بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده فیزیک

گروه اتمی مولکولی (پلاسما)

عنوان:

مطالعه آماری پارامترهای کپه‌ای پلاسماهای فضایی با استفاده از داده‌های مربوط به بادهای خورشیدی

دانشجو :

الهام حاجی آبادی

استاد راهنما :

دکتر مهدی مومنی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۲

پیوست شماره ۲

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : فیزیک

گروه : اتمی مولکولی(پلاسما)

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم الهام حاجی آبادی

تحت عنوان:

مطالعه آماری پارامترهای کپه‌ای پلاسماهای فضایی با استفاده از داده‌های مربوط به بادهای خورشیدی

در تاریخ ۹۲/۶/۲۵ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه **عالی** مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما	امضاء	اساتید مشاور	امضاء
نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :	
نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :	

اساتید داور	امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء
نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :	
نام و نام خانوادگی :			
نام و نام خانوادگی :			

تقدیم به:

آنکه علم او محیط به آنچه در پیش رو و آنچه در پشت سر است

مادر مهربانم، او که دعای خیرش را بدرقه راهم کرد

پدر بزرگوارم، که در همه حال همراهی ام نمود

خواهران عزیزم، همراهان لحظات تلخ و شیرین زندگی ام

و او که با آمدنش شادی را به من هدیه کرد

تشکر و قدردانی

نخست، حمد و سپاس خدای اکه به من سعادت گذر از مرحله دیگری از دوران آموختن و توفیق کسب و دانش و معرفت را عطا فرمود.

دوم سخن، سپاس از پدر و مادر عزیزم که عشق و محبتشان امید و اشتیاقم به ادامه راه است و حمایت بی دریغشان استوار کننده قدم هایم. سر خضوع در برابرشان خم می کنم و دست های همیشه گرم و پرمهرشان را می بوسم. سوم کلام، از همراهی و محبت خانواده عزیزم که همیشه بهترین همراهانم بودند، تشکر می کنم.

و حال سپاس از مقام مقدس معلم و تشکر فراوان از جناب آقای دکتر مهدی مومنی که در تهیه این تحقیق هدایت و راهنمایی این جانب را بر عهده داشتند و همواره با نظرات سازنده خود مرا راهنمایی کردند. و تشکر می کنم از تمامی معلمان و اساتیدم در تمامی دوران های تحصیلم.

و در آخر تشکر می کنم از تمامی دوستان، همکلاسی هایم و همراهان زندگی من در شاهرود، که در این دوران در شادی ها و غم هایش پیوسته دست مهربانی و یاری را از من دریغ نکرده اند.

تعهد نامه

اینجانب الهام حاجی آبادی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک گرایش اتمی مولکولی (پلاسما) دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **مطالعه آماری پارامترهای کپه‌ای پلاسماهای فضایی با استفاده از داده‌های مربوط به بادهای خورشیدی** تحت راهنمائی جناب آقای دکتر مهدی مومنی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است

.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

بادهای خورشیدی جریان‌های پلاسمایی ماوراءصوت و سوپرآلفنی می‌باشند. بادهای خورشیدی بهترین محیط برای مطالعه پدیده‌های پلاسمایی کم برخورد به صورت مستقیم اند. بادهای خورشیدی مشخصه تلاطمی قوی از خود نشان می‌دهند که مشابه آنچه در هیدرودینامیک به وسیله کولموگروف (۱۹۴۱) بیان شده است، می‌باشند. بادهای خورشیدی میدان مغناطیسی قوی از خود نشان می‌دهند، به همین دلیل در مگنتوهیدرودینامیک بررسی می‌شوند. تلاطم به طور کامل توسعه یافته یعنی تلاطم در حد اعداد رینولدز بالا، که از مقیاس‌های کوچک شروع شده و به مقیاس‌های بزرگ ختم می‌شوند. مقیاس های بزرگ دربرگیرنده انرژی تزریقی به سیستم می‌باشند. این انرژی به گرداب‌های کوچکتر منتقل می شود که سرانجام در کوچکترین مقیاس‌ها به صورت گرداب‌های اتلافی از سیستم خارج می‌شوند. پلاسماهای فضایی همچون بادهای خورشیدی برخلاف تجربیات آزمایشگاهی سیستم‌هایی با اعداد رینولدز بالا هستند. برای توصیف مگنتوهیدرودینامیک باید ابزار آماری قوی در دست داشته باشیم. خواص آماری تلاطم مگنتوهیدرودینامیک به وسیله تابع توزیع احتمال و توابع ساختار میدان مغناطیسی روی مقیاس های متفاوت توصیف می‌شوند. فرضیه خود-همگونی که توسط کولموگروف معرفی شد بیان می‌کند که نرخ انتقال انرژی در ناحیه اینرسی ثابت می‌باشد. که این منجر به قانون مقیاس برای گشتاورهای توابع ساختار شد. چون گشتاورها و توابع توزیع احتمال توصیف یکسانی دارند، بنابراین مطابق با تئوری خود-همگونی کولموگروف ، تابع توزیع احتمال افت و خیزهای میدان مغناطیسی شکل گاوسی به خود می گیرند. علی‌رغم موفقیت تئوری کولموگروف در پیشگویی قانون مقیاس معروف $-\frac{5}{3}$ در طیف انرژی، تحقیقات آزمایشگاهی روی توابع توزیع افت و خیزهای میدان مغناطیسی در یک مقیاس معین انحراف از تابع گاوسی را نشان می‌دهد. این همان مفهوم ساختارهای ناهمگون می‌باشد که باعث نقض تئوری کلاسیکی کولموگروف می‌شود.

واژه‌های کلیدی: بادهای خورشیدی، توابع توزیع احتمال، توابع ساختار، قانون توان، ساختارهای خود-همگون و ناهمگون، ویژگی‌های مقیاسی

لیست مقالات مستخرج از پایان‌نامه

۱- حاجی‌آبادی الهام، مومنی مهدی، بررسی آماری میدان مغناطیسی اختلالی ناشی از بادهای خورشیدی، اولین کنفرانس مهندسی و فیزیک پلاسما، دانشگاه شهید بهشتی، خرداد ماه ۱۳۹۲

فهرست مطالب

فصل اول: بادهای خورشیدی

۱-۱- مقدمه.... ۲

۱-۲- خورشید.... ۳

۱-۳- تاریخچه.... ۳

۱-۴- بادهای خورشیدی.... ۴

۱-۵- هلیوسفر.... ۴

۱-۶- بادهای خورشیدی تند و کند.... ۵

۱-۷- دینامیک بادهای خورشیدی.... ۶

۱-۷-۱- میدان مغناطیسی خورشید.... ۷

۱-۷-۲- دمای بادهای خورشیدی.... ۸

۱-۷-۳- چگالی و سرعت بادهای خورشیدی.... ۸

۱-۸- تاثیر بادهای خورشیدی بر روی زمین.... ۱۱

۱-۸-۱- شفق قطبی چگونه به وجود می‌آید؟.... ۱۲

۱-۹- چارچوب مگنتوهیدرودینامیک.... ۱۴

۱-۱۰- خواص آماری تلاطم مگنتوهیدرودینامیک.... ۱۵

فصل دوم: معادلات مگنتوهیدرودینامیک

۲-۱- مگنتوهیدرودینامیک.... ۱۹

۲-۱-۱- معادلات MHD ایده‌آل.... ۱۹

۲-۱-۲- معادلات MHD مقاومتی.... ۲۰

۲-۱-۲-۱- معادله تکانه.... ۲۰

۲-۱-۲-۱-۱- نیروی لورنس......21
۲-۱-۲-۱-۲- نیروی فشار (حرارتی)......۲۱
۲-۱-۲-۱-۳- نیروی گرانشی......2۲
۲-۱-۲-۱-۴- نیروی چسبندگی (ویسکوزیته)......۲۲
۲-۱-۲-۲- معادله القایی......۲3
۲-۱-۲-۳- معادله پیوستگی......۲۳
۲-۱-۲-۴- معادله دینامیکی فشار......۲۴
۲-۱-۳- کاربردهای معادلات MHD......۲۵
۲-۲- چارچوب مرجع دورانی......26
۲-۳- تراکم‌ناپذیری و تقریب بوزونیک......۲۶
۲-۴- میدان‌های الزیزر......۳2

فصل سوم: تلاطم

۳-۱- مقدمه......35
۳-۲- تلاطم چیست؟......36
۳-۳- توصیف آماری تلاطم......39
۳-۴- آبشارهای انرژی......41
۳-۵- فرضیه کولموگروف......43
۳-۶- توابع خود-همگون و ناهمگون......45

فصل چهارم: آنالیز داده‌ها

۴-۱- مقدمه......49
۴-۲- داده‌ها......50

۴-۲-۱- بخش اول..50
۴-۲-۲- بخش دوم..50
۴-۲-۳- محیط‌های کدنویسی..51
۴-۳- میدان مغناطیسی..51
۴-۴- طیف انرژی مغناطیسی..53
۴-۴-۱- آنالیز طیفی..54
۴-۵- توابع توزیع احتمال..56
۴-۵-۱- احتمال..56
۴-۵-۲-تابع توزیع تجمعی..57
۴-۵-۳- تابع توزیع احتمال..58
۴-۵-۴- متوسط و گشتاورها..59
۴-۵-۵- آنالیز توابع توزیع احتمال..60
۴-۶- توابع ساختار..64
۴-۶-۱- معرفی توابع ساختار..65
۴-۶-۲- قانون توان..66
۴-۷- فرضیه اصلاح شده کولموگروف..73
۴-۸- روابط دقیق تلاطمی..74
۴-۸-۱- قانون چهار – پنجم کولموگروف..75
۴-۸-۲- قانون چهار – سوم یاقلوم..76
۴-۸-۳- قانون چهار – سوم در تلاطم MHD..78
۴-۹- چند- فراکتالی و تک- فراکتالی..79
۴-۹-۱- خود-همگونی انرژی میدان مغناطیسی..84

۴-۹-۲- ناهمگونی میدان مغناطیسی........ 88

فصل پنجم: نتیجه‌گیری

۵-۱- نتیجه‌گیری........ 93

۵-۲- پیشنهادات........ 96

مراجع........ 97

پیوست........ 100

لیست تصاویر

شکل (۱-۱): تصویر اشعه ایکس از حفره‌های خورشیدی.....۵

شکل (۱-۲): مولفه x میدان مغناطیسی نسبت به زمان.....۸

شکل (۱- ۳): تغییرات چگالی و سرعت بادهای خورشیدی در برخورد به زمین.....۹

شکل (۱- ۴): تغییرات دما و سرعت بادهای خورشیدی.....۱۰

شکل (۱- ۵): تغییرات چگالی، شار، سرعت و فشار دینامیکی.....۱۱

شکل (۱- ۶): برخورد بادهای خورشیدی به مگنتوسفر زمین.....۱۳

شکل(۱-۷): برخورد بادهای خورشیدی به مگنتوسفر زمین و بازگشت به سمت قطبین و ایجاد شفق قطبی.....۱۴

شکل (۳-۱): تلاطم مشاهده شده در آب و بادهای خورشیدی در برخورد به میدان مغناطیسی زمین.....37

شکل (۳-۲): انتقال از حرکت آرام به حرکت متلاطم. عدد رینولدز از بالا به پایین افزایش می‌یابد.....38

شکل (۳-۳): انتقال آبشارهای انرژی.....41

شکل (۳-۴): طیف انرژی.....42

شکل (۳-۵): تابع حکت براونی خود-همگون.....46

شکل (۳-۶): پلکان دویل، تابعی ناهمگون..47

شکل (۴-۱): مولفه x میدان مغناطیسی داده‌های بخش ۴-۲-
۱..51

شکل (۴-۲): مولفه x میدان مغناطیسی داده‌های بخش ۴-۲-۲..52

شکل (۴-۳): تغییرات اختلاف داده‌های مولفه x میدان
مغناطیسی..53

شکل (۴-۴): طیف انرژی مغناطیسی مولفه B_x^2..56

شکل (۴-۵): تابع توزیع احتمال در ۴ بازه زمانی مختلف. انتقال از حالت غیرگاوسی به گاوسی............62

شکل (۴-۶): تابع گاوسی رسم شده به رنگ قرمز بر روی تابع توزیع احتمال..64

شکل (۴-۷): تابع ساختار مولفه B_x در ۷ مرتبه مختلف داده‌های بخش ۴-۲-
۱...69

شکل (۴-۸): تابع ساختار مولفه B_x در ۷ مرتبه مختلف داده‌های بخش ۴-۲-۲.......................................70

شکل (۴-۹): توان مقیاسی بر حسب مرتبه‌های مختلف داده‌های بخش ۴-۲-۱..71

شکل (۴-۱۰): توان مقیاسی بر حسب مرتبه‌های مختلف داده‌های بخش ۴-۲-۲....................................... 72

شکل (۴-۱۱): فراکتال-
ها...81

شکل (۴-۱۲): قله‌های توابع توزیع احتمال نسبت به زمان داده‌های B^2 در ناحیه اینرسی......................85

شکل (۴-۱۳): توابع توزیع احتمال بر روی هم قرار گرفته انرژی میدان مغناطیسی B_x^2............................86

شکل (۴-۱۴): توابع توزیع احتمال قرار گرفته در ۱۰σ بر روی یکدیگر..88

شکل (۴-۱۵): قله‌های توابع توزیع احتمال نسبت به زمان داده‌های $|B|$ در ناحیه اینرسی...................89

شکل (۴-۱۶): توابع توزیع احتمال قرار گرفته بر روی یکدیگر تا ۱,۴σ...90

فصل اول:

بادهای خورشید

۱-۱- مقدمه

پلاسما مجموعه‌ای از ذرات باردار می‌باشد که این ذرات میدان‌های الکترومغناطیسی را از طریق بار و جریان‌های اولیه‌شان تولید می‌کنند. حرکت ذرات تحت تاثیر میدان‌های القا شده و میدان‌های خارجی که به پلاسما اعمال می‌شوند و از پلاسما پیروی می‌کنند، قرار می‌گیرند. توصیف پلاسما بسیار پیچیده است، اما خوشبختانه چندین مدل برای پیشگویی رفتار پلاسما در یک ناحیه دلخواه وجود دارد. این مدل‌ها عبارتند از مدل جنبشی، تئوری مداری و مدل سیالی. در مدل سیالی متوسط مقیاس‌های فضایی بزرگتر از مقیاس‌های طولی ذاتی پلاسما مانند طول دبای λ_D و شعاع لارمور ρ_j ذرات باردار می‌باشند. این توصیف می‌تواند تک سیالی، دو سیالی، چند سیالی و یا سیال مگنتوهیدرودینامیک (Magnetohydrodynamic) باشد. . بادهای خورشیدی بهترین محیط برای مطالعه پدیده‌های پلاسمای کم‌برخورد به صورت مستقیم اند. تلاطم (Turbulence) در جنبه‌های مختلف پلاسماهای فضایی مانند تولید بادهای خورشیدی نقش اساسی دارد.

۱-۲- خورشید

خورشید یکی از ستارگان کهکشان راه‌شیری و تنها ستاره سامانه خورشیدی است که در مرکز آن جای دارد. خورشید یک کره کامل است که از پلاسمای داغ ساخته شده است و در میانه‌ی آن میدان مغناطیسی برقرار است [۱]. خورشید انرژی خود را از راه همجوشی هسته‌ای هیدروژن به هلیوم فراهم می‌کند. در هسته خورشید در هر ثانیه، زنجیره پروتون– پروتون $۹/۲\times۱۰^{۳۷}$ بار روی می‌دهد. از آنجایی که در این فرایند چهار پروتون آزاد (هسته هیدروژن) هم زمان درگیر است، پس در هر ثانیه $۳/۷\times۱۰^{۳۸}$ پروتون به ذره آلفا (هسته هلیوم) تبدیل می‌شود. در مجموع می‌توان گفت در سراسر خورشید نزدیک به $۸/۹\times۱۰^{۵۶}$ پروتون آزاد دگرگون می‌شود. می‌دانیم که در هر همجوشی دگرگونی هیدروژن به هلیوم

نزدیک به ۰/۷ درصد از جرم به انرژی تبدیل می‌شود [۱]. پس خورشید در هر ثانیه ۴/۲۶ میلیون تن جرم را در دگرگونی ماده به انرژی درگیرمی‌کند. این مقدار جرم از بین نمی رود، بلکه بر پایه هم‌ارزی جرم و انرژی به صورت انرژی تابشی درمی‌آید. پروتون‌های گاما (فوتون‌های بسیار پر انرژی) آزاد شده از واکنش همجوشی پس از چند میلیمتر، توسط پلاسمای خورشیدی جذب می‌شوند و دوباره با اندکی انرژی کمتر در جهت‌های تصادفی تابیده می‌شوند، که همان بادهای خورشیدی می‌باشند.

۱-۳- تاریخچه

جریان پیوسته‌ای از ذرات که از خورشید به فضا ساطع میشود، برای اولین بار توسط ستاره‌شناس بریتانیایی ریچارد کارینگتون[۱] پیشنهاد شده است. در سال ۱۸۵۹ کارینگتون و ریچارد هاجسون[۲] به طور جداگانه اولین مشاهدات را از انچه که بعدها به نام فوران خورشیدی نامیده شد، انجام دادند. در۱۹۱۰ستاره شناس بریتانیایی آرتور ادینگتون[۳] به وجود بادهای خورشیدی بدون ذکر نام آن‌ها پی برد. وی فرض کرد که بادهای خورشیدی شامل الکترون‌ها هستند. در ۱۹۱۶ فیزیکدان نروژی کریستین بایرکلند[۴] پیشنهاد کرد که از نقطه نظر فیزیکی، اشعه‌های خورشیدی نه منحصرا اشعه‌های منفی و نه مثبت، بلکه شامل هردونوع هستند. به عبارت دیگر بادهای خورشیدی شامل الکترون‌های منفی و یون‌های مثبت هستند. در۱۹۳۰ دانشمندان دمای تاج خورشید را حدود یک میلیون درجه سیلسیوس تعیین

---

۱. Richard C.Carrington

۲. Richard Hodgson

۳. Arthur Eddington

۴. Kristian Binkeland

کردند. بعدها فضاپیماها این مقدار را تایید کردند. در ۱۹۵۹ ماهواره اتحاد جماهیر شوروی لونا۱[5] برای اولین بار بادهای خورشیدی را مشاهده و قدرت آنها را اندازه گیری کرد. در ۱۹۹۰ کاوشگر اولیسس[6] با هدف مطالعه بادهای خورشیدی در عرض‌های جغرافیایی بالا به فضا پرتاب شد.

۱-۴- بادهای خورشیدی[7]

بادهای خورشیدی جریان‌های پلاسمایی ماوراءصوت[8] و سوپر آلفنی[9] که شامل الکترون‌ها و پروتون‌ها با انرژی معمولا بین ۱/۵ تا ۱۰ کیلوالکتروولت همراه با مقدار کمی یون‌های سنگین می باشند. مهمترین ذرات بادهای خورشیدی در فاصله خورشید تا زمین را ذرات آلفا (هسته هلیوم) تشکیل میدهند، که حدود۴ تا ۵ درصد مجموع ذرات را به خود اختصاص داده اند. بادهای خورشیدی ازتاج[10] بسیار داغ خورشید به فضا در تمام جهات منتشرمیشوند. چگالی این بادها در نزدیکی خورشید تقریبا بین ۱۰ تا۱۰۰ ذره در هر سانتی متر مکعب است. در فواصل زیادی از خورشید یعنی فراتر از مدار پلوتون، از سرعت این باد که مافوق صوت است، کاسته میشود و با گازهای میان ستاره‌ای ترکیب میگردد [۲].

۱-۵- هلیوسفر[11]

هلیوسفر فضای تحت سیطره بادهای خورشیدی یا ذراتی است که از خورشید پرتاب می‌شوند. به بیان دیگر، ناحیه‌ای است که کل منظومه شمسی، بادهای خورشیدی و تمام میدان مغناطیسی خورشیدی را در بر گرفته است. بادهای خورشیدی تا مدار پلوتون که در فاصله ۶ میلیارد کیلومتری از خورشید به دور

---

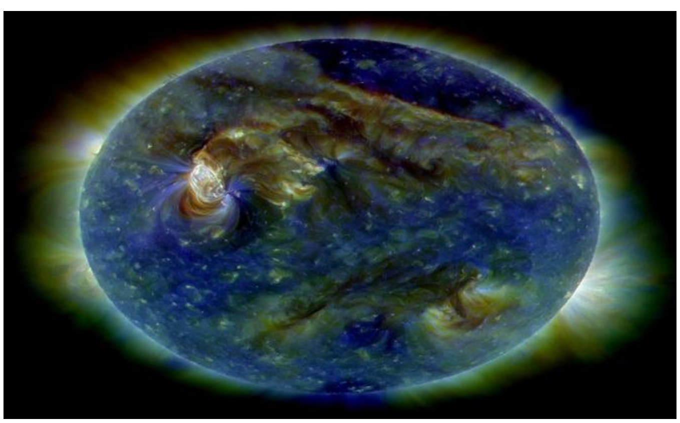
۱. Luna1
۲. Ulysses
۳. Solar wind
۴. Supersonic
۵. Super Alfvenic
۶. Coronal
۷. Heliosphere

این ستاره میچرخد، پیش میرود. فراتر از مدار پلوتون، هلیوسفر به گازها و غبارهای میان ستاره‌ای می پیوندد.

۱-۶- بادهای خورشیدی تند و کند[۱۲]

بادهای خورشیدی تند (جریانهایی بین ۵۰۰ تا ۸۰۰ کیلومتر بر ثانیه) از حفره‌های تاجی خورشید[۱۳] سرچشمه میگیرند و به سمت قطب‌های خورشید روانه میشوند. در حالیکه بادهای خورشیدی کند (جریانهایی بین ۳۰۰تا ۴۰۰ کیلومتر بر ثانیه) از نزدیکی استوای خورشید سرچشمه میگیرند. جریان های تند کم چگال‌تر اما گرمتر از جریان‌های کند هستند [۲].

حفره‌های تاجی، مناطق تاریک نشان داده شده از تصویر اشعه ایکس گرفته شده توسط فضاپیمای یوهکو[۱۴] در شکل (۱-۱) می‌باشد. که در هر دو عرض جغرافیایی بالا و پایین رخ می‌دهد.



شکل (۱- ۱): تصویر اشعه ایکس از حفره‌های خورشیدی

---

۱. Fast and slow solar wind

۲. Coronal holes

۳. Yohkoh

به دلیل دمای بسیار بالای خورشید، تمام ماده‌ی موجود در آن در حالت گازی و پلاسما است. این ویژگی به خورشید این توان را می‌دهد تا در مدار استوایی‌اش در دوره‌ای کمتر (نزدیک به ۲۵ روز) از عرض‌های جغرافیایی بالاتر (نزدیک به ۳۵ روز در ناحیه قطبی) بگرد خود بچرخد [۳] .

۱-۷- دینامیک بادهای خورشیدی

بادهای خورشیدی محیط مناسبی برای مطالعه پدیده‌های پلاسمایی کم برخورد در فرکانس های پایین جایی که افت و خیزهای دامنه نوسانات بالا می‌باشد، است. بادهای خورشیدی مشخصه تلاطمی قوی از خود نشان می‌دهند که مشابه انچه در هیدرودینامیک به وسیله کولموگروف (۱۹۴۱)[۱۵] بیان شده است. بادهای خورشیدی میدان مغناطیسی قوی از خود نشان می‌دهند، به همین دلیل در مگنتوهیدرودینامیک بررسی می‌شوند. تلاطم در جنبه‌های مختلف پلاسماهای فضایی مانند تولید بادهای خورشیدی، شتاب ذرات با انرژی بالا، گرمای پلاسمایی و اشعه‌های کیهانی نقش اساسی دارد [۲].

کلمن[۱۶](۱۹۶۸) اولین شخصی بود که به حضور نوسانات تلاطمی در بادهای خورشیدی پی برد. وی بااستفاده ازمشاهدات پلاسمایی مغناطیسی فضاپیمای مارینر۲[۱۷]، ویژگی‌های آماری نوسانات بین سیاره‌ای در طول بازه زمانی ۲۷ آگوست تا ۳۱ اکتبر ۱۹۶۲ را تحقیق کرد و با استفاده از آنالیز چگالی‌های طیفی توانست پی ببرد که جریان‌های بادهای خورشیدی اغلب متلاطم هستند. تغییرات بادهای خورشیدی درچگالی، سرعت، دما و ویژگی‌های میدان مغناطیسی را می‌توان باتوجه به تغییرات چرخش خورشید، عرضهای جغرافیایی متفاوت و دوره چرخش بررسی کرد.

---

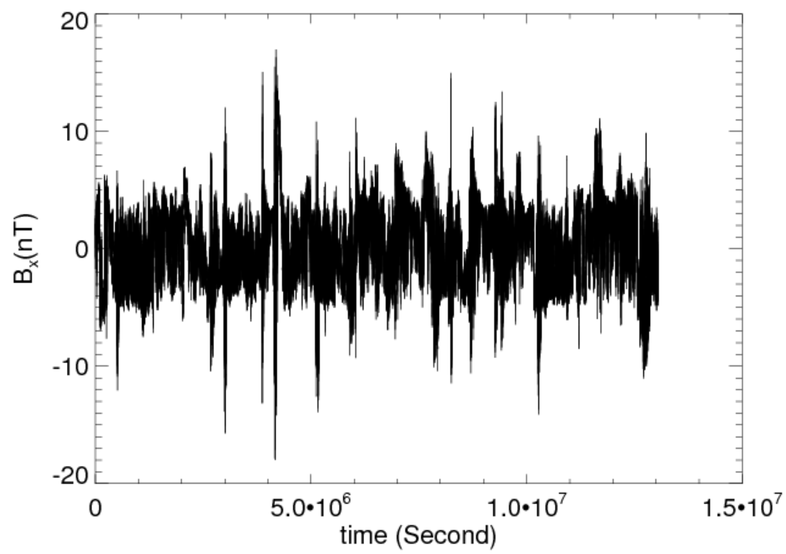
۱. Kolmogorov (1941)

۲. Kelman

۳. Mariner2

۱-۷-۱- میدان مغناطیسی خورشید

خورشید ستاره‌ای فعال از دیدگاه مغناطیسی است. یک میدان مغناطیسی توانا دارد که سال به سال اندکی سویش تغییرمی‌کند، تا اینکه هر یازده سال وارون می‌شود. میدان مغناطیسی خورشید دارای اثرهای بسیاری است که به مجموعه آنها فعالیت خورشیدی گفته می‌شود. از جمله آنها لکه‌های خورشیدی برسطح آن، شراره خورشیدی و دگرگونگی‌ها در بادهای خورشیدی است. گردش اختلافی خورشید در عرض‌های جغرافیایی گوناگون آن باعث می‌شود تا با گذر زمان خط‌های میدان مغناطیسی خورشید در هم پیچیده شود، حلقه‌های میدان مغناطیسی در سطح خورشید فوران کند و در نتیجه لکه و زبانه‌ی خورشیدی پدید آید. در اثر همین پیچش است که پویایی خورشیدی و چرخه ۱۱ ساله‌ی وارونه شدن میدان مغناطیسی خورشید پدیدار می‌شود. میدان مغناطیسی خورشید بسیار فراتر از خورشید را هم در بر می‌گیرد. بادهای خورشیدی مغناطیسی، میدان مغناطیسی خورشید را به بیرون از خورشید منتشر می‌کنند، پدیده‌ای که امروز به آن میدان مغناطیسی میان سیاره‌ای گفته می‌شود. پلاسما تنها می‌تواند در راستای خط‌های میدان مغناطیسی جابجا شود، به همین دلیل میدان مغناطیسی میان سیاره‌ای به صورت شعاعی گسترش یافته است. میدان مغناطیسی میان سیاره‌ای بسیار قویتر از اجزای میدان مغناطیسی دوقطبی خورشید است. میدان مغناطیسی دوقطبی خورشید در نزدیکی‌های سطح زمین به ۰/۱ نانوتسلا می‌رسد، اما داده‌های بدست آمده از فضاپیماها نشان می‌دهند که میدان مغناطیسی میان سیاره‌ای در نزدیکی زمین ۱۰۰ برابر قویتر است [۴]. شدت میدان مغناطیسی زمین در قطب‌ها در حدود ۶ گاوس می‌باشد. در حالیکه در سایر نقاط زمین از مقدار بالا کمتر است. در شکل (۱-۲) نمونه‌ای از تلاطم اندازه گیری شده توسط فضاپیمای ACE نشان داده شده است، که رفتار مولفه‌های میدان مغناطیسی بادهای خورشیدی را نسبت به زمان نشان میدهد.



شکل (۱-۲): مولفه x میدان مغناطیسی نسبت به زمان

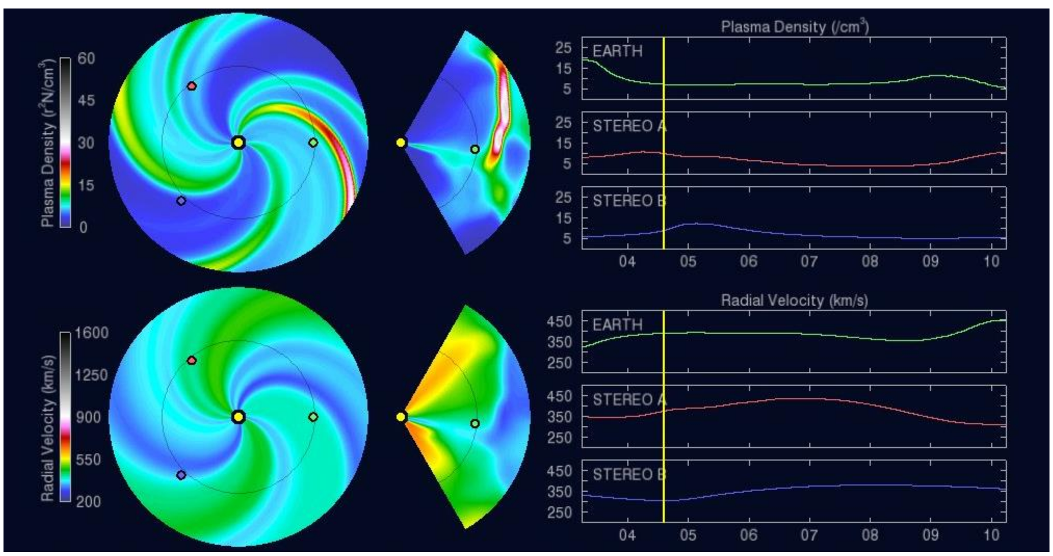
۱-۷-۲- دمای بادهای خورشیدی

دمای سطح خورشید نزدیک به ۵۷۷۸ کلوین است. دمای ذرات بادهای خورشیدی در نزدیکی‌های زمین در حدود ۱۰۰۰۰۰ کلوین است. این نشان می‌دهد که خورشید از جرم خود حدود ۱۰۰۰ میلیون کیلوگرم در ثانیه می‌کاهد و آن را به پدیده‌ای به نام بادهای خورشیدی مبدل می‌سازد[۵].

۱-۷-۳- چگالی و سرعت بادهای خورشیدی

بادهای خورشیدی به طورپیوسته و با سرعت بین ۳۰۰ تا ۸۰۰ کیلومتر بر ثانیه در فضای میان سیارات میوزد. ذراتی که به وسیله بادخورشیدی حمل می‌شوند، حدود ۴ تا ۵ روز وقت لازم دارند تا به زمین برسند. تراکم این ذرات در حدود ۵۰۰۰۰۰۰ مترمکعب است.

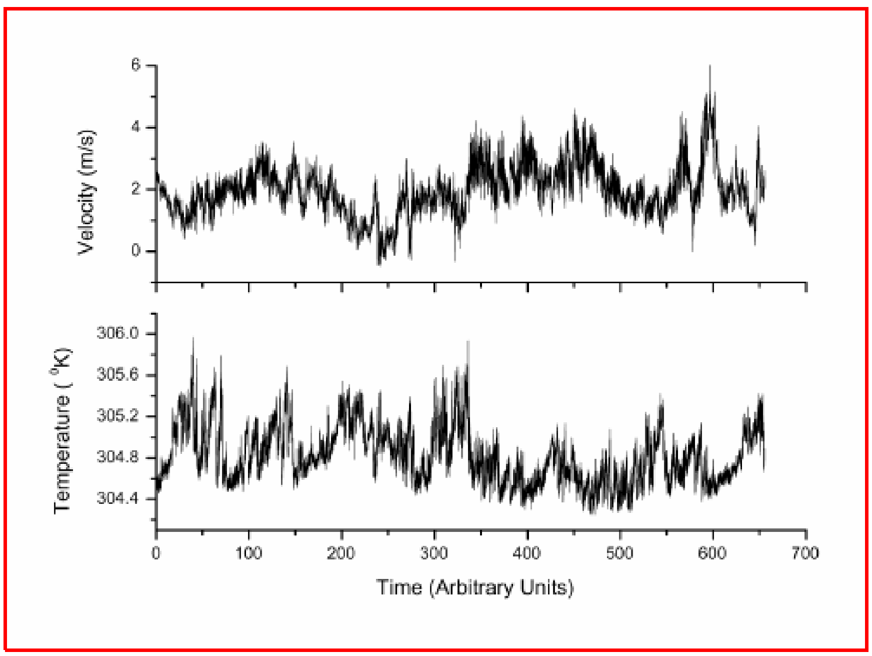
در شکل (۱-۳) ، تصاویر دایروی سمت چپ، نحوه تغییرات چگالی و سرعت بادهای خورشیدی در برخورد به زمین را نشان می‌دهد.خورشید با نقطه‌ای زرد رنگ در مرکز و زمین با نقطه‌ای سبز در سمت راست قرار گرفته است. دو نقطه دیگر مرتبط با موقعیت فضاپیماهای استرو[۱۸] است. تصاویر سمت راست مرتبط با پیش‌بینی تحول زمانی چگالی و سرعت بادهای خورشیدی در زمین و دو فضاپیما استرو را نشان می‌دهد [۶] .



شکل (۱- ۳): تغییرات چگالی و سرعت بادهای خورشیدی در برخورد به زمین

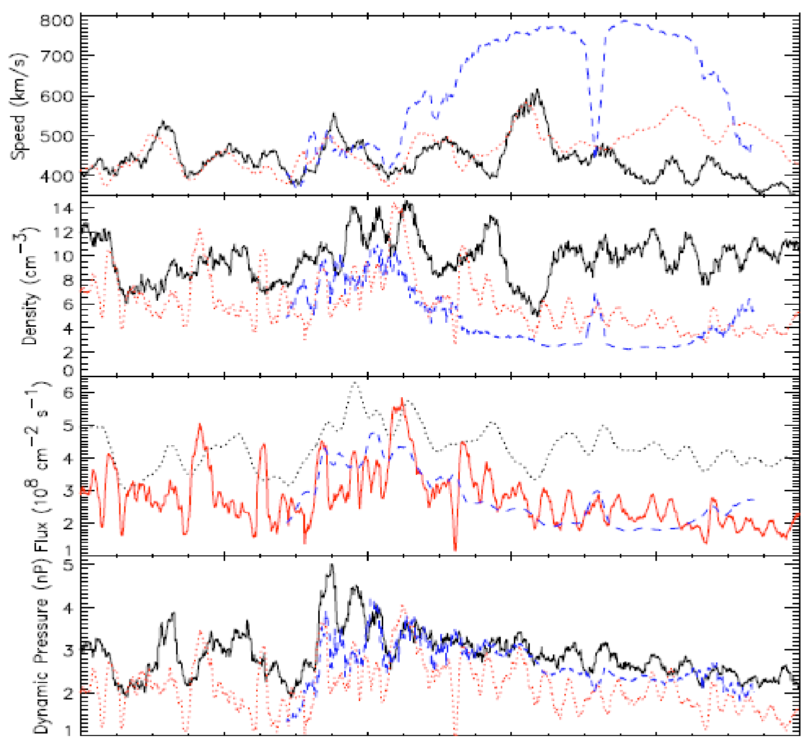
۱. Stereo

حال میتوانیم در شکل (۱-۴) تغییرات دما و سرعت بادهای خورشیدی در اتمسفر زمین را مشاهده نمایید.



شکل (۱- ۴): تغییرات دما و سرعت بادهای خورشیدی

در شکل (۱-۵) سرعت پلاسما، چگالی، شار و فشار دینامیکی در ۳ فضاپیما با یکدیگر مقایسه شده اند. به دلیل قرار گرفتن هر فضاپیما درعرض جغرافیایی متفاوت اندازه‌گیری‌های متفاوتی را مشاهده می کنیم.



شکل (۱- ۵): تغییرات چگالی، شار، سرعت و فشار دینامیکی

۱-۸- تاثیر بادهای خورشیدی بر روی زمین

بادهای خورشیدی تاثیرات زیادی بر روی سیاره ما دارند، به ویژه هنگامی که خورشید فعال است و بادهای خورشیدی قوی هستند. بادهای خورشیدی تاثیر قابل توجهی بر روی یونوسفر، میدان مغناطیسی زمین و سیستم‌های مخابراتی دارند. همین بادهای خورشیدی هستند که در برخورد با سطوح فوقانی جو زمین باعث ایجاد شفق قطبی میشوند.

۱-۸-۱- شفق قطبی چگونه به وجود می‌آید؟

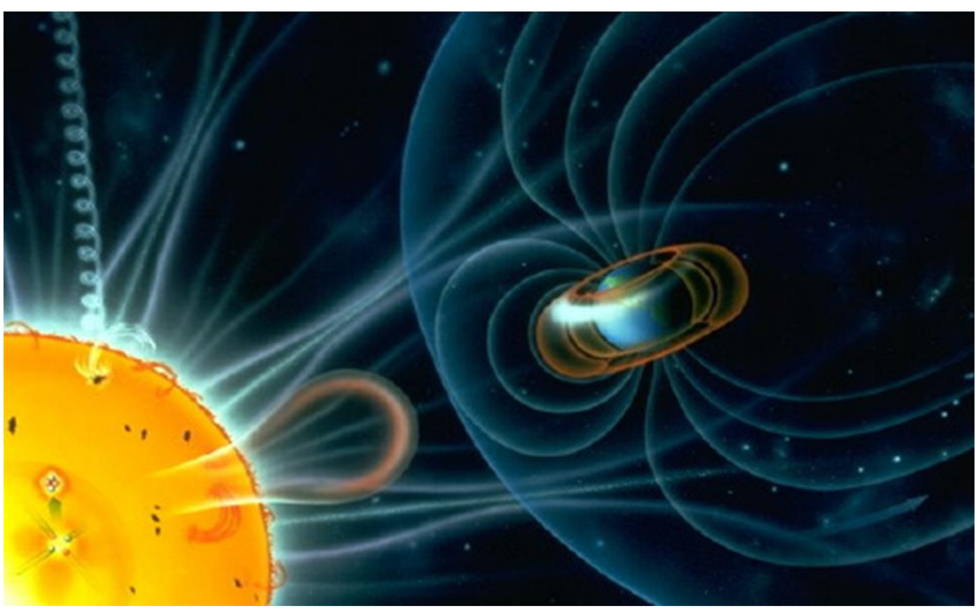
هنگامی که بادهای خورشیدی به سمت سیارات روانه شدند، سیلی از ذرات باردار خورشیدی به جو مگنتوسفر[۱۹] سیارات برخورد می‌کنند و اگر سیاره مگنتوسفر مناسبی داشته باشد، می‌تواند این ذرات را دفع کرده و سطح سیاره را از برخورد این ذرات زیانبار حفظ می‌کند. برخورد ذرات باردار پلاسمای خورشیدی با اتم‌ها و مولکول‌های جو زمین در لایه یونوسفرجو، موجب به وجود آمدن شفق قطبی می شود. با برخورد ذرات بادهای خورشیدی به مولکول‌های جو، مولکول‌های جو تحریک می شوند و انرژی دریافت میکنند و هر عنصری نسبت به چیدمان مداری الکترون خود، پس از دریافت انرژی، الکترون لایه تراز آن برانگیخته شده، به صورتی که از لایه خود با گرفتن انرژی به لایه بالاتر رفته و به دلیل آنکه در لایه بالاتر پایدار نیست، انرژی که گرفته بود را به صورت فوتون آزاد کرده و به لایه پایه خود باز میگردد و انرژی اضافه را به صورت تابش‌های مرئی و نامرئی آزاد می‌کند. تابش‌های مرئی شفق‌ها را می‌توان از روی زمین و در عرض‌های بالای ۶۰ درجه شمالی و جنوبی به راحتی مشاهده کرد، اما تابش های پرتو ایکس و فرابنفش باید از فضا دیده شوند، چون جو زمین بسیاری از تابش‌ها را جذب و فیلتر می‌کند که خود یک نعمت است، چرا که این تابش‌ها زیانبار هستند و اگر عکس‌های تهیه شده از فضا را که فضانوردان ایستگاه فضایی می‌گیرند، ببینید این تابش‌ها مشخص هستند.

---

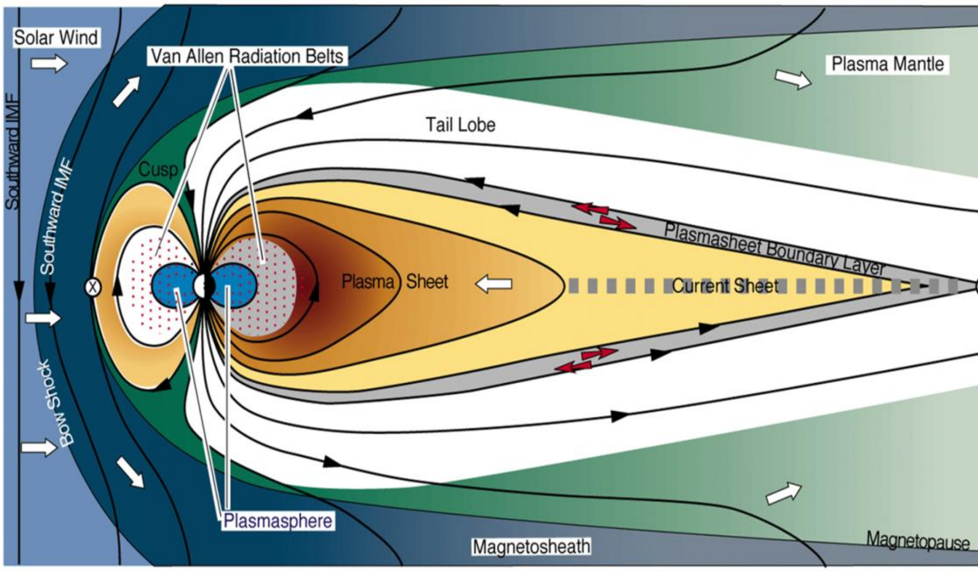
۱. Magnetosphere

رنگ‌های گوناگون شفق قطبی هم مربوط به تحریک شدن مولکول‌های متفاوت موجود در جو بالایی زمین است. دوگاز اکسیژن و نیتروژن دو ماده‌ای هستند که بیشترین فراوانی را در جو زمین دارند و رنگ های قرمز و سبز که در شفق‌های قطبی دیده می‌شوند، حاصل تحریک شدن این دو گاز هستند. البته وجود گازهای اندک دیگر در جو زمین باعث می‌شود تا رنگ‌های دیگر هم بعضا دیده شوند.

سوالی که در اینجا مطرح می‌شود این است، که چرا همه عرض‌های جغرافیایی کره زمین نمی توانند این پدیده زیبای جوی را تماشا کنند؟ باید اینگونه پاسخ داد که زمانی که مگنتوسفر زمین در برابر ذرات باردار خورشیدی ایجاد سد می‌کند، این ذرات به سمت قطب‌های مغناطیسی زمین که در ناحیه شمال و جنوب کره زمین قرار دارند، راهنمایی شده و جذب قطب‌های مغناطیسی می‌شوند که حاصل این عمل برانگیخته شدن جو فقط در نواحی شمالی و جنوبی زمین است. در شکل (۱-۶) و (۱-۷) نحوه برخورد بادهای خورشیدی به مگنتوسفر زمین و انحراف ذرات و بازگشت آنها به سمت قطبین زمین و نحوه شکل‌گیری بادهای خورشیدی را مشاهده می‌کنید.



شکل (۱- ۶): برخورد بادهای خورشیدی به مگنتوسفر زمین



شکل(۱-۷): برخورد بادهای خورشیدی به مگنتوسفر زمین و بازگشت به سمت قطبین و ایجاد شفق قطبی

۱-۹- چارچوب مگنتوهیدرودینامیک

چارچوب مگنتوهیدرودینامیک در بسیاری از حالات بهترین چارچوب برای مطالعه پلاسما می باشد. اکثر پلاسماها توسط یک میدان مغناطیسی قوی مقید می‌شوند. در سالهای اخیر مشخص شده است که میدان‌های مغناطیسی حضور غیرقابل انکاری در موضوعات فیزیک پلاسمای فضایی دارند. بادهای خورشیدی میدان مغناطیسی قوی از خود نشان می‌دهند، به همین دلیل در مگنتوهیدرودینامیک بررسی می‌شوند. بادهای خورشیدی نمونه‌ای از یک پلاسمای فضایی متلاطم می‌باشد. در این حالت مگنتوهیدرودینامیک یک چارچوب مناسب برای مطالعه تلاطم است. پدیده‌ای که تنها در یک پلاسمای اتلافی رخ می‌دهد. جواب‌های معادلات سیال ایده‌آل به عنوان یک مسئله ریاضی می‌توانند به شناخت منشا آغاز تلاطم و مفهوم آبشارهای انرژی در سیستم‌های اتلافی به ما کمک کنند. در حد اعداد رینولدز بی‌نهایت که معرف یک پلاسمای غیر اتلافی می‌باشد با صفرشدن جمله اتلاف، مشخصه جواب‌های تکینه

معادلات سیال را می‌توان به کوچکترین ساختارها در تلاطم اتلافی مربوط کرد. باید توجه داشت که سیستم‌هایی با اعداد رینولدز بی‌نهایت یک سیستم ایده‌آل را توصیف می‌کنند در حالیکه سیستم‌هایی با اعداد رینولدز بزرگ معرف یک سیستم واقعی، اتلافی می‌باشند. تلاطم به طور کامل توسعه یافته (Fully Developed Turbulence) یعنی تلاطم در حد اعداد رینولدز بالا، شامل محدوده گسترده‌ای از مقیاس‌ها است که از مقیاس‌های کوچک شروع شده و به مقیاس‌های بزرگ ختم می‌شود. مقیاس‌های بزرگ معمولا از مرتبه ابعاد سیال هستند که دربرگیرنده انرژی تزریقی به سیستم می‌باشند. این انرژی از طریق برهم-کنش گرداب‌ها به گرداب‌های کوچکتر منتقل می‌شود که سرانجام در کوچکترین مقیاس‌ها به صورت گرداب‌های اتلافی از سیستم خارج می‌شوند. ما به بررسی خواص آماری منطقه میانی که به ناحیه اینرسی معروف است، خواهیم پرداخت.

۱-۱۰- خواص آماری تلاطم مگنتوهیدرودینامیک

پلاسماهای فضایی همچون بادهای خورشیدی برخلاف تجربیات آزمایشگاهی سیستم‌هایی با اعداد رینولدز بالا هستند [۲]. برای توصیف مگنتوهیدرودینامیک باید ابزار آماری قوی در دست داشته باشیم. خواص آماری تلاطم مگنتوهیدرودینامیک به وسیله تابع توزیع احتمال (Probability Distribution Function) و توابع ساختار (Structure Function) میدان مغناطیسی روی مقیاس‌های متفاوت توصیف می‌شوند. توابع توزیع احتمال کمیت‌های مهم آماری بشمار می‌روند که می‌توان توسط آنها اطلاعات مربوط به سیستم تلاطمی از جمله گشتاورهای مراتب مختلف را بدست آورد. فرضیه خود-همگونی (Self-Similarity) که توسط کولموگروف معرفی شد بیان می‌کند که نرخ انتقال انرژی در ناحیه اینرسی ثابت می‌باشد. که این منجر به قانون مقیاس (Scaling- Law) برای گشتاورهای توابع ساختار شد. چون گشتاورها و توابع توزیع احتمال توصیف یکسانی دارند، بنابراین مطابق با تئوری خود-همگونی

کولموگروف، توابع توزیع احتمال افت و خیزهای میدان مغناطیسی شکل گاوسی به خود می‌گیرند. علی رغم موفقیت تئوری کولموگروف در پیشگویی قانون مقیاس معروف $-\frac{5}{3}$ در طیف انرژی ، تحقیقات آزمایشگاهی روی توابع توزیع افت و خیزهای میدان مغناطیسی در یک مقیاس معین انحراف از تابع گاوسی را نشان می‌دهد [۷]. این همان مفهوم ساختارهای ناهمگون (Intermittent) می‌باشد که باعث نقض تئوری کلاسیکی کولموگروف می‌شود. در سالهای اخیر محاسبات عددی یک ابزار قابل قبول در بررسی ساختارهای سیستم متلاطم به ویژه ساختارهای مقیاس کوچک محسوب شده است. از آنجا که تلاطم پدیده‌ای قابل رویت در طبیعت است، می‌توان به بررسی و مقایسه جنبه‌های تئوری و تجربی پدیده‌های متلاطم در جهان بپردازیم. به خصوص ما نتایج بدست آمده از فضای بین سیاره‌ای را با نتایج حاصل از سیال عادی بر روی زمین مقایسه می‌کنیم [۲]. مطابق با مقدمه ذکر شده در این فصل، در فصل‌های بعدی به بیان مطالب زیر خواهیم پرداخت:

در فصل دوم به بیان دو نمونه از معادلات مگنتوهیدرودینامیک کاربردی به ویژه در پلاسماهای فضایی می‌پردازیم که شامل معادلات MHD ایده‌آل و معادلات MHD مقاومتی می‌باشند. سپس تقریب‌های مفید مانند تقریب تراکم‌ناپذیر (Incompressibility approximation) و تقریب بوسینسک (Boussinesq approximation) را بیان می‌کنیم. تقریب تراکم‌ناپذیری باعث کاهش متغیرهای مستقل دینامیکی می شود. در انتها توضیح مختصری در رابطه با میدان‌های الزیزر (Elsasser) خواهیم داد. هدف در این پایان نامه بررسی تلاطم بادهای خورشیدی که نمونه‌ای از پلاسماهای مغناطیسی قوی تراکم‌ناپذیر می‌باشد، است.

در فصل سوم در ابتدا به بیان مفهوم تلاطم می‌پردازیم. زیرا پلاسماهای فضایی، پلاسماهای مغناطیسی و متلاطم می‌باشند و بادهای خورشیدی آزمایشگاه طبیعی برای مطالعه تلاطم پلاسمایی هستند. سپس

مطابق با تئوری کولموگروف، ۳ ناحیه مقیاس طولی در طیف انرژی را مشخص خواهیم کرد که عبارتند از : ناحیه تزریق، اینرسی و اتلاف.

در فصل چهارم در ابتدا طیف انرژی مغناطیسی را محاسبه نموده و ناحیه اینرسی مورد مطالعه را پیدا خواهیم کرد. سپس با استفاده از داده‌های میدان مغناطیسی بادهای خورشیدی با شفاف‌سازی‌های متفاوت به بررسی توابع توزیع احتمال و توابع ساختار خواهیم پرداخت. سپس طبق قانون توان، توان مقیاسی ξ_m را پیدا خواهیم کرد و به تحلیل ویژگی‌های مقیاسی میدان و انرژی میدان مغناطیسی می پردازیم و با بررسی بر روی توابع توزیع احتمال انرژی میدان مغناطیسی نشان می‌دهیم که انرژی میدان مغناطیسی ساختارهای خود-همگونی دارند. در حالیکه میدان مغناطیسی ساختارهای ناهمگون خواهند داشت و چند فراکتالی می‌باشند.

فصل دوم:

معادلات مگنتوهیدرودینامیک

۲-۱- مگنتوهیدرودینامیک

مگنتوهیدرودینامیک (MHD) ، دینامیک شاره‌های رسانای الکتریکی همانند پلاسما و فلزات مایع را مورد مطالعه قرار می‌دهد. نظریه MHD یک نظریه شاره‌ای است که بر حسب پارامترهای ماکروسکوپی نظیر چگالی، فشار، دما، میدان سرعت شاره و میدان مغناطیسی آن بیان می‌شود. اصطلاح MHD نخستین بار توسط هانس آلفن[۲۰] در ۱۹۴۲ به کار برده شد. به دلیل کارهایی که وی در این زمینه انجام داد و معرفی امواج آلفن، جایزه نوبل فیزیک را در سال ۱۹۷۰ دریافت کرد.

معادلات MHD بسته به شرایط مساِله بر حسب دسته‌های مختلفی از معادلات نوشته می‌شود. که در اینجا دو نمونه از معادلات کاربردی به ویژه در پلاسماهای فضایی بیان شده‌اند.

۲-۱-۱- معادلات MHD ایده‌آل

بیشتر پلاسماهای اخترفیزیکی بر حسب مجموعه‌ای از معادلات که معادلات MHD ایده‌آل خوانده می‌شوند، توصیف می‌شوند. در این دسته از معادلات فرض شده است که مقیاس زمانی فرایندهای MHD بسیار طولانی‌تر از فرایندهای تصادفی است که این شرط باقی ماندن تمامی انواع ذرات را در توزیع ماکسولی در تمامی زمان‌ها تضمین می‌کند و از انجا که در یک پلاسما با توزیع ماکسولی، ویسکوزیته و هدایت گرمایی صفر می‌باشد، بنابراین این جملات در معادلات وارد نمی‌شوند، پس از اثر نیروهای اتلافی صرفه‌نظر می‌شود (همانند نیروهای ناشی از چسبندگی).

این روابط شامل معادله تکانه (۲ـ۱) ، قانون اهم (۲ـ۲) ، معادله پیوستگی (۲ـ۳) ، معادله حالت (۲ـ۴) و معادلات ماکسول (۲ـ۵) ، (۲ـ۶) و (۲ـ۷) می‌باشند. که به صورت زیر نوشته می‌شوند:

---
۱. Alfven

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla P - \rho g + j \times B \qquad (۲-۱)$$

$$E = -\frac{1}{C} V \times B \qquad (۲-۲)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \, \nabla . V \qquad (۲-۳)$$

$$\frac{d}{dt}(p\rho^{-\gamma}) = 0 \qquad (۲-۴)$$

$$\nabla \times B = \frac{4\pi}{c} j \qquad (۲-۵)$$

$$\nabla \times E = -\frac{1}{C}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (۲-۶)$$

$$\nabla . B = 0 \qquad (۲-۷)$$

در روابط فوق ρ چگالی جرمی، V سرعت، B میدان مغناطیسی، E میدان الکتریکی، p فشار، j چگالی جریان و c سرعت نور هستند. معادلات در دستگاه cgs نوشته شده‌اند و مشتق همرفتی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$-۲\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V . \nabla \qquad (۲-۸)$$

۲-۱- معادلات *MHD* مقاومتی

با تغیراتی که در معادلات ایده‌آل داده می‌شود، که مهمترین آنها وارد کردن اثر نیروهای ویسکوزیته به مساله است، معادلات *MHD* مقاومتی به صورت زیر بیان می‌شوند که در بخش‌های ۲-۱-۲-۱ تا ۲-۱-۲-۴ به بیان معادلات خواهیم پرداخت [۸]:

۲-۱-۲-۱- معادله تکانه

معادله تکانه در MHD با در نظر گرفتن نیروهایی که روی المانی از سیال δV با جرم $\rho\delta V$ وارد می-شود، بدست می‌اید. این نیروها شامل موارد زیر می‌باشند:

۲-۱-۲-۱-۱- نیروی لورنس

در میدان الکترومغناطیسی نیروی وارد بر بار نقطه‌ای q_j را نیروی لورنس گویند. این نیرو با استفاده از رابطه زیر که شامل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی است، بیان می‌شود.

$$F = q_j(E + V_j \times \frac{B}{C}) \tag{۲-۹}$$

می‌دانیم نیروی وارد بر المان سیال برابر با جمع نیروهایی است که بر ذرات مجزا وارد می‌شوند و به صورت زیر می‌نویسیم:

$$F = \delta q\, E + \delta J \times \frac{B}{C} \tag{۲-۱۰}$$

δq بار داخلی و δJ جریان الکتریکی که به وسیله المان سیال حمل می‌شود. بیشتر سیالات از نظر الکتریکی خنثی هستند و در نتیجه $\delta q = ۰$ و تنها قسمت مغناطیسی نیروی لورنس وارد بر المان سیال باقی می‌ماند.

$$F = \delta J \times \frac{B}{c} \quad , \quad \delta J = j\, \delta V \tag{۲-۱۱}$$

۲-۱-۲-۱-۲- نیروی فشار (حرارتی)

ابتدا فرض می‌کنیم که شرایط نزدیک به تعادل ترمودینامیکی باشد، از اینرو تانسور فشار ایزوتروپیک ناهمسانگرد است و به صورت $p_{ij} = p\delta_{ij}$ نوشته می‌شود.

اگر حرکت‌های گرمایی به حساب آورده شوند، یک نیروی فشار خواهیم داشت. نیروی فشار از حرکت کاتوره‌ای ذرات درون و برون جز سیال ناشی می‌شود. با انتگرال‌گیری بر روی سطح المان سیال خواهیم داشت:

$$F = -\int p \ \ ds = -\int \nabla p \ \ dV = -\nabla p \ \ \delta V \qquad (۱۲-۲)$$

۲-۱-۲-۱-۳- نیروی گرانشی

$$F = mg = \rho \ \delta V g \qquad (۱۳-۲)$$

۲-۱-۲-۱-۴- نیروی چسبندگی (ویسکوزیته)

نیروی چسبندگی مانند نیروی فشار بر سطح المان سیال وارد می‌شود و خواهیم داشت:

$$F = \int \sigma^{(\mu)}. ds = \int \nabla. \sigma^{(\mu)} dV = \nabla. \sigma^{(\mu)} \delta V \qquad (۱۴-۲)$$

به $\sigma^{(\mu)} = \{\sigma_{ij}^{(\mu)}\}$ تانسور فشار ویسکوزیته گویند، که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_{ij}^{(\mu)} = \mu \left[\left(\partial_i V_j + \partial_j V_i \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla. V \right] \qquad (۱۵-۲)$$

μ ضریب ویسکوزیته می‌باشد و فرض می‌کنیم ثابت است. اغلب از ضریب ویسکوزیته جنبشی $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ استفاده می‌کنیم.

حال با جمع کردن تمام نیروهای وارد بر المان سیال ذکر شده، معادله تکانه را بدست می‌آوریم:

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + V. \nabla \right) V = -\nabla p + \frac{1}{c} j \times B + \rho g + \nabla. \sigma^{(\mu)} \qquad (۱۶-۲)$$

و در نتیجه به فرم زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho\frac{dV}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{c}j \times B + \rho g + \mu\left(\nabla^2 V + \frac{1}{3}\nabla\nabla.V\right) \quad (۱۷-۲)$$

۲-۱-۲-۲- معادله القایی

با استفاده از قانون فارادی داریم:

$$\nabla \times E = -\frac{1}{C}\frac{\partial B}{\partial t} \quad (۱۸-۲)$$

در چارچوب ساکن المان سیال، $E = \frac{j}{\sigma}$ می‌باشد که σ رسانندگی الکتریکی نامیده می‌شود.

حال در چارچوب آزمایشگاهی که المان سیال با سرعت V حرکت می‌کند، میدان الکتریکی به وسیله تبدیل گالیله به صورت $E \to E' = E + V \times \frac{B}{c}$ نوشته می‌شود، از اینرو

$$E + \frac{1}{c}V \times B = \frac{1}{\sigma}j \quad (۱۹-۲)$$

از رابطه (۲-۱۹) کرل گرفته و با استفاده از کرل رابطه (۲-۵) خواهیم داشت :

$$\nabla \times E + \frac{1}{c}\nabla \times (V \times B) = -\frac{c}{4\pi\sigma}\nabla^2 B \quad (۲۰-۲)$$

حال با استفاده از رابطه (۲-۱۸) خواهیم داشت:

$$-\frac{\partial B}{\partial t} + \nabla \times (V \times B) = -\frac{c^2}{4\pi\sigma}\nabla^2 B \quad (۲۱-۲)$$

و با تعریف $\eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$ به عنوان ضریب پخش مغناطیسی، معادله القایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$B - \nabla \times (V \times B) = \eta\, \nabla^2 B \quad (۲۲-۲)$$

۲-۱-۲-۳- معادله پیوستگی

معادله پیوستگی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . j = 0 \qquad (۲۳-۲)$$

با استفاده از رابطه (۲-۲۳) و $j = \rho V$ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \, \nabla . V + \nabla \rho . V = 0 \qquad (۲۴-۴)$$

با استفاده از تعریف مشتق همرفتی رابطه (۲-۸) ، معادله پیوستگی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \, \nabla . V = 0 \qquad (۲۵-۲)$$

برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر $\nabla . V = 0$ و در نتیجه چگالی جرمی المان سیال ثابت است.

۲-۱-۲-۴- معادله دینامیکی فشار

برای شرایط نزدیک به تعادل ترمودینامیکی، فشار با چگالی ρ و دمای T به وسیله معادله حالت $p = nk_BT$ جفت می‌شود. در پلاسما رقیق که شامل الکترون‌ها و یون‌های مساوی هستند، $n = n_i = n_e$ و m_i جرم یون‌ها می‌باشد، خواهیم داشت:

$$p = p_i + p_e = 2nk_B \, T \qquad (۲۶-۲)$$

و با توجه به $\rho = nm_i$ خواهیم داشت:

$$p = 2(\frac{\rho}{m_i})k_BT \qquad (۲۷-۲)$$

اما در پلاسما داغ رقیق، دمای یون‌ها و الکترون‌ها اغلب خیلی متفاوت است و در نتیجه

$$p = p_i + p_e = nk_B(T_i + T_e) \tag{۲-۲۸}$$

از آنجایی که رسانش گرمایی یک پروسه پخش است، این باعث می‌شود که مقیاس‌های مرتبه بالا را نادیده گرفته و از آنجا که تغییر حالت در یک المان سیال فرایندی بی‌دررو است، خواهیم داشت:

$$\frac{d(p\rho^{-\gamma})}{dt} = 0 \tag{۲-۲۹}$$

$$\rho^{-\gamma}\frac{dp}{dt} - \gamma\rho^{-\gamma-1}p\frac{d\rho}{dt} = 0 \tag{۲-۳۰}$$

با استفاده از رابطه (۲-۲۵) خواهیم داشت:

$$\rho^{-\gamma}\frac{dp}{dt} - p\gamma\rho^{-\gamma-1}(-\rho\,\nabla.V) = 0 \tag{۲-۳۱}$$

که معمولا رابطه (۲-۲۹) را به صورت زیر می‌نویسیم و به معادله دینامیکی فشار معروف است:

$$\partial_t p + V.\nabla p + p\gamma\nabla.V = 0 \tag{۲-۳۲}$$

پارامتر γ توان بی‌دررو است که نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت به گرمای ویژه در حجم ثابت $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ تعریف می‌شود.

۲-۱-۳- کاربردهای معادلات *MHD*

امروزه به طور گسترده‌ای از این نظریه در مباحث تحقیقی اخترفیزیک استفاده می‌شود. در بررسی ماده بین ستاره‌ای، بادهای خورشیدی، تاج خورشیدی، سیستم‌های حاکم بر دینامیک ستاره‌ها و... به طور گسترده از این نظریه استفاده می‌شود. یکی از جدیدترین مباحثی که هم‌اکنون سعی در حل آن با استفاده از نظریه *MHD* می‌شود، مساله گرمایش تاج خورشید می‌باشد. همچنین کاربردهایی در مطالعه هسته

سیال زمین و سایر سیالات دارد. از نظریه *MHD* برای بررسی و مطالعه سرد شدن فلزات مایع، رآکتورهای هسته‌ای و مباحث الکترومغناطیس استفاده می‌شود.

۲-۲- چارچوب مرجع دورانی

بیشتر اجرام نجومی مانند سیارات، ستاره‌ها و کهکشان‌ها دارای حرکت دورانی هستند. حرکت این سیستم‌ها در چارچوب مرجع دورانی با فرکانس زاویه‌ای Ω بررسی می‌شود. برای المان سیال در نقطه r با سرعت v در سیستم آزمایشگاهی و u در سیستم دورانی، $v = u + \Omega \times r$ می‌باشد. مشتق زمانی یک بردار شامل مشتق زمانی در چارچوب دورانی و حرکت سیستم مختصات می‌باشد [۸].

$$v \equiv \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dt'} + \Omega \times r \tag{۲-۳۳}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt'} + \Omega \times v = \frac{d}{dt'}(u + \Omega \times r) + \Omega \times (u + \Omega \times r)$$

$$= \frac{du}{dt'} + 2\Omega \times u + \Omega \times (\Omega \times r) \tag{۲-۳۴}$$

با جایگذاری رابطه (۲-۳۴) درمعادله تکانه (۲-۱۷)، معادله تکانه در چارچوب مرجع دورانی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\rho\,(\partial_{t'} + u.\nabla)u = -\nabla p + \frac{1}{c} j \times B + \rho g$$

$$+\rho[2u \times \Omega + \Omega \times (r \times \Omega)] + \mu \nabla^2 u \tag{۲-۳۵}$$

۲-۳- تراکم ناپذیری و تقریب بوسینسک

سیال را ماده‌ای تعریف می‌کنیم که وقتی تنش برشی هر چند کوچک وجود داشته باشد، شکل آن به طور پیوسته تغییر کند. سیالات دارای حالتهای تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر می‌باشد که حرکتشان وابسته به چگالیشان می‌باشد. به سیالاتی که چگالی آنها را تحت شرایط استاتیکی نتوان ثابت گرفت، سیال تراکم-پذیر گویند. اما به سیالاتی که علی‌رغم وجود فشارهای زیاد، تغییرات چگالی بسیار کمی دارند و چگالی آنها ثابت می‌باشد سیالات تراکم‌ناپذیر گویند [۹]. در بیشتر پدیده‌های تلاطمی، سیال متلاطم را تراکم-ناپذیر در نظر گرفته و در نتیجه چگالی ثابت است [۸]. این فرض ما را مجاز می‌گرداند که برای حذف فشار از رابطه (۲-۱۷) کرل گرفته و با فرض ثابت بودن چگالی جرمی $\rho = \rho_0$ خواهیم داشت:

$$\rho_0 \nabla \times (\partial_t V) + \rho_0 \nabla \times (V.\nabla)V = -\nabla \times \nabla p + \frac{1}{c} \nabla \times (j \times B) + \nabla \times \rho g +$$

$$\nabla \times (\mu \nabla^2 V) + \frac{1}{3} \nabla \times (\nabla\nabla.V) \qquad (۲-۳۶)$$

و با تعریف معادله چرخش به صورت $\omega = \nabla \times V$ خواهیم داشت:

$$\partial_t \omega + \mathrm{v}.\nabla\omega - \omega.\nabla \mathrm{v} = \frac{1}{c\rho_0}(B.\nabla j - j.\nabla B) + \nu \nabla^2 \omega \qquad (۲-۳۷)$$

سرعت از ω به وسیله حل معادله پوآسان بدست می‌آید،

$$\nabla^2 V = -\nabla \times \omega \qquad (۲-۳۸)$$

از جمله ویژگی‌های شرایط تراکم‌ناپذیر می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

سیال می‌تواند تراکم‌ناپذیر باشد اگر سرعت حرکت سیال V در مقایسه با انتشار امواج تراکم‌پذیر بسیار آهسته باشد. علاوه بر این، در انتشار تراکم‌ناپذیر، مشتق $\partial_t V$ باید کوچک در نظر گرفته شود، بدین معنی

که فرکانس در مقایسه با امواج تراکم‌پذیر کوچک باشد. در نتیجه ترم $\frac{\partial}{\partial t}$ نباید از $V.\nabla$ تجاوز کند. با توجه به شرایط تراکم‌ناپذیر از معادله فشار (۲-۳۲) خواهیم داشت:

$$\gamma p \nabla . v \simeq -v . \nabla p \qquad (۲\text{-}۳۹)$$

از رابطه (۲-۱۷) با اعمال فرضیات زیر خواهیم داشت:

۱. سیال تراکم‌ناپذیر می‌باشد و در نتیجه $\nabla . v = 0$ و ترم $\frac{\partial}{\partial t}$ بسیار ناچیز است.

۲. از چسبندگی و گرانش صرفه‌نظر می‌شود.

۳. پلاسما را با β بزرگ ($high\beta$) در نظر گرفته که $\beta = \frac{8\pi p}{B^2}$ تعریف می‌شود. در پلاسما $high\beta$ که $\beta \gtrsim ۱$، میدان مغناطیسی ضعیف می‌باشد و به واسطه سیال می‌چرخد و در دینامیک تلاطمی ۳ بعدی بررسی می‌گردد و بیشتر خاصیت هیدرودینامیکی دارد. که به عنوان مثالی از پلاسما $high\beta$ ، می‌توانیم منطقه انتقال گرما خورشیدی را نام ببریم [۱۰].

$$\nabla p = -\rho v . \nabla v \qquad (۲\text{-}۴۰)$$

و با جایگذاری در (۲-۳۶) خواهیم داشت:

$$\nabla . v \simeq \frac{\rho}{\gamma p}\, v . \nabla \left(\frac{1}{2} v^2\right) \qquad (۲\text{-}۴۱)$$

با صرفه نظر کردن از میدان مغناطیسی، عدد ماخ در سیالات به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$M_s = \frac{v}{C_s} \qquad (۲\text{-}۴۲)$$

سرعت صوت

$$C_s = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \tag{۴۳-۲}$$

و مقیاس گرادیان $\nabla = \frac{1}{L}$ می‌باشد. با استفاده از این تعاریف رابطه (۲-۳۷) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\nabla . v \simeq M_S^2 \frac{v}{L} \tag{۴۴-۲}$$

با استفاده از قانون فارادی رابطه (۲-۲۲) و اعمال فرضیات شرایط تراکم‌ناپذیر خواهیم داشت:

$$B^2 \nabla . v \simeq -\frac{1}{2}\, v . \nabla B^2 \tag{۴۵-۲}$$

در پلاسما با β کوچک (low β) به طوریکه ۱≫ β میدان مغناطیسی قوی داریم و حرکت‌های تلاطمی به صفحه عمود بر متوسط میدان محدود می‌شوند از اینرو در تلاطم ۲ بعدی بررسی می‌شوند [۱۰]. حال با در نظر گرفتن lowβ و با صرفه نظر کردن از فشار، چسبندگی و گرانش از رابطه (۲-۱۷) خواهیم داشت:

$$\rho v . \nabla v^2 \simeq -v . \frac{\nabla B^2}{4\pi} \tag{۴۶-۲}$$

و با جایگذاری (۲-۴۲) در (۲-۴۱) خواهیم داشت:

$$\nabla . v \simeq \frac{4\pi\rho}{B^2} v . \nabla \left(\frac{1}{2} v^2\right) \sim M_A^2 \frac{v}{L} \tag{۴۷-۲}$$

M_A عدد ماخ آلفنی نامیده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$M_A = \frac{v}{v_A} \tag{۴۸-۲}$$

و $v_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho_0}}$ سرعت آلفنی نامیده می‌شود. در نتیجه با توجه به مطالب گفته شده به نتایج زیر دست پیدا می‌کنیم:

از آنجا که در سیال تراکم‌ناپذیر، سرعت حرکت سیال v آهسته می‌باشد و با استفاده از تعریف عدد ماخ در رابطه (۲-۴۲) در حرکت سیال تراکم‌ناپذیر $M_s \ll ۱$ می‌باشد. برای حرکت‌های عمود بر یک میدان مغناطیسی قوی در پلاسما $low\beta$ و با استفاده از تعریف سرعت آلفنی، مقدار v_A بزرگ می‌باشد در نتیجه با تعریف عدد ماخ آلفنی در رابطه (۲-۴۸)، $M_A \ll ۱$ خواهد بود. اغلب در پلاسماهای آزمایشگاهی حرکت‌های عمودی، تراکم‌ناپذیر هستند. در حالیکه تراکم‌پذیری محدودی در حرکت‌های موازی شاهد هستیم [۸].

حال اگر گرانش به اندازه کافی قوی باشد، چگالی همگن است.در تعادل هیدروستاتیکی رابطه بین فشار $p_0(x)$ و چگالی $\rho_0(x)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nabla p_0 = g\rho_0 \tag{۴۹-۲}$$

و از انجایی که طول مقیاس گرادیان $\nabla = \frac{1}{L_g}$ خواهیم داشت:

$$L_g = \frac{p_0}{(g\rho_0)} \tag{۵۰-۲}$$

و در خارج ازاین مقیاس، رابطه تعادل هیدروستاتیکی برقرار نیست. تلاطم با توجه به تقریب بوسینسک توصیف می‌شود. در تقریب بوسینسک چگالی به اندازه کافی کوچک است، که می‌توان آن را نادیده گرفت [۴]. در این تقریب با محدود کردن فرضیاتمان به لایه‌ای با عرضL، که در مقایسه با مقیاس گرادیان تعادلی بسیار کوچک است $L \ll L_g$، به بررسی سیستمی شبه همگن می‌پردازیم. متغییرهای دینامیکی وابسته را به دو قسمت تعادلی با شاخص صفر و اختلالی مشخص می‌کنیم. به طوریکه

$$v = v_0 + \tilde{v} \text{ و } p = p_0 + \tilde{p} \text{ و } B = B_0 + \tilde{B} \text{ و } \rho = \rho_0 + \tilde{\rho}$$

متغییرهای دینامیکی اختلالی $\tilde{\rho}$، $\tilde{p}$ و $\tilde{B}$ از مقادیر متوسط تعادلی ρ_0، p_0 و B_0 دراین لایه کوچکتر هستند. قسمت‌های تعادلی حالت سیستم را در غیاب نوسان بیان می‌کنند. فرض می‌کنیم:

$$\nabla p_0 = v_0 = 0$$

$\tilde{v} = v$ در نتیجه سرعت کوچک است و حرکت سیال را تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته می‌شود .

حال با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده و صرفه نظر کردن از جملات مرتبه دوم، معادله تکانه (۲-۱۷) یا به صورت عمومی‌تری معادله (۲-۳۵) در تقریب بوسنیسک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\partial_t v + v.\nabla v = -\frac{1}{\rho_0}\nabla\tilde{p} + \frac{1}{c\rho_0}\tilde{j} \times \left(B_0 + \tilde{B}\right) + \frac{1}{\rho_0} g\tilde{\rho} + 2v \times \Omega + \nu\nabla^2 \qquad (۲\text{-}۵۱)$$

از رابطه (۲-۵۱) کرل گرفته و معادله بوسنیسک در معادله چرخشی بدست می‌اید:

$$\partial_t \omega + v.\nabla\omega - \omega.\nabla v = \frac{1}{c\rho_0}\left[B_0.\nabla\tilde{j} - \tilde{j}.\nabla\left(B_0 + \tilde{B}\right)\right] + \frac{1}{\rho_0}\nabla\tilde{p} \times g + 2\Omega.\nabla v + \nu\nabla^2\omega \qquad (۲\text{-}۵۲)$$

اگر $B = g = \Omega = 0$ معادله (۲-۵۱) به معادله ناویه – استوکس برای هیدرودینامیک تراکم‌ناپذیر تبدیل می‌شود،

$$\partial_t v + v.\nabla v = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p + \nu\nabla^2 v \qquad (۲\text{-}۵۳)$$

و با کرل گرفتن از رابطه (۲-۵۳) خواهیم داشت:

$$\partial_t \omega + v.\nabla\omega - \omega.\nabla v = \nu\nabla^2\omega \qquad (۲\text{-}۵۴)$$

معادله فوق را با توجه به تعریف مشتق همرفتی رابطه (۲-۸) می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$\frac{d\omega}{dt} = \omega.\nabla v + \nu\nabla^2\omega \tag{۲-۵۵}$$

از اینرو $\omega.\nabla v$ منشا چرخش است. در حد ایده‌آل که $\nu = 0$، معادله ناویر-استوکس به معادله اویلر تبدیل می‌شود. اغلب تلاطم را در تقریب ۲ بعدی مورد بررسی قرار داده، که می‌توان از پلاسماهای مغناطیسی شده قوی در این مورد نام برد. بنابراین معادلات *MHD* تراکم‌ناپذیر در تقریب ۲ بعدی را خواهیم نوشت. با فرض حرکت تلاطمی در صفحه xy، معادله تکانه (۲-۵۲) در تقریب ۲ بعدی با صرفه‌نظر کردن از گرانش و چرخش به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\partial_t\omega + v.\nabla\omega = \frac{1}{c\rho_0}B.\nabla j + \nu\nabla^2\omega \tag{۲-۵۶}$$

در حالیکه معادله میدان مغناطیسی (۲-۲۲) به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$\partial_t\psi + v.\nabla\psi = \eta\nabla^2\psi \tag{۲-۵۷}$$

۲-۴- میدان‌های الزیزر (*Elsasser*)

از انجا که هدف ما بررسی تلاطم بادهای خورشیدی که نمونه‌ای از پلاسماهای مغناطیسی قوی تراکم‌ناپذیر می‌باشد، به بررسی تلاطم *MHD* با توجه به امواج آلفنی تراکم‌ناپذیر می‌پردازیم. در امواج آلفنی سرعت و میدان مغناطیسی اختلالی موازی هستند، $v_1 = \pm\frac{b_1}{\sqrt{4\pi\rho_0}}$. اثرات بنیادی امواج آلفنی در *MHD* با واردکردن ترم میدان الزیزر در معادلات *MHD* دیده می‌شود [۸]:

$$z^{\pm} = v \pm \frac{1}{\sqrt{4\pi\rho_0}}b \tag{۲-۵۸}$$

برای ساده‌سازی، معادلات *MHD* را با توجه به تعریف زمان آلفنی $\tau_A = \frac{L}{v_A}$ و فرضیات زیر نرمالایز کرده:

$$\frac{t}{\tau_A} := t \quad \frac{x}{L} := x \quad \frac{b}{B_0} := b \quad \frac{p}{\rho_0 v_A^2} := p \tag{۲-۵۹}$$

و در نتیجه میدان الزیزر (۲-۵۸)، به صورت ساده $z^{\pm} = \mathrm{v} \pm \mathrm{b}$ نوشته می‌شود. با جمع کردن معادلات (۲-۱۷) و (۲-۲۲)، و نیز کم کردن معادله (۲-۲۲) از (۲-۱۷) و استفاده از شرط تراکم‌ناپذیری، معادلات MHD با توجه به تعریف میدان الزیزر بدست می‌آید:

$$\partial_t z^{\pm} + z^{\mp}.\nabla z^{\pm} = -\nabla P + \frac{1}{2}(\nu + \eta)\nabla^2 z^{\pm} + \frac{1}{2}(\nu - \eta)\nabla^2 z^{\mp} \tag{۲-۶۰}$$

با $\nabla . z^{\pm}=0$ (۲-۶۱)

تعریف P به عنوان فشار کل $P = p + \frac{1}{2}B^2$ و نادیده گرفتن پاشندگی خواهیم داشت:

$$\partial_t z^{\pm} \mp B_0 \nabla z^{\pm} = 0 \tag{۲-۶۲}$$

از تعریف میدان‌های الزیزر در بیان معادلات MHD تلاطمی که در فصل ۴ به آن خواهیم پرداخت، استفاده می‌کنیم.

فصل سوم:

تلاطم

۳-۱- مقدمه

پلاسماهای فضایی، پلاسماهایی مغناطیسی و متلاطم هستند و در حیطه پدیده‌های پلاسمایی کم-برخورد مورد مطالعه قرار می‌گیرند[۱۱]. این پلاسماها در فرکانس‌های پایین، جایی که افت و خیزهای دامنه به شدت زیاد است، قرار دارند. از طرف دیگر پلاسماهای فضایی می‌تواند یک محیط قابل دسترسی در حد اعداد رینولدز بالا باشند که به بسیار نزدیک به سیستم‌های آزمایشگاهی اند [۱۲]. بادهای خورشیدی آزمایشگاه طبیعی برای مطالعه تلاطم پلاسمایی است. به دلیل حضور میدان مغناطیسی که به وسیله بادهای خورشیدی حمل می‌شود، تلاطم پلاسمایی با معادلات مگنتوهیدرودینامیک (MHD) بیان می شود[۱۳]. تنها امواج آلفنی در این بادها دیده می‌شوند. تحقیقات انجام شده بر روی تئوری تلاطم بر پایه تئوری سیستم‌های دینامیکی می‌باشد.

مسئله اصلی در مطالعه تلاطم پیداکردن مکانیزم‌هایی است که در آن نرخ اتلاف انرژی مستقل از دامنه چسبندگی می‌باشد، حتی اگر اتلاف یک فرایند چسبندگی ذاتی باشد. در این حالت انرژی از گرداب‌های بزرگتر به گرداب‌های کوچکتر به طور آبشاری منتقل می‌شود که در نهایت اندازه این گرداب‌ها ممکن است به اندازه کافی کوچک شوند که مسئول اتلاف انرژی می‌شوند. نرخ اتلاف انرژی توسط مقدار انرژی که به سیستم تزریق می‌شود کنترل می‌شود و مقیاس چسبندگی خودش را طوری تنظیم می‌کند که همه انرژی‌های خلق شده در مقیاس‌های بزرگ در نهایت از سیستم خارج شوند[۱۴]. این نتیجه به طور کمی اولین بار توسط کولموگروف فرمول‌بندی شد (۱۹۴۱)، با این مضمون که اگر سیستم در تعادل باقی بماند نرخ اتلاف انرژی از یک گرداب به گرداب دیگر باید برای تمام مقیاس‌ها که بزرگتر از طول مقیاس اتلافی η هستند، یکسان باشد. این ایده منجر به فرضیه خود-همگونی در تئوری تلاطم شد. اما در فصل بعد با توجه به توابع توزیع احتمال نشان خواهیم داد که این فرضیه درست نمی‌باشد.

با توجه به تاریخچه تلاطم در فضای بین سیاره‌ای، شاهد گسترش تحقیقات و نتایج بدست آمده، همراه با گسترش دانش بشر از فضا می‌باشیم. از آنجا که تلاطم پدیده‌ای قابل رویت در طبیعت است، بسیار جالب است که می‌توان از جنبه‌های تئوری و تجربی با پدیده‌های متلاطم دیگر در جهان مقایسه شود. به خصوص ما نتایج بدست آمده از فضای بین سیاره‌ای را با نتایج حاصل از سیال عادی بر روی زمین مقایسه می‌کنیم. فضای بین سیاره‌ای که متشکل از اشکال سحرانگیز است ساختار ابری و سحابی دارد که در چند دهه گذشته موضوعی جالب توجه برای مطالعه فیزیکدان‌ها شده است. تلاطم ظاهر شده در پلاسمای فضایی منجر به تعیین خواص ساختارهای ناهمگون در MHD شد.

۳-۲- تلاطم چیست؟

جریان‌های متلاطم دارای ویژگی‌های زیر می‌باشند [۲]:

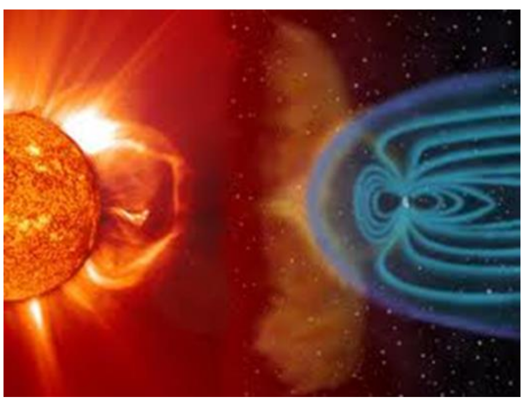
- اولین مشخصه جریان‌های تلاطمی بی‌نظم بودن و بی‌قاعده بودن آنها است. اما همه جریان‌های بی‌قاعده، متلاطم نمی‌باشند.
- جریان‌های تلاطمی قابل پخش[۲۱] می‌باشند. این ویژگی سبب ترکیب سریع و افزایش نرخ تکانه، گرما و جرم در جریان‌های تلاطمی کوچک می‌شود. با توجه به این ویژگی، جریان‌های تلاطمی کوچک با یکدیگر ترکیب شده و جریان تلاطمی بزرگتری ایجاد می‌کنند.
- جریان‌های تلاطمی همیشه دراعداد رینولدز بالا اتفاق می‌افتند.
- جریان‌های تلاطمی دورانی هستند.
- جریان‌های تلاطمی اتلاف[۲۲] می‌شوند. به واسطه ویسکوزیته محیط، انرژی جنبشی جریان‌های تلاطمی به گرما تبدیل شده و پس از مدتی تلاطم به حالت سکون درخواهد آمد.

---

۱. Diffusivity

- جریان‌های تلاطمی پدیده‌های پیوسته می‌باشند.

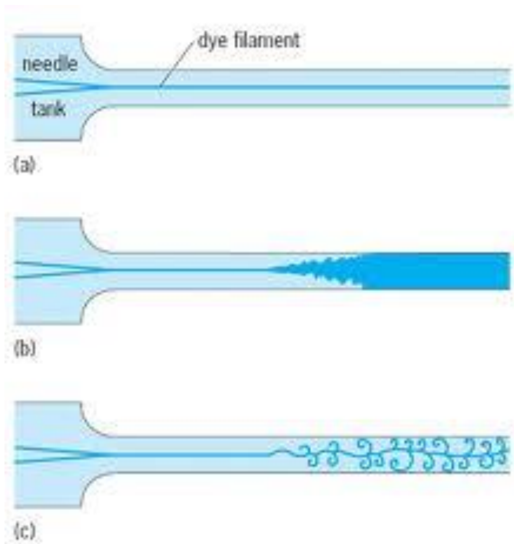
نمونه‌هایی از سیال متلاطم بر روی زمین و فضای بین سیاره‌ای را در شکل (۳-۱) مشاهده می‌نمایید.



شکل (۳-۱): تلاطم مشاهده شده در آب و بادهای خورشیدی در برخورد به میدان مغناطیسی زمین

۲. Dissipative

برای نخستین بار رینولدز[۲۳] با انجام آزمایشی، انتقال از جریان‌های آرام (لامینار[۲۴]) به جریان‌های متلاطم را طبق شکل (۳-۲) درون لوله‌ای مشاهده کرد [۲].



شکل (۳-۲): انتقال از حرکت آرام به حرکت متلاطم. عدد رینولدز از بالا به پایین افزایش می‌یابد

او پارامتری به نام Re (عدد رینولدز) که ترکیبی از η (ضریب ویسکوزیته)، v سرعت، ρ چگالی سیال و L طول لوله می‌باشد، تعریف کرد:

$$Re = \frac{vL\rho}{\eta} \tag{۱-۳}$$

در اعداد رینولدز پایین $Re \leq ۲۳۰۰$ جریان‌های منظم که به حرکت لامینار معروفند طبق شکل (۳-۲) (a) خواهیم داشت. با افزایش عدد رینولدز تقریبا $Re \simeq ۴۰۰۰$ جریان‌های تلاطمی خواهیم داشت که

۱. Reynolds

۲. Laminar

در شکل (۳-۲) (b) مشاهده می‌کنیم. در حد $Re \to \infty$ تلاطم‌ها به حالت کاملا متلاطم شکل (۳-۲) (c) تبدیل می‌شوند. بدین معنی که ویسکوزیته صفر است در نتیجه جمله پاشندگی صفر است.

حال با توجه به معادله ناویر-استوکس (۲-۵۳) و با تعریف V به عنوان مقیاس سرعت و v میدان سرعت و L مقیاس طول و با فرض روابط زیر، رابطه (۲-۵۳) را بی‌بعد می‌کنیم:

$$r = r'L \qquad \nabla = \nabla' L \qquad t = t'\frac{L}{V} \qquad v = v'V \qquad p = p'V^2\rho \tag{۳-۲}$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + (v'.\nabla')v' = -\nabla' p' + Re^{-1}\nabla'^2 v' \tag{۳-۳}$$

با توجه به معادله (۳-۳) متوجه می‌شویم که عدد رینولدز، ارتباط بین جمله غیرخطی و جمله ویسکوزیته در معادله ناویه - استوکس می‌باشد:

$$Re = \frac{\text{ترم غیر خطی}}{\text{ترم ویسکوزیته}} = \frac{vL}{\nu} \tag{۳_۴}$$

در اعداد رینولدز بالا، ترم غیرخطی اهمیت به سزایی در دینامیک جریان دارد.

۳-۳- توصیف آماری تلاطم

در تلاطم مگنتوهیدرودینامیک، میدان مغناطیسی $B(x,t)$ متغیرهای تصادفی می‌باشند. ابتدا به تعریف مفهوم کلمه تصادفی می‌پردازیم. یک رویداد مانند A را در نظر بگیرید. اگر رویداد A لزوما اتفاق بیفتد، بنابراین A یک مقدار قطعی و معین خواهد داشت. اگر رویداد A اتفاق نیفتد، بنابراین آن رویداد غیرممکن می‌باشد. و سومین احتمال آن است که رویداد A هم ممکن است اتفاق بیفتد و هم اتفاق نیفتد، در این حالت رویداد A یک متغییر تصادفی می‌باشد. همچنین می‌توانیم با استفاده از مفهوم عبارت تصادفی، سازگاری بین طبیعت تصادفی سیالات تلاطمی و قطعیت حاکم بر مکانیک کلاسیک معادله ناویه

– استوکس را درک کنیم. سوالی که مطرح می‌شود این است که اگر معادلات حرکت معین و قطعی هستند چرا جواب‌های تصادفی دارند؟ پاسخ را می‌توان به دو حالت نسبت داد:

الف: در هر سیال تلاطمی به طور اجتناب‌ناپذیری اختلالاتی در شرایط اولیه، شرایط مرزی و خواص ذاتی سیستم به وجود می‌آید.

ب: میدان سیال تلاطمی یک حساسیت ویژه‌ای را به چنین اختلالاتی از خود نشان می‌دهد.

متوسط‌گیری آماری و توابع توزیع احتمال خواص مهم تلاطم دینامیکی را به ما می‌دهند. اما متاسفانه تنها سیستم‌هایی که در تعادل یا نزدیک تعادل ترمودینامیکی هستند، به طور آماری قابل بررسی می باشند. توصیف آماری سیالات متلاطم با تقسیم کردن متغیرهای میدان به دو قسمت متوسط و نوسانی آغاز می‌شود. سپس می‌توانیم با این عمل متوسط نوسانات میدان را حساب کنیم. سه نوع متوسط‌گیری وجود دارد: متوسط آنسامبلی، زمانی و فضایی.

متوسط آنسامبلی با در نظر گرفتن تعداد زیادی از سیستم‌های معادل و گرفتن متوسط روی تمام این سیستم‌ها انجام می‌شود. متوسط آنسامبلی را با $<>$ مشخص می‌کنیم. متوسط آنسامبلی برای آزمایشات و شبیه‌سازی‌های عددی به کار می‌رود.

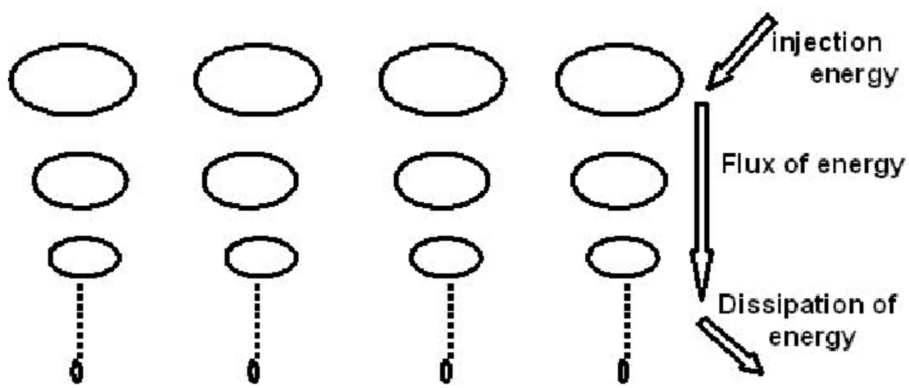
متوسط زمانی با اندازه‌گیری کمیت مورد نظر در یک موقعیت معین و در یک دوره متناوب طولانی انجام می‌شود و بعد از آن متوسط‌گیری را انجام می‌دهیم، $< f >_t = \frac{1}{T} \int f(t)\, dt$. متوسط‌گیری زمانی برای سیالات ایستا به کار می‌رود.

متوسط فضایی با اندازه‌گیری کمیت مورد نظر در نقاط فضایی متفاوت در یک زمان معین انجام می-شود و سپس متوسط‌گیری $< f >_x = \frac{1}{V} \int f(x)\, dV$ را انجام می‌دهیم. متوسط‌گیری فضایی برای

سیستم‌های همگن مفید است. و در انتها سیستم‌های تلاطمی حالت‌های ارگودیک فرض می‌شوند، بدین معنی که در آن متوسط زمانی برابر با متوسط آنسامبلی می‌باشد.

۳-۴- آبشارهای انرژی

پی بردن به مکانیزم‌های فیزیکی حاکم بر تلاطم، یک مسئله قدیمی در مکانیک سیالات می‌باشد. در یک تصویر عمومی از تلاطم در یک سیال تراکم‌ناپذیر ($\nabla . V = 0$) ، توصیف شده به وسیله معادلات ناویه-استوکس در حد اعداد رینولدز بالا $Re = \frac{(VL)}{\nu} \gg ۱$ که جمله غیرخطی غالب می باشد، منجر به این می‌شود که آبشار انرژی به طور غیرخطی از مقیاس‌های بزرگ به مقیاس‌های کوچک حرکت کند که این فرآیند را در شکل (۳-۳) مشاهده می‌کنیم.

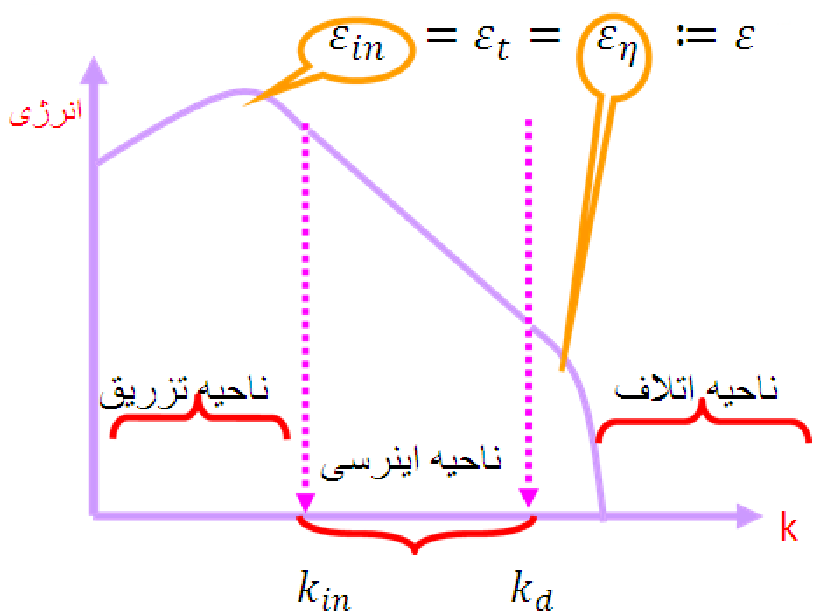


شکل (۳-۳): انتقال آبشارهای انرژی

مطابق با تئوری کولموگروف سه ناحیه مقیاس طولی l را می‌توانیم مشخص کنیم: محدوده تزریقی ($l \simeq L$) که انرژی به سیستم وارد می‌شود. منطقه اینرسی که انرژی به سمت مقیاس‌های کوچک و

کوچک‌تر ($\eta \ll l \ll L$) انتقال پیدا می‌کند. و سرانجام محدوده اتلافی ($l \simeq \eta$) که اثرات چسبندگی غالب می‌شوند. با توجه به شکل (۳-۴) ، ناحیه تزریق متناظر با بردار موج کوچک می‌باشد. در ناحیه اینرسی، بردار موج میانه می‌باشد که به صورت $k_{in} \ll k \ll k_d$ نشان داده می‌شود. ناحیه اتلاف متناظر با بردار موج بزرگ می‌باشد. در ناحیه تزریق با تزریق انرژی در $k \sim k_{in}$ با نرخ انرژی ε_{in} آبشارهای انرژی تلاطمی ایجاد می‌گردد و در ناحیه اینرسی انرژی بدون اتلاف یا تولید با نرخ انرژی ε_t منتقل می‌گردد و سرانجام در منطقه اتلافی، انرژی تولید شده از طریق برهم‌کنش گرداب‌ها به گرداب‌های کوچکتر منتقل می‌شوند [۸].

$$\varepsilon_{in} = \varepsilon_t = \varepsilon_\eta := \varepsilon \quad (۵-۳)$$



شکل (۳-۴): طیف انرژی

ناحیه اینرسی از لحاظ فیزیکی برای ما حائز اهمیت است. طبق تئوری کولموگروف (Kolmogorov) که در بخش بعدی توضیح خواهیم داد، نرخ انتقال انرژی بین گرداب‌ها ثابت است. یکی از مشکلات اصلی

که با آن مواجه هستیم مربوط به ساختارهای ناهمگون می‌باشد. عملا به دلیل فقدان هرگونه مقیاس مشخصه در ناحیه اینرسی فرض خود-همگونی آبشارهای انرژی سوال برانگیز است و به دلایلی که در قسمت‌های بعدی توضیح خواهیم داد به نظر می‌رسد که تلاطم دارای ساختارهای ناهمگون می‌باشد. بدین منظور به بررسی قانون مقیاسی کولموگروف در ناحیه اینرسی در مورد تلاطم هیدرودینامیک می‌پردازیم.

۳-۵- فرضیه کولموگروف

مفهوم آبشار انرژی ابتدا توسط ریچاردسون در تلاطم هیدرودینامیک مطرح شد. در این تصویر تلاطم را می‌توان ترکیبی از گرداب‌ها با مقیاس‌های متفاوت در نظر گرفت. سیستم تلاطمی را همگن و همسانگرد فرض کرده‌ایم. همگن بدین معنی که تلاطم به طور یکنواخت در فضا توزیع شده باشد. همسانگرد یعنی تلاطم یک جهت خاص را در فضا نشان نمی‌دهد. در محدوده اینرسی همه مقیاس‌ها از لحاظ فیزیکی معادل هستند که همان خاصیت خود-همگونی نام دارد. ناحیه اینرسی، ناحیه‌ای است که در آن انرژی با یک نرخ ثابت بدون اتلاف انتقال می‌یابد[۱۵] و دارای برهم‌کنش‌های موضعی می‌باشد بدین معنی که برهم‌کنش‌های غیرخطی حاکم در ناحیه اینرسی از لحاظ مقیاس موضعی باشد یعنی وقتی مقیاس‌های بزرگ به مقیاس‌های کوچک تجزیه می‌شوند، گرداب‌ها نمی‌توانند مقیاس‌های کوچک را از بین ببرند، تنها حول آنها حرکت‌های رفت و برگشتی انجام می‌دهند.

با توجه به این فرضیات و ایده اصلی مربوط به منطقه اینرسی که در شکل (۳-۴) خلاصه شده است، می‌توان استدلال کنیم که انرژی انتقالی در همه مقیاس‌ها در محدوده اینرسی ثابت است. زمان انتقال انرژی بین دو مقیاس l_n و l_{n+1}، τ_n می‌باشد که

$$\tau_n \sim \frac{l_n}{v} \qquad (۶-۳)$$

و با تعریف شار انرژی به صورت

$$\frac{E_n}{\tau_n} \sim v^2 \frac{v}{l_n} \sim \varepsilon \qquad (۷-۳)$$

خواهیم داشت:

$$v \sim \varepsilon^{\frac{1}{3}} l_n^{\frac{1}{3}} \qquad (۸-۳)$$

که تئوری کولموگروف نامیده می‌شود. برای بدست آوردن طیف انرژی با استفاده ازانتگرال‌گیری در فضای فوریه خواهیم داشت:

$$v^2 \sim E_n \simeq \int_{k_n}^{k_{n+1}} E_k \, dk \simeq E_{k_n} k_n \qquad (۹-۳)$$

و با استفاده از رابطه (۳-۸) و $k \sim \frac{1}{l}$ خواهیم داشت

$$E_k = C_k \varepsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}} \qquad (۱۰-۳)$$

که به طیف کولموگروف معروف می‌باشد. طیف کولموگروف در گونه‌های زیادی از جریان‌های متلاطم مشاهده شده است که مستقل از هندسه سیستم و مسیر ایجاد آن می‌باشد و تنها به مقدار k و نرخ انرژی انتقالی ε بستگی دارد. C_k ثابت کولموگروف نامیده می‌شود و مقدار ان برابر است با

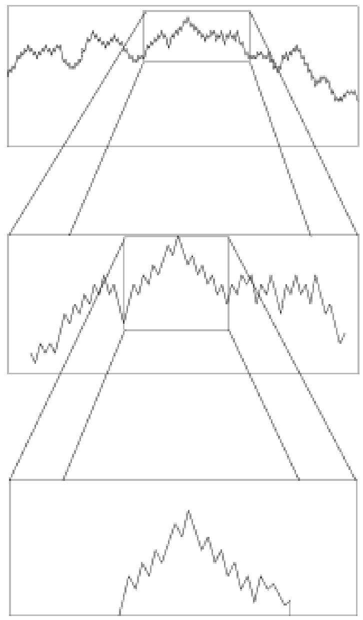
$$C_k = ۱/۶\text{-}۱/۷ \qquad (۱۱-۳)$$

جمله غیرخطی (اینرسی) در معادله ناویه-استوکس نمی‌تواند انرژی را نابود یا خلق کند، اما انرژی از یک بردار موج به بردار موج دیگر انتقال پیدا می‌کند. اگر این جمله غیرخطی در معادله ناویه- استوکس نبود، بنابراین هر مد به طور جداگانه‌ای اتلاف می‌شد و طیف کاملا توسط شرایط اولیه تعیین می‌شد. در عین حال مشاهدات نشان می‌دهد که این حالت درست نمی‌باشد. علی‌رغم موفقیت تئوری کولموگروف در

پیشگویی توان معروف $\frac{5}{3}-$ در طیف انرژی ، بررسی‌های آماری بر روی داده‌های بادهای خورشیدی نشان می‌دهد که تابع توزیع احتمال از تابع توزیع گاوسی انحراف نشان می‌دهد و این به پدیده ناهمگونی که مسئول نقض تئوری کولموگروف نیز می‌باشد، معروف می‌باشد [۷] که در فصل بعد به آن خواهیم پرداخت. بنابراین ما به منظور مطالعه ناهمگونی و خود-همگونی به بررسی خواص آماری تلاطم مگنتوهیدرودینامیک به وسیله آنالیز توابع توزیع احتمال [۷] و توابع ساختار [۱۶] می‌پردازیم، و نشان می‌دهیم که انحراف تابع توزیع احتمال از توزیع گاوسی نشانه‌ای از وجود ناهمگونی در سیستم می‌باشد.

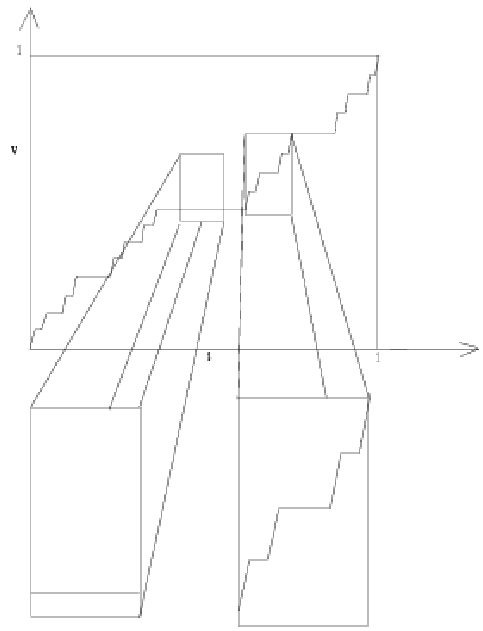
۳-۶- توابع خود-همگون و ناهمگون

یک سیستم خود-همگون گفته می‌شود، اگر بتوان آن را با بزرگ‌سازی بعضی از قسمت‌های دیگر آن تولید کرد. تابع حرکت براونی (*Brownian*) یک مثال ساده از تابع تصادفی خود-همگون می باشد.که در شکل (۳-۵) با دو بزرگنمایی پی در پی نشان داده شده است. باید تاکید کرد که خواص آماری در بزرگسازی پنجره مستقل از موقعیت پنجره می‌باشد. خود-همگونی پدیده شایعی در فیزیک و بیولوژی می‌باشد. سیستم‌های ریاضی می‌تواند دقیقا خود-همگون باشند، در حالیکه در طبیعت خود-همگونی برای مقیاس‌های خاصی دیده می‌شود.



شکل (۳-۵): تابع حکت براونی خود-همگون

شکل (۳-۶) تابعی را به نام پلکان دویل(*Devil*) نشان می‌دهد که تابع خود-همگون نمی‌باشد. بدین معنی که با بزرگ‌سازی‌ها، نتایج کاملا متفاوتی را تولید می‌کند، که این تابع خاصیت ناهمگونی دارد.



شکل (۳-۶): پلکان دویل، تابعی ناهمگون

فصل چهارم:

آنالیز داده‌ها

۴-۱- مقدمه

بادهای خورشیدی یک محیط ایده‌آل برای مطالعه تلاطم *MHD* در حد اعداد رینولدز بالا فراهم می کند. ماهواره‌های تحقیقاتی که حامل وسایل اندازه‌گیری از قبیل مگنتومترها و آشکارسازهای ذره‌ای هستند، داده‌های مورد نیاز برای مطالعه رخدادهای فضایی را در اختیار ما قرار می‌دهند. در این فصل به بررسی آماری تلاطم مگنتوهیدرودینامیک با توجه به خواص تابع ساختار (*function Structure*) و توابع توزیع احتمال (Probability distribution function) می‌پردازیم. ما به منظور مطالعه ناهمگونی (*Intermittency*) و خود-همگونی (*Self-similarity*) در مگنتوهیدرودینامیک علاوه بر بررسی توابع ساختار به آنالیز توابع توزیع نیز نیازمندیم. انحراف تابع توزیع احتمال از توزیع گاوسی نشانه‌ای از وجود ناهمگونی در سیستم می‌باشد. همچنین مشاهده می‌کنیم که توابع توزیع احتمال که رفتار غیرگاوسی را در همه مقیاس‌ها از خود نشان می‌دهند، توسط قانون خود-همگونی در ناحیه اینرسی توصیف می‌شود. و با استفاده از آنالیز توابع ساختار و قانون توان (*Power low*) به بررسی ویژگی مقیاسی (*Scaling*) که شامل ساختارهای تک فراکتالی (*Monofractal*) و چند فراکتالی (*Multifractal*) می‌باشند، می-پردازیم. ناحیه اینرسی را به وسیله چگالی طیفی انرژی بدست می‌آوریم و مشاهده می‌کنیم که ناحیه بسیار باریکی می‌باشد. بنابراین به منظور تحلیل توابع ساختار و توابع توزیع احتمال و بدست آوردن قانون توان مستلزم داشتن داده‌های آماری با شفاف‌سازی بالا هستیم، که از داده‌های میدان مغناطیسی بادهای خورشیدی استفاده کرده‌ایم. همچنین خاصیت تک فراکتالی را در توابع توزیع احتمال چگالی انرژی مغناطیسی نشان خواهیم داد. در حالیکه توابع توزیع میدان مغناطیسی خاصیت چند فراکتالی خواهند داشت [۱۷] و [۱۸].

۴-۲- داده‌ها

در این کار تحقیقاتی از ۲ دسته داده‌های بادهای خورشیدی استفاده کرده‌ایم و خواص آماری ناحیه اینرسی را با توجه به این ۲ دسته داده بدست آورده‌ایم.

۴-۲-۱- بخش اول

در بخش اول به بررسی داده‌های میدان مغناطیسی با شفاف‌سازی ۱ ثانیه می‌پردازیم. داده‌های موجود از سایت تحقیقاتی ناسا مربوط به سازمان فضایی آمریکا [۱۹] توسط فضاپیمای ACE در بازه زمانی ۵ ماه از اول ژانویه ۲۰۱۱ تا اول ژوئن ۲۰۱۱ گرفته شده است. که شامل $۱۰^{۷}$ داده می‌باشد.

۴-۲-۲- بخش دوم

در قسمت دوم به بررسی داده‌های آماری با شفاف‌سازی بالا می‌پردازیم. داده‌های موجود را از سایت تحقیقاتی ناسا [۲۰] و در بازه زمانی ساعت ۲۰:۰۰:۰۰ اول ژوئن ۲۰۰۹ تا ساعت ۲۰:۰۰:۰۰ دوم ژوئن ۲۰۰۹ با شفاف‌سازی ۰/۰۴۴ ثانیه انتخاب کرده‌ایم. داده‌های موجود با فرمت cef می‌باشند.

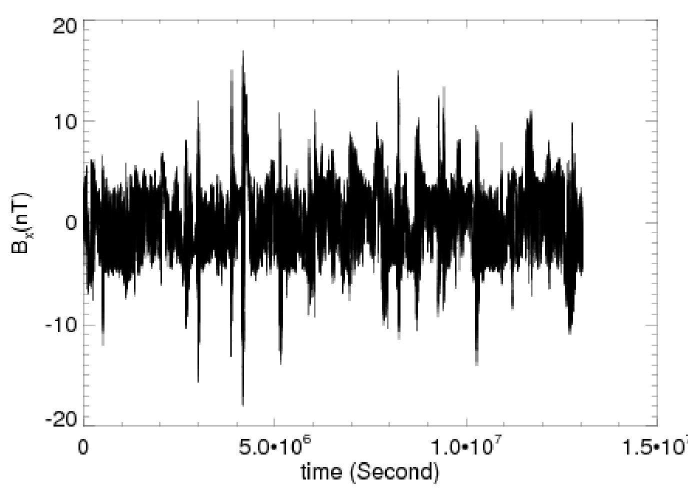
فرمت cef می‌تواند در کدهای امنیتی استفاده شود. همچنین از این فرمت در ذخیره‌سازی داده هایی با تعداد بسیار زیاد در یک فایل استفاده می‌شود. این فرمت شامل اطلاعات رویداد شامل زمان، مولفه‌های اندازه‌گیری شده، مکان و زاویه‌ای که اندازه‌گیری تحت آن انجام شده است و... می‌باشد. ساخت و تجزیه و تحلیل این فرمت آسان نمی‌باشد. و نیاز به کدنویسی‌های پیشرفته در محیط برنامه نویسی IDL دارد. برای خواندن داده‌های موجود با فرمت cef از کد IDL شماره ۱ در پیوست استفاده کرده‌ایم. داده‌های میدان مغناطیسی در ۳ مولفه B_x و B_y و B_z با فرمت dat ذخیره می‌شوند.

۴-۲-۳- محیط‌های کدنویسی

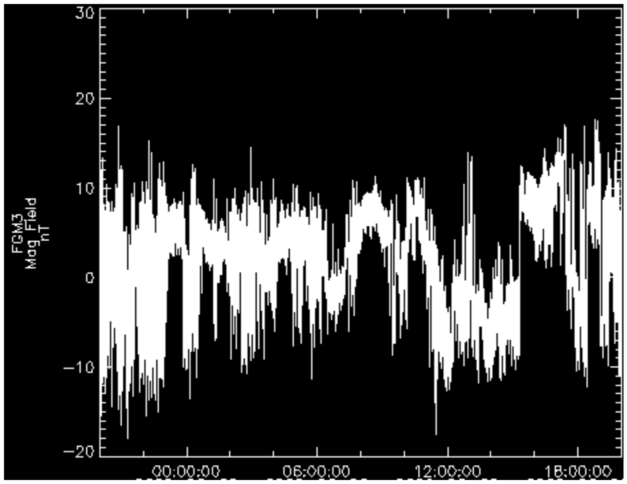
در این کار تحقیقاتی از ۲ محیط برنامه‌نویسی فرترن و IDL استفاده کرده‌ایم. زبان برنامه‌نویسی فرترن، زبانی محاسباتی می‌باشد، که در محاسبات علمی و محاسبات عددی استفاده می‌شود. زبان برنامه-نویسی IDL (Interactive Data Language) محیطی محاسباتی و گرافیکی می‌باشد که در نجوم و تصویربرداری‌های پزشکی قابلیت‌های برجسته‌ای دارد. این زبان بسیار سریعتر و قابلیت پردازش بیشتری نسبت به محیط‌های برنامه‌نویسی نظیر فرترن دارد.

۴-۳- میدان مغناطیسی

در این بخش به بررسی داده‌های میدان مغناطیسی با توجه به مولفه‌های میدان مغناطیسی و اختلاف (Increment) داده‌های میدان مغناطیسی می‌پردازیم. با توجه به داده‌های بخش ۴-۲-۱ و بخش ۴-۲-۲ ، نوسانات مولفه x میدان مغناطیسی نسبت به زمان را در شکل (۴-۱) و (۴-۲) مشاهده می‌کنیم.



شکل (۴-۱): مولفه x میدان مغناطیسی داده‌های بخش ۴-۲-۱

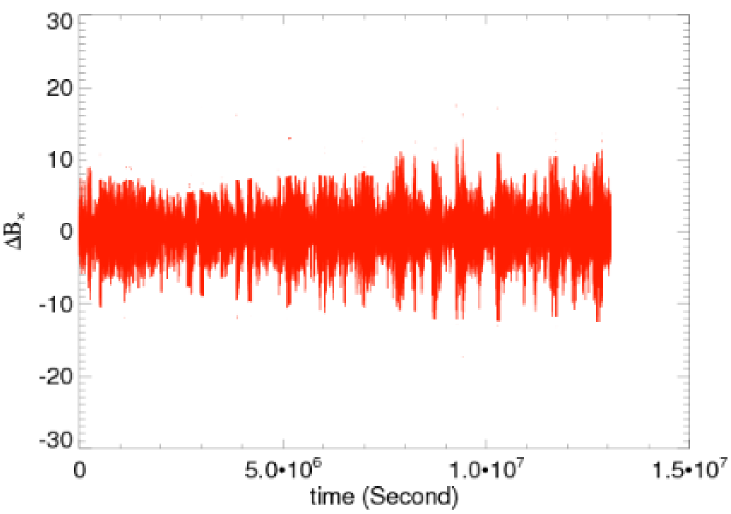


شکل (۴-۲): مولفه x میدان مغناطیسی داده‌های بخش ۴-۲-۲

با توجه به شکل‌های (۴-۱) و (۴-۲) همان‌طور که سیگنال مربوطه نشان می‌دهد، تغییرات میدان مغناطیسی بر حسب زمان، تغییراتی تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی می‌باشند. همچنین از لحاظ آماری تغییراتی غیرایستا می‌باشند زیرا دامنه نوسانات مشاهده شده در میدان مغناطیسی، در محدوده مشخصی نمی‌باشد بدین معنی که مقادیر داده‌های مورد نظر با زمان، تغییراتی قابل توجه دارد که در شکل‌های (۴-۱) و (۴-۲) مشاهده می‌کنیم [۲۱]. حال به منظور بررسی آماری ویژگی‌های بادهای خورشیدی، نیازمند داده‌هایی از لحاظ آماری ایستا می‌باشیم [۱۶]. همچنین از آنجا که ما راجع به مقیاس‌های تلاطمی به معنی گرداب‌های تلاطمی با یک اندازه معین بحث می‌کنیم، مناسب است که اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی را بدست آوریم [۱۶] و [۲۲] که تغییراتی ایستا دارد بدین معنی که تغییرات اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی نسبت به زمان، تغییراتی جزئی می‌باشد که در شکل (۴-۳) مشاهده می‌کنیم و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\delta B(t,\tau) = B(t+\tau) - B(t) \tag{۱-۴}$$

که τ بازه‌های زمانی مشخصی می‌باشد و از زمان‌های مختلف که در رابطه $\tau = 2^n$ که $n =$ ۰و۱و۲و۳ صدق می‌کند [۲۳]، در محاسبه اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی استفاده شده است. نمونه‌ای از تغییرات اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی در ۵۱۲= τ ثانیه را در شکل (۴-۳) مشاهده می‌کنیم و می‌بینیم که تغییرات فوق، تغییراتی ایستا می‌باشد. و در آنالیز داده‌ها از اختلاف داده‌ها استفاده خواهیم کرد زیرا تغییراتی ایستا دارند.



شکل (۴-۳): تغییرات اختلاف داده‌های مولفه x میدان مغناطیسی

۴-۴- طیف انرژی مغناطیسی

با استفاده از داده‌های میدان مغناطیسی می‌توان طیف انرژی مغناطیسی در فضای فوریه را به وسیله روش welch محاسبه نموده و با رسم طیف انرژی ۳ ناحیه تزریق، اینرسی و اتلاف را مشخص نماییم. اگر متغیرهای ما ایستا باشند، می‌توانیم از یک آنالیز طیفی مناسب در فضای فوریه استفاده کنیم که برای این منظور از اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی استفاده می‌کنیم و طیف انرژی را نسبت به فرکانس محاسبه کنیم و مقیاس خود-همگون را تعیین نماییم.

۴-۴-۱- آنالیز طیفی (روش welch)

تئوری های فیزیکی و مدل‌های مورد بررسی در فیزیک که تعداد داده‌ها بسیار زیاد است، بیشتر در حوزه فرکانس مورد بررسی قرار می‌گیرند. انتقال از حوزه زمان به حوزه فرکانس و بررسی آماری نتایج داده‌ها را آنالیز طیفی می‌نامند.

برای بدست آوردن طیف انرژی مغناطیسی داده‌های بادهای خورشیدی با شفاف‌سازی ۰/۰۴۴ ثانیه از روش welch که در سال ۱۹۶۷ پایه‌گذاری شده است [۲۴]، استفاده نموده‌ایم. در این روش ابتدا داده‌های میدان مغناطیسی، به عنوان نمونه مولفه x ، را به توان ۲ رسانده و تعداد کل داده‌ها به طول N

$$u[i], \qquad i = 1, \dots, N \tag{۲-۴}$$

را به بازه‌های کوچکتری به تعداد M و طول L تقسیم میکنیم.

$$u_m[i], \quad m = 1, \dots, M \tag{۳-۴}$$

در

مرحله بعد هر بازه M را به تعداد P بازه به طول K تقسیم کرده:

$$u_{m\,LL}[i], \quad i = q+1, \dots, q+K-1, \quad LL = 1, \dots, P \tag{۴-۴}$$

و با

تعریف $s = \frac{K}{2}$ و $q = P + LL(K-s)$ و محاسبه تابع پنجره

$$w[i] = 0.5 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi i}{L-1}\right) \tag{۵-۴}$$

-می

توان تابع زیر را محاسبه نمود:

$$\tilde{u}_{m\,LL}[n] = \frac{1}{N}\sum_{i=q+1}^{q+k-1} w[i-q]u[i]\exp\left(\frac{2\pi i n(i-q)}{K}\right), \quad n = 1, \dots, \frac{K}{2}+1 \tag{۶-۴}$$

همچنین مقدار تابع

$$W_{ss} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w[i]^2 \qquad (۴-۷)$$

را محاسبه می‌نماییم. از آنجا که شفاف‌سازی داده‌های موجود ۰/۰۴۴ ثانیه می‌باشد، فرکانس $f_s = \frac{1}{0/044}$ است. و چگالی طیفی انرژی برای هر بازه به طول L از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{m\,LL}[n] = \frac{2K}{f_s W_{ss}} |\tilde{u}_{m\,LL}[n]|^2 \qquad (۴-۸)$$

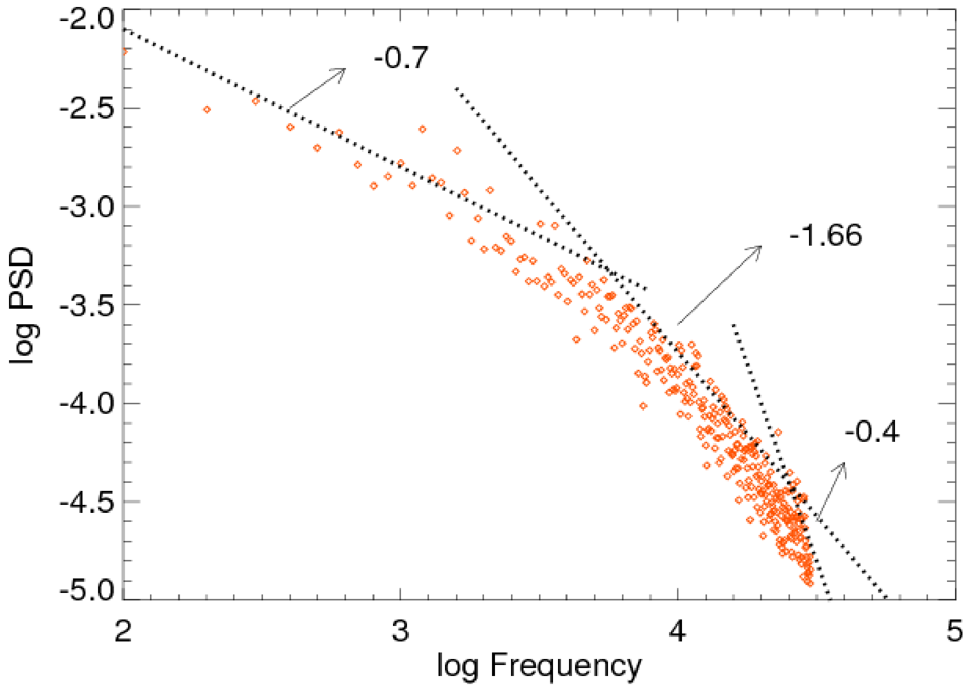
و در حالت کلی چگالی طیف انرژی را از رابطه زیر بدست می‌اوریم:

$$S_m[n] = \frac{2KP}{f_s W_{ss}} \sum_{LL=1}^{P} |\tilde{u}_{m\,LL}[n]|^2 \qquad (۴-۹)$$

و فرکانس طیف انرژی را توسط رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$f_n = \frac{n}{K} f_s \qquad (۴-۱۰)$$

طیف انرژی را با توجه به کد فرترن شماره ۲ در پیوست بدست می‌آوریم. با رسم چگالی طیف انرژی نسبت به فرکانس در شکل (۴-۴) می‌توان ۳ ناحیه ذکر شده در طیف کولموگروف را مشاهده کرد. که به ترتیب از سمت چپ، ناحیه تزریق ، اینرسی و اتلاف می‌باشند که شیب هر یک از نواحی را مشخص کرده-ایم [۲۵].



شکل (۴-۴): طیف انرژی مغناطیسی مولفه B_x^2

همان طور که از شکل (۴-۴) مشخص است، ناحیه اینرسی که به وسیله طیف کولموگروف $E_k{\sim}k^{-\frac{5}{3}}$ تعریف می‌شود، دارای شیب $-1.66 = -\frac{5}{3}$ می‌باشد و بین فرکانس ۶۰۰۰ و ۱۹۰۰۰ قرار گرفته است.

۴-۵- توابع توزیع احتمال

در این بخش در ابتدا به تعریف احتمال، توابع توزیع تجمعی، توابع توزیع احتمال و متوسط‌گیری می-پردازیم. سپس به منظور بررسی آماری داده‌های بادهای خورشیدی، توابع توزیع احتمال مربوط به زمان-های مختلف τ ، اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی را بدست می‌آوریم.

۴-۵-۱- احتمال

در ابتدا متغیر U را به عنوان متغییر تصادفی در نظر گرفته و از آنجا که متغیرهای تصادفی رفتاری غیر قابل پیش‌بینی دارند، برای بررسی آماری و اندازه‌گیری U ، باید احتمال وقوع U را محاسبه کنیم که نیازمند تعریف توابع توزیع احتمال می‌باشیم. متغیر V را به عنوان متغیری وابسته از فضای نمونه (sample space) که متناظر با U می‌باشد، تعریف می‌کنیم. حال دو رویداد B و C را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۲۶]:

$$B \equiv \{U < V_b\} \tag{۱۱-۴}$$

$$C \equiv \{V_a \leq U \leq V_b\} \qquad for\ \ V_a < V_b \tag{۱۲-۴}$$

که متناظر با نواحی متفاوتی از فضای نمونه می‌باشند. احتمال رویداد B را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$p = P(B) = P\{U < V_b\} \tag{۱۳-۴}$$

احتمال وقوع یک رویداد مقدار صحیح می‌باشد، به صورتیکه $۰ \leq p \leq ۱$ است. برای رویدادی که وقوع آن غیرممکن است، احتمال p صفر و برای رویدادی قطعی احتمال وقوع p یک می‌باشد.

۴-۵-۲- تابع توزیع تجمعی[۲۵]

احتمال هر رویداد به وسیله تابع توزیع تجمعی (CDF) تعیین می‌شود. که به صورت زیر تعریف می-گردد [۲۶]:

$$F(V) \equiv P\{U < V\} \tag{۱۴-۴}$$

---

۱. Cumulative distribution function

به طور مثال برای دو رویداد B و C خواهیم داشت:

$$P(B) = P\{U < V_b\} = F(V_b) \tag{۱۵-۴}$$

$$P(C) = P\{V_a \leq U \leq V_b\} = P\{U < V_b\} - P\{U < V_a\}$$

$$= F(V_b) - F(V_a) \tag{۱۶-۴}$$

سه ویژگی توابع توزیع تجمعی عبارتند از:

$$F(-\infty) = 0 \tag{۱۷-۴}$$

بدین معنی که رویدادهای $\{U < -\infty\}$ غیرممکن می‌باشند.

$$F(\infty) = 1 \tag{۱۸-۴}$$

یعنی رویدادهای $\{U < \infty\}$ قطعی می‌باشند.

$$F(V_b) \geq F(V_a), \qquad for \quad V_b > V_a \tag{۱۹-۴}$$

از اینرو احتمال هر رویدادی غیرمنفی می‌باشد. به عنوان مثال

$$F(V_b) - F(V_a) = P\{V_a \leq U \leq V_b\} \geq 0 \tag{۲۰\_۴}$$

۴-۵-۳- تابع توزیع احتمال

حال به بررسی تابع توزیع احتمال (PDF) می‌پردازیم. که به صورت مشتق از تابع توزیع تجمعی تعریف می‌شود [۲۶]:

$$f(V) = \frac{dF(V)}{dV} \tag{۲۱-۴}$$

با توجه به ویژگی‌های ذکر شده در محاسبه تابع توزیع تجمعی، مشاهده می‌کنیم که توابع توزیع احتمال نیز غیر منفی خواهند بود.

$$f(V) \geq 0 \tag{۲۲-۴}$$

و نیز در شرط نرمالیزاسیون صدق می‌کنند:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(V)\ dV = 1 \tag{۲۳-۴}$$

حال با توجه به رابطه (۴-۲۰) تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی در فاصله‌ای ویژه به طور مثال در فاصله بین V_a و V_b مساوی با انتگرال تابع توزیع احتمال در آن فاصله می‌باشد، به صورتیکه

$$P\{V_a \leq U \leq V_b\} = F(V_b) - F(V_a) = \int_{V_a}^{V_b} f(V)\ dV \tag{۲۴-۴}$$

حال برای یک فاصله بی نهایت کوچک رابطه (۴-۲۴) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$P\{V \leq U < V + dV\} = F(V + dV) - F(V) = f(V)\, dV \tag{۲۵-۴}$$

۴-۵-۴- متوسط و گشتاورها

متوسط متغیر تصادفی U به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$< U > = \int_{-\infty}^{\infty} V\ f(V)\ dV \tag{۲۶-۴}$$

که متوسط احتمال همه مقادیر ممکن U می‌باشد. در حالت عمومی‌تر اگر $Q(U)$ تابعی از U باشد، متوسط $Q(U)$ عبارتند از:

$$< Q(U) >= \int_{-\infty}^{\infty} Q(V)\, f(V)\, dV \qquad (۲۷\_۴)$$

U و $Q(U)$ متغیرهای تصادفی می‌باشند، اما $< U >$ و $< Q(U) >$ متغیرهای تصادفی نمی‌باشند [۲۶].

نوسانات در متغیر تصادفی U به صورت

$$u = U - < U > \qquad (۲۸-۴)$$

تعریف می‌شوند. و واریانس متغییر U به صورت متوسط مربع نوسانات تعریف می‌شود:

$$var(U) \equiv < u^2 >= \int_{-\infty}^{\infty} (V - < U >)^2\, f(V)\, dV \qquad (۲۹-۴)$$

و مجذور واریانس را به عنوان انحراف معیار تعریف می‌کنیم:

$$\sigma = \sqrt{var(U)} =< u^2 >^{\frac{1}{2}} \qquad (۳۰-۴)$$

و گشتاور مرتبه n به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_n \equiv < u^n >= \int_{-\infty}^{\infty} (V - < U >)^n\ \ f(V)\, dV \qquad (۳۱-۴)$$

و مشاهده می‌کنیم که $\mu_0 =$ ۱ و $\mu_1 =$ ۰ و $\mu_2 = \sigma_u^2$.

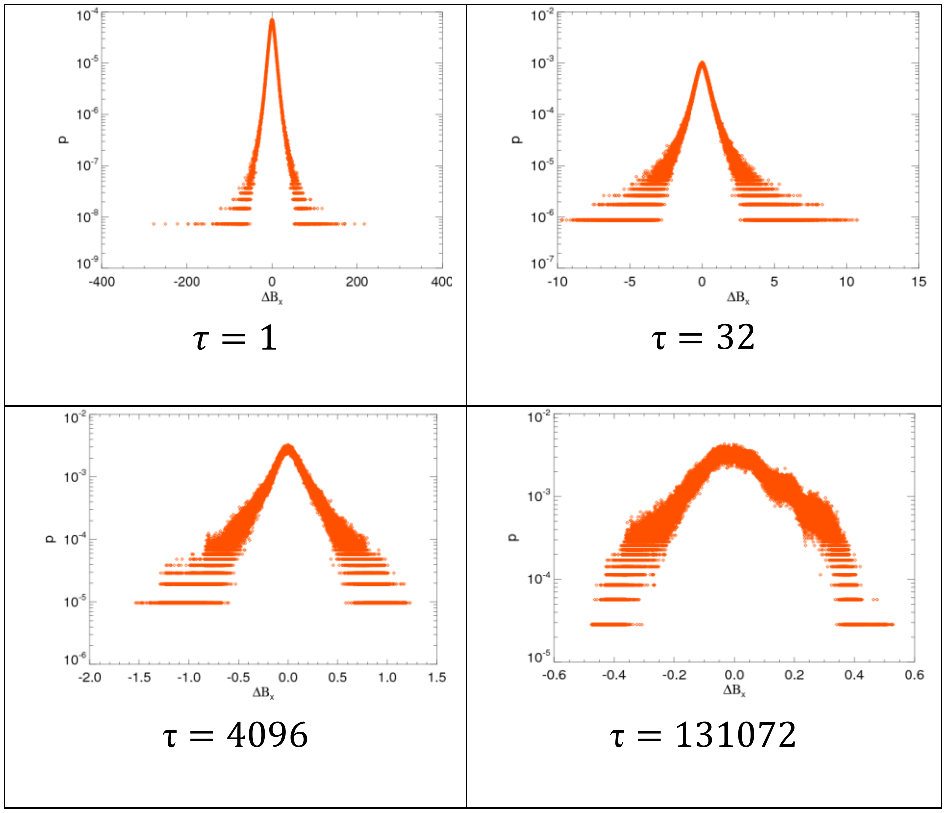
۴-۵-۵- آنالیز توابع توزیع احتمال

از آنجا که ما به دنبال بررسی آماری بادهای خورشیدی می‌باشیم، به داده‌هایی با تغییرات ایستا نیازمندیم. در صورتیکه داده‌های پارامترهای بادهای خورشیدی نظیر میدان مغناطیسی، سرعت، چگالی و ... پارامترهایی با تغییرات غیر ایستا می‌باشند که در بخش (۴-۳) توضیح داده‌ایم. همچنین ما به بررسی

مقیاس‌های تلاطمی به معنی گرداب‌های تلاطمی با یک اندازه معین در بادهای خورشیدی که به عنوان یک پلاسما متلاطم در نظر گرفته شده‌اند، می‌پردازیم. در نتیجه مناسب است که از اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی با توجه به رابطه (۴-۱) استفاده کنیم. در رابطه (۴-۱)، τ مقیاس‌های زمانی مشخصی می‌باشد که در آنالیز داده‌ها در این کار تحقیقاتی از ۱۷ مقیاس زمانی استفاده کرده‌ایم که شامل ۱ = τ و۲ = τ و۸ = τ و ... و ۱۳۱۰۷۲= τ می‌باشد. در ابتدا اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی را در ۱۷ مقیاس زمانی مختلف محاسبه می‌کنیم و سپس احتمال حضور داده‌های اختلاف میدان مغناطیسی را محاسبه کرده و با استفاده از انحراف معیار داده‌های اختلاف میدان مغناطیسی با استفاده از رابطه زیر

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})} \quad \text{که} \qquad (۴-۳۲)$$

N تعداد کل داده‌ها و x_i داده‌های میدان مغناطیسی می‌باشند، توابع توزیع احتمال را در مقیاس های زمانی مختلف بدست می‌آوریم، که تابع توزیع احتمال ۴ مقیاس زمانی متفاوت را در شکل (۴-۵) مشاهده می‌کنیم.



شکل (۴-۵): تابع توزیع احتمال در ۴ بازه زمانی مختلف. انتقال از حالت غیرگاوسی به گاوسی

حال با توجه به شکل (۴-۵) و مقایسه توابع توزیع احتمال در چندین مقیاس زمانی متفاوت [۲۷] به این مطلب پی می‌بریم که در مقیاس‌های زمانی بزرگ (τ بزرگ) تابع توزیع احتمال گاوسی می باشد. یعنی نوسانات میدان مغناطیسی حرکت کاملا تصادفی داشته و هیچ نوع همبستگی مشاهده نمی-شود. اما با کاهش مقیاس‌های زمانی، دنباله تابع توزیع پهن‌تر گشته و توابع توزیع احتمال غیرگاوسی خواهند شد [۷] و نوسانات میدان مغناطیسی همانند یک سیگنال همبسته رفتار می‌کنند. انحراف از توابع توزیع گاوسی نشان‌دهنده خاصیت ناهمگونی در داده‌های میدان مغناطیسی بادهای خورشیدی می‌باشد [۷]. با توجه به تئوری کولموگروف (۱۹۴۱)، اگر سیستم در تعادل باقی بماند نرخ اتلاف انرژی از یک گرداب به گرداب دیگر باید برای تمام مقیاس‌ها یکسان باشد. این ایده منجر به فرضیه خود-همگونی در

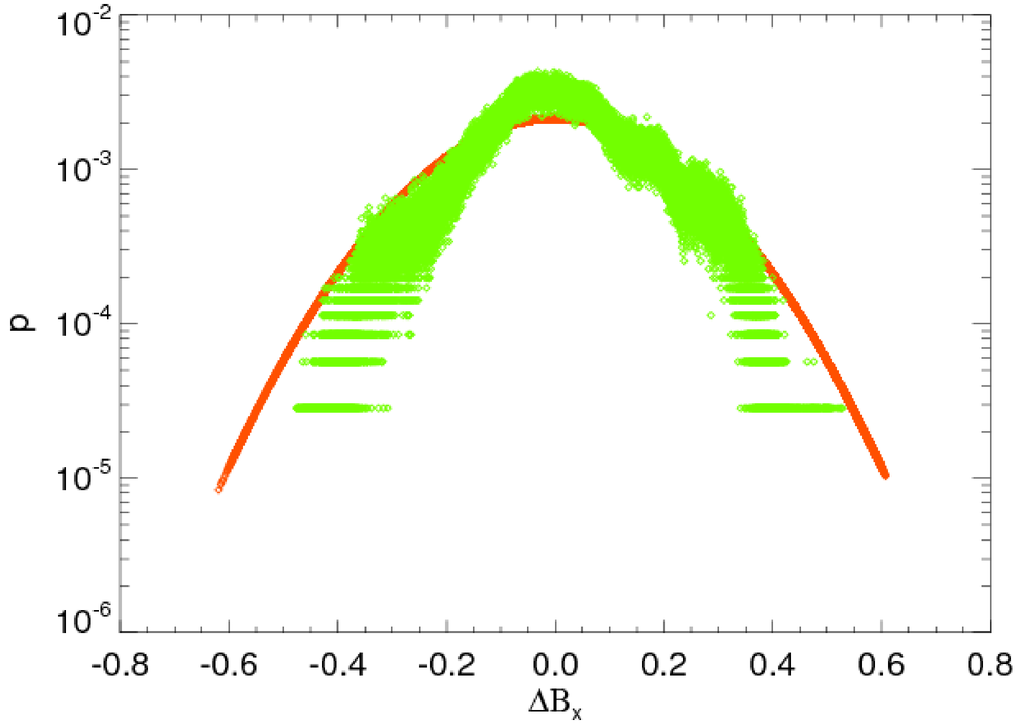
تئوری تلاطم شد. در عین حال فرضیه خود-همگونی نشانه‌ای از شکل گاوسی در توابع توزیع احتمال می-باشد. اکنون با رسم توابع توزیع احتمال در مقیاس‌های زمانی مختلف به نادرستی تئوری فوق پی بردیم زیرا در این فرضیه از وجود ساختارهای مقیاس کوچک که نمی‌تواند به طور یکنواخت فضا را پر کند، صرفه نظر شده است. توابع توزیع احتمال در گرداب‌های کوچک یا فرکانس‌های بزرگ به طور قابل افزایشی ناهمگون می‌باشد. که آشکارا باعث نقض فرضیه خود-همگونی کولموگروف شده است. علی‌رغم موفقیت تئوری کولموگروف در پیشگویی توان معروف $-\frac{5}{3}$ در طیف انرژی، تحقیقات بر روی توابع توزیع احتمال افت و خیزهای میدان مغناطیسی در یک مقیاس معین، یک انحراف از توزیع گاوسی را نشان می-دهد[۱۶] .این به پدیده ناهمگونی که مسئول نقض تئوری کولموگروف می‌باشد، معروف است. بررسی با داده‌های آماری با شفاف‌سازی‌های متفاوت[۱۵] همانند داده‌های مورد بررسی در بخش ۴-۲-۲ ، ما را به نتایج یکسانی از بررسی توابع توزیع احتمال و نقض تئوری کولموگروف می‌رساند.

حال برای بررسی گاوسی بودن توابع توزیع احتمال در τهای بزرگ، ابتدا تابع گاوسی

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1x^2}{2\sigma^2}} \quad (۳۳-۴)$$

را

معرفی می‌کنیم. σ انحراف معیار داده‌های اصلی می‌باشد. حال شکل اصلی تابع گاوسی ذکر شده در رابطه (۴-۳۳) را بر روی شکل تابع توزیع احتمال در τ = ۱۳۱۰۷۲ ثانیه (τبزرگ) در شکل (۴-۶) رسم کرده و با قطعیت بیان می‌کنیم که توابع توزیع احتمال در τ بزرگ گاوسی می‌باشند.



شکل (۴-۶): تابع گاوسی رسم شده به رنگ قرمز بر روی تابع توزیع احتمال

۴-۶- توابع ساختار

در این بخش به بررسی تفاوت بین خود-همگونی و ویژگی‌های مقیاسی با استفاده از توابع ساختار و قانون توان می‌پردازیم [۸]. از آنجا که در ناحیه اینرسی با انتقال آبشارهای انرژی موضعی در یک مقیاس طولی محدود مواجه هستیم، انتظار داریم که طیف انرژی و توابع ساختار از یک قانون توان پیروی کنند. در خود-همگونی، توان در قانون توان باید یک رابطه خطی داشته باشد [۱۸]. اما در ویژگی‌های مقیاسی توان در قانون توان که به عنوان توان مقیاسی معرفی می‌شود، می‌تواند خطی یا غیرخطی باشد [۱۶].

۴-۶-۱- معرفی توابع ساختار

یکی از کمیت‌های آماری مهم که در پدیده‌شناسی تلاطم از آن استفاده می‌کنیم، توابع ساختار می‌باشد. تابع ساختار اطلاعات آماری مهمی از سیستم به ما می‌دهد. به طور مثال تابع ساختار مرتبه اول بیانگر سرعت و تابع ساختار مرتبه دوم بیانگر انرژی و تابع ساختار مرتبه سوم بیانگر شار انرژی می‌باشد. برای تعریف دقیقتری از توابع ساختار [۸]، در ابتدا اختلاف داده‌های سرعت $v(x)$ یا هر پارامتر دیگری را بین ۲ نقطه به فاصله l طبق رابطه

$$\delta v(x,l) = v(x+l) - v(x) \qquad (۴-۳۴)$$

بدست می‌آوریم. سپس با تعریف مولفه طولی

$$\delta v_{\parallel} = \delta v(x,l).\frac{\vec{l}}{l} \qquad (۴-۳۵)$$

و مولفه عرضی $\delta v_{\perp}$، توابع ساختار طولی و عرضی را به صورت

$$S^n(l) = < [\delta v_{\parallel}(l)]^n > \qquad (۴-۳۶)$$

و

$$U^n(l) = < [\delta v_{\perp}(l)]^n > \qquad (۴-۳۷)$$

تعریف می‌کنیم. متذکر می‌شویم که تلاطم همگن و همسانگرد است به طوریکه مومنتوم‌ها تنها به فاصله l وابسته هستند. در ادامه تاکید ما بیشتر بر روی توابع ساختار طولی خواهد بود.

حال به بررسی ارتباط بین توابع ساختار و توابع همبستگی (*correlation function*) می‌پردازیم [۸]. توابع ساختار مرتبط با توابع همبستگی

$$< v_i(x_1) v_j(x_2) \dots v_k(x_n) > \qquad (۴-۳۸)$$

می‌باشند. به ویژه توابع همبستگی طولی که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$< v_{\parallel}(x)^{n-1}\, v_{\parallel}(x+l) >= C^{(n)}(l) \tag{۳۹-۴}$$

به ازای $n=۲$ ، با استفاده از رابطه (۴-۳۹) مقدار $C^2(l)$ و $C^2(0)$ را محاسبه می‌کنیم. و با استفاده از رابطه (۴-۳۶) خواهیم داشت:

$$S^2(l) = 2[C^2(0) - C^2(l)] \tag{۴۰-۴}$$

و به ازای $n=۳$ خواهیم داشت:

$$S^3(l) = 6C^3(l) \tag{۴۱-۴}$$

که روابط (۴-۴۰) و (۴-۴۱) ارتباط بین توابع ساختار و توابع همبستگی را نشان می‌دهند.

حال به بررسی آماری توابع ساختار مجموعه داده‌های میدان مغناطیسی وابسته به زمان $B(t)$ می-پردازیم. اختلاف داده‌های فوق را با توجه به رابطه (۴-۱) بدست می‌آوریم. و با معلوم بودن تابع توزیع احتمال، تابع ساختار مرتبه m به صورت [۱۸]

$$S^m(\tau) =< |\delta B|^m >= \int p(\delta B,\tau)|\delta B|^m \; d(\delta B) \tag{۴۲-۴}$$

تعریف می‌کنیم. که δB اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی و $p(\delta B)$ تابع توزیع احتمال مربوطه می باشد. $<>$ نشان‌دهنده متوسط گیری آنسامبلی در زمان t است.

۴-۶-۲- قانون توان

قانون توان عبارت است از قانونی با توان مقیاسی که رفتار مقیاسی سیستم که شامل ساختارهای تک فراکتال و چند فراکتال می‌باشد را توضیح می‌دهد. به عنوان نمونه تابع

$$F(s) \sim s^{\alpha} \quad (۴۳-۴)$$

نشان‌دهنده قانون توان می‌باشد و ضریب α به عنوان توان مقیاسی معرفی می‌گردد [۲۱]. حال اگر توان مقیاسی رفتار خطی به صورت $\alpha = cm$ داشته باشد، ساختارهای تک فراکتالی خواهیم داشت. اما اگر توان مقیاسی رفتار غیرخطی به صورت $\alpha \neq cm$ داشته باشد، ساختارهای چند فراکتالی خواهیم داشت [۱۶] و [۱۸] و [۲۳]. همچنین ساختارهای تک فراکتالی و چندفرکتالی را با بررسی رفتار مقیاسی افت - خیزهای پارامترهای پلاسمایی در مقیاس‌های کوچک و بزرگ تعیین می‌کنیم. به صورتیکه اگر رفتار مقیاسی در مقیاس‌های کوچک و بزرگ متفاوت باشند، با ساختارهای چندفراکتالی مواجه هستیم.

تابع ساختار در ناحیه اینرسی به صورت

$$S_t^m = a_m \tau^{\xi_m} \quad (۴۴-۴)$$

که

نشان‌دهنده قانون توان می‌باشد، معرفی می‌گردد. و ξ_m توان مقیاسی نامیده می‌شود. آنچه که باید توجه کرد تفاوت بین $S^n(l)$ به عنوان تابعی از l برای یک n ویژه و به عنوان تابعی از n برای یک مقیاس l ویژه می‌باشد. حالت دوم نشان‌دهنده توزیع آماری کاملی از ساختارها در یک مقیاس می باشد به طوریکه به ازای $n = ۱$ ، تابع ساختار مرتبه اول به صورت $S^1(l)$ معرفی می‌شود که نشان دهنده سرعت می‌باشد. و به ازای $n = ۲$ ، تابع $S^2(l)$ معرف انرژی و به ازای $n = ۳$ ، تابع $S^3(l)$ معرف شار انرژی می‌باشد. در حالیکه در حالت اول، مشخصات ویژه‌ای در مقیاس‌های متفاوت مقایسه می‌شوند [۸]. حال با توجه به مجموعه‌ای از توان‌های مقیاسی ξ_m در توابع ساختار متفاوت در رابطه (۴-۴۴) به بررسی ویژگی‌های مقیاسی و خود-همگونی می‌پردازیم. در حالت خود-همگون، توان مقیاسی رابطه خطی به صورت [۸] و [۱۸]

$$\xi_m = cm \qquad c > 0 \quad (۴۵-۴)$$

دارد. توجه کنید که حالت عمومی‌تر خطی رابطه (۴-۴۵) به صورت

$$\xi_m = am + b \qquad b \neq 0 \tag{۴-۴۶}$$

نشان‌دهنده سیستم خود-همگون نمی‌باشد و یک سیستم ناهمگون را توصیف می‌کند. حال به بررسی ویژگی‌های مقیاسی با استفاده از توان مقیاسی ξ_m می‌پردازیم. اگر توان مقیاسی، رابطه خطی به صورت

$$\xi_m = cm \tag{۴-۴۷}$$

داشته باشد، نشان‌دهنده رفتار تک فراکتالی در ناحیه اینرسی می‌باشد. و اگر رفتاری غیرخطی به صورت

$$\xi_m \neq cm \tag{۴-۴۸}$$

داشته باشد، نشان‌دهنده رفتار چند فراکتالی می‌باشد. رفتار تک فراکتالی توابع ساختار نشان می‌دهد که توابع توزیع احتمال باید بر روی یک تابع مقیاسی واحد تحت عنوان P_s قرار بگیرند که نشان‌دهنده سیستم خود-همگون می‌باشند [۱۶]. و رفتار چند فراکتالی نشان می‌دهد که توابع توزیع احتمال بر روی یک تابع مقیاسی واحد قرار نمی‌گیرند و معرف یک سیستم ناهمگون می باشند [۱۸] که توضیحات کاملتری در بخش ۴-۹ ارائه خواهد شد. در تصویر کولموگروف با استفاده از رابطه (۳-۸) ، تابع ساختار به صورت

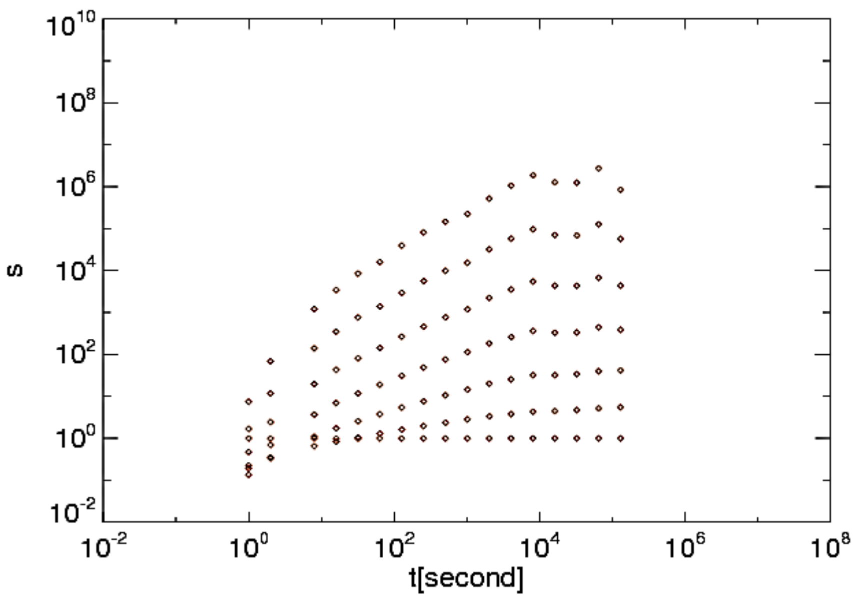
$$S_t^m \sim (\varepsilon\tau)^{\frac{m}{3}} \tag{۴-۴۹}$$

تعریف می‌شود. ε نرخ انتقال انرژی از مقیاسی به مقیاس دیگر می‌باشد. حال با مقایسه رابطه (۴-۴۴) با رابطه (۴-۴۹)، مقیاس توانی در تصویر کولموگروف به صورت

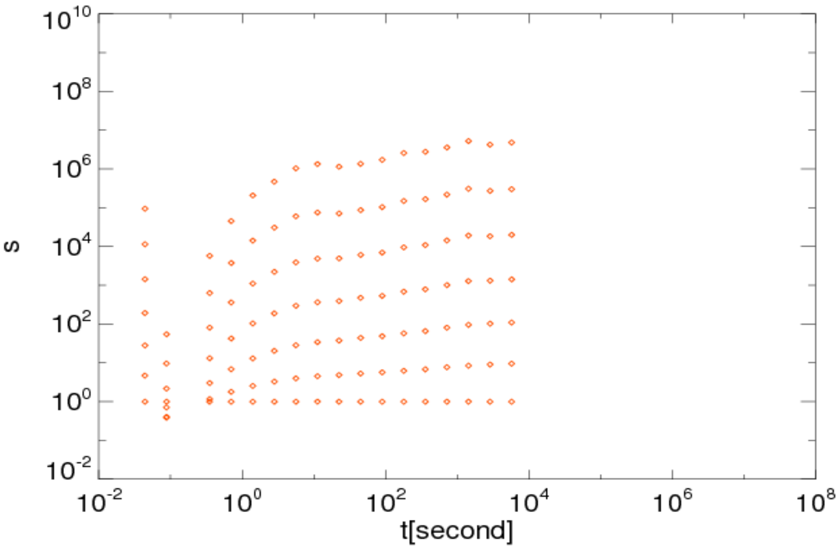
$$\xi_m = \frac{m}{3} \tag{۴-۵۰}$$

تعریف می‌گردد [۲۸] که طبق نظریه کولموگروف، این ناحیه رفتار خود-همگون از خود نشان می

دهد. حال به منظور بررسی رفتار ξ_m در ناحیه اینرسی با استفاده از گشتاورهای مراتب بالاتر، ابتدا توابع ساختار برای زمان‌های مختلف τ بدست می‌آوریم. در ابتدا با استفاده از ضریب بهنجارش، تابع احتمال را نرمالیزه می‌کنیم. سپس با استفاده از تابع احتمال نرمالیزه شده، توابع ساختار مرتبه اول تا مرتبه هفتم را طبق رابطه (۴-۴۲) پیدا کرده و سپس در یک منحنی لگاریتمی رسم می‌کنیم، که محاسبه توابع ساختار در کد *IDL* شماره ۳ در پیوست انجام شده است. توابع ساختار داده‌های بخش ۴-۲-۱ و ۴-۲-۲ را در شکل‌های (۴-۷) و (۴-۸) مشاهده می‌کنیم.



شکل (۴-۷): تابع ساختار مولفه B_x در ۷ مرتبه مختلف داده‌های بخش ۴-۲-۱

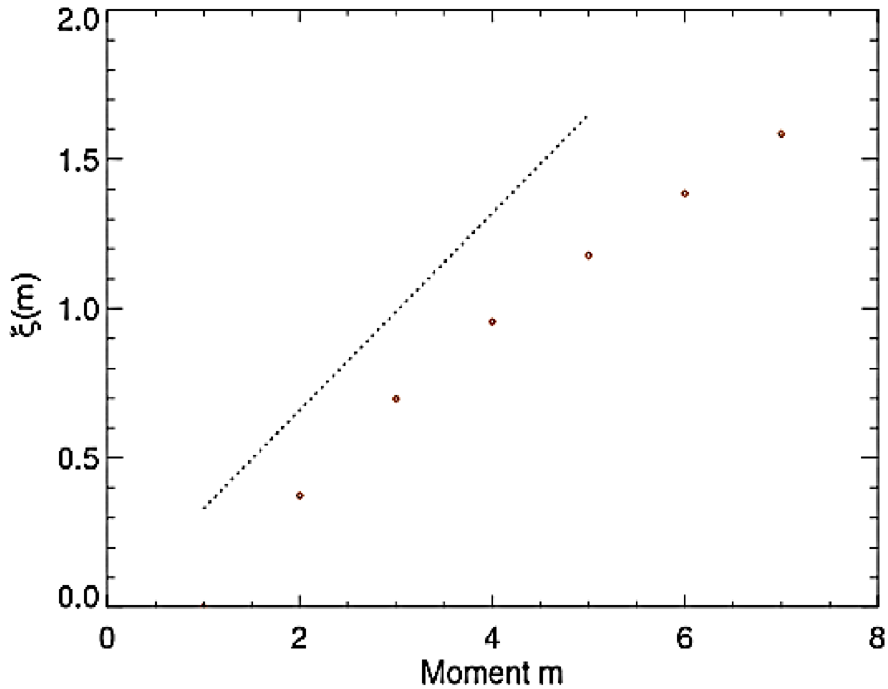


شکل (۴-۸): تابع ساختار مولفه B_x در ۷ مرتبه مختلف داده‌های بخش ۴-۲-۲

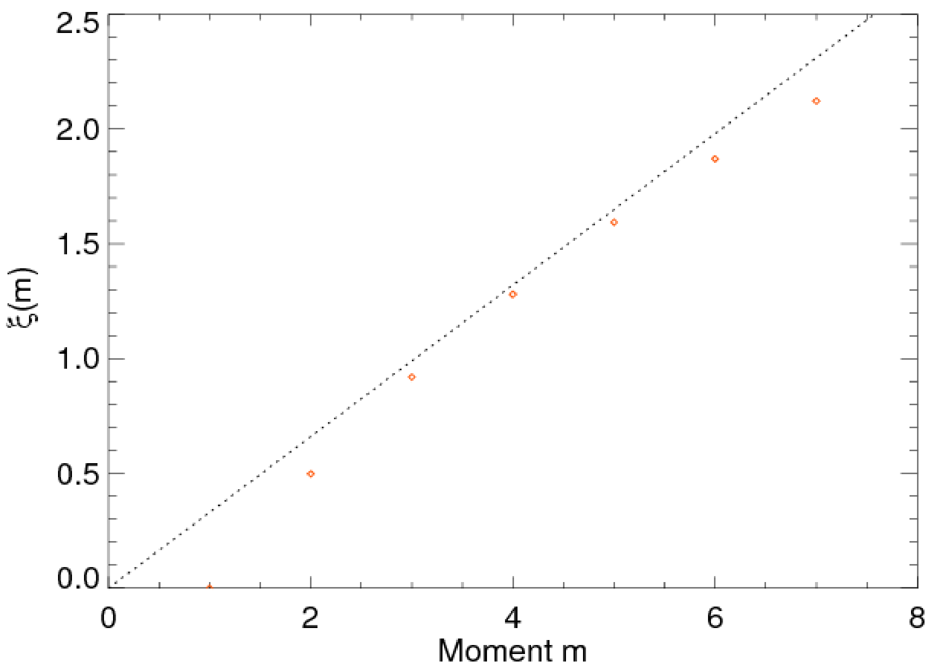
و سپس با لگاریتم گرفتن از رابطه (۴-۴۴) خواهیم داشت:

$$\log S^m(\tau) \sim \xi_m log\tau \quad (۴\text{-}۵۱)$$

مقدار ξ_m شیب منحنی شکل‌های (۴-۷) و (۴-۸) در ناحیه اینرسی می‌باشد. حال مقادیر ξ_m بر حسب مرتبه‌های مختلف m در ناحیه اینرسی را در شکل‌های (۴-۹) و (۴-۱۰) رسم خواهیم کرد.



شکل (۴-۹): توان مقیاسی بر حسب مرتبه‌های مختلف داده‌های بخش ۴-۲-۱



شکل (۴-۱۰): توان مقیاسی بر حسب مرتبه‌های مختلف داده‌های بخش ۴-۲-۲

با توجه به رابطه (۴-۵۰) انتظار داریم که به ازای مرتبه سوم $m=۳$ مقدار توان مقیاسی $\xi_m=۱$ بدست آید. با توجه به شکل (۴-۹) به دلیل پایین بودن شفاف‌سازی داده‌های موجود در بخش ۴-۲-۱ در مرتبه $m=۳$ ، مقدار توان مقیاسی به صورت $\xi_m=۰/۶۷$ بدست آمده است و این مقدار کمی از مقدار کولموگروف انحراف نشان می‌دهد. سپس به بررسی توان مقیاسی با استفاده از داده‌های بخش ۴-۲-۲ می‌پردازیم که شفاف‌سازی داده‌های ذکر شده بالا می‌باشد. و با توجه به شکل (۴-۱۰) مشاهده می‌کنیم که در $m=۳$ ، توان مقیاسی $\xi_m=۱$ بدست آمده است که در توافق کامل با حالت خود-همگون رابطه (۴-۵۰) می‌باشد [۱۶]. با توجه به شکل (۴-۱۰) خواهیم دید که توان مقیاسی ξ_m یک رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهد و هر چه از لحاظ آماری مرتبه گشتاورهای میدان افزایش می‌یابد، انحراف از مقدار خطی کولموگروف بیشتر می‌شود و ناهمگونی در ساختارها نمایان‌تر می‌شود. با توجه به رفتار غیر

خطی توان مقیاسی بر طبق رابطه (۴-۴۸)، مولفه‌های میدان مغناطیسی از خود رفتار چند فراکتالی نشان می‌دهند که در بخش توضیح خواهیم داد. رفتار نوسانی در مرتبه‌های بالای توابع ساختار را می‌توان به افزایش خطاهای آماری نسبت داد زیرا که مراتب بالاتر حساسیت بیشتری به افزایش نوسانات در میدان-های تلاطمی دارند.

۴-۷- فرضیه اصلاح شده کولموگروف

در آزمایشات و شبیه‌سازی‌های عددی در سیستم‌های ناهمگون، نرخ انرژی پاشندگی به صورت

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{2}\, \nu\, \sum_{i,j}(\partial_i V_j + \partial_j V_i)^2 \tag{۴-۵۲}$$

که نسبت به زمان و مکان تغییر می‌کند، تعریف می‌شود. در فرضیه کولموگروف (۱۹۴۱) *K41*، نرخ انرژی پاشندگی به صورت $\varepsilon = \varepsilon(x)$ که مقداری ثابت می‌باشد، در نظر گرفته شده بود و از تغییرات فضایی نرخ پاشندگی صرفه‌نظر شده بود که یک تناقض می‌باشد و دلیل نقض تئوری کولموگروف می باشد. لاندائو[۲۶] در فاصله کوتاهی بعد از انتشار تئوری *K41* به این تناقض توجه کرد. بر پایه نقد لاندائو، اوبوخو[۲۷] پیشنهاد کرد که مقدار متوسط نرخ انرژی پاشندگی $< \varepsilon >$ در فرضیه کولموگروف با متوسط فضایی بر روی حجم دلخواه مقیاس l جایگزین گردد که به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۸]:

$$\varepsilon_l = \frac{1}{V_l} \int \varepsilon(x)\, dV \tag{۴-۵۳}$$

با جایگذاری رابطه (۴-۵۳) در رابطه (۳-۸) خواهیم داشت:

$$\delta v_l \sim \varepsilon_l^{\frac{1}{3}}\, l^{\frac{1}{3}} \tag{۴-۵۴}$$

---

۱. Landau

۲. Obukhov

که در رابطه (۴-۵۴) نرخ پاشندگی ثابت نمی‌باشد و به l بستگی دارد. حال بعد از پیشنهاد اوبوخو، کولموگروف در سال ۱۹۶۲ نظریه اصلاح شده خود-همگونی خود را ارائه کرد. که با توجه به رابطه، توابع ساختار به صورت

$$S_{\parallel}^{n}(l) =< [\delta v_{\parallel}(l)]^n = d_n \ < \varepsilon_l^{\frac{n}{3}} > l^{\frac{n}{3}} \tag{۴-۵۵}$$

و از آنجا که علاقه‌مند به بررسی ویژگی‌های مقیاسی می‌باشیم با توجه به روابط (۴-۴۴) و (۴-۵۵) و با تعریف توان مقیاسی به صورت μ_n خواهیم داشت:

$$< \varepsilon_l^n > \sim l^{\mu_n} \tag{۴-۵۶}$$

با جایگزاری (۴-۴۴) در (۴-۵۵) ، توان مقیاسی به صورت [۲۸]

$$\xi_n = \frac{n}{3} + \mu_{\frac{n}{3}} \tag{۴-۵۷}$$

تعریف می‌شود. فرضیه اصلاح شده کولموگروف با فیزیک ناحیه اتلاف و اینرسی در توافق می‌باشد. در بیشتر آزمایشات به اندازه‌گیری δv_l می‌پردازند. از لحاظ آماری بر طبق رابطه (۴-۵۴) ویژگی ε_l با $\frac{\delta v_l^3}{l}$ یکسان می‌باشد. دانشمندان زیادی با آنالیز توابع توزیع احتمال نشان دادند که در ناحیه اینرسی، توابع توزیع نزدیک به حالت گاوسی می‌باشند که فرضیه فوق اثبات گشت.

۴-۸- روابط دقیق تلاطمی

ما در بخش (۳-۵) به بررسی فرضیه کولموگروف و در بخش (۴-۷) به دلایل نقض تئوری کولموگروف و تئوری اصلاح شده کولموگروف اشاره کرده‌ایم. و حال با توجه به نظریه اصلاح شده کولموگروف به بیان

معادلات تلاطمی آماری دقیق که شامل ۳ دسته معادلات می‌باشند، می‌پردازیم. که عبارتند از قانون چهار- پنجم کولموگروف، قانون چهار- سوم یاقلوم[۲۸] و قانون چهار- سوم در تلاطم MHD [۸].

۴-۸-۱- قانون چهار- پنجم کولموگروف

در معادله اصلاح شده کولموگروف (۴-۵۵) به ازای $n = 3$ رفتار خاصی اتفاق می‌افتد. به صورتیکه متوسط نرخ پاشندگی مستقل از کمیت آماری ε_l می‌باشد و خواهیم داشت، $\varepsilon =< \varepsilon_l >$ و رابطه (۴-۵۵) به صورت

$$S^3(l) = a < \varepsilon_l > l = a\varepsilon l \qquad (۴\text{-}۵۸)$$

نوشته می‌شود. این معادله با مقدار $a = -\frac{4}{5}$ برای اولین بار توسط کولموگروف بدست آمده بود. برای اثبات رابطه (۴-۵۸)، معادله ناویه – اتوکس (۲-۵۳) را به صورت تانسوری می‌نویسیم:

$$\partial_t v_i + \partial_k (v_k v_i) = -\partial_i p + \nu \partial_{kk} v_i \qquad \partial_i v_i = 0 \qquad (۴\text{-}۵۹)$$

با ضرب معادله فوق در v_i' و معادله برای v_i' در v_i ، و محاسبه جمع و متوسط‌گیری خواهیم داشت:

$$< v_i v_i' > + \partial_k < v_k v_i v_i' > + \partial_k' < v_k' v_i' v_i > =$$

$$< v_i' \partial_i p > - < v_i \partial_i' p' > + \nu(\partial_{kk} + \partial_{kk}') < v_i v_i' > \qquad (۴\text{-}۶۰)$$

حال با تعریف تابع همبستگی و با استفاده از رابطه‌های (۴-۴۰) و (۴-۴۱) ، توابع همبستگی $C^{(2)}(l)$ و $C^{(3)}(l)$ را محاسبه می‌کنیم و در رابطه (۴-۶۰) استفاده کرده و به معادله کارمان - هووارس[۲۹] به صورت

$$\partial_t C^{(2)}(l,t) = \frac{1}{l^4}\, \partial_l l^4 \left[C^{(3)}(l,t) + 2\nu\, \partial_l C^{(2)}(l,t) \right] \qquad (۴\text{-}۶۱)$$

---

۱. Yaglom

۲. Karman-Howarth

خواهیم رسید. از فشار در رابطه (۴-۶۰) به دلیل تراکم‌ناپذیری چشمپوشی شده است. برای l در ناحیه اینرسی $l \ll L$ تابع همبستگی به سرعت آرام می‌شود یعنی تابع همبستگی فرم آرامی پیدا می‌کند و وابستگی واضحی به t ندارد. اما در ناحیه پاشندگی $C(l,t) = C[l, \varepsilon(t)]$ می‌باشد. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\partial_t C^{(2)}(l) \simeq \partial_t C^{(2)}(0) = \frac{1}{3}\partial_t < v_i v_i > = -\frac{2}{3}\varepsilon \qquad (۶۲-۴)$$

حال با استفاده از روابط (۴-۴۰) و (۴-۴۱) ، معادله کارمان – هووارس به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$-\frac{2}{3}\varepsilon = \frac{1}{l^4}\,\frac{d}{dl}l^4\,(\frac{1}{6}S^{(3)}(l) - \nu\frac{dS^{(2)}(l)}{dl} \qquad (۶۳-۴)$$

و با انتگرال‌گیری از رابطه فوق خواهیم داشت:

$$-\frac{4}{5}\varepsilon l = S^{(3)}(l) - 6\nu\frac{dS^{(2)}(l)}{dl} \qquad (۶۴-۴)$$

در ناحیه اینرسی از جمله ویسکوزیته صرفه نظر می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$S^{(3)}(l) = < (\partial v_{\parallel}(l))^3 > = -\frac{4}{5}\varepsilon l \qquad (۶۵-۴)$$

که به قانون چهار – پنجم کولموگروف معروف می‌باشد.

۴-۸-۲- قانون چهار – سوم یاقلوم

رابطه‌ای دقیق مشابه قانون چهار - پنجم کولموگروف در تلاطم ناویه – استوکس به وسیله یاقلوم برای رسانش حرارتی بیان شده است. حال معادله پخش را که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\partial_t T + v.\nabla T = \kappa\nabla^2 T \qquad (۶۶-۴)$$

در فرم تانسوری می‌نویسیم. θ به جای T قرار گرفته است. خواهیم داشت:

$$\partial_t\theta + \partial_i(v_i\theta) = \kappa\partial_{ii}\theta \qquad\qquad \partial_i v_i = 0 \tag{۶۷-۴}$$

معادله یالقوم را می‌توان به صورت مستقیم و بدون استفاده از توابه همبستگی بدست آورد. رابطه (۴-۶۷) را برای $\theta = \theta(x)$ و برای $\theta' = \theta(x')$ به صورت زیر خوایهم نوشت:

$$\partial_t\theta + \partial_i v_i(\theta - \theta') = \kappa\partial_{ii}(\theta - \theta') \tag{۶۸-۴}$$

$$\partial_t\theta' + \partial_i' v_i'(\theta' - \theta) = \kappa\partial_{ii}'(\theta' - \theta) \tag{۶۹-۴}$$

با تفریق رابطه (۴-۶۸) از رابطه (۴-۶۹) و ضرب مقدار $2(\theta' - \theta)$ و متوسط‌گیری خواهیم داشت:

$$\partial_t < (\delta\theta)^2 > +\partial_i < v_i(\delta\theta)^2 > +\partial_i' < v_i'(\delta\theta)^2 >=$$

$$2\kappa < \delta\theta(\partial_{ii} + \partial_{ii}')\delta\theta > \tag{۷۰-۴}$$

با تعریف $\delta\theta = \theta' - \theta$ و همگن فرض کردن سیستم و جایگزینی $-\partial_{l_i}$ و ∂_{l_i} به جای ∂_i و ∂_i' معادله (۴-۷۰) به صورت ساده زیر محاسبه می‌شود:

$$\partial_t < (\delta\theta)^2 > +\partial_{l_i} < \delta v_i(\delta\theta)^2 >= 2\kappa < \delta\theta(\partial_{ii} + \partial_{ii}')\delta\theta >$$

$$= 2\kappa\,\partial_{l_i l_i} < \theta^2 > -4\kappa < \partial_{l_i}\theta\,\partial_{l_i}\theta > \tag{۷۱-۴}$$

در ناحیه اینرسی اولین جمله سمت چپ رابطه (۴-۷۱) کوچک می‌باشد و صرفه نظر خواهیم کرد. دومین جمله سمت راست، نرخ پاشندگی اسکالر می‌باشد، که خواهیم داشت:

$$4\kappa < \partial_{l_i}\theta\,\partial_{l_i}\theta >= 4\varepsilon_\theta \tag{۷۲-۴}$$

سپس رابطه (۴-۷۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{1}{l^{D-1}}\frac{d}{dl}l^{D-1}\left(<\delta v_{\parallel}(\delta\theta)^2> -2\kappa\,\frac{d<(\delta\theta)^2>}{dl}\right) = -4\varepsilon_\theta \qquad (۴\text{-}۷۳)$$

که D بعد فضایی می‌باشد. با انتگرال‌گیری از رابطه (۴-۷۳) خواهیم داشت:

$$<\delta v_{\parallel}(\delta\theta)^2> -2\kappa\,\frac{d<(\delta\theta)^2>}{dl} = -\frac{4}{D}\varepsilon_\theta l \qquad (۴\text{-}۷۴)$$

در ناحیه اینرسی که $l_k \ll l \ll L$ می‌باشد و با صرفه نظر از جمله پخش خواهیم داشت:

$$<\delta v_{\parallel}(\delta\theta)^2> = -\frac{4}{D}\varepsilon_\theta l \qquad (۴\text{-}۷۵)$$

که برای تلاطم اسکالر، یاقلوم اثبات کرد که $D=$ ۳ می‌باشد. و رابطه فوق به قانون چهار- سوم یاقلوم معروف گشت.

۴-۸-۳- قانون چهار – سوم در تلاطم *MHD*

ساختار معادلات *MHD* هنگامی که بر حسب میدان‌های الزیزر رابطه (۲-۶۰) نوشته می‌شود، مشابه تابع اسکالر رابطه (۴-۶۷) می‌باشد. در ابتدا معادله مشابه با قانون یاقلوم برای بردارهای اختلاف میدان‌های الزیزر $\delta z_i^{\pm}$ بدست خواهیم آورد. حال معادلات *MHD* برای z_i^+ را مشابه با معادلات (۴-۶۸) و (۴-۶۹) خواهیم نوشت و سپس با کم کردن این روابط از یکدیگر و ضرب δz_i^+ و متوسط گیری خواهیم داشت:

$$\partial_t <\delta z_i^+\delta z_i^+> +\partial_{l_j} <\delta z_j^-\delta z_i^+\delta z_i^+> = 2\eta\,\partial_{l_j l_j} <\delta z_i^+\delta z_i^+> -4\eta <\partial_j z_i^+\partial_j z_i^+> \qquad (۴\text{-}۷۶)$$

ترم فشار به دلیل تراکم‌ناپذیری حذف می‌گردد. و برای سادگی $\partial_i z_i^{\pm} = 0$ و $\nu = \eta$ در نظر می‌گیریم. برای مقیاس‌های $l \ll L$ مشتق زمانی در اولین جمله سمت چپ در معادله (۴-۷۶) را نادیده می گیریم. و دومین جمله سمت راست را به عنوان نرخ پاشندگی ε^+ در نظر گرفته، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{l^{D-1}} \frac{d}{dl} l^{D-1} \left(< \delta z_\parallel^- \delta z_i^+ \delta z_i^+ > -2\eta \frac{d}{dl} < \delta z_i^+ \delta z_i^+ > \right) = -4\varepsilon^+ \qquad (۴\text{-}۷۷)$$

در ناحیه اینرسی از جمله η صرفه نظر می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$< \delta z_\parallel^- \delta z_i^+ \delta z_i^+ >= -\frac{4}{D} \varepsilon^+ l \qquad (۴\text{-}۷۸)$$

رابطه فوق به وسیله پولیتانو[۳۰] و پوکیوت[۳۱] در سال ۱۹۹۸ بدست آمده است. که بسیار شبیه به معادله یاقلوم برای میدان رسانش اسکالر و معادله کولموگروف در تلاطم هیدرودینامیک می‌باشد.

۴-۹- چند- فراکتالی و تک- فراکتالی

ما فراکتال‌ها را در زندگی روزمره خود به فراوانی مشاهده می‌کنیم، درخت‌ها، کوه‌ها و پراکنده شدن برگ‌های پاییزی روی زمین. فراکتال شکل هندسی چند جزئی است که می‌توان آن را به قسمت‌هایی تقسیم کرد به طوریکه هر قسمت یک کپی از کل باشد. در واقع هندسه‌ی فراکتالی حرکت اشکال در فضا را ثبت می‌کند و ناهمواری دنیا، انرژی و تغییرات دینامیک آن را نشان می‌دهد. بلورهای برف ساده‌ترین و آشناترین نوع فراکتال‌ها هستند. اشکال فراکتالی دارای ۳ خاصیت عمومی می‌باشند: تشابه به خود، تشکیل از راه تکرار و بعد کسری. که به تعریف هریک می‌پردازیم.

---

۱. Politano

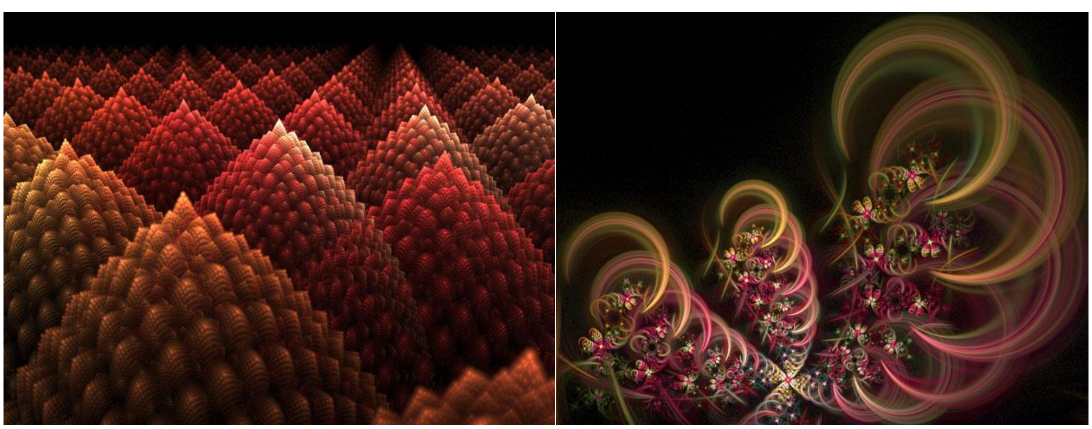
۲. Pouquet

تشابه به خود: نوعی شباهت بین اجزا و کل قابل تشخیص است. بدین ترتیب که هر جزئی از الگو، همانند و متشابه کل می‌باشد.

تشکیل از راه تکرار: فراکتال‌ها به وسیله تکرار توسعه می‌یابند، به این معنی که تغییر شکل مکررا ایجاد شده و وابسته به موقعیت شروع می‌باشد. یعنی برای درست کردن یک فراکتال می‌توانیم یک تصویر معمولی هندسی را برداریم و با آن یک تصویر پیچیده‌تر بسازیم. سپس با تصویر بدست آمده، تصویر پیچیده‌تری می‌سازیم. و همین طور به این کار ادامه می‌دهیم.

بعد کسری: ابعاد کسری همانطور که می‌دانیم یک نقطه بعد ندارد. یک خط، تصویری یک بعدی است. یک صفحه، دو بعد دارد. و در آخر تصویرهای حجیم، سه بعد دارند. اما فراکتال‌ها می‌توانند بعد کسری داشته باشند مثلا اگر یک پاره‌خط را نصف کنیم حال ۲ خط داریم که دقیقا مانند هم می‌باشند. اگر هر دو بعد یک مربع را نصف کنیم، حال چهار مربع هم اندازه داریم.

در شکل (۴-۱۱) نمونه‌ای از تصاویر مسحورکننده فراکتال‌ها را مشاهده می‌نماییم.



شکل (۴-۱۱): فراکتال‌ها

سیستم‌های فراکتالی توسط قانون توان توصیف می‌شوند. و شامل دو دسته ساختارهای تک فراکتال و چند فراکتال می‌باشند. برای بررسی رفتار چند فراکتالی و تک فراکتالی داده‌های مورد نظر از ۲ روش استفاده خواهیم کرد. در روش اول، با توجه به تعریف قانون توان و توان مقیاسی در بخش ۴-۶-۲ ، اگر توان مقیاسی α رابطه خطی داشته باشد، ساختارهای تک فراکتال و اگر رابطه غیر خطی داشته باشد، ساختارهای چند فراکتال خواهیم داشت. و در روش دوم به بررسی رفتار مقیاسی افت و خیزهای داده‌های مورد نظر در مقیاس‌های کوچک و بزرگ خواهیم پرداخت. به صورتیکه اگر رفتار مقیاسی در مقیاس‌های کوچک و بزرگ متفاوت باشند، با ساختارهای چندفراکتالی مواجه هستیم. و اگر رفتار مقیاسی یکسانی در تمام مقیاس‌ها داشته باشیم با ساختارهای تک فراکتالی مواجه می‌شویم [۲۱].

حال به بررسی اندازه‌گیری بر روی مجموعه‌های فراکتالی می‌پردازیم. اغلب این اندازه‌گیری‌ها یک پیمانه محسوب می‌شوند. اختلاف اساسی بین یک فراکتالی و چند فراکتالی این است که یک فراکتال اشاره به یک مجموعه نامنظم دارد و چند فراکتالی یک پیمانه یا یک اندازه‌گیری می‌باشد. همانند مجموعه فراکتالیتی‌ها، چند فراکتالی‌ها نیز می‌توانند به شدت نامنظم باشند. اگر احتمال اندازه

گیری‌ها یکسان باشد، با یک رفتار تک فراکتالی مواجه می‌شویم. که رفتار تک فراکتالی نشان خواهد داد که توابع توزیع احتمال (PDF) اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی در مقیاس‌های زمانی τ مختلف، باید بر روی یک تابع مقیاسی واحد P_s قرار بگیرند، که نشان‌دهنده ویژگی خود-همگونی سیستم می‌باشد. در حالیکه در ساختارهای چند فراکتالتی، توابع توزیع احتمال مقیاس‌های زمانی مختلف بر روی یکدیگر به خوبی قرار نخواهند گرفت، و نشان‌دهنده ساختارهای ناهمگون می‌باشند. حال به بررسی خاصیت خود-همگونی و ناهمگونی پارامترهای پلاسمایی می‌پردازیم.

تلاطم مگنتوهیدرودینامیک آماری می‌تواند توسط توابع توزیع احتمال اختلاف متغییر تصادفی $x(t)$، روی یک محدوده مقیاس متغیر مشخص شود. اختلاف متغیر تصادفی $x(t)$ به صورت

$$\delta x(t,\tau) = x(t+\tau) - x(t) \tag{۷۹-۴}$$

تعریف می‌شود. متغییر تصادفی $x(t)$ می‌تواند داده‌های میدان مغناطیسی یا انرژی میدان مغناطیسی باشد. مفهوم پروسه‌های تصادفی خود-همگون که مربوط به فقدان هرگونه مقیاس زمانی مشخصه در منطقه اینرسی می‌شود، می‌تواند توسط آنالیز توابع توزیع احتمال آزموده شود. اختلاف متغییر تصادفی $x(t)$ نسبت به پارامتر α خود-همگون گفته می‌شود ($\alpha \geq 0$) اگر برای هر مقدار τ

$$\delta x(t) = \tau^{\alpha}\, \delta x(\tau t) \tag{۸۰-۴}$$

برقرار باشد. رابطه (۴-۸۰) به عنوان یک برابری در قانون تفسیر می‌شود، یعنی دو طرف معادله خواص آماری یکسانی دارند. بنابراین ما می‌توانیم تابع توزیع تجمعی را با توجه به توضیحات بخش ۴-۵-۲ به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\varphi(\delta x(t) \leq \rho) = \varphi(\tau^{\alpha}\ \delta x(\tau\ t) \leq \rho \qquad (۸۱-۴)$$

با توجه به بخش‌های ۴-۵-۲ و ۴-۵-۳ در محاسبه توابع توزیع تجمعی و توابع توزیع احتمال، از رابطه (۴-۸۱) نسبت به ρ انتگرال و مشتق می‌گیریم و تابع توزیع احتمال را طبق رابطه زیر بدست می آوریم:

$$P\big(\delta x(t)\big) = \tau^{-\alpha} P_s(\delta x_s(t)) \qquad (۸۲-۴)$$

که $\delta x_s(t) = \tau^{-\alpha}\ \delta x(t)$ می‌باشد.

حال با محاسبه توابع توزیع احتمال $P(\delta x, \tau)$ برای هر اختلاف زمانی τ ، میتوانیم تابع توزیع مقیاس بندی $P_s(\delta x\ \tau^{-\alpha})$ را به ازای ضریب ثابت α بدست اوریم [۱۵] و [۱۸] . به صورتیکه

$$P(\delta x, \tau) = \tau^{-\alpha} P_s(\delta x\ \tau^{-\alpha}) \qquad (۸۳-۴)$$

که به ازای یک α ثابت، توابع توزیع احتمال $P(\delta x, \tau)$ بر روی یکدیگر قرار خواهند گرفت که این ویژگی نشان از مفهوم تک مقیاسی برای δxها می‌باشد، که خود-همگونی آماری را نشان می‌دهد. حال اگر توابع توزیع احتمال به ازای α ثابت، بر روی یکدیگر قرار نگرفتند، δxها خاصیت ناهمگونی خواهند داشت. حال پدیده چند فراکتالیتی و تک فراکتالیتی را با آنالیز توابع ساختار و توان مقیاسی به ویزه در تلاطم مگنتوهیدرودینامیک بررسی می‌کنیم. همچنین به بررسی رفتار خود-همگونی و ناهمگونی میدان مغناطیسی و انرژی میدان مغناطیسی با توجه به توابع توزیع احتمال در ناحیه اینرسی می‌پردازیم. و نشان خواهیم داد که انرژی میدان مغناطیسی ساختارهای تک فراکتالتی می باشند [۱۸] و توابع توزیع احتمال انرژی میدان مغناطیسی ساختارهای خود-همگونی دارند [۱۵]. در ادامه به بررسی میدان مغناطیسی می‌پردازیم و نشان خواهیم داد که میدان مغناطیسی در ناحیه اینرسی خاصیت چند فراکتالی از خود نشان می‌دهد [۱۶] و [۱۸] و [۱۷]. در حالیکه بررسی‌های انجام شده در

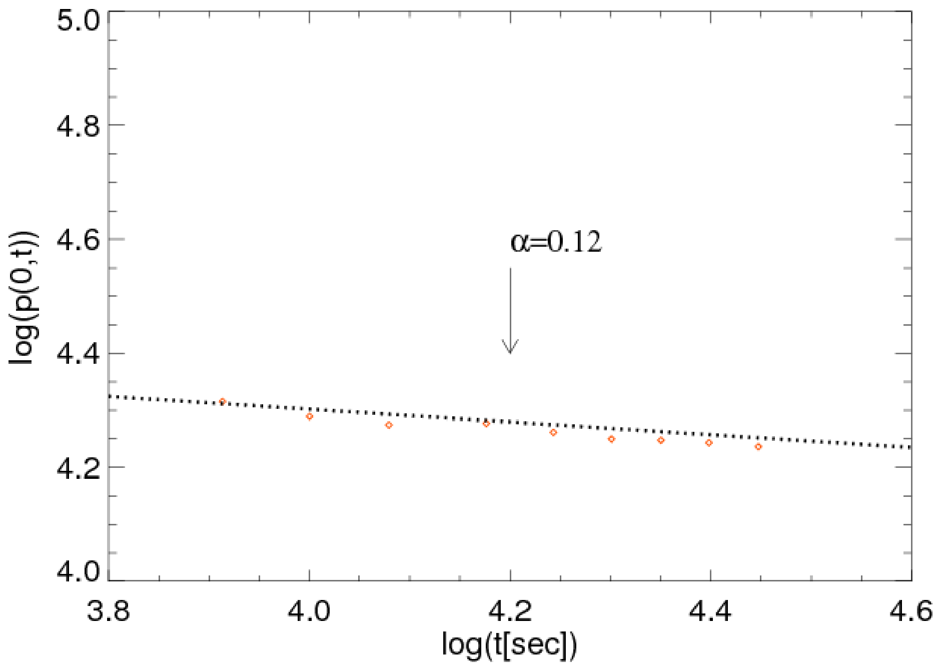
ناحیه پاشندگی، خاصیت تک فراکتالی میدان مغناطیسی را اثبات می‌کند [۱۶]. همچنین به بررسی توابع توزیع احتمال در ناحیه اینرسی می‌پردازیم و نشان خواهیم داد که توابع توزیع بر روی یکدیگر قرار نخواهند گرفت و نشان‌دهنده ساختارهای ناهمگون می‌باشد [۲۳] و [۱۵].

حال با استفاده از مولفه‌های میدان مغناطیسی B_x^2 ، B_y^2 و B_z^2 ، مقادیر میدان مغناطیسی $|B|$ و انرژی میدان مغناطیسی B^2 را بدست می‌اوریم و به بررسی آماری داده‌های فوق می‌پردازیم.

۴-۹-۱- خود-همگونی انرژی میدان مغناطیسی

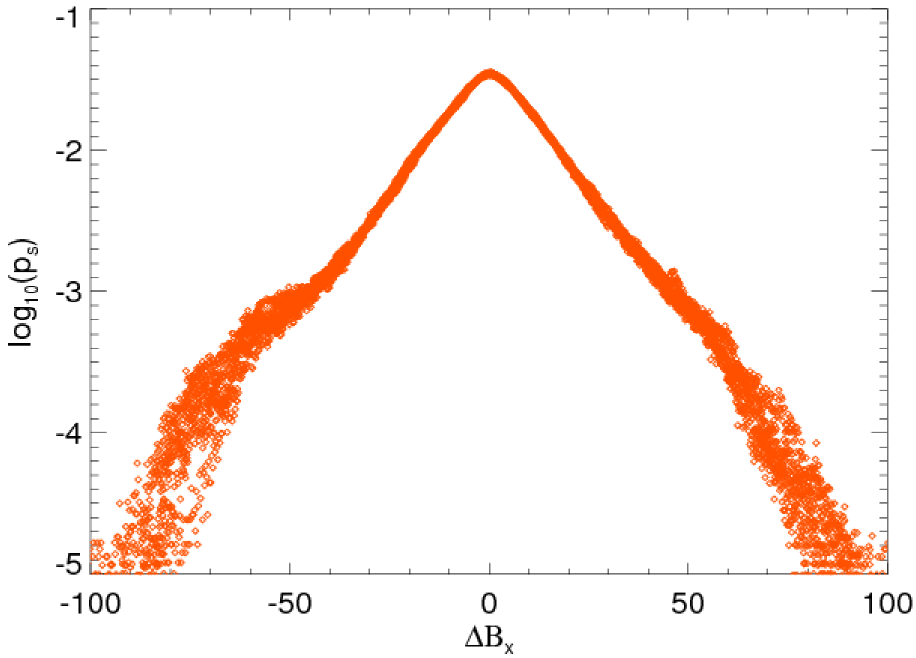
در ابتدا به بررسی خواص خود-همگونی و ناهمگونی انرژی میدان مغناطیسی B^2 می‌پردازیم. حال برای بدست آوردن تابع توزیع مقیاس‌بندی رابطه (۴-۸۳) در ابتدا باید ضریب α را بدست آوریم. در ابتدا اختلاف داده‌های انرژی میدان مغناطیسی را بدست می‌آوریم و توابع توزیع احتمال را نیز محاسبه خواهیم کرد. از آنجا که قله‌های توابع توزیع احتمال از لحاظ آماری محتمل‌ترین قسمت‌های توزیع می‌باشند، یک رفتار قانون توان از خود نشان می‌دهند، که این رفتار خارج از ناحیه اینرسی برقرار نمی‌باشد. برای محاسبه ضریب α از روش زیر استفاده می‌کنیم:

در ابتدا مقدار بیشینه هر تابع توزیع احتمال یا همان قله‌های توابع توزیع احتمال را بدست آورده و نسبت به زمان‌های استفاده شده در محاسبه اختلاف داده‌های انرژی میدان مغناطیسی (τ) رسم می کنیم. حال با دانستن ناحیه اینرسی ازشکل (۴-۴) ، شیب نمودار در ناحیه اینرسی را با توجه به شکل (۴-۱۲) بدست می‌اوریم .که همان مقدار α در رابطه (۴-۸۳) می‌باشد.



شکل (۴-۱۲): قله‌های توابع توزیع احتمال نسبت به زمان داده‌های B^2 در ناحیه اینرسی

حال با وارد کردن مقدار α در رابطه (۴-۸۳) ، تمام توابع توزیع احتمال مربوط به مقیاس‌های زمانی τ مختلف، داده‌های انرژی میدان مغناطیسی طبق شکل (۴-۱۳) بر روی یکدیگر قرار خواهند گرفت.



شکل (۴-۱۳): توابع توزیع احتمال بر روی هم قرار گرفته انرژی میدان مغناطیسی B_x^2

شکل (۴-۱۳) توابع توزیع احتمال مربوط به افت و خیزهای انرژی کل در ناحیه اینرسی را نشان می‌دهد که توابع توزیع احتمال مقیاس‌بندی شده مربوط به افت و خیزهای انرژی کل خیلی خوب در ناحیه اینرسی روی یک منحنی قرار گرفته‌اند و نشان‌دهنده خاصیت خود-همگونی انرژی میدان مغناطیسی می‌باشد. وقتی که مقیاس طول افزایش پیدا می‌کند، توزیع تنها به طور افزایشی باز می شود، بدون اینکه شکل کلی تغییر کند. بدست آوردن یک همپوشانی کامل توابع توزیع احتمال روی محدوده کامل داده‌ها به خاطر خطاهای آماری بزرگ مشکل می‌باشد. به این دلیل می‌توانیم از دنباله توابع توزیع احتمال چشمپوشی کنیم که به طور آماری غیر مهم می‌باشند. برای انجام این کار در ابتدا به محاسبه انحراف معیار داده‌های اصلی B^2 می‌پردازیم. از انجا که داده‌های فوق نرمالیزه نمی‌باشند، انحراف معیار از رابطه (۴-۳۲) بدست نمی‌آید. بلکه ابتدا توسط رابطه

$$A = \int B(i)\, P(B)\, dB = \sum B(i)\, P(B) \qquad (۴-۸۴)$$

ضریب بهنجارش A را بدست می‌آوریم. متغییر B نشان‌دهنده داده‌های انرژی میدان مغناطیسی می باشد. و سپس مقادیر متوسط $< B >$ را از رابطه

$$< B >= \sum B(i) \frac{P(B)}{A} \qquad (۴-۸۵)$$

محاسبه می‌نماییم. و مقدار $b = B-< B >$ را حساب می‌کنیم. واریانس داده‌های فوق را طیق رابطه

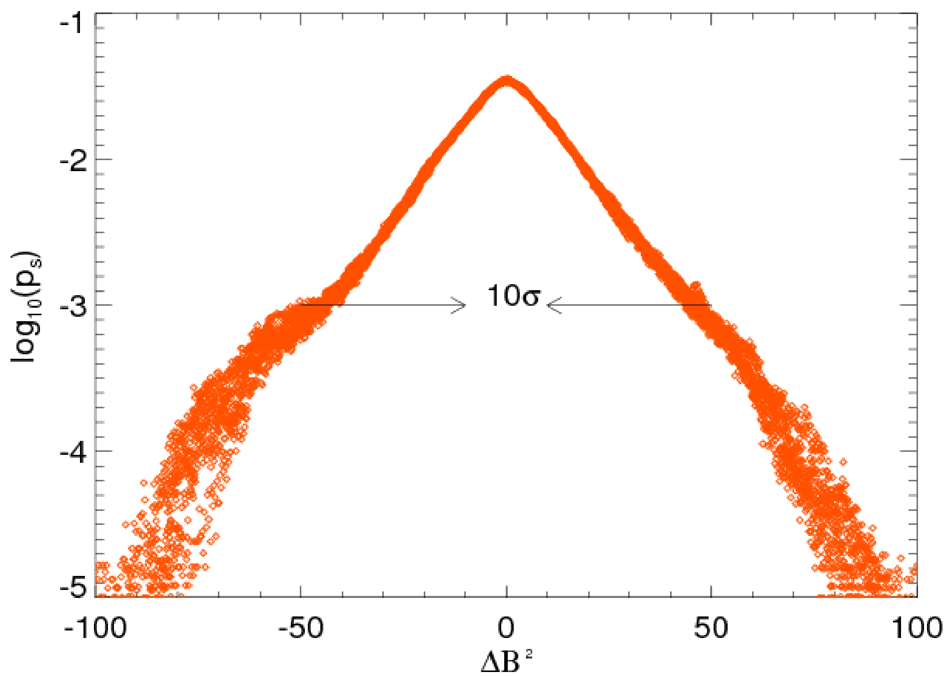
$$var(B) =< b^2 >= \int (B-< B >)^2 \; P(B)\, dB \qquad (۴-۸۶)$$

محاسبه می‌کنیم. و سپس انحراف معیار

$$\sigma = \sqrt{var(B)} \qquad (۴-۸۷)$$

را بدست خواهیم آورد.

حال با توجه به شکل (۴-۱۳)، خواهیم دید که توابع توزیع احتمال در فاصله [۵۰ , ۵۰ -] بر روی یکدیگر قرار گرفته‌اند. که با تقسیم این فاصله بر انحراف معیار بدست امده از داده‌های اصلی B^2 ، طبق شکل (۴-۱۴) به این نتیجه خواهیم رسید که توابع توزیع احتمال تا ۱۰σ همپوشانی خوبی خواهند داشت بدین معنی که از رویدادهای کوچکتر از ۱۰ برابر انحراف معیار داده‌ها استفاده می کنیم. در نتیجه انرژی میدان مغناطیسی خاصیت خود-همگونی دارند. قرار گرفتن توابع توزیع احتمال بر روی یک تابع واحد نشان از ساختارهای چند فراکتالی در انرژی میدان مغناطیسی دارد.

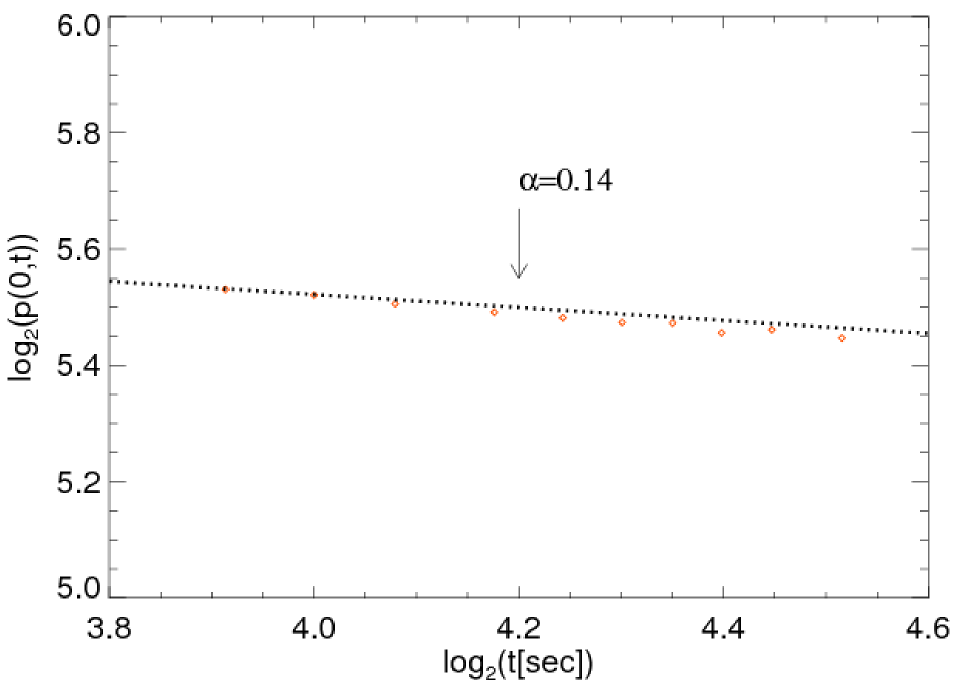


شکل (۴-۱۴): توابع توزیع احتمال قرار گرفته در ۱۰σ بر روی یکدیگر

۴-۹-۲- ناهمگونی میدان مغناطیسی

حال به بررسی داده‌های میدان مغناطیسی $|B|$ می‌پردازیم. در ابتدا اختلاف داده‌های میدان مغناطیسی و توابع توزیع احتمال را محاسبه خواهیم کرد و با توجه به شکل (۴-۱۰) نشان خواهیم داد که

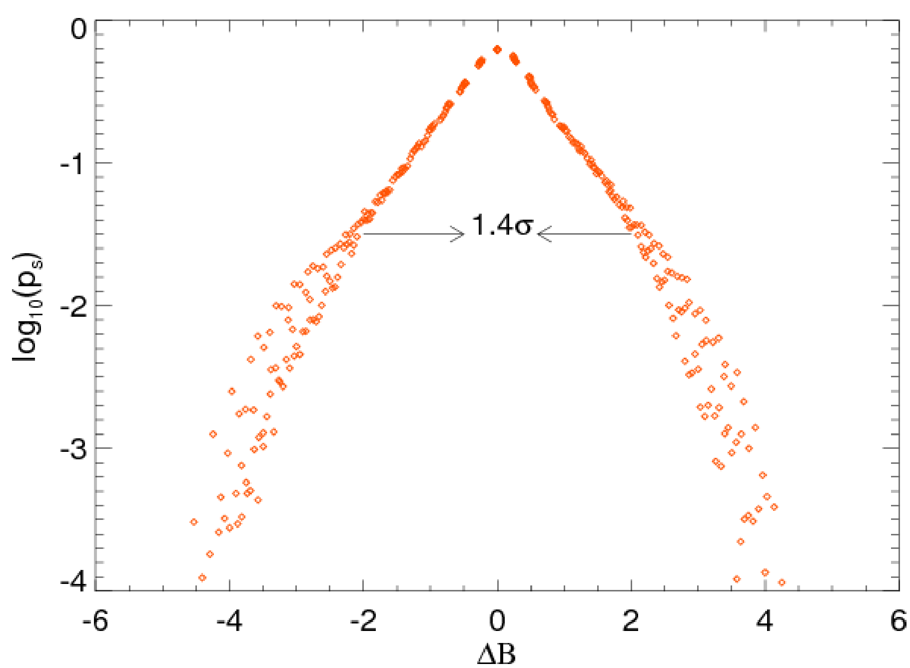
مولفه توانی در ناحیه اینرسی غیرخطی می‌باشد که نشان‌دهنده رفتار چندفراکتالی میدان مغناطیسی می-باشد. حال برای بررسی توابع توزیع احتمال در ابتدا مقدار α را محاسبه می‌کنیم که در شکل (۴-۱۵) مشاهده می‌شود.



شکل (۴-۱۵): قله‌های توابع توزیع احتمال نسبت به زمان داده‌های $|B|$ در ناحیه اینرسی

سپس با وارد کردن مقدار α، تابع توزیع مقیاس‌بندی را طبق رابطه (۴-۸۳) بدست می‌آوریم. حال یک رفتار کاملا متفاوت برای افت و خیزهای میدان مغناطیسی مشاهده می‌کنیم. طبق شکل (۴-۱۶) می‌بینیم که توابع توزیع احتمال وقتی که مقیاس مکانی روی کل ناحیه تغییر می‌کند، به طور اساسی نسبت به افت و خیزهای انرژی کل در شکل (۴-۱۳) متفاوت می‌باشد. ساختارهای ناهمگون در مقیاس‌های کوچکتر بیشتر قابل مشاهده خواهند بود. به دلیل خاصیت چند فراکتالی داده‌های میدان مغناطیسی واضح است که نمی‌توانیم توابع توزیع احتمال را روی یک تک منحنی در ناحیه اینرسی قرار دهیم که نشان‌دهنده خاصیت ناهمگونی میدان مغناطیسی می‌باشد.

در ادامه با بدست آوردن انحراف معیار داده‌های اصلی$|B|$ ، طبق شکل (۴-۱۶) خواهیم دید که توابع توزیع احتمال تا ۱,۴σ را همپوشانی خواهند کرد. و به این نتیجه دست پیدا خواهیم کرد که میدان مغناطیسی خاصیت ناهمگونی دارند



شکل (۴-۱۶): توابع توزیع احتمال قرار کرفته بر روی یکدیگر تا ۱,۴σ

از مفهوم ساختارهای چند فراکتالی میدان مغناطیسی بین سیاره‌ای در حل مسائل مربوط به مدل سازی اشعه‌های کیهانی استفاده می‌کنیم [۱۷].

فصل پنجم:

نتیجه‌گیری

۵-۱- نتیجه‌گیری

در این پایانامه به بررسی خواص آماری تلاطم مگنتوهیدرودینامیک پرداخته‌ایم و راجع به بعضی از نتایج مربوط به خواص ساختارهای خود-همگون و ناهمگون در تلاطم مگنتوهیدرودینامیک که از آنالیز داده‌های آماری بادهای خورشیدی بدست آمده بود، بحث کردیم. داده‌های بادهای خورشیدی با شفاف سازی نسبتا بالا یک آزمایشگاه طبیعی برای مطالعه تلاطم پلاسمایی می‌باشد. داده‌های آماری با شفاف سازی پایین قادر به آشکارسازی بعضی از محدوده‌های دلخواه همانند محدوده اینرسی و محدوده اتلافی نیستند. به همین دلیل از داده‌هایی با شفاف‌سازی بالا استفاده کرده‌ایم.

در فصل اول به معرفی خورشید به عنوان یک کره که از پلاسمای داغ ساخته شده است و در میانه‌ی آن میدان مغناطیسی برقرار است و نحوه ایجاد بادهای خورشیدی از طریق همجوشی هسته‌ای هیدروژن و هلیوم پرداخته‌ایم. بادهای خورشیدی جریان‌های پلاسمایی ماوراءصوت و سوپر آلفنی که شامل الکترون‌ها و پروتون‌ها با انرژی معمولا بین ۱/۵ تا ۱۰ کیلوالکتروولت همراه با مقدار کمی یون‌های سنگین می‌باشند که از تاج بسیار داغ خورشید به فضا در تمام جهات منتشر می‌شوند. سپس به بررسی دینامیک بادهای خورشیدی پرداخته‌ایم و پارامترهایی نظیر چگالی، سرعت، دما و ویژگی‌های میدان مغناطیسی در بادهای خورشیدی را مورد مطالعه و بررسی قرار داده‌ایم. و بیان کردیم که خورشید ستاره‌ای فعال از دیدگاه مغناطیسی می‌باشد. و یک میدان مغناطیسی توانا دارد که سال به سال اندکی سویش تغییرمی‌کند، تا اینکه هر یازده سال وارون می‌شود. سپس به بررسی نحوه چگونگی پیدایش شفق‌های قطبی که نمونه‌ای از تاثیرات بادهای خورشیدی بر روی زمین می‌باشد، پرداخته‌ایم. با توجه به حضور یک میدان مغناطیسی قوی که به وسیله بادهای خورشیدی حمل می‌شود، بادهای خورشیدی معمولا در چارچوب مگنتوهیدرودینامیک بررسی می‌شود. در فصل دوم تئوری مگنتوهیدرودینامیک را معرفی نموده‌ایم و

معادلات مگنتوهیدرودینامیک ایده‌آل و مقاومتی را کاملا توضیح داده‌ایم. سپس تقریب مناسب تراکم ناپذیری و تقریب بوسینسک را ارائه نموده‌ایم. تقریب تراکم‌ناپذیری منجر به حذف جمله فشار می‌شود که معادلات مگنتوهیدرودینامیک را خیلی ساده می‌کند. در فصل سوم به بیان ویژگی‌های پلاسماهای فضایی پرداخته‌ایم. پلاسماهای فضایی، پلاسماهایی مغناطیسی و متلاطم هستند و در حیطه پدیده‌های پلاسمایی کم‌برخورد مورد مطالعه قرار می‌گیرند. و محیطی قابل دسترسی در حد اعداد رینولدز بالا می باشند که بسیار نزدیک به سیستم‌های آزمایشگاهی هستند [۴]. بادهای خورشیدی ازمایشگاه طبیعی برای مطالعه تلاطم پلاسمایی می‌باشند که با معادلات مگنتوهیدرودینامیک بیان می‌شوند. و نشان داده‌ایم که در حد اعداد رینولدز بالا، جمله غیرخطی در معادله ناویه- استوکس غالب می‌شود و منجر به این می شود که آبشارهای انرژی به طور غیرخطی از مقیاس‌های بزرگ به مقیاس‌های کوچک حرکت کند. با تعریف ۳ ناحیه تزریق، اینرسی و اتلاف در طیف انرژی به بررسی تئوری کولموگروف در ناحیه اینرسی پرداخته‌ایم که منجر به فرضیه خود-همگونی در تئوری تلاطم شد. در عین حال فرضیه خود-همگونی نشانه‌ای از شکل گاوسی در توابع توزیع احتمال می‌باشد . اما در فصل چهارم با استفاده از توابع توزیع احتمال نشان دادیم که این فرضیه درست نمی‌باشد. در فصل چهارم به بررسی خواص آماری تلاطم مگنتوهیدرودینامیک به وسیله تابع توزیع احتمال (PDF) و توابع ساختار (SF) مربوط به داده‌های میدان مغناطیسی بادهای خورشیدی در شفاف‌سازی ۱ ثانیه و ۰/۰۴۴ ثانیه پرداخته‌ایم. و با توجه به هر ۲ دسته از داده‌های فوق مشاهده کردیم که توابع توزیع احتمال افت و خیزهای میدان مغناطیسی در مقیاس‌های زمانی بزرگ توزیع گاوسی دارند و وقتی که مقیاس‌ها کاهش پیدا می‌کنند، این توزیع‌ها کشیده‌تر می‌شوند و توزیع غیر گاوسی خواهند داشت. انحراف از توابع توزیع گاوسی نشان‌دهنده خاصیت ناهمگونی در داده های میدان مغناطیسی می‌باشد. سپس با رسم توابع توزیع احتمال در مقیاس‌های زمانی مختلف به نادرستی تئوری فوق پی بردیم زیرا در این فرضیه از وجود ساختارهای مقیاس کوچک که نمی‌تواند به

طور یکنواخت فضا را پر کند، صرفه نظر شده است. توابع توزیع احتمال در گرداب‌های کوچک یا فرکانس های بزرگ به طور قابل افزایشی ناهمگون می‌باشد. که آشکارا باعث نقض فرضیه خود-همگونی کولموگروف شده است. علی‌رغم موفقیت تئوری کولموگروف در پیشگویی توان معروف $-\frac{5}{3}$ در طیف انرژی، تحقیقات بر روی توابع توزیع احتمال افت و خیزهای میدان مغناطیسی در یک مقیاس معین، یک انحراف از توزیع گاوسی را نشان می‌دهد. این به پدیده ناهمگونی که مسئول نقض تئوری کولموگروف می باشد، معروف است. همچنین با بررسی توابع ساختار و محاسبه توان مقیاسی در ناحیه اینرسی به بررسی ویژگی‌های مقیاسی داده‌های مورد نظر پرداختیم. همچنین نشان دادیم که اگر توان مقیاسی ξ_m در ناحیه اینرسی یک رابطه خطی برحسب m داشته باشد، ساختارهای تک فراکتالی خواهیم داشت. و اگر توانی مقیاسی ξ_m در ناحیه اینرسی یک رابطه غیر خطی برحسب n داشته باشد، ساختارهای چند فراکتالی خواهیم داشت. و نشان دادیم که در داده‌های آماری با شفاف‌سازی بالا به مقدار $\xi_m = ۱$ می رسیم، در حالیکه داده‌های آماری با شفاف‌سازی پایین انحراف از مقدار فوق را نشان می‌دهد. همچنین با توجه به داده‌های میدان مغناطیسی با شفاف‌سازی بالا نشان دادیم که که توان مقیاسی ξ_m یک رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهد که نشان‌دهنده ساختارهای چند فراکتالی میدان مغناطیسی می‌باشند. در ادامه به بررسی خاصیت خود-همگونی و ناهمگونی میدان و انرژی میدان مغناطیسی پرداخته‌ایم. رفتار تک فراکتالی توابع ساختار نشان می‌دهد که توابع توزیع احتمال باید بر روی یک تابع مقیاسی واحد قرار بگیرند که نشان‌دهنده سیستم خود-همگون می‌باشند. و رفتار چند فراکتالی نشان می‌دهد که توابع توزیع احتمال بر روی یک تابع مقیاسی واحد قرار نمی‌گیرند و معرف یک سیستم ناهمگون می‌باشند. با رسم توابع توزیع احتمال انرژی میدان مغناطیسی نشان دادیم که توابع توزیع احتمال مقیاس‌بندی شده مربوط به افت و خیزهای انرژی کل خیلی خوب در ناحیه اینرسی روی یک منحنی قرار گرفته‌اند و نشان‌دهنده خاصیت خود-همگونی انرژی میدان مغناطیسی می‌باشد. در حالیکه رفتار کاملا متفاوتی برای افت و

خیزهای میدان مغناطیسی مشاهده می‌کنیم که نمی‌توانیم توابع توزیع احتمال را روی یک تک منحنی در ناحیه اینرسی قرار دهیم که نشان‌دهنده خاصیت ناهمگونی میدان مغناطیسی می‌باشد. همپوشانی توابع توزیع احتمال برای افت و خیزهای انرژی کل میدان مغناطیسی تا۱۰σ رفتار خودهمگونی را تایید می کند. در حالیکه توابع توزیع احتمال افت و خیزهای میدان مغناطیسی همپوشانی خوبی ندارند و تا ۱,۴σ را همپوشانی خواهند کرد که نشان‌دهنده خاصیت ناهمگونی می‌باشد.

۵-۲- پیشنهادات

بررسی توابع همبستگی پارامترهای پلاسمای نظیر میدان مغناطیسی و سرعت

مطالعه روی خواص پخش و تراورد پلاسما در یونسفر زمین و محیط باهای خورشیدی

بررسی ویژگی‌های چند فراکتالی و تک فراکتالی در پارامترهای پلاسمایی نظیر چگالی، دما و سرعت.

بررسی ویژگی‌های مقیاسی با توجه به تغییرات مسافت از خورشید و زاویه

مراجع

[۱] http://seience.nasa.gov

[۲] Roberto Bruno and Vincenzo Carbone (2005), "**The solar wind as a turbulence laboratory**", Vol.1, Max Planck Institute, Germany,

[۳] http://archives.cnn.com

[۴] www.vikipedia.org

[۵] www.nasa.com

[۶] www.swpc.nasa.gov

[۷] L.Sorriso-Valvo, V.Carbone, P.Giuliani, P.Veltri, R.Bruno, V.Antoni, E.Martines (2001), "Intermittency in plasma turbulence", **Planetary and Space Science**, 49, 1193-1200.

[۸] Dieter Biskamp (1997),"**Magnetohydrodynamic Turbulence**", Vol.1, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, UK.

[۹] www.aftabir.com

[۱۰] D.Biskamp and E.Schwarz (2001), "On two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence", **PHYSICS OF PLASMAS**, 8,7.

[۱۱] D.Koga,A.C.L.Chian, R.A.Miranda (2007), " Intermittent nature of solar wind turbulence near the Earth's bow shock: Phase coherence and non-Gaussianity", **PRE**, 75, 046401.

[۱۲] Berengere Dubrulle (1994), "Intermittency in fully Developed Turbulence: Log-Poisson Statisrics and Generalized Scale Covariance", **PRL**, 73, 7.

[۱۳] S.C.Chapman and B.Hnat (2007), " Quantifying scaling in the velocity field of the anisotropic turbulent solar wind", **Geophysical research letters**, 34, L17103.

[۱۴] B.Breech, W.H.Matthaeus, S.R.Cranmer, J.C.Kasper, S.Oughton (2009), "Electron and proton heating by solar wind turbulence", **GEOPHYSICAL RESEARCH**, 114, A09103.

[۱۵] Bogdan Hnat, Sandra C.Chapman, George Rowlands (2003), "Intermittency, scaling, and the Fokker-Planck approach to fluctuations of the solar wind bulk plasma parameters as seen by the WIND spacecraft", **PRE**, 67, 056404.

[۱۶] K.H.Kiyani, S.C.Chapman, Yu.v.Khotyaintsev, M.W.Dunlop and F.Sahraoui (2009), "Global Scale-Invariant Dissipation in Collisionless Plasma Turbulence", **PRL**, 103, 075006.

[۱۷] L.F.Burlaga (1991), "Multifractal Structure of the Interplanetary Magnetic Field", **Geophysical research letters,** 18, 1, 69-72.

[۱۸] K.Kiyani, S.C.Chapman, B.Hnat, R.M.Nicol (2007)," Self-Similar Signature of the Active Solar Corona within the Inertial Range of Solar-Wind Turbulence", **PRL**, 98, 211101.

[۱۹] http://cdaweb.gsfc.nasa.gov

[۲۰] http://caa.estec.esa.int

[۲۱] Jan W.Kantelhardt (2008), "**Fractal and Multifractal Time Series**", Martin-Luther-University, Germany.

[۲۲] V.Carbone, L.Sorriso-Valvo, E.Martines, V.Antoni, P.Veltri (2000), "Intermittency and turbulence in a magnetically confined fusion plasma", **PRE**, 62, 1.

[۲۳] K.H.Kiyani, S.C.Chapman, Yu.V.Khotyaintsev, A.Turner, B.Hnat, F.Sahraoui (2010), "Isotropic Scale-Invariant Dissipation of Solar Wind Turbulence", arxiv:1008.0525v1.

[۲۴] Anders I.Eriksson (2000), "**Spectral Analysis**", Swedish Institute of Space Physics, Sweden.

[۲۵] S.Oughton and W.H.Matthaeus (2005), "Parallel and perpendicular cascades in solar wind turbulence", **Nonlinear Processes in Geophysics**, 12, 299-310.

[۲۶] Stephen B.Pope (2000), "**Turbulent Flows**", Vol.1, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, UK,

[۲۷] L.Sorriso-Valvo, V.Carbone, P.Veltri, H.Politano, A.Pouquet (2000), "Non-Gaussian probability distribution functions in two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence", **Europhys.Lett**, 51, 520-526.

[۲۸] H.Politano and A.Pouquet (1995), “Model of intermittency in magnetohydrodynamic turbulence”, **PRE**, 52, 1.

پیوست

کد IDL شماره ۱

```
PRO   test,   filename,  TRANGE=tr,   VAR=var
If  (N_ELEMENTS( filename)  EQ   0)   then  filename=
'C:\desktop\C3_CP_FGM_FULL__20090601_200000_200906 02_200000_V100720.cef
If  (N_ELEMENTS( tr)  GT  0)   then xr=ISO2JULDAY (STRSPLIT( tr, '/', / EXTRACT))  $
ELSE    tr='0000-01-01T00:00:00/9999-12-31T23:59:59'
    IF    ( N_ELEMENTS(var) EQ 0 )    THEN var =  '*'
    HEAP_GC
     ;Read the data file
    FOR       i = 0, N_ELEMENTS(filename)-1      DO BEGIN
                  IF   ( i EQ 0 )   THEN    result = cef_read( filename(i), /JULDAY, TR=tr, VAR=var )
                  ELSE         result = [ result, cef_read( filename(i), /JULDAY, TR=tr, VAR=var) ]
    ENDFOR

n_var      = N_ELEMENTS(result)
 var_name   = STRARR(n_var)
 d_var      = INTARR(n_var)
print,   'n_var',    n_var
print,   'var_name',   var_name
print,    'd_var',  d_var
    FOR      i = 0, n_var-1      DO BEGIN
              var_name(i) = cef_get_attr( result, i, 'VARNAME')
             d_var(i)    = STRMATCH(cef_get_attr( result, i, 'ARAMETER_TYPE'),'DATA*',/FOLD_CASE)
```

```
        IF   ( N_ELEMENTS(cef_get_attr( result, i, 'SIZES')) GT 1 )   THEN    d_var(i) = 0
        IF   ( cef_get_attr( result, i, 'NREC') EQ 0 )   THEN    d_var(i) = 0
  ENDFOR

;  u=(*result(2)).DATA(2,*)
;   print,'u' , n_elements((*result(2)).DATA(2,*) )
openw, 2, 'C:\Desktop\BY\data.dat'
Printf, 2,  (*result(2)) . DATA(1,*)
close, 2
END
```

****
****

کد فرترن شماره ۲

```
Program teyf
Integer::n,I,NN,LL,K,L
REAL::M,P,pp,Z,s,ws,SS,SSS,UU,w,arg,arg1,sum,sumw,fn,k1,A,q
Real, dimension(:), allocatable::BX
;***************************
open(1, file='C:\Desktop\day1\data.dat', action='read', status='old')
open(2, file='C:\Desktop\day1\sss.dat', action='write', status='new')
open(3, file='C:\Desktop\day1\fn.dat', action='write', status='new')
;***************************
read(*,*) N
```

```
allocate(BX(N))
do i=1,N
read(1,*)  BX(i)
end do
;***************************
Print*,' enter M'
Read(*,*) M
L=int(N/M)
;***************************
Print*,'enter P'
Read(*,*) P
K=int(L/P)
K1=k
;***************************
pp=4*atan(1.)
do NN=1,(k/2)+1
Z=0
Do  LL=1,P
s=k/2
q=P+LL*(k-s)
sum=0
sumw=0
do  i=q+1,q+k-1
arg=real((2*pp*(i-q))/L-1)
w=0.5-0.5*cos(arg)
```

```
arg1=real((2*pp*NN*(i-q))/k)

sum=sum+w*BX(i)*cos(arg1)

sumw=sumw+w**2

end do

uu=sum/N

ws=sumw/k+1

;*********************************

A=real(ABS(uu)**2)

SS=A*real((2*k1*1)/L*ws)

Z=Z+A

End do

SSS=(2*k1*P*1*Z)/L*ws

Write(2,*)  SSS

;**********************************

fn=NN*L/k1

write(3,*) fn

end do

end
```

****
****

کد IDL شماره ۳

```
pro structure, m,s

openr,11,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\inx1r.dat'
```

```
i=long(0)

while NOT    EOF(11)    do begin

p=''

readf,11,p

i=i+1

; print,  s

endwhile

print,"i",  i

close,11

; stop

;******************************

n=21605

in1=fltarr(n)

in1x=fltarr(n)

p1=fltarr(n)

s1=fltarr(17)

s2=fltarr(17)

s3=fltarr(17)

s4=fltarr(17)

s5=fltarr(17)

s6=fltarr(17)

s7=fltarr(17)

A=fltarr(5)

B=fltarr(5)

t=fltarr(17)
```

```
kesi=fltarr(7)
m=fltarr(7)
;***********************************
m(0)=1
m(1)=2
m(2)=3
m(3)=4
m(4)=5
m(5)=6
m(6)=7
;*************************************
openr,5,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\structure function\time.txt'
i=long(0)
while NOT    EOF(5)     do begin
readf,5, g
t(i)=g
i=i+1
endwhile
; print,"i", i
; print,t
close,5
;***************************************
openr,2,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\inx1r.dat'
i=long(0)
while NOT   EOF(2)    do begin
```

```
readf,2, u

in1(i)=u

i=i+1

endwhile

; print,"i",i

close,2

*******************************************************;

openr,1,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\px1r.dat'

i=long(0)

while NOT   EOF(1)  do begin

readf,1, p

p1(i)=p

i=i+1

endwhile

; print,"i",i

close,1

;*******************************************

sum=0

For   i=0,n-1    do begin

sum=sum+abs(in1(i)*p1(i))

endfor

print,'sum',   sum

for    i=0,n-1    do begin

p1(i)=p1(i)/sum

endfor
```

```
sam=0
for   i=0,n-1   do begin
sam=sam+in1(i)*p1(i)
endfor
print,'sam',  sam
 for   i=0,n-1   do begin
 in1x(i)=in1(i)-sam
 endfor
sem1=0
sem2=0
sem3=0
sem4=0
sem5=0
sem6=0
sem7=0
for   i=0,n-1   do begin
; struction function martabe aval
sem1=sem1+abs(in1x(i)*p1(i))
; struction function martabe dovom
sem2=sem2+abs((in1x(i)^2)*p1(i))
; struction function martabe sevom
sem3=sem3+abs((in1x(i)^3)*p1(i))
sem4=sem4+abs((in1x(i)^4)*p1(i))
sem5=sem5+abs((in1x(i)^5)*p1(i))
sem6=sem6+abs((in1x(i)^6)*p1(i))
```

```
sem7=sem7+abs((in1x(i)^7)*p1(i))
endfor
;****************
s1(0)=sem1
s2(0)=sem2
s3(0)=sem3
s4(0)=sem4
s5(0)=sem5
s6(0)=sem6
s7(0)=sem7
;**************************
;**************************
openr,11,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\inx2r.dat'
i=long(0)
while NOT   EOF(11)    do begin
p=''
readf,11,p
i=i+1
; print,  s
endwhile
print,"i",  i
close,11
; stop
*************************************;
n=5040
```

```
in2=fltarr(n)

in2x=fltarr(n)

p2=fltarr(n)

*******************************************************;

openr,2,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\inx2r.dat'

i=long(0)

while NOT   EOF(2)   do begin

readf,2, u

in2(i)=u

i=i+1

endwhile

; print,"i",i

close,2

*******************************************************;

openr,1,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\px2r.dat'

i=long(0)

while NOT   EOF(1)   do begin

readf,1,p

p2(i)=p

i=i+1

endwhile

; print,"i",i

close,1

;*********************************************

sum=0
```

```
for    i=0,n-1     do begin
sum=sum+abs(in2(i)*p2(i))
endfor
; print,sum
For    i=0,n-1    do begin
p2(i)=p2(i)/sum
endfor
sam=0
for    i=0,n-1    do begin
sam=sam+in2(i)*p2(i)
endfor
 for    i=0,n-1    do begin
 in2x(i)=in2(i)-sam
 endfor
sem1=0
sem2=0
sem3=0
sem4=0
sem5=0
sem6=0
sem7=0
for    i=0,n-1    do begin
; struction function martabe aval
sem1=sem1+abs(in2x(i)*p2(i))
; struction function martabe dovom
```

```
sem2=sem2+abs((in2x(i)^2)*p2(i))

; struction function martabe sevom

sem3=sem3+abs((in2x(i)^3)*p2(i))

sem4=sem4+abs((in2x(i)^4)*p2(i))

sem5=sem5+abs((in2x(i)^5)*p2(i))

sem6=sem6+abs((in2x(i)^6)*p2(i))

sem7=sem7+abs((in2x(i)^7)*p2(i))

endfor

s1(1)=sem1

s2(1)=sem2

s3(1)=sem3

s4(1)=sem4

s5(1)=sem5

s6(1)=sem6

s7(1)=sem7

;********************************

;********************************

.

.

.

;********************************

;********************************

openr,11,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\inx8r.dat'

i=long(0)

while NOT    EOF(11)    do begin
```

```
p=''
readf,11,p
i=i+1
endwhile
print,"i",i
close,11
; stop
***************************;
n=31934
in8=fltarr(n)
p8=fltarr(n)
in8x=fltarr(n)
********************************************************;
openr,2,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\inx8r.dat'
i=long(0)
while NOT   EOF(2)    do begin
readf,2,u
in8(i)=u
i=i+1
endwhile
close,2
********************************************************;
openr,1,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\px8r.dat'
i=long(0)
while NOT EOF(1) do begin
```

```
readf,1,p
p8(i)=p
i=i+1
endwhile
close,1
;********************************************
sum=0
for   i=0,n-1   do begin
sum=sum+abs(in8(i)*p8(i))
endfor
; print,sum
For   i=0,n-1   do begin
p8(i)=p8(i)/sum
endfor
sam=0
for   i=0,n-1   do begin
sam=sam+in8(i)*p8(i)
endfor
 For   i=0,n-1   do begin
 in8x(i)=in8(i)-sam
 endfor
sem1=0
sem2=0
sem3=0
sem4=0
```

```
sem5=0

sem6=0

sem7=0

for    i=0,n-1    do begin

;  struction function martabe aval

sem1=sem1+abs(in8x(i)*p8(i))

;struction function martabe dovom

sem2=sem2+abs((in8x(i)^2)*p8(i))

; struction function martabe sevom

sem3=sem3+abs((in8x(i)^3)*p8(i))

sem4=sem4+abs((in8x(i)^4)*p8(i))

sem5=sem5+abs((in8x(i)^5)*p8(i))

sem6=sem6+abs((in8x(i)^6)*p8(i))

sem7=sem7+abs((in8x(i)^7)*p8(i))

endfor

s1(7)=sem1

s2(7)=sem2

s3(7)=sem3

s4(7)=sem4

s5(7)=sem5

s6(7)=sem6

s7(7)=sem7

;***********************

;***********************

.
```

```
.
.
;************************
;************************
openr,11,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\inx17r.dat'
i=long(0)
while NOT    EOF(11)    do begin
p=''
readf,11,p
i=i+1
endwhile
print,"i",i
close,11
;  stop
**************************;
n=42336
in17=fltarr(n)
p17=fltarr(n)
IN17X=FLTARR(N)
*******************************************************;
openr,2,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\inx17r.dat'
i=long(0)
while NOT    EOF(2)    do begin
readf,2,u
in17(i)=u
```

```
i=i+1
endwhile
print,"i",i
close,2
*******************************************************;
openr,1,'C:\Users\ELHAM\Desktop\day1\incy\ehtemalat\px17r.dat'
i=long(0)
while NOT   EOF(1)   do begin
readf,1,p
p17(i)=p
i=i+1
endwhile
print,"i",i
close,1
;********************************************
sum=0
for    i=0L,n-1    do begin
sum=sum+abs(in17(i)*p17(i))
endfor
; print,sum
For    i=0L,n-1    do begin
p17(i)=p17(i)/sum
endfor
sam=0
for    i=0L,n-1    do begin
```

```
sam=sam+in17(i)*p17(i)
endfor
 for    i=0L,n-1    do begin
 in17x(i)=in17(i)-sam
 endfor
sem1=0
sem2=0
sem3=0
sem4=0
sem5=0
sem6=0
sem7=0
for    i=0L,n-1     do begin
;  struction function martabe aval
sem1=sem1+abs(in17x(i)*p17(i))
sem2=sem2+abs((in17x(i)^2)*p17(i))
sem3=sem3+abs((in17x(i)^3)*p17(i))
sem4=sem4+abs((in17x(i)^4)*p17(i))
sem5=sem5+abs((in17x(i)^5)*p17(i))
sem6=sem6+abs((in17x(i)^6)*p17(i))
sem7=sem7+abs((in17x(i)^7)*p17(i))
endfor
s1(16)=sem1
s2(16)=sem2
s3(16)=sem3
```

```
s4(16)=sem4

s5(16)=sem5

s6(16)=sem6

s7(16)=sem7

;*******************************

;*******************************

top=5

bot=2

result=POLY_FIT(alog10(t(bot:top)),alog10(s1(bot:top)),1)

print,  result(1)

kesi(0)=result(1)

********************;

result=POLY_FIT(alog10(t(bot:top)),alog10(s2(bot:top)),1)

print,   result(1)

kesi(1)=result(1)

***************************;

result=POLY_FIT(alog10(t(bot:top)),alog10(s3(bot:top)),1)

print,  result(1)

kesi(2)=result(1)

*********************************;

result=POLY_FIT(alog10(t(bot:top)),alog10(s4(bot:top)),1)

print,   result(1)

kesi(3)=result(1)

************************;

result=POLY_FIT(alog10(t(bot:top)),alog10(s5(bot:top)),1)
```

```
print,  result(1)
kesi(4)=result(1)
********************;
result=POLY_FIT(alog10(t(bot:top)),alog10(s6(bot:top)),1)
print,   result(1)
kesi(5)=result(1)
************************;
result=POLY_FIT(alog10(t(bot:top)),alog10(s7(bot:top)),1)
print,   result(1)
kesi(6)=result(1)
; stop
print,'kesi',kesi
;********************
plotxx="P''
If    (plotxx EQ "P")    Then   Begin
   Set_Plot, "P''
       Device, /COLOR, Filename="Structure17y.p''
    loadct ,13
       ! P.multi=0
      ! X.OMargin=[0,0]
       ! P.Thick=2
      ! P.CharThick=2
     ! P.CharSize=1.3
     ! P.Font=0
device,/portrait
```

```
endif

plot,t,s1,/xlog,/ylog,YRANGE=[1E-1,1E9],XRANGE=[1E-1,1E8],/nodata,Xtitle="t[second]",ytitle="s''

oplot,t,s1,linestyle=0,PSym=4,SYmsize=0.5,color=240

oplot,t,s2,linestyle=0,PSym=4,SYmsize=0.5,color=240

oplot,t,s3,linestyle=0,PSym=4,SYmsize=0.5,color=240

oplot,t,s4,linestyle=0,PSym=4,SYmsize=0.5,color=240

oplot,t,s5,linestyle=0,PSym=4,SYmsize=0.5,color=240

oplot,t,s6,linestyle=0,PSym=4,SYmsize=0.5,color=240

oplot,t,s7,linestyle=0,PSym=4,SYmsize=0.5,color=240

****************************************************************************************;

plotxx="P''

If    (plotxx EQ "P")    Then    Begin

   Set_Plot, "PS''

       Device, /COLOR, Filename="kesi(y).ps''

    loadct ,13

       ! P.multi=0

       !X.OMargin=[0,0]

     device,/portrait

endif

;  baraye rasme khate y=1/3 x ya haman y=0.33 x

A=[0,1,2,3,4,5,6,7,8]

B=[0,0.33,0.66,0.99,1.32,1.65,1.98,2.31,2.64]

plot,m,kesi,/nodata,Xtitle="Moment m",ytitle="!N!X!9x!N!X(m)!N!X''

oplot,m,kesi,linestyle=0,PSym=4,SYmsize=0.5,color=240

oplot,A,B,linestyle=1
```

end

****
****

Abstract

Solar wind is a supersonic and super-Alfvenic plasma flow of solar origin which continuously expands into the heliosphere. This medium is the best opportunity to study directly collisionless plasma phenomena.During its expansion, the solar wind develops a strong turbulent character, which evolves towards a state that resembles the well known hydrodynamic turbulence described by Kolmogorov (1941). Because of the presence of a strong magnetic field carried by the wind, low-frequency fluctuations in the solar wind are usually described within a magnetohydrodynamic (MHD). In the limit of high Reynolds number the turbulence is said to be in a fully developed turbulent state. Space plasma like solar wind is fully developed turbulent system. Spectral properties of magnetohydrodynamic turbulence described by Probability Distribution Function and Structure Function. We investigate the the occurrence of intermittency
in plasma turbulence by studying the departure from the Gaussian distribution of PDF for magnetic fluctuations. We investigate scaling properties of magnetic field and energy densities.

Key words: Solar Wind, Probability Distribution Function, Structure Function, Power low, Self-Similarity, Intermittency, Scaling

Shahrood University of Technology

Faculty of physics

Statistical study of the bulk parameters of space plasma by using solar winds data

Elham Hajiabadi

Supervisor:

Dr. M. Momeni

2013