بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده: فیزیک

گرایش: ذرات بنیادی

محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT

دانشجو:

سمیه قدیری

استاد راهنما:

دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن

پایان‌نامه کارشناسی ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ماه ۱۳۹۲

به پاس قدردانی از قلبی آکنده از عشق و معرفت که محیطی سرشار از سلامت و امنیت و آرامش و آسایش برای من فراهم آورده است. همدلی که با واژه ی نجیب و مغرور تلاش آشنایی دارد و تلاش راستین را می شناسد و عطر رویایی آن را استشمام می کند و مراد در راه رسیدن به اهداف عالی یاری می رساند؛ همو که حس تعهد و مسئولیت را در زندگی‌مان تلألوئی خدایی داده است؛ این پایان نامه تقدیم به

همسر مهربانم

که در محنات او همیشه مفتونم.

سبز و آبی و کبود، با همان سکوت شرمگین، با همان ترانه ها و عطرها، بهترین هر چه بود و هست، بهترین هر چه هست و بود

در بنفشه زار چشم تو، من ز بهترین بهشت ها گذشته ام، من به بهترین بهارها رسیده ام

ای غم تو همزبان بهترین دقایق حیات من، لحظه های هستی من از تو پر شده ست

آه، در تمام روز، در تمام شب، در تمام هفته، در تمام ماه

در فضای خانه کوچه راه، در هوا زمین درخت سبزه آب، در خطوط درهم کتاب، در دیار نیلگون خواب

ای جدایی تو بهترین بهانه گریستن

بی تو من به اوج حسرتی نگفتنی رسیده ام

ای نوازش تو بهترین امید زیستن

درکنار تو

من ز اوج لذتی نگفتنی گذشته ام

نام تو اگر چه بهترین سرود زندگی است

من تو را به خلوت خدایی خیال خود

بهترین بهترین من خطاب میکنم

بهترین بهترین من

سپاس و قدردانی

با درود فراوان به روح پر فتوح پدر بزرگوارم

و سپاس بی کران بر همدلی و همراهی و همگامی مادر دلسوز و مهربانم که سجده ی ایثارش گل محبت را در وجودم پروراند و دامان گهربارش لحظه های مهربانی را به من آموخت

و

سپاس از حضور خواهرانم مرضیه و فاطمه درکنارم، که خستگی های این راه را به امید و روشنی راه تبدیل کرده و بدون یاری آن ها اتمام این پایان نامه امکان پذیر نبود.

در پایان زحمات استاد فرزانه و بزرگوارم جناب آقای دکتر کاظم بی تقصیر فدافن که ارزش صداقت را می داند، ارج می نهم و از اینکه در انجام این پروژه راه گشای اینجانب بودند و با علم سرشار خویش، نهایت راهنمایی و همکاری را در نگارش این رساله به من ارزانی داشتند، کمال تشکر و سپاسگزاری را دارم. همچنین از جناب آقای دکتر احمد فرزانه کردو جناب آقای دکتر مصطفی عنابستانی که داوری این پایان نامه را بر عهده گرفتند، کمال تشکر را دارم.

از جناب آقای دکتر محمد علی اکبری و جناب آقای دکتر نوید عباسی و جناب آقای دکتر داوود الله بخشی در مرکز تحقیقات فیزیک نظری (IPM) که همیشه با روی گشاده پاسخگوی سوالات بنده بودند، کمال تشکر را دارم و از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر حسین موحدیان که همواره مشوق بنده بوده اند، سپاسگزارم. در پایان از تمامی دوستان و آشنایان گران مایه ام خانم ها فاطمه قدیری، مرضیه قدیری، هستی زاهدی، راضیه مطلق حق نگهدار، پریسا سید عالی نژاد، مرجان عبدالهی و آقایان امیر محمود خانعلی زاده، محسن حیدری، روح الله اکبری، امیر هوشنگ خانعلی زاده و مجید مرادی که در انجام این پایان نامه یاری گرم بودند، بسیار سپاسگزارم.

تعهدنامه

اینجانب **سمیه قدیری** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **فیزیک ذرات بنیادی** دانشکده فیزیک **دانشگاه صنعتی شاهرود** نویسنده پایان‌نامه: **محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT** تحت راهنمایی **دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن**; متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.

- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.

- مطالب مندرج در پایان‌نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.

- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.

- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.

- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ:

امضای دانشجو:

چکیده

در سال‌های اخیر نشان داده شده است که در اثر برخورد یون‌های سنگین نسبیتی در برخورد دهنده بزرگ هادرونی LHC[1] و RHIC[2]، پلاسمای کوارک ـ گلوئون با ثابت جفت‌شدگی قوی تولید

[1] Large Hadron Collider
[2] Realetivistic Heavy Ions Collision

می‌شود. از آن‌جا که ثابت جفت‌شدگی قوی است، نمی‌توان از روش‌های اختلالی برای مطالعه این محیط استفاده کرد. یکی از روش‌های جدید برای مطالعه‌ی فیزیک این محیط استفاده از تناظر AdS/CFT است.

در این پایان‌نامه از این تناظر استفاده کرده و به محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت[1] می‌پردازیم. برای درک بهتر پارامتر خاموشی جت $(\hat{q})$ می‌بایست، آشنایی جامعی با پلاسمای کوارک ـ گلوئون (QGP) حاصل شود. بر این اساس ابتدا به معرفی پلاسمای کوارک ـ گلوئون می‌پردازیم. سپس ضمن مرور روش محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT، درمی‌یابیم که نتایج این تحقیق در توافق با نتایج حاصل از برخورد یون‌های نسبیتی در RHIC و LHC قرار دارند و مقدار این کمیت با جذر N_c و مکعب دما رابطه‌ی مستقیم دارد. پس از آن پارامتر خاموشی جت را با استفاده از متریک کلی محاسبه می‌نماییم. در گام آخر پارامتر خاموشی جت را با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی بدست می‌آوریم.

داده‌های تجربی بدست آمده در RHIC برای $\hat{q}$ در حدود (GeV^2/fm) ۱۵- ۵ می‌باشد که از مقادیر اختلالی بدست آمده از QCD[2] بزرگ‌تر می‌باشد. در بخش بعدی به مقایسه‌ی مقدار این کمیت در دو مدل یانگ ـ میلز ۴ = N و مدل هولوگرافی IHQCD[3] می‌پردازیم. با افزایش دما مقدار پارامتر خاموشی جت در هر دو مدل افزایش می‌یابد اما سرعت افزایش این کمیت با دما در مدل IHQCD کم‌تر می‌باشد. در مدل یانگ ـ میلز[4] ۴ = N مقدار پارامتر خاموشی جت با مکعب دما رابطه مستقیم دارد ولی می‌بینیم که مدل IHQCD هم‌خوانی بهتری با داده‌های تجربی و مدل QCD دارد.

کلمات کلیدی :

[1] Jet quenching parameter
[2] Quantum Chromodynamics
[3] Improved Holographic QCD
[4] Yang-Mills

پلاسمای کوارک ـ گلوئون، تناظر AdS/CFT، خاموشی جت.

لیست مقالات مستخرج از پایان‌نامه

قدیری، سمیه؛ بی‌تقصیر فدافن، کاظم "**محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT** " بیستمین کنفرانس بهاره فیزیک ذرات بنیادی (IPM)، ۱ و ۲خرداد ماه ۱۳۹۲

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها و جدول‌ها

فصل اول

❖ مقدمه

(۱-۱) مقدمه

با کمک آزمایش‌هایی که به تازگی در RHIC و LHC انجام شده است، پنجره‌ای جدید رو به دنیای فیزیک برهم‌کنش‌های قوی باز شده است. نتیجه‌ی داده‌های موجود گواه این واقعیت است که پس از برخورد یون‌های سنگین نسبیتی با یکدیگر یک گوی آتشین تولید می‌شود که پلاسمای کوارک ـ گلوئون نام دارد. این پلاسما شروع به انبساط می‌کند تا جایی که به دمای تغییر فازQCD برسد. این تغییر فاز در دمای 170-190 Mev اتفاق می‌افتد. پس از آن مرحله هادرون سازی اتفاق می‌افتد. در برخورد یون‌های سنگین چندین مشاهده‌پذیر هستند که از اهمیت به سزایی برخوردارند. از جمله این مشاهده‌پذیرها می‌توان به ضریب ویسکوزیته برشی و پارامتر خاموشی جت اشاره کرد[۱].

در این پایان‌نامه به بررسی و محاسبه پارامتر خاموشی جت می‌پردازیم. این کمیت از طریق برخورد هسته‌ی یون‌های طلا با یکدیگر در برخورد دهنده‌ی یون‌های سنگین نسبیتی (RHIC) بدست آمده است. مطالعات زیادی در زمینه‌ی محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت انجام شده است. به عنوان مهم‌ترین تحقیق انجام شده برای محاسبه‌ی این پارامتر، می‌توان به مقاله [۲] اشاره کرد. در این مقاله با استفاده از تناظر AdS/CFT مقدار پارامتر خاموشی جت محاسبه شده است. مقادیر بدست آمده برای این پارامتر با داده‌های بدست آمده از QCD هم‌خوانی خوبی دارد.

از جمله تحقیقات انجام شده برای محاسبه پارامتر خاموشی جت محاسبه آن با در نظر گرفتن متریک کلی می‌باشد [۳]. در این روش با انتخاب متریک کلی به رابطه‌ای کلی برای پارامتر خاموشی جت دست می‌یابیم. از این‌رو می‌توان با استفاده از رابطه کلی، مقدار پارامتر خاموشی جت را برای هر پلاسمایی محاسبه نمود. در ادامه با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی می‌توان به مقدار این پارامتر را بدست آورد که در تطابق با مقدار بدست آمده از مقاله [۲] می‌باشد. در محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT از حد $N_C \to \infty$ بهره می‌بریم و به این نتیجه می‌رسیم که مقدار این پارامتر

با مکعب دما و جذر N_C رابطه مستقیم دارد. اما داده‌های بدست آمده از QCD با این رابطه به طور کامل تطابق ندارد. برای رفع این مشکل می‌بایستی در حد جفت‌شدگی محدود، این کمیت را محاسبه نماییم. بنابراین با وارد کردن جملات تصحیحاتی در متریک کلی انتظار داریم که مقدار پارامتر خاموشی جت در یک نقطه با QCD هم‌خوانی داشته باشد.

از دیگر تحقیقات انجام شده برای محاسبه این کمیت می‌توان به مقاله [۴] اشاره کرد. در این مقاله با تغییر زمینه، مقدار پارامتر خاموشی جت محاسبه شده است.

به تازگی مدلی به نام IHQCD ارائه شده است که با استفاده از آن مقدار پارامتر خاموشی جت را محاسبه نموده‌اند. داده‌های بدست آمده از این روش، هم‌خوانی بیشتری با مقادیر تجربی پارامتر خاموشی جت دارد [۵]. مدل IHQCD یک توصیف بسیار خوب از ویژگی‌های ترابردی پلاسمای کوارک ـ گلوئون می‌باشد. تفاوت این مدل با مدل یانگ ـ میلز N=4 این است که در مدل یانگ ـ میلز در سمت CFT[1] فرض بر این است که میدان‌ها همدیس می‌باشند اما در مدل IHQCD فرض همدیس بودن میدان‌ها وجود ندارد. از آن‌جایی که مدل QCD نیز به طور کامل همدیس نمی‌باشد، از این‌رو مدل IHQCD توصیف بهتری از ویژگی‌های پلاسمای کوارک ـ گلوئون و QCD بیان می‌کند. داده‌های بدست آمده از مدل IHQCD با داده‌های بدست آمده از Lattice هم‌خوانی دارد. این مدل نیز به بررسی خواص ترابردی می‌پردازد و به نتایج جالب توجهی دست می‌یابد.

در این پایان‌نامه قصد داریم به مرور روش محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از مقاله [۲] بپردازیم. در این مقاله مقدار پارامتر خاموشی جت با استفاده از تناظر AdS/CFT محاسبه شده است. ما به تفصیل روش محاسبه‌ی آن‌ها را به صورت گام به گام پیش می‌بریم. علاوه براین با استفاده از متریک کلی رابطه‌ای کلی برای این کمیت می‌پردازیم. این محاسبه با استفاده از مقاله [۳] صورت می‌گیرد. در نهایت برای نمونه با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی مقدار پارامتر خاموشی را بدست

[1] Conformal field theory

می‌آوریم. با وارد کردن جمله‌های تصحیحاتی در متریک کلی، مقدار پارامتر خاموشی جت بصورت مجموع جمله‌های موجود در مقاله [۲] و جملات تصحیحاتی بدست می‌آید.

هدف از ارائه‌ی این پایان‌نامه محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت از روش‌های ذکر شده می‌باشد. در گام بعدی هدف ما مقایسه‌ی مقادیر مختلف پارامتر خاموشی جت با مقدار تجربی می‌باشد.

در این‌جا لازم به ذکر است که برای رسیدن به اهداف ذکر شده در پایان‌نامه، می‌بایستی آشنایی با دنیای ذرات بنیادی داشته باشیم. از این‌رو در بخش دوم به معرفی ذرات بنیادی و نیروهای حاکم بر آن‌ها می‌پردازیم. سپس با نظریه کرومو دینامیک کوانتومی QCD و نمودار فاز QCD آشنا می‌شویم. پس از آشنایی با مفاهیم آزادی مجانبی و محبوس‌شدگی به معرفی پلاسمای کوارک ـ گلوئون می‌پردازیم. از آن‌جا که اساس تشکیل پلاسمای کوارک ـ گلوئون و همچنین خاموشی جت، برخورد یون‌های سنگین نسبیتی می‌باشد، بایستی با توضیح پیرامون نحوه‌ی برخورد یون‌های سنگین و تولید پلاسمای کوارک ـ گلوئون، فصل دوم را به پایان برسانیم.

در فصل سوم از آن‌جا که محاسبه این پارامتر با استفاده از تناظر AdS/CFT انجام می‌شود، می‌بایستی با این تناظر و پارامترهای مربوط به آن آشنا شویم. حال با توجه به آن‌که با مفهوم جت آشنا شدیم، پدیده خاموشی جت را مورد بررسی قرار می‌دهیم. پس از آن به محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از تناظر AdS/CFT می‌پردازیم. در گام بعد به معرفی متریک کلی پرداخته و محاسبه‌ی مربوط به پارامتر خاموشی جت را با استفاده از متریک کلی انجام می‌دهیم. در گام آخر با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی این پارامتر را بدست می‌آوریم. در می‌یابیم که مقدار بدست آمده برای این کمیت با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی با مقدار بدست آمده از مقاله [۲] سازگار است.

در بخش جمع بندی به مقایسه مقادیر بدست آمده برای پارامتر خاموشی جت از روش‌های مذکور با مدل هولوگرافی IHQCD می‌پردازیم.

فصل دوم

آشنایی با ذرات بنیادی و پلاسمای کوارک-گلوئون

- ذرات بنیادی در مدل استاندارد
- دسته‌بندی لپتون‌ها و کوارک‌ها در مدل استاندارد
- نیروهای بنیادی اولیه
- نمودار فاز QCD
- آزادی مجانبی و محبوس‌شدگی
- آشنایی با پلاسمای کوارک ــ گلوئون (QGP)
- مراحل برخورد یون‌های سنگین

(۲-۱) ذرات بنیادی در مدل استاندارد[1]

فیزیک ذرات بنیادی یکی از شاخه‌های علم فیزیک می‌باشد که به بررسی ماده در بنیادی‌ترین حالت ممکن یعنی کوچک‌ترین اجزاء تشکیل دهنده که به ذرات بنیادی معروف هستند، می‌پردازد. طبیعت، بزرگ‌ترین مجموعه ممکن است که از ذرات بنیادی تشکیل یافته‌اند. این ذرات توسط نیرو-های گرانشی، الکترومغناطیسی و هسته‌ای به هم پیوند یافته‌اند. بنابراین، تشریح ساختمان طبیعت و تکامل آن بر اساس خواص و برهم‌کنش ذرات بنیادی صورت می‌گیرد.

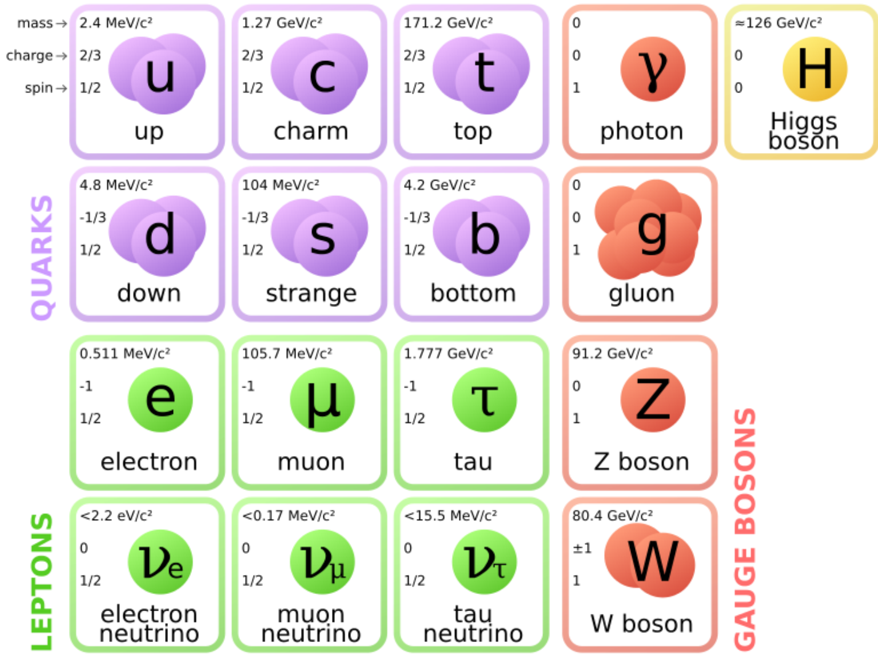
منظور از ذرات بنیادی ذراتی هستند که به ذرات دیگر تجزیه نمی‌شوند، به عنوان نمونه فوتون و الکترون و کوارک‌ها و... ذرات بنیادی هستند و به ذرات دیگر تجزیه نمی‌شوند. درحالی‌که پروتون و نوترون که ساختار هسته را تشکیل می‌دهند، ذرات بنیادی نیستند زیرا هریک به کوارک‌ها تجزیه می‌شوند. هدف مدل استاندارد این است که این ذرات و نیروهای حاکم بر آن‌ها را معین کند.

از مجموع نظریه دینامیک رنگ و نظریه الکتروضعیف مدلی به نام مدل استاندارد شکل گرفت که این مدل کامل‌ترین توصیفی است که از برهم‌کنش ذرات بنیادی در اختیار داریم. بر اساس مدل استاندارد (ذرات بنیادی) ماده از ۶۱ ذره تشکیل شده است. در این مدل ماده از سه نوع ذرات بنیادی ساخته شده است: لپتون‌ها، کوارک‌ها و واسطه‌ها [۶].

لپتون‌ها و کوارک‌ها، از گروه فرمیون‌ها هستند و از آمار فرمی ـ دیراک پیروی می‌کنند و اسپین آن‌ها نیم صحیح است و تابع موج آن‌ها تحت تعویض ذرات، پاد متقارن هستند. ذرات واسطه، بوزون می‌باشند و از آمار بوز ـ انیشتین پیروی می‌کنند و اسپین آن‌ها صحیح است و دارای تابع موج متقارن می‌باشند. طبق این نظریه تعداد ذرات بنیادی برابر با شش لپتون (و پاد ذرات آن‌ها) و هر کوارک و پاد کوارک در سه رنگ ظاهر می‌شود که در مجموع ۳۶ کوارک، به اضافه ذرات واسطه (فوتون، سه بوزون ضعیف، هشت گلوئون) است و در مجموع شصت و یک ذره می‌باشد و یک ذره‌ی آن به نام

[1] Standard model

هیگز[1] می‌باشد که به تازگی نتایج LHC گواهی بر وجود چنین ذره‌ای است. بوزون هیگز یک ذره بنیادی اولیه فرضی دارای جرم است که وجود آن توسط مدل استاندارد فیزیک ذرات پیش‌بینی شده است. مشاهده تجربی این ذره ممکن است بتواند درباره چگونگی جرم‌دار شدن ماده توسط ذرات بنیادی بدون جرم دیگر، توضیح دهد. به طور خاص، بوزون هیگز، ممکن است بتواند دلایلی برای تفاوت‌های بین فوتون که بدون جرم است و بوزون‌های W و Z که به نسبت جرم‌دار هستند، ارائه کند. جرم ذرات بنیادی، تفاوت‌های بین نیروی الکترومغناطیس که توسط فوتون‌ها ایجاد می‌شود و نیروی هسته‌ای ضعیف که توسط بوزون‌های W و Z ایجاد می‌شود را مشخص می‌کند. بنابراین، بوزون هیگز یک مؤلفه بسیار مهم در دنیای ماده است. در سال ۲۰۱۲ سرن (CERN) در سمیناری اعلام کرد، که یک بوزون معادل ۱۲۶ گیگا الکترون ولت در دو اسپکترومتر جداگانه کشف و مشاهده شده است. شکل(۲-۱) اسامی ذرات بنیادی در مدل استاندارد را نشان می‌دهد.



شکل (۲-۱) اسامی ذرات بنیادی در مدل استاندارد

[1] Higgs boson

البته باید بدانیم که درک ما از کل کیهان به شناخت ذرات بنیادی محدود نمی‌شود. بر اساس مشاهده‌های کنونی که بر روی ساختارهایی بزرگ‌تر از کهکشان‌ها صورت گرفته است و همچنین مطالب مربوط به انفجار بزرگ[1]، ماده تاریک[2] و انرژی تاریک تشکیل‌دهنده بخش زیادی از جرم موجود در جهان قابل مشاهده است. اجزای ماده تاریک جرمی بسیار بیشتر از قسمت قابل رویت کل عالم دارند.

فقط حدود ۴٪ از مجموع کل چگالی انرژی در کیهان را می‌توان مستقیم مشاهده کرد (با توجه به اثرهای گرانشی آن)، که این مقدار شامل باریون‌ها و تابش‌های الکترومغناطیسی نیز می‌شود. همچنین تصور می‌شود که ۲۲٪ از ماده تاریک تشکیل شده باشد و ۷۴٪ باقیمانده را نیز انرژی تاریک تشکیل داده باشد، که به اندازه ماده تاریک ناشناخته و مجهول مانده است. تعیین خواص و ویژگی‌های این توده ناشناخته به یکی از مهم‌ترین مسائل کیهان‌شناسی مدرن و فیزیک ذرات تبدیل شده است .

(۲-۲) دسته بندی لپتون‌ها و کوارک‌ها در مدل استاندارد:

(۲-۲-۱) کوارک‌ها

کوارک یک ذره بنیادی و بخش اساسی سازنده ماده است. کوارک نخستین بار در سال ۱۹۶۴ توسط مورای گلمان و جورج زویک مطرح شد. در سال ۱۹۶۸ در آزمایش‌های انجام شده در شتاب-دهنده خطی استانفورد ثابت شده که پروتون از اجزا کوچک‌تری تشکیل شده است. کوارک ها با هم ترکیب می‌شوند تا ذرات مرکبی به نام هادرون‌ها را بوجود آورند. پروتون و نوترون از معروف‌ترین آن‌ها هستند. به عنوان مثال پروتون از دو کوارک u و یک کوارک d تشکیل شده است. در حالی‌که دو کوارک d و یک کوارک u، نوترون را می‌سازد. کوارک‌ها بنا بر اصل حبس کوارکی در نظریه کوانتومی رنگ هیچ‌گاه به صورت انفرادی یافت نمی‌شوند و آن‌ها را فقط می‌توان درون هادرون‌ها پیدا

[1] Big bang
[2] Dark matter

کرد. به همین دلیل بیشتر آنچه که ما درباره کوارک‌ها می‌دانیم از مشاهده خود هادرون‌ها به دست آمده است. کوارک‌ها علاوه بر درجه آزادی بار الکتریکی، بار رنگ، اسپین و جرم، دارای درجه آزادی طعم نیز می‌باشند. شش نوع مختلف از کوارک‌ها، درجه آزادی طعم (بالا[1](u)، پایین[2](d)، عجیب[3](s)، افسون[4](c)، سر[5](t)، ته[6](b) و درجه آزادی رنگ (قرمز[7](R)، آبی[8](B)، سبز[9](G)) دارند [۶].

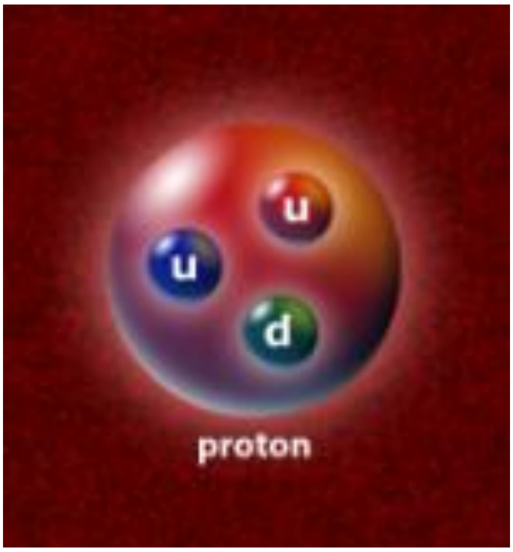
کوارک‌های بالا (u) و پایین (d) دارای کم‌ترین جرم در بین کوارک‌ها می‌باشند. کوارک‌های سنگین‌تر در طول یک فرآیند واپاشی به سرعت به کوارک‌های بالا و پایین تبدیل می‌شوند. به همین دلیل کوارک‌های بالا و پایین به طور معمول پایدار می‌باشند. درحالی‌که کوارک s، c، t، b فقط در تصادم‌های با انرژی زیاد (تابش‌های کیهانی و شتاب‌دهنده‌ها) تولید می‌شوند.

برای هر یک از طعم‌های کوارک، یک پاد ذره متناظر وجود دارد که به پاد کوارک موسوم است. همان‌طورکه اشاره شد کوارک‌ها هیچ‌گاه به تنهایی نقشی را به عهده ندارند بلکه همیشه در گروه‌های دو و سه‌تایی هستند. ذراتی که از دو کوارک (کوارک و پاد کوارک) تشکیل می‌شوند، مزون نام دارند. ذراتی را که از سه کوارک تشکیل می‌شوند، باریون می‌نامند. کوارک‌ها در کنار بار الکتریکی که دارند خاصیت دیگری نیز دارا می‌باشند که رنگ خوانده می‌شود. کوراک‌ها از این جهت، به قرمز ، سبز و آبی طبقه‌بندی می‌شوند. بنابراین ذرات در طبیعت باید همیشه دارای رنگ خنثی و به عبارت دیگر سفید باشند. منظور از بی‌رنگی آن است که یا مقدار کل هر رنگ صفر است یا هر سه رنگ به مقدار مساوی وجود دارد.

شکل (۲-۲) نمایی از ساختار پروتون را نشان می‌دهد.

---

[1] Up
[2] Down
[3] Strange
[4] Charm
[5] Top
[6] Bottom
[7] Red
[8] Blue
[9] Green



شکل (۲-۲) نمایی از زیر ساختار پروتون

(۲-۲-۲) لپتون‌ها

لپتون‌ها از دسته ذرات بنیادی با اسپین (۱/۲) هستند که می‌توانند بر نیروهای الکترومغناطیسی، گرانشی و نیروی ضعیف اثر کنند و برخلاف کوارک‌ها نیروی قوی روی آن‌ها اثر نمی‌کند. لپتون‌ها بر حسب بار Q، عدد الکترونی L_e ، عدد موئونی L_μ و عدد تاو L_τ دسته‌بندی می‌شوند. این خانواده به طور طبیعی در سه خانواده یا سه نسل، جای می‌گیرند.

در مجموع شش لپتون و شش پاد لپتون وجود دارد که علامت پاد لپتون عکس لپتون‌ها می‌باشد. یک تفاوت بنیادی بین لپتون‌ها و کوارک‌ها این است که برخلاف لپتون‌ها، هیچ وقت در تجربه‌های آزمایشگاهی کوارک‌ها به صورت ذرات آزاد مشاهده نشده‌اند. این واقعیت که کوارک‌ها داخل پروتون وجود دارند، فقط بر اساس ایجاد برخورد میان پروتون و سایر ذرات پر انرژی که بتوانند به داخل آن نفوذ کنند، قابل بررسی است. در چنین آزمایش‌هایی که اعماق پروتون را می‌کاوند، می‌توان دید که کوارک‌ها به عنوان زیر ساختار پروتون وجود دارند [۶].

(۲-۳) نیروهای بنیادی اولیه

بر اساس مدل استاندارد چهار نوع نیرو در طبیعت وجود دارد یعنی تمام برهم‌کنش‌های طبیعت محدود به چهار نیرو است. نیروی گرانشی ـ نیروی برهم کنش ضعیف ـ نیروی الکترومغناطیسی ـ نیروی برهم‌کنش قوی. عامل نیروی گرانش جرم و انرژی است و عامل نیروی برهم کنش ضعیف طعم (کوارک‌ها و لپتون‌ها) است و عامل نیروی الکترومغناطیسی بار الکتریکی است و عامل نیروی برهم-کنش قوی بار رنگ است (گلوئون‌ها). اکنون به تفصیل به معرفی این نیروها می‌پردازیم.

نیروی گرانشی دارای برد بی‌نهایت می‌باشد و کوانت‌های میدان آن گراویتون‌ها[1] می‌باشند که دارای جرم سکون صفر و بار الکتریکی صفر و اسپین دو می‌باشند. گراویتون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش دارند. این ذرات میدان را نمی‌توان کوانتیده کرد چرا که نظریه غیر قابل باز بهنجارپذیر می‌باشد. یعنی اینکه وقتی دو جسم را به هم نزدیک می‌کنیم میدان گرانشی به شدت افزایش می‌یابد و تعداد گراویتون‌های تبادلی به صورت تصاعدی زیاد می‌شود و بنا به اصل عدم قطعیت به ازای کوچک‌تر شدن Δx، تکانه Δp گراویتون‌ها افزایش می‌یابد و از آنجایی که خود گراویتون‌ها با هم برهم‌کنش دارند در نتیجه میدان و انرژی به سمت بی‌نهایت میل می‌کند و نمی‌توان آن را بهنجار کرد. نظریه ریسمان به عنوان یکی از مهم‌ترین پیشنهادها برای نظریه کوانتومی گرانش است که هنوز در مرحله‌ی نظری است و با نتایج تجربه فاصله‌ی زیادی دارد.

نیروی ضعیف ، عامل واپاشی بتازا است و این برهم‌کنش نقشی در پیوند هسته‌ها ندارد. برد نیروی ضعیف کم‌تر از $0.001fm$ است و ذرات میدان آن بوزون ضعیف W^-,W^+ که دارای بار ±1 و اسپین یک و جرم سکون آن $80.2Mev$ می‌باشد و بوزون ضعیف z^0 که دارای بار صفر و اسپین یک و جرم سکون $91.2Mev$ می‌باشد. نیروی ضعیف در شناخت رفتار ذرات بنیادی اهمیت دارد [۶].

[1] Graviton

نیروی الکترومغناطیس در قرن نوزدهم و با کارهای بزرگانی نظیر فارادی، هانری، لورنتس، آمپر، اورستد قوام پیدا کرد و سرانجام ماکسول توانست این نظریه‌ها را وحدت بخشیده و در یک نظریه واحد الکترومغناطیسی کلاسیک توضیح دهد. در نیروی الکترومغناطیسی ذرات باردار، ماده را می سازند و نیروی الکترومغناطیس در ساختار و برهم‌کنش‌های ذرات بنیادی اهمیت دارند. برد برهم- کنش الکترومغناطیسی بی‌نهایت است. نظریه مربوط به برهم‌کنش الکترومغناطیس در ابعاد اتمی را الکترودینامیک کوانتمی (QED[1]) می‌نامند و ذره میدان آن‌ها فوتون می‌باشد که دارای بار الکتریکی صفر و اسپین یک و جرم سکون صفر دارد. فوتون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش ندارند.

نیروی قوی عامل پیوند هسته‌ها می‌باشد و برد این نیرو به نسبت کوتاه و درحدود $1fm$ است. نظریه مربوط به برهم‌کنش قوی را کرومودینامیک کوانتمی (QCD) می‌نامند. ذره تبادلی بین آن‌ها گلوئون‌ها[2] می‌باشد. گلوئون، ذره‌ای است که بین کوارک‌ها مبادله می‌شود تا آن‌ها را به هم پیوند دهد. به این ترتیب گلوئون‌ها به طور غیرمستقیم مسئولیت جاذبه بین پروتون‌ها و نوترون‌ها در هسته اتم را به عهده می‌گیرد. گلوئون‌ها بار الکتریکی صفر و اسپین یک و جرم سکون صفر دارند. گلوئون‌ها حاوی بار رنگ هستند و خودشان با یکدیگر برهم‌کنش دارند.

در تصویر (۲-۳) به معرفی حامل‌های نیروهای بنیادی می‌پردازیم.

بوزون ها (حامل های نیرو)

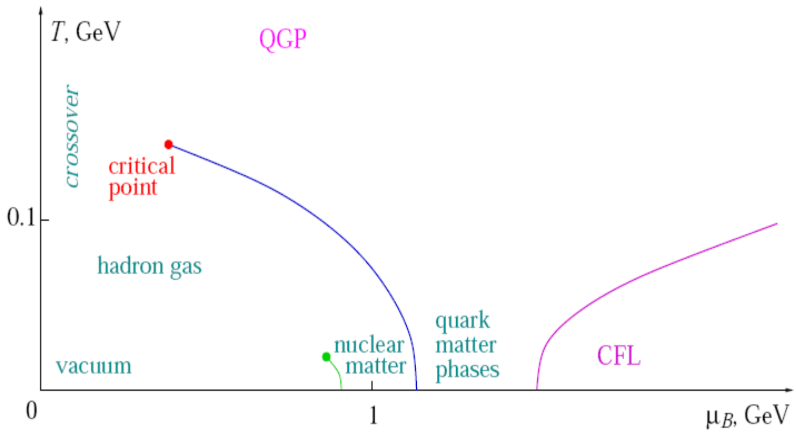
فوتون	بدون جرم، بدون بار، حامل نیروی الکترومغناطیسی
گلوئون (b g r)	جرم بالا، بار رنگی (آبی، سبز، قرمز)، حامل نیروی هسته ای قوی
بوزون های حامل (W_- W_+ Z_0)	جرم بالا، حامل نیروی هسته ای ضعیف
گراویتون	بدون جرم، بدون بار، حامل نیروی گرانشی

شکل (۲-۳) معرفی حامل‌های نیروهای بنیادی

[1] Quantum Electrodynamics
[2] Gloun

(۲-۴) نمودار فاز QCD

با مروری برآنچه که از QCD دریافته‌اند، می‌بینیم که کوارک‌ها و گلوئون‌ها به عنوان ذرات بنیادی QCD شناخته می‌شوند و نشان داده شده است که « پلاسمای کوارک ـ گلوئون » یک فاز از QCD است که دمای بالایی دارد. علاوه براین جفت‌شدگی پلاسما کوارک ـ گلوئون، به ازای دماهای بالا یعنی دماهایی که خیلی بزرگ‌تر از مقیاس QCD هستند، خیلی کوچک‌تر از یک ($\alpha_s \ll 1$) بدست آمده است. پس مطالعه روی ترمودینامیک QCD ادامه یافته است و خواص مختلف ماده‌ی QCD تحت شرایط خارجی مانند دما و پتانسیل شیمیایی را مطالعه شده است. در ترمودینامیک QCD، جالب‌ترین سوال‌ها به گذارهای فاز محتمل مربوط می‌شود. به تازگی تلاش‌های زیادی شده که وجود نقطه بحرانی در نمودار فاز برهم‌کنش‌های ماده بیشتر مطالعه شود[۷].موضوع خیلی مهم این است که آیا در آزمایش‌های برخورد هسته‌های سنگین نقطه بحرانی بدست می‌آید یا خیر؟



شکل (۲-۴) نمودار فاز QCD به ازای جرم کوچک کوارک‌های u و d[۸]

نمودار فاز QCD دو محور دارد:

محور عمودی دمای T است و پتانسیل شیمیایی μ_B محور افقی است (شکل۲-۴). پتانسیل شیمیایی به‌طور مستقیم به چگالی خالص کوارک مربوط می‌شود یعنی پتانسیل شیمیایی حاصل چگالی کوارک‌ها منهای چگالی پادکوارک‌ها می‌باشد. در دماهای ثابت، μ_B بزرگ‌تر به معنی چگالی

خالص کوارک بزرگ‌تر است. می‌توان با قرار دادن $\mu_B = 0$ یا $T = 0$ ویژگی‌های کلی، نمودار فاز QCD را مطالعه کرد. عالم اولیه را هنگامی‌که دمای آن بیشتر از مقیاس QCD (یعنی حدود 200 Mev) است، را در نظر می‌گیریم، تعداد کوارک‌ها و پادکوارک‌های عالم اولیه تا حدودی برابر بودند، در نتیجه $\mu_B = 0$ است. در چنین دماهای بالایی از عالم اولیه پلاسمایی از کوارک‌ها و گلوئون-ها وجود دارد که به دلیل آزادی مجانبی[1] برهم‌کنش بین این ذرات ضعیف است. وقتی دما پایین می-آید عالم سرد می‌شود و برهم‌کنش‌ها قوی می‌شود که در این حالت دو اتفاق می افتد:

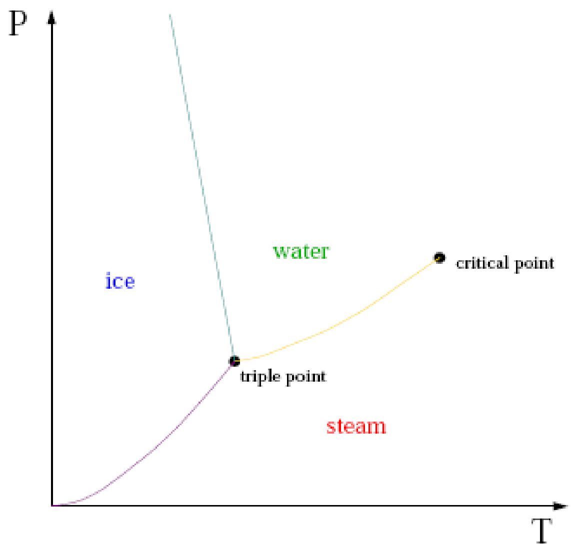
اولی محبوس‌شدگی[2] است که کوارک و گلوئون، هادرون‌ها را تشکیل می‌دهند. بعد از تشکیل هادرون‌ها گذار فاز متصل به فاز محبوس‌شدگی نداریم یعنی اینکه در حالت بعدی تحول عالم، پروتون و الکترون بدون اینکه گذار فاز واقعی داشته باشند اتم هیدروژن را تشکیل می‌دهند.

پدیده دومی که اتفاق می‌افتد شکست خودبخودی تقارن تک‌دستی[3] است. تقارن تک‌دستی یعنی این‌که انواع مختلف کوارک‌های چپ‌دستی (جهت اسپین این کوارک‌ها مخالف جهت حرکت آن-هاست) و راست‌دستی(جهت اسپین این کوارک‌ها هم جهت حرکت آن‌هاست) به یکدیگر تبدیل می شوند. اگر کوارک‌ها بدون جرم بودند، تقارن تک‌دستی یک تقارن دقیق از QCD می‌شد. در دنیای واقعی کوارک‌های u و d (دو نوع کوارک‌ها که نوترون و پروتون را تشکیل می‌دهند) بدون جرم نیستند اما خیلی سبک هستند، بنابراین تقارن تک‌دستی دقیق نیست ولی خیلی خوب است.

مثالی از یک نمودار فاز، نمودار فاز آب (شکل ۲-۵) است که با آن آشنا هستیم: در این نمودار نقطه‌ی بحرانی نشان داده شده است و در جایی قرار گرفته است که خط گذار فاز به پایان می‌رسد. بالاتر از نقطه‌ی بحرانی، نمی‌توان نوع فاز را مشخص کرد و در واقع هیچ تمایزی بین فاز بخار و مایع

[1] Asymptotic Freedom
[2] Confinement
[3] Chiral

وجود ندارد. مشابه چنین نکاتی درنمودار فاز QCD (شکل۲-۴) نیز دیده می‌شود یعنی آن سوی نقطه‌ی بحرانی تمایزی بین فاز هادرونی و فاز پلاسمای کوارک ـ گلوئون وجود ندارد.



شکل (۲-۵) نمودار فاز آب[۹]

(۲-۶) آزادی مجانبی و محبوس‌شدگی

اتم‌ها از الکترون و هسته ساخته شده‌اند. هسته هم از پروتون و نوترون تشکیل شده است. با توجه به دقت آزمایش‌های کنونی الکترون یک ذره‌ی نقطه‌ای است. همچنین معلوم شده است که پروتون از سه کوارک درست شده است. کوارک‌ها درجات آزادی طعم (u• d • s • c • b • t) و رنگ (R,G,B) را دارا هستند.

مفهوم رنگ و دینامیک کوانتومی رنگ برای بار اول به وسیله‌ی نامبو[1] (۱۹۶۶) پیشنهاد شد و هم اکنون این نظریه کرومودینامیک کوانتومی (QCD) نامیده می‌شود. این نظریه تعمیمی از الکترودینامیک کوانتومی (QED) است که نظریه‌ی کوانتومی بارهای رنگ و میدان‌های الکترومغناطیسی می‌باشد. همان‌طور که در QED فوتون‌ها واسطه‌ی نیروی بین ذرات باردار هستند

[1] Nambu

در QCD گلوئون‌ها واسطه‌ی نیروی بین کوارکی می‌باشد. QCD و QED هر چند در ظاهر مشابه هستند فرق بسیار مهمی با هم دارند. در حالی‌که فوتون‌ها از لحاظ الکتریکی خنثی هستند و بنابراین باری را انتقال نمی‌دهند، گلوئون‌ها از لحاظ رنگی خنثی نیستند. این‌که گلوئون‌ها خودشان بار حمل می‌کنند. به مفهوم اساسی نظریه‌ی پیمانه‌ای غیر آبلی یا یانگ ـ میلز (یانگ و میلز ۱۹۵۴) مربوط می‌شود. عبارت «غیر آبلی» به معنی غیر جابه‌جاپذیر است ($AB \neq BA$). QCD دو خصوصیت مهم دینامیک کوارک ـ گلوئون را به ما نشان می‌دهد. در انرژی‌های بالا شدت برهم‌کنش‌ها کوچک می‌شوند و کوارک‌ها و گلوئون‌ها به طور ضعیف با هم برهم‌کنش می‌کنند (آزادی مجانبی) در حالی‌که در انرژی‌های پایین برهم‌کنش‌ها قوی می‌شود و به محبوس‌شدگی رنگ منجر می‌شود. آزادی مجانبی به خاصیت ضد-استتار[1] بار رنگ مربوط می‌شود. یک بار برهنه[2] دارای رنگ است و خود گلوئون‌ها رنگ دارند، بنابراین هنگامی‌که به کوارک رنگی نزدیک می‌شوند، از شدت برهم‌کنش رنگ کم می‌کنند. در نتیجه اگر کسی بخواهد با عبور کردن از اَبرِگلوئون‌ها بار برهنه را پیدا کند، سهم کوچک‌تری را می‌بیند که این مخالف چیزی است که در QED اتفاق می‌افتد. در QED، اَبرِجفت الکترون ـ پوزیترون که بار را احاطه کرده، بار برهنه را استتار می‌کنند یعنی این‌که با دور شدن از بار برهنه، بار موثر کاهش می‌یابد و میدان آن کوچک می‌شود، بنابراین سهم کوچک‌تری از بار دیده خواهد شد. در نتیجه در فواصل کوتاه، جفت‌شدگی افزایش می‌یابد.

باتوجه به اینکه مقیاس طول و مقیاس انرژی، عکس یکدیگر هستند، وقتی که مقیاس طول کوچک می‌شود یا به طور معادل مقیاس انرژی افزایش می‌یابد، قدرت جفت‌شدگی در QCD کاهش می‌یابد.

[1] Screening
[2] Bare

(۲-۷) آشنایی با پلاسمای کوارک ـ گلوئون (QGP[1])

در واقع پلاسمای کوارک ـ گلوئون (QGP) شکل کهنی از ماده است که تنها چند میکرو ثانیه بعد از تولد عالم وجود داشته است و ریشه و بنیاد عناصر مختلف موجود در عالم کنونی است.

بدین منظور همان‌گونه که دانش ما نسبت به قوانین فیزیک پیشرفت کرده است ما می‌توانیم به زمان عقب‌تری نگاه کنیم و ساختار اولیه‌ی جهان و تکامل بعد از آن را بررسی و کشف کنیم.

ما در جستجوی پاسخی برای دو سؤال زیر می‌گردیم:

۱- ماده از چه چیزی ساخته شده است؟

۲- ماده در چه زمانی و چگونه پدیدار شده است؟

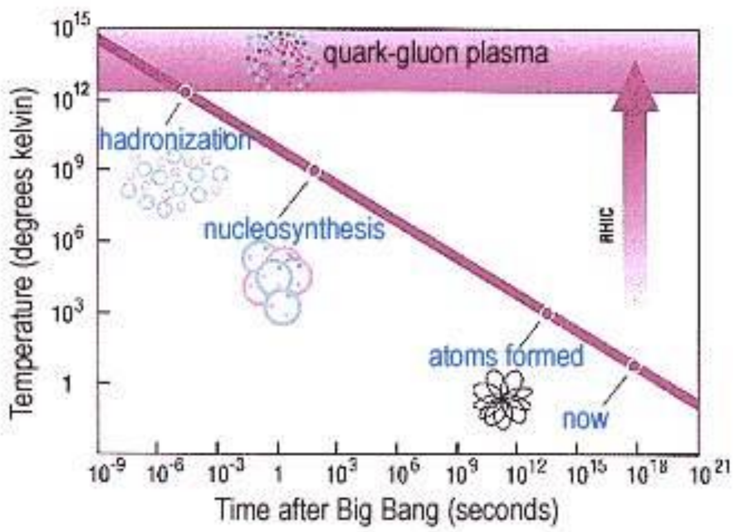
پلاسمای کوارک ـ گلوئون یا سوپ کوارک یک فاز در کرومودینامیک کوانتومی یا QCD است که در دما و یا چگالی‌های بسیار بالا رخ می‌دهد. کرومودینامیک کوانتومی نظریه‌ای اساسی است که بر دینامیک ذرات بنیادی با برهم‌کنش قوی (کوارک‌ها و گلوئون‌ها) حاکم است. ما در پی تایید این پیش‌بینی و فهم این نوع جدید ماده هستیم.

در این فاز ماده تقریبا فقط کوارک و گلوئون آزاد است که هر دو از بنیادی‌ترین ذرات سازنده ماده هستند. دانشمندان فیزیک ذرات بر این عقیده‌اند که این پلاسما در اولین میکروثانیه‌های پس از مهبانگ وجود داشته است و بررسی خواص این پلاسما کمک بزرگی به چگونگی آغاز جهان دارد. در اولین ۱۰ میلیونیوم ثانیه پس از انفجار بزرگ، جهان به قدری داغ بوده که کوارک‌ها از هم جدا بوده‌اند. نتیجه آن یک مخلوط داغ متراکم از کوارک‌ها و گلوئون‌ها موسوم به پلاسمای کوارک ـ گلوئون بوده است.

[1] Quark Gluon Plasma

بر طبق QCD، ماده معمولی ساخته شده از پروتون‌ها و نوترون‌ها می‌تواند به پلاسمایی از کوارک-ها و گلوئون‌ها با دمایی بیشتر از 10^{12} K یا به پلاسمایی با چگالی بیش از 10^{12} Kg cm^{-3} تغییر فاز دهد. جهان اولیه و مرکز هسته‌ی ستاره‌های فوق چگال موقعیت‌های طبیعی هستند که این گذار فازها را انتظار داریم. هم اکنون امکانش فراهم شده است که در آزمایشگاه‌ها بتوانیم به کمک برخورد دهنده‌ی یون‌های سنگین، گوی آتشین چگال و داغی از برخورد هسته‌های با انرژی بالا تولید کنیم. انتظار داریم که نوکلئون‌های جدید در برخورد هسته‌ها به اجزای سازنده‌اش تجزیه و بتوانند پلاسمای کوارک ـ گلوئون را تشکیل دهند. یکی از ویژگی‌های پلاسمای کوارک ـ گلوئون این است که سریع به تعادل می‌رسد [۱۰].

شکل (۲-۶) نموداری از شکل‌گیری کیهان با گذشت زمان بر حسب دما می‌باشد.

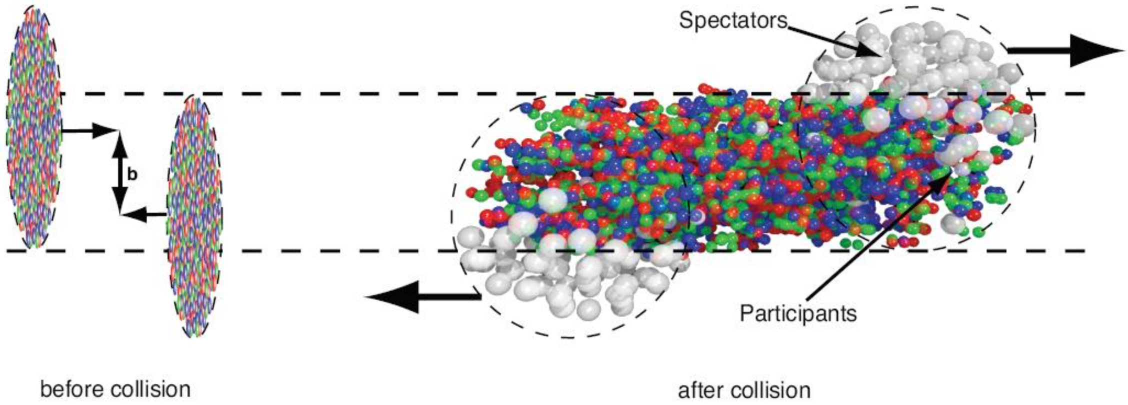


شکل (۲-۶) نمودار تغییر دما با گذشت زمان پس از انفجار بزرگ

(۲-۸)مراحل برخورد یون‌های سنگین:

یکی از مهم‌ترین اهداف آزمایش برخورد یون‌های سنگین، رسیدن به نمودار فاز QCD و تولید حالت جدیدی از ماده که طی این برخورد در چگالی انرژی بالا ایجاد می‌شود، می‌باشد.

مراحل برخورد یون‌های سنگین در شکل (۲-۷) به تصویر کشیده شده است.

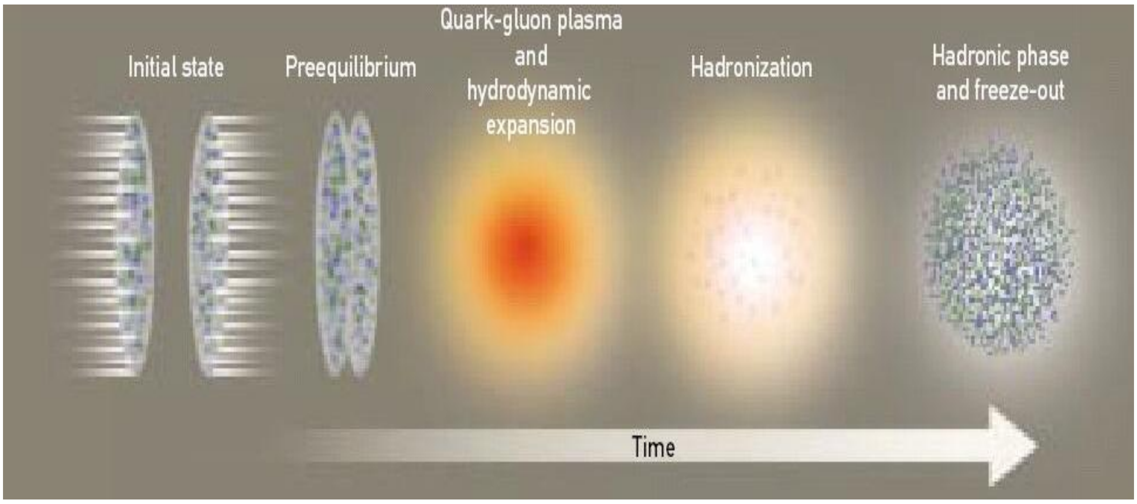


شکل (۲-۷) چگونگی تشکیل پلاسمای کوارک ـ گلوئون

در شکل بالا b پارامتر برخورد می‌باشد که به صورت فاصله دو هسته یون‌ها از یکدیگر تعریف می‌شود. در هنگام برخورد تعداد زیادی از ذرات در برهم‌کنش شرکت می‌کنند که ذرات شرکت‌پذیر نامیده می‌شوند. به آن دسته از ذرات که در برهم‌کنش شرکت نمی‌کنند، ذرات تماشاگر گفته می‌شود.

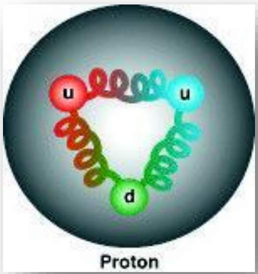
ابتدا یون‌ها با یکدیگر برخورد می‌کنند. در این مرحله به حالت تعادل نرسیده‌اند. پس از برخورد این یون‌ها از یکدیگر عبور می‌کنند و در هنگام جدا شدن آن‌ها در بین این یون‌ها محیطی بسیار داغ و چگال موسوم به پلاسمای کوارک ـ گلوئون تولید می‌شود. در این فاز جدیدی که ایجاد شده است، کوارک‌ها و گلوئون‌ها که اجزای سازنده‌ی QCD هستند، دیگر مقید نبوده و به صورت آزاد وجود دارند. پس از آن چون طول عمر این پلاسما بسیار کوتاه است این محیط از بین می‌رود و کوارک‌ها و گلوئون‌ها دیگر آزاد نیستند و شروع به برهم‌کنش با یکدیگر می‌نمایند. این مرحله هادرون‌سازی صورت می‌گیرد. در گام آخر محیط به‌طور کامل سرد شده و فازهای هادرونی شکل می‌گیرند.

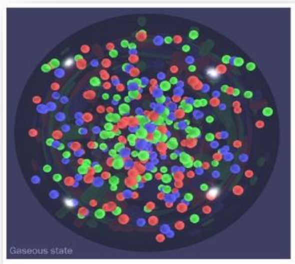
شکل (۲-۸) تصویر روشنی از مراحل برخورد یون‌های سنگین و تشکیل پلاسمای کوارک ـ گلوئون و فازهای هادرونی را نشان می‌دهد.



شکل (۲-۸) مراحل برخورد یون‌های سنگین

همان‌طور که می‌دانیم فازهای هادرونی از اصل محبوس‌شدگی پیروی می‌کنند بنابراین مقید می‌باشند اما اگر این فازها تحت فشار و دمای بالا قرار بگیرند فاز جدیدی به نام پلاسمای کوارک ـ گلوئون تولید می‌کنند. شکل (۲-۹) به بیان مفاهیم بالا می‌پردازد.





شکل(۲-۹) شکل سمت چپ معرف فاز هادرونی است اما شکل سمت راست نشان‌دهنده پلاسمای کوارک ـ گلوئون می‌باشد که کوارک‌ها در آن آزاد هستند.

روشی که می‌توانیم به دماها و چگالی‌های مربوط به برهم‌کنش‌های قوی برسیم این است که هسته‌های سنگین را برخورد دهیم. مانند هسته‌های طلا (Au) که هسته آن‌ها ۱۹۷ نوکلئون دارد و نقطه ذوب و جوش آن به ترتیب ۱۳۳۷,۳۳و ۳۱۲۹ درجه کلوین است. چنین برخوردهایی در حال حاضر در برخورد دهنده یون‌های سنگین نسبیتی RHIC در آزمایشگاه ملی بروکهاون نزدیک

نیویورک انجام می‌شود. فعالیت محققان این آزمایشگاه به این صورت است که با رساندن یون‌ها به سرعت نسبیتی و برخورد آن‌ها با یکدیگر، پلاسمای کوارک ـ گلوئون را بازسازی نمایند و از این طریق اولین ثانیه‌های پس از مهبانگ را بررسی کنند.

در سال ۲۰۰۰ این مجموعه اعلام کردند که یون‌های طلا را با یکدیگر برخورد داده‌اند. این کار باعث می‌شود نزدیک به ۴۰۰ پروتون و نوترون در محل برخورد وجود داشته باشد. دمای این منطقه در حدود ۳۰۰ میلیون برابر دمای سطح خورشید می‌شود که در این دما پروتون‌ها و نوترون‌ها دیگر نمی‌توانند به صورت ذره‌ای باشند. با این کار دما و فشار به شدت بالا می‌رود و پروتون‌ها و نوترون‌ها می‌توانند تغییر فاز بدهند و کوارک‌ها و گلوئون‌ها برای مدت بسیار کوتاهی از هر قید و بندی آزاد شوند. این دسته یون‌ها مسافتی حدود ۲/۴ مایل را در دو جهت مخالف اطراف RHIC طی کردند. در این شتاب‌دهنده، یون‌های طلا در شش ناحیه شتاب‌دار شدند اما تنها در چهار نقطه توانستند آن‌ها را آشکار سازی نمایند. آشکارسازهای این برخورد دهنده عبارت است از :

PHOBOS-BRAHMS-STAR-PHENIX

فیزیکدان‌های این مجموعه توانسته‌اند به پلاسمای کوارک-گلوئون در دمای ۴ تریلیون و انرژی مرکز جرم ۲۰۰ Gev.A دست یابند. RHIC به عنوان دومین برخورد دهنده پر انرژی دنیا محسوب می‌شود و رتبه اول در اختیار برخورد دهنده هادرونی بزرگ (LHC) در سرن می‌باشد.

محققان آزمایشگاه سرن در نزدیکی ژنو سوئیس، در سال ۲۰۰۹ در تلاشی جدید برای ارتقای درک انسان از جهان کهن موفق به انجام سنجش‌های جدید از نوعی ماده شده‌اند که در اولین لحظه-های جهان کهن وجود داشته است. برخوردهای یون‌های سرب (Pb) در برخورد دهنده بزرگ هادرونی LHC که قوی‌ترین شتاب‌دهنده ذرات جهان است، برای یک لحظه زودگذر شرایط مشابه آنچه در جهان اولیه بوده را بازسازی می‌کند. با بررسی یک میلیارد یا بیشتر از این برخوردها توانسته‌اند سنجش‌های دقیق‌تری را از ویژگی‌های ماده تحت این شرایط سخت به دست بیاورند. سه آزمایش

کنونی که در برخورد دهنده هادرونی بزرگ، سرن در حال انجام است یعنی آزمایش آلیس[1]، اطلس[2] و سی‌ام‌اس[3]، هنوز در حال بررسی خواص پلاسمای کوارک ـ گلوئون است.

برخورد دهنده هادرونی بزرگ LHC، با برخورد یون‌های سرب که دارای ۸۲ نوکلئون می‌باشد، به انرژی مرکز جرم Tev.A ۲/۷ دست یافتند.

اکتشاف پلاسمای کوارک ـ گلوئون ممکن است دستاوردی بزرگ در مسیر نزدیک شدن دانشمندان برخورد دهنده هادرونی به اهدافشان در بررسی جهان اطراف، اتفاقات پس از مهبانگ، وجود ضدماده، چرایی جرم ماده و ساختار جهان بوده و انسان را گامی به فهم عمیق از جهان اطراف نزدیک‌تر کند.

---

[1] Alice
[2] Atlas
[3] CMS

فصل سوم

محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت

- آشنایی با تناظر AdS/CFT
- مفهوم جت
- مفهوم پارامتر خاموشی جت
- محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT
- محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت با استفاده از متریک کلی
- محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی

(۳-۱) آشنایی با تناظر AdS/CFT

در فیزیک نظری، تناظر AdS/CFT (تناظر آنتی دوسیته[1]/ نظریه میدان همدیس[2]) که به عنوان دوگانی مالداسنا یا دوگانی پیمانه/ گرانش[3] شناخته می‌شود، به عنوان یک هم ارزی بین نظریه بدون گرانش و یک نظریه با وجود نیروی گرانش می باشد. این دوگانی باعث ایجاد یک پیشرفت عمده در فهم ما از نظریه ریسمان و گرانش کوانتومی می‌شود و ابزاری نیرومند برای مطالعه نظریه میدان کوانتمی برهم‌کنش‌های قوی را در اختیار ما قرار می‌دهد. اکثر دستاوردها از این واقعیت بدست می‌آید که دوگانی AdS/CFT یک دوگان ضعیف ـ قوی[4] می‌باشد. از نظر تاریخی اولین بار این دوگان توسط خوان مالداسنا در سال ۱۹۹۷ بیان شد[۱۱].

AdS فضایی است به نام آنتی دو سیته و مربوط به ریسمان‌های بسته و گرانش می‌باشد و CFT نظریه میدان همدیس می‌باشد که در مرز فضای AdS زندگی می‌کند و مربوط به ریسمان‌های باز می‌باشد. یک مثال مهم از تناظر AdS/CFT دوگانی بین نظریه ریسمان نوع IIB در فضای $AdS_5 \times S^5$ (حاصلضرب فضای ۵ بعدی AdS با کره ۵ بعدی) و نظریه پیمانه‌ای یانگ ـ میلز N=4 (که نظریه میدان همدیس است) در مرز ۴ بعدی فضای AdS_5 می‌باشد.

در واقع مرز فضای مینکوفسکی جایی است که ریسمان‌های بسته روی آن زندگی می‌کنند. این تناظر به عنوان یک دوگانی شناخته می‌شود زیرا یک فیزیک یکسان از دو دیدگاه مختلف توصیف می‌شود و هر زمان محاسبه در یک سمت از این تناظر مشکل باشد از دوگان نظیر آن استفاده می-کنیم.

اکنون به توصیف پارامترهای دو نظریه در تناظر AdS/CFT می‌پردازیم. در نظریه ابرتقارن یانگ ـ میلز $SU(N_c)$ دو پارامتر بدون بعد g_{YM} و N_c وجود دارد. در نظریه اَبرریسمان نوع IIB روی

[1] Anti De Sitter
[2] Conformal Field Theory
[3] Gauge/gravity duality
[4] weak - strong duality

$AdS_5 \times S^5$ نیز دو پارامتر بدون بعد دارد: جفت‌شدگی ریسمان g_s و شعاع S^5 که در واحد طول ریسمان $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ بیان می‌شود.

پارامترهای این دو نظریه به صورت رابطه(۳ - ۱ - ۱) به هم مربوط می‌شوند:

$$g = g_{YM}{}^2 \qquad , \qquad \frac{R^4}{\alpha'^2} = g_{YM}{}^2 N \tag{۳ - ۱ - ۱}$$

رابطه سمت چپ معادله (۳ - ۱ - ۱) نشان می‌دهد که جفت‌شدگی ضعیف یانگ ـ میلز به جفت-شدگی ضعیف g دلالت دارد. چون کار کردن با این نظریه‌ها در جفت‌شدگی ضعیف ساده‌تر است، در این حالت ممکن است به نظر برسد که دوگان برای آزمون ساده باشد: هر دو نظریه باید در جفت-شدگی ضعیف امتحان شود و نتایج مقایسه شوند.

فرض کنید ثابت جفت‌شدگی یانگ ـ میلز g_{YM} کوچک باشد و N متناهی باشد:

رابطه سمت راست معادله (۳ - ۱ - ۱) بیان می‌کند هنگامی‌که $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ کوچک است یا به طور معادل شعاع کره پنج‌بعدی S^5 خیلی کوچک است، در این حالت، مطالعه‌ی اَبرریسمان‌های نوع IIB به نسبت مشکل است. برای اینکه محاسبه ساده باشد، باید جفت‌شدگی ضعیف و $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ بزرگ باشد.

اگر کره پنج بعدی S^5 بزرگ باشد، انحنایش کوچک است و نظریه اَبرریسمان می‌تواند به دقت توسط یک نظریه‌ای که محاسباتش آسان‌تر است تقریب زده شود.

اگر $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ بزرگ باشد، $\lambda = g_{YM}{}^2 N$ که جفت‌شدگی توفت[1] نامیده می‌شود، نیز بزرگ است. اگر Nهای بزرگ در نظر گرفته شود و g_{YM} کوچک باشد:

[1] tHooft

در این حالت، جفت‌شدگی توفت نقش ثابت جفت‌شدگی موثر در نظریه یانگ ـ میلز را بازی می-کند. جفت‌شدگی توفت باید برای نظریه یانگ ـ میلز کوچک باشد تا کارکردن، ساده باشد. برای اینکه نظریه نوع IIB ساده باشد نیاز است که جفت‌شدگی توفت λ بزرگ باشد.

به طور خلاصه محاسبه آسان در گرانش به محاسبه سخت در نظریه پیمانه‌ای با جفت‌شدگی قوی، ترجمه می‌شود و شرایط زیر برقرار است:

هرگاه N خیلی بزرگ باشد

$$g_{YM} \ll 1 \qquad , \qquad g_{YM}{}^{2}N \gg 1 \qquad (۳ - ۱ -۲)$$

که این همان حد بزرگ N، توفت معروف است[۱۲].

دو پارامتر بدون بعد g که ثابت جفت‌شدگی ریسمان و $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ که R شعاع انحنای فضای AdS و $\alpha' = l_s^2$نقش بازی می‌کنند.

Yang - mills: g_{YM} , N_c

IIB strings : g_s , $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$

حال باید رابطه‌ای بین این پارامتر در دو طرف تناظر AdS/CFT برقرار باشد. می‌دانیم که ثابت جفت‌شدگی ریسمان باز g_o با ثابت جفت‌شدگی ریسمان بسته g با رابطه‌ی $g_o^2 \approx g_s$ به هم مربوط می‌شوند. تعریف دقیق جفت‌شدگی‌های مختلف به صورت زیر می‌باشد :

$$g_{YM}^2 = 4\pi g_s \qquad (۳ - ۱ - ۳)$$

برای $g_s N_c \ll 1$ (ثابت جفت‌شدگی توفت) باشد در نتیجه $R \ll l_s$ می‌باشد یعنی این‌که مشخصه‌ی شعاعی اثرات گرانشی شامه‌ها نسبت به واحد طول ریسمان کوچک می‌شود [۱۱]. در نتیجه خمش فضا زیاد می‌شود و کار کردن در این فضا بسیار سخت و محاسبه بسیار سنگین می‌شود. برعکس، هنگامی‌که $g_s N_c \gg 1$ باشد در نتیجه $R \gg l_s$ آنگاه ریسمان را فقط به شکل یک ذره می‌بینیم و در این شرایط خمش فضا کم می‌شود و فضا به سمت فضای تخت[1] پیش می‌رود و در نتیجه کار کردن در این فضا (با توجه به گرانش آن) و محاسبه آن آسان می‌شود ولی با زیاد شدن ثابت جفت‌شدگی توفت برهم‌کنش بین ذرات در نظریه یانگ ـ میلز زیاد می‌شود و همچنین تعداد رنگ‌ها به سمت بی‌نهایت میل می‌کند $N \to \infty$ و محاسبه بسیار سنگین می‌شود. و برای Nهای بزرگ خواهیم داشت:

محاسبه آسان در گرانش $\Leftrightarrow$ محاسبه سخت در یانگ ـ میلز

$$g_{YM}^2 N_C \gg 1 \qquad\qquad R \gg l_s$$

با دانستن رابطه $gN \approx \left(\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}\right)^{D-P-3}$ که در آن D ده بعد فضای $AdS_5 \times S^5$ و P بعد فضا می‌باشد. با توجه به رابطه $D-P-3=10-3-3=4$ به رابطه نهایی (۳ - ۱ - ۴) دست می‌یابیم:

$$\frac{R^4}{\alpha'^2} = 4\pi g_s N \,, g_s = \frac{1}{4\pi} g_{YM}^2$$
$$\frac{R^4}{\alpha'^2} = g_{YM}^2 N_c \qquad (۴ - ۱ - ۳)$$

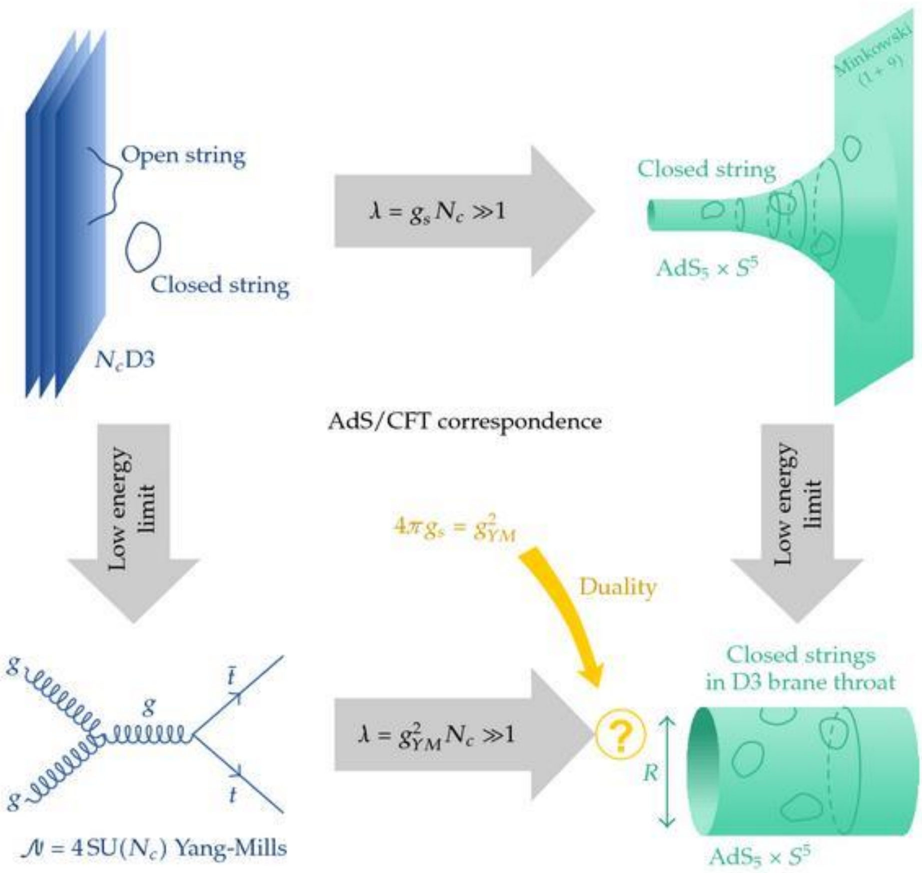
با در نظر گرفتن جفت‌شدگی توفت به صورت $\lambda = g_{YM}^2 N_c$ معادله‌های (۱ -۳ - ۴) به شکل معادله (۳ - ۱ - ۵) در می‌آید:

$$\lambda = 4\pi g N \,, \frac{R}{\sqrt{\alpha'}} = \lambda^{\frac{1}{4}} \qquad (۵ - ۱ - ۳)$$

[1] flat

جفت‌شدگی ریسمان به اندازه فاکتور N_c کوچک‌تر از جفت‌شدگی توفت می‌باشد. از طرفی شعاع کره S^5 فقط به ثابت جفت‌شدگی توفت بستگی دارد.

شکل (۳-۱) تناظر AdS/CFT و رابطه‌ی بین پارامترهای دو طرف تناظر AdS/CFT را به تصویر می‌کشد.



شکل (۳-۱) تصویری ازتناظر AdS/CFT و رابطه پارامترها در دو طرف این تناظر

(۳-۲) مفهوم جت

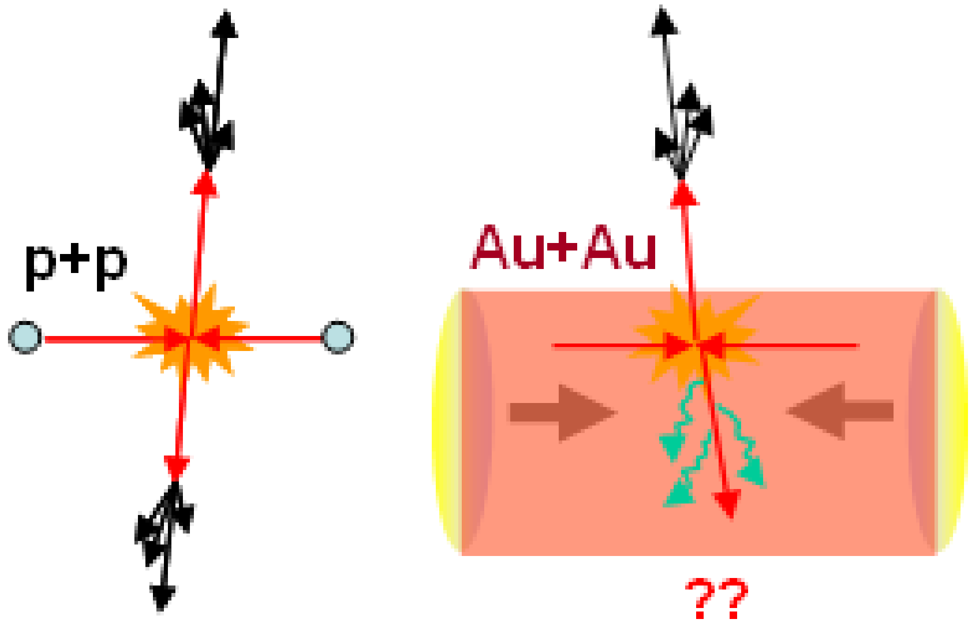
جت باریکه‌ای مخروطی شکل از هادرون‌ها و ذرات دیگر است که به وسیله‌ی هادرون‌سازی کوارک‌ها و گلوئون‌ها در فیزیک ذرات و یا برخورد یون‌های سنگین تولید می‌شود. به علت اصل محبوس‌شدگی QCD، ذراتی که حامل رنگ هستند نظیر کوارک‌ها، به صورت آزاد یافت نمی‌شوند. بنابراین قبل از آشکارسازی به صورت هادرون، به جت تبدیل می‌شوند. این جت‌ها با استفاده از آشکارساز ذرات مشاهده می‌شوند.

در فیزیک برخورد یون‌های سنگین نسبیتی، جت‌ها مقوله‌ی بسیار مهمی بشمار می‌آیند. از خصوصیات مهم این جت‌ها می‌توان به پشت به پشت بودن[1] آن‌ها اشاره کرد. به این معنی که هنگامی‌که یک جت از یک سمت خارج می‌شود، جتی دیگر به اختلاف ۱۸۰ درجه از سمت دیگر خارج می‌شود.

دانشمندان با برخورد دو پروتون با یکدیگر توانستند چنین جت‌هایی را مشاهده نمایند. با دنبال کردن این جت‌ها و بررسی آن‌ها متوجه پشت به پشت بودن آن‌ها شدند. در برخورد یون‌های سنگین نسبیتی نیز با مقایسه انرژی جت‌ها با برخورد پروتون، متوجه کاهش انرژی جت یا jet quenching شدند. در اینجا به تفصیل این پدیده را توضیح می‌دهیم.

شکل (۳-۲) نحوه‌ی تشکیل جت‌ها و مفهوم پارامتر خاموشی جت را به تصویر می‌کشد.

[1] back to back



شکل (۳-۲) نحوه‌ی تشکیل جت و خاموشی جت

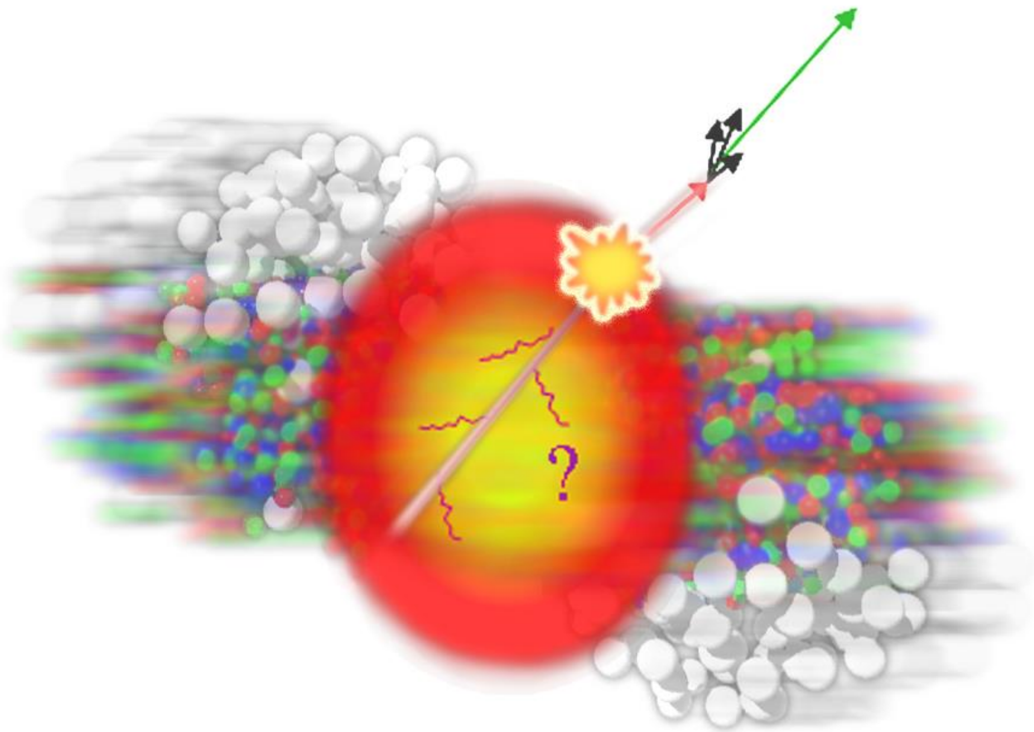
(۳-۳) آشنایی با مفهوم خاموشی جت

خاموشی جت‌ها پدیده‌ای است که در آن افشانه‌های پر انرژی از ذرات در پلاسمای کوارک ـ گلوئون تجزیه شده و به دانشمندان اطلاعات دقیقی از تراکم و ویژگی‌های ماده تولید شده، ارائه می‌کند. چون زمان بوجود آمدن پلاسمای کوارک ـ گلوئون بسیار کم است، بنابراین خود پلاسما را نمی‌توان مشاهده کرد بلکه آثار آن قابل مشاهده است. بوجود آمدن سوپ، علائمی چون جهش ذراتی از آن منطقه در جهت‌های مخالف دارد که به جت (jet) معروف هستند. یکی از نکته‌های مهم در پخش شدن ذرات بعد از بوجود آمدن سوپ کوارک ـ گلوئون این است که این ذرات ثانویه یا جت (jet) که انتظار می‌رفت بصورت جفت در جهت‌های مخالف هم دیده شوند، نقص‌هایی داشتند به این معنی که اگر جتی از یک طرف ظاهر شود، جفتش با همان تکانه در جهت مخالف مشاهده نمی‌شود. از همه مهم‌تر این است که تعداد جت‌هایی که بعد از برخورد سر به سر طلا مشاهده می‌شود، بسیار کم‌تر از تعدادی است که پیش‌بینی شده است. این‌که جت‌ها در این‌جا آن‌چنان زیاد نیستند و تقارن در پخش

شدن هم ندارند، از نظر تئوری توجیه شد و متوجه شدیم که یک پلاسما در محل برخورد دو باریکه‌ی طلا وجود دارد که مثل یک گوی آتشین عمل می‌کند و اگر کوارکی از آن بیرون بیاید مشاهده پذیر و قابل آشکارسازی‌می‌شود و اگر بیرون نیاید و آشکار نشود به این معنی است که کوارک در آن ناحیه به دام افتاده و برهم‌کنش کرده است. پس قانون بقای تکانه به نحوی پایسته می‌ماند .

به طور کلی در برخورد ذرات پر انرژی، جت‌هایی که متشکل از ذرات بنیادی هستند، تولید می‌شود. در برخورد یون‌های سنگین فرانسبیتی، محیطی با جفت‌شدگی بسیار قوی و بسیار داغ و چگال ایجاد می‌شود که به دلیل بالا بودن دمای این محیط، کوارک‌ها و گلوئون‌ها به صورت آزاد وجود دارند. سپس این جت‌ها با این محیط برخورد می‌کنند و بر هم‌کنش می‌دهند که نتیجه‌ی آن کاهش انرژی این جت‌ها و خاموش شدن آن‌ها می‌باشد. این کاهش انرژی به Jet Quenching یا خاموشی جت موسوم است. در این پایان‌نامه، هدف به دست آوردن مقدار این پارامتر خاموشی جت با استفاده از تناظر AdS/CFT و مقایسه‌ی آن با سایر مدل‌های ارائه شده می‌باشد. خاموشی جت، یک ویژگی پلاسمای کوارک ـ گلوئون می‌باشد.

همان‌طور که در تصویر زیر مشاهده می‌کنید پس از تشکیل محیط پلاسمای کوارک ـ گلوئون یکی از جت‌ها از بالای پلاسما خارج شده و دیگری پس از ورود به پلاسما خاموش می‌شود.



شکل (۳-۳) تصویری از خاموشی جت در پلاسمای کوارک ـ گلوئون

در این مورد پارامتر خاموشی جت با محاسبه‌ی مقدار انتظاری حلقه ویلسون نور گونه به دست می‌آید. به همین منظور می‌بایستی ابتدا سیستم مختصات نوری را توصیف کنیم. سپس به محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت به صورت غیر اختلالی می‌پردازیم. زیرا یکی از ویژگی‌های مهم محیط پلاسمای کوارک ـ گلوئون که در RHIC مورد بررسی قرار گرفته است، نسبت چسبندگی برشی[1] به چگالی آنتروپی[2] می‌باشد. برای پلاسمای کوارک ـ گلوئون این کمیت، کم‌ترین مقدار را دارا می‌باشد که مقدار آن تقریبا $\frac{\eta}{s}\approx\frac{1}{4\pi}$ می‌باشد. این خصوصیت سیال را به یک سیال ایده‌آل تبدیل کرده است. در نتیجه یک محیط، با جفت‌شدگی بسیار قوی خواهیم داشت و چون جفت‌شدگی قوی، خاصیت این محیط است، می‌توانیم از تناظر AdS/CFT استفاده کنیم و با استفاده از دوگان گرانش آن به حل مسئله بپردازیم.

[1] Shear viscosity
[2] antropy

برای این‌که $\frac{\eta}{s}<1$ باشد، باید g بسیار بزرگ باشد، در نتیجه محیط جفت‌شدگی بسیار قوی دارد. در نتیجه یک پلاسما با جفت‌شدگی بسیار قوی خواهیم داشت که نمی‌توان با روش‌های بسط اختلالی بررسی کرد، بنابراین به سراغ روش‌های غیراختلالی برای حل مسأله می‌رویم. می توانیم از تناظر AdS/CFT استفاده کنیم و با استفاده از دوگان گرانش آن به حل مسئله بپردازیم.

تناظر AdS/CFT که توسط مالداسنا [۱۱] ارائه شد و توسط ویتن [۱۳] و گابسر به تکامل رسید، رابطه‌ی بین نظریه‌ی ابر گرانش در d +1 بعد فضای آنتی دوسیته (AdS) و نظریه‌ی میدان همدیس (CFT) در d بعد مرز فضایAdS را بیان می‌کند.

یک نمونه‌ی معروف از تناظر AdS/CFT، رابطه‌ی بین نظریه‌ی ریسمان نوع IIB در فضای $AdS_5 \times S^5$ و نظریه‌ی پیمانه‌ای ابر تقارن یانگ ـ میلز N = 4 در چهار بعد در مرز فضای AdS_5 می‌باشد. این دوگانی یک ابراز نیرومند برای مطالعه‌ی QCD در اختیار ما قرار می‌دهد. در این پایان‌نامه به محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت برای ابر تقارن یانگ ـ میلز N =4 می‌پردازیم.

دانشمندان در مرکز RHIC در برخورد دو یون طلا توانسته‌اند به انرژی مرکز جرم $\sqrt{S_{NN}} = 200Gev.A$ دست یابند. اندازه گیری‌های راحت و مناسب پارامتر خاموشی جت باعث شده که این کمیت به عنوان یکی از بهترین خواص مفید پلاسمای داغ در برخورد دهنده‌ی RHIC به حساب آید. مشاهده می‌کنیم که پارامتر خاموشی جت را می‌توان به صورت مدلی مستقل و غیر-اختلالی در زمینه نظریه میدان کوانتومی بر اساس رفتار آن در فواصل کوتاه برای حلقه ویلسون[۱] نور مانند مشخص، بیان کرد.

سپس ما ازتناظر AdS/CFT برای دستیابی به محاسبه پارامتر خاموشی جت در جفت‌شدگی قوی در نظریه ابر تقارن یانگ ـ میلز N=4 در QCD استفاده می‌کنیم تا بتوان به رابطه $\hat{q} = 26.69\sqrt{\alpha_{SYM} N_c}\, T^3$ در حدی که $4\pi\alpha_{SYM} N_c$ و N_c بزرگ هستند، برسیم. سپس یاد خواهیم

[1] Willson loop

گرفت که در جفت‌شدگی قوی، پارامتر خاموشی جت متناسب با N_c^2 افزایش نمی‌یابد [۲]. در QCD مقدار پارامتر خاموشی جت با مکعب دما و مجذور عدد رنگ رابطه مستقیم دارد ولی در مدل AdS/CFT این پارامتر با مکعب دما و جذر عدد رنگ رابطه مستقیم دارد.

برخوردهای فرا نسبیتی هسته ـ هسته در RHIC و LHC مورد مطالعه قرار می‌گیرد تا بتوانند خواص مواد QCD را در چگالی انرژی بالا و دمای بالا بیابند. یکی از این تکنیک‌ها، تناظر AdS/CFT می‌باشد که مسائل غیر اختلالی در نظریه‌های پیمانه‌ای با جفت‌شدگی قوی و دمای بسیار بالا را با مسائل محاسباتی در نظریه دوگان گرانش منطبق می‌کند.

(۳-۴) محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت با استفاده از AdS/CFT

اکنون به محاسبه پارامتر خاموشی جت در ابر تقارن یانگ ـ میلز N=4 در حد N_c بزرگ و λ بزرگ می‌پردازیم. برای انجام محاسبه با استفاده از تناظر AdS/CFT از حلقه‌های ویلسون استفاده می‌کنیم و به نتایج بدست آمده از RHIC نزدیک می‌شویم. در محاسبه پارامتر خاموشی جت، حلقه-های ویلسون C به این صورت در نظر می‌گیریم: L طول کوتاه‌تر C در امتداد x_2 در حلقه‌ی ویلسون می‌باشد و L^- طول بزرگ‌تر در امتداد τ در حلقه‌ی ویلسون است.

$$\left\langle \omega^A\left(c\right)\right\rangle = exp\left[-\frac{1}{4\sqrt{2}}\hat{q}L^-L^2\right] \qquad (۱ - ۴ - ۳)$$

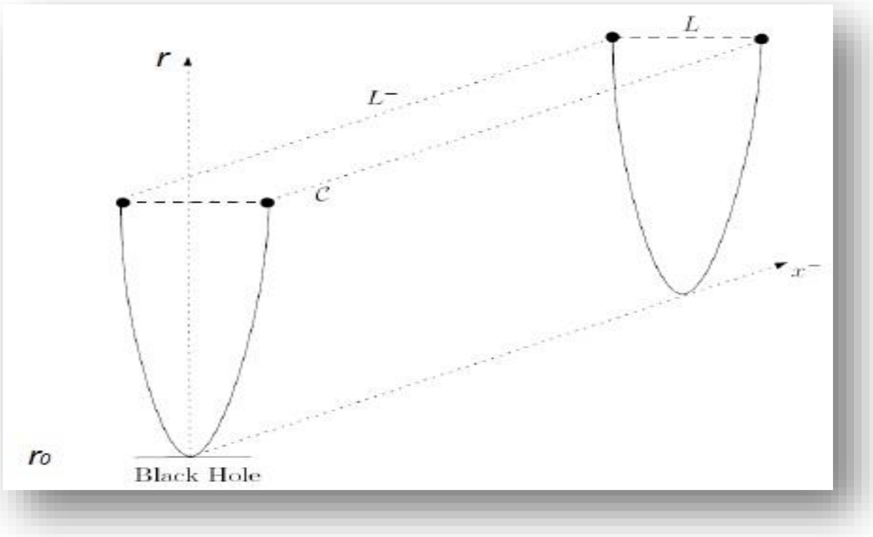
می‌توان ارزش انتظاری گرمایی حلقه ویلسون نور گونه $\left\langle \omega^A\left(c\right)\right\rangle$ در نمایش الحاقی[۱] برای نظریه یانگ ـ میلز N=4 محاسبه کرد. بر طبق تناظر AdS/CFT در حد N_c بزرگ و λ بزرگ ارزش انتظاری گرمایی حلقه ویلسون در نمایش بنیادی[۲] $\left\langle \omega^F\left(c\right)\right\rangle$ با استفاده از متریک فضا ـ زمان خمیده پنج بعدی که یک سیاه‌چاله را در فضای آنتی دوسیته (AdS) توصیف می‌کند، محاسبه شود .

[1] Adjoint representation
[2] Fundamental representation

$$\langle \omega^F (c) \rangle = exp(-S_I(c)) \qquad (۲ - ۴ - ۳)$$

که در رابطه (۳-۴-۲) S_I مقدار کنش نهایی برای ریسمان‌ها می‌باشد.

شکل (۳-۴) تصویری از حلقه ویلسون در تناظر AdS/CFT را نشان می‌دهد.



شکل (۳-۴) نمایش حلقه ویلسون و ریسمان مورد مطالعه

بعد پنجم r، بعد اضافه فضا می‌باشد. افق سیاه‌چاله در $r = r_0$ و (۱+۳) بعد نظریه میدان همدیس در $r \to \infty$ می‌باشند. جهت حرکت ریسمان در راستای x^- و گسترش ریسمان در راستای x_2 است.

$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2}(-fdt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{R^2}{r^2 f}dr^2 \qquad (۳ - ۴ - ۳)$$

که در آن $f = \frac{r^2}{R^2}\left(1 - \frac{r_0^4}{r^4}\right)$ و $R^4 \equiv 4\pi g_s \alpha'^2 N_c$ به این صورت تعریف می‌شود که R شعاع انحنای فضای AdS می‌باشد و r بعد هولوگرام است.

یکی از پرکاربردترین مختصاتی که می‌توانیم برای مطالعه ریسمان به کار ببریم استفاده از مختصات مخروط نوری است. دلیل اینکه در مختصات مخروط نوری کار می‌کنیم این است که جت‌ها با سرعت نور حرکت می‌کنند.

می‌توان با استفاده از مؤلفه‌های صفرم و یکم X^{μ} مختصات مورد نظر را تعریف کنیم که در آن $x^{\pm}$ مؤلفه‌های مختصات مخروط نوری می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x^{\pm}=\frac{x^{0}\pm x^{1}}{\sqrt{2}} \tag{۳ - ۴ - ۴}$$

$$dx^{0}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(dx^{+}+dx^{-}\right)\xrightarrow{x^{0}=ct,c=1}d(ct)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(dx^{+}+dx^{-}\right) \tag{۳ - ۴ - ۵}$$

$$dt=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(dx^{+}+dx^{-}\right),dx^{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(dx^{+}-dx^{-}\right) \tag{۳ - ۴ - ۶}$$

با استفاده از مختصات نوری $X^{\mu}=(x^{\pm},x^{2},x^{3},r)$ متریک AdS سیاه‌چاله با رابطه (۳ - ۴- ۴) داده می‌شود:

$$ds^{2}=-\left(\frac{r^{2}}{R^{2}}-f\right)dx^{+}dx^{-}+\frac{1}{2}\left(\frac{r^{2}}{R^{2}}-f\right)\left(\left(dx^{+}\right)^{2}+\left(dx^{-}\right)^{2}\right)+\frac{r^{2}}{R^{2}}\left(dx_{2}^{2}+dx_{3}^{2}\right)+\frac{1}{f}dr^{2} \tag{۳ - ۴ - ۷}$$

ما به پارامتربندی صفحه‌ای که کنش آن S(c) است و با مختصات $X^{\mu}=X^{\mu}(\tau,\sigma)$ بیان می‌شود، می‌پردازیم تنش ریسمان و شعاع انحنای فضای خمیده R با جفت‌شدگی توفت طبق رابطه $\frac{R^{2}}{\alpha'}=\sqrt{\lambda}$ ارتباط دارد. می‌توان تنش ریسمان را بر حسب مقیاس طول بنیادی l_s بنویسیم که l_s را طول ریسمان می‌نامیم و همچنین خواهیم داشت:

$$T_{s}=\frac{1}{2\pi\alpha'} \tag{۳ - ۴ - ۸}$$

و رابطه α' بر حسب طول ریسمان به صورت $\alpha' = l_s^2$ می‌باشد. زمان جهان سطح را ثابت نگه می-داریم (پیمانه ایستا) ، کنش نامبو گوتو[1] برای ریسمان در جهان صفحه با رابطه (۳ - ۴ - ۹) داده می‌شود:

$$S = \frac{1}{2\pi\alpha'}\int d\sigma d\tau \sqrt{\det g_{\alpha\beta}} \qquad (۳ - ۴ - ۹)$$

که در این رابطه $g_{\alpha\beta}$ متریک القایی می‌باشد که به صورت $g_{\alpha\beta} = G_{\mu\nu}\partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu$ تعریف می-شود. در این رابطه $G_{\mu\nu}$ متریک فضا ـ زمان می‌باشد. در مختصات مخروط نوری ریسمان به صورت $r(\tau,\sigma)$ توصیف می‌شود. در پیمانه ایستا $\tau = x^-$ و $\sigma = x_2$ می‌باشد و بقیه مختصات ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

از آن‌جاکه $-L/2 < x < L/2$ و $L^- < x^- < 0$ و چون $L << L^-$ می‌باشد، می‌توان فرض کرد که جهان سطح در راستای x^- ناورداست. بنابراین مختصات X^μ تنها به مؤلفه طول ریسمان σ بستگی دارد. حلقه ویلسون در مقدار ثابت x^+ , x_3 قرار می‌گیرد بنابراین $x^+(\sigma) = x_3(\sigma) = cte$.

$$X^\mu = \left(\tau, \sigma, 0, r(\sigma)\right) \qquad (۳ - ۴ - ۱۰)$$

اکنون به محاسبه کنش نامبو گوتو می‌پردازیم. چگالی لاگرانژی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathrm{L} = \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}} = \sqrt{\left(\dot{x}.x'\right)^2 - \dot{x}^2 x'^2} \qquad (۳ - ۴ - ۱۱)$$

متریک القایی به صورت رابطه (۳ - ۴ – ۱۲) به دست می‌آید.

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dot{X}.X' & \dot{X}^2 \\ X'^2 & \dot{X}.X' \end{pmatrix} \qquad (۳ - ۴ - ۱۲)$$

[1] Nambu-Goto

با توجه به روابط (۳ - ۴- ۱۳) و (۳ - ۴- ۱۴) چگالی لاگرانژی در زمینه کلی به صورت رابطه (۳- ۴- ۱۵) به دست می‌آید.

$$\dot{X}^{\mu}=\frac{\partial X^{\mu}}{\partial \tau}=(1,0,0,0,0)\Rightarrow \dot{X}^{2}=\frac{1}{2}(\frac{r^{2}}{R^{2}}-f) \qquad (۳ - ۴ - ۱۳)$$

$$X'^{\mu}=\frac{\partial X^{\mu}}{\partial \sigma}=(0,1,0,0,r'(\sigma))\Rightarrow X'^{2}=\frac{r^{2}}{R^{2}}+\frac{1}{f}r'^{2}(\sigma) \qquad (۳ - ۴ - ۱۴)$$

بنابراین با جایگذاری مقادیر بدست آمده می‌توان رابطه متریک القایی را محاسبه نمود:

$$\mathrm{L}=\sqrt{-detg_{\alpha\beta}}=\sqrt{0-\frac{1}{2}(\frac{r^{2}}{R^{2}}-f)(\frac{r^{2}}{R^{2}}+\frac{1}{f}r'^{2}(\sigma))} \qquad (۳ - ۴ - ۱۵)$$

در رابطه (۳ - ۴ - ۱۵) مقدار f را جایگذاری کرده و با فاکتورگیری از عامل $\frac{r^{2}}{R^{2}}$ عبارت فوق ساده می‌شود و به شکل رابطه (۳ - ۴ - ۱۶) در می‌آید.

$$\mathrm{L}=\sqrt{-detg_{\alpha\beta}}=\sqrt{-\frac{1}{2}\frac{r_0^{4}}{R^{4}}(1+r'^{2}\frac{R^{4}}{r_0^{4}}(\frac{r_0^{4}}{r^{4}-r_0^{4}}))} \qquad (۳ - ۴ - ۱۶)$$

$$\mathrm{L}=\sqrt{-\frac{1}{2}(\frac{r_0^{4}}{R^{4}}(1+\frac{r'^{2}R^{2}}{fr^{2}}))} \qquad (۳ - ۴ - ۱۷)$$

با جایگذاری مقدار لاگرانژی در رابطه‌ی کنش به عبارت (۳ - ۴ - ۱۸) خواهیم رسید:

$$S=\frac{1}{2\pi\alpha'}\int_{\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}}d\tau d\sigma\sqrt{-\frac{1}{2}(\frac{r_0^{4}}{R^{4}}(1+\frac{r'^{2}R^{2}}{fr^{2}}))} \qquad (۳ - ۴ - ۱۸)$$

از آنجایی که انتگرال متقارن است می‌توان بازه انتگرال‌گیری را نصف کرد:

$$S=\frac{r_0^2}{\sqrt{2}\pi\alpha' R^2}\int_0^{\frac{L}{2}} d\tau d\sigma\sqrt{1+\frac{r'^2R^2}{fr^2}} \qquad (۳ - ۴ - ۱۹)$$

با انتخاب دستگاه اقلیدسی به صورت $\tau\rightarrow i\tau$ منفی زیر رادیکال توجیه می‌شود. انتگرال‌گیری روی زمان به سادگی انجام می‌شود و L^- به عنوان انتگرال زمانی در نظر گرفته می‌شود.

$$S=\frac{\sqrt{2}L^- r_0^2}{2\pi\alpha' R^2}\int_0^{\frac{L}{2}} d\sigma\sqrt{1+\frac{r'^2R^2}{fr^2}} \qquad (۳ - ۴ - ۲۰)$$

که در این رابطه $r'=\partial_\sigma r$ می‌باشد. اکنون برای یافتن رابطه r' از معادله چگالی هامیلتونی بهره می‌بریم.

$$H=r'\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial r'}-\mathrm{L} \qquad (۳ - ۴ - ۲۱)$$

در این رابطه L لاگرانژی سیستم می‌باشد و مقدار آن با عبارت انتگرالده در رابطه‌ی کنش برابر است.

$$\mathrm{L}=\left(1+\frac{r'^2R^2}{fr^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۳ - ۴ - ۲۲)$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial r'}=\frac{r'R^2}{fr^2}(1+\frac{r'^2R^2}{fr^2})^{-\frac{1}{2}} \qquad (۳ - ۴ - ۲۳)$$

$$H=\frac{r'^2R^2}{fr^2}(1+\frac{r'^2R^2}{fr^2})^{-\frac{1}{2}}-(1+\frac{r'^2R^2}{fr^2})^{\frac{1}{2}} \qquad (۳ - ۴ - ۲۴)$$

$$H=\frac{\frac{r'^2R^2}{fr^2}-1-\frac{r'^2R^2}{fr^2}}{(1+\frac{r'^2R^2}{fr^2})^{\frac{1}{2}}}=\frac{-1}{(1+\frac{r'^2R^2}{fr^2})^{\frac{1}{2}}} \qquad (۳ - ۴ - ۲۵)$$

برای یافتن مقدار r'^2، دو طرف عبارت (۳ - ۴ - ۲۵) را به توان دو می‌رسانیم وپس از معکوس کردن کسر، از آنجا که H ثابت حرکت است، مقدار $(\frac{1}{H^2}-1)$ را به عنوان ثابت γ در نظر می گیریم.

$$\frac{1}{H^2}=(1+\frac{r'^2R^2}{fr^2})\Rightarrow\left(\frac{1}{H^2}-1\right)\frac{fr^2}{R^2}=r'^2 \qquad (۳ - ۴ - ۲۶)$$

$$r'^2=\gamma^2\frac{fr^2}{R^2} \qquad (۳ - ۴ - ۲۷)$$

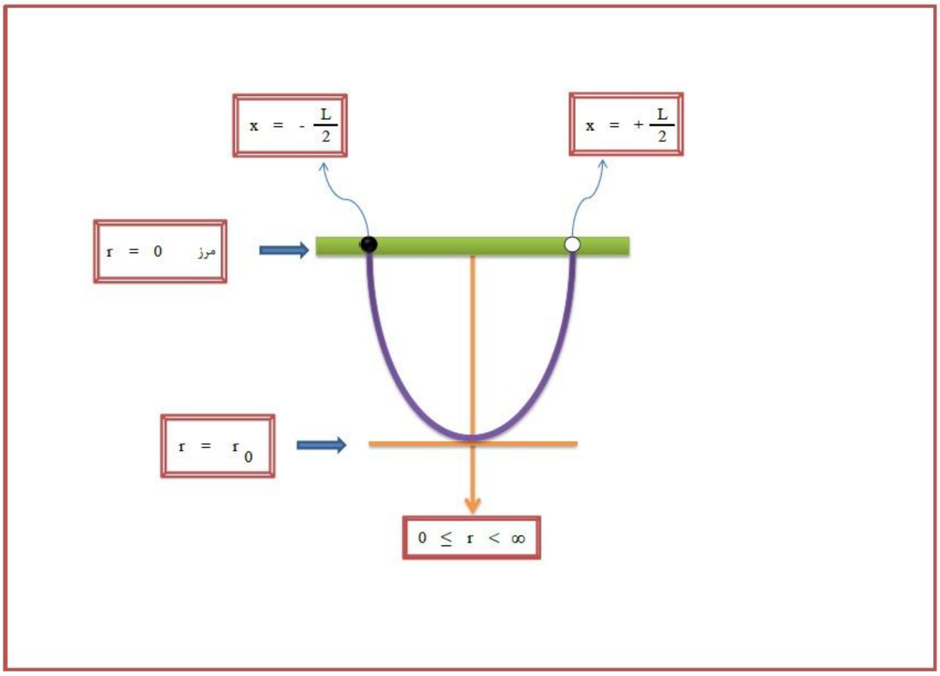
این معادله دارای دو مجموعه جواب می‌باشد:

۱) $\gamma=0$ که در این صورت $r'=0$ می‌باشد و مفهوم $r'(\sigma)=0$ این است که به ازای همه σها، $r(\sigma)=\infty$ می‌شود. این راه حل برای ما جالب توجه نیست.

۲) جواب دیگر به ازای $\gamma>0$ می‌باشد. در این صورت $r(\pm\frac{L}{2})=\infty$ می شود. به این معنا که ریسمان از $\pm\frac{L}{2}$ آویزان می‌باشد و دارای نقطه برگشت در $r'=0$ است که با استفاده از تقارن، این نقطه در $\sigma=0$ اتفاق می‌افتد. در رابطه اخیر می‌توان فهمید که این نقطه برگشت همان نقطه $f=0$ است که به افق سیاه‌چاله در نقطه $r=r_0$ دلالت دارد.

دقت شود که این معادله دارای ریشه‌های دیگری نیز می‌باشد ولی بنابر استدلالی که [۲] آمده است تنها ریشه‌ای که قابل قبول است همان مکان افق سیاه‌چاله می‌باشد.

شکل (۳-۵) ریسمان توصیف شده را به تصویر می‌کشد. ریسمانی را نشان می‌دهد که کوارک و پادکوارک در انتهای ریسمان و روی مرز در $r=\infty$ قرار گرفته و نقطه برگشت، پایین‌ترین قسمت r شکل ریسمان می‌باشد که در این نقطه مشتق r نسبت به مختصه فضایی جهان سطح ریسمان صفر است.



شکل (۳-۵) تصویری از ریسمان مورد مطالعه در AdS/CFT

$$r'(\sigma)=\frac{\partial r}{\partial\sigma}\Rightarrow\sigma(r)=\int\frac{dr}{r'(\sigma)}=\int\frac{dr}{\left(\gamma^2\frac{fr^2}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}}=\int\frac{Rdr}{\sqrt{f}\,\gamma r}\tag{۳ - ۴ - ۲۸}$$

$$\sigma(r)=\int\frac{Rdr}{\sqrt{\frac{r^2}{R^2}\left(1-\frac{r_0^4}{r^4}\right)}\gamma r}=\int\frac{Rdr}{\sqrt{\frac{r^2}{R^2}\left(\frac{r^4-r_0^4}{r^4}\right)}\gamma r}\tag{۳ - ۴ - ۲۹}$$

با جایگذاری رابطه بدست آمده برای $r'(\sigma)$ در رابطه بالا و ساده سازی به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$\sigma(r)=\int\frac{R^2dr}{\gamma\sqrt{r^4-r_0^4}}\tag{۳ - ۴ - ۳۰}$$

از آنجاکه $\sigma(\infty)=\frac{L}{2}$ می‌باشد، می‌توان مقدار $\frac{L}{2}$ را یافت.

$$\frac{L}{2}=\frac{R^2}{\gamma}\int_{r_0}^{\infty}\frac{dr}{\sqrt{r^4-r_0^4}}=\frac{aR^2}{\gamma r_0} \qquad (۳ - ۴ - ۳۱)$$

روش حل انتگرال فوق از طریق توابع گاما می‌باشد. در رابطه (۳-۴-۳۱) مقدار a برابر با $a=\frac{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}\approx 1.311$ می‌باشد.

اکنون به حل انتگرال مذکور می‌پردازیم.

$$\int_{r_0}^{\infty}\frac{dr}{\sqrt{r^4-r_0^4}}=\int_{r_0}^{\infty}\frac{dr}{r^2\sqrt{1-(\frac{r_0^4}{r^4})}} \qquad (۳ - ۴ - ۳۲)$$

حال با تغییر متغیر $x=\frac{r_0}{r}$ و تغییر کران‌های انتگرال به حل مسئله می‌پردازیم. پس از انجام محاسبه‌ها، انتگرال به شکل رابطه (۳ - ۴ - ۳۳) در می‌آید:

$$\int_{r_0}^{\infty}\frac{dr}{\sqrt{r^4-r_0^4}}\xrightarrow{x=\frac{r_0}{r}}=\int_0^1\frac{dx}{r_0\sqrt{1-x^4}} \qquad (۳ - ۴ - ۳۳)$$

اکنون به محاسبه انتگرال معین می‌پردازیم:

$$t=x^4\Rightarrow x=t^{\frac{1}{4}}\Rightarrow dx=\frac{dt}{4t^{\frac{3}{4}}} \qquad (۳ - ۴ - ۳۴)$$

$$=\frac{1}{r_0}\int_0^1\frac{dt}{4t^{\frac{3}{4}}(1-t)^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{4r_0}\int_0^1 t^{-\frac{3}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}}dt \qquad (۳ - ۴ - ۳۵)$$

با مقایسه این انتگرال با تابع بتا می‌توان مقدار عددی آن را محاسبه کرد:

$$\beta(a,b)=\int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1}dt \qquad a>0,b>0 \qquad (۳ - ۴ - ۳۶)$$

از طرفی رابطه بین توابع گاما و بتا بصورت $\beta(a,b)=\frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$ می‌باشد. بنابراین با استفاده از روابط (۳ - ۴ - ۳۵) و (۳ - ۴ - ۳۶)، a=1/4 و b=1/2 خواهد بود.

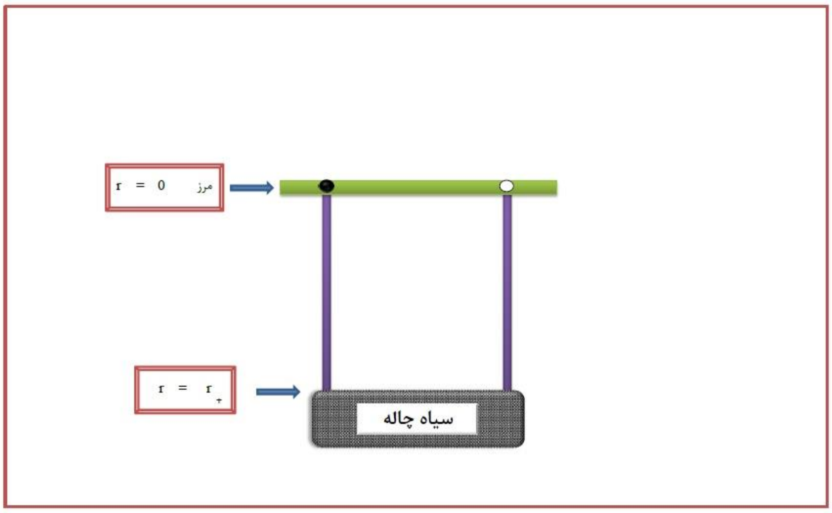
$$\frac{1}{4r_0}\beta(\frac{1}{4},\frac{1}{2})=\frac{\Gamma(\frac{1}{4})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{3}{4})} \qquad (۳ - ۴ - ۳۷)$$

حال با استفاده از روابط مختلف تابع گاما، به ساده‌سازی جواب می‌پردازیم:

$$\Gamma(z)=(z-1)\Gamma(z-1),\Gamma(\frac{5}{4})=\frac{1}{4}\Gamma(\frac{1}{4}),\Gamma(\frac{1}{2})=\sqrt{\pi} \qquad (۳ - ۴ - ۳۸)$$

$$\int_{r_0}^{\infty}\frac{dr}{\sqrt{r^4-r_0^4}}=\frac{1}{r_0}\frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{5}{4})}{\Gamma(\frac{3}{4})} \qquad (۳ - ۴ - ۳۹)$$

حال بایستی خود انرژی ریسمان را نیز در نظر گرفت که با S_0 نشان داده می‌شود. دو ریسمان باز که تا افق سیاه‌چاله آویزان شده‌اند را در نظر می‌گیریم و از آنجاکه تغییرات σ نداریم، شکل (۳-۶) ریسمان توصیف شده را به تصویر می‌کشد.



شکل (۳-۶) تصویری از دو ریسمان باز که خود انرژی آن‌ها را محاسبه نمودیم.

مختصات ریسمان در این حالت به شکل زیر در می‌آید:

$$X^{\mu} = \left(\tau, x^2 = const, 0, r = \sigma\right) \qquad (۳ - ۴ - ۴۰)$$

$$\dot{X}^{\mu} = \frac{\partial X^{\mu}}{\partial \tau} = (1,0,0,0,0) \Rightarrow \dot{X}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{R^2} - f\right) \qquad (۳ - ۴ - ۴۱)$$

$$X'^{\mu} = \frac{\partial X^{\mu}}{\partial \sigma} = (0,0,0,0,1) \Rightarrow X'^2 = \frac{1}{f} \qquad (۳ - ۴ - ۴۲)$$

$$S_0 = \frac{1}{2\pi\alpha'}\int d\tau d\sigma \sqrt{-\frac{1}{2f}\left(\frac{r^2}{R^2} - f\right)} \qquad (۳ - ۴ - ۴۳)$$

از آنجاکه دو ریسمان داریم که تا افق سیاه‌چاله کشیده شده‌اند، انتگرال دو برابر می‌شود و از طرفی چون تغییرات σ در راستای r می‌باشد، بنابراین dσ~dr در نظر می‌گیریم. با جایگذاری f در رابطه بالا و ساده‌سازی، به رابطه خود انرژی خواهیم رسید:

$$S_0 = \frac{2L^-}{2\pi\alpha'}\int dr \sqrt{-\frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{R^2} - \frac{r^2}{R^2}\left(1 - \frac{r_0^4}{r^4}\right)\right)\frac{R^2}{r^2}\left(\frac{r^2}{r^4 - r_0^4}\right)} \qquad (۳ - ۴ - ۴۴)$$

$$S_0 = \frac{L^-}{\pi\alpha'}\int dr \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R^2}\left(-\frac{r_0^4}{r^2}\right)\right)R^2\left(\frac{r^2}{r^4 - r_0^4}\right)} \qquad (۳ - ۴ - ۴۵)$$

$$S_0 = \frac{L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\int dr \sqrt{\frac{r_0^4}{r^4 - r_0^4}} \qquad (۳ - ۴ - ۴۶)$$

$$S_0 = \frac{r_0^2 L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\int \frac{dr}{\sqrt{r^4 - r_0^4}} \qquad (۳ - ۴ - ۴۷)$$

از آنجاکه انتگرال رابطه (۳ - ۴ - ۴۷) در رابطه (۳ - ۴ - ۳۹) محاسبه شد، با جایگذاری جواب انتگرال و استفاده از رابطه $r_0=\pi r^2T$ و رابطه ثابت جفت‌شدگی توفت $\frac{R^2}{\alpha'}=\sqrt{\lambda}$ به فرمول نهایی خود انرژی می‌رسیم:

$$S_0=\frac{r_0^{\,2}L^{-}}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\frac{a}{r_0}=\frac{\pi R^2TL^{-}a}{\sqrt{2}\pi\alpha'}=\frac{\pi TL^{-}a\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2}\pi} \qquad (۳ - ۴ - ۴۸)$$

$$S_0=\frac{a\sqrt{\lambda}L^{-}T}{\sqrt{2}} \qquad (۳ - ۴ - ۴۹)$$

حال به ادامه محاسبه کنش نامبو گوتو می‌پردازیم:

$$S=\frac{\sqrt{2}L^{-}r_0^2}{2\pi\alpha'R^2}\int_{r_0}^{\frac{L}{2}}d\sigma\sqrt{1+\frac{r'^2R^2}{fr^2}}=\frac{\sqrt{2}L^{-}r_0^2}{2\pi\alpha'R^2}\int_{r_0}^{\frac{L}{2}}d\sigma\sqrt{1+\frac{\gamma^2r^2f}{R^2}\frac{R^2}{fr^2}}$$

(۳ - ۴ - ۵۰)

از رابطه‌ی (L/2) رابطه‌ی γ به صورت $\gamma=\frac{2a}{\pi LT}$ $\xleftarrow{r_0=\pi R^2T}$ $\gamma=\frac{2aR^2}{r_0L}$ در می‌آید.

$$\xrightarrow[\frac{R^2}{\alpha'}=\sqrt{\lambda}]{r_0=\pi R^2T}S=\frac{\sqrt{2}L^{-}\pi^2R^4T^2}{2\pi\alpha'R^2}\int_{r_0}^{\frac{L}{2}}d\sigma\sqrt{1+\frac{4a^2}{\pi^2T^2L^2}} \qquad (۳ - ۴ - ۵۱)$$

$$S=\frac{\sqrt{2}\pi L^{-}T^2\sqrt{\lambda}}{2}\int_{r_0}^{\frac{L}{2}}d\sigma\sqrt{1+\frac{4a^2}{\pi^2T^2L^2}}=\left(\frac{\sqrt{2}\pi L^{-}T^2\sqrt{\lambda}}{2}\sqrt{1+\frac{4a^2}{\pi^2T^2L^2}}\right)\sigma\Big]_0^{\frac{L}{2}}$$

(۳ - ۴ - ۵۲)

$$S=\frac{\sqrt{2}\pi LL^{-}T^2\sqrt{\lambda}}{4}\sqrt{1+\frac{4a^2}{\pi^2T^2L^2}} \qquad (۳ - ۴ - ۵۳)$$

$$S=\frac{\pi\sqrt{\lambda}LL^{-}T^2}{2\sqrt{2}}\left(1+\frac{4a^2}{\pi^2T^2L^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۳ - ۴ - ۵۴)$$

با استفاده از رابطه‌ی زیر به محاسبه‌ی کنش نهایی ریسمان می‌پردازیم:

$$S_I = S - S_0$$ (۵۵ - ۴ - ۳)

در محاسبه رابطه زیر از حد LT≪1 بهره بردیم. در این حد برهم‌کنش دو ریسمان در حالت آویخته تا افق، جلوگیری می‌شود و همچنین در این حد کوارک و پادکوارک مقید خواهند ماند در غیر این صورت، کوارک و پادکوارک از هم جدا شده و کوارک آزاد خواهیم داشت.

$$S_I = \frac{\pi\sqrt{\lambda}LL^-T^2}{2\sqrt{2}}(1+\frac{4a^2}{\pi^2T^2L^2})^{\frac{1}{2}} - \frac{a\sqrt{\lambda}L^-T}{\sqrt{2}}$$ (۵۶ - ۴ - ۳)

$$S_I = \frac{\sqrt{\lambda}L^-T}{\sqrt{2}}\left(\frac{\pi LT}{2}\sqrt{1+\frac{4a^2}{\pi^2T^2L^2}} - a\right)$$ (۵۷ - ۴ - ۳)

$$S_I = \frac{\sqrt{\lambda}L^-T}{\sqrt{2}}\left(\frac{\pi LT}{2}\sqrt{\frac{\pi^2T^2L^2+4a^2}{\pi^2T^2L^2}} - a\right) = \frac{\sqrt{\lambda}L^-T}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{\pi^2T^2L^2+4a^2}-2a}{2}\right)$$

(۵۸ - ۴ - ۳)

$$S_I = \frac{\sqrt{\lambda}L^-T}{2\sqrt{2}}\left(\sqrt{4a^2(\frac{\pi^2T^2L^2}{4a^2}+1)} - 2a\right)$$ (۵۹ - ۴ - ۳)

$$\left(1+\varepsilon\right)^{\frac{1}{2}} = 1+\frac{1}{2}\varepsilon \xrightarrow{\text{LT<<1}} \left(\frac{\pi^2T^2L^2}{4a^2}+1\right)^{\frac{1}{2}} = 1+\frac{\pi^2T^2L^2}{8a^2}$$ (۶۰ - ۴ - ۳)

$$S_I = \frac{\sqrt{\lambda}L^-T}{2\sqrt{2}}\left(2a\left(1+\frac{\pi^2T^2L^2}{8a^2}\right) - 2a\right)$$ (۶۱ - ۴ - ۳)

$$S_I = \frac{\sqrt{\lambda}\pi^2T^3L^-L^2}{8\sqrt{2}a}$$ (۶۲ - ۴ - ۳)

اکنون برای یافتن مقدار پارامتر خاموشی جت، با استفاده از رابطه حلقه‌ی ویلسون در نمایش الحاقی[1] و نمایش بنیادی و رابطه‌ی بین آن‌ها $\omega^A(c)=\left(\omega^F(c)\right)^2$ و مقایسه با رابطه (۳ - ۴ - ۶۲)، به رابطه ی پارامتر خاموشی جت دست می‌یابیم.

$$\hat{q}=\frac{\pi^2}{a}\sqrt{\lambda}T^3=\frac{\pi^2}{a}\sqrt{4\pi\alpha_{SYM}N_C}T^3 \qquad \Rightarrow \qquad \hat{q}=26.69\sqrt{\alpha_{SYM}N_c}T^3$$

(۳ - ۴ - ۶۳)

ظاهر شدن $\sqrt{\lambda}$ در رابطه پارامتر خاموشی جت گواهی بر غیر اختلالی بودن محاسبات می‌باشد زیرا چنان‌چه محاسبات اختلالی باشد، بایستی توان یک λ ظاهرشود. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید مقدار این کمیت با $\sqrt{\lambda}$و مکعب دما رابطه‌ی مستقیم دارد اما در نظریه QCD مقدار پارامتر خاموشی جت با N_C^2 رابطه مستقیم دارد.

(۳-۵) روش محاسبه پارامتر خاموشی جت با استفاده از متریک کلی:

اکنون به محاسبه روابط کلی پارامتر خاموشی جت با استفاده از مقاله [۳] می‌پردازیم.

در ابتدا متریک را معرفی نموده و محاسبه‌ها را در مختصات مخروط نوری انجام می‌دهیم.

$$ds^2=-c_T^2dt^2+c_x^2dx^idx_i+c_R^2dr^2+G_{MN}dx^Mdx^N \qquad (۳ - ۵ - ۱)$$

با توجه به این‌که طول ریسمان بصورت $r=r(\sigma)$ می‌باشد پس مختصات پنج بعدی عبارتستاز:

$$X^\mu=(t,x^i,r) \qquad (۳ - ۵ - ۲)$$

$$X^\mu=(\tau,\sigma,0,0,r(\sigma)) \qquad (۳ - ۵ - ۳)$$

[1] Adjoint representation

که در آن r بعد هولوگرام می‌باشد. با توجه به اینکه ریسمان در مختصات مخروط نوری را به صورت $\left[x^{-}=\tau, x^{2}=\sigma, r=r(\sigma), x^{3}=0\right]$ تعریف می‌کنیم و با جایگذاری روابط بدست آمده در مختصات مخروط نوری در بخش (۳-۴)، متریک به شکل زیر در می‌آید.

$$ds^{2}=-c_{T}^{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\left(dx^{+}+dx^{-}\right)\right)^{2}+c_{x}^{2}\left(\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\left(dx^{+}-dx^{-}\right)\right]^{2}+(dx_{2})^{2}+(dx_{3})^{2}\right)+c_{R}^{2}dr^{2}$$

(۴ - ۵ - ۳)

با ساده‌سازی رابطه (۳-۵-۴) به رابطه نهایی برای متریک خواهیم رسید:

$$\begin{aligned}&ds^{2}=-\frac{1}{2}c_{T}^{2}\left((dx^{+})^{2}+(dx^{-})^{2}+2dx^{+}dx^{-}\right)+\frac{1}{2}c_{x}^{2}\left((dx^{+})^{2}+(dx^{-})^{2}-2dx^{+}dx^{-}\right)\\&+c_{x}^{2}\left((dx_{2})^{2}+(dx_{3})^{2}\right)+c_{R}^{2}dr^{2}\\&ds^{2}=\frac{1}{2}\left(c_{x}^{2}-c_{T}^{2}\right)(dx^{-})^{2}+\frac{1}{2}\left(c_{x}^{2}-c_{T}^{2}\right)(dx^{+})^{2}+\left(c_{x}^{2}-c_{T}^{2}\right)dx^{+}dx^{-}\\&+c_{x}^{2}\left((dx_{2})^{2}+(dx_{3})^{2}\right)+c_{R}^{2}dr^{2}\end{aligned}$$

(۵ - ۵ - ۳)

حال به محاسبه کنش می‌پردازیم. از طرفی برای کنش داریم:

$$S=\frac{1}{2\pi\alpha'}\int d\sigma d\tau\sqrt{-\det g_{\alpha\beta}}=\frac{1}{2\pi\alpha'}\int d\sigma d\tau\sqrt{-\det G_{MN}\,\partial_{\alpha}x^{M}\partial_{\beta}x^{N}}$$

(۶ - ۵ - ۳)

برای محاسبه کنش ابتدا بایستی مقدار $\sqrt{-detg_{\alpha\beta}}$ را طبق رابطه (۳-۵-۷) بدست آوریم.

$$\sqrt{-detg_{\alpha\beta}}=\sqrt{\left(\dot{x}.x'\right)^{2}-\dot{x}^{2}x'^{2}}$$ (۷ - ۵ - ۳)

$$\dot{X}^{\mu}=\frac{\partial X^{\mu}}{\partial\tau}=(1,0,0,0,0)\Rightarrow\dot{X}^{2}=\frac{1}{2}(c_{x}^{2}-c_{T}^{2})$$ (۸ - ۵ - ۳)

$$X'^{\mu}=\frac{\partial X^{\mu}}{\partial\sigma}=(0,1,0,0,r'(\sigma))\Rightarrow X'^{2}=c_x^2+c_R^2 r'(\sigma)^2 \qquad (۹-۵-۳)$$

برای محاسبه‌ی این کنش، ابتدا یک ریسمان بازی را در نظر می‌گیریم که دو سر آن روی غشا قرار دارد. با جایگذاری رابطه بدست آمده برای $\sqrt{-det g_{\alpha\beta}}$ به رابطه (۳-۵-۱۰) برای کنش دست می‌یابیم:

$$S=\frac{1}{2\pi\alpha'}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\int_{0}^{L^-}d\tau d\sigma\sqrt{-\frac{1}{2}(c_x^2-c_T^2)(c_x^2+c_R^2 r'(\sigma)^2)} \qquad (۱۰-۵-۳)$$

$$S=\frac{L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\int_{0}^{\frac{L}{2}}d\sigma\sqrt{-\frac{1}{2}(c_x^2-c_T^2)(c_x^2+c_R^2 r'(\sigma)^2)} \qquad (۱۱-۵-۳)$$

اکنون برای یافتن رابطه نهایی کنش بایستی مقدار $r'(\sigma)^2$ را از معادله چگالی هامیلتونی بدست آورد.

$$H=r'\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial r'}-\mathrm{L} \qquad (۱۲-۵-۳)$$

می‌توانیم انتگرال (۳ - ۵- ۱۱) را برحسب چگالی لاگرانژی بنویسیم که به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathrm{L}=\sqrt{(c_x^2-c_T^2)(c_x^2+c_R^2 r'(\sigma)^2)} \qquad (۱۳-۵-۳)$$

حال با استفاده از روابط (۳-۵-۱۲) و (۳-۵-۱۳) به محاسبه چگالی هامیلتونی می‌پردازیم.

$$H=(c_x^2-c_T^2)^{\frac{1}{2}}(c_x^2+c_R^2 r'(\sigma)^2)^{-\frac{1}{2}}c_R^2 r'(\sigma)^2-(c_x^2-c_T^2)^{\frac{1}{2}}(c_x^2+c_R^2 r'(\sigma)^2)^{\frac{1}{2}} \qquad (۱۴-۵-۳)$$

$$H=\frac{(c_x^2-c_T^2)^{\frac{1}{2}}\left(c_R^2 r'(\sigma)^2-c_x^2-c_R^2 r'(\sigma)^2\right)}{(c_x^2+c_R^2 r'(\sigma)^2)^{\frac{1}{2}}}=-\frac{(c_x^2-c_T^2)^{\frac{1}{2}}\left(-c_x^2\right)}{(c_x^2+c_R^2 r'(\sigma)^2)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۱۵-۵-۳)$$

با به توان رساندن دو طرف رابطه بالا، به مقدار $r'(\sigma)^2$ خواهیم رسید.

$$H^2 = \frac{c_x^4(c_x^2 - c_T^2)}{(c_x^2 + c_R^2 r'(\sigma)^2)} \tag{۳ - ۵ - ۱۶}$$

$$H^2(c_x^2 + c_R^2 r'(\sigma)^2) = c_x^4(c_x^2 - c_T^2) \tag{۳ - ۵ - ۱۷}$$

$$r'(\sigma)^2 = \frac{c_x^4}{c_R^2 H^2}(c_x^2 - c_T^2) - \frac{c_x^2}{c_R^2} = \frac{c_x^2}{c_R^2}\left(\frac{1}{H^2}(c_x^2 - c_T^2) - 1\right) \tag{۳ - ۵ - ۱۸}$$

اکنون با در نظر گرفتن مقدار $\frac{1}{H^2} = k$ داریم:

$$\xrightarrow{\frac{1}{H^2}=k} r'(\sigma)^2 = \frac{c_x^2}{c_R^2}\left[k c_x^2 (c_x^2 - c_T^2) - 1\right] \tag{۳ - ۵ - ۱۹}$$

حال می‌توان با استفاده از رابطه (۳ - ۵ - ۱۹)، رابطه‌ای برای $\sigma(r)$ بدست آورد.

$$r'(\sigma) = \frac{\partial r}{\partial \sigma} \rightarrow \sigma(r) = \int \frac{dr}{r'(\sigma)} \tag{۳ - ۵ - ۲۰}$$

$$\sigma(r) = \int \frac{c_R}{c_x} \frac{dr}{(k c_x^2 (c_x^2 - c_T^2) - 1)^{\frac{1}{2}}} \tag{۳ - ۵ - ۲۱}$$

از آنجایی‌که روی مرز $(r \rightarrow \infty \Rightarrow L = 2x)$ می‌باشد، می‌توان مقدار $\frac{L}{2}$ را از رابطه بالا بدست آورد:

$$\frac{L}{2} = \int_{r_H}^{r} \frac{c_R}{c_x} \frac{dr}{(k c_x^2 (c_x^2 - c_T^2) - 1)^{\frac{1}{2}}} \tag{۳ - ۵ - ۲۲}$$

با در نظر گرفتن تغییر متغیر $\rho = \frac{r}{r_H}$ به حل انتگرال می‌پردازیم. در این صورت کران انتگرال نیز تغییر می‌کند. سپس به محاسبه‌ی L می‌پردازیم:

$$L = 2r_H \int_1^\infty \frac{c_R}{c_x} \frac{d\rho}{(kc_x^2(c_x^2 - c_T^2) - 1)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۳ - ۵ - ۲۳)$$

اکنون با بهره‌گیری از حد $LT << 1$ و $k \to \infty$ (معادل با $H \to 0$)، می‌توان از جمله ۱ زیر رادیکال صرف نظر کرد و با ساده شدن رابطه بالا، معادله به شکل زیر در می‌آید:

$$L = \frac{2r_H}{\sqrt{k}} \int_1^\infty \frac{c_R d\rho}{c_x^2 (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۳ - ۵ - ۲۴)$$

اکنون به ادامه محاسبه کنش می‌پردازیم و با جایگذاری رابطه بدست آمده برای $r'(\sigma)^2$ در رابطه‌ی (۳ - ۵ - ۱۱) کنش به صورت زیر در می‌آید:

$$S = \frac{L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'} \int_0^{\frac{L}{2}} d\sigma (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}} \left(c_x^2 + c_R^2 \frac{c_x^2}{c_R^2} \left[kc_x^2 (c_x^2 - c_T^2) - 1 \right] \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۳ - ۵ - ۲۵)$$

$$S = \frac{L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'} \int_0^{\frac{L}{2}} d\sigma (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}} c_x \left(1 + kc_x^2 (c_x^2 - c_T^2) - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۳ - ۵ - ۲۶)$$

$$S = \frac{L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'} \int_0^{\frac{L}{2}} d\sigma (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}} c_x \left(kc_x^2 (c_x^2 - c_T^2) \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۳ - ۵ - ۲۷)$$

$$S = \frac{L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'} \int_0^{\frac{L}{2}} c_x^2 \sqrt{k} (c_x^2 - c_T^2) d\sigma \qquad (۳ - ۵ - ۲۸)$$

در رابطه‌ی بدست آمده از رابطه (۳ - ۵ - ۲۱) مقدار dσ را قرار می‌دهیم:

$$S = \frac{L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'} \int_{r_H}^{r} \sqrt{k} c_x c_R (c_x^2 - c_T^2) \frac{dr}{(kc_x^2(c_x^2 - c_T^2) - 1)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۳ - ۵ - ۲۹)$$

می‌توان با استفاده از تغییر متغیر $\rho = \dfrac{r}{r_H}$ به رابطه‌ای نهایی برای کنش دست یافت:

$$S = \frac{L^{-} r_H}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\int_1^{\infty}\frac{\sqrt{k}\, c_x c_R (c_x^2 - c_T^2)}{(k c_x^2 (c_x^2 - c_T^2) - 1)^{\frac{1}{2}}} d\rho \qquad (۳ - ۵ - ۳۰)$$

در گام بعد می‌بایستی خود انرژی ریسمان‌ها را بدست آوریم. در اینجا تغییرات σ نداریم، بنابراین دو ریسمان باز خواهیم داشت که تا افق r_H کشیده شده‌اند. در این شرایط $\int d\sigma \to \int dr$ تبدیل می‌شود. مختصات ریسمان در این حالت به شکل زیر در می‌آید:

$$X^{\mu} = \left(\tau, x^2 = const, 0, r = \sigma\right) \qquad (۳ - ۵ - ۳۱)$$

با توجه به رابطه (۳ - ۵ - ۶) که برای محاسبه کنش در بخش‌های قبل ذکر شد، بایستی روابط زیر را محاسبه نماییم.

$$\dot{X}^{\mu} = \frac{\partial X^{\mu}}{\partial \tau} = (1,0,0,0,0) \Rightarrow \dot{X}^2 = \frac{1}{2}(c_x^2 - c_T^2) \qquad (۳ - ۵ - ۳۲)$$

$$X'^{\mu} = \frac{\partial X^{\mu}}{\partial \sigma} = (0,0,0,0,1) \Rightarrow X'^2 = c_R^2 \qquad (۳ - ۵ - ۳۳)$$

$$\sqrt{-det g_{\alpha\beta}} = \sqrt{\left(\dot{x}.x'\right)^2 - \dot{x}^2 x'^2} = \sqrt{-\frac{1}{2}(c_x^2 - c_T^2)c_R^2} \qquad (۳ - ۵ - ۳۴)$$

با جایگذاری رابطه‌های بدست آمده در رابطه‌ی کنش، خود انرژی ریسمان‌ها به صورت زیر در می‌آید:

$$S_0 = \frac{1}{2\pi\alpha'}\int_0^{L^{-}}\int_{r_H}^{\infty} d\tau dr \sqrt{-\frac{1}{2}(c_x^2 - c_T^2)c_R^2} \qquad (۳ - ۵ - ۳۵)$$

از طرفی چون دو ریسمان داریم که تا افق کشیده شده‌اند، انتگرال دو برابر می‌شود:

$$S_0 = \frac{L^{-}}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\int_{r_H}^{\infty} c_R \sqrt{(c_x^2 - c_T^2)} dr \qquad (۳ - ۵ - ۳۶)$$

اکنون با بهره‌گیری از تقریب $\rho=\frac{r}{r_H}$ خود انرژی به صورت زیر در می‌آید:

$$S_0=\frac{r_H L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\int_1^\infty c_R\sqrt{(c_x^2-c_T^2)}d\rho \tag{۳ - ۵ - ۳۷}$$

با استفاده از رابطه $S_I=S-S_0$ کنش نهایی را بدست می‌آوریم:

$$S_I=\frac{r_H L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\int_1^\infty [\frac{\sqrt{k}c_x c_R(c_x^2-c_T^2)}{(kc_x^2(c_x^2-c_T^2)-1)^{\frac{1}{2}}}-c_R(c_x^2-c_T^2)^{\frac{1}{2}}]d\rho \tag{۳ - ۵ -۳۸}$$

با استفاده از تقریب $k\to\infty$ به حل انتگرال فوق می‌پردازیم. در رابطه‌ی بالا به ساده کردن عبارت کسری در انتگرالده می‌پردازیم. برای این کار در حد $k\to\infty$ عبارت را ساده کرده و در نهایت از بسط تیلور بهره می‌جوییم.

$$\frac{\sqrt{k}A}{\sqrt{kB-1}}\xrightarrow{k\to\infty}\frac{\sqrt{k}A}{\sqrt{k(B-\frac{1}{k})}}=\frac{A}{\sqrt{B(1-\frac{1}{Bk})}}=\frac{A}{\sqrt{B}}(1-\frac{1}{Bk})^{-\frac{1}{2}} \tag{۳ - ۵ - ۳۹}$$

اکنون عبارت تواندار را بسط تیلور می‌دهیم:

$$=\frac{A}{\sqrt{B}}(1+\frac{1}{2Bk}) \tag{۳ - ۵ - ۴۰}$$

در رابطه‌ی بالا A و B از جمله اول S_I به صورت $A=c_xc_R(c_x^2-c_T^2), B=c_x^2(c_x^2-c_T^2)$ می‌باشد.

حال A و B در رابطه (۳ - ۵ - ۴۰) جایگذاری می‌کنیم و سپس عبارت بدست آمده را در رابطه (۳ - ۵ - ۳۸) قرار می‌دهیم. انتگرال را ساده نموده و به رابطه زیر دست خواهیم یافت:

$$S_I=\frac{r_H L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'}\int_1^\infty [\frac{c_xc_R(c_x^2-c_T^2)}{(c_x^2(c_x^2-c_T^2))^{\frac{1}{2}}}+\frac{c_xc_R(c_x^2-c_T^2)}{2kc_x^3(c_x^2-c_T^2)^{\frac{3}{2}}}-c_R(c_x^2-c_T^2)^{\frac{1}{2}}]d\rho \tag{۳ - ۵ - ۴۱}$$

$$S_I = \frac{r_H L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'} \int_1^\infty \frac{c_R d\rho}{2kc_x^2 (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۳ - ۵ - ۴۲)$$

با توجه به اینکه مقدار انتگرالده رابطه‌ی بالا با انتگرالده رابطه (۳ - ۵ -۲۴) شباهت دارد، می‌توان مقدار این انتگرال را با به توان رساندن دو طرف رابطه‌ی (۳ - ۵ -۲۴) بدست آورد:

$$L = 2r_H \int_1^\infty \frac{c_R}{c_x} \frac{d\rho}{(kc_x^2 (c_x^2 - c_T^2) - 1)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow L^2 = \frac{4r_H^{\ 2}}{k} \left(\int_1^\infty \frac{c_R}{c_x} \frac{d\rho}{(c_x^2 (c_x^2 - c_T^2) - 1)^{\frac{1}{2}}} \right)^2 \qquad (۳ - ۵ - ۴۳)$$

$$\int_1^\infty \frac{c_R d\rho}{c_x^2 (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{kL^2}{4r_H^2} \frac{1}{\int_1^\infty \frac{c_R d\rho}{c_x^2 (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}}}} \qquad (۳ - ۵ - ۴۴)$$

اکنون با جایگذاری مقدار انتگرال رابطه (۳ - ۵ - ۴۴) در رابطه (۳ - ۵ - ۴۲) می‌توان به مقدار نهایی برای S_I دست یافت:

$$S_I = \frac{r_H L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'} \frac{kL^2}{4r_H^2} \frac{1}{2k} \left(\int_1^\infty \frac{c_R d\rho}{c_x^2 (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}}} \right)^{-1} \qquad (۳ - ۵ - ۴۵)$$

$$S_I = \frac{L^-}{\sqrt{2}\pi\alpha'} \frac{L^2}{8r_H} \left(\int_1^\infty \frac{c_R d\rho}{c_x^2 (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}}} \right)^{-1} \qquad (۳ - ۵ - ۴۶)$$

اکنون می‌خواهیم به محاسبه‌ی پارامتر خاموشی جت بپردازیم. برای این منظور چند تعریف برای ضرایب موجود در متریک لحاظ می‌کنیم:

$$c_T^2(\rho) = \frac{1}{\Delta R} \hat{c}_T^2(\rho), c_R^2(\rho) = \Delta R \hat{c}_R^2(\rho), c_x^2(\rho) = \frac{1}{\Delta R} \hat{c}_x^2(\rho) \qquad (۳ - ۵ - ۴۷)$$

کمیت بدون بعد به این صورت $\Delta R = \left(\frac{(\alpha')^{5-p} \lambda}{r_H^{7-p}} \right)^{\frac{1}{2}}$ تعریف می‌شود.

که λ ثابت جفت‌شدگی توفت در p+1 بعد نظریه پیمانه‌ای دوگان می‌باشد. با استفاده از روابط بین حلقه‌های ویلسون در دو نمایش الحاقی و بنیادی، به اثبات رابطه $\hat{q}$ (پارامتر خاموشی جت) می-پردازیم:

$$\hat{q} = \frac{8S(c)}{L^{-}L^{2}} \tag{۳ - ۵ - ۴۸}$$

اکنون به جای $S(c)$ رابطه (۳ - ۵ - ۴۶) را قرار داده و با ساده کردن رابطه مورد نظر به نتیجه زیر خواهیم رسید:

$$\hat{q} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\alpha' r_H}\left(\int_1^\infty \frac{c_R d\rho}{c_x^2 (c_x^2 - c_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \tag{۳ - ۵ - ۴۹}$$

حال با جایگذاری روابط (۳ - ۵ - ۴۷) در رابطه فوق به یافتن مقدار $\hat{q}$ می‌پردازیم.

$$\hat{q} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\alpha' r_H}\left(\int_1^\infty \frac{\sqrt{\Delta R}\,\hat{c}_R}{\frac{1}{\Delta R}\hat{c}_x^2 (\frac{1}{\Delta R}\hat{c}_x^2 - \frac{1}{\Delta R}\hat{c}_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \tag{۳ - ۵ - ۵۰}$$

$$\hat{q} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\alpha' r_H}\left(\int_1^\infty \Delta R^2 \frac{\hat{c}_R}{\hat{c}_x^2 (\hat{c}_x^2 - \hat{c}_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \tag{۳ - ۵ - ۵۱}$$

$$\hat{q} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\alpha' r_H}\Delta R^{-2}\left(\int_1^\infty \frac{\hat{c}_R}{\hat{c}_x^2 (\hat{c}_x^2 - \hat{c}_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \tag{۳ - ۵ - ۵۲}$$

حال به جای ΔR مقدار آن را جایگذاری می‌کنیم.

$$\hat{q}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi\lambda}\left(\frac{{r_H}^{7-p}}{(\alpha')^{5-p}\lambda}\right)\left(\int_1^{\infty}\frac{\hat{c}_R}{\hat{c}_x^2(\hat{c}_x^2-\hat{c}_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \qquad (۳ - ۵ - ۵۳)$$

$$\hat{q}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi\lambda}(\frac{r_H}{\alpha'})^{6-p}\left(\int_1^{\infty}\frac{\hat{c}_R dp}{\hat{c}_x^2(\hat{c}_x^2-\hat{c}_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \qquad (۳ - ۵ - ۵۴)$$

با استفاده از رابطه دمای سیاه‌چاله هاوکینگ که با رابطه زیر داده شده است، مقدار $\left(\frac{r_H}{\alpha'}\right)$ را می‌یابیم.

$$T=\frac{1}{4\pi}\frac{c_T'^2(r)}{\sqrt{c_T^2(r)c_R^2(r)}},(r=r_H ر) \qquad (۳ - ۵ - ۵۵)$$

در این رابطه به جای ضرایب، مقدار آن‌ها را از رابطه (۳ - ۵ - ۴۷) جایگذاری می‌کنیم.

در رابطه (۳ - ۵ - ۴۷) متغیر ρ می‌باشد اما در رابطه‌ی بالا متغیر بر حسب r تعریف شده است.

بنابراین از تغییر متغیر $\rho=\frac{r}{r_H}$ استفاده می‌کنیم.

$$T=\frac{1}{4\pi}\frac{\frac{d}{dr}c_T^2(r)}{\sqrt{c_T^2(r)c_R^2(r)}}=\frac{1}{4\pi}\frac{\frac{1}{r_H}\frac{d}{d\rho}c_T^2(\rho)}{\sqrt{c_R^2(\rho)c_R^2(\rho)}} \qquad (۳ - ۵ - ۵۶)$$

$$T=\frac{1}{4\pi}\frac{\frac{1}{r_H}c_T'^2(\rho)}{\sqrt{c_T^2(\rho)c_R^2(\rho)}} \qquad (۳ - ۵ - ۵۷)$$

$$T=\frac{1}{4\pi}\frac{\frac{1}{r_H}\frac{1}{\Delta R}\hat{c}_T'^2(\rho)}{\sqrt{\hat{c}_T^2(\rho)\hat{c}_R^2(\rho)}} \qquad (۳ - ۵ - ۵۸)$$

$$T=\frac{1}{4\pi r_H}\left(\frac{r_H^{7-p}}{\alpha'^{5-p}\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{\hat{c}_T'^2(\rho)}{\sqrt{\hat{c}_T^2(\rho)\hat{c}_R^2(\rho)}} \qquad (۳ - ۵ - ۵۹)$$

$$T=\frac{1}{4\pi r_H}\left(\frac{r_H^{7-p}}{\alpha'^{5-p}\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{\hat{c}_T'^2(\rho)}{\sqrt{\hat{c}_T^2(\rho)\hat{c}_R^2(\rho)}} \qquad (۳ - ۵ - ۶۰)$$

ما به دنبال یافتن مقدار $\left(\frac{r_H}{\alpha'}\right)$ هستیم. برای این منظور دو طرف رابطه‌ی بالا را به توان دو رسانده، سپس مقدار این کمیت را بدست می‌آوریم.

$$\frac{4\pi T\sqrt{\hat{c}_T^2(\rho)\hat{c}_R^2(\rho)}}{\hat{c}_T'^2(\rho)}=\frac{1}{r_H}\left(\frac{r_H^{7-\rho}}{\alpha'^{5-\rho}\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۳ - ۵ - ۶۱)$$

$$\left(\frac{4\pi T\sqrt{\hat{c}_T^2(\rho)\hat{c}_R^2(\rho)}}{\hat{c}_T'^2(\rho)}\right)^2=\frac{1}{r_H^2}\left(\frac{r_H^{7-\rho}}{\alpha'^{5-\rho}\lambda}\right) \qquad (۳ - ۵ - ۶۲)$$

$$\left(\frac{4\pi T\sqrt{\hat{c}_T^2(\rho)\hat{c}_R^2(\rho)}}{\hat{c}_T'^2(\rho)}\right)^2=\frac{1}{r_H^2}\left(\frac{r_H}{\alpha'}\right)^{5-\rho}\frac{r_H^2}{\lambda} \qquad (۳ - ۵ - ۶۳)$$

$$\frac{r_H}{\alpha'}=\left[\frac{4\pi T\sqrt{\lambda}\sqrt{\hat{c}_T^2(\rho)\hat{c}_R^2(\rho)}}{\hat{c}_T'^2(\rho)}\right]_{\rho=1}^{\frac{2}{5-p}} \qquad (۳ - ۵ - ۶۴)$$

با قرار دادن رابطه (۳ - ۵ - ۶۴) در فرمول پارامتر خاموشی جت که در رابطه (۳- ۵ - ۵۴) بیان شد، به رابطه‌ای کلی برای این کمیت دست می‌یابیم:

$$\hat{q}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi\lambda}\left(\frac{r_H}{\alpha'}\right)^{6-p}\left(\int_1^\infty\frac{\hat{c}_R}{\hat{c}_x^2(\hat{c}_x^2-\hat{c}_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \qquad (۳ - ۵ - ۶۵)$$

$$\hat{q}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi\lambda}\left[16\pi^2T^2\lambda\left(\frac{\sqrt{\hat{c}_T^2(1)\hat{c}_R^2(1)}}{\hat{c}_T'^2(1)}\right)^2\right]^{\frac{6-p}{5-p}}\left(\int_1^\infty\frac{\hat{c}_R}{\hat{c}_x^2(\hat{c}_x^2-\hat{c}_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \qquad (۳ - ۵ - ۶۶)$$

در نهایت رابطه کلی به صورت زیر در می‌آید:

$$\hat{q} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi}\left[16\pi^2\left(\frac{\sqrt{\hat{c}_T^2(1)\hat{c}_R^2(1)}}{\hat{c}_T'^2(1)}\right)^2\right]^{\frac{6-p}{5-p}} T^2\left(T^2\lambda\right)^{\frac{1}{5-p}}\left(\int_1^\infty \frac{\hat{c}_R}{\hat{c}_x^2(\hat{c}_x^2-\hat{c}_T^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \qquad (۶۷ - ۵ - ۳)$$

(۳-۶) محاسبه پارامتر خاموشی جت با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی

تناظر AdS/CFT از حد کلاسیکی نظریه ریسمان فراتر می‌رود. در این حد، این تناظر، یک نگاشت بین راه حل‌های کلاسیکی ابرگرانش با نظریه میدان کوانتومی بوجود می‌آورد. در این بخش از رابطه کلی پارامتر خاموشی جت که در بخش (۳-۵) اثبات شد، استفاده می‌کنیم. قصد داریم تصحیحاتی گرانشی را روی این کمیت اعمال کنیم [۳]. علت در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی این است که در تناظر AdS/CFT برای محاسبه پارامتر خاموشی جت، حد جفت‌شدگی توفت را بی‌نهایت در نظر می‌گیریم. در این حد، مقدار پارامتر خاموشی جت محاسبه شده با مقدار تجربی اختلاف دارد. برای رفع این مشکل، جفت‌شدگی را محدود در نظر می‌گیریم تا مقدار این کمیت به مدل QCD نزدیک‌تر شود. برای این منظور بخشی از اطلاعات مربوط به این راه حل را می‌توان در قالبی به شرح زیر بیان کرد:

$$\hat{c}_T^2 = \rho^2\left(1-\rho^{-4}\right)\left(1+\gamma T(\rho)+...\right) \qquad (۱ - ۶ - ۳)$$

$$\hat{c}_x^2 = \rho^2\left(1+\gamma X(\rho)+...\right) \qquad (۲ - ۶ - ۳)$$

$$\hat{c}_R^2 = \rho^{-2}\left(1-\rho^{-4}\right)^{-1}\left(1+\gamma R(\rho)+...\right) \qquad (۳ - ۶ - ۳)$$

در عبارت‌های بالا γ همان عبارت تصحیحاتی می‌باشد.

$$T(\rho) = \left(-75\rho^{-4} - \frac{1225}{16}\rho^{-8} + \frac{695}{16}\rho^{-12}\right) \qquad (۴ - ۶ - ۳)$$

$$X(\rho) = \left(-\frac{25}{16}\rho^{-8}(1+\rho^{-4})\right) \qquad (۵ - ۶ - ۳)$$

$$R(\rho)=\left(75\rho^{-4}+\frac{1175}{16}\rho^{-8}-\frac{4585}{16}\rho^{-12}\right) \qquad (۳ - ۶ - ۶)$$

با وارد کردن این داده‌ها در رابطه (۳ - ۵ - ۶۵) به رابطه زیر دست می‌یابیم:

$$\hat{q}=\frac{1}{\pi\lambda}\left(\frac{r_H}{\alpha'}\right)^{6-p}\left(\int_1^\infty \frac{\rho^{-1}\left(1-\rho^{-4}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(1+\gamma R(\rho)\right)^{-\frac{1}{2}}d\rho}{\rho^2\left(1+\gamma X(\rho)\right)\left(\rho^2\left(1+\gamma X(\rho)\right)-\rho^2\left(1-\rho^{-4}\right)\left(1+\gamma T(\rho)\right)\right)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

(۳ - ۶ - ۷)

$$\hat{q}=\frac{1}{\pi\lambda}\left(\frac{r_H}{\alpha'}\right)^{6-p}\left(\int_1^\infty \frac{(1+\gamma R(\rho))^{\frac{1}{2}}d\rho}{\rho^4\left(1-\rho^{-4}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1+\gamma X(\rho)\right)\left(\gamma X(\rho)-\gamma T(\rho)+\rho^{-4}+\rho^{-4}\gamma T(\rho)\right)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

(۳ - ۶ - ۸)

در این مرحله مقدار انتگرالده را حول γ تا مرتبه اول بسط تیلور می‌دهیم.

$$f(\gamma)=\frac{\sqrt{1+\gamma R(\rho)}}{(1-\frac{1}{\rho^4})\rho^4(1+\gamma X(\rho))\sqrt{\frac{1}{\rho^4}-\gamma T(\rho)+\frac{\gamma T(\rho)}{\rho^4}+\gamma X(\rho)}} \qquad (۳ - ۶ - ۹)$$
$$=f(0)+f'(0)\gamma+O(\gamma)^2$$

اکنون مقدار توابع بسط تیلور را محاسبه می‌کنیم:

$$f(0)=\frac{1}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۳ - ۶ - ۱۰)$$

$$f'(0)=\frac{1}{2}\frac{R(\rho)-X(\rho)(2+\rho^4)+T(\rho)(\rho^4-1)}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۳ - ۶ - ۱۱)$$

با قرار دادن رابطه‌های بدست آمده در رابطه‌ی (۳ - ۶ - ۹) داریم:

$$f(\gamma)=\frac{1}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}+\gamma\frac{1}{2}\frac{R(\rho)-X(\rho)(2+\rho^4)+T(\rho)(\rho^4-1)}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}} \qquad (۱۲-۶-۳)$$

در گام بعد می‌بایستی مقدار $\left(\frac{r_H}{\alpha'}\right)$ را به ازای p=3 محاسبه کرده و سپس آن را حول γ تا مرتبه اول بسط تیلور می‌دهیم.

$$\frac{r_H}{\alpha'}=\left[\frac{4\pi T\sqrt{\lambda}\sqrt{\hat{c}_T^2(\rho)\hat{c}_R^2(\rho)}}{\hat{c}_T'^2(\rho)}\right]_{\rho=1}^{\frac{2}{5-p}} \qquad (۱۳-۶-۳)$$

$$(p=3)\Rightarrow\frac{r_H}{\alpha'}=\left[\pi T\sqrt{\lambda}\sqrt{\frac{1+\gamma R(\rho)}{1+\gamma T(\rho)}}\right]_{\rho=1} \qquad (۱۴-۶-۳)$$

$$R(1)=-\frac{2210}{16},T(1)=-\frac{1730}{16} \qquad (۱۵-۶-۳)$$

در رابطه $\frac{r_H}{\alpha'}$ ،$\hat{q}$ دارای توان ۳ می‌باشد. لذا تابعی که بسط خواهیم داد بصورت زیر در می‌آید.

$$\left(\frac{r_H}{\alpha'}\right)^3=\pi^3T^3\lambda^{\frac{3}{2}}\left(\frac{1+\gamma R(\rho)}{1+\gamma T(\rho)}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (۱۶-۶-۳)$$

$$\begin{aligned}f(\gamma)&=\left(\frac{1+\gamma R(\rho)}{1+\gamma T(\rho)}\right)^{\frac{3}{2}}\\&=f(0)+f'(0)\gamma+O(\gamma)^2\\&=1+\frac{3}{2}\gamma(R(\rho)-T(\rho))_{\rho=1}\\&=1-45\gamma\end{aligned} \qquad (۱۷-۶-۳)$$

اکنون می‌توان با جایگذاری روابط بدست آمده، مقدار پارامتر خاموشی جت را با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی محاسبه نمود.

$$\hat{q}=\frac{1}{\pi\lambda}\pi^3 T^3\lambda^{\frac{3}{2}}(1-45\gamma)\left(\int_1^\infty \frac{1}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}d\rho+\gamma\int_1^\infty \frac{1}{2}\frac{R(\rho)-X(\rho)(2+\rho^4)+T(\rho)(\rho^4-1)}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

(۳ - ۶ - ۱۸)

انتگرال‌های بالا را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$a=\int_1^\infty \frac{1}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}d\rho=\sqrt{\pi}\,\frac{\Gamma(\frac{5}{4})}{\Gamma(\frac{3}{4})}$$ (۳ - ۶ - ۱۹)

$$I=\int_1^\infty \frac{R(\rho)-X(\rho)(2+\rho^4)+T(\rho)(\rho^4-1)}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}=-\frac{30725\pi^{\frac{3}{2}}}{924\sqrt{2}\Gamma(\frac{3}{4})^2}$$ (۳ - ۶ - ۲۰)

مقدار عددی انتگرال (۳ - ۶ - ۲۰) با استفاده از نرم‌افزار Mathmatica محاسبه شده است که در پیوست ۱ آمده است.

$$\hat{q}=\pi^2\sqrt{\lambda}T^3\left(\int_1^\infty \frac{1}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}d\rho+\gamma\int_1^\infty \frac{1}{2}\frac{R(\rho)-X(\rho)(2+\rho^4)+T(\rho)(\rho^4-1)}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}-45\int_1^\infty \frac{1}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}d\rho\right.$$
$$\left.-45\gamma^2\int_1^\infty \frac{1}{2}\frac{R(\rho)-X(\rho)(2+\rho^4)+T(\rho)(\rho^4-1)}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

(۳ - ۶ - ۲۱)

از مرتبه دوم γ صرف نظر می‌کنیم. بنابراین جمله آخر در عبارت بالا صفر می‌شود.

$$\hat{q}=\pi^2\sqrt{\lambda}T^3\left(a+\gamma(\frac{I}{2}+45a)\right)^{-1}$$ (۳ - ۶ - ۲۲)

در پایان با فاکتوگیری از a به رابطه نهایی برای پارامتر خاموشی جت دست می‌یابیم:

$$\hat{q} = \frac{\pi^2\sqrt{\lambda}}{a} T^3 \left(1-\gamma(\frac{I}{2a}+45)\right) \qquad (۲۳ - ۶ - ۳)$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در رابطه بدست آمده جمله اول همان رابطه محاسبه شده با استفاده از AdS/CFT می‌باشد. جمله‌های بعدی نتیجه در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی می‌باشد.

جمع بندی:

در این پایان‌نامه ابتدا به مطالعه‌ی خاموشی جت و پلاسمای کوارک ـ گلوئون پرداختیم. خاموشی جت مهم‌ترین مشخصه پلاسمای کوارک ـ گلوئون است که در برخورد یون‌های سنگین نسبیتی ایجاد می-شود. در مقیاس انرژی RHIC، جفت‌شدگی قوی می‌باشد. در واقع ثابت جفت‌شدگی QCD که با g_s نمایش داده می‌شود و با رابطه $\alpha_S = \frac{g_s^2}{4\pi}$ بیان می‌شود و ثابت جفت‌شدگی توفت که به صورت $\lambda = 4\pi N_C \alpha_S = g_{YM}^2 N_C$ تعریف می‌شود و بسیار قوی می‌باشد. لذا روش‌های اختلالی برای انجام محاسبات مناسب نیست.

پارامتر خاموشی جت را با استفاده از تناظر AdS/CFT در مختصات مخروط نوری بدست آوردیم. مشاهده نمودیم که مقدار محاسبه شده به داده‌های بدست آمده از RHIC نزدیک است. مقدار این کمیت با مکعب دما رابطه مستقیم دارد.

سپس به محاسبه‌ی این کمیت با استفاده از متریک کلی پرداختیم و به رابطه‌ای کلی برای پارامتر خاموشی جت دست یافتیم. با استفاده از این رابطه کلی می‌توان مقدار این کمیت را در هر پلاسمایی بدست آورد. در مرحله آخر از رابطه کلی پارامتر خاموشی جت استفاده کرده و به محاسبه‌ی این پارامتر با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی پرداختیم.

سوالی که در اینجا مطرح می شود این است که چه مقادیری از ثابت جفت‌شدگی توفت $g_{YM}^2 N_C$ برای مقایسه پارامتر خاموشی جت با داده‌های بدست آمده از RHIC باید استفاده شود؟

نظریه ابر تقارن یانگ ـ میلز N=4 با نظریه QCD کاملا متفاوت است. بنابراین مقایسه را در بازه‌ای از دما که بالاتر از مقیاس محبوس‌شدگی و شکست تقارن دستیدگی در QCD می‌باشد انتخاب می‌کنیم. اما باید توجه داشته باشیم که بازه دمایی انتخاب شده باید به گونه‌ای باشد که در RHIC به آن دما رسیده باشند.

با انتخاب $g_{YM}=g_s$ که g_{YM} ثابت جفت‌شدگی توفت و g_s ثابت جفت‌شدگی QCD است شروع می‌کنیم. دلیل این انتخاب این است که در جفت‌شدگی ضعیف منجر به جرم بزرگ‌تر دیبای m_D برای نظریه ابر تقارن یانگ ـ میلز N=4 نسبت به QCD می‌شود.

در ابتدا برای بدست آوردن یک کمیت عددی از این پارامتر می‌بایستی جایگذاری‌های دقیقی از پارامترها داشته باشیم. بنابراین به ازای دماهای مختلف مقدار این پارامتر را محاسبه می‌کنیم. از طرف دیگر، مقدار ثابت جفت‌شدگی توفت در بازه ۸-۳/۵ می‌باشد. با قرار دادن مقدار مختلف T و λ در رابطه پارامتر خاموشی جت، چندین مقدار عددی برای این کمیت دست می‌یابیم [۱۴].

در جدول ۱ مشاهده می‌شود که با در نظر گرفتن مقادیر مختلفی برای دما و λ مقدار پارامتر خاموشی جت تغییر خواهد کرد. با افزایش مقدار λ و دما مقدار پارامتر خاموشی جت نیز افزایش می‌یابد.

جدول۱: در نظر گرفتن مقادیر مناسب λ با استفاده از منبع [۱۴]

T(Mev)	۱۹۰	۲۵۰	۲۵۰	۲۵۰	۲۵۰	۲۹۰
λ	۶π	۶π	۳/۵	۵/۵	۸	۵/۵
$\hat{q}$(GeV^2/fm)	۱/۱۳	۲/۵	۱/۱۱	۱/۴	۱/۷	۲/۱

با توجه به اینکه مقدار پارامتر خاموشی جت که با استفاده از تناظر AdS/CFT محاسبه نمودیم با مقدار بدست آمده از RHIC اختلاف دارد، به مقایسه مقدار پارامتر خاموشی جت با مدل هولوگرافی IHQCD می‌پردازیم.

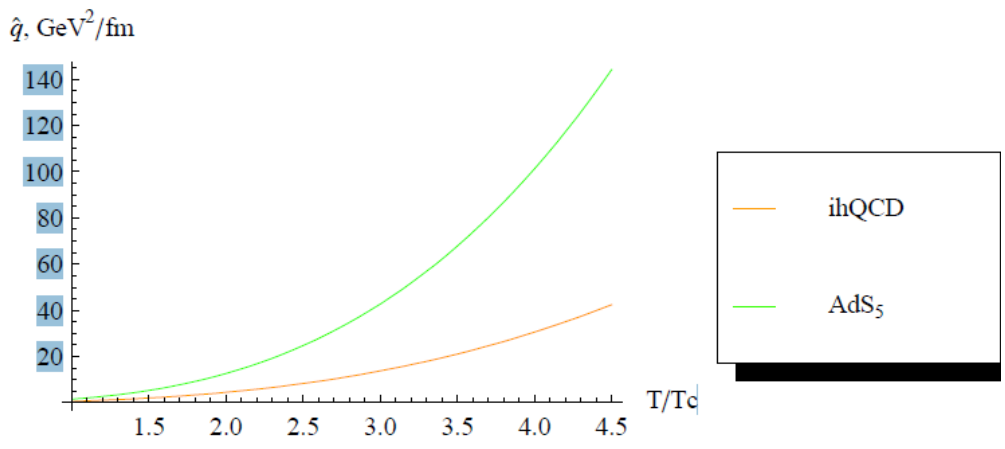
در ادامه به مقایسه‌ی مقدار این کمیت در دو مدل یانگ ـ میلز N = 4 و مدل هولوگرافی IHQCD می‌پردازیم [۵]. در نظریه‌ی یانگ ـ میلز که یک نظریه‌ی ابرتقارنی می‌باشد، چهار ابر بار در این نظریه وجود دارد به همین دلیل این نظریه تحت عنوان N=4 SYM شناخته می‌شود. نکته‌ی مهم دیگر که باید یادآور شویم این است که نظریه‌ی ابر تقارن یانگ میلز یک نظریه میدان است.

در مقاله [۲] با استفاده از تناظر AdS/CFT به محاسبه‌ی برخی کمیت‌ها در سمت AdS به جای سمت دوگان آن یعنی CFT می‌پردازند. ضعف عمده مدل‌هایی نظیر یانگ ـ میلز N=4 در فرضیه‌ی همدیس بودن میدان‌ها می‌باشد. بنابراین در مقاله [۱۵] تلاش شده است تا دوگان جدیدی را معرفی شود که در سمت CFT فرض همدیس بودن وجود نداشته باشد. ایده اصلی IHQCD این است که یک زمینه گرانش ایجاد کند به گونه‌ای که دوگان نظریه میدان آن همدیس نباشد. با این فرض مقادیر $\hat{q}$ بدست آمده بسیار نزدیک‌تر به مدل QCD می‌شود.

در مدل IHQCD فرض همدیس بودن میدان‌ها در سمت CFT وجود ندارد. از طرفی می‌دانیم که ماده‌ی داغ و چگالQCD که به نام پلاسمای کوارک-گلوئون شناخته می‌شود نیز کاملا همدیس نمی-باشد. IHQCD در بهترین حالت توصیف‌کننده یک نظریه میدان است.

به عنوان مثال در دمای T=۲۹۰ Mev که متناظر با دمای T=۳۹۵ Mev درمدل IHQCD می-باشد، مقدار پارامتر خاموشی جت در حدود ۲ GeV^2/fm می‌باشد.

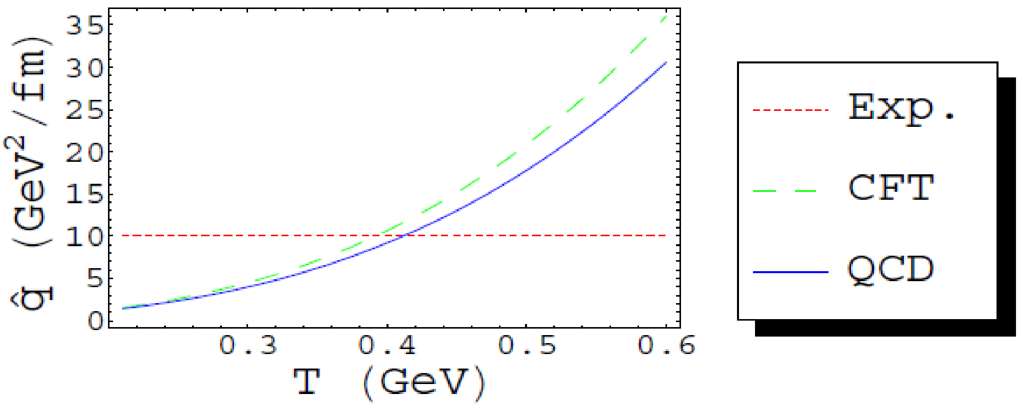
شکل (۳-۷) بر اساس داده‌های بدست آمده از دو مدل یانگ ـ میلز و مدل IHQCD رسم شده است [۵]. در این نمودار به مقایسه پارامتر خاموشی جت در دو مدل یانگ ـ میلز و مدل IHQCD می‌پردازیم.



شکل (۳-۷) نمودار پارامتر خاموشی جت بر حسب دما در دو مدل یانگ ـ میلز و مدل IHQCD [۱۵]

با توجه به نمودار رسم شده این‌گونه استنباط می‌شود که با افزایش دما مقدار پارامتر خاموشی جت در هر دو نمودار افزایش می‌یابد اما سرعت افزایش این کمیت با دما در مدل IHQCD کم‌تر می‌باشد. در مدل یانگ ـ میلز $N = 4$ مقدار پارامتر خاموشی جت با مکعب دما رابطه مستقیم دارد ولی با توجه به نمودار فوق می‌بینیم که مدل IHQCD هم‌خوانی بهتری با داده‌های تجربی و مدل QCD دارد.

درشکل (۳-۸) داده‌های تجربی بدست آمده برای پارامتر خاموشی جت با مدل QCD و مدل AdS/CFT مقایسه شده است. مقدار بدست آمده از QCD کوچک‌تر از مدل همدیس می‌باشد.



شکل (۳-۸) نمودار مقایسه پارامتر خاموشی جت بر حسب دما در مدل همدیس و مدلQCD و مقدار تجربی

مقدار تجربی بدست آمده از RHIC در حدود GeV^2/fm ۱۵-۵ می‌باشد که بزرگ‌تر از داده‌های بدست آمده از مدل QCD است. در QCD مقدار پارامتر خاموشی جت با مکعب دما و مجذور عدد رنگ رابطه مستقیم دارد. در این پایان‌نامه به محاسبه این پارامتر در مدل یانگ ـ میلز N=4 می‌پردازیم. برای این منظور از تناظر AdS/CFT بهره بردیم.

مقدار پارامتر خاموشی جت محاسبه شده با استفاده از تناظر AdS/CFT با مکعب دما و جذر عدد رنگ رابطه مستقیم دارد. مقدار بدست آمده از این روش نیز با مقدار بدست آمده از مدل QCD تفاوت دارد. ضعف عمده مدل هایی نظیر یانگ ـ میلز N=4 در فرضیه همدیس بودن میدان ها می باشد. برای حل این اختلاف مقدار پارامتر خاموشی جت را با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی محاسبه می‌نماییم. در انجام محاسبات با استفاده از تناظر AdS/CFT ثابت جفت‌شدگی توفت به سمت بی نهایت می‌کرد اما با اعمال تصحیحات گرانشی مقدار ثابت جفت‌شدگی توفت را محدود در نظر می‌گیریم.

با بدست آوردن رابطه کلی برای پارامتر خاموشی جت و با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی مقدار پارامتر خاموشی جت به مقدار تجربی نزدیک تر می شود.

از طرف دیگر در مدل IHQCD که به تازگی ارائه شده است با در نظر گرفتن میدان های غیر همدیس مقدار این کمیت با مقدار تجربی هم خوانی بیشتری دارد.

پیوست

❖ **نمونه فایل محاسبات در Mathematica**

پیوست ۱: بدست آوردن انتگرال رابطه (۳ - ۶ - ۲۰):

$$T = -75\,\rho^{-4} - \frac{1225}{16}\,\rho^{-8} + \frac{695}{16}\,\rho^{-12};$$

$$R = 75\,\rho^{-4} + \frac{1175}{16}\,\rho^{-8} - \frac{4585}{16}\,\rho^{-12};$$

$$X = \left(-\frac{25}{16}\,\rho^{-8}\,(1+\rho^{-4})\right);$$

$$\text{Integrate}\left[\frac{R - X\,(\rho^4+2) + T\,(\rho^4-1)}{\sqrt{\rho^4-1}},\ \{\rho,\ 1,\ \infty\}\right]$$

$$-\frac{645225\ \pi^{3/2}}{4096\ \sqrt{2}\ \text{Gamma}\left[\frac{11}{4}\right]\ \text{Gamma}\left[\frac{15}{4}\right]}$$

$$645225 \Big/ \left(4096. * \frac{4851}{1024}\right)$$

33.2521645021645`

$$\Gamma[1+x] = x\,\Gamma[x]$$

$$\Gamma\left[\frac{11}{4}\right] = \Gamma\left[2+\frac{3}{4}\right] = \Gamma\left[1+(1+\frac{3}{4})\right] = \left[1+\frac{3}{4}\right]\Gamma\left[1+\frac{3}{4}\right] = \left[1+\frac{3}{4}\right]\frac{3}{4}\Gamma\left[\frac{3}{4}\right]$$

$$\Gamma\left[\frac{15}{4}\right] = \Gamma\left[3+\frac{3}{4}\right] = \left[2+\frac{3}{4}\right]\Gamma\left[2+\frac{3}{4}\right] = \left[2+\frac{3}{4}\right]\left[1+\frac{3}{4}\right]\Gamma\left[1+\frac{3}{4}\right] = \left[2+\frac{3}{4}\right]\left[1+\frac{3}{4}\right]\frac{3}{4}\Gamma\left[\frac{3}{4}\right]$$

$$\Gamma\left[\frac{11}{4}\right]\Gamma\left[\frac{15}{4}\right] = \left[2+\frac{3}{4}\right]\left[1+\frac{3}{4}\right]^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\Gamma\left[\frac{3}{4}\right]^2 = \frac{4851}{1024}$$

$$I = \int_1^\infty \frac{R(\rho) - X(\rho)(2+\rho^4) + T(\rho)(\rho^4-1)}{(\rho^4-1)^{\frac{1}{2}}} = -\frac{30725\pi^{\frac{3}{2}}}{924\sqrt{2}\,\Gamma(\frac{3}{4})^2}$$

$$= -33.2521\frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\,\Gamma(\frac{3}{4})^2} \qquad (۳ - ۶ - ۲۰)$$

مرجع‌ها:

[1] J.Casalderrey-Solana, H.Liu, D.Mateos, K.Rajagopal and U.A.Wiedemann,
"Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions,"
arXiv: 1101.0618 [hep-th].
[2] H. Liu, K. Rajagopal, U. A. Wiedemann "Calculating the jet quenching parameter from AdS/CFT" Phys.Rev.Lett. 97 (2006) 182301.
ArXiv: 0605178 [hep-ph]
[3] N. Armesto, J. Edelstein, J. Mas ," Jet quenching at finite `t Hooft coupling and chemical potential from AdS/CFT " JHEP 0609 (2006) 039.
ArXiv: 0606245 [hep-ph]

[4] K. Bitaghsir Fadafan, B. Pourhassan, J. Sadeghi "Calculating the jet-quenching parameter in STU background" Eur.Phys.J. C71 (2011) 1785.
arXiv:1005.1368 [hep-th].

[5] U. Gursoy, E. Kiritsis, G. Michalogiorgakis and F. Nitti, “Thermal Transport and Drag Force in Improved Holographic QCD,” JHEP 0912 (2009) 056.
ArXiv: 0906.1890 [hep-ph].

[۶]گریفیث، دیوید جفری، "مقدمه‌ای بر ذرات بنیادی"،ترجمه حمید رضا مشفق، سلیمه کیمیاگر، تهران: مرکز نشر دانشگاهی ،(۱۳۸۵).

[7] M. A. Stephanov, "Non-Gaussian Fluctuations near the QCD Critical Point, "Phys. Rev. Lett. 102, 032301 (2009)

[8]M. Stephanov, " QCD phase diagram an overview,"[arXiv:hep-lat/0701002v1]

[9]Simon Hands, "The Phase Diagram of QCD,"[arXiv:physics/0105022v1 [physics.ed-ph]]

[۱۰]بی‌تقصیر فدافن، کاظم، طرح پژوهشی"مطالعه خواص پلاسمای کوارک گلوئونی با استفاده نظریه ریسمان"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (۱۳۸۷).

[11] J. M. Maldacena, "The Large N limit of superconformal field theories and supergravity"Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231-252 (1998). [hep-th/9711200].

[12] A First Course In String Theory by : Barton Zwiebach Cambridge University Press 2009.

[13] E. Witten," Anti-de Sitter space and holography" Adv.Theor.Math.Phys. 2 (1998) 253-291. hep-th/9802150

[14] S.S. Gubser, “Comparing the drag force on heavy quarks in N = 4 super-Yang-Mills theory and QCD, ” Phys.Rev. D76 (2007) 126003 [ArXiv:hep-th/0611272].

Abstract:

In recent years it has been shown that in relativistic heavy ion collisions RHIC and at the Large Hadron Collider LHC, quark-gluon plasma (QGP) is produced by the strong coupling constant. Since the coupling is strong, one can not use perturbation approach. A new method for studying QGP is to use the AdS / CFT correspondence.

In this thesis we use this correspondence to calculate the jet quenching parameter. To understand jet quenching parameter, a comprehensive introduction to quark-gluon plasma is needed. First we introduce quark - gluon palasma.

Then by reviewing the jet quenching parameter that is calculated using AdS/ CFT, we find that the results are in agreement with relativistic heavy ion collisions experiments at RHIC and LHC. Our results is that at strong coupling $\hat{q}$ is proportional to T^3 and $\sqrt{\lambda}$. In the next step we calculate the jet quenching parameter using the general metric. In the final step the jet quenching parameteris calculated by considering the gravitational corrections.

The Experimental data obtained at the RHIC for jet quenching parameter is about 5 - 15 (GeV^2/fm) that is larger than the value we obtained from perturbative QCD.

In this thesis we compare the values of the jet quenching parameter in N = 4 supersymmetric Yang-Mills theory and IHQCD holographic model. Our conclusion is that with increasing temperature in both models, the jet quenching parameter increases with temperature, but the rate of increase in IHQCD model is less. In N = 4 Yang - Mills model the value of of jet quenching parameter is directly related to T^3 but IHQCD model is in better agreement with the experimental data and the QCD model.

Shahrood University of Technology

Faculty of physics

Master of Science Thesis

Calculating the jet quenching parameter from AdS/CFT

Shahrood University of Technology

Faculty of physics

Master of Science Thesis

Somaieh Ghadiri

Supervisor:

Dr. K. Bitaghsir Fadafan

September – 2013