

چکیده

گراف توانی غیر جهت دار گروه G ، $\mathcal{P}(G)$ ، گرافی ساده با مجموعه راس های G است که در آن دو راس متمایز x و y مجاورند اگر و تنها اگر به ازای برخی از اعداد صحیح مثبت m ، $y = x^m$ یا $x = y^m$. گراف توانی محض، گرافی است که از حذف راس همانی گراف توانی حاصل می شود و آن را با $\mathcal{P}^*(G)$ نمایش می دهیم. در این رساله برای گراف های توانی محض گروه های متقارن و متناوب زمانی که این نوع گراف ها همبند هستند، مسیره های کوتاه بین راس های گراف تعیین می شوند و کران هایی برای قطر این نوع گراف ها مشخص می شوند. نشان می دهیم که $diam(\mathcal{P}^*(S_{15})) = 12$ ، $diam(\mathcal{P}^*(S_9)) = diam(\mathcal{P}^*(S_{10})) = 14$ ، و برای $n \geq 16$ ، اگر گراف $\mathcal{P}^*(S_n)$ همبند باشد، آنگاه $6 \leq diam(\mathcal{P}^*(S_n)) \leq 10$. همچنین، برای $n \geq 51$ ، اگر گراف $\mathcal{P}^*(A_n)$ همبند باشد، آنگاه $6 \leq diam(\mathcal{P}^*(A_n)) \leq 11$. در انتها، قطرهای گراف های توانی محض $\mathcal{P}^*(Q_n)$ به ازای $n \geq 2$ و گراف های توانی محض $\mathcal{P}^*(D_n)$ به ازای $n \geq 3$ مشخص می شوند.

کلمات کلیدی: گراف توانی محض، قطر، گروه متقارن، گروه متناوب، گروه کواترنیون، گروه دووجهی

Aabstract

The power graph of a group G is the simple graph $\mathcal{P}(G)$, with vertex-set G and vertices x and y are adjacent, if and only if $x \neq y$ and either $y = x^m$ or $x = y^m$ for some positive integer m . The proper power graph of G , denoted by $\mathcal{P}^*(G)$, is the graph obtained from $\mathcal{P}(G)$ by deleting the vertex 1. In this thesis, we determine the diameter bound of $\mathcal{P}^*(S_n)$ for which $\mathcal{P}^*(S_n)$ is connected. We show that $\text{diam}(\mathcal{P}^*(S_9)) = \text{diam}(\mathcal{P}^*(S_{10})) = 14$, $\text{diam}(\mathcal{P}^*(S_{15})) = 12$, and $6 \leq \text{diam}(\mathcal{P}^*(S_n)) \leq 10$ for $n \geq 16$. We also describe a number of short paths in these power graphs.

We obtain that $6 \leq \text{diam}(\mathcal{P}^*(A_n)) \leq 11$ for $n \geq 51$, when $\mathcal{P}^*(A_n)$ is connected. We also describe a number of short paths in these power graphs.

We assign the diameter of $\mathcal{P}^*(Q_n)$ for $n \geq 2$ and diameter of $\mathcal{P}^*(D_n)$ for $n \geq 3$.

Keywords: Alternating groups, Symmetric group, Diameter, Proper power graph.