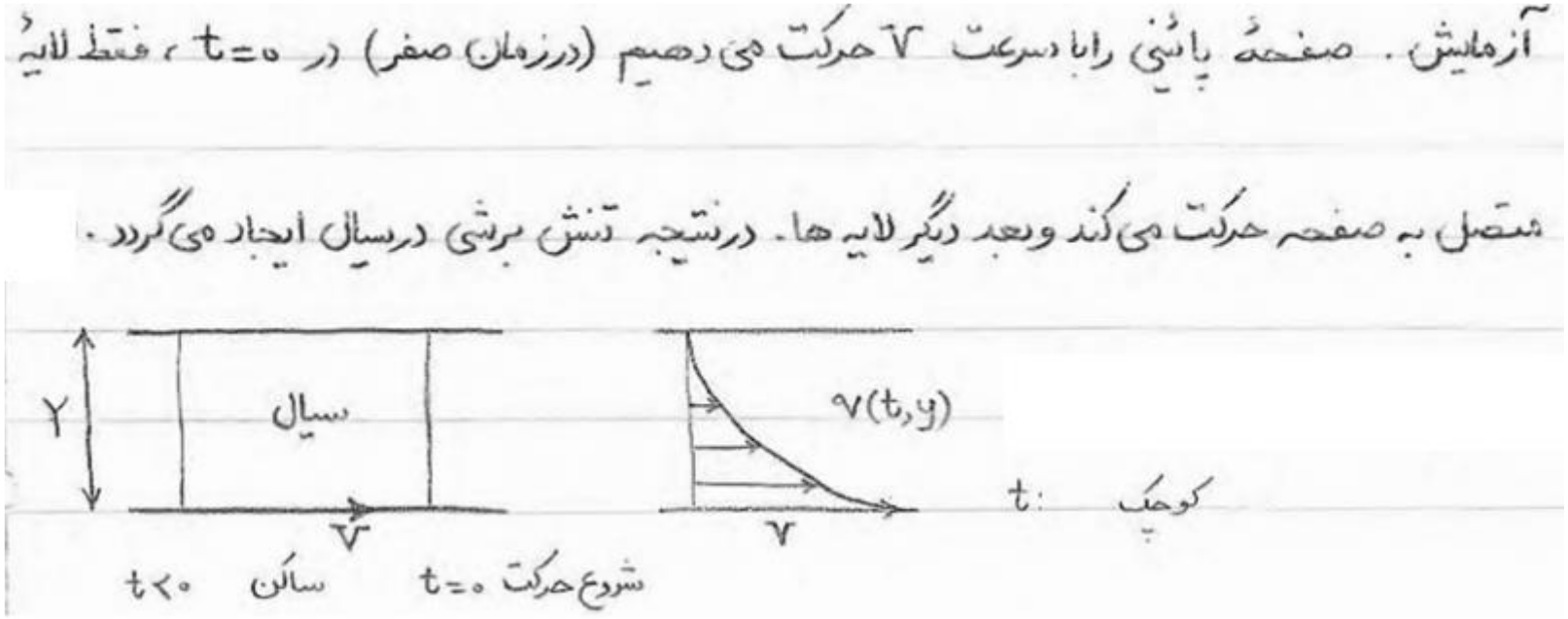

دانشگاه صنعتی شاهرود

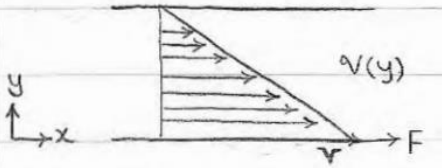
ویسکوزیته نیوتنی،
غیر نیوتنی، ویسکوزیته سینماتیک و ویسکوزیته گازها

قانون ویسکوزیته نیوتن



صفحه بالا ساکن باقی بماند و صفحه پایین با سرعت حرکت کند، لایه‌ای از سیال که در نزدیکی صفحه پایینی قرار دارند شروع به حرکت می‌کند و حرکت این لایه به تدریج باعث حرکت لایه‌های بالایی سیال نیز می‌شود.

قانون ویسکوزیته نیوتن در حالت پایدار



(شرایط پایدار Steady State) طولانی t

در اینجا سرعت تابعی از زمان نیست.

سطح صفحه : A

F : نیروئی که به صفحهٔ بالائی وارد می‌شود.

$$F \propto A \frac{V}{Y} \longrightarrow \frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y}$$

μ : ضریب تناسب

فرم دیفرانسیلی : $\tau_{yx} = -\mu \frac{dV_x}{dY}$

توسط نیروی F ، مومنتوم از صفحهٔ جامد به سیال وارد می‌شود. این انتقال در جهت y انجام می‌شود. سرعت از پائین به بالا کم می‌شود یعنی $\frac{dV_x}{dY} < 0$ است ولی $\tau_{yx} > 0$ است. به همین دلیل علامت منفی لحاظ می شود. اندیس اول: جهت انتقال مومنتوم τ_{yx}

" دوم: جهت سرعت

شار اندازه‌حرکت τ_{yx} را برحسب $\mathrm{lb}_f/\mathrm{ft}^2$ محاسبه کنید، هرگاه بدانیم سرعت صفحهٔ پایینی ویسکوزیتهٔ V در شکل **قبل** برابر $1\ \mathrm{ft/s}$ درجهت مثبت x، فاصلهٔ بین دو صفحه، Y برابر $0{,}001\ \mathrm{ft}$ و ویسکوزیتهٔ سیال، μ، برابر $0{,}7\ \mathrm{cp}$ است.

حل

چون τ_{yx} برحسب واحدهای انگلیسی خواسته شده‌است، باید ویسکوزیته را به این دستگاه آحاد تبدیل کنیم. بنابراین، با استفاده از پیوست (و)، مشاهده می‌شود که:

$$\mu = (0{,}7\ \mathrm{cp})(2{,}0886 \times 10^{-5}) = 1{,}46 \times 10^{-5}\ \mathrm{lb}_f\mathrm{s/ft}^2$$

توزیع سرعت خطی است، بنابراین:

$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{\Delta v_x}{\Delta y} = \frac{-1{,}0\ \mathrm{ft/s}}{0{,}001\ \mathrm{ft}} = -1000\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$\tau_{yx} = -\mu\frac{dv_x}{dy} = -(1{,}46 \times 10^{-5})(-1000) = 1{,}46 \times 10^{-2}\ \mathrm{lb}_f/\mathrm{ft}^2$$

جدول و.۳ـ۴ ضریب‌های تبدیل برای کمیت‌هایی با ابعاد M/Lt یا Ft/L^2 (ویسکوزیته، چگالی ضرب‌در ضریب نفوذ).

کمیت برحسب این واحدها را درمقدار جدول ↓	ضرب کنید تا به این واحدها تبدیل شود →	pa · s (kg/m · s)	g/cm · s (poises)	سانتی‌پوئاز	$\mathrm{lb}_m/\mathrm{ft}\cdot\mathrm{s}$	$\mathrm{lb}_m/\mathrm{ft}\cdot\mathrm{hr}$	$\mathrm{lb}_f\cdot\mathrm{s/ft}^2$
pa · s = kg/m · s		1	10	10^3	$6{,}7197\times10^{-1}$	$2{,}4191\times10^{3}$	$2{,}0886\times10^{-2}$
g/cm · s (پوئاز)		10^{-1}	1	10^2	$6{,}7197\times10^{-2}$	$2{,}4191\times10^{2}$	$2{,}0886\times10^{-3}$
سانتی‌پوئاز		10^{-3}	10^{-2}	1	$6{,}7197\times10^{-4}$	$2{,}4191$	$2{,}0886\times10^{-5}$
$\mathrm{lb}_m/\mathrm{ft}\cdot\mathrm{s}$		$1{,}4882$	$1{,}4882\times10^{1}$	$1{,}4882\times10^{3}$	1	3600	$3{,}1081\times10^{-2}$
$\mathrm{lb}_m/\mathrm{ft}\cdot\mathrm{hr}$		$4{,}1338\times10^{-4}$	$4{,}1338\times10^{-3}$	$4{,}1338\times10^{-1}$	$2{,}7778\times10^{-4}$	1	$8{,}6336\times10^{-6}$
$\mathrm{lb}_f\cdot\mathrm{s/ft}^2$		$4{,}7880\times10^{1}$	$4{,}7880\times10^{2}$	$4{,}7880\times10^{4}$	32,1740	$1{,}1583\times10^{5}$	1

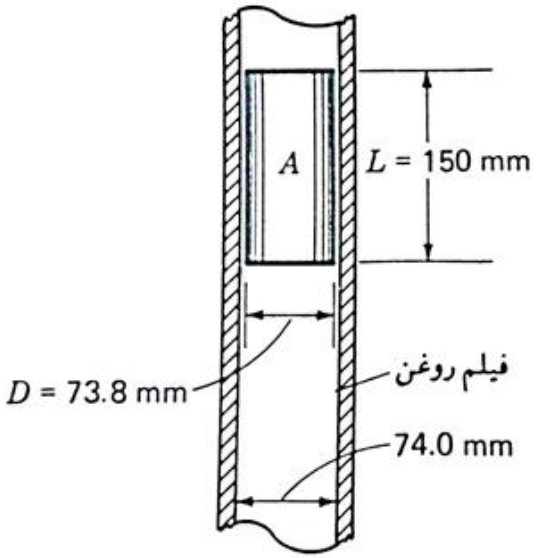
یک پوند ۰/۴۵۴ kg

انس ۱۲ اینچ

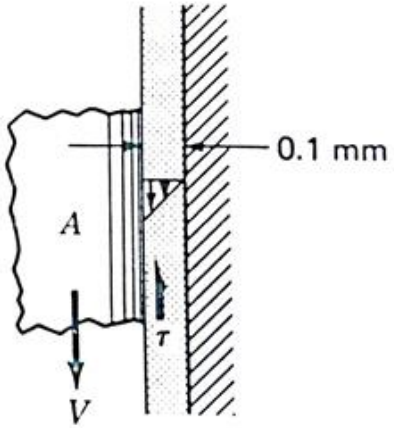
اینچ ۲/۵۴ سانتی متر

شتاب گرانشی $32.17 \frac{ft}{s^2} = 9.81 \frac{m}{s^2}$

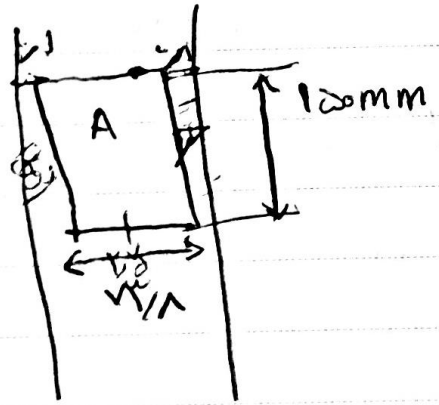
- استوانه جامد **A** به جرم ۲,۵ کیلوگرم در شکل زیر نشان داده شده است، در داخل لوله ای به طرف پایین می لغزد استوانه و لوله کاملا هم محور بوده و لایه ای از روغن بین سطوح ان وجود دارد. ویسکوزیته روغن $0.007\ N.s/m^2$ می باشد. سرعت حد استوانه V_T ، یعنی سرعت ثابت نهایی آن چقدر است؟ از اثرات فشار هوا صرفنظرکنید.



استوانهٔ A در یک لولهٔ روغنکاری شده می‌لغزد



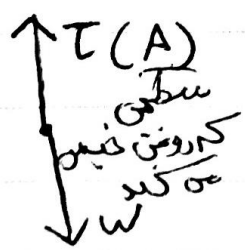
پروفیل سرعت خطی در فیلم روغن



$$\cancel{T_{yx}} = \frac{\Delta V}{\Delta X} = \frac{\cancel{0} - \cancel{0}}{0 - 0/001\,m} = 1000\,V$$

$$T_{yx} = -\mu \frac{\Delta V}{\Delta X} =$$

$$T_{yx} = 7 \times 10^{-3} (10/000)\,V = 70\,V$$



ضرب

$$\tau (\pi D) L = 70\,V \times \pi$$

$$0/0738 \times 0/150 = 2/5\,(9/81)$$

$$\Rightarrow V_T = 10/07\ m/s$$

ILIA

یک غلاف استوانه‌ای بر روی محوری استوار شده است. درز بین محور و غلاف محتوی سیال نیوتنی است. محور و غلاف هم محورند. هر گاه غلاف را با نیروی $600N$ در امتداد محور بکشیم، به سرعت $1m/s$ می‌رسد. اگر آن را با نیروی $1500\text{-}N$ بکشیم، به چه سرعتی خواهد رسید؟ دمای غلاف ثابت باقی می‌ماند.

✍ حل:

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{u}{t}\ ;\ \tau=\frac{F}{A}$$

بنابراین:

$$F=\mu\frac{A}{t}u=C.u\ ;\ C=\text{ثابت}$$

$$F_1=Cu_1 \text{ و } F_2=Cu_2$$

$$u_2=\frac{F_2}{F_1}.u_1=\frac{1500}{600}(1)\Rightarrow u_2=2.5\,m/s$$

Activate
Go to Settir

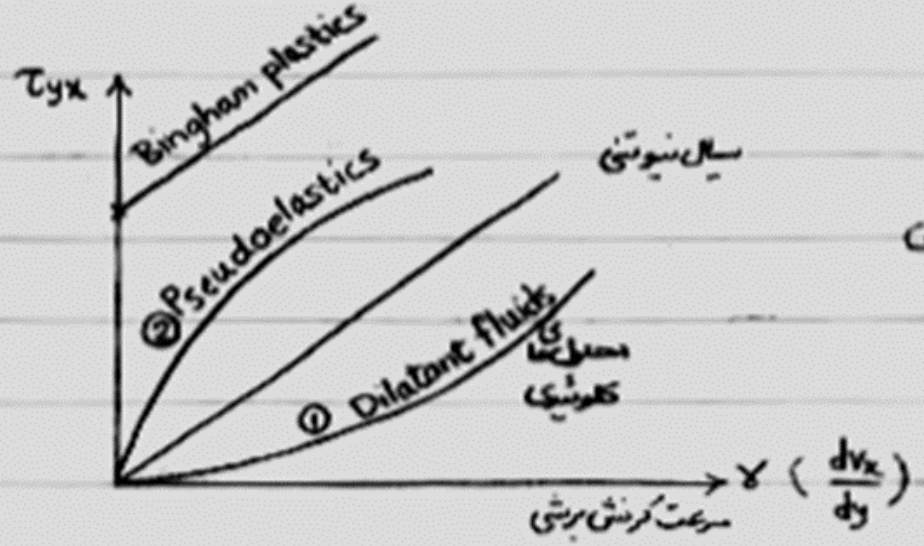
ویسکوزیته غیر نیوتنی

سیالاتی که از رابطه‌ی ویسکوزیته‌ی نیوتن تبعیت می‌کنند، سیالات نیوتنی نام دارند. گازها، سیال

نیوتنی هستند. اما مایعات همگی سیال نیوتنی نیستند. سرابه‌ها، مواد خمیری و سوسپانسیون ها

جزء سیالات غیرنیوتنی هستند.

برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی:



Bingham plastics درواقع دارای نوعی

تنش تسلیم هستند و بعد رفتار سیال

نیوتنی دارند.

Pseudoelastics : با افزایش سرعت کرنش برشی، رقیق می‌شوند.

سیال دیلاتانت

- این سیال غلیظ شونده برشی است؛یعنی باافزایش اهنگ کرنش ،مقاومت ان افزایش می‌یابد.سوسپانسیون‌های ذرات نشاسته یا شن در آب نمونه‌هایی از سیال دیلاتانت هستند.

- مثال ها : شنزار Beach sand,فلدسپار Feldspar, شن های روان Quick Sand,نشاسته در آب Starch in water

شبه پلاستیک

- این سیال رقیق شونده برشی است؛یعنی با افزایش آهنگ کرنش،مقاومت آن کاهش می‌یابد.
- سیال بسیار رقیق شونده را شبه پلاستیک می‌گویند.
- محلول‌های پلیمری، وسپانسیون‌های کولئیدی، خمیر آب در کاغذ، رنگ لاتکس، پلاسمای خون،شربت‌ها وشیره قند، از سیالات شبه پلاستیک هستند.
- رنگ یکی از رایج ترین سیالات شبه پلاستیک است. (رنگ‌ها در هنگام ریختن سفت هستند ولی اگر به شدت به هم زده شوند رقیق خواهند شد)

سیال بینگهام

- نوع دیگری از سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان نیز وجود دارد که به عنوان سیال بینگهام شناخته می شود.
- این نوع سیال برای جاری شدن و جریان یافتن، نیاز به یک مقدار مشخص تنش اولیه هستند.
- در واقع یک آستانه تنش برشی برای آن‌ها تعریف شده که قبل از آنکه میزان تنش برشی به این آستانه برسد، هیچ جریانی دیده نمی‌شود و بعد از آن، سیال شروع به جریان یافتن می‌کند. این سیالات را سیالات پلاستیک می‌نامند.
- سیال بینگهام به نوعی از سیالات پلاستیک گفته می‌شود که ویسکوزیته آن‌ها ثابت باقی می‌ماند.
- رفتار این سیال تحت تنش های کمتر از تنش تسلیم رفتار جامد را از خود نشان می دهد و تحت تاثیر تنش های بالاتر از آن رفتار سیال نیوتنی دارد، مانند خمیر دندان و کامپوزیت های سیلیکا–پلیمری.

ویسکوزیته سینماتیک

ویسکوزیته‌ی کینماتیک :

$$\underset{(nu)}{\nu} = \frac{\mu}{\rho}$$

زرواقع نفوذ مومنتوم توسط مکانیزم مولکولی راانشان می‌دهد.

دیمانسیون :

$$\nu : \frac{kg.m^{-1}s^{-1}}{kg.m^{-3}} = \frac{m^2}{s}$$

تمام کمیت هائیکه واحد یا دیمانسیون $\frac{m^2}{s}$ دارند، نوعی دیفوزیون ویانوعی نفوذ راانشان‌می‌دهد.

تفاوت ویسکوزیته سینماتیک و ویسکوزیته

- ویسکوزیته دینامیک μ معیار مستقیم مقاومت داخلی سیال در برابر جریان هنگام اعمال نیروی خارجی است و به چگالی وابسته نیست، با واحد پاسکال‌ثانیه یا سانتی‌پواز، و کاربرد اصلی آن در انتخاب پمپ و همزن، محاسبه توان پمپاژ، رنگ و پوشش و فرمولاسیون دارویی است.
- در حالی که ویسکوزیته سینماتیک ν از تقسیم ویسکوزیته دینامیک بر چگالی $\nu=\mu/\rho$ به دست می‌آید و نشان‌دهنده سرعت جریان سیال تنها تحت گرانش است، با واحد مترمربع بر ثانیه است
- و بیشتر در روانکاری، ارزیابی و گزارش خواص روغن و محاسبات هیدرولیکی جریان در لوله‌ها کاربرد دارد.

آب (20°C) : $\mu = 1\ cP$ $\nu = 1\ cm^2/s$

آب (80°C) : $\mu = 0.4\ cP$ $\nu = 0.4\ cm^2/s$

با افزایش سیالیت ، ویسکوزیته کمتر می‌شود . ویسکوزیته هم وابسته به دماست .

هوا (20°C) : $\mu = 0.018\ cP$ $\nu = 15\ \frac{cm^2}{s}$

هوا (80°C) : $\mu = 0.021\ cP$ $\nu = 20\ \frac{cm^2}{s}$

برای گازها ، ν بیشتر از مایعات است زیرا ρ برای گازها کم است . هم چنین رفتار μ و ν با دما برای گازها و مایعات فرق می‌کند.

ویسکوزیته‌ی سرباره‌ها، بعضی از روغن‌ها و مایعات پلیمری، ~ بین 1-100 poise

تغییر می‌کند. برای H_2SO_4 (اسید سولفوریک)، ~ بین 1-0.1 p تغییر می‌کند.

برای نمک‌های مذاب، فلزات سنگین (Pb, Zn, ...)، فلزات واسطه، آب، بنزین، استون

فلزات قلیائی در 20°c، ~ بین 0.1-0.01 p تغییر می‌کند.

نظریه جنبشی گازها

- فرضیات این نظریه عبارتند از:

۱. گازها از ذرات بسیار کوچکی (مولکول مانند گاز اکسیژن، یا اتم مانند گاز هلیم) تشکیل شد ه اند. این ذرات حرکت مستقیم الخط و تصادفی دارند.

۲. در شرایط معمولی، ابعاد مولکو ل ها در مقایسه با فاصله مولکول ها در گاز بسیار کم است به طوری که بیشتر حجم گاز را فضای خالی تشکیل می دهد. به عبارتی، می توان گازها را متشکل از ذراتی جر م دار بدون حجم در نظر گرفت.

۳. مولکول ها با همدیگر و با جدار ظرف برخورد می کنند. در این برخوردها انرژی جنبشی کم نمی شود ولی ممکن است انرژی از مولکولی به مولکول دیگر منتقل شود. به چنین برخوردی، الاستیک یا کشسان گویند.

٤- انرژی جنبشی متوسط یک گاز فقط به دما بستگی دارد و ارتباطی به فشار و ماهیت مولکول ندارد.

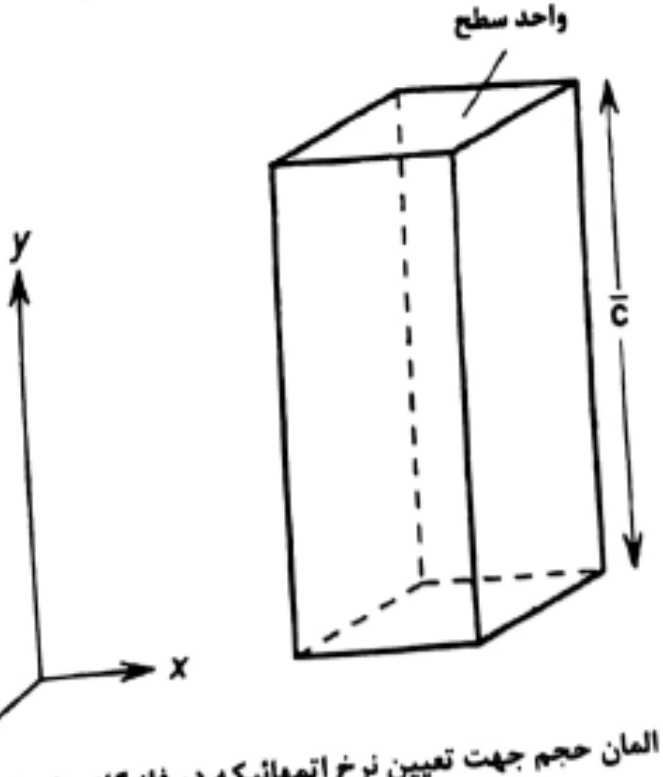
۵. نیروی جاذبه بین مولکولهای گاز بسیار ناچیز است و در اغلب موارد از آن صرف نظر می شود.

مفروضات محاسبه فاصله ازاد اصلی (میانگین فاصله برخورد) و ویسکوزیته گازها

۱- اتم‌ها صلب‌اند، آنها کره‌های بدون جاذبه با قطر d بوده که دستخوش برخوردهای کاملاً الاستیک با یکدیگر می‌باشند.

۲- تمام اتم‌ها با یک سرعت که همان سرعت متوسط است، حرکت می‌کنند. $\left(\frac{8RT}{\pi M}\right)^{1/2}$

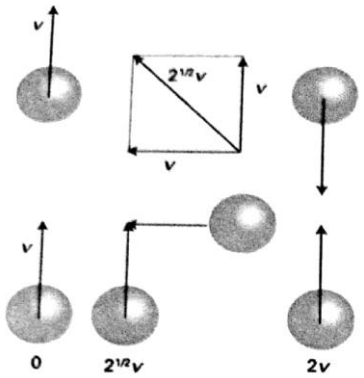
۳- تمام اتم‌ها در جهاتی موازی محورهای x، y و z در حال حرکتند، یعنی $\frac{1}{6}$ آنها روی یکی از جهات $+x$، $-x$، $+y$، $-y$، $+z$، $-z$ در حال حرکتند.

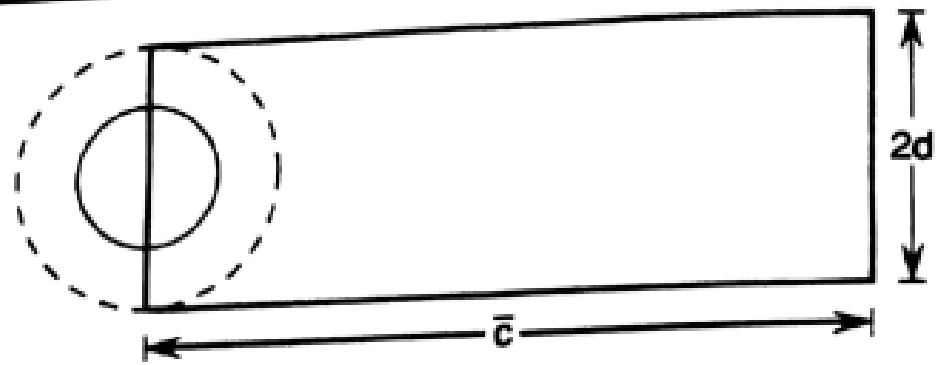


شکل ۲-۲۳ المان حجم جهت تعیین نرخ اتمهائیکه در فاز گازی از واحد سطح عبور می‌کنند

شکل ۲-۲۳ یک حجم منشوری با سطح مقطع واحد و طول $\bar{c}$ نشان می‌دهد. اگر دانسیته گاز n اتم در واحد حجم باشد، منشور شامل $n\bar{c}$ که $\frac{1}{6}$ آنها در جهت x- حرکت می‌کنند. در نتیجه، تعداد اتم‌هایی که از قاعده این حجم در واحد زمان عبور می‌کند، $\frac{n\bar{c}}{6}$ است. یک برخورد بین دو اتم وقتی اتفاق می‌افتد که فاصله مراکز آنها تا مقدار d کاهش یابد. پس هر اتم کره‌ای به حجم $\frac{4}{3}\pi d^3$ را به عنوان حریم نسبت به هر اتم دیگر اختیار می‌کند. مطابق شکل ۲-۲۴ یک اتم که با سرعت $\bar{c}$ حرکت می‌کند یک حجم $\pi d^2\bar{c}$ را در واحد زمان جاروب می‌نماید که در این حجم، $n\pi d^2\bar{c}$ اتم داریم، حرکت اتم باعث $\pi d^2\bar{c}$ برخورد با یکدیگر در واحد زمان می‌شود. این بحث وقتی ساده می‌شود که فرض کنیم که تمام n اتم در حجم جاروب کرده ثابت باشند. اگر بخواهیم ارتباط سرعت‌ها را در نظر داشته باشیم. تعداد برخوردها در ثانیه به صورت $\sqrt{2}n\pi d^2\bar{c}$ بدست می‌آید و از این رو فاصله متوسط طی شده در برخوردها که به فاصله آزاد اصلی[1] معروف است بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\lambda = \frac{\text{فاصله پیموده شده در واحد زمان}}{\text{تعداد برخوردها در واحد زمان}} = \frac{\bar{c}}{\sqrt{2}n\pi d^2\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$$





شکل ۲-۲۴ حجم در یک فاز گازی در مورد تعداد برخوردهایی که یک اتم با اتم‌های دیگر در واحد زمـــان تجربه می‌کند.

رابطه بین فاصله آزاد و فشار در گاز کامل

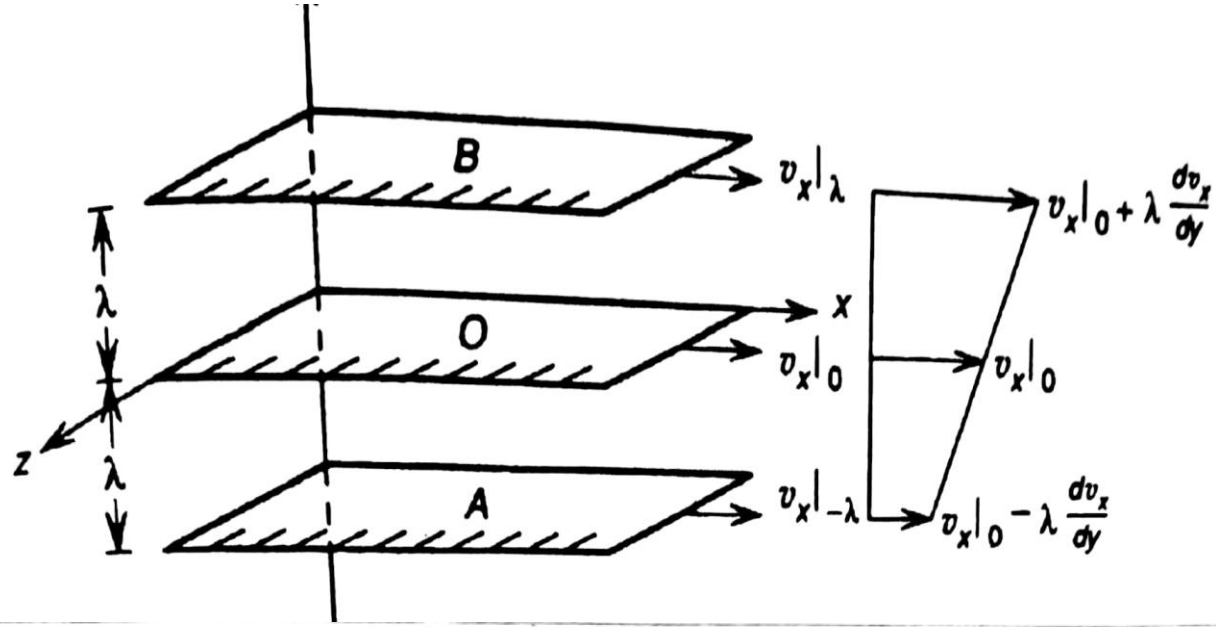
$$pV = nRT$$

$$pV = \frac{n}{N} N_A k T \quad \Rightarrow n = \frac{N}{V} = \frac{p}{kT}$$

تعداد ملکول‌ها در واحد حجم

فرکانس برخورد $= \sqrt{2}\, n \pi d^2 \bar{c} = \sqrt{2}\, \frac{p}{kT}\, \pi d^2 \bar{c}$

ویسکوزیته گازها با استفاده از نظریه جنبشی



یک جریان آرام را در جهت x در نظر بگیرید که گرادیان سرعت آن نسبت به z خطی است. در شکل بالا جریان توسط صفحاتی از اتم‌ها که چند فاصله آزاد اصلی از یکدیگر هستند شده‌اند.

تعداد اتم هایی که از واحد سطح A در واحد زمان به طور عمودی

به صفحه ۰ می روند برابر $\frac{1}{6}n\bar{c}$ است ($\bar{c}$ سرعت متوسط) و از

آنجا که هر مولکول دارای یک مشخصه مومنتوم در جهت x در

صفحه A ($-mv_x$) دارد سرعت انتقال مومنتوم به واحد

سطح صفحه ۰ در جهت x به صورت $\frac{1}{6}n\bar{c}mv_x\Big|_{-x}$ است

به طور مشابه سرعت انتقال مومنتم به واحد سطح صفحه O در

جهت y - ناشی از پرش اتم های صفحه B به صورت

$\frac{1}{6} n \bar{c} m v_x \Big|_{\lambda}$ است.

پس تغییرات مومنتوم در واحد سطح برابر است با

$$\frac{1}{6} n \bar{c} m v_x \Big|_{\lambda} - \frac{1}{6} n \bar{c} m v_x \Big|_{\lambda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} n \bar{c} m \left(v_x|_0 - \lambda \frac{dv_x}{dy} \right) - \frac{1}{6} n \bar{c} m \left(v_x|_0 + \lambda \frac{dv_x}{dy} \right)$$

$$= -\frac{1}{3} n \bar{c} m \lambda \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{yx} = -\frac{1}{3} n \bar{c} m \lambda \frac{dv_x}{dy}$$

فرمول نهایی ویسکوزیته گاز بر اساس نظریه جنبشی

ویسکوزیته گاز را بر حسب (g/cm.s)poise

$$\eta = \frac{2}{3\pi} \frac{\sqrt{\pi m k T}}{\pi d^2}$$

$$\eta = \frac{2/6693 \times 10^{-5} \sqrt{MT}}{d^2}$$

بر حسب گرم

M = وزن اتمی

T : برحسب کلوین

d : برحسب آنگستروم ($1\ \text{Å} = 10^{-10}$ m)

انحراف از نظریه جنبشی

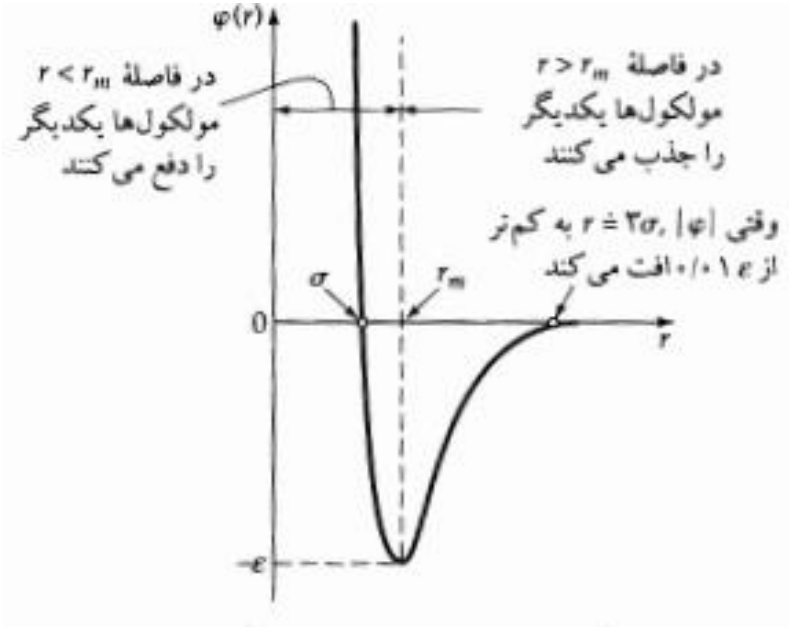
- داده های مربوط به گازهای مختلف نشان می دهد که μ سریعتر از $\sqrt{T}$ افزایش می یابد. بنابراین برای توصیف بهتر وابستگی دمایی μ باید مدل کره صلب را با مدلی تعویض کنیم که نیروهای جاذبه و دافعه را دقیق تر نشان دهد.

نظریه چاپمن

یکی از نظریه‌های دقیق سینتیک گازهای تک‌اتمی با چگالی پایین در اوایل قرن بیستم، توسط چاپمن در انگلستان، و به‌صورت مستقل از او، توسط انسکوگ در سوئد پی‌ریزی شد. نظریهٔ چاپمن‌ـانسکوگ عبارت‌هایی برای خواص انتقال، برحسب انرژی پتانسیل بین‌مولکولی $\varphi(r)$، ارائه می‌دهد؛ r فاصلهٔ بین یک جفت مولکول است که باهم برخورد می‌کنند. بنابراین نیروی بین‌مولکولی از رابطهٔ $F(r) = -d\varphi/dr$ به‌دست می‌آید. صورت تابعی دقیق $\varphi(r)$ معلوم نیست؛ اما یک رابطهٔ تجربی رضایت‌بخش برای مولکول‌های غیرقطبی پتانسیل لنارد‌جونز است:

$$\phi(r) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right]$$

که در آن σ قطر مشخصهٔ مولکول‌هاست که غالباً قطر برخورد نامیده می‌شود و ε انرژی مشخصه است که عملاً انرژی جاذبهٔ ماکزیمم بین یک جفت مولکول است. این تابع که در شکل زیر نشان داده شده‌است، ویژگی‌های مشخصهٔ نیروهای بین‌مولکولی را نمایش می‌دهد: جاذبهٔ ضعیف در فواصل زیاد و دافعهٔ قوی در فواصل کم. مقدار پارامترهای σ و ε را برای بسیاری‌از مواد می‌دانیم؛



ویسکوزیتهٔ یک گاز تک‌اتمی با وزن مولکولی M را می‌توان برحسب پارامترهای لنارد-جونز، به‌صورت زیر نوشت:

$$\mu = \frac{5}{16}\frac{\sqrt{\pi m KT}}{\pi\sigma^2\Omega_\mu} \quad \text{یا} \quad \mu = 2{,}6693 \times 10^{-5}\frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2\Omega_\mu} \qquad (14\text{-}4.1)$$

درصورت دوم این معادله، اگر $T[=]$ K و $\sigma[=]$ A، آنگاه $\mu[=]$ g/cm · s. کمیت بدون بُعد Ω_μ تابعی با تغییرات آهسته از دمای بدون بُعد KT/ε، از مرتبهٔ بزرگی واحد است که در جدول ۴.۵ گفته شده‌است. این تابع را «انتگرال برخورد برای ویسکوزیته» می‌نامند، زیرا جزئیات مسیرهایی را که مولکول‌ها درحین برخورد دوتایی دنبال می‌کنند، به‌حساب می‌آورد. اگر گاز از کره‌های صلبی به‌قطر σ (به‌جای مولکول‌های حقیقی با نیروهای جاذبه و دافعه) تشکیل شده‌بود، آنگاه Ω_μ دقیقاً برابر واحد می‌شد. بنابراین تابع Ω_μ را می‌توان به‌صورت تابع توصیف‌کنندهٔ انحراف از رفتار کرهٔ صلب تعبیر کرد.

محاسبهٔ ویسکوزیتهٔ گاز خالص با چگالی پایین

ویسکوزیتهٔ گاز CO_2 را در دماهای ۲۰۰، ۳۰۰، و ۸۰۰ K و فشار ۱ اتمسفر محاسبه کنید.

حل

با استفاده از معادلهٔ قبل از جدول ۱.۵، پارامترهای لنارد-جونز برای گاز CO_2 را به‌دست می‌آوریم: $\varepsilon/K = ۱۹۰K$ و $\sigma = ۳٫۹۹۶Å$. وزن مولکولی CO_2 برابر است با ۴۴٫۰۱.

با قرار دادن M و σ

$$\mu = ۲٫۶۶۹۳ \times ۱۰^{-۵} \frac{\sqrt{۴۴٫۰۱T}}{(۳٫۹۹۶)^۲\Omega_\mu} = ۱٫۱۰۹ \times ۱۰^{-۵} \frac{\sqrt{T}}{\Omega_\mu}$$

که در آن $\mu[=]$ g/cm · s و $T[=]$ K. بقیهٔ محاسبات را به‌صورت جدول نشان می‌دهیم.

T(K)	KT/ε	Ω_μ	$\sqrt{T}$	ویسکوزیته (g/cm · s)
۲۰۰	۱٫۰۵۳	۱٫۵۴۸	۱۴٫۱۴	$۱٫۰۱۳ \times ۱۰^{-۴}$
۳۰۰	۱٫۵۸	۱٫۲۸۶	۱۷٫۳۲	$۱٫۴۹۴ \times ۱۰^{-۴}$
۸۰۰	۴٫۲۱	۰٫۹۵۹۵	۲۸٫۲۸	$۳٫۲۶۹ \times ۱۰^{-۴}$

جدول ه.۱ پارامترهای پتانسیل لنارد-جونز (۱۲-۶) و خواص بحرانی.

		پارامترهای لنارد-جونز			خواص بحرانی [۵،۶]				
ماده	وزن مولکولی M	σ (Å)	ε/K (K)	Ref.	T_c (K)	p_c (atm)	$\tilde{V}_c$ (cm^3/g-mole)	$\mu_c \times 10^5$ (g/cm · s)	$k_c \times 10^4$ (cal/cm · s · K)
عناصر سبک									
H_2	۲٫۰۱۶	۲٫۹۱۵	۳۸٫۰	(الف)	۳۳٫۳	۱۲٫۸۰	۶۵٫۰	۳۴٫۷	-
He	۴٫۰۰۳	۲٫۵۷۶	۱۰٫۲	(الف)	۵٫۲۶	۲٫۲۶	۵۷٫۸	۲۵٫۴	-
گازهای نجیب									
Ne	۲۰٫۱۸۰	۲٫۷۸۹	۳۵٫۷	(الف)	۴۴٫۵	۲۶٫۹	۴۱٫۷	۱۵۶	۷۹٫۲
Ar	۳۹٫۹۴۸	۳٫۴۳۲	۱۲۲٫۴	(ب)	۱۵۰٫۷	۴۸٫۰	۷۵٫۲	۲۶۴	۷۱٫۰
Kr	۸۳٫۸۰	۳٫۶۷۵	۱۷۰٫۰	(ب)	۲۰۹٫۴	۵۴٫۳	۹۲٫۲	۳۹۶	۴۹٫۴
Xe	۱۳۱٫۲۹	۴٫۰۰۹	۲۳۴٫۷	(ب)	۲۸۹٫۸	۵۸٫۰	۱۱۸٫۸	۴۹۰	۴۰٫۲
گازهای چند اتمی ساده									
هوا	۲۸٫۹۶۴ [ط]	۳٫۶۱۷	۹۷٫۰	(الف)	۱۳۲٫۴ [ط]	۳۷٫۰ [ط]	۸۶٫۷ [ط]	۱۹۳	۹۰٫۸
N_2	۲۸٫۰۱۳	۳٫۶۶۷	۹۹٫۸	(ب)	۱۲۶٫۲	۳۳٫۵	۹۰٫۱	۱۸۰	۸۶٫۸
O_2	۳۱٫۹۹۹	۳٫۴۳۳	۱۱۳	(الف)	۱۵۴٫۴	۴۹٫۷	۷۴٫۴	۲۵۰	۱۰۵٫۳
CO	۲۸٫۰۱۰	۳٫۵۹۰	۱۱۰	(الف)	۱۳۲٫۹	۳۴٫۵	۹۳٫۱	۱۹۰	۸۶٫۵
CO_2	۴۴٫۰۱۰	۳٫۹۹۶	۱۹۰	(الف)	۳۰۴٫۲	۷۲٫۸	۹۴٫۱	۳۴۳	۱۲۲
NO	۳۰٫۰۰۶	۳٫۴۷۰	۱۱۹	(الف)	۱۸۰	۶۴	۵۷	۲۵۸.	۱۱۸٫۲
N_2O	۴۴٫۰۱۲	۳٫۸۷۹	۲۲۰	(الف)	۳۰۹٫۷	۷۱٫۷	۹۶٫۳	۳۳۲	۱۳۱
SO_2	۶۴٫۰۶۵	۴٫۰۲۶	۳۶۳	(ج)	۴۳۰٫۷	۷۷٫۸	۱۲۲	۴۱۱	۹۸٫۶
F_2	۳۷٫۹۹۷	۳٫۶۵۳	۱۱۲	(الف)	-	-	-	-	-
Cl_2	۷۰٫۹۰۵	۴٫۱۱۵	۳۵۷	(الف)	۴۱۷	۷۶٫۱	۱۲۴	۴۲۰	۹۷٫۰
Br_2	۱۵۹٫۸۰۸	۴٫۲۶۸	۵۲۰	(الف)	۵۸۴	۱۰۲	۱۴۴	-	-
I_2	۲۵۳٫۸۰۹	۴٫۹۸۲	۵۵۰	(الف)	۸۰۰	-	-	-	-
هیدروکربن‌ها									
CH_4	۱۶٫۰۴	۳٫۷۸۰	۱۵۴	(ب)	۱۹۱٫۱	۴۵٫۸	۹۸٫۷	۱۵۹	۱۵۸
$CH \equiv CH$	۲۶٫۰۴	۴٫۱۱۴	۲۱۲	(د)	۳۰۸٫۷	۶۱٫۶	۱۱۲٫۹	۲۳۷	-

جدول ه.۲ انتگرال‌های برخورد برای کاربرد همراه‌با پتانسیل لنارد-جونز (۱۲-۶) برای پیش‌بینی خواص انتقال گازها در چگالی‌های پایین.[الف-ب-ج]

KT/ϵ یا KT/ϵ_{AB}	$\Omega_\mu = \Omega_k$ (برای ویسکوزیته و رسانش گرمایی)	$\Omega_{D,AB}$ (برای ضریب نفوذ)	KT/ϵ یا KT/ϵ_{AB}	$\Omega_\mu = \Omega_k$ (برای ویسکوزیته و رسانش گرمایی)	$\Omega_{D,AB}$ (برای ضریب نفوذ)
۰٫۳۰	۲٫۸۴۰	۲٫۶۴۹	۲٫۷	۱٫۰۶۹۱	۰٫۹۷۸۲
۰٫۳۵	۲٫۶۷۶	۲٫۴۶۸	۲٫۸	۱٫۰۵۸۳	۰٫۹۶۸۲
۰٫۴۰	۲٫۵۳۱	۲٫۳۱۴	۲٫۹	۱٫۰۴۸۲	۰٫۹۵۸۸
۰٫۴۵	۲٫۴۰۱	۲٫۱۸۲	۳٫۰	۱٫۰۳۸۸	۰٫۹۵۰۰
۰٫۵۰	۲٫۲۸۴	۲٫۰۶۶	۳٫۱	۱٫۰۳۰۰	۰٫۹۴۱۸
۰٫۵۵	۲٫۱۷۸	۱٫۹۶۵	۳٫۲	۱٫۰۲۱۷	۰٫۹۳۴۰
۰٫۶۰	۲٫۰۸۴	۱٫۸۷۷	۳٫۳	۱٫۰۱۳۹	۰٫۹۲۶۷
۰٫۶۵	۱٫۹۹۹	۱٫۷۹۹	۳٫۴	۱٫۰۰۶۶	۰٫۹۱۹۷
۰٫۷۰	۱٫۹۲۲	۱٫۷۲۹	۳٫۵	۰٫۹۹۹۶	۰٫۹۱۳۱
۰٫۷۵	۱٫۸۵۳	۱٫۶۶۷	۳٫۶	۰٫۹۹۳۱	۰٫۹۰۶۸
۰٫۸۰	۱٫۷۹۰	۱٫۶۱۲	۳٫۷	۰٫۹۸۶۸	۰٫۹۰۰۸
۰٫۸۵	۱٫۷۳۴	۱٫۵۶۲	۳٫۸	۰٫۹۸۰۹	۰٫۸۹۵۲
۰٫۹۰	۱٫۶۸۲	۱٫۵۱۷	۳٫۹	۰٫۹۷۵۳	۰٫۸۸۹۷
۰٫۹۵	۱٫۶۳۶	۱٫۴۷۷	۴٫۰	۰٫۹۶۹۹	۰٫۸۸۴۵
۱٫۰۰	۱٫۵۹۳	۱٫۴۴۰	۴٫۱	۰٫۹۶۴۷	۰٫۸۷۹۶
۱٫۰۵	۱٫۵۵۴	۱٫۴۰۶	۴٫۲	۰٫۹۵۹۸	۰٫۸۷۴۸
۱٫۱۰	۱٫۵۱۸	۱٫۳۷۵	۴٫۳	۰٫۹۵۵۱	۰٫۸۷۰۳
۱٫۱۵	۱٫۴۸۵	۱٫۳۴۷	۴٫۴	۰٫۹۵۰۶	۰٫۸۶۵۹
۱٫۲۰	۱٫۴۵۵	۱٫۳۲۰	۴٫۵	۰٫۹۴۶۲	۰٫۸۶۱۷
۱٫۲۵	۱٫۴۲۷	۱٫۲۹۶	۴٫۶	۰٫۹۴۲۰	۰٫۸۵۷۶
۱٫۳۰	۱٫۴۰۱	۱٫۲۷۴	۴٫۷	۰٫۹۳۸۰	۰٫۸۵۳۷
۱٫۳۵	۱٫۳۷۷	۱٫۲۵۳	۴٫۸	۰٫۹۳۴۱	۰٫۸۴۹۹
۱٫۴۰	۱٫۳۵۵	۱٫۲۳۴	۴٫۹	۰٫۹۳۰۴	۰٫۸۴۶۳
۱٫۴۵	۱٫۳۳۴	۱٫۲۱۶	۵٫۰	۰٫۹۲۶۸	۰٫۸۴۲۸
۱٫۵۰	۱٫۳۱۵	۱٫۱۹۹	۶٫۰	۰٫۸۹۶۲	۰٫۸۱۲۹
۱٫۵۵	۱٫۲۹۷	۱٫۱۸۳	۷٫۰	۰٫۸۷۲۷	۰٫۷۸۹۸
۱٫۶۰	۱٫۲۸۰	۱٫۱۶۸	۸٫۰	۰٫۸۵۳۸	۰٫۷۷۱۱
۱٫۶۵	۱٫۲۶۴	۱٫۱۵۴	۹٫۰	۰٫۸۳۸۰	۰٫۷۵۵۵
۱٫۷۰	۱٫۲۴۹	۱٫۱۴۱	۱۰٫۰	۰٫۸۲۴۲	۰٫۷۴۲۲
۱٫۷۵	۱٫۲۳۵	۱٫۱۲۸	۱۲٫۰	۰٫۸۰۱۸	۰٫۷۲۰۲
۱٫۸۰	۱٫۲۲۲	۱٫۱۱۷	۱۴٫۰	۰٫۷۸۳۶	۰٫۷۰۲۵
۱٫۸۵	۱٫۲۰۹	۱٫۱۰۵	۱۶٫۰	۰٫۷۶۸۳	۰٫۶۸۷۸
۱٫۹۰	۱٫۱۹۸	۱٫۰۹۵	۱۸٫۰	۰٫۷۵۵۲	۰٫۶۷۵۱
۱٫۹۵	۱٫۱۸۶	۱٫۰۸۵	۲۰٫۰	۰٫۷۴۳۶	۰٫۶۶۴۰
۲٫۰۰	۱٫۱۷۶	۱٫۰۷۵	۲۵٫۰	۰٫۷۱۹۸	۰٫۶۴۱۴
۲٫۱۰	۱٫۱۵۶	۱٫۰۵۸	۳۰٫۰	۰٫۷۰۱۰	۰٫۶۲۳۵
۲٫۲۰	۱٫۱۳۸	۱٫۰۴۲	۳۵٫۰	۰٫۶۸۵۴	۰٫۶۰۸۸
۲٫۳۰	۱٫۱۲۲	۱٫۰۲۷	۴۰٫۰	۰٫۶۷۲۳	۰٫۵۹۶۴
۲٫۴۰	۱٫۱۰۷	۱٫۰۱۳	۵۰٫۰	۰٫۶۵۱۰	۰٫۵۷۶۳
۲٫۵۰	۱٫۰۹۳۳	۱٫۰۰۰۶	۷۵٫۰	۰٫۶۱۴۰	۰٫۵۴۱۵
۲٫۶۰	۱٫۰۸۰۷	۰٫۹۸۹۰	۱۰۰٫۰	۰٫۵۸۸۷	۰٫۵۱۸۰

ویسکوزیته مخلوط گاز بر اساس فرمول ویلک

- برای محاسبه ویسکوزیته مخلوط گازی می توان از فرمول تجربی زیر استفاده کرد که بسیار رضایت بخش است

$$\mu_{mix} = \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{x_\alpha \mu_\alpha}{\sum_\beta x_\beta \Phi_{\alpha\beta}}$$

که در آن کمیت‌های بدون بُعد $\Phi_{\alpha\beta}$ عبارت‌اند از:

$$\Phi_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_\beta}\right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_\alpha}{\mu_\beta}\right)^{1/2} \left(\frac{M_\beta}{M_\alpha}\right)^{1/4}\right]^2$$

پیش‌بینی ویسکوزیتهٔ مخلوط گازی با چگالی پایین

ویسکوزیتهٔ مخلوط گازی زیر را در فشار ۱ اتمسفر و دمای ۲۹۳ K، با استفاده از داده‌های مربوط به اجزای خالص آن در فشار و دمای مشابه، تخمین بزنید:

گونهٔ α	کسر مولی x_α	وزن مولکولی M_α	ویسکوزیته μ_α $(g/cm \cdot s)$
۱. CO_2	۰٫۱۳۳	۴۴٫۰۱	۱۴۶۲×۱۰^{-۷}
۲. O_2	۰٫۰۳۹	۳۲٫۰۰	۲۰۳۱×۱۰^{-۷}
۳. N_2	۰٫۸۲۸	۲۸٫۰۲	۱۷۵۴×۱۰^{-۷}

- از معادلات زیر استفاده می کنیم

$$\mu_{mix} = \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{x_\alpha \mu_\alpha}{\sum_\beta x_\beta \Phi_{\alpha\beta}}$$

$$\Phi_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_\beta}\right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_\alpha}{\mu_\beta}\right)^{1/2} \left(\frac{M_\beta}{M_\alpha}\right)^{1/4}\right]^2$$

α	β	M_α/M_β	μ_α/μ_β	$\Phi_{\alpha\beta}$	$\sum_{\beta=1}^{3} x_\beta \Phi_{\alpha\beta}$
۱.	۱	۱٫۰۰۰	۱٫۰۰۰	۱٫۰۰۰	
	۲	۱٫۳۷۵	۰٫۷۲۰	۰٫۷۳۰	۰٫۷۶۳
	۳	۱٫۵۷۱	۰٫۸۳۴	۰٫۷۲۷	
۲.	۱	۰٫۷۲۷	۱٫۳۸۹	۱٫۳۹۴	
	۲	۱٫۰۰۰	۱٫۰۰۰	۱٫۰۰۰	۱٫۰۵۷
	۳	۱٫۱۴۲	۱٫۱۵۸	۱٫۰۰۶	
۳.	۱	۰٫۶۳۷	۱٫۲۰۰	۱٫۳۷۰	
	۲	۰٫۸۷۶	۰٫۸۶۴	۰٫۹۹۳	۱٫۰۴۹
	۳	۱٫۰۰۰	۱٫۰۰۰	۱٫۰۰۰	

سپس از معادله زیر استفاده می کنیم

$$\mu_{\text{mix}} = \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{x_\alpha \mu_\alpha}{\sum_\beta x_\beta \Phi_{\alpha\beta}}$$

$$\mu = \frac{(۰٫۱۳۳۳)(۱۴۶۲)(۱۰^{-۷})}{۰٫۷۶۳} + \frac{(۰٫۰۳۹)(۲۰۳۱)(۱۰^{-۷})}{۱٫۰۵۷} + \frac{(۰٫۸۲۸)(۱۷۵۴)(۱۰^{-۷})}{۱٫۰۴۹}$$

$$= ۱۷۱۴ \times ۱۰^{-۷}\ \text{g/cm} \cdot \text{s}$$

مقدار مشاهده‌شده[۱۲] برابر است با: $۱۷۹۳ \times ۱۰^{-۷}\ \text{g/cm} \cdot \text{s}$.

ویسکوزیتهٔ مخلوط گاز در چگالی پایین. داده‌های زیر[۲] برای ویسکوزیته‌های مخلوط‌های هیدروژن و فرئون-۱۲ (دی‌کلرودی‌فلوئورومتان) در دمای ۲۵°C و فشار ۱ اتمسفر مفروض است:

$\mu \times 10^6$ (پوئاز): H_2: ۸۸٫۴

$\mu \times 10^6$ (پوئاز): دی‌کلرودی‌فلوئورومتان ۱۲۴٫۰

ویسکوزیته های مخلوط کسر مولی هیدروژن و ۰/۱۵و ۰/۴۵را به دست آورید؟

$$\Phi_{11} = \Phi_{22} = 1.0$$

$$\Phi_{12} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(1+\frac{2.016}{120.92}\right)^{-1/2}\left[1+\left(\frac{88.4}{124.0}\right)^{1/2}\left(\frac{120.92}{2.016}\right)^{1/4}\right]^2$$

$$= 3.934$$

$$\Phi_{21} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(1+\frac{120.92}{2.016}\right)^{-1/2}\left[1+\left(\frac{124.0}{88.4}\right)^{1/2}\left(\frac{2.016}{120.92}\right)^{1/4}\right]^2$$

$$= 0.0920$$