



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده علوم ریاضی
گروه ریاضی کاربردی

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته
ریاضی کاربردی، گرایش آنالیز عددی

عنوان

حساب بیرونی عناصر متناهی برای تغییر شکل (تکامل) مساله‌ها

استاد راهنما

دکتر علی مس فروش

استاد مشاور

دکتر حجت احسنی طهرانی

دانشجو

مهرانکس مرادی

۱۳۹۳

خدا با نذکانت سکر نعمت های تو کنند
و من سکر بودن تو،
چرا که نعمت،
بودن تو ست...
”ابو الحسن خرقانی”

تقدیم بابوسه به دستان پدر و مادر عزیز و فداکارم...

(معلانی مهربان که در ایثار و فداکاری کوهرانی بی‌همتایند و سخن از عشق بدون آمان بدر دادن واژه است و بس)

سپاس گزارمی...

حمد و سپاس بیکران پروردگار یکتا را که، هستی مان، متحد و به طریق علم و دانش، نمونه‌مان شد و به هم نشینی رهروان علم و دانش مفتخرمان نمود و خوشه‌چینی از علم و معرفت را روزیمان ساخت. پس از یاری خدا به بار نشستن این تحقیق ممکن نبود مگر در سایه راهمایی‌های خردمندان استاد فرزانه جناب آقای دکتر علی مس فروش.

اما چگونه سپاس گویم مهربانی و لطف ایشان را که سرشار از عشق و یقین است...

چگونه سپاس گویم تاثیر علم آموزی این پدر دل‌سوز را که چراغ روشن هدایت را بر ویرانه‌های باغ تخیلم فروزان ساخته است...

آری در مقابل این همه عظمت و سکوه ایشان مرانه توان سپاس است و نه کلام و صف...

بر خود لازم می‌دانم حضور استاد ارجمند جناب آقای دکتر تحت احسنی طهرانی را به عنوان استاد مشاور این طرح ارج نهم و سپاس گویم. از اساتید داور، جناب آقایان دکتر مهدی قوتمند و دکتر علی رضاناظمی که قبول زحمت نموده و داور می این پایان نامه را بر عهده گرفته و قطعا نظرات این بزرگواران در هر چه بهتر شدن این پایان نامه مشمر شمر خواهد بود، تشکر می‌نمایم. قدر دانی می‌کنم از خانواده عزیزم که درهای موفقیت از برکت دعای خلوت آنان به رویم باز می‌شود و خزان رویاهایم تنها به جفای غفلت از آنان فرامی‌رسد.

تشکر می‌کنم از خواهران و برادران عزیزم و همچنین دوستان نازنینم...

تعمدنامه

اینجانب مهرانگیس مرادی دانشجوی کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی دانشکده علوم ریاضی دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان‌نامه با عنوان حساب بیرونی عناصر متناهی برای تغییر شکل (تکامل) مساله‌ها، تحت راهنمایی دکتر علی مس‌فروش متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های دیگر پژوهش‌گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان‌نامه، تاکنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ‌جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه شاهرود متعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “ دانشگاه شاهرود “ یا “ Shahrood University “ به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آوردن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده) شده است، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

مهرانگیس مرادی
۱۳۹۳

مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان‌نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

تحقیقات اخیر نشان داده است که مساله‌های وردشی مرکب و تقریب عددی آن‌ها با روش‌های مرکب می‌توانند با استفاده از مفاهیم هیلبرت مختلط کاملاً درک شوند که این منجر به توسعه حساب بیرونی عناصر متناهی برای رده بزرگی از مساله‌های بیضوی خطی می‌شود. در این پایان نامه، حساب بیرونی عناصر متناهی در جهت دیگری بسط و توسعه داده می‌شود، به این معنی که برای تکامل دستگاه‌های سهموی و هذلولوی می‌توانیم از مباحث هندسی و مساله‌های تکاملی دیگر استفاده کنیم. این روش ترکیبی از کارهای اخیر روی حساب بیرونی عناصر متناهی برای مساله‌های بیضوی با روشی کلاسیک جهت حل مساله‌های تکاملی می‌باشد که از طریق روش‌های عناصر متناهی نیمه گسسته با بررسی جواب‌های مساله‌های تکاملی در فضای‌های هیلبرت پارامتری شده انجام می‌شود.

کلمات کلیدی: حساب بیرونی عناصر متناهی، معادله‌های بیضوی، معادله‌های تکامل، خطای پیشین

Aabstract

Recent research has shown that mixed variational problems, and their numerical approximation by mixed methods, could be most completely understood using the ideas and tools of Hilbert complexes. This led to the development of the Finite Element Exterior Calculus (FEEC) for a large class of linear elliptic problems. In this thesis, we develop another distinct extension to the FEEC, namely to parabolic and hyperbolic evolution systems, allowing for the treatment of geometric and other evolution problems. Our approach is to combine the recent work on the FEEC for elliptic problems with a classical approach to solving evolution problems via semi-discrete finite element methods, by viewing solutions to the evolution problem as lying in time-parameterized Hilbert spaces (or Bochner spaces).

keywords: FEEC, Elliptic Equations, Evolution Equations, Apriori estimates.



Shahrood University
Faculty of Mathematical Sciences

Dissertation Submitted in Partial
Fulfillment of The Requirements For The
Degree of Master of Science in
Applied Mathematics

Finite Element Exterior Calculus For Evolution Problems

Supervisor

Dr. Ali Mesforush

Advisor

Dr. Hojjat Ahsani Tehrani

by

Mehrangis Moradi

2014