



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک

گرایش ذرات بنیادی

عنوان پایان نامه:

محاسبه جرم مزون ها به کمک پتانسیل های برهم کنش بین
کوارک و پادکوارک تشکیل دهنده مزون

استاد راهنما:

دکتر علی اکبر رجبی

نگارش:

مهدی پورمحمدی

خرداد ماه ۱۳۸۵

مهدی پورمحمدی
۱۳۸۵
شاهرود

تقدیم به:

افسانه های زندگی

به پاس زحمات و محبت های بی کرانشان

تقدیر و تشکر

حمد و سپاس پروردگار یکتا را که لطف و کرم بی کرانش اینجانب را نیز در بر گرفت تا به وسع توان خویش گامی کوچک در گستره علم و معرفت بردارم و میسر گشت تا از خرمن دانش و تجربه بزرگان و نیک اندیشان خوشه چینی کرده باشم.

اکنون که با یاری خداوند متعال، این دوره پرخاطره از دوران تحصیل را به پایان رسانده ام، هرچند واژه ها را یارای آن نیست که لطف، محبت و بزرگواری کسانی را که در تمام دوران زندگی جرحه نوش دریای بیکران مهر و محبتشان بوده ام را به تصویر بکشم، اما به رسم ادب و احترام بوسه بر دستانشان زده و بر خود واجب می دانم زحمات تمامی اعضای خانواده ام، مخصوصاً پدر و مادر مهربانم، که همواره راه گشای مشکلاتم در تمام مراحل زندگی بوده اند و کلیه معلمان، اساتید و دوستان دوران تحصیل را ارج نهاده و مراتب تشکر قلبی و باطنی خویش را از الطاف و مهربانیهای آنها ابراز دارم. در ابتدا لازم می دانم که از زحمات فراوان و کارگشای استاد بزرگواریم آقای دکتر علی اکبر رجیبی که با راهنمایی ها و نظرات ارزنده و صبر و حوصله فراوان، نقش مهمی در به ثمر رسیدن این کار داشته اند صمیمانه تقدیر و تشکر نمایم، بی تردید انجام این پایان نامه بدون همکاری و راهنمایی ایشان هرگز ممکن نبود. از آقای دکتر حسین موحدیان و آقای دکتر اصغر مولوی که زحمت مطالعه، نقد و داوری کار را برعهده داشتند نهایت تشکر و قدردانی را دارم همچنین از دوستان و اساتید بزرگواریم آقای دکتر حسن حسن آبادی، آقای دکتر محمد رضا شجاعی و آقای مهندس مجید امیر فخریان که همواره مایه دلگرمی اینجانب در این مدت بوده و متحمل زحمات زیادی شدند نهایت سپاس گذاری و امتنان را دارم. و اما مراتب ارادت و سپاس گرم و ویژه خویش را تقدیم سرکار خانم گیتا حسینی یان به خاطر کمک های ارزنده شان و همه زحماتی که در این مدت متحمل شدند، می کنم باشد که موجب رضای حضرت حق گردد.

چکیده

بنا به مدل کوارکی ساده ترین اجزاء ساختمانی که بتوان تمام هادرون ها را از آنها ساخت کوارک ها می باشند. طبق این مدل برای توجیه ساختار هادرون های با انرژی پایین نیاز به معرفی سه کوارک u و d و s داریم که با هم تشکیل گروه تقارنی $SU(3)$ می دهند. در صورتی که بخواهیم هادرون های با انرژی بالا را نیز مورد بررسی قرار دهیم نیاز به معرفی و پذیرش کوارک های جدید $charm$ و $Beauty$ و Top می باشد. این ذرات فرمیون هایی هستند که می توان فرمیون ها و بوزون های دیگر مثل مزون ها و باریون ها را بوسیله آنها ساخت. اعداد کوانتومی جدیدی مثل رنگ و ایزواسپین برای این ذرات در نظر گرفته می شود. هر کوارک دارای پاد خود می باشد. کوارک ها پاریده ذاتی مثبت و پاد کوارک ها پاریده ذاتی منفی دارند. در واقع بار رنگ مشخصه نیروهای قوی هسته ای است. این نیروها از مبادله پیوسته گلوئون ها بین کوارک های تشکیل دهنده هادرون ها موجودیت پیدا می کنند و از نیروهای الکترومغناطیسی خیلی قوی ترند. بنا به این مدل وجود سه کوارک و سه پادکوارک برای ساختن همه هادرون ها کافی است. کوارک ها تنها بصورت ضعیف می توانند به همدیگر واپاشی کنند. نوع واپاشی انجام گرفته به جرم کوارک ها بستگی دارد. ایزواسپین خاصیت جدیدی است که به کوارک ها نسبت داده می شود و درواقع یک ساختار ریاضی برای وجه تمایز بین ذرات است که در واکنشهای قوی پایسته است. کوارک به دلیل بار کسری که دارد از سایر ذرات قابل شناسایی است. برای ساخت هادرون های شگفت، حداقل یک کوارک شگفت لازم است. کوارک شگفت تنها به یک صورت ظاهر می شود و باید یک یکتایی ایزواسپینی باشد. مزون ها بوزون هایی با ساختار $q\bar{q}$ هستند که در چندتایه های J^{PC} دسته بندی می شوند باید دقت کرد که C - پاریده تنها برای سیستم های $q\bar{q}$ تعریف می شود. باریون ها هم فرمیون هایی بفرم qqq می باشند. مزون های شبه اسکالر و برداری و باریون های تک تایه و هشت تایه و ده تایه نمونه هایی از این دسته از ذرات هستند. هر یک از این ذرات دارای تابع موج ایزواسپینی مربوط به خود می باشد که از روی آنها به عنوان مثال برای باریون ها به محاسبه ممان دوقطبی مغناطیسی پرداخته و با توجه به آنها ممان دوقطبی مغناطیسی کوارک ها را می توان بدست آورد. محاسبه و آزمایش نشان می دهد که شکافتگی جرمی هادرون ها ناشی از آثار الکترومغناطیسی و آثار برهم کنش های فوق ریز بین کوارک های تشکیل دهنده آنها می باشد. این برهم کنش ها به صورت پتانسیل های اسپین - اسپین - ایزواسپین و ایزواسپین - ایزواسپین ظاهر می شوند که ما در این پایان نامه سعی خواهیم کرد تأثیر این پتانسیل ها در محاسبه انرژی مزون به دست آورده و سپس برای تعیین جرم مزون های سنگین، معادله شرودینگر را بصورت دقیق و تحلیلی حل کرده و بعد از بدست آوردن تابع موج مربوط به مزون مربوطه در حالت پایه و اولین حالت برانگیخته، به محاسبه اثرات پتانسیل های فوق ریز به صورت اختلالی در سیستم، در حالت های $l = 1, l = 0$ پرداخته و از آنجا با توجه به هم ارزی جرم و انرژی، جرم مزون ها را به دست آوریم. محاسبات نشان می دهند که جواب های ما برای مزون های سنگین تر دقیق تر بوده و نیز سهم پتانسیل اسپین - اسپین در شکافتگی انرژی در حالت پایه از سایر پتانسیل ها بیشتر است. ولی در حالت های تشدیدی تنها محاسبات سهم ناشی از هر یک از جملات فوق ریز، نشان دهنده این موضوع خواهد بود که کدام یک از جملات اختلالی بیشترین سهم را در انرژی مزون مورد بحث خواهد داشت.

عنوان	صفحه
تشکر و قدردانی	أ.....
چکیده	ب.....
فهرست مطالب	ت.....
فهرست شکل ها.....	د.....
فهرست جداول.....	ه.....

فصل اول: مدل کوارک

مقدمه.....	۲.....
۱-۱: مدل کوارکی.....	۳.....
۱-۱-۱: رنگ.....	۶.....
۱-۱-۲: نظریه پیمانۀ ای رنگ.....	۱۲.....
۱-۱-۳: آزادی مجانبی.....	۱۶.....
۱-۱-۴: مقید بودن کوارک.....	۱۸.....
۲-۱: لپتون ها.....	۲۰.....
۱-۲-۱: پایستگی عدد لپتونی.....	۲۱.....
۳-۱: ذره و پادذره.....	۲۳.....

فصل دوم: ایزواسپین

مقدمه.....	۲۷.....
۱-۲: ایزواسپین.....	۲۸.....
۱-۱-۲: سیستم دو نوکلئونی.....	۳۱.....
۲-۱-۲: انتقال ایزواسپینی.....	۳۳.....
۳-۱-۲: ناوردایی ایزواسپینی.....	۳۶.....
۴-۱-۲: ایزواسپین پادذرات.....	۴۱.....
۵-۱-۲: ایزواسپین کوارک ها.....	۴۳.....
۶-۱-۲: تابع موج کوارکی پیون ها.....	۴۵.....
۷-۱-۲: ایزواسپین کوارک های دیگر.....	۴۸.....
۲-۲: شگفتی و اعداد کوانتمی دیگر.....	۵۰.....
۱-۲-۲: شگفتی، چارم، زیبایی.....	۵۱.....

فصل سوم: استاتیک مدل کوارکی هادرون ها و برهم کنش الکترومغناطیسی آنها

مقدمه.....	۵۴
۱-۳: مزون ها.....	۵۵
۱-۱-۳: مزون های شبه اسکالر.....	۵۸
۲-۱-۳: مزون های برداری.....	۶۰
۲-۳: باریون ها.....	۶۱
۱-۲-۳: ده تایه باریونی.....	۶۱
۲-۲-۳: باریون تکتایه.....	۶۵
۳-۲-۳: باریون های هشت تایی.....	۶۷
۴-۲-۳: ممان دوقطبی مغناطیسی هشت تایی باریونی.....	۶۹
۵-۲-۳: ممان دوقطبی مغناطیسی کوارک ها.....	۷۰
۶-۲-۳: ممان دوقطبی مغناطیسی نوکلئون ها.....	۷۱
۷-۲-۳: ممان دوقطبی مغناطیسی باریون های با $S < 0$	۷۲
۸-۲-۳: پایستگی عدد باریونی.....	۷۷
۳-۳: برهم کنش الکترومغناطیسی هادرون ها.....	۷۸
۱-۳-۳: برهم کنش فوتون های مجازی با هادرون ها.....	۷۹
۲-۳-۳: برهم کنش فوتون های حقیقی با هادرون ها.....	۸۲

فصل چهارم: حل معادله شرودینگر و تعیین جرم مزون

مقدمه.....	۹۲
۱-۴: حل معادله شرودینگر برای پتانسیل $V(x) = ax^2 + bx - \frac{c}{x}$	۹۴
۲-۴: شکافتگی فوق ریز در هادرون ها.....	۹۶
۳-۴: اثرات پتانسیل های فوق ریز در جابجایی انرژی مزون در حالت پایه.....	۹۷
۱-۳-۴: پتانسیل ناشی از اثر اسپین - اسپین.....	۹۷
۲-۳-۴: پتانسیل ناشی از اثر ایزواسپین - ایزواسپین.....	۹۸
۳-۳-۴: پتانسیل ناشی از اثر اسپین - ایزواسپین.....	۹۹
۴-۴: اثرات پتانسیل برهمکنشی به عنوان اختلال در جابجایی انرژی مزون در اولین حالت برانگیخته.....	۱۰۰
نتیجه گیری.....	۱۰۲

مراجع.....	۱۰۳
ضمایم	
ضمیمه الف: همیوگی بار.....	۱۰۵
ضمیمه ب: فوتون های زمان گونه و فوتون های فضا و زمان گونه.....	۱۰۸
ضمیمه ج: برهم کنش الکترومغناطیسی کمین.....	۱۱۰

فهرست شکل ها

- شکل (۱-۲): انتقال کوارکی در واکنشهای ضعیف..... ۵۰
- شکل (۱-۳): نمودارهای وزنی..... ۵۵
- شکل (۲-۳): مزون های شبه اسکالر..... ۵۹
- شکل (۳-۳): مزون های برداری..... ۶۰
- شکل (۴-۳): ده تایه بار یونی ۶۲
- شکل (۵-۳): اندر کنش فوتون با جریان هادرونی..... ۷۸
- شکل (۶-۳): سه حالت ممکن تجربی برای بر هم کنش هادرون با فوتون..... ۷۹
- شکل (۷-۳): تعداد پیون های مشاهده شده در برخورد الکترون - پوزیترون..... ۸۰
- شکل (۸-۳): سطح مقطع برای فرایند $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ ۸۰
- شکل (۹-۳): نمای ایجاد و واپاشی یک فوتون مجازی به یک مزون برداری..... ۸۱
- شکل (۱۰-۳): فوتون های انرژی بالا و پایین..... ۸۵
- شکل (۱۱-۳): سطح مقطع جذب برای فوتون های تابیده به نوکلئون ها..... ۸۵
- شکل (۱۲-۳): فوتون برهنه ، بدون بر هم کنش هادرونی..... ۸۷
- شکل (۱۳-۳): فوتون های بر هم کنش کننده با هادرون ها..... ۸۸

فهرست جداول

جدول (۱-۲): اعداد کوانتومی کوآرک ها..... ۴۹

جدول (۱-۳): اعداد کوانتومی مشاهده شده برای مزون های متشکل از کوآرک های u و d و s ۵۷

جدول (۲-۳): ممان دوقطبی مغناطیسی هشت تایی باریونی..... ۷۶

جدول (۱-۴): جرمهای محاسبه شده برای مزون ها در حالت پایه..... ۱۰۱

جدول (۲-۴): جرمهای محاسبه شده برای مزون ها در اولین حالت برانگیخته..... ۱۰۱

فصل ۱:

مدل کوارک

✓ مقدمه

✓ مدل کوارکی

✓ لپتون

✓ ذره و پادذره

مقدمه

ذرات بنیادی به لحاظ نیم عمرشان و نیز پایداریشان و ظاهر شدن در واکنش ها و پدیده های میکروسکوپی و در کل خواص شیمیایی و فیزیکی خودشان در خانواده های مختلف دسته بندی و بررسی می شوند. عده ای از این ذرات با فراوانی بیشتر در اغلب اوقات ظاهر شده و پدیده های میکروسکوپی را کنترل می کنند، و به ذرات بنیادی واقعی معروف هستند. تحقیقاتی که با شتابدهنده هایی بزرگ انجام شده اند بطور قوی به دانش ذرات بنیادی کمک کرده اند قبل از همه، اشاره ها به بزرگترین خانواده ذرات، هادرون ها، یعنی ذرات شرکت کننده در برهم کنش های قوی هسته ای است. در حال حاضر چند صد از این گونه ذرات از جمله باریون ها و پادباریون ها و مزونها شناخته شده اند. بیشتر این ذرات در نتیجه اندرکنش های قوی هسته ای به هادرونها دیگر و امی پاشند آنها عمر کوتاهی دارند که در فرایند های هسته ای معمول چنین زمانی را نمی توان مستقیماً اندازه گرفت (در حدود 10^{-23} ثانیه). اما هادرون هایی با عمر 10^{-13} تا 10^{-8} ثانیه نیز وجود دارند. برد واپاشی این ذرات با عمر دراز اندرکنش های ضعیف ما کم هستند. تعداد خیلی زیادی از هادرون ها کشف شده که گروه بندی آنها در رده ها و خانواده های مختلف، طبیعت بنیادی آنها را مبهم جلوه می دهد. مدل کواری، ساختار هادرون ها و گروه بندی هادرون ها را در خانواده و طبیعت و ساختار این خانواده ها و همچنین دیگر خواص ساده هادرون ها را به طور خیلی طبیعی توضیح می دهد. هادرون ها را به معنای درست کلمه نمی توان جز ذرات بنیادی به شمار آورد آنها ساختار درونی پیچیده ای دارند و مانند هسته های اتمی دستگاه های

مقید و متشکل از ذرات به راستی بنیادی یا اساسی اند. عناصر اصلی ساختار هادرون ها کوارک نام دارد. در فیزیک ذرات، برهم کنش های ضعیف هسته ای نیز نقش مهمی ایفا می کنند اینها تنها اندرکشی هستند که می توانند شخصیت ذرات پایه را عوض کنند. و ضمن پیروی از قوانین بقای بارهای لپتونی و باریونی موجب تبدیل های متقابل آنها شود ساز و کار نیروهای برهم کنش ضعیف هسته ای مدتهای مدید نظر پژوهشگران را بسوی خود جلب کرده بود. فرضیه ای مطرح شده است که مطابق آن این نیروها از تعادل نوع خاصی کوانتوم های میدان نیروی برهم کنش ضعیف هسته ای به نام بوزونهای میانی ناشی می شود. برخلاف گلوئون ها، بوزون های میانی مثل فوتون ها باید در حالت آزاد وجود داشته باشند. نظریه امکان وجود، سه تا از این بوزون های میانی را پیش بینی می کند. چند تا از این ذرات (بوزون های میانی) سرانجام در سال ۱۹۸۲ کشف شدند.

۱-۱- مدل کوارکی

بهترین مدل برای بحث در مورد ذرات تشکیل دهنده اتم و ساختار آنها مدل کوارکی میباشد. براساس مدل کوارکی تمام ذراتی که در برهم کنش های قوی هسته ای شرکت می کنند (هادرون ها) از واحدهای کوچکتری بنام کوارک تشکیل شده اند. نحوه بستگی کوارک ها به طریقی است که خواص ذره نهایی را می توان بر اساس خواص کوارک های تشکیل دهنده آن بدست آوریم.

از نظر اسپین هادرون ها^۱ به دو گروه باریون ها^۲ و مزون ها^۳ تقسیم می شوند که باریون ها ذراتی با اسپین نیمه صحیح و مزون ها ذراتی با اسپین صحیح می باشند. باریون ها حالت های مقید سه کوارک^۴ بوده و با qqq نشان داده می شوند مثلاً پروتون به صورت uud نشان داده می شود و معنی آن این است که در ساختار آن دو کوارک up با علامت اختصاری u و یک کوارک $down$ با علامت اختصاری d شرکت دارند. مزون ها حالت مقیدی از یک کوارک و یک پاد کوارک می باشند که بصورت $q\bar{q}$ نمایش داده می شوند به عنوان مثال پایون مثبت، π^+ ، که به صورت

¹ Hadrons

² Baryons

³ Mesons

⁴ Quark

$u\bar{d}$ نموده می شود. هنگامی که از کوارک u و d نام می بریم صحبت در مورد طعم های¹ متفاوت یک کوارک می باشد. در اوایل تشکیل نظریه کوارک، تنها دو طعم u و d برای کوارک ها پیشنهاد شده بود تا بر اساس آن خواص هادرونهای کشف شده تا آن زمان قابل توجیه باشند. بعد ها به علت آنکه هادرونهای دیگری در شتاب دهنده ها تولید شد دانشمندان برای توجیه خواص ذرات جدید ناگزیر از پذیرفتن طعم های جدیدی برای کوارک ها شده اند که تا کنون طعم های شناخته شده با اسامی زیر نامیده می شوند:

<i>up</i>	<i>charm</i>	<i>top</i>
<i>down</i>	<i>strange</i>	<i>beauty</i>

تمامی کوارک ها دارای اسپین $\frac{1}{2}$ بوده و از این جهت جزء فرمیون ها طبقه بندی شده اند و بنابراین از آمار فرمی - دیراک تبعیت می کنند و از نظر بار الکتریکی به دو گروه تقسیم می شوند:

$$\begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ b \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} Q = \frac{2}{3} \\ Q = -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

از آنجا که بار الکتریکی هر پادکوارک² قرینه بار الکتریکی کوارک متناظر است بار الکتریکی ذراتی مثل پروتون و نوترون و یا پایون³ مثبت به فرم زیر قابل محاسبه هستند:

$$Q_p = \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = +1$$

$$Q_n = \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) = 0 \quad (2-1)$$

$$Q_{\pi^+} = \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) = +1$$

¹ Flaver
² Antiquark
³ pion

مجموعه ای از کوارک ها می توانند به روش های مختلف با یکدیگر پیوند خورند. چون ترازهای انرژی کوارک ها نسبت به حالت سکون با هم اختلاف زیادی دارند و ما آن ها را ذرات متفاوتی در نظر می گیریم بنابراین فقط با سه کوارک می توان بینهایت هادرون ساخت. مدل کوارکی از دو مسئله رنج می برد: یکی ناسازگاری با اصل انحصار پائولی و دیگری فقدان تجربی کوارک آزاد، یعنی هیچ کسی تاکنون یک کوارک تنها را مشاهده نکرده است مثلاً اگر پروتون از سه کوارک تشکیل شده است می توان یکی از آنها را با ضربه خارج کرده و با توجه به بار کسری آن می توان مثلاً با آزمایش میلیکان آنرا مشاهده کرد و نیز حداقل یکی از این سه کوارک باید پایدار باشند در غیر این صورت باید به ذره سبکتر با بار کسری واپاشی کند، که چنین امکانی وجود ندارد بنابراین تولید کوارک ها باید آسان و مشخص کردن آنها و ذخیره کردن آنها نیز آسان باشد ولی با همه اینها حتی یک کوارک پیدا نشده است. طرفداران مدل کوارکی موضوع Quark confinement را در این ارتباط مطرح کردند بنا بر این، موضوع کوارک ها به طور مطلق در باریون ها و مزون ها محصور هستند و به هیچ وجه نمی توان آنها را بیرون آورد بنابراین مسئله مهم، پیدا کردن مکانیزمی برای Quark confinement بود [۵۶]. آزمایش های انجام شده که از بمباران پروتون با الکترون های انرژی بالا و یا نوترینوها و حتی پروتون ها شکل گرفت^۱ نشان داده است که در پروتون به جای یک تکه، سه تکه وجود دارد همانگونه که آزمایش رادرفورد^۲ نشان داده است که در اتم، یک هسته متراکم وجود دارد، و همین یک دلیل مهم برای مدل کوارکی^۳ می باشد.

یک مشکل تئوری در مدل کوارکی وجود دارد و آن این است که کوارک ها دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند و اصل انحصار پائولی اذعان می دارد که هیچ دو فرمیونی نمی توانند در یک حالت یکسان قرار بگیرند در ذره Δ^{++} سه کوارک u یکسان با اسپین $\frac{1}{2}$ در حالت پایه خود هستند بهمین ترتیب در ذره Ω^- با حالت اسپینی sss سه کوارک در یک حالت قرار گرفته اند که این حالتها بنا به آمار فرمی - دیراک ممنوع می باشند برای رفع این مشکل مسئله کوانتومی رنگ مطرح شد.

¹ Deep inelastic scattering

² Rader ford

³ Quark Model

۱-۱-۱- رنگ

اصل انحصار پائولی گویای این است که هیچ دو فرمیونی نمی توانند در یک سیستم کوانتومی خاص، اعداد کوانتومی دقیقاً یکسانی داشته باشند لیکن محتوای کوارکی پیشنهاد شده بعضی از ذرات، شامل کمتر از سه کوارک یکسان نبود. بعنوان مثال ذره تشدید Δ^{++} با اسپین $\frac{3}{2}$ باید متشکل از سه کوارک با اسپین بالا باشد که اسپین هر سه در یک جهت است به همین ترتیب ذره Ω^{-} باید متشکل از سه کوارک شگفت باشد به نظر می رسد هر دوی این نمونه ها با قوانین مکانیک کوانتومی در تضاد باشند برای حل این مشکل اگر کوارک ها را بوزون هایی بدون اسپین یا با اسپین نیمه صحیح در نظر بگیریم مسئله حل شده است اما از آنجایی که برای توجیه اسپین هادرون های مشاهده شده و نیز توجیه توابع ساختار پراکندگی ناکشسان ژرف، کوارک ها را باید فرمیونی در نظر بگیریم، که مورد دوم هم درست تر است این مشکل همچنان به قوت خود باقی است. در حقیقت بیان ریاضی اصل انحصار پائولی به صورت تقارن تابع موج می باشد که توصیف کلی سیستم های مکانیک کوانتومی است. این عبارت که هیچ دو فرمیونی در یک سیستم خاص نمی توانند دارای اعداد کوانتومی دقیقاً یکسانی باشند معادل این گفته است که تابع موج توصیف کننده هر سیستم فرمیونی باید در مبادله هر دو جزء فرمیونی پادمتقارن باشد یعنی علامت آن تغییر کند. به عنوان مثال تابع موج توصیف کننده هر هادرون که متشکل از سه کوارک می باشد دست کم مرکب از سه عامل فضایی، اسپینی و طعم کوارک ها می باشد. ضرب سه عامل مزبور تابع موج کلی را نتیجه می دهد:

$$\Psi_{total} = \Psi_{space} \times \Psi_{spin} \times \Psi_{flavor} \quad (۳-۱)$$

در ذراتی چون Δ^{++} تمامی کوارک ها دارای یک طعم هستند بنابراین واضح است که عامل طعم در جایگزینی هر کوارک به جای کوارک دیگر متقارن می باشد. در مورد عامل اسپین نیز همین وضعیت صادق است زیرا تمامی کوارک ها دارای اسپین یکسان هستند از آنجا که اسپین کلی ذره از جمع اسپین کوارک های آن حاصل می شود می توان چنین نتیجه گرفت که سه کوارک مزبور دارای اندازه حرکت زاویه ای مداری نیستند این امر نشان دهنده آن است که کوارک ها بطور متقارن قرار گرفته اند و بنابراین عامل فضا در مورد جایگزینی هر کوارک به وسیله کوارکی دیگر

متقارن است. به این ترتیب با متقارن بودن تک تک عوامل، تابع موج کلی نیز متقارن خواهد بود و به نظر می رسد که اصل طرد پائولی نقض می شود برای رفع این مشکل در سال ۱۹۶۴ پیشنهاد شد که کوارک ها باید حاوی عدد کوانتومی دیگری باشند که میان کوارک هایی که از نظرهای دیگر یکسان هستند اختلاف ایجاد کند و مانع وجوب اصل طرد پائولی شود عدد کوانتومی مزبور رنگ^۱ نامیده شد. البته این ویژگی هیچ ارتباطی به مفهوم رایج رنگ ندارد اینک می توان نوشت:

$$\Psi_{total} = \Psi_{space} \times \Psi_{spin} \times \Psi_{flavor} \times \Psi_{color} \quad (۴-۱)$$

فرضیه رنگ بیانگر این نکته است که برای پادمتقارن بودن تابع موج کلی در برابر جایگزینی یک کوارک با کوارک دیگر باید به کوارک هایی کاملاً یکسان رنگ های متفاوتی نسبت دهند که عامل رنگ را به تابع موج می افزایند و بدین ترتیب مدل کوارکی با اصل طرد پائولی سازگار می شود. از آنجا که در درون پروتون سه کوارک وجود دارد برای تمایز منحصر بفرد آنها از یکدیگر به سه رنگ کوارکی مثلاً قرمز، سبز و آبی نیاز است. هر یک از این سه رنگ یکی از کوارک های درون Δ^{++} و Ω^{-} را مشخص می کند.

$$\begin{array}{l} \Delta^{++} : \uparrow \uparrow \uparrow \Rightarrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ \quad \quad \quad u \quad u \quad u \quad \quad \quad u \quad u \quad u \\ \quad \quad \quad \frac{2}{3}e \quad \quad \quad G \quad R \quad B \\ \\ \Omega^{-} : \uparrow \uparrow \uparrow \Rightarrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ \quad \quad \quad s \quad s \quad s \quad \quad \quad s \quad s \quad s \\ \quad \quad \quad -\frac{1}{3}e \quad \quad \quad G \quad R \quad B \end{array} \quad (۵-۱)$$

بنا بر این اثر نهایی معرفی ویژگی رنگ سه برابر شدن تعداد کوارک ها است یعنی هر طعم در سه رنگ ظاهر می شود.

^۱ Color

$$\begin{aligned}
up: & \quad \frac{2}{3}e & u_r & u_g & u_b \\
down: & \quad -\frac{1}{3}e & d_r & d_g & d_b \\
strangness: & \quad -\frac{1}{3}e & s_r & s_g & s_b
\end{aligned} \tag{۶-۱}$$

بدیهی است که سه برابر شدن تعداد کوارک های بنیادی مفروض تا حدودی با روح مدل کوارکی که می کوشد کمترین تعداد ذرات بنیادی ممکن را بکار گیرد تعارض دارد بحث فوق اگر چه از نظر ریاضی در مورد رنگ متقاعد کننده است اما قبل از تثبیت عدد کوانتومی رنگ باید وجود آن به شیوه های مستقیم تری مشاهده شود. یکی از شواهد تقویت کننده ظاهر شدن کوارک ها در سه رنگ متلاشی شدن مزون های خنثی π^0 به دو فوتون است.

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \tag{۷-۱}$$

در مدل کوارکی سرعت تلاشی مزبور از طریق جمع تمامی گونه های ممکن کوارکی که می توانند به عنوان یک حالت واسطه در تلاشی شرکت کنند محاسبه می شود. اگر فرض شود که کوارک ها سه رنگ مختلف دارند سرعت تلاشی تجربی می تواند در محدوده چند درصد اختلاف با مقدار نظری تطبیق کند در حالی که اگر تنها وجود یک رنگ مجاز شمرده شود پاسخ نظری ۹ بار (بصورت مجذور تعداد کوارک های شرکت کننده در تلاشی) کوچک تر از مقدار تجربی خواهد بود. هنگامی که آهنگ واپاشی فوق را محاسبه می کنیم رابطه زیر بدست می آید:

$$\Gamma_{(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)} = N_c^2 (Q_u^2 - Q_d^2) \frac{\alpha^2 m_{\pi^0}^2}{64\pi^3 F_{\pi^0}^2} \tag{۸-۱}$$

که در آن N_c تعداد رنگ و $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ و سایر مقادیر ثابت های مشخص مربوط به π^0 و بار الکتریکی کوارک ها می باشند رابطه فوق در دو حالت $N_c = 1$ و $N_c = 3$ به نتایج زیر می انجامد:

$$\Gamma_{(N_c=1)} = 0.84 \text{ ev} \quad (9-1)$$

$$\Gamma_{(N_c=3)} = 7.6 \text{ ev}$$

و نتایج تجربی توافق خوبی با $N_c = 3$ دارند بطوری که:

$$\Gamma_{(exp)} = 7.48 \pm 0.33 \text{ ev} \quad (10-1)$$

دومین گواه بر وجود سه رنگ کوارکی متفاوت را فرآیندهای نابودی الکترون – پوزیترون در اختیار می گذارند در فرآیند مزبور الکترون و پوزیترون همدیگر را نابود می کنند و فوتون مجازی پدید می آورند سپس این فوتون مجازی می تواند به یک زوج موئون و پادموئون و یا رگباری از هادرون ها تلاشی یابد. رگبار هادرونی را می توان محصول نهایی تولید یک زوج کوارک – پادکوارک از فرآیند نابودی الکترون – پوزیترون دانست که به هادرون های متعارف تبدیل می شوند. درمدل کوارک با درجه آزادی اضافی فرض می شود که کوارک ها همچون نقاط (ذرات نقطه ای) آزادی رفتار می کنند با شرایط مناسبی پراکندگی از یک باریون را می توان به جمع پراکندگی از این نقاط ارتباط داد به طوری که مانند پراکندگی $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ در این جا هم به سادگی هر کوارک را با جرم و بار الکتریکی خود در محاسبات وارد نمود. بنا به الکترودینامیک کوانتومی، QED ، داریم:

$$\sigma_{(e^+e^- \rightarrow q_i \bar{q}_i \rightarrow \text{hadrons})} = \frac{4\pi}{3s} N_c \sum_q \left(\frac{ee_q}{4\pi} \right)^2 \quad (11-1)$$

N_c به علت آن است که در ازای هر کوارک، N_c رنگ متفاوت و بنابراین N_c تا نمودار پراکندگی خواهیم داشت. محاسبات مربوط به سطح مقطع پراکندگی $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ در QED نشان می دهد که:

$$\sigma_{(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \frac{4\pi}{3\epsilon} \alpha^2 \quad (12-1)$$

که در عبارات فوق ε انرژی سیستم مرکز جرم الکترون و پوزیترون و α ثابت جفت شدگی و e_q بارالکتریکی کوارک q برحسب واحد e می باشد از این رو نسبت سطح مقطع ها در فرآیند های فوق متناسب با مجذور بار کوارک ها می باشد یعنی:

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_c \sum_q e_q^2 \quad (13-1)$$

که R مستقل از مقادیر ثابت غیر ضروری خواهد بود. برای سبکترین سه کوارک اول u, d, s با $N_c = 3$ مقدار $R = 2$ بدست خواهد آمد و چنانچه بالای آستانه تولید کوارک چارم^۱ ولی زیر آستانه تولید کوارک زیبایی^۲ رویم آنگاه $R = \frac{10}{3}$ به دست خواهد آمد و به همین ترتیب مقادیر بار کوارک های بعدی که در انرژی های مرکز جرم زیادتر تولید خواهند شد کاملاً با نتایج آزمایش توافق دارد. البته چنانچه $N_c = 1$ قرار دهیم آنگاه مقادیر $\frac{2}{3}, \frac{10}{9}, \dots$ به دست خواهند آمد که با نتایج تجربی توافق ندارد یعنی عدد پیش بینی شده به وسیله مدل کوارکی فقط در صورتی با مقدار مشاهده شده تجربی تطبیق خواهد کرد که هر طعم کوارکی در سه رنگ متفاوت ظاهر شود. بنابراین سه گواه متفاوت واقعیت داشتن عدد کوانتومی را تایید می کند که عبارتند از:

- طیف نگاری کوارکی: چگونگی تشکیل هادرون های شناخته شده از کوارکها

- تلاشی π^0

- فرآیند های نابودی e^+e^-

قابل مشاهده بودن رنگ و ساختار کوارکی ماده ارتباط نزدیکی با یکدیگر دارند معرفی ویژگی رنگ مترادف با ارائه شیوه طبقه بندی متعارفی است که ساختارهای کوارکی را مجاز می شمارد و نخستین گام در این راه درک این نکته است که سه رنگ هر طعم کوارکی را می توان به عنوان عناصر نمایش بنیادی گروه تقارن $SU(3)$ در نظر گرفت. هدف اصلی از معرفی رنگ تضمین این بود که ترکیبات کوارکی نمایشگر هادرون ها، در عواملی که تحت تبدلات کوارکی دو تا از

¹ Charm
² Beauty

کوارک ها (رنگ) نامتقارنند ضرب شوند، آشکارترین و ساده ترین چندتایی نامتقارن یکتایی است. این مشاهده را می توان تا حد فرضیه ای برای توضیح ساختار کوارکی ارتقاء داد بدین مفهوم که تمام هادرون های مشاهده شده یکتایی های رنگی هستند. با قبول این فرضیه تنها ترکیبات qqq و $q\bar{q}$ مجاز خواهند بود چرا که مجموعه چندتایی های رنگی پدید آینده از آنها شامل یک یکتایی است به همین ترتیب $qqqq\bar{q}$ و $q\bar{q}q\bar{q}$ نیز ترکیبات مجاز می توانند باشند. پس هر ترکیب از کوارک ها مجموعه ای از چند تایی های رنگ دارد و نیز مجموعه ای از چندتایی های طعم پدید می آورد. در بعضی از ترکیبات کوارکی معین چندتایی های طعم دار حاصل با هادرون های مشاهده شده تطبیق می کنند و این ترکیبات همان هایی هستند که به عنوان ترکیبات پدید آورنده یکتایی رنگ شناخته می شوند چنین پنداشته می شود که تمامی هادرون های مشاهده شده در حالت های یکتایی رنگی، قرار داشته باشند این گفته معادل این است که تمام هادرون های مزبور بی رنگند. درست همان گونه که حالات یکتایی طعم دار می توانند دارای بار الکتریکی یا شگفتی خالص نباشند حالات یکتایی رنگی نیز نمی توانند رنگی خالص داشته باشند صحت این مطلب را می توان به سادگی با بررسی ترکیبات رنگی ساختارهای کوارکی مجاز یافت.

$$q\bar{q} = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}) \quad (14-1)$$

$$qqq = \frac{1}{\sqrt{6}}(rgb - grb - rbg + gbr + brg - bgr)$$

قوانین مکانیک کوانتومی ابراز این مطلب را که هر کوارک در هر لحظه دقیقاً دارای چه رنگی می باشد را ممنوع می کند و تمامی آنچه در این مورد می توان اظهار کرد این است که احتمال وجود هر یک از رنگ های قرمز و آبی و سبز مقداری معین است با این حال کل آنچه می توان گفت این است که در حالت یکتایی هر ترکیب $q\bar{q}$ ، رنگ کوارک دقیقاً بوسیله پاد رنگ پادکوارک موجود خنثی می شود و در حالت یکتایی ترکیب qqq همه رنگ ها بطور مساوی با یکدیگر مخلوط می شوند و یک باریون سفید یعنی باریونی که عدد کوانتومی خالص آن صفر است پدید می آورند در این طرح رنگ کوارک ها بطور ابدی از نظر پنهان می شود چرا که تمامی

ساختارهای مجاز کوارکی بی رنگ هستند بنابراین مقید بودن کوارک ها در درون هادرون ها را می توان بصورت مقید بودن عدد کوانتمی رنگ نیز بیان کرد.

۱-۲-۱- نظریه پیمانان ای رنگ

ایده بنیادی نظریه QCD این است که بارهای رنگی کوارک ها به عنوان منشاء نیروی قوی موسوم به کرومودینامیک در بین کوارک ها عمل می کنند درست همان طور که بار الکتریکی به مثابه منشاء نیروی الکترومغناطیسی مابین ذرات باردار است. از آنجا که کوارک ها هم حاوی رنگ و هم بار الکتریکی هستند نیروهای قوی و الکترومغناطیسی و نیز با شدتی کمتر برهم کنش های ضعیف و گرانشی را تجربه می کنند لیکن نیروی کرومودینامیک تا این جا در بیشتر قلمروهای مورد توجه، قویترین نیرو بوده است. در عرصه کرومودینامیک سه بار رنگی متفاوت وجود دارد که نیروی میان آنها برای گرد هم نگه داشتن سه رنگ مختلف درون باریون ها باید همواره از نوع جذبی باشد به همین ترتیب نیروی بین هر رنگ و پاد رنگ آن نیز باید جذبی باشد تا کوارک و پاد کوارک تشکیل دهنده مزون ها به یکدیگر متصل بمانند. هر نظریه مربوط به کوارک ها مانند هر نظریه بنیادی دیگر باید با قوانین مکانیک کوانتمی و نسبیت سازگار باشد. روش نظریه پیمانان ای، توصیف نیروهای بین ذرات بر مبنای یک تقارن در طبیعت است برای فرمول بندی QCD نخستین گام شناسایی تقارنی است که منشاء اساسی نیروهای رنگ پنداشته می شود قبلاً دیدیم که از سه تاییهای رنگ های کوارکی می توان به عنوان نمایش بنیادی گروه تقارن $SU(3)$ استفاده کرد و نیز این که ساختارهای چندتایی رنگی بوجود آمده بوسیله گروه مزبور روش قابل قبولی را برای طبقه بندی هادرون های شناخته شده در اختیار می گذارند یعنی همه هادرون های مزبور در حالت های یکتایی رنگی قرار دارند بنابراین تقارن بنیادی نیروی رنگ را می توان به صورت بی تفاوت بودن طبیعت در برابر تعریف مجدد رنگ های کوارکی تلقی کرد این مطلب با فلسفه نظریه کوانتمی سازگار است در این جا چنین پنداشته می شود که رنگ ویژگی غیر قابل مشاهده ای است و به همین سبب هیچ پدیده واقعی نباید به قراردادهای به کار رفته در تعریف آن بستگی داشته باشد. با اعمال گروه تبدیلات $SU(3)$ در مورد سه تاییهای رنگ های کوارکی تعریف

دیگری از رنگ های کوارکی به دست می آید. فرض می کنیم رنگ های کوارکی را ابتدا بوسیله چند تایی زیر تعریف کرده باشیم :

$$q = \begin{pmatrix} r \\ b \\ g \end{pmatrix} \quad (15-1)$$

اینک در صورت تمایل می توانیم طرح رنگی موجود را با اعمال تبدیلات گروه $SU(3)$ به سه تایی فوق تغییر دهیم نتیجه این کارها تلفیق رنگ ها با یکدیگر و بوجود آوردن سه ترکیب مختلف خواهد بود که نسبت r و b و g در آنها با یکدیگر تفاوت خواهد داشت.

$$G^{SU(3)} q = \begin{pmatrix} c_1(rbg) \\ c_2(rbg) \\ c_3(rbg) \end{pmatrix} \quad (16-1)$$

امکان دارد این ترکیبات تازه را به عنوان رنگ هایی جدید مثلاً بنفش، زرد و نارنجی نامگذاری کنیم شرط زیر بنایی فیزیکی این عمل آن است که نظریه توصیف کننده بر هم کنش های کوارکی به این که رمز گذاری رنگ ها چگونه انتخاب می شوند، بستگی نداشته باشد. در حقیقت نحوه رمز گذاری کوارک ها در نقاط مختلف فضا می تواند کاملاً متفاوت باشد و این امر چنین ایجاب می کند که لاگرانژی در برابر اعمال تبدیلات گروه $SU(3)$ بطور موضعی تغییر ناپذیر پیمانه ای باشد.

$$G^{SU(3)}_{(x)} \Psi \rightarrow \Psi' \quad (17-1)$$

$$G^{SU(3)}_{(x)} \ell(\Psi_1, \Psi_2) \rightarrow \ell(\Psi'_1, \Psi'_2)$$

وجود این ویژگی مستلزم معرفی میدان پیمانه ای جدیدی است که قراردادهای رنگی موضعی را از نقطه ای به نقطه دیگر انتقال دهد. فرمی از این میدان پیمانه ای که در این جا وجود آن لازم است میدان پیمانه ای است که نمایشگر ذرات پیمانه ای بدون جرمی با اسپین $1/2$ باشد این ذرات همان

گلوئون ها^۱ هستند که پنداشته می شود ناقل نیروهای کرومودینامیکی بین کوارک ها هستند. از آنجا که برهم کنش هر دو کوارک دلخواه نشان دهنده ترکیب دو سه تایی رنگی است گلوئون های مزبور باید در شکل چند تایی های رنگ داری ظاهر شوند که نمایشگر تمامی ترکیبات ممکن رنگ ها که نظریه گروهها وجودشان را ایجاب می کند باشند به بیان دقیق تر گلوئون ها باید نشان دهنده ترکیبی از یک سه تایی رنگی کوارکی و یک سه تایی پادرنگی پادکوارکی باشند چرا که عدد کوانتومی هر گلوئون باید با جمع اعداد کوانتومی خطوط کوارکی وارده به آن برابر شود اعداد کوانتومی مورد نیاز را می توان از طریق وارونه کردن جریان یک خط کوارکی خارج شونده و معادل قرار دادن آن با یک خط پادکوارکی ورودی به دست آورد. در عمل گلوئون ها هشت تایی های رنگ داری را با اعداد کوانتومی نظیر قرمز - پادسبز و پادآبی - قرمز پدید می آورند. همانطور که قبلاً گفته شد کوارک ها در سه رنگ مختلف وجود دارند بنابراین برای مشخص کردن کوارک در کوانتم کرومودینامیک نه تنها نیاز به اسپینور دیراک، $u^{(s)}(p)$ ، داریم تا تکانه و اسپین ذره معلوم شود بلکه یک بردار ستونی سه عنصری مثل c لازم است تا رنگ را معین کند یعنی:

$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (18-1)$$

رنگ یک کوارک در یک ورتکس نوعاً عوض می شود و مابه التفاوت به گلوئون منتقل می شود هر گلوئون یک واحد رنگ و یک واحد پادرنگ دارد بنابراین تعداد 9 عدد گلوئون وجود دارد. بر حسب تقارن $SU(3)$ رنگ این 9 حالت در حقیقت بصورت یک هشت تایی^۲ و یک تکتایی^۳ در می آید که عبارتند از:

¹ Gluon
² Octet
³ Singlet

$$\begin{aligned}
|1\rangle &= \frac{(r\bar{b} + b\bar{r})}{\sqrt{2}} & |2\rangle &= \frac{-i(r\bar{b} - b\bar{r})}{\sqrt{2}} & |3\rangle &= \frac{(r\bar{r} - b\bar{b})}{\sqrt{2}} \\
|4\rangle &= \frac{(r\bar{g} + g\bar{r})}{\sqrt{2}} & |5\rangle &= \frac{-i(r\bar{g} - g\bar{r})}{\sqrt{2}} & |6\rangle &= \frac{(b\bar{g} + g\bar{b})}{\sqrt{2}} \\
|7\rangle &= \frac{-i(b\bar{g} - g\bar{b})}{\sqrt{2}} & |8\rangle &= \frac{(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})}{\sqrt{6}} & & \\
\end{aligned}
\tag{۱۹-۱}$$

حالت تکتایه عبارتست از:

$$|9\rangle = \frac{(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})}{\sqrt{3}} \tag{۲۰-۱}$$

علت آن که حالت‌ها را بصورت فوق می‌چینیم جهت سهولت استفاده در روابط بعدی است. در عمل حالت تکتایه وجود ندارد زیرا در غیر این صورت نیروهای هسته‌ای که برد کوتاه دارند می‌بایستی دارای برد زیاد باشند [۱۱]. در عرصه QED فوتون از نظر الکتریکی خنثی است و به این سبب نمی‌تواند به مانند منشاء برای میدان‌های الکترومغناطیسی عمل کند این بدان معنی است که فوتون‌ها نمی‌توانند بطور مستقیم با یکدیگر برهم‌کنش داشته باشند تنها راه برای برهم‌کنش یافتن فوتون‌ها آن است که هر فوتون به جفت مجازی الکترون – پوزیترون یا جفت‌هایی از ذرات باردار دیگر که می‌توانند برای آنها برهم‌کنشی را انجام دهند تجزیه شوند. اما در عرصه QCD گلوئون‌ها که به عنوان مدیاتور میدان بار رنگ بکار می‌روند، ذراتی با اسپین 1 و بدون جرم هستند که با بردار قطبیدگی ϵ^μ که بر تکانه خطی گلوئون عمود است مشخص شده خود حاوی رنگ هستند و از این رو میدان‌های رنگ مربوط به خود را بوجود می‌آورند این بدان مفهوم است که گلوئون‌ها می‌توانند مستقیماً با یکدیگر برهم‌کنش کنند. این اختلاف بین دو نظریه بسیار اساسی است و به بروز نتایج با اهمیتی منجر می‌شود و علت پیدایش آن نیز چیزی جز تفاوت تعداد بارهای موجود در نظریه نیست. وجود سه بار در QCD منشاء پیدایش گروه پیمان‌ه‌ای غیر آبلی $SU(3)$ می‌باشد و این به معنای آن است که در این حالت نتیجه خالص یک جفت تبدیل پیمان‌ه‌ای به ترتیب انجام گرفتن آن‌ها بستگی پیدا می‌کند قبلاً شرط کردیم که

لاگرانژی، که تابع موج دو کوارک در حال برهم کنش را نشان می دهد، باید روی هم رفته در برابر تبدیلات پیمانه ای بی تفاوت باشد بنابراین لازم است اختلاف ناشی از ترتیب تبدیلات را با خصیصه جدیدی به لاگرانژی بر طرف کنیم این ویژگی جدید چیزی جز یک عبارت ریاضی نیست که میدان های پیمانه ای را بصورت خود برهم کنشی توصیف می کند. تصویری که نظریه QCD از هادرون ها ترسیم می کند مبادله پیوسته گلوئون ها بین کوارک های تشکیل دهنده هادرون ها است که در نتیجه آن رنگ ها را دائماً در تغییر نگه می دارد منتهی به نحوی که هادرون مورد نظر همواره در حالت یکتایی رنگی باقی بماند. کوارک های درون هادرون ها از طریق مبادله پیوسته گلوئون ها به یکدیگر متصل می مانند [۱۱ و ۴]. یکی از نتایج جالب انجام خود برهم کنش گلوئونی در QCD احتمال وجود ذرات ساخته شده از گلوئون تنها و بدون کوارک است وجود این ذرات که از آن ها با عنوان توپ های گلوئونی یا حالت های گلوئونیومی یاد می شود به این سبب امکان پذیر است که وقتی دو هشت تایی رنگی با یکدیگر ترکیب می شوند همواره علاوه بر چند تایی های رنگی غیر مجاز، حالت یکتایی رنگی نیز پدید می آید. وجود ترکیبات دیگری که مرکب از بیش از دو گلوئون می باشند نیز محتمل است و این پدایش طیف کاملی از گلوئونیوم ها را امکان پذیر می کند.

۱-۳- آزادی جانبی

با توجه به این که تا کنون کوارک آزادی مشاهده نشده است بنابراین می توان اظهار داشت که با ازدیاد فاصله، نیروی بین کوارک ها نیز به طور فزاینده ای بزرگ می شود. در عرصه QED محاسبه کمیاتی با اهمیت فیزیکی، امکان پذیر است چرا که فرآیندهای مراتب بالا با پیچیدگی رو به افزایش، از اهمیت رو به کاهشی برخوردارند. این واقعیت ناشی از کوچکی ضریب جفت شدگی الکترون - فوتون ($\alpha = 1/137$) است لیکن در QCD ممکن است قدرت نیروهای کرومودینامیک چنین ایجاب کند که ضرایب جفت شدگی کوارک - گلوئون و گلوئون - گلوئون بزرگ باشد (بزرگ تر از یک) و این بدان مفهوم خواهد بود که فرآیندهای مراتب بالاتر برخوردار از پیچیدگی فزاینده، از اهمیت رشد یابنده ای نیز برخوردار باشند در این صورت استفاده از همان روش های

ریاضی نظریه اغتشاش برای محاسبه کمیات مهم فیزیکی امکان ناپذیر خواهد بود. تمامی مطلب نظریه اغتشاش این است که انرژی برهم کنش بین ذرات باید بسیار کمتر از انرژی خود آن‌ها باشد بنابراین هنگامی که نیروهای عمل کننده قوی باشند نکته فوق صادق نخواهد بود و در نتیجه روش مزبور غیر قابل استفاده است. تجزیه و تحلیل تجربی و نظری نکات فوق متکی به این واقعیت فیزیکی کاملاً غیر بدیهی است که قدرت ذاتی هر نیرو، اندازه ضریب جفت شدگی مربوط به آن، به فاصله روئیت نیروی مزبور بستگی دارد این وابستگی علاوه بر تغییر فضایی معمول قدرت نیروها، بصورتی است که مثلاً بوسیله قانون عکس مجذور در فیزیک کلاسیک بیان می شود نمونه گویایی از این پدیده وضعیت نیروی الکترومغناطیسی است :

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (۲۱-۱)$$

هنگامی که فاصله بین دو ذره باردار کم می شود دیگر فیزیک کلاسیک به تنهایی بسنده نیست و باید آثار مکانیک کوانتومی را نیز به حساب آورد. این آثار مکانیک کوانتومی را می توان به شکل قطبی شدگی دریای خلاء زوج های مجازی الکترون - پوزیترون در محیط پیرامون بار الکتریکی توصیف کرد. مثلاً در قلمرو یک الکترون، پوزیترون مجازی جذب و الکترون مجازی دفع می شود. این پدیده به تشکیل ابری از بارهای مثبت مجازی که بار منفی، برهنه، الکترون حقیقی را می پوشاند منجر می شود نتیجه این امر آن است که بار منفی موثری که از دور مشاهده می شود در مقایسه با مقدار برهنه آن کمتر خواهد بود بار الکتریکی که در قانون کولن ظاهر می شود همین بار موثر پوشیده شده است. پدیده مکانیک کوانتومی پوشیده شدن^۱ به باز بهنجارش بار الکتریکی برهنه معروف است و می توان مقدار آن را با ارزیابی احتمال وقوع فرآیندهای مکانیک کوانتومی گوناگونی محاسبه کرد در عمل مقدار عددی احتمال وقوع فرآیندهای مکانیک کوانتومی بی نهایت بدست می آید بنابراین برای رسیدن به مقدار متناهی بار الکتریکی کلاسیک، بار الکتریکی برهنه منهای بی نهایت فرض می شود تا فرآیند کوانتومی پیش گفته را خنثی کند و مقدار متناهی مشاهده شده را بر جای بگذارد. با کاهش فاصله بین الکترون ها، الکترون ها رفته رفته در ابر بار مجازی یکدیگر نفوذ و بار منفی برهنه یکدیگر را بیشتر حس می کنند. در QCD

^۱ Shielding

نیز پدیده مشابهی وجود دارد درست همان طور که می توان خلاء را به مثابه دریایی از جفت های مجازی الکترون - پوزیترون انگاشت به همان ترتیب می توان آن را بصورت دریایی از جفت های کوارک- پادکوارک و گلوئون های مجازی در نظر گرفت در این صورت بار رنگی هر کوارک تنها می تواند از طریق قطبی شدن این دریای خلاء کوارک ها، پادکوارک ها و گلوئون های مجازی پوشیده شود. باز بهنجارش بار رنگی برهنه حاصل را می توان از طریق ارزیابی احتمال وقوع مربوط به فرآیند های مکانیک کوانتمی گوناگونی محاسبه کرد.

ویژگی جدید در مورد QCD ظهور پدیده پوشیده شدن گلوئون هاست که به سبب خود برهم کنش کردن^۱ آن ها امکان پذیر است این اثر به نوبه خود به کاهش بار رنگی موثر نسبت به بار رنگی اصلی میشود. به بیان وارونه، با کاهش فاصله روئیت، قدرت موثر بار رنگی کوارک کاهش می یابد. هنگامی که کوارک ها به همدیگر نزدیکند نیروی کرومودینامیک بین آنها ضعیف است اما با افزایش فاصله آنها نیروی مزبور نیز افزایش می یابد اصطلاحی که برای نشان دادن این رفتار معرفی شده است آزادی مجانبی نام دارد یعنی اگر کوارکها را در مسافتهای خیلی کوتاه آزمایش کنیم در می یابیم که کوارک ها تقریباً آزادانه حرکت می کنند و مانند این است که اصلاً مقید نیستند این امر حاکی از این واقعیت است که هرگاه فواصل بین کوارکی کاویده شده، به شکلی مجانب وار کوچک شود نیروهای کرومودینامیک ناپدید می شوند و کوارک عملاً به ذره آزادی تبدیل می شود [۸و۴].

۱-۱-۴- مقید بودن کوارک

این واقعیت که هرگز کوارک منفرد مشاهده نشده است سالها یکی از بزرگترین معماهای فیزیک ذرات بنیادی بوده است. تاکنون در بقایای برخوردهای با انرژی بالا در شتاب دهنده ها کوارکی مشاهده نشده است در این برخورد ها گونه های بسیاری از ذرات تولید می شوند اما هرگز ذره ای با بار کسری که بتوان آن را بعنوان کوارک شناسایی کرد پدید نیامده است این بدان معنی است که نیروهای پیوند دهنده کوارک ها بسیار قوی تر از نیروهای برخورد هستند. جفت های

¹ Self-interaction

پروتونی در انرژی‌هایی معادل دهها هزار میلیون الکترون ولت با یکدیگر برخورد داده می‌شوند و باز هم کوارکی مشاهده نمی‌شود، مفهوم آن این است که نیروی کرومودینامیک بین کوارک‌ها باید دست کم این قدر قدرت داشته باشند. واقعیت‌های تجربی بنیادی، نظریه دانان را بسوی این گمان هدایت کرده است که شاید کوارک‌ها به سبب ماهیت بنیادی نیروی کرومودینامیک بطور ابدی در هادرون‌ها محبوس شده باشند. ممکن است نظریه آبلی QED که به ظهور قانون عکس مجذوری می‌انجامد ماهیت غیر آبلی QCD نیز به پیدایش نیروی مقید کننده‌ای منتهی شود که با افزایش فاصله کاهش پیدا نمی‌کند. در حقیقت لازمه وجود آزادی جانبی آن است که قدرت موثر نیروی کرومودینامیک با دور شدن کوارک‌ها از یکدیگر افزایش یابد پدیده‌ای که به تابعیت مادون قرمز معروف شده است. هنوز معلوم نیست که آیا QCD به تابعیت مادون قرمز منتهی می‌شود یا نه، با این که پس از سپری شدن یک دوره صعود با افزایش فاصله کوارک‌ها از یکدیگر نیروی کرومودینامیک تمایل به ثابت ماندن یا حتی کاهش پیدا می‌کند. چنانچه نیروی مزبور سرانجام شروع به تنزل کند کوارک‌ها نیز نهایتاً قابل جدا سازی و قید مورد بحث پدیده‌ای موقت خواهد بود که به سبب پائین بودن انرژی شتاب دهنده‌هایمان که علی‌رغم زیاد به نظر رسیدن برای ما به اندازه کافی بالا نبوده‌اند، ظاهر شده است.

می‌دانیم که خطوط میدان مرتبط کننده دو بار الکتریکی به شکل کروی تا بی‌نهایت گسترده می‌شوند هر چه این دو بار از یکدیگر دورتر شوند خطوط میدان نیز از هم فاصله‌های بیشتری پیدا می‌کنند از آنجا که چگالی خطوط میدان در هر نقطه با قدرت الکترواستاتیکی در آن مکان ارتباط دارد مفهوم پدیده فوق این است که با افزایش فاصله بارها نیروی بین آنها کاهش پیدا می‌کند. حال می‌توان این گونه مجسم کرد که در QCD برای نیروی کرومودینامیک بین کوارک و پادکوارک درون هر مزون نیز خطوط میدان کرومودینامیک می‌خواهند همانند خطوط الکترومغناطیسی در اطراف گسترده شوند اما به سبب ماهیت غیر آبلی QCD که موجب خود برهم کنش کردن میدان پیمانه‌ای می‌شود خطوط میدان به جای گسترش یافتن جمع می‌شوند این پدیده بصورت فشرده شدن خطوط میدان به هنگام نزدیکی کوارک‌ها به یکدیگر نشان داده می‌شود. به همین ترتیب با فاصله گرفتن کوارک‌ها از هم خطوط میدان به جای گسترش یافتن به درون محوطه‌ای که ممکن است در آن چگالی خطوط نیروی کرومودینامیکی ثابت باشد

کشیده می شوند. این پدیده منجر به پیدایش نیروی ثابتی می شود که همانند تسمه بی نهایت کشسانی بین کوارک ها عمل می کند. نهایتاً چنانچه نیروی کار بیشتری را صرف افزایش فاصله کوارک ها کنیم سیستم انرژی کافی برای استخراج جفت کوارک - پادکوارک مجازی از خلا و ارتقای آن به عرصه واقعیات فیزیکی را بدست خواهد آورد این امر موجب پدید آمدن یک مزون جدید می شود بنابراین انرژی صرف شده برای جدا سازی جفت $q\bar{q}$ موجب تولید مزونی دیگر می شود [۱۱و۴].

۱-۲- لپتون ها

اگرچه کوارک ها توده ای از جرمهای مشاهده شده در جهان را تشکیل می دهند ولی آنها نمی توانند جزء ابتدایی سازنده همه ذرات طبیعت باشند مثلاً لپتون ها یا ذرات سبک از کوارک ها بنا نشده اند اگر چه در واکنش های ضعیف و الکترومغناطیسی شرکت کرده ولی در واکنش های قوی سهم نیستند [۱۱]. تعداد انواع لپتون ها 6 عدد بوده و در سه جفت دو تایی دسته بندی می شوند:

$$e(\text{electron}) \quad \mu(\text{muon}) \quad \tau(\text{tau}) \quad (22-1)$$

هر یک از سه ذره فوق حامل بار $-e$ می باشند اما سه ذره زیر خنثی می باشند :

$$\nu_e(\text{electron neutrino}) \quad \nu_\mu(\text{muon neutrino}) \quad \nu_\tau(\text{tau neutrino}) \quad (23-1)$$

جرم لپتون ها خیلی کمتر از کوارک ها می باشد:

$$m_e c^2 = 0.511 \text{ Mev} \quad m_\mu c^2 = 106 \text{ Mev} \quad m_\tau c^2 = 1784 \text{ Mev} \quad (24-1)$$

حتی نوترینوهای شناخته شده آنقدر جرمشان کم است که جرم در حال سکون آنها را می توان صفر در نظر گرفت. در سال های اخیر برای اندازه گیری جرم ν_e کارهایی صورت گرفته است که بهترین تخمین در این مورد عبارت است از :

$$m_{\nu_e} c^2 \leq 30 \text{ eV} \quad (25-1)$$

برای دو نوترینوی دیگر محدوده بالایی جرم های شناخته شده عبارت است از:

$$m_{\nu_\mu} < 0.25 \text{ MeV} \quad m_{\nu_\tau} < 70 \text{ MeV} \quad (26-1)$$

در فیزیک هسته ای، لپتون ها طی واپاشی هسته ای β و دیگر گذارهای ضعیف وجودشان را ضروری ساخته اند. برای لپتون ها شگفتی تعریف نمی شود.

۱-۲-۱- پایستگی عدد لپتونی

تعداد لپتون ها در واکنش ها پایسته است بعنوان مثال نوترون آزاد با عمر متوسط $395 \pm 10 \text{ s}$ طی واکنش زیر واپاشی می کند:



علامت بار روی $\bar{\nu}_e$ به آنتی نوترینو بودن آن دلالت می کند که پادذره نوترینوی الکترون می باشد. در سمت چپ واکنش فوق تنها یک نوترون داشته و چون هیچ لپتونی نداریم عدد لپتونی $L = 0$ را به آن نسبت می دهیم و در سمت راست معادله تنها یک الکترون داریم که حامل عدد لپتونی $L = 1$ می باشد. پادذرات، عدد لپتونی ذرات را با همان بزرگی مربوط به ذرات متناظر ولی با علامت مخالف دارند این لازمه آن است که وقتی یک ذره^۱ با پادذره^۲ ترکیب می شود یک حالت بدون ذره تشکیل دهد از این رو عدد لپتونی $\bar{\nu}_e$ مساوی -1 می باشد پس عدد لپتونی کل در سمت راست (۲۷-۱) عبارت است از: $L = 1 + (-1) = 0$ که انتصاب ها دلالت بر این نکته دارد که در واکنش عدد لپتونی پایسته است. پایستگی عدد لپتونی در (۲۷-۱) بستگی به تصدیق این واقعیت دارد که لپتون خنثی، $\bar{\nu}_e$ ، تولید شده در این واکنش به جای نوترینو یک پادنوترینو است این صرفاً یک حقه برای موازنه عدد لپتونی در دو طرف معادله (۲۷-۱) نیست.

¹ Particle

² Antiparticle

دو نوع نوترینوی $\nu_e, \bar{\nu}_e$ دو ذره مختلف هستند که بوسیله انتقال بین ذره و پادذره، به وسیله عملگر C ، به هم مرتبط می شوند نوترینوی الکترون، ν_e ، می تواند مثلاً از واکنش زیر تعیین شود:



چون پوزیترون پادذره الکترون می باشد عدد لپتونی آن $L = -1$ است. به منظور پایستگی بار لپتون باردار در سمت راست (28-1) باید پوزیترون باشد و به منظور پایستگی عدد لپتونی، واکنش باید بوسیله یک نوترینوی الکترون در حالت نهایی همراهی شود.

اگر $\nu_e, \bar{\nu}_e$ ذرات یکسانی باشند می توان الکترون نوترینوی تعیین شده از (27-1) را برای استخراج معکوس واکنش مورد استفاده قرار داد:



برای پایستگی بار، لپتون باردار سمت راست باید پوزیترون با $L = -1$ باشد نقص مشاهده شده چنین واکنشی گواهی بر اهمیت پایستگی عدد لپتونی است. در عمل واکنش زیر مشاهده شده است:



این ثابت می کند که $\nu_e, \bar{\nu}_e$ دو ذره متفاوت هستند که به خوبی تأیید می کند پایستگی عدد لپتونی باید وجود داشته باشد. پایستگی عدد لپتونی برای هر سه دسته از لپتون ها به طور جداگانه به کار می رود یعنی عدد لپتونی در خانواده الکترون ها، L_e ، و در خانواده میون ها، L_μ ، و در خانواده تاو، L_τ ، در واکنش ها به طور جدا گانه پایسته می باشد. مثلاً در واپاشی میون ها:



چون تنها یک میون در سمت چپ ظاهر شده است $L_\mu = 1, L_\tau = 0, L_e = 0$ می باشد در سمت راست با ظاهر شدن ν_μ عدد لپتونی میونی پایسته است. عدد الکترونی باید مساوی صفر باشد تا

L_e پایسته بماند و این لازم می‌دارد که هر دوی \bar{v}_e و \bar{e} وجود داشته باشند این واقعیت که واکنش $\bar{\nu}_e, \nu_\mu$ را تولید می‌کند مشاهده خوبی برای پایستگی L_μ, L_e به طور جداگانه می‌باشد.

۱-۳- ذره و پادذره

دیراک^۱ در سال ۱۹۲۸ موفق به کشف یک معادله موج نسبیتی برای ذره ای با اسپین $\frac{1}{2}$ شد، که به معادله دیراک معروف است. این معادله توصیف خوبی از الکترون به دست می‌دهد. معادله دیراک برای ذره ای به جرم m و تکانه p انرژی‌هایی به صورت زیر به دست می‌دهد:

$$E^\pm = \pm \left[(pc)^2 + (mc^2)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (۱-۳۲)$$

برای انرژی دو جواب، یکی مثبت و دیگری منفی ظاهر می‌شود. این معادله به طور کلاسیک هم صادق است. از نظر کلاسیکی این مشکلی را ایجاد نمی‌کند، زیرا شرایط اولیه را بدون انرژی‌های منفی انتخاب می‌کنند و پیوستگی ایجاب می‌کند که که بعدها نیز هیچ انرژی منفی ظاهر نشود یعنی E نمی‌تواند به علت گسستگی که بین $+mc^2$ و $-mc^2$ وجود دارد از مقداری مثبت به مقداری منفی تغییر یابد. در مکانیک کوانتومی انتقال بین حالاتی با اختلاف انرژی محدود می‌تواند صورت گیرد و گذار از حالتی با انرژی مثبت به حالتی با انرژی منفی امکان پذیر است یعنی ترازهای با انرژی مثبت و منفی هر دو می‌توانند وجود داشته باشند. بنا به مکانیک کوانتم کمترین انرژی مثبت ممکن عبارتست از mc^2 و بیشترین انرژی منفی $-mc^2$ و ذره می‌تواند هر مقدار انرژی از mc^2 تا $+\infty$ و از $-mc^2$ تا $-\infty$ را داشته باشد. دیراک به منظور جلوگیری از انتقال الکترونی با انرژی مثبت به حالتی با انرژی منفی، فرض کرد که تمام حالتی با انرژی منفی، بنا به اصل طرد پائولی با داشتن یک الکترون در هر حالت پر شده اند که حالت‌های با انرژی منفی را نمی‌توان مشاهده کرد. از آنجا که تمام حالت‌های با انرژی منفی پر هستند، الکترون با انرژی مثبت نمی‌تواند به حالتی با انرژی منفی انتقال یابد. اما یک الکترون که حالتی با انرژی منفی را اشغال کرده در صورت تامین انرژی لازم می‌تواند به حالتی با انرژی مثبت انتقال یابد در این

^۱ Dirac

صورت حالت با انرژی منفی اشغال نشده را می توان به عنوان حفره ای در دریای بار الکترون های انرژی منفی در نظر گرفت این حفره شبیه ذره باردار مثبتی با همان جرم الکترون و با انرژی مثبت عمل می کند. دیراک این ذرات رها شده از حالت های انرژی منفی را پادذره نامید، از طرفی فاینمن^۱ پیشنهاد کرد که این ذرات، ذراتی با انرژی مثبت هستند که در جهت عکس زمان حرکت می کنند.

معادله حرکت ذره ای با بار $-q$ که در یک میدان مغناطیسی تحت تاثیر نیروی لورنتس حرکت می کند بصورت زیر است:

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = \frac{-q}{c} \frac{d\vec{x}}{dt} \times \vec{B} = \frac{q}{c} \frac{d\vec{x}}{d(-t)} \times \vec{B} \quad (۳۳-۱)$$

ذره ای با بار q که در جهت عکس زمان در حرکت است در همان معادله حرکتی صدق می کند که ذره ای با بار $-q$ در جهت زمان پیش می رود. معادله فوق نشان می دهد ذره ای که در جهت عکس زمان حرکت می کند و ذره ای که با بار مخالف ولی در جهت زمان در حرکت است، در یک معادله حرکت صدق می کنند. به عبارتی رفتار ذره ای با بار $-q$ و انرژی مثبت، با ذره ای با بار q و انرژی منفی یکی است. ذره با بار $-q$ پادذره بار q است. بنابراین حالت های با انرژی منفی مانند پاد ذره ها رفتار می کنند، با این نگرش به جای حالت های انرژی منفی، پادذرات با انرژی مثبت جایگزین می شوند. مفهوم پادذره در مورد فرمیون ها و بوزون ها هر دو صادق است. یک ذره و پادذره آن دارای جرم و اسپینهای مساویند [۱ و ۲ و ۳].

حضور ذره همراه پادذره با بار مخالف صفر ویژگی بنیادی نظریه کوانتم نسبیتی میدان است. در این نظریه ذرات و پادذرات را میدانهای مختلط توصیف می کنند. اگر ذرات را با میدانهای مختلط نشان دهیم می توانیم برای ذره a میدان زیر را در نظر بگیریم:

$$\phi(x) = \sum_{\vec{k}} \left(\frac{\hbar c^2}{2v\omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} \left[a(\vec{k}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} + b^+(\vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \right] \quad (۳۴-۱)$$

^۱ Fynman

به همین ترتیب برای ذره b داریم:

$$\phi^+(x) = \sum_{\vec{k}} \left(\frac{\hbar c^2}{2\nu\omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} \left[a^+(\vec{k}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} + b(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right] \quad (35-1)$$

که $a(\vec{k}), b(\vec{k})$ اپراتورهای جذب و $a^+(\vec{k}), b^+(\vec{k})$ اپراتورهای آفرینش می باشند. در واقع عبارات فوق بسط فوریه میدانها می باشند. با توجه به ناوردایی چگالی لاگرانژی تحت تبدیلات فاز پایستگی بار Q به صورت زیر در می آید:

$$Q = q \sum_{\vec{k}} \left[N_a(\vec{k}) - N_b(\vec{k}) \right] \quad (36-1)$$

که در آن $N(\vec{k})$ اپراتور عددی متناظر با ذرات می باشد که بعنوان مثال برای ذره a بصورت زیر تعریف می شود:

$$N_a(\vec{k}) = a^+(\vec{k}) a(\vec{k}) \quad (37-1)$$

بنا به رابطه (36-1) این دو دسته از ذرات در باری با همدیگر مخالف هستند علامت مثبت معرف ذره و علامت منفی معرف پادذره می باشد. بجز علامت بار، ذرات a و b خواص مشابه دارند و نظریه نسبت به معاوضه a و b متقارن است تعویض a و b فقط علامت Q را تغییر می دهد.

آنچه گفته شد منحصر به بار الکتریکی نیست، ناوردائی چگالی لاگرانژی تحت تبدیلات فاز پایستگی سایر کمیات جمع پذیر را که می توان به طور مشابه نوعی بار به جز بار الکتریکی نامید، مجاز می داند. بحث فوق منجر به حضور زوج ذرات و پادذرات که با یکدیگر در علامت نوع جدید بار تفاوت دارند، می شود به همین دلیل حتی ذراتی که به لحاظ الکتریکی خنثی هستند می توانند پادذره داشته باشند [۱۵].

فصل ۲:

ایزواسپین

✓ مقدمه

✓ ایزواسپین

✓ شگفتی و دیگر اعداد کوانتومی

۲-۱- ایزواسپین

پروتون و نوترون ممکن است به عنوان دو جنبه یک ذره مجرد در نظر گرفته شوند که نوکلئون می باشد. اسپین هر دوی آنها $\frac{1}{2}$ بوده و جرمهایشان $939.566 \text{ Mev}/c^2$ برای نوترون و $938.272 \text{ Mev}/c^2$ برای پروتون می باشد تنها در حدود 0.1 درصد اختلاف دارند. فرق مهم این دو ذره در خواص الکترومغناطیسی آنها از قبیل بار و ممان دوقطبی مغناطیسی می باشد. اگر تنها با واکنشهای قوی سر و کار داشته باشیم تعدادی از تفاوتها ظاهر نمی شوند یعنی در غیاب واکنش الکترومغناطیسی پروتون و نوترون نمی توانند از هم تشخیص داده شوند این امر مشابه حالتی از ذرات است که در مقدار m_s اختلاف دارند m_s تصویری از اسپین ذاتی S روی محور کوانتیزاسیون است. به دلیل تشابه با سیستم پروتون و نوترون ذره ای با اسپین $\frac{1}{2}$ را در نظر می گیریم، در غیاب میدان مغناطیسی B ، ذرات با دو مقدار ممکن برای m_s ، $\pm \frac{1}{2}$ ، در انرژی تبهگن هستند بنابراین از همدیگر تمیزناپذیر هستند. از طرف دیگر اگر تنها یک میدان مغناطیسی محدود اعمال شود تبهگنی حرکت کرده و ذرات در انرژی های متفاوت قابل مشاهده اند اعم از اینکه اسپین ذاتی S موازی و یا پاد موازی میدان B باشد. تفاوت بین پروتون و نوترون مشابه تفاوت بین ذرات با $m_s = \pm \frac{1}{2}$ است در صورتی که میدان کولمبی را با میدان مغناطیسی جانشین کنیم. اگر پروتون ها و نوترون ها بعنوان ذرات مشابه در نظر گرفته شوند به بر چسب جدیدی برای تمایز بین آنها نیاز داریم برای این منظور، مفهوم ایزو اسپین معرفی می شود. از این رو تنها دو حالت پروتونی و نوترونی برای نوکلئون وجود دارد. می توان ایزواسپین $t = \frac{1}{2}$ را برای نوکلئون منصوب کرد. با استفاده از تشابه با سیستم اسپین $\frac{1}{2}$ می توانیم دو زیر حالت متفاوت داشته باشیم. دو نوکلئون بوسیله $t_0 = \pm \frac{1}{2}$ تمیز داده می شوند که مقدار مورد انتظار مولفه سوم عملگر

ایزواسپین t می باشند بنا به عرف حالت $\left|t = \frac{1}{2}, t_0 = \frac{1}{2}\right\rangle$ را حالت پروتون و حالت $\left|t = \frac{1}{2}, t_0 = -\frac{1}{2}\right\rangle$ را حالت نوترون در نظر می گیریم و بصورت عمومی تر بفرم زیر نمایش می دهیم:

$$|p\rangle = \left|t = \frac{1}{2}, t_0 = +\frac{1}{2}\right\rangle \quad (1-2)$$

$$|n\rangle = \left|t = \frac{1}{2}, t_0 = -\frac{1}{2}\right\rangle \quad (2-2)$$

که $|p\rangle$ و $|n\rangle$ نمایشگر تابع موج پروتون و نوترون می باشند.

برای هسته هایی که از چندین نوکلئون تشکیل شده اند ایزواسپین کل به صورت مجموع برداری ایزواسپین تک تک نوکلئونهاست:

$$T = \sum_{i=1}^A t(i) \quad (3-2)$$

که A معرف تعداد نوکلئون ها است. این امر همانند قانون جمع گشتاورهای زاویه ای است [9]. در غیاب واکنشهای الکترومغناطیسی انتظار داریم ایزواسپین ثابت حرکت باشد بدین معنی که ویژه حالت هامیلتونی، ویژه حالت عملگر مجذور ایزواسپین یعنی t^2 و نیز ویژه حالت مولفه سوم ایزواسپین، t_0 ، می باشد. بعنوان نتیجه هر ویژه حالتی ممکن است بوسیله t و t_0 که $t(t+1)$ مقدار ویژه t^2 و t_0 مقدار ویژه t_0 برای ویژه حالت می باشند برچسب شده باشند.

در بحث پیرامون هسته عامل اصلی شکست تقارن ایزواسپینی از واکنش کولمبی بین پروتون ها ناشی می شود. از نظر ریاضی اسپین و ایزواسپین از نظر ساختاری شباهت زیادی بهم دارند. در واقع ساختار ریاضی که برای بحث تشابه پروتون و نوترون بکار می رود ایزواسپین می باشد. حال

روی سیستمهای با ایزواسپین $\frac{1}{2}$ متمرکز شده و آنها را شبیه به سیستمهای اسپین $\frac{1}{2}$ مطالعه می کنیم. ذره ای با $S = \frac{1}{2}$ با تصویری در امتداد محور کوانتیزاسیون $m = \frac{1}{2}$ ممکن است بوسیله ماتریس ستونی دو مولفه ای نشان داده شود که به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\left| S = \frac{1}{2}, m = \frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4-2)$$

مشابه با حالت فوق برای ذره ای با $S = \frac{1}{2}$ و $m = -\frac{1}{2}$ نمایش زیر را خواهیم داشت:

$$\left| S = \frac{1}{2}, m = -\frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5-2)$$

تابع موج ایزو اسپینی نوکلئون ها مشابه با روش فوق می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} |p\rangle &= \left| t = \frac{1}{2}, t_0 = \frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_t \\ |n\rangle &= \left| t = \frac{1}{2}, t_0 = -\frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_t \end{aligned} \quad (6-2)$$

که اندیس t دلالت بر این نکته دارد که ماتریس های ستونی، برای ایزواسپین می باشند. با استفاده از این عرف که برای پروتون $t_0 = \frac{1}{2}$ و برای نوترون $t_0 = -\frac{1}{2}$ می باشد می توان رابطه عدد بار Q بر حسب واحد e را برای نوکلئون با توجه به t_0 به صورت زیر نوشت:

$$Q = t_0 + \frac{1}{2} \quad (7-2)$$

رابطه بین Q و t_0 همچنین به A بستگی خواهد داشت که A تعداد باریون های سیستم می باشد. رابطه کلی تر شامل اعداد کوانتومی دیگر از قبیل شگفتی بعداً خواهد آمد.

۲-۱-۱- سیستم دو نوکلئونی

برای یک سیستم دو نوکلئونی تابع موج به صورت زیر نوشته می شود:

$$\psi = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \psi_{spin} \psi_{isospin} \quad (۸-۲)$$

که در آن ψ_{spin} به اسپین و $\psi_{isospin}$ به ایزواسپین بستگی دارند. اگر S اسپین کل و t ایزواسپین کل سیستم باشند :

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \vec{S}_1 + \vec{S}_2 \\ \vec{t} &= \vec{t}_1 + \vec{t}_2 \end{aligned} \quad (۹-۲)$$

فرض می کنیم ψ_{spin} ویژه حالت S^2 و S_z و $\psi_{isospin}$ ویژه حالت t^2 و t_z باشند حال برای k - امین نوکلئون، $\chi_+^s(k)$ و $\chi_-^s(k)$ را بعنوان ویژه توابع عملگرهای $S^2(k)$ و $S_z(k)$ معرفی می کنیم داریم:

$$\begin{aligned} S_z(k) \chi_+^s(k) &= +\frac{1}{2} \chi_+^s(k) \\ S_z(k) \chi_-^s(k) &= -\frac{1}{2} \chi_-^s(k) \end{aligned} \quad (۱۰-۲)$$

S کل برای دو نوکلئون می تواند صفر یا I باشد برای حالت $S = I$ سه حالت متقارن داریم که می توانیم بصورت زیر در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned}
\chi_+^s(1)\chi_+^s(2) & S_z = 1 \\
\frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_+^s(1)\chi_-^s(2) + \chi_-^s(1)\chi_+^s(2)) & S_z = 0 \\
\chi_-^s(1)\chi_-^s(2) & S_z = -1
\end{aligned}
\tag{۱۱-۲}$$

برای $S = 0$ یک حالت پادمتقارن نسبت به اسپینها داریم که عبارت است از:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_+^s(1)\chi_-^s(2) - \chi_-^s(1)\chi_+^s(2))
\tag{۱۲-۲}$$

به همین ترتیب $\chi_+^t(k)$ و $\chi_-^t(k)$ را که ویژه حالت های $t^2(k)$ و $t_z(k)$ هستند معرفی می کنیم:

$$\begin{aligned}
t_3(k)\chi_+^t(k) &= +\frac{1}{2}\chi_+^t(k) \\
t_3(k)\chi_-^t(k) &= -\frac{1}{2}\chi_-^t(k)
\end{aligned}
\tag{۱۳-۲}$$

χ_+^t نمایشگر یک پروتون و χ_-^t نمایشگر یک نوترون است. حال جهت سادگی در دستگاه مرکز جرم و در حالت $l = 1$ کار می کنیم در این حالت داریم:

$$\Psi = \psi(r)\psi_{spin}\psi_{isospin}
\tag{۱۴-۲}$$

که در آن فاصله بین دو نوکلئون را با r نشان داده ایم، از آنجایی که $\psi(r)$ نسبت به تعویض دو ذره متقارن بوده و نوکلئون ها را بصورت فرمیون های یکسان در نظر می گیریم باید حاصل ضرب $\psi_{spin}\psi_{isospin}$ را طوری تعیین کنیم که نسبت به تعویض دو ذره پادمتقارن شود تا این که تابع موج کل پادمتقارن درآید با توجه به مقادیر S و t تعداد شش حالت پادمتقارن ممکن وجود دارد می توان نشان داد اگر سیستم دو نوکلئونی فوق را با وجه تمایز بین پروتون و نوترون در حالت

$l = 0$ در نظر بگیریم باز به همان شش حالت مکن فوق خواهیم رسید در این مورد تابع موج کلی سیستم به صورت زیر است:

$$\psi = \psi(r)\psi_{spin} \quad (15-2)$$

در حالت nn ، دستگاه از دو فرمیون یکسان تشکیل شده و لذا باید $S = 0$ باشد تا پادمتقارن بودن در تعویض ذرات تامین شود در حالت pp ، نیز بهمین ترتیب $S = 0$ قابل قبول است. ولی در حالت np ، دو ذره قابل تمایزند و تابع موج به تقارنی مشروط نیست و هر دو حالت $S = 0$ و $S = 1$ مورد قبول هستند پس کلا شش حالت ممکن وجود دارد. می توان نشان داد که تعداد حالتها در طرح ایزواسپین همیشه با بررسی جداگانه پروتون و نوترون از یکدیگر سازگار است.

۲-۱-۲- انتقال ایزواسپینی

تابع موج نوکلئون ممکن است بصورت تابع دو مولفه ای به صورت زیر بیان شود:

$$\psi_N = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = ap + bn \quad \text{where} \quad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (16-2)$$

عملگرهای ایزواسپینی برای سیستمهای $t = \frac{1}{2}$ می تواند از ماتریس های اسپینی پائولی به همان

روش اپراتورهای مومنتم زاویه ای سیستم با اسپین $\frac{1}{2}$ بنا شود. به عنوان مثال می توان نوشت:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (17-2)$$

که τ_1, τ_2, τ_3 مولفه های مختلف اپراتور ایزواسپینی τ می باشند. ماتریس های فوق از رابطه زیر تبعیت می کنند:

$$\tau_i \tau_j = \delta_{ij} I + i \varepsilon_{ijk} \tau_k \quad (18-2)$$

که I ماتریس واحد 2×2 می باشد. به سادگی دیده می شود برای نوکلئونها تابع موجی که به وسیله رابطه (۲-۶) داده می شود ویژه تابعی از اپراتور τ_3 یا اپراتور τ_0 در مختصات کروی می باشند.

$$\begin{aligned} \tau_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} &= \tau_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \tau_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} &= \tau_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (19-2)$$

از طرفی داریم:

$$t_3 p = \frac{1}{2} p \quad , \quad t_3 n = -\frac{1}{2} n \quad (20-2)$$

یعنی مقدار مولفه سوم ایزواسپینی با نصف مقدار مورد انتظار τ_0 برابر است. مشابه با رابطه ای است که بین m_s تصویر اسپین ذاتی نوکلئون (و دیگر ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$) در امتداد محور کوانتیزاسیون و مقدار مورد انتظار مولفه سوم از اپراتورهای σ اسپین پائولی وجود دارد. بنا به τ_1, τ_2, τ_3 می توانیم اپراتورهای بالابرنده (τ_+) و پایین آورنده (τ_-) ایزواسپینی را بسازیم که بترتیب نوترون را به پروتون و پروتون را به نوترون منتقل می کنند [۹ و ۱۴].

$$\tau_+ = \frac{1}{2} (\tau_1 + i \tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (21-2)$$

$$\tau_- = \frac{1}{2} (\tau_1 - i \tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (22-2)$$

به همان روش اندازه حرکت زاویه ای، عملگرهای بالابرنده و پایین آورنده ایزواسپینی t_0 را بدون تغییر ایزواسپین t تغییر می دهند:

$$\tau_{\pm}|t, t_0\rangle = \sqrt{t(t+1) + t_0(t_0 \pm 1)}|t, t_0 \pm 1\rangle \quad (23-2)$$

برای هسته هایی که از چندین نوکلئون تشکیل شده اند مولفه سوم اپراتور ایزواسپین به صورت زیر می باشد:

$$T_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \tau_0(i) \quad (24-2)$$

که $\tau_0(i)$ تنها بر تابع موج ایزواسپینی i -امین نوکلئون اثر می کند. در واقع ایزواسپین تحت واکنش های قوی به عنوان ثابت حرکت مطرح است.

حال چرخشی به اندازه θ حول محور t_2 در نظر می گیریم در این صورت تابع موج ایزواسپینی

بصورت زیر منتقل می شود:

$$\begin{aligned} a &\rightarrow \rightarrow \rightarrow a' = a \cos \frac{\theta}{2} + b \sin \frac{\theta}{2} \\ b &\rightarrow \rightarrow \rightarrow b' = -a \sin \frac{\theta}{2} + b \cos \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (25-2)$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & \sin \frac{\theta}{2} \\ -\sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

که می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} + i \tau_2 \sin \frac{\theta}{2} \right] \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (26-2)$$

از آنجا که $(\tau_2)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ می توان نوشت:

$$\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \exp\left(i\tau_2 \frac{\theta}{2}\right) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \exp(it_2\theta) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (27-2)$$

رابطه فوق چرخش حول محور t_2 در فضای ایزواسپین را نشان می دهد. t_1, t_2, t_3 مولدهای گروه چرخش در فضای ایزواسپین هستند. مفهوم فیزیکی انتقال هایی مانند فوق تغییر مقادیر a, b می باشد که به ترتیب معرف دامنه های نوکلئونی پروتون و نوترون می باشند بنابراین با تغییر این دامنه ها چرخش ایزواسپینی بطور موثر حالت های پروتون و نوترون را مخلوط می کند. از آنجا که واکنش های قوی مستقل باری هستند این اندرکنشها بین نوترون و پروتون تمایزی قائل نمی شوند بنابراین تحت چرخش در فضای ایزواسپینی ناوردا هستند، می توان نتیجه گرفت واکنش های قوی برخلاف واکنش های الکترومغناطیسی ایزواسپین را پایسته نگه می دارند [۱۴].

۳-۱-۲- ناوردایی ایزواسپینی

استقلال نیروهای هسته ای از بار بیان می کند که از نظر نیروهای هادرونی، پروتون و نوترون تفاوتی ندارند. مادامی که فقط برهم کنش هادرونی وجود دارد، بردار ایزواسپین، \vec{t} ، می تواند در هر جهتی قرار گیرد. به عبارت دیگر در فضای ایزواسپین، ناوردایی دورانی وجود دارد و سیستم تحت دوران حول هر محوری ناوردا است این واقعیت را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$[H_0, \vec{t}] = 0 \quad (28-2)$$

در صورتی که فقط H_0 وجود داشته باشد، $2t+1$ ، حالت با مقادیر مختلف t_3 واکن هستند و انرژی و جرم آنها یکسان است. به سادگی می توان گفت که، چنانچه فقط برهم کنش هادرونی وجود داشته باشد، پروتون و نوترون جرم یکسانی خواهند داشت. برهم کنش الکترومغناطیسی همسانگردی فضای ایزواسپین را از بین می برد یعنی تقارن را می شکنند، درست همان گونه که میدان مغناطیسی همسانگردی فضای معمولی را از بین می برد، در این صورت اگر هامیلتونی سیستم را بدو جمله مجزا بشکافیم:

$$H = H_0 + H_{em} \quad (29-2)$$

می توان نتیجه گرفت:

$$[\vec{t}, H_0] = 0 \quad , \quad [\vec{t}, H_{em}] \neq 0 \quad (30-2)$$

یعنی تقارن ایزواسپینی تنها تقارن برای واکنشهای قوی است. از آنجا که بار الکتریکی، همیشه حتی در حضور H_{em} ، پایسته است:

$$[H_0 + H_{em}, Q] = 0 \quad (31-2)$$

Q ، عملگر متناظر بار الکتریکی q است از طرفی بار ذره $|t, t_3\rangle$ به صورت زیر داده می شود:

$$q = e \left(t_3 + \frac{1}{2} \right) \quad (32-2)$$

عملگر Q به وسیله رابطه فوق به t_3 مربوط است پس داریم:

$$[H_0 + H_{em}, t_3] = 0 \quad (33-2)$$

حتی در حضور برهم کنش الکترومغناطیسی، مولفه سوم ایزواسپین پایسته است. حال وجود کلی فضای ایزواسپینی را فرض و ارتباط بین مولفه سوم آن و بار الکتریکی را به طور خطی و به فرم زیر انتخاب می کنیم:

$$q = at_3 + b \quad (۳۴-۲)$$

با چنین رابطه ای، پایستگی بار الکتریکی منجر به پایستگی t_3 خواهد شد بنابراین t_3 ، حتی در حضور برهم کنش الکترومغناطیسی، عدد کوانتومی خوبی است. عملگر یکانی برای دورانی در فضای ایزواسپین حول جهت α و به اندازه زاویه θ عبارت است از:

$$U_\alpha(\theta) = e^{-i\theta.t} \quad (۳۵-۲)$$

در این جا \vec{t} ، مولد هرمیتی وابسته به عملگر یکانی U است و انتظار داریم t یک مشاهده پذیر باشد. برای مطالعه خواص فیزیکی \vec{t} فرض می کنیم که فقط برهم کنش هادرونی وجود دارد در این صورت بار الکتریکی برای تمام سیستمها صفر است و معادله (۳۳-۲) جهت t_3 را تعیین نخواهد کرد بنابراین، استقلال بار ایجاب می کند که یک سیستم هادرونی بدون برهم کنش الکترومغناطیسی، تحت هر دورانی در فضای ایزواسپین ناوردا باشد [۲] در این صورت داریم:

$$[H_0, U_\alpha(\theta)] = 0 \quad (۳۶-۲)$$

از رابطه فوق بلافاصله پایستگی ایزواسپین نتیجه می شود:

$$[H_0, \vec{t}] = 0 \quad (۳۷-۲)$$

یعنی استقلال نیروهای هادرونی از بار منجر به پایستگی ایزواسپین می شود. t عدد کوانتومی برداری خوبی برای واکنشهای قوی است. ممکن است حالت‌های سیستم بوسیله t و ویژه مقادیر متناظر آن t_3 برچسب زده شوند تعداد $2t+1$ تا از این حالتها و ویژه مقادیر وجود دارد و همه آنها واگن هستند. اگر ایزواسپین مشاهده پذیری باشد که در طبیعت بتوان به وجود آن پی برد، آنگاه می توان خواص زیر را پیش بینی کرد: عدد کوانتومی t می تواند مقادیر $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$ را بپذیرد. برای یک ذره مفروض t یک خاصیت تغییرناپذیر است. در غیاب برهم کنش الکترومغناطیسی ذره ای با ایزواسپین t ، $2t+1$ ، بار واگن است، و کلیه $2t+1$ زیر ذره دارای یک جرم می باشند. از آنجا که H_0 و t جابجا می شوند، تمام زیرذرات خواص هادرونی یکسانی دارند و فقط توسط مقدار t_3 از یکدیگر تمییز داده می شوند (زیرذرات با t_3 علامت گذاری می شوند). برهم کنش الکترومغناطیسی بصورت جزئی یا کلی واگنی را از بین می برد و در نتیجه باعث مانستگی ایزواسپینی با اثر زیمان می شود. اصطلاحاً گفته می شود که $2t+1$ زیر ذره متعلق به یک حالت مفروض با ایزواسپین t ، یک چندتایی ایزواسپینی را تشکیل می دهند. اعداد کوانتومی که تحت برهم کنش الکترومغناطیسی پایسته اند، در اثر روشن شدن H_{em} تغییری نخواهند کرد. از آنجا که اغلب اعداد کوانتومی چنین خاصیتی دارند، اعضاء یک چندتایی ایزواسپینی، تقریباً دارای خواص یکسانی هستند به عنوان مثال اسپین، عددباریونی، ابربار و پارته ذاتی آنها یکسان است. اعضاء مختلف یک چندتایی ایزواسپینی در اصل، یک ذره هستند که در فضای ایزواسپین در جهات مختلفی ظاهر می شوند، درست نظیر ترازهای مختلف زیمان که حالت‌های مختلف یک ذره هستند که اسپین آن نسبت به میدان مغناطیسی اعمال شده در جهات مختلفی قرار دارد. در اثر زیمان معمولی، تبیین این که زیر ترازهای مختلف، اعضاء یک چندتایی زیمان هستند ساده است، اگر میدان مغناطیسی اعمال شده را به صفر تقلیل دهیم، ترازها به یک تراز واگن تبدیل خواهد شد این روش را نمی توان برای یک چندتایی ایزواسپینی بکار برد، زیرا

برهم کنش الکترومغناطیسی را نمی توان خاموش کرد. برای نشان دادن این که شکافتگی مشاهده شده فقط در اثر H_{em} است لازم است به محاسبات متوسل شویم. در مورد هسته ها، نیز وضعیت بر همین گونه است. در چندتایی ایزواسپینی، حالت ها، بدون حضور برهم کنش الکترومغناطیسی واکن هستند، با برقرار شدن H_{em} ، واکنی از بین می رود و هر زیر تراز بصورت ایزوبار مختلفی ظاهر می شود اصطلاحاً می گوئیم که ترازاها در ویژه هسته های حقیقی، یک چند تایی ایزواسپینی تشکیل می دهند. اگر بتوان تمام زیرذرات متعلق به یک چندتایی را پیدا کرد تعیین عدد کوانتمی t برای یک حالت مفروض ساده است: تعداد آنها $2t+1$ است و در نتیجه مقدار t بدست می آید. ایزواسپین یک تقارن بنیادی است که اساساً در همانندی با طعم و پاریته و... است و در طبقه بندی هادرون ها مفید می باشد. به عنوان مثال، پیون ها در سه حالت باری متفاوت ظاهر می شوند، π^+ با انرژی جرم در حال سکون 139Mev و π^0 با انرژی جرم در حال سکون 135Mev و π^- با همان جرم π^+ . این ذرات ممکن است به عنوان سه تصویر $t_0 = +1, 0, -1$ از سیستم ایزواسپین $t=1$ مورد بررسی قرار گیرند چون پیون ها باریون نیستند عدد باریونی آنها $A=0$ می باشد ملاحظه می شود که رابطه بین بار Q و t_0 که بوسیله رابطه (۲-۷) داده می شود در این مورد برقرار است. پیون بوضوح نشان می دهد که خاصیت ها در فضای معمولی و در فضای ایزواسپین به یکدیگر مربوط نیستند زیرا پیون در فضای ایزواسپین یک بردار است ولی در فضای معمولی یک عدد (اسپین صفر) می باشد. یک مجموعه چهار تایی باریونی مثل ذرات Δ در چهار حالت باری مختلف $\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}$ با بار $Q = -1, 0, +1, +2$ ظاهر می شوند، این مجموعه یک سیستم با ایزواسپین $t = \frac{3}{2}$ می باشد.

۲-۱-۴- ایزواسپین پاد ذرات

پاد ذره از این واقعیت که می تواند در شراکت با یک ذره آن را نابود کند مشخص می شود. در این فرآیند پایستگی انرژی و تکانه حفظ می شود. به عنوان مثال با گسیل دو اشعه γ یا خلق جفت ذرات و پادذرات متفاوت. از این رو حالت نهایی فرایند نابودی، یک حالت خنثای الکتریکی است. ذره و پادذره آن به منظور پایستگی بار الکتریکی باید بارهای مخالف داشته باشند مثلاً الکترون به عنوان ذره ای با بار $-e$ دارای پادذره ای با بار $+e$ می باشد که همان پوزیترون است. بطور مشابه پایستگی دیگر اعداد کوانتومی از قبیل، اعداد لپتونی یا اعداد باریونی، لازم می دارد که این برچسب ها برای ذرات و پادذرات از نظر اندازه برابر و از نظر علامت مخالف باشند. برای کمیت‌های برداری از قبیل اسپین ذاتی و ایزواسپین قواعد جمع لازم می دارد که اندازه ها برای ذرات و پادذرات آنها یکسان باشد بنا بر این آنها می توانند با همدیگر برای تشکیل اسکالرهای جفت شوند. به عنوان مثالی نابودی پروتون - پادپروتون را که همراه گسیل دو فوتون می باشد در نظر می گیریم. چون فوتون ذره ایزواسکالر است یعنی دارای ایزواسپین صفر است ایزواسپین کل در سمت راست واکنش صفر می باشد پایستگی ایزواسپین لازم می دارد که در طرف چپ پروتون و آنتی پروتون در حالت $T=0$ جفت شده باشند از اینرو چون ایزواسپین پروتون $t = \frac{1}{2}$ می باشد باید ایزواسپین پادپروتون هم $t = \frac{1}{2}$ باشد از طرفی مولفه سوم ایزواسپین برای پروتون $t_0 = \frac{1}{2}$ می باشد. برای یک سیستم ایزواسکالر مجموع مولفه های سوم ایزواسپین برای همه کمیت‌های درگیر باید صفر باشد پس برای پادپروتون $t_0 = -\frac{1}{2}$ خواهد بود که علامتش مخالف ذره متناظرش می باشد. ملاحظه می شود که رابطه مربوط به Q و مولفه سوم ایزواسپین در توافق خوبی با پادذرات است. چون پروتون حامل بار $+e$ می باشد پادپروتون باید حامل بار $-e$ باشد.

برای پادپروتون عدد باریونی $A = -1$ و بار $Q = -1$ و $t_0 = -\frac{1}{2}$ را استنتاج کردیم.

ساختن چند تابه های ایزو اسپین پادزره نیاز به اندکی احتیاط دارد به عنوان مثال، یک تبدیل بخصوص ایزواسپین دو تابه نوکلئون را در نظر می گیریم با یک چرخش به اندازه π حول محور 2 داریم:

$$e^{-i\theta\sigma_2/2} = \cos\theta/2 - i\sigma_2 \sin\theta/2 \quad (38-2)$$

$$\begin{pmatrix} p' \\ n' \end{pmatrix} = e^{-i\pi(\tau_2/2)} \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} = -i\tau_2 \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad (39-2)$$

طبق تعریف، حالت های پادنوکلئون را با استفاده از اپراتور همیوگی بار به صورت زیر داریم:

$$\begin{aligned} cp &= \bar{p} \\ cn &= \bar{n} \end{aligned} \quad (40-2)$$

حال با اعمال عملگر c روی (39-2) و با استفاده از (40-2) داریم:

$$\begin{pmatrix} \bar{p}' \\ \bar{n}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{n} \end{pmatrix} \quad (41-2)$$

از طرفی ما می خواهیم دو تابه پادزره مثل دوتابه ذره تبدیل شود تا بتوانیم حالت های ذره و پادزره را با استفاده از ضرایب کلبش - گوردون با یکدیگر ترکیب کنیم. بنابراین باید دو تغییر ایجاد کنیم. ابتدا باید دوتابه را دوباره چنان مرتب کنیم که ذره با اسپین $t_0 = \frac{1}{2}$ بیشترین بار را داشته باشد. یک علامت منفی معرفی می کنیم تا ماتریس انتقال یکانی باقی بماند یعنی تبدیل ماتریسی مشابه با رابطه (39-2) باشد. در این صورت داریم:

$$\begin{pmatrix} -\bar{n}' \\ \bar{p}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{n} \\ \bar{p} \end{pmatrix} \quad (42-2)$$

یعنی دو تایه پادذره $(-\bar{n}, \bar{p})$ دقیقا مثل دو تایه (p, n) تبدیل می شوند این خاصیت ویژه $SU(2)$ می باشد. مثلا امکان ندارد سه تایه پادذره $SU(3)$ را چنان مرتب کنیم که مثل سه تایه ذره تبدیل شود. یک سیستم مرکب نوکلئون - پادنوکلئون حالت‌های ایزو اسپین بصورت زیر خواهد داشت:

$$\begin{cases} |i=1, i_0=1\rangle = -p\bar{n} \\ |i=1, i_0=-1\rangle = n\bar{p} \\ |i=1, i_0=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} - n\bar{n}) \end{cases} \quad (43-2)$$

که معرف حالت‌های متقارن هستند.

$$|i=0, i_0=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} + n\bar{n}) \quad (44-2)$$

که معرف حالت پادمقارن است [۱۱].

۲-۱-۵- ایزواسپین کوارک‌ها

یکی از نتایج بررسی پروتون و نوترون به عنوان دو حالت ایزواسپینی مختلف نوکلئون این است که می توانیم پروتون و نوترون را به همدیگر تبدیل کنیم. با اعمال عملگرهای بالابرنده و پایین آورنده ایزواسپینی بر تابع موج مناسب داریم:

$$\tau_+ |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |p\rangle \quad (45-2)$$

$$\tau_- |p\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |n\rangle \quad (46-2)$$

از طرفی بنا به بر چسب کوارکی داریم:

$$|p\rangle = |uud\rangle \quad (47-2)$$

$$|n\rangle = |udd\rangle \quad (48-2)$$

از این رو روابط (2-47 و 2-48) دلالت می کند که :

$$\tau_+ |udd\rangle = |uud\rangle \quad (49-2)$$

$$\tau_- |udd\rangle = |uud\rangle \quad (50-2)$$

ازاین رو پروتون و نوترون ذرات مشابهی در نظر گرفته می شوند که در مولفه سوم ایزواسپین با هم تفاوت دارند. دیگر قسمت‌های معادله موج تحت عملگرهای بالابرنده و پایین آورنده ایزواسپینی تغییر نمی کنند. بر حسب کوارکها تنها اختلاف بین آنها جانشینی یکی از دو کوارک u بوسیله کوارک d می باشد. تساوی هایی که بوسیله روابط (2-49 و 2-50) بیان می شوند نشان می دهند که عملگر بالابرنده ایزواسپینی روی کوارک ها اثر کرده و کوارک های d را به کوارک های u تبدیل می کند، برای عملگر پایین آورنده نیز حالت مشابهی داریم چون کوارک های دیگر وارد نمی شوند کوارک های u و d را بصورت دوگانه ایزواسپینی در نظر می گیریم. گذشته از این مولفه سوم ایزواسپین کمیتی اسکالر است، مجموع t_0 دو کوارک u و یک کوارک d در پروتون باید مساوی $+\frac{1}{2}$ و یک کوارک u و دو کوارک d در نوترون باید مساوی $-\frac{1}{2}$ باشد. برای برآورده شدن نیازمان $t_0 = \frac{1}{2}$ را برای کوارک u و $t_0 = -\frac{1}{2}$ را برای کوارک d منصوب می کنیم باید توجه کرد کوارک ها دارای عدد باریونی $A = \frac{1}{3}$ می باشند چرا که هر سه کوارک باید تشکیل یک باریون بدهند. می توانیم اپراتورهای τ_{\pm} را برای تابع موج نوکلئون بصورت مجموع بالابرنده و پایین آورنده ایزواسپینی که روی هر یک از سه کوارک نوکلئون اثر می کنند نوشت:

$$\tau_{\pm}(nucleon) \rightarrow \sum_{i=1}^3 \tau_{\pm}(q_i) \quad (51-2)$$

که $\tau_{\pm}(q_i)$ تنها روی ایزواسپین i -امین کوارک اثر می کند.

اگر از پادتقارن سازی بین سه کوارک چشم پوشی کنیم می توانیم معادله اول (2-49 و 50) را بصورت زیر بنویسیم:

$$\tau_{+}|n\rangle = \{ \tau_{+}(q_1) + \tau_{+}(q_2) + \tau_{+}(q_3) \} |u(1)d(2)d(3)\rangle \quad (52-2)$$

که فرض کرده ایم اولین کوارک در نوکلئون u باشد و دو کوارک باقیمانده d باشند از این رو $\tau_{+}|u\rangle = 0$ و اولین جمله در این صورت ناپدید می شود. جملات دوم و سوم نتایج زیر را خواهند داد:

$$\tau_{+}(q_2)|u(1)d(2)d(3)\rangle = |u(1)u(2)d(3)\rangle \quad (53-2)$$

$$\tau_{+}(q_3)|u(1)d(2)d(3)\rangle = |u(1)d(2)u(3)\rangle \quad (54-2)$$

با پادتقارن سازی این دو جمله نتیجه یکسانی خواهند داد که بصورت عمومی به فرم $|uud\rangle$ نشان می دهیم.

2-1-6- تابع موج کوارکی پیون ها

وظیفه ایزواسپین را در دو کوارک u و d بوسیله آزمایش ساختار مزونهای تشکیل دهنده از این دو کوارک و پاد کوارک آنها می توان بررسی کرد. از π^{-} شروع می کنیم که می دانیم دارای $t = 1, t_0 = -1$ می باشد پس نمی توان هیچ کوارک دیگری غیر از \bar{u}, \bar{d}, u, d را بکار برد تنها راه تشکیل سیستم با $t_0 = -1$ پذیرفتن ترکیب $\bar{u}d$ می باشد براحتی قابل استنتاج است که این

جفت از کوارک ها دارای $t=1$ می باشد. دو ذره با ایزواسپین $\frac{1}{2}$ جفتهای ایزواسپینی $+1,0$ می توانند تشکیل دهند. سیستم $\bar{u}d$ نمی تواند $t=0$ باشد زیرا دارای $t_0=-1$ می باشد پس می توان نوشت:

$$|\pi^-\rangle = |\bar{u}d\rangle \quad (55-2)$$

و هیچ راه دیگری برای تشکیل حالتی با $t=1, t_0=-1$ با کوارکهای \bar{u}, \bar{d}, u, d وجود ندارد. در حالت کلی احتمال یافتن چندین مؤلفه وابسته خطی مختلف مطابق با t, t_0 یکسان وجود دارد در چنین حالتی ترکیبهای خطی از همه مؤلفه ها باید ساخته شود. ترکیب خطی مناسب برای وضعیت موجود بوسیله قوانین جفت شدگی اندازه حرکت زاویه ای اسپین و ایزواسپین هدایت شده و لازم است که تابع موج بین کوارکها پادمتقارن بوده و ویژه حالتی از هامیلتونی باشد. در اینجا تنها جفت شدگی ایزواسپینی را در نظر می گیریم. از تابع موج π^- می توان تابع موج π^0 را با استفاده از عملگر بالا برنده ایزواسپینی بنا کرد:

$$\frac{1}{N}|\pi^0\rangle = \tau_+|\pi^-\rangle = \sum_{i=1,2} \tau_+(q_i)|\bar{u}d\rangle \quad (56-2)$$

که N ضریب نرمالیزاسیون است عملگر τ_+ روی تابع موج هر کوارک اثر می کند. پیش از این مشاهده شد که :

$$\tau_+|d\rangle = |u\rangle \quad (57-2)$$

همچنین برای پاد کوارک داریم:

$$\tau_+|\bar{u}\rangle = -|\bar{d}\rangle \quad (58-2)$$

که علامت منفی ناشی از نیاز تقارنی تحت عملگر c می باشد.

ضریب نرمالیزاسیون N در رابطه (۵۶-۲) با استفاده از رابطه (۲۳-۲) تعیین می شود، از آنجایی

که $|\pi^-\rangle$ سیستمی با $t = I, t_0 = I$ می باشد:

$$\tau_+ |I, -I\rangle = \sqrt{2} |I, 0\rangle \quad (۵۹-۲)$$

مقدار $N = \sqrt{2}$ بدست می آید. نتیجه نهایی برای تابع حالت π^0 به صورت زیر خواهد بود:

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) \quad (۶۰-۲)$$

نتیجه مشابهی بوسیله جفت شدگی دو ذره با ایزواسپین $\frac{1}{2}$ با استفاده از ضرایب کلبش - گوردون

بدست می آید چون مقادیر ضرایب کلبش - گوردون برای جفت شدگی دو ذره با ایزواسپین $\frac{1}{2}$ با

ایزواسپین کلی I عبارت است از :

$$\left\langle \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \mp \frac{1}{2} \middle| I 0 \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (۶۱-۲)$$

نتیجه مشابه داده شده در (۶۰-۲) بعد از اعمال یک علامت منفی ناشی از انتقال از $|d\rangle$ به $|\bar{d}\rangle$

تحت c بدست می آید.

بر حسب جملات کوارکی تابع موج برای π^+ به صورت زیر خواهد بود:

$$|\pi^+\rangle = -|u\bar{d}\rangle \quad (۶۲-۲)$$

این نتیجه ممکن است از راه دیگری بوسیله اعمال یک عملگر بالابرنده ایزواسپینی روی تابع موج

کوارکی π^0 بدست آید و یا بوسیله بنا کردن سیستمی با $(t, t_0) = (I, +I)$ از کوارکها و

پادکوارکهای داده شده به همان روشی که قبلا برای سیستم π^- انجام شد بدست آید. در این جا علامت منفی به علت عملگر c بین d, \bar{d} می باشد. هنوز یک سوال در مورد تابع موج کوارک - پادکوارک با $t_0 = 0$ باقی مانده است. دو حالت متفاوت $u\bar{u}$ و $d\bar{d}$ برای شکل دادن حالت $t_0 = 0$ از دو کوارک و پادکوارک داده شده وجود دارد علاوه بر ترکیب خطی از این دو مولفه با $t_0 = 0$ داده شده در (۲-۶۰) می توان ترکیب خطی زیر را در نظر گرفت:

$$|\eta_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle \} \quad (۲-۶۳)$$

این حالت با $|\pi^0\rangle$ عمود بر یکدیگرند و مزون دیگری را توصیف می کند. هر مولفه $u\bar{u}$ و $d\bar{d}$ سیستمی با $t_0 = 0$ اما مخلوطی از $(t, t_0) = (1, 0)$ و $(t, t_0) = (0, 0)$ می باشد. ترکیب خطی ویژه که به وسیله (۲-۶۰) داده می شود برای داشتن ایزواسپین درستی از $t = 1$ برای مزون π^0 می باشد و با ترکیب خطی داده شده در رابطه فوق متفاوت است و باید متناسب با سیستم ایزواسپینی صفر باشد. چها ذره π^+, π^0, π^- و η همه مزون های مشاهده شده به صورت فرم هایی از جفت های کوارک و پادکوارک بنا شده از d, \bar{u}, u و \bar{d} را در پایین ترین حالت های انرژی ممکن تمام می کنند و برای تعیین مزون های دیگر باید برانگیختگی در سیستم کوارک - پادکوارک را معرفی کنیم و یا این که به s و دیگر کوارک های سنگین متوسل شویم.

۲-۱-۷- ایزواسپین کوارک های دیگر

حال ایزواسپین کوارکهای c, s, t, b و پادذرات آنها را مورد بررسی قرار می دهیم شاید این کار موقتی باشد که فرض کنیم هر یک از دو جفت های باقی مانده از کوارک ها تشکیل دو گانه ایزواسپینی می دهند علی رغم این همانطور که از جدول (۲-۱) ملاحظه می شود چهار کوارک فوق ذرات ایزواسکالر هستند. همانطور که قبلا گفتیم کوارک ها ذراتی نیستند که به تنهایی

مشاهده شده باشند انتصاب ایزواسپین برای کوارک ها در هادرون هایی انجام می گیرد که آنها آرایش می دهند [۹]. حال در مثالی برای کوارک s نحوه عمل را خواهیم دید بعد از کوارک u و d ذره ای که باعث افزایش جرم می شود کوارک s می باشد این کوارک ها در هادرون هایی با شگفتی s غیر صفر پیدا می شوند در این جا فرض می کنیم s برچسبی برای مشخص کردن عدد شگفتی پادکوارک در هادرون باشد. سبک ترین مزون شگفت، کائون یا مزون k می باشد کائون ها در دو، دوتایه ایزواسپینی (سیستم با، $t = \frac{1}{2}$) وارد می شوند یکی از دوتایه ها از $k^+(u\bar{s})$ و $k^0(d\bar{s})$ و دیگری از $k^-(s\bar{u})$ و $\bar{k}^0(s\bar{d})$ تشکیل شده است از آنجا که کوارک های u و d دارای ایزواسپین $t = \frac{1}{2}$ می باشند کوارک s باید ایزواسپین 0 یا 1 داشته باشد تا کائون با $t = \frac{1}{2}$ تشکیل دهند.

جدول (۲-۱) - اعداد کوانتومی منصوب به کوارک ها

Flavor	A	t	t_0	S	C	B	T	$Q(e)$	$M(GeV)$
$u(up)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$+\frac{2}{3}$	≈ 0.39
$d(down)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	≈ 0.39
$s(strange)$	$\frac{1}{3}$	0	0	-1	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	≈ 0.51
$c(charm)$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	1	0	0	$+\frac{2}{3}$	≈ 1.6
$b(beauty)$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	-1	0	$-\frac{1}{3}$	≈ 5.4
$t(top)$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	1	$+\frac{2}{3}$	≈ 20

A عدد باریونی، t ایزواسپین، s شگفتی، c چارم، b زیبایی، T کوارک رو

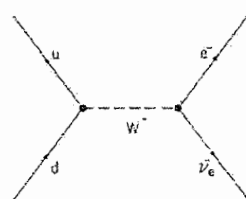
انتصاب $t = I$ کنار گذاشته می شود زیرا اگر چنین حالتی وجود داشته باشد در این صورت این توانایی را خواهیم داشت که مزون هایی با $t = \frac{3}{2}$ ایجاد کنیم. به عنوان مثال مزونهای ساخته شده از کوارک s و یکی از پادکوارکهای \bar{u} و \bar{d} چنین حالتی خواهند داشت این واقعیت که هیچ مزونی در چنین حالتی پیدا نمی شود دلالت بر این نکته دارد که ایزواسپین کوارک s صفر می باشد انتصاب ایزواسپین برای دیگر کوارک ها به روش مشابهی صورت می پذیرد. با انتصاب $t = 0$ برای کوارک های سنگین می توانیم رابطه بین عدد باری Q ذرات و مولفه سوم ایزواسپین t_0 را اصلاح کنیم رابطه داده شده بوسیله (۷-۲) برای کوارکهای u, d بدست آمده بود که حالا باید برای دیگر کوارک ها تغییر یابد حالت کلی رابطه (۷-۲) به صورت زیر به دست می آید:

$$Q = t_0 + \frac{1}{2}(A + S + C + B + T) \quad (۶۴-۲)$$

که A عدد باریونی و S عدد شگفتی و C عدد کوانتمی چارم و B عدد کوانتمی زیبایی و T عدد کوانتمی رو برای هر یک از شش طعم مختلف کوارک ها می باشد.

۲-۲- شگفتی و دیگر اعداد کوانتمی

در فرآیندهای واکنش قوی تعداد کل هر یک از انواع کوارک های u, d, s, c, b, t پایسته است. در واکنش های ضعیف کوارک می تواند از یک طعم به طعم دیگر منتقل شود چنین موردی در شکل زیر دیده می شود.



شکل (۱-۲): انتقال کوارکی در واکنشهای ضعیف

بر حسب ذرات مشاهده شده درجه آزادی طعم کوارک ها نشان می دهد حضور آنها بوسیله جدا شدن هادرون ها به گروههای مختلف با گذار بین گروهها تنها در واکنشهای ضعیف امکان پذیر است. به عنوان نتیجه، میزان گذار بین اعضا یک گروه یکسان بوسیله این واقعیت که آنهایی که محتوای کوارکی یکسانی دارند، سریع می باشد، مشخص می شود بخصوص در فرآیندهای واکنش قوی، انتقال بین اعضا گروههای مختلف شامل انتقال یک نوع کوارک به دیگری خیلی آهسته تر و با طول عمر بیشتر از فرآیندهای واکنش ضعیف است.

هر گروه از هادرون ها بوسیله تعداد محدودی از کوارک ها با طعم ویژه ای مشخص می شود. بعنوان مثال، مزون k^+ با جرم $494 \frac{Mev}{c^2}$ از جفت کوارک و پادکوارک $u\bar{s}$ ساخته شده است. غالب مد واپاشی، 63.5 درصد مواقع، تبدیل به لپتون های $\mu^+ + \bar{\nu}_\mu$ و کمتر از 21.2 درصد مواقع، تبدیل به جفت پیون های $\pi^+ + \pi^0$ می شود. در هر دو مورد تعداد کل کوارک ها پایسته است با این وجود، هیچ کوارک شگفتی بین تولیدات نهایی واپاشی وجود ندارد. یک راه برای حذف \bar{s} بدون تغییر تعداد خالص کوارک ها، شامل اجازه واپاشی به \bar{u} می باشد که سپس در k^+ با کوارک u نابود می شود و یا این که، \bar{s} با واپاشی β به \bar{d} عوض می شود و قسمتی از پیون ها را در محصولات نهایی تشکیل دهد.

۲-۲-۱- شگفتی، چارم و زیبایی

در بین باریون ها λ ذره ای با ساختار کوارکی uds و جرم $1116 \frac{Mev}{c^2}$ می باشد که در واکنشی

مانند

$$\pi^- + p \rightarrow \lambda + k^0 \quad (۶۵-۲)$$

تولید می شود که مزون k^0 با ساختار کوارکی $d\bar{s}$ همتای ایزواسپینی k^+ می باشد. در سمت چپ واکنش فوق، کوارک شگفت وجود ندارد و π^-, p صرفاً از کوارک های u, d ساخته شده اند و در طرف راست تولیداتی از یک کوارک s در ذره λ همراه با یک \bar{s} در مزون k^0 دیده می شود. بر حسب هادرون های ملاحظه شده درمی یابیم که تولید λ و دیگر هادرون های شامل کوارک s همیشه توأم با هادرون شامل \bar{s} می باشد. این نوع ارتباط می تواند بوسیله انتصاب عدد کوانتومی شگفتی، برای شمارش تعداد کوارک های s توجیه شود. در فرآیندهای واکنش قوی شگفتی کمیته پایسته است که دلالت بر این نکته دارد که تعداد کوارک های s, \bar{s} تولید شده باید یکسان باشد. بدلائل تاریخی برای کوارک s شگفتی $s = -1$ و برای \bar{s} شگفتی $s = +1$ و برای دیگر کوارک ها $s = 0$ منصوب می شود. مانند عدد کوانتومی شگفتی، می توان عدد کوانتومی چارم، را برای توجیه تعداد کوارک های C با $C = 1$ برای کوارک C و $C = -1$ برای کوارک \bar{C} و $C = 0$ برای دیگر کوارک ها انتصاب کرد. به منظور توجیه تعداد کوارک های b عدد کوانتومی زیبایی، مورد استفاده قرار می گیرد که برای کوارک b ، $B = -1$ و برای کوارک \bar{b} ، $B = +1$ و برای دیگر کوارک ها $B = 0$ می باشد بنابراین، بعنوان مثال، هادرونی با n کوارک c دارای $C = n$ و با m کوارک b دارای $B = -m$ می باشد [۹].

فصل ۳:

استاتیک مدل کوآرکی هادرون ها و برهم کنش

الکترومغناطیسی آنها

✓ مقدمه

✓ مزون ها

✓ باریون ها

✓ برهم کنش هادرون ها

مقدمه

در اصل مدل کوارکی هادرون ها باید شامل هر شش طعم متفاوت کوارک ها باشد. در این صورت ممکن است تصویر پیچیده ای از تعداد زیادی از هادرون هایی که می توانند بوسیله این شش نوع کوارک و پادکووارک آنها ساخته می شوند داشته باشیم خوشبختانه کوارک های c, b نسبت به کوارک های u, d, s سنگین می باشند و عمدتاً در هادرون های سنگین اهمیت دارند در واقع بدلیل این که انرژی زیادی برای تولید آنها لازم است باریون هایی با یک یا تعداد زیادی از کوارک های b, c بندرت به صورت آزمایشگاهی دیده می شوند. به همین ترتیب تا حالا هیچ هادرونی که شامل کوارک t باشد گزارش نشده است. برای اغلب هادرون های شناخته شده به ویژه آنهایی که در فیزیک هسته ای مورد مطالعه قرار می گیرند تنها کوارک های سبک u, d, s و پادکووارک آنها بکار می روند برای فهم هادرون های با انرژی پایین^۱ کاملاً مناسب است مدل را شامل این سه کوارک سبک و پاد آنها در نظر بگیریم.

^۱ Low-lying

۳-۱- مزون ها

در مدل کوارکی مزون ها می توانند به هر تعداد از جفت های کوارک - پادکوارک ساخته شوند تابع موج حالت مقید مربوط به $q\bar{q}$ بلافاصله با جایگزینی $n \rightarrow d, p \rightarrow u$ از روابط (۲-۴۳) بدین صورت به دست می آید:

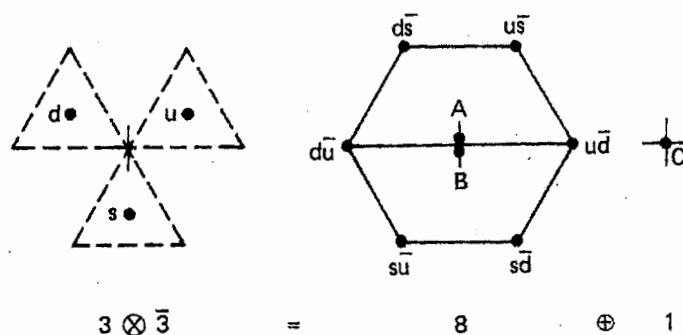
$$\begin{aligned} |i=1, i_0=1\rangle &= -u\bar{d} \\ |i=1, i_0=0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \\ |i=1, i_0=-1\rangle &= d\bar{u} \end{aligned} \quad (۱-۳)$$

که نشانگر حالت سه تایی بوده و

$$|i=0, i_0=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \quad (۲-۳)$$

نمایشی از حالت تکتایی است.

در مورد سه طعم $q = u, d, s$ نه ترکیب ممکنه $q\bar{q}$ وجود دارد ساختار منتهی حاصل در شکل (۱-۳) دیده می شود که از برهم کنش مرکز گرانش چندتاییه پادکوارکی روی هر راس چندتاییه کوارکی حاصل می شود. چون i_0 و Y متناظر با کمیت هایی در نظریه گروه هستند که وزن نامیده می شوند این نمودارها را نمودارهای وزنی گوئیم.



شکل (۱-۳) - نمودارهای وزنی

کوارک و پادکوارک در مزون با رعایت اندازه حرکت مداری زاویه ای l با همدیگر حرکت می کنند. اندازه حرکت زاویه ای کل سیستم $J = l + s$ می باشد که $s = s_q + s_{\bar{q}}$ مجموع اسپین ذاتی کوارک و پادکوارک می باشد. از آنجایی که $s_q = s_{\bar{q}} = \frac{1}{2}$ مقادیر ممکن s برای سیستم $q\bar{q}$ ، صفر (حالت یکتایی با اسپین های پادموازی برای کوارک ها) و یک (حالت سه تایی و اسپین های موازی برای کوارک ها) می تواند باشد. اسپین مزون، J ، با شرط زیر محدود می شود:

$$|l - s| < J < |l + s| \quad (3-3)$$

پاریته مزون با عدد کوانتومی تکانه زاویه ای مداری l عبارت است از :

$$P = -(-1)^l \quad (4-3)$$

علامت منفی به خاطر آن است که q, \bar{q} پاریته ذاتی مخالف دارند، $(-1)^l$ ناشی از جایگزینی معکوس فضایی است یعنی اگر در قسمت زاویه ای، $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ تابع موج $q\bar{q}$ معکوس فضایی $\theta \rightarrow \pi - \theta, \varphi \rightarrow \varphi + \pi$ تبدیل شود در پاریته تغییری به اندازه $(-1)^l$ خواهیم داشت. یک سیستم خنثی $q\bar{q}$ که به لحاظ اسپینی می تواند در حالت تکتاییه، $s = 0$ ، یا سه تاییه، $s = 1$ ، قرار گیرد حالت ویژه اپراتور c است. c همان اپراتور همیوگ ذرات و پادذرات است که به آن c -پاریتی هم گویند. مقدار c را می توان با تبدیل $q \rightarrow \bar{q}$ و برعکس $\bar{q} \rightarrow q$ و آنگاه جابجا کردن مکان ها و اسپین آن ها به دست آورد، این عمل ترکیبی نتیجه زیر را به دست می دهد:

$$c = -(-1)^{s+l} (-1)^l = (-1)^{l+s} \quad (5-3)$$

علامت منفی به خاطر جابجا کردن فرمیون است. $(-1)^{s+l}$ به علت تقارن حالت های اسپین $q\bar{q}$ بوده و $(-1)^l$ مثل مورد پاریتی است [۱۱]. در اینجا s اسپین ذاتی کل زوج $q\bar{q}$ می باشد که اگر

$s = l$ باشد در این صورت $(-1)^{s+l}$ معرف این نکته است که حالت عوض نمی شود. c -پاریته تنها برای حالت های $q\bar{q}$ که از کوارک و پادکوارک خودشان تشکیل شده است تعریف می شود. این عملگر بصورت G -پاریته عمومیت می یابد که برای مزون های تشکیل شده از کوارک و پاد کوارک خودشان ($t_z = 0$) و حالت های باردار $u\bar{d}$ و $d\bar{u}$ با $t = 1$ به کار می رود.

$$G = (-1)^{l+s+t} \quad (۶-۳)$$

مزون ها در چندتایه های J^{PC} طبقه بندی می شوند حالت های $l=0$ بصورت 0^{-+} و 1^{--} به ترتیب معرف مزون های شبه اسکالر و برداری و نیز برای مزون های با حالت $l=1$ ، 0^{++} معرف مزون های اسکالر و 1^{+-} و 1^{++} ، مزون های بردار محوری و 2^{++} نشان دهنده مزون های تانسوری می باشد. این مطالب را در جدول (۱-۳) آورده ایم.

جدول (۱-۳)- اعداد کوانتومی مشاهده شده برای مزونهای متشکل از کوارکهای u ، d و s

$\bar{q}q$ Orbital Ang. Mom.	$\bar{q}q$ Spin	J^{PC}	Observed Nonet			Typical Mass (MeV)
			$I=1$	$I=1/2$	$I=0$	
L=0	S=0	0^{-+}	π	K	η, η'	500
	S=1	1^{--}	ρ	K^*	ω, ϕ	800
L=1	S=0	1^{+-}	B	Q_2	H, ?	1250
		2^{++}	A_2	K^*	f, f'	1400
	S=1	1^{++}	A_1	Q_1	D, ?	1300
		0^{++}	δ	κ	ε, S^*	1150

حالت های مزونی در سری اسپین - پاریته خنثی، $p = (-1)^J$ بنا به مطالب بالا باید دارای $s = 1$ باشند از این رو $cp = 1$ بوده و حالت های مزونی با اسپین - پاریته خنثی و $cp = -1$ ، مثلاً $0^{++}, 1^{+-}, 2^{+-}, 3^{+-}, \dots$ در مدل کوارکی $q\bar{q}$ قدغن هستند. نیز حالت 0^{--} هم قدغن است. مزون هایی با اعداد کوانتومی exotic می توانند وجود داشته باشند اما در خارج از مدل کوارکی قرار می گیرند.

۳-۱-۱- مزون های شبه اسکالر

سبکترین مزون ها پیون ها هستند برای پیون $J = 0$ می باشد چرا که s, l برای آن مساوی صفر می باشد، به همین جهت آنها جزء ذرات اسکالر طبقه بندی می شوند قسمت فضایی آنها تحت چرخش ناوردا می باشد ولی تابع موج آنها تحت پاریته تغییر علامت می دهد همانطور که در بالا گفته شد کوارک ها دارای پاریته ذاتی $+1$ و پادکوارک ها دارای پاریته ذاتی -1 می باشند و از آنجا که پاریته یک عملگر حاصل ضربی است نتیجه نهایی پاریته منفی می باشد. در نتیجه تابع موج پیون شبیه کمیت های شبه اسکالر است که برای آنها علامت تابع موج تحت پاریته متغیر و تحت چرخش ناوردا می ماند. با دو کوارک u و d و پادکوارک متناظر آنها $2 \times 2 = 4$ مزون شبه اسکالر خواهیم داشت که عبارتند از: سه پیون و یک مزون η . اگر کوارک s و پادکوارک آنرا هم وارد کنیم 9 حالت مزونی خواهیم داشت این 9 مزون به دو گروه تقسیم شده، 8 تا از آنها تشکیل یک هشت تایی می دهند که می توانند در فضای طعم به همدیگر تبدیل شوند بدین معنی که وقتی جای کوارک ها را با هم عوض کنیم تابع موج آنها نیز به همدیگر تبدیل می شود که نمایشی از یک گروه $SU(3)$ می باشد. مزون باقی مانده η_0 تحت هر جابجایی کوارکی ناوردا می باشد و نمایش یکتایی از $SU(3)$ را بدست می دهد و در کل بصورت $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$ نموده می شوند.

S					
+1		K^0 ($d\bar{s}$)		K^+ ($u\bar{s}$)	
0	π^- ($d\bar{u}$)		π^0, η_8 ($u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$)		π^+ ($u\bar{d}$)
-1		K^- ($s\bar{u}$)		\bar{K}^0 ($s\bar{d}$)	
	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	+1 t_0

شکل (۳-۲) - مزون های شبه اسکالر

باید خاطر نشان کرد که مثلاً کوارک c بعنوان چهارمین کوارک با توسعه $SU(3)$ به $SU(4)$ می تواند وارد شود در این صورت 16 مزون حاصله را می توان در یک پانزده تاییه و یک تکتایه طبقه بندی کرد که به صورت $4 \otimes \bar{4} = 15 \oplus 1$ نموده می شود.

تابع موج کائون ها درست مانند تابع موج پیون ها که قبلاً بدست آوردیم قابل دسترسی است. با توجه به شگفتی و ایزواسپین کائون های موجود، کوارک s و یا پادکوارک آن \bar{s} جایگزین کوارک های u, d, \bar{u}, \bar{d} می شوند این انتخاب با توجه به بار الکتریکی کائون ها صورت می گیرد.

اما تابع موج برای مزون های ایزواسکالر η_8, η_0 از تقارن آنها استنتاج می گردد. η_0 تحت جابجایی طعم های کوارکی ناورداست بنابراین تابع موج آن باید بصورت ترکیب خطی از جفت های $s\bar{s}, d\bar{d}, s\bar{s}$ بنا شود:

$$|\eta_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle) \quad (7-3)$$

که $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ضریب نرمالیزاسیون می باشد در این جا η_0 توسعه ای از مزون η_0 می باشد که قبلاً بوسیله کوارک و پادکوارک های u, d بنا شده بود که در (۲-۶۳) آمده است. تابع موج η_8 از این واقعیت بدست می آید که باید بر $|\pi^0\rangle$ و $|\eta_0\rangle$ عمود بوده و نیز ایزواسکالر باشد پس:

$$|\eta_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle) \quad (8-3)$$

۳-۱-۲- مزون های برداری

ممکن است برای یک مزون اسپین کل s برابر l باشد در این صورت با $l=0$ اندازه حرکت زاویه ای کل برای پیون های تولید شده $J=1$ می باشد ولی با این وجود باز هم پاریده منفی می ماند. در این جا نیز با 9 مزون برداری سروکار داریم که تابع موج آنها تحت انتقال قسمت فضایی مختصات سیستم، مثل یک بردار معمولی عمل می کند. ساختار مزون های برداری خیلی شبیه مزون های شبه اسکالر است. در این جا نیز سه تاییه ایزواسپینی مزون ρ را داریم و به جای مزون های شبه برداری شگفت K^0, K^+, K^-, \bar{K}^0 با مزون های برداری شگفت $K^{*0}, K^{*+}, K^{*-}, \bar{K}^{*0}$ روبرو می شویم و دو مزون ایزواسکالر ما ϕ_8, ϕ_0 می باشند. مزون های برداری از مزون های شبه اسکالر همتای خود سنگین تر هستند تنها تفاوت آنها در اسپین ذاتی آنها است اختلاف زیاد در جرم آنها ممکن است بدلیل اختلاف در برهم کنش های کوارکی در دو حالت $s=1$ و $s=0$ باشد.

S					
+1	K^{*0} ($d\bar{s}$)	K^{*+} ($u\bar{s}$)			
0	ρ^- ($d\bar{u}$)	ρ^0 ($u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$)	ρ^+ ($u\bar{d}$)		
-1	K^{*-} ($s\bar{u}$)	\bar{K}^{*0} ($s\bar{d}$)			
	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	+1 t_0

شکل (۳-۳) - مزون های برداری

۳-۲- باریون ها

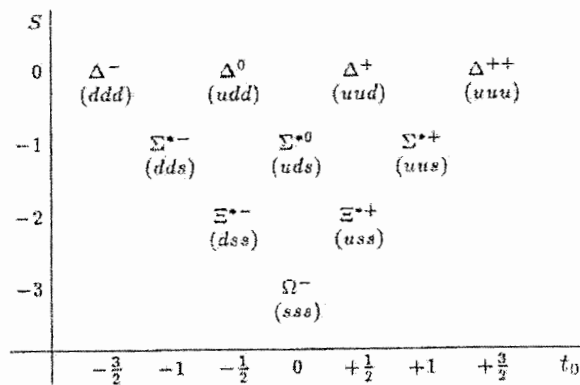
با سه طعم کوارکی می توان 27 باریون ساخت که می توانند طبق گروه تقارن $SU(3)$ به چهار گروه طبقه بندی شوند که هر یک دارای 1,8,8,10 عضو می باشند به عبارتی :

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \quad (۳-۹)$$

که گروه 10 باریونی کاملاً متقارن و گروه تک باریونی کاملاً پاد متقارن است (تحت انتقال در فضای طعم) دو گروه دیگر با عضوهای 8 باریونی نه کاملاً متقارن و نه کاملاً پادمتقارن هستند. در این جا از خواص گروه تقارنی $SU(3)$ برای ایجاد تابع موج باریون ها بهره می جوئیم. برای یافتن تابع موج باریونها کوارک ها را بعنوان ذرات مشابه در نظر می گیریم که تنها بوسیله طعم و رنگشان از هم قابل تشخیص هستند چون هادرون ها ذرات بی رنگ هستند تابع موج کوارک آنها باید بر حسب رنگ پادمتقارن باشد این بدین معنی است که بقیه تابع موج کوارک که حاصل ضربی از طعم و اسپین و قسمت فضایی است باید تحت تعویض دو تا از کوارک ها متقارن بماند.

۳-۲-۱- ده تایه باریونی

ابتدا ده تایه باریونی را در نظر می گیریم که با محتوای کوارکی در شکل (۳-۴) لیست شده است. باریون های این مجموعه دارای اسپین $\frac{3}{2}$ و پاریته مثبت می باشند. از آنجایی که 10 ذره وجود دارد، این آرایه را ده تایه $\frac{3}{2}^+$ می نامند. قبلاً با ذره Δ^{++} در معرفی درجه آزادی رنگ آشنا شدیم که دارای $S = \frac{3}{2}, t = \frac{3}{2}$ بود به همین دلیل قسمت اسپینی و ایزواسپینی تابع موج متقارن می شد علاوه بر این برای تقارن حاصل ضرب اسپین و ایزواسپین و قسمت فضایی تابع موج، قسمت فضایی سه کوارک u نیز باید متقارن باشد.



شکل (۳-۴) - ده تایه باریونی

تابع موج کوارکی ذره Δ^{++} شناخته شده است. تابع موج سه عضو دیگر این چهار تایی، Δ^+ ، Δ^0 ، Δ^- بوسیله اعمال عملگر پایین برنده τ_- روی $|\Delta^{++}\rangle$ قابل حصول است با اعمال عملگر τ_- یکی از کوارک های u تبدیل به d می شود این روش، ساختار درستی از چهار عضو مجموعه Δ بدست می دهد.

وقتی که دو ذره مشابه تحت جابجایشان در حالت متقارن می باشند تابع موج آنها وقتی که برچسب آنها عوض می شود بدون تغییر باقی می ماند به عنوان مثال:

$$\psi_s(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\xi(1)\zeta(2) + \zeta(1)\xi(2)) \quad (10-3)$$

که $\frac{1}{\sqrt{2}}$ به عنوان ضریب نرمالیزاسیون بوده و ξ و ζ تابع موج تک ذرات متفاوت است. عملگر

P_{12} که جای ذرات 1 و 2 را عوض می کند را تعریف می کنیم در این صورت خواهیم داشت:

$$P_{12}\psi_s(1,2) = \psi_s(1,2) = \psi_s(1,2) \quad (11-3)$$

تساوی آخر از این فرض بدست می آید که تحت جابجایی ذرات به همدیگر حالت های تک ذره ای توسط ذرات اشغال می شود. به روش مشابه می توان حالت پادتقارنی را برای دو ذره بصورت زیر تعریف کرد :

$$\psi_A(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi(1)\zeta(2) - \zeta(1)\xi(2)) \quad (12-3)$$

و در این حالت:

$$P_{12}\psi_A(1,2) = \psi_A(1,2) = -\psi_A(1,2) \quad (13-3)$$

برای $\xi = \zeta$ تابع موج متقارن به $\xi(1)\xi(2)$ تبدیل می شود و تابع موج پادمقارن برای ارضای اصل طرد پائولی صفر می شود. تابع موج ذره Δ^{++} دارای سه طعم یکسان u است از اینرو بنا به تقارن در فضای طعم خواهیم داشت :

$$|\Delta^{++}\rangle = |u(1)\rangle|u(2)\rangle|u(3)\rangle \quad (14-3)$$

حال با اعمال τ_- روی $|\Delta^{++}\rangle$ برای تشکیل $|\Delta^+\rangle$ ، هر یک از کوارک های u به d تغییر می کنند. در این جا هیچ تمایزی بین انتخاب های کوارکی وجود ندارد تابع موج Δ^+ باید ترکیب خطی از هر سه این احتمالات باشد پس می توان نوشت :

$$|\Delta^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|d(1)\rangle|u(2)\rangle|u(3)\rangle + |u(1)\rangle|d(2)\rangle|u(3)\rangle + |u(1)\rangle|u(2)\rangle|d(3)\rangle) \quad (15-3)$$

جهت ساده سازی رابطه فوق را می توان به صورت کوتاه تر زیر نوشت :

$$|\Delta^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|duu\rangle + |udu\rangle + |uud\rangle) \quad (16-3)$$

رابطه فوق بر این نکته دلالت می کند که در هر جمله اولین نماد برای کوارک شماره 1 و دومین نماد برای کوارک شماره 2 و سومین نماد برای کوارک سوم می باشد. بنا به روش فوق تابع موج ذرات Δ^0 و Δ^- را می توان به صورت زیر به دست آورد :

$$|\Delta^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|ddu\rangle + |dud\rangle + |udd\rangle) \quad (17-3)$$

$$|\Delta^-\rangle = |ddd\rangle \quad (18-3)$$

که با یکبار اعمال τ_- روی تابع موج Δ^+ تابع موج Δ^0 و با اعمال دوباره τ_- مقدار $|\Delta^-\rangle$ به دست می آید. یا با توجه به این که برای Δ^- مقدار $t_0 = -\frac{3}{2}$ می باشد با روشی که برای Δ^{++} بحث شد می توان تنها احتمال ساختار کوارکی را برای Δ^- به دست آورد و بعد با اعمال τ_+ روی آن به تابع موج Δ^0 رسید.

برای تعیین تابع موج باریون های شگفت با $s = -1$ از $|\Sigma^{*+}\rangle$ شروع می کنیم این ذره یکی از اعضای سه گانه ایزواسپینی با $t_0 = 1$ می باشد بعنوان نقطه شروع، یک کوارک s را جایگزین یکی از کوارک های u تابع موج Δ^{++} می کنیم در این صورت شگفتی سیستم پایین می آید. این شبیه تعیین تابع موج Δ^+ از تابع موج Δ^{++} بوسیله جانشانی کوارک u با کوارک d می باشد. بعد از نرمالیزاسیون بنا به تقارن خواهیم داشت:

$$|\Sigma^{*+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|suu\rangle + |usu\rangle + |uus\rangle) \quad (19-3)$$

بعد با اعمال عملگر τ_- روی $|\Sigma^{*+}\rangle$ و تعیین $|\Sigma^{*0}\rangle$ و از آنرو $|\Sigma^{*-}\rangle$ تابع موج دو عضو دیگر سه گانه ایزواسپینی بدست می آید. چون کوارک s یک ذره با ایزواسپین 0 است با اعمال τ_{\pm}

نابود می شود چرا که تنها اثر عملگر پایین آورنده تبدیل کوارک u به d می باشد. پس خواهیم داشت :

$$|\Sigma^{*0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(|dus\rangle + |uds\rangle + |dsu\rangle + |usd\rangle + |sdu\rangle + |sud\rangle) \quad (20-3)$$

$$|\Sigma^{*-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|dds\rangle + |dsd\rangle + |sdd\rangle) \quad (21-3)$$

برای یافتن تابع موج عضوهای مجموعه $s = -2$ با توجه به این که تنها یکی از سه کوارک ها حامل ایزواسپین غیر صفر هستند می توان نوشت:

$$|\Xi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|uss\rangle + |sus\rangle + |ssu\rangle) \quad (22-3)$$

$$|\Xi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|dss\rangle + |sds\rangle + |ssd\rangle)$$

برای $s = -3$ تنها یک احتمال وجود دارد:

$$|\Omega^-\rangle = |sss\rangle \quad (23-3)$$

هر چند این ذره یک ذره ایزواسکالر است یعنی $t_0 = 0$ دارد ولی یک ذره باردار است چرا که دارای $A = 1, s = -3$ بوده پس $Q = -1$ خواهد داشت که در توافق با این قضیه است که کوارک های s حامل بار $-\frac{1}{3}e$ می باشند.

۳-۲-۲- تک تایه باریونی

تکتایه باریونی یک حالت کاملا پادمتقارن در فضای طعم است بنابراین محتوای کوارکی آن باید uds باشد یعنی از هر طعم باید یک مورد وجود داشته باشد پس $3 \times 2 \times 1 = 6$ انتخاب ممکن وجود خواهد داشت. بویژه این که ترکیب خطی باید تحت جابجایی هر یک از دو کوارک

برای ارضای نیاز حالت یکتایی باید پادمتقارن باشد با شروع از هر یک از این شش جمله می توان به ترکیب خطی صحیح دست یافت. مثلاً $u(1)d(2)s(3)$.

برای این منظور با استفاده از همه امکان های وابسته خطی ناشی از جایگشت بین اندیس های $3,2,1$ جملاتی را ایجاد می کنیم. برای سه تبدیل P_{31}, P_{23}, P_{12} که آرایه هایی از usd, dus و sdu را تولید می کند، باید به منظور حفظ تقارن، علامت آنها را منفی بگیریم. به روش مشابه با دو تبدیل همزمان $P_{12}P_{23}$ و $P_{31}P_{23}$ آرایه های dsu و sud ایجاد می شوند، علامت باید مثبت باشد بعد از نرمالیزاسیون تابع موج خواهیم داشت :

$$|A_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (|uds\rangle + |dsu\rangle + |sud\rangle - |dus\rangle - |usd\rangle - |sdu\rangle) \quad (24-3)$$

این حالت، یگانه راه تشکیل ترکیب خطی پادمتقارن است. $|A_1\rangle$ خود نمایش یک گروه $SU(3)$ می باشد، حال تقارن قسمت ایزواسپینی تابع موج را بررسی می کنیم از آنجایی که کوآرک s یک کمیت ایزواسکالر است ایزواسپین تابع موج بوسیله کوآرک های u, d تعیین می شود برای نشان دادن این موضوع تابع موج را بصورت زیر دوباره نویسی می کنیم :

$$|A_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \{ (|u(1)\rangle|d(2)\rangle - |d(1)\rangle|u(2)\rangle)|s(3)\rangle + (|u(2)\rangle|d(3)\rangle - |d(2)\rangle|u(3)\rangle)|s(1)\rangle + (|u(3)\rangle|d(1)\rangle - |d(3)\rangle|u(1)\rangle)|s(2)\rangle \} \quad (25-3)$$

این یک ترکیب خطی با $t=0$ می باشد از اینرو در تابع موج قسمت ایزواسپینی پادمتقارن است بنابراین نمایش یکتایه $SU(3)$ ، یک ذره ایزواسکالر را تشریح می کند. ایزواسپین بوسیله تقارن طعمی تابع موج تعیین شده و درجه آزادی مستقل از تابع موج نیست. تقارن $SU(3)$ یک تقارن واقعی نیست ذره ایزواسکالر A با شگفتی $s=-1$ و $J^\pi = \frac{1}{2}^+$ مشاهده شده مخلوطی از

$J^\pi = \frac{1}{2}^+$ می باشد که بعداً خواهیم دید عضوی از مجموعه باریون های هشت تایی با $|A_8\rangle, |A_7\rangle$

می باشند که شبیه حالت مزون های برداری و شبه اسکالر است.

۳-۲-۳- باریون های هشت تایی

شانزده عضو باقی مانده از 27 احتمال باریونی که می توانند بوسیله کوارک های u, d, s بنا شوند با تقارن طعمی مخلوط شده اند، آنها به دو دسته هشت تایی که بوسیله تقارن شان تحت تعویض طعم و اسپین قابل تشخیص هستند طبقه بندی می شوند. اغلب به هشت تایی با انرژی کمتر که شامل پروتون و نوترون می شود علاقمند هستیم. تابع موج هر یک از اعضای این گروه تحت تعویض ترکیب طعم و اسپین ذاتی پادمتقارن است.

بعنوان مثال تابع موج پروتون را بنا می کنیم، اسپین ذاتی و پاریته پروتون $\frac{1}{2}^+$ می باشد با توجه

به این که اسپین کوارک ها $\frac{1}{2}$ می باشد چندین راه برای رسیدن به پروتون وجود دارد فرض

می کنیم که دو کوارک اول اسپین صفر را تشکیل داده و با کوارک سوم با اسپین بالا جفت شوند

در این صورت سیستم بصورت $(s, s_0) = \left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right)$ خواهد بود :

$$\left|\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ |q(1)\uparrow\rangle |q(2)\downarrow\rangle - |q(1)\downarrow\rangle |q(2)\uparrow\rangle \right\} |q(3)\uparrow\rangle \quad (۲۶-۳)$$

که علائم \uparrow و \downarrow به ترتیب معرف اسپین بالا و پایین بودن کوارک ها می باشد. وابستگی طعمی

هر یک از کوارک ها بعداً می تواند ساخته شود.

روش دیگر ساختن سیستمی با $(s, s_0) = \left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right)$ جفت شدن دو کووارک اول با اسپین 1 می باشد این انتخاب به دلیل این که سیستم نهایی مخلوطی از اسپین کلی $\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2}$ است پیچیده شده است.

برای طراحی قسمت $s = \frac{1}{2}$ ترکیب خطی شامل $\left\{ (q_1 q_2)_{1,0} (q_3)_{\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}} \right\}$ و $\left\{ (q_1 q_2)_{1,1} (q_3)_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \right\}$ را باید داشته باشیم که اندیس های اول به s و اندیس های دوم به s_0 دلالت می کنند. تقارن آمیخته قسمت اسپینی و طعمی تابع موج ممکن است بعد از انتصاب طعم هر یک از کووارک های درگیر تعیین شود بنا به شرایط برای پروتون، هر جمله باید شامل دو کووارک u و یک کووارک d باشد. اگر دو کووارک اول را با طعم های مختلف نشان دهیم رابطه (۳-۲۶) بدین صورت خواهد بود:

$$\left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ |u(1)\uparrow\rangle |d(2)\downarrow\rangle - |u(1)\downarrow\rangle |d(2)\uparrow\rangle \right\} |u(3)\uparrow\rangle \quad (۳-۲۷)$$

ترکیب اسپین و طعم در رابطه فوق در دو مرحله متقارن می شود ابتدا فقط روی دو کووارک اول فرآیندی انجام می دهیم و به دست می آوریم:

$$\left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{2} \left\{ |u(1)\uparrow\rangle |d(2)\downarrow\rangle - |u(1)\downarrow\rangle |d(2)\uparrow\rangle + |d(1)\downarrow\rangle |u(2)\uparrow\rangle - |d(1)\uparrow\rangle |u(2)\downarrow\rangle \right\} |u(3)\uparrow\rangle \quad (۳-۲۸)$$

حال با اعمال عملگر جایگشت P_{31} و P_{32} روی عبارت فوق دیگر جملات را ایجاد می کنیم این کار 12 جمله تولید خواهد کرد که با دسته بندی جملات یکسان با همدیگر، به تابع موج پروتون با جهت گیری های اسپینی همه کووارک ها دست خواهیم یافت.

$$|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \{ 2(|u \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle + |u \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle + |d \downarrow u \uparrow u \uparrow\rangle) - (|u \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle + |u \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle + |d \uparrow u \uparrow u \downarrow\rangle + |u \downarrow u \uparrow d \uparrow\rangle + |u \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle + |d \uparrow u \downarrow u \uparrow\rangle) \} \quad (29-3)$$

برای ساده سازی نمادگذاری، برچسب شماره کوارک را کنار گذاشته و به مرتبه هر کوارک که در جایش ظاهر می شود استناد می کنیم. این واقعیت که تابع موج تحت جابجایی همزمان طعم و اسپین بین دو کوارک پادمتقارن است با یک بررسی ثابت می شود. تابع موج نوترون، همانند پروتون نوشته می شود با این تفاوت که به جای کوارک u ، کوارک d را جانشین می کنیم و برعکس. به همین ترتیب، تابع موج اعضای شگفت با $s < 0$ از هشت تایی را می توانیم از پروتون، به همان روشی که برای اعضای ده تایی از Δ^{++} شروع کردیم، تعیین کنیم.

۳-۲-۴- ممان دو قطبی مغناطیسی هشت تایی

در مباحث گذشته تابع موج هادرون ها تنها بر پایه ملاحظات تقارنی بدست آمد از این رو آنها ویژه توابع هامیلتونی های شامل واکنش های بین کوارک ها نیستند، بنابراین انتظار نمی رود آنها با دقت بسیار بالا خواص دینامیکی هادرون ها را شرح دهند. ولی محاسبه کمیت های ساده می تواند انجام گیرد و نتایج نشان می دهد توابع موج به عنوان تقریب مرتبه صفرم صحیح می باشند. ممان دو قطبی مغناطیسی یکی از چندین کمیتی است که مورد استفاده قرار می گیرد. در این جا ممان دو قطبی مغناطیسی را برای هشت تایی های باریونی مورد بررسی قرار می دهیم. ممان دو قطبی باریون ناشی از دو عامل ممان دو قطبی ذاتی کوارک های تشکیل دهنده و حرکت مداری کوارک ها است. اعضای هشت تایی باریونی، $J^{\pi} = \frac{1}{2}^{+}$ دارند در مدل ساده ای که برای بحث ما مورد قبول است قسمت فضایی تابع موج سه کوارک در حالت $\ell = 0$ نسبت به حرکت کوارک ها

بین همدیگر متقارن است یعنی حرکت مداری کوآرک ها سهم در ممان دو قطبی مغناطیسی نخواهد داشت.

۳-۲-۵- ممان دو قطبی مغناطیسی کوآرک ها

سهم ممان دو قطبی مغناطیسی هادرون ها از اسپین ذاتی کوآرک ها از این واقعیت ناشی می شود که وابسته به اسپین ذاتی هر ذره دو قطبی مغناطیسی ذاتی وجود دارد که بوسیله رابطه زیر تعریف می شود:

$$\hat{\mu} = g\hat{s}\mu_D \quad (30-3)$$

که \hat{s} عملگر اسپین ذاتی است. ممان دو قطبی بر حسب واحد های μ_D اندازه گیری می شود که اگر q بار کوآرک و m_q جرم آن باشد در سیستم آحاد SI ، μ_D عبارت است از:

$$\mu_D = \frac{q\hbar}{2m_q} \quad (31-3)$$

g همان نسبت ژیرومغناطیسی می باشد که نسبت بین ممان دو قطبی مغناطیسی و اسپین ذرات است. برای ذرات دیراک (ذرات بدون ساختار داخلی) با اسپین ذاتی $\frac{1}{2}$ مقدار $g = 2$ می باشد در عمل هیچ ذره دیراک خالصی مشاهده نشده است مثلاً حتی الکترون ها و میون ها، فوتون های مجازی منتشر یا جذب می کنند. این فرآیندهای مجازی باعث ممان دو قطبی مغناطیسی غیرعادی شده از جمله برای الکترون $g = 2 \times 1.001159652193$ و برای میون $g = 2 \times 1.001165923$ به دست می آید. چون کوآرک یک ذره بنیادی است می تواند بعنوان ذره دیراک در نظر گرفته شود. رابطه بین اسپین و ممان مغناطیسی ذاتی بوسیله رابطه (۳-۳۰) با $g = 2$ داده می شود چون جرم کوآرک را نمی دانیم استنتاج مقدار μ از هر راه ساده ای امکان پذیر نیست. اگر فرض کنیم

جرم کوارک های u و d مساوی باشند رابطه بین ممان دوقطبی مغناطیسی آنها از نسبت بار آنها حاصل خواهد شد که نتیجه زیر را خواهیم داشت:

$$\mu_u = -2\mu_d \quad (33-3)$$

بعداً خواهیم دید که رابطه فوق برای رسیدن به نظریه ای که مقادیر ممان دوقطبی مغناطیسی ذاتی کوارک های u و d را بدست بدهد مفید می باشد.

۳-۲-۶- نوکلئون ها

ممان دو قطبی مغناطیسی باریون ها علاوه بر بستگی به ممان ذاتی کوارک، به جهت گیری اسپین هر یک از کوارک ها نیز وابسته است چون حرکت مداری کوارک در این جا وارد نمی شود ممان دو قطبی مغناطیسی، به تعداد کوارک های واقع در هر طعم و در هر یک از دو جهت ممکن اسپینی وابسته خواهد بود [۹]. برای پروتون، تعداد کوارک های $u \uparrow, u \downarrow, d \uparrow$ و $d \downarrow$ که در تابع موج بکار می روند قابل شمارش است. این ممکن است بوسیله محاسبه مقدار مورد انتظار اپراتور عددی هر نوع از کوارک که جهت گیری اسپین را می دهد صورت گیرد نتیجه یکی از چهار سهم ممکن طعم یا جهت گیری اسپینی می باشد: $\frac{5}{3}$ برای تعداد کوارک های u با اسپین بالا و $\frac{1}{3}$ برای کوارک های u با اسپین پایین و $\frac{1}{3}$ تعداد کوارکهای d با اسپین بالا و $\frac{2}{3}$ تعداد کوارک های d با اسپین پایین.

سهم خالص کوارک های u برای ممان دوقطبی مغناطیسی پروتون $\frac{4}{3} = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}$ و برای کوارک های d ، $\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$ است. در این مدل نتیجه نهایی عبارت است از:

$$\mu_p = \frac{4}{3}\mu_u - \frac{1}{3}\mu_d \quad (34-3)$$

رابطه فوق ممان دو قطبی مغناطیسی پروتون بر حسب جملاتی از کوارک های u و d می باشد. برای نوترون می توان نقش کوارک های u و d را در رابطه فوق با هم عوض کرد در این صورت رابطه زیر حاصل می شود:

$$\mu_n = \frac{4}{3}\mu_d - \frac{1}{3}\mu_u \quad (36-3)$$

اگر فرض کنیم جرم کوارک های u و d با هم برابرند از روابط (33-3) می توان نسبت ممان دوقطبی مغناطیسی بین نوترون و پروتون را به دست آورد:

$$\frac{\mu_n}{\mu_p} = \frac{\frac{4}{3}\mu_d - \frac{1}{3}\mu_u}{\frac{4}{3}\mu_u - \frac{1}{3}\mu_d} = \frac{-2\mu_d}{3\mu_d} = -\frac{2}{3} \quad (37-3)$$

و این در توافق خوبی با مقدار مشاهده شده $-0.685 = \frac{-1.913}{2.793}$ می باشد.

3-2-7- باریون های با شگفتی $S < 0$

شش عضو دیگر هشت تایی، هر یک دارای یک کوارک s می باشند بهمین دلیل تنها به ممان دوقطبی مغناطیسی ذاتی کوارک s و سهم آن در ممان دوقطبی مغناطیسی این باریون ها نیاز داریم. از آنجایی که کوارک s نسبت به u و d دارای جرم بیشتری است براحتی نمی توان از روشی که برای بدست آوردن رابطه بین μ_u و μ_d برای کوارک های u و d انجام گرفت، استفاده کرد. بعبارتی برای هر یک از اعضاء هشت تایی، یک ممان دوقطبی مغناطیسی شناخته شده است. در این مدل ممان دو قطبی همه آنها بر حسب ممان دو قطبی مغناطیسی سه کوارک می باشد. روش حداقل مربعات برای استنتاج مقادیر سه کوارک، از اطلاعات هشت باریون شناخته شده، مورد استفاده قرار می گیرد برای انجام این روش ابتدا باید ممان دوقطبی مغناطیسی باریون را

بر حسب جملاتی از سه کوارک، همانطور که برای نوکلئون ها انجام گرفت، نوشت. هر چند تابع موج کوارکی کامل اعضاء هشت تایی با $s \langle 0$ را مانند رابطه (۳-۲۹) که برای پروتون نوشته شده است را نداریم با این وجود می توان با توجه به محتوای کوارکی باریون های لیست شده در جدول تعداد کوارک های هر طعم با اسپین بالا و پائین را برآورد کرد. به ویژه برای باریون های شگفتی که تنها حامل دو نوع طعمی مختلف مانند u و s یا d و s می باشند آسان تر است. مثلاً باریون Σ^+ از دو کوارک u و s ساخته شده است در مقایسه با پروتون، uud ، ملاحظه می شود که تفاوت محتویات کوارکی این دو باریون تنها در جاگذاری کوارک d در پروتون با کوارک s در Σ^+ می باشد. چون همه اعضاء هشت تایی، از نظر اسپینی و طعمی ترکیب تقارنی یکسان دارند پروتون و Σ^+ به جز با جانشانی کوارک s به جای d باید تابع موج بسیار شبیه به هم داشته باشند از این رو ممان دو قطبی مغناطیسی باریون Σ^+ بوسیله عبارت زیر به دست می آید:

$$\mu_{\Sigma^+} = \frac{4}{3}\mu_u - \frac{1}{3}\mu_s \quad (3-38)$$

به همین ترتیب، محتوای کوارکی Σ^- ، dds می باشد در مقایسه با نوترون، ملاحظه می شود که با جانشانی کوارک u در نوترون با کوارک s ، ترکیبی از کوارک s را داریم که همان ذره Σ^- می باشد در نتیجه داریم:

$$\mu_{\Sigma^-} = \frac{4}{3}\mu_d - \frac{1}{3}\mu_s \quad (3-39)$$

به روش مشابه ممان دو قطبی مغناطیسی برای دو عضو $\Xi^+(uss)$ و $\Xi^-(dss)$ از مجموعه هشت تایی باریونی با $s = -2$ می تواند محاسبه شود که خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\mu_{\varepsilon^+} &= -\frac{1}{3}\mu_d + \frac{4}{3}\mu_s \\ \mu_{\varepsilon^-} &= -\frac{1}{3}\mu_u + \frac{4}{3}\mu_s\end{aligned}\quad (40-3)$$

برای دو عضو باقی مانده هشت تایی باریونی، Λ_8^0 ، محتوای کوارکی uds می باشد. در این جا از آنجایی که سه طعم متفاوت کوارکی وجود دارد یک رویکرد غیرمتعارف به منظور بیان ممان دوقطبی مغناطیسی این دو ذره بر حسب سه کوارک نیاز داریم. برای تعیین تابع موج آنها، از اختلاف ایزواسپینی آنها استفاده می کنیم. برای این منظور، چون کوارک s یک ذره شبه اسکالر است که در ملاحظات ایزواسپینی وارد نمی شود می توان از آن تا موقعیت مناسبی چشم پوشی کرد. ذره Λ_8 یک تکتایه ایزواسپینی است یعنی ذره Λ دیگری با حالت باری متفاوت که ایزواسپین $t=0$ داشته باشد، وجود ندارد. در مطالب قبلی در تابع موج های π^0 و η_0 ملاحظه شد که سیستم بنا شده از کوارک های d, u دارای $t_0=0$ بوده و مخلوطی از حالت های ایزواسپینی 0 و 1 می باشد. برای نشان دادن قسمت $t=0$ ، به یک ترکیب خطی پادمقارن از دو آرایش ممکن کوارک های u و d نیاز داریم:

$$|t=0, t_0=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |u(1)d(2)\rangle - |d(1)u(2)\rangle \} \quad (41-3)$$

این دو کوارک نمی توانند اسپین های بالا داشته باشند زیرا در این صورت تحت مبادله همزمان اسپین و طعم یک آرایش پادمقارن خواهیم داشت. پس تنها احتمال به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}|t=0, t_0=0; s=0, m_s=0\rangle &= \frac{1}{2} \{ (|u(1)\uparrow d(2)\downarrow\rangle - |d(1)\uparrow u(2)\downarrow\rangle) + \\ & (|d(1)\downarrow u(2)\uparrow\rangle - |u(1)\downarrow d(2)\uparrow\rangle) \} \end{aligned} \quad (42-3)$$

باید دقت کرد که اسپین کلی دو کوارک، به دلیل نتیجه ای از نیاز های تقارنی، صفر می باشد.

حال می توانیم کوارک s را جفت کنیم و یک سیستم اسپینی $\frac{I}{2}$ تشکیل دهیم:

$$|t = 0, t_0 = 0; s = 0, m_s = 0\rangle = \frac{1}{2} \left\{ (|u(1)\uparrow d(2)\downarrow\rangle - |d(1)\uparrow u(2)\downarrow\rangle) + (|d(1)\downarrow u(2)\uparrow\rangle - |u(1)\downarrow d(2)\uparrow\rangle) \right\} |s(3)\uparrow\rangle \quad (43-3)$$

احتمالاً تابع موج با در نظر گرفتن سومین کوارک خاصیت پادتقارنی را ارضا نخواهد کرد با این حال برای محاسبه ممان دوقطبی مغناطیسی، پادمتقارن بودن لازم نیست. تنها تعداد کوارک های هر طعم با در نظر گرفتن اسپین آنها (بالا یا پایین) لازم بوده و از پادتقارن سازی بین سه کوارک رابطه فوق، مستقل است. از ساختار تابع موج آشکار است که سهم کوارک های u و d صفر هستند زیرا تعداد یکسانی از آنها با اسپین های بالا و پایین وجود دارد پس می توان گفت:

$$\mu_{A_8} = \mu_s \quad (44-3)$$

ایزواسپین Σ^0 ، برابر I می باشد چرا که عضوی از سه تاییه ایزواسپینی $\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$ می باشد. تعیین تابع موج Σ^0 مانند آنچه که برای A_8 انجام دادیم کار بسیار دشوار و پیچیده ای است چرا که کوارک های u و d در این جا با اسپین کلی I جفت می شوند. ممان دو قطبی مغناطیسی برای این باریون شناخته شده نیست. مد واپاشی زیر را می توان در نظر گرفت:

$$\Sigma^0 \rightarrow A + \gamma \quad (45-3)$$

واپاشی Σ^0 در این واکنش شبیه گذار دو قطبی مغناطیسی است و احتمال گذار متناسب است با

$$\left| \mu_{\Sigma^0 \rightarrow A} \right|^2 \text{ که مقدار عنصر ماتریسی عملگر گذار دوقطبی مغناطیسی، } o(M), \text{ عبارت است از:}$$

$$\mu_{\Sigma^0 \rightarrow \Lambda} = \langle \Sigma^0 | o(M) | \Lambda \rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}}(\mu_u - \mu_d) \quad (46-3)$$

مقدار این عنصر ماتریسی به صورت آزمایشگاهی، $1.59 \pm 0.09 \mu_N$ تعیین شده است [۹] که μ_N مگنتون هسته ای می باشد. در صورتی که ممان دوقطبی مغناطیسی این هشت عضو بصورت تجربی محاسبه شود می توان ممان دو قطبی مغناطیسی سه کوارک را بدست آورد. موارد بالا در جدول (۲-۳) آمده است.

جدول (۲-۳): ممان دوقطبی مغناطیسی هشت تایی باریونی

<i>octet member</i>	<i>u</i>	<i>d</i>	<i>s</i>
<i>p</i>	4/3	-1/3	0
<i>n</i>	-1/3	4/3	0
Λ	0	0	1
Σ^+	4/3	0	-1/3
Σ^-	0	4/3	-1/3
Ξ^+	-1/3	0	4/3
Ξ^-	0	-1/3	4/3
$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda$	$-\sqrt{1/3}$	$\sqrt{1/3}$	0
Ω^-	0	0	3
<i>u</i>	1	0	0
<i>d</i>	0	1	0
<i>s</i>	0	0	1

باید توجه شود که برای آنالیزهای فوق چند تصحیح را باید در نظر گرفت یکی از فرضیهایی که برای تعیین تابع موج اعمال کرده ایم این است که همه مولفه ها را تنها در حالت $l=0$ در نظر گرفته ایم. در صورتی که گشتاور زاویه ای مداری در اندرکنش های بین کوارک ها، پایسته بماند این فرض درست است. ولی در واقع پیکربندی حالت پایه هشت تایی باریونی بصورت مخلوطی از حالت های با $l > 0$ نیز هست یعنی به صورت خالص $l=0$ نیست و این لازم می دارد که در مدل فوق تصحیحاتی اعمال شود.

۳-۲-۸- پایستگی عدد باریونی

تعداد انواع مختلف کوارک ها در فرآیندهای واکنش های قوی پایسته است به جز طی واکنش های ضعیف، یک نوع از کوارک نمی تواند به کوارک دیگر تبدیل شود این بدین معنی است که اگر بتوان از نیروهای ضعیف چشم پوشی کرد طعم یک عدد کوانتمی خوبی خواهد بود اگر با محتوای کوارکی هادرون ها سروکار داشته باشیم مناسب تر خواهد بود که بررسی خود را به جای طعم با عدد باریونی انجام دهیم که تحت تاثیر اندرکنش های ضعیف به خوبی پایسته هستند. تنها انتظار، احتمال واپاشی پروتون طی واکنش هایی از قبیل:



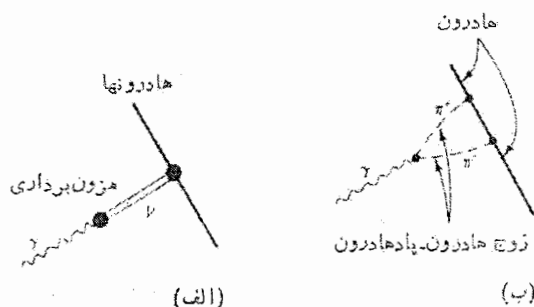
مجاز می باشد در حال حاضر محدوده مشاهده شده عمر مفید پروتون طولانی تر از 10^{30} سال می باشد بنابراین موضوع مورد علاقه ما پایستگی عدد باریونی در همه واکنش ها خواهد بود. قانون پایستگی برای مزون ها وجود ندارد آن ها می توانند به مزون های دیگر، باریون ها و پادباریون ها و جفت های لپتونی و پادلپتونی واپاشی کنند.

۳-۳- برهم کنش الکترومغناطیسی هادرون ها

جریان الکترومغناطیسی هادرون ها به سادگی لپتون ها نیست عامل شکل نوکلئون ها و مزون ها نشان می دهند که برهم کنش این ذرات با میدان الکترومغناطیسی، مستقیماً به وسیله کمترین برهم کنش الکترومغناطیسی داده نمی شود. برای یک سیستم، چگالی جریان الکترومغناطیسی کل بصورت زیر داده می شود:

$$e j_{em} = e j_{em(leptons)} + e j_{em(hadrons)} \quad (۳-۴۸)$$

چون فوتون ها واسطه برهم کنش الکترومغناطیسی هستند برهم کنش فوتون ها را با هادرون ها مورد بحث قرار می دهیم. از واپاشی پیون خنثی به دو فوتون پیداست که برهم کنش فوتون با هادرون به تنهایی از طریق بار الکتریکی انجام نمی گیرد. یک فوتون می تواند با یک جریان هادرونی مطابق شکل (۳-۵) برهم کنش انجام دهد.



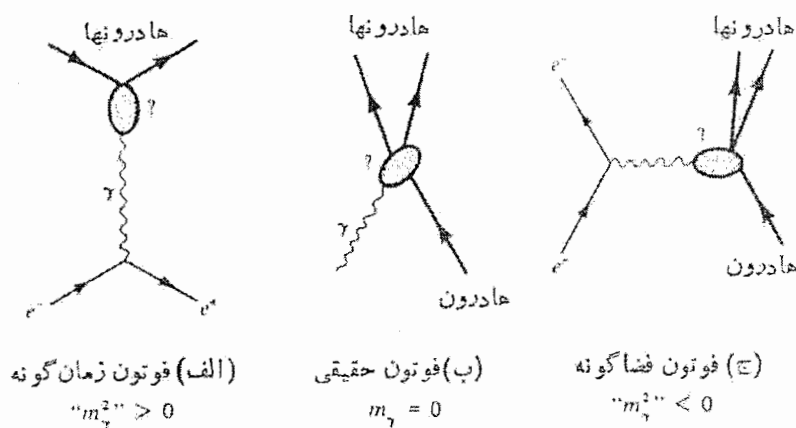
شکل (۳-۵): اندر کنش فوتون با جریان هادرونی

در شکل (الف) فوتون یک زوج هادرون - پادهادرون تولید می کند و اعضای این زوج به طور هادرونی با جریان هادرونی برهم کنش می کنند. ساکورایی در سال ۱۹۶۰ پیشنهاد کرد که زوج هادرونی تولید شده باید قویاً با یکدیگر جفت شوند و یک مزون برداری بدهند (شکل ۳-۵- ب) [۱۳و۷]. یعنی فوتون به یک مزون برداری تبدیل شود. در این جا طرح سه آزمایش آمده است که

می توانند برهم کنش فوتون ها و هادرون ها را نشان دهند. نکته قابل توجه در مورد هر یک، ورتکس فوتون - هادرون است.

۳-۳-۱- برهم کنش فوتون های مجازی با هادرون ها

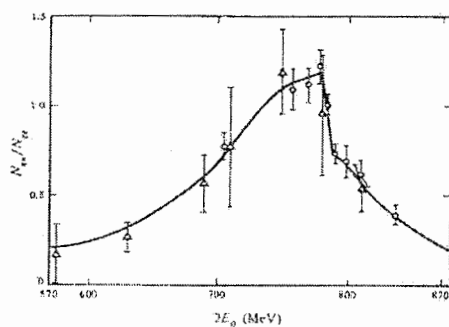
در آزمایش اول، فوتون مجازی ایجاد شده در برخوردهای الکترون - پوزیترون زمان گونه است یعنی در سیستم مرکز جرم، انرژی دارد ولی تکانه ندارد.



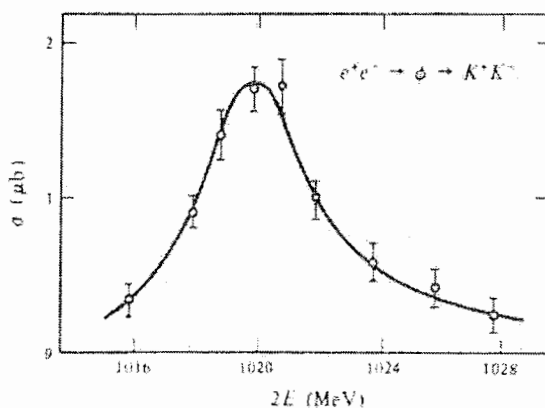
شکل (۳-۶): سه حالت ممکن تجربی برای برهم کنش هادرون و فوتون

سیستم هادرون هایی که بوسیله فوتون های زمان گونه تولید می شوند باید دارای اعداد کوانتومی که بوسیله اعداد کوانتومی فوتون تعیین می گردند، باشد. از آنجا که در برهم کنش الکترومغناطیسی، فوق بار، پاریته، و همیوگی بار پایسته می ماند، حالت های نهایی فقط با فوق بار صفر و پاریته منفی و پاریته باری منفی می توانند تولید شوند. از طرفی، پایستگی تکانه زاویه ای ایجاب می کند که تکانه زاویه ای حالت نهایی برابر با یک باشد. آزمایش ها نشان می دهند که در واقع هادرون هایی تولید می شوند که تمام شرایط را برقرار می کنند. شکل (۳-۷) تعداد زوج پیون هایی را که در انرژی کل معینی از الکترون های برخورد کننده تولید می شوند، نشان

می دهد. این تعداد با تقسیم بر تعداد الکترون هایی که در همین انرژی مشاهده می شوند بهنجار شده است. قله ای در حدود 770 MeV و با پهنای در حدود 100 MeV ظاهر می شود، این قله را به عنوان مزون ρ در نظر می گیریم. همچنین در شکل (۳-۸) سطح مقطع برای فرآیند $e^+e^- \rightarrow k^+k^-$ به صورت تابعی از انرژی کل $2E_0$ نشان داده شده است. در هر دو مورد انرژی دو ذره برخورد کننده است.



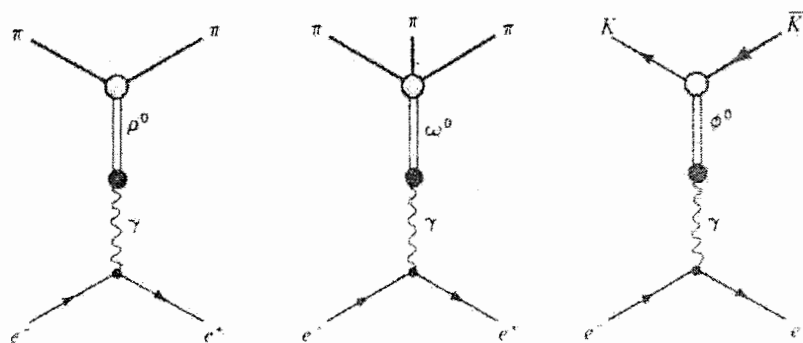
شکل (۳-۷): تعدادیون های مشاهده شده در برخورد $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$



شکل (۳-۸) سطح مقطع برای فرآیند $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$

دوباره یک قله شدید ظاهر می شود که انرژی آن در حدود 1020 MeV و پهنای آن تقریباً 4 MeV است جدول ها نشان می دهد که مزون ϕ^0 دارای این دو خاصیت است. مشاهده واکنش

$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^-$ قله ای در حدود 780Mev و با پهنای تقریباً 10Mev را شامل می شود این مقادیر اشاره به ذره ω^0 دارند یعنی در واکنش، $e^+e^- \rightarrow \text{Hadrons}$ فوتون مجازی در مکان های ρ^0 و ω^0 و ϕ^0 تشدیدهایی تولید می کند. سه مزون نامبرده، شرایط ذکر شده در بالا را برقرار می کنند، این مزون ها دارای اسپین $J=1$ و پاریته منفی و فوق بار صفر و پاریته باری منفی هستند همان طور که در قبل هم آمده بود این مزون ها را مزون های برداری گویند، چون پاریته یک بردار منفی است و تعداد مولفه های مستقل آن نظیر ذره ای با اسپین 1 است. بنا به رابطه گلمن و نیشیجیما، $q = e\left(t_3 + \frac{1}{2}Y\right)$ ، اگر q را به عنوان یک عملگر در نظر بگیریم، می توان گفت که عملگر بار الکتریکی متشکل از یک شبه نرده، $\left(\frac{1}{2}eY\right)$ ، و مولفه سوم یک شبه بردار، (et_3) ، است. فوتون به عنوان حامل نیروی الکترومغناطیسی، باید دارای خواص مشابهی باشد یعنی فوتون از نظر خواص ایزواسپینی مثل مزون های برداری است. نمودارهای تولید سه مزون فوق و مدهای واپاشی آنها را می توان به شکل زیر نشان داد.



شکل (۳-۹): نمای ایجاد و واپاشی یک فوتون مجازی به یک مزون برداری

ρ دارای ایزواسپین 1 بوده و یک شبه بردار است ولی مزون های ω^0 و ϕ^0 دارای ایزواسپین صفر بوده و شبه نرده ای می باشند.

۳-۳-۲- برهم کنش فوتون های حقیقی با هادرون ها

برهم کنش فوتون های حقیقی با هادرون ها، در انرژی های پایین و متوسط فوتون، بخش قابل ملاحظه ای از فیزیک هسته ای را تشکیل می دهد که اطلاعات زیادی راجع به ساختار هسته ای بدست می دهند، ولی این فرآیندها راجع به طبیعت برهم کنش فوتون - هادرون اطلاعاتی در اختیار نمی گذارند (شکل (۳-۶)). فوتون با بار الکتریکی و جریان های داخل هسته که آنها را نیروهای هادرونی تعیین می کنند، برهم کنش می کند برای فوتون های با انرژی پایین، این رفتار را می توان درک کرد و جزئیات بار الکتریکی و توزیع جریان را بررسی کرد ولی این انرژی نیز جزئیاتی از برهم کنش فوتون - هادرون بدست نمی دهد. در برهم کنش فوتون های با انرژی بالا با هادرون ها فوتون دارای مشخصات هادرون گونه است [۲۵ و ۳۱]. فوتون نمی تواند زوج ذرات حقیقی جرمدار در فضای آزاد (فضای بدون حضور هسته یا ذرات دیگر) تولید کند. حضور یک هسته برای گرفتن تکانه جهت برقراری پایستگی انرژی و تکانه ضروری است. با این وجود، بنا به اصل عدم قطعیت، پایستگی انرژی به مقدار ΔE در مدت زمانی کمتر از $\frac{\hbar}{\Delta E}$ نقض می شود. یعنی یک فوتون می تواند یک زوج مجازی یا یک ذره مجازی با همان اعداد کوانتومی خود و با انرژی کل ΔE تولید کند، چنین حالتی فقط می تواند در مدت زمانی کمتر از $\frac{\hbar}{\Delta E}$ وجود داشته باشد. به عنوان مثال، واپاشی مجازی یک فوتون با انرژی E_γ به یک هادرون h ، با جرم m_h را در نظر می گیریم، پایستگی تکانه ایجاب می کند که فوتون و هادرون دارای تکانه واحدی باشند:

$$p = p_h = \frac{E_\gamma}{c}$$

$$E_h = [(pc)^2 + m_h^2 c^4]^{\frac{1}{2}} = [E_\gamma^2 + m_h^2 c^4]^{\frac{1}{2}} \quad (۳-۴۹)$$

اختلاف انرژی بین فوتون و هادرون مجازی به صورت زیر است:

$$\Delta E = E_h - E_\gamma = \left[E_\gamma^2 + m_h^2 c^4 \right]^{1/2} - E_\gamma \quad (50-3)$$

در این صورت موارد حدی برای فوتون در مقایسه با $m_h c^2$ عبارتند از:

$$\begin{aligned} \Delta E = m_h c^2 & , & m_h c^2 \gg E_\gamma \\ \Delta E = \frac{m_h^2 c^4}{2E_\gamma} & , & E_\gamma \gg m_h c^2 \end{aligned} \quad (51-3)$$

زمان هایی که در خلال آنها هادرون می تواند به صورت مجازی وجود داشته باشد عبارتند از:

$$\begin{aligned} T = \frac{\hbar}{m_h c^2} & , & E_\gamma \ll m_h c^2 \\ T = \frac{2\hbar E_\gamma}{m_h^2 c^4} & , & E_\gamma \gg m_h c^2 \end{aligned} \quad (52-3)$$

ماکزیمم سرعتی که هادرون می تواند داشته باشد سرعت نور است و مسافتی که طی زمان های

فوق طی می کند بوسیله روابط زیر محدود می شود:

$$\begin{aligned} L \leq \frac{\hbar}{m_h c} = \lambda_h & , & E_\gamma \ll m_h c^2 \\ L \leq \frac{2\hbar E_\gamma}{m_h^2 c^3} = 2\lambda_h \frac{E_\gamma}{m_h c^2} & , & E_\gamma \gg m_h c^2 \end{aligned} \quad (53-3)$$

که در آنها λ_h طول موج کمپتون کاهش یافته هادرون است. اعداد کوانتومی فوتون، واپاشی به یک

پیون را مجاز نمی دارند پایین ترین حالت ممکن هادرون شامل دو پیون است و در نتیجه λ_h

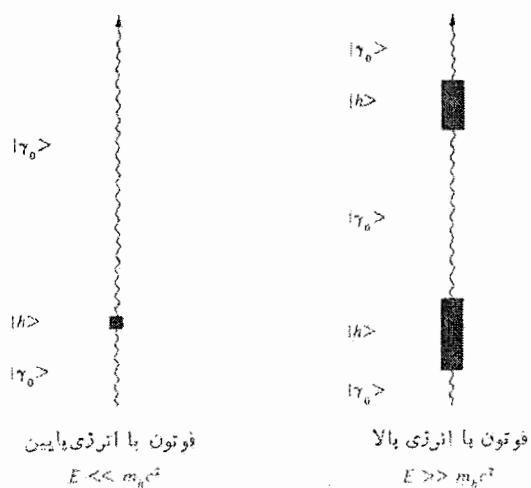
توسط رابطه زیر محدود می شود:

$$\lambda_h \leq \frac{\hbar}{2m_\pi c} \approx 0.7 \text{ fm} \quad (54-3)$$

معادله (53-3) نشان می دهد که طول مسیر هادرون های مجازی که به فوتون های کم انرژی وابسته اند از ابعاد هسته ای و حتی نوکلئونی خیلی کوچک ترند و نیز در انرژی های بالاتر، طول مسیر می تواند خیلی بیشتر از قطرهای هسته ای بشود. پس می توان فهمید که هادرون مجازی وابسته به فوتون، تا چه حدودی می تواند منتشر شود. برای پیش بینی تناوب افت و خیزهای هادرونی تابع موج حالت بهنجار شده فوتون حقیقی، ψ_γ ، را بصورت زیر می نویسیم:

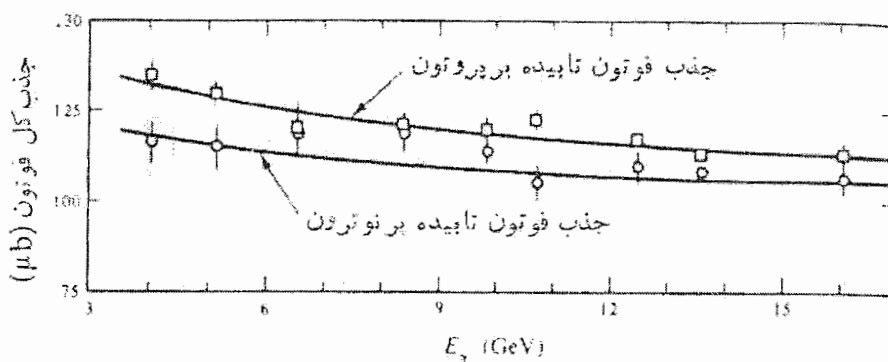
$$\psi_\gamma = c_0 \psi_0 + c_h \psi_h \quad (55-3)$$

قسمت $c_0 \psi_0$ خالص الکترومغناطیسی فوتون (فوتون برهنه)، و $c_h \psi_h$ قسمت هادرونی فوتون است. مقدار $|c_h^* c_h|^2$ احتمال یافتن فوتون را در یک حالت هادرونی به دست می دهد. انتظار داریم که نسبت $\frac{c_h}{c_0}$ با افزایش انرژی فوتون، افزایش یابد یعنی سهم هادرونی فوتون افزایش یابد و این همان چیزی است که انتظار داشتیم. از آنجا که نیروهای هادرونی خیلی قوی تر از نیروهای الکترومغناطیسی هستند حتی سهم بسیار کوچک هادرونی به طور تجربی قابل مشاهده خواهد بود. فوتون های انرژی بالا و پایین را می توان به صورت زیر تصویر کرد.



شکل (۱۰-۳): فوتون های انرژی بالا و پایین

حال دو مثال که نشان دهنده وجود مولفه هادرونی در فوتون ها هستند را مورد بررسی قرار می دهیم: ابتدا پراکندگی فوتون از نوکلئون را در نظر می گیریم. سطح مقطع های کل برای پراکندگی فوتون های با انرژی بیش از 15 GeV از پروتون و نوترون در شکل زیر داده شده است [۲۶].



شکل (۱۱-۳): سطح مقطع جذب برای فوتون های تابیده به نوکلئون ها

وقتی انرژی شروع به افزایش می کند دو سطح مقطع شروع به نزدیک شدن به هم می کنند اگر فوتون ها فقط با بار الکتریکی برهم کنش کنند، یعنی تنها مولفه الکترومغناطیسی داشته باشند

سطح مقطع کل پروتون و نوترون می بایست مختلف باشند، زیرا خواص الکترومغناطیسی آنها متفاوت است، عامل شکل الکتریکی نوتون صفر است یعنی نوترون نه تنها روی همرفته خنثی است بلکه اصولاً بار الکتریکی بسیار ناچیزی دارد. نسبت عامل شکل مغناطیسی نوترون به عامل شکل مغناطیسی پروتون عبارت است از $\frac{\mu_n}{\mu_p} \approx 0.68$ که در آن μ گشتاور مغناطیسی بر حسب مگنتون هسته ای است. این رابطه نشان می دهد که عامل شکل مغناطیسی نوترون به نسبت 0.68 از عامل شکل پروتون کوچکتر است اگر قرار بود که فوتون فقط با بارهای الکتریکی و جریان های الکتریکی برهم کنش کند، پراکندگی از نوترون، خیلی کوچکتر از پراکندگی از پروتون می بود که در واقع این چنین نیست. برای مولفه هادرونی $c_h \psi_h$ وضعیت متفاوت است. پروتون و نوترون یک ایزواسپین دوگانه هستند. می دانیم جابجایی هامیلتونی هادرونی با \vec{T} صفر است و ساختار هادرونی مستقل از سمتگیری در فضای ایزواسپین است. به عبارتی، پروتون و نوترون دارای ساختار هادرونی واحدی هستند. نیروهای بین هادرون ها مستقل از بار بوده و به جهت بردار ایزواسپین نوکلئون بستگی ندارند. به طور تجربی معلوم شده است که سطح مقطع های هادرون - پروتون و هادرون - نوترون در انرژی های خیلی بالا تقریباً برابرند [۲۷]. بنابراین، مولفه $c_h \psi_h$ باید پراکندگی یکسانی از پروتون ها و نوترون ها تولید کند در واقع در انرژی های $E_\gamma \gg m_n c^2$ ، سطح مقطع های پروتون - فوتون و نوترون - فوتون به یکدیگر نزدیک می شوند و این نشان می دهد که عبارت هادرونی تابع موج فوتون غالب است.

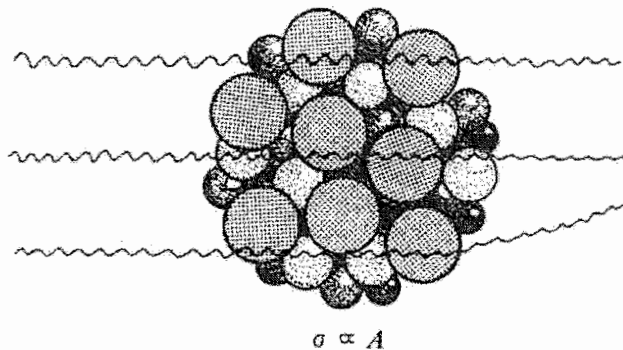
دومین مثال برای نشان دادن اثرات هادرونی فوتون های با انرژی بالا، رفتار سطح مقطع کل برای فوتون ها بر روی هسته ها برحسب تابعی از عدد باریونی پراکننده، A ، است. برای انرژی های کمتر از چند GeV ، سطح مقطع کل متناسب با A است:

$$\sigma_{total}(\gamma) \propto A \quad (۵۶-۳)$$

در حالی که در حدود انرژی 15Gev داریم [۲۸ و ۲۹]:

$$\sigma_{total}(\gamma) \propto A^{0.9} \quad (۳-۵۷)$$

یعنی سطح مقطع کل، با سرعت کمتری نسبت به A افزایش می یابد. حال رفتار دو مولفه ψ_0 و ψ_h را به طور جداگانه، برای نشان دادن این که نتیجه تجربی فوق دلیلی دیگر بر وجود یک سهم هادرونی در فوتون است، مورد بررسی قرار می دهیم. ابتدا فوتون برهنه، ψ_0 ، را در نظر می گیریم مسیر آزاد میانگین فوتون های با انرژی حدود 15Gev در یک هسته بزرگ، در حدود 600fm است. از آنجا که قطر هسته ای حتی سنگین ترین هسته کمتر از 20fm است، فوتون های برهنه به صورت یکنواخت هسته ها را می بینند و سهم جمله $c_0\psi_0$ در سطح مقطع با A متناسب است شکل زیر نمای کلی این برهم کنش را نشان می دهد.



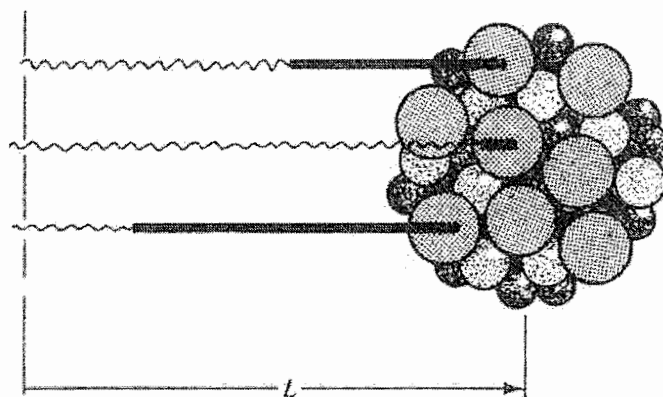
شکل (۳-۱۲): فوتون برهنه، بدون برهم کنش هادرونی

جمله هادرونی، $c_h\psi_h$ به دو صورت در سطح مقطع شرکت می کند [۲]. سطح مقطع برای هادرون ها از مرتبه 3fm و مسیر آزاد میانگین در حدود 2fm است. اگر فوتون در داخل هسته به فرم هادرون درآید، این هادرون در نزدیکی مکان تولیدش برهم کنش خواهد کرد (شکل ۳-۱۳). از آنجا که در هر مکانی هادرون می تواند تولید شود، اشتراک در سطح مقطع کل با A متناسب است. از طرفی، هادرون های مجازی که قبل از برخورد با هسته خلق شده اند با

نوکلئون های موجود در لایه سطحی هسته برهم کنش می کنند زیرا مسیر آزاد میانگین آنها کوچک است. در نتیجه سهم آنها در سطح مقطع کل با مساحت هسته ای و یا با $A^{\frac{2}{3}}$ متناسب است. در یک انرژی مفروض سطح مقطع کل دارای سه جمله بوده و عبارت است از:

$$\sigma(\gamma) = aA + bA^{\frac{2}{3}} \quad (3-58)$$

همان گونه که در بالا بیان شد، جمله دوم این معادله ناشی از فوتون هایی است که قبل از برخورد به هسته تبدیل به هادرون می شوند. شکل (3-12) روشن می سازد که این هادرون ها اگر در داخل فاصله L تولید شوند شانس برهم کنش را دارند. برای فوتون های با انرژی بالا، L در مقایسه با قطرهای هسته ای بزرگ و متناسب با E_γ است. بنابراین، در صورت مساوی بودن سایر چیزها، ضریب b باید با E_γ متناسب باشد، و در انرژی هایی که در مقایسه با $m_p c^2$ بزرگ هستند عبارت سطحی غالب می شود یعنی رفتار پیش بینی نشده سطح مقطع آن طور که توسط معادلات (3-56) و (3-57) بیان می شود را می توان برحسب هادرون های مجازی تفسیر کرد.



شکل (3-12): فوتون های برهم کنش کننده با هادرون ها

با به کار بردن نظریه اختلال می توان عبارت مربوط به مولفه هادرونی فوتون، $c_h \psi_h$ ، را نوشت. فرض می کنیم که در غیاب برهم کنش الکترومغناطیسی، حالت های هادرون های مختلف و فوتون بوسیله معادلات شرودینگر داده شوند یعنی:

$$\begin{aligned} H_h \psi_0 &= 0 \\ H_h \psi_h &= E_h \psi_h \end{aligned} \quad (59-3)$$

H_h هامیلتونی هادرونی و ψ_0 تابع موج فوتون برهنه و ψ_h معرف یک حالت هادرونی است. اگر برهم کنش الکترومغناطیسی هم وجود داشته باشد، حالت های هادرونی نیز بر حالت فوتون برهنه اضافه می شود:

$$\begin{aligned} \psi_\gamma &= c_0 \psi_0 + \sum_n c_n \psi_n \\ |c_0|^2 + \sum_n |c_n|^2 &= 1 \end{aligned} \quad (60-3)$$

چون H_{em} از H_h خیلی ضعیف تر است ضریب های c_h خیلی کوچک هستند و $c_0 \approx 1$ است. حالت فوتون فیزیکی، یک جواب از معادله شرودینگر کامل زیر است:

$$(H_h + H_{em}) \psi_\gamma = E_\gamma \psi_\gamma \quad (61-3)$$

با قرار دادن (60-3) در (61-3) و بنا به (59-3) و شرط $c_n \ll 1$ و $\langle \psi_n | \psi_0 \rangle = 0$ داریم:

$$c_h = \frac{\langle \psi_h | H_{em} | \psi_0 \rangle}{E_\gamma - E_h} \quad (62-3)$$

اختلاف انرژی بین انرژی فوتون، E_γ ، و انرژی هادرون، E_h ، توسط رابطه (۳-۵۰) داده می شود.

برای فوتون های با انرژی بالا با استفاده از (۳-۵۱) ضریب بسط به صورت زیر به دست می آید:

$$c_h = \langle \psi_h | H_{em} | \psi_0 \rangle \frac{2E_\gamma}{m_h^2 c^4} \quad (۳-۶۳)$$

مربع عنصر ماتریسی از مرتبه α ، ضریب ساختار ریز بدون بعد می باشد اگر این مقدار ثابت باشد سهم حالت هادرونی ψ_h در فوتون با انرژی فوتون متناسب است. در مقادیری از انرژی فوتون که در مقایسه با $m_h c^2$ کوچک هستند، رفتار فوتون مانند یک کوانتم نور معمولی است. در صورت معلوم بودن ψ_h و H_{em} می توان مقادیر حقیقی c_h و سپس مولفه هادرونی را به دست آورد [۲].

فصل ۴:

حل معادله شرودینگر و تعیین جرم مزون

✓ مقدمه

✓ حل معادله شرودینگر برای پتانسیل

$$V(x) = ax^2 + bx - \frac{c}{x}$$

مرکزی

✓ شکافتگی فوق ریز در هادرون ها

✓ اثرات پتانسیل های فوق ریز در جابجایی انرژی مزون در

حالت پایه

✓ اثرات پتانسیل برهم کنشی به عنوان اختلال در جابجایی

انرژی مزون در اولین حالت برانگیخته

مقدمه

مزونها ذراتی هستند که در بنیادی ترین سطح شان از یک کوارک و یک پادکوارک تشکیل شده اند این ذرات بوزونهایی با اسپین صحیح بوده و با نوکلئونها علاوه بر نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی از طریق نیروی قوی برهم کنش می نمایند. مزونها می توانند در برخورد نوکلئون - نوکلئون به وجود آیند و به سرعت در اثر برهم کنش قوی، الکترومغناطیسی یا ضعیف به مزونهای سبکتر، فوتونها یا لپتونها واپاشیده شوند. برهم کنش های مختلفی بین کوارک و پادکوارک می تواند وجود داشته باشد برهم کنشی که ما مورد توجه قرار می دهیم برهم کنش موثری بین کوارک - پادکوارک با توجه به تعویض گلئون است. پتانسیل بین کوارکها را فقط تابع شعاع x در نظر می گیریم. بنابراین، این پتانسیل را بصورت یک پتانسیل مرکزی فرض می کنیم این امر از آنجا ناشی می شود که هر کوارک خود را تحت تاثیر نیروئی که از کوارک دیگر به آن وارد می شود می بیند در این صورت پتانسیل مرکزی را بصورت زیر در نظر می گیریم که شواهد آزمایشگاهی هم برای آنها، وجود دارد:

$$V(x) = ax^2 + bx - \frac{c}{x} \quad (1-4)$$

در این جا منظور از x مکان در فضای سه بعدی است.

چون گلوئونها بدون جرم هستند ممکن است انتظار داشت که پتانسیل استاتیکی QCD جمله ای

مشابه $\frac{1}{r}$ داشته باشد، این جمله شبیه پتانسیل کولمبی بین بارهای الکتریکی است. پتانسیل کوتاه

دامنه $-\frac{c}{x}$ جاذبه کولنی بوده و از برهم کنش بین کوارک و پادکوارک در فواصل کوچک ناشی

می شود و منشاء آن بار رنگ است در واقع این جمله ناشی از جابجایی گلوئون تکتایه است [۸ و ۴]. و پتانسیل $ax^2 + bx$ هم نقش پتانسیل نگهدارنده را دارد و هم نوسانات یک کوارک را نسبت به کوارک دیگر در فاصله x از آن نشان می دهد. در واقع این عبارت یک پتانسیل قیدی است که متضمن آزادی جانبی و عدم وجود کوارک آزاد می باشد. بدلیل جمله خطی، تلاش برای جدا کردن کوارکها از هادرونها به سادگی منجر به تولید جفتهای $q\bar{q}$ جدید مثل مزونها می شود می توان چنین تصور کرد که خطوط نیروی میدان رنگ بوسیله واکنش گلوئون - گلوئون کشیده می شوند بنابراین این خطوط تشکیل باندهای نواری مثل ریسمان می دهند کشیدن این ریسمانها انرژی $ax^2 + bx$ را ذخیره می کند که این انرژی سرانجام به حدی می رسد که برای تولید جفت $q\bar{q}$ مناسب است بنابراین در این حالت دو ریسمان کوچکتر از ریسمان دراز اولی خواهیم داشت، در این محدوده از کوارکهای با انرژی بالا، پتانسیل محدود کننده بصورت قابل توجهی اثر می کند و فرآیند $e^+e^- \rightarrow \text{Hadrons}$ به صورت $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ ظاهر می شود که از تلاشی کوارکها به هادرونها از طریق فرآیندهای ریسمانی پیروی می کند [۱۱ و ۴]. پتانسیل های فوق رفتار بین دو جسم را بصورت مرکزی مشخص می کند. با توجه به این که با مزونها سنگین سروکار داریم با معادله شرودینگر کار را آغاز می کنیم. سعی ما بر این است که با حل معادله شرودینگر تابع موج سیستم مزونی را بدست آوریم و سپس پتانسیلهای فوق ریز اسپین - اسپین و ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین را بصورت پتانسیل اختلالی در نظر گرفته و سهم ناشی از آنها را محاسبه کنیم در واقع شکافتگی جرمی در چند تابه های هادرونی ممکن است وابسته به عوامل مختلف، از جمله شکافتگی فوق ریز یا تأثیر ایزواسپین کوارکها و نیز تاثیر متقابل اسپین - ایزواسپین کوارکها باشد. در حقیقت خلق جفت های کوارک - پادکوارکی می تواند مبدا میکروسکوپی وابستگی ایزواسپینی پتانسیل باشد [۴]. در این صورت می توان پتانسیل اندرکنش سیستم کوارکی را بصورت زیر در نظر گرفت:

$$H_{int} = \frac{3}{2} Kx^2 + bx - \frac{c}{x} + H_s + H_t + H_{st} \quad (۲-۴)$$

جمله اول پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده است و جمله دوم پتانسیل پیشنهادی بوسیله محاسبات شبکه QCD و جمله سوم پتانسیل رنگ می باشد [۱۸ و ۱۹ و ۲۰] که معمولاً بصورت زیر تفسیر می شود:

$$V_{color}(r) = -f \frac{\alpha_s \hbar c}{r} \quad (3-4)$$

f را عامل رنگ گوییم و به حالت رنگ مربوط به کوارکهای برهم کنش کننده وابسته است. بعنوان مثال برای سیستم کوارک - پادکوارک، یعنی حالتی تکتایی رنگی و هشت تایی رنگی همه f ها مساوی هم هستند که برای حالت هشت تاییه $f = -\frac{1}{6}$ و برای حالت تکتاییه $f = \frac{4}{3}$ می باشد که بنا به جاذبه بودن پتانسیل، حالت یکتایی رنگی برای سیستم قابل قبول است و این چیز غیر بدیهی نیست زیرا تنها در این محدوده α_s خیلی کوچک است. در این جا در واقع برهم کنش های با برد کوتاه را در نظر می گیریم که برای آنها $\alpha_s < 1$ می باشد.

$$4-1- \text{ حل معادله شرودینگر برای پتانسیل مرکزی } V(x) = ax^2 + bx - \frac{c}{x}$$

با توجه به پتانسیل مرکزی رابطه (۴-۱) معادله موج تک ذره ای که در معادله شرودینگر صدق می کند به صورت زیر می باشد:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right) + \left[V(x) - \varepsilon + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu x^2} \right] \psi(x) = 0 \quad (4-4)$$

که در آن μ جرم کاهش یافته میان کوارک و پادکوارک می باشد.

$$\mu = \frac{m_q m_{\bar{q}}}{m_q + m_{\bar{q}}} \quad (5-4)$$

روشهای مختلفی برای حل تحلیلی و دقیق معادله فوق وجود دارد در اینجا سعی ما بر این است با پیش بینی یک جواب مناسب برای $\psi(x)$ و پیدا کردن ضرایب آن بتوانیم جواب معادله را بدست آوریم با انتخاب $\hbar = c = 1$ تغییر متغیر زیر را در نظر می گیریم:

$$\psi(x) = \frac{1}{x} \phi(x) \quad (6-4)$$

با اعمال رابطه فوق در معادله شرودینگر و با در نظر گرفتن $\varepsilon' = 2\mu\varepsilon$ و $c' = 2\mu c$ و $b' = 2\mu b$ و $a' = 2\mu a$ داریم:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \left[a'x^2 + b'x - \frac{c'}{x} - \varepsilon' + \frac{\ell(\ell+1)}{x^2} \right] \varphi(x) \quad (7-4)$$

جواب معادله فوق را بصورت زیر پیش بینی کرده و در معادله فوق قرار می دهیم:

$$\varphi(x) = h(x) \exp[y(x)] \quad (8-4)$$

داریم:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} = \left[y''(x) + y'^2 + \left(\frac{h''(x) + 2y'(x)h'(x)}{h(x)} \right) \right] \varphi(x) \quad (9-4)$$

$h(x)$ و $y(x)$ را به صورت زیر انتخاب می کنیم:

$$h(x) = \alpha \quad , \quad y(x) = -\beta x^2 + \gamma x + \delta \ln x \quad (10-4)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} = \left[\gamma^2 - 2\beta + \frac{\delta}{x^2}(\delta - 1) + 4\beta^2 x^2 + \frac{2\gamma\delta}{x} - 4\beta\gamma x - 4\beta\delta \right] \varphi(x) \quad (11-4)$$

با مقایسه روابط (7-4) و (11-4) داریم:

$$\begin{aligned} 4\beta^2 &= a' \\ -4\beta\gamma &= b' \\ 2\gamma\delta &= -c' \\ \delta &= \ell + 1 \\ \varepsilon' &= 2\beta + 4\beta\delta - \gamma^2 \end{aligned} \quad (12-4)$$

در این صورت تابع موج ما به صورت زیر خواهد بود:

$$\psi(x) = \alpha x^\ell \exp(-\beta x^2 + \gamma x) \quad (13-4)$$

از آنجا که می خواهیم تابع موج در بی نهایت صفر شود و نیز با توجه به رابطه (12-4) تنها γ های منفی مورد قبول می باشند.

که برای حالت پایه ($\ell = 0$) خواهیم داشت:

$$\psi(x) = \alpha \exp(-\beta x^2 + \gamma x) \quad (14-4)$$

با در نظر گرفتن شرط بهنجارش زیر، ضریب بهنجارش را محاسبه می کنیم:

$$\int_0^{\infty} \psi^* \psi d^3x = 1 \quad (15-4)$$

در نتیجه داریم:

$$\alpha = 2 \sqrt{\frac{\beta^2 \exp(-\gamma^2/2\beta)}{\pi(2\gamma \exp(-\gamma^2/2\beta) + \beta\sqrt{6\pi/\beta} + \gamma^2\sqrt{6\pi/\beta})}} \quad (16-4)$$

۴-۲- شکافتگی فوق ریز در هادرون ها

آنالیز هادرون های با کوارک های سبک نشان می دهد که اندرکنش اسپین - اسپین کوارک ها بسیار مهم بوده و بسیاری از خواص هادرو نهایی تولیدشده در واکنش های انرژی بالا را شرح می دهد. اگر $SU(3)$ تقارن کاملی بود تمام ذرات داده شده بوسیله چند تابه $SU(3)$ باید جرم یکسانی داشته باشند که این چنین نیست زیرا کوارک s به مقدار زیادی سنگین تر از کوارک های u و d می باشد ولی این همه داستان نیست زیرا جرم ذرات تشکیل شده از کوارک های یکسان اما متعلق به چند تابه های $SU(3)$ متفاوت نیز تفاوت دارند این اختلاف در جرم، بستگی جرم به شکافتگی فوق ریز را نشان می دهد چرا که مزون های برداری و شبه اسکالر یا باریون های هشت تایی و ده تایی در جهت گیری نسبی اسپین کوارک های تشکیل دهنده شان اختلاف دارند. در مدل کوارکی همه آثار دیگر به جز جرم های کوارک ها و شکافتگی فوق ریز قابل چشم پوشی هستند [۵]. بعبارتی در حالت دقیق تر علاوه بر پتانسیل مرکزی فوق باید پتانسیل های دیگر از جمله پتانسیل های ناشی از اثر اسپین - اسپین و اثر اسپین - ایزواسپین و اثر ایزواسپین - ایزواسپین بین کوارک و پادکوارک تشکیل دهنده مزونها را نیز در نظر گرفت. در اینجا این پتانسیل ها را به عنوان پتانسیل های اختلالی در نظر گرفته و جابجایی انرژی ناشی از آنها را محاسبه می کنیم در این صورت می توان جوابهای بهتر و دقیق تری برای جرم مزون ها بدست آوریم. می دانیم نیروی بین کوارک ها نیروی قوی هسته ای است که مستقل باری می باشند نیروهای هسته ای برد کوتاهی در حدود ابعاد هسته دارند این نیروها در فواصل کوتاه به شدت افزایش یافته و در فواصل دور به سمت صفر میل می کنند از اینرو می توان پتانسیل هایی بفرم زیر را برای سیستم پیشنهاد داد :

$$V = -V_0 \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \quad (17-4)$$

$$V = -V_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \quad (18-4)$$

در روابط فوق r فاصله بین کوارکها بوده و r_0 یک عدد ثابت و نیز V_0 یک مقدار ثابت مثبت است این بدین مفهوم است که هر تابعی از r که نشان دهد ذره ای در مکان r وجود دارد و شرایط

مورد نیاز را ارضاء کند می تواند مورد مطالعه قرار گیرد. اما از آنجا که ذرات دو حالتی (مثل اسپین بالا و اسپین پائین) را در فضا بصورت تابع تعیین موج گوسی در نظر می گیریم در این جا پتانسیل دوم را انتخاب کرده و تأثیر اسپینی را بصورت ضرب عامل \vec{S}_1, \vec{S}_2 و تأثیر ایزواسپینی را بصورت ضرب عامل \vec{t}_1, \vec{t}_2 وارد می کنیم در واقع این دو عبارت، اپراتورهایی با ویژه مقدرهای حالت های اسپینی و ایزواسپینی یکتایه و سه تایه هستند.

۳-۴- اثرات پتانسیل برهم کنشی فوق ریز در جابجائی انرژی مزون در حالت پایه

۳-۴-۱- پتانسیل ناشی از اثر اسپین-اسپین

چون کوارکها فرمیونهایی با اسپین $\frac{1}{2}$ هستند بنابراین برای بررسی دقیق برهم کنش ها باید اثر اسپین کوارک ها را در نظر گرفت. اگر فرض کنیم که S_1 و S_2 به ترتیب اسپین کوارک و اسپین پادکوارک می باشند در این صورت پتانسیل اسپین-اسپین را می توان بصورت زیر در نظر گرفت:

$$H_s = A_s \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} \sigma_s} \right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_s^2}} (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2) \quad (۱۹-۴)$$

که در رابطه فوق $\sigma_s = 0.8 \text{ fm}$ و $A_s = 38.4 \text{ fm}^2$ می باشد [۱۷ و ۱۸]. همانطور که در بالا هم ذکر شد این پتانسیل یک پتانسیل منحصر بفرد نیست و می توان فرم دیگری از پتانسیل را بصورت زیر در نظر گرفت:

$$H_s = B_s \left(\frac{1}{A_s} e^{-\frac{x}{A_s}} \right) \sum_{i \neq j} (\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j) \quad (۲۰-۴)$$

که \vec{S}_i عملگر اسپین مربوط به i -امین کوارک و x فوق شعاع می باشد که در آن $B_s = 196.4 \text{ fm}^2$ و $A_s = 1.6 \text{ fm}$ می باشند [۳۲]. قابل توجه است که انتخاب هر یک از پتانسیل های فوق در پتانسیل اصلی (بدون اختلال) ضرایب متفاوتی را بدست خواهد داد. اسپین کل برای مزونها را باید به صورت حالت های یکتایه ($S=0$) و سه تایه ($S=1$) در نظر بگیریم. در این حالت پتانسیل فوق را بصورت اختلال در نظر می گیریم و برای حالت پایه ($\ell=0$) تغییر انرژی آنرا با توجه به نظریه اختلال مستقل از زمان مرتبه اول محاسبه می کنیم:

$$\Delta^{(1)} = \frac{\langle \psi | H | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} \quad (۲۱-۴)$$

پس داریم:

$$\Delta_s^{(l)} = \langle \psi | H_s | \psi \rangle = \frac{A_s (\vec{S}_1, \vec{S}_2) \int_0^\infty x^2 e^{-x^2/\sigma_s^2} e^{-2\beta x^2 - 2\gamma x} dx}{(\sqrt{\pi}\sigma_s)^3 \int_0^\infty x^2 e^{-2\beta x^2 + 2\gamma x} dx} \quad (22-4)$$

حل تحلیلی انتگرال فوق جوابی به صورت زیر بدست می دهد:

$$\Delta_s^{(l)} = \frac{A_s (\vec{S}_1, \vec{S}_2)}{(\sqrt{\pi}\sigma_s)} \left(\frac{\frac{\gamma}{8\left(\beta + \frac{1}{2\lambda}\right)^2} + \frac{\beta + \frac{1}{2\lambda} + \gamma^2}{4\left(\beta + \frac{1}{2\lambda}\right)^2} \sqrt{\frac{3\pi}{8\left(\beta + \frac{1}{2\lambda}\right)}} \exp\left(\frac{\gamma^2}{2\left(\beta + \frac{1}{2\lambda}\right)}\right)}{\frac{\gamma}{8\beta^2} + \frac{\beta + \gamma^2}{4\beta^2} \sqrt{\frac{3\pi}{8\beta}} \exp\left(\frac{\gamma^2}{2\beta}\right)} \right) \quad (23-4)$$

که در آن $\lambda = \sigma_s^2$ بوده و \vec{S}_1, \vec{S}_2 به ازای $S=0$ برابر با $-\frac{3}{4}$ و به ازای $S=1$ برابر با $\frac{1}{4}$ می باشد.

۴-۳-۲- پتانسیل ناشی از اثر ایزواسپین - ایزواسپین

ایزواسپین کوآرک و پادکوآرک را به ترتیب t_1 و t_2 در نظر می گیریم. هنگامی که کوآرک و پادکوآرک در فاصله x از هم قرار دارند پتانسیل برهم کنش ناشی از ایزواسپین به صورت زیر است:

$$H_t = A_t \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_t} \right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_t^2}} (\vec{t}_1, \vec{t}_2) \quad (24-4)$$

که در آن $A_t = 51.7 \text{ fm}^2$ و $\sigma_t = 3.45 \text{ fm}$ باشد [۱۷ و ۱۸]. در این جا باید دقت کرد چون تنها کوآرکهای u و d دارای ایزواسپین غیر صفر هستند مزونهای مورد استفاده باید دارای کوآرکهای فوق و یا پادکوآرکهای متناظر با آنها باشند تا اختلال ناشی از این جمله پتانسیلی را محاسبه نمود. حال اگر تغییر انرژی ناشی از سهم ایزواسپین - ایزواسپین را در حالت پایه $(\ell=0)$ ، $\Delta_t^{(l)}$ بنامیم داریم:

$$\Delta_t^{(l)} = \langle \psi | H_t | \psi \rangle = \frac{A_t (\vec{t}_1, \vec{t}_2) \int_0^\infty x^2 e^{-x^2/\sigma_t^2} e^{-2\beta x^2 - 2\gamma x} dx}{(\sqrt{\pi}\sigma_t)^3 \int_0^\infty x^2 e^{-2\beta x^2 + 2\gamma x} dx} \quad (25-4)$$

با حل انتگرال فوق داریم:

$$\Delta_4^{(l)} = \frac{A_s(\vec{t}_1, \vec{t}_2)}{(\sqrt{\pi}\sigma_l)} \left(\frac{\frac{\gamma}{8\left(\beta + \frac{1}{2\eta}\right)^2} + \frac{\beta + \frac{1}{2\eta} + \gamma^2}{4\left(\beta + \frac{1}{2\eta}\right)^2} \sqrt{\frac{3\pi}{8\left(\beta + \frac{1}{2\eta}\right)}} \exp\left(\frac{\gamma^2}{2\left(\beta + \frac{1}{2\eta}\right)}\right)}{\frac{\gamma}{8\beta^2} + \frac{\beta + \gamma^2}{4\beta^2} \sqrt{\frac{3\pi}{8\beta}} \exp\left(\frac{\gamma^2}{2\beta}\right)} \right) \quad (26-4)$$

که در آن $\eta = \sigma_l^2$ بوده و \vec{t}_1, \vec{t}_2 به ازای $t=0$ برابر $-\frac{3}{4}$ و به ازای $t=1$ مساوی $\frac{1}{4}$ می باشد.

۳-۳-۴- پتانسیل ناشی از اثر اسپین - ایزواسپین

پتانسیل اسپین - ایزواسپین به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$H_{st} = A_{st} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_{st}} \right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_{st}^2}} (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2) (\vec{t}_1, \vec{t}_2) \quad (27-4)$$

که در آن $\sigma_{st} = 2.31 \text{ fm}$ و $A_{st} = -106.2 \text{ fm}^2$ است [۱۷، ۱۸ و ۱۹]. سهم تغییر انرژی ناشی از اثر اسپین - ایزواسپین را در حالت پایه ($\ell=0$)، با $\Delta_{st}^{(l)}$ نشان می دهیم و مقدار آن عبارت است از:

$$\Delta_{st}^{(l)} = \langle \psi | H_{st} | \psi \rangle = \frac{A_{st} (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2) (\vec{t}_1, \vec{t}_2) \int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x^2}{\sigma_{st}^2}} e^{-2\beta x^2 - 2\gamma x} dx}{(\sqrt{\pi}\sigma_{st})^3 \int_0^\infty x^2 e^{-2\beta x^2 + 2\gamma x} dx} \quad (28-4)$$

با حل دقیق و تحلیلی انتگرال فوق داریم:

$$\Delta_{st}^{(l)} = \frac{A_{st} (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2) (\vec{t}_1, \vec{t}_2)}{(\sqrt{\pi}\sigma_{st})} \left(\frac{\frac{\gamma}{8\left(\beta + \frac{1}{2\nu}\right)^2} + \frac{\beta + \frac{1}{2\nu} + \gamma^2}{4\left(\beta + \frac{1}{2\nu}\right)^2} \sqrt{\frac{3\pi}{8\left(\beta + \frac{1}{2\nu}\right)}} \exp\left(\frac{\gamma^2}{2\left(\beta + \frac{1}{2\nu}\right)}\right)}{\frac{\gamma}{8\beta^2} + \frac{\beta + \gamma^2}{4\beta^2} \sqrt{\frac{3\pi}{8\beta}} \exp\left(\frac{\gamma^2}{2\beta}\right)} \right) \quad (29-4)$$

در عبارت بالا $v = \sigma_{st}^2$ بوده و $(\vec{S}_1, \vec{S}_2)(\vec{t}_1, \vec{t}_2)$ به ازای $S=0$ و $t=0$ مساوی $\frac{9}{16}$ و به ازای $S=0$ و $t=1$ برابر $-\frac{3}{16}$ و نیز به ازای $S=1$ و $t=1$ برابر $\frac{1}{16}$ می باشد.

۴-۴- اثرات پتانسیل بر هم کنشی به عنوان اختلال در جابجائی انرژی مزون در $l=1$ جرم مزونها را می توان برای اولین حالت برانگیخته ($l=1$) نیز محاسبه نمود، در این حالت با توجه به روابط (۴-۱۲) و (۴-۱۳) تابع موج و انرژی به صورت زیر در می آیند:

$$\psi(x) = \alpha x \exp(-\beta x^2 + \gamma x) \quad (۴-۳۰)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\mu} (10\beta - \gamma^2) \quad (۴-۳۱)$$

حال به همان روش فوق با توجه به این که انرژی مزونها در اولین حالت برانگیخته موجود می باشد به دلیل این که تعداد مجهولات از تعداد معادلات بیشتر است با در نظر گرفتن $a = 1 \text{ fm}^{-1}$ بنا به روابط (۴-۱۲) می توان مقادیر b, c و نیز β, γ را برای مزونهای متفاوت محاسبه نموده و از آنجا سهم پتانسیل های اسپین - اسپین و ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین را در جابجائی انرژی بصورت اختلالی بدست آورده و در محاسبه جرم مزونها اعمال کرد. در این جا جوابهایی که برای اختلال ها بدست می آید با حالت پایه کمی متفاوت خواهد بود. بنا به رابطه هم ارزی جرم و انرژی و با در نظر گرفتن مقادیر محاسبه شده برای جملات پتانسیلهای اختلالی، جرم مزون را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$M_{q\bar{q}} = M_q + M_{\bar{q}} + \varepsilon + \Delta_s + \Delta_l + \Delta_{st} \quad (۴-۳۲)$$

که در آن M_q جرم کوآرک و $M_{\bar{q}}$ جرم پادکوآرک و ε انرژی مزون مورد نظر می باشد. اکنون با قرار دادن اعداد بدست آمده برای مزونها، با توجه به شرایط مسئله، در رابطه فوق می توان به نتایج جالبی برای جرم یک سری از مزونها در حالت پایه و اولین حالت برانگیخته شان رسید که نتایج بدست آمده در جداول زیر ارائه شده است.

جدول (۱-۴) - جرم های محاسبه شده برای مزون ها در حالت پایه

Mesons	$\Delta_s (Mev)$		$\Delta_t (Mev)$		$\Delta_{st} (Mev)$			Masses of mesons (Mev)	Theoretical masses of mesons(Mev)
	$s = 0$	$s = 1$	$t = 0$	$t = 1$	$s = 0$ $t = 0$	$s = 0$ $t = 1$	$s = 1$ $t = 1$		
ψ	-34.79	11.59	3100	3111.59
ω	-14.17	4.72	-9.85	3.28	-21.84	7.28	-2.42	780	782.15
ϕ	-19.1	6.33	1020	1026.36
k^+	-27.12	9.04	493	465.88
π^\pm	-40.25	13.41	-15.34	5.11	-42.85	14.28	-4.76	140	119.14
k^0	-39.49	13.16	497	457.51
D_s^\pm	-8.89	2.96	1968.3	1959.41
π^0	-40.65	13.55	-15.4	5.13	-43.07	14.35	-4.78	135	113.83
B_s^0	-8.22	2.74	5369.6	5360.78
B_c^\pm	-5.3	1.76	6400	6394.7
D^+	-23.39	7.79	1869	1845.61
γ	-2.02	0.67	9460	9460.67

جدول (۲-۴) - جرم های محاسبه شده برای مزون ها در اولین حالت برانگیخته

Mesons	$\Delta_s (Mev)$		$\Delta_t (Mev)$		$\Delta_{st} (Mev)$			Masses of mesons (Mev)	Theoretical masses of mesons(Mev)
	$s = 0$	$s = 1$	$t = 0$	$t = 1$	$s = 0$ $t = 0$	$s = 0$ $t = 1$	$s = 1$ $t = 1$		
a_0	-0.37	0.12	-3.75	1.24	-4.02	1.34	-0.44	980	980.92
b_1	-0.24	0.08	-3.34	1.11	-3.24	1.08	-0.36	1235	1236.95
a_1	-0.23	0.078	-3.13	1.105	-3.22	1.07	-0.35	1260	1261.94
k_0^*	-0.256	0.085	1430	1430.08
D_{s1}	-0.85	0.28	2536	2535.15
D_2^*	-0.29	0.098		

نتیجه گیری:

با بررسی محاسبات انجام شده، معلوم می شود که با در نظر گرفتن جملات مربوط به پتانسیل های فوق ریز، جرم دقیق تری برای مزون ها بدست می آید. ملاحظات فوق نشان می دهد که تاثیر پتانسیل اسپین - اسپین در انرژی از سایر جملات بیشتر است. پتانسیل های ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین زمانی تاثیر گذار خواهند بود که هر دو کوارک سازنده مزون ایزواسپین غیر صفر داشته باشند. روش ارائه شده برای مزون های سنگین جواب دقیق تری بدست می دهد. نتایج نشان می دهد که تاثیر جزء های پتانسیلی مختلف در حالات $l=0$ و $l=1$ متفاوت است به این مفهوم که در برهم کنش کوارکی، در حالت پایه اختلال اسپین - اسپین بیشترین سهم را دارد ولی در حالت های تشدیدی تنها با محاسبه انرژی های اختلالی ناشی از جملات فوق ریز می توان گفت که کدام جزء پتانسیلی سهم بیشتری دارد و این به دلیل تفاوت در برهم کنش های کوارکی در حالت های $l=0$ و دیگر حالت های تشدیدی است.

مراجع

- [۱] تاسی.ال.جی ، ۱۹۷۳ ، **فیزیک ذرات بنیادی**، بارزی.م، بقایی.ح، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، صفحه ۲۷۴.
- [۲] فلدر.ه.ف، هنلی.ا.م، **فیزیک زیراتمی**، بارزی.م، فلاحی مروت.م.ت، ۱۹۷۷، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، صفحه
- [۳] Landau, L. D. Lifshitz, E. M. " **A Shorter course of theoretical physics:Quantum Mechanics**" vol.2 pergamon prees,1974.
- [4] Perkins, D.H 1111." **Introduction to High Energy Physics**", 4th ed, cambrige university press,
- [5] Fayyazuddin, Riazuddin. "**A Modern Introduction to Particle Physics**". Word scientific. 2nd edition (717), 2000
- [6] Griffiths, D. "**Introduction to Elementary Particles**". John Wily & Sons.inc, 1987
- [7] Sakurai,J.J. "Currents & Mesons, University of Chicago Press, Chicago,1969.
- [8] F.J.Yndurain;"**The Theory of Quark & Gluon**";3th editionMadrid, springer.(1998)
- [9] S.M.Wong;"**Introductory Nuclear Physics**", New Jersey 07 632, prentice-Hall,Inc.
- [10] Close, F.E. (1979). "**An Introduction to quarks and partons**" , New York, Academic.
- [11] Martin,A.D. Halzen,F. "**Quark & Leptons: An Introductory Cours in Modern Particle Physics**", John Wiley & Sons,Inc. 396,(1984).
- [12] Zhong,L., Song, H.Q.& Su.R.k.(1997).J.phys.G. Nucl. Part. Phys, 23,557-564.
- [13] Sakurai,J.J. Ann.Phys.New York,11.(1960)
- [14] Gross;"**Relativistic to Quantum Mechanich**". 1994.
- [15] Ryder;"**Quantum Field theory**". 1996
- [16] A.A.Rajabi;"Indian Journal of Pure & Applied Phys vo 141,pp 89-94 Feb(2003).
- [17] A.A.Rajabi;"Iranian Journal of Scince & Technology"; Transation A, vol, 28(2004).
- [18] M.M.Giannini & E.Santapinto & A.Vassallo,Eur Phys J.A. 12.447-452(2001).
- [19] Santopinto, E., Iachello, F., Giannini, M.M., Eur phys. J.A1, 307-315(1998)
- [20] Giannini, M.M., Santopinto,E., and Vassallo,A., Nucl phys A 623,(2002).
- [21] Giannini, M.M., Santopinto, E., Vassallo, A. progress in particle and nuclear phys 50, (2003).
- [22] oezelik S.& Simek M. phys M. phys Lett A. 152 (1991) 145.
- [23] Flecks Bentz W, Shimizu K& Vozaki k, Nucl phys A, 510(1990) 731.
- [24] Rajabi, A.A. Few-Body systems 37,197-213(2005).
- [25] Gribov, V.N. Soviet Phys.JETP,30, 709(1970).
- [26] Caldwell,D.O. et al, Phys Rev.Lett, 25, 609, 613(1970) Phys. Rev, D7, 1362(1973).
- [27] Allaby ,J.V. et al, Phys. Lett, 30B, 500(1969).
- [28] Murphy, F.V. Yount, D.E. Sci. Amer, 224, 94(1971).
- [29] Caldwell, D. O. Yount, D. E. Elings, B. V. Hesse, W. P. Jahn, R. J. Morrison, R. J. Murphy, F. V. Phys. Rev. Lett, 23, 1256(1969).
- [30] Heisenberg, W. Z. Physik,77, 1(1932). Translated in Brink, D. M."Nuclear Forces"., Pergmon,Elmsford,N. Y, 1965.
- [31] Brodsky, S. J. Pumplin, J. Phys Rev, 182, 1794(1969).

[32]] Giannini, M.M., Santopinto,E., and Vassallo,A., Nucl phys A,(2004).

ضمیمه الف

عملگر همیوگی بار

همیوگ بار، عملگری است که علامت بار ذرات را بدون تاثیر گذاری بر هر یک از خواص غیر مرتبط به بار ذره، تغییر می دهد، همچنین در مکانیک کوانتم نسبتی این اپراتور، ذرات و پادذرات را به همدیگر تبدیل می کند یعنی انتقال بین حالت‌های ذرات و پادذرات را به عهده دارد. در صورتی که تابع موج پروتون و نوترون را بصورت $|p\rangle$ و $|n\rangle$ نشان دهیم و $|0\rangle$ تابع موج خلا باشد با توجه به عملگرهای آفرینش $a_{i_0}^+$ می توانیم نشان دهیم:

$$|p\rangle = a_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^+ |0\rangle$$

$$|n\rangle = a_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^+ |0\rangle \quad (\text{الف-۱})$$

در واقع در این جا جهت ساده سازی همه برچسب ها بجز ایزواسپین را نشان نمی دهیم. تابع موج پادپروتون، $|\bar{p}\rangle$ و پادنوترون، $|\bar{n}\rangle$ ، ممکن است با استفاده از عملگر $b_{i_0}^+$ بعنوان عملگر آفرینش برای پادذرات به صورت زیر بنا نهاده شود:

$$|\bar{n}\rangle = b_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^+ |0\rangle$$

$$|\bar{p}\rangle = b_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^+ |0\rangle \quad (\text{الف-۲})$$

در این جا از این حقیقت استفاده کردیم که در انتقال ذرات به پادذرات و برعکس، علامت بار و از این رو تصویر ایزواسپین در امتداد محور کوانتیزاسیون تغییر می کند. در صورتی که ذرات و پادذرات هیچ رابطه ای نداشته باشند در این صورت عملگرهای a^+ و b^+ که در عبارات فوق معرفی شدند کاملا متفاوت خواهند بود با این حال ذرات و پادذرات می توانند از طریق عملگر همیوگی بار، C ، به همدیگر منتقل شوند و اپراتورهای a^+ و b^+ از همدیگر مستقل نیستند.

از آنجایی که ذرات و پادذرات می توانند همدیگر را نابود کنند توابع موج آنها باید بتوانند به یک کمیت ایزواسکالر یا اسکالر جفت شوند (مانند اسپین) بنابراین ذرات و پادذراتشان باید ایزواسپین (و اسپین) یکسانی داشته باشند پس تصاویر آنها در امتداد محور کوانتیزاسیون باید در اندازه مساوی و در علامت مخالف هم باشند. حقیقت بدست آمده این است که پروتون دارای $t = \frac{1}{2}$ و

$t_0 = +\frac{1}{2}$ و پادپروتون دارای $t = \frac{1}{2}$ و $t_0 = -\frac{1}{2}$ می باشد به همین ترتیب نوترون و پاد نوترون

دارای $t = \frac{1}{2}$ بوده و t_0 برای نوترون مساوی $-\frac{1}{2}$ و برای پادنوترون مساوی $\frac{1}{2}$ می باشد. علاوه بر

تغییرات در ایزواسپین (و اسپین) تابع موج ذرات و پادذرات ممکن است بوسیله عامل فازی از هم متفاوت شوند. چندین راه برای تعیین این عامل فازی وجود دارد. اگر $a_{t_0}^+$ و $b_{t_0}^+$ را بعنوان

عملگر هایی با رنگ تانسور تقلیل ناپذیر معین t در نظر بگیریم

عامل فازی بوسیله خواص انتقال تحت چرخش در فضای ایزواسپین تعیین و تثبیت می شود. برای

اپراتورهای کوانتش ثانوی رابطه زیر را داریم:

$$b_{t_0}^+ = (-1)^{t-t_0} a_{t,-t_0}^+ \quad (\text{الف-۳})$$

عامل فازی از این حقیقت ناشی می شود که اپراتورهای $a_{t,-t_0}^+$ و $a_{t_0}^+$ همیوغ هرمیتی همدیگر با

عامل $(-1)^{t-t_0}$ هستند. بنا به رابطه بین اپراتورهای کوانتش ثانوی که با توجه به عبارات فوق داده

می شود درمی یابیم که تحت عملگر همیوغ بار داریم:

$$|p\rangle \xrightarrow{c} (-1)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} |\bar{p}\rangle = -|\bar{p}\rangle$$

$$|n\rangle \xrightarrow{c} (-1)^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} |\bar{n}\rangle = +|\bar{n}\rangle \quad (\text{الف-۴})$$

عامل فاز مشابهی برای دیگر ذرات بکار گرفته می شود. بعنوان مثال از آنجایی که کواریک u دارای رنگ ایزواسپینی $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و کواریک d دارای رنگ ایزواسپینی $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ می باشند،

انتقال به پادذراتشان تحت همیوگ بار عبارت است از:

$$|u\rangle \xrightarrow{c} (-1)^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} |\bar{u}\rangle = -|\bar{u}\rangle \quad (\text{الف-۵})$$

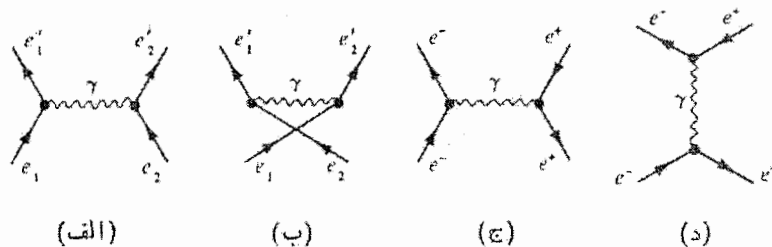
$$|d\rangle \xrightarrow{c} (-1)^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} |\bar{d}\rangle = +|\bar{d}\rangle$$

این عامل فازی در نوشتن تابع موج کواریکی ذرات مورد استفاده قرار می گیرد.

ضمیمه ب

فوتون فضا گونه و زمان گونه

فرآیند پراکندگی الکترون را در نظر می گیریم. پراکندگی الکترون به وسیله الکترون را پراکندگی مولر و پراکندگی الکترون به وسیله پوزیترون را پراکندگی بابا گوئیم. دو الکترونی که در پراکندگی مولر دخالت دارند، از یکدیگر تمیز ناپذیرند و می توان برای آن هر دو نمودار نشان داده شده در شکل (الف) و (ب) را در نظر گرفت. در پراکندگی بابا ذرات را می توان بوسیله بارشان تمیز داد در این جا نیز دو نمودار ظاهر میشود و نمی توان گفت که پراکندگی از طریق کدام یک صورت گرفته است (شکل (ج) و (د)). در اینجا سهم ناشی از شکل (ج) را جمله تبادل فوتون، و سهم ناشی از شکل (د) را جمله نابودی می گویند. فوتونهای تولید شده در پراکندگی بابا را فوتون مجازی می نامند. نکته قابل توجه در مورد این فوتون ها این است که فوتون های مجازی تولید شده در تبادل و نابودی، خواص کاملا متفاوتی دارند. هر دوی این فوتون ها رابطه $E = pc$ را ارضا نمی کنند. هر دو واکنش را در سیستم مرکز جرم در نظر می گیریم.



در نمودار تبادل، الکترون های ورودی و خروجی دارای انرژی های مساوی ولی تکانه های متضادند و انرژی و تکانه فوتون مجازی از روابط زیر به دست می آید:

$$E_{\gamma} = E_{e^{-}} + E_{e^{+}} = 0$$

$$\vec{P}_{\gamma} = \vec{p}_{e^{-}} - \vec{p}_{e^{+}} = +2\vec{p}_{e^{-}}$$

(ب-۱)

اگر برای فوتون مجازی جرمی را از طریق $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ تعریف کنیم، خواهیم داشت:

(ب-۲)

$$(mc^2)^2 = -\left(2p_{e^-}\right)^2 < 0$$

در این جا فوتون مجازی فقط حامل تکانه بوده و بدون انرژی است. مربع جرم این فوتون منفی است این فوتون را فضاگونه می گویند. در نمودار نابودی، وضعیت فرق می کند و برای فوتون در این حالت داریم:

$$E_\gamma = E_{e^-} + E_{e^+} = 2E$$

(ب-۳)

$$\vec{P}_\gamma = \vec{P}_{e^-} - \vec{P}_{e^+} = 0$$

یعنی فوتون مجازی فقط حامل انرژی است و تکانه ندارد. مربع جرم آن عبارت است از:

$$(mc^2)^2 = (2E)^2 > 0 \quad (\text{ب-۴})$$

این کمیت مثبت است و فوتون زمان گونه نامیده می شود. در پراکندگی الکترون - پوزیترون، هر دو فوتون فضاگونه و زمان گونه وارد می شوند. تجربه نشان می دهد که این نظریه صحیح است. فوتون حقیقی دارای جرم صفر می باشد. این فوتون برخلاف فوتون های مجازی که دیده نمی شوند، آشکار سازی می شود.

ضمیمه ج

برهم کنش الکترومغناطیسی کمین

هامیلتونی یک ذره غیر نسبیتی با جرم m و تکانه p به صورت زیر داده می شود:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} \quad (\text{ج-۱})$$

اگر ذره تحت تاثیر یک میدان الکتریکی \mathcal{E} و یک میدان مغناطیسی B قرار گیرد، هامیلتونی سیستم تغییر می کند. در این صورت میدان های فوق به یک پتانسیل اسکالر A_0 و یک پتانسیل برداری \vec{A} مرتبط می شوند که به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\ \mathcal{E} &= -\nabla A_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{ج-۲})$$

در این صورت هامیلتونی ذره ای با بار q با جانشانی های زیر در هامیلتونی فوق به دست می آید:

$$\begin{aligned} H &\rightarrow H - qA_0 \\ \vec{P} &\rightarrow \vec{P} - \frac{q}{c} \vec{A} \end{aligned} \quad (\text{ج-۳})$$

برهم کنش نتیجه را برهم کنش الکترومغناطیسی کمین می نامند. در واقع در این جا بار q به عنوان یک کمیت اساسی معرفی می شود و تمام جریان ها در اثر حرکت ذرات تولید می شوند. با جانشانی های فوق داریم:

$$H' = \frac{1}{2m} \left(\vec{P} - \frac{q}{c} \vec{A} \right)^2 + qA_0 \quad (\text{ج-۴})$$

یا

$$H' = H + H_{int} + \frac{q^2 \vec{A}^2}{2mc^2} \quad (\text{ج-۵})$$

که در آن H_{int} عبارت است از:

$$H_{int}(\vec{x}) = -\frac{q}{mc} \vec{P} \cdot \vec{A} + qA_0 \quad (\text{ج-۶})$$

برای تمام قدرت های میدان $\frac{q^2 \vec{A}^2}{2mc^2}$ آنقدر کوچک است که می توان از آن صرف نظر کرد. اگر،

هیچ بار خارجی وجود نداشته باشد، پتانسیل اسکالر صفر خواهد شد و انرژی برهم کنش به صورت

زیر درخواهد آمد:

$$H_{int}(\vec{x}) = -\frac{q}{mc} \vec{P} \cdot \vec{A} = -\frac{q}{c} \vec{V} \cdot \vec{A} \quad (\text{ج-۷})$$

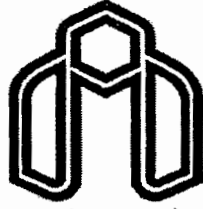
$H_{int}(\vec{x})$ عبارتست از انرژی برهم کنش ذره نقطه ای غیر نسبیتی در مکان \vec{x} با میدان هایی که

به وسیله پتانسیل های A_0 و \vec{A} مشخص می شوند. این شکل هامیلتونی توصیف گسیل و جذب

فوتون ها را ممکن می سازد.

Abstract

The building blocks of entire Hadrons based on Quark's model are Quarks. According to this model, we need to introduce three Quarks entitled U, d, and S that create SU(3) symmetrical group to describe Hadrons structure with low energy. Study of high energy Hadrons we have to determine other group of Quarks entitled "Charm, Beauty, and Top". Other Fermions and Bosons such as Mesons and Baryons have been built by making use of these Fermions particles. New quantum numbers such as color and Isospin have been considered for these particles. Additionally, each Quark has own Antiquark and Quarks have positive interstice parity where as Antiquark have negative ones. Actually, color charge is the character of strong nuclear forces. These forces have been existed from interaction of Gluon between Quarks in Hadrons and are stronger than electromagnetic forces. Based on this model existence of these three Quarks and their Antiquarks are sufficient for making all Hadrons. Quarks just decay in weak interactions to each other and kind of decaying is related to the Quarks mass. Isospin is a new property of Quark Indeed; Isospin is a mathematical structure to distinguish particles that is conserve in strong interaction. Quark is distinguished from other particles due to its fractional charge. At least one S Quark requires making strange Hadrons and S Quark appears just in one kind and it should be an Isospin singlet. Mesons are bosons with $q\bar{q}'$ structure which categorize in multiplet, J^{PC} . Noticeable point is that C-parity only be determined for $q\bar{q}$ systems, whereas Baryons are fermions formed on qqq . Vectors and pseudoscalars Mesons and singlet, octet and decouplet Baryons are some examples of this kind of particles. Each of these particles has its individual Isospin wave function which magnetic dipoles of Baryon and Quarks are calculated by utilize of these wave function. Calculations and experiments show that splitting in Hadron masses comes from electromagnetic effects and hyperfine interaction between Quarks. This interaction appear as spin-spin, spin-Isospin and Isospin-Isospin potentials which we will attempt to calculate effect of these potential in the calculation of Meson's energy and then we will solve Schrödinger equation exactly and analytically to determine masses of heavy Mesons. Wave function of Mesons in the ground state and first excited state will assist to find hyperfine perturbation potential effects. Finally, in the $l=0$ and $l=1$ states with consideration of equivalence of mass and energy, we will find masses of Mesons. Calculations show accuracy of our results better for heavy Mesons and the portion of spin-spin potential in splitting of ground state is more than other potentials, whereas, in the existed states just calculation of hyperfine part will illustrate that which part of perturbation potential have more portion in the Meson energy.



دانشگاه صنعتی شاهرود

Shahrood University of technology
Department of physics

Master of Science thesis
In
Elementary particle physics

Title:

*Calculating Meson Masses using
Interaction Potential between
Meson constituent Quarks*

By:

Mehdi pourmohammadi

Supervisor:

Dr. Ali Akbar Rajabi

Spring 2006