یون‌های سنگین نسبیتی در برخورد دهنده‌های هادرونی LHC و RHIC محیطی با جفت شدگی قوی با نام پلاسمای کوارک گلوئون ایجاد می‌شود. توصیف چنین محیطی با استفاده از روش اختلالی به علت جفت شدگی قوی محیط میسر نمی‌باشد. بنابراین برای توصیف چنین محیطی از تناظر AdS/CFT استفاده می‌شود.

در این پایان‌نامه با استفاده از این تناظر و با در نظر گرفتن مزون به عنوان کوارک-پادکوارک یا دوقطبی، طول پوششی کوارک-پادکوارک در پلاسمای کوارک-گلوئون، که با سرعت v حرکت می‌کند، مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس با استفاده از مراجع مورد نظر وابستگی طول پوششی کوارک-پادکوارک به سرعت، برای دو حالت خاص $\theta = \frac{\pi}{2}$ و $\theta = 0$ بدست می‌آید. جایی که طول پوششی حداکثر فاصله‌ی بین کوارک-پادکوارک در پلاسمای کوارک گلوئون می‌باشد به طوری که برای فاصله‌های بزرگتر از این فاصله کوارک و پادکوارک از یکدیگر جدا می‌شوند و به اصطلاح مزون در محیط ذوب می‌شود. و مشاهده می‌شود طول پوششی با افزایش سرعت کاهش می‌یابد.

در ادامه با طرح مساله‌ی جدید، کوارک-پادکوارک را در حضور تصحیحات \mathcal{R}^4 در نظر می‌گیریم. و اثر این تصحیحات را بر طول پوششی مزون بررسی می‌کنیم. طبق تناظر AdS/CFT این تصحیحات متناظر با تصحیحات ثابت جفت‌شدگی λ (جفت‌شدگی توفت) در نظریه روی مرز است. به این معنا که در تناظر، ثابت جفت‌شدگی بی‌نهایت است. ولی با لحاظ کردن این تصحیحات مقدار ثابت جفت‌شدگی محدود می‌شود که این خود ما را به مسایل واقعی نزدیک‌تر می‌کند. و نشان داده می‌شود که طول پوششی به ثابت جفت‌شدگی λ نیز وابسته است، و برای یک سرعت ثابت، با کاهش λ طول پوششی هم کاهش می‌یابد.

کلمات کلیدی: پلاسمای کوارک گلوئون، طول پوششی، تصحیحات \mathcal{R}^4 ، تناظر AdS/CFT.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

- ۱- محسن حیدری سورشجانی، کاظم بی‌تقصیر فدافن، محمدرضا سرکرده‌ای، "مطالعه‌ی طول پوششی کوارک-پادکوارک در پلاسمای کوارک گلوئون همدیس و غیر همدیس"، کنفرانس بهاره فیزیک ذرات بنیادی (IPM) ، ۱-۲ خرداد ماه ۱۳۹۲
- ۲- محسن حیدری سورشجانی، کاظم بی‌تقصیر فدافن، محمدرضا سرکرده‌ای، "مطالعه‌ی اثر تصحیحات ثابت جفت‌شدگی بر طول پوششی کوارکونیوم‌ها"، چهارمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها (انجمن فیزیک ایران)، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، ۲-۳ بهمن ماه ۱۳۹۲.

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه

نگاهی کوتاه به موضوع تحقیق.....	۲	۱-۱
مروری بر مطالعات انجام شده در ارتباط با طول پوششی.....	۷	۲-۱
اهداف تحقیق.....	۱۱	۳-۱
اشاره به مطالب فصل های بعد.....	۱۲	۴-۱

فصل دوم: محاسبی طول پوششی با استفاده از AdS/CFT

فرهنگ AdS/CFT.....	۱۶	۱-۲
طول کوآرک-پاد کوآرک در باد پلاسمایی و در حالت کلی.....	۱۸	۲-۲
طول پوششی کوآرک-پاد کوآرک در زمینه سیاهچاله شوارتزشیلد - AdS ₅ (SAdS ₅).....	۳۲	۳-۲
فرمولی برای مقیاس گذاری توان برای عبارت $(1-v^2)$ در رابطه طول پوششی.....	۴۳	۴-۲
نظریه های همدیس.....	۴۶	۱-۴-۲
سیاهچاله های R-charged.....	۴۶	۱-۱-۴-۲
ابعاد مختلف.....	۴۸	۲-۱-۴-۲
نظریه های ناهمدیس.....	۴۹	۲-۴-۲
هندسه ی کلبانوو-تسیتلین.....	۵۰	۱-۲-۴-۲
شامه های D_p	۵۲	۲-۲-۴-۲

فصل سوم: طول پوششی کوآرک-پاد کوآرک در حضور تصحیحات ثابت جفت شدگی

معرفی تصحیحات گرانشی \mathcal{R}^4	۵۶	۱-۳
معادلات حرکت.....	۵۸	۲-۳
مزون در راستای عمود بر جهت حرکت پلازما کوآرک گلوئون ($\theta = \frac{\pi}{2}$).....	۶۶	۳-۳

۴-۳ مزون در راستای موازی با حرکت پلاسمای کوارک-گلوئون ($\theta = 0$) ۷۰

۵-۳ نتیجه گیری و پیشنهادها ۷۴

پوست

پیوست الف : جزئیات محاسبه‌ی روابط (۲-۲۹) و (۳-۱۶) ۷۸

پیوست ب : نمونه فایل محاسبه‌ی **Mathematica** ۸۰

مراجع ۸۶

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: مراحل برخورد یون‌های سنگین و شکل‌گیری پلاسمای کوآرک-گلوئون و فاز هادرونی. ۲
- شکل ۱-۲: نحوه تشکیل جت در برخورد پروتون-پروتون (سمت چپ) و خاموشی جت در برخورد دو یون طلا (سمت راست). ۴
- شکل ۱-۳: نمایش مزون چارمونیم در خلا (سمت چپ) و در محیط پلاسمای کوآرک-گلوئون (سمت راست). ۵
- شکل ۱-۴: نمایش کوآرکونیم با استفاده از دیدگاه AdS/CFT. در این شکل در دو انتهای ریسمان روی مرز، کوآرک و پادکوآرک قرار دارند. ۶
- شکل ۱-۵: نمودار $f(v) = \ell_{\max} \sqrt{\gamma} = L_s \pi T \sqrt{\gamma}$ بر حسب v برای بادی که عمود بر دوقطبی (منحنی پایین تر) یا موازی با دوقطبی (منحنی بالاتر) می‌وزد [۱۲]. ۸
- شکل ۱-۶: ضریب Z به عنوان تابعی از زاویه θ [۱۳]. ۱۱
- شکل ۲-۱: تناظر AdS/CFT. ۱۷
- شکل ۲-۲: ریسمان بنیادی متصل به جفت کوآرک - پادکوآرک [۲]. ۲۰
- شکل ۲-۳: دو ریسمان باز مستقیم که دو کوآرک آزاد سنگین را نشان می‌دهند که از مرز AdS شروع شده و تا افق سیاهچاله ادامه دارند. ۲۹
- شکل ۳-۱: وابستگی طول پوششی به سرعت باد v - نمودار $\ell = L\pi T$ ، داده شده در معادله (۳-۳۲) به عنوان تابعی از ثابت انتگرال Q برای شش مقدار v : $0, 0.5, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95$ (بالا به پایین). همه نمودارها برای بادی است که در جهت عمود بر دوقطبی می‌وزد. برای $k = 0, k = 0.005, k = 0.01$ (بالا به پایین) مشاهده می‌شود که قله‌های این منحنی‌ها، ℓ_{\max} با v و k افت می‌کنند. ۶۸
- شکل ۳-۲: کاهش طول پوششی $L_s \pi T$ با افزایش سرعت پلازما v برای $k = 0, k = 0.005, k = 0.01$ (بالا به پایین). ۶۹
- شکل ۳-۳: نمودار $f(v) = \ell_{\max} \sqrt{\gamma} = L_s \pi T \sqrt{\gamma}$ بر حسب v برای $k = 0, k = 0.005, k = 0.01$ (بالا به پایین). ۷۰
- شکل ۳-۴: وابستگی طول پوششی به سرعت باد v - نمودار $\ell = L\pi T$ ، داده شده در معادله (۳-۳۴) به عنوان تابعی از ثابت انتگرال P برای شش مقدار v : $0, 0.5, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95$ (بالا به پایین). همه نمودارها برای بادی است که در جهت موازی بر دو قطبی می‌وزد. برای $k = 0, k = 0.005, k = 0.01$ (بالا به پایین) مشاهده می‌شود که قله‌های این منحنی‌ها، ℓ_{\max} با افزایش v و k افت می‌کنند. ۷۲

شکل ۳-۵: کاهش طول پوششی $L_s \pi T$ ، با افزایش سرعت پلاسما v برای $k = 0$ ، $k = 0.005$ ، $k = 0.01$ (بالا به پایین).

۷۳.....

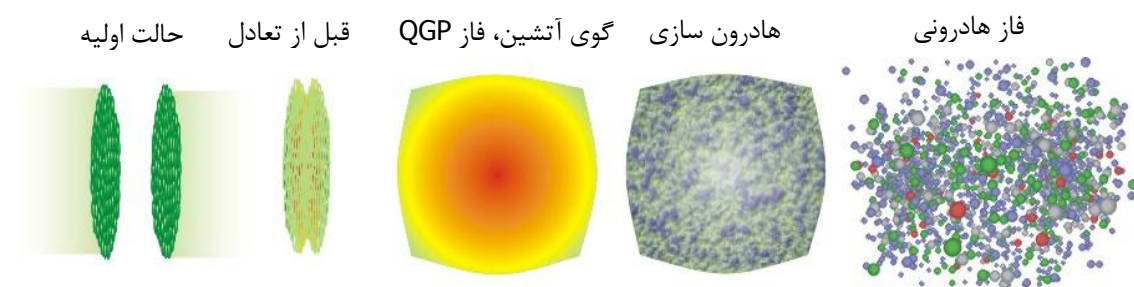
شکل ۳-۶: نمودار $f(v) = \ell_{\max} \sqrt{\gamma} = L_s \pi T \sqrt{\gamma}$ بر حسب v برای $k = 0$ ، $k = 0.005$ ، $k = 0.01$ (بالا به پایین). ۷۴..

۱ فصل اول

مقدمه

۱-۱ نگاهی کوتاه به موضوع تحقیق

وقتی دو یون سنگین نسبیتی^۱ طلا (RHIC) به صورت سر به سر در انرژی‌های بالا با هم برخورد می‌کنند. به دلیل افزایش دما و فشار، کوارک^۲ها و گلوئون^۳ها که از بنیادی‌ترین اجزای سازنده ماده می‌باشند برای مدت بسیار کوتاهی (10^{-23} ثانیه) از قید و بند یکدیگر آزاد می‌شوند. و پلاسمای کوارک-گلوئون^۴ (QGP) با ثابت جفت‌شدگی قوی تولید می‌شود [۱] (شکل ۱-۱).



شکل ۱-۱: مراحل برخورد یون‌های سنگین و شکل‌گیری پلاسمای کوارک-گلوئون و فاز هادرونی.

مطالعه و بررسی پلاسمای کوارک-گلوئون که در اثر برخورد یون‌های سنگین نسبیتی تولید شده، بدون شک کاری چالش برانگیز می‌باشد. یکی از مشکلات عمده و اصلی این است که دمای این محیط بالاست و آزمایش‌های QCD^۵ دلالت بر جفت‌شدگی قوی این محیط دارند. بنابراین اغلب روی ویژگی‌های عمومی QGP تمرکز می‌کنند؛ به عنوان مثال پدیده‌هایی مثل [۲]:

الف) جریان بیضوی^۶

ب) خاموشی جت^۷

ج) ذوب^۸ مزون J/ψ

¹ Relativistic heavy ion

² Quark

³ Gluon

⁴ Quark Gluon Plasma

⁵ Quantum Chromodynamics

⁶ The elliptic flow

⁷ The jet quenching

⁸ Suppression

الف) - جریان بیضوی به عنوان یک نتیجه‌ای از پلاسمای کوآرک-گلوئون توصیف می‌شود که کمترین چسبندگی^۱ را دارد [۳] و [۴]. مرجع [۵] پیشگام استفاده از تناظر AdS/CFT برای مطالعه جفت‌شدگی قوی پلاسمای می‌باشد. مشخص شده است که پیش‌گویی AdS/CFT از چسبندگی برشی^۲ توافق بسیار خوبی با مقدار بدست آمده از جریان بیضوی دارد [۶]. این موفقیت نشان می‌دهد که AdS/CFT ابزاری مناسب و قوی برای بدست آوردن برخی از نتایج فیزیک QGP است [۲].

ب) - تناظر AdS/CFT توصیفی از پارامتر خاموشی و اتلاف انرژی^۳ کوآرک سنگین نیز ارائه می‌دهد. خاموشی جت‌ها پدیده‌ای است که در آن افشانه‌های پر انرژی ذرات، در پلاسمای کوآرک-گلوئون تجزیه شده و اطلاعات دقیقی از تراکم و ویژگی‌های ماده تولید شده فراهم می‌کند. یکی از نکته‌های مهم در پخش ذرات بعد از برخورد دو یون طلائی نسبیتی و بوجود آمدن پلاسمای کوآرک-گلوئون (شکل ۱-۲ سمت راست) این است که به دلیل وجود پروتون‌ها در طلا، همانند تصویر سمت چپ در شکل ۱-۲ جت‌ها پشت به پشت^۴ تولید می‌شوند. اگر چنین جت‌هایی همان طور که در سمت راست شکل ۱-۲ نشان داده شده است ایجاد شوند، این ذرات ثانویه یا جت‌ها، به صورت جفت در جهت‌های مخالف دیده نمی‌شوند. به این معنا که اگر جتی در یک طرف ظاهر شود، جفتش با همان تکانه در جهت مخالف مشاهده نمی‌شود. از همه مهمتر این که تعداد جت‌هایی که بعد از برخورد سر به سر طلا مشاهده می‌شوند بسیار کمتر از تعداد پیش بینی شده است و همچنین تقارن در پخش شدن هم ندارند. بنابراین می‌توان متوجه شد که یک پلاسمای در محل برخورد دو باریکه‌ی طلا وجود دارد که مثل گویی آتشین عمل می‌کند و اگر کوآرکی از آن بیرون بیاید آشکارسازی می‌شود و اگر بیرون نیاید و آشکار نشود به این معناست که کوآرک در آن ناحیه به دام افتاده و برهم‌کنش داشته است [۷].

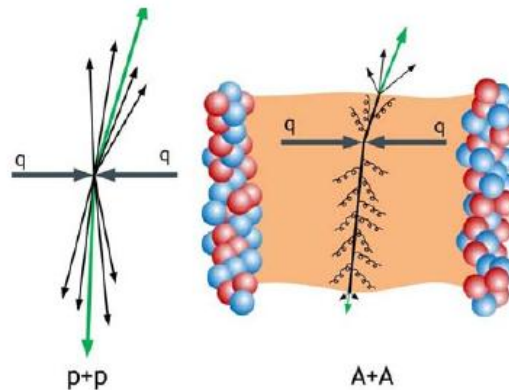
¹ Viscosity

² Shear viscosity

³ Energy loss

⁴ Back to back

در شکل زیر (سمت راست) مشاهده می‌شود که پس از برخورد یون‌های نسبیته جتی از یک طرف خارج شده در صورتی که جفت آن پس از ورود به محیط خاموش می‌شود.

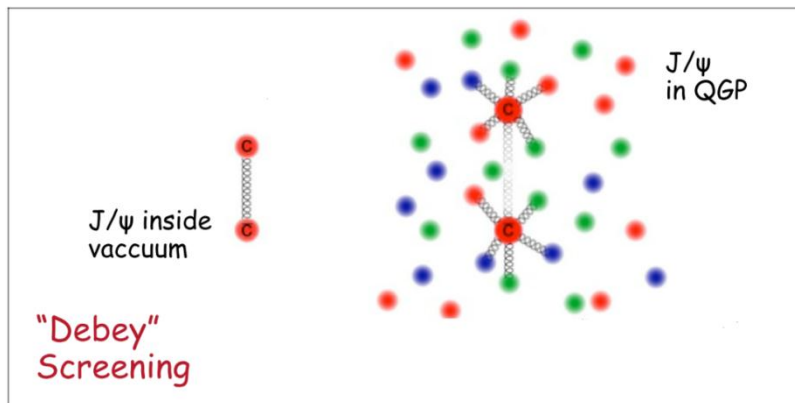


شکل ۱-۲: نحوه تشکیل جت در برخورد پروتون-پروتون (سمت چپ) و خاموشی جت در برخورد دو یون طلا (سمت راست).

ج) -گام بعدی تحقیق و بررسی ذوب مزون J/ψ (مزون چارمونیم^۱ $c\bar{c}$) می‌باشد. از آنجایی که J/ψ یک مزون سنگین (کوارکونیوم^۲) می‌باشد، تولید آن در مراحل اولیه‌ی برخورد هسته‌ای اتفاق می‌افتد [۲]. حدود بیست و هشت سال پیش، ماتسویی^۳ و ساتز^۴ بیان کردند که چون جاذبه‌ی (برهم‌کنش) بین کوارک و پادکوارک در پلاسمای کوارک-گلوئون آزاد پوشش داده می‌شود، بنابراین تولید مزون‌های J/ψ در برخوردهای پرانرژی هسته-هسته^۵ نسبت به برخوردهای پروتون-پروتون^۶ یا پروتون-هسته^۷ کاهش می‌یابند، زیرا برهم‌کنش پوشش^۸ داده شده بین c و \bar{c} غوطه‌ور در پلاسمای کوارک-گلوئون مانع از آن می‌شود که c و \bar{c} مقید باشند [۸].

شکل ۱-۳ برهم‌کنش پوشش داده شده‌ی مزون J/ψ را در پلاسمای کوارک-گلوئون (سمت راست) نشان می‌دهد.

¹ Charmonium
² Quarkonium
³ Matsui
⁴ Satz
⁵ Nucleus-nucleus
⁶ Proton-proton
⁷ Proton-nucleus
⁸ Screened



شکل ۱-۳: نمایش مزون چارمونیم در خلا (سمت چپ) و در محیط پلاسمای کوارک-گلوئون (سمت راست).

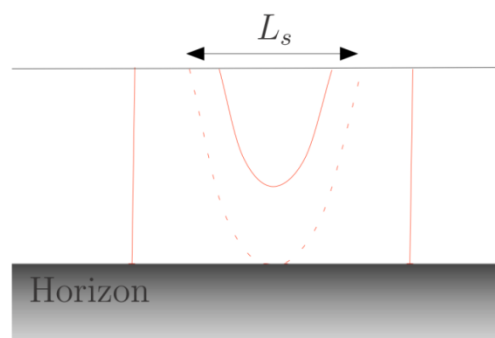
مطالعات نشان می‌دهند که وجود مزون J/ψ به عنوان یک حالت مقید، در دمای بالا بین $1.5T_c$ و $2.5T_c$ متوقف می‌شود (T_c دمای بحرانی^۱: به ازای دماهای بالاتر از دمای بحرانی تغییر از فاز هادرونی به فاز پلاسمای کوارک-گلوئون صورت می‌گیرد [۹]). این فرآیند با نتایج بدست آمده براساس پتانسیل پوششی بین کوارک‌های ساکن در توافق است [۱۰]. به بیان دیگر، چون این مزونها (مزون چارمونیم و مزون باتمونیم^۲ ($b\bar{b}$)) نسبت به هادرونها معمولی کوچکتر هستند بنابراین در دمای بالاتر از دمای عبور از فاز هادرونی به فاز پلاسمای کوارک-گلوئون، همچنان به صورت مقید باقی می‌مانند. بنابراین اگر دمای پلاسمای کوارک-گلوئون به اندازه کافی افزایش یابد نهایتاً این مزونها تفکیک می‌شوند. مکانیزم فیزیکی اساسی تفکیک، ضعیف بودن برهم کنش بین کوارک و پادکوارک در حالت مقید است زیرا نیروی بین بار رنگ آنها در محیط پوشش داده می‌شود (شکل ۱-۳ سمت راست). تفکیک حالت‌های مقید چارمونیم و باتمونیم به منزله‌ی نشانه‌ای برای تشکیل یک پلاسمای کوارک-گلوئون آزاد و آتشین در برخوردهای یون سنگین مطرح شده است، و به عنوان ابزاری برای اندازه‌گیری درجه حرارت بدست آمده در طول برخوردها می‌باشد [۱۱]. چالش اساسی در حال حاضر، برقراری ارتباط کمی بین محاسبات شبکه‌ای^۳ و اطلاعات بدست آمده از برخوردهای یون سنگین است.

^۱ Critical temperature

^۲ Bottomonium

^۳ Lattice

یک مشکل اساسی این است که محاسبات شبکه‌ای جفت کوارک-پادکوارک را در چارچوب ساکن پلاسمای کوارک-گلوئون بررسی می‌کند، در حالی که در برخورد یون سنگین جفت $c\bar{c}$ در حالت سکون نسبت به پلاسمای کوارک-گلوئون تولید نمی‌شود [۱۲]. چون جفت کوارک-پادکوارک در پلاسمای کوارک-گلوئون با سرعت v در حال حرکت است بنابراین انتظار می‌رود که طول پوششی^۱ وابسته به سرعت باشد. و مشاهده می‌شود با افزایش سرعت طول پوششی کاهش می‌یابد. و طول پوششی حداکثر فاصله‌ی بین کوارک-پادکوارک می‌باشد به طوری که برای فاصله‌های بزرگتر از این فاصله، در جهان سطح ریسمان فرینه‌ای وجود ندارد که جفت کوارک پادکوارک را مقید کند و کوارک و پادکوارک از یکدیگر جدا می‌شوند. و به اصطلاح مزون در محیط ذوب می‌شود (شکل ۱-۴).



شکل ۱-۴: نمایش کوارکونیوم با استفاده از دیدگاه AdS/CFT. در این شکل در دو انتهای ریسمان روی مرز، کوارک و پادکوارک قرار دارند.

به بیان دیگر، مانند الکترومغناطیس که میدان یک ذره باردار در محیط یک برد محدودی دارد، اثرات رنگ QCD کوارک هم در پلاسمای کوارک-گلوئون چنین برد محدودی دارد. این برد محدود به طول پوششی معروف است و برای کوارک-پادکوارک (کوارکونیوم) این طول همان بردی است که کوارک و پادکوارک همدیگر را در محیط QGP می‌بینند، و این دیدن به منزله‌ی وجود یک جاذبه غیر صفر بین آن‌هاست. در این پایان‌نامه به روش تناظر AdS/CFT به بررسی کمیت طول پوششی می‌پردازیم.

¹ Screening length

۲-۱ مروری بر مطالعات انجام شده در ارتباط با طول پوششی

در این بخش به مرور مهمترین نتایج بدست آمده در مورد مطالعه‌ی طول پوششی کوارک-پاد کوارک با استفاده از AdS/CFT می‌پردازیم. مهمترین مقالات بررسی شده مراجع [۲]، [۱۲] و [۱۳] می‌باشند.

برای محاسبه طول دوقطبی و مهمتر، طول پوششی " حداکثر فاصله‌ی بین کوارک-پاد کوارک " به علت بالا بودن ثابت جفت شدگی^۱ محیط پلاسمای کوارک-گلوئون، نمی‌توان از روش اختلالی استفاده کرد. یکی از موارد پیشنهادی برای مطالعه این محیط استفاده از تناظر^۲ AdS/CFT می‌باشد. جایی که یک کاربرد مشخص و شناخته شده از تناظر عبارت است از:

نظریه‌ی ریسمان نوع IIB در فضا-زمان $AdS_5 \times S^5$ ↔ نظریه‌ی ابرتقارن $N=4$ یانگ-میلز^۳ با

$$SU(N_c) \text{ پیمانده‌ی}$$

بنابراین جفت کوارک-پاد کوارک معادل یک ریسمان نامبو گوتو^۴ است که در فضای حجم^۵ گرانشی گسترش یافته است.

مرجع [۱۲] مهمترین تحقیقی است که برای اولین بار طول پوششی را با استفاده از تناظر AdS/CFT محاسبه کرده است. در این مرجع براساس نظریه‌ی ابرتقارن $N=4$ یانگ-میلز در دمای غیر صفر، اولین محاسبه‌ی غیراختلالی در مورد وابستگی طول پوششی $L_s(T)$ به v برای یک جفت کوارک پاد کوارک که داخل پلاسمای کوارک-گلوئون که با سرعت v حرکت می‌کند ارائه می‌شود. و رابطه‌ای که برای طول پوششی در این بررسی بدست می‌آید به صورت زیر است.

¹ Coupling

² AdS/CFT correspondence

³ Super Yang-Mills theory

⁴ Nambu-Goto

⁵ Bulk

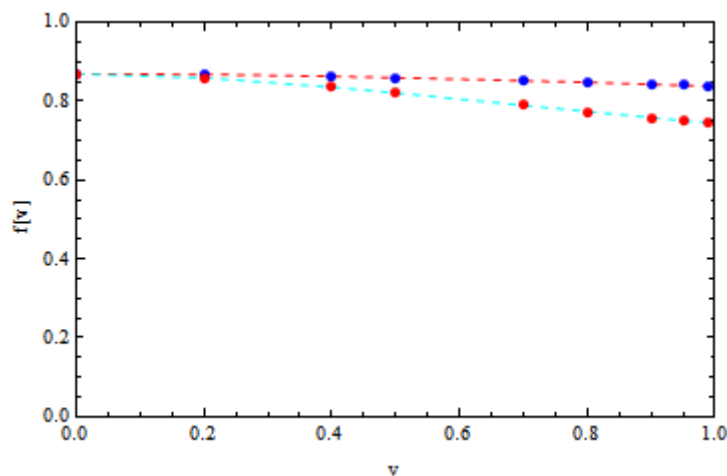
$$L_s = \frac{f(v)}{\pi T \sqrt{\gamma}} = \frac{f(v)}{\pi T} (1-v^2)^{1/4} \quad (1-1)$$

این رابطه مهمترین نتیجه‌ی بدست آمده از روش تناظر AdS/CFT است که در آن

$$\gamma = \frac{1}{(1-v^2)^{1/2}}$$

ضریب خیز^۱ لورنتس می‌باشد و تابع $f(v)$ وابسته به سرعت است. که در نمودار زیر

رسم شده است.



شکل ۱-۵: نمودار $f(v) = \ell_{\max} \sqrt{\gamma} = L_s \pi T \sqrt{\gamma}$ بر حسب v برای بادی که عمود بر دوقطبی (منحنی پایین تر) یا موازی با دوقطبی (منحنی بالاتر) می‌وزد [۱۲].

از شکل فوق پیدا است که $f(v)$ وابستگی ضعیفی به سرعت v باد (حرکت پلاسمای کوآرک-

گلوئون) دارد، به این معنا که عمده‌ی وابستگی طول پوششی L_s به سرعت v ، ضریب $(1-v^2)^{1/4}$

می‌باشد. نتیجه مهم اینکه در نظریه‌ی $N=4$ یانگ-میلز عمده وابستگی طول پوششی دوقطبی (جفت

کوآرک-پادکوآرک) در پلاسمای آتشین به سرعت آن به صورت $L_s(v, T) \approx L_s(0, T) / \sqrt{\gamma}$ تعریف

می‌شود، و وابستگی ضعیف باقیمانده توسط تابع $f(v)$ ، داده می‌شود که در شکل ۱-۵ نشان داده شده

است. همچنین در این مرجع طول پوششی متناسب با $(\text{چگالی انرژی})^{-1/4}$ بیان شده است.

¹ Boost factor

در مرجع [۲] تمرکز روی حد فرا نسبیتی^۱ است، تا محاسبات تحلیلی امکان پذیر باشد. و همچنین وابستگی طول پوششی به چگالی انرژی و سرعت مطالعه می شود. یعنی آیا توان ضریب $(1-v^2)$ یا توان ضریب (چگالی انرژی خیز داده شده) در رابطه‌ی طول پوششی، برای نظریه‌های همدیس و ناهمدیس همواره یک مقدار ثابت و یکسان است یا خیر؟. نتایج این تحقیق به اختصار در ادامه بیان شده‌اند:

۱- برای نظریه‌های همدیس^۲ رفتار طول پوششی متناسب با $1/d$ (چگالی انرژی خیز داده شده^۳) بدست می‌آید، که در آن d بیانگر تعداد ابعاد نظریه‌ی پیمانه‌ای^۴ دوگان می‌باشد. مثال‌های شاخص برای این نظریه‌ها، سیاهچاله‌های شوارتزشیلد- AdS_{d+1} و R-charge با سه بار کلی می‌باشند.

۲- به طور خاص در حد فرا نسبیتی طول پوششی در حضور پتانسیل شیمیایی^۵ متناهی همان نتیجه پتانسیل شیمیایی صفر برای یک چگالی انرژی داده شده است.
 ۳- برای نظریه‌های ناهمدیس^۶، توان از $1/d$ منحرف می‌شود. مثال‌هایی از نظریه‌های ناهمدیس، هندسه غیرفرینه‌ی کلبانوو-تسیتلین و حل^۷ شامه- D_p می‌باشند. برای ناهمدیسی کوچک، این انحراف متناسب با پارامتر ناهمدیسی می‌باشد.

مرجع [۱۳] به تاثیرات فضای داخلی بر پتانسیل و طول پوششی کوارک-پادکوارکی می‌پردازد که در پلاسمای ابر تقارن $N=4$ یانگ-میلز با جفت‌شدگی قوی حرکت می‌کند، البته زمانی که، زاویه نسبی میان کوارک و پادکوارک وجود داشته باشد. کوارک-پادکوارک در نظریه میدان همدیس در نظر گرفته می‌شوند. همانطور که از قبل می‌دانیم مطالعه‌ی چنین محیطی دشوار است و یک روش

¹ Ultra-relativistic limit

² Conformal theory

³ Boosted energy density

⁴ Gauge theory

⁵ Chemical potential

⁶ Non-conformal theory

پیشنهادی برای توصیف این محیط استفاده از تناظر AdS/CFT می‌باشد. متناظر با پلاسمای ابر تقارن $N=4$ یانگ-میلز فضای $AdS_5 \times S^5$ در نظر گرفته می‌شود که در این فضا در هر نقطه از فضا-زمان ابر کره‌های پنج بعدی S^5 قرار دارند، و هر کوارک یا پادکووارک می‌تواند در داخل این کره‌ها با زاویه‌های مختلف قرار بگیرد. یعنی اگر چه فاصله‌ی آن‌ها ثابت است ولی جهت‌گیری آن‌ها در ابر کره پنج بعدی مثل هم نیست [۱۴].

در این مرجع پتانسیل کوارک-پادکووارک مرتبط با طول پوششی با استفاده از AdS/CFT محاسبه شده است. ولی ما در این بخش تنها قسمت مرتبط با طول پوششی را بیان می‌کنیم. در مراجع [۲] و [۱۲] طول پوششی برای سرعت‌های بزرگ در زمینه‌ی سیاهچاله شوارتزشیلد^۱ - AdS خیز داده شده به صورت $\ell_{\max} = Z(1-v^2)^{1/4}$ بدست آمد ($Z = 0.743$).

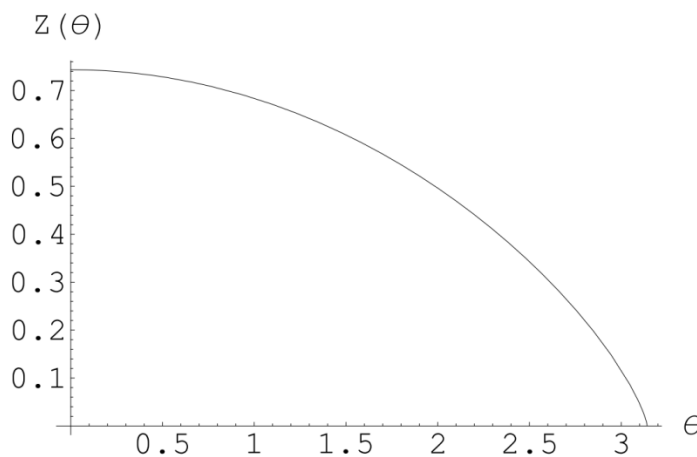
اکنون در اینجا این سوال پیش می‌آید که اضافه شدن درجه آزادی θ ، یعنی زاویه‌ی بین موقعیت‌های کوارک و پادکووارک در ابر کره‌های پنج بعدی S^5 ، چه تاثیری بر طول پوششی می‌گذارد؟. در این مرجع عمومیت رفتار طول پوششی، متناسب با $(1-v^2)^{1/4}$ که در رابطه‌ی (۱-۱) بیان شد، تایید می‌شود و یک وابستگی به θ در ضریب Z یافت می‌شود که به طور یکنواخت از مقدار شناخته شده‌ی کنونی برای موقعیت‌های همسان کوارک-پادکووارک در ابر کره‌های S^5 ($\theta = 0$) تا صفر برای موقعیت‌های متقابل کوارک پادکووارک $\theta = \pi$ کاهش می‌یابد. بنابراین در این مرجع بیشینه مقدار ℓ که نقش طول پوششی را ایفا می‌کند. برابر است با:

$$\ell_{\max} = Z(\theta) \cdot \gamma^{-1/2} + O(\gamma^{-5/2}),$$

$$Z(\theta) = \frac{2\sqrt{2}}{3^{3/4}} \frac{E(-h) - K(-h)}{(h(\theta))^{1/4}}. \quad (۲-۱)$$

^۱Schwarzschild-AdS

توابع E و K در رابطه‌ی بالا از نوع توابع بیضوی^۱ می‌باشند. مشاهده می‌شود که برای سرعت بزرگ، رابطه‌ی $\ell_{\max} \propto \gamma^{-1/2}$ برای تمام مقادیر $\theta \in [0, \pi)$ حفظ می‌شود. و ضریب $Z(\theta)$ بطور یکنواخت از $Z(0) = 0.7433$ که در مراجع [۲] و [۱۲] بدست آمده تا $Z(\pi) = 0$ کاهش می‌یابد. نمودار تغییرات $Z(\theta)$ به شکل زیر است.



شکل ۱-۶: ضریب Z به عنوان تابعی از زاویه θ [۱۳].

۳-۱ اهداف تحقیق

در مطالعاتی که تاکنون انجام شده وابستگی طول پوششی کووارک-پادکووارک به سرعت و چگالی انرژی خیز داده شده، بدون حضور تصحیحات \mathcal{R}^4 ^۲ بدست آمده است. به این معنا که جفت-شدگی محیط بسیار بزرگ در نظر گرفته شده است. اکنون در این پایان‌نامه به عنوان کارجدید، تصحیحات گرانشی را به صورت جملات مشتق بالاتر در تناظر AdS/CFT وارد می‌کنیم. از دیدگاه نظریه میدانی که روی مرز فضای AdS زندگی می‌کند، این تصحیحات بیانگر محدود شدن مقدار ثابت جفت‌شدگی است، که تناظر آن محدود کردن شعاع خمیدگی در فضای AdS می‌باشد. به این معنا که پیش از این در تناظر، ثابت جفت‌شدگی بی‌نهایت بود ولی زمانی که این تصحیحات در نظر گرفته

^۱ Elliptic function

^۲ \mathcal{R}^4 corrections

شوند مقدار ثابت جفت‌شدگی نظریه پیمان‌های روی مرز، محدود می‌شود که این کار ما را به مسائل واقعی نزدیک‌تر می‌کند. بنابراین هدف از این تحقیق این است که با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی، تأثیر این تصحیحات را بر کمیت طول پوششی مطالعه کنیم. سوال اساسی که باید به آن پاسخ داده شود این است که کمیت طول پوششی در حضور تصحیحات گرانشی کوچک‌تر یا بزرگ‌تر می‌شود؟ و یا ممکن است اصلاً تغییری نکند!

۱-۴ اشاره به مطالب فصل‌های بعد

در ادامه و در فصل دوم، نخست فرهنگ AdS/CFT، و آنگاه کمیت‌های مرتبط با طول پوششی تعریف می‌شوند. سپس مساله طول پوششی در نظریه ابرتقارنی یانگ-میلز و با استفاده از تناظر در نظریه ریسمان بررسی می‌شود. در ادامه این فصل جزئیات محاسبات معادلات حرکت برای متریک‌های عمومی و کلی و همچنین طول پوششی برای سیاهچاله- AdS_5 در حد فرا نسبیتی بیان می‌شوند، که در آن محاسبات مربوط به طول پوششی بدون در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی انجام شده است. و وابستگی طول پوششی کوارک-پادکوارک به سرعت پلاسمای کوارک-گلوئون و چگالی انرژی خیز داده شده در حد فرانسبیتی ($1 \rightarrow v$) برای دو حالت خاص زیر تحقیق می‌گردد:

- حالتی که مزون عمود بر جهت حرکت پلازما قرار دارد ($\theta = \pi/2$).
- حالتی که مزون موازی با جهت حرکت پلازما قرار دارد ($\theta = 0$).

این حالت‌ها در مرجع [۲] مطالعه شده‌اند. و به طور مختصر نظریه‌های همدیس مورد بررسی قرار می‌گیرند، و روشی کلی برای مقیاس‌گذاری توان برای طول پوششی که دسته‌ی بزرگی از زمینه‌ها (متریک‌ها) از آن پیروی می‌کنند بیان می‌شود. سپس به عنوان نمونه طول پوششی برای سیاهچاله-های R-charged و $SAdS_{d+1}$ که دوگان نظریه‌های همدیس می‌باشند، محاسبه می‌شوند. بنابراین برای نظریه‌های همدیس طول پوششی متناسب با d^{-1} (چگالی انرژی خیز داده شده) بدست می‌آید. در پایان به بررسی مختصر دو نظریه ناهمدیس، هندسه‌ی غیرفرینه کلبانوو-تسیتلین و زمینه‌ی

شامه‌های D_p می‌پردازیم. که مشاهده می‌شود توان $-1/d$ ، برای نظریه‌های همدیس و ناهمدیس با یکدیگر متفاوت است، و انحراف از این توان برای نظریه‌های ناهمدیس به پارامتر ناهمدیسی مربوط می‌شود [۲]. در فصل سوم به مطالعه‌ی طول پوششی در حضور تصحیحات گرانشی در فضای AdS_5 می‌پردازیم، که دوگان این تصحیحات، همان تصحیحات ثابت جفت‌شدگی در نظریه‌ی پیمان‌های می-باشد که در مرز این فضا زندگی می‌کند. بنابراین در متریک زمینه نوعی جملات تصحیحی وارد می-شوند، که به کمک مراجع [۲] و [۱۲] معادلات، ثوابت حرکت و به دنبال آن طول کوارک پادکوارک را بدست می‌آوریم. در ادامه، به علت آنکه محاسبات تحلیلی مربوط به طول پوششی بسیار پیچیده می‌شوند، بنابراین به تجزیه و تحلیل عددی روابط بدست آمده بسنده می‌کنیم.

۲ فصل دوم

محاسبه‌ی طول پوششی با استفاده از AdS/CFT

توجه شود که اکثر مطالب این فصل برگرفته از مرجع [۲] می‌باشد.

۱-۲ فرهنگ AdS/CFT

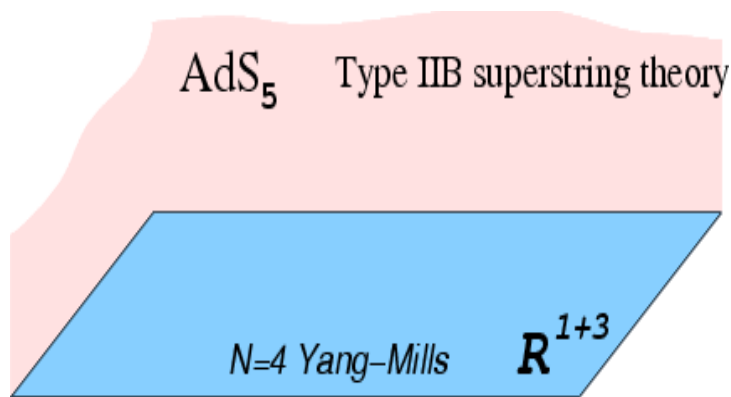
نظریه‌ی ابر تقارن $N = 4$ یانگ-میلز یک نظریه‌ی ناوردای همدیس^۱ با دو پارامتر است: رتبه گروه پیمانانه N_c و جفت شدگی توفت^۲ $\lambda = g_{YM}^2 N_c$ (که در آن g_{YM} ثابت جفت شدگی یانگ-میلز است و N_c نشانگر تعداد رنگ‌ها می‌باشد). در این جا طول پوششی L_s ، بر اساس تجزیه و تحلیل، حلقه‌ی ویلسونی^۳ تعریف می‌شود که دینامیک دوقطبی (جفت کوارک-پادکوارک) تک رنگی را توصیف می‌کند که با سرعت v در امتداد x_3 و در میان برهم‌کنش قوی پلاسمای ابر تقارن $N=4$ یانگ-میلز حرکت می‌کند. در چارچوب ساکن دوقطبی (مزون) دیده می‌شود که باد آتشین (در چارچوب ساکن مزون سنگین، مشاهده می‌شود که پلاسمای کوارک-گلوئون با سرعت v در حال حرکت است که از آن به باد پلاسمایی تعبیر می‌شود). در جهت x_3 می‌وزد و حلقه ویلسون با یک مستطیل با طول گسترش T در جهت زمان و عرض L (طول دوقطبی) در امتداد یک جهت فضایی مشخص می‌شود.

بر اساس تناظر AdS/CFT در حدهای N_c بزرگ و λ بزرگ، مقدار چشم‌داشتی گرمایی $\langle W^F(\ell) \rangle$ برای حلقه‌ی ویلسون، در غیاب سرعت باد را می‌توان با استفاده از متریک برای یک منحنی فضا-زمان پنج بعدی که یک سیاهچاله را در فضای AdS توصیف می‌کند، محاسبه کرد. بعد پنجم، r نامیده می‌شود و افق سیاهچاله در $r = r_0$ می‌باشد و یک شامه D_3 هدف که در امتداد جهت‌های x_3, x_2, x_1 گسترش یافته و در $r = \Lambda \gg r_0$ قرار دارد اضافه می‌شود [۱۲] (شکل ۱-۲).

¹ Conformally invariant theory

² t Hooft coupling

³ Wilson loop



شکل ۲-۱: تناظر AdS/CFT

اکنون در این بخش ارتباط پارامترها در تناظر AdS/CFT که برای سیاهچاله‌های AdS_5 و شامه‌های D_p معتبر می‌باشند، به اختصار بیان می‌شوند. بنابراین در روابط زیر کمیت‌های گرانشی (سمت چپ) بر حسب کمیت‌های نظریه‌ی پیمانه‌ای (سمت راست) نوشته شده‌اند [۲].

$$16\pi G_{10} = (2\pi)^7 g_s^2 l_s^8 \quad (۱-۲)$$

$$R^{7-p} = \frac{(2\pi)^{7-p}}{(7-p)\Omega_{8-p}} g_s N_c l_s^{7-p} \quad (۲-۲)$$

$$2(2\pi)^{p-2} g_s l_s^{p-3} = g_{YM}^2 \quad (۳-۲)$$

که در روابط بالا G_{10} ثابت ده بعدی نیوتن، g_s جفت‌شدگی ریسمان، l_s طول بنیادی ریسمان، R شعاع فضای پاد دوسپته (AdS)، N_c تعداد رنگ‌ها در نظریه پیمانه‌ای دوگان، g_{YM} جفت‌شدگی نظریه پیمانه‌ای (نظریه یانگ-میلز) و Ω حجم ابرکره n بعدی در واحد شعاع می‌باشند.

اکنون به کمک روابط بالا برای حالت $p=3$ می‌توان روابط زیر را بدست آورد.

$$16\pi G_{10} = (2\pi)^7 \frac{R^8}{(4\pi N_c)^2} \quad (۴-۲)$$

$$(R / l_s)^4 = \lambda \quad (۵-۲)$$

ضریب λ ثابت جفت‌شدگی توفت است، که به صورت $\lambda = g_{YM}^2 N_c$ بیان می‌شود. در ادامه

چون نظریه‌های پنج بعدی با ثابت پنج بعدی نیوتن بررسی می‌شوند، بنابراین

$$G_5 = \frac{G_{10}}{R^5 \Omega_5} = \frac{\pi R^3}{2N_c^2} \quad (6-2)$$

۲-۲ طول کوآرک-پادکوآرک در باد پلاسمایی و در حالت کلی

در اینجا ابتدا طول دوقطبی^۱ "کوآرک-پادکوآرک" با استفاده از تناظر AdS/CFT در زمینه‌ی

کلی محاسبه می‌شود و متعاقب آن به کمک این روابط، در بخش بعد طول پوششی برای یک متریک

خاص بررسی می‌شود. طول پوششی دوقطبی در یک چارچوب ساکن در نظر گرفته می‌شود، به این

معنا که جریان پلازما با سرعت v مانند "باد پلاسمایی"^۲، توسط خیز زمینه‌ی سیاهچاله بدست می‌-

آید بنابراین بر روی متریک زمینه، خیز^۳ لورنتس اعمال می‌شود [۲].

متریک عمومی و بدون خیز^۴ به صورت زیر فرض شده است:

$$ds^2 = g_{xx} \{-(1-h)dt^2 + dx_i^2\} + g_{rr} dr^2 + \dots \quad (7-2)$$

جهت حرکت باد پلاسمایی در جهت x_3 می‌باشد بنابراین جملاتی از متریک که تحت خیز تغییر می‌-

کنند عبارتند از:

$$-(1-h)dt^2 + dx_3^2, \quad (8-2)$$

که در آن سرعت نور $c=1$ ، در نظر گرفته می‌شود و داریم:

$$\gamma = \cosh \eta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \quad (9-2)$$

¹ Dipole

² Plasma wind

³ Boost

⁴ Unboosted

$$dt \rightarrow \gamma(dt - v dx_3), \quad (10-2)$$

$$dx_3 \rightarrow \gamma(dx_3 - v dt), \quad (11-2)$$

در اینجا، v سرعت باد پلاسمایی و γ ضریب خیز است. با جایگذاری روابط بالا در رابطه‌ی (۲-)

(۸) داریم:

$$\begin{aligned} & -(1-h)dt^2 + dx_3^2 \rightarrow -(1-h)[\gamma(dt - v dx_3)]^2 + [\gamma(dx_3 - v dt)]^2 \\ & = -(1-h)[\gamma^2 dt^2 - 2\gamma^2 v dt dx_3 + \gamma^2 v^2 dx_3^2] + \gamma^2 dx_3^2 - 2\gamma^2 v dt dx_3 + \gamma^2 v^2 dt^2 \\ & = -\gamma^2 dt^2 + 2\gamma^2 v dt dx_3 - \gamma^2 v^2 dx_3^2 + h\gamma^2 dt^2 - 2h\gamma^2 v dt dx_3 + h\gamma^2 v^2 dx_3^2 + \gamma^2 dx_3^2 - 2\gamma^2 v dt dx_3 \\ & + \gamma^2 v^2 dt^2 = (-\gamma^2 + h\gamma^2 + \gamma^2 v^2)dt^2 - 2h\gamma^2 v dt dx_3 + (-\gamma^2 v^2 + h\gamma^2 v^2 + \gamma^2)dx_3^2 \\ & = \left(-\frac{1}{1-v^2} + \frac{v^2}{1-v^2} + h\gamma^2\right)dt^2 - 2h\gamma^2 v dt dx_3 + \left(-\frac{v^2}{1-v^2} + h\gamma^2 v^2 + \frac{1}{1-v^2}\right)dx_3^2 \\ & = \left[-\left(\frac{1-v^2}{1-v^2}\right) + h\gamma^2\right]dt^2 - 2h\gamma^2 v dt dx_3 + \left(\frac{1-v^2}{1-v^2} + h\gamma^2 v^2\right)dx_3^2 \\ & = -(1-h\gamma^2)dt^2 - 2h\gamma^2 v dt dx_3 + (1+h\gamma^2 v^2)dx_3^2 \\ & = -(1-h \cosh^2 \eta)dt^2 - 2h \sinh \eta \cosh \eta dt dx_3 + (1+h \sinh^2 \eta)dx_3^2, \quad (12-2) \end{aligned}$$

که در آن از رابطه $\sinh \eta = \gamma v$ استفاده شده است. بنابراین متریک خیز داده شده در جهت x_3 به صورت زیر خواهد شد:

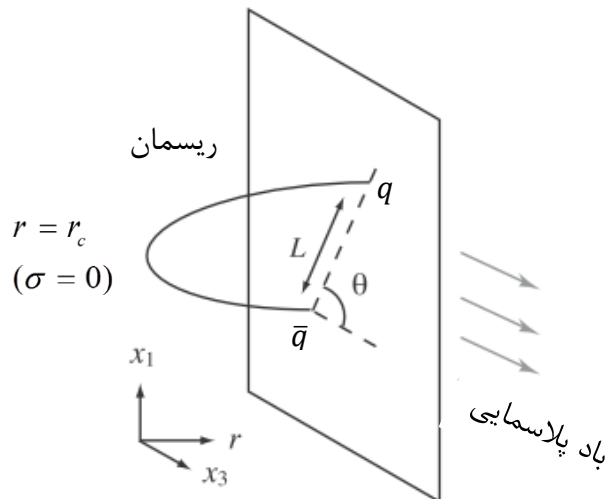
$$ds^2 = g_{xx} \{-(1-h \cosh^2 \eta)dt^2 - 2h \sinh \eta \cosh \eta dt dx_3 + (1+h \sinh^2 \eta)dx_3^2 + dx_1^2 + dx_2^2\} + g_r dr^2 \quad (13-2)$$

دینامیک و حرکت ریسمان بنیادی از کنش نامبو-گوتو^۱ بدست می‌آید. جفت کوآرک-پادکوآرک

مانند شکل ۲-۲ به صورت خطی در صفحه‌ی (x_3, x_1) در نظر گرفته می‌شود که با جهت باد پلاسمایی

زاویه‌ی θ می‌سازد.

¹ Nambu-Goto action



شکل ۲-۲: ریسمان بنیادی متصل به جفت کوآرک - پادکوآرک [۲].

بنابراین پیمانه^۱ ایستا را به صورت $\sigma = x_1, \tau = t$ انتخاب می‌کنیم، که در آن τ مختصه زمانی و σ مختصه فضایی جهان سطح ریسمان^۲ است. آنگاه پیکربندی ریسمان در فضای مورد نظر به صورت زیر خواهد شد:

$$(t = \tau, x_1 = \sigma, x_2 = \text{const}, x_3 = x_3(\sigma), r = r(\sigma)) \quad (۱۴-۲)$$

کنش نامبو-گوتو برای جهان سطح ریسمان با رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$S = -\frac{1}{2\pi\ell_s^2} \int d\tau d\sigma \mathcal{L} = -\frac{1}{2\pi\ell_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}} \quad (۱۵-۲)$$

که $g_{\alpha\beta}$ متریک القایی^۳ روی جهان سطح ریسمان است که به صورت، $g_{\alpha\beta} = G_{\mu\nu} \partial_\alpha x^\mu \partial_\beta x^\nu$ تعریف می‌شود. $G_{\mu\nu}$ شکل ماتریسی متریک خیز داده شده‌ی زمینه مربوط به فضای گرانشی در رابطه‌ی (۲)- (۱۳) می‌باشد. که به شکل زیر است.

^۱ Gauge

^۲ String world sheet

^۳ Induced metric

$$G_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -G_{00} & 0 & 0 & G_{03} & 0 \\ 0 & G_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{22} & 0 & 0 \\ G_{30} & 0 & 0 & G_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{rr} \end{pmatrix} \quad (۱۶-۲)$$

که در آن مولفه‌های ماتریس براساس متریک خیز داده شده (۱۳-۲) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} G_{00} &= g_{xx} (1 - h \cosh^2 \eta), \quad G_{03} = G_{30} = h \sinh \eta \cosh \eta, \quad G_{11} = G_{22} = g_{xx} \\ G_{33} &= g_{xx} (1 + h \sinh^2 \eta), \quad G_{rr} = g_{rr} \end{aligned} \quad (۱۷-۲)$$

حال با استفاده از شکل ماتریسی متریک خیز داده شده، متریک القایی $g_{\alpha\beta}$ به صورت زیر

بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} g_{\alpha\beta} &= G_{\mu\nu} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial x^\nu}{\partial \tau} & \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial x^\nu}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial x^\nu}{\partial \tau} & \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial x^\nu}{\partial \sigma} \end{pmatrix} = -G_{00} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \\ &+ G_{03} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{11} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} & \frac{\partial x^1}{\partial \tau} \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} & \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \\ &+ G_{22} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} & \frac{\partial x^2}{\partial \tau} \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} & \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{30} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \\ &+ G_{33} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{rr} \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial \tau} \frac{\partial r}{\partial \tau} & \frac{\partial r}{\partial \tau} \frac{\partial r}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial r}{\partial \sigma} \frac{\partial r}{\partial \tau} & \frac{\partial r}{\partial \sigma} \frac{\partial r}{\partial \sigma} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (۱۸-۲)$$

با استفاده از پیکربندی فضا-زمان در رابطه‌ی (۱۴-۲)، متریک القایی به شکل زیر تقلیل می‌یابد.

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -G_{00} & G_{03} x'_3 \\ G_{30} x'_3 & G_{11} + G_{33} x'^2_3 + G_{rr} r'^2 \end{pmatrix}, \quad (۱۹-۲)$$

که در رابطه فوق $' = d / d\sigma$ می‌باشد. اینک با محاسبه‌ی دترمینان متریک القایی، رابطه‌ی کنش (۲-)
(۱۵)، به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$S = -\frac{1}{2\pi\ell_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{|G_{00}|(G_{11} + G_{33}x_3'^2 + G_{rr}r'^2) + G_{03}^2x_3'^2}, \quad (20-2)$$

بنابراین لاگرانژی^۱، با توجه به رابطه‌ی بالا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{L} = \sqrt{|G_{00}|(G_{11} + G_{33}x_3'^2 + G_{rr}r'^2) + G_{03}^2x_3'^2} \quad (21-2)$$

که در آن مشتق‌گیری نسبت به مختصه‌ی فضایی تعریف می‌شود $\frac{d}{d\tau} \rightarrow \frac{d}{d\sigma}$. اکنون با استفاده از
رابطه‌ی لاگرانژی و تعریف هامیلتونی^۲ یکی از ثابت‌های حرکت یعنی q ، به شکل زیر بدست می‌آید:

$$H = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i'}\right) x_i' - \mathcal{L} = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1'}\right) x_1' + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2'}\right) x_2' + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_3'}\right) x_3' + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r'}\right) r' - \mathcal{L} \quad (22-2)$$

با توجه به رابطه‌ی لاگرانژی (۲۱-۲)، $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1'} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2'} = 0$ ، بدست می‌آید، و ثابت حرکت q (هامیلتونی

) به صورت زیر تقلیل می‌یابد:

$$H = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_3'}\right) x_3' + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r'}\right) r' - \mathcal{L} = -q, \quad (23-2)$$

همچنین با استفاده از معادله حرکت اوایلر-لاگرانژی^۳، ثابت حرکت p به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i'}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 0, \quad (24-2)$$

دوباره با توجه به شکل لاگرانژی $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_3} = 0$ ، خواهد بود، و ثابت حرکت p برابر می‌شود با:

¹ Lagrangian

² Hamiltonian

³ Euler-Lagrange equation of motion

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'_3} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'_3} = cte = p \quad (25-2)$$

از طرفی توجه داشته باشید که در رابطه لاگرانژی G_{rr} تابعی از r است. بنابراین $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} \neq 0$ است.

اکنون می‌توان ثابت‌های حرکت را با یکدیگر ادغام کرده و دو ترکیب مفید بدست آورد. اولین

ترکیب عبارت است از

$$\frac{g_{xx}}{g_{rr}} \left[\frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} \{ g_{xx}^2 (1-h) - p^2 \} - q^2 \right] = q^2 r'^2 = \mathcal{F}(r), \quad (26-2)$$

برای اثبات رابطه (26-2) ابتدا ثابت‌های حرکت p, q را بدست می‌آوریم و در رابطه‌ی (2)

(26) جایگذاری می‌کنیم. برای ثابت حرکت q از رابطه (23-2) و با توجه به شکل لاگرانژی و مولفه-

های متریک خیز داده شده داریم.

$$\begin{aligned} -q &= \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'_3} \right) x'_3 + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r'} \right) r' - \mathcal{L} = \frac{|G_{00}| G_{rr} r'^2}{\mathcal{L}} + \frac{(|G_{00}| G_{33} + G_{03}^2) x_3'^2}{\mathcal{L}} - \mathcal{L} \\ &= \frac{|G_{00}| G_{rr} r'^2 + (|G_{00}| G_{33} + G_{03}^2) x_3'^2 - |G_{00}| (G_{11} + G_{33} x_3'^2 + G_{rr} r'^2) - G_{03}^2 x_3'^2}{\mathcal{L}} \end{aligned}$$

که با ساده‌سازی و جایگذاری مولفه‌های متریک خیز داده شده‌ی رابطه‌ی (2-17) در رابطه‌ی فوق

نتیجه چنین می‌شود:

$$-q = -\frac{|G_{00}| G_{11}}{\mathcal{L}} \Rightarrow q = \frac{g_{xx}^2 (1-h \cosh^2 \eta)}{\mathcal{L}}, \quad (27-2)$$

و برای ثابت حرکت p از رابطه (25-2)، عبارت زیر بدست می‌آید.

$$p = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'_3} = \frac{(|G_{00}| G_{33} + G_{03}^2) x_3'}{\mathcal{L}}, \quad (28-2)$$

اکنون با جایگذاری روابط (۲۷-۲) و (۲۸-۲) در سمت راست رابطه‌ی (۲۶-۲) که در پیوست

(الف-۱) محاسبه شده است خواهیم داشت:

$$\frac{g_{xx}}{g_{rr}} \left[\frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} \{g_{xx}^2 (1-h) - p^2\} - q^2 \right] = \frac{g_{xx}^4 (1-h \cosh^2 \eta)^2 r'^2}{\mathcal{L}^2} \quad (29-2)$$

از طرفی از رابطه‌ی (۲۷-۲) می‌توان رابطه‌ی زیر را بدست آورد:

$$q^2 = \frac{g_{xx}^4 (1-h \cosh^2 \eta)^2}{\mathcal{L}^2} \quad (30-2)$$

که با جایگذاری (۳۰-۲) در رابطه‌ی (۲۹-۲) تساوی (۲۶-۲) حاصل می‌شود:

$$\frac{g_{xx}}{g_{rr}} \left[\frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} \{g_{xx}^2 (1-h) - p^2\} - q^2 \right] = q^2 r'^2 = \mathcal{F}(r),$$

ترکیب دیگر برای ثابت‌های حرکت به شکل زیر است:

$$qx'_3 = p \frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h}, \quad (31-2)$$

برای اثبات این رابطه دوباره با جایگذاری p از رابطه‌ی (۲۸-۲) با شروع از سمت راست رابطه-

ی (۳۱-۲) می‌توان به شکل زیر به سمت چپ آن رسید:

$$\begin{aligned} p \frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} &= \frac{(|G_{00}|G_{33} + G_{03}^2)x'_3}{\mathcal{L}} \frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} \\ &= \frac{1-h \cosh^2 \eta}{(1-h)\mathcal{L}} [g_{xx}^2 (1-h \cosh^2 \eta)(1+h \sinh^2 \eta) \\ &\quad + g_{xx}^2 h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta] x'_3 = \frac{g_{xx}^2 (1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}} \\ &\quad [1-h \cosh^2 \eta + h \sinh^2 \eta - h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta + h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta] x'_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{g_{xx}^2 (1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}} [1-h(\cosh^2 \eta - \sinh^2 \eta)] x_3' \\ &= \frac{g_{xx}^2 (1-h \cosh^2 \eta)}{\mathcal{L}} x_3', \end{aligned} \quad (32-2)$$

سپس با جایگذاری عبارت (27-2) در رابطه‌ی (32-2)، فرمول (31-2) بدست می‌آید:

$$p \frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} = \frac{g_{xx}^2 (1-h \cosh^2 \eta)}{\mathcal{L}} x_3' = q x_3'$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی (26-2) مختصه x_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} q^2 r'^2 = \mathcal{F}(r) &\rightarrow q r' = \sqrt{\mathcal{F}(r)} \rightarrow q \frac{dr}{d\sigma} = \sqrt{\mathcal{F}(r)} \rightarrow d\sigma = q \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}(r)}} \\ \rightarrow \int d\sigma = q \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}(r)}} &\Rightarrow \sigma = q \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}(r)}}, \end{aligned} \quad (33-2)$$

با توجه به پیمانه‌ی انتخابی ($x_1 = \sigma$) و رابطه‌ی بالا، عبارت زیر نتیجه می‌شود.

$$x_1 = \sigma = q \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}(r)}}, \quad (34-2)$$

همچنین با استفاده از روابط (26-2) و (31-2) مختصه x_3 محاسبه می‌شود:

$$x_3 = \int dr \frac{dx_3}{dr} = p \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} \frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} = p \left[\frac{x_1}{q} - \sinh^2 \eta \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} \frac{h}{1-h} \right], \quad (35-2)$$

که به صورت زیر بدست می‌آید.

$$x_3 = \int dx_3 = \int dr \frac{dx_3}{dr} \quad (36-2)$$

از طرفی از روابط (26-2) و (31-2)، خواهیم داشت:

$$q r' = \sqrt{\mathcal{F}} \rightarrow q \frac{dr}{d\sigma} = \sqrt{\mathcal{F}} \quad (37-2)$$

$$q \frac{dx_3}{d\sigma} = p \frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h}, \quad (38-2)$$

اکنون با تقسیم رابطه‌ی (۳۸-۲) بر رابطه‌ی (۳۷-۲) می‌توان رابطه‌ی زیر را بدست آورد.

$$\frac{dx_3/d\sigma}{dr/d\sigma} = p \frac{1-h \cosh^2 \eta}{(1-h)\sqrt{\mathcal{F}}} \rightarrow \frac{dx_3}{dr} = p \frac{1-h \cosh^2 \eta}{(1-h)\sqrt{\mathcal{F}}}, \quad (39-2)$$

که با جایگذاری آن در رابطه‌ی (۳۶-۲) خواهیم داشت:

$$x_3 = p \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} \frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} \quad (40-2)$$

سپس با توجه به عبارت $\cosh^2 \eta = 1 + \sinh^2 \eta$ ، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} x_3 &= p \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} \frac{1-h(1+\sinh^2 \eta)}{1-h} = p \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} \frac{1-h-h \sinh^2 \eta}{1-h} \\ &= p \left[\int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} - \sinh^2 \eta \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} \frac{h}{1-h} \right], \end{aligned} \quad (41-2)$$

اکنون با استفاده از رابطه (۳۴-۲)، رابطه فوق را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$x_3 = p \left[\frac{x_1}{q} - \sinh^2 \eta \int \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} \frac{h}{1-h} \right] \quad (42-2)$$

نقاط انتهایی ریسمان بر روی شامه^۱ قرار دارند و ریسمان از بی‌نهایت تا نقطه‌ی بازگشت^۲

$r(\sigma=0) = r_c$ که به صورت $\mathcal{F}(r_c) = 0$ تعریف می‌شود، کشیده می‌شود. سپس ریسمان به بی‌نهایت

باز می‌گردد. بنابراین به طور خلاصه نقطه‌ی بازگشت در $\sigma = 0$ رخ می‌دهد. اینک با توجه به شکل ۲-

۲ می‌توان شرایط مرزی را بطور خلاصه چنین نوشت.

$$\begin{aligned} r(\sigma=0) &= r_c, & \mathcal{F}(r_c) &= 0, \\ r(\sigma = \pm \frac{L}{2} \sin \theta) &= \infty, & x_3(\sigma = \pm \frac{L}{2} \sin \theta) &= \pm \frac{L}{2} \cos \theta, \end{aligned} \quad (43-2)$$

¹ Brane

² Turning point

همچنین باید توجه کرد که σ مقادیر $-\frac{L}{2} \sin \theta < \sigma < \frac{L}{2} \sin \theta$ را می‌گیرد. در روابط فوق L طول دوقطبی (فاصله‌ی جدایی بین کوارک-پادکوارک در صفحه (x_3, x_1)) می‌باشد. به کمک شرایط مرزی و با استفاده از روابط (۲-۳۴) و (۲-۳۵) ثابت‌های حرکت p, q برحسب L و θ به شکل زیر تعیین می‌شوند.

$$x_1 = \frac{L}{2} \sin \theta = \int_0^{(L \sin \theta)/2} d\sigma = q I_s(p, q, \eta), \quad (2-44)$$

$$x_3 = \frac{L}{2} \cos \theta = \int_0^{(L \cos \theta)/2} dx_3 = p [I_s(p, q, \eta) - \sinh^2 \eta I_c(p, q, \eta)], \quad (2-45)$$

که در آن

$$I_s(p, q, \eta) = \int_{r_c}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}}, \quad (2-46)$$

$$I_c(p, q, \eta) = \int_{r_c}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}}} \frac{h}{1-h}, \quad (2-47)$$

ارتباط کران انتگرال‌ها در روابط فوق از شرایط مرزی $r(\sigma = \frac{L}{2} \sin \theta) = \infty, r(\sigma = 0) = r_c$ و این که

بعد اضافی r ، برای مختصه‌ی $x_3 = \frac{L}{2} \cos \theta$ در بی‌نهایت می‌باشد، بدست می‌آید.

اکنون به محاسبه انرژی و خود-انرژی^۱ ریسمان می‌پردازیم. انرژی با رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$E = -\frac{S}{T} \quad (2-48)$$

که در آن S کنش ریسمان و T زمان مناسب برای گسترش ریسمان است. آنگاه:

^۱ Self-energy

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{2\pi\ell_s^2 T} \int d\tau d\sigma \sqrt{|G_{00}|(G_{11} + G_{33}x_3'^2 + G_{rr}r'^2) + G_{03}^2 x_3'^2} \\
 &= \frac{1}{2\pi\ell_s^2 T} \int_0^T d\tau \int_{(-L\sin\theta)/2}^{(L\sin\theta)/2} d\sigma \sqrt{|G_{00}|(G_{11} + G_{33}x_3'^2 + G_{rr}r'^2) + G_{03}^2 x_3'^2} \\
 &= \frac{1}{2\pi\ell_s^2} \int_{(-L\sin\theta)/2}^{(L\sin\theta)/2} d\sigma \sqrt{|G_{00}|(G_{11} + G_{33}x_3'^2 + G_{rr}r'^2) + G_{03}^2 x_3'^2}, \tag{۴۹-۲}
 \end{aligned}$$

از طرفی با توجه به این که تابع انتگرالده نسبت به مختصه σ زوج، و کران انتگرال گیری متقارن است، داریم:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{\pi\ell_s^2} \int_0^{(L\sin\theta)/2} d\sigma \sqrt{|G_{00}|(G_{11} + G_{33}x_3'^2 + G_{rr}r'^2) + G_{03}^2 x_3'^2} \\
 &= \frac{1}{\pi\ell_s^2} \int_0^{(L\sin\theta)/2} d\sigma \sqrt{|G_{00}|G_{rr} \sqrt{\frac{G_{11}}{G_{rr}} + \frac{1}{|G_{00}|G_{rr}} (G_{00}G_{33} + G_{03}^2)x_3'^2 + r'^2}} \tag{۵۰-۲}
 \end{aligned}$$

حال با جایگذاری مؤلفه‌های متریک از رابطه‌ی (۲-۱۷) در رابطه‌ی فوق، این رابطه را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{\pi\ell_s^2} \int_0^{(L\sin\theta)/2} d\sigma \sqrt{g_{xx}g_{rr}(1-h\cosh^2\eta) \left\{ \frac{g_{xx}}{g_{rr}} + \frac{1}{g_{xx}g_{rr}(1-h\cosh^2\eta)} \right.} \\
 &\quad \times [g_{xx}^2(1-h\cosh^2\eta)(1+h\sinh^2\eta) + g_{xx}^2 h^2 \cosh^2\eta \sinh^2\eta] x_3'^2 + r'^2 \left. \right\}^{1/2}} \\
 &= \frac{1}{\pi\ell_s^2} \int_0^{(L\sin\theta)/2} d\sigma \sqrt{g_{xx}g_{rr}(1-h\cosh^2\eta) \left\{ r'^2 \left(\frac{g_{xx}}{g_{rr}r'^2} + \frac{1}{g_{xx}g_{rr}(1-h\cosh^2\eta)} \right) \right.} \\
 &\quad \times [g_{xx}^2(1-h\cosh^2\eta)(1+h\sinh^2\eta) + g_{xx}^2 h^2 \cosh^2\eta \sinh^2\eta] \left(\frac{x_3'}{r'} \right)^2 + 1 \left. \right\}^{1/2}}, \tag{۵۱-۲}
 \end{aligned}$$

از طرفی از روابط (۲-۲۶) و (۲-۳۹) خواهیم داشت:

$$r'^2 = \frac{\mathcal{F}}{q^2}, \tag{۵۲-۲}$$

$$\left(\frac{x'_3}{r'}\right)^2 = \frac{p^2}{\mathcal{F}} \left(\frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h}\right)^2, \quad (53-2)$$

که با جایگذاری در رابطه‌ی (51-2) رابطه‌ی انرژی چنین می‌شود:

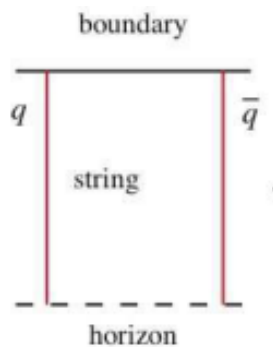
$$E = \frac{1}{\pi \ell_s^2} \int_0^{(L \sin \theta)/2} d\sigma \frac{dr}{d\sigma} \sqrt{g_{xx} g_{rr} (1-h \cosh^2 \eta)} \left\{ \frac{g_{xx} q^2}{g_{rr} \mathcal{F}} + \frac{g_{xx}}{g_{rr} (1-h \cosh^2 \eta)} [(1-h \cosh^2 \eta + h \sinh^2 \eta - h^2 \cosh^2 \eta \sinh^2 \eta + h^2 \cosh^2 \eta \sinh^2 \eta)] \frac{p^2}{\mathcal{F}} \left(\frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h}\right)^2 + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (54-2)$$

و با ساده‌سازی، به شکل زیر تقلیل می‌یابد.

$$E = \frac{1}{\pi \ell_s^2} \int_{r_c}^{\infty} dr \sqrt{g_{xx} g_{rr} (1-h \cosh^2 \eta)} \sqrt{\frac{g_{xx}}{g_{rr} \mathcal{F}} (q^2 + p^2 \frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h}) + 1}, \quad (55-2)$$

دوباره ارتباط کران‌ها در دو رابطه‌ی قبل به صورت $r(\sigma=0) = r_c$ و $r(\sigma = \frac{L}{2} \sin \theta) = \infty$ می‌باشد.

معمولا این انرژی را می‌توان با کم کردن خود-انرژی یک جفت کوارک-پادکووارک جدا از هم محدود ساخت.



شکل 2-3: دو ریسمان باز مستقیم که دو کووارک آزاد سنگین را نشان می‌دهند که از مرز AdS شروع شده و تا افق سیاهچاله ادامه دارند.

در این حالت با توجه به شکل ۲-۳ به هر یک از کوارک و پادکووارک مجزا، یک ریسمان متصل است که تا افق رویداد^۱ سیاهچاله r_0 کشیده شده است. خود-انرژی کووارک و پادکووارک جدا از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$E_0 = -\frac{S_0}{T} \quad (56-2)$$

که در آن S_0 کنش ریسمان برای حالتی است که کووارک و پادکووارک جدا می‌باشند. پیکربندی متناظر با این حالت چنین است:

$$X^\mu = (\tau, \frac{L}{2} \sin \theta, 0, \frac{L}{2} \cos \theta, r = \sigma), \quad (57-2)$$

اینک برای محاسبه‌ی خود-انرژی ابتدا S_0 را از رابطه‌ی (۲-۱۵) بدست می‌آوریم. در این حالت متریک القایی به صورت زیر است:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dot{X} \cdot X' & \dot{X}^2 \\ X'^2 & \dot{X} \cdot X' \end{pmatrix} \quad (58-2)$$

که \dot{X}^μ, X'^μ به ترتیب مشتق $X^\mu(\tau, \sigma)$ نسبت به فضا و زمان است. و به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\dot{X}^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} = (1, 0, 0, 0, 0), \quad (59-2)$$

$$X'^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} = (0, 0, 0, 0, 1), \quad (60-2)$$

$$\dot{X}^2 = G_{\mu\nu} \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu = |G_{00}|, \quad (61-2)$$

$$X'^2 = G_{\mu\nu} X'^\mu X'^\nu = G_{rr}, \quad (62-2)$$

¹ Horizon

$$\dot{X} \cdot X' = 0, \quad (۶۳-۲)$$

$$\dot{X}^2 X'^2 = |G_{00}| G_{rr}, \quad (۶۴-۲)$$

اکنون با محاسبه‌ی دترمینان متریک القایی به شکل زیر

$$\det g_{\alpha\beta} = (\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2 \quad (۶۵-۲)$$

کنش S_0 چنین خواهد شد:

$$S_0 = -\frac{1}{2\pi\ell_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{|G_{00}| G_{rr}}, \quad (۶۶-۲)$$

با جایگذاری مؤلفه‌های متریک از رابطه‌ی (۱۷-۲) در رابطه‌ی فوق، رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$S_0 = -\frac{1}{2\pi\ell_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{g_{xx} g_{rr} (1 - h \cosh^2 \eta)}, \quad (۶۷-۲)$$

اینک با استفاده از $dr = d\sigma$ و رابطه‌ی S_0 ، خود-انرژی E_0 به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{2}{2\pi\ell_s^2 T} \int_0^T d\tau \int_{r_0}^{\infty} dr \sqrt{g_{xx} g_{rr} (1 - h \cosh^2 \eta)} \\ &= \frac{1}{\pi\ell_s^2} \int_{r_0}^{\infty} dr \sqrt{g_{xx} g_{rr} (1 - h \cosh^2 \eta)} \end{aligned} \quad (۶۸-۲)$$

حذف ضریب دو در رابطه بالا به علت مجموع انرژی ریسمان متصل به کوارک و ریسمان متصل

به پادکوارک مجزا است، که به صورت دو ریسمان عمودی هستند که از مرز تا افق سیاهچاله r_0 کشیده شده‌اند.

اکنون بطور جداگانه دو حالت زیر بررسی می‌شوند.

الف) $\theta = \frac{\pi}{2}$: در این حالت جهت باد پلاسمایی عمود بر دوقطبی می‌باشد. از رابطه (۴۵-۲)،

$p = 0$ بدست می‌آید - اگر p و از این‌رو از رابطه‌ی (۳۱-۲) x_3' غیر صفر باشند، آنگاه از شرط مرزی

(۴۳-۲) داریم $x_3(\sigma = +L/2) = x_3(\sigma = -L/2)$. بنابراین نیاز است که نقطه یا نقاطی در $x'_3 = 0$ وجود داشته باشند که برای چنین نقطه یا نقاطی بنابر رابطه‌ی (۳۱-۲)، $1 - h \cosh^2 \eta = 0$ بدست می‌آید، که با جایگذاری در رابطه‌ی (۲۶-۲)، r'^2 منفی خواهد شد. فرض انتخابی اشتباه است و بنابراین $p = 0$ خواهد بود- و طول دوقطبی با توجه به رابطه‌ی (۴۴-۲) به شکل زیر تعیین می‌شود:

$$L = 2qI_s(p=0, q, \eta), \quad (۶۹-۲)$$

با جایگذاری انتگرال $I_s(p=0, q, \eta)$ از رابطه‌ی (۴۶-۲) در رابطه‌ی بالا، طول دوقطبی برای این حالت به صورت زیر بدست می‌آید:

$$L = 2q \int_{r_c}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}|_{p=0}}} = 2q \int_{r_c}^{\infty} \frac{\sqrt{g_{rr}} dr}{\sqrt{g_{xx} \{ (1 - h \cosh^2 \eta) g_{xx}^2 - q^2 \}}}, \quad (۷۰-۲)$$

(ب) $\theta = 0$: در این حالت جهت حرکت باد پلاسمایی موازی با دوقطبی است. در این حالت از رابطه‌ی (۴۴-۲)، $q = 0$ بدست می‌آید، و طول دوقطبی با توجه به رابطه‌ی (۴۵-۲) به شکل زیر تعیین می‌شود.

$$L = 2p \int_{r_c}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{\mathcal{F}|_{q=0}}} \frac{1 - h \cosh^2 \eta}{1 - h}, \quad (۷۱-۲)$$

۲-۳ طول پوششی کوآرک-پادکوآرک در زمینه سیاهچاله شوارتزشیلد

($SAdS_5$) AdS-

در ادامه به عنوان یک مثال، طول پوششی برای سیاهچاله شوارتزشیلد- $(SAdS_5)$ AdS در حد فرانسبیتی و به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. که در آن سیاهچاله پنج بعدی شوارتزشیلد-

AdS دوگان نظریه‌ی ابر تقارن $N=4$ یانگ-میلز می‌باشد، متریک سیاهچاله‌ی $SAdS_5$ به صورت زیر

داده می‌شود [۲].

$$ds^2 = -\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\} dt^2 + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2), \quad (۷۲-۲)$$

که در آن R شعاع فضای AdS می‌باشد. با در نظر گرفتن باد پلاسمایی در جهت x_3 و با اعمال

تبدیل لورنتس در جهت x_3 ، متریک خیز داده شده به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} ds^2 &= -\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\} [\gamma(dt - v dx_3)]^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 [\gamma(dx_3 - v dt)]^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2) \\ &+ \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} = -\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\} (\gamma^2 dt^2 - 2v \gamma^2 dt dx_3 + \gamma^2 v^2 dx_3^2) + \\ &\left(\frac{r}{R}\right)^2 (\gamma^2 dx_3^2 - 2v \gamma^2 dt dx_3 + \gamma^2 v^2 dt^2) + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2) + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} \\ &= -\left(\frac{r}{R}\right)^2 \gamma^2 dt^2 + 2v \gamma^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2 dt dx_3 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \gamma^2 v^2 dx_3^2 + \frac{r_0^4}{R^2 r^2} \gamma^2 dt^2 \\ &- 2v \gamma^2 \frac{r_0^4}{R^2 r^2} dt dx_3 + \frac{r_0^4}{R^2 r^2} \gamma^2 v^2 dx_3^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 \gamma^2 dx_3^2 - 2v \gamma^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2 dt dx_3 \\ &+ \left(\frac{r}{R}\right)^2 \gamma^2 v^2 dt^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2) + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} \\ &= \left(-\frac{r^2}{R^2} \gamma^2 + \frac{r_0^4}{R^2 r^2} \gamma^2 + \frac{r^2}{R^2} \gamma^2 v^2\right) dt^2 - (2v \gamma^2 \frac{r_0^4}{R^2 r^2}) dt dx_3 + \\ &\left(\frac{r^2}{R^2} \gamma^2 + \frac{r_0^4}{R^2 r^2} \gamma^2 v^2 - \frac{r^2}{R^2} \gamma^2 v^2\right) dx_3^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2) + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} \\ &= \left[-\frac{r^2}{R^2} \left(\frac{1}{1-v^2} - \frac{v^2}{1-v^2}\right) + \frac{r_0^4}{R^2 r^2} \gamma^2\right] dt^2 - (2v \gamma^2 \frac{r_0^4}{R^2 r^2}) dt dx_3 + \left[\frac{r^2}{R^2} \left(\frac{1}{1-v^2} - \frac{v^2}{1-v^2}\right)\right. \\ &\left. + \frac{r_0^4}{R^2 r^2} \gamma^2 v^2\right] dx_3^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2) + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} = \left(-\frac{r^2}{R^2} + \frac{r_0^4}{R^2 r^2} \gamma^2\right) dt^2 \end{aligned}$$

$$-(2v\gamma^2 \frac{r_0^4}{R^2 r^2}) dt dx + (\frac{r^2}{R^2} + \frac{r_0^4}{R^2 r^2} \gamma^2 v^2) dx_3^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2) + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} \quad (73-2)$$

که با تعریف r_1 و r_2 به صورت زیر

$$r_1^4 = r_0^4 \cosh^2 \eta = r_0^4 \gamma^2, \quad r_2^4 = r_0^4 \sinh^2 \eta = r_0^4 \gamma^2 v^2 \quad (74-2)$$

و $\gamma = \cosh \eta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$ ، رابطه‌ی (73-2) چنین خواهد شد [12]:

$$ds^2 = -\left(\frac{r^2}{R^2} - \frac{r_1^4}{R^2 r^2}\right) dt^2 - 2\frac{r_1^2 r_2^2}{R^2 r^2} dt dx + \left(\frac{r^2}{R^2} + \frac{r_2^4}{R^2 r^2}\right) dx_3^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2) + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} \quad (75-2)$$

دما در نظریه پیمان‌های، معادل دمای هاوکینگ¹ در سیاهچاله AdS می‌باشد. بنابراین در این مسئله دمای T نظریه‌ی یانگ-میلز در $v=0$ با دمای هاوکینگ سیاهچاله داده می‌شود [15]، به طوری که دما T و چگالی انرژی بدون خیز ϵ_0 سیاهچاله با روابط زیر داده می‌شوند:

$$T = \frac{r_0}{\pi R^2}, \quad (76-2)$$

$$\epsilon_0 = \frac{3}{16\pi G_5} \frac{r_0^4}{R^5} = \frac{3}{8} \pi^2 N_c^2 T^4, \quad (77-2)$$

با مقایسه‌ی ضرایب متریک رابطه‌ی (77-2) با ضرایب متریک رابطه‌ی (75-2) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{r^2}{R^2} - \frac{r_1^4}{R^2 r^2} &= g_{xx} (1 - h \cosh^2 \eta) & , & & \frac{r_1^2 r_2^2}{R^2 r^2} &= g_{xx} h \sinh \eta \cosh \eta \\ \frac{r^2}{R^2} + \frac{r_2^4}{R^2 r^2} &= g_{xx} (1 + h \sinh^2 \eta) & , & & \frac{R^2}{r^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right\}} &= g_{rr} \end{aligned}$$

¹ Hawking

² Unboosted energy density

$$\frac{r^2}{R^2} = g_{xx}, \quad \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 = h \quad (78-2)$$

اکنون به کمک رابطه‌ی فوق، روابط (26-2) و (31-2) را برای این متریک خاص بدست می-

آوریم:

$$\mathcal{F}(r) = q^2 r'^2 = \frac{r^4}{R^4} \left(1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right) \left[\frac{(1 - \frac{r_1^4}{r^4})}{1 - \frac{r_0^4}{r^4}} \left\{ \frac{r^4}{R^4} \left(1 - \frac{r_0^4}{r^4}\right) - P^2 \right\} - q^2 \right] = \quad (79-2)$$

$$qx'_3 = p \frac{(1 - \frac{r_1^4}{r^4})}{1 - \frac{r_0^4}{r^4}}, \quad (80-2)$$

با جایگذاری r_1 از رابطه‌ی (2-74)، و با استفاده از متغیرهای بدون بعد زیر

$$y = \frac{r}{r_0}, \quad Q = \left(\frac{R}{r_0}\right)^2 q, \quad P = \left(\frac{R}{r_0}\right)^2 p \quad (81-2)$$

روابط (2-79) و (2-80) را بازنویسی می‌کنیم. ابتدا از رابطه‌ی (2-79) شروع می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(r) &= \left(\frac{r_0}{R}\right)^4 Q^2 r'^2 = \frac{r^4}{R^4} \left(1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right) \left[\frac{(1 - \frac{r_0^4 \cosh^2 \eta}{r^4})}{1 - \frac{r_0^4}{r^4}} \left\{ \frac{r^4}{R^4} \left(1 - \frac{r_0^4}{r^4}\right) - \left(\frac{r_0}{R}\right)^4 P^2 \right\} - \left(\frac{r_0}{R}\right)^4 Q^2 \right] \\ &= \frac{r^4}{R^4} \left(1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right) \left[\frac{(1 - \frac{r_0^4 \cosh^2 \eta}{r^4})}{1 - \frac{r_0^4}{r^4}} \left(\frac{r_0}{R}\right)^4 \left\{ \frac{r^4}{r_0^4} \left(1 - \frac{r_0^4}{r^4}\right) - P^2 \right\} - \left(\frac{r_0}{R}\right)^4 Q^2 \right] \\ &= \left(\frac{r_0}{R}\right)^8 \frac{r^4}{r_0^4} \left(1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right) \left[\frac{(1 - \frac{r_0^4 \cosh^2 \eta}{r^4})}{1 - \frac{r_0^4}{r^4}} \left\{ \frac{r^4}{r_0^4} \left(1 - \frac{r_0^4}{r^4}\right) - P^2 \right\} - Q^2 \right] \quad (82-2) \end{aligned}$$

سپس با استفاده از متغیر بدون بعد $y = \frac{r}{r_0}$ بیان شده در (2-81) رابطه‌ی فوق را ساده می‌کنیم:

$$\mathcal{F}(y) = \left(\frac{r_0}{R}\right)^4 Q^2 r_0^2 y'^2 = \left(\frac{r_0}{R}\right)^8 y^4 \left(1 - \frac{1}{y^4}\right) \left[\frac{(1 - \frac{\cosh^2 \eta}{y^4})}{1 - \frac{1}{y^4}} \{y^4 (1 - \frac{1}{y^4}) - P^2\} - Q^2 \right]$$

بنابراین $\mathcal{F}(y)$ برابر می‌شود با:

$$\mathcal{F}(y) = \frac{r_0^6}{R^4} Q^2 y'^2 = \left(\frac{r_0}{R}\right)^8 (y^4 - 1) \left[\frac{y^4 - \cosh^2 \eta}{y^4 - 1} \{(y^4 - 1) - P^2\} - Q^2 \right] \quad (۸۳-۲)$$

همچنین برای رابطه‌ی (۸۰-۲) داریم:

$$\left(\frac{r_0}{R}\right)^2 Q x'_3 = \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 P \frac{(1 - \frac{r_0^4 \cosh^2 \eta}{r^4})}{1 - \frac{r_0^4}{r^4}} \Rightarrow Q x'_3 = P \frac{(1 - \frac{r_0^4 \cosh^2 \eta}{r^4})}{1 - \frac{r_0^4}{r^4}}$$

که دوباره با استفاده از متغیر بدون بعد $y = \frac{r}{r_0}$ رابطه‌ی فوق را ساده می‌کنیم:

$$Q x'_3 = P \frac{(1 - \frac{\cosh^2 \eta}{y^4})}{1 - \frac{1}{y^4}} \Rightarrow Q x'_3 = P \frac{(y^4 - \cosh^2 \eta)}{y^4 - 1} \quad (۸۴-۲)$$

اکنون برای حالتی که جهت حرکت باد پلاسمایی عمود بر دوقطبی (مزون) است، طول

دوقطبی را محاسبه می‌کنیم. همانطور که در بخش قبل بیان شد در این حالت $p = 0 \rightarrow P = 0$ می‌-

باشد) اگر P و از این رو از رابطه‌ی (۸۴-۲) x'_3 غیر صفر باشند، برای این حالت از شرایط مرزی (۲-)

(۴۳) داریم $x_3(+L/2) = x_3(-L/2)$. بنابراین نیاز است که نقطه یا نقاطی در $x'_3 = 0$ وجود داشته

باشند. که برای این نقطه از رابطه (۸۴-۲) رابطه $y^4 - \cosh^2 \eta = 0$ بدست می‌آید، که با جایگذاری

در رابطه‌ی (۸۳-۲) y'^2 منفی خواهد شد پس انتخاب P مخالف صفر غیر قابل قبول است و بنابراین

$P = 0$ خواهد بود [۱۲]، بنابراین برای این حالت نخست $\mathcal{F}(y)$ را از رابطه‌ی (۸۳-۲) بدست می‌-

آوریم:

$$\mathcal{F}(y) = \left(\frac{r_0}{R}\right)^8 (y^4 - 1)(y^4 - \cosh^2 \eta - Q^2) \quad (۸۵-۲)$$

همانطور که قبلا بیان شد نقطه‌ی بازگشت در $\mathcal{F}(y_c) = 0$ رخ می‌دهد. اما باید توجه داشت که

رابطه‌ی (۸۴-۲) در $y = 1$ دارای تکینگی است بنابراین در این حالت y_c چنین تعریف می‌شود.

$$\mathcal{F}(y_c) = 0 \rightarrow y_c^4 = \cosh^2 \eta + Q^2 \quad (۸۶-۲)$$

اکنون با توجه به تعریف بالا، رابطه‌ی (۸۵-۲) به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$\mathcal{F}(y) = \left(\frac{r_0}{R}\right)^8 (y^4 - 1)(y^4 - y_c^4) \quad (۸۷-۲)$$

بنابراین با جایگذاری رابطه‌ی فوق و استفاده‌ی دوباره از متغیرهای بدون بعد (۸۱-۲) در رابطه‌ی (۲-

۷۰)، طول دوقطبی به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$\begin{aligned} L(\theta = \pi/2) &= 2 \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 Q \int_{y_c}^{\infty} \frac{r_0 dy}{\sqrt{\left(\frac{r_0}{R}\right)^8 (y^4 - 1)(y^4 - y_c^4)}} \\ &= 2 \frac{r_0^3}{R^2} \frac{R^4}{r_0^4} Q \int_{y_c}^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{(y^4 - 1)(y^4 - y_c^4)}}, \end{aligned} \quad (۸۸-۲)$$

و پس از ساده‌سازی، رابطه‌ی زیر برای طول دوقطبی حاصل می‌شود.

$$L(\theta = \pi/2) = 2 \frac{R^2}{r_0} Q \int_{y_c}^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{(y^4 - 1)(y^4 - y_c^4)}} \quad (۸۹-۲)$$

محاسبه‌ی انتگرال بالا به صورت عددی امکان‌پذیر است. که به علت وجود ثابت Q کمی

پیچیده است. از طرفی چون در این مسئله حل تحلیلی مد نظر می‌باشد، از این‌رو حد فرانسبیتی را در

نظر می‌گیریم. بنابراین برای η بزرگ ($\eta \gg 1$) یعنی زمانی که $\gamma \rightarrow \infty \Rightarrow v \rightarrow 1$ ، از رابطه‌ی (۲-

۸۶)، $y_c \gg 1$ بدست می‌آید. همچنین عبارت زیر رادیکال در رابطه‌ی (۸۹-۲) نباید منفی باشد به این

معنا که باید $y > y_c$ باشد. آنگاه می‌توان نتیجه گرفت که $y \gg 1$ ، و رابطه‌ی (۸۹-۲) به عبارت زیر منجر می‌شود:

$$L_{SAdS}(\theta = \pi/2) \xrightarrow{\eta \gg 1} 2 \frac{R^2}{r_0} Q \int_{y_c}^{\infty} \frac{dy}{y^2 \sqrt{(y^4 - y_c^4)}} \quad (90-2)$$

اکنون برای حل رابطه‌ی فوق از تغییر متغیر $x = \frac{y_c}{y}$ استفاده می‌کنیم.

$$L_{SAdS}(\theta = \pi/2) = 2Q \frac{R^2}{r_0} \frac{1}{y_c^3} \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^4}}, \quad (91-2)$$

دوباره با استفاده از تغییر متغیر $t = x^4$ رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$L_{SAdS}(\theta = \pi/2) = Q \frac{R^2}{2r_0} \frac{1}{y_c^3} \int_0^1 t^{-\frac{1}{4}} (1-t)^{-\frac{1}{2}} dt, \quad (92-2)$$

همچنین از تعریف تابع بتا^۱ [۱۶]

$$B(m, n) = \int_0^1 t^{m-1} (1-t)^{n-1} dt \quad m, n > 0 \quad (93-2)$$

خواهیم داشت $n = \frac{1}{2}, m = \frac{3}{4}$ ، و حاصل رابطه‌ی (۹۲-۲) برابر می‌شود با:

$$L_{SAdS}(\theta = \pi/2) = Q \frac{R^2}{2r_0} \frac{1}{y_c^3} B\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right), \quad (94-2)$$

از آنجایی که ارتباط توابع بتا و گاما^۲ به شکل زیر است [۱۶]:

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, \quad (95-2)$$

حاصل رابطه‌ی (۹۴-۲) به صورت زیر خواهد شد:

¹ Beta function
² Gamma function

$$L_{SAdS}(\theta = \pi/2) = \frac{R^2}{2r_0} \frac{Q}{y_c^3} \frac{\Gamma(3/4)\Gamma(1/2)}{\Gamma(5/4)}, \quad (96-2)$$

اکنون با جایگذاری $y_c^4 = \cosh^2 \eta + Q^2$ و $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$ ، $\Gamma(\frac{1}{4}) = \frac{1}{4}\Gamma(\frac{5}{4})$ در رابطه‌ی فوق

عبارت زیر حاصل می‌شود.

$$L_{SAdS}(\theta = \pi/2) = 2\sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(1/4)} \frac{Q}{(\cosh^2 \eta + Q^2)^{3/4}} \frac{R^2}{r_0}, \quad (97-2)$$

با توجه به رابطه‌ی بالا، L_{SAdS} تابعی از Q می‌باشد. و برای Q کوچک و بزرگ این طول به سمت صفر میل می‌کند. بنابراین می‌توان بیشینه مقدار این طول را (L_s) به ازای Q_m بدست آورد. به این معنا که برای $L > L_s$ در جهان سطح ریسمان فرینه‌ای وجود ندارد که جفت کوارک و پادکووارک را مقید کند [۲]. به عبارت دیگر طول پوششی عبارت است از بیشینه طول بین کوارک و پاد کوارک مقید که برای طول‌های بزرگتر از این طول کوارک و پاد کوارک از یکدیگر جدا می‌شوند. در نتیجه برای طول‌های بزرگتر از طول پوششی، مزون در محیط پلاسما ذوب می‌شود.

برای محاسبه‌ی بیشینه مقدار L_{SAdS} (L_s) ابتدا از رابطه‌ی زیر Q_m را بدست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{SAdS}(\theta = \pi/2)}{\partial Q} = 0 \rightarrow \\ 2\sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(1/4)} \frac{R^2}{r_0} \left[\frac{(\cosh^2 \eta + Q^2)^{\frac{3}{4}} - \frac{3Q^2}{2}(\cosh^2 \eta + Q^2)^{\frac{-1}{4}}}{(\cosh^2 \eta + Q^2)^{\frac{3}{2}}} \right] = 0 \quad (98-2) \\ \rightarrow (\cosh^2 \eta + Q^2)^{\frac{3}{4}} = \frac{3Q^2}{2(\cosh^2 \eta + Q^2)^{\frac{1}{4}}}, \end{aligned}$$

از حل معادله‌ی بالا، Q_m بدست می‌آید:

$$Q_m = \sqrt{2} \cosh \eta \quad (99-2)$$

با جایگذاری Q_m در رابطه‌ی (۲-۹۷) طول پوششی نتیجه می‌شود:

$$L_s^{SAdS}(\theta = \pi/2) = \frac{2\sqrt{2\pi} \Gamma(3/4)}{3^{3/4} \Gamma(1/4)} \frac{1}{\sqrt{\cosh \eta}} \frac{R^2}{r_0} \approx \frac{0.743}{\sqrt{\cosh \eta}} \frac{R^2}{r_0}, \quad (100-2)$$

می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۲-۷۶)، $\frac{R^2}{r_0}$ را برحسب دما بدست آورد. آنگاه با جایگذاری در

رابطه‌ی (۲-۱۰۰)، طول پوششی برحسب دما به صورت زیر خواهد شد:

$$L_s^{SAdS}(\theta = \pi/2) \approx \frac{0.743}{\sqrt{\cosh \eta}} \frac{1}{\pi T} = \frac{0.743}{\pi T} (1-v^2)^{1/4} \quad (101-2)$$

که در آن از رابطه‌ی (۲-۹) نیز استفاده شده است. این پارامترسازی بر حسب دما در مراجع [۱۷، ۱۲] به کار رفته است. دوباره می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۳-۷۷) دما را برحسب چگالی انرژی بدون خیز بدست آورد.

$$T = \left(\frac{8\varepsilon_0}{3\pi^2 N_c^2} \right), \quad (102-2)$$

که با جایگذاری در رابطه‌ی (۲-۱۰۱)، طول پوششی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$L_s^{SAdS}(\theta = \pi/2) = \frac{2^{3/4} \Gamma(3/4)}{\sqrt{3} \Gamma(1/4)} \frac{\sqrt{N_c}}{(\varepsilon_0 \cosh^2 \eta)^{1/4}} \approx \frac{0.328 \sqrt{N_c}}{(\varepsilon_0 \cosh^2 \eta)^{1/4}}, \quad (103-2)$$

اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که کوآرک-پادکوآرک (مزون) در راستای جهت حرکت پلاسما قرار دارد ($\theta = 0$). آنگاه برای محاسبه‌ی طول دوقطبی، نخست از رابطه‌ی (۲-۸۳)، عبارت $\mathcal{F}(y)$ را محاسبه می‌کنیم. چنانچه از بخش قبل می‌دانیم در این حالت $q = 0 \rightarrow Q = 0$ است و $\mathcal{F}(y)$ از رابطه‌ی (۲-۸۳) چنین می‌شود:

$$\mathcal{F}(y) = \left(\frac{r_0}{R} \right)^8 (y^4 - \cosh^2 \eta)(y^4 - 1 - P^2) \quad (104-2)$$

در این حالت نیز همانطور که قبلا بیان شد، نقطه‌ی بازگشت در $\mathcal{F}(y_c) = 0$ رخ می‌دهد. که

برای این حالت نقطه‌ی بازگشت y_c به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{F}(y_c) = 0 \rightarrow y_c^4 = 1 + P^2, \quad (105-2)$$

در نهایت عبارت $\mathcal{F}(y)$ به صورت زیر خواهد شد:

$$\mathcal{F}(y) = \left(\frac{r_0}{R}\right)^8 (y^4 - \cosh^2 \eta)(y^4 - y_c^4) \quad (106-2)$$

با جایگذاری رابطه‌ی فوق و استفاده‌ی دوباره از روابط (78-2) و (81-2) در رابطه‌ی (71-2) طول

دوقطبی به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} L(\theta = 0) &= 2 \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 P \int_{y_c}^{\infty} \frac{r_0 dy}{\sqrt{\left(\frac{r_0}{R}\right)^8 (y^4 - \cosh^2 \eta)(y^4 - y_c^4)}} \frac{1 - \frac{\cosh^2 \eta}{y^4}}{1 - \frac{1}{y^4}} \\ &= 2 \frac{r_0^3}{R^2} \frac{R^4}{r_0^4} P \int_{y_c}^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{(y^4 - \cosh^2 \eta)(y^4 - y_c^4)}} \frac{y^4 - \cosh^2 \eta}{y^4 - 1} \end{aligned} \quad (107-2)$$

و پس از ساده‌سازی، رابطه‌ی زیر برای طول دوقطبی حاصل می‌شود:

$$L(\theta = 0) = 2 \frac{R^2}{r_0} P \int_{y_c}^{\infty} \frac{dy}{y^4 - 1} \sqrt{\frac{y^4 - \cosh^2 \eta}{y^4 - y_c^4}}, \quad (108-2)$$

با توجه به رابطه‌ی فوق، عبارت زیر رادیکال زمانی نامنفی است که $y_c > \sqrt{\cosh \eta}$ باشد. از

طرفی چون به دنبال حل مسئله در حد فرانسبیتی هستیم ($\eta \gg 1$)، بنابراین می‌توان از رابطه‌ی (2-)

(105) و عبارت $y_c > \sqrt{\cosh \eta}$ نتیجه گرفت که P باید بزرگ باشد. اکنون با استفاده از تغییر

مقیاس متغیرها به شکل زیر

$$P =: \cosh \eta \tilde{p}, \quad y =: \sqrt{\cosh \eta} \tilde{y}, \quad (109-2)$$

رابطه‌ی (۱۰۸-۲) در حد η - بزرگ به عبارت زیر تبدیل می‌شود:

$$L_{SAdS}(\theta=0) \xrightarrow{\eta \gg 1} 2 \cosh \eta \tilde{p} \frac{R^2}{r_0} \int_{\sqrt{\cosh \eta \tilde{p}}}^{\infty} \frac{\sqrt{\cosh \eta d\tilde{y}}}{\cosh^2 \eta \tilde{y}^4 - 1} \sqrt{\frac{\cosh^2 \eta \tilde{y}^4 - \cosh^2 \eta}{\cosh^2 \eta \tilde{y}^4 - \cosh^2 \eta \tilde{p}^2}}$$

$$= 2 \cosh \eta \sqrt{\cosh \eta \tilde{p}} \frac{R^2}{r_0} \int_{\sqrt{\cosh \eta \tilde{p}}}^{\infty} \frac{d\tilde{y}}{\cosh^2 \eta (\tilde{y}^4 - \frac{1}{\cosh^2 \eta})} \sqrt{\frac{\cosh^2 \eta (\tilde{y}^4 - 1)}{\cosh^2 \eta (\tilde{y}^4 - \tilde{p}^2)}}$$

(۱۱۰-۲)

که در آن

$$y_c^4 = 1 + P^2 \xrightarrow{P \gg 1} y_c^4 = P^2 \xrightarrow{P = \cosh \eta \tilde{p}} y_c = \sqrt{\cosh \eta \tilde{p}} \quad (۱۱۱-۲)$$

اکنون با ساده‌سازی و صرف نظر کردن از عبارت $\frac{1}{\cosh^2 \eta}$ به دلیل بزرگ بودن η ، رابطه‌ی (۲-۱۱۰)

(۱۱۰) را می‌توان به شکل زیر نوشت.

$$L_{SAdS}(\theta=0) \xrightarrow{\eta \gg 1} \frac{2\tilde{p}}{\sqrt{\cosh \eta}} \frac{R^2}{r_0} \int_{\sqrt{\tilde{p}}}^{\infty} \frac{d\tilde{y}}{\tilde{y}^4} \sqrt{\frac{\tilde{y}^4 - 1}{\tilde{y}^4 - \tilde{p}^2}} \quad (۱۱۲-۲)$$

محاسبه‌ی انتگرال فوق مشکل است. بنابراین برای بدست آوردن بیشینه مقدار رابطه‌ی (۲-۱۱۲)

(۱۱۲) از محاسبات عددی استفاده می‌کنیم. ابتدا \tilde{p} و متعاقب آن بیشینه مقدار $2\tilde{p} \int_{\sqrt{\tilde{p}}}^{\infty} \frac{d\tilde{y}}{\tilde{y}^4} \sqrt{\frac{\tilde{y}^4 - 1}{\tilde{y}^4 - \tilde{p}^2}}$

بدست می‌آید. تمامی این محاسبه با نرم افزار Mathematica در پیوست (ب-۱) بیان شده است.

$$\tilde{p} = 1.38, \quad \max \left(2\tilde{p} \int_{\sqrt{\tilde{p}}}^{\infty} \frac{d\tilde{y}}{\tilde{y}^4} \sqrt{\frac{\tilde{y}^4 - 1}{\tilde{y}^4 - \tilde{p}^2}} \right) \sim 0.838 \quad (۱۱۳-۲)$$

اکنون با جایگذاری \tilde{p} در رابطه‌ی (۲-۱۰۹)، P_m بدست می‌آید. همچنین با جایگذاری بیشینه مقدار

$$2\tilde{p} \int_{\sqrt{\tilde{p}}}^{\infty} \frac{d\tilde{y}}{\tilde{y}^4} \sqrt{\frac{\tilde{y}^4 - 1}{\tilde{y}^4 - \tilde{p}^2}}$$

طول پوششی برابر خواهد شد با:

$$L_s^{SAdS}(\theta=0) \sim \frac{0.838}{\sqrt{\cosh \eta}} \frac{1}{\pi T} \quad \text{at } P_m = 1.38 \cosh \eta \quad (114-2)$$

دوباره مانند حالت قبل، در اینجا نیز می‌توان طول پوششی را برحسب پارامترهای دما و چگالی

انرژی به صورت زیر نوشت:

$$L_s^{SAdS}(\theta=0) \sim \frac{0.838}{\sqrt{\cosh \eta}} \frac{1}{\pi T} = \frac{0.838}{\pi T} (1-v^2)^{1/4} \sim 0.370 \frac{\sqrt{N_c}}{(\epsilon_0 \cosh^2 \eta)^{1/4}}, \quad (115-2)$$

نتایج مهمی که از روابط (2-101)، (2-103) و (2-115) می‌توان گرفت عبارتند از:

- طول پوششی در زمینه‌ی سیاهچاله شوارتزشیلد-AdS، به علت وجود ضریب خیز γ ، متناسب است با $\left(\text{چگالی انرژی خیز داده شده}\right)^{-\frac{1}{4}}$.
- به علت ظاهر شدن ضریب خیز، در این روابط، می‌توان به وابستگی طول پوششی به سرعت باد پلاسمایی پی برد. بنابراین طول پوششی با افزایش سرعت باد پلاسمایی، کاهش می‌یابد.
- همچنین طول پوششی زمانی که جفت کوارک-پادکووارک در جهت حرکت پلازما قرار دارد در مقایسه با زمانی که جفت کوارک-پاد کوارک عمود بر جهت حرکت پلازما قرار دارد بزرگ‌تر است.

۴-۲ فرمولی برای مقیاس‌گذاری توان برای عبارت $(1-v^2)$ در رابطه

طول پوششی

با توجه به بخش قبل و همان طور که در مرجع [۱۲] بیان شد رابطه‌ی کلی برای طول

پوششی متناسب با $\left(\text{چگالی انرژی خیز داده شده}\right)^{-\frac{1}{4}}$ یا $(1-v^2)^{\frac{1}{4}}$ می‌باشد اکنون این سؤال پیش

می‌آید که آیا توان $\frac{1}{4}$ برای تمامی نظریه‌ها اعم از همدیس و غیر همدیس برقرار است؟ یعنی اگر

پلازما هم‌مدیس باشد و یا این تقارن را بشکنند باز هم توان، $\frac{1}{4}$ باقی می‌ماند یا خیر؟ در این بخش به کمک روابط بدست آمده در بخش ۲-۲ به جای بررسی تک تک متریک‌های زمینه، رابطه‌ای کلی و عمومی برای مقیاس‌گذاری توان برای طول پوششی ارائه می‌شود [۲].

نخست از تابع $\mathcal{F}(r)$ که در رابطه‌ی (۲-۲۶) تعریف شده است می‌توان شروع کرد.

$$\mathcal{F}(r) = \frac{g_{xx}(r)}{g_{rr}(r)} \left[\frac{1-h(r)\cosh^2\eta}{1-h(r)} \{g_{xx}^2(r)(1-h(r))-p^2\} - q^2 \right], \quad (۱۱۶-۲)$$

که در آن با توجه به شکل ۲-۲ نقطه‌ی بازگشت r_c ، به صورت $\mathcal{F}(r_c) = 0$ تعریف می‌شود و پیرو آن خواهیم داشت:

$$\cosh^2\eta = \frac{1}{h(r_c)} \left[1 - q^2 \frac{1-h(r_c)}{g_{xx}^2(r_c)(1-h(r_c))-p^2} \right] \quad (۱۱۷-۲)$$

اکنون انحراف ضرایب متریک در نزدیکی $r = \infty$ به صورت زیر فرض می‌شود.

$$g_{xx}(r) \approx \left(\frac{r}{R}\right)^{\sigma_x}, \quad g_{rr} \approx C^2 \left(\frac{r}{R}\right)^{-\sigma_r}, \quad h(r) \approx \frac{m}{r^{\sigma_h}} = \frac{m}{R^{\sigma_h}} \left(\frac{r}{R}\right)^{-\sigma_h}, \quad (۱۱۸-۲)$$

که در آن m پارامتر جرم می‌باشد. و دلیلی ندارد که آن را به عنوان چگالی انرژی در نظر گرفت. اما در مثال‌هایی که در ادامه بیان می‌شوند بیانگر چگالی انرژی می‌باشد. علاوه بر این فرض می‌شود که رفتار متریک به صورت زیر بیان شود:

$$g_{xx}^2 h \approx O(1), \quad g_{xx} \sim (\text{واگرا}) \quad (۱۱۹-۲)$$

آنگاه اگر $\sigma_h, \sigma_x > 0$ باشند، نقطه‌ی بازگشت r_c برای η - بزرگ (حد فرا نسبیتی) طبق رابطه-

ی (۱۱۷-۲) از شرط $h(r_c) \ll 1$ پیروی می‌کند. زیرا با تعریف تابع $g(r) = g_{xx}^2(r)(1-h(r))-p^2$ از

رابطه‌ی (۱۱۷-۲) و استفاده از فرض (۱۱۹-۲) این تابع صفر نمی‌شود زیرا دو انتهای ریسمان در مرز

بی‌نهایت قرار دارند. بنابراین $g(\infty) = +\infty$. و در نتیجه با بیان دقیق‌تر $O(h(r_c)) = O(1/\cosh^2\eta)$

می‌شود، و نقطه‌ی بازگشت ریسمان نزدیک بی‌نهایت قرار می‌گیرد. از طرفی تنها به جمله‌ای برجسته از متریک بر حسب $\cosh \eta$ نیاز است.

بنابراین با استفاده از پارامتر

$$\xi = \frac{m \cosh^2 \eta}{R^{\sigma_h}}, \quad (120-2)$$

تابع $\mathcal{F}(r)$ را برای $\eta \gg 1$ دوباره می‌نویسیم:

$$\mathcal{F} \xrightarrow{\eta \gg 1} \frac{1}{C^2} \left(\frac{r}{R}\right)^{\sigma_x + \sigma_r} \left[\left(1 - \xi \left(\frac{r}{R}\right)^{-\sigma_h}\right) \left\{ \left(\frac{r}{R}\right)^{2\sigma_x} - p^2 \right\} - q^2 \right], \quad (121-2)$$

اکنون با استفاده از متغیرهای تغییر مقیاس یافته‌ی زیر

$$t = \frac{(r/R)^{\sigma_h}}{\xi}, \quad \tilde{p}^2 = \frac{p^2}{\xi^{2\sigma_x/\sigma_h}}, \quad \tilde{q}^2 = \frac{q^2}{\xi^{2\sigma_x/\sigma_h}}, \quad (122-2)$$

می‌توان روابط (2-44) و (2-45) را به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\frac{L}{R} \sin \theta \xrightarrow{\eta \gg 1} \frac{2C}{\sigma_h} \xi^{-\nu} \tilde{q} \tilde{I}_s(\tilde{p}, \tilde{q}) \quad (123-2)$$

$$\frac{L}{R} \cos \theta \xrightarrow{\eta \gg 1} \frac{2C}{\sigma_h} \xi^{-\nu} \tilde{p} [\tilde{I}_s(\tilde{p}, \tilde{q}) - \tilde{I}_c(\tilde{p}, \tilde{q})] \quad (124-2)$$

که در آن $I_c(\tilde{p}, \tilde{q})$ و $I_s(\tilde{p}, \tilde{q})$ با استفاده از روابط (2-46)، (2-47) و (2-122) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{I}_s(\tilde{p}, \tilde{q}) = \int_{t_c}^{\infty} dt \frac{t^{-\nu-1/2}}{\sqrt{(t-1)(t^{2\lambda} - \tilde{p}^2) - \tilde{q}^2 t}} \quad (125-2)$$

$$\tilde{I}_c(\tilde{p}, \tilde{q}) = \int_{t_c}^{\infty} \frac{dt}{t} \frac{t^{-\nu-1/2}}{\sqrt{(t-1)(t^{2\lambda} - \tilde{p}^2) - \tilde{q}^2 t}} \quad (126-2)$$

$$v = \frac{\sigma_x + \sigma_r - 2}{2\sigma_h}, \quad \lambda = \frac{\sigma_x}{\sigma_h} \leq \frac{1}{2}, \quad (127-2)$$

از طرفی نقطه‌ی بازگشت $(|\tilde{p}|^{1/2}, 1)$ برای روابط بالا از معادله زیر بدست می‌آید.

$$(t_c - 1)(t_c^{22} - \tilde{p}^2) - \tilde{q}^2 t_c = 0 \quad (128-2)$$

بنابراین معادلات (2-123) و (2-124) نشان می‌دهند که بیشینه مقدار L_s یا همان L_s صرف نظر از رفتار θ مشابه با عبارت زیر از خود نشان می‌دهد:

$$L_s \propto R \xi^{-v} \propto R \left(\frac{m}{R^{\sigma_h}} \cosh^2 \eta \right)^{-v} \quad (129-2)$$

اکنون به علت آنکه در مثال‌هایی که در ادامه بیان می‌شوند، پارامتر m با چگالی انرژی ارتباط دارد، در نتیجه طول پوششی L_s ، در η - بزرگ برای باد پلاسمایی، بر حسب چگالی انرژی خیز داده شده نوشته می‌شود. در ادامه توان v در نظریه‌های مختلف محاسبه می‌شود.

۱-۴-۲ نظریه‌های همدیس

در این بخش به کمک روابط بخش ۲-۴، برای نظریه‌های همدیس رفتار طول پوششی متناسب با $d^{-1/d}$ (چگالی انرژی خیز داده شده)، بدست می‌آید. که در آن d تعداد ابعاد نظریه پیمان‌های دوگان است. در ادامه، برای دو مثال از این نظریه‌ها توان v محاسبه می‌شود.

۱-۱-۴-۲ سیاهچاله‌های R-charged

به عنوان نخستین مثال، سیاهچاله‌های باردار پنج بعدی تحت تقارن R و گروه $U(1)_R^3$ در نظر گرفته می‌شوند. این زمینه‌ها دوگان نظریه‌ی ابر تقارن $N=4$ یانگ-میلز با پتانسیل‌های شیمیایی هستند. حل STU با سه بار (با افق غیر فشرده) با متریک زمینه زیر داده می‌شود.

$$ds^2 = -\mathcal{H}^{-2/3} f dt^2 + \mathcal{H}^{1/3} f^{-1} dr^2 + \mathcal{H}^{1/3} \left(\frac{r}{R} \right)^2 (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2), \quad (130-2)$$

که در آن

$$f = -\frac{\mu}{r^2} + \frac{r^2}{R^2} \mathcal{H}, \quad H_i = 1 + \frac{c_i}{r^2}, \quad \mathcal{H} = H_1 H_2 H_3, \quad (131-2)$$

و افق بیرونی r_+ ریشه‌ی بزرگتر $f(r) = 0$ می‌باشد. سه بار این سیاهچاله‌ها c_i ، با تکانه زاویه‌ای l_i در ده بعد مرتبط هستند، $c_i = l_i^2$.

زمانی که سه بار معادل باشند، $c_i = c$ ، حل STU به سیاهچاله‌ی رایسنر نورداستروم¹ AdS_5

تقلیل می‌یابد. شکل استاندارد متریک این سیاهچاله $(\text{RN}-\text{AdS}_5)$ به صورت زیر می‌باشد.

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + f^{-1}(r)dr^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^2(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2), \quad (132-2)$$

$$f(r) = \left(\frac{r}{R}\right)^2 - \frac{m_{\text{RN}}}{r^2} + \frac{q_{\text{RN}}^2}{r^4}.$$

ارتباط این شکل از متریک با حل STU، از طریق تبدیل مختصه $r^2 + c \rightarrow r^2$ و با $\mu = m_{\text{RN}}$ و $\mu c = q_{\text{RN}}^2$ می‌باشد.

دمای T و چگالی انرژی ε_0 این سیاهچاله با روابط زیر داده می‌شود:

$$T = \frac{2 + \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3 - \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}{2\sqrt{(1 + \kappa_1)(1 + \kappa_2)(1 + \kappa_3)}} T_0 \quad (133-2)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{3}{16\pi G_5} \frac{r_+^4}{R^5} \prod_{i=1}^3 (1 + \kappa_i) = \frac{3\pi^2 N^2 T_0^4}{8} \prod_{i=1}^3 (1 + \kappa_i), \quad (134-2)$$

که در این روابط T_0 دمای حالت بدون بار می‌باشد. همچنین κ_i بار فیزیکی نیست بلکه تغییر مقیاس بار $\kappa_i = c_i / r_+^2$ می‌باشد.

با انحراف رفتار متریک حل STU به صورت زیر

¹ Reissner-Nordstrom

$$g_{xx} \approx \left(\frac{r}{R}\right)^2, \quad g_{rr} \approx \left(\frac{r}{R}\right)^{-2}, \quad h \approx \prod_{i=1}^3 (1 + \kappa_i) \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^4 \quad (135-2)$$

و مقایسه با رابطه‌ی (2-118)، $\sigma_h = 4, \sigma_r = \sigma_x = 2$ بدست می‌آیند. و از رابطه‌ی (2-134) $m = r_+^4 \prod_{i=1}^3 (1 + \kappa_i) \propto \varepsilon_0$ ، توان به صورت زیر بدست می‌آید:

$$v = \frac{\sigma_x + \sigma_r - 2}{2\sigma_h} = \frac{1}{4} \quad (136-2)$$

آنگاه رابطه‌ی (2-129) به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$L_s^R \propto \frac{\sqrt{N_c}}{(\varepsilon_0 \cosh^2 \eta)^{1/4}} \quad (137-2)$$

علاوه بر این، توجه شود که طول پوششی دقیقاً با مورد $SAdS_5$ در یک چگالی انرژی داده شده یکسان است، زیرا روابط (2-123) تا (2-127) بدون تغییر باقی می‌مانند. بطور خاص نتایج برای $SAdS_d$ ، روابط (2-101) و (2-115) نیز برای هر سیاهچاله R-charged بدون تغییر باقی می‌ماند. بنابراین رفتار برجسته‌ی طول پوششی - حد فرا نسبیتی - تنها به چگالی انرژی وابسته است و به بار بستگی ندارد. بنابراین مناسب‌تر آن که طول پوششی به صورت زیر تعریف شود:

$$L_s \propto \frac{f(v)}{\varepsilon_0^{1/4}} (1-v^2)^{1/4} \quad (138-2)$$

۲-۱-۴-۲ ابعاد مختلف

به عنوان دومین مثال، سیاهچاله شوارتزشیلد- AdS_{d+1} ($SAdS_{d+1}$) با فرض $d \geq 4$ در نظر

گرفته می‌شود که با متریک

$$ds^2 = -\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^d\right\} dt^2 + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^d\right\}} + \left(\frac{r}{R}\right)^2 (dx_1^2 + \dots + dx_{d-1}^2) \quad (139-2)$$

داده می‌شود. این سیاهچاله دوگان یک نظریه‌ی میدان هم‌مدیس d بعدی در دمای متناهی است. این دوگانی کاملاً دقیق نیست، زیرا هدف اصلی در اینجا فقط مشاهده‌ی وابستگی ابعادی طول پوششی است.

دمای T و چگالی انرژی ε_0 سیاهچاله با روابط زیر داده می‌شوند:

$$T = \frac{d}{4\pi R^2} r_0 \quad (140-2)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{d-1}{16\pi G_{d+1}} \frac{r_0^d}{R^{d+1}} \quad (141-2)$$

که در آن G_{d+1} ، ثابت $d+1$ بعدی نیوتن است. اکنون اگر رفتار متریک SAdS_{d+1} به شکل زیر منحرف شود.

$$g_{xx} \approx \left(\frac{r}{R}\right)^2, \quad g_{rr} \approx \left(\frac{r}{R}\right)^{-2}, \quad h \approx \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \quad (142-2)$$

بنابراین $\sigma_h = d, \sigma_x = \sigma_r = 2$ و $m = r_0^d \propto \varepsilon_0$ می‌شوند. و با توجه به رابطه (127-2) $v_{\text{SAdS}} = 1/d$ بدست می‌آید. و از رابطه (129-2) رفتار طول پوششی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$L_s \propto \frac{1}{T (\cosh^2 \eta)^{1/d}} \propto R \left(\frac{1}{G_{d+1} R}\right)^{1/d} \frac{1}{(\varepsilon_0 \cosh^2 \eta)^{1/d}} \quad (143-2)$$

که بیانگر وابستگی ابعادی طول پوششی می‌باشد.

۲-۴-۲ نظریه‌های ناهمدیس

در این بخش به کمک روابط بدست آمده در بخش ۲-۴ توان v برای نظریه‌های ناهمدیس

محاسبه می‌شود. مشاهده می‌شود که در نظریه‌های ناهمدیس توان v از $1/d$ انحراف دارد، و این

انحراف به پارامتر ناهمدیسی مربوط است.

۱-۲-۴-۲ هندسه‌ی کلبانوو-تسیتلین^۱

در این بخش و بخش بعدی به نظریه‌های ناهمدیس پرداخته می‌شود. به عنوان نخستین مثال از این‌گونه نظریه‌ها، هندسه‌ی کلبانوو-تسیتلین (KT) در نظر گرفته می‌شود که دوگان نظریه‌ی $N=1$ آبشاری با پیمانگی $SU(K_*) \times SU(K_* + P)$ می‌باشد. حل در دمای متناهی این نظریه، توسط پارامتر دگردیسی $\delta_{cascade}$ پارامترسازی می‌شود.

$$\delta_{cascade} = \frac{P^2}{K_*} \ll 1 \quad (۱۴۴-۲)$$

متریک ده بعدی اینشتین^۲ با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$ds_E^2 = \frac{\sqrt{8a/K_*}}{\sqrt{z}} e^{2P^2\eta} \{-(1-z)dt^2 + dx_i^2\} + \frac{\sqrt{K_*}}{32} e^{-2P^2(\eta-5\xi)} \frac{dz^2}{z^2(1-z)} + \dots \quad (۱۴۵-۲)$$

که در آن نقطه چین پنج بعد فشرده فضا می‌باشد و مختصه‌ی شعاعی z ($z = 1/r$)، از افق $z = 1$ تا مجانب بی‌نهایت $z \rightarrow 0$ کشیده شده است. این جواب تا مرتبه‌ی اول از $\frac{P^2}{K_*} \ll 1$ معتبر و این جواب برای تمام بازه‌ی z ($0 < z \leq 1$) شناخته شده است. همچنین η, ξ, ϕ به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۸]:

$$\eta \approx \frac{\log z - 1}{8K_*} + O(z), \quad \xi \approx O(z), \quad \phi \approx O(z \ln z), \quad (۱۴۶-۲)$$

اکنون به کمک بخش ۲-۴ توان ν بدست می‌آید. بدین منظور نخست با توجه به متریک رابطه‌ی (۱۱۸-۲) و رابطه‌ی فوق، h, g_{zz}, g_{xx} بازنویسی می‌شوند.

^۱ Klebanov-Tseytlin geometry

^۲ Einstein metric

$$g_{xx}(z) \approx \frac{\sqrt{8a/K_*}}{\sqrt{z}} e^{2P^2 \left(\frac{\log z - 1}{8K_*} + o(z) \right)}, \quad (147-2)$$

$$g_{zz}(z) \approx \frac{\sqrt{K_*}}{32} \frac{1}{z^2} e^{-2P^2 \left(\frac{\log z - 1}{8K_*} + o(z) - 5O(z) \right)} \quad (148-2)$$

$$h(z) \approx z \quad (149-2)$$

که با ساده‌سازی، این روابط به شکل زیر تقلیل می‌یابند.

$$g_{xx}(z) \approx \sqrt{\frac{8a}{K_*}} e^{P^2 \left(-\frac{1}{4K_*} + 2O(z) \right)} (z)^{\frac{P^2}{4K_*} - \frac{1}{2}}, \quad (150-2)$$

$$g_{zz}(z) \approx \frac{\sqrt{K_*}}{32} e^{2P^2 \left(\frac{1}{8K_*} - O(z) + 5O(z) \right)} (z)^{-\left(\frac{P^2}{4K_*} + 2 \right)} \quad (151-2)$$

اکنون با مقایسه‌ی روابط فوق و رابطه‌ی (2-118)، $\sigma_h, \sigma_z, \sigma_x$ را می‌توان بدست آورد.

$$\sigma_x = \frac{P^2}{4K_*} - \frac{1}{2}, \quad \sigma_z = \frac{P^2}{4K_*} + 2, \quad \sigma_h = -1 \quad (152-2)$$

سپس با استفاده از رابطه‌ی (2-127)، توان نتیجه می‌گردد.

$$V_{KT} = \frac{\frac{P^2}{4K_*} - \frac{1}{2} + \frac{P^2}{4K_*} + 2 - 2}{-2} = \frac{\frac{P^2}{2K_*} - \frac{1}{2}}{-2} = \frac{1 - \delta_{cascade}}{4} < 1 \quad (153-2)$$

مشاهده می‌شود که اگر چه هندسه‌ی KT دوگان یک نظریه‌ی پیمانه‌ای چهار بعدی است، ولی

توانی که برای این حالت بدست آمده از $1/4$ انحراف دارد. این انحراف توسط پارامتر ناهمبندی

$\delta_{cascade}$ اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین این حقیقت که مقیاس توان برای زمینه‌ی KT کوچکتر از

$1/d$ می‌باشد، ارتباط نزدیکی با ماهیت ناهمبندی نظریه دارد.

۲-۲-۴-۲ شامه‌های D_p

در بخش قبل مشاهده شد که توان برای نظریه ناهمدیس از $1/d$ منحرف می‌شود. بنابراین به منظور این که مشاهده شود که چگونه این انحراف می‌تواند بزرگ شود، مطلوب این است که نظریه‌هایی که انحراف زیادی از همدیسی دارند، مطالعه شوند. متأسفانه نظریه‌های شناخته شده با این ویژگی اندک می‌باشند. شامه D_p مثالی از این نوع است. زمینه‌ی شامه D_p دوگان نظریه $(p+1)$ بعدی ابر تقارن یانگ-میلز با ۱۶ ابر بار است. در متریک ریسمان، حدّ نزدیک به افق هندسه‌ی شامه- D_p (برای $p < 7$) با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$ds^2 = -\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{7-p}{2}} \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{7-p}\right\} dt^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{7-p}{2}} (dx_1^2 + \dots + dx_p^2) + \frac{dr^2}{\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{7-p}{2}} \left\{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{7-p}\right\}} + R^2 \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{p-3}{2}} d\Omega_{8-p}^2 \quad (154-2)$$

برای $p=3$ همان جوابی که برای سیاهچاله شوارتزشیلد- AdS_5 قبلاً بدست آمد، حاصل می‌شود. دمای T و چگالی انرژی ε_0 سیاهچاله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$T = \frac{(7-p) r_0^{\frac{5-p}{2}}}{4\pi R^{\frac{7-p}{2}}} \quad (155-2)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{9-p}{32\pi G_{10}} \Omega_{8-p} r_0^{7-p} \propto \lambda^{\frac{p-3}{5-p}} N_c^2 T^{\frac{2(7-p)}{5-p}} \quad (156-2)$$

با تعریف h, g_{rr}, g_{xx} به صورت زیر

$$g_{xx} \approx \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{7-p}{2}}, \quad g_{rr} \approx \left(\frac{r}{R}\right)^{-\frac{7-p}{2}}, \quad h \approx \left(\frac{r_0}{r}\right)^{7-p} \quad (157-2)$$

می‌توان $\sigma_x = \sigma_r = (7-p)/2, \sigma_h = 7-p$ و $m = r_0^{7-p} \propto \varepsilon_0$ بدست آورد. اکنون با استفاده از

روابطه (۱۲۷-۲) و (۱۲۹-۲) می‌توان به ترتیب توان و طول پوششی رابده‌ی آورد.

$$v_{D_p} = \frac{5-p}{2(7-p)}, \quad (158-2)$$

$$L_s^{Dp} \propto \frac{1}{T (\cosh^2 \eta)^{\frac{5-p}{2(7-p)}}} \propto \left(\frac{\lambda^{\frac{p-3}{5-p}} N_c^2}{\epsilon_0 \cosh^2 \eta} \right)^{\frac{5-p}{2(7-p)}} \quad (159-2)$$

برای حالت $\theta = \pi/2$ با محاسبه‌ی انتگرال (۱۱۳-۲) بیشینه مقدار L_s ، یعنی L_s حاصل می‌شود:

$$L_s^{Dp}(\pi/2) = \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{(5-p)(7-p)}} \left(\frac{5-p}{2(6-p)} \right)^{\frac{5-p}{7-p}} \frac{\Gamma(1-\frac{1}{7-p})}{\Gamma(\frac{3}{2}-\frac{1}{7-p})} \frac{R}{\left\{ \left(\frac{r_0}{R} \right)^{7-p} \cosh^2 \eta \right\}^{\frac{5-p}{2(7-p)}}}} \quad (160-2)$$

در مورد $p=3$ ، نتایج با بخش (۲-۲) در توافق کامل است. از طرفی رفتار طول پوششی برای $p \neq 3$ متناسب با $\epsilon_0^{-1/(p+1)}$ نخواهد بود. این موضوع را می‌توان از رابطه‌ی (۱۵۸-۲) تحقیق کرد. این نتیجه تا حدودی مربوط به این واقعیت است که گاهی اوقات شامه- D_p به نظریه‌ای $(p+1)$ بعدی منجر می‌شود. برای مثال شامه- D_4 یک نظریه‌ی شش بعدی در لباس مبدل می‌باشد. در واقع، با قرار دادن $p=4$ می‌توان $L_s \approx (\epsilon_0 \cosh^2 \eta)^{-1/6}$ بدست آورد، که دقیقاً نتیجه‌ی مورد انتظار برای یک نظریه‌ی (همدیس) شش بعدی است. از طرفی با توجه به آن که شامه- D_p ناهمدیس است می‌توان انحراف از همدیسی را به صورت زیر برای آن بدست آورد.

$$v_{Dp} - \frac{1}{p+1} = \frac{-(p-3)^2}{2(7-p)(p+1)} \leq 0 \quad (161-2)$$

بنابراین توان همواره برای نظریه‌های ناهمدیس کوچکتر از نظریه‌های همدیس است (به جز $p=3$).

با توجه به آنچه که در بالا بیان شد رفتار طول پوششی برای نظریه‌های همدیس متناسب با $^{-1/d}$ (چگالی انرژی خیز داده شده) است. در حالی که برای نظریه‌های ناهمدیس این رفتار باقی نمی‌ماند. بنابراین در اصل انتظار نمی‌رود که $^{-1/4}$ (چگالی انرژی خیز داده شده) $L_s \propto$ برای QCD اعمال

شود. بنابراین اگر مقیاس‌گذاری برای QCD از $1/4$ انحراف داشته باشد، انتظار می‌رود این انحراف متناسب با پارامتر ناهمدیسی باشد. همچنین برای نظریه‌های ناهمدیسی توان کوچکتر از $1/d$ بدست آمد.

طول پوششی در پتانسیل شیمیایی متناهی با پتانسیل شیمیایی صفر یکسان است، اما باید به خاطر داشت که این در حدّ فرا نسبیتی معتبر است، و مطمئناً برای سرعت کلی و عمومی v یکسان نخواهد بود. برای v دلخواه، انتظار می‌رود طول پوششی L_s با رابطه‌ی زیر داده شود.

$$L_s \propto \frac{f(v)}{\varepsilon_0^{1/4}} (1-v^2)^{1/4} \quad (۱۶۲-۲)$$

که در آن $f(v)$ وابستگی ضعیفی به سرعت v دارد.

۳ فصل سوم

طول پوششی کوارک-پاد کوارک در حضور تصحیحات ثابت

حفت شدگی

۳-۱ معرفی تصحیحات گرانشی \mathcal{R}^4

همان‌طور که می‌دانیم فضای AdS فضایی خمیده است پس باید تصحیحات خمیدگی فضا را وارد کنیم. در فصل قبل، به دلیل بالا بودن ثابت جفت‌شدگی محیط انجام محاسبات اختلالی مشکل بود از این‌رو برای ساده‌تر شدن محاسبات از تناظر AdS/CFT استفاده شد. و با استفاده از این تناظر طول پوششی کوارک-پادکوارک در زمینه کلی و همچنین در زمینه سیاهچاله شوارتزشیلد- $(SAdS_5)$ AdS₅ بدست آمد.

همان‌طور که در فصل اول بیان شد، در مراحل اولیه برخورد یون‌های سنگین، مزون‌های سبک در محیط ذوب می‌شوند در حالی که مزون‌های سنگین‌تر (کوارکونیوم‌ها) مانند جفت $\bar{c}c$ در محیط مقید باقی می‌مانند، که در چارچوب ساکن این مزون‌ها، پلاسمای کوارک-گلوئون با سرعت v حرکت می‌کند. همچنین در فصل قبل وابستگی طول پوششی به سرعت برای این مزون‌ها بدست آمد. در این فصل نیز برای آن که بتوانیم از تناظر مورد نظر استفاده کنیم، جفت کوارک-پادکوارک در نظریه میدان همدیس در نظر گرفته می‌شوند. با این تفاوت که به عنوان کار جدید در این تحقیق، ما به مطالعه‌ی تاثیر تصحیحات ثابت جفت‌شدگی توفت در نظریه پیمان‌های بر طول پوششی کوارک-پادکوارک می‌پردازیم. و این تصحیحات متناظر با تصحیحات گرانشی در فضای AdS می‌باشد. تاکنون در تمامی کارهای انجام شده، ثابت جفت‌شدگی توفت λ برای محیط بسیار بزرگ در نظر گرفته شده است ($\lambda \rightarrow \infty$). و این در حالی است که با در نظر گرفتن تصحیحات جفت‌شدگی، می‌توان همبسته بودن محیط را محدودتر ساخت، که موجب واقعی‌تر شدن مسائل می‌شود. بنابراین برای این کار تصحیحات خمیدگی فضا را در متریک مورد نظر وارد می‌کنیم و به دنبال آن تمامی روابط به‌دست آمده در فصل قبل را این‌بار در حضور تصحیحات گرانشی \mathcal{R}^4 بدست می‌آوریم. بنابراین یک رفتار کلی در محاسبه طول پوششی کوارک-پادکوارک این است که هم تصحیحات کوانتومی و هم تصحیحات مربوط به

فضای هدف را در نظر بگیریم و رفتار طول پوششی را بررسی کنیم، بدین منظور متریک تصحیح شده-
ی زیر را در نظر می‌گیریم [۱۹]:

$$ds^2 = G_{tt} dt^2 + G_{xx} dx_1^2 + G_{yy} dx_2^2 + G_{zz} dx_3^2 + G_{uu} du^2 \quad (۱-۳)$$

که در آن

$$\begin{aligned} G_{tt} &= -u^2(1-w^{-4})T(w), \\ G_{xx} &= G_{yy} = G_{zz} = u^2X(w), \\ G_{uu} &= u^{-2}(1-w^{-4})^{-1}U(w), \\ T(w) &= 1 - k(75w^{-4} + \frac{1225}{16}w^{-8} - \frac{695}{16}w^{-12}) + \dots \\ X(w) &= 1 - \frac{25k}{16}w^{-8}(1+w^{-4}) + \dots \\ U(w) &= 1 + k(75w^{-4} + \frac{1175}{16}w^{-8} - \frac{4585}{16}w^{-12}) + \dots \end{aligned} \quad (۲-۳)$$

که در آن $w = u/u_0$ و u بعد هولوگرام مسأله می‌باشد که تا افق سیاهچاله کشیده شده است، و u_0 نیز افق رویداد است. در این مسئله برای u بزرگ، شعاع فضای AdS، نیز $R=1$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین برای آنکه بتوانیم اثر خمیدگی فضای گرانشی، یا به بیان دیگر برای آنکه ثابت جفت‌شدگی نظریه پیمانه‌ای روی مرز را کنترل کنیم پارامتر k را در روابط بالا وارد کرده‌ایم که به صورت زیر بیان می‌شود [۱۹]:

$$k = \frac{\zeta(3)}{8} \lambda^{\frac{-3}{2}} \approx 0.15 \lambda^{\frac{-3}{2}}, \quad (۳-۳)$$

که $\zeta(3)$ تابع زتا و λ ثابت جفت‌شدگی توفت است. همچنین با وارد کردن پارامتر k به مسأله، دما وارد می‌شود. لازم به ذکر است چون دما وارد می‌شود به دنبال آن، سیاهچاله و افق سیاهچاله تعریف می‌شود بنابراین دما نیز در حضور تصحیحات به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$T = \frac{u_0}{\pi(1-k)}, \quad (۴-۳)$$

اکنون دمای پلاسمایی را که تصحیحات λ (رابطه‌ی (۳-۳)) به آن وارد شده با دمای پلاسمای اولیه تا مرتبه‌ی اول k به علت بزرگ بودن λ و متناظر با آن کوچک بودن k ، یکی در نظر می‌گیریم:

$$T = \frac{u_0}{\pi} \quad (۵-۳)$$

از طرفی برای آن که بتوانیم از روابط مرجع [۲] استفاده کنیم متریک بالا را به شکل زیر تبدیل می‌کنیم.

$$ds^2 = G_{xx} \left\{ -(1-w^{-4}) \frac{T(w)}{X(w)} dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \right\} + G_{uu} du^2 \quad (۶-۳)$$

تا این متریک به شکل متریک کلی (۷-۲) نزدیک شود.

۳-۲ معادلات حرکت

اکنون مانند آنچه که در فصل دوم صورت گرفت جهت حرکت پلاسمای را در جهت x_3 در نظر می‌گیریم که با سرعت v حرکت می‌کند. اکنون به کمک روابط (۲-۹)، (۲-۱۰) و (۲-۱۱) متریک بالا را در جهت x_3 خیز لورنتس می‌دهیم.

$$\begin{aligned} ds^2 &= u^2 X(w) \left\{ -\left(1 - \frac{u_0^4}{u^4}\right) \frac{T(w)}{X(w)} dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \right\} + G_{uu} du^2 \\ &= -u^2 \left(1 - \frac{u_0^4}{u^4}\right) T(w) [\gamma(dt - v dx_3)]^2 + u^2 X(w) [dx_1^2 + dx_2^2] + G_{xx} [\gamma(dx_3 - v dt)]^2 \\ &+ G_{uu} du^2 = -u^2 \left(1 - \frac{u_0^4}{u^4}\right) T(w) (\gamma^2 dt^2 - 2v \gamma^2 dt dx_3 + \gamma^2 v^2 dx_3^2) + u^2 X(w) (\gamma^2 dx_3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2v\gamma^2 dt dx_3 + \gamma^2 v^2 dt^2) + G_{xx}(dx_1^2 + dx_2^2) + G_{uu} du^2 = (-u^2 \gamma^2 dt^2 + 2u^2 v \gamma^2 dt dx_3 \\
 & -u^2 \gamma^2 v^2 dx_3^2 + \frac{u_0^4}{u^2} \gamma^2 dt^2 - 2\frac{u_0^4}{u^2} v \gamma^2 dt dx_3 + \frac{u_0^4}{u^2} \gamma^2 v^2 dx_3^2) T(w) + X(w)(u^2 \gamma^2 dx_3^2 \\
 & -2u^2 v \gamma^2 dt dx_3 + u^2 \gamma^2 v^2 dt^2) + G_{xx}(dx_1^2 + dx_2^2) + G_{uu} du^2 = (-u^2 \gamma^2 T(w) + \frac{u_0^4}{u^2} \gamma^2 T(w) \\
 & + u^2 \gamma^2 v^2 X(w)) dt^2 + (2u^2 v \gamma^2 T(w) - 2\frac{u_0^4}{u^2} v \gamma^2 T(w) - 2u^2 v \gamma^2 X(w)) dt dx_3 + \\
 & (-u^2 \gamma^2 v^2 T(w) + \frac{u_0^4}{u^2} \gamma^2 v^2 T(w) + u^2 \gamma^2 X(w)) dx_3^2 + G_{xx}(dx_1^2 + dx_2^2) + G_{uu} du^2 \\
 & = (u^2 [\gamma^2 v^2 X(w) - \gamma^2 T(w)] + \frac{u_0^4}{u^2} \gamma^2 T(w)) dt^2 + (2u^2 v \gamma^2 [T(w) - X(w)] - \\
 & 2\frac{u_0^4}{u^2} v \gamma^2 T(w)) dt dx_3 + (u^2 [\gamma^2 X(w) - \gamma^2 v^2 T(w)] + \frac{u_0^4}{u^2} \gamma^2 v^2 T(w)) dx_3^2 + G_{xx}(dx_1^2 \\
 & + dx_2^2) + G_{uu} du^2 = -(u^2 [\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w)] - \frac{u_0^4}{u^2} \gamma^2 T(w)) dt^2 + (2u^2 v \gamma^2 [T(w) \\
 & - X(w)] - 2\frac{u_0^4}{u^2} v \gamma^2 T(w)) dt dx_3 + (u^2 [\gamma^2 X(w) - \gamma^2 v^2 T(w)] + \frac{u_0^4}{u^2} \gamma^2 v^2 T(w)) dx_3^2 \\
 & + G_{xx}(dx_1^2 + dx_2^2) + G_{uu} du^2 \tag{۷-۳}
 \end{aligned}$$

اکنون با تعریف u_1 و u_2 و همچنین برای سهولت و اختصار با تعریف A, B, C به صورت زیر

$$u_1^4 = u_0^4 \gamma^2, \quad u_2^4 = u_0^4 \gamma^2 v^2 \tag{۸-۳}$$

$$A = u^2 (\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w)) - \frac{u_1^4}{u^2} T(w),$$

$$B = u^2 \gamma^2 v (T(w) - X(w)) - \frac{u_1^2 u_2^2}{u^2} T(w), \tag{۹-۳}$$

$$C = u^2 (\gamma^2 X(w) - \gamma^2 v^2 T(w)) + \frac{u_2^4}{u^2} T(w),$$

متریك خيز داده شده به صورت زیر می‌شود:

$$ds^2 = -A dt^2 + 2B dt dx_3 + C dx_3^2 + G_{xx}(dx_1^2 + dx_2^2) + G_{uu} du^2, \tag{۱۰-۳}$$

که در آن $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$ می‌باشد. اکنون همانند آنچه که در فصل قبل بیان شد، دینامیک و حرکت ریسمان بنیادی را از کنش نامبو-گوتو بدست می‌آوریم. بنابراین جفت کوارک-پادکوارک را مانند شکل

۲-۲ به صورت خطی در صفحه‌ی (x_3, x_1) در نظر می‌گیریم که با جهت حرکت پلازما زاویه‌ی θ می‌سازد، آنگاه پیکربندی در این حالت مانند قبل خواهد شد:

$$(t = \tau, x_1 = \sigma, x_2 = \text{const}, x_3 = x_3(\sigma), u = u(\sigma)) \quad (11-3)$$

بنابراین با توجه به رابطه‌ی کنش (۲-۱۵)، کنش را برای متریک جدید بدست می‌آوریم. برای این کار ابتدا متریک القایی $g_{\alpha\beta}$ مربوط به جهان سطح ریسمان را که به صورت $G_{\mu\nu} \partial_\alpha x^\mu \partial_\beta x^\nu$ تعریف می‌شود بدست می‌آوریم، که در آن $G_{\mu\nu}$ معرف متریک زمینه‌ی مربوط به فضای گرانشی می‌باشد. اینک با توجه به رابطه‌ی (۳-۱۰) برای متریک زمینه داریم.

$$G_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -A & 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & G_{xx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{xx} & 0 & 0 \\ B & 0 & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{uu} \end{pmatrix} \quad (12-3)$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی فوق، متریک القایی را بدست می‌آوریم.

$$g_{\alpha\beta} = G_{\mu\nu} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial x^\nu}{\partial \tau} & \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial x^\nu}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial x^\nu}{\partial \tau} & \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial x^\nu}{\partial \sigma} \end{pmatrix} = -A \begin{pmatrix} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \\ + B \begin{pmatrix} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{xx} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} & \frac{\partial x^1}{\partial \tau} \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} & \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \\ + G_{xx} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} & \frac{\partial x^2}{\partial \tau} \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} & \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & +C \begin{pmatrix} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{uu} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \tau} \frac{\partial u}{\partial \tau} & \frac{\partial u}{\partial \tau} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial u}{\partial \sigma} \frac{\partial u}{\partial \tau} & \frac{\partial u}{\partial \sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \\
 & = -A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} 0 & x_3' \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{xx} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + G_{xx} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 & + B \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x_3' & 0 \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & x_3'^2 \end{pmatrix} + G_{uu} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & u'^2 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{۱۳-۳}$$

در رابطه‌ی فوق علامت (') مشتق‌گیری نسبت به مختصه‌ی فضایی جهان سطح ریسمان σ

تعریف می‌شود ($' \equiv \frac{d}{d\sigma}$). بنابراین دترمینان متریک القایی برابر می‌شود با:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -A & Bx_3' \\ Bx_3' & G_{xx} + Cx_3'^2 + G_{uu}u'^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(g_{\alpha\beta}) = -A(G_{xx} + Cx_3'^2 + G_{uu}u'^2) - B^2x_3'^2 \tag{۱۴-۳}$$

و برای رابطه کنش (۱۱-۲) خواهیم داشت.

$$\begin{aligned}
 S & = -\frac{1}{2\pi\ell_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{A(G_{xx} + Cx_3'^2 + G_{uu}u'^2) + B^2x_3'^2} \\
 & = -\frac{1}{2\pi\ell_s^2} \int_0^\tau d\tau \int d\sigma \sqrt{A(G_{xx} + Cx_3'^2 + G_{uu}u'^2) + B^2x_3'^2} \\
 & = -\frac{2T}{2\pi\ell_s^2} \int d\sigma \sqrt{A(G_{xx} + Cx_3'^2 + G_{uu}u'^2) + B^2x_3'^2} \\
 & = -\frac{T}{\pi\ell_s^2} \int d\sigma \sqrt{A(G_{xx} + Cx_3'^2 + G_{uu}u'^2) + B^2x_3'^2}
 \end{aligned} \tag{۱۵-۳}$$

در رابطه‌ی فوق از خاصیت زوج بودن تابع انتگرالده نسبت به مختصه‌ی فضایی σ استفاده

شده است. همچنین σ مقادیر $\frac{L}{2} \sin \theta < \sigma < \frac{L}{2} \sin \theta$ را می‌گیرد. در این رابطه T نیز زمان مناسب

برای گسترش ریسمان می‌باشد. به کمک ضرایب موجود در روابط (۲-۳) و (۹-۳) عبارت زیر را دیکال

در رابطه‌ی بالا را محاسبه می‌کنیم (جزئیات محاسبه در پیوست (الف-۲) بیان شده است.):

$$A(G_{xx} + Cx_3'^2 + G_{uu}u'^2) + B^2x_3'^2 = ([\gamma^2T(w) - \gamma^2v^2X(w)]w^4 - \gamma^2T(w)) \times \left(\frac{u_0^2U(w)w'^2}{(w^4-1)} + u_0^4X(w) + u_0^4(w^4-1)X(w)T(w)x_3'^2 \right) \quad (16-3)$$

اکنون در رابطه‌ی فوق از عبارت $\gamma^2 - \gamma^2v^2 = 1$ استفاده کرده و رابطه کنش را بازنویسی می‌کنیم:

$$S = -\frac{T}{\pi\ell_s^2} \int d\sigma \{ ([\gamma^2T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)]w^4 - \gamma^2T(w)) \left(\frac{u_0^2U(w)w'^2}{(w^4-1)} + u_0^4X(w) + u_0^4(w^4-1)X(w)T(w)x_3'^2 \right) \}^{1/2} \quad (17-3)$$

با توجه به رابطه‌ی کنش، لاگرانژی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathcal{L} = \{ ([\gamma^2T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)]w^4 - \gamma^2T(w)) \left(\frac{u_0^2U(w)w'^2}{(w^4-1)} + u_0^4X(w) + u_0^4(w^4-1)X(w)T(w)x_3'^2 \right) \}^{1/2} \quad (18-3)$$

از آنجایی که لاگرانژی فوق وابستگی صریح به x_1 و x_3 ندارد. بنابراین دو ثابت حرکت خواهیم

داشت که یکی از تعریف هامیلتونی و دیگری با استفاده از معادله‌ی حرکت اولی - لاگرانژ بدست می‌

آیند. ثابت حرکت اول q را از رابطه‌ی هامیلتونی بدست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} H = -q &= \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w'} \right) w' + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_3'} \right) x_3' - \mathcal{L} = \\ &= \frac{2[w^4(\gamma^2T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)) - \gamma^2T(w)]u_0^2U(w)w'^2}{2(w^4-1)\mathcal{L}} + \frac{u_0^4(w^4-1)T(w)X(w)x_3'^2}{\mathcal{L}} - \mathcal{L} \\ &= \frac{[w^4(\gamma^2T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)) - \gamma^2T(w)]u_0^2U(w)w'^2}{(w^4-1)\mathcal{L}} + \frac{u_0^4(w^4-1)^2T(w)X(w)x_3'^2}{(w^4-1)\mathcal{L}} \\ &= \frac{(w^4-1)([\gamma^2T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)]w^4 - \gamma^2T(w)) \left(\frac{u_0^2U(w)w'^2}{(w^4-1)} + u_0^4X(w) \right)}{(w^4-1)\mathcal{L}} \\ &= \frac{u_0^4(w^4-1)^2X(w)T(w)x_3'^2}{(w^4-1)\mathcal{L}} = \frac{[w^4(\gamma^2T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)) - \gamma^2T(w)]u_0^2U(w)w'^2}{(w^4-1)\mathcal{L}} \end{aligned}$$

$$\frac{[w^4(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)) - \gamma^2 T(w)]u_0^2 U(w)w'^2}{(w^4 - 1)\mathcal{L}}$$

$$\frac{u_0^4 X(w)(w^4 - 1)([\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)]w^4 - \gamma^2 T(w))}{(w^4 - 1)\mathcal{L}}$$

دقت کنید که تمامی مشتق‌گیری‌ها نسبت به مختصه‌ی فضایی σ تعریف می‌شود و داریم:

$$\frac{d}{d\tau} \rightarrow \frac{d}{d\sigma} \text{ . بنابراین با ساده‌سازی رابطه‌ی فوق، } q \text{ برابر می‌شود با:}$$

$$q = \frac{u_0^4 X(w)([\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w)]w^4 - \gamma^2 T(w))}{\mathcal{L}} \quad (19-3)$$

همچنین برای بدست آوردن ثابت حرکت دوم p از معادله حرکت اوپلر- لاگرانژ، یعنی رابطه‌ی (۲)-۲-

$$(24) \text{ استفاده می‌کنیم، که در آن } \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_3} = 0 \text{ می‌باشد. و نتیجه چنین می‌شود:}$$

$$p = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_3'} = \frac{u_0^4 (w^4 - 1) T(w) X(w) x_3'}{\mathcal{L}} \quad (20-3)$$

اکنون به کمک روابط (۲-۳)، (۸-۳) و (۹-۳) ثابت‌های حرکت را با استفاده از روابط (۲۶-۲) و

(۳۱-۲) به صورت زیر ادغام می‌کنیم، و ترکیب‌های جدیدی برای محاسبات بعدی بدست می‌آوریم.

$$q^2 u_0^2 w'^2 = u^4 (1 - w^{-4}) \frac{X(w)}{U(w)} \left\{ \frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w) - w^{-4} \gamma^2 T(w))}{(1 - w^{-4}) T(w)} \right. \\ \left. \times [u^4 (1 - w^{-4}) T(w) X(w) - p^2] - q^2 \right\} \quad (21-3)$$

$$qx_3' = p \left(\frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w) - w^{-4} \gamma^2 T(w))}{(1 - w^{-4}) T(w)} \right) \quad (22-3)$$

با استفاده از متغیرهای بدون بعد، $p = \left(\frac{R}{u_0}\right)^2 p$ ، $q = \left(\frac{R}{u_0}\right)^2 q$ ، که در این مساله $R = 1$ در

نظر گرفته شده است. روابط بالا را بازنویسی می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 u_0^4 Q^2 u_0^2 w'^2 &= u^4 (1-w^{-4}) \frac{X(w)}{U(w)} \left\{ \frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w) - w^{-4} \gamma^2 T(w))}{(1-w^{-4})T(w)} \right. \\
 &\quad \left. \times [u^4 (1-w^{-4})T(w)X(w) - u_0^4 P^2] - u_0^4 Q^2 \right\} \\
 \Rightarrow u_0^6 Q^2 w'^2 &= u^4 \left(\frac{w^4 - 1}{w^4} \right) \frac{X(w)}{U(w)} \left\{ \frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w) - w^{-4} \gamma^2 T(w))}{\left(\frac{w^4 - 1}{w^4} \right) T(w)} \right. \\
 &\quad \left. \times [u^4 \left(\frac{w^4 - 1}{w^4} \right) T(w)X(w) - u_0^4 P^2] - u_0^4 Q^2 \right\} \\
 \Rightarrow u_0^6 Q^2 w'^2 &= u_0^4 (w^4 - 1) \frac{X(w)}{U(w)} \left\{ \frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)}{(w^4 - 1)T(w)} \right. \\
 &\quad \left. \times [u_0^4 (w^4 - 1)T(w)X(w) - u_0^4 P^2] - u_0^4 Q^2 \right\} \\
 \Rightarrow u_0^6 Q^2 w'^2 &= u_0^8 (w^4 - 1) \frac{X(w)}{U(w)} \left\{ \frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)}{(w^4 - 1)T(w)} \right. \\
 &\quad \left. \times [(w^4 - 1)T(w)X(w) - P^2] - Q^2 \right\}
 \end{aligned}$$

اکنون برای سادگی و اختصار رابطه‌ی فوق را به صورت تابعی از w تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}(w) = \frac{Q^2}{u_0^2} w'^2 &= (w^4 - 1) \frac{X(w)}{U(w)} \left\{ \frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)}{(w^4 - 1)T(w)} \right. \\
 &\quad \left. \times [(w^4 - 1)T(w)X(w) - P^2] - Q^2 \right\} \quad (23-3)
 \end{aligned}$$

و دوباره به کمک متغیرهای بدون بعد ذکرشده در بالا، رابطه‌ی (۲۳-۳) به شکل زیر تقلیل می‌یابد.

$$\begin{aligned}
 u_0^2 Q x'_3 &= u_0^2 P \left(\frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w) - w^{-4} \gamma^2 T(w))}{\left(\frac{w^4 - 1}{w^4} \right) T(w)} \right) \\
 \Rightarrow Q x'_3 &= P \left(\frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)}{(w^4 - 1)T(w)} \right) \quad (24-3)
 \end{aligned}$$

برای آن که بتوانیم بین طول کوارک-پادکوارک و ثابت‌های حرکت تغییر مقیاس یافته P, Q

ارتباط برقرار کنیم، با استفاده از رابطه‌ی (۲۳-۳) مختصه‌ی فضای σ را، که همان مختصه‌ی x_1 در

پیمانه‌ی انتخابی می‌باشد، محاسبه می‌کنیم.

$$\mathcal{F}(w) = \frac{Q^2}{u_0^2} w'^2 \Rightarrow w'^2 = \frac{u_0^2}{Q^2} \mathcal{F}(w) \quad (25-3)$$

$$\Rightarrow \frac{dw}{d\sigma} = \frac{u_0}{Q} \sqrt{\mathcal{F}(w)} \Rightarrow d\sigma = \frac{Q}{u_0} \frac{dw}{\sqrt{\mathcal{F}(w)}}$$

و در نهایت x_1 برابر می‌شود با:

$$x_1 = \int d\sigma = \frac{Q}{u_0} \int \frac{dw}{\sqrt{\mathcal{F}(w)}}, \quad (26-3)$$

برای محاسبه‌ی x_3 با استفاده از روابط (23-3) و (24-3) به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$Q \frac{dx_3}{d\sigma} = P \left(\frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)}{(w^4 - 1)T(w)} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{dx_3}{d\sigma} = \frac{P}{Q} \left(\frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)}{(w^4 - 1)T(w)} \right) \quad (27-3)$$

$$\Rightarrow dx_3 = \frac{P}{Q} \left(\frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)}{(w^4 - 1)T(w)} \right) d\sigma$$

اکنون با جایگذاری رابطه‌ی (25-3) در عبارت فوق و انتگرال‌گیری از دو طرف رابطه بدست آمده، خواهیم داشت.

$$x_3 = \frac{P}{u_0} \int \frac{dw}{\sqrt{\mathcal{F}(w)}} \left(\frac{(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)}{(w^4 - 1)T(w)} \right), \quad (28-3)$$

نقاط انتهایی ریسمان بر روی شامه‌های سه بعدی قرار دارند و ریسمان از بی‌نهایت تا نقطه‌ی

بازگشت $w(0) = w_c$ که به صورت $\mathcal{F}(w_c) = 0$ تعریف می‌شود، کشیده شده است و سپس ریسمان به

بی‌نهایت باز می‌گردد. به طور خلاصه نقطه‌ی بازگشت در $\sigma = 0$ رخ می‌دهد. از طرفی از شکل ۲-۲

پیدا است که σ مقادیر $-\frac{L}{2} \sin \theta < \sigma < \frac{L}{2} \sin \theta$ را می‌گیرد. بنابراین شرایط مرزی، با توجه به

شکل ۲-۲ و متغیرهای بدون بعد استفاده شده در بالا به صورت زیر تعیین می‌شوند.

$$\begin{aligned}
 u(\sigma=0) &= u_c & \Rightarrow w(\sigma=0) &= w_c, \\
 \mathcal{F}(u_c) &= 0 & \Rightarrow \mathcal{F}(w_c) &= 0, \\
 u(\sigma = \pm \frac{L}{2} \sin \theta) &= \infty & \Rightarrow w(\sigma = \pm \frac{L}{2} \sin \theta) &= \infty, \\
 x_3(\sigma = \pm \frac{L}{2} \sin \theta) &= \pm \frac{L}{2} \cos \theta & \Rightarrow w(\pm \frac{L}{2} \cos \theta) &= \infty,
 \end{aligned} \tag{۲۹-۳}$$

بوضوح دیده می شود که نقطه بازگشت نیز تحت تاثیر تصحیحات قرار گرفته است. سپس با استفاده از شرایط مرزی (۲۹-۳) و روابط (۲۶-۳) و (۲۸-۳) ارتباط بین L و θ و ثابت های حرکت تغییر مقیاس یافته P, Q به شکل زیر تعیین می شوند:

$$x_1 = \frac{L}{2} \sin \theta = \int_0^{(L \sin \theta)/2} d\sigma = \frac{Q}{u_0 w_c} \int_{w_c}^{\infty} \frac{dw}{\sqrt{\mathcal{F}(w)}}, \tag{۳۰-۳}$$

$$x_3 = \frac{L}{2} \cos \theta = \int_0^{(L \cos \theta)/2} dx_3 = \frac{P}{u_0 w_c} \int_{w_c}^{\infty} \frac{dw}{\sqrt{\mathcal{F}(w)}} \frac{[(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)]}{(w^4 - 1)T(w)}, \tag{۳۱-۳}$$

که در آن ارتباط کران ها در دو طرف روابط فوق به کمک شرایط مرزی و به صورت $w(0) = w_c$ و $w(\frac{L}{2} \sin \theta) = \infty$ تعیین می شوند.

اکنون مانند قبل دو حالت خاص را بطور جداگانه بررسی می کنیم:

۳-۳ مزون در راستای عمود بر جهت حرکت پلازما کوارک-گلوئون)

$$(\theta = \pi/2)$$

برای این حالت از رابطه (۳۱-۳)، $P = 0$ می شود (اگر $P \neq 0$ باشد. آنگاه طبق رابطه (۳-۳) نتیجه می گیریم که $(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w) = 0$ باشد که با جایگذاری در رابطه (۲۳-۳)، w'^2 منفی بدست می آید که قابل قبول نیست). طول دوقطبی با توجه به رابطه (۳۰-۳) و جایگذاری u_0 از رابطه (۵-۳) چنین خواهد شد:

$$\begin{aligned}
 L\pi T \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right) &= 2Q \int_{w_c}^{\infty} \frac{dw}{\sqrt{\mathcal{F}(w)|_{P=0}}} \\
 &= 2Q \int_{w_c}^{\infty} \frac{dw}{\sqrt{(w^4 - 1) \frac{X^2(w)}{U(w)} (\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))}} \\
 &\quad \times \frac{1}{\sqrt{[w^4 - \frac{\gamma^2 T(w)X(w) + Q^2}{\gamma^2 T(w)X(w) - (\gamma^2 - 1)X^2(w)}]}} ,
 \end{aligned} \tag{۳۲-۳}$$

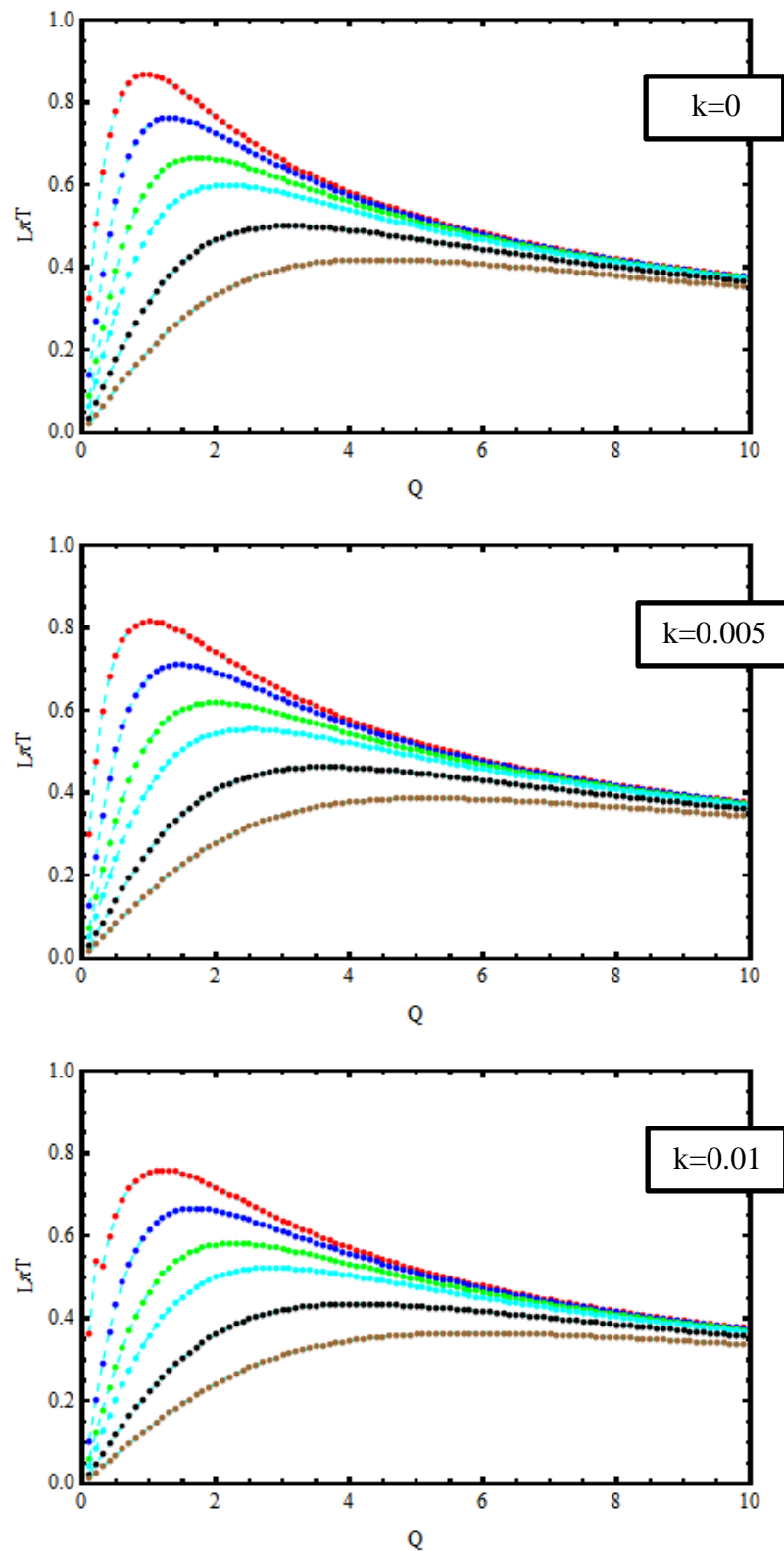
که در این حالت نقطه‌ی بازگشت w_c به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}(w_c) &= (w_c^4 - 1) \frac{X^2(w_c)}{U(w_c)} (\gamma^2 T(w_c) - (\gamma^2 - 1)X(w_c)) \\
 &\quad \times [w_c^4 - \frac{\gamma^2 T(w_c)X(w_c) + Q^2}{\gamma^2 T(w_c)X(w_c) - (\gamma^2 - 1)X^2(w_c)}] = 0
 \end{aligned} \tag{۳۳-۳}$$

همان‌طور که از شکل انتگرال (۳۲-۳) پیداست حل تحلیلی بسیار پیچیده و مشکل است، از این‌رو محاسبات را عددی انجام می‌دهیم. بدین منظور برای مقادیر مختلف k نمودار $L\pi T$ داده شده از رابطه‌ی (۳۲-۳) را به عنوان تابعی از Q برای سرعت‌های مختلف رسم می‌کنیم. از طرفی حالت $k = 0$ (متناظر با $\lambda \rightarrow \infty$) از رابطه‌ی (۳-۳) در مرجع [۱۲] بطور کامل مطالعه شده است، و طول پوششی به صورت زیر بدست آمده است (فصل اول رابطه‌ی (۱-۱)).

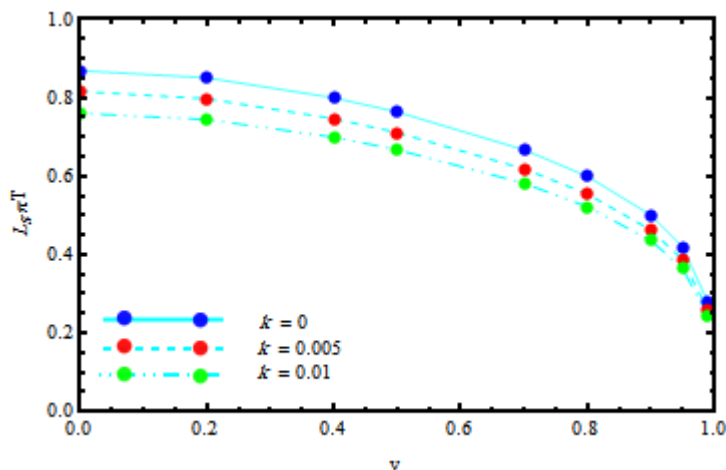
$$L_s = \frac{f(v)}{\pi T} (1 - v^2)^{1/4}$$

اکنون به کمک نرم افزار Mathematica (پیوست (ب-۲)) نمودار $L\pi T$ را از رابطه (۳۲-۳) برحسب Q برای سه مقدار k رسم کرده و به تحلیل آن‌ها می‌پردازیم.



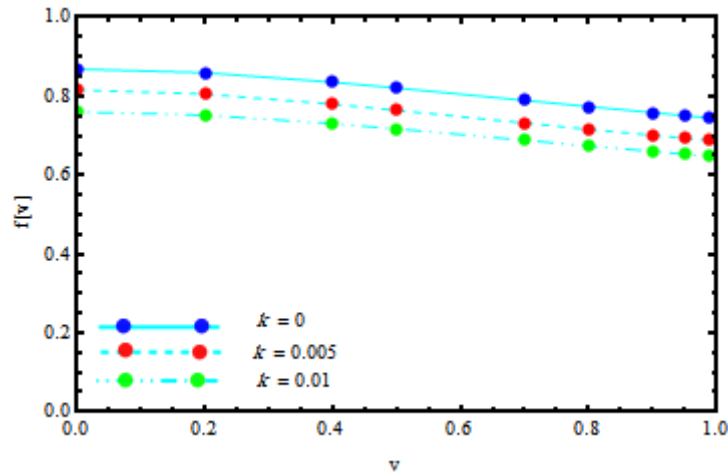
شکل ۳-۱: وابستگی طول پوششی به سرعت باد v - نمودار $\ell = L\pi T$ ، داده شده در معادله (۳-۳۲) به عنوان تابعی از ثابت انتگرال Q برای شش مقدار $v: 0, 0.5, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95$ (بالا به پایین). همه نمودارها برای بادی است که در جهت عمود بر دو قطبی می‌وزد. - برای $k = 0, k = 0.005, k = 0.01$ (بالا به پایین) مشاهده می‌شود که قله‌های این منحنی‌ها، ℓ_{\max} ، با v و k افت می‌کنند.

با توجه به شکل ۱-۳ نمودارها یک مقدار بیشینه‌ی، l_{\max} در Q_m دارند که برای هر سرعت ثابت و مقادیر مختلف k ، این l_{\max} ها کمی با هم تفاوت دارند. به این معنا که در جهان سطح فرینه‌ای وجود ندارد تا جفت کوآرک و پادکوآرک را برای $l > l_{\max}$ مقید کند. از این رو می‌توان طول پوششی را به صورت $L_s = l_{\max} / \pi T$ تعریف کرد. به عبارت دیگر، طول پوششی عبارت است از بیشینه طول بین کوآرک و پادکوآرک مقید که برای طول‌های بزرگتر از این طول، کوآرک و پادکوآرک از یکدیگر جدا می‌شوند. به بیان دیگر می‌توان طول پوششی را همان طولی دانست که کوآرک و پادکوآرک همدیگر را در پلاسمای کوآرک-گلوئون می‌بینند که به منزله‌ی وجود یک جاذبه‌ی غیر صفر بین آنهاست. برای درک بهتر، نمودار نقاط بیشینه l_{\max} و به عبارتی طول پوششی ($L_s \pi T$) را بر حسب سرعت برای مقادیر $k = 0$ ، $k = 0.005$ و $k = 0.01$ رسم می‌کنیم (پیوست (ب-۲)).



شکل ۳-۲: کاهش طول پوششی $L_s \pi T$ ، با افزایش سرعت پلازما v برای $k = 0$ ، $k = 0.005$ و $k = 0.01$ (بالا به پایین).

با مقایسه‌ی نمودارها در شکل فوق با نمودار رابطه‌ی $(1-v^2)^{1/4}$ ، می‌توان مشاهده کرد که نمودارها متناسب با این رابطه خواهند بود و تنها در یک ضریب با یکدیگر اختلاف دارند از این رو با حفظ رابطه‌ی (۱-۱) برای این نمودارها، نمودار $f(v)$ را که وابستگی ضعیفی به v دارد برای مقادیر انتخاب شده‌ی k رسم می‌کنیم (پیوست (ب-۲)).



شکل ۳-۳: نمودار $f(v) = \ell_{\max} \sqrt{\gamma} = L_s \pi T \sqrt{\gamma}$ بر حسب v برای $k = 0$ ، $k = 0.005$ و $k = 0.01$ (بالا به پایین).

چنانچه از شکل ۲-۳ مشاهده می‌شود، طول پوششی علاوه بر سرعت به پارامتر k نیز وابسته

است. به طوری که در سرعت ثابت، با افزایش k ، طول پوششی کاهش می‌یابد. اکنون شکل ۳-۳

نشان می‌دهد که ضریب $f(v)$ که وابستگی ضعیفی به v دارد اکنون به پارامتر k هم وابسته است و

بیشترین وابستگی طول پوششی به پارامتر k در این ضریب خلاصه می‌شود.

۳-۴ مزون در راستای موازی با حرکت پلاسمای کوارک-گلوئون ($\theta = 0$)

در این حالت با استفاده از رابطه‌ی (۳-۳۰)، $Q = 0$ بدست می‌آید و طول دوقطبی با توجه به

رابطه‌ی (۳-۳۱) چنین خواهد شد:

$$\begin{aligned}
 L\pi T(\theta = 0) &= 2P \int_{w_c}^{\infty} \frac{dw}{\sqrt{\mathcal{F}(w)}|_{Q=0}} \frac{[(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)]}{(w^4 - 1)T(w)} \\
 &= 2P \int_{w_c}^{\infty} \frac{dw}{\sqrt{U(w)} \left\{ \frac{[(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)]}{T(w)} \cdot ((w^4 - 1)X(w)T(w) - P^2) \right\}} \\
 &\quad \times \frac{[(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)]}{(w^4 - 1)T(w)},
 \end{aligned}$$

و با ساده‌سازی رابطه‌ی فوق، نتیجه برابر می‌شود با:

$$L\pi T(\theta=0) = 2P \int_{w_c}^{\infty} \frac{dw}{(w^4-1)X(w)T(w)} \sqrt{\frac{U(w)[(\gamma^2 T(w) - (\gamma^2 - 1)X(w))w^4 - \gamma^2 T(w)]}{[w^4 - 1 - \frac{P^2}{X(w)T(w)}]}} \quad (34-3)$$

که در رابطه‌ی فوق نقطه‌ی بازگشت w_c از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

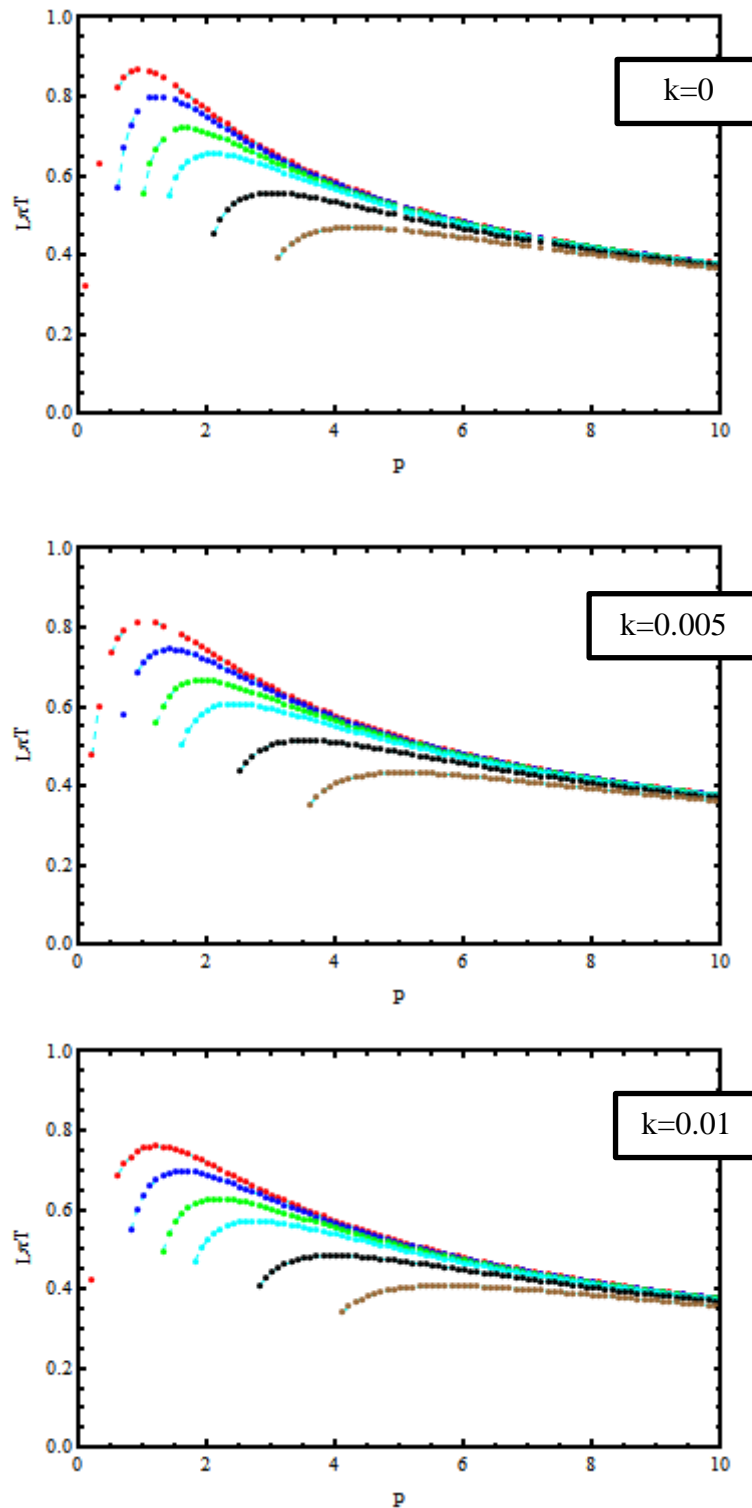
$$\begin{aligned} \mathcal{F}(w_c) &= \frac{X^2(w_c)}{U(w_c)} (\gamma^2 T(w_c) - (\gamma^2 - 1)X(w_c))w_c^4 - \gamma^2 T(w_c) \\ &\times [w_c^4 - 1 - \frac{P^2}{T(w_c)X(w_c)}] = 0 \end{aligned} \quad (35-3)$$

اکنون چون حل تحلیلی رابطه‌ی (34-3) پیچیده است، مانند حالت قبل عمل می‌کنیم. برای

این کار به کمک نرم افزار Mathematica (پیوست (ب-3)) برای مقادیر مختلف k نمودار $L\pi T$ داده

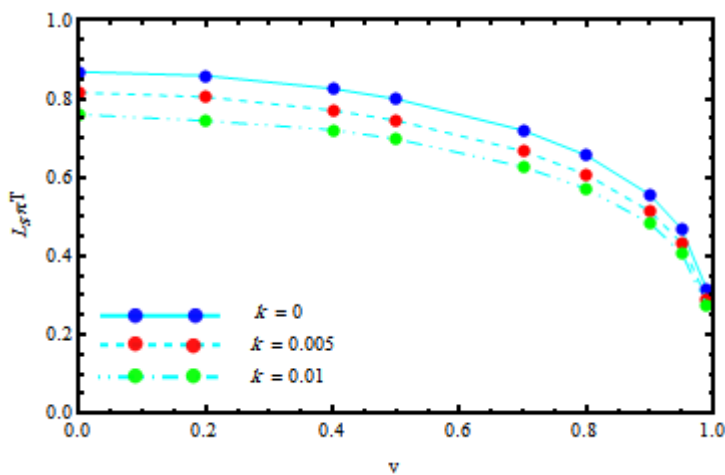
شده از رابطه‌ی (34-3) را به عنوان تابعی از P برای سرعت‌های مختلف رسم می‌کنیم، و به تحلیل

آنها می‌پردازیم.



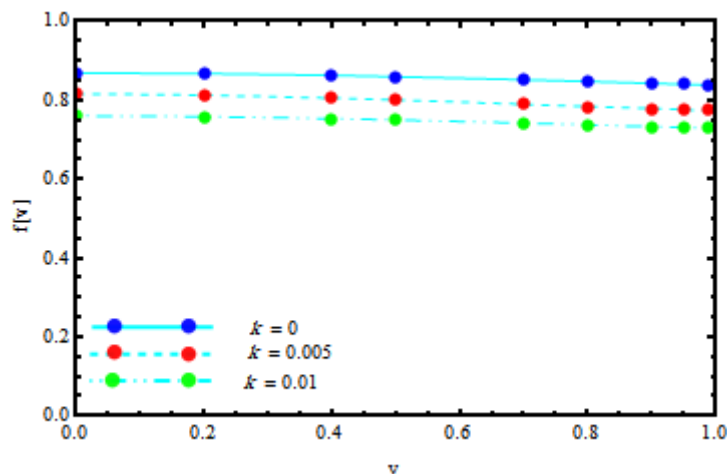
شکل ۳-۴: وابستگی طول پوششی به سرعت باد v - نمودار $\ell = L\pi T$ ، داده شده در معادله‌ی (۳-۳۴) به عنوان تابعی از ثابت انتگرال P برای شش مقدار $v: 0, 0.5, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95$ (بالا به پایین). همه‌ی نمودارها برای بادی است که در جهت موازی بر دو قطبی می‌وزد. برای $k = 0, k = 0.005, k = 0.01$ (بالا به پایین) مشاهده می‌شود که قله‌های این منحنی‌ها، ℓ_{\max} ، با افزایش v و k افت می‌کنند.

دوباره در این حالت نیز با توجه به شکل ۳-۴ می‌توان یک مقدار بیشینه، l_{\max} ، در P_m برای نمودارها تعریف کرد، که برای هر سرعت ثابت، و مقادیر مختلف k این l_{\max} ها کمی با یکدیگر اختلاف خواهند داشت، و برای $l > l_{\max}$ جفت کوارک و پادکوارک از قید یکدیگر آزاد می‌شوند. همچنین می‌توان طول پوششی را به صورت $L_s = l_{\max} / \pi T$ تعریف کرد. در اینجا نیز برای درک بهتر، نمودار نقاط بیشینه l_{\max} و به عبارتی طول پوششی ($L_s \pi T$) را بر حسب سرعت برای مقادیر $k = 0$ ، $k = 0.005$ و $k = 0.01$ رسم می‌کنیم (پیوست (ب-۳)).



شکل ۳-۵: کاهش طول پوششی $L_s \pi T$ ، با افزایش سرعت پلاسما v برای $k = 0.01$ ، $k = 0.005$ ، $k = 0$ (بالا به پایین).

اکنون با مقایسه‌ی نمودارها در شکل فوق می‌توان مشاهده کرد که در این حالت نیز طول پوششی علاوه بر سرعت به k نیز وابسته است، به نحوی که برای یک سرعت ثابت، با افزایش k طول پوششی کاهش می‌یابد. ما با حفظ رابطه‌ی (۱-۱) این اختلاف ناشی از پارامتر k را، در تابع $f(v)$ خلاصه می‌کنیم. زیرا همانطور که از شکل ۳-۶ پیداست با افزایش k متناظر با آن کاهش λ (طبق رابطه‌ی (۳-۳))، نمودار $f(v)$ افت پیدا می‌کند.



شکل ۳-۶: نمودار $f(v) = \ell_{\max} \sqrt{\gamma} = L_s \pi T \sqrt{\gamma}$ بر حسب v برای $k = 0$ ، $k = 0.005$ و $k = 0.01$ (بالا به پایین).

۳-۵ نتیجه گیری و پیشنهادها

اکنون می توان نتیجه گرفت که در حضور تصحیحات گرانشی، طول پوششی علاوه بر سرعت پلاسما کوارک-گلوئون به پارامتر k نیز وابسته است و برای یک سرعت ثابت، با افزایش k ، طول پوششی کاهش می یابد. به بیان دیگر، با توجه به ارتباط بین پارامتر k و ثابت جفت شدگی توفت λ ، از رابطه (۳-۳) مشاهده می شود که طول پوششی به ثابت جفت شدگی λ نیز وابسته است و برای یک سرعت ثابت با کاهش λ طول پوششی نیز کاهش می یابد. این وابستگی به پارامتر λ در ضریب $f(v, \lambda)$ خلاصه می شود، و در حالت کلی و در حضور تصحیحات می توان $f(v)$ را به صورت $f(v, \lambda)$ نوشت. و نتایج فوق این انگیزه را می دهد تا طول پوششی را برای حالت کلی به صورت زیر نوشت.

$$L_s = \frac{f(v, \lambda)}{\pi T} (1 - v^2)^{1/4}, \quad (3-36)$$

که در آن دمای پلاسما بدون تصحیحات وارد شده است.

از نظر فیزیکی می توان چنین استنباط کرد که زمانی که ثابت جفت شدگی محیط زیاد است ($\lambda \rightarrow \infty$) برهم کنش پوشش داده شده بین کوارک پادکوارک در محیط پلاسمای کوارک گلوئون، کوارک و پادکوارک را در فواصل دورتری نسبت به یکدیگر قرار می دهد و زمانی که ثابت جفت شدگی

محیط کاهش می‌یابد، جاذبه بین کوارک و پادکوارک مقید، بر برهم‌کنش محیط با هریک از کوارک و پادکوارک غالب می‌شود و کوارک و پادکوارک را در فاصله کوتاهتری از یکدیگر نگه می‌دارد.

به عنوان پیشنهاد، در ادامه چند مورد از کارهایی را که می‌توان در آینده مطالعه کرد، بیان

می‌کنیم

❖ اگر در جهت‌های x, y, z و تقارن نداشته باشیم، طول پوششی هم متفاوت خواهد بود. در این مورد می‌توانیم در جهت z میدان مغناطیسی را روشن کنیم و کوارک-پادکوارک (کوارکونیوم) را هم جهت یا عمود بر آن مطالعه کنیم. به این ترتیب اثر غیر همگن فضا بر طول پوششی بدست می‌آید که از جهت عملی و تجربی این مساله به نتایج آزمایشگاهی بسیار شبیه‌تر است. علاوه بر این همزمان با حالت فوق می‌توان باد پلاسمایی را نیز در جهت‌های مختلف در نظر گرفت. بنابراین وضعیت‌های مختلفی را برای کوارکونیوم می‌توان مطالعه کرد.

❖ تحقیق و بررسی دیگری که می‌توان انجام داد در نظر گرفتن تصحیحات ثابت جفت‌شدگی ناشی از هندسه‌ی گاوس-بونت است در این هندسه تصحیحات گرانشی از مرتبه‌ی دوم می‌باشند. ویژگی مهم این نوع تصحیحات این است که نسبت چسبندگی برشی به چگالی آنروپی را نقض می‌کنند بنابراین مطالعه‌ی اثر آن‌ها بر طول پوششی مهم و قابل توجه است.

محاسباتی که به روش شبکه QCD انجام می‌شوند در حال پیشرفت هستند و مقایسه نتایج AdS/CFT با یافته‌های شبکه بسیار مهم است. این مقایسه‌ها به پیش‌برد روش‌های جدید برای مطالعه‌ی پلاسمای کوارک-گلوئون تولید شده در آزمایشگاه بسیار کمک می‌کند.

❖ می‌توان به عنوان یک مساله‌ی جدید همزمان تاثیرات فضای داخلی و تصحیحات جفت‌شدگی را بر طول پوششی کوارک-پادکوارک تحقیق کرد. این تحقیق می‌تواند نقش همزمان این دو تصحیح را با تاثیر تک تک، یعنی تاثیر فضای داخلی و تاثیر تصحیحات جفت‌شدگی مقایسه کند.

پوست

پیوست الف: جزئیات محاسبه‌ی روابط (۲-۲۹) و (۳-۱۶).

(الف-۱) جزئیات محاسبه‌ی رابطه‌ی (۲-۲۹).

با جایگذاری ثابت‌های حرکت p, q از روابط (۲-۲۶) و (۲-۲۷) در سمت راست رابطه‌ی (۲-۲۶)

(۲۶)، رابطه‌ی (۲-۲۹) بدست می‌آید. که با جزئیات در زیر محاسبه شده است.

$$\begin{aligned} & \frac{g_{xx}}{g_r} \left[\frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} \{g_{xx}^2 (1-h) - p^2\} - q^2 \right] = \frac{g_{xx}}{g_r} \{g_{xx}^2 (1-h) - \\ & \frac{(1-h \cosh^2 \eta)(G_{00}^2 G_{33}^2 + 2|G_{00}|G_{33}G_{03}^2 + G_{03}^4)x_3'^2}{(1-h)\mathcal{L}} - \frac{g_{xx}^4 (1-h \cosh^2 \eta)^2}{\mathcal{L}^2} \} \\ & = \frac{g_{xx}}{g_r} \left\{ \frac{g_{xx}^2 (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)\mathcal{L}^2 - (1-h \cosh^2 \eta)(G_{00}^2 G_{33}^2 + 2|G_{00}|G_{33}G_{03}^2 + G_{03}^4)x_3'^2}{(1-h)\mathcal{L}^2} \right. \\ & \left. - \frac{g_{xx}^4 (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)^2}{(1-h)\mathcal{L}^2} \right\} \\ & = \frac{g_{xx}}{g_r} \frac{(1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}^2} \{ \mathcal{L}^2 g_{xx}^2 (1-h) - [g_{xx}^4 (1-h \cosh^2 \eta)(1+h \sinh^2 \eta)^2 + \\ & 2g_{xx}^4 (1-h \cosh^2 \eta)(1+h \sinh^2 \eta)h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta + g_{xx}^4 h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta]x_3'^2 \\ & - g_{xx}^4 (1-h)(1-h \cosh^2 \eta) \} = \frac{g_{xx}}{g_r} \frac{(1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}^2} \{ g_{xx}^2 (1-h)[|G_{00}|(G_{11} + G_{33}x_3'^2 \\ & + G_{rr}r'^2) + G_{03}^2 x_3'^2] - g_{xx}^3 [g_{xx} (1-h \cosh^2 \eta)^2 (1+h \sinh^2 \eta)^2 + 2g_{xx}^4 (1-h \cosh^2 \eta) \\ & (1+h \sinh^2 \eta)h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta + g_{xx} h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta]x_3'^2 - g_{xx}^4 (1-h)(1-h \cosh^2 \eta) \} \\ & = \frac{g_{xx}}{g_r} \frac{(1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}^2} \{ g_{xx}^4 (1-h)(1-h \cosh^2 \eta) + g_{xx}^4 (1-h)(1-h \cosh^2 \eta) \\ & (1+h \sinh^2 \eta)x_3'^2 + g_{xx}^3 g_r (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)r'^2 + g_{xx}^4 (1-h)h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 \\ & - g_{xx}^3 [g_{xx} (1-h \cosh^2 \eta)^2 (1+h \sinh^2 \eta)^2 x_3'^2 + 2g_{xx} (1-h \cosh^2 \eta)(1+h \sinh^2 \eta) \\ & h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 + g_{xx} h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta x_3'^2 - g_{xx} (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)] \} \\ & = \frac{g_{xx}}{g_r} \frac{(1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}^2} \{ g_{xx}^3 [g_{xx} (1-h)(1-h \cosh^2 \eta) + g_{xx} (1-h)(1-h \cosh^2 \eta) \\ & (1+h \sinh^2 \eta)x_3'^2 + g_r (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)r'^2 + g_{xx} (1-h)h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 \\ & - g_{xx} (1-h \cosh^2 \eta)^2 (1+h \sinh^2 \eta)^2 x_3'^2 - 2g_{xx} (1-h \cosh^2 \eta)(1+h \sinh^2 \eta) \\ & \times h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 - g_{xx} h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta x_3'^2 - g_{xx} (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{g_{xx}}{g_r} \frac{(1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}^2} \{g_{xx}^3 [g_{xx} (1-2h+h^2-h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta \\
 &+ h^3 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta)x_3'^2 + g_r (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)r'^2 + g_{xx} h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 \\
 &- g_{xx} h^3 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 - g_{xx} x_3'^2 (1-h \cosh^2 \eta)(1+h \sinh^2 \eta)[(1-h \cosh^2 \eta) \\
 &(1+h \sinh^2 \eta) + 2h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta] - g_{xx} h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta x_3'^2]\} \\
 &= \frac{g_{xx}}{g_r} \frac{(1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}^2} \{g_{xx}^3 [g_{xx} x_3'^2 - 2g_{xx} h x_3'^2 + g_{xx} h^2 x_3'^2 - g_{xx} h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 \\
 &+ g_{xx} h^3 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 + g_r (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)r'^2 + g_{xx} h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 \\
 &- g_{xx} x_3'^2 \{2h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta + 1-h-h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta - 2h^3 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta - h \\
 &+ h^2 + h^3 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta - 2h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta - h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta + h^3 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta \\
 &+ h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta\} - g_{xx} h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta x_3'^2]\} = \frac{g_{xx}}{g_r} \frac{(1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}^2} \{g_{xx}^3 [g_{xx} x_3'^2 \\
 &- 2g_{xx} h x_3'^2 + g_{xx} h^2 x_3'^2 - g_{xx} h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 + g_{xx} h^3 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 \\
 &+ g_r (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)r'^2 + g_{xx} h^2 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 - g_{xx} h^3 \sinh^2 \eta \cosh^2 \eta x_3'^2 \\
 &- g_{xx} x_3'^2 + 2g_{xx} h x_3'^2 - g_{xx} h^2 x_3'^2 + g_{xx} h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta x_3'^2 - g_{xx} h^4 \sinh^4 \eta \cosh^4 \eta x_3'^2]\} \\
 &\Rightarrow \frac{g_{xx}}{g_r} \left[\frac{1-h \cosh^2 \eta}{1-h} \{g_{xx}^2 (1-h) - p^2\} - q^2 \right] = \\
 &\frac{g_{xx}}{g_r} \frac{(1-h \cosh^2 \eta)}{(1-h)\mathcal{L}^2} [g_{xx}^3 g_r (1-h)(1-h \cosh^2 \eta)r'^2] = \frac{g_{xx}^4 (1-h \cosh^2 \eta)^2 r'^2}{\mathcal{L}^2}
 \end{aligned}$$

(الف-۲) جزئیات محاسبه‌ی رابطه‌ی (۳-۱۶).

برای محاسبه‌ی رابطه‌ی (۳-۱۶)، ضرایب موجود در روابط (۳-۲) و (۳-۹) را در عبارت زیر رادیکال در

رابطه‌ی کنش ریسمان رابطه‌ی (۳-۱۵) جایگذاری می‌کنیم و نتیجه برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}
 &A(G_{xx} + Cx_3'^2 + G_{uu}u'^2) + B^2x_3'^2 = A(G_{xx} + G_{uu}u'^2) + (AC + B^2)x_3'^2 \\
 &= (u^2(\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w)) - \frac{u_1^4}{u^2} T(w))(u^2 X(w) + \frac{u^2 U(w)}{u^4 - u_0^4} u'^2) \\
 &+ [(u^2(\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w)) - \frac{u_1^4}{u^2} T(w))][u^2(\gamma^2 X(w) - \gamma^2 v^2 T(w)) + \frac{u_2^4}{u^2} T(w)] \\
 &+ (u^2 \gamma^2 v (T(w) - X(w)) - \frac{u_1^2 u_2^2}{u^2} T(w))^2 x_3'^2 = u^4 \gamma^2 T(w) X(w) + \frac{u^4 \gamma^2 T(w) U(w)}{u^4 - u_0^4} u'^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -u^4 \gamma^2 v^2 X^2(w) - \frac{u^4 \gamma^2 v^2 X(w) U(w)}{u^4 - u_0^4} u'^2 - u_1^4 T(w) X(w) - \frac{u_1^4 T(w) U(w)}{u^4 - u_0^4} u'^2 \\
 & + (u^4 [\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w)] [\gamma^2 X(w) - \gamma^2 v^2 T(w)] + u_2^4 T(w) [\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w)] \\
 & - u_1^4 T(w) [\gamma^2 X(w) - \gamma^2 v^2 T(w)] - \frac{u_1^4 u_2^4}{u^4} T^2(w) + u^4 \gamma^4 v^2 [T(w) - X(w)]^2 \\
 & - 2u_1^2 u_2^2 \gamma^2 v T(w) [T(w) - X(w)] + \frac{u_1^4 u_2^4}{u^4} T^2(w)) x_3'^2 = u^4 X(w) (\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w) \\
 & - \frac{u_1^4}{u^4} T(w)) + \frac{u^4 U(w)}{u^4 - u_0^4} u'^2 (\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w) - \frac{u_1^4}{u^4} T(w)) + (u^4 \gamma^4 T(w) X(w) \\
 & - u^4 \gamma^4 v^2 T^2(w) - u^4 \gamma^4 v^2 X^2(w) + u^4 \gamma^4 v^4 X(w) T(w) + u_2^4 \gamma^2 T^2(w) - u_2^4 \gamma^2 v^2 X(w) T(w) \\
 & - u_1^4 \gamma^2 X(w) T(w) + u_1^4 \gamma^2 v^2 T^2(w) + u^4 \gamma^4 v^2 T^2(w) - 2u^4 \gamma^4 v^2 X(w) T(w) + u^4 \gamma^4 v^2 X^2(w) \\
 & - 2u_1^2 u_2^2 \gamma^2 v T^2(w) + 2u_1^2 u_2^2 \gamma^2 v X(w) T(w)) x_3'^2 = (\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w) - \frac{u_0^4}{u^4} \gamma^2 T(w)) \\
 & \times \left(\frac{u^4}{u_0^4} \frac{U(w)}{u^4} u'^2 + u^4 X(w) \right) + (u_0^4 \gamma^4 [\frac{u^4}{u_0^4} - 1] X(w) T(w) + u_0^4 \gamma^4 v^4 X(w) T(w) [\frac{u^4}{u_0^4} - 1] \\
 & - 2u_0^4 \gamma^4 v^2 X(w) T(w) [\frac{u^4}{u_0^4} - 1] + (u_0^2 \gamma^2 v - u_0^2 \gamma^2 v)^2 T^2(w)) x_3'^2 = (\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w) \\
 & - \frac{1}{w^4} \gamma^2 T(w)) (w^4 \frac{U(w)}{(w^4 - 1)} u'^2 + u^4 X(w)) + (u_0^4 (w^4 - 1) X(w) T(w) [\gamma^4 + \gamma^4 v^4 \\
 & - 2\gamma^4 v^2]) x_3'^2 = ([\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w)] w^4 - \gamma^2 T(w)) (\frac{u_0^2 U(w)}{(w^4 - 1)} w'^2 + u_0^4 X(w)) \\
 & + u_0^4 (w^4 - 1) X(w) T(w) [\gamma^2 - \gamma^2 v^2]^2 x_3'^2 = ([\gamma^2 T(w) - \gamma^2 v^2 X(w)] w^4 - \gamma^2 T(w)) \\
 & \times (\frac{u_0^2 U(w) w'^2}{(w^4 - 1)} + u_0^4 X(w)) + u_0^4 (w^4 - 1) X(w) T(w) x_3'^2
 \end{aligned}$$

پیوست ب : نمونه فایل محاسبه‌ی Mathematica

(ب-۱) محاسبه‌ی \tilde{p} و بیشینه مقدار رابطه‌ی (۲-۱۱۲).

محاسبه‌ی \tilde{p} و بیشینه مقدار انتگرال $2\tilde{p} \int_{\sqrt{\tilde{p}}}^{\infty} \frac{d\tilde{y}}{\tilde{y}^4} \sqrt{\frac{\tilde{y}^4 - 1}{\tilde{y}^4 - \tilde{p}^2}}$ برای $\theta = 0$:

```

Quit[]
Print[
  "=== The Maximum value of Integrate[ $\frac{2 \tilde{p}}{y^4} \times \sqrt{\frac{y^4 - 1}{y^4 - \tilde{p}^2}}$  ]
  for teta=0 ===" ]
FindMaximum[ {Re[ NIntegrate[ $\frac{2 \tilde{p}}{y^4} \times \sqrt{\frac{y^4 - 1}{y^4 - \tilde{p}^2}}$  , {y,  $\sqrt{\tilde{p}}$  ,  $\infty$ }] ] ,
  0 <  $\tilde{p}$  < 2} , { $\tilde{p}$ } ]
=== The Maximum value of
  Integrate[ $\frac{2 \tilde{p}}{y^4} \times \sqrt{\frac{y^4 - 1}{y^4 - \tilde{p}^2}}$  ] for teta=0 ===
{0.837599, { $\tilde{p} \rightarrow 1.38478$ }}

```

(ب-۲) رسم نمودارها برای حالتی که مزون در راستای عمود بر جهت حرکت پلاسمای کوآرک گلوئون قرار دارد ($\theta = \pi/2$).

برنامه رسم نمودار $L\pi T$ داده شده از رابطه (۳-۳۲) به عنوان تابعی از Q :

برای رسم نمودار $L\pi T$ داده شده از رابطه (۳-۳۲) برای مقادیر مختلف k به عنوان تابعی از Q (شکل ۱-۳)، کافی است ابتدا در برنامه‌ی زیر k را یک مقدار ثابت در نظر بگیریم (در این برنامه $k = 0.005$ انتخاب شده است) و به سرعت مقادیر مورد نظر داده شود ($0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$). بدین ترتیب، برای هر سرعت یک نمودار بدست می‌آید، سپس تمام نمودارها را روی یک نمودار واحد رسم می‌کنیم. این فرآیند را برای دو مقدار دیگر k ($k = 0$ و $k = 0.01$) تکرار کرده و نمودارهای بدست آمده برای سرعت‌های مختلف را در یک نمودار واحد رسم می‌کنیم (شکل ۱-۳).

```

(* ===== θ = π/2, v=0, k=0.005, Plot LπT-Q ===== *)

Quit[]

T[w_] = 1 - k (75/w^4 + 1125/16 w^8 - 695/16 w^12);
X[w_] = 1 - 25 k (1 + 1/w^4);
U[w_] = 1 + k (75/w^4 + 1175/16 w^8 - 4585/16 w^12);

(* γ = 1/√(1-v^2) * f[w_] = 2 Q/u_0 * 1/√((w^4-1) X[w]^2 / U[w] (γ^2 T[w] - (γ^2-1) X[w]) (w^4 - (γ^2 T[w] X[w] + Q^2) / (γ^2 T[w] X[w] - (γ^2-1) X[w]^2))) *)
γ = 1/√(1-v^2);
v = 0; k = 0.005;
NN = 100; Table[Q[j], {j, 0, NN, 1}];
Table[w[j], {j, 0, NN, 1}];
Table[LπT[j], {j, 0, NN, 1}];
For[j = 0, j < NN, j++,
  Q[j] = j/10;
  w[j] = FindRoot[w^4 - (γ^2 T[w] X[w] + Q[j]^2) / (γ^2 T[w] X[w] - (γ^2 - 1) X[w]^2), {w, (γ^2 + Q[j]^2)^(1/4)}];
  min = w /. w[j];
  LπT[j] =
  Re[
  NIntegrate[2 Q[j] / √((w^4 - 1) X[w]^2 / U[w] (γ^2 T[w] - (γ^2 - 1) X[w]) (w^4 - (γ^2 T[w] X[w] + Q[j]^2) / (γ^2 T[w] X[w] - (γ^2 - 1) X[w]^2))),
  {w, min, ∞}]]];
]

data = Table[{Q[j], LπT[j]}, {j, 0, 100}];
s1 = ListLinePlot[data, PlotRange -> {{0, 10}, {0, 1}}, AxesLabel -> {"Q", "LπT"},
  AxesOrigin -> {0, 0}, PlotStyle -> {Dashed, Cyan}, Mesh -> All, MeshStyle -> {
  Red, PointSize[0.01]}]

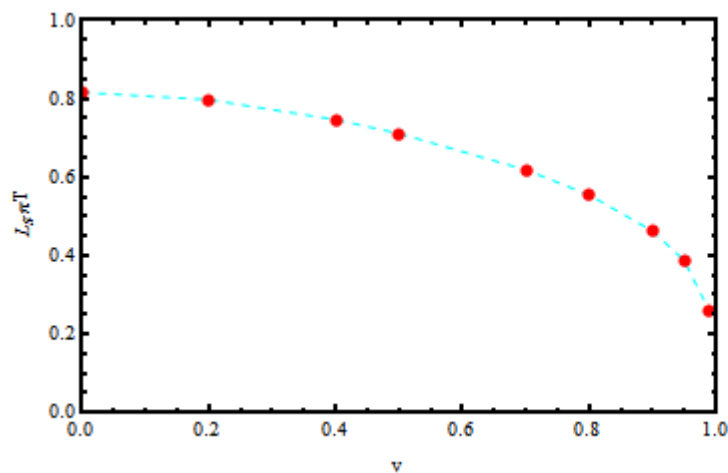
```

رسم نمودار $L_s \pi T$ بر حسب v :

از برنامه فوق برای $k = 0.005$ و برای سرعت‌های مختلف، نقاط بیشینه‌ی $L \pi T [j]$ را انتخاب می‌کنیم سپس این نقاط را مانند شکل زیر بر حسب سرعت مربوطه رسم می‌کنیم. برای $k = 0$ و $k = 0.01$ نیز همین مراحل را تکرار می‌کنیم و سرانجام هر سه نمودار را در یک نمودار رسم می‌کنیم (شکل ۲-۳).

(***** Plot $v-L_s \pi T$ $k=0.005$ *****)

```
ListLinePlot[{{0, 0.8159939082295422`}, {0.2, 0.7972783675884314`},
  {0.4, 0.7464888394382356`}, {0.5, 0.7110657481884377`},
  {0.7, 0.6185100578591965`}, {0.8, 0.554671199595751`},
  {0.9, 0.4627135575454567`}, {0.95, 0.3875531389194743`},
  {0.99, 0.25834885876720814`}}, PlotRange -> {{0, 1}, {0, 1}},
  FrameLabel -> {"v", " $L_s \pi T$ "}, Frame -> True,
  FrameStyle -> {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, AxesOrigin -> {0, 0},
  PlotStyle -> {Dashed, Cyan}, Mesh -> All, MeshStyle -> {
  Red, PointSize[0.02]}
```

رسم نمودار $f[v]$ بر حسب سرعت v :

برای رسم نمودار $f[v]$ بر حسب v کافی است از رابطه $f[v] = \frac{(L \pi T [j])_{\max}}{\sqrt{\gamma}} = \frac{(L \pi T [j])_{\max}}{(1-v^2)^{1/4}}$

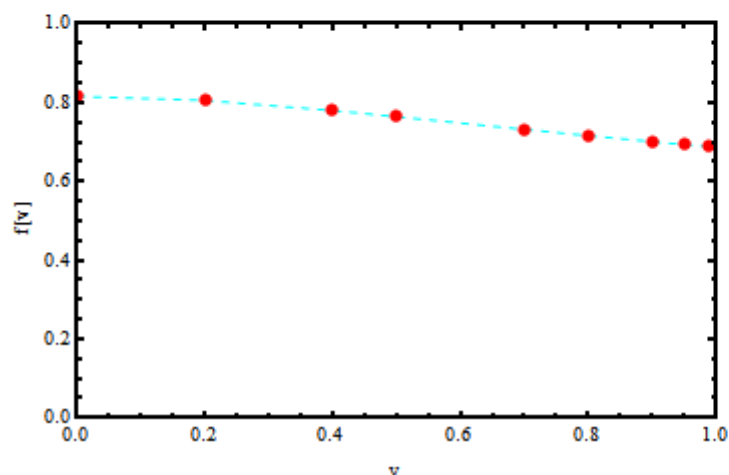
استفاده کرد. یعنی با جایگذاری مختصات از برنامه فوق در رابطه‌ی ذکر شده (مختصه‌ی دوم

$(L \pi T [j])_{\max}$ ، مختصه‌ی اول $v =$)، برای هر سرعت یک مقدار ثابت بدست می‌آید، سپس این

مقادیر ثابت را برحسب سرعت‌های مربوطه رسم می‌کنیم (مانند شکل زیر). دوباره همین کار را برای دو مقدار دیگر k ($k = 0.01$ و $k = 0$) نیز مانند قبل عمل می‌کنیم و در آخر سه نمودار را در یک شکل رسم می‌کنیم (شکل ۳-۳).

Quit[]

```
(* ***** k=0.005, Plot f[v]-v ***** *)
ListLinePlot[{{0, 0.8159939082295422`}, {0.2, 0.8054566516278471`},
  {0.4, 0.7797466140581168`}, {0.5, 0.7640898725529054`},
  {0.7, 0.731904171187157`}, {0.8, 0.7160774395517446`},
  {0.9, 0.7008479773646463`}, {0.95, 0.6935537189098748`},
  {0.99, 0.6878492662288541`}}, PlotRange -> {{0, 1}, {0, 1}},
  FrameLabel -> {"v", "f[v]"}, Frame -> True,
  FrameStyle -> {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, AxesOrigin -> {0, 0},
  PlotStyle -> {Dashed, Cyan}, Frame -> True, Mesh -> All, MeshStyle -> {
  Red, PointSize[0.02]}}
```



(ب-۳) رسم نمودارها برای حالتی که مزون در راستای حرکت پلاسمای کوآرک گلوئون قرار دارد ($\theta = 0$).

برنامه رسم نمودار $L\pi T$ داده شده از رابطه (۳-۳۴) به عنوان تابعی از P :

لازم به ذکر است که در این حالت کافی است رابطه (۳-۳۴) را در برنامه جایگزین کرده


```
(*#####  $\theta=0$  ,  $v=0, k=0.005$  , Plot  $L\pi T-P$  #####*)
```

```
Quit[]
```

$$(* f[w_] = 2 \frac{P}{v_0} \times \frac{1}{(w^4 - 1) X[w] T[w]} \sqrt{\frac{U[w] ((\gamma^2 T[w] - (\gamma^2 - 1) X[w]) w^4 - \gamma^2 T[w])}{(w^4 - 1 - \frac{P^2}{X[w] T[w]})}} * T = \frac{v_0}{\pi} *)$$

$$T[w_] = 1 - k \left(\frac{75}{w^4} + \frac{1125}{16 w^8} - \frac{695}{16 w^{12}} \right);$$

$$X[w_] = 1 - \frac{25 k}{16 w^8} \left(1 + \frac{1}{w^4} \right);$$

$$U[w_] = 1 + k \left(\frac{75}{w^4} + \frac{1175}{16 w^8} - \frac{4585}{16 w^{12}} \right);$$

```
v = 0; k = 0.005;
```

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}};$$

```
NN = 100; Table[P[j], {j, 0, NN, 1}];
```

```
Table[w[j], {j, 0, NN, 1}];
```

```
Table[L $\pi$ T[j], {j, 0, NN, 1}];
```

```
For[j = 0, j < NN, j++,
```

```
  P[j] = j / 10;
```

$$w[j] = \text{FindRoot} \left[\left(w^4 - 1 - \frac{P[j]^2}{X[w] T[w]} \right), \left\{ w, (1 + P[j]^2)^{\frac{1}{4}} \right\} \right];$$

```
  min = w /. w[j];
```

```
  L $\pi$ T[j] =
```

$$\text{NIntegrate} \left[2 P[j] \times \frac{1}{(w^4 - 1) X[w] T[w]} \right.$$

$$\left. \sqrt{\frac{U[w] ((\gamma^2 T[w] - (\gamma^2 - 1) X[w]) w^4 - \gamma^2 T[w])}{(w^4 - 1 - \frac{P[j]^2}{X[w] T[w]})}} \right,$$

```
  {w, min,  $\infty$ }] ;
```

```
]
```

```
data = Table[{P[j], L $\pi$ T[j]}, {j, 0, 100}];
```

```
plot = ListLinePlot[data, PlotRange -> {{0, 10}, {0, 1}}, AxesLabel -> {"P", "L $\pi$ T"},
```

```
  FrameLabel -> True
```

```
  AxesOrigin -> {0, 0}, PlotStyle -> {Dashed, Cyan}, Mesh -> All,
```

```
  MeshStyle -> {Red, PointSize[0.01]}]
```

و مراحل انجام شده برای حالت قبل را نیز دوباره برای این حالت انجام می‌دهیم نتایج کار در شکل-

های (۴-۳)، (۵-۳) و (۶-۳) آمده است.

مراجع

- [۱] بی‌تقصیر فدافن، کاظم، (۱۳۸۷) طرح پژوهشی، "مطالعه خواص پلاسمای کوارک-گلوئون با استفاده از نظریه ریسمان"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [2] E. Caceres, M. Natsuume, and T. Okamura, (2006) " Screening length in plasma winds" **JHEP** **0610**, 011, [arXiv:hep-th/0607233].
- [3] D. Teaney, (2003) "Effect of shear viscosity on spectra, elliptic flow, and Hanbury Brown-Twiss radii," **Phys. Rev. C** **68**, 034913
- [4] T. Hirano and M. Gyulassy, (2006) "Perfect fluidity of the quark gluon plasma core as seen through its dissipative hadronic corona," **Nucl.Phys. A** **769**, 71-94. [arXiv:nucl-th/0506049.]
- [5] G. Policastro, D. Son and A. O. Starinets, (2001) "The shear viscosity of strongly coupled N=4 supersymmetric Yang-Mills plasma," **Phys. Rev. Lett.** **87**, 081601.
- [6] P. Kovtun, D.T. Son and A. O. Starinets, (2005) "Viscosity in strongly interacting quantum field theories from black hole physics," **Phys. Rev.Lett.** **94**, 111601, [arXiv:hep-th/0405231].
- [۷] قدیری س، (۱۳۹۲). پایان نامه ارشد: "محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [8] T. Matsui and H. Satz, (1986). "J/psi Supression by Quark-Gluon Plasma Formation," **Phys. Lett.B** **178**, 416.
- [۹] عظیم‌فردا، (۱۳۹۰). پایان نامه ارشد: "مطالعه پتانسیل کوارک-پادکوارک با استفاده از همسانی AdS/CFT"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [10] F. Karsch, D. Kharzeev and H. Satz, (2006), "Sequential charmonium dissociation," **Phys. Lett. B** **637**, 75-80, [arXiv:hep-ph/0512239].
- [11] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, "Guage/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions," [arXiv:hep-th/1101.0618].

[12] H.Liu, K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, (2007) "An AdS/CFT calculation of screening in a hot wind," **Phys.Rev.Lett.** **98** ,182301 [arXiv:hep-ph/0607062v3].

[13] H. Dorn, T. H. Ngo, (2007) "On the internal space dependence of the static quark-antiquark potential in N=4 SYM plasma wind," **Phys.Lett.** **B654** ,41-45 [arXiv:hep-th/0707.2754v2].

[۱۴] اکبری ر، (۱۳۹۲). پایان نامه ارشد: "مطالعه اثر تصحیحات گرانشی بر خواص ترابری کوارک سنگین با استفاده از AdS/CFT"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[15] H. Liu , K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, (2007) "Wilson loops in heavy ion collisions and their calculation in AdS/CFT," **JHEP** **03** ,066,[arXiv:hep-th/0612168] .

[۱۶] مورای راشپیگل، جان لیو، مترجم فرامرزی.م.ت، (۱۳۹۰) "کتاب جامع فرمول‌ها و جداول ریاضی"، چاپ اول، انتشارات علوم ایران، تهران، ص ۱۴۹.

[17] M. Chernicoffr, J. A. Garcia and A.Guijosa, (2006) "The Energy of a Moving quark- antiquark Pair in an N=4 SYM Plasma," **JHEP** **0609** ,068. arXiv:hep-th/0607089.

[18] S. S. Gubser, C. P. Herzog, I. R. Klebanov and A. A. Tseytlin, (2001) "Restoration of chiral symmetry: A supergravity perspective," **JHEP** **0105** ,028 [arXiv:hep-th/0102172].

[19] S.S Gubser, I. R. Klebanov and A. A Tseytlin, (1998) "coupling constant dependence in the thermodynamics of N=4 supersymmetric Yang-Mills theory" **Nucl. Phys.** **B534** ,202-222 . [arXiv: hep-th/9805156].

Abstract

By collision of heavy ions in RHIC and LHC, strongly coupled plasma called quark gluon plasma (QGP) produced. One can not study this strongly coupled plasma using perturbative methods. Therefore of AdS/CFT correspondence is used to study this plasma.

In this thesis, we use this correspondence and study screening length of a moving meson with velocity of v . Then using the related references the velocity dependence of screening length in two special cases $\theta = \frac{\pi}{2}$ and $\theta = 0$ are studied. The screening length is defined so that for larger distances quark and antiquark separate from each other, i.e., meson melts. It observes that by increasing the velocity the screening length decreases.

As a new problem, we study screening length in the presence of higher derivative corrections. From AdS/CFT correspondence, these corrections are related to the finite λ ('t Hooft coupling) corrections in the boundary theory. Then by considering the corrections the coupling constant decreases and we can study more realistic models. It is shown that the screening length depends on these corrections and at constant velocity by decreasing λ the screening length also decreases.

Key Words: Quark Gluon Plasma, Screening length, Corrections \mathcal{R}^4 , AdS/CFT correspondence.



Shahrood University of Technology

Faculty of physics

Master of Science Thesis

**Study of screening length of quark-
antiquark in the Quark Gluon Plasma from
AdS/CFT**

Mohsen Heidari Soreshjani

Supervisor:

Dr. Kazem Bitaghsir Fadafan

Advisor:

Dr. Mohammad Reza Sarkardei

February – 2014