



دانشکده علوم ریاضی
گروه ریاضی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد

مکان‌یابی دوربین‌های کنترل ترافیک

حمزه برون

استاد راهنما

دکتر جعفر فتحعلی

استاد مشاور

دکتر حسین قاسم زاده

شهریور ۱۳۹۵

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

پایان نامه خود را تقدیم می‌کنم به مدافعان و رزمندگان اسلام، این افراد فداکار که ترک دیار و آغوش گرم خانواده و زن و فرزند کرده تا ما با آرامش بتوانیم درس بخوانیم و به مطالعه و تحقیق بپردازیم.

تعمدنامه

اینجانب حمزه برون دانشجوی کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی دانشکده علوم ریاضی دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده پایان‌نامه با عنوان مکان‌یابی دوربین‌های کنترل ترافیک، تحت راهنمایی دکتر جعفر فتحعلی متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های دیگر پژوهش‌گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان‌نامه، تاکنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ‌جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه صنعتی شاهرود تعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “دانشگاه صنعتی شاهرود” یا “Shahrood University of Technology” به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آوردن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده) شده است، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

حمزه برون
شهریور ۱۳۹۵

مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان‌نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

موضوع پایان نامه، مکان‌یابی دوربین‌های کنترل ترافیک است. ابتدا به تاریخچه پیدایش علم مکان‌یابی و پایه‌گذار این علم خواهیم پرداخت. سپس به مروری بر مکان‌یابی دوربین‌های کنترل ترافیک و انگیزه‌ی پیدایش آن و همچنین معرفی ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد و روش‌های بدست‌آوردن آن خواهیم پرداخت. در ادامه، یک روش برای تخمین مستقیم ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد را مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم. بعد از آن، مسئله یافتن بهترین مکان برای نصب شمارنده‌های ترافیکی، به کمک ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد، مدل می‌شود و چند الگوریتم برای حل مسئله ارائه خواهد شد و به عنوان یک مثال، بهترین مکان برای نصب شمارنده‌های ترافیکی را برای یک شبکه فرضی، پیدا می‌کنیم. سپس به مقایسه الگوریتم‌های ارائه شده برای حل مسئله می‌پردازیم. در پایان، در ورودی‌های محدوده کنترل ترافیک، که قرار است توسط نیروی انسانی و دوربین، کنترل شود، به مکان‌یابی دوربین‌های کنترل ترافیک خواهیم پرداخت. نتیجه این مکان‌یابی تعیین می‌کند که ورودی محدوده‌ی زوج یا فرد توسط انسان یا توسط دوربین کنترل شود. همچنین به عنوان یک مثال، مکان‌یابی دوربین‌های ورودی محدوده‌ی زوج و فرد شهر تهران مطرح شده است.

کلمات کلیدی: دوربین‌های کنترل ترافیک، ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد، جفت‌گره مبدأ-مقصد، لینک، مدل لینک-مبنا.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. حمزه برون، جعفر فتحعلی، ۱۳۹۵، مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی برای تخمین ماتریس سفر مبدأ-مقصد با اعداد فازی، چهل و هفتمین کنفرانس ریاضی ایران دانشگاه خوارزمی [۲۰]

فهرست مطالب

۱	مقدمه و تعریف مسئله	۱
۱ مکان‌یابی	۱.۱
۲ مکان‌یابی دوربین‌های کنترل ترافیک	۲.۱
۲ ماتریس‌های مبدأ-مقصد	۳.۱
۵	یک روش برای تخمین مستقیم ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد	۲
۵ مقدمه	۱.۲
۶ فرمول‌بندی مدل	۲.۲
۹ بررسی مدل	۳.۲
۱۰ اندازه‌گیری حجم‌های برشی و مقاومت‌های سفر	۴.۲
۱۲ حل مسئله تخمین P_0	۵.۲
۱۶ حل زیرمسئله P_1	۶.۲
۱۶ ۱.۶.۲ نوع محدودیت حمل‌ونقل	
۱۸ ۲.۶.۲ دستیابی به حجم‌های سفر مشاهده شده و محدودیت برش	
۲۰ ۷.۲ جواب‌های متناهی، محدب و منحصر بفرد مسئله‌های P_0, P_1, P_2	
۲۱ ۸.۲ همگرایی الگوریتم A	
۲۵	مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی با استفاده از ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد	۳
۲۵ مقدمه	۱.۳
۲۶ مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی	۲.۳
۲۶ ۱.۲.۳ مفاهیم اصلی	
۲۷ ۲.۲.۳ مدل ریاضی مسئله	
۳۵	مکان‌یابی دوربین‌های ورودی محدوده زوج و فرد با رویکرد پوشش بیشینه تخلّفات	۴
۳۵ مقدمه	۱.۴
۳۵ مدل مسئله	۲.۴
۳۶ ۱.۲.۴ ورودی‌های مدل	

۳۶	ساختار مدل	۲.۲.۴
۳۷	محدودیت‌ها	۳.۲.۴
۳۸	مثال (محدوده‌ی طرح زوج و فرد شهر تهران)	۳.۴
۴۰	گردآوری داده‌ها	۱.۳.۴
۴۱	اطلاعات هزینه	۲.۳.۴
۴۱	نتیجه حل مسأله	۳.۳.۴
۴۱	تحلیل حساسیت	۴.۳.۴

۴۳

مراجع

۴۵

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۴۹

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

۵۲

نمایه

۵۲

نمایه

فصل ۱

مقدمه و تعریف مسئله

۱.۱ مکان‌یابی

مکان‌یابی از شاخه‌های علم تحقیق در عملیات است که تاریخچه آن به قرن هفدهم میلادی بر می‌گردد. آن‌گاه که فرما^۱ می‌پرسد: اگر در یک صفحه سه نقطه معلوم وجود داشته باشد، نقطه چهارم را طوری بیابید که فاصله آن از سه نقطه دیگر، کمترین مقدار ممکن باشد. در سال ۱۶۴۰ توریکلی^۲ این مسئله را حل کرد و از این‌رو نقطه بهینه را نقطه توریکلی و مسئله را مسئله فرما می‌گویند. فرض کنید در صفحه، m نقطه z_1, z_2, \dots, z_m با مختصات:

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$$

بترتیب دارای وزن‌های

$$w_1, w_2, \dots, w_m$$

موجودند. می‌خواهیم نقطه‌ای مانند

$$z_{m+1} = (x_{m+1}, y_{m+1})$$

را بگونه‌ای بیابیم که مجموع فاصله‌ی وزن دارش تا نقاط معلوم نامبرده کمینه شود. با توجه به اینکه فاصله‌ی دو نقطه به صورت زیر است:

$$d(z_i, z_{m+1}) = \sqrt{(x_{m+1} - x_i)^2 + (y_{m+1} - y_i)^2}$$

مسئله مکان‌یابی یا مینیم سازی به صورت زیر خواهد بود:

$$\min \sum_{i=1}^m w_i \sqrt{(x_{m+1} - x_i)^2 + (y_{m+1} - y_i)^2}$$

^۱Fermat

^۲Torricelli

این مسئله که تعمیم یافته مسئله فرماست، به مسئله فرما-وبر^۳ معروف است. پیدا کردن مکان احداث سرویس دهنده‌ها در یک منطقه مانند آتش نشانی و بیمارستان، احداث مراکز نظامی، پمپ بنزین، منبع آب و احداث اورژانس بین جا‌ده‌ای از کاربردهای علم مکان‌یابی در عصر ماست. بنابراین مکان‌یابی خوب منجر به صرفه جویی در هزینه ساخت سرویس دهنده‌ها، دسترسی مناسب همه‌ی مردم به سرویس دهنده‌ها و رضایت عمومی می‌شود.

۲.۱ مکان‌یابی دوربین‌های کنترل ترافیک

افزایش خودروهای شخصی باعث ترافیک، بی‌نظمی، آلودگی صوتی، آلودگی زیست محیطی و... شده است. از طرفی ناکارآمدی و خطای نیروی انسانی در کنترل ترافیک، مسئولان شهری را تشویق می‌کند که از دوربین‌های کنترل ترافیک استفاده کنند. حال مروری بر مطالعات انجام شده در زمینه مکان‌یابی دوربین‌های کنترل مکانیزه در صنعت حمل‌ونقل انجام می‌دهیم. مطالعات فاضلی‌فر و همکاران [۱۸] که پیرامون نصب دوربین‌های کنترل سرعت در راه‌های برون شهری به منظور کاهش تصادفات انجام شده است، منجر به شناسایی نقاط پر مخاطره با استفاده از مدل‌های بهینه سازی و تخصیص دو نوع دوربین ثابت و متحرک به این محدوده گردیده است.

فدایی، نایینی و همکاران [۱۹] نیز در مطالعات خود به بررسی مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی به منظور پیشینه سازی پوشش مسیرها پرداخته‌اند. کیم و همکاران [۱۶] در پژوهشی شمارنده‌های ترافیکی برای تخمین ماتریس سفر مبدأ-مقصد را مکان‌یابی کرده‌اند، که در فصل دوم این پایان‌نامه به آن می‌پردازیم. هومن آل نوری و همکاران [۱۷] اقدام به مکان‌یابی دوربین‌های ورودی محدوده‌ی زوج و فرد با رویکرد پوشش پیشینه‌ی تخلفات کرده‌اند که در فصل چهارم به آن می‌پردازیم.

۳.۱ ماتریس‌های مبدأ-مقصد

در مطالعات حمل‌ونقل، تخمین حجم سفر بین مرکز ناحیه‌ها بسیار ضروری است. همچنین یک گام واسط در بسیاری از تحلیل‌های سفر و مطالعات برنامه‌ریزی، تخمین ماتریس سفر مبدأ-مقصد است. با چنین ماتریس‌هایی حجم‌های سفری که از یک منطقه به منطقه دیگر می‌روند نمایش داده می‌شود. ارتباط گره‌ها بوسیله لینک انجام می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف ۱.۳.۱. لینک: به خطی که دو منطقه یا گره را به هم وصل می‌کند لینک یا یال گفته می‌شود. حجم تردد بین دو منطقه یا گره از طریق لینک انجام می‌شود.

این ماتریس‌ها همچنین می‌توانند، ساعت اوج شلوغی بین بلوک‌ها در منطقه پایتخت و یا جریان سفر روزانه بین شهرهای بزرگ را نشان دهند. روش‌های مرسوم آمارگیری به منظور تخمین ماتریس‌های

^۳Weber

مبدأ-مقصد به نیروی انسانی زیاد، هزینه‌های نجومی و صرف زمان زیاد نیاز دارد. این مشکل باعث شده است که روش‌های نظری برای بدست آوردن ماتریس‌های مبدأ-مقصد با استفاده از اطلاعات حجم جریان در شبکه‌های شهری و بین شهری بکار گرفته شوند. وونگ و تونگ [۱۵] اولین کسانی بودند که در سال ۱۹۸۸ به برآورد ماتریس‌های تقاضای شبکه همگانی پرداختند. آن‌ها با استفاده از یک روش ماکزیمم آنتروپی به برآورد ماتریس تقاضای همگانی بر مبنای اطلاعات شمارش حجم مسافران پرداختند. روش گرادیان برای مسئله مرتب کردن ماتریس مبدأ-مقصد که توسط اسپایس [۱۲] انجام شد، در سال ۱۹۹۰ منتشر شد. اثر ویلیام و همکاران [۱۴] که اقدام به تخمین ماتریس‌های مبدأ-مقصد حمل‌ونقل بواسطه شمارش مسافران کردند، در سال ۲۰۰۳ منتشر شد. در فصل دوم این پایان‌نامه یک روش برای تخمین مستقیم ماتریس سفر مبدأ-مقصد ارائه می‌شود.

فصل ۲

یک روش برای تخمین مستقیم ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد

۱.۲ مقدمه

این فصل یک روش برای تخمین حجم‌های مبدأ-مقصد ارائه می‌دهد که از یک تابع تقاضای مستقیم و داده‌ی جمع‌آوری شده و ناقص استفاده می‌کند.

بیشتر توجه‌ها به توابع تقاضایی که پارامترهای آن‌ها خطی است معطوف شده است. با چنین توابع تقاضایی، تخمین حجم‌ها بواسطه‌ی مسئله‌ی برنامه‌ریزی درجه‌ی دوّم بدست آمده است که مجموع مجزورات خطا را بواسطه یک تابع تقاضای مستقیم، همراه با محدودیت‌هایی که از مشاهدات چندتا از حجم‌های سفر گرفته شده است، مینیمم می‌کند.

یک الگوریتم تجزیه برای حل مسئله برنامه‌ریزی، پیشنهاد شده و همگرایی آن ثابت شده است. این روش همچنین ممکن است در مرحله‌ی توزیع سفر سیستم‌های مدل حمل‌ونقل شهری مرسوم استفاده شود. رایج‌ترین وسیله‌ی تخمین ماتریس حجم‌های سفر درون منطقه‌ای، اعمال بررسی مجزای تولیدکننده سفر است.

پیش‌بینی‌های حجم سفر، غالباً بوسیله کاربرد پی‌درپی مدل‌هایی که نخست به تخمین تعداد کلی سفرهایی که توسط یک منطقه تولید یا جذب (تولید سفر) می‌شوند پرداخته و سپس سفرهای منتظره بین منطقه‌های مقصد بالقوه را توزیع می‌کند، بدست می‌آیند. در این فصل یک روش تک مرحله‌ای برای تخمین ماتریس‌های مبدأ-مقصد بواسطه داده‌های گردآوری شده ارائه می‌دهیم. روش را هنگامی که اطلاعات در دسترس ما محدود باشند بکار می‌بریم یعنی به آمارگیری کلی نیست. این روش برای شبکه‌هایی همچون سیستم‌های حمل‌ونقل سریع، خطوط هوایی محلی یا جاده‌های درون شهری بزرگ ارائه شده است.

سه فرض بزرگ برای ایجاد مدل در نظر گرفته شده‌اند. نخست، فرض می‌کنیم که مجموع حجم سفر بین هر دو منطقه می‌تواند به عنوان یک تابع اجتماعی اقتصادی (مانند مراکز اداری، کارخانه‌های صنعتی، منطقه آزاد تجاری و ...) برای آن جفت منطقه و مقاومت سفر بین جفت منطقه مدل شود، چنین

رابطه‌ای را مدل تقاضای مستقیم می‌نامیم. دوم، فرض می‌کنیم تخمین حجم‌های درون ناحیه‌ای باید با همه‌ی مشاهدات حجم سفر مربوط و در دسترس، متناسب باشد. چنین تناسبی در کاربرد مدل، تضمین شده است. سرانجام، فرض می‌کنیم تخمین حجم‌های درون ناحیه‌ای باید بگونه‌ای ساخته شوند که مجموع مربعات خطاهای تخمین وابسته به تابع تقاضای مستقیم را مینیمم کند.

هر فرض را به طور مفصل شرح می‌دهیم. طرح فصل به شرح زیر است: مدل توزیع سفر در بخش دو و بخش سه فرمول‌بندی می‌شود، داده‌ی ورودی در بخش چهار بحث می‌شود. بخش‌های پنج و شش تکنیک‌های حل برای مسئله‌های با مقیاس بزرگ را نمایش می‌دهند، برای مسئله‌های با مقیاس کوچکتر هر الگوریتم برنامه ریزی درجه‌ی دو (دو مرحله‌ای) کافی است.

بخش‌های ۷ و ۸ جزئیات گوناگون حل‌های مدل و همگرایی یک تکنیک حل تجزیه شده پیشنهادی را بهبود می‌دهد. در این فصل واژه‌های "گردش (جریان)" و "حجم" و واژه‌های "منطقه" و "گره" به جای یکدیگر به کار می‌روند. همچنین باید یادآوری شود که حجم‌های سفر مبدأ-مقصدی که مورد نظرمان بود، به طور مستقیم بواسطه‌ی شمارش‌های ترافیک غالباً تنها در یک صورت قابل مشاهده‌اند، آن هم در صورتی که ارتباط منحصر بفردی بین جفت مبدأ-مقصدها وجود داشته باشد، با این وجود حجم مشاهده شده در یک لینک (جاده، خیابان و ...) شامل جریان‌های بین چندین جفت مبدأ-مقصد خواهد بود. مطالب این فصل از مرجع [۲] آمده است.

۲.۲ فرمول‌بندی مدل

ابتدا به چند تعریف نیاز داریم:

تعریف ۱.۲.۲. مقاومت سفر: به کلیه‌ی عواملی که میل و انگیزه سفر از منطقه i به منطقه j را کاهش می‌دهد و باعث می‌شود سفر بین این دو نقطه کند شود مقاومت سفر می‌گویند، مانند مسافت زیاد و عرض کم جاده بین دو منطقه، آسفالت نبودن جاده، حفاظ نداشتن جاده و...

تعریف ۲.۲.۲. مجموعه برشی: یک یا چند نقطه یا گره از منطقه مورد مطالعه که بین این گره‌ها مسیر (i, j) مستقیم وجود دارد.

تعریف ۳.۲.۲. حجم برش: مقدار جریان سفری که از هر مجموعه‌ی برشی خارج می‌شود یا به آن وارد می‌شود.

فرمول‌بندی مسأله، بسته به نوع و وسعت اطلاعات در دسترس، متفاوت است. فرض می‌کنیم که اطلاعات در دسترس بر پنج نوع باشند.

- ۱- t_{ij} : مقاومت سفر بین منطقه مبدأ سفر i و منطقه مقصد سفر j .
- ۲- x_i و x_j : مشخصات اجتماعی اقتصادی منطقه مبدأ i و منطقه مقصد j .
- ۳- q_{ij}^o : تعداد جریان مشاهده شده درون منطقه‌ای محدود بین دو منطقه i و j .

۴- $V(k)$: حجم کلی مشاهدات یعنی حجم‌های مشاهده شده و حجم‌هایی که می‌خواهد تخمین زده شوند در مجموعه‌ی برشی k ام.

۵- M_i : حجم کلی مشاهدات (حجم‌های مشاهده شده و حجم‌هایی که می‌خواهد تخمین زده شوند) که از گره i شروع می‌شوند

A_j : حجم کلی مشاهدات که به گره j ختم می‌شوند (این یک حالت خاص شماره ۴ است). علائم مقاومت سفر (شماره ۱ در بالا) وابسته به جفت منطقه است و مشخصات اجتماعی و اقتصادی هر منطقه (شماره ۲ بالا) به همان منطقه وابسته است. برای مدل مسئله، حداقل چندتا از مشاهدات نوع ۳ و ۴ یا ۵ لازم است؛ حداقل مورد نیاز به شرح زیر بحث می‌شود.

فرض می‌کنیم که همه‌ی مشاهدات جریان نوع ۳، ۴، و ۵ با یکدیگر سازگار هستند. همچنین فرض می‌کنیم که مشاهدات گوناگون حجم‌ها و مقاومت‌های سفر حاکی از دوره‌ی زمانی خاص (روزانه یا شرایط اوج دوره) است و ممکن است به شیوه‌ی خاص یا نوع سفر محدود شود.

مدل تحت عنوان مدل برنامه ریزی ریاضی فرمول‌بندی شده است که در آن، تابع هدف، کمینه سازی مجموع مربعات خطا برای پیش بینی تابع تقاضای مستقیم است به طوری که محدودیت‌ها از مشاهدات حجم سفر گوناگون بدست آمده باشند.

تابع تقاضای مستقیم، مجموع جریان سفر یعنی q_{ij} از منطقه i به منطقه j را به عنوان تابعی از مشخصات اجتماعی اقتصادی (x_i, x_j) از دو منطقه و مقاومت سفر بین دو منطقه یعنی t_{ij} را بیان می‌کند:

$$q_{ij} = f(x_i, x_j, t_{ij}, \alpha) + \epsilon_{ij} = f(x_{ij}, \alpha) + \epsilon_{ij} \quad (1.2)$$

که $x_{ij} = [x_i, x_j, t_{ij}]$ یک بردار معلوم و ϵ_{ij} خطاست و $f(\cdot)$ یک فرم تابعی با پارامتر α فرض می‌شود. نمادهای دیگر به صورت زیر تعریف می‌شود:

S° : مجموعه‌ی همه‌ی جفت (i, j) ها که شامل جریان‌های درون ناحیه‌ای مشاهده شده یعنی q_{ij}° هستند. \hat{q}_{ij} : جریان از منطقه i به منطقه j که می‌خواهد تخمین زده شود $[\dots, \hat{q}_{ij}, \dots]$ ، $(i, j) \notin S^\circ$.

$C(k)$: یک مجموعه‌ی برشی یعنی یک مجموعه از مسیرهای (i, j) مستقیم (بخش ۴ در زیر را ببینید).

$C^\circ(k)$: یک زیر مجموعه از مسیرها در $C(k)$ که جریان‌های مشاهده شده در آن‌ها وجود دارند یعنی:

$C^\circ(k) = C(k) \cap S^\circ$. همچنین فرض کنید $C^u(k)$ زیرمجموعه‌ی مسیرها در $C(k)$ با جریان مشاهده

نشده باشد، بنابراین $C^u(k) \cap C^\circ(k) = \emptyset$ ، $C(k) = C^u(k) \cup C^\circ(k)$.

مدل ریاضی مسئله با P_0 نمایش داده می‌شود و به صورت زیر است:

$$P_0 : \text{Min } z(\hat{q}, \alpha) = \sum_{i,j \notin S^\circ} (\hat{q}_{ij} - f(x_{ij}, \alpha))^2 + \sum_{i,j \in S^\circ} (q_{ij}^\circ - f(x_{ij}, \alpha))^2 \quad (2.2)$$

$$s.t. \sum_{j|(i,j) \notin S^o} \hat{q}_{ij} + \sum_{j|(i,j) \in S^o} q_{ij}^o = M_i \quad \forall i \quad (۳.۲)$$

$$\sum_{i|(i,j) \notin S^o} \hat{q}_{ij} + \sum_{i|(i,j) \in S^o} q_{ij}^o = A_j \quad \forall j \quad (۴.۲)$$

$$\sum_{(i,j) \in c^u(k)} \hat{q}_{ij} + \sum_{(i,j) \in c^o(k)} q_{ij}^o = V_k \quad \forall k, \text{ برای هر برش } \quad (۵.۲)$$

$$\hat{q}_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j). \quad (۶.۲)$$

متغیرهای مسئله \hat{q}_{ij} و α هستند. در معادله (۳.۲)، i نام مبدأ، در معادله (۴.۲) منظور از j نام مقصدها و در معادله (۵.۲) منظور از k مجموعه‌های برشی هستند. معادله (۲.۲) مینیمم سازی مجموع مربعات خطای تخمین \hat{q}_{ij} است. معادله (۳.۲) بیان می‌کند که مجموع جریان‌های خروجی از رأس i برابر است با مجموع جریان‌های درون ناحیه‌ای مشاهده شده که از رأس i شروع می‌شوند و جریان‌های مجهول بین نقطه i و هر نقطه مقصد j . معادله (۴.۲) بیان می‌کند که مجموع جریان‌های ورودی به رأس j برابر است با مجموع همه‌ی جریان‌های درون ناحیه‌ای مشاهده شده بین هر نقطه مبدأ i و نقطه j و مجموع جریان‌های مجهول بین هر نقطه مبدأ i و نقطه j . معادله (۵.۲) بیان می‌کند که مجموع جریان‌های موجود در هر مجموعه برشی k به صورت مجموع جریان‌های درون ناحیه‌ای مشاهده شده و جریان‌های مجهول در این مجموعه برشی است. معادله ۶.۲ نامنفی بودن جریان‌ها هستند.

اگر مشاهدات حجم نوع M_i, A_j و V_k وجود نداشته باشند آنگاه P به یک برآورد کمترین مربعات نامحدود \hat{q}_{ij} تبدیل می‌شود. در این حالت نامقید، عبارت اول در تابع هدف P به صفر نزدیک می‌شود به طوری که جریان‌های درون ناحیه‌ای مشاهده نشده \hat{q}_{ij} دقیقاً $\hat{q}_{ij} = f(\cdot)$ پیش‌بینی می‌شود یا در بدترین حالت که: $0 \leq f(\cdot)$ می‌شود: $0 = \hat{q}_{ij}$. پارامترهای α تنها با مینیمم کردن دوّمین عبارت در تابع هدف P_0 مشخص می‌شود یعنی رگرسیون \hat{q}_{ij} روی x_{ij} ، $(i,j) \in S^o$.

به‌طور مشابه هر متغیر جریان \hat{q}_{ij} که در محدودیت‌های (۳.۲)، (۴.۲) و (۵.۲) در P_0 دیده نمی‌شوند برابر است با $f(x_{ij}, \alpha)$ یعنی عبارت $(\hat{q}_{ij} - f(x_{ij}, \alpha))^2$ در تابع هدف صفر می‌شود. در نتیجه این متغیرهای جریان مشاهده نشده نامحدود (با q_{ij}^u نشان داده می‌شود) لازم نیست که در فرمول‌بندی مسئله P_0 گنجانده شود. در هنگام تخمین α که از جواب P_0 بدست آمده است، تخمین این جریان‌های مشاهده نشده و نامقید q_{ij}^u می‌تواند به صورت $q_{ij}^u = \max(0, f(x_{ij}))$ بدست آید. در ادامه فرض می‌کنیم که همه‌ی متغیرهای \hat{q}_{ij} در هر دو تابع هدف و محدودیت‌های P_0 ظاهر می‌شوند.

متغیرهای تصمیم در P_0 ، \hat{q} و α هستند. یک لم در بخش ۷ نشان می‌دهد که مسئله P_0 برای \hat{q}_{ij} و α در شرایط زیر جواب متناهی (کران‌دار) دارد:

الف) محدودیت‌های P_0 باهم سازگار باشند یعنی این محدودیت‌ها هم‌دیگر را نقص نمی‌کنند به طوری که یک مجموعه از جریان‌های شدنی وجود داشته باشد.

ب) اگر که بردارهای $x = [x_{ij}]$ و $q = [q_{ij}]$ متناهی باشند، حجم حداقل مربعات α و $f(\cdot)$ که از (۱.۲) بدست آمده‌اند، متناهی هستند.

برای سادگی و شفافیت، اندیس‌های بالا و پایین را حذف می‌کنیم ولی می‌توان از اندیس‌ها برای برنامه‌های کاربردی که در آن جریان‌ها بوسیله شیوه حمل و نقل، هدف، زمان، یا بوسیله طبقه‌بندی‌های دیگر، متفاوتند،

استفاده کرد.

۳.۲ بررسی مدل

توابع تقاضای مستقیم به منظور تخمین حجم‌های سفر به صورت گسترده برای برنامه ریزی حمل‌ونقل هرچند باموفقیت نسبی، استفاده شده‌اند. دو تا از رایج‌ترین فرم‌ها، یکی، مدل تقاضای خطی زیر هست:

$$f(x_{ij}, \alpha) = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \alpha_2 x_j + \alpha_3 t_{ij} \quad (b1)$$

و یا یک فرم ضربی به صورت زیر است:

$$f(x_{ij}, \alpha) = \alpha_0 x_i^{\alpha_1} x_j^{\alpha_2} t_{ij}^{\alpha_3} \quad (c1)$$

اگر $x_i, x_j, \alpha_i, t_{ij}$ بترتیب به صورت بردارهای $\alpha_i = \alpha_{im}, x_k = [x_{km}], t_{ij} = [t_{ijm}]$ آنگاه (b1) بدون تغییر می‌ماند و (c1) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f(x_{ij}, \alpha) = \alpha_0 \prod_{m=1}^q x_{im}^{\alpha_{1m}} \prod_{m=1}^p x_{jm}^{\alpha_{2m}} \prod_{m=1}^r t_{ijm}^{\alpha_{3m}} \quad (d1)$$

در بیشتر کاربردهای مدل تقاضای مستقیم تنها اطلاعات جریان سفر که برای تخمین پارامترهای α استفاده می‌شود، مشاهدات جریان سفر درون ناحیه‌ای q_{ij} می‌باشد. هنگامی که مدل p فرمول‌بندی شده بالا، بسادگی یک گسترشی از روش مدل‌کردن تقاضای مستقیم نامقید باشد آنگاه دارای مزایای بیشتری است.

نخست مشاهدات حجم انواع جریان‌های درون ناحیه‌ای اطلاعات بیشتری برای تخمین جریان‌ها و مقادیر پارامترها فراهم می‌کند. دوّم، علاوه بر این مدل تضمین می‌کند که تخمین حجم با اطلاعات داده شده سازگار هستند. محدودیت‌ها همچنین ممکن است برای تصحیح ضعف‌های فرم کاربردی مفروض تابع تقاضا، مانند حذف مقاومت سفر برای رقابت سودمند واقع شوند. و سرانجام جریان‌های درون ناحیه‌ای بواسطه مدل، حتی با مشاهدات جریان بسیار اندک یا بدون این مشاهدات می‌تواند تخمین زده شود. مدل کردن سیستم P همچنین با توجه بیشتر به تکنیک‌های مدل‌کردن تابع تقاضای دنباله‌ای معمولی دارای مزایایی است:

نخست، غالباً، مدل‌های دنباله‌وار، به سازگاری بین مراحل مدل‌سازی یا با جریان‌های شبکه مشاهده نشده نیازمند نیست. دوّم، مقاومت‌های سفر در تخمین جریان‌های درون ناحیه‌ای در فرمول ما به‌صراحت بکار رفته است. درنهایت و از همه مهم‌تر، سیستم مدل‌سازی P به ما امکان استفاده از انواع داده‌ی جریان، مخصوصاً داده‌ی شمارش ترافیک که بسیار ساده‌تر و در دسترس‌پذیرتر از داده‌ی جریان مبدأ-مقصد بدست‌آمده از ارزیابی‌های مصاحبه است، را به ما می‌دهد.

در نتیجه، به احتمال بسیار زیاد هزینه‌ی بدست آوردن داده برای مدل، خیلی کمتر از روش‌های سنتی است.

فرم‌های تابعی از (b_1) و (c_1) و (d_1) می‌توانند برای توابع تقاضای مستقیم $f(\cdot)$ در (۲.۲) بکار روند. همچنین اشکال مختلف کاربردی (به عنوان مثال یک شکل خطی تکه‌ای) و یا پارامتری می‌تواند در طول بازه‌ی مختلف q_{ij} ها استفاده شود.

باید توجه داشته باشیم در صورتی که فرم‌های کاربردی در پارامترهای خود غیرخطی باشند، می‌تواند منجر به مشکل محاسباتی شود. این نکته را در زیر بحث می‌کنیم.

به عنوان یک یادداشت درون پرانتزی مسئله P می‌تواند یک تعمیم مسئله‌ی توزیع سفر معمولی در نظر گرفته شود. در آن مسئله، برای همه‌ی گره‌ها، تخمین حجم‌های مبدأ و مقصد (M_i, A_j) در مراحل تجزیه و تحلیل اولیه ایجاد شده است. ولی این مسئله هیچ یک از مشاهدات حجم‌های درون ناحیه‌ای q_{ij} یا دیگر حجم‌های برشی V_k را شامل نمی‌شوند.

الگوریتم حل ایجاد شده برای حل مسئله می‌تواند برای مسئله تخصصی هم، بکار رود.

۴.۲ اندازه‌گیری حجم‌های برشی و مقاومت‌های سفر

در مواردی که تنها یک مسیر فیزیکی بین مناطق وجود داشته باشد مقاومت سفر درون ناحیه‌ای برابر مقاومت روی این مسیر منحصر بفرد است.

در یک سیستم کاربر متعادل، مقاومت روی هر مسیر، باید برابر مقاومت سفر روی همه‌ی مسیرهای با جریان مثبت باشد. بنابراین مقاومت سفر درون ناحیه‌ای برابر مقاومت سفر روی هر مسیر با جریان مثبت است.

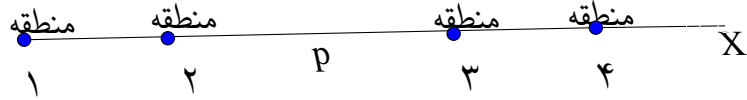
در مورد با مسیرهای چندگانه و مقاومت‌های سفر مختلف روی مسیرها، تحلیل‌گر باید چندتا از میانگین‌های تخمین مقاومت سفر درون ناحیه‌ای را تحت عنوان نمونه ایجاد کند.

اگر یک لینک تکی دو منطقه را بهم وصل کند، یا اگر ارزیابی‌های مصاحبه‌ی خاص انجام شده باشد، مشاهدات جریان‌های درون ناحیه‌ای خاص (q_{ij}^o) می‌تواند بدست آید.

مشاهده‌ی حجم‌های سفر کلی که در گره M_i آغاز می‌شود یا در گره A_j پایان می‌یابند، می‌توانند بوسیله‌ی مجموع مشاغل، نظرسنجی‌های خاص و یا وسیله‌های شمارش، بدست آیند، به عنوان مثال: شمارنده‌ها در ورودی بزرگراه‌ها و سراسیبه‌های خروج یا شمارنده‌های گردان در در ایستگاه‌های حمل و نقل سریع.

مشاهده‌های حجم برشی V_k جریان کلی بین دو مجموعه گره را نشان می‌دهد. حجم لینک، گردان در و مشاهده‌ی بلیط‌ها می‌توانند برای بدست آوردن مشاهده‌های حجم برشی تا زمانی که در همه‌ی مسیرهای مربوطه ماشین وجود دارد، بکار گرفته شوند.

حجم‌های برش برای شبکه‌های با خطوط پراکنده و شعاعی می‌تواند نسبتاً راحت، بدست آیند، مانند شبکه خطی در شکل ۱، که می‌تواند یک خط سیستم حمل و نقل سریع ریلی یا یک آزادراه میان منطقه شهری را نشان دهند.



شکل ۱: یک نمونه از شبکه حمل و نقل شهری

در شکل ۱ یک مشاهده‌ی جریان کلی قبل از P به سمت X، یک حجم برشی را نشان می‌دهد که شامل تمام جریان‌ها از گره‌های ۱ و ۲ به همگی گره‌های دیگر است، یعنی:

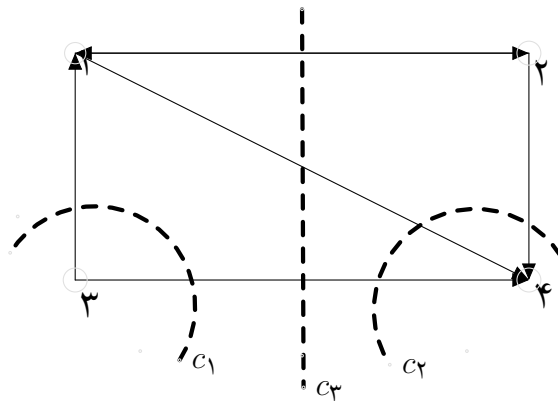
$$V_1 = q_{13} + q_{14} + q_{23} + q_{24}$$

که V_1 جریان مشاهده شده قبل از نقطه P به سمت X است. به طور مشابه، یک مشاهده‌ی جریان سفر بعد از P که از X دور می‌شود یک حجم برشی است که شامل جریان از همگی گره‌های شبکه به گره‌های ۱ یا ۲ است.

در شبکه‌های با اتصالات و مسیرهای متعدد که غیرخطی هستند، بدست آوردن مشاهدات حجم برشی ممکن است، اگرچه تحلیل‌گر باید مراقب باشد تا جریان‌های مربوطه در حجم برشی گنجانده شوند. شکل ۲ نمونه‌ی یک شبکه جاده کوچک با دو مشاهده‌ی برش $C(1)$ ، $C(2)$ که می‌توانند با جمع کردن حجم‌ها در لینک‌های $(3,1)$ ، $(3,2)$ و $(3,4)$ برای $C(1)$ و لینک‌های $(1,4)$ ، $(2,4)$ و $(3,4)$ و $(3,2)$ و $(3,4)$ برای $C(2)$ جمع کنند.

برای $C(2)$ بدست آیند.

نتایج معادلات برای P به کمک $C(1)$ و $C(2)$ در شکل نشان داده شده‌اند. مجموع لینک‌های $(1,4)$ ، $(2,4)$ و $(3,4)$ می‌تواند به عنوان حجم برش از گره‌های ۱ و ۳ به گره‌های ۲ و ۴ در نظر گرفته شود، با این فرض که هیچ جریانی از گره ۲ به ۴ از طریق گره ۱ نرود.



شکل ۲: نمونه‌ای از حجم برش که بواسطه شمارش‌های حجم لینک بدست می‌آیند.

$$q_{31} + q_{32} + q_{34} = V_1$$

$$q_{14} + q_{24} + q_{34} = V_2$$

$$q_{12} + q_{14} + q_{32} + q_{34} \leq V_3$$

۵.۲ حل مسئله تخمین P .

برای حل مسئله P نخست، فرض بر این است که مدل تقاضای مستقیم $f(\cdot)$ که در بخش ۳.۲ بیان شد نسبت به پارامترهای α خطی است. در این حالت تابع تقاضای (b) می‌تواند به صورت

$$q_{ij} = x_{ij}\alpha + \epsilon_{ij} \text{ شود:}$$

که α یک بردار ستونی و $x_{ij} = [1, x_i, x_j, t_{ij}]$ یک بردار سطری است. بنابراین P به مدل زیر

تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned}
 p_1 : \min z(\hat{q}, \alpha) &= \sum_{(i,j) \notin S^0} (\hat{q}_{ij} - x_{ij}\alpha)^2 + \sum_{(i,j) \in S^0} (q_{ij}^0 - x_{ij}\alpha)^2 \\
 \text{s.t.} \quad &\sum_{j|(i,j) \notin S^0} \hat{q}_{ij} + \sum_{j|(i,j) \in S^0} q_{ij}^0 = M_i \quad \forall i \\
 &\sum_{i|(i,j) \notin S^0} \hat{q}_{ij} + \sum_{i|(i,j) \in S^0} q_{ij}^0 = A_j \quad \forall j \\
 &\sum_{(i,j) \in c^u(k)} \hat{q}_{ij} + \sum_{(i,j) \in c^o(k)} q_{ij}^0 = V_k \quad \forall k \\
 &\hat{q}_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j). \quad (b2)
 \end{aligned}$$

مسئله p_1 تابع هدف درجه‌ی دوم محدب (بخش ۸ را ببینید) و محدودیت‌های خطی دارد. اگر تعداد محدودیت‌ها و متغیرها در مسئله p_1 زیاد نباشد آن‌گاه هر کد برنامه‌ریزی درجه‌ی دوم می‌تواند برای حل p_1 استفاده شود زیرا سرعت و بازده محاسباتی بی‌اهمیت خواهد بود. در صورتی که p_1 بزرگتر باشد انتخاب شیوه‌ی محاسباتی اهمیت بیشتری دارد و اگر تعداد متغیرها و محدودیت‌های p_1 خیلی زیاد باشد استفاده از یک برنامه‌ریزی درجه دوم هدف کلی، که ساختار ویژه محدودیت p_1 را ندارند، پرهزینه است. مسئله p_1 می‌تواند به زیرمسئله‌های کوچکتر تقسیم شود. به طور خاص اگر \hat{q} ثابت نگه داشته شود آن‌گاه p_1 به مسئله رگرسیون حداقل مربعات نامحدود برای α ، تبدیل می‌شود.

بر این اساس یک تجزیه دو مرحله‌ای تکراری برای مسئله به صورت زیر بیان می‌کنیم:
 ۱- اگر $\bar{\alpha}$ یک مقدار داده شده از α باشد، جریان‌های بین دو گره‌ی مربوطه یعنی \hat{q} را به صورت زیر بدست آورید:

$$\begin{aligned}
 \min z(\hat{q}, \bar{\alpha}) &= \sum_{(i,j) \notin S^0} (\hat{q}_{ij} - x_{ij}\bar{\alpha})^2 \\
 \text{s.t.} \quad &\sum_{j|(i,j) \notin S^0} \hat{q}_{ij} + \sum_{j|(i,j) \in S^0} q_{ij}^0 = M_i \quad \forall i \\
 &\sum_{i|(i,j) \notin S^0} \hat{q}_{ij} + \sum_{i|(i,j) \in S^0} q_{ij}^0 = A_j \quad \forall j \\
 &\sum_{(i,j) \in c^u(k)} \hat{q}_{ij} + \sum_{(i,j) \in c^o(k)} q_{ij}^0 = V_k \quad \forall k \\
 &\hat{q}_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j).
 \end{aligned} \quad (7.2)$$

۲- فرض کنید که $\bar{q} = [\bar{q}_{ij}]$ جواب بهینه بدست آمده باشد \hat{q} باشد در این صورت حجم مربوط به پارامتر α را با روش زیر بدست آورید:

$$\text{Min} z(\bar{q}, \alpha) = \sum_{(i,j) \notin S^0} (\bar{q}_{ij} - x_{ij}\alpha)^2 + \sum_{(i,j) \in S^0} (q_{ij}^0 - x_{ij}\alpha)^2 \quad (8.2)$$

مسئله ۸.۲ معادل یک مسئله رگرسیون حداقل مربعات بدون محدودیت است و مسئله ۷.۲ یک مسئله برنامه‌ریزی درجه دوم است که دارای ساختار خاصی است که بعداً استفاده خواهد شد. تجزیه فوق در الگوریتم زیر رسمیت یافته است. بخش ۸ نشان می‌دهد که این الگوریتم به جواب بهینه‌ی سراسری مسئله p همگرا می‌شود.

الگوریتم A

۰- مقداردهی اولیه، قرار دهید $h = 1$. یک برآورد پارامتر اولیه $|\alpha^1| < \infty$ را انتخاب کنید و فرض کنید $z_1 = \infty$ و پارامترهای آستانه همگرایی را $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$ قرار دهید.
۱- تخمین جریان: مسئله

$$P_1 : \text{Min} \quad z^h(\hat{q}, \alpha^h) = \sum_{(i,j) \notin S^0} (\hat{q}_{ij} - x_{ij}\alpha^h)^2, \quad (V')$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j|(i,j) \notin S^0} \hat{q}_{ij} + \sum_{j|(i,j) \in S^0} q_{ij}^0 = M_i \quad \forall i$$

$$\sum_{i|(i,j) \notin S^0} \hat{q}_{ij} + \sum_{i|(i,j) \in S^0} q_{ij}^0 = A_j \quad \forall j$$

$$\sum_{(i,j) \in c^u(k)} \hat{q}_{ij} + \sum_{(i,j) \in c^c(k)} q_{ij}^0 = V_k \quad \forall k$$

$$\hat{q}_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j)$$

را برای \hat{q} با الگوریتمی مناسب حل کنید (بخش ۶ را ببینید). فرض کنید جواب بهینه \hat{q}^h باشد. در مورد شرط توقف، بسیاری از شرایط توقف قابل استفاده هستند، مثلاً برای $h \geq 2$ به ازای هر i و j اگر

$$|\hat{q}_{ij}^h - \hat{q}_{ij}^{h-1}| < \epsilon_1$$

و یا

$$|z^h - z^{h-1}| < \epsilon_2$$

متوقف شوید که در آن $z = z(\hat{q}, \alpha)$ که بوسیله (۲b) تعریف شده است و $z^h = z(\hat{q}^h, \alpha^h)$ در غیر این صورت به h یک واحد اضافه کنید. به گام ۲ بروید.
۲- رگرسیون، مسأله بدون محدودیت زیر را برای α حل کنید:

$$P_2 : \text{Min} \quad z^h(\hat{q}^h, \alpha) = \sum_{(i,j) \notin S^0} (\hat{q}_{ij}^h - x_{ij}\alpha)^2 + \sum_{(i,j) \in S^0} (q_{ij}^0 - x_{ij}\alpha)^2, \quad (A')$$

مسئله P_0 معادل مسئله تخمین حداقل مربعات α بواسطه یک معادله رگرسیون از فرم زیر است،

$$q^h = X\alpha + [\epsilon_{ij}]$$

که $q^h = [\hat{q}^h, q^0]_{n \times 1}$ ، $X = [X_{ij}]_{n \times m}$ از این رو جواب (α^h) مسئله P_0 از فرمول بسیار رایج حداقل مربعات، یعنی:

$$(X^T X)\alpha^h = X^T q^h \quad (9.2)$$

بدست می‌آید. (معمولا ستون‌های X مستقل خطی هستند، که در این صورت (۹.۲) جواب یکتا $\alpha^h = (X^T X)^{-1} X^T q^h$ دارد. در بدترین حالت که ستون‌های X وابسته خطی هستند، یک مجموعه‌ی جواب بسته‌ی محدب از (۹.۲) برای α^h هست. در این حالت می‌توانیم هر جواب متناهی α^h از این مجموعه را انتخاب کنیم.) به گام ۱ بروید.

گام صفر در بالا نیازمند واگذاری مقادیر مقدماتی برای پارامترهای تابع تقاضای مستقیم یعنی α است. این مقادیرهای اولیه ممکن است بواسطه کاربرد رگرسیونی که از مشاهدات جریان‌های میان‌گره‌ها یعنی q_{ij}^0 به عنوان متغیرهای وابسته استفاده می‌کنند، بدست‌آیند. به عنوان جایگزین، مقادیرهای معقول برای α می‌تواند بر مبنای اطلاعات اولیه انتخاب شود.

گام ۱ نیازمند جواب یک مسئله برنامه‌ریزی درجه دوم محدب P_1 است و در مسئله‌های بزرگتر می‌تواند بار محاسباتی نسبتا بزرگ را نمایش دهد. تکنیک‌های حل مسئله‌ی P_1 در بخش ۶.۲ بررسی می‌شود. استفاده از تابع تقاضای مستقیم که در پارامترهایش خطی نیست ایجاد مشکل می‌کند. برای ذکر نمونه‌ای از کاربردهای مدل تقاضای مستقیم در مطالعات حمل‌ونقل، تابع ضربی زیر بسیار استفاده شده است:

$$q_{ij} = \alpha_0 X_i^{\alpha_1} X_j^{\alpha_2} t_{ij}^{\alpha_3} \epsilon_{ij}. \quad (10.2)$$

چون (۱۰.۲) برای تخمین مستقیم سخت است از یک تبدیل لگاریتمی به شکل زیر بهره می‌بریم:

$$\begin{aligned} \ln q_{ij} &= \ln \alpha_0 + \alpha_1 (\ln X_i) + \alpha_2 (\ln X_j) + \alpha_3 (\ln t_{ij}) + \ln \epsilon_{ij} \\ &= \alpha_0^* + \alpha_1 (\ln X_i) + \alpha_2 (\ln X_j) + \alpha_3 (\ln t_{ij}) + \epsilon_{ij}^* \\ &= \alpha^* \ln(X_{ij}) + \epsilon_{ij}^*. \end{aligned} \quad (11.2)$$

اگر بخواهیم α^* را تخمین بزنیم و سپس α را با مینیم سازی $\sum (\epsilon_{ij}^*)^2$ همراه با محدودیت‌های (۳.۲ تا ۶.۲) تخمین بزنیم، که دلالت می‌کند بر جایگزینی تابع هدف (۲.۲) به صورت زیر:

$$\text{Min } Z = \sum_{(i,j) \notin S^0} (\ln \hat{q}_{ij} - \alpha^* \ln X_{ij})^2 + \sum_{(i,j) \in S^0} (\ln q_{ij}^0 - \alpha^* \ln X_{ij})^2 \quad (12.2)$$

این تابع در α^* محدب است ولی در \hat{q}_{ij} محدب نیست. بنابراین اگر الگوریتم تجزیه پیشنهاد شده را برای حل (۳.۲ تا ۶.۲) و (۱۲.۲) بکار ببریم، آن‌گاه مسئله مینیم سازی با محدودیت‌های خطی گام ۱

دیگر محدب نخواهد بود. به همین ترتیب، فرض کنید یک عبارت خطای افزایشی به جای خطای ضربی در معادله (۱۰.۲) بکار رود، یعنی:

$$q_{ij} = \alpha \cdot X_i^{\alpha_1} X_j^{\alpha_2} t_{ij}^{\alpha_3} + \epsilon_{ij}. \quad (13.2)$$

در این حالت تابع هدف (۲.۲) مدل به صورت زیر خواهد بود،

$$\min Z = \sum_{(i,j) \notin S^0} (\hat{q}_{ij} - \alpha \cdot X_i^{\alpha_1} X_j^{\alpha_2} t_{ij}^{\alpha_3})^2 + \sum_{(i,j) \in S^0} (q_{ij}^0 - \alpha \cdot X_i^{\alpha_1} X_j^{\alpha_2} t_{ij}^{\alpha_3})^2 \quad (14.2)$$

این تابع هدف برای \hat{q}_{ij} محدب و برای α نامحدب است، که دقیقاً برعکس (۱۲.۲) در بالا است. با توابع تقاضای مستقیم ضربی، الگوریتم پیشنهاد داده‌شده بالا ممکن است به مسئله کمینه‌سازی سراسری P_0 همگرا نشود. در نتیجه، مناسب است فرم کاربردی که نسبت به پارامترهای α ، خطی است حفظ شود. البته، حتی زمانی که تابع تقاضای مستقیم، نسبت به پارامترهای α خطی است، نیاز نیست که تابع تقاضای مستقیم نسبت به مقاومت (ظاهری) و ویژگی‌های اجتماعی و اقتصادی t_{ij}, x_j, x_i خطی باشد.

۶.۲ حل زیرمسئله P_1

بسیاری از محاسبات در هر تکرار از الگوریتم A، با توجه به مسئله P_1 در گام ۱ از الگوریتم مذکور انجام می‌شود. مسئله P_1 می‌تواند با بکارگیری هر الگوریتم برنامه ریزی درجه دوم کلی، حل شود اما در مسئله‌های بزرگ مقیاس، فرم ویژه محدودیت‌های P_1 به ما اجازه‌ی استفاده از تکنیک‌های حل مقرون به صرفه بیشتر را می‌دهد.

۱.۶.۲ نوع محدودیت حمل و نقل

فرض کنید برای لحظه‌ای محدودیت‌های مسئله P_1 از نوع حمل و نقل استاندارد هستند یعنی دارای مشاهداتی از نوع q_{ij}^0 و محدودیت‌های نوع (۵.۲) نیستند، در این صورت P_1 به P_1' تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned}
 P_1^1 : \text{Min} \quad & Z(\hat{q}) = \sum_{(i,j)} (\hat{q}_{ij} - x_{ij}\bar{\alpha})^2 \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_j \hat{q}_{ij} = M_i \quad \forall i \\
 & \sum_i \hat{q}_{ij} = A_j \quad \forall j \\
 & \hat{q}_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j).
 \end{aligned}$$

بحث به شکل کلی تر P_1 در ۶.۲.۲ گسترش می یابد. مسئله P_1^1 یک مسئله حمل و نقل است که تابع هزینه آن درجه دوم، جدایی پذیر و محدب است. چندین الگوریتم برنامه ریزی غیرخطی وجود دارد، الگوریتم های برنامه ریزی درجه دوم و الگوریتم نقطه ثابت که می تواند مزیت نوع خاصی از مسئله هزینه حمل و نقل محدب را داشته باشد (مانند P_1^1)، با توجه به این نوع خاص از مسأله، زمان حل تا حد زیادی بهبود یافته است. برای نشان دادن انطباق الگوریتم های موجود برای حل P_1^1 ، تنها یک روش به نام الگوریتم B [۹] ارائه می دهیم. این الگوریتم به جواب بهینه کلی P_1^1 همگرا می شود، زیرا P_1^1 تابع هدف جدایی پذیر و پیوسته و محدب دارد و فضای محدودیتش فشردده و محدب است.

الگوریتم B

برای ساده سازی نوشتاری برای بردارهای زیر قرار دهید

$$q = [q_{ij}]_{n^2 \times 1}, y = [y_{ij}]_{n^2 \times 1}, \alpha = [\alpha_i]_{m \times 1}, X = [X_{ij}]_{n^2 \times m}.$$

مراحل الگوریتم به شرح زیر است:

- ۰- قرار دهید $k = 1$. یک جواب شدنی اولیه q^k برای P_1^1 انتخاب کنید و یک پارامتر آستانه همگرایی $\epsilon > 0$ را انتخاب کنید.
- ۱- تابع هدف P_1^1 را با یک تقریب خطی سراسری (یک سطح مماس) از q^k جایگزین کنید (که بر بردار جریان متغیر، دلالت می کند). که این تبدیل، یک مسئله حمل و نقل خطی استاندارد به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \Psi(q^k - X\bar{\alpha})^T y \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_j y_{ij} = M_i \quad \forall i \\
 & \sum_i y_{ij} = A_j \quad \forall j \\
 & y_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j)
 \end{aligned}$$

مسئله را حل کنید و فرض کنید y^k جواب آن باشد.

- ۲- مسئله جستجوی خطی زیر که عبارت است از مینیمم سازی تابع هدف P_1^1 در امتداد خط مستقیم

اتصال q^k به y^k را حل کنید :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad f(\theta) &= (q^k + \theta(y^k - q^k) - X\bar{\alpha})^T (q^k + \theta(y^k - q^k) - X\bar{\alpha}) \\ & \quad 0 \leq \theta \leq 1 \end{aligned}$$

فرض کنید θ^k جواب بهینه باشد. که θ یک اسکالر است. شرط زیر را بررسی کنید:

$$|f(\theta^k) - f(\theta^{k-1})| < \epsilon$$

اگر این شرط برقرار است متوقف شوید، در غیر این صورت قرار دهید:

$$q^{k+1} = (q^k + \theta^k(y^k - q^k))$$

به k یک واحد اضافه کنید و به گام ۱ بروید.

حل مسئله بهینه‌سازی متغیر در گام ۲ در یک مرحله آسان است و به تکرار نیاز ندارد.

با قرار دادن $\frac{df(\theta)}{d\theta} = 0$ نتیجه می‌گیریم که:

$$\begin{aligned} 0 &= (q^k + \theta(y^k - q^k) - X\bar{\alpha})(y^k - q^k) = 0 \quad \text{بنابراین} \\ \theta^k &= \frac{(X\bar{\alpha} - q^k)(y^k - q^k)}{(y^k - q^k)^T (y^k - q^k)} \quad \text{اگر } \theta^k < 0 \text{ آنگاه} \\ & \quad \text{قرار دهید } \theta^k = 0 \text{ و اگر } \theta^k > 1 \text{ قرار دهید: } \theta^k = 1. \end{aligned}$$

بنابراین الگوریتم B بالا برای حل کردن یک دنباله مسائل حمل‌ونقل خطی استاندارد استفاده می‌شود (گام ۱)، که برای هرکدام در گام ۲، یک مسئله جستجو خطی حل می‌شود.

۲.۶.۲ دستیابی به حجم‌های سفر مشاهده شده و محدودیت برش

در قسمت (۱.۶.۲) دیدیم که اگر محدودیت‌های P_1 شکل یک مسئله حمل‌ونقل استاندارد داشته باشد آنگاه منجر به مزیت‌های بسیار بزرگ محاسباتی در حل P_1 می‌شود. اما، حتی اگر محدودیت‌ها در ابتدا دارای چنین فرمی نباشند، غالباً می‌توانند در این فرم قرار گیرند. محدودیت‌های ۳.۲ و ۴.۲ مسئله P_1 همیشه می‌توانند به نوع محدودیت‌های حمل‌ونقل استاندارد تبدیل شوند. این کار به صورت زیر انجام می‌شود، بافرض

$$M_i^* = M_i - \sum_{j|(i,j) \in S^0} q_{ij}^0$$

$$A_j^* = A_j - \sum_{i|(i,j) \in S^0} q_{ij}^0$$

این محدودیت‌ها به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$\sum_{\forall j} q_{ij} = M_i^* \quad \forall i \quad (3')$$

$$\sum_{\forall i} q_{ij} = A_j^* \quad \forall j \quad (4')$$

اعمال هزینه‌ی جریمه بسیار بالا بر q_{ij} و برای همه‌ی $(i, j) \in S^0$ تضمین می‌کند که این q_{ij} ها در جواب بهینه صفر می‌شوند. داده‌های M_i ها و A_j ها معمولاً نادقیقند، از این رو برخی اوقات محدودیت‌های برابری (۳.۲) و یا (۴.۲) را با کران‌های بالاتر یا پایین تر جابه‌جا می‌کنیم.

در مواردی این محدودیت‌های نابرابری می‌توانند به نوعی از محدودیت‌های حمل‌ونقل برابری استاندارد تبدیل شوند، به مقالات استانداردسازی مانند واگنر [۱۳] و همچنین چارنز و کلینگتون [۴] و چارنز و گلور و کلینگتون [۵] مراجعه کنید. اگر مجموعه محدودیت‌های برشی (۵.۲) تهی نباشد آنگاه تبدیل محدودیت‌های P_1 به نوع محدودیت‌های حمل‌ونقل استاندارد کار بسیار دشوار و ممکن است همیشه، شدنی نباشد. واگنر [۱۳] و بعداً مانا [۶] ثابت کردند که مسائل حمل‌ونقل با انواع محدودیت برش معین می‌تواند به حمل‌ونقل بزرگ و استاندارد تبدیل شوند.

گلور، کلینگمن و روسو [۱۰] این نتایج را با ابداع یک روش که محدودیت خطی اضافی در یک مسئله حمل‌ونقل را به محدودیت برش روی متغیرهای وابسته به گره تکی تبدیل می‌کند گسترش دادند و این ابداع تنها و تنها زمانی معتبر است که این تبدیل امکان‌پذیر باشد.

روش واگنر می‌تواند برای تبدیل مسئله کاهش به یک مسئله حمل‌ونقل بزرگ مقیاس استفاده شود. هیچ کدام از تکنیک‌های بالا به ما اجازه‌ی تبدیل یک مسئله حمل‌ونقل شامل یک مجموعه‌ی دلخواه از محدودیت‌های برش اضافی به یک مسئله حمل‌ونقل استاندارد را نمی‌دهد.

خوشبختانه تکنیک‌های ویژه دیگری برای حل چنین مسائلی وجود دارد. این روش‌ها تمایل دارند مسئله را در دو بخش بررسی کنند:

الف- بخش موفق، برای مسئله حمل‌ونقل محض

ب- بخش ناموفق، که می‌تواند هر مجموعه‌ی دلخواه یا کران‌دار از محدودیت‌های خطی باشد.

یک روش مهم برای حل قسمت موفق روش وارون-دوگانه چارنز و کوپر [۳] که بعداً بوسیله بیکرس [۱] و کلینگمن و راسل توسعه و بازسازی شد.

یک روش متفاوت مبنایی و متناوب، استفاده از اصل تجزیه ولف-دانتزیک [۸] است، به هر حال بیکرس ثابت کرد برخی چیزها تاثیر کمتری نسبت به روش دوگانه-معکوس دارد.

روش متناوب دیگر، استفاده از کران‌دار کردن بالایی تعمیم یافته اثر دانتزیک و وان اسلیک [۷] است هرچند این دسته یک کلاس محدودتر از محدودیت اضافه شده است.

مرجع‌های پاراگراف بالا به مسائل خطی علاقه‌مندند ولی شیوه‌های که آن‌ها شرح می‌دهند قابل بسط به مسئله‌هایی چون P_1 که تابع هدف غیرخطی دارند، می‌باشد.

چون می‌توانیم یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی که محدودیت‌های آن خطی هستند را با تقریب تکه‌ای خطی تابع هدف آن یا با تقریب‌های خطی کلی تقریب بزنیم (بخش ۲.۶.۱ رابینید). این مسائل خطی سپس می‌توانند با استفاده از روش‌های پیشنهاد شده در پاراگراف پیشین، حل شوند. روش ارائه شده، یک روش جزئی برای تخمین ماتریس‌های سفر مبدا-مقصد با استفاده از داده‌های گردآوری شده و ناقص مانند شمارش‌گرهای ترافیکی است.

باتوجه به بار محاسباتی، هر الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دوم می‌تواند برای مسئله‌های با مقیاس کوچک تا متوسط استفاده شود. علاوه بر این حتی اگر برای لحظه‌ای کاربردهای مسائل برنامه‌ریزی درون‌شهری

بزرگ مقیاس را حذف کنیم به احتمال زیاد مشکلات بسیاری برای روشی که مطالعه شد، وجود دارد. نویسندگان از روش پیشنهاد شده در این فصل برای تخمین حجم‌های سفر بین شهرستان‌ها، مراکز اشتغال و کسب و کار مرکزی شهرستان سالیسبوری در کشور زیمباوه استفاده کردند.

۷.۲ جواب‌های متناهی، محدب و منحصر بفرد مسئله‌های P_0, P_1, P_2

لم زیر نشان می‌دهد که در شرایط نرمال مسئله P_0 جواب متناهی یا جواب‌هایی برای z, \hat{q}, α دارد. لم ۱: مسئله P_0 مقدار جواب متناهی برای z, \hat{q}, α دارد اگر دو شرط زیر برقرار باشند:
الف- محدودیت‌های P_0 ناسازگار نباشند ب- مقادیر حداقل مربعات $f(\cdot), \alpha$ که از (۱.۲) بدست آمده‌اند، هنگامی که $X = [x_{ij}], q = [q_{ij}]$ متناهی هستند، متناهی می‌باشند.
برهان: متغیرهای \hat{q}_{ij} کران‌دار هستند، چون (الف) و محدودیت‌های (۳.۲) و (۴.۲) و (۶.۲) تضمین می‌کند که $0 \leq q_{ij} \leq \min\{M_i, A_j, V_k | (i, j) \in C(k)\}$ برای هر \hat{q} داده شده به یک تخمین حداقل مربع نامحدود از α ، تبدیل می‌شود. در نتیجه بلافاصله از (ب) برداشت می‌شود که α و $f(\cdot)$ متناهی هستند، بنابراین $Z(\cdot)$ متناهی است و این برهان را کامل می‌کند.
لم زیر بیان می‌کند که P_0^1, P_1, P_2 تابع هدف محدب دارند. از این رو چون مجموعه‌ی محدودیت‌ها محدب هستند، هر کمینه‌ی سراسری P_0^1 یا P_1 یا P_2 بهینه‌ی سراسری یکتا است.
لم ۲: توابع هدف P_0^1, P_1, P_2 محدب هستند.

برهان: توابع هدف P_0^1, P_1, P_2 شامل مجموع مربعات شکل خطی و مقادیر اسکالر هستند. یک شکل خطی و مقادیر اسکالر دل‌خواه را در نظر بگیرید که با $f(x) = a^T x + b$ نشان داده می‌شود. هسین

$$((f(x)))^2 = (a^T x + b)^2$$

برابر $2aa^T$ می‌شود که نیمه‌معین مثبت است بنابراین $(f(x))^2$ تابع محدب است. مجموع توابع محدب، تابع محدب است بنابراین لم بلافاصله ثابت می‌شود.

در بسیاری از موارد تابع هدف P_0^1 اکیداً محدب است و در این حالت P_0^1 جواب بهینه کلی یکتا دارد. این مفهوم را در لم زیر نشان می‌دهیم:

لم ۳: اگر m ستون X مستقل خطی باشند (این حالت نرمال است) و q حداقل m عنصر پیش-ثابت^۱ داشته باشد یعنی S° دارای $\bar{m} \geq m$ عضو باشد آن‌گاه P_0^1 همیشه جواب بهینه یکتا $(\bar{q}, \bar{\alpha})$ دارد.

برهان: فرض کنید $\epsilon = (Iq - X\alpha)$. P_0^1 را با نوشتن تابع هدف به صورت $\epsilon \epsilon^T$ که $\epsilon = (Iq - X\alpha)$ به عنوان یک محدودیت آشکار، مجدداً تنظیم می‌کنیم. تابع هدف $\epsilon^T \epsilon$ روی ϵ اکیداً محدب است و همچنین مجموعه‌ی محدودیت‌ها محدب هستند، بنابراین P_0^1 جواب بهینه و یکتا $\bar{\epsilon}$ دارد. اگر ستون‌های $[I^\circ, X]$ مستقل خطی باشند آن‌گاه $(\bar{q}, \bar{\alpha})$ یکتا وجود دارد که به ازای آن $\bar{\epsilon}$ برابر می‌شود با $(I\bar{q} - X\bar{\alpha})$. I° ماتریسی است که از صفر کردن ماتریس همانی بدست می‌آید که ستون‌های آن متناظر با ثابت‌های q_{ij} ها در Iq هستند. شرایط معین در لم تقریباً همیشه برای تضمین این‌که ستون‌های $[I^\circ, X]$ مستقل

^۱pre-fixed

خطی باشند، شرایط کافی هستند پس بلافاصله لم ثابت می‌شود.
 هسین تابع هدف P_1 با توجه به همهی متغیرهای P_1 یعنی q_{ij} ها، برابر $2I$ است که I ماتریس همانی با بعد مناسب است. بنابراین تابع هدف P_1 محدب اکید و مجموعه محدودیت‌ها محدب هستند، در نتیجه هر مینیمم کلی P_1 یک بهینه کلی یکتا است.
 هسین تابع هدف P_2 با توجه به همهی متغیرهای P_2 یعنی α ها، برابر $2XX^T$ است، که نیمه‌معین مثبت است. در حالت عادی ستون‌های X مستقل خطی هستند در این حالت برای هر $\alpha \neq 0$ داریم $X\alpha \neq 0$ بنابراین $a^T(X^T X)a > 0$. این بدین معنی است که تابع هدف محدب اکید است و چون محدودیت مسئله P_2 محدب است، هر مینیمم کلی P_2 یک بهینه کلی یکتاست.

۸.۲ همگرایی الگوریتم A

ممکن است این‌گونه به‌نظر برسد که الگوریتم A در ۵.۲ یک کاربرد تجزیه بندرز تعمیم یافته است و بنابراین، همگرایی، می‌تواند با بیان قضیه‌های موجود ثابت شود، اما متأسفانه این‌طور نیست. متغیرهای مسئله معلوم P به‌طور طبیعی به دو مجموعه $\{\hat{q}\}$ و $\{\alpha\}$ تقسیم می‌شود ولی تنها \hat{q} در محدودیت‌ها آشکار می‌شود بنابراین روش بندرز برقرار نیست. در ادامه یک قضیه همگرایی سراسری در زیر بیان می‌شود. نخست به چهار لم زیر نیاز داریم. توابع هدف P_1, P_2, P_3 را بترتیب به صورت $z(q, \alpha), z(q, \alpha^h), z(q^h, \alpha)$ در نظر بگیرید، که $q = [\hat{q}, q_{ij}^0]$ یک بردار با n^2 عنصر است.
 لم ۴: دنباله‌ی نقاط (q^h, α^h) و $h = 1, 2, \dots$ ایجاد شده بوسیله الگوریتم A درون یک مجموعه‌ی محدب (فشرده) قرار می‌گیرند.

برهان: محدودیت‌ها روی q_{ij}^h در A (یعنی ۳.۲ تا ۶.۲) یک مجموعه‌ی بسته محدب را نشان می‌دهد و تضمین می‌کند که $0 \leq q_{ij}^h \leq \min\{M_i, A_j, V_k | (i, j) \in C(k)\}$ پس q^h کران‌دار است بنابراین q^h در یک مجموعه‌ی محدب و فشرده قرار می‌گیرد. محاسبه‌ی α^h در گام ۲ الگوریتم A ثابت می‌کند که اگر q^h در یک مجموعه‌ی محدب و فشرده قرار بگیرد، آنگاه α^h در یک مجموعه محدب و فشرده قرار می‌گیرد.

لم ۵: هر مجموعه‌ی S فشرده است اگر و تنها اگر هر دنباله‌ی متناهی از نقاط در S به نقطه‌ای در S همگرا باشند.

برهان: برای اثبات به مرجع [۶] یا کتاب‌های مرتبط با برنامه ریزی غیرخطی مراجعه کنید.
 لم ۶: دنباله‌ی مقادیر z تولید شده بوسیله (گام‌های ۱ و ۲) الگوریتم A به یک نقطه حدی یکتا z^* همگرا می‌شوند (توجه شود که این همگرایی، یک نقطه (q^*, α^*) منحصر به فرد مربوط به z^* را ایجاد نمی‌کند).

برهان: دنباله نقاط $(q^h, \alpha^h), (q^{h+1}, \alpha^{h+1}), \dots$ ، $h \in H = \{1, 2, \dots\}$ که بوسیله A تولید شدند بر طبق لم ۴ در یک مجموعه فشرده قرار می‌گیرند از این‌رو این دنباله یا زیردنباله به صورت $(q^{h'}, \alpha^{h'})$ و $h' \in H' \subseteq H$ وجود دارد، که بر طبق لم ۵ به یک نقطه حدی (q^*, α^*) همگرا می‌شود. سپس از آن‌جا

که تابع $z(q, \alpha)$ یک تابع مقدار پیوسته و یکتاست داریم:
 اما دنباله مقادیر z تولید شده از طریق گام‌های ۱ و ۲ در A غیر صعودی و از پایین کران دار است ($z \geq 0$) بنابراین چون چند تا زیردنباله از این دنباله به z^* همگرا می‌شود دنباله کلی هم باید به z^* همگرا شود.
 لم ۷: الگوریتم A یک دنباله یا زیردنباله از نقاط می‌سازد که به (q^*, α^*) همگرا می‌شوند که در این نقطه $P!$ یک مینیمم سراسری $z(q^*, \alpha^*)$ دارد.
 برهان: چندتا زیردنباله‌ی $(q^{h'}, \alpha^{h'})$ و $h' \in H' \subseteq H$ از نقاطی که بوسیله گام ۲ الگوریتم A تولید شده‌اند، در یک دنباله از تکرارها یک نقطه حدی به نام (q^*, α^*) دارد. ولی گام ۲ الگوریتم A به ازای هر α تضمین می‌کند که $z(q^{h'}, \alpha^{h'}) \leq z(q^{h'}, \alpha)$ پس از آن جایی که $z(q, \alpha)$ یک تابع پیوسته است، نقطه حدی زیر را داریم:

$$z(q^*, \alpha^*) \leq z(q^*, \alpha) \quad \forall \alpha \quad (15.2)$$

به‌علاوه چون زیردنباله $(q^{h'+1}, \alpha^{h'})$ ، $h' \in H' \subseteq H$ که در گام ۱ الگوریتم A تولید شده‌اند در یک مجموعه فشرده قرار می‌گیرند (لم ۴)، خود این زیردنباله یا یک زیردنباله‌اش مانند:
 $(q^{h''+1}, \alpha^{h''})$ ، $h'' \in H'' \subseteq H'$ یک نقطه‌ی حدی (q^{**}, α^*) دارد (لم ۵).
 از طرفی چون گام ۱ از الگوریتم A تضمین می‌کند که برای هر q شدنی: $z(q^{h''+1}, \alpha^{h''}) \leq z(q, \alpha^{h''})$ و چون $z(q, \alpha)$ پیوسته است، به ازای هر q شدنی یک نقطه حدی مانند:

$$z(q^{**}, \alpha^*) \leq z(q, \alpha^*) \quad (16.2)$$

داریم. اما از لم ۶ داریم که مقدار z همان نقطه حدی است، از این رو $z(q^{**}, \alpha^*) = z(q^*, \alpha^*)$ بنابراین (۱۶.۲) به ازای هر q شدنی به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$z(q^*, \alpha^*) \leq z(q, \alpha^*) \quad (17.2)$$

چون $z(q, \alpha)$ همه‌جا جدایی‌پذیر است، (۱۷.۲)، (۱۵.۲)، برای همه‌ی جهت‌های شدنی dq و $d\alpha$ ، مفهوم زیر را می‌رساند:

$$\circ \leq \nabla_{\alpha} z(q^*, \alpha^*)^T d\alpha, \forall d\alpha \in (q^*, \alpha^*). \quad (18.2)$$

$$\circ \leq \nabla_q z(q^*, \alpha^*)^T dq, \forall dq \in (q^*, \alpha^*). \quad (19.2)$$

از جمع زدن (۱۸.۲)، (۱۹.۲) نتیجه می‌گیریم:

$$\circ \leq \nabla_{\alpha} z(q^*, \alpha^*)^T d\alpha + \nabla_q z(q^*, \alpha^*)^T dq \quad (20.2)$$

که بیان می‌کند که مشتق جهت‌دار $z(q, \alpha)$ و $z(q^*, \alpha^*)$ در همهی جهت‌های شدنی، مثبت است. اما این شرط کافی برای بهینه‌ی سراسری P^1 در (q^*, α^*) است. چون P^1 شامل مینیمم‌سازی یک تابع جدایی‌پذیر و محدب مانند $z(q, \alpha)$ در سراسر یک ناحیه‌ی شدنی محدب است.

قضیه ۱.۸.۲. دنباله نقاط (q^h, α^h) و (q^{h+1}, α^{h+1}) و $h = 1, 2, \dots$ که بوسیله الگوریتم A تولید شده‌اند به یک مینیمم سراسری P^1 همگراست.

برهان: لم ۷ بیان می‌کند که الگوریتم A دنباله‌ای تولید می‌کند که به مینیمم سراسری مسئله P^1 همگرا می‌شود. Z مربوط به دنباله نقاط مفروض بر طبق لم ۶ به یک نقطه حدی z^* همگرا می‌شود و چون بر طبق لم ۶، z^* یکتاست پس دنباله نقاط (q^h, α^h) و (q^{h+1}, α^{h+1}) و $h = 1, 2, \dots$ به مینیمم سراسری مسئله P^1 همگرا می‌شوند.

فصل ۳

مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی با استفاده از ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد

۱.۳ مقدمه

ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد^۱ نقش مهمی در پروژه برنامه‌ریزی حمل‌ونقل و ارزیابی سیاست حمل‌ونقل ایفا می‌کنند. در بسیاری از پژوهش‌ها ثابت شده است که تخمین ماتریس مبدأ-مقصد بواسطه شمارش ترافیک لینک، نسبت به روش‌های رایجی چون پیمایش سفرهای خانوادگی و مصاحبه‌ی کنار جاده‌ای برای دوره کوتاه سیاست حمل‌ونقل کم هزینه‌تر و پراثرتر است. منظور از شمارش ترافیک لینک، شمارش تعداد خودروهایی است که از یک لینک عبور می‌کنند و منظور از تخمین ماتریس مبدأ-مقصد بواسطه شمارش ترافیک لینک، تخمین تعداد خودروی عبوری از هر لینک و سپس تشکیل ماتریس سفر مبدأ-مقصد بواسطه‌ی این تخمین است. از این نظر توجه به تخمین ماتریس مبدأ-مقصد سفر با استفاده از شمارش ترافیک لینک در حال افزایش است.

هرچه جفت مبدأ-مقصدها در شمارش ترافیک لینک بیشتر دیده شوند، ماتریس سفر مبدأ-مقصد، معتبرتر بدست می‌آید. بنابراین در بسیاری از مکان‌های انتخاب شده برای شمارش ترافیک، لازم است که این جفت مبدأ-مقصدها دیده شوند. با این شرایط، هزینه بدست آوردن شمارش‌های ترافیک لینک بدست آمده است. هدف از این فصل ارائه‌ی روشی است که مجموعه‌ای از لینک‌های بهینه شامل جفت مبدأ-مقصدها را بایک بودجه مشخص پیدا کند بگونه‌ای که اعتبار تخمین ماتریس سفر مبدأ-مقصد افزایش پیدا کند. همچنین در این فصل تعدادی الگوریتم جواب شدنی برای مدل ارائه می‌شود. مطالب این فصل از مرجع [۱۶] آمده است.

^۱destination-origin

۲.۳ مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی

۱.۲.۳ مفاهیم اصلی

روش تخمین ماتریس سفر مبدأ-مقصد با استفاده از شمارش ترافیک برعکس روش تخمین ماتریس سفر مبدأ-مقصد با استفاده از شمارش ترافیک لینک، فرضیه‌ای می‌سازد که رابطه مشخصی بین داده‌های ماتریس سفر مبدأ-مقصد مجهول یعنی همان داده‌هایی که در بار اول قابل مشاهده نیستند و داده‌ی شمارش ترافیک یال معلوم وجود دارد. این مفهوم پایه‌ای توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\sum_w P_w^a T_w = \bar{v}_a, a = 1, \dots, M, \omega = 1, \dots, N \quad (1.3)$$

T_w : تعداد جفت مبدأ-مقصدها که هر جفت مبدأ-مقصد با w نشان داده می‌شود.
 P_w^a : نسبت انتخاب یال یا لینک (مقدار یا نسبت سفرهایی که به ازای هر جفت گره مبدأ-مقصد w از لینک a استفاده می‌کنند)

\bar{v}_a : ترافیک در گردش در لینک a

مشابه آن‌چه در بالا شرح داده شد، وجود ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد، بر طبق بدست آوردن تناسب انتخاب لینک، به شبکه‌ی جاری ارجاع داده می‌شود. در روش تخمین ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد با استفاده از شمارش‌های ترافیک لینک باید به چند نکته توجه کرد.

نخست، معادله (۱.۳) با استفاده از M تا از معادلات خطی متقارن برای N تا از مقادیر مجهول شکل گرفته است اما چون تعداد سفرهای مبدأ-مقصد بسیار بیشتر از لینک‌ها هستند، در معادله (۱.۳) تعداد مجهولات بیشتر از تعداد معادلات است که این علت اصلی وجود چند جواب شدنی برای معادله (۱.۳) است.

این نتیجه نشان می‌دهد که ماتریس‌های مبدأ-مقصد بسیاری وجود دارند که باعث مشاهده لینک جاری می‌شوند. از بین تعداد زیادی از ماتریس‌های شدنی، جواب بهینه و یکتا پیدا می‌شود. دوم، مقدار نسبت انتخاب لینک ممکن است مناسب نباشد، این مقدار تحت تاثیر دقت وجود ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد و روشی که استفاده می‌شود، قرار دارد. سوم، مشاهده شمارش‌های ترافیک لینک وابسته و متناقض است وابستگی لینک‌ها به هم به این دلیل است که به هم متصل هستند. هنگام تخمین ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد بواسطه ترافیک لینک جاری، شمارش ترافیک باید مستقل و بدون تناقض باشد. با این همه تا زمانی که شمارش ترافیک شامل خطای اندازه‌گیری درون خودش است و وابستگی میان مشاهدات ترافیک لینک وجود دارد، غالباً ترکیب شمارش ترافیک نمی‌تواند به طور رضایت‌مند ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد را تخمین بزند (بنیاد تحقیقات کره برای زیستگاه انسانی ۱۹۹۴). چهارم، مکان لینک برای مشاهدات جاری که می‌خواهند نمایش داده شوند، بعضی از مکان‌ها شامل مقدار و کیفیت یکسانی از شمارش‌های ترافیک هستند و داده‌های شمارش ترافیک در هر مکان درصد سهم مختلفی از تخمین ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد را دارند. به عبارت دیگر از آن‌جا که خطای تخمین

به انتخاب مجموعه‌ی لینک‌های مشاهده شده وابسته است، انتخاب مکان‌های مناسب برای مشاهده اهمیت دارد. با توجه به توضیحات بالا تخمین ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد با استفاده از مشاهده لینک‌های جاری مشکلات ساختاری دارد. بسیاری از مطالعات بر روی روش وجود ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد بواسطه شمارش‌های ترافیک روی اعتبار تخمین متأثر از خطا روش انتخاب کاربرد، متمرکز شده است. از آنجایی که اعتبار یک مدل تخمین هم به مکان و هم به تعداد شمارش‌های ترافیک مرتبط است، مطالعه اصول انتخاب مکان شمارش‌های ترافیک و مطالعه تغییر اعتبار تخمین با استفاده از این اصول، ضروری است.

۲.۲.۳ مدل ریاضی مسئله

مدل جاری، مدل انتخاب لینکی است که هنگامی که مکان بهینه شمارش ترافیک انتخاب می‌شود، هزینه کلی شمارش ترافیک شامل جفت مبدأ-مقصدها مینیمم می‌شود. با این شرط که ماتریس مبدأ-مقصد بهترین کیفیت را داشته باشد. اگر در یک شبکه همه‌ی جفت گره‌های مبدأ-مقصد پوشش داده شوند، ماتریس مبدأ-مقصد بهترین کیفیت را دارد. جفت گره مبدأ-مقصد هنگامی پوشش داده می‌شود که حداقل یک مسیر بین این دو گره دارای لینکی در مجموعه لینک‌های انتخاب شده باشد.

مدل ۱: مدل لینک-مینا

$$\min Z = \sum_{a \in A} c_a l_a \quad (۲.۳)$$

$$s.t. \quad \sum_a \delta_{wa} l_a \geq 1, \forall w \in W \quad (۳.۳)$$

$$l_a = 0 \text{ یا } 1, \forall a \in A \quad (۴.۳)$$

که در آن:

$$c_a = a_0 + a_1 \cdot n_a$$

c_a : هزینه شمارش ترافیک در لینک a

a_0 : هزینه مشاهدات ثابت در لینک a

a_1 : هزینه شمارش هر مسیر یا هر شعبه از لینک a

n_a : تعداد مسیرهای لینک a

l_a : اگر لینک a انتخاب شود مقدار یک دارد در غیر این صورت مقدار صفر دارد.

δ_{wa} : اگر جفت مبدأ-مقصد w با لینک a پوشش داده شود مقدار یک دارد و در غیر این صورت مقدار صفر دارد.

معادله (۲.۳)، تابع هدف مسئله مینیمم سازی هزینه‌های کلی برای شمارش‌های ترافیک لینک را نشان می‌دهد.

معادله (۳.۳) محدودیتی است که هر جفت مبدأ-مقصدی باید با استفاده از حداقل یک لینک پوشش

داده شود.

معادله (۴.۳) محدودیت صحیح بودن متغیرهاست.

هزینه در حقیقت یک تابع از تعداد مسیرها در لینک‌ها است. مدل بالا یک مدل لینک-مبناست که لینک‌ها را به عنوان مکان شمارش ترافیک انتخاب می‌کند. مدل‌های جاده-مبنا، لینک‌ها و همچنین لینک‌های وارونه را به طور هم‌زمان به عنوان مکان‌های شمارش ترافیک انتخاب می‌کند. مدل جاده-مبنا به صورت زیر فرمول‌بندی شده است:

مدل جاده-مبنا

در این مدل علاوه بر لینک‌ها، وارون لینک‌ها هم می‌توانند به عنوان مکان شمارش ترافیک انتخاب شوند.

$$\min z = \sum_{a \in A} (c_a + c'_a) l_a \quad (5.3)$$

$$s.t. \quad \sum_a (\delta_{wa} + \delta'_{wa}) l_a \geq 1 \quad \forall w \in W \quad (6.3)$$

$$l_a = 0 \text{ یا } 1 \quad \forall a \in A \quad (7.3)$$

که در آن:

$$c_a = a_0 + a_1 \cdot n_a$$

$$c'_a = a'_0 + a'_1 \cdot n'_a$$

c_a : هزینه شمارش ترافیک در لینک a

c'_a : هزینه شمارش ترافیک روی وارون لینک a

a_0 : هزینه مشاهدات ثابت در لینک a

a'_0 : هزینه مشاهدات ثابت روی وارون لینک a

a_1 : هزینه شمارش هر مسیر یا هر شعبه از لینک a

a'_1 : هزینه شمارش ترافیک روی مسیرهای وارون لینک a

n_a : تعداد مسیرهای لینک a

n'_a : تعداد مسیرهای وارون لینک a

l_a : اگر لینک a انتخاب شود مقدار یک دارد در غیر این صورت مقدار صفر دارد.

l'_a : اگر وارون لینک a انتخاب شود مقدار یک دارد و در غیر این صورت مقدار صفر دارد.

δ_{wa} : اگر جفت مبدأ-مقصد w با لینک a پوشش داده شود مقدار یک دارد و در غیر این صورت مقدار صفر دارد.

δ'_{wa} : اگر جفت مبدأ-مقصد w با وارون لینک a پوشش داده شود مقدار یک دارد و در غیر این صورت مقدار صفر دارد.

معادله (۵.۳) تابع هدفی است که هزینه کلی شمارش ترافیک برای لینک a و وارون لینک a که به طور هم‌زمان انتخاب شده‌اند، باید مینیمم کند.

معادله (۶.۳) محدودیتی است که نشان می‌دهد که هر جفت گره مبدأ-مقصد باید با استفاده از حداقل

یک فاصله از جاده پوشش داده شوند.
معادله (۷.۳) محدودیت صحیح بودن متغیرهاست.

الگوریتم‌های یافتن جواب

الگوریتم‌های جواب دو مدل که در این بخش فرمول بندی شده‌اند، تعداد زیادی از ترکیبات مکان‌های شمارش ترافیک شدنی را بررسی کنند تا یک ترکیب از مکان‌های شمارش ترافیک را که هزینه کلی را مینیمم می‌کند، بدست آورند. سختی حل معادلات این است که چگونه جواب بهینه را با ارزیابی کردن تعداد زیادی از مجموعه‌های جواب‌های شدنی پیدا کنیم. فرض کنید مدل‌هایی که در این فصل فرمول بندی می‌شوند مسئله‌های بهینه سازی ترکیباتی هستند، سه الگوریتم زیر ارائه و بررسی می‌شوند:

الگوریتم GA^۲ (حریصانه افزایشی)

قبل از شرح الگوریتم برخی از نمادها را معرفی کنیم. مجموعه‌ی لینک پوشش داده شده و مجموعه‌ی جفت مبدأ-مقصد پوشش داده شده در هر گام را به شرح زیر معرفی می‌کنیم:

Ω^n : مجموعه‌ی لینک‌هایی که انتخاب شده‌اند

$\bar{\Omega}^n$: مجموعه لینک‌هایی که هنوز انتخاب نشده‌اند

ω^n : مجموعه جفت گره مبدأ-مقصدهایی که پوشش داده شده‌اند

$\bar{\omega}^n$: مجموعه جفت گره مبدأ-مقصدهایی که هنوز پوشش داده نشده‌اند

Z^n : مقدار تابع هدف در تکرار n

همه فضای شدنی لینک‌ها را از طریق مراجعه کردن به مقدار تابع هدف روش حریصانه افزایشی (GA) قبلی و بدون این‌که ببیند چه تعداد از لینک‌ها پس از انتخاب به هم تماس پیدا می‌کنند، بررسی می‌کند. در روش حریصانه ممکن است با توجه به تابع هدف دو لینک از یک مسیر انتخاب شوند که کاری بیهوده است. این مشکل در الگوریتم حریصانه افزایشی و جانشینی برطرف می‌شود. الگوریتم حریصانه لینک‌ها را یک به یک انتخاب می‌کند تا همه‌ی جفت مبدأ-مقصدها مشاهده شوند. هر مرحله به شرح زیر است:

۰. قرار دهید: $\omega^n = \emptyset$ و $\Omega^n = \infty$ و $n = 1$

۱. لینک با بیشترین تعداد جفت مبدأ-مقصدها را از مجموعه‌ی $\bar{\Omega}^n$ پیدا کنید. اگر جستجو بدست نیامده است (لینکی وجود نداشته باشد که جفت مبدأ-مقصدها را بپوشاند)، تکرار را با Z^{n-1} و $\bar{\Omega}^{n-1}$ خاتمه دهید در غیر این صورت Z^n را با Z^{n-1} جابه‌جا کنید.

۲. جفت مبدأ-مقصدهای ω^{n-1} که با لینک انتخاب شده در مرحله یک پوشش داده شده‌اند را حذف

کنید، $\bar{\omega}^n$ را بدست آورید. لینک را از $\bar{\Omega}^{n-1}$ حذف کنید، $\bar{\Omega}^n$ را بدست آورید.

^۲Greedy Adding

۳. اگر همه‌ی جفت مبدأ-مقصدها پوشش داده شده‌اند ($\bar{\omega}^n = \emptyset$) یا $\bar{\Omega}^n = \emptyset$ توقف کنید، در غیر این صورت به گام یک بروید قرار دهید $n = n + 1$.

الگوریتم GAS^۲ (حریصانه افزایشی و جانشینی)

روش GAS ابداع شده است تا روش GA را بهبود ببخشد. در روش GA ممکن است دو لینک از یک مسیر انتخاب شوند که کاری بیهوده است این مشکل در الگوریتم GAS برطرف می‌شود. پس از آن‌که همه‌ی مراحل الگوریتم GA انجام شد یک قسمت به الگوریتم اضافه می‌شود، به این صورت که یک لینک انتخاب شده با یک لینک انتخاب نشده، جابه‌جا می‌شود. اگر این جابه‌جایی دوشرط پوشش همه‌ی جفت مبدأ-مقصدها با لینک‌های جدید و بهبود جواب تابع هدف را برقرار کند جابه‌جایی انجام می‌شود. بنابراین الگوریتم GAS به صورت زیر است:

۰. قرار دهید: $\Omega^n = \emptyset = \omega^n$ و $Z^n = \infty$ و $n = 1$

۱. لینک با بیشترین تعداد جفت مبدأ-مقصدها را از مجموعه‌ی $\bar{\Omega}^n$ پیدا کنید. اگر جستجو بدست نیامده است (لینکی وجود نداشته باشد که جفت مبدأ-مقصدها را بپوشاند)، تکرار را با Z^{n-1} و $\bar{\Omega}^{n-1}$ خاتمه دهید در غیر این صورت Z^{n-1} را با Z^n جابه‌جا کنید.

۲. جفت مبدأ-مقصدهای ω^{n-1} که با لینک انتخاب شده در مرحله یک پوشش داده شده‌اند را حذف کنید، $\bar{\omega}^n$ را نتیجه‌گیری کنید. لینک را از $\bar{\Omega}^{n-1}$ حذف کنید، $\bar{\Omega}^n$ را نتیجه بگیرید.

۳. اگر همه‌ی جفت مبدأ-مقصدها پوشش داده شده‌اند ($\bar{\omega}^n = \emptyset$) یا $\bar{\Omega}^n = \emptyset$ توقف کنید، در غیر این صورت به گام یک بروید قرار دهید $n = n + 1$.

۴. لینک انتخاب شده از Ω^n را با یک لینک از $\bar{\Omega}^n$ تعویض کنید. اگر جابه‌جایی این دو شرط را که همه‌ی جفت مبدأ-مقصدها باید با لینک‌های جدید پوشش داده شوند و مقدار تابع هدف بهبود بیابد، برقرار شوند، تعویض به پایان می‌رسد. هر جابه‌جایی بین Ω^n و $\bar{\Omega}^n$ بدست آمده و تمام می‌شود.

الگوریتم شاخه و کران

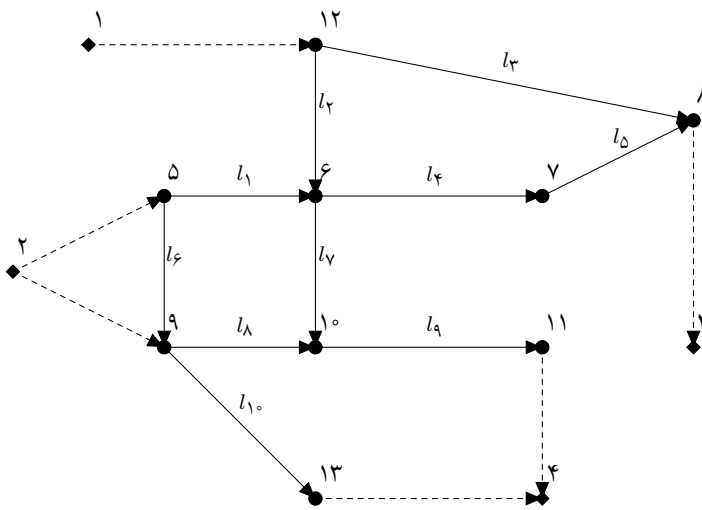
مسئله مکان‌شمارش به عنوان مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح دودویی فرمول‌گذاری شده است که چون تعداد متناهی جواب شدنی دارد، به نظر می‌رسد برای حل ساده باشد. در صورتی که مسئله یک جواب شدنی داشته باشد، حداقل یک مجموعه از مکان‌های شمارش بهینه وجود دارد. با این وجود سختی پیدا کردن مکان‌های لینک بهینه از این حقیقت ناشی می‌شود که تعداد جواب‌های شدنی ممکن است بسیار زیاد شود. به عنوان یک جایگزین برای ازبین بردن چنین مشکلی، برخی از روش‌ها در رشته تحقیق در عملیات مانند روش شاخه و کران، الگوریتم افزایشی و تکنیک‌های جواب مسئله کوله پستی، توسعه

^۲Greedy Adding and Substitution

داده شده‌اند. از بین روش‌های مذکور، روش شاخه و کران از یک روند شمارش مجازی استفاده می‌کند تا به طور کارآمد جواب‌های نشدنی را حذف کند و همیشه یک جواب بهینه برای مسئله شدنی پیدا می‌کند. هدف از بخش بخش کردن که شاخه زدن نام دارد این است که ناحیه شدنی بزرگ مسئله اصلی را به زیر مجموعه‌های کوچکتر و قابل کنترل که زیر مسئله نام دارد تقسیم کند و در صورت نیاز به زیر مسئله‌های بیشتر تقسیم شود. اصول الگوریتم شاخه و کران پیدا کردن بهترین جواب در زیر مجموعه‌ها و حذف کردن زیر مجموعه‌هایی است که کران آن‌ها نشان می‌دهد که نمی‌تواند یک جواب بهینه برای مسئله اصلی باشد. الگوریتم شاخه و کران با پیدا کردن یک جواب بهینه در غیاب محدودیت‌های صحیح آغاز می‌شود زیرا محدودیت‌دهای بسیار پر درگیری هستند. این الگوریتم سرانجام نیاز پیدا می‌کند که همه‌ی متغیرهای تصمیم صحیح (۰ و ۱) باشند. به علت حذف محدودیت‌های صحیح جواب بهینه ممکن است همیشه صحیح نباشد و در آن هنگام یک متغیر که متغیر شاخه‌ای نامیده می‌شود، از بین متغیرهای بامقدار ناصحیح انتخاب می‌شود. با انتخاب متغیر شاخه‌ای دو تا زیر مسئله ایجاد می‌شود، یک شاخه یک مقدار ثابت صفر برای متغیر شاخه‌ای دارد و دیگری مقدار ثابت یک دارد، هنگامی که زیر مسئله حل می‌شود، اگر جواب‌ها صحیح نباشند، شاخه زدن بیشتر انجام می‌شود و فرآیند تکرار می‌شود. شاخه زدن روی هر یک از متغیرهای تصمیم ادامه می‌یابد تا جواب بهینه برای مسئله اصلی پیدا شود. هر گام از روش شاخه و کران به شرح زیر است:

۱. محدودیت صحیح را از مسئله اصلی حذف کنید و مسئله خطی را حل کنید. اگر همه‌ی متغیرهای لینک مقدار صحیح دارند روش خاتمه می‌یابد در غیر این صورت به گام ۲ بروید.
۲. یک متغیر از بین متغیرهای بامقدار ناصحیح انتخاب کنید، این متغیر، متغیر شاخه‌ای نامیده می‌شود. حال دو زیرمسئله ایجاد می‌شود. یکی یک مقدار ثابت صفر برای متغیر شاخه‌ای دارد و دیگری یک مقدار ثابت یک دارد. به گام ۳ بروید.
۳. دو تا زیرمسئله را حل کنید اگر جواب‌ها ناصحیح هستند، شاخه زدن بیشتر انجام می‌شود و فرآیند تکرار می‌شود. در غیر این صورت به گام ۴ بروید.
۴. مقادیر تابع هدف زیر مسئله‌ها را با هم مقایسه کنید اگر جواب بهینه برای مسئله اصلی بدست آمده است متوقف شوید در غیر این صورت به گام ۲ بروید.

مثال ۱.۲.۳. شبکه زیر برای اجرای مدل لینک-مبنای انتخاب مکان شمارش ترافیک و الگوریتم‌های جواب در نظر گرفته شده است. گره‌های ۱ و ۲ گره‌های مبدأ و گره‌های ۳ و ۴ گره‌های مقصد هستند.



شکل ۳: شبکه فرضی

فرضیات مسئله آزمایشی به شرح زیر است:

فرض کنید هزینه شمارش ترافیک در لینک‌های l_4, l_7, l_9 چهار واحد است و در بقیه لینک‌ها دو واحد از هزینه نیاز است. لینک‌های بهینه برای نصب شمارنده‌های ترافیکی را پیدا کنید؟

با استفاده از شبکه فرضی بالا، گره‌های مبدأ-مقصد و فرضیات مسئله، سه الگوریتم برای مدل برای انتخاب مکان‌های شمارش ترافیک لینک-مبنا، به‌کار گرفته شده‌اند و نتایج به شرح زیرند:

نتیجه الگوریتم GA

در گام ۱ لینک l_4 که بیشترین تعداد ماتریسهای مبدأ-مقصد را می‌پوشاند، از بین تمام لینک‌ها انتخاب می‌شود و هزینه کلی ۴ واحد است. در گام ۲ مجموعه‌ی لینک‌های انتخابی مجموعه $\{l_4\}$ است و جفت مبدأ-مقصد مشاهده نشده $4 \rightarrow 2$ است. چون یک جفت مبدأ-مقصد مشاهده نشده هنوز وجود دارد. الگوریتم به گام یک می‌رود و لینک l_7 انتخاب می‌شود. حال چون همه‌ی جفت مبدأ-مقصد‌ها پوشانده شده‌اند فرآیند پایان می‌پذیرد و مجموعه‌ی لینک‌های بهینه $\{l_4, l_7\}$ هستند و هزینه کلی ۸ واحد است.

نتیجه الگوریتم GAS

نتایج الگوریتم تا گام ۳ همان نتایج الگوریتم GA است. مجموعه لینک‌های انتخاب شده $\{l_4, l_7\}$ است و هزینه کلی شمارش ترافیک ۸ واحد است. در این حالت l_7 از مجموعه لینک‌های انتخاب شده با l_2 از مجموعه لینک‌های انتخاب نشده جابه‌جا می‌شود، چون با این جابه‌جایی هر دو شرط گام

چهارم از الگوریتم GAS یعنی پوشش تمام جفت گره‌های مبدأ-مقصد و کاهش هزینه را برآورده می‌کند این جابه‌جایی انجام می‌شد بنابراین l_2 به مجموعه لینک‌های انتخاب شده می‌پیوندد و l_7 به مجموعه لینک‌های انتخاب نشده می‌پیوندد. سرانجام مجموعه‌ی لینک‌های انتخاب شده به عنوان لینک بهینه $\{l_2, l_7\}$ هستند و هزینه کلی ۶ واحد است.

الگوریتم‌های GA و GAS همیشه جواب بهینه را به ما نمی‌دهند ولی همیشه یک جواب شدنی اولیه به ما می‌دهد از این‌رو الگوریتم شاخه و کران برای بدست آوردن جواب بهینه به صورت زیر استفاده شده است:

نتایج الگوریتم شاخه و کران

$$\min z = 2l_1 + 2l_2 + l_3 + 4l_4 + 2l_5 + 2l_6 + 4l_7 + 2l_8 + 4l_9 + 2l_{10}.$$

s.t

$$l_2 + l_3 + l_4 + l_5 \geq 1$$

$$l_2 + l_7 + l_{10} \geq 1$$

$$l_2 + l_4 + l_5 \geq 1$$

$$l_1 + l_4 + l_7 + l_9 + l_{10} + l_{11} \geq 1$$

$$l_i = 0 \text{ یا } 1, i = 1, \dots, 11$$

اگر مسئله برنامه ریزی خطی بدون محدودیت صحیح درمسئله بالاحل شود، متغیرهای لینک، مقدار صحیح ۰ و ۱ می‌شوند. از این‌رو جواب بهینه بدون شاخه زدن بدست می‌آید و مجموعه‌ی لینک‌های بهینه $\{l_2, l_7\}$ می‌شود با هزینه مینیمم شمارش ترافیک ۶ واحد.

جدول زیر نتیجه تحلیل را نشان می‌دهد. با حل شدن یک مسئله آزمایش با مدل لینک-مبنا نتایج زیر بدست آمده‌اند:

اول، روش GA همیشه بهینگی را حتی در مسائل ساده تضمین نمی‌کند. دوم: در صورتی که روش GAS برای حل این مسئله به کار رود جوابی که می‌خواهد بهینه شود، مشخص می‌شود. روش شاخه و کران در مقایسه با روش GAS همیشه جواب بهینه را تضمین می‌کند. با این حال روش GAS نمی‌تواند به طور قطع بگوید جوابی که بدست می‌آید همیشه بهینه است. جدول زیر نتیجه تحلیل را نشان می‌دهد:

نوع الگوریتم	مدل لینک-مبنا	
	لینک‌های انتخاب شده	هزینه
GA	$\{l_4, l_7\}$	۸
GAS	$\{l_4, l_2\}$	۶
شاخه و کران	$\{l_4, l_2\}$	۶

فصل ۴

مکان‌یابی دوربین‌های ورودی محدوده زوج و فرد با رویکرد پوشش بیشینه تخلّفات

۱.۴ مقدمه

افزایش بی‌رویه خودروهای شخصی باعث آلودگی هوا، آلودگی صوتی و باعث ترافیک شده است. جلوگیری از ورود وسایل نقلیه شخصی در مناطق پرتراکم شهری به عنوان یکی از راهکارهای مدیریت تقاضای ترافیک و یکی از روش‌های مرسوم کاهش آلودگی است. به کلیه‌ی سیاست‌هایی که برای کنترل و کاهش عوارض این پدیده بکار گرفته می‌شود سیاست‌های مدیریت تقاضای حمل‌ونقل گفته می‌شود. یکی از این سیاست‌ها قیمت‌گذاری تراکم در معابر شهری است. قیمت‌گذاری تراکم به دو دسته کلی، طراحی و نظارت و کنترل تقسیم می‌شود. بخش طراحی شامل سه قسمت: تعیین برنامه قیمت‌گذاری، تعیین محدوده‌ی قیمت‌گذاری و تعیین قیمت است. بخش نظارت و کنترل خود به دو زیر بخش نیروی انسانی و مکانیزه تقسیم می‌شود. در بخش مکانیزه، مکان‌یابی سامانه‌های کنترلی را داریم که موضوع این فصل است. مطالب این فصل از مرجع [۱۷] آمده است.

۲.۴ مدل مسئله

در این بخش، ساختار مدل بهینه سازی جهت پوشش حداکثری تخلّفات در معابر ورودی محدوده طرح زوج و فرد را خواهیم داشت.

۱.۲.۴ ورودی‌های مدل

- ورودی‌های مسئله ماکزیمم سازی عبارتند از:
- x_i : تعداد تخلّف در هر یک از معابر ورودی محدوده‌ی زوج و فرد.
 - n_i : تعداد دوربین مورد نیاز برای هر یک از معابر ورودی محدوده زوج و فرد
 - n'_i : تعداد نیروی انسانی موردنیاز برای هر یک از این معابر ورودی محدوده‌ی زوج و فرد
 - α : نرخ کاهش تخلّفات با استفاده از کنترل مکانیزه
 - β : نرخ کاهش تخلّفات با استفاده از نیروی انسانی
 - I : نرخ تورّم در هر سال
 - c_1 : هزینه خریداری و جاسازی دوربین‌ها بر حسب ریال
 - c_2 : هزینه سالانه تعمیر و نگهداری دوربین‌ها
 - c_3 : هزینه سالیانه نیروی انسانی
 - m : طول عمر دوربین‌های کنترل ترافیک
 - E_f : حجم ورود به محدوده‌ی زوج و فرد از طریق بزرگراه‌ها (شریانی درجه ۱)
 - E_α : حجم ورود به محدوده از طریق معابر شریانی درجه ۲
 - E_i : حجم ورود به محدوده از طریق معابر جمع‌کننده و پخش‌کننده محلی
 - V_f : سرعت طرح تردد میانگین در معابر شریانی درجه یک (بزرگراهی)
 - V_α : سرعت طرح تردد میانگین در معابر شریانی درجه دو
 - V_i : سرعت طرح تردد میانگین در معابر جمع‌کننده و پخش‌کننده محلی
 - B : بودجه بر حسب ریال

۲.۲.۴ ساختار مدل

در یک معبر ورودی محدوده‌ی زوج و فرد یا دوربین نصب می‌شود یا دوربین نصب نمی‌شود، بنابراین مدل مسئله مدل برنامه ریزی عدد صحیح است.

متغیر تصمیم

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر در معبر } i \text{ دوربین نصب شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

تابع هدف

$$\max z = \sum_{i=1}^{79} y_i \times x_i \times \alpha + \sum_{i=1}^{79} (1 - y_i) \times x_i \times \beta \quad (1.4)$$

تعداد معابر ورودی محدوده ترافیک ۷۹ است. معنای $(1 - y_i)$ این است که اگر معبر با دوربین کنترل نشود پس توسط انسان کنترل می‌شود. بخش اول تابع هدف، مربوط به بیشینه سازی پوشش تخلفات توسط دوربین و بخش دوم تابع هدف، مربوط به بیشینه سازی پوشش تخلفات توسط نیروی انسانی است.

۳.۲.۴ محدودیت‌ها

برای مدل (۱.۴) سه محدودیت در نظر می‌گیریم: محدودیت اول، حداکثر هزینه‌ای که به طرح مکان‌یابی دوربین‌های ورودی محدوده‌ی زوج و فرد تخصیص می‌دهیم. محدودیت دوم، در معبر با رده‌ی عملکردی خاص حداقل تعداد مشخصی دوربین وجود داشته باشد. محدودیت سوم، حداکثر تعداد نیروی انسانی ممکن که برای این محدوده‌ی زوج و فرد که می‌تواند به‌کار گرفته شوند را مشخص می‌کند.

محدودیت نوع اول:

$$\sum_{i=1}^{79} n_i y_i \times (c_1 + c_2 \times \frac{(1+I)^{m-1}}{I}) + \sum_{i=1}^{79} 2n'_i (1 - y_i) \times c_3 \times \frac{(1+I)^{m-1}}{I} \leq B \quad (2.4)$$

این محدودیت می‌گوید که کل هزینه‌ها باید از بودجه در نظر گرفته شده کمتر یا مساوی باشد که c_1 هزینه خرید و نصب تجهیزات است و $c_2 \times \frac{(1+I)^{m-1}}{I}$ هزینه نگهداری در بازه‌ی مورد نظر است و $c_3 \times \frac{(1+I)^{m-1}}{I}$ هزینه‌ی نیروی انسانی در طول همین بازه است. ضریب ۲ در بخش دوم این محدودیت، بیانگر لزوم تغییر شیفت این نیروها برای کنترل محدوده (ساعت ۶:۳۰ الی ۱۹:۰۰) و مبنای تعداد نوبت کاری است.

محدودیت نوع دوم:

برای توزیع دوربین‌های کنترل ترافیک در مرز ورود به محدوده‌های زوج و فرد و پوشش همه‌ی معابر با رده‌های عملکردی متفاوت و جلوگیری از تمرکز نصب تجهیزات در معابر بارده‌ی عملکردی خاص، این محدودیت اعمال می‌شود یا به عبارت دیگر این محدودیت حداقل تعداد دوربین برای هر رده عملکردی

را معین می‌کند.

اعمال این محدودیت بر تابع هدف باعث وزن‌دهی به معابر در دست تحقیق بر اساس حجم تردد و سطح عملکردی معابر می‌شود، به بیان دیگر معابر گوناگون از لحاظ عملکرد، حجم عبوری و میزان تخلّف رخ داده وزن‌دهی می‌شوند و اگر این محدودیت نباشد معابر تنها بر پایه‌ی تعداد تخلّفات و تعداد خط، دوربین‌ها نصب می‌شدند. به این خاطر نسبتی برای پخش دوربین‌ها در معابر با توجه به حجم تجمعی ورودی هر رده‌ی عملکردی خاص (E) و سرعت طرح تردد میانگین این معابر (V) تعیین شده است. این نسبت برای رده‌های عملکردی بزرگراهی عدد ۱۵، برای شریانی درجه دو عدد ۲۱ و برای جمع‌کننده و پخش‌کننده عدد ۴۳ در رابطه‌های زیر تعریف شده‌اند:

$$\sum_{i=1}^{15} y_i \geq 15 \left[\frac{V_f E_f}{V_f E_f + V_\alpha E_\alpha + V_l E_l} \right] \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=16}^{35} y_i \geq 21 \left[\frac{V_\alpha E_\alpha}{V_f E_f + V_\alpha E_\alpha + V_l E_l} \right] \quad (4.4)$$

$$\sum_{i=36}^{79} y_i \geq 43 \left[\frac{V_l E_l}{V_f E_f + V_\alpha E_\alpha + V_l E_l} \right] \quad (5.4)$$

محدودیت نوع سوّم

کمبود نیروی انسانی و هزینه‌های زیادی که کنترل بصری محدوده ورودی طرح به سلامت و آینده نیروهای راهنمایی و رانندگی تحمیل می‌کند منجر به اعمال محدودیت نیروی انسانی شده است، محدودیت زیر حداکثر تعداد نیروی انسانی در همه‌ی ۷۹ ورودی محدوده‌ی کنترل ترافیک را نشان می‌دهد:

$$\sum_{i=1}^{79} n'_i \leq 50 \quad (6.4)$$

۳.۴ مثال (محدوده‌ی طرح زوج و فرد شهر تهران)

شهر تهران پرجمعیت‌ترین شهر کشور است. اولین سیاست مدیریت تقاضا در تهران به سال ۱۳۵۸ برمی‌گردد.

بعد از آن کارهای دیگری مانند ایجاد مسیر ویژه تردد اتوبوس، جلوگیری از ورود خودروهای تک سرنشین و ممنوعیت ورود وسایل نقلیه سنگین در بازه‌هایی از شبانه روز برای محدودیت تردد انجام شده است. همه‌ی این کارها برای کاهش تقاضای تردد وسایل نقلیه شخصی در مرکز شهر و کنترل آلودگی هوا و سهولت تردد انجام شده است.

با توجه به پاسخگو نبودن سایر طرح‌ها و رخ دادن پدیده وارونگی دما، از آذرماه سال ۱۳۸۴، معاونت حمل‌ونقل ترافیک تهران با همکاری نیروی راهنمایی و رانندگی طرح زوج یا فرد را اجرا کردند. این

ردیف	نوع معبر	تعداد معابر	حجم وسایل نقلیه	حجم تخلّفات
۱	شریانی درجه یک (بزرگراهی)	۱۵	۵۴۳۰۵۱	۱۵۶۵۷۳
۱	شریانی درجه ۲	۲۰	۲۱۶۲۴۶	۲۴۴۹۹۴
۱	جمع کننده و پخش کننده محلی	۴۴	۲۴۴۹۹۴	۶۳۱۰۸

جدول ۱.۴: اطلاعات حجم‌های ورودی و میزان تخلّفات

ردیف	نوع معبر	محدوده‌ی سرعت (بر حسب کیلومتر بر ساعت)	مقادیر پیشنهادی
۱	شریانی درجه یک (بزرگراهی)	۸۰ - ۱۰۰	۹۰
۲	شریانی درجه دو	۵۰ - ۷۰	۶۰
۳	جمع کننده و پخش کننده محلی	۳۰	۴۵

جدول ۲.۴: اطلاعات سرعت طرح معبر به تفکیک رده‌ی عملکردی

طرح نخست ۷۴ کیلومتر مربع از شهر تهران را شامل می‌شد و دارای ۱۲۰ نقطه ورودی بود که توسط کنترل چشمی نیروهای راهنمایی و رانندگی به اجرا در می‌آمد.

این طرح پس از اجرای آزمایشی در زمستان سال ۱۳۸۴، از ابتدای اسفند ۸۴ تا پانزده فروردین ۸۵ به طور موقت پایان یافت و پس از تعطیلات نوروز دوباره از سر گرفته شد. در نیمه دوم سال ۱۳۸۹ آلاینده‌ها بشدت افزایش یافتند و افراد بسیاری یا جان خود را از دست دادند یا به بیماری‌های ناشی از آلودگی هوا گرفتار شدند.

به‌خاطر این شرایط بحرانی از سی‌ام آذر ماه ۱۳۸۹ طرح زوج یا فرد به مدت دو ماه در همه‌ی شهر تهران اجرا شد. در پایان اسفند ماه محدوده‌ی طرح به ۱۲۰ کیلومتر مربع افزایش یافت که این محدوده‌ی جدید دارای ۷۹ نقطه ورودی بود.

چون در این طرح استفاده از نیروی انسانی به‌طور مطلوب باعث کاهش تخلّفات نشد و بزرگراه‌ها که بیشترین حجم عبور و مرور توسط آن‌ها انجام می‌شود، توسط کنترل چشمی به‌خوبی پوشش داده نشد بنابراین در این پژوهش پیشنهاد شده است که از ترکیب نیروی انسانی و کنترل مکانیزه (با دوربین) بر طبق تابع هدف و محدودیت‌های موجود برای کنترل ورودی محدوده‌ی کنترل ترافیک استفاده شود. اطلاعات مربوط به حجم‌های ورودی و میزان تخلّفات رخ داده شده در رده‌های عملکردی مختلف در جدول ۱.۴ بدست آمده است:

و در جدول ۲.۴ اطلاعات مربوط به سرعت طرح معابر به تفکیک رده‌ی عملکردی آمده است:

جبهه	حجم کل ترافیک	تعداد کل تخلّفات	درصد تخلّف
شمال	۳۹۰۷۵۶	۱۱۷۰۶۸	۳۰ درصد
جنوب	۱۵۸۴۰۳	۴۰۹۸۹	۲۶ درصد
شرق	۱۴۱۴۰۹	۳۵۷۳۸	۲۵ درصد
غرب	۳۱۳۷۲۳	۸۴۵۵۶	۲۷ درصد
جمع	۱۰۰۴۲۹۱	۲۷۸۳۵۰	۲۸ درصد

جدول ۳.۴: پیش بینی آمارحجم اطلاعات قبل از مکانیزاسیون

جبهه	حجم کل ترافیک	تعداد کل تخلّفات	درصد تخلّف
شمال	۱۷۱۹۳۲	۲۱۱۹	۱۲ درصد
جنوب	۶۹۶۹۷	۷۳۹۴	۱۱ درصد
شرق	۶۲۲۰	۶۴۴۷	۱۰ درصد
غرب	۱۳۸۰۳۸	۱۵۲۵۴	۱۱ درصد
جمع	۴۴۱۸۸۸	۵۰۲۱۴	۱۱ درصد

جدول ۴.۴: اطلاعات پس از مکانیزاسیون

۱.۳.۴ گردآوری داده‌ها

داده‌های مربوط به حجم ورودی و تعداد تخلّفات در دو روز متوالی (دوشنبه و سه‌شنبه) با آمار برداری دستی در معابر جمع‌کننده و پخش‌کننده محلی و شریانی درجه دو و در معابر بزرگراهی پس از ضبط فیلم و شمارش در دفتر بدست آمده است.

در جدول ۳.۴ و ۴.۴ تفاوت کنترل مکانیزه و کنترل چشمی را مشاهده می‌کنید. برای تعیین اثر بخشی کنترل مکانیزه در ورودی محدوده‌ی زوج و فرد نرخ کاهش تخلّفات را بدست می‌آوریم:

اگر در ورودی محدوده‌ی کنترل ترافیک هیچ مراقبی چه پلیس و چه دوربین نگذاریم و تعداد خودروهای متخلّف را بر کل خودروهایی که از محدوده می‌گذرند تقسیم کنیم و سپس در عدد صد ضرب کنیم، درصد تخلّف بدست می‌آید.

حال اگر همین کار را بترتیب در حضور دوربین و نیروی انسانی اجرا کنیم دو درصد تخلّف دیگر بدست می‌آید که اولی درصد تخلّف با کنترل چشمی است و دوّمی درصد تخلّف با کنترل مکانیزه یا کنترل با دوربین است.

حال اگر هر کدام از این دو درصد را از درصد اولیّه کم کنیم نرخ کاهش تخلّف با کنترل چشمی و کنترل مکانیزه بدست می‌آید. بنابراین نرخ کاهش تخلّفات با نیروی انسانی برابر ۲۳/۴ و نرخ کاهش تخلّفات با کمک کنترل مکانیزه برابر ۴۵/۵۶ بدست آمده است. حال اطلاعات پس از مکانیزاسیون را در جدول

۴.۴ ببینید:

ردیف	نوع هزینه	هزینه (ریال)
۱	هزینه خرید و نصب تجهیزات	۱۰۰,۳۲۰,۰۰۰
۲	هزینه تعمیر و نگهداری سالیانه	۱۵۵,۲۸۰,۰۰۰
۳	هزینه سالیانه نیروی انسانی	۵۸,۴۵۰,۰۰۰

جدول ۵.۴: اطلاعات هزینه پژوهش در سال ۱۳۹۲

۲.۳.۴ اطلاعات هزینه

با توجه به نظر کارشناسان شرکت کنترل ترافیک تهران درباره‌ی قابلیت پوشش دو خط توسط هر دوربین و با فرض پوشش هر یک از خطوط ورودی توسط یک مأمور راهنمایی و رانندگی تعداد دوربین‌ها یا افراد مورد نیاز برای کنترل محدوده‌ی ورودی طرح با توجه به تابع هدف و هزینه تخصیص داده شده تعیین خواهد شد.

اطلاعات مربوط به هزینه خرید و نصب و نگهداری دوربین‌ها و حقوق سالیانه نیروی انسانی در سال ۱۳۹۱ بدست آورده‌ایم و با توجه به تورم سال ۱۳۹۲ که ۲۹/۴ بود این اطلاعات برای سال ۱۳۹۲ بروز شده که در جدول ۵.۴ نمایش داده شده است.

۳.۳.۴ نتیجه حل مسأله

چون در محاسبه تعداد دوربین مورد نیاز و مکان مناسب استفاده از دوربین‌ها، پارامتر هزینه بسیار اثرگذار است، در این بخش با فرض هزینه‌ای معادل با ۶۵۰ میلیارد ریال، مدل با الگوریتم شاخه و کران حل شده است. بنابراین از بین ۷۹ معبر ورودی محدوده‌ی کنترل ترافیک تمام معابر بزرگراهی و ۲۰ معبر از ۲۱ معبر شریانی درجه دوم توسط دوربین و ۶ معبر دیگر که از معابر جمع کننده و پخش کننده محلی است توسط نیروی راهنمایی و رانندگی کنترل خواهد شد.

۴.۳.۴ تحلیل حساسیت

حداقل هزینه این پروژه با فرض محدودیت‌های تعریف شده برابر ۶۴۴۸۲۷۲۰۰۰۰۰ ریال است که برای مکانیزه نمودن ۶۳ معبر از ۷۹ معبر صرف می‌شود و موجب پوشش ۱۱۰۰۱۵ از تخلفات می‌شود. با استفاده از حل این مدل بر اساس تخصیص بودجه‌های گوناگون به این نتیجه رسیده‌ایم که با افزایش بودجه از ۶۴/۵ میلیارد ریال به ۶۵/۵ میلیارد ریال پوشش تخلفات ۲/۵۷ درصد افزایش می‌یابد در حالی که اگر بودجه یک میلیارد ریال دیگر افزایش یابد پوشش تخلفات تنها ۴۴ درصد افزایش می‌یابد. از طرفی دریافت می‌شود که با صرف هزینه‌ی ۶۶۶۲۶۶۵۰۰۰۰۰ هم‌ی معبرها به دوربین مجهز می‌شوند و ۱۱۲۸۹۶ مورد از تخلفات پوشش داده می‌شوند.

مراجع

- [1] M. D. Bakes, 1966, Solution of special linear programming problems with additional constraints, *Opnl. Res. Quart.* 17, 425-445.
- [2] M. Carey and C. Hendrickson and K. Siddharthan, 1981, A method for direct estimation of origin-destination trip matrices, *transportation science*.
- [3] A. Charnes and W. W. Cooper, 1961, *Management models and industrial applications of linear programming* , Vol. 2 John Wiley and Sons, New York.
- [4] A. Charnes and D. Klington, 1970, The distribution problem with upper and lower bounds on the node requirement, *Mgmt. Sci.* 16, 638-642.
- [5] A. Charnes, F. Glover and D. Klington, 1971, Lower bounded and partial distribution model, *Naval.Res.Logist.Quart.*18, 277-281.
- [6] G. B. Dantzig, 1963, *Linear Programming and Extension*, Princeton, N. J.
- [7] G. B. Dantzig and R. Van Slyke, 1967, Generalized upper bounding techniques for linear programming, *G. Comput. Syst. Sci.* 1, 213-226.
- [8] G. B. Dantzig and P. Wolfe, 1960, Decomposition principle for linear programs, *Opns. Res.* 8, 101-111.
- [9] M. Frank and Wolfe, P., 1956, An algorithm for quadratic programming, *Naval.Res.Logist.Quart.* 3 , 95-110.
- [10] Glover and D. Klingman and G. T. Ross, 1974, Finding equivalent transportation formulations for constrained problems, *Naval Res. Logist quart.* 21, 247-254.
- [11] Lipschut , 1965, *General Topology*. McGraw.Hill, New York.
- [12] H. A. Spiess, 1990, Gradient approach for the o-d matrix adjustment problem, *University of Montreal Publication No.693*.
- [13] H. M. Wagner, 1959, On a class capacitated transportation problem, *Mgmt. Sci.* 5, 304-318.

- [14] H. William and K. Lam and Z. X. Wu and S. Chan, 2003, Estimation of transit Origin-destination matrices from passenger counts using a frequency-based approach, J. Mathematical modeling and algorithms, 2, 329-348.
- [15] S. C. Wong and C. O. Tong, 1988, Estimation of time-dependent origin-destination matrices for transit networks, Transportation Research, 32 B, No.1, PP.35 -48.
- [16] J. H. Kim and H. Chang and Y. S. Chung, 2003, *Selection of the optimal traffic counting locations for estimating origin-destination trip matrix*, Eastern Asia Society For Transportation Studies, 1353-1365.

[۱۷] ه. آل نوری و س. م. مشکانی و م. صفارزاده و س. شرافتی پور، ۱۳۹۳ مکان‌یابی دوربین‌های ورودی محدوده‌ی زوج و فرد با رویکرد پوشش بیشینه تخلّفات، مهندسی حمل و نقل، سال ششم، شماره دوم.

[۱۸] ع. فاضلی‌فر و ا. منبتی و س. م. سید حسینی، ۱۳۹۱، ارائه دو مدل جدید برای مساله مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی به‌منظور بیشینه سازی پوشش مسیرها: مطالعه موردی بزرگراه‌های تهران، یازدهمین کنفرانس حمل‌ونقل و ترافیک.

[۱۹] م. فدایی نایینی و م. قطعی و س. م. تشکری هاشمی، ۱۳۹۱، ارائه دو مدل جدید برای مساله مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی به‌منظور بیشینه سازی پوشش مسیرها: مطالعه موردی بزرگراه‌های تهران، یازدهمین کنفرانس حمل‌ونقل و ترافیک.

[۲۰] ج. فتحعلی و ح. برون، ۱۳۹۵، مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی برای تخمین ماتریس‌های سفر مبدأ-مقصد با اعداد فازی، چهل و هفتمین کنفرانس ریاضی ایران دانشگاه خوارزمی.

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

freeway	آزادراه
travel originating	ایجاد کننده سفر
advantage	برتری
integer programming	برنامه‌ریزی عدد صحیح
covered	پوشش داده شده
demand function	تابع تقاضا
quadratic function	تابع درجه دوم
demand function	تابع تقاضا
convex function	تابع محدب
estimate	تخمین
least squares estimation	تخمین حداقل مربعات
equilibrium	تعادل
finite number	تعداد متناهی
approximation	تقریب
iteration	تکرار
exchange	جاب‌جایی
travel flow	جریان سفر
pair	جفت
optimal solution	جواب بهینه
feasible solution	جواب شدنی
initial feasible solution	جواب شدنی اولیه
unique solution	جواب منحصر بفرد
cut volume	حجم برش
travel volume	حجم سفر
link volume	حجم لینک

Greedy Adding.....	حریصانه افزایشی
Adding and Substitution	حریصانه افزایشی و جانشینی
terminate	خاتمه دادن
error.....	خطا
inter zonal trip.....	سفر درون ناحیه‌ای
Branch and Bound.....	شاخه و کران
count	شمارش
counter.....	شمارنده
process.....	فرآیند، روند
formulation	فرمول‌بندی
step.....	گام، مرحله
node.....	گره
optimal link	لینک بهینه
trip matrix.....	ماتریس سفر
origin-destination.....	مبدأ-مقصد
variable.....	متغیر
districted.....	محدود
road-based model.....	مدل جاده-مبنا
original problem	مسئله اصلی
sub-problem	زیرمسئله
path	مسیر
observation	مشاهده
link-based model	مدل لینک-مبنا
linear equation.....	معادله خطی
travel impedance	مقاومت سفر
location selection.....	مکان‌یابی
particular zone	منطقه خاص
metropolitant area.....	منطقه شهری
unconstrained.....	نامقید، نامحدود
link choice proportion	نسبت انتخاب لینک
cost.....	هزینه
cost penalty	هزینه جریمه

traffic counting cost هزینه شمارش ترافیک

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

advantage	برتری
approximation	تقریب
Branch and Bound	شاخه و کران
convex function	تابع محدب
convergence	همگرایی
cost	هزینه
cost penalty	هزینه جریمه
count	شمارش
counter	شمارنده
covered	پوشش داده شده
cut volume	حجم برش
decision variable	متغیر تصمیم
demand function	تابع تقاضا
districted	محدود
error	خطا
equilibrium	تعادل
estimate	تخمین
exchange	جابه‌جایی
feasible solution	جواب شدنی
finite number	تعداد متناهی
formulation	فرمول‌بندی
freeway	آزادراه
Greedy Adding and Substitution	حریصانه افزایشی و جانشینی
Greedy Adding	حریصانه افزایشی
integer programming	برنامه‌ریزی عدد صحیح

inter zonal trip	سفر درون ناحیه‌ای
initial feasible solution	جواب شدنی اولیه
iteration	تکرار
least squares estimation	تخمین حداقل مربعات
linear equation	معادله خطی
link-based model	مدل لینک-مبنا
link choice proportion	نسبت انتخاب لینک
link volume	حجم لینک
location selection	مکان‌یابی
metropolitian area	منطقه شهری
node	گره
objective function	تابع هدف
observation	مشاهده
optimal link	لینک بهینه
optimal solution	جواب بهینه
original problem	مسئله اصلی
origin-destination	مبدأ-مقصد
pair	جفت
particular zone	منطقه خاص
path	مسیر
process	فرآیند، روند
quadratic function	تابع درجه دوم
road-based model	مدل جاده-مبنا
step	گام، مرحله
sub-problem	زیرمسئله
terminate	خاتمه دادن
traffic counting cos	هزینه شمارش ترافیک
travel flow	جریان سفر
travel impedance	مقاومت سفر
travel originating	ایجاد کننده سفر
travel volume	حجم سفر
trip matrix	ماتریس سفر

unconstrained.....	نامقید، نامحدود.....
unique solution	جواب منحصر بفرد
variable	متغیر.....

نمایه

- جهت‌های شدنی، ۲۲
- آلودگی هوا، ۳۵
- اعتبار، ۲۵
- اعتبار تخمین، ۲۷
- الگوریتم، ۳۰
- انسان، ۳۷
- برشی، ۷
- بسته محدب، ۲۱
- بهبود، ۳۰
- بودجه، ۳۶
- تابع تقاضای مستقیم، ۷
- تخصیص، ۴۱
- تخلف، ۳۷
- تخمین، ۲۶
- ترافیک، ۲۶
- جابه‌جا، ۳۰
- جفت، ۷
- جفت گره مبدأ-مقصد، ۲۶
- جواب بهینه و یکتا، ۲۰
- جواب شدنی، ۲۶
- حجم سفر، ۷
- حداقل مربع نامحدود، ۱۳
- حریصانه، ۳۰
- حقوق سالیانه، ۴۰
- حمل و نقل، ۲۵
- حمل و نقل، ۱۰
- درصد تخلف، ۴۰
- دودویی، ۳۰
- دوربین، ۳۷
- دوربین‌های کنترل ترافیک، ۳۷
- راهنمایی و رانندگی، ۳۸
- زوج و فرد، ۳۷
- زیر مسئله، ۳۱
- سفر، ۵
- شاخه و کران، ۳۱
- شریانی درجه یک، ۳۶
- شمارنده، ۱۰
- قیمت‌گذاری تراکم، ۳۵
- لینک، ۲۵
- ماتریس همانی، ۲۰
- مبدأ-مقصد، ۹
- متغیر شاخه‌ای، ۳۱
- متغیرهای تصمیم، ۳۱
- متوقف، ۳۱
- مجهول، ۲۶
- محدوده‌ی زوج و فرد، ۳۶
- محدودیت صحیح، ۳۱
- محدودیت‌های خطی، ۱۳
- محدب، ۲۰
- مدیریت تقاضا، ۳۸

- مسئله اصلی، ۳۱
مسئله خطّی، ۳۱
مستقل خطّی، ۱۵
مسیر، ۳۰
مقاومت سفر، ۱۰
ممنوعیت ورود، ۳۸
مکانیزاسیون، ۴۰
مکان یابی، ۳۷
میانگین، ۳۶
نرخ کاهش تخلفات، ۳۶
هزینه، ۲۵
همگرایی، ۲۱
وابسته خطّی، ۱۵
پارامتری، ۱۰
پوشش، ۳۰
کمینه سازی، ۱۶
کنترل مکانیزه، ۳۶
کنترل چشمی، ۴۰
گام، ۳۰
گره، ۱۰
گردان در، ۱۰

Aabstract

In this thesis we consider the location of traffic control cameras. First, the history of location theory is given. Then location of traffic control cameras and introduce the origin-destination trip matrices and consider methods of solving them be reviewed. Also, a method for estimating the place of origin-destination trip matrices is discussed. Thereafter, the problem of finding the best locations for installing traffic counters, is considered. Some algoritms are presented to solve the problem. Then algoritms to solve the problem are compared. In the end, a case study of location trafic control cameras with maximize covering for Tehran is presented.

Key words:

traffic control cameras, origin-destination trip matrices, origin-destination node pair, link, link based model.



Shahrood University of Technology

Faculty Of Mathematical Sciences

Location of traffic control cameras

Hamzeh boroon

Supervisor

Dr. Jafar Fathali

Advisor

Dr. Hossain Ghasemzadeh

September 2016