



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک

گرایش ذرات بنیادی

عنوان

محاسبه شعاع باری پروتون به کمک مدل کیسه‌ای

با برهمکنش کوارک‌ها با پتانسیل رنگ

استاد راهنما

پروفسور علی اکبر رجبی

نگارش

حسن طایر

زمستان ۱۳۸۶

چکیده

برای کامل کردن مدل کیسه‌ای (MIT)، برهمکنش فوق مرکزی برای محاسبه خواص استاتیکی پروتون که شامل کوارک‌های بالا و پایین می‌باشد، به کار برده شده است. ما یک دیدگاه نظری را برای ساختار داخلی پروتون، بصورت برهمکنش فوق مرکزی سه ذره‌ای برای کوارک‌ها ارائه کرده‌ایم، که در این مدل پروتون را بصورت یک کیسه در نظر گرفته‌ایم.

نتایج حاصل را از شکل پتانسیل در فضای ۶ بعدی، که در حقیقت برای فواصل کوتاه و ناشی از اثر بار رنگ می‌باشد و بصورت یک جمله فوق رنگ در نظر گرفته شده، شرح می‌دهیم.

در مدل کیسه‌ای (MIT)، هادرون‌ها را بصورت یک شیء استاتیکی گسترده در فضا که هر کوارک آزادانه در یک چاه متقارن کروی با عمق محدود حرکت می‌کند، در نظر می‌گیرند. ساختار داخلی ذرات وابسته به میدان‌های مختلف گلئون و کوارک می‌باشد. به خاطر این ساده‌سازی، مدل کیسه‌ای (MIT) برای محاسبه خواص هادرون‌های مختلف مناسب است.

اگر چه مدل کیسه‌ای (MIT) نتایجی را که در محدوده قابل قبول است به ما می‌دهد، که این نشان دهنده درستی اجزاء اصلی آن می‌باشد، اما بطور آشکار نواقصی نیز وجود دارد. یکی از این نواقص این می‌باشد که برهمکنش داخلی کوارک‌ها را در نظر نمی‌گیرد.

ما تابع موج نسبیتی برای کوارک‌ها را در یک پتانسیل فوق مرکزی اسکالر- برداری بصورت تحلیلی محاسبه کرده‌ایم. در نهایت مؤلفه عمودی بردار جریان روی سطح کیسه پروتون را که برآورده کننده شرایط تعادل برای محبوسیت کوارک‌ها می‌باشد، صفر در نظر گرفته‌ایم و نتایج حاصل را بصورت خواص استاتیکی ارائه کرده‌ایم.

واژگان کلیدی

برهمکنش فوق مرکزی- پروتون- خواص استاتیکی- کوارک- مدل کیسه‌ای (MIT)

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
آ.....	تقدیر و تشکر.....
ب.....	چکیده.....
ج.....	فهرست مطالب.....
ه.....	فهرست جداول.....
و.....	فهرست شکل‌ها.....
۱.....	مقدمه.....

فصل اول

۳.....	۱-۱- فیزیک ذرات بنیادی.....
۸.....	۲-۱- دوره کلاسیک (۱۸۹۷-۱۹۳۲).....
۱۰.....	۳-۱- فوتون (۱۹۰۰-۱۹۲۴).....
۱۳.....	۴-۱- مزون‌ها (۱۹۳۴-۱۹۴۷).....
۱۵.....	۵-۱- پادذرات (۱۹۳۰-۱۹۵۶).....
۱۷.....	۶-۱- نوترینوها (۱۹۳۰-۱۹۶۲).....
۲۳.....	۷-۱- ذرات شگفت (۱۹۴۷-۱۹۶۰).....
۲۸.....	۸-۱- مدل کوارکی (۱۹۶۴).....
۳۳.....	۹-۱- انقلاب نوامبر و بعد از آن (۱۹۷۴-۱۹۸۳).....

فصل دوم

- ۳۷-۱-۲ معادله دیراک
۴۰-۲-۲ نسبت $\frac{g_A}{g_V}$
۴۱-۳-۲ M.I.T. Bag Model (مدل کیسه‌ای)
۴۱-۱-۳-۲ ساختار هادرونی
۴۸-۲-۳-۲ کوارک‌های آزاد محدود شده در یک کره
۵۱-۳-۳-۲ جرم هادرون‌ها در مدل کیسه‌ای
۵۲-۴-۳-۲ $\frac{g_A}{g_V}$

فصل سوم

- ۵۵-۱-۳ طول عمر و سطح مقطع‌ها
۶۳-۲-۳ الکترودینامیک کوانتومی (QED)
۶۵-۳-۳ قواعد فایمن برای QED
۷۱-۴-۳ کرومودینامیک کوانتومی (QCD)
۷۵-۵-۳ قواعد فایمن برای محاسبه نمودارهای سه سطحی در QCD

فصل چهارم

- ۸۴-۱-۴ مقدمه
۸۵-۲-۴ معرفی پتانسیل رنگ

۳-۴	محاسبه شعاع باری پروتون در سیستم تک ذره‌ای	۸۶
۴-۴	محاسبه شعاع باری پروتون در سیستم سه ذره‌ای	۹۲
۵-۴	نتیجه‌گیری	۹۷
۵-۴	پیشنهادات	۹۸
	مراجع	۹۹

فهرست جداول

عنوان صفحه

فصل اول

جدول (۱-۱) چهارقلمرومکانیک	۴
جدول (۲-۱) خانواده‌ی لپتون‌ها ۱۹۶۲-۱۹۷۶	۲۲
جدول (۳-۱) دهگانه باریونی	۳۰
جدول (۴-۱) نه گانه ی مزونی	۳۰

فصل چهارم

جدول (۱-۴) مقایسه خواص پروتون در این پایان‌نامه	
با مقادیر M.I.T. Bag Model و مقادیر تجربی	۹۷

فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
	فصل اول
۱۲	شکل ۱-۱ پراکندگی کامپتون
27	شکل ۱-۲- هشتگانه‌ی مزونی
27	شکل ۱-۳- هشتگانه‌ی باریونی
۲۷	شکل ۱-۴- دهگانه‌ی باریونی
28	شکل ۱-۵- کوارک‌ها
۲۹	شکل ۱-۶- آنتی کوارک‌ها
۳۵	شکل ۱-۷- ابرچندگانه‌هایی که با چهار کوارک ساخته شده‌اند
	فصل دوم
۴۲	شکل ۲-۱- تصویر کلی از MIT Bag Model
	شکل ۲-۲- رسم مولفه بالایی تابع موج در حالت پایه شعاع کیسه در حدود $x_0 = 2.04$ است
۴۷	شکل ۲-۳- رسم توابع بسط کروی نقطه‌ای
۴۸	که دو تابع برابرند نشان داده شده است

فصل سوم

- شکل ۳-۱- پراکندگی ذره‌ای در چارچوب CM ۶۱
- شکل ۳-۲- طرح اولیه QED ۶۳
- شکل ۳-۳- اتصال دو گره ۶۳
- شکل ۳-۴- پراکندگی باهاها ۶۴
- شکل ۳-۵- پراکندگی الکترون-میوان ۶۷
- شکل ۳-۶- نمودار چرخیده‌ی پراکندگی الکترون-الکترون ۶۷
- شکل ۳-۷- پراکندگی الکترون-پوزیترون ۶۸
- شکل ۳-۸- نمودار دوم پراکندگی الکترون-پوزیترون ۶۹
- شکل ۳-۹- نمودار پراکندگی کامپتون ۷۰
- شکل ۳-۱۰- نمودار دوم پراکندگی کامپتون ۷۰
- شکل ۳-۱۱- طرح اولیه QCD ۷۱
- شکل ۳-۱۲- اتصال گره‌ها ۷۱
- شکل ۳-۱۳- گره‌های ۳ گلوئونی و گره‌های ۴ گلوئونی ۷۲
- شکل ۳-۱۴- برهمکنش کوارک و آنتی کوارک ۷۶
- شکل ۳-۱۵- برهمکنش دو کوارک ۷۹

بشر همیشه در پی پاسخ این پرسش بوده است که جهان از چه چیزی ساخته شده است. از آب، آتش، خاک، هوا و یا چیزهای دیگر مثل عناصر جدول مندلیف و یا ذرات بنیادی تری که هنوز ما آنها را بدرستی نمی‌شناسیم. الکترونها، و یا پروتونها و یا نوترونها، کدامیک از این ذرات جهان پیرامون ما را از آن خود کرده‌اند. پس از آنکه دانشمندان در قرن بیستم و از ابتدای قرن گذشته با پیشنهاد تامسون ساختار مواد را تشریح و تحلیل کردند، مدل‌های متفاوت و کثیری مطرح شد تا اینکه مشخص گردید ذرات تشکیل دهنده‌ی هسته (نوکلئونها) نیز خود یک ذره‌ی بنیادی نیستند، بلکه از ذرات بنیادی‌تر بنام کوارکها ساخته شده‌اند که در واقع این مدل در مدل کوارکی مطرح گردید. در واقع این مدل تنها مدلی است که می‌توان نتایج حاصل از آن را با آنچه که در طبیعت مشاهده می‌شود، مقایسه قابل قبولی انجام داد. این پایان نامه به بررسی مدل کوارکی پرداخته و مطالب زیر را بنابر آنچه در زیر آمده در فصلهای مختلف بررسی نموده است

- در فصل نخست تاریخچه ذرات بنیادی و چگونگی تولید و شناخت آنها بصورت تقدم تاریخی بیان شده است
- در فصل دوم معادله دیراک و چگونگی بدست آوردن این معادله بیان شده است. همچنین ساختار هادرونی و خواص مربوط به آن که توسط M.I.T. Bag Model (مدل کیسه‌ای) پیش بینی می‌شود بیان شده است
- در فصل سوم به سطح مقطع‌ها و دامنه پراکندگی پرداخته‌ایم. همچنین قواعد فایمن برای بدست آوردن آنها در الکترودینامیک کوانتومی (QED) و کرومودینامیک کوانتومی (QCD) بیان شده است.
- در فصل چهارم شعاع باری پروتون را در دو سیستم تک ذره‌ای و سه ذره‌ای محاسبه کرده‌ایم. در این میان همزمان جرم کوارک و شعاع کیسه‌ای که کوارکها در آن محبوس می‌باشند، محاسبه شده و این نتایج با نتایج حاصل از M.I.T. Bag Model (مدل کیسه‌ای) و مقادیر تجربی بصورت یک جدول مقایسه شده است.

چگونگی تولید و شناخت ذرات بنیادی

- فیزیک ذرات بنیادی
- دوره کلاسیک (۱۸۹۷-۱۹۳۲)
- فوتون (۱۹۰۰-۱۹۲۴)
- مزونها (۱۹۳۴-۱۹۴۷)
- پادذرات (۱۹۳۰ - ۱۹۵۶)
- نوترینوها (۱۹۳۰ - ۱۹۶۲)
- ذرات شگفت (۱۹۴۷ - ۱۹۶۰)
- مدل کوارکی (۱۹۶۴)
- انقلاب نوامبر و بعد از آن (۱۹۷۴-۱۹۸۳)

فصل اول

۱-۱- فیزیک ذرات بنیادی

فیزیک ذرات بنیادی به بررسی این پرسش می‌پردازد که ماده از چه ساخته شده است؟ آن هم در بنیادی‌ترین سطح - یعنی کوچکترین مقیاس اندازه گیری. این یک واقعیت شایان توجه است که ماده در سطح زیر اتمی از ذرات بسیار کوچک تشکیل شده که فضاهای خالی بسیار بین آنها واقع شده است. حتی از این شایان توجه تر اینکه این ذرات بسیار کوچک انواع محدودی دارند (الکترون ، پروتون، نوترون، مزون پای، نوترینو، و غیره) که به شمار نجومی تکثیر شده و مواد موجود در جهان را تشکیل می‌دهند. این رونوشت‌ها کاملاً مطابق با اصل هستند نه مشابه اصل، مثل دو خودرو فورد که از یک خط مونتاژ خارج می‌شوند، ولی اصلاً از هم قابل تمییز دادن نیستند. نمی‌توانیم یک شماره شناسایی روی یک الکترون حک کنیم یا لکه ای را بارنگ روی آن بگذاریم. اگر یک الکترون را دیده باشیم، گویی که تمام آنها را دیده ایم این یکسانی مطلق در جهان ماکروسکوپی همانندی ندارد. (در مکانیک کوانتومی، این یکسانی در اصل طرد پاولی انعکاس یافته است)، و این کار فیزیک ذرات بنیادی را بسیار ساده می‌کند. نیازی نیست که نگران الکترون‌های کوچک و الکترون‌های بزرگ یا الکترون‌های نو و الکترون‌های کهنه باشیم - یک الکترون، یک الکترون و یک الکترون است. چه چیزی ساده تر از این؟

برهم کنش این ذرات با یکدیگر چگونه است؟ اگر با دو شیء ماکروسکوپی روبرو می‌شدیم و می‌خواستیم بدانیم که برهم کنش آنها با یکدیگر چگونه است، شاید آنها را از فاصله‌های گوناگون آویزان می‌کردیم و نیروی بین آنها را اندازه‌گیری می‌کردیم. کولن از این راه به قانون دافعه‌ی بار الکتریکی دو گلوله باردار قطبی پی برد و کاوندیش نیروی جاذبه بین دو وزنه سربی را اندازه گرفت، اما نمی‌توان یک پروتون را با انبرک گرفت یا یک الکترون را به سر یک سیم گره زد، چون آنها خیلی کوچکند.

بنابراین، به دلایل عملی، مجبوریم به ابزارهای غیر مستقیم برای فهم برهم کنش بین ذرات بنیادی روی آوریم. تمام داده های آزمایشگاهی ما از سه منبع ناشی می شود:

(۱) آزمایش های پراکندگی: که در آن یک ذره را به سوی ذره های دیگر پرتاب کرده و (برای مثال) انحراف آن را اندازه گیری می کنیم .

(۲) واپاشی: که در آن یک ذره خود به خود واپاشیده شده و می توان بقایای آن را بررسی کرد.

(۳) حالت های مقید: که در آن دوزره یا بیشتر به هم می پیوندند و ویژگی های جسم مرکب بدست آمده را بررسی می کنیم.

روشن است که تشخیص قانون برهم کنش ها از این نوع شواهد غیر مستقیم، کار آسانی نیست. معمول این است که شکلی را برای برهم کنش حدس می زنند و محاسبه های نظری بدست آمده را با داده های آزمایشگاهی مقایسه می کنند. ارائه ی چنین حدسی (مدل) به کمک برخی اصول کلی بویژه نسبت خاص و مکانیک کوانتوم انجام می شود. در جدول زیر ، چهار قلمرو مکانیک نشان داده شده است.

جدول (۱-۱) - چهار قلمرو مکانیک [۳]

→ کاهش اندازه	مکانیک کلاسیک	مکانیک کوانتومی
↓ افزایش سرعت	مکانیک نسبیتی	نظریه ی کوانتومی مید ان

برای ذراتی که اندازه آنها همانند اندازه اتم هاست، مکانیک کلاسیک جای خود را به مکانیک کوانتوم می دهد. سرانجام ، برای اشیایی که هم کوچکند و هم سریع حرکت می کنند، به نظریه ای نیاز داریم که اصول نسبیت و کوانتوم را در بر دارد. یعنی نظریه میدان کوانتومی، ذرات بنیادی طبیعتاً در قلمرو نظریه میدان کوانتومی جای می گیرد. در اینجا لازم است که به تمایز بین یک نوع مکانیک و یک قانون خاص نیرو توجه کنیم. برای مثال قانون جاذبه ی عمومی نیوتون، برهم کنش خاصی (جاذبه) را توصیف می کند، حال آنکه سه قانون نیوتون حرکت یک سیستم مکانیکی (مکانیک کلاسیک) را توصیف می کنند که (در قلمرو درستی خود) تمام برهم کنش ها تشریح می شوند. قانون نیروها به شما می گوید که در مورد کنونی، F چیست

، مکانیک می‌گوید که چگونه F را به کار برید تا حرکت معین شود. پس هدف فیزیک ذرات بنیادی حدس زدن مجموعه‌ای از قانون‌های نیرو است که رفتار ذرات را توصیف می‌کنند.

برای مثال در نسبیت، انرژی و اندازه‌ی حرکت همواره پایسته می‌مانند، ولی جرم (در حال سکون) چنین نیست. از اینرو واپاشی $P \rightarrow \pi + \Delta$ کاملاً قابل پذیرش است اگر چه جرم Δ بیش از مجموع وزن‌های P و π است. این فرآیند در مکانیک کلاسیک نمی‌تواند روی دهد، زیرا در آنجا جرم کاملاً پایسته می‌ماند. از این گذشته بنابر نسبیت، ذرات دارای جرم (سکون) صفر می‌توانند وجود داشته باشند - در مکانیک کلاسیک، چیزی به اسم ذره‌ی بدون جرم وجود ندارد ولی می‌دانیم که فوتون‌ها، نوترینوها و گلئون‌ها بدون جرم هستند.

در مکانیک کوانتومی هر دستگاه فیزیکی با حالت آن $|S\rangle$ مشخص می‌شود (که در فرمول بندی دیراک با $|S\rangle$ و در فرمول بندی شرودینگر با ψ_S نمایش داده می‌شود). هر فرآیند فیزیکی همچون پراکندگی یا واپاشی، شامل گذر از یک حالت به حالتی دیگر است، اما در مکانیک کوانتومی نتیجه به طور منحصر به فرد با شرایط اولیه مشخص نمی‌شود، فقط در حالت کلی می‌توان احتمال بروز یک حالت گذار معین را پیدا کرد. این عدم قطعیت در مشاهده‌ی رفتار ذرات انعکاس می‌یابد. برای نمونه مزون پای (π) باردار معمولاً به یک میوان و یک نوترینو تجزیه می‌شود، ولی گاهی نیز پیش می‌آید که به یک الکترون و یک نوترینو شکافته شود. تفاوتی در مزون‌های اولیه نیست. آنها همه یکسان هستند. فقط طبیعت است که به یکی می‌گوید این گونه رفتار کن و به دیگری می‌گوید طور دیگر.

سرانجام اتحاد نسبیت و مکانیک کوانتوم منافع بیشتری دارد که هیچ یک به تنهایی نمی‌توانستند آن را ارائه دهند. وجود پاد ذرات که اثبات اصل طرد پائولی است (که در مکانیک کوانتوم غیر نسبیتی صرفاً یک فرضیه است) به اصطلاح قضیه TCP. به این نکته باید توجه کرد که اینها ویژگی‌های خود دستگاه مکانیکی هستند نه مدل خاص بکار رفته. تا هنگامی که یک انقلاب زیرورو کننده روی ندهد، آنها قابل لمس نیستند، اما نظریه‌ی میدان کوانتومی با تمام شکوهی که دارد، دشوار و ژرف است، ولی فایمن^۱ صورتی زیبا و قانع کننده از آن ارائه داده که به راحتی یاد گرفته می‌شود.

^۱ Feynman

در چندین سال گذشته نظریه‌ای مطرح شده که تمام برهم کنش‌های شناخته شده‌ی ذرات بنیادین بجز جاذبه را توصیف می‌کند. این نظریه یا دقیق تر بگویم، این مجموعه نظریه‌های مرتبط با هم که شامل الکترو دینامیک کوانتومی، نظریه فرآیندهای الکتروضعیف گلاشو - واینبرگ - سلام و کرومودینامیک کوانتومی است، مدل استاندارد نامیده شده است. هیچ کس مدعی نیست که مدل استاندارد آخرین کلام در این موضوع است، اما دست کم هم اکنون یک دست کامل ورق برای بازی در دست داریم. از سال ۱۹۸۷ تا کنون مدل استاندارد از هر آزمایشی موفق بیرون آمده است از این گذشته یک زیبایی جذب کننده دارد. در مدل استاندارد، تمام برهمکنش‌های اساسی از یک اصل کلی ساده نتیجه می‌شوند یعنی شرط ناوردائی پیمانه‌ای موضعی.

اکنون این سوال پیش می‌آید که ذرات بنیادی را چگونه تولید کنیم. برای الکترون‌ها و پروتون‌ها مشکلی نداریم، اینها اجزای پایدار ماده معمولی هستند. برای تولید الکترون کافی است یک تکه فلز را گرم کنیم، الکترون از آن بیرون خواهد زد. اگر پرتویی از الکترون را بخواهیم، یک صفحه‌ی دارای بار مثبت را نزدیک فلز قرار می‌دهیم تا آنها را جذب کرده و سوراخ کوچکی در آن ایجاد شود، الکترون‌هایی که سوراخ در آن ایجاد می‌کنند، پرتو الکترونی را تشکیل می‌دهند. این تفنگ الکترونی جزء اولیه‌ی لامپ تلویزیون یا اسیلوسکوپ یا شتاب دهنده‌ی الکترون است.

برای بدست آوردن پروتون، هیدروژن را یونیزه می‌کنیم (یعنی الکترون آن را می‌گیریم) در واقع اگر از پروتون‌ها به عنوان هدف استفاده کنیم، لازم نیست نگران الکترون‌ها باشیم. آنها آنقدر سبک هستند که هر ذره پر انرژی که از راه می‌رسد، آنها را از مسیر منحرف می‌کند. از این رو یک مخزن هیدروژن در اصل مخزن پروتون‌هاست. برای ذرات شگفت انگیز تر سه منبع عمده وجود دارد: پرتوهای کیهانی، راکتورهای هسته‌ای و شتاب دهنده‌های ذرات.

پرتوهای کیهانی: ذرات پرانرژی (در اصل پروتون‌ها) که از فضای بیرون جو می‌آیند، همواره زمین را بمباران می‌کنند. منبع این ذرات جزء اسرار است؛ به هر صورت، هنگامی که این ذرات در بالای جو با اتم‌ها برخورد می‌کنند، ذرات ثانویه بسیار تولید می‌کنند (اکثراً هنگامی که به سطح زمین می‌رسند، میوان هستند) که همواره بر سر ما می‌بارند. پرتوهای کیهانی به عنوان منبع ذرات بنیادی دو ویژگی دارند: آزاد هستند و می‌توانند انرژی بسیاری را در خود ذخیره کنند - خیلی بیش از آنچه می‌توان در آزمایشگاه تولید کرد، اما

دو عیب عمده دارند: سرعتی که با آن به یک آشکار ساز با اندازه‌ای معقول برخورد می‌کنند، بسیار کم است و کاملاً کنترل ناپذیر هستند. از این رو آزمایش با پرتوهای کیهانی نیاز به صبر و حوصله و شانس دارد.

راکتورهای هسته‌ای: زمانی که یک هسته رادیواکتیو تجزیه می‌شود، انواع ذرات از آن گسیل می‌شوند. نوترون، نوترینو و آنچه پرتوهای آلفا نامیده می‌شود، پرتوهای بتا و پرتوهای گاما.

شتاب دهنده ذرات: با الکترون‌ها یا پروتون‌ها آغاز کنیم، آنها را شتاب دهیم تا پرنرژی شوند و آنها را به سوی یک هدف روانه کنیم. با قرار دادن ماهرا نه‌ی جذب کننده‌ها و آهنرباها می‌توانیم از ذرات بدست آمده آنچه را می‌خواهیم بررسی و گزینش کنیم. امروزه می‌توان به این ترتیب پرتوهای شدید ثانویه پوزیترون، میوان، پایون، کایون و پاد پروتون تولید کرد و آنها را نیز به سوی هدفی دیگر شلیک کرد. ذرات پایدار الکترون‌ها، پروتون‌ها، پوزیترون‌ها و پاد پروتون‌ها را حتی می‌توان به سوی حلقه‌های ذخیره‌ی غول پیکری فرستاد که با هدایت آهنرباهای قوی، هربار ساعت‌ها با سرعت زیاد گردش داده می‌شوند تا در زمان لازم استخراج شده و به مصرف برسند.

روی هم رفته هر چه ذره‌ای را که می‌خواهیم تولید کنیم سنگین تر باشد، انرژی برخورد باید شدیدتر باشد. به همین خاطر از نظر زمانی، نخست ذرات سبک وزن کشف شده و با گذشت زمان، شتاب دهنده‌ها قوی‌تر شده‌اند و ذرات سنگین تر یافت می‌شوند. امروزه سنگین وزن ترین ذره شناخته شده، Z^0 است که جرم تقریباً ۱۰۰ برابر جرم پروتون است. وقتی دو ذره پر سرعت را بطور سر به سر به هم برخورد می‌دهیم، بر خلاف شلیک یک ذره به سوی یک هدف ثابت، ذره انرژی بسیار زیادی را بدست می‌آورد. از این رو بیشتر آزمایش‌های معاصر شامل برخورد پرتوهای حلقه‌های ذخیره رویاری است. اگر ذرات در مرحله نخست به هم برخورد نکنند، برای بار دوم تلاش می‌کنند. در واقع با الکترون‌ها و پوزیترون‌ها از همین حلقه می‌توان استفاده کرد بطوری که ذرات با بار مثبت در یک جهت و بارهای منفی در جهت دیگر گردش می‌کنند.

دلیل دیگری نیز برای دنبال کردن انرژی‌های بیشتر از سوی فیزیکدانان ذرات وجود دارد. روی هم رفته هرچه انرژی برخورد بیشتر باشد، دو ذره به یکدیگر نزدیکتر خواهند شد. از این رو اگر بخواهید برهم کنش را در دامنه‌ای بسیار کوتاه بررسی کنید به ذرات بسیار پرنرژی نیاز دارید. به زبان مکا نیک کوانتوم، ذره‌ای با اندازه حرکت p دارای طول موج λ است که از فرمول دوبروی $\lambda = h/p$ به دست می‌آید و h ثابت پلانک است. در طول موج‌های بزرگ فقط می‌توان توقع داشت که ساختمان‌های به نسبت بزرگ فروپاشند، برای

بررسی چیزی بسیار کوچک به طول موج‌های نسبتاً کوتاه و در نتیجه اندازه حرکت‌های زیاد نیاز داریم. می‌توانیم این را نشانه‌ای از اصل عدم قطعیت بدانیم. ($\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$) برای کوچک کردن Δp ، Δx باید بزرگ باشد. به هر صورت که به موضوع بنگریم نتیجه گیری یکسان است. برای نفوذ به فاصله‌های کوتاه نیاز به انرژی‌های زیاد داریم.

پس از تولید باید بتوانیم ذرات را ردیابی کنیم. انواع گوناگون آشکارسازهای ذرات بنیادی موجود است. شمارشگر گایگر، اتاقک ابر، اتاقک حباب، اتاقک جرقه، امولسیون‌های عکاسی، شمارشگرهای چرنکوف، چشمک‌زن‌ها، تکثیرکننده‌های نور و غیره. در عمل، یک آشکارساز نوین دارای آرایش کامل این وسایل است و به یک رایانه وصل هستند که ذرات را دنبال کرده و مسیر حرکت آنها را روی یک صفحه تلویزیون نمایش می‌دهد. بیشتر مکانیزم‌های آشکارسازی مبتنی بر این نکته‌اند، هنگامی که ذرات باردار پر انرژی از ماده عبور می‌کنند، اتم‌های بین راه را یونیزه می‌کنند. یون‌ها نیز به عنوان دانه عمل کرده و قطره یا حباب یا جرقه، بسته به مورد، تولید می‌کنند، اما ذرات خنثی، یونش بوجود نمی‌آورند و مسیری بر جای نمی‌گذارند. اتاقک ابر بین قطب‌های یک آهنربای غول پیکر قرار داده می‌شود. در میدان مغناطیسی B ، ذره‌ای با بار q و اندازه حرکت p در دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند که از فرمول مشهور $R = pc/qB$ به دست می‌آید و c سرعت نور است. انحنای مسیر در یک میدان مغناطیسی معلوم معیار بسیار ساده‌ای برای اندازه حرکت ذره است. از این گذشته، از جهت منحنی بی‌درنگ می‌توان علامت بار الکتریکی را تشخیص داد.

۱-۲- دوره کلاسیک (۱۹۳۲-۱۸۹۷)

فیزیک ذرات بنیادی در سال ۱۸۹۷ با کشف الکترون به وسیله‌ی تامسون^۲ متولد شد تامسون می‌دانست که اشعه‌های کاتودی یک رشته ملتهب را می‌توان به وسیله‌ی آهنربا منحرف کرد. این نشان می‌داد که آنها بار الکتریکی دارند و در واقع جهت انحنای نشان دهنده‌ی بار منفی آنها بود. بنابراین به نظر می‌رسد که آنها اشعه نیستند بلکه جریان ذرات هستند. با عبور دادن اشعه از میدان الکتریکی و مغناطیسی متقاطع و تنظیم شدت میدان تا هنگامی که انحراف برآیند صفر شود، تامسون توانست سرعت ذرات و نسبت بار الکتریکی به جرم آنها را مشخص کند. این نسبت خیلی بیشتر از هر یون شناخته شده بود که نشان می‌داد یا بار

^۲ J.J.Thomson

الکتریکی خیلی زیاد بود یا جرم خیلی کوچک. شواهد غیر مستقیم، نظر دوم را تأیید می‌کرد. تامسون، ذرات را جسم ریز و بار الکتریکی آنها را الکترون نامید. سپس خود ذرات را الکترون نامیدند.

تامسون گفته بود که این الکترون‌ها اجزای اصلی تشکیل دهنده‌ی اتم هستند، اما چون روی هم رفته اتم‌ها خنثی و سنگین تر از الکترون‌ها هستند، بی‌درنگ این مسئله پیش می‌آید که بار مثبت تعدیل کننده از کجا می‌آید و نیز جرم سنگین اتم‌ها از کجاست. خود تامسون گمان می‌کرد که الکترون‌ها در یک خمیر سنگین و با بار مثبت معلق هستند، اما مدل تامسون با آزمایش پراکندگی مشهور رادرفورد^۳ که ثابت می‌کرد بار مثبت و بیشتر جرم اتم در هسته، که در مرکز اتم قرار دارد، متمرکز است، اعتبار خود را از دست داد. رادرفورد این را با شلیک پرتویی از ذرات آلفا (اتم هلیوم یونیزه) به ورقه نازکی (فویل) از طلا ثابت کرد. اگر طلا اتم‌هایی داشت که از کره‌های منتشر شده تشکیل شده بود آنگونه که تامسون می‌گفت تمام ذرات α باید کمی منحرف می‌شدند، ولی هیچ کدام خیلی منحرف نشده بودند. مانند هنگامی که گلوله‌ای از یک کیسه خاک اره عبور می‌کند آنچه در عمل روی داده بود، این بود که بیشتر ذرات α بدون انحراف از ورقه طلا عبور کرده بودند فقط چند تایی از آنها با زاویه‌های بزرگ منحرف شده بودند. نتیجه‌گیری رادرفورد این بود که ذرات α با چیزی خیلی کوچک، خیلی سخت و خیلی سنگین برخورد کرده‌اند. روشن بود که بار و تقریباً تمامی جرم اتم، در مرکز اتم قرار دارد و حجم بسیار کوچکی از اتم را اشغال کرده است.

هسته سبکترین اتم (هیدروژن) را پروتون نامگذاری کردند. در سال ۱۹۱۴ نیلز بور مدلی را برای هیدروژن پیشنهاد کرد که از یک الکترون تشکیل شده بود و دور پروتون گردش می‌کرد. مانند سیاره‌ای که دور خورشید می‌گردد و با جاذبه‌ی ذرات باردار مخالف مدار ننگه داشته شده است. با استفاده از یک شکل ابتدایی نظریه‌ی کوانتوم، بور توانست طیف هیدروژن را محاسبه کند و توافق آن با آزمایش جالب بود. پس طبیعی بود فرض شود که هسته‌ی اتم‌های سنگین‌تر از دو یا چند پروتون در کنار یکدیگر تشکیل شده است که به همان تعداد، الکترون در مدار دورشان می‌گردد. متأسفانه اتم سنگین‌تر بعدی (هلیوم) اگرچه دو الکترون دارد، ولی وزن آن چهار برابر وزن هیدروژن است و لیتیم هفت برابر آن وزن دارد و غیره. این معما سرانجام در سال ۱۹۳۲ با کشف نوترون به وسیله چادویک^۴ حل شد، ذره‌ای که مانند پروتون است، اما بدون بار الکتریکی می‌باشد. دیده شده که هسته‌ی هلیوم، افزون بر دو پروتون، دو نوع نوترون نیز دارد. لیتیم چهار

۳ Rutherford

۴ Chadwick

نوترون دارد و در حالت کلی در هسته های پایدارتر تعداد نوترون ها با تعداد پروتون ها مساوی یا بیشتر است.

کشف نوترون پایان دوره ای بود که به آن فیزیک ذرات بنیادی کلاسیک گفته می شود پیش از آن، فیزیک اینقدر ساده و قانع کننده به این پرسش پاسخ نداده بود که ماده از چه ساخته شده است . در سال ۱۹۳۲ ماده تماماً از پروتون ها، نوترون ها و الکترون ها ساخته شده بود، اما زمینه ایده هایی که در دوره میانی (۱۹۶۰-۱۹۳۰) در فیزیک ذرات بنیادی مطرح می شد، چیده شده بود: مزون یوکاوا^۵، پوزیترون دیراک^۶ و نوترینوی پائولی^۷، فوتون.

۱-۳- فوتون (۱۹۲۴-۱۹۰۰)

از برخی جهات فوتون ذره ای بسیار نوین است و وجوه مشترک بیشتری با W و Z دارد (که در سال ۱۹۳۸ تازه کشف شدند) تا آن سه ذره کلاسیک معلوم. بعلاوه گفتن اینکه چه هنگام و بوسیله ی چه کسی فوتون کشف شد، دشوار است اگرچه مراحل اساسی آن مشخص است پلانک^۸ در سال ۱۹۰۰ نخستین گام را در کشف آن برداشت. او می خواست دلیل به اصطلاح طیف جسم سیاه برای امواج الکترومغناطیسی که از یک جسم داغ منتشر می شوند را توضیح دهد. مکانیک آماری که در تبیین سایر فرآیندهای حرارتی بسیار موفق بود، هنگامی که درباره ی میدان الکترومغناطیسی بکار می رفت، نتایج چندان محسوسی به بار نمی آورد. بویژه به فاجعه ماوراء بنفش منجر شد که پیش بینی می کرد توان کل تشعشع یافته، بی نهایت است. پلانک متوجه شد که اگر فرض شود تابش الکترومغناطیسی کوپادده است و با بسته های کوچک انرژی انجام می شود، می توان از این فاجعه گریخت.

$$E = h\nu \quad (1-1)$$

۵ Yukawa

۶ Dirac

۷ Pauli

۸ Planck

که ν فرکانس تابش و h یک ثابت است که پلانک آن را مطابق با داده ها، تعدیل کرده بود. امروزه مقداری که برای ثابت پلانک می‌شناسیم، عبارت است از:

$$h = 6.62 \times 10^{-27} \text{ (erg.s)} \quad (2-1)$$

پلانک ادعا نمی‌کرد که می‌داند چرا تابش، کوپادده است، وی گمان می‌کرد که علت آن نوع تابش می‌باشد. بنا به دلایلی، سطح داغ فقط نور را به صورت بسته های کوچک منتشر می‌کند. انیشتین^۹ در سال ۱۹۰۵ نظری بنیادی تر داشت. او ایده پلانک و فرمول او را در مورد پدیده فتوالکتریک به کار برد، هنگامی که اشعه ی الکترومغناطیسی به سطح یک فلز برخورد می‌کند، الکترون‌ها از آن خارج می‌شوند. انیشتین گفته بود که کوانتوم نور تابیده به یک الکترون در فلز برخورد می‌کند و انرژی را آزاد می‌کند و الکترون برانگیخته از سطح فلز خارج شده و انرژی W (که آنرا تابع کار فلز نامند - ثابتی است که بستگی به فلز دارد) را از دست می‌دهد. پس الکترون با انرژی

$$E \leq h\nu - w \quad (3-1)$$

خارج می‌شود. (ممکن است مقداری انرژی قبل از رسیدن به سطح از دست دهد و به همین علت علامت \leq به کار رفته است) .

به دست آوردن فرمول انیشتین (۳-۱) کار آسانی است، ولی نتایج بسیار دارد: بیشترین انرژی الکترون مستقل از شدت نور بود و فقط بستگی به رنگ (فرکانس) آن دارد. به طور حتم اشعه‌های شدیدتر، الکترون‌های بیشتری از سطح فلز جدا می‌کند، ولی انرژی آنها یکی است.

بر خلاف نظریه ی پلانک، نظریه ی انیشتین با استقبال روبرو نشد و در ۲۰ سال بعدی او یک تنه از کوانتوم نور دفاع می‌کرد انیشتین با گفتن اینکه اشعه الکترومغناطیسی در ماهیت کوانتومی است و بدون توجه به اینکه مکانیزم انتشار آن چگونه است، برای همیشه به زنده کردن نظریه ی ذره‌ای نور که کسی به آن توجهی نداشت، نزدیک شده بود. البته نیوتون این مدل ذره‌ای را ارائه کرده بود ولی یک دستاورد عمده فیزیک سده ی نوزدهم، رد ایده ی نیوتون و تثبیت نظریه ی موجی نور بود.

^۹ Einstein

هیچکس درباره‌ی آن نظریه تردید نمی‌کرد، حتی با اینکه آزمایش‌ها نظر انیشتین را تایید می‌کرد. در سال ۱۹۱۶ میلکان^{۱۰} بررسی مفصل پدیده فتوالکتریک را به پایان برد و گزارش کرد که در هر مورد معادله فتوالکتریک انیشتین به طور دقیق نتایج مشاهده شده را پیش بینی می‌کند، اما نظریه نیمه ذره‌ای که انیشتین با آن به نتیجه رسیده، امروزه کاملاً غیر قابل پذیرش به نظر می‌رسد.

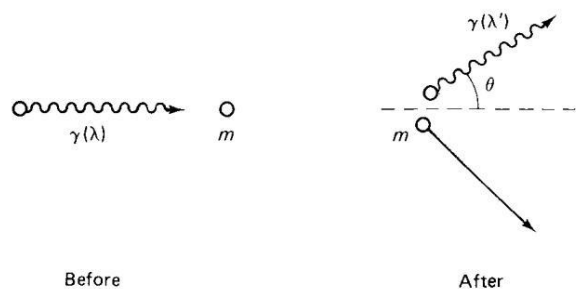
سرانجام آزمایش کامپتون^{۱۱} در سال ۱۹۲۳ گره‌گشا شد. کامپتون متوجه شد که پراکندگی به وسیله‌ی یک ذره‌ی در حال سکون، طبق معادله زیر طول موج را عوض می‌کند.

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c(1 - \cos\theta) \quad (۴-۱)$$

که λ طول موج نور تابیده، λ' طول موج پراکنده شده، θ زاویه پراکندگی است و

$$\lambda_c = h/mc \quad (۵-۱)$$

طول موج کامپتون ذره هدف به جرم m است. این دقیقاً همان فرمولی است که اگر نور را بعنوان ذره‌ای با جرم در حال سکون صفر و انرژی برابر با مقدار داده شده توسط معادله پلانک و با بکارگیری بقای نسبیتی انرژی و تکانه در یک برخورد کشسان معمولی در نظر می‌گرفتیم حاصل می‌گردید (شکل ۱-۱).



شکل ۱-۱ پراکندگی کامپتون [۳]

این یک مدرک تجربی و غیر قابل انکار مبنی بر رفتار ذره‌ای نور در مقیاس اتمی بود. نام این ذره را فوتون نامیدیم. (این نام توسط شیمی دانی به نام گیلبرت لوئیز^{۱۲} در سال ۱۹۲۶ پیشنهاد شد). فوتون را با علامت

۱۰ Millikan

۱۱ A.H.Compton

۱۲ Gilbert Lewis

γ (اشعه گاما) نشان می‌دهند. اگرچه فوتون در ابتدا با عدم استقبال فیزیک دانان روبرو شد، ولی سرانجام جایگاه طبیعی خود را در نظریه‌ی میدان کوانتوم پیدا کرد و چشم انداز تازه‌ای برای برهمکنش‌های الکترومغناطیسی ارائه کرد. در الکترودینامیک کلاسیک، دافعه‌ی الکتریکی مثلاً دو الکترون را به میدان الکتریکی پیرامون آنها نسبت می‌دهیم. هر الکترون در ایجاد میدان سهیم است و هر یک به آن پاسخ می‌دهد، اما در نظریه‌ی کوانتومی میدان، میدان الکتریکی کوپاده است (به شکل فوتون‌ها) و می‌توان برهمکنش را شامل جریانی از فوتون‌ها دانست که بین دو بار الکتریکی تردد می‌کنند، هر الکترون همواره آنها را منتشر و جذب می‌کند و همین مطلب در مورد هر نیروی غیر تماسی درست است. در فیزیک کلاسیک، در رابطه با تأثیر از فاصله‌ی دور سخن می‌گوییم که با واسطه‌ی میدان صورت می‌گیرد و حالا از مبادله‌ی ذرات به عنوان واسطه سخن می‌گوییم. در الکترودینامیک، واسطه فوتون است. در جاذبه گراویتون نامیده می‌شود.

هنگامی که می‌گوییم، واسطه هر نیرو مبادله ذرات است، فقط به یک پدیده سینماتیک اشاره نکرده‌ایم. دواسکیت باز روی یخ که گلوله‌های برف را به عقب و جلو پرتاب می‌کنند، از هم جدا می‌شوند. به این ترتیب که یکدیگر را با مبادله‌ی گلوله‌های یخ دفع می‌کنند، اما در اینجا چیز دیگری روی می‌دهد. زیرا این تعبیر در مورد نیروی جاذبه صدق نمی‌کند در اینجا بهتر است ذرات واسطه را به عنوان پیغام‌بر فرض کنیم.

نکته اینجاست که در حالت مقید، شمار زیادی از فوتون‌ها همواره عقب و جلو می‌روند و الکترومغناطیس کلاسیک تا حدودی تبیین کننده موضوع است، اما در بیشتر فرآیندهای ذرات بنیادی، همچون پدیده‌ی فتوالکتریک یا پراکندگی کامپتون، فوتونهای انفرادی دخالت دارند و دیگر نمی‌شود از کوانتش چشم پوشی کرد.

۱-۴- مزون‌ها (۱۹۴۷-۱۹۳۴)

در اینجا یک سؤال پیش می‌آید که مدل کلاسیک اصلاً به آن نپرداخته است، چه چیزی اجزای هسته را کنار هم نگه می‌دارد؟ چون پروتون‌های با بار مثبت باید همدیگر را به شدت دفع کنند، ولی کنار هم و فشرده، چیده شده‌اند. روشن است که نیروی دیگری باید وجود داشته باشد که قوی تر از نیروی دافعه‌ی الکتریکی است و پروتون‌ها و (نوترون‌ها) را کنار هم نگه می‌دارد. فیزیک دانان آن دوره، آن را نیروی قوی

نامیده بودند، اما اگر چنین نیروی قوی در طبیعت موجود است، چرا آنرا در زندگی روزمره حس نمی‌کنیم؟ نکته اینجاست که تقریباً هر نیرویی که ما مستقیماً تجربه می‌کنیم از انقباض یک ماهیچه گرفته تا انفجار یک دینامیت منشأ الکترومغناطیسی دارد. تنها استثنا بیرون از راکتور هسته‌ای یا بمب اتمی، جاذبه است. پاسخ این است که آن نیرو اگرچه قوی است، ولی برد آن کوتاه است. (برد نیرو شبیه طول بازوی یک مشت زن است که خارج از آن تأثیر مشت‌ها صفر می‌شود. نیروهای الکترومغناطیسی و جاذبه دارای برد بی‌نهایت هستند ولی برد نیروی هسته‌ای به اندازه خود هسته است).

یوکاوا در سال ۱۹۳۴ نخستین نظریه‌ی شایان توجه نیروی قوی را ارائه کرد. یوکاوا فرض کرده بود که پروتون و نوترون به وسیله‌ی نوعی میدان به یکدیگر جذب می‌شوند، درست به همان ترتیب که الکترون به وسیله‌ی میدان الکتریکی پروتون و ماه بوسیله‌ی میدان جاذبه زمین جذب می‌شود، این میدان باید کوبادده شود و یوکاوا پرسیده بود که خواص کوانتوم آن چیست؟ ذره‌ای که تبادل آن، ویژگی‌های شناخته شده‌ی نیروی قوی را پدید آورد؟ برای نمونه، برد کوتاه نیرو نشان می‌داد که واسطه، خیلی سنگین است، یوکاوا محاسبه کرده بود که جرم آن نزدیک به ۳۰۰ برابر الکترون یا حدود یک ششم جرم پروتون است. چون این ذره بین الکترون و پروتون واقع می‌شد، آن را مزون (یعنی ذره میانه) نامیدند. اکنون یوکاوا می‌دانست که چنین ذره‌ای در آزمایشگاه مشاهده نشده و بنابراین فرض کرده بود که نظریه‌اش نادرست است، اما در آن زمان شماری از پژوهش‌های برنامه ریزی شده درباره‌ی پرتوهای کیهانی در دست انجام بود و در سال ۱۹۳۷ دو گروه جداگانه ذراتی را یافتند که با توصیف یوکاوا جور در می‌آمدند. در واقع پرتوهای کیهانی که در هر ثانیه، زمین را بمباران می‌کنند، در درجه‌ی نخست از این نوع ذره‌های با وزن میانه تشکیل شده‌اند.

برای مدتی به نظر می‌رسید که همه چیز بروفق مراد است، اما با انجام پژوهش‌های مفصل‌تر درباره‌ی ذرات اشعه کیهانی تفاوت‌های شگفت‌آوری بروز کرد. عمر آنها آنگونه که گفته شده بود، نبود و در ظاهر خیلی سبک‌تر از آن بودند که یوکاوا پیش بینی کرده بود. از این بدتر، اندازه گیری‌های گوناگون جرم با یکدیگر سازگاری نداشتند. در سال ۱۹۴۶ آزمایش‌های تعیین کننده‌ای دررم انجام شد که نشان می‌داد ذرات پرتوهای کیهانی برهم کنش ضعیفی با هسته اتم دارند. اگر این ذرات در واقع همان مزون یوکاوا بودند، یعنی فرستنده‌ی نیروی قوی برهمکنش باید چشمگیر می‌بود. سرانجام این معما در سال ۱۹۴۷، هنگامی که

پاول^{۱۳} و دوستانش در بریستول^{۱۴} ثابت کردند که در واقع دو نوع ذره میان وزن در پرتوهای کیهانی وجود دارد که به آنها π (پایون) و μ (میون) گفتند، حل شد. (مارشاک^{۱۵} نیز به طور همزمان بر مبنای مطالعات تئوری به همین نتیجه رسیده بود.) مزون یوکاوا همان π است که در جو زمین به مقدار زیاد تولید می‌شود، ولی به طور معمول مدتها پیش از رسیدن به زمین تجزیه می‌شود. گروه پاول امولسیون‌های عکاسی خود از قله کوهها را ظاهر کردند. یکی از فرآورده‌های واپاشی μ می‌باشد که سبکتر است و بیشتر میون‌ها را در سطح دریا مشاهده می‌کنیم. بنابراین، در جستجوی مزون یوکاوا، میون صرفاً یک علامت بین راه بود و هیچ ربطی به برهم کنش‌های قوی نداشت. در واقع از نظر رفتاری خیلی شبیه الکترون اما سنگین‌تر از آن است و بهتر است آن را جزء خانواده لپتون‌ها بدانیم.

۱-۵- پادذرات (۱۹۵۶ - ۱۹۳۰)

مکانیک کوانتوم غیر نسبیتی در دوره‌ای کوتاه ۱۹۲۶ - ۱۹۲۳ تکمیل شد، ولی وجه نسبیتی آن با مشکلات بدتری روبرو بود. نخستین دستاورد کشف معادله‌ای این بود که دیراک در سال ۱۹۲۷ به دست آورد. معادله‌ی دیراک برای توصیف الکترون‌های آزاد ارائه شده بود که انرژی آنها از فرمول $E^2 - P^2c^2 = m^2c^4$ به دست می‌آید، اما یک ویژگی دردسرزا داشت: به ازای هر جواب مثبت انرژی $(E = \sqrt{P^2c^2 + m^2c^4})$ یک جواب منفی انرژی هم داشت $(E = -\sqrt{P^2c^2 + m^2c^4})$ معنای این سخن آن بود که با توجه به میل طبیعی هر سیستمی که به سمت انرژی‌های پایین‌تر است ولی الکترون باید بسوی انرژی‌های منفی حرکت کند و مقدار انرژی ساطع شده در فرآیند بینهایت باشد. دیراک، برای نجات از این تنگنا، فرض کرده بود که ترازهای انرژی منفی فعلی با یک دریای بی‌نهایت از الکترون‌ها پر شده‌اند. از این رو یک حفره در دریا همچون یک ذره معمولی با انرژی مثبت و بار مثبت عمل می‌کرد. همانند جرم خود الکترون است - ۲۰۰۰ برابر سبک‌تر از پروتون. چنین ذره‌ای در آن زمان شناخته شده نبود و به نظر می‌رسید نظریه دیراک با مشکل روبرو شده است. اما در اواخر سال ۱۹۳۱ با کشف پوزیترون که برادر دوقلوی الکترون اما با بار مثبت است، به وسیله‌ی آندرسن همان چیزی که دیراک می‌خواست پیدا شد.

۱۳ Powell

۱۴ Bristol

۱۵ Marshak

هنوز بسیاری از فیزیک دانان مخالف این برداشت بودند که ما در دریای بی پایان از الکترون‌های نامرئی زندگی می‌کنیم و در دهه‌ی چهل میلادی، استوکلبگ^{۱۶} و فاینمن تفسیری بسیار ساده‌تر و متقاعد کننده‌تر از ترازهای انرژی منفی ارائه کردند. در فرمول فاینمن - استوکلبگ، جواب‌های منفی انرژی را به صورت ترازهای انرژی مثبت ذره‌ای دیگر (پوزیترون) بیان می‌کنند. الکترون و پوزیترون هر دو وجود دارند و دیگر نیازی به دریای الکترون یا حفره‌های اسرار آمیز آن وجود ندارد. برای هر نوع ذره، باید یک پاد ذره نیز وجود داشته باشد که همان جرم ذره، ولی بارالکتریکی مخالف دارد. پس پوزیترون، پاد الکترون است. پاد پروتون نخستین بار در سال ۱۹۵۵ در آزمایشگاه برکلی مشاهده شد و پاد نوترون (با بار خنثی) سال بعد در همان جا کشف شد.

برخی از ذرات خنثی پاد ذره خود نیز هستند، مثل فوتون. ممکن است بپرسید که نوترون و پاد نوترون از نظر فیزیکی چه تفاوتی با هم دارند زیرا هر دو بدون بار الکتریکی هستند. پاسخ این است که نوترون‌ها افزون بر بار الکتریکی، اعداد کوانتومی دیگری نیز دارند (به ویژه عدد باریونی)، که پاد ذره‌ی آنها علامت مخالف دارد.

یک اصل کلی در فیزیک ذرات بنیادی که نام آن، تقارن متقاطع است. فرض کنید که واکنش زیر



به طور حتم روی می‌دهد. هر یک از این ذرات را می‌توان به پاد ذره خود تبدیل کرده و به آن طرف معادله برد و برهمکنش بدست آمده نیز برای نمونه مجاز است:



از این گذشته واکنش عکس نیز روی می‌دهد.

می‌توان آنها را از اصل تساوی جزء به جزء بدست آورد نه از اصل تقارن متقاطع و آنها شکل‌های گوناگون یک فرآیند اساسی هستند، اما بقای انرژی ممکن است واکنشی را که مجاز است، رد کند. برای نمونه اگر وزن A کمتر از مجموع وزن‌های B، C و D باشند، واپاشی $A \rightarrow \bar{B} + C + D$ نمی‌تواند روی دهد. به همین ترتیب، اگر

A و C سبک بوده و D و B سنگین باشند، واکنش روی نمی‌دهد مگر اینکه انرژی جنبشی اولیه بیش از یک مقدار آستانه‌ی معین باشد. از این رو واکنش متقاطع ممکن است از نظر دینامیکی مجاز باشد، ولی از نظر سینماتیکی مجاز نباشد. قدرت و زیبایی تقارن متقاطع اغراق آمیز نیست، برای مثال به ما می‌گوید که پراکندگی کامپتون در واقع همان فرایند نابودی جفت است. گرچه در آزمایشگاه پدیده‌های کاملاً متفاوتی هستند.

$$\gamma + e \rightarrow \gamma + e \quad (8-1)$$

پس از اتحاد نسبیت خاص و مکانیک کوانتوم، تقارن زیبای ماده - پادماده به دست می‌آید، اما این نیز پرسش دیگری را مطرح می‌کند که خواب ما را پریشان می‌کند: چگونه است که جهان ما به جای پاد پروتون‌ها، پاد نوترون‌ها و پوزیترون‌ها، با پروتون، نوترون و الکترون پر شده است؟ ماده و پادماده نمی‌توانند برای مدت طولانی با هم وجود داشته باشند، زیرا اگر ذره‌ای با پاد ذره‌ی خود روبرو شود نابود خواهد شد. از این رو شاید این یک رخداد تاریخی بود که در این گوشه از جهان مقدار ماده‌ی موجود از مقدار پادماده‌ی موجود بیشتر بوده و پس از نابودی ماده و پادماده، مقدار کمی باقی مانده که دنیای کنونی ما را تشکیل می‌دهد. اگر چنین است باید جاهای دیگر از جهان باشد که در آنها پادماده بیشتر یافت می‌شود. متأسفانه شواهد نجومی نشان می‌دهد که کل جهان قابل مشاهده از ماده معمولی ساخته شده است.

۱-۶- نوترینوها (۱۹۶۲ - ۱۹۳۰)

درواپاشی β ، هسته‌ی رادیواکتیو A به هسته کمی سبک تر B تبدیل شده و یک الکترون گسیل می‌کند.

$$A \rightarrow B + \beta^- + \bar{\nu}_e \quad (9-1)$$

بنابر قانون بقای بار، B باید یک واحد بار بیشتر از A داشته باشد. از این رو هسته (B) در جدول تناوبی یک خانه جلوتر است. مثال از واپاشی بتا زیاد است، پتاسیم به کلسیم (${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + \beta^- + \bar{\nu}$)، مس به روی (${}^{64}_{29}Cu \rightarrow {}^{64}_{30}Zn + \beta^- + \bar{\nu}$) و تریتیوم به هلیم تبدیل می‌شود (${}^3_1H \rightarrow {}^3_2He + \beta^- + \bar{\nu}$) و غیره. یک ویژگی واپاشی دو تایی از نوع (۹-۱) این است که انرژی‌های آزاد شده از نظر سینماتیکی در چار چوب مرکز جرم

تعیین می‌شوند. به طور مشخص اگر هسته (مادر) (A) در حال سکون باشد، به گونه‌ای که B و e با اندازه حرکت‌های مساوی و مخالف پشت هم قرار گیرند، بقای انرژی می‌گوید که انرژی الکترون عبارت است از:

$$E = \left(\frac{m_A^2 - m_B^2 + m_C^2}{2m_A} \right) c^2 \quad (10-1)$$

توجه کنید که با مشخص شدن سه جرم، E نیز مشخص می‌شود، اما هنگامی که آزمایش انجام می‌گیرد، مشاهده می‌شود که الکترون‌های منتشر شده از نظر انرژی تفاوت شایان توجه باهم دارند. معادله (10-1) فقط بیشینه‌ی انرژی الکترون را برای یک فرآیند واپاشی بتا مشخص می‌کند.

این نتیجه دردسر ساز بود، نیلز بور^{۱۷} از جمله کسانی بود که خواهان کنار نهادن قانون بقای انرژی بود. خوشبختانه پائولی نظری بهتر داشت و می‌گفت افزون بر الکترون، ذره‌ای دیگر نیز آزاد می‌شود که انرژی گمشده را حمل می‌کند. این ذره باید از نظر الکتریکی خنثی می‌بود تا بار الکتریکی پایسته بماند. پائولی پیشنهاد کرد که آن را نوترون بنامیم. این ایده با قدری شک و تردید روبرو شد و در سال ۱۹۳۲ چادویک دوباره این اسم را کنار نهاد. اما در سال بعد، فرمی نظریه‌ای از واپاشی بتا ارائه کرد که در بردارنده‌ی ذره پائولی بود و ثابت کرد که توصیه‌های پائولی را باید جدی گرفت. با توجه به اینکه انرژی‌های مشاهده شده‌ی الکترون تا مقدار ارائه شده در معادله (10-1) می‌رسند، ذره نوین باید بسیار کوچک باشد: تا آنجا که می‌دانیم، تقریباً جرم آن صفر است. فرمی آن را نوترینو نامید. به زبان نوین فرآیند اساسی واپاشی بتا عبارت است از:



در تصاویر منتشر شده‌ی پایون در حال تجزیه، راستای میدان نسبت به راستای پایون اولیه، نزدیک به ۹۰ درجه بود. باید ذره‌ای دیگر در واپاشی پایون تولید شده باشد، ذره‌ای که هیچ ردی در امولسیون باقی نگذاشته و بنابراین باید از نظر الکتریکی خنثی باشد، طبیعی است که فرض شود این ذره نیز نوترینوی پائولی است:



گروه پاول پنج ماه پس از انتشار مقاله نخست خود، تصویری جالب‌تر را منتشر کرد که در آن واپاشی بعدی میوان نیز قابل مشاهده است. در آن هنگام، از بررسی واپاشی میوان سال‌ها می‌گذشت و ثابت شده بود که

^{۱۷} Niels Bohr

ذره باردار دوم الکترون است. از شکل پیدا بود که یک فرآورده‌ی خنثی دیگر وجود دارد و می‌توان حدس زد که آن نیز یک نوترینو است، اما این بار دو نوترینو داریم:

$$\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu} \quad (13-1)$$

چگونه می‌فهمیم که دو نوترینو وجود دارد؟ مانند پیش: آزمایش را بارها تکرار کرده و هر بار انرژی الکترون را اندازه می‌گیریم. اگر هر بار نتیجه یکسان باشد، می‌فهمیم که در حالت نهایی، فقط دو ذره وجود دارد، اما اگر فرق داشت دست کم باید سه ذره وجود داشته باشد. در سال ۱۹۴۹ روشن بود که انرژی الکترون در واپاشی میوان ثابت نیست و گسیل دو نوترینو را به عنوان دلیل آن پذیرفته بودند. اما در واپاشی پایون انرژی میوان، با در نظر گرفتن خطاهای آزمایش، کاملاً ثابت است و ثابت می‌کند که این یک واپاشی دو ذره‌ای اصیل است. تا سال ۱۹۵۰ شواهد نظری متقاعد کننده‌ای برای وجود نوترینو موجود بود اما هنوز توجیه مستقیم آزمایشگاهی برای آن ارائه نشده بود. به نظر می‌رسد که این ذره برای حفظ اصول بقاء بطور اضطراری ساخته شده باشد. آیا به راستی چنین ذره‌ای وجود داشت؟ هیچ ردیابی از خود به جای نمی‌گذاشت، واپاشی نمی‌نمود، هیچ کس هیچ اثری از آنرا ندیده بود. دلیل آن این است که نوترینو برهم کنش بسیار ضعیفی با ماده دارد بطوری که یک نوترینوی معمولی می‌تواند در هزاران سال نوری بدون برهمکنش از سرب نفوذ نماید. بنابراین منبعی با چگالی بسیار بالا لازم است تا یکی از آنها را بتوان دید. در اواسط دهه ۵۰ میلادی آزمایش‌های تعیین کننده در راکتور ساوانا ریور^{۱۸} در کارولینای جنوبی توسط کوان^{۱۹} و راینز^{۲۰} انجام شد. در این آزمایش‌ها مخزن بزرگی از آب تهیه شد و واکنش واپاشی بتای معکوس مورد مشاهده واقع شد.

$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+ \quad (14-1)$$

آشکار ساز آزمایشگاه، شار پادنوترینو 5×10^{13} ذره در سپاد متر مربع در ثانیه محاسبه شده بود، ولی به طور حتم در این شدت خیالی، انتظار دو یا سه رویداد در ساعت می‌رفت. نتایج این آزمایش تأیید قطعی وجود نوترینو بود.

همانگونه که پیشتر اشاره کردیم، ذره‌ای که در واپاشی بتای معمولی تولید می‌شود، در عمل یک پاد نوترینو است نه نوترینو. البته چون از نظر الکتریکی خنثی هستند، ممکن است بپرسید که آیا تفاوتی بین نوترینو و

۱۸ Savannah River

۱۹ Cowan

۲۰ Reines

پاد نوترینو است؟ پایون خنثی همانگونه که خواهیم دید پاد ذره خودش است، فوتون نیز همین گونه است. از سوی دیگر پاد نوترون به طور قطع با نوترون یکی نیست، و آیا نوترینو با پاد نوترینو یکی است، و اگر نیست چگونه از هم تمیز داده می‌شوند؟ در اواخر دهه‌ی ۵۰ میلادی دیویس^{۲۱} و هارمر^{۲۲} این پرسش را به آزمایش گذاشتند. باتوجه به نتایج مثبت کووان و راینز می‌دانیم که واکنش متقاطع

$$\nu + n \rightarrow p + e \quad (15-1)$$

تقریباً با همان سرعت باید روی دهد. دیویس به دنبال واکنش مشابهی با استفاده از پاد نوترینوها بود:

$$\bar{\nu} + n \rightarrow p + e \quad (16-1)$$

ولی مشاهده کرد که این واکنش روی نمی‌دهد و بنابراین ثابت کرد که نوترینو و پاد نوترینو از هم متمایز هستند.

نتیجه‌ای که دیویس گرفته بود، دور از انتظار نبود. در سال ۱۹۵۳ میلادی کونوپینسکی^{۲۳} و محمود^{۲۴} قاعده‌ی ساده زیبایی را برای تعیین اینکه کدام واکنش‌ها انجام می‌شود و کدام انجام پذیر نیست یافته بودند. آنها یک عدد لپتون^(+۱) به الکترون، میوان و نوترینو و ^(-۱) به پوزیترون، میوان مثبت و پاد نوترینو نسبت داده بودند (سایر ذرات نیز دارای عدد لپتون صفر فرض شده بودند) آنها سپس قانون بقای عدد لپتون را ارائه کردند. در هر فرآیند فیزیکی، مجموع اعداد لپتون‌ها پیش از فرآیند و بعد از آن باید مساوی باشد. از اینرو واکنش کووان - راینز (۱۴-۱) مجاز است ($L = -1$ پیش از واکنش و پس از آن)، ولی واکنش دیویس (۱-۱۶) ممنوع است. در سمت چپ ($L = -1$) را داریم و در سمت راست. ($L = +1$) به خاطر بقای عدد لپتون، واپاشی لپتون‌های باردار در عمل باید به صورت زیر نوشته شود.

$$\begin{aligned} \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu} \\ \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu \end{aligned} \quad (17-1)$$

و واپاشی میوان‌ها به صورت زیر است :

۲۱ Davis

۲۲ Harmer

۲۳ Konopinski

۲۴ Mahmoud

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e + \nu + \bar{\nu} \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}\end{aligned}\quad (18-1)$$

پس چه خاصیتی نوترینو را از پاد نوترینو متمایز می‌کند؟ روشن ترین پاسخ این است، عدد لپتون که برای نوترینو +1 و برای پادنوترینو -1 است. این اعداد را در آزمایشگاه تعیین می‌کنند، کاملاً شبیه بار الکتریکی با مشاهده برهمکنش آنها با ذرات دیگر خواهیم دید که آنها از نظر هلسیتی هم متفاوت‌اند. نوترینو دست چپی و پادنوترینو دست راستی است. واپاشی یک میوان به یک الکترون به اضافه یک فوتون هرگز مشاهده نشده است.

ولی این فرآیند با بقای الکتریکی و بقای عدد لپتون سازگار است. یک قاعده قابل اعتماد (که به فاینمن نسبت داده شده) در فیزیک ذرات بنیادی هست که می‌گوید هر چه به صراحت ممنوع اعلام نشده، الزامی است. نبود $\mu \rightarrow e + \gamma$ نشان دهنده‌ی قانون بقای میوان بودن است، ولی در اینصورت دلیل واپاشی مشاهده شده $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$ چیست؟ پاسخ در اواخر دهه ۵۰ میلادی و اوایل دهه ۶۰ میلادی بدست آمد. فرض کنید که دو نوع گوناگون نوترینو داریم - یکی مرتبط با الکترون (ν_e) و دیگری مرتبط با میوان (ν_μ). اگر عدد میوان $L_\mu = +1$ را به μ^- و $L_\mu = -1$ را به μ^+ و $\bar{\nu}_\mu$ در عین حال، عدد الکترون $L_e = +1$ را به e^- و ν_e و $L_e = -1$ را به e^+ و $\bar{\nu}_e$ نسبت دهیم و قانون بقای عدد لپتون را به دو قانون جداگانه تجزیه کنیم بقای عدد الکترون و بقای عدد میوان، می‌توان دلیل فرآیندهای مجاز و ممنوع را ذکر کرد. واپاشی بتای نوترون به صورت زیر در می‌آید:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e \quad (19-1)$$

واپاشی پایون‌ها عبارتند از :

$$\begin{aligned}\pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu\end{aligned}\quad (20-1)$$

و واپاشی میوان‌ها به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned}\mu &\rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\quad (21-1)$$

نخستین آزمایش فرضیه‌ی دو نوترینو در سال ۱۹۶۲ در برکهن^{۲۵} انجام شد با استفاده از حدود 10^{14} پاد نوترینو از واپاشی π^- ، لدرمن^{۲۶}، شوارتز^{۲۷}، اشتاینبرگ^{۲۸} و همکارانش ۲۹ مورد از واکنش مورد انتظار را شناسایی کردند و هیچ موردی از واکنش ممنوع مشاهده نشد.

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_\mu + p &\rightarrow \mu^+ + n \\ \bar{\nu}_\mu + p &\rightarrow e^+ + n \end{aligned} \quad (22-1)$$

تا سال ۱۹۶۲ خانواده لپتون‌ها هشت عضو داشت: الکترون، نوترینوهای مربوط به آنها و پادذره‌های مربوط (جدول ۲-۱). ویژگی‌های لپتون‌ها این است که در برهمکنش‌های قوی شرکت نمی‌کنند. در ۱۴ سال بعدی رویداد مهمی برای لپتون‌ها رخ نداد.

جدول (۲-۱) خانواده‌ی لپتون‌ها ۱۹۷۶-۱۹۶۲ [۳]

<i>Lepton</i>	<i>Lepton Number</i>	<i>Electron number</i>	<i>Muon number</i>
e^-	1	1	0
ν_e	1	1	0
μ^-	1	0	1
ν_μ	1	0	1
e^+	-1	-1	0
$\bar{\nu}_e$	-1	-1	0
μ^+	-1	0	-1
$\bar{\nu}_\mu$	-1	0	-1

۲۵ Brookhaven
 ۲۶ Lederman
 ۲۷ Schwartz
 ۲۸ Steinberger

۱-۷- ذرات شگفت (۱۹۶۰-۱۹۴۷)

برای دوره کوتاهی در سال ۱۹۴۷ می‌شد باور کرد که مسائل عمده‌ی فیزیک ذرات بنیادی حل شده است. پس از یک جستجوی دراز مدت برای میوان ، سرانجام مزون یوکاوا (π) پیدا شد. پوزیترون دیراک پیدا شده بود و نوترینوی پائولی در اصل تحت کنترل بود. نقش میوان‌ها تا حدودی سؤال برانگیز شده بود و در کل ضرورتی برای آن حس نمی‌شد، اما به نظر می‌رسید که گوئی کار فیزیک ذرات بنیادی در سال ۱۹۴۷ در اصل تمام شده است.

این وضعیت دیری به طول نیانجامید. در دسامبر همان سال راجستر^{۲۹} و باتلر^{۳۰} عکس اتاچک ابری را منتشر کردند. ذرات پرتوهای کیهانی وارد شده و به یک صفحه سربی برخورد کرده و یک ذره‌ی خنثی تولید می‌کردند که وجود آن هنگامی مشخص می‌شد که به دو ذره باردار ثانویه واپاشیده شده و ۷ وارونه را تشکیل می‌دادند. تحلیل‌های مفصل نشان می‌داد که این ذرات باردار در عمل یک π^+ و یک π^- هستند. پس در اینجا یک ذره‌ی خنثی جدید با جرمی حداقل دو برابر جرم پایون وجود داشت که آنرا K^0 (کائون) نامیدند:



در سال ۱۹۴۹، پاول عکس دیگری را منتشر کرد که واپاشی یک کائون باردار را نشان می‌داد:



K^0 را ابتدا V^0 و سپس θ^0 نامیدند و K^+ ابتدا τ^+ نامیده شد. هویت آنها بعنوان حالت‌های خنثی و باردار در یک ذره اصلی تا سال ۱۹۵۶ مشخص نبود. کائون‌ها از برخی لحاظ همچون پایون‌های سنگین عمل می‌کنند و از اینرو خانواده‌ی مزون را گسترش دادند تا شامل آنها بشود. در این بین، مزون‌های بسیار بیشتری همچون ϕ ، ω ، ρ ها و غیره کشف شد.

در ضمن در سال ۱۹۵۰ یک ذره‌ی ۷ خنثی دیگر پیدا شد عکس‌ها همانند عکس راجستر و باتلر بود، ولی این بار فرآورده‌ها، یک P^+ و یک π^- بود. روشن بود که این ذره به صورت شایان توجهی سنگین‌تر از پروتون است و آنرا لاندا نامیدند.

^{۲۹} Rochester

^{۳۰} Butler

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^- \quad (25-1)$$

لاندا همراه با پروتون و نوترون در خانواده باریون جای دارد. برای درک مطلب باید لحظه‌ای به سال ۱۹۳۸ باز گردیم. در آن هنگام این پرسش مطرح شده بود که چرا پروتون پایدارتر است؟ و برای مثال چرا به یک پوزیترون و یک فوتون واپاشیده نمی‌شود.

$$p \rightarrow e^+ + \gamma \quad (26-1)$$

روشن است که اگر این واکنش شایع بود، برای ما ناخوشایند بود (تمام اتم‌ها تجزیه می‌شدند)، و در سال ۱۹۳۸ هیچ قانون شناخته شده‌ای را نقض نمی‌کرد. اشتوکلبرگ برای این منظور، قانون بقای عدد باریون را مطرح کرد؛ (به هر باریون که در سال ۱۹۳۸ به معنی پروتون و نوترون بود) عدد باریون $A = +1$ و پاد باریون (\bar{n} و \bar{p}) عدد باریون $A = -1$ را نسبت می‌دهیم. در اینصورت در هر فرآیند فیزیکی مجموع اعداد باریون حفظ می‌شود برای مثال:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p} \quad (27-1)$$

در هر دو طرف، $A=2$ است. اما پروتون به عنوان سبکترین باریون جایی ندارد که برود، بقای عدد باریونی ضامن پایداری مطلق آن است. اگر بخواهیم بقای عدد باریون را طبق واکنش (۲۵-۱) داشته باشیم، لاندا باید به خانواده‌ی باریون‌ها نسبت داده شود. در چند سال بعدی باریون‌های سنگین بسیار بیشتری، همچون Σ ها، Ξ ها، Δ ها و غیره کشف شدند. این ذرات شگفت نامیده شدند. در سال ۱۹۵۲ نخستین شتاب دهنده‌ی مدرن ذرات شروع به کار کرد و توانستیم ذرات شگفت را در آزمایشات تولید کنیم و با اینکار سرعت تکثیر ذرات بنیادی افزایش یافت. ذرات نوین نه تنها دور از انتظار بودند بلکه یک مفهوم فنی تر نیز در اینکه « شگفت » به نظر می‌رسیدند، وجود دارد. آنها به میزان بسیار فراوانی (در مقیاس زمانی نزدیک به 10^{-23} ثانیه) تولید می‌شوند، ولی به نسبت کند واپاشی می‌کنند (معمولاً نزدیک به 10^{-10} sec ثانیه). به این دلیل بود که پاپس (pais) و دیگران مکانیزم تولید آنها را کاملاً متفاوت با مکانیزم واپاشی آنها دانسته‌اند. به زبان امروزی، ذرات شگفت به وسیله‌ی نیروی قوی (همان نیرویی که هسته را نگه می‌دارد) تولید می‌شوند ولی واپاشی آنها با نیروی ضعیف انجام می‌شود (همان نیرویی که سبب واپاشی بتا و دیگر فرایندهای نوترینو می‌شود). جزئیات طرح پاپس (pais) نشان می‌داد که ذرات شگفت به صورت زوجی تولید می‌شوند. شواهد

آزمایشگاهی در آن زمان متقاعدکننده نبود. اما در سال ۱۹۵۳ گلמן^{۳۱} و نیشیجیما^{۳۲} یک راه ساده و زیبا برای اجرای ایده‌های پاپس (pais) پیدا کردند. آنها به هر ذره ویژگی نوینی را نسبت دادند که در هر برهمکنش قوی پایسته می‌ماند، ولی در برهمکنش ضعیف پایسته نیست. برای مثال در برهمکنش پاپون- پروتون، می‌توان دودره‌ی شگفت تولید کرد:



در اینجا K ها دارای عدد شگفتی $S = +1$ سیگماها و Λ دارای عدد شگفتی $S = -1$ هستند و ذرات معمولی n, p, π دارای $S = 0$ هستند، اما هیچ گاه فقط یک ذره‌ی شگفت تولید نمی‌شود. از سوی دیگر هنگامی که این ذرات وا می‌باشند شگفتی حفظ نمی‌شود:



زیرا در واکنش‌های ضعیف شگفتی بقا ندارد.

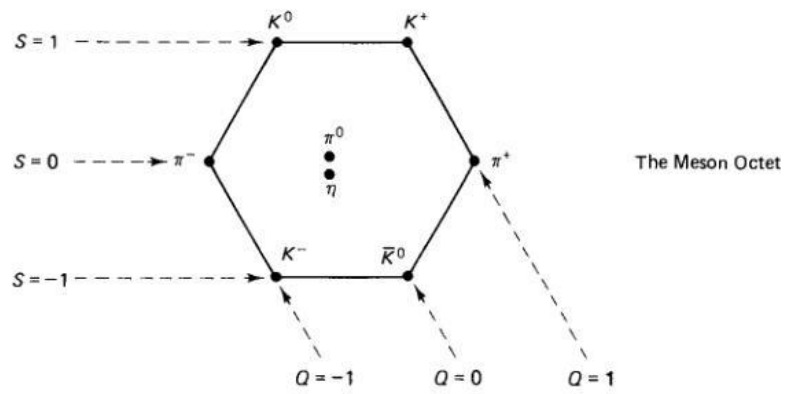
روشن است که در انتساب اعداد شگفتی قدری اختیار با ماست. می‌شد به Σ و Λ ، $S = +1$ و K^+ و K^0 ، $S = -1$ را نسبت دهیم. نکته شایان توجه این است که انتساب اعداد شگفتی به همه هادرونها (باریون‌ها و مزون‌ها) همواره به یک صورت انجام می‌شود. و دلیل فرآیندهای قوی مشاهده شده و اینکه چرا اندازه‌ی فرآیندها چنین نیست، همین است. باغی که در سال ۱۹۴۷ اینقدر تنگ و کم درخت می‌نمود، در سال ۱۹۶۰ به یک جنگل تبدیل شد و فیزیک هادرونها واقعاً به هرج و مرج تبدیل شده بود. کل ذرات دارای برهمکنش قوی به دو خانواده‌ی بزرگ تقسیم شده بود - بار یون‌ها و مزون‌ها - و اعضای هر خانواده از نظر بارالکتریکی شگفتی و جرم از هم مشخص می‌شوند. در سال ۱۹۶۰ ذرات بنیادی جدول تناوبی خاص خود را انتظار می‌کشیدند.

۳۱ Gell-Mann
۳۲ Nishijima

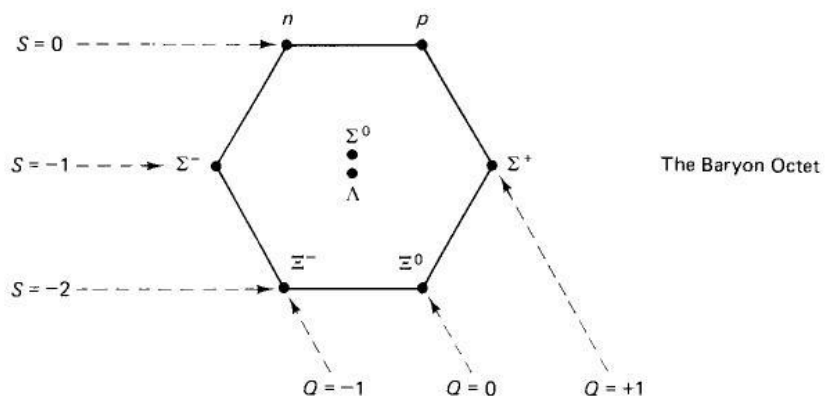
مورای گلמן، مندلیف ذرات بنیادی، اصطلاح راه هشتگانه‌ی خود را در سال ۱۹۶۱ ارائه کرد. در راه هشتگانه، باریون‌ها و مزون‌ها بسته به بار الکتریکی و شگفتی خود به شکل‌های هندسی مرتب می‌شوند. هشت باریون سبکتر در یک آرایه شش ضلعی قرار گرفته و دو ذره در مرکز واقع می‌شود. این گروه را هشت تایی باریونی می‌نامند (شکل ۱-۲). توجه داشته باشید ذراتی که دارای بار مشابه‌اند در طول خط قطری با شیب به سمت پایین قرار می‌گیرند. برای پروتون و Σ^+ با $Q=+1$ (در واحد بار پروتون) و برای نوترون، Λ^0 و Ξ^0 ، $Q=0$ برای Σ^- و Ξ^- ، $Q=-1$ می‌باشد. خطوط افقی مربوط به ذراتی است که دارای شگفتی برابر با $S=0$ برای پروتون و نوترون، $S=1$ برای خط وسط و $S=-2$ برای دو Ξ ها. هشت مزون سبکتر، یک شش ضلعی مشابه را پر می‌کنند و هشت تایی مزونی را تشکیل می‌دهد. (شکل ۱-۳)

دوباره، خطوط قطری مورب بار الکتریکی و خطوط افقی، شگفتی را مشخص می‌کند، اما این بار، خط بالایی $S=1$ را دارد، خط میانی $S=0$ و خط پایینی $S=-1$. بعد از ۱۹۶۱ یک کمیت جدید بنام ابر بار معرفی شد که برابر بود با S برای مزونها و $S \pm 1$ برای باریونها. ولی بعداً معلوم شد که شگفتی کمیت بهتری است. و کلمه ابر بار هم اکنون به منظور دیگری مورد استفاده قرار می‌گیرد. شش ضلعی‌ها تنها شکل‌های مجاز برای راه هشت گانه نبودند، برای مثال یک آرایه مثلثی وجود داشت که ۱۰ باریون سنگین‌تر را در بر می‌گرفت، یعنی ده گانه (decuplet) باریون (شکل ۱-۴).

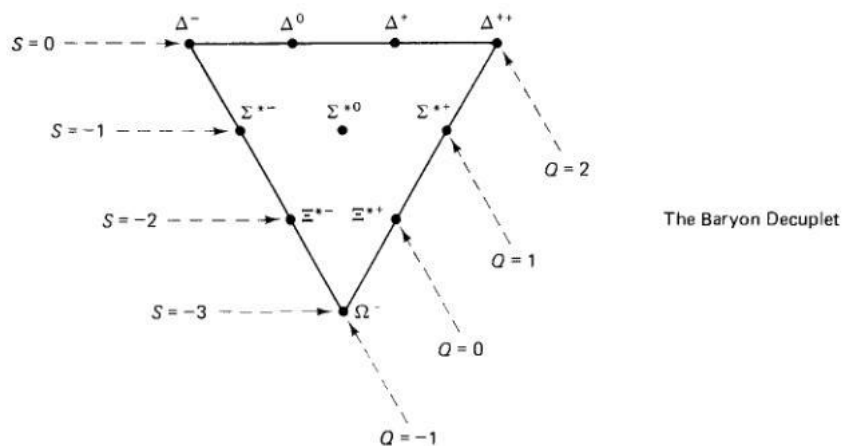
گلמן هنگامی که این ذرات را در ده گانه (decuplet) جا می‌داد، چیز جالبی روی داد. ۹ عدد از ذرات با آزمایش شناخته شده بودند، ولی در آن زمان ذره دهم که در پایین واقع می‌شد و بار آن -1 و شگفتی آن -3 است، گم شده بود. هیچ ذره‌ای با این ویژگیها در آزمایشگاه شناخته نشده بود. گلמן با شجاعت پیش‌بینی کرده بود که چنین ذره‌ای پیدا شدنی است و به آزمایشگران گفته بود که دقیقاً آن را چگونه تولید کنند از این گذشته او جرم و عمر آن را محاسبه کرده بود و در سال ۱۹۶۴ ذره یاد شده، امگا منفی، دقیقاً به همان صورت که گلמן پیش‌بینی کرده بود کشف شد.



شکل ۱-۲- هشتگانه‌ی مزونی [۳]



شکل ۱-۳- هشتگانه‌ی باریونی [۳]



شکل ۱-۴- دهگانه‌ی باریونی [۳]

از هنگام کشف امگا منفی هیچ کس به طور جدی درباره‌ی درست بودن راه هشت گانه شک نکرده است. در ده سال پس از آن هر هادرون جدید جایگاهی در یکی از ابر چند گانه های راه هشت گانه پیدا کرد. افزون بر هشت و ده تایی باریون، و غیره، یک هشت و ده تایی پاد باریون، و غیره نیز با بار و شگفتی مخالف وجود دارد. اما در مورد مزون‌ها پاد ذرات در همان ابر چند گانه قرار دارد که ذرات مربوط، در مواضع قطری کاملاً مقابل هم. برای مثال پاد ذره پای مثبت، پای منفی و کایون منفی، کایون مثبت است و غیره. رده بندی نخستین مرحله هر دانش است. راه هشت گانه از رده بندی هادرونها فراتر بود، ولی اهمیت واقعی آن در ساختار سازمانی آن است.

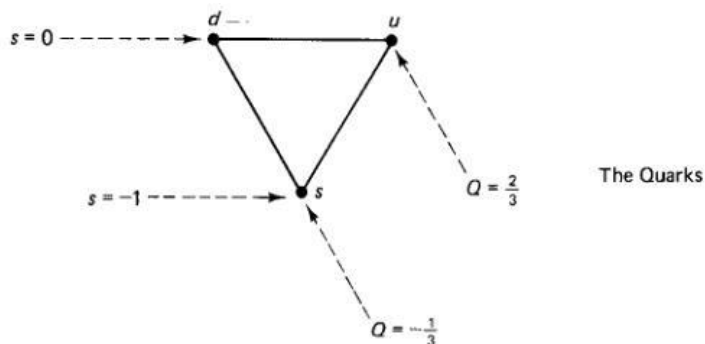
۱-۸- مدل کوآرکی (۱۹۶۴)

اما خود موفقیت راه هشت گانه این پرسش را بر می‌انگیزد: چرا هادرون‌ها در این الگوهای شگفت آور جای می‌گیرند؟ جدول تناوبی باید سالها انتظار می‌کشید تا مکانیک کوانتوم و اصل طرد پائولی دلیل آن را بگوید اما درک راه هشتگانه در ۱۹۶۴ بدست آمد. هنگامی که گلמן و شوایگ^{۳۳} مستقلاً پیشنهاد کردند که تمام

^{۳۳} Zweig

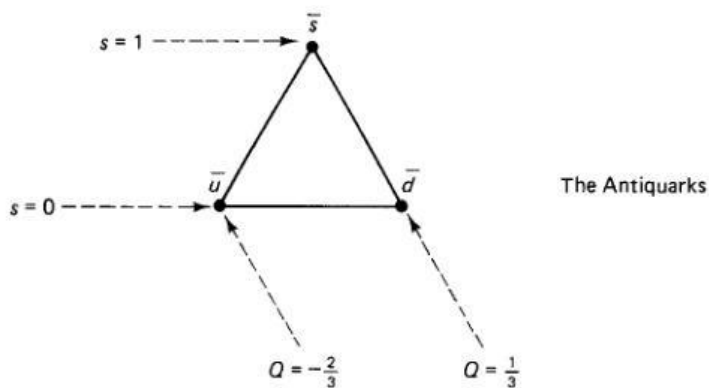
هادرون ها در واقع از ذرات بنیادی تری به نام کوارک تشکیل شده اند. کوارک ها بر سه نوع (یا سه طعم) هستند که یک الگوی راه هشت گانه ی مثلثی را تشکیل می دهند.

(شکل ۱-۵)



شکل ۱-۵- کوارک ها [۳]

کوارک u (برای up) دارای بار $\frac{2}{3}$ و شگفتی صفر است، کوارک d (برای down) دارای بار $-\frac{1}{3}$ و $S = 0$ است. کوارک s (برای strange) دارای بار $-\frac{1}{3}$ و $S = -1$ است. به ازای هر کوارک (q) یک پاد کوارک (\bar{q}) با بار مخالف و شگفتی مخالف وجود دارد. (شکل ۱-۶).



شکل ۱-۶- پاد کوارک ها [۳]

بنابر مدل کوارکی:

۱- هر بار یون از سه کوارک (و هر پاد باریون از سه پاد کوارک تشکیل شده است).

۲- هر مزون از یک کوارک و یک پاد کوارک تشکیل شده است.

با در دست داشتن این دو قاعده و به کار بردن حساب مقدماتی می توان ده تایی باریون و هشت تایی مزون را ساخت. کافی است ترکیب های سه کوارک یا زوج های کوارک - پاد کوارک را فهرست کرده و بارها و شگفتی های آنها را با هم جمع کنیم. جدول (۱-۳).

توجه کنید که ۱۰ ترکیب از ۳ کوارک وجود دارد. برای مثال سه u هر یک در $Q = \frac{2}{3}$ بار کل $+2$ را تشکیل می دهند و شگفتی آنها صفر است. این ذره Δ^{++} است. همین طور تا پایین جدول ادامه می دهیم و تمام اعضای ده تایی را پیدا می کنیم. (آخرین آنها Ω^- می باشد که از سه کوارک S تشکیل شده است).

شمارش مشابهی از ترکیب های کوارک - پاد کوارک، جدول مزون ها را تشکیل می دهد. جدول (۱-۴).

جدول (۱-۳) دهگانه باریونی [۳]

qqq	Q	S	$Baryon$
uuu	2	0	Δ^{++}
uud	1	0	Δ^+
uud	0	0	Δ^0
ddd	-1	0	Δ^-
uus	1	-1	Σ^{*+}
uds	0	-1	Σ^{*0}

dds	-1	-1	Σ^{*-}
uss	0	-2	Ξ^{*0}
dss	-1	-2	Ξ^{*-}
sss	-1	-3	Ω^{-}

جدول (۴-۱) نه گانه‌ی مزونی [۳]

$q\bar{q}$	Q	S	Meson
$u\bar{u}$	0	0	π^0
$u\bar{d}$	1	0	π^+
$d\bar{u}$	-1	0	π^-
$d\bar{d}$	0	0	η
$u\bar{s}$	1	1	K^+
$d\bar{s}$	0	1	K^0
$s\bar{u}$	-1	-1	K^-
$s\bar{d}$	0	-1	\bar{K}^0
$s\bar{s}$	0	0	η'

اما در اینجا نه ترکیب و فقط هشت ذره در هشت تایی مزون وجود دارد. مدل کوارکی مستلزم آن است که یک مزون سوم (علاوه بر π^0 و η) با $S=0$ و $Q=0$ وجود داشته باشد. این ذره در آزمایش پیدا شد و η' نام دارد. بنابر مدل کوارکی این همراه با هشت مزون دیگر، یک نه تایی مزون تشکیل می دهد. پادمزون ها خود به خود در همان ابر چند گانه جای می گیرند که مزون ها هستند: $u\bar{d}$ پاد ذره ی $d\bar{u}$ است و برعکس.

ترکیب یکسان از کوارک ها می تواند شماری ذرات گوناگون را تشکیل دهد. دلتا مثبت و پروتون هر دو از دو u و یک d ساخته شده اند. پای مثبت و ρ مثبت هر دو $u\bar{d}$ هستند و همین طور تا آخر. درست به همان ترتیب که اتم هیدروژن (الکترون به اضافه ی پروتون) ترازهای انرژی بسیار متفاوت دارد، مجموعه ای از کوارک ها نیز می توانند از راههای بسیار متفاوت با یکدیگر پیوند حاصل کنند.

فقط در کوارک ها فاصله ی بین ترازهای انرژی خیلی زیاد است. از اینرو در اصل می توان بی نهایت هادرون را فقط با سه کوارک ساخت، اما توجه کنید که در مدل کوارکی، برخی چیزها مطلقاً کنار نهاده شده اند؛ برای مثال یک باریون با $S=0$ و $Q=2$ به هیچ وجه ترکیبی از سه کوارک نمی تواند این اعداد را تولید کند. یک مزون با بار $+2$ مثل باریون Δ^{++} یا با شگفتی 3 مثل Ω^- نیز نمی تواند وجود داشته باشد.

اما مدل کوارکی دارای یک مشکل بسیار ژرف است، با وجود جستجوی همیشگی چندین ساله، هنوز یک کوارک را مشاهده نکرده ایم. اگر یک پروتون در واقع از سه کوارک ساخته شده باشد، اگر یکی را محکم ضربه بزنید، باید کوارک ها از آن بیرون بیایند. تشخیص آنها نیز دشوار است و با آزمایش قطره ی روغن میلیکان معمولی نمی توان آنها را شناخت. از این گذشته دستکم یکی از کوارک ها باید مطلقاً پایدار باشد، از این رو کوارک ها را باید بتوان آسان تولید کرد، آسان تشخیص داد و آسان نگهداری کرد، اما تاکنون هیچ کس کوارک را مشاهده نکرده است. ناتوانی آزمایش ها در تولید کوارک منفرد در اواخر دهه ۶۰ و اوایل دهه ۷۰ شک و تردید بسیار درباره ی مدل کوارکی برانگیخت. به دلایلی که هنوز معلوم نیست، کوارک ها در درون باریون ها و مزون ها محبوس شده اند و نمی توان آنها را بیرون آورد.

حتی اگر هم کوارک ها در درون هادرون جا خوش کرده باشند این به آن معنی نیست که با آزمایش در نمی آیند. می توان درون پروتون را کاوید درست به همان ترتیب که رادرفورد درون اتم را با فرستادن چیزی به درون آن کاوید. این نوع آزمایش ها در اواخر دهه ۶۰ با استفاده از الکترون های پرنرژی و در اوایل دهه ی ۷۰ با استفاده از پرتوهای نوترینو انجام شد. نتایج این به اصطلاح پراکندگی ژرف غیر کشسان یادآور آزمایش های رادرفورد بود، بیشتر ذرات تابیده عبور می کنند، حال آنکه شمار کمی از آنها به شدت کمانه می کنند. یعنی بار پروتون در محل کوچکی متمرکز شده است، درست به مانند آزمایش رادرفورد درباره ی هسته ی اتم اما در مورد پروتون شواهد نشان دهنده ی سه جرم متمرکز به جای یک جرم متمرکز است این مؤید قوی مدل کوارکی است.

سرانجام یک ایراد نظری بر مدل کوارکی وارد شده بود: در ظاهر مدل کوارکی اصل طرد پائولی را نقض می کند. در شکل اولیه ی پائولی بیان شده بود که دو الکترون نمی توانند یک تراز را اشغال کنند. اما بعداً مشخص شد که همین قاعده در مورد تمام ذراتی که اسپین آنها نصف عدد صحیح است، صدق می کند بویژه اصل طرد پائولی باید در مورد کوارک ها صدق کند زیرا همانگونه که خواهیم دید دارای اسپین $\frac{1}{2}$

هستند، ولی Δ^{++} برای مثال دارای سه کوارک u یکسان در یک تراز فرض شده است که در ظاهر با اصل طرد پائولی جور در نمی‌آید. در سال ۱۹۶۴ گرینبرگ^{۳۴} راهی برای حل این معما یافت. وی می‌گفت که کوارک‌ها نه تنها سه طعم (s, d, u) دارند بلکه هر طعم نیز به سه رنگ گوناگون (برای مثال قرمز، سبز و دیگری آبی) ظاهر می‌شود. برای ساختن یک باریون کافی است از هر رنگ یک کوارک برداریم. در اینصورت، سه u در Δ^{++} دیگر یکسان نیستند (یکی قرمز است، یکی سبز و دیگری آبی) چون اصل طرد پائولی در مورد ذرات یکسان برقرار است، این اشکال نیز برطرف می‌شود.

فرضیه رنگ چیزی همانند تردستی به نظر می‌رسد و بسیاری از افراد در ابتدا آن را آخرین چاره‌ی مدل کوارکی می‌دانستند. منظور کردن رنگ یکی از بارورترین ایده‌های عصر ما بوده است. قرمزی، آبی بودن و سبز بودن، سه اسم است و برای نامیدن سه ویژگی بکار رفته که کوارک‌ها افزون بر بار الکتریکی و شگفتی آنها را دارا می‌باشند. کوارک قرمز، یک واحد قرمزی، هیچ واحد آبی بودن و هیچ واحد سبز بودن دارد و غیره. می‌شد نام‌های دیگری بر این ویژگی‌ها گذاشت ولی نتیجه تفاوتی نمی‌کرد تمام ذرات طبیعی بی‌رنگ هستند. منظور از بی‌رنگی این است که یا مقدار کل هر رنگ صفر است یا هر سه رنگ به مقدار مساوی موجودند.

به همین دلیل است که نمی‌توان یک ذره را از دو کوارک یا چهار کوارک ساخت و دلیل اینکه کوارک‌ها در طبیعت به صورت جداگانه ظاهر نمی‌شوند، همین است. تنها ترکیبات بی‌رنگی که می‌توانید تشکیل دهید، $qq\bar{q}$ مزون‌ها، qqq باریون‌ها و $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ (پاد باریون‌ها) هستند.

۱-۹- انقلاب نوامبر و بعد از آن (۱۹۸۳-۱۹۷۴)

دهه ۱۹۶۴ تا ۱۹۷۴ دهه‌ای برای فیزیک بنیادی بی‌ثمر بود. مدل کوارکی، که در ابتدا خیلی پر بار به نظر می‌رسید، در پایان کار دچار اشکال شده بود. نظریه‌ی کوارک موفقیت‌هایی داشت: هشت رابطه را خوب توضیح می‌داد و پیش بینی آن در مورد ساختمان جرمی پروتون درست بود. اما دو عیب آشکار داشت: وجود نداشتن کوارک‌های آزاد در آزمایشگاه و ناسازگاری با اصل طرد پائولی.

اما آنچه مدل کوارکی را نجات داد کشف کوارک‌های آزاد یا تشریح محبوسیت کوارک یا تأیید فرضیه‌ی رنگ نبود بلکه کشف مزون ψ بود. ψ نخستین بار در تابستان ۱۹۷۴ به وسیله‌ی گروهی به سرپرستی سی سی تینگ^{۳۵} کشف شد، اما تینگ می‌خواست نتایج خود را پیش از اعلام کردن بازبینی کند و کشف او تا پایان هفته دهم و یازدهم نوامبر محرمانه ماند و در آن موقع این ذره به طور مستقل بوسیله‌ی یک گروه دیگر کشف شد. دو تیم همزمان نتایج پژوهش خود را منتشر ساختند. یک تیم آن ذره را ψ نامید و دیگری ψ . این ذره یک مزون با بار خنثی و بسیار سنگین بود. وزن آن بیش از سه برابر وزن پروتون بود اما آنچه این ذره را خیلی شگفت آور ساخته بود عمر بسیار زیاد آن بود زیرا ψ پیش از تجزیه شدن 10^{-20} ثانیه باقی می‌ماند. اینکه، 10^{-20} ثانیه ممکن است برای شما زمانی طولانی به حساب نیاید، اما توجه کنید که عمر معمول هادرون‌ها در این دامنه از جرم‌ها از مرتبه‌ی 10^{-23} ثانیه است. از این رو عمر ψ نزدیک به ۱۰۰۰ برابر ذره‌ی مشابه آن است. به این کشف انقلاب نوامبر گفته اند.

در ماههای بعدی ماهیت واقعی مزون ψ موضوع بحث‌های داغ بود، ولی سرانجام مدل کوارکی پیروز شد. اکنون همه پذیرفته‌اند که ψ یک تراز پیوندی کوارکی نوین (کوارک چارم)، C (برای charm) و پاد کوارک آنرا نشان می‌دهد: $\psi = c\bar{c}$ در عمل، طعم چهارم و حتی اسم آن، سال‌ها پیش توسط بورکن^{۳۶} و گلاشو^{۳۷} مطرح شده بود. در واقع، یک هماهنگی و تقارن شگفت آور بین لپتون‌ها و کوارک‌ها وجود داشت:

لپتون‌ها: e, ν_e, μ, ν_μ و کوارک‌ها: d, u, s

اگر تمام مزون‌ها و باریون‌ها از کوارک‌ها ساخته شده باشند، این دو خانواده به صورت ذرات واقعاً اساسی بر جای می‌مانند. اما چرا چهار لپتون و فقط سه کوارک؟ اگر از هر دو آنها چهار تا داشتیم مگر چه می‌شد؟ بعداً گلاشو-ایلیوپولوس^{۳۸} و مایانی^{۳۹} دلایل فنی بهتر برای نیاز کوارک چهارم ارائه نمودند. به این ترتیب هنگامی که ψ کشف شد، مدل کوارکی حاضر و آماده برای تبیین آن بود. از این گذشته تبیینی بود با انبوه نتایج چون اگر کوارک چهارمی وجود داشته باشد، همه نوع باریون و مزون نوین با مقادیر گوناگون چارم charm باید وجود داشته باشد. برخی از اینها در شکل (۱-۷) نشان داده شده است. توجه کنید که خود ψ دارای

^{۳۵} C.C.Ting

^{۳۶} Bjorken

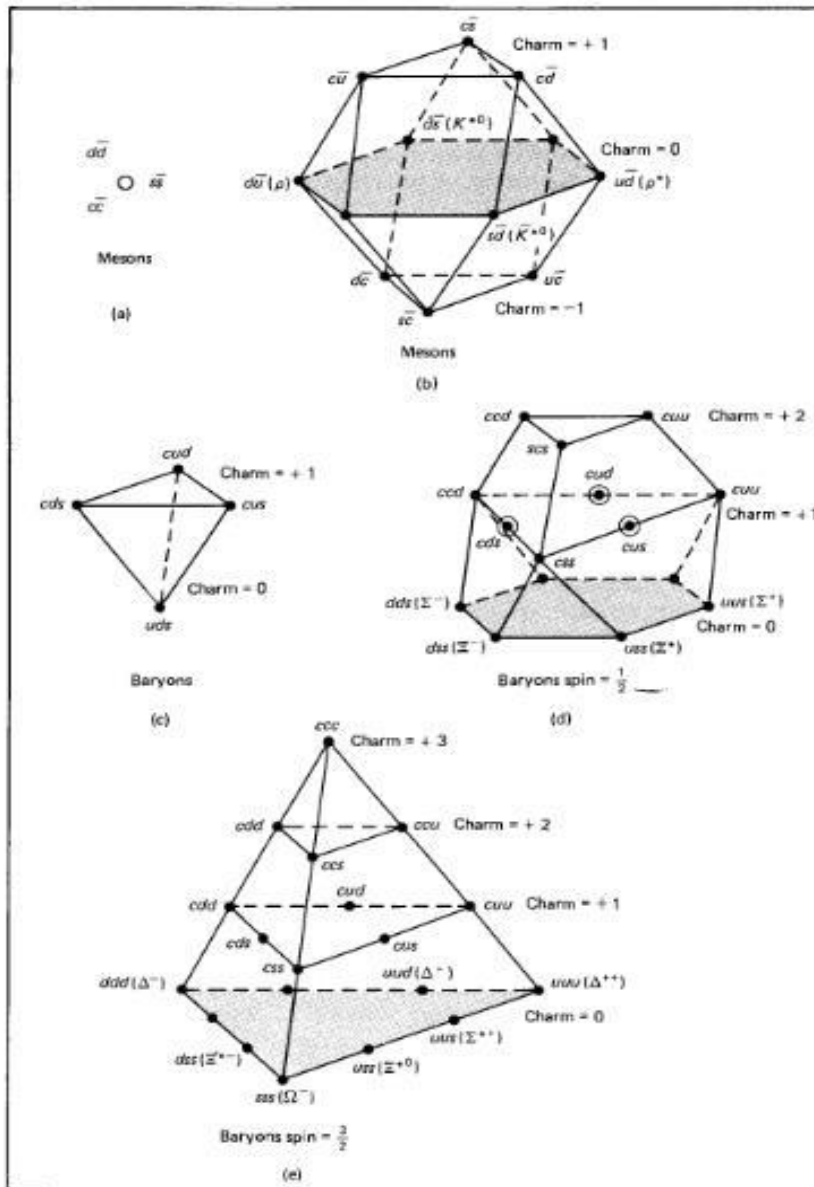
^{۳۷} Glashow

^{۳۸} Iliopoulos

^{۳۹} Maiani

برآیند چارم (charm) نیست چون اگر چارم مساوی +1 را برای c در نظر بگیریم، \bar{c} دارای چارم مساوی -1 خواهد شد.

می توانید فرض کنید که چارم ψ پنهان است. برای تأیید فرضیه چارم مهم بود که ذره‌هایی با چارم مشخص تولید گردد. نخستین شواهد برای وجود باریونهای چارم دار (charmed) در سال ۱۹۷۵ پیدا شد ($\Lambda_c^+ = uds$) و احتمالاً ($\Sigma_c^{++} = uuc$). نخستین مزون های شگفت چارم دار charmed ($d^0 = c\bar{u}$) و ($D^+ = cd$) در سال ۱۹۷۶ و مزون شگفت چارم دار ($F^+ = c\bar{s}$) در سال ۱۹۷۷ پیدا شد. (مزون F را اخیراً D_s نام گذاری نمودند. همچنین شواهد وجود usc و scc پیدا شده است) با این کشفها تفسیر $c\bar{c}, \psi$ به خوبی انجام گرفت. از این مهمتر، جایگاه مدل کوآرکی نیز تثبیت شد. ولی داستان به همینجا منتهی نمی‌شد، زیرا در سال ۱۹۷۵ لپتون نوینی کشف شد و تقارن گلاشو را بر هم زد این ذره نوین (تاو) نوترینوی ویژه خود را دارد از این رو شش لپتون و فقط چهار کوآرک در دسترس داریم اما دو سال بعد یک مزون سنگین (یوپسیلون) کشف شد و به سرعت عامل کوآرک پنجم، b، برای زیبایی شناخته شد: $\gamma = b\bar{b}$ بی درنگ جستجو برای مزون‌ها و هادرون‌ها با زیبای مشخص آغاز شد. نخستین باریون زیبا، $\Lambda_b = udb$ ، در ۱۹۸۱ و نخستین مزون‌های زیبا ($B^- = b\bar{u}, B^0 = bd$) در ۱۹۸۳ کشف شد.



شکل ۱-۷- ابرچندگانه‌هایی که با چهارکوارک ساخته شده اند [۳]

فصل دوم

معادله دیراک و مدل کیسه‌ای

- معادله دیراک
- نسبت $\frac{g_A}{g_V}$
- مدل کیسه‌ای (MIT Bag Model)

فصل دوم

۲-۱- معادله دیراک

همانطور که می‌دانیم در مکانیک کوانتومی نسبیتی ذرات با اسپین صفر با معادله کلین - گوردن^{۴۰}، ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ با معادله دیراک و ذرات با اسپین ۱ با معادله پروکا^{۴۱} توصیف می‌شوند. اما همانطور که می‌دانیم رابطه کلاسیکی انرژی تکانه عبارت است از:

$$\frac{p^2}{2m} + V = E \quad (1-2)$$

و بنابر آنچه که در مکانیک کوانتومی مقرر شده است، یعنی برای رسیدن به معادله شرودینگر بایستی:

$$p \rightarrow \frac{\hbar}{i} \nabla, E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (2-2)$$

بنابراین اگر نتیجه روی تابعی مثل ψ عمل کند به معادله شرودینگر می‌رسیم:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3-2)$$

^۱ Klein-Gordon
^۲ Proca

اما معادله کلین-گوردن برای ذرات نسبیتی بکار می‌رود پس در این حالت با استفاده از رابطه نسبیتی انرژی-تکانه برای یک ذره آزاد خواهیم داشت:

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4 \quad (4-2)$$

دقت شود که در رابطه بالا اندازه حرکت p یک سه بردار است. و ما می‌توانیم از نماد گذاری چار بردار استفاده کنیم یعنی:

$$p^\mu p_\mu - m^2 c^2 = 0 \quad (5-2)$$

در رابطه فوق p^μ مؤلفه چار بردار پادوردا (CONTRAVARIANT) و p_μ مؤلفه چار بردار هموردا (COVARIANT) نامیده می‌شوند. در رابطه (5-2):

$$p_\mu = i\hbar \partial_\mu \quad (6-2)$$

بنابراین:

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad (7-2)$$

بطوریکه:

$$\partial_0 = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}, \partial_2 = \frac{\partial}{\partial y}, \partial_3 = \frac{\partial}{\partial z} \quad (8-2)$$

از ترکیب دو رابطه (5-2) و (6-2) و مشتق گیری از تابع موج ψ به رابطه زیر می‌رسیم:

$$-\hbar^2 \partial^\mu \partial_\mu \psi - m^2 c^2 \psi = 0 \quad (9-2)$$

یا

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \nabla^2 \psi = \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \psi \quad (Klein - Gordon equation) \quad (10-2)$$

در این معادله یک اشکال وجود دارد، این اشکال همان منفی شدن چگالی احتمال است. یعنی اگر معادله (2-9) را در $-i\psi^*$ ضرب و سپس همیوگ آن را در $i\psi$ ضرب کرده و آنگاه این دو رابطه را از یکدیگر کم کنیم با توجه به روابط زیر به رابطه‌ای برای چگالی احتمال و چگالی جریان خواهیم رسید:

$$\rho = |\psi|^2, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (11-2)$$

$$\rho = i \left[\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) \psi \right] \quad (12-2)$$

$$\vec{j} = -i \left[\psi^* \nabla \psi - (\nabla \psi^*) \psi \right] \quad (13-2)$$

اگر برای یک وضعیت تابع موج به صورت زیر باشد:

$$\psi = A e^{-i(Et + \vec{p} \cdot \vec{x})} \quad (14-2)$$

در این صورت با توجه به روابط (12-2) مقدار $\rho = 2|A|^2 E$ خواهد شد. حال در صورتی که مقدار E منفی باشد، چگالی احتمال نیز منفی خواهد شد که علت این امر نیز آن است که معادله K-G بر حسب t از درجه دوم زمان است و بنابراین بایستی معادله‌ای بدست آورد که بر حسب t خطی باشد، که این کار را دیراک به طور خلاصه به صورت زیر انجام داد:

نقشه اساسی دیراک این بود که رابطه (2-5) را فاکتورگیری کند. این کار آسانی بود اگر فقط p^0 را داشتیم:

$$(p^0)^2 - m^2 c^2 = (p^0 - mc)(p^0 + mc) = 0 \quad (15-2)$$

انگاه دو معادله‌ی درجه اول داریم:

$$(p^0 - mc) = 0 \quad \text{or} \quad (p^0 + mc) = 0 \quad (16-2)$$

اما زمانی که سه مولفه‌ی دیگر در نظر گرفته شوند، به دنبال چیزی شبیه رابطه‌ی زیر هستیم:

$$p^\mu p_\mu - m^2 c^2 = (\beta^k p_k + mc)(\gamma^\lambda p_\lambda - mc) \quad (17-2)$$

با ضرب کردن طرف راست داریم:

$$\beta^k \gamma^\lambda p_k p_\lambda - mc(\beta^k - \gamma^\lambda) p_k - m^2 c \quad (18-2)$$

برای حذف عبارت‌های خطی $\beta^k = \gamma^k$ و همچنین باید ضرایب γ^k محاسبه شوند که بصورت زیر است:

$$\begin{aligned}
(p^0)^2 - (p^1)^2 - (p^2)^2 - (p^3)^2 &= (\gamma^0)^2 (p^0)^2 + (\gamma^1)^2 (p^1)^2 + (\gamma^2)^2 (p^2)^2 \\
&+ (\gamma^3)^2 (p^3)^2 + (\gamma^0 \gamma^1 + \gamma^1 \gamma^0) (p_0 p_1) \\
&+ (\gamma^0 \gamma^2 + \gamma^2 \gamma^0) (p_0 p_2) + (\gamma^0 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^0) (p_0 p_3) \quad (19-2) \\
&+ (\gamma^1 \gamma^2 + \gamma^2 \gamma^1) (p_1 p_2) + (\gamma^1 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^1) (p_1 p_3) \\
&+ (\gamma^2 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^2) (p_2 p_3)
\end{aligned}$$

در نتیجه باید $(\gamma^0)^2 = 1, (\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1$ و همچنین: $\{\gamma^\mu + \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$. مجموعه استاندارد ماتریسهای γ که می توانست روابط قبل را برآورده سازد، با ماتریس های زیر نمایش داده می شود.

$$\begin{aligned}
\gamma^0 &= \begin{pmatrix} I & o \\ o & -I \end{pmatrix} & I &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & o &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma^i &= \begin{pmatrix} o & \sigma^i \\ -\sigma^i & o \end{pmatrix} & \sigma_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} & \sigma_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}
\end{aligned} \quad (20-2)$$

اکنون با توجه به روابط فوق داریم:

$$\gamma^\mu p_\mu - mc = 0 \quad (21-2)$$

با قراردادن رابطه ی (۲-۶) در رابطه ی قبل و اعمال آن بر تابع موج به معادله ی دیراک می رسیم:

$$i\hbar \partial_\mu \psi - mc\psi = 0 \quad (Dirac \ equation) \quad (22-2)$$

که در این رابطه $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$ اسپینوردیراک نامیده می شود [۳].

$$\frac{g_A}{g_V} \text{نسبت } 2-2$$

تجربه نشان می‌دهد که لپتونها در برهم‌کنش‌های ضعیف به صورت چپگرد عمل می‌کنند در صورتی که ضد ذرات لپتونها به صورت راستگرد شرکت می‌کنند، بنابراین پارите را نقض می‌کند. جریان لپتونی که در برهم‌کنش‌های ضعیف شرکت می‌کنند به صورت:

$$j_{\mu}^{weak} = j_{\mu}^V - j_{\mu}^A \quad (23-2)$$

می‌باشد. j_{μ}^V جریان برداری و j_{μ}^A جریان شبه برداری است. اگر فقط قسمت برداری جریان و یا فقط قسمت شبه برداری آن را در نظر بگیریم پارите نقض نخواهد شد. به همین خاطر تئوری V-A را وارد می‌کنیم. جریان برداری و شبه برداری به ترتیب به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} j_{\mu}^V &= \bar{\psi} \gamma_{\mu} \psi \\ j_{\mu}^A &= \bar{\psi} \gamma_{\mu} \gamma^5 \psi \end{aligned} \quad (24-2)$$

که γ^5 ماتریس زیر می‌باشد:

$$\gamma^5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (25-2)$$

که در آن ψ اسپینور چهارمؤلفه‌ای دیراک است. اگر به عنوان نمونه واپاشی نوترون را در نظر بگیریم:

$$n \rightarrow p + \bar{e} + \bar{\nu}_e \quad \Rightarrow \quad n + \nu_e \rightarrow p + \bar{e} \quad (26-2)$$

جریان لپتونی e, ν_e را می‌توان برحسب دو جریان برداری و شبه برداری نوشت:

$$\begin{aligned} J_{\mu}^V &= g \bar{\psi}_e \gamma_{\mu} \psi_{\nu_e} \\ J_{\mu}^A &= g \bar{\psi}_e \gamma_{\mu} \gamma^5 \psi_{\nu_e} \end{aligned} \quad (27-2)$$

و جریان کل به صورت زیر خواهد بود:

$$J_{\mu}^{weak} = g \bar{\psi}_e \gamma_{\mu} (1 - \gamma^5) \psi_{\nu_e} \quad (28-2)$$

در واپاشی بتا نیز ساختار نوکلئونها در فرم فاکتورهای برداری و شبه برداری g_V و g_A ظاهر می‌شود. در

مدل‌های غیرنسبیتی نسبت $\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3}$ است ولی از لحاظ تجربی مقدار این نسبت 1.259 ± 0.017 است. با

توجه به رابطه مربوط به $\frac{g_A}{g_V}$:

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \langle L_z \rangle \quad (29-2)$$

و با توجه به مقدار $\langle L_z \rangle = 1 - 2\delta$ داریم:

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} (1 - 2\delta) \quad (30-2)$$

که در آن:

$$\delta = \frac{\frac{2}{3} \int_0^\infty |\chi_{\omega\gamma}(x)|^2 x^5 dx}{\int_0^\infty [|\varphi_{\omega\gamma}(x)|^2 + |\chi_{\omega\gamma}(x)|^2] x^5 dx} \quad (31-2)$$

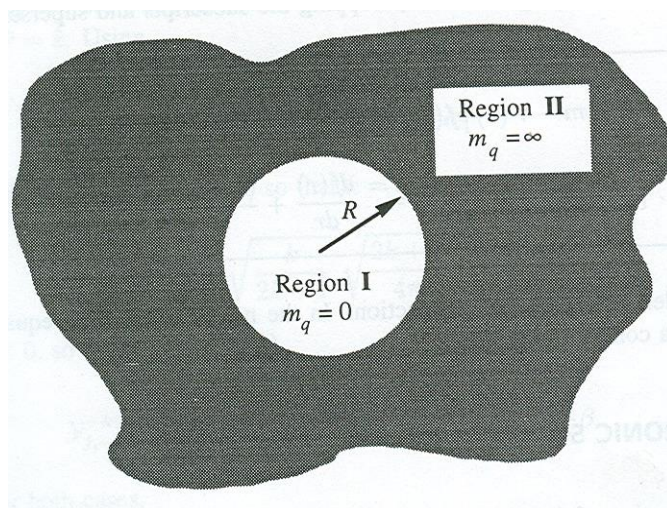
که χ, ϕ به ترتیب مولفه‌های بالا و پایین اسپینوردیراک می‌باشد. در واقع از رابطه بالا در بخشهای بعدی برای محاسبه $\frac{g_A}{g_V}$ استفاده شده است.

۲-۳- مدل کیسه ای (MIT Bag Model)

۲-۳-۱- ساختار هادرونی

همانطور که می‌دانیم هادرونها اعم از باریونها و مزونها از کوآرک تشکیل شده‌اند، یعنی باریونها از سه کوآرک و مزونها از یک کوآرک و یک آنتی کوآرک تشکیل شده‌اند و می‌دانیم که کوآرکها هیچگاه به صورت منفرد یافت نمی‌شوند، یعنی همواره به صورت ترکیبی از مجموع سه کوآرک یا کوآرک بعلاوه آنتی کوآرک کنار هم قرار گرفته‌اند و برای جدا کردن این مجموعه باید انرژی بسیار زیادی در حد بینهایت به کوآرک داده شود تا آنها از هم فاصله گیرند یعنی با زیاد شدن فاصله انرژی نیز بالا می‌رود. این اتفاق تا زمانی که شرایط برای تولید یک جفت $q\bar{q}$ فراهم شود ادامه دارد. این مسأله به تلاش دانشمندان برای جداسازی تک قطبی‌های مغناطیسی بی شباهت نیست. اگرما یک قطعه شیء مغناطیسی را ببریم، خود بازم به یک دوقطبی مغناطیسی تبدیل می‌شود یعنی یک دوقطبی مغناطیسی جدید خلق شده است. جمع شدگی کوآرکها را در کنارهم محدود شدگی آنها می‌نامیم. در این بخش قصد داریم جمع شدگی در فضایی محدود، یعنی ذره‌ای

واقع درچاه پتانسیل کروی را که نخستین بار توسط Bogolioubove مطرح گردید و پس از آن به عنوان مدل MIT گسترش یافت را به نام MIT Bag Model ، بررسی کنیم.



شکل (۱-۲) : تصویر کلی از MIT Bag Model [۱]

MIT Bag Model یک مدل خیلی ساده برای توصیف ساختار هادرونهاست. فرض کنید هادرون یک حجم کروی به شعاع R را اشغال می‌کند. اگر یک کوارک درون این حجم باشد، فرض می‌کنیم جرم آن کوچک باشد، یعنی جرم آن به سمت صفر میل کند، و اگر کوارک در خارج آن قرار گیرد جرم آن را بی نهایت بزرگ در نظر می‌گیریم و این به آن معنی است که کوارک در بیرون از فضای کیسه نمی‌تواند قرار گیرد. پس کوارکها به بیرون از حجم هادرون رخنه نخواهند کرد که این حجم و ناحیه را ناحیه I یا همان کیسه می‌نامیم. برای شرح این مدل به شکل کوانتومی، بایستی معادله دیراک را، به ازای $V=0$ و جرم کوارک را $m = m_q = 0$ درون حجم و $m = m_q \rightarrow \infty$ در بیرون از این ناحیه در نظر گرفته، حل کنیم. در حل برای دو ناحیه مختلف بایستی تابع موج در مرز (سطح کره) پیوسته باشد. معادله دیراک را برای تقارن کروی که $V(r)=0$ حل می‌کنیم. در اینجا برای یک جرم اختیاری m جوابها را به دست می‌آوریم، سپس در موارد دیگر و محدودتر به مسائل ساختار هادرونها وارد می‌شویم.

برای حل معادله دیراک ابتدا به تقارنهای موجود در مسئله توجه می‌کنیم. اگر پتانسیل به صورت متقارن
 کروی باشد، می‌توانیم بخش شعاعی و زاویه‌ای تابع موج فضایی را تفکیک کنیم. با انجام این کار و مقداری
 محاسبات به تابع موج فضایی کلی به شکل زیر می‌رسیم:

$$\psi_{jm}^k(\vec{r}) = \begin{pmatrix} f_j^k(r) y_{jm}^k(\hat{r}) \\ ig_j^k(r) y_{jm}^{-k}(\hat{r}) \end{pmatrix} \quad (32-2)$$

که در آن:

$$y_{jm}^k = -|k| \sqrt{\frac{k+1/2-m}{2k+1}} \alpha Y_{l,m-1/2} + \sqrt{\frac{k+1/2+m}{2k+1}} \beta Y_{l,m+1/2} \quad (33-2)$$

K یک عدد کوانتومی می‌باشد که با z بصورت زیر وابسته است:

$$k = \pm(j+1/2) \begin{cases} + & \text{if } l = j+1/2 \rightarrow k = l \\ - & \text{if } l = j-1/2 \rightarrow k = -(l+1) \end{cases} \quad (34-2)$$

و همچنین [۱]:

$$y_{jm}^{-k} = -\vec{\sigma} \cdot \hat{r} y_{jm}^k, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (35-2)$$

که Y_{lm} ها هارمونیک‌های فضای کروی هستند. در نهایت با توجه به شکل کلی تابع موج بصورت
 $\psi(\vec{r}, t) = \psi_{jm}^k(\vec{r}) e^{-iEt}$ و قرار دادن آن در معادله دیراک دو معادله جفت شده زیر را بدست می‌آوریم:

$$[E - m - V(r)]f(r) = -\frac{dg(r)}{dr} - \frac{(1-k)}{r} g(r) \quad (36-2)$$

$$[E + m - V(r)]g(r) = \frac{df(r)}{dr} + \frac{(1+k)}{r} f(r) \quad (37-2)$$

از معادله (۳۷-۲) مشتق گرفته و در معادله (۳۶-۲) جایگزین می‌کنیم، با حذف $g(r)$ و $V(r)=0$ به معادله
 زیر می‌رسیم:

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{df}{dr} - \frac{k(k+1)}{r^2} f + (E^2 - m^2) = 0 \quad (38-2)$$

با مقایسه معادله (۲-۳۸) با معادله زیر که جواب‌های آن توابع بسل کروی هستند، در می‌یابیم که f نیز باید تابع بسل کروی باشد:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} - \frac{l(l+1)}{r^2} + k_0^2 \right] f_l(k_0 r) = 0 \quad (۲-۳۹)$$

که اگر $k_0^2 = E^2 - m^2 \geq 0$ باشد از حل معادله بالا به جواب زیر می‌رسیم:

$$j_0(k_0 r) \quad \text{منظم} \quad r \rightarrow 0 \quad (۲-۴۰)$$

$$n_l(k_0 r) \quad \text{نامنظم} \quad r \rightarrow 0 \quad (۴۱)$$

توابع بسل کروی هستند. اگر $k_0^2 = E^2 - m^2 = -K_0^2 < 0$ جوابها به شکل کروی تبدیل می‌شوند:

$$h_l^{(1)}(ik_0 r) \quad \text{منظم} \quad r \rightarrow \infty \left(h_l^{(1)} \rightarrow \frac{e^{-k_0 r}}{r} \right) \quad (۲-۴۲)$$

$$h_l^{(2)}(ik_0 r) \quad \text{نامنظم} \quad r \rightarrow \infty \left(h_l^{(2)} \rightarrow \frac{e^{k_0 r}}{r} \right) \quad (۴۳)$$

تمامی توابع در رابطه بازگشتی زیر صدق می‌کنند:

$$\frac{2l+1}{2} f_l(x) = f_{l-1}(x) + f_{l+1}(x) \quad (۲-۴۴)$$

$$f_l'(x) = \frac{1}{2l+1} [l f_{l-1}(x) - (l-1) f_{l+1}(x)] \quad (۲-۴۵)$$

برای مطالعه ساختار هادرونها به پاسخهای با انرژی مثبت با جرم m علاقمند می‌شویم. وابستگی به پارامتر را با مد نظر قراردادن علامت k بررسی می‌کنیم. اگر $k > 0, l = k$ باشد برای پاسخهایی که در نزدیکی ناحیه 1 هستند بایستی

$$f(r) = f_k(r) = N j_k(k_0 r) \quad (46-2)$$

را انتخاب کنیم که N ثابت نرمالیزاسیون و $x = k_0 r$ می‌باشد. پاسخ دیگر متناسب با n_k است، و از اینرو غیرقابل پذیرش است. همچنین برای یک پاسخ دارای شرایط نرمالیزاسیون می‌توانیم عبارت زیر را انتخاب کنیم:

$$f(r) = f_k(r) = N h_k^{(1)}(ik_0 r) \quad (۲-۴۷)$$

که برای جوابهای $(j_k(k_0r), x=k_0r, K=k_0)$ و برای جوابهای $(h_k^{(1)}(ik_0r), x=ik_0r, K=ik_0)$ برای هر دو مورد، مولفه پایین از معادله (۲-۳۷) برابر است:

$$g = \frac{K}{E+m} \left(f_l'(x) - \frac{l}{x} f_l(x) \right) \quad (۲-۴۸)$$

با توجه به رابطه (۲-۴۵) برای مشتق f در نهایت رابطه زیر بدست می‌آید:

$$g = \frac{1}{E+m} \left[\frac{df}{dr} + \frac{1+k}{r} f \right] = \frac{k}{E+m} \left[f_k'(x) + \frac{1+k}{x} f_k \right] \quad (۲-۴۹)$$

به ازای $k=k_0$ پاسخها متناسب با l و به ازای $k=ik_0$ پاسخها متناسب با $h^{(1)}$ هستند. معادله‌ای که برای g نوشته شده است به سادگی از ترکیب دو رابطه (۲-۴۴) و (۲-۴۵) بدست می‌آید.

$$f_l'(x) = \frac{1}{2l+1} \left[l f_{l-1}(x) - (l+1) \left(\frac{2l+1}{x} f_l(x) - f_{l-1}(x) \right) \right] \quad (۲-۵۰)$$

$$\Rightarrow f_l'(x) = -\frac{l+1}{x} f_l(x) + f_{l-1}(x)$$

و از اینرو برای $k=1$ خواهیم داشت:

$$g = \frac{k}{E+m} f_{k-1}(x) \quad (۲-۵۱)$$

و در نهایت جواب کلی برای این معادله دیفرانسیل به صورت زیر است:

$$\text{روابط } \psi_{jm}^k(r) = \left(-i \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \frac{k}{E+m} f_{k-1}(x) \right) y_{jm}^k(\hat{r}) \quad (۲-۵۲)$$

(۲-۴۶) و (۲-۴۷) بستگی به این دارند که $r \in R$ یا $r \in R$ باشد. اما پاسخ دیگر زمانی اتفاق می‌افتد که $k < 0$ باشد در این مورد $l = -(k+1)$ است و بایستی روابط زیر را انتخاب کنیم:

$$f(r) = f_{-(k+1)}(x) = N j_{-(k+1)}(k_0 r) \quad \text{اگر } r \in R \quad (۲-۵۳)$$

$$f(r) = f_{-(k+1)}(x) = N h_{-(k+1)}^{(1)}(ik_0 r) \quad \text{اگر } r \in R \quad (۲-۵۴)$$

در این حالت مؤلفه پایینی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$g = \frac{1}{E+m} \left[\frac{df}{dr} - \frac{l}{r} f \right] = \frac{k}{E+m} \left[f_l'(x) - \frac{l}{x} f_l(x) \right] \quad (55-2)$$

که k همانند قبل می‌باشد. در این صورت:

$$f_l'(x) = \frac{1}{2l+1} \left[l \left(\frac{2l+1}{x} f_l(x) - f_{l+1}(x) \right) - (l+1) f_{l+1}(x) \right] \quad (56-2)$$

و در نتیجه داریم:

$$\text{از این } f_l'(x) = \frac{l}{x} f_l(x) - f_{l+1}(x) \quad (57-2)$$

رو:

$$\text{پس } g = -\frac{K}{E+m} f_{-K}(x) \quad (58-2)$$

برای این حالت جواب کلی تابع موج به شکل زیر در می‌آید:

$$\psi_{jm}^K(r) = \left(\begin{array}{c} f_{-(K+1)}(x) \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} \frac{K}{E+m} f_{-K}(x) \end{array} \right) y_{jm}^K(\hat{r}) \quad (59-2)$$

که f با روابط (53-2) و (54-2) داده می‌شود. توجه شود که پاسخ‌های (52-2) و (59-2) شامل l های یکسان (که فقط l ها متفاوتند) می‌باشند و با یک تعریف برابر از K و x هستند. اکنون به مسأله ساختار هادرون‌ها برمی‌گردیم البته فقط پاسخ مربوط به $K = -1$ را که در این جا به دست آمده رادرنظر می‌گیریم. می‌دانیم به ازای $K = -1$ انرژی در حالت پایه است پاسخ در ناحیه I (درون هادرون یعنی $r < R$) با جرم $m = 0$ ، در این صورت:

$$\psi_I(r) = N_I \left(\begin{array}{c} j_0(Er) \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} j_1(Er) \end{array} \right) \chi^{(s)} \quad (60-2)$$

که $\chi^{(s)}$ یک اسپینوردو مؤلفه‌ای است. (هنگامی که $K = -1$ ، y_{jm}^K به دومؤلفه اسپینور وابسته به \hat{r} تبدیل می‌شود.) در خارج، یعنی در ناحیه II، ما $m \gg E$ در نظر می‌گیریم و یا E را در نظر نمی‌گیریم:

$$\psi_{II}(r) = N_{II} \left(h_0^{(1)}(imr) \right. \\ \left. i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} h_1^{(1)}(imr) \right) \chi^{(s)} \quad (61-2)$$

که $h_0^{(1)}(ix) = -\frac{e^{-x}}{x}$ و $h_1^{(1)}(ix) = \frac{ie^{-x}}{x} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$ داده می‌شود در این صورت:

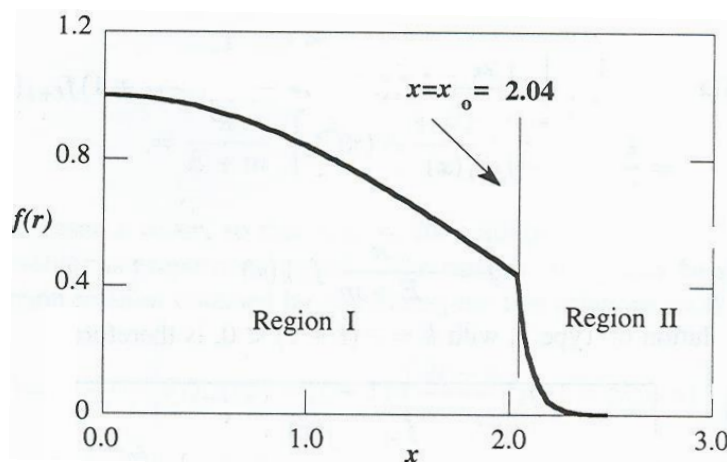
$$\psi_{II}(r) = -\frac{N_{II}}{mr} e^{-mr} \left(1 \right. \\ \left. i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} \left(1 + \frac{1}{mr}\right) \right) \chi^{(s)} \quad (62-2)$$

اما اگر پاسخها را به ازای $r=R$ بررسی کنیم و یا هنگامی که $m \rightarrow \infty$ میل کند، حد توابع موج را به دست آوریم در این صورت با انتخاب N_0 محدود است. خواهیم داشت:

$$\psi_{II}(r) = \frac{N_0}{r} e^{-m(r-R)} \left(1 \right. \\ \left. i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} \left(1 + \frac{1}{mr}\right) \right) \chi^{(s)} \quad (63-2)$$

$$\xrightarrow{m \rightarrow \infty} \begin{cases} \frac{N_0}{R} \left(1 \right. \\ \left. i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} \right) \chi^{(s)} & r = R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

$$N_{II} = -mN_0 e^{mR} \quad (64-2)$$



شکل (۲-۲) رسم مؤلفه بالایی تابع موج در حالت پایه شعاع کیسه در حدود $x_0 = 2.04$ است [۱]

مؤلفه بالایی این جواب در شکل (۲-۲) نشان داده شده است. ما می‌بینیم که شکل ψ_{II} در $r = R$ به مؤلفه‌های بالا و پایین نیازمند است ولی در شکل کلی در $r = R$ داریم:

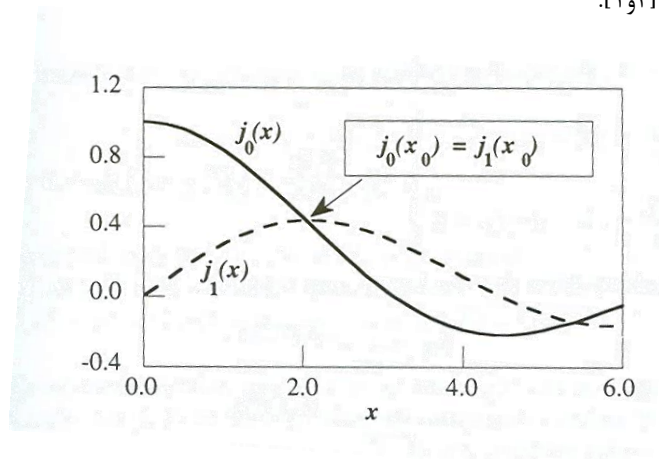
$$\psi_I(R) = \psi_{II}(R) \Rightarrow \begin{cases} Nj_0(ER) = \frac{N_0}{R} \\ Nj_1(ER) = \frac{N_0}{R} \end{cases} \quad (۶۵-۲)$$

شرط ویژه مقدار برای یک کوآرک بدون جرم محدود شده در یک حجم باشعاع R به صورت زیر می‌باشد:

$$j_0(ER) = j_1(ER) \quad (۶۶-۲)$$

از طریق حل عددی این معادلات مقدار $x_0 = 2.04$ را به دست می‌آوریم که در این صورت انرژی یک کوآرک بدون جرم محدود شده در یک ناحیه‌ای به شعاع R با R نسبت عکس دارد یعنی: $E = \frac{2.04}{R}$ که مقدار x_0 در

شکل (۳-۲) نشان داده شده اند [۱ و ۲].



شکل (۳-۲): رسم توابع بسل کروی نقطه‌ای که دو تابع برابرند نشان داده شده است [۱]

۲-۳-۲- کوارک‌های آزاد محدود شده در یک کره

مطالعه طیف سنجی و بررسی پراکندگی غیرالاستیک کوارک‌ها این باور را تقویت کرد که کوارک‌ها ذرات نقطه گونه‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ هستند. همچنین می‌دانیم که کوارک‌ها در خارج از پروتون آشکار نمی‌شوند. بنابراین معادله دیراک برای یک فرمیون آزاد با جرم m به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$i\partial\psi(x) = m\psi(x) \quad (۶۷-۲)$$

که ما حل معادله بالا را برای یک فضای محدود شده به شعاع R بررسی می‌کنیم. دو نوع جواب برای معادله بالا با $z = \frac{1}{2}$ مطابق با دو حالت پارته مربوط به $S_{\frac{1}{2}}$ و $P_{\frac{1}{2}}$ به وسیله عدد کوانتمی جدید $K = \mp(j + \frac{1}{2}) = \mp 1$ داریم که این پاسخ‌ها به صورت:

$$\psi_{-1} = N \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\omega+m}{\omega}} i j_0\left(\frac{rx}{R}\right) \\ -\sqrt{\frac{\omega-m}{\omega}} j_1\left(\frac{rx}{R}\right) \frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{r}}{r} \end{pmatrix} U_m \quad (۶۸-۲)$$

$$\psi_{+1} = N' \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\omega+m}{\omega}} i j_1\left(\frac{rx}{R}\right) \frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{r}}{r} \\ \sqrt{\frac{\omega-m}{\omega}} j_0\left(\frac{rx}{R}\right) \end{pmatrix} U_m \quad (۶۹-۲)$$

که N و N' ثابت نرمالیزاسیون هستند و U_m اسپینور ذره و ω انرژی است که بارابطه زیر داده می‌شود: (۷۰-۲)

$$\omega = \left(m^2 + \frac{x^2}{R^2}\right)^{1/2}$$

که x گشتاور کوارک در واحد $\frac{1}{R}$ است. اگر در ابتدا حالت غیرنسبیتی را مطالعه کنیم حد $\omega - m \rightarrow 0$ میل خواهد کرد بنابراین فقط مؤلفه بالایی اسپینور باقی می‌ماند. تحت تبدیل پارته

$$\psi_{\pm 1} \xrightarrow{r \rightarrow -r} \pm \psi_{\pm 1} \quad (۷۱-۲)$$

تبدیل خواهد شد. یعنی بسته به مقدار، پارته می‌تواند زوج و یا فرد باشد.

فرض معقولی است که حالت پایه هادرون‌ها تقارن کروی دارند و کوارک‌ها نتیجتاً در کره‌ای به شعاع R محدود خواهند شد. اگر \hat{n}_μ عمود بر سطح کره و به سمت بیرون باشد، بنابراین بر روی مرز $r = R$ هیچگونه جریانی نخواهیم داشت یعنی:

$$n^\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi = 0 \quad (72-2)$$

این معادله در صورتی برقرار است که:

$$-i \gamma_\mu n^\mu \psi = \psi \quad (73-2)$$

از این رو احتیاج می‌شود که

$$\begin{aligned} i \bar{\psi} \gamma \cdot \hat{n} &= \bar{\psi} \\ \bar{\psi} \psi &= (i \bar{\psi} \gamma \cdot \hat{n}) \psi \equiv \bar{\psi} (i \gamma \cdot \hat{n} \psi) = -\bar{\psi} \psi \end{aligned} \quad (74-2)$$

که به طور آشکارا $\bar{\psi} \psi = 0$ و از این رو $n \cdot \bar{\psi} \gamma \psi = 0$ خواهد شد. با توجه به فرمول بندی که در رابطه (73-2) مربوط به شرایط مرزی است می‌توانیم $\psi_{\pm 1}$ را (معادله های (68-2) و (69-2)) در معادله (73-2) جایگزین کنیم. با نوشتن رابطه (73-2) با ψ_{-1} خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} 0 & -i \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \\ i \vec{\sigma} \cdot \hat{r} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\omega+m}{\omega}} j_0(x) \\ -\sqrt{\frac{\omega-m}{\omega}} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{r}}{r} j_1(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\omega+m}{\omega}} j_0(x) \\ -\sqrt{\frac{\omega-m}{\omega}} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{r}}{r} j_1(x) \end{pmatrix} \quad (75-2)$$

که این معادله ما را به رابطه زیر می‌رساند:

$$j_1(x) = \sqrt{\frac{\omega+m}{\omega-m}} j_0(x) \quad (76-2)$$

اکنون اگر $j_1(z) = A j_0(z)$ باشد بنابراین $\tan Z = \frac{Z}{1-AZ}$ و برای مورد ما:

$$\tan x = \frac{x}{1-mr - \sqrt{m^2 R^2 + x^2}} \quad (77-2)$$

که ما از رابطه (70-2) نیز در نوشتن رابطه بالا استفاده کرده‌ایم و به ازای ψ_{+1} رابطه زیر را داریم:

$$\tan x = \frac{x}{1 - mR + \sqrt{m^2 R^2 + x^2}} \quad (78-2)$$

هنگامی که $m \rightarrow \infty$ (در حد غیرنسبیتی) خواهیم داشت:

$$\tan x = \frac{x}{1 - 2mR} \rightarrow 0 \quad (79-2)$$

که به ترتیب پاسخ های $x = \pi$ و $x = 0$ می باشند که مقدار $x = \pi$ شبیه به نتایج معادله شرودینگر می باشد. در حد فرا نسبیتی ($m \rightarrow 0$) معادله غیرتجربی با رابطه زیر داده می شود

$$\tan x = \frac{x}{1 \pm x} \quad (80-2)$$

و برای پایین ترین حالت جوابها به صورت $\psi_+(x=3.81)$, $\psi_-(x=2.04)$ می باشند. یک کوآرک تنها با جرم m محصور در یک کره ای به شعاع R انرژی $\omega = (m^2 + \frac{x^2}{R^2})^{1/2}$ را دارا می باشد.

هنگامی که در پایین ترین حالت، $x(mR)$ داده شده در شکل (۲-۳) باشد، انرژی با جرم کوآرک رابطه دارد. اما اگر $R \rightarrow \infty$ ، آنگاه $\omega = R$ خواهد شد. برای یک سیستم از N_{ij} تا کوآرک با طعم های z و a و جرم های m_{ij} انرژی نهایی کوآرک با رابطه زیر داده می شود [۴]

$$E = \sum_i N_i (m_i^2 + \frac{x_i^2}{R^2})^{1/2} \quad (81-2)$$

۳-۳- جرم هادرون ها در مدل کیسه ای

در این مدل با افزایش R انرژی به شکل یکنواختی تا $R = \infty$ کاهش می یابد که این یک محدودیت خود به خودی ایجاد می کند. برای جلوگیری از این شرایط کمیتی به نام فشار، B را تعریف می کنیم که این سیستم را به حالت موازنه ای در آورد که این یک طرح ضروری و مهم از مدل کیسه ای MIT می باشد. در این صورت انرژی نهایی به صورت:

$$E_i^{(e)} = \sum N_i (m_i^2 + x^2 / R^2)^{1/2} + B \frac{4\pi R^3}{3} \quad (82-2)$$

رابطه بالا در حالی که E به کمترین مقدار خود برسد به حال تعادل می رسد یعنی $\frac{\partial E}{\partial R} = 0$ شود.

رتبه بندی پدیده‌ها در پراکندگی‌های ناکشسان اظهار می‌دارد که جرم کوارک‌های u و d بایستی کوچک باشد بنابراین برای ساده‌تر کردن فرمول جرم کوارک‌ها را صفر در نظر می‌گیریم. پس انرژی مربوط به N کوارک از یک مجموعه به صورت زیر خواهد شد:

$$E = \frac{N \times 2.04}{R} + \frac{4\pi R^3}{3} B \quad (۸۳-۲)$$

که $x(0) = 2.04$ و

$$\frac{\partial E}{\partial R} = 0 = 4\pi R^2 B - \frac{N \times 2.04}{R^2} \Rightarrow R = \left(\frac{N \times 2.04}{4\pi B} \right)^{1/4} \quad (۸۴-۲)$$

اکنون رابطه (۸۴-۲) را در رابطه (۸۳-۲) جایگزین می‌کنیم و رابطه مربوط به جرم یا انرژی مجموعه‌ای وابسته به فشار (B) را می‌یابیم:

$$M_N = \frac{4}{3} (4\pi B)^{1/4} (N \times 2.04)^{3/4} \quad (۸۵-۲)$$

رابطه بالا دلالت بر افزایش جرم به وسیله افزایش تعداد کوارک‌ها دارد و یا به عبارتی:

$$\frac{M_{Meson}}{M_{Baryon}} = \frac{M_2}{M_3} = \left(\frac{2}{3} \right)^{3/4} \cong \frac{3}{4} \quad (۸۶-۲)$$

یعنی اگر $N = 3$ و $M = M_{(Proton)}$ در این صورت از رابطه بالا می‌توانیم مقدار $R \approx 1.6 fm$ محاسبه کنیم. که این اندازه برای تولید یک پروتون جرم دار با کوارک‌های بدون جرم لازم می‌شود. این جرم از انرژی جنبشی کوارک‌ها و فشار محدود آمده است [۴۲].

$$\frac{g_A}{g_V} \quad \text{نسبت } ۴-۳-۲$$

فرض کنید کوارکی مستقل از کوارک‌های دیگر در یک پتانسیل متقارن اسکالر شعاعی حرکت کند تابع موجی که این کوارک را تعریف می‌کند:

$$\psi_r = \begin{pmatrix} f(r) U_m \\ ig(r) \vec{\sigma} \cdot \hat{r} U_m \end{pmatrix} \quad (۸۷-۲)$$

می‌باشد که U_m اسپینور دومؤلفه‌ای کوارک و f و g توابعی از r هستند که وابسته به شکل پتانسیل مورد نظر می‌باشند. مؤلفه‌های بالایی و پایینی یک اسپینور چهارمؤلفه‌ای به ترتیب مربوط به $L=0$ و $L=1$ می‌باشد. در نتیجه ماتریس اسپینی کوارک به صورت $\langle q|\sigma_z|q\rangle$ می‌باشد:

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \langle \sigma_z \rangle \quad (۸۸-۲)$$

که $\langle \sigma_z \rangle$ مقدار انتظاری مربوط به تصویر ۳ اسپین کوارک نسبتی است و اندازه حرکت زاویه‌ای کل برای هر کوارک به صورت $j_z = \frac{1}{2} \sigma_z + l_z$ می‌باشد که برای هر کوارک با $j_z = \frac{1}{2}$ رابطه‌ای به شکل $\langle \sigma_z \rangle = 1 - 2\delta$ داریم که

$$\delta = \frac{\int \psi_0^* l_z \psi_0 dr}{\int \psi_0^* \psi_0 dr} \Big|_{j=\frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{3} \int |g(r)|^2 r^2 dr}{\int \{|f(r)|^2 + |g(r)|^2\} r^2 dr} \quad (۸۹-۲)$$

بوگولیوبو کوارک‌ها را در یک مجذور چاه پتانسیل قرارداد و $\frac{g_A}{g_V} = 1.1$ محاسبه کرده در مدل کیسه‌ای MIT این مقدار به دقت محاسبه می‌شود که شبیه به مقدار محاسبه شده توسط بوگولیوبو می‌باشد. برای کوارک‌های بی جرم آزاد محدود شده در یک حجم و برای پایین‌ترین حالت معادله موج با رابطه (۶۸-۲) داده می‌شود. با مقایسه با تابع موج مربوط به یک مورد متقارن کروی مؤلفه‌های بالایی و پایینی به صورت زیر حاصل می‌شوند.

$$f(r) = N \sqrt{\frac{\omega + m}{\omega}} \quad ij_0 \left(\frac{rx}{R} \right) \quad (۹۰-۲)$$

$$g(r) = N \sqrt{\frac{\omega - m}{\omega}} \quad ij_1 \left(\frac{rx}{R} \right) \quad (۹۱-۲)$$

که N ضریب نرمالیزاسیون است که از رابطه $4\pi \int dr r^2 (|f(r)|^2 + |g(r)|^2) = 1$ به دست می‌آید و اکنون برای کوارک‌های بدون جرم δ به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$\delta = \frac{\int_0^R \frac{2}{3} \left| j_1\left(\frac{rx}{R}\right) \right|^2 r^2 dr}{\int_0^R \left\{ \left| j_0\left(\frac{rx}{R}\right) \right|^2 + \left| j_1\left(\frac{rx}{R}\right) \right|^2 \right\} r^2 dr} = \frac{2x-3}{6(x-1)} \quad (92-2)$$

که $x = 2.04$ برای پایین‌ترین حالت می‌باشد. از این رو

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \left[1 - \frac{2x-3}{3(x+1)} \right] \cong 1.1 \quad (93-2)$$

که این مقدار تقریباً با مقادیر و داده‌های آزمایشگاهی مطابقت می‌کند. حدود ۳۰٪ انحراف $\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3}$ ناشی از

مؤلفه‌های پایینی ψ_0 مربوط به کوارک‌های بدون جرم اما محدود شده در یک حجم می‌باشد. با اعمال یک

محاسبه مربوط به تابع موجی که تابعی از m است یعنی معادلات (۲-۹۰) و (۲-۹۱) مقدار دقیق‌تری را

می‌توانیم با در نظر گرفتن جرم کوارک برای $\frac{g_A}{g_V}$ به دست آوریم و یا برعکس با داشتن مقدار تجربی این

نسبت $\frac{g_A}{g_V} = 1.26$ مقدار دقیقی برای جرم یک کوارک حاصل کنیم [۴۰۲].

فصل سوم

محاسبهٔ شکل پتانسیل رنگ با کمک کرومودینامیک

کوانتومی

- طول عمر و سطح مقطعها
- الکترودینامیک کوانتومی (QED)
- قواعد فایمن برای (QED)
- کرومودینامیک کوانتومی (QCD)
- قواعد فایمن برای QCD

فصل سوم

۳-۱- طول عمر و سطح مقطعها

همان گونه که در فصل اول ذکر شد، ما سه روش تجربی برای برهمکنش‌های ذره‌ای داریم: ۱- حالت مقید، ۲- واپاشی، ۳- پراکندگی. مکانیک کوانتومی غیر نسبییتی به خوبی برای بررسی حالت‌های مقید مورد استفاده قرار گرفته است. روابط فایمن بویژه برای تئوری نسبیت و وصف حالت‌های واپاشی و پراکندگی خیلی مناسب است.

در مورد واپاشی مهم‌ترین مسئله‌ای که مطرح است، طول عمر ذره است. به طوردقیق معنی طول عمر به عنوان مثال ذره میوان چیست؟ تمام میوان‌های ثابت به لحاظ زمانی به یک میزان دوام ندارند، زیرا در مرحله‌ی واپاشی یک عنصر تصادفی طبیعی وجود دارد. نمی‌توان به محاسبه‌ی طول عمر هر میوان خاص امیدوار بود. به جای آن به دنبال طول عمر متوسط میوان‌ها، τ ، در هر نمونه‌ی بزرگ هستیم. ذرات هیچ حافظه‌ای ندارند، پس امکان واپاشی میوان مورد نظر در میکرو ثانیه‌ی بعدی مستقل از مدت زمان ایجاد میوان می‌باشد. اما تمام میوان‌ها بدون توجه به زمان ایجادشان، یکسان هستند، از دیدگاه آماری همگی در وضعیت یکسانی قرار دارند. پس پارامتر مهم، دامنه واپاشی، Γ ، یا احتمال واپاشی هر میوان داده شده در واحد زمان است. اگر مجموعه‌ی بزرگی از میوان در زمان t داشته باشیم که آنرا $N(t)$ می‌گوییم، آنگاه $N\Gamma dt$ از آنها در لحظه‌ی dt واپاشی می‌کنند. البته این امر تعداد باقیمانده را کاهش می‌دهد:

$$dN = -\Gamma N dt \quad (1-3)$$

و دنبال آن

$$N(t) = N(0)e^{-\Gamma t} \quad (2-3)$$

بدون تردید، تعداد ذرات باقیمانده بطورتصاعدی با زمان کاهش می‌یابد. میانگین طول عمر، عکس آهنگ واپاشی است:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} \quad (3-3)$$

در واقع، بیشتر ذرات از راههای متفاوت می‌توانند واپاشی کنند. π^+ ، برای نمونه، اغلب به شکل $\mu^+ + \nu_\mu$ و گاهی به $e^+ + \nu_e$ واپاشی می‌کند و یک π^+ ، گاهی به $\mu^+ + \nu_\mu + \gamma$ و حتی گاهی به $e^+ + \nu_e + \pi^0$ واپاشی شده است. در چنین شرایطی میزان واپاشی کل، مجموع مقادیر واپاشی خاص است:

$$\Gamma_{tot} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i \quad (4-3)$$

ومیانگین طول عمر ذره برابر است:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}} \quad (5-3)$$

پس مشکل اصلی درواپاشی، محاسبه ی واپاشی Γ_i هر حالت است و از آنجا محاسبه ی طول عمر است. در مورد پراکندگی کمیت مهم سطح مقطع پراکندگی است. اگر باریکه ای از الکترون ها را به مخزنی از هیدروژن (که دراصل مجموعه ای از پروتون ها است) پرتاب کنیم، شاخص مورد توجه اندازه ی پروتون است-سطح مقطع σ که در معرض موج ورودی قرار می دهد. الکترون ها بوسیله هیدروژن ها بسیار سریعتر از نوترینوها و به مراتب کمتر از مزون های پای پراکنده می شوند، چون این امر شامل برهمکنش های متفاوتی است. این امر همچنین به ذرات خروجی بستگی دارد. اگر انرژی به حد کافی بالا باشد، نه تنها می توانیم پراکندگی کشسان داشته باشیم ($e + p \rightarrow e + p$) بلکه انواعی از فرایندهای ناکشسان همانند $e + p \rightarrow e + p + \gamma$ یا $e + p + \pi^0$ یا حتی دراصل $\Lambda + \nu_e$ را می توانیم داشته باشیم. هر یک از اینها سطح مقطع انحصاری خود را دارد. در نتیجه سطح مقطع کل بصورت :

$$\sigma_{tot} = \sum_{i=1}^n \sigma_i \quad (6-3)$$

در نتیجه کمیت های فیزیکی اساسی مورد نیاز برای محاسبه معرفی شدند: میزان واپاشی و سطح مقطع پراکندگی که در هر دو ماده ی لازم در دستور کار وجود دارند که عبارتند از: (۱) دامنه نوسان (M) برای هر فرایند، (۲) فضای فاز موجود.

دامنه نوسان شامل تمام داده های دینامیکی می شود که آنرا با ارزیابی دیاگرام های مربوطه فایمن با استفاده از روابط فایمن، متناسب با برهمکنش مورد نظر محاسبه می کنیم. فضای فاز تنها شامل داده های دینامیکی می شود که بستگی به اجرام، انرژی ها و اندازه حرکت های متحرک کننده دارد و بازتاب کننده ی این حقیقت است که هنگامی احتمال بیشتری برای وقوع یک فرایند خاص وجود دارد که در وضعیت نهایی فضای بیشتری برای مانور باشد. برای مثال واپاشی از یک ذره ی سنگین به تعداد زیادی ذرات ثانویه ی سبک وجود

دارد. برعکس واپاشی نوترون ($n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$) که در آن تقریباً هیچ جرم اضافی برای ذخیره وجود ندارد، بشدت مقید است و عامل فضای فاز بسیار کوچک است.

میزان گذار برای یک فرایند با دامنه نوسان و فضای فاز موجود براساس (قانون طلایی) تعیین می‌شود:

$$\text{میزان گذار} = \frac{2\pi}{\hbar} |M|^2 \times (\text{فضای فاز}) \quad (7-3)$$

قانون طلایی برای واپاشی: تصور کنید ذره‌ی شماره‌ی 1 به چند ذره‌ی دیگر $2, 3, 4, \dots, n$ واپاشی کند، دامنه واپاشی از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$d\Gamma = |M|^2 \frac{s}{2\hbar m_1} \left[\left(\frac{cd^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \cdots \left(\frac{cd^3 \vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 \cdots - p_n) \quad (8-3)$$

در حالیکه $p_i = \left(\frac{E_i}{c}, \vec{p}_i \right)$ چهار بردار اندازه حرکت ذره‌ی i ام است که جرم m_i را حمل می‌کند چنانکه ($E_i^2 = \vec{p}_i^2 c^2 + m_i^2 c^4$) تابع δ بقای انرژی و اندازه حرکت را ایجاب می‌کند که صفر است مگر اینکه $p_1 = p_2 + \dots + p_n$ باشد. ذره در حال واپاشی در حالت سکون فرض می‌شود: $p_1 = (m_1 c, 0)$ و S ناشی از حاصلضرب عامل‌های آماری، $\frac{1}{i!}$ برای هر گروه از ذرات مشابه در حالت نهایی می‌باشد.

اگر فقط دو ذره در حالت نهایی باشد:

$$\Gamma = \frac{s}{\hbar m_1} \left(\frac{c}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{2} \int \frac{|M|^2}{E_2 E_3} \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) d^3 \vec{p}_2 d^3 \vec{p}_3 \quad (9-3)$$

روبهمرفته، دامنه‌ی M تابعی از \vec{p}_3, \vec{p}_2 می‌باشد که نمی‌توان آن را از داخل انتگرال خارج کرد. با وجود این، برای واپاشی دو ذره‌ای ما می‌توانیم انتگرال را جبری انجام دهیم.

به عنوان مثال ذره‌ای به جرم m به دو قسمت فرعی بدون جرم شکسته می‌شود برای مثال $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$.

اگر دامنه برای این فرایند $M(\vec{p}_2, \vec{p}_3)$ باشد، میزان واپاشی آن را بیابید؟

نخست تابع دلتا را می‌نویسیم و می‌دانیم که $E_1 = mc^2$ و $\vec{p}_1 = 0$:

$$\delta^4(p_1 - p_2 - p_3) = \delta\left(mc - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c}\right) \delta^3(-\vec{p}_2 - \vec{p}_3) \quad (10-3)$$

باتوجه به اینکه $m_2 = m_3 = 0$ و $E_2 = |\vec{p}_2|c$ و $E_3 = |\vec{p}_3|c$ بنابراین:

$$\Gamma = \frac{s}{2(4\pi)^2 \hbar m} \int \frac{|M|^2}{|\vec{p}_2||\vec{p}_3|} \delta(mc - |\vec{p}_2| - |\vec{p}_3|) \delta^3(-\vec{p}_2 - \vec{p}_3) d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_3 \quad (11-3)$$

سپس از $\delta^3(-\vec{p}_2 - \vec{p}_3)$ استفاده می‌کنیم تا انتگرال \vec{p}_3 را انجام دهیم. این امر بسادگی هر \vec{p}_3 را با $-\vec{p}_2$ -
جانشین می‌کند که بقای اندازه حرکت را بازتاب می‌کند.

$$\Gamma = \frac{s}{2(4\pi) \hbar m} \int \frac{|M|^2}{|\vec{p}_2|^2} \delta(mc - 2|\vec{p}_2|) d^3\vec{p}_2 \quad (12-3)$$

دراین مرحله $|M|^2$ به تنهایی تابعی از \vec{p}_2 می‌باشد. درحقیقت، چون باید بصورت اسکالر باشد، می‌تواند فقط
به $|\vec{p}_2|$ بستگی داشته باشد. اگر به مختصات کروی برویم:

$$d^3\vec{p}_2 = |\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2| \sin\theta d\theta d\phi \quad (13-3)$$

و انتگرال گیری زاویه‌ای را انجام دهیم $\int \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi$ ، آنگاه داریم:

$$\Gamma = \frac{s}{8\pi \hbar m} \int_0^\infty |M|^2 \delta(mc - 2|\vec{p}_2|) d|\vec{p}_2| \quad (14-3)$$

و با توجه به معادله‌ی زیر:

$$\delta(mc - 2|\vec{p}_2|) = \frac{1}{2} \delta\left(|\vec{p}_2| - \frac{mc}{2}\right) \quad (15-3)$$

در نتیجه داریم:

$$\Gamma = \frac{s}{16\pi \hbar m} |M|^2 \quad (16-3)$$

جایی که M در اندازه حرکت‌های محاسبه شده بوسیله‌ی قانون‌های بقا محاسبه شده و $\vec{p}_3 = -\vec{p}_2$ و

$$|\vec{p}_2| = \frac{mc}{2}$$

حال حالت کلی واپاشی دو ذره‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن ذره‌های خروجی جرم‌های m_1, m_2 را به همراه دارند. باز هم با دوباره نویسی تابع δ شروع می‌کنیم و انتگرال را انجام می‌دهیم، اما این بار داریم:

$$E_2 = c\sqrt{m_2^2 c^2 + \vec{p}_2^2}, E_3 = c\sqrt{m_3^2 c^2 + \vec{p}_3^2}$$

بنابراین، به جای معادله‌ی (۱۲-۳) داریم:

$$\Gamma = \frac{s}{2(4\pi)\hbar m_1} \int \frac{|M|^2 \delta\left(m_1 c - \sqrt{m_2^2 c^2 + \vec{p}_2^2} - \sqrt{m_3^2 c^2 + \vec{p}_3^2}\right)}{\sqrt{m_2^2 c^2 + \vec{p}_2^2} \sqrt{m_3^2 c^2 + \vec{p}_3^2}} d^3 \vec{p}_2 \quad (17-3)$$

مانند قبل، $|M|^2$ فقط تابعی از $|\vec{p}_2|$ است، بنابراین، می‌توانیم مختصات کروی را معرفی کنیم و انتگرال‌گیری زاویه‌ای را انجام دهیم:

$$\Gamma = \frac{s}{8\pi\hbar m_1} \int \frac{|M|^2 \delta\left(m_1 c - \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2} - \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2}\right)}{\sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2}} \rho^2 d\rho \quad (18-3)$$

برای تندنویسی از ρ به جای $|\vec{p}_2|$ استفاده شده است. تغییر متغیر زیرا در نظر می‌گیریم:

$$E \equiv c\left(\sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2} + \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2}\right) \quad (19-3)$$

به زبان فیزیک، E انرژی کل ذره‌های بیرون رونده را نشان می‌دهد، بنابراین، داریم:

$$dE = \frac{E\rho}{\sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2}} d\rho \quad (20-3)$$

بنابراین:

$$\Gamma = \frac{s}{8\pi\hbar m_1} \int_{(m_2+m_3)c^2}^{\infty} |M|^2 \frac{\rho}{E} \delta\left(m_1 c - \frac{E}{c}\right) dE \quad (21-3)$$

باتوجه به رابطه‌ی زیر:

$$\delta\left(m_1c - \frac{E}{c}\right) = c\delta(E - m_1c^2) \quad (22-3)$$

و ما می‌توانیم نتیجه بگیریم که:

$$\Gamma = \frac{s|M|^2\rho_0}{8\pi\hbar m_1^2 c} \quad (23-3)$$

مشروط براینکه $m_1 > (m_2 + m_3)$ وگرنه تابع دلتا بیرون حوزه‌ی انتگرال‌گیری است و ما نتیجه می‌گیریم $\Gamma = 0$ و نتیجه به دست آمده ثابت‌کننده‌ی این حقیقت است که یک ذره نمی‌تواند ذرات سنگین را واپاشی کند. اینجا ρ_0 مقدار ρ است برای $E = m_1c^2$. اگر ما معادله‌ی (3-19) را حل کنیم، خواهیم دید که:

$$\rho_0 = \frac{c}{2m_1} \sqrt{m_1^4 + m_2^4 + m_3^4 - 2m_1^2m_2^2 - 2m_1^2m_3^2 - 2m_2^2m_3^2} \quad (24-3)$$

اگر $m_2 = m_3 = 0$ و سپس $\rho_0 = \frac{m_1c}{2}$ ، ما دوباره معادله‌ی (3-16) را بدست می‌آوریم.

قانون طلایی برای پراکندگی: فرض کنید ذره‌های 1,2 برخورد می‌کنند و ذره‌های 3,4,...,n را تولید می‌کنند:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n \quad (25-3)$$

سطح مقطع بارابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$d\sigma = |M|^2 \frac{\hbar^2 s}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left[\left(\frac{cd^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \cdots \left(\frac{cd^3 \vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 \dots - p_n) \quad (26-3)$$

در این رابطه $p_i = \left(\frac{E_i}{c}, \vec{p}_i \right)$ چهار بردار اندازه حرکت ذره‌ی i ام است که جرم m_i را حمل می‌کند. چنانکه)

$(E_i^2 = \vec{p}_i^2 c^2 + m_i^2 c^4)$. تابع δ بقای انرژی و اندازه حرکت را ایجاب می‌کند و S ناشی از حاصلضرب عامل‌های

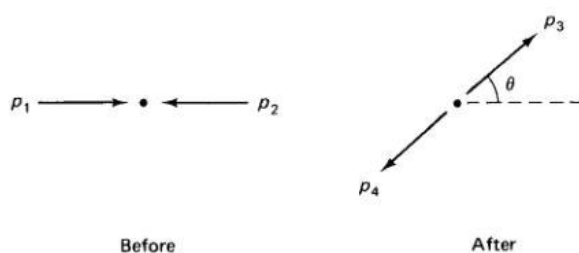
آماری، $\frac{1}{j!}$ برای هر گروه از ذرات مشابه در حالت نهایی می‌باشد. سطح مقطع برای یک فرایند که در آن سه

اندازه حرکت ذره که در محدوده‌ی $d^3 \vec{p}_3$ نزدیک به \vec{p}_3 واقع است، را تعیین می‌کند که ذره‌ی 4 در محدوده‌ی

$d^3\vec{p}_4$ پیرامون \vec{p}_4 واقع است و به همین ترتیب ادامه دارد. در حالت عادی ما فقط زاویه‌ای را می‌خوانیم که ذره‌ی ۳ در آن پدیدار شود، در این حالت روی تمام اندازه حرکت‌های دیگرانتگرال می‌گیریم و روی \vec{p}_3 ، چیزی که باقی مانده است، به ما $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ را می‌دهد.

اکنون پراکندگی دوزره را در سیستم مختصات مرکز جرم (CM) در نظر بگیرید:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 \quad (27-3)$$



شکل ۳-۱- پراکندگی ذره‌ای در چارچوب CM [۳]

با توجه به اینکه M دامنه است، در سیستم CM، $\vec{p}_2 = -\vec{p}_1$ و از این رو $\vec{p}_1^2 = \vec{p}_2^2$ ، پس از $p_1 \cdot p_2 = \frac{E_1 E_2}{c^2} + \vec{p}_1^2$ ،

کمی محاسبات جبری ساده به رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = \frac{(E_1 + E_2) |\vec{p}_1|}{c} \quad (28-3)$$

بنابراین:

$$d\sigma = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{s |M|^2 c}{(E_1 + E_2) |\vec{p}_1|} \frac{d^3\vec{p}_3 d^3\vec{p}_4}{E_3 E_4} \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \quad (29-3)$$

اکنون می‌توانیم تابع دلتا را جداسازی کنیم:

$$\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) = \delta\left(\frac{E_1 + E_2 - E_3 - E_4}{c}\right) \delta^3(-\vec{p}_3 - \vec{p}_4) \quad (30-3)$$

انرژی‌های خروجی را بر حسب \vec{p}_3 و \vec{p}_4 می‌نویسیم یعنی: $E_i^2 = \vec{p}_i^2 c^2 + m_i^2 c^4$ ، با قراردادن روابط انرژی در رابطه‌ی (۲۹-۳) و همچنین انتگرال \vec{p}_4 را انجام می‌دهیم که نتیجه می‌دهد: $\vec{p}_4 \rightarrow -\vec{p}_3$

$$d\sigma = \left(\frac{\hbar}{8\pi}\right)^2 \frac{s|M|^2 c}{(E_1 + E_2)|\vec{p}_1|} \delta\left(\left(\frac{E_1 + E_2}{c}\right) - \sqrt{m_3^2 c^2 + \vec{p}_3^2} - \sqrt{m_4^2 c^2 + \vec{p}_3^2}\right) \times \frac{d^3 \vec{p}_3}{\sqrt{m_3^2 c^2 + \vec{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 c^2 + \vec{p}_3^2}} \quad (31-3)$$

در رابطه بالا، به هر حال $|M|^2$ به جهت \vec{p}_3 و همچنین اندازه‌ی آن بستگی دارد. بنابراین ما نمی‌توانیم انتگرال زاویه‌ای را انجام دهیم. می‌توانیم بصورت زیر عمل کنیم:

$$d^3 \vec{p}_3 = \rho^2 d\rho d\Omega \quad (32-3)$$

که ρ به جای $|\vec{p}_3|$ مختصر نوشته شده است. با توجه به اینکه زاویه‌ی فضایی بصورت زیر است

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi \quad (33-3)$$

در نتیجه داریم:

$$d\sigma = \left(\frac{\hbar}{8\pi}\right)^2 \frac{sc}{(E_1 + E_2)|\vec{p}_1|} \int_0^\infty |M|^2 \delta\left(\left(\frac{E_1 + E_2}{c}\right) - \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2} - \sqrt{m_4^2 c^2 + \rho^2}\right) \times \frac{\rho^2 d\rho^2}{\sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_4^2 c^2 + \rho^2}} \quad (34-3)$$

انتگرال روی ρ همان می‌باشد که در معادله‌ی (۱۸-۳) است با $m_2 \rightarrow m_4$ و $m_1 \rightarrow \frac{(E_1 + E_2)}{c^2}$. در نتیجه

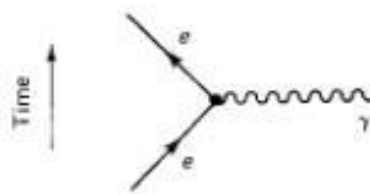
داریم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right) \frac{s|M|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} \quad (3-35)$$

جاییکه $|\vec{p}_f|$ مقدار اندازه حرکت خروجی هر ذره و $|\vec{p}_i|$ مقدار اندازه حرکت ورودی هر ذره می باشد.

۳-۲- الکترو دینامیک کوانتومی (QED)

الکترو دینامیک کوانتومی کهن ترین و ساده ترین و موفق ترین نظریه در زمینه دینامیک است و سایر نظریه ها نیز بر اساس همین نظریه طرح ریزی شده اند. تمام پدیده های الکترومغناطیسی سرانجام به مرحله ی اصلی زیر تبدیل می شوند:

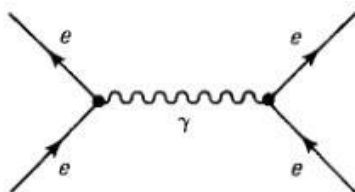


شکل ۳-۲ [۳]

و این شکل بیان می کند: ذره ی باردار e وارد می شود و فوتون را جذب یا دفع می کند و سپس خارج

می شود. برای توضیح در مورد مراحل پیچیده تر، ما دو یا چند رأس اولیه را به هم وصل می کنیم

به عنوان مثال شکل زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۳-۳ [۳]

در اینجا دو الکترون وارد می‌شوند و یک فوتون از بین آنها عبور می‌کند. این شکل برهمکنش ما بین دو الکترون را نشان می‌دهد و در نظریه کلاسیک آنرا دافعه‌ی کولمب در بارهای همنام می‌گوییم. در QED این فرایند پراکندگی مولر^{۴۳} نام دارد. بنا بر دلایلی که هم اکنون در دست داریم، بر این باوریم که برهمکنش بر اثر تبادل یک فوتون ایجاد می‌شود. اکنون می‌توانیم نمودار قبل را دوران دهیم و شکل ۳-۴ ایجاد می‌شود

خط حاوی ذره که در زمان به سمت عقب حرکت می‌کند، به عنوان پاد ذره است که به سمت جلو حرکت می‌کند. این پدیده برهمکنش بین دو بار غیرهمنام را نمایش می‌دهد. در QED این فرایند پراکندگی باهاها^{۴۴} نامیده می‌شود. برای این پدیده نمودار دیگری نیز می‌توان در نظر گرفت که با قبلی تفاوت دارد. هر دوی این نمودارها در تحلیل پراکندگی باهاها گنجانده می‌شوند.



^۱ Muller
^۲ Bhabha

قوانین فایمن باعث بقای انرژی و اندازه حرکت در هر گره و بالطبع برای کل نمودار می‌شوند و نشان می‌دهد که گره اولیه QED به خودی خود هیچ پدیده فیزیکی را نشان نمی‌دهد. ما می‌توانیم نمودارهای مربوط را بکشیم اما در محاسبه، عدد صفر به آن تعلق می‌گیرد. دلیل این امر جنبش شناسی است، و در این فرایند، $e \rightarrow e + \gamma$ اصل بقای انرژی را نقض می‌کند (در مرکز جرم، الکترون ابتدا ساکن است بنابراین انرژی آن به صورت mc^2 می‌باشد که نمی‌تواند به یک فوتون و یک الکترون برگشتی واپاشی نماید زیرا پدید آمدن الکترون برگشتی به تنهایی به انرژی بیش از mc^2 نیاز دارد) و علاوه بر آن انجام برهمکنش $e + e^+ \rightarrow \gamma$ از نظر سینماتیک غیر ممکن است. هر چند که کشیدن نمودار برای این فرمول راحت است. در سیستم مرکز جرم الکترون و پوزیترون به طور متقارن با سرعتی مساوی و مخالف وارد می‌شوند، بنابراین روشن است که کل اندازه حرکت پیش از برخورد الکترون و پوزیترون صفر است، ولی اندازه حرکت نهایی نمی‌تواند صفر باشد زیرا فوتون‌ها همیشه با سرعت نور حرکت می‌کنند و یک جفت الکترون و پوزیترون خنثی به دوفوتون تبدیل می‌شوند.

۳-۳- قواعد فایمن برای QED

برای محاسبه دامنه‌ی M مرتبط با یک نمودار فایمن خاص مطابق زیر عمل می‌کنیم:

۱- علامت‌گذاری: چهار بردار اندازه حرکت ورودی و خروجی را با p_1, p_2, \dots, p_n و اسپین‌هایشان را با s_1, s_2, \dots, s_n مشخص می‌کنیم. چهار بردار اندازه حرکت داخلی را با q_1, \dots, q_n مشخص می‌کنیم. جهت پیکان‌ها را بنا بر قاعده‌ی زیر معین می‌کنیم:

پیکان‌هایی که در جهت خطوط فرمیون خارجی هستند، نوع آن را از لحاظ الکترون و پوزیترون مشخص می‌نمایند. پیکان‌ها در جهت خطوط داخلی به گونه‌ای مشخص شده‌اند که جهت شدت جریان را مشخص و

حفظ می کنند. هررأسی باید دارای یک پیکان ورودی و یک پیکان خروجی باشد. پیکان های روی خطوط فوتونی خارجی به سمت جلو و برای خطوط فوتونی داخلی گزینش دلخواه است.

۲- خطوط خارجی: خطوط خارجی عامل های مورد نظر را مطابق زیر تعیین می نماییم:

$$\begin{aligned} \text{Electrons : } & \begin{cases} \text{Incoming : } u \\ \text{outgoing : } \bar{u} \end{cases} \\ \text{positrons : } & \begin{cases} \text{Incoming : } v \\ \text{outgoing : } \bar{v} \end{cases} \\ \text{photons : } & \begin{cases} \text{Incoming : } \varepsilon^\mu \\ \text{outgoing : } \varepsilon^{\mu*} \end{cases} \end{aligned}$$

۳- عامل های رأس: هررأسی یک عامل را تعیین می کند $ig_e \gamma^\mu$. ثابت جفت شدگی بدون بعد که همان g_e می باشد، و به بارپوزیترون بستگی دارد.

۴- انتشارگرها: هر خط داخلی یک عامل را مطابق زیر تعیین می کند:

$$\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + mc)}{q^2 - m^2 c^2} \text{ الکترون ها و پوزیترون ها:}$$

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \text{ فوتون ها}$$

۵- بقای انرژی و اندازه حرکت: برای هررأس یک تابع دلتا به حالت زیر می نویسیم:

$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3)$$

که در آن k چهار بردار اندازه حرکت ورودی به رأس می باشد. اگر یک بردار به سمت خارج باشد آنگاه k منهای چهار بردار اندازه حرکت آن خط است. البته به جز برای پوزیترون های خارجی که این عامل قانون بقای انرژی و اندازه حرکت را بیان می کند.

۶- روی تکانه های داخلی انتگرال می گیریم: برای هر تکانه داخلی q یک معادله به صورت زیر نوشته و از آن انتگرال می گیریم:

$$\frac{d^4 q}{(2\pi)^4}$$

۷- تابع دلتا را از بین می‌بریم: که نتیجه این کار یک معادله بصورت زیر است:

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n)$$

که قانون انرژی اندازه حرکت می‌باشد. این عامل را از بین برده، چیزی که باقی می‌ماند فاکتور iM است. مرحله انجام کار نوشتن سهم تمام نمودارهاست و سپس دامنه را برای هر نمونه محاسبه کرده و برای بدست آوردن دامنه کل، آنها را با هم جمع می‌کنیم.

۸- پادمقارن سازی: بین نمودارهایی که فقط از لحاظ تغییرات داخلی از دو الکترون (یا پوزیترون)، ورودی (خروجی) یا از یک الکترون ورودی و یک پوزیترون خروجی با هم تغییر می‌کند، یک علامت منفی وارد می‌کنیم.

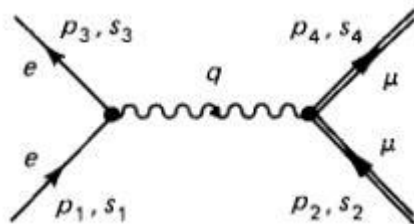
اکنون به عنوان مثال پراکندگی الکترون-میوان را در نظر می‌گیریم. در کاربرد فرمول‌های فایمن از برگشت به عقب در طول هر خط فرمیون استفاده می‌کنیم.

$$(2\pi)^4 \int [\bar{u}^{(s_3)}(p_3) (ig_e \gamma^\mu) u^{(s_1)}(p_1)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} [\bar{u}^{(s_4)}(p_4) ig_e \gamma^\mu u^{(s_2)}(p_2)] \times \delta^4(p_1 - p_3 - q) \delta^4(p_2 + q - p_4) d^4q \quad (36-3)$$

پس از انتگرال گیری روی q و حذف توابع دلتای کلی بدست می‌آوریم:

$$M = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{u}^{(s_3)}(p_3) \gamma^\mu u^{(s_1)}(p_1)] [\bar{u}^{(s_4)}(p_4) \gamma_\mu u^{(s_2)}(p_2)] \quad (37-3)$$

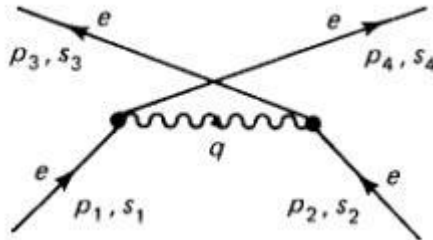
با وجود ظاهر پیچیده همواره با چهار اسپینور و چهار ماتریس گاما تنها یک عدد بدست می‌آید که هنگامی اسپین‌ها مشخص باشند، می‌توان آنرا بدست آوریم.



شکل ۳-۵ پراکندگی الکترون-میوان [۳]

اما در مورد پراکندگی الکترون-الکترون یک نمودار دوم وجود دارد که در آن الکترونی که با تکانه p_3 و اسپین s_3 وارد می‌شود، به جای اینکه از الکترون ۱ بیاید، از الکترون ۲ می‌آید. این دامنه را از فرمول (۳-۳۶) با جایگزینی p_4 و s_4 به جای s_3 و p_3 می‌توان بدست آورد. بنابراین چون ۸ نمودار باید از هم کم شوند به گونه‌ای که دامنه‌ی کل برابر است با:

$$M = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)] [\bar{u}(4)\gamma_\mu u(2)] + \frac{g_e^2}{(p_1 - p_4)^2} [\bar{u}(4)\gamma^\mu u(1)] [\bar{u}(3)\gamma_\mu u(2)] \quad (3-38)$$



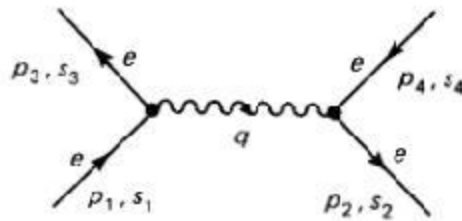
شکل ۳-۶ نمودار چرخیده ی پراکندگی الکترون-الکترون [۳]

در مورد پراکندگی الکترون - پوزیترون دو نمودار وجود دارد، اولی همانند نمودار الکترون-میوان می‌باشد. شکل (۳-۵) و برای این نمودار داریم:

$$(2\pi)^4 \int [\bar{u}(3)(ig_e \gamma^\mu)u(1)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} [\bar{v}(2)ig_e \gamma^\mu v(4)] \times \delta^4(p_1 - p_3 - q) \delta^4(p_2 + q - p_4) d^4q \quad (39-3)$$

دامنه برای این دیاگرام عبارت است از:

$$M_1 = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)] [\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)] \quad (40-3)$$



شکل ۷-۳ پراکندگی الکترون-پوزیترون [۳]

نمودار دیگر شکل (۷-۳) نشان دهنده‌ی نابودی مجازی الکترون-پوزیترون است که در پی آن تولید جفت بدست می‌آید:

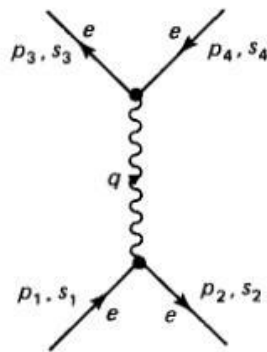
$$(2\pi)^4 \int [\bar{u}(3)(ig_e \gamma^\mu)v(4)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} [\bar{v}(2)ig_e \gamma^\mu u(1)] \times \delta^4(q - p_3 - p_4) \delta^4(p_2 + p_1 - q) d^4q \quad (41-3)$$

ودامنه‌ی این دیاگرام برابر است با:

$$M_2 = -\frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu v(4)] [\bar{v}(2)\gamma_\mu u(1)] \quad (42-3)$$

تغییر دادن الکترون‌های خروجی و پوزیترون‌های ورودی در نمودار دوم و ترسیم دوباره‌ی آن در یک شکل جدید که پس از آنها نخستین نمودار را پوشش می‌دهیم بنا بر قانون هشتم ما به یک علامت منفی نیاز داریم که:

$$M = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)] [\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)] + \frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu v(4)] [\bar{v}(2)\gamma_\mu u(1)] \quad (43-3)$$



شکل ۳-۸ نمودار دوم پراکندگی الکترون-پوزیترون [۳]

برای یک مثال که شامل انتشارگر الکترون و فوتون پلاریزه شده باشد، حالت کامپتون را در نظر بگیرد که $\gamma + e \rightarrow \gamma + e$. دوباره دو نمودار وجود دارد، بوسیله‌ی تعویض فرمیون‌ها آنها تغییر نمی‌کنند و دامنه‌ها جمع می‌شوند. نخستین نمودار فرمول زیر را نتیجه می‌دهد:

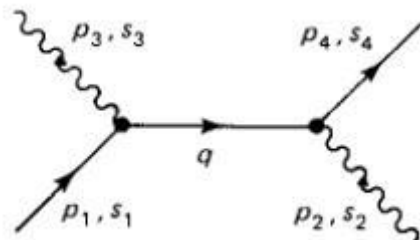
$$(2\pi)^4 \int \varepsilon_\mu(2) \left[\bar{u}(4)(ig_e \gamma^\mu) \frac{i(q + mc)}{(q^2 - m^2 c^2)} (ig_e \gamma^\mu) u(1) \right] \times \varepsilon_\nu(3)^* \delta^4(p_1 - p_3 - q) \delta^4(p_2 + q - p_4) d^4 q \quad (44-3)$$

در اینجا a (اسلش) قراردادی را معرفی می‌کنیم:

$$a = a^\mu \gamma_\mu \quad (45-3)$$

دامنه مربوط به نمودار عبارت است از:

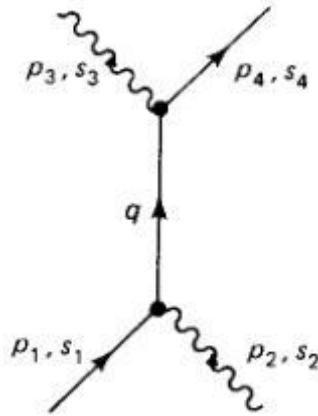
$$M_1 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2 - m^2 c^2} [\bar{u}(4) \not{a}(2) (p_1 - p_3 + mc) \not{a}(3)^* u(1)] \quad (46-3)$$



شکل ۳-۹ نمودار پراکندگی کامپتون [۳]

دامنه‌ی دومین نمودار به شکل زیر است:

$$M_2 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2 - m^2 c^2} [\bar{u}(4) \not{a}(3)^* (p_1 + p_2 + mc) \not{a}(2) u(1)] \quad (47-3)$$



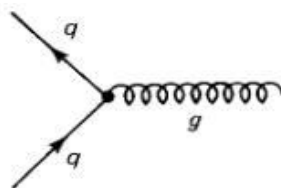
شکل ۳-۱۰ نمودار دوم پراکندگی کامپتون [۳]

که دامنه‌ی کلی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$M = M_1 + M_2 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2 - m^2 c^2} [\bar{u}(4) \not{\epsilon}(2) (p_1 - p_3 + mc) \not{\epsilon}(3)^* u(1)] + \frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2 - m^2 c^2} [\bar{u}(4) \not{\epsilon}(3)^* (p_1 + p_2 + mc) \not{\epsilon}(2) u(1)] \quad (3-48)$$

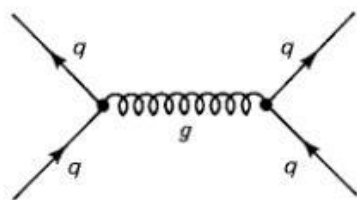
۳-۴- کرومودینامیک کوانتومی (QCD)

رنگ‌های کرومودینامیک نقش بارالکتریکی را بازی می‌کنند و فرایند اصلی و عمده آن (شبيه $e \rightarrow e + \lambda$ به صورت $q \rightarrow q + g$) بیان می‌شود



شکل ۳-۱۱ [۳]

و از آنجا که لپتون‌ها نمی‌توانند رنگ‌ها را با خود حمل کنند، پس در برهمکنش‌های قوی شرکت نمی‌کنند. برای نشان دادن مراحل پیچیده‌تر دو یا چند گره را با هم ترکیب می‌کنیم. به عنوان مثال نیروی بین دو کوارک (که در نخستین لحظه مسئول یکپارچگی و پیوستن کوارک‌ها به یکدیگر در ساختن باریون‌ها و نیز مسئول بهم پیوستن پروتون‌ها و نوترون‌ها در هسته است) در پایین‌ترین مرتبه در نمودار زیر نمایش داده می‌شود و می‌گوییم نیروی بین دو کوارک بوسیله تبادل گلوئون‌ها تأمین می‌شود.



شکل ۳-۱۲ [۳]

در این سطح کرومودینامیک بسیار شبیه به الکتروдинامیک است. هر چند که تفاوت‌های بسیاری هم در این زمینه وجود دارد، اما این واقعیت است که هر جا تنها یک نوع بارالکتریکی وجود دارد (که می‌تواند مثبت یا منفی باشد یک عدد واحد برای مشخص کردن باریک ذره کافی است). سه نوع رنگ (قرمزآبی و سبز) هم وجود دارد. در پدیده‌ی $q \rightarrow q + g$ رنگ کوارک تغییر می‌یابد ولی طعم آن ثابت است. به عنوان مثال یک کوارک آبی رنگ up ممکن است به یک کوارک قرمز up تبدیل شود و از آنجایی که رنگ هم مانند بار پایستگی دارد، این بدان معناست که گلوئون باید این تفاوت را برطرف کند. در این مثال یک واحد مثبت آبی و یک واحد منفی قرمز وجود دارد. پس گلوئون دارای دو رنگ است و حامل یک واحد رنگ مثبت و یک واحد رنگ منفی می‌باشد. از آنجایی که گلوئون به خودی خود دارای رنگ است (بر خلاف فوتون که از نظر الکتریکی خنثی است)، پس با گلوئون‌های دیگر برهمکنش می‌کند و بنابراین، افزون بر گره‌های کوارک-گلوئون اولیه، گره‌های گلوئون-گلوئون اولیه هم وجود دارند که در حقیقت دو نوع گره داریم: ۱- گره‌های ۳

گلوئونی و ۲- گره‌های ۴ گلوئونی، و این اتصال مستقیم گلوئون گلوئون مبحث کرومودینامیک را دشوارتر از مبحث الکترومدینامیک کرده است.



شکل ۳-۱۳ گره‌های ۳ گلوئونی و گره‌های ۴ گلوئونی [۳]

اندازه ثابت جفت شدگی تفاوت دیگر بین کرومودینامیک و الکترومدینامیک را باعث می‌شود. هر گره در QED معرف یک فاکتور $\alpha = \frac{1}{137}$ می‌باشد. کوچکی این عدد بدین خاطر است که باید نمودارهای فایمن با تعداد گره‌های کم را در نظر بگیریم و از نظر تجربی ثابت جفت شدگی مربوطه در نیروهای قوی α_s بیش از ۱ است و بزرگی این عدد باعث نگرانی فیزیکی ذرات در چند دهه شد. زیرا به جای اینکه با افزایش پیچیدگی نمودارهای فایمن ثابت جفت شدگی کوچک و کوچکتر شود، برعکس بزرگ می‌شود و نمودارهای فایمن که در QED بسیار کارایی داشت در این مورد بدون کارایی است.

در این تئوری (QCD) عددی که نقش جفت شدگی و مقدار ثابت را بازی می‌کند، در حقیقت به هیچ عنوان ثابت نمی‌باشد. بلکه به فاصله‌ی جدایی بین ذرات برهمکنش کننده بستگی دارد. اگر چه در فاصله‌های به نسبت زیاد متعلق به ویژگی‌های هسته‌ای بزرگ می‌باشد، اما در فاصله‌های بسیار کوتاه (کمتر از اندازه‌ی یک پروتون) بسیار کوچک می‌شود. این پدیده به عنوان آزادی مجانبی شناخته می‌شود. از نقطه نظر تئوری کشف آزادی مجانبی، محاسبه فایمن به عنوان وسیله‌ای برای QCD در حالت انرژی زیاد را نجات داد.

برهمکنش الکترومغناطیسی بوسیله فوتون‌ها و برهمکنش کرومودینامیک بوسیله گلوئون‌ها انجام می‌شود. قدرت نیروی الکترومغناطیسی با مقدار ثابت جفت شدگی $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$ بیان می‌شود. در واحدهای مناسب g_e باربنیادی می‌باشد. قدرت نیروی کرومودینامیک با مقدار ثابت جفت شدگی قوی $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ بیان

می‌شود که ممکن است به عنوان واحد بنیادی رنگ پنداشته شود. کوآرک به سه رنگ قرمز (r)، آبی (b) و سبز (g) یافت می‌شود، بنابراین، حالت یک کوآرک در QCD نه فقط به اسپینوردیراک، یعنی $u^s(p)$ ، تعیین کننده‌ی مقداراندازه حرکت و چرخش آن نیاز دارد، بلکه همچنین به یک بردارستونی سه عضوی c ، معرف رنگ آن نیاز دارد.

$$c_{red} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_{blue} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_{green} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (49-3)$$

گلوئون‌ها، مانند فوتون‌ها ذرات بدون جرم با اسپین یک هستند، آنها با بردارقطبیدگی ε^μ معرفی می‌شوند که عمود بر اندازه حرکت گلوئون می‌باشد.

$$\varepsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (\text{Lorentz condition}) \quad (50-3)$$

با استفاده از Coulomb gauge داریم:

$$\varepsilon^0 = 0, \quad \text{so that } \varepsilon \cdot p = 0 \quad (51-3)$$

حالت بالا، صورت هموردایی لورنتز را از بین می‌برد، ولی کاملاً کارآمد واقع نمی‌شود. برای نمایش حالت‌های رنگ گلوئون‌ها بردارستونی هشت عضوی a را در نظر می‌گیریم:

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ for } |1\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ for } |7\rangle \quad (52-3)$$

به هر گلوئون یک واحد رنگ و یک واحد پاد رنگ اختصاص می‌یابد و به این ترتیب ۹ حالت گلوئون تشکیل یک دسته‌ی هشت رنگی و یک تک رنگ را می‌دهند:

$$color\ octet : \left\{ \begin{array}{ll} |1\rangle = \frac{(r\bar{b} + b\bar{r})}{\sqrt{2}} & |5\rangle = -i \frac{(r\bar{g} - g\bar{r})}{2} \\ |2\rangle = \frac{-i(r\bar{b} - b\bar{r})}{\sqrt{2}} & |6\rangle = \frac{(b\bar{g} + g\bar{b})}{\sqrt{2}} \\ |3\rangle = \frac{(r\bar{r} - b\bar{b})}{\sqrt{2}} & |7\rangle = -i \frac{(b\bar{g} - g\bar{b})}{\sqrt{2}} \\ |4\rangle = \frac{(r\bar{g} + g\bar{r})}{\sqrt{2}} & |8\rangle = \frac{(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})}{\sqrt{6}} \end{array} \right. \quad (53-3)$$

$$color\ singlet : |9\rangle = \frac{(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})}{\sqrt{3}} \quad (54-3)$$

پیش از بیان دستورهای فایمن برای QCD نیاز به معرفی دو اصطلاح عدد نویسی می باشد. اول: ماتریس های λ ی Gell-Mann که در ارتباط با $su(3)$ می باشد. مانند آنچه که ماتریس های اسپین پاولی در ارتباط با $su(2)$ هستند.

دوم: تغییر دهنده های ماتریس های λ که ثابت های ساختاری $f^{\alpha\beta\gamma}$ را از گروه $su(3)$ تعریف می کنند:

$$[\lambda^\alpha, \lambda^\beta] = 2if^{\alpha\beta\gamma} \lambda^\gamma \quad (55-3)$$

جمع بر روی γ ها از ۱ تا ۸ با اندیس های تکراری. ثابت های ساختاری کاملاً نامتقارن هستند.

تعداد $f^{\beta\alpha\gamma} = f^{\alpha\gamma\beta} = -f^{\alpha\beta\gamma}$ که می توان آنها را حساب کرد. از آنجائیکه هراندیس از ۱ تا ۸ می باشد، تعداد $8 \times 8 \times 8 = 512$ عدد ثابت ساختاری در کل وجود دارد که بیشتر آنها صفر هستند و بقیه را می توان بوسیله ی دستگاه نامتقارن زیر بدست آورد:

$$f^{123} = 1, \quad f^{147} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{516} = f^{637} = \frac{1}{2} \quad (56-3)$$

$$f^{458} = f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ماتریس‌های Gell-Mann :

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (57-3)$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

۳-۵- قواعد فایمن برای محاسبه نمودارهای سه سطحی در QCD

۱- خطوط خارجی: برای یک کوارک خارجی با مقداراندازه حرکت p و اسپین s و رنگ c داریم:

$$Quark \begin{cases} incoming : u^s(p)c \\ outgoing : \bar{u}^s(p)c^+ \end{cases}$$

$c^+ = \bar{c}^*$ و آنگاه یک ماتریس ردیفی خواهد بود.

برای یک پادکوارک خارجی:

$$Antiquark \begin{cases} incoming : \bar{v}^s(p)c^+ \\ outgoing : v^s(p)c \end{cases}$$

جایی که c رنگ کوارک متناظر را معرفی می کند.

برای یک گلوئون خارجی با مقداراندازه حرکت p ، رنگ a و پلاریزاسیون ε به انضمام یک عامل:

$$Gluon \begin{cases} incoming : \varepsilon_\mu(p)a^\alpha \\ outgoing : \varepsilon_\mu^*(p)a^{\alpha*} \end{cases}$$

۲- انتشاردهنده‌ها: هر خط داخلی نماینده‌ی یک عامل است:

$$\text{Quark - Antiquark} : \frac{i(q + mc)}{q^2 - m^2 c^2}$$

$$\text{Gluon} : \frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{\alpha\beta}}{q^2}$$

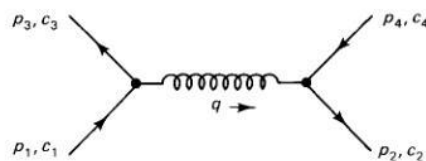
۳. رأس‌ها: هر رأسی معرف یک عامل است:

$$\text{Quark - Gluon} : -\frac{ig_s}{2}\lambda^{\alpha}\gamma^{\mu}$$

$$\text{Three Gluon} : -g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu}(k_1 - k_2)_{\lambda} + g_{\nu\lambda}(k_2 - k_3)_{\mu} + g_{\lambda\mu}(k_3 - k_1)_{\nu}]$$

$$\text{Four Gluon} : -ig_s^2 \left(f^{\alpha\beta\eta} f^{\gamma\delta\eta} (g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho} - g_{\mu\beta}g_{\nu\lambda}) + f^{\alpha\beta\eta} f^{\beta\gamma\eta} (g_{\mu\nu}g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho}) \right. \\ \left. + f^{\alpha\gamma\eta} f^{\beta\delta\eta} (g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu}g_{\lambda\rho}) \right)$$

هرچیز دیگری هم مانند QED است. با اعمال بقای انرژی و اندازه حرکت در هر رأس، چهاراندازه حرکت داخلی را تعیین می‌کنیم، هر خط فرمیونی (fermion) را در امتداد فلش (بطور وارونه) دنبال می‌کنیم. تمام تابع دلتا را حذف می‌کنیم و نتیجه را مساوی با $-iM$ قرار می‌دهیم. اکنون به عنوان مثال می‌توانیم برهمکنش یک کوارک و یک آنتی کوارک را بررسی کنیم. بفرض که آنها دارای ویژگی‌های مختلف باشند، بگونه‌ای که تنها نمودار، (در پایین‌ترین مرتبه) نموداری است که در شکل (۳-۱۴) نشان داده شده است.



دامنه بصورت زیر تعیین می شود:

$$-iM = [\bar{u}(3)c_3^+] \left[-i \frac{g_s}{2} \lambda^\alpha \gamma^\mu \right] [u(1)c_1] \left[\frac{-ig_{\mu\nu} \delta^{\alpha\beta}}{q^2} \right] \times [\bar{v}(2)c_2^+] \left[-i \frac{g_s}{2} \lambda^\beta \gamma^\nu \right] [v(4)c_4] \quad (58-3)$$

بنابراین داریم:

$$M = \frac{-g_s^2}{4} \frac{1}{q^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)](c_3^+ \lambda^\alpha c_1)(c_2^+ \lambda^\alpha c_4) \quad (59-3)$$

(جمع روی α ها). این رابطه شبیه رابطه‌ای است که برای انتشار الکترون - پوزیترون، رابطه (۳-۴۰) داشتیم، فقط g_e با g_s عوض شده است و ما افزون بر آن عامل رنگ را نیز داریم:

$$f = \frac{1}{4} (c_3^+ \lambda^\alpha c_1)(c_2^+ \lambda^\alpha c_4) \quad (60-3)$$

بنابراین، پتانسیل توصیفی برهمکنش $q\bar{q}$ همان است که در الکترو دینامیک، عامل بین دو بار متضاد بود، یعنی پتانسیل کولمب، فقط α با $f\alpha_s$ تعویض شده است:

$$\text{حال } V_{q\bar{q}} = -f \frac{\hbar c \alpha_s}{r} \quad (61-3)$$

عامل رنگ خودش به حالت رنگ کوارک‌های دارای برهمکنش بستگی دارد. از یک کوارک و یک آنتی کوارک ما می توانیم یک رنگ یگانه و یک رنگ هشت گانه بسازیم.

یک حالت هشت گانه‌ی نمونه، $r\bar{b}$ می باشد. در اینجا کوارک ورودی قرمز رنگ است و آنتی کوارک ورودی پادآبی است. بدلیل پایستگی رنگ، کوارک خروجی نیز باید قرمز رنگ و آنتی کوارک پادآبی باشد. به این ترتیب داریم:

$$c_1 = c_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_2 = c_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (62-3)$$

و از آنجا داریم:

$$f = \frac{1}{4} \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (63-3)$$

در نتیجه داریم:

$$f = \frac{1}{4} \lambda_{11}^\alpha \lambda_{22}^\alpha \quad (64-3)$$

با یک نظر به ماتریس‌های λ معلوم می‌شود که λ^3, λ^8 فقط با ورودی‌های حالت‌های ۱ و ۲ سازگار هستند. بنابراین، داریم:

$$f = \frac{1}{4} (\lambda_{11}^3 \lambda_{22}^3 + \lambda_{11}^8 \lambda_{22}^8) = \frac{1}{4} \left[(1)(-1) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right] = -\frac{1}{6} \quad (65-3)$$

حالت رنگ یگانه عبارت است از:

$$\frac{(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})}{\sqrt{3}} \quad (66-3)$$

اگر کوارک‌های ورودی در حالت یگانه باشند، عامل رنگ مجموعه‌ای از سه جمله می‌باشد:

$$f = \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[c_3^+ \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha c_4 \right] + \left[c_3^+ \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha c_4 \right] \right\} \\ + \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[c_3^+ \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \left[(0 \ 0 \ 1) \lambda^\alpha c_4 \right] \right\} \quad (67-3)$$

کوارک‌های خروجی ضرورتاً در حالت واحد می‌باشند و رویهم رفته ما، نه جمله به دست می‌آوریم که بطور خلاصه بصورت زیر می‌توان نوشت:

$$f = \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} (\lambda_{ij}^\alpha \lambda_{ji}^\alpha) = \frac{1}{12} Tr(\lambda^\alpha \lambda^\alpha) \quad (۶۸-۳)$$

جمع بندی بر روی i, j ، از ۱ تا ۳ در جمله‌ی دوم اشاره شده است و اکنون داریم:

$$Tr(\lambda^\alpha \lambda^\beta) = 2\delta^{\alpha\beta} \quad (۶۹-۳)$$

با جمع روی α ها داریم:

$$Tr(\lambda^\alpha \lambda^\alpha) = 16 \quad (۷۰-۳)$$

آنگاه روشن است که برای رنگ تکتایه داریم:

$$f = \frac{4}{3} \quad (۷۱-۳)$$

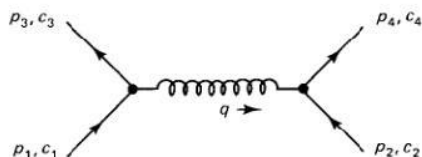
با قراردادن معادله‌های (۶۵-۳) و (۷۱-۳) در داخل معادله‌ی (۶۱-۳)، چنین نتیجه می‌گیریم که پتانسیل های کوارک-آنتی کوارک عبارت است از:

$$color\ singlet: V_{q\bar{q}} = -\frac{4}{3} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (۷۲-۳)$$

$$color\ octet: V_{q\bar{q}} = \frac{1}{6} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (۷۳-۳)$$

از علائم موجود، متوجه می‌شویم که در رنگ یگانه نیرو جاذبه است، ولیکن در دسته رنگ هشت گانه دافعه می‌باشد. این کمک می‌کند که شرح دهیم چرا پیوند کوارک-آنتی کوارک (برای تشکیل مزون ها) در تشکیل دسته رنگ یگانه روی می‌دهد نه در دسته رنگ هشت گانه (که مزون های رنگی تولید می‌کند).

اکنون به برهمکنش دوکوارک بر می‌گردیم. باردیگرفرض می‌کنیم که آنها ویژگی‌های متفاوتی دارند. به گونه‌ای که تنها نمودار(درپایین ترین مرتبه) به شکل زیر است:



شکل ۳-۱۵ برهمکنش دوکوارک [۳]

دامنه عبارت است از:

$$M = -\frac{g_s^2}{4(q)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)] [\bar{u}(4)\gamma_\mu u(2)] (c_3^+ \lambda^\alpha c_1) (c_4^+ \lambda^\alpha c_2) \quad (74-3)$$

این رابطه مشابه رابطه‌ی (۳۶-۳) در پراکندگی الکترون-میوان می‌باشد، به استثنای اینکه g_e با g_s

تعویض شده است و یک عامل رنگ بشکل زیر وجود دارد:

$$f = \frac{1}{4} (c_3^+ \lambda^\alpha c_1) (c_4^+ \lambda^\alpha c_2) \quad (75-3)$$

بنابراین، پتانسیل همان شکلی را دارا خواهد بود که برای بارهای الکتریکی مشابه درالکتروودینامیک دارد:

$$V_{qq} = f \frac{\hbar c \alpha_s}{r} \quad (76-3)$$

بار دیگر، عامل رنگ خودش به حالت رنگ کوارک‌های دارای برهمکنش بستگی دارد. به این ترتیب از

دوکوارک می‌توان یک دسته رنگ سه گانه (ترکیب های نامتقارن) و یک دسته رنگ شش گانه بدست

آورد (ترکیب های متقارن).

$$triplet : \left\{ \frac{(rb-br)}{\sqrt{2}}, \frac{(bg-gb)}{\sqrt{2}}, \frac{(gr-rg)}{\sqrt{2}} \right\} \quad (77-3)$$

$$sextet : \left(\frac{(rb+br)}{\sqrt{2}}, \frac{rr, bb, gg}{\sqrt{2}}, \frac{(bg+gb)}{\sqrt{2}}, \frac{(rg+gr)}{\sqrt{2}} \right) \quad (78-3)$$

یک حالت نمونه برای رنگ شش گانه، rr می باشد. در این حالت داریم:

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (79-3)$$

و از آنجا داریم:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{4} \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{4} (\lambda_{11}^\alpha \lambda_{11}^\alpha) \\ &= \frac{1}{4} (\lambda_{11}^3 \lambda_{11}^3 + \lambda_{11}^8 \lambda_{11}^8) = \frac{1}{4} \left[(1)(1) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right] \quad (80-3) \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

یک حالت رنگ سه گانه $\frac{(rb-br)}{\sqrt{2}}$ می باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}
f = \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} & \left\{ \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right. \\
& - \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\
& - \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\
& \left. - \left[(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{۸۱-۳}$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned}
f &= \frac{1}{8} (\lambda_{11}^\alpha \lambda_{22}^\alpha - \lambda_{21}^\alpha \lambda_{12}^\alpha - \lambda_{12}^\alpha \lambda_{21}^\alpha + \lambda_{22}^8 \lambda_{11}^8) \\
&= \frac{1}{4} (\lambda_{11}^\alpha \lambda_{22}^\alpha - \lambda_{12}^\alpha \lambda_{21}^\alpha) \\
&= \frac{1}{4} (\lambda_{11}^3 \lambda_{22}^3 + \lambda_{11}^8 \lambda_{22}^8 - \lambda_{12}^1 \lambda_{21}^1 - \lambda_{12}^2 \lambda_{21}^2) \\
&= \frac{1}{4} \left(-1 + \frac{1}{3} - 1 - 1 \right) = -\frac{2}{3}
\end{aligned} \tag{۸۲-۳}$$

با قراردادن (۸۰-۳) و (۸۲-۳) در معادله‌ی (۷۶-۳) نتیجه می‌گیریم که پتانسیل‌های کوارک-کوارک عبارتند از:

$$\text{color triplet : } V_{qq} = -\frac{2}{3} \frac{(\hbar c \alpha_s)}{r} \tag{۸۳-۳}$$

$$\text{color sextet : } V_{qq} = \frac{1}{3} \frac{(\hbar c \alpha_s)}{r} \tag{۸۴-۳}$$

بویژه، علامت‌ها بیان می‌کنند که برای رنگ سه گانه نیرو جاذبه است و برای رنگ شش گانه دافعه است. البته این حالتها کارآمد نمی‌باشند، زیرا هیچ ترکیبی در طبیعت روی نمی‌دهد [۳].

فصل چهارم

محاسبه شعاع باری پروتون با کمک پتانسیل رنگ

- مقدمه
- معرفی پتانسیل رنگ
- محاسبه شعاع باری پروتون در سیستم تک ذره‌ای
- محاسبه شعاع باری پروتون در سیستم سه ذره‌ای
- نتیجه‌گیری
- پیشنهادات

فصل چهارم

۴-۱- مقدمه

در این فصل که فصل پایانی این پایان نامه می‌باشد، قصد داریم با استفاده از پتانسیل رنگ معادله دیراک را حل کنیم و تابع موج پروتون را بدست آوریم. در بخش اول ابتدا این کار را در سیستم تک ذره‌ای انجام داده‌ایم. با بدست آوردن تابع موج جرم کوآرک و شعاع باری پروتون را محاسبه کرده‌ایم.

در بخش بعدی یک سیستم سه ذره‌ای را در نظر می‌گیریم و با استفاده از مختصات ژاکوبی معادله دیراک را در این مختصات نوشته و با حل این معادله تابع موج داخلی پروتون را بدست می‌آوریم. با بدست آمدن تابع موج، شرط عدم حضور کوآرک‌ها خارج کیسه را بوسیله صفرشدن مؤلفه عمودی جریان کوآرکی روی سطح کیسه اعمال می‌کنیم و یک معادله بدست می‌آید که جواب‌های آن شعاع کیسه را مشخص می‌کنند.

با توجه به تابع موج، شعاع باری پروتون که یک خاصیت استاتیکی آن می‌باشد را بدست می‌آوریم. البته در این میان همزمان جرم کوآرک و شعاع کیسه‌ای که کوآرک‌ها در آن محدود می‌باشند را محاسبه کرده‌ایم.

برای محاسبه ضریب پتانسیل از نسبت $\frac{g_A}{g_V}$ استفاده کرده‌ایم. آن هم به این دلیل که این نسبت بطور دقیق توسط آزمایش اندازه‌گیری شده است.

در پایان یک جدول ارائه شده است که مقادیر شعاع باری، جرم کوآرک و شعاع کیسه را که در این پایان نامه محاسبه شده است با مقادیر تجربی و مقادیر حاصل از M.I.T. Bag Model مقایسه می‌کند. M.I.T. Bag Model بطور مفصل در فصل دوم توضیح داده شده است.

۴-۲- معرفی پتانسیل رنگ

می‌دانیم که پروتون از سه کوآرک تشکیل شده است، و نیز می‌دانیم اثرات بار الکتریکی کوآرک‌ها دربرهمکنش‌های قوی بسیار بسیار ناچیز می‌باشد، پس از ابتدا مشخص می‌شود که اثر پتانسیل الکتریکی

بارکوارکها را در نظر نمی‌گیریم. اما همانطور که در فصل سوم توضیح داده شد، برای هر کوارک رنگی در نظر می‌گیریم و در واقع این بار رنگ است که در برهمکنش‌ها خود را نمایان می‌کند.

همانگونه که در فصل سوم توضیح داده شد، در کرومودینامیک کوانتومی (QCD) رنگها همان نقشی را بازی می‌کنند که بار الکتریکی در الکترومدینامیک کوانتومی (QED) بازی می‌کند. در این سطح کرومودینامیک بسیار شبیه به الکترومدینامیک است. هر چند که تفاوت‌های بسیاری هم در این زمینه وجود دارد، اما این واقعیت است که هر جا تنها یک نوع بار الکتریکی وجود دارد (که می‌تواند مثبت یا منفی باشد و یک عدد واحد برای مشخص کردن باریک ذره کافی است)، سه نوع رنگ (قرمز و آبی و سبز) هم وجود دارد. قانون پایستگی رنگ مانند قانون پایستگی بار الکتریکی برقرار است.

در الکترومدینامیک کوانتومی (QED)، فوتون‌ها که عامل انتقال برهمکنش‌های الکترومغناطیسی می‌باشند دارای بار نیستند، اما در کرومودینامیک کوانتومی (QCD)، گلئون‌ها عامل واسطه انجام برهمکنش قوی می‌باشند و می‌توانند بر خلاف فوتون‌ها عامل رنگ را با خود حمل کنند.

قدرت نیروی الکترومغناطیسی با مقدار ثابت جفت شدگی $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$ بیان می‌شود. در واحدهای مناسب g_e باربنیادی می‌باشد. قدرت نیروی کرومودینامیک با مقدار ثابت جفت شدگی قوی $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ بیان می‌شود که ممکن است به عنوان واحد بنیادی رنگ پنداشته شود.

در فصل سوم پراکندگی الکترون - میون با استفاده از قوانین فایمن برای QED مورد بررسی قرار گرفت و دامنه پراکندگی بصورت رابطه (۳-۳۷) بدست آمد. همچنین برهمکنش دو کوارک در QCD نیز با استفاده از قوانین فایمن بررسی شد و دامنه پراکندگی بصورت رابطه (۳-۷۴) مشخص شد. این دو رابطه بسیار شبیه می‌باشند، به استثنای اینکه g_e با g_s تعویض شده است و یک عامل رنگ بصورت رابطه (۳-۷۵) وجود دارد. بنابراین پتانسیل در QCD همان شکلی را دارد که برای بارهای الکتریکی مشابه در QED دارد یعنی:

$$V_{qq} = -\frac{c}{r} \quad (1-4)$$

عامل رنگ خودش به حالت رنگ کوارک‌های دارای برهمکنش بستگی دارد. به این ترتیب از دو کوارک می‌توان یک دسته رنگ سه گانه (ترکیب‌های نامتقارن) و یک دسته رنگ شش گانه (ترکیب‌های متقارن) بدست آورد.

در نتیجه پتانسیل رنگ را بصورت $V_{qq} = -\frac{c}{r}$ در نظر می‌گیریم که در این رابطه c یک ثابت مجهول می‌باشد که باید محاسبه شود.

۴-۳- محاسبه شعاع باری پروتون در سیستم تک ذره‌ای

در این بخش ابتدا معادله دیراک را برای پتانسیل $U(r) = \frac{1}{2}(1 + a\gamma_0)\left(-\frac{c}{r}\right)$ حل می‌کنیم [۱۴، ۱۷ و ۱۸]. پتانسیل برهمکنش کوارک‌های موجود در نوکلئون را بصورت $-\frac{c}{r}$ که منشاء آن وجود باررنگ در کوارک‌ها می‌باشد را در نظر می‌گیریم. a یک مقدار ثابت است که ما مقدار آنرا ۱ انتخاب می‌کنیم [۱۴، ۱۷ و ۱۸].

معادله دیراک را بشکل زیر در نظر می‌گیریم [۱۴، ۱۷ و ۱۸]

$$[\gamma_0 E + i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} - (m + U(r))]\psi(\vec{r}) = 0 \quad (۲-۴)$$

که در این رابطه [۱۴، ۱۸]

$$U(r) = \frac{1}{2}(1 + a\gamma_0)A(r) \quad (۳-۴)$$

$$A(r) = -\frac{c}{r} \quad (۴-۴)$$

با بکار بردن شکل ماتریسی γ^{μ} و همچنین تابع موج بصورت زیر:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad (۵-۴)$$

$$\psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g^k(r)y_{jm}^k(\hat{r}) \\ if^k(r)y_{jm}^{-k}(\hat{r}) \end{pmatrix} \quad (۶-۴)$$

$$\text{به} \quad U_0 = V_0 = \frac{1}{2}A(r) = \frac{1}{2}\left(-\frac{c}{r}\right) \quad (۷-۴)$$

معادلات جفت شده دیراک برای مؤلفه‌های بالا و پایین می‌رسیم:

$$\begin{cases} E\varphi = (\vec{\sigma} \cdot \vec{p})\chi + (m + U_0 + V_0)\varphi \\ E\chi = (\vec{\sigma} \cdot \vec{p})\varphi - (m + U_0 - V_0)\chi \end{cases} \quad (۸-۴)$$

با توجه به اینکه $U_0 = V_0$ می‌باشد [۱۴]، از رابطه دوم معادلات (۸-۴) می‌توان مؤلفه پایین تابع موج را بر حسب مؤلفه بالایی آن بدست آورد که به رابطه زیر منجر می‌شود

$$\chi = \left(\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \right) \varphi \quad (۹-۴)$$

با قرار دادن رابطه (۹-۴) (مؤلفه پایین تابع موج) در معادله اول روابط (۸-۴) یک رابطه تنها بر حسب مؤلفه بالایی تابع موج بدست آورد

$$\frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})^2}{E + m} \varphi + (m + 2U_0 - E)\varphi = 0 \quad (۱۰-۴)$$

می‌توان رابطه فوق را با توجه به شکل اندازه حرکت و کمی محاسبات ساده بصورت زیر نوشت:

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla})(\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla})\varphi + [E^2 - m^2 - 2U_0(E + m)]\varphi = 0 \quad (۱۱-۴)$$

جمله اول رابطه (۱۱-۴) را می‌توان با توجه به خواص عملگر گرادیان و ماتریس‌های پائولی و همچنین شکل مؤلفه بالایی تابع موج بصورت زیر ساده کرد

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla})(\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla})(g^k(r)y_{jm}^k(\hat{r})) = \left[\frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{2 dg}{r dr} - \frac{k(k+1)}{r^2} g \right] y_{jm}^k(\hat{r}) \quad (۱۲-۴)$$

که در این ساده سازی از روابط زیر کمک گرفته‌ایم:

$$-i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} = -i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{L}}{r} \quad (۱۳-۴)$$

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} \cdot \vec{L} y_{jm}^k(\hat{r}) &= -(k+1) y_{jm}^k(\hat{r}) \\ \vec{\sigma} \cdot \hat{r} y_{jm}^k(\hat{r}) &= -y_{jm}^{-k}(\hat{r}) \end{aligned} \quad (14-4)$$

این روابط k یک عدد کوانتومی است که با z بشکل زیر رابطه دارد:

$$k = \pm \left(j + \frac{1}{2} \right) \rightarrow \begin{cases} + & \text{if } l = j + \frac{1}{2} \rightarrow k = l \\ - & \text{if } l = j - \frac{1}{2} \rightarrow k = -(l+1) \end{cases} \quad (15-4)$$

و بخش زاویه‌ای تابع موج را می‌توان بر حسب هماهنگ‌های کروی بیان کرد [۱]

$$y_{jm}^k(\hat{r}) = -\text{sgn}(k) \sqrt{\frac{k + \frac{1}{2} - m}{2k+1}} \alpha Y_{l, m-\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{k + \frac{1}{2} + m}{2k+1}} \beta Y_{l, m+\frac{1}{2}} \quad (16-4)$$

$$\text{sgn} k = \begin{cases} +1 & \text{if } k > 0 \\ -1 & \text{if } k < 0 \end{cases}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

در نتیجه با قرار دادن تمام روابط فوق می‌توانیم رابطه (۱۱-۴) را به معادله دیفرانسیل زیر برای مؤلفه بالایی تابع موج تبدیل کنیم

$$\frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dg}{dr} + \left[\frac{-k(k+1)}{r^2} + E^2 - m^2 - 2U_0(E+m) \right] g = 0 \quad (17-4)$$

و با توجه به اینکه

$$U_0 = \frac{1}{2} A(r) = \frac{1}{2} \left(-\frac{c}{r} \right) \quad (18-4)$$

در اینصورت رابطه (۱۷-۴) را می‌توانیم بشکل زیر تبدیل کنیم:

$$\frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dg}{dr} + \left[\frac{-k(k+1)}{r^2} + E^2 - m^2 - A(r)(E+m) \right] g = 0 \quad (19-4)$$

برای حل این معادله دیفرانسیل جواب زیر را برای مؤلفه بالایی تابع موج در نظر می‌گیریم:

$$g(r) = \frac{1}{r} \phi_k(r) \quad (20-4)$$

با قرار دادن مشتقات اول و دوم تابع فوق به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\frac{d^2 \phi_k}{dr^2} + \left\{ -\frac{k(k+1)}{r^2} + E^2 - m^2 + \frac{(E+m)c}{r} \right\} \phi_k = 0 \quad (21-4)$$

با در نظر گرفتن تغییر متغیرهای زیر و $k = -1$ برای حالت پایه

$$\begin{cases} \lambda = E^2 - m^2 \\ c_1 = c(E+m) \end{cases} \quad (22-4)$$

به معادله دیفرانسیل زیر می‌رسیم:

$$\frac{d^2 \phi_{-1}}{dr^2} + \left(\lambda + \frac{c_1}{r} \right) \phi_{-1} = 0 \quad (23-4)$$

برای حل این معادله دیفرانسیل از جواب زیر استفاده می‌کنیم:

$$\phi_{-1}(r) = \exp(h(r)) \quad (24-4)$$

که در این رابطه:

$$h(r) = -\beta r + \delta \ln(r) \quad (25-4)$$

و β و δ مقادیر مجهولی هستند که باید محاسبه شوند. با توجه به اینکه

$$\frac{d^2 \phi_{-1}}{dr^2} = (h'' + (h')^2) \exp(h(r)) \quad (26-4)$$

با قرار دادن رابطه (26-4) در معادله (23-4) و مساوی قرار دادن جملات با ضرایب یکسان جواب‌های زیر را

بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}
\delta &= 1 \\
\delta &= 0 \\
c_1 - 2\beta\delta &= 0 \\
\beta^2 + \lambda &= 0
\end{aligned}
\tag{۲۷-۴}$$

مقدار $\delta = 0$ تابع موج را در مبدا به بی‌نهایت میل خواهد داد در نتیجه این مقدار غیر قابل قبول است. در نتیجه با مقادیر بدست آمده برای ضرایب مجهول برای رابطه (۲۴-۴) داریم:

$$\phi_{-1}(r) = r \exp\left(-\frac{c_1}{2} r\right)
\tag{۲۸-۴}$$

و مؤلفه بالایی تابع موج با توجه به رابطه (۲۰-۴) بصورت زیر خواهد شد:

$$g_{-1} = \exp\left(-\frac{c_1}{2} r\right)
\tag{۲۹-۴}$$

با توجه به مؤلفه بالایی می‌توانیم مؤلفه پایینی تابع موج را از رابطه (۹-۴) بشکل زیر بدست آوریم:

$$f_{-1} = \frac{ic_1}{2(E+m)} \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \exp\left(-\frac{c_1}{2} r\right)
\tag{۳۰-۴}$$

و در نتیجه تابع موج را می‌توانیم با توجه به رابطه (۶-۴) بصورت زیر بنویسیم:

$$\psi_{-1}(r) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{ic_1 \vec{\sigma} \cdot \hat{r}}{2(E+m)} \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{c_1}{2} r\right)
\tag{۳۱-۴}$$

که N ثابت نرمالیزسیون می‌باشد.

اکنون می‌توانیم با توجه به شکل تابع موج، مقدار $\frac{g_A}{g_V}$ را برای محاسبه ثابت مجهول c استفاده کنیم.

اندازه‌گیری‌های تجربی مقدار $\frac{g_A}{g_V}$ را ۱/۲۶ نشان داده است [۴].

رابطه $\frac{g_A}{g_V}$ در کوانتوم نسبیتی بشکل زیر می‌باشد [۱۴و۴]

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \left\{ 1 - \frac{4}{3} \frac{\int_0^\infty |\chi|^2 r^2 dr}{\int_0^\infty [|\chi|^2 + |\phi|^2] r^2 dr} \right\} = 1.26 \quad (32-4)$$

با قرار دادن مؤلفه‌های بالایی و پایینی تابع موج در رابطه (۴-۲۹) و محاسبه انتگرال‌ها به مقدار زیر می‌رسیم:

$$\frac{\int_0^\infty |\chi|^2 r^2 dr}{\int_0^\infty [|\chi|^2 + |\phi|^2] r^2 dr} = \frac{c^2}{4 + c^2} \quad (33-4)$$

البته در محاسبه این انتگرال‌ها از خواص زیر که مربوط به ماتریس‌های پائولی است استفاده شده است

$$\begin{aligned} \sigma_i^+ &= \sigma_i \\ \sigma_i^2 &= 1 \\ \sigma_i \sigma_j &= -\sigma_j \sigma_i \\ (\vec{\sigma} \cdot \hat{r})^+ (\vec{\sigma} \cdot \hat{r}) &= \hat{r}^2 = 1 \end{aligned} \quad (34-4)$$

در نتیجه مقدار $c = 0.94$ از رابطه (۴-۲۹) بدست می‌آید.

انرژی کوارک را می‌توانیم با توجه به جرم پروتون $M_p = 938 \text{ (Mev)} = 3E_q$ محاسبه کرد که برابر است با (fm^{-1}) $E = 1/580$. البته در این رابطه از تبدیل $(\text{Gev}^{-1}) = 5/0.68 \text{ (fm)}$ استفاده کرده‌ایم. همچنین با مشخص شدن مقدار c می‌توانیم رابطه بین جرم و انرژی را از روابط (۴-۲۲) و (۴-۲۷) بیابیم. در نتیجه مقدار (fm^{-1}) $c_1 = 3/962$ بدست می‌آید.

با توجه به مقدار c_1 شکل تابع موج بشکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\psi_{-1} = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{1}{0.473i(\vec{\sigma} \cdot \hat{r})} \right) \exp(-1.981r) \quad (35-4)$$

ثابت نرمالیزاسیون تابع موج را می‌توان با استفاده از شرط بهنجارش زیر محاسبه کرد:

$$N^2 \int_0^\infty (|\phi|^2 + |\chi|^2) r^2 dr = 1 \quad (36-4)$$

با توجه به این رابطه مقدار $N = 5/0.42$ بدست می آید.

در نهایت با مشخص شدن تابع موج و ثابت نرمالیزاسیون می توانیم شعاع باری پروتون را از رابطه زیر بدست آوریم [۱۸و۱۷و۱۴و۷و۴]

$$\langle r^2 \rangle_{proton} = \sum e_q \langle r^2 \rangle_q \quad (37-4)$$

که در این رابطه

$$\langle r^2 \rangle_q = \int r^2 \psi_{-1}^*(\vec{r}) \psi_{-1}(\vec{r}) d^3 r \quad (38-4)$$

با توجه به شکل تابع موج

$$\langle r^2 \rangle_{proton}^{1/2} = 0.853(fm) \quad \text{البته} \quad (39-4)$$

این مقدار با مقدار تجربی شعاع باری پروتون که برابر $0.88(fm)$ تفاوت دارد، اما با توجه به مقدار شعاع باری پروتون در M.I.T. Bag Model که $0.73(fm)$ است، مقدار بهتری می باشد [۱۸و۱۷و۲و۱].

۴-۴- محاسبه شعاع باری پروتون در سیستم سه ذره‌ای

همانطور که می دانیم پروتون از سه ذره (کوارک) تشکیل شده است بنابراین می توانیم برای یافتن تابع موج پروتون معادله دیراک را برای یک سیستم سه ذره‌ای حل کنیم. بدین معنی که تابع موج مربوط به هر یک از کوارکها را محاسبه کرده و با ضرب تانسوری این توابع موج به تابع موج پروتون برسیم.

برای هر کوارک در اینجا برای راحتی کار جرم و انرژی آنها را یکسان در نظر می گیریم. در واقع ما در این شرایط سه ذره با انرژی و جرم یکسان داریم. معادله دیفرانسیل جفت شده را برای هر یک از کوارکها به صورت زیر می نویسیم:

$$\begin{aligned}
 [\vec{\alpha}_1 \cdot \vec{p}_1 + \beta(m_1 + U_0(x))] \psi_1(x) &= (E - V_0) \psi_1(x) \\
 [\vec{\alpha}_2 \cdot \vec{p}_2 + \beta(m_2 + U_0(x))] \psi_2(x) &= (E - V_0) \psi_2(x) \\
 [\vec{\alpha}_3 \cdot \vec{p}_3 + \beta(m_3 + U_0(x))] \psi_3(x) &= (E - V_0) \psi_3(x)
 \end{aligned}
 \tag{۴۰-۴}$$

که درسه معادله بالا ψ_3, ψ_2, ψ_1 به ترتیب توابع موج مربوط به ذره اول، ذره دوم و ذره سوم هستند. یعنی

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \chi_1 \end{pmatrix}, \quad \psi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2 \\ \chi_2 \end{pmatrix}, \quad \psi_3 = \begin{pmatrix} \phi_3 \\ \chi_3 \end{pmatrix}
 \tag{۴۱-۴}$$

اگر دو طرف معادلات (۴۰-۴) را با هم جمع کنیم، در کل معادله دیراک جفت شده برای مؤلفه‌های بالا و پایین تابع موج پروتون به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}
 (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_i) \chi + (m_i + U_0 + V_0) \phi &= \varepsilon_i \phi \\
 (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_i) \phi + (m_i + U_0 - V_0) \chi &= \varepsilon_i \chi
 \end{aligned}
 \tag{۴۲-۴}$$

که در این رابطه

$$\psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}
 \tag{۴۳-۴}$$

اگرما در این مرحله پتانسیل اسکالر و شبه اسکالر را با هم برابر در نظر بگیریم، و از دستگاه (۴۳-۴)، χ را بر حسب ϕ محاسبه می‌کنیم. سپس در آن صورت خواهیم داشت

$$\chi = \frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_i}{\varepsilon_i + m_i} \phi
 \tag{۴۴-۴}$$

با قراردادن معادله (۴۴-۴) در (۴۳-۴) معادله‌ای به صورت زیر بر حسب ϕ می‌یابیم:

$$(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) \phi = 9(\varepsilon^2 - m^2) \phi - 6V_0(\varepsilon + m) \phi
 \tag{۴۵-۴}$$

که در این رابطه

$$(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_i)^2 = \vec{p}_i^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2
 \tag{۴۶-۴}$$

اکنون با استفاده از مختصات ژاکوبی که به صورت زیر می‌باشند [۱۷ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷]

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{\bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3}{3} \\ \bar{\lambda} &= \frac{\bar{r}_1 + \bar{r}_2 - 2\bar{r}_3}{\sqrt{6}} \\ \bar{\rho} &= \frac{\bar{r}_1 - \bar{r}_2}{\sqrt{2}}\end{aligned}\quad (47-4)$$

با جداسازی متغیرها و کنار گذاشتن جمله مربوط به مرکز جرم به معادله زیر می‌رسیم:

$$(p_\rho^2 + p_\lambda^2)\phi = 3[3(\varepsilon^2 - m^2)\phi - 2V_0(\varepsilon + m)\phi] \quad (48-4)$$

که در این رابطه

$$\begin{aligned}p_\rho^2 &= -\nabla_\rho^2 \\ p_\lambda^2 &= -\nabla_\lambda^2\end{aligned}\quad (50-4)$$

اکنون با وارد کردن تغییر متغیرهای زیر [۱۶ و ۱۵]

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{\rho^2 + \lambda^2} \\ t &= \text{Arctan} \frac{\rho}{\lambda}\end{aligned}\quad (51-4)$$

که در واقع x فوق شعاع مربوط به فوق کره نامیده می‌شود، و با توجه به معادلات زیر [۱۲ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۸]

$$p^2 = -(\nabla_\rho^2 + \nabla_\lambda^2) = -\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} + \frac{L^2(\Omega)}{x^2}\right) \quad (52-4)$$

به معادله دیفرانسیل زیر می‌رسیم:

$$-\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} + \frac{L^2(\Omega)}{x^2}\right]\phi = 3\left[3(\varepsilon^2 - m^2) - 2V_0(\varepsilon + m)\right]\phi \quad (53-4)$$

که در معادله بالا $L^2(\Omega) = -\gamma(\gamma + 4)$ می‌باشد، که در این رابطه نیز $\gamma = 2n + l_\rho + l_\lambda$ که به ازای

$n = 1, 2, 3, \dots$ برقرار بوده و حالت پایه که مربوط به مباحث ماست به ازای $\gamma = 0$ برقرار است. [۱۷]

اکنون با قرار دادن پتانسیل رابطه (۷-۴) در رابطه (۵۳-۴) و با در نظر گرفتن تغییر متغیرهای زیر:

$$\begin{aligned}c_1 &= c(\varepsilon + m) \\ \lambda &= \varepsilon^2 - m^2\end{aligned}\quad (54-4)$$

به معادله زیر می‌رسیم

$$-\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} + \frac{L^2}{x^2}\right] \phi = 3 \left[\left(3\lambda + \frac{c_1}{x} \right) \right] \phi \quad (55-4)$$

برای حل این معادله دیفرانسیل مرتبه دوم از تغییر متغیر زیر استفاده می‌کنیم

$$\phi = x^{-\frac{5}{2}} \xi \quad (56-4)$$

با قرار دادن این رابطه در معادله (4-46) به معادله زیر می‌رسیم:

$$\frac{d^2 \xi}{dx^2} - \frac{15}{4x^2} \xi + 3 \left[3\lambda + \frac{c_1}{x} \right] \xi = 0 \quad (57-4)$$

با در نظر گرفتن

$$\begin{aligned} \xi &= f(x) \exp(g(x)) \\ f(x) &= 1 + \alpha x + \kappa x^2 \\ g(x) &= -\beta x + \delta \ln(x) \end{aligned} \quad (58-4)$$

و قرار دادن مشتق دوم ξ در معادله (4-57) و مساوی قرار دادن ضرایب با جملات یکسان به جواب‌های زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} \delta = -\frac{3}{2} \\ \delta = \frac{5}{2} \end{cases} \quad (59-4)$$

$$\beta = \frac{c_1}{3}, \beta^2 + 9\lambda = 0, \kappa = -\frac{c_1 \alpha}{18}, \alpha = -\frac{4}{15} c_1$$

با قرار دادن این ضرایب در رابطه (4-58) برای ξ داریم

$$\xi = \left[1 - 0.260 c_1 x + 0.014 c_1^2 x^2 \right] x^{\frac{5}{2}} \exp\left(-\frac{c_1}{3} x\right) \quad (60-4)$$

با توجه به رابطه فوق می‌توانیم مؤلفه بالایی تابع موج را از رابطه (4-56) بیابیم

$$\phi = \left[1 - 0.260 c_1 x + 0.014 c_1^2 x^2 \right] \exp\left(-\frac{c_1}{3} x\right) \quad (61-4)$$

با توجه به مؤلفه بالایی تابع موج و رابطه (۴-۴۴) می‌توانیم مؤلفه پایینی تابع موج را بصورت زیر بدست آوریم:

$$\chi = \frac{i\vec{\sigma} \cdot \hat{x} c_1}{(\varepsilon + m)} (0.600 - 0.118c_1x + 0.004c_1^2x^2) \exp\left(-\frac{c_1}{3}x\right) \quad (۴-۶۲)$$

و در نهایت تابع موج را بشکل زیر بدست می‌آوریم

$$\psi = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{i\vec{\sigma} \cdot \hat{x} c_1}{(\varepsilon + m)} (0.600 - 0.118c_1x + 0.004c_1^2x^2) \right) \exp\left(-\frac{c_1}{3}x\right) \quad (۴-۶۳)$$

اکنون با توجه به شکل تابع موج، می‌توانیم شعاع کیسه را از محاسبه معادلات مرزی روی سطح کیسه بدست آوریم. این معادلات بیان می‌دارد که مؤلفه عمودی جریان کواری روی سطح کیسه به صفر میل کند. این شرط بطور عملی حضور کواریک‌ها را در خارج کیسه منتفی خواهد کرد. با توجه به شکل جریان کواریک بصورت زیر [۳ و ۴ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۷]

$$J^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (۴-۶۴)$$

شرط صفر شدن مؤلفه عمودی جریان کواریک روی سطح کیسه به شکل زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$n_\mu J^\mu(x) \Big|_{x=x_b} = 0 \quad (۴-۶۵)$$

با توجه به رابطه فوق رابطه زیر را برای تابع موج می‌توانیم نتیجه بگیریم:

$$-i\gamma_\mu n^\mu \psi = \psi \quad (۴-۶۶)$$

با قرار دادن تابع موج در رابطه (۴-۶۶) به شکل زیر در $x = x_b$

$$\begin{pmatrix} 0 & -i\vec{\sigma} \cdot \hat{x} \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{x} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (۴-۶۷)$$

به رابطه زیر برای شعاع کیسه می‌رسیم:

$$(0.014 - 0.004c)c_1^2 x_b^2 + (0.118c - 0.260)c_1 x_b + 1.000 - 0.600c = 0 \quad (68-4)$$

جواب‌های رابطه (68-4) شعاع کیسه‌ای را که کوارک‌ها در آن محبوس می‌باشند مشخص می‌کند. اما

همچنان می‌بینیم که ثابت c مجهول می‌باشد. برای بدست آوردن این ثابت از نسبت $\frac{g_A}{g_V}$ استفاده می‌کنیم.

این نسبت بشکل زیر می‌باشد:

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \left\{ 1 - \frac{4}{3} \frac{\int_{bag} |\chi|^2 x^5 dx}{\int_{bag} (|\chi|^2 + |\phi|^2) x^5 dx} \right\} = 1.26 \quad (69-4)$$

با قراردادن مؤلفه‌های تابع موج در رابطه بالا و انجام محاسبات کامپیوتری مقدار $c = 1/6$ بدست می‌آید.

با مشخص شدن ثابت c می‌توانیم جرم کوارک‌ها را با توجه به روابط (4-59) و جرم پروتون بصورت زیر

محاسبه کنیم. در نتیجه ثابت $c_1 = 5/360 \text{ (fm}^{-1}\text{)}$ را بدست می‌آوریم. همچنین با

این مقدار شعاع کیسه بصورت $x_b = 1/66 \text{ (fm)}$ بدست می‌آید.

اکنون با مشخص شدن ثابت‌های مجهول می‌توانیم شکل تابع موج را بصورت صریح زیر بنویسیم:

$$\psi = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \left(\begin{array}{c} 1 - 1.390x + 0.400x^2 \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{x} (0.960 - 1.008x + 0.182x^2) \end{array} \right) \exp(-1.780x) \quad (70-4)$$

ثابت نرمالیزاسیون تابع موج را می‌توان از شرط نرمالیزاسیون زیر بدست آورد:

$$\int_{bag} \psi^* \psi d^3x = N^2 \int_{bag} (|\chi|^2 + |\phi|^2) x^5 dx = 1 \quad (71-4)$$

که با توجه به این رابطه $N = 23/0.25$ بدست می‌آید.

اکنون در موقعیتی قرار داریم که می‌توانیم شعاع باری پروتون را بدست آوریم. با توجه به رابطه زیر

$$\langle x^2 \rangle_{proton} = N^2 \int_{bag} (|\chi|^2 + |\phi|^2) x^7 dx \quad (72-4)$$

در نتیجه شعاع باری پروتون بصورت $\langle x^2 \rangle_{proton}^{\frac{1}{2}} = 0.892 \text{ (fm)}$ بدست می آید، که در مقایسه با مقدار تجربی یعنی 0.88 (fm) مقدار قابل قبولی می باشد.

۴-۵- نتیجه گیری

در این پایان نامه مشخص گردید که می توان با استفاده از معادله دیراک و حل آن با پتانسیل رنگ که در ارتباط با کوارکهای پروتون می باشد، تابع موج پروتون را محاسبه کرده و با توجه به نسبت $\frac{g_A}{g_V}$ ضرایب مجهول در مسئله را بدست آوریم و با توجه به مقادیر بدست آمده جرم کوارک و شعاع باری پروتون را محاسبه کنیم.

در قسمت بعد به این مطلب رسیدیم که پروتون را به صورت یک سیستم سه ذره ای در نظر گرفته و تابع موج پروتون را با استفاده از حل معادله دیراک برای این سیستم سه ذره ای به دست آوریم. با مشخص شدن تابع موج می توانیم باز هم با استفاده از نسبت $\frac{g_A}{g_V}$ ثابتهای مجهول در مسئله را پیدا کنیم و با مشخص شدن این ثابتها همانند قسمت قبل جرم کوارک و شعاع باری پروتون را محاسبه کنیم. البته در این قسمت شعاع کیسه ای که کوارکها را در آن محبوس در نظر گرفته ایم بدست می آید.

در جدول زیر مقادیر بدست آمده برای جرم کوارک و شعاع باری پروتون در هر دو سیستم و مقادیری که از M.I.T. Bag Model بدست آمده و همچنین مقادیر تجربی مقایسه شده اند.

جدول (۴-۱) مقایسه خواص پروتون در این پایان نامه با مقادیر M.I.T. Bag Model و مقادیر تجربی [۱۷]

proton	One - body system	Three - body system	M.I.T. Bag Model	Experiment
m_q	450(Mev)	330(Mev)	0	100 – 350 (Mev)
$\frac{g_A}{g_V}$	1.26	1.26	1.09	1.26
$\langle r_{cm}^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$	0.853 (fm)	0.892 (fm)	0.73 (fm)	0.88 (fm)
x_b	1.66 (fm)	1.5 (fm)

۵-۵- پیشنهادات

مطالبی که در این بخش مطرح می گردد به عنوان پیشنهاداتی است که می توان برای ادامه کار به کار بست. همانطور که در این پایان نامه مشاهده گردید، معادله دیراک را تنها برای پتانسیلی خاص (پتانسیل رنگ) حل کرده ایم یعنی در این پتانسیل، ما اثرات گلوئونها را بر روی تابع موج پروتون محاسبه نکرده ایم. پس به عنوان اولین پیشنهاد می توانیم این پتانسیلها را نیز در نظر گرفته و معادله دیراک را حل کنیم. یعنی پتانسیلهایی مانند $d x^3$ و $e x^4$ و $f x^5$ و ... که هر کدام مربوط به نوعی برهمکنش در ساختار درونی هادرونها است. همچنین می توانیم پتانسیلهایی از قبیل پتانسیل اسپین - اسپین و حتی اسپین - ایزواسپین را نیز به عنوان اختلال در محاسبات وارد کرد.

REFERENCES:

[۱] Gross, F. *Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory*. New York : Wiley & sons, (1999).

[۲] Guidry, M. *Gauge Field Theories*. New York : Wiley, (1991).

- [۳] Griffiths, D. *Introduction To Elementary Particles*. New York : Wiley, (1978).
- [۴] Close, F. E. *Quarks and Partons*. London: Academic Press (1979).
- [۵] Halzen, F. and Martin, D. M. *Quarks & Leptons*. New York: Wiley & Sons (1984)
- [۶] Arfken, G. *Mathematical Methods for Physicists*. London: Academic Press (1985).
- [۷] T. Degrand et. al., *Phys. Rev. D* 12, 2060 (1975).
- [۸] Giannini, M.M., Santopinto, E. & Vassallo, A. *Nuclear physics*. A623, 100c-109c (2002), *Nuclear physics*, A699, 308-311 (1997).
- [۹] Smith, G. B. & Tassie, J. *J. phys.* Ny65, 352(1971).
- [۱۰] Znojil, M. *J. Math phys.* 31(1990).
- [۱۱] Zernike, F., Brinkman, H. C. *Proc. Kon. Ned. Acad. Wet.* 33, 3(1935).
- [۱۲] Zickenrath, W. *Ann. Phys. N. Y.* 53, 18(1965); *Phys. Rev.* 159, 1448(1967).
- [۱۳] Wang, D., Kuppermann, A. *Chem. J. Phys.* 115, 9184(2001).
- [۱۴] Rajabi, A. A. *Indian Journal of Pure & Applied Physics*. Vol. 41. pp. 89-94. February(2003).
- [۱۵] Rajabi, A. A. *Few-Body Systems*. Springer-Verlag. 37, 197-213(2005).
- [۱۶] Rajabi, A. A. *Iranian Journal of Physics Research*. Vol. 5, No. 2, (2005).

[۱۷] Rajabi, A. A. *Iranian Journal of Science & Technology*, Transaction A, Vol. 28, No. A2(2004).

[۱۸] Rajabi, A. A. *Journal of Science, Islamic Republic of Iran*, 16(1): 73-79(2005).

[۱۹] Ferrarise, M., Giannini, M.M., Pizzo. M., Santopinto, E., Tiator. L. *Phys. Lett. B*.364, 231-238. (1995).

[۲۰] Santopinto, E., Iachello, F., Giannini, M.M. *Eur. Phys. J. A*. 1. Springer-Verlag. 307-315(1998).