دانشگاه صنعتی شاهرود

جلسه سوم
تمرین های مربوط به گاز کامل و گاز حقیقی

۱) اگر V_{rms} (جذر میانگین مجذور سرعت) مربوط به گاز اکسیژن

برابر $300\ m/s$ باشد، دمای آن چقدر است؟

$$V_{rms} = \sqrt{\bar{V}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 30 \Rightarrow 1000 \times 900 = \frac{3RT}{M}$$

$$\frac{3 \times 8/314 \times T}{32 \times 10^{-3}} = 9 \times 10^4 \Rightarrow 9 \times \frac{32 \times 10}{3 \times 8/314} = 115/4\ K$$

(۲) دو ظرف مجزا به ترتیب با گازهای ایده‌آل X و Y پر شده‌اند. جرم مولی گاز X دو برابر جرم مولی گاز Y و چگالی گاز X سه برابر گاز Y می‌باشد. در دمای یکسان نسبت فشار گاز X به Y چقدر است؟

$$\frac{P_X M_X}{RT} = d_X$$

$$\frac{P_Y M_Y}{RT} = d_Y$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d_X}{d_Y} \times \frac{M_Y}{M_X} = \frac{P_X}{P_Y} \quad \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

سرعت آزاد میانگین و ویسکوزیته گاز اکسیژن را در فشار اتمسفر

و دمای ۲۷۳ k محاسبه کنید.

قطر مولکولی اکسیژن $d = ۳ \times ۱۰^{-۱۰}\ m = ۳\ A^{\circ}$

$N_A = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}$

جرم مولی $O_2 = ۳۲ \times ۱۶^{-۳}\ \frac{kg}{mol}$

$T = ۲۷۳\ k$

$$\eta = \frac{۲/۶۶۹۳ \times ۱۰^{-۵} \sqrt{MT}}{d^{۲}}$$

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{۸RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{۸ \times ۸۳۱۴ \times ۲۷۳}{۳/۱۴ \times ۳۲ \times ۱۶^{-۳}}} = ۴/۵۲ \times ۱۰^{۲}\ m/s$$

$$\mu = \frac{۲}{۳\pi} \frac{\sqrt{\pi m KT}}{\pi d^{۲}} \Rightarrow \mu = \frac{۲}{۳\pi} \sqrt{\frac{M = R}{\frac{\pi}{N_a m} N_a K \pi T}} = \frac{۲}{۳\pi} \frac{\sqrt{\pi RTM}}{N_a \pi d^{۲}}$$

$$\mu = \frac{۲}{۳\pi} \times \sqrt{\frac{\pi \times ۸۳۱۴ \times ۲۷۳ \times ۳۲ \times ۱۰^{-۳}}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \times ۳/۱۴ \times ۹ \times ۱۰^{-۲۰}}} = ۰/۲۹ \times ۱۰^{-۴}\ \frac{kg}{ms}$$

هرگاه حساوی $n^* = \frac{P}{RT}$ برای یک نمونه گاز در شرایط

معین از دما و فشار برقرار باشد. آنگاه ما کتور تراکم پذیری آن

چگونه است؟

$$\frac{n}{V} = n^* = \frac{P}{RT + bR}$$

$$\frac{n}{V} = \frac{P}{RT + bRT} \Rightarrow PV = nRT + nbP$$

$$\frac{PV}{nRT} = \frac{nRT}{nRT} + \frac{nbP}{nRT} \Rightarrow Z = 1 + \frac{b}{RT} P$$

در دمای ۲۷۳K از اندازه‌گیری های مربوط به آرگون دومین و سومین ضرایب ویریال در بسط Z برحسب توان‌های $\frac{1}{V_m}$ به ترتیب $B=-21.7\ cm^3 mol^{-1}$ و $C=1200\ cm^6 mol^{-2}$ به دست آمده است. با فرض اینکه گاز آرگون گاز کامل جهت تخمین دومین و سومین جمله مناسب باشد، ضریب تراکم پذیری آرگون در 1atm و ۲۷۳K محاسبه کنید؟

$$Z = 1 + B\left(\frac{1}{V_m}\right) + C\left(\frac{1}{V_m}\right)^2$$

$$V_m = \frac{RT}{P}$$

$$Z = 1 - 21.7 \times \frac{\left(\frac{P}{RT}\right)}{\frac{1}{RT}} + 1200 \times \left(\frac{P}{RT}\right)^2$$

$$\frac{1}{RT} = \frac{1}{0.082 \times 273} \quad \text{برحسب} \quad \frac{cm^3.atm}{mol.K}$$

$$Z = 1 - (0.0968) + 0.0239 = 0.927$$

ظرفی به حجم 22.4 lit در ابتدا حاوی 2/0 مول H_2 و 1/0 مول N_2 در دمای 273/15K است. تمام H_2 با مقدار کافی N_2 ترکیب می‌شود تا NH_3 تولید شود. فشارهای جزیی و فشار کل مخلوط نهایی را بدست آورید

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$$

1 2 0

$\frac{1-\frac{2}{3}}{3}$ مول N_2 | $2-2$ مول مصرف H_2 | $\frac{4}{3}$

	N_2	H_2	NH_3	کل
مقدار اولیه	۱	۲	۰	۳
مقدار نهایی	۰/۳۳	[redacted]	۱/۳۴	۱/۶۶ مول
کسر مولی	$\frac{0.33}{1.66} = \%20$		$\frac{1.34}{1.66} = \%80$	

Day. Month. Year. Subject.

$$\text{کل } P = \frac{nRT}{V} = 1.66 \times \frac{0.082 \times 273.15}{22.4 \text{ lit}} = 1.66 \text{ atm}$$

$$P_{H_2} = (X_{H_2})\, P = 0$$

$$P_{N_2} = X_{N_2} \times P = \%20 \times 1.66 = \%33 \text{ atm}$$

$$P(NH_3) = X(NH_3)\, P \times 1.66 = 1.33 \text{ atm}$$

④ قانون دالتون وقتی صادق است که

۱) هریک از اجزاء مخلوط و خود مخلوط از قوانین گاز ایده آل که به صورت $PV=nRT$ بیان می‌شود تبعیت کند.

۲) هریک از اجزاء مخلوط از قوانین گاز ایده آل که به صورت $PV=nRT$ بیان می‌شود تبعیت کند.

۴) مقدار ضریب تراکم پذیری یک گاز حقیقی (Z) موقعی کم تر از یک است که نیروهای جاذبه بین مولکولی مؤثرتر از نیروی دافعه باشند، برابر است با:

۱) صفر ۲) کوچکتر از یک ۳) یک ۴) بزرگتر از یک

وقتی نیروی جاذبه بین مولکولی غالب باشد ضریب تراکم پذیری کوچک تر از یک می باشد.

۵) ضریب تراکم پذیری (Z) یک گاز حقیقی در دمای T از یک کوچکتر است. مقایسه فشار این گاز و فشار گاز ایده‌آل در شرایط یکسان (حجم و تعداد مول‌های یکسان) چگونه است؟

$$Z<1 \Rightarrow \frac{PV}{nRT}<1 \Rightarrow \frac{P_{rel}V_{rel}}{nRT}<\frac{P_{id}V_{id}}{nRT}$$

$$\Rightarrow P_{rel}V_{rel}<P_{id}V_{id} \Rightarrow P_{rel}<P_{id}$$

۶) برای یک گاز عتر آل که از معادله ویریال پیروی می کند

و در دمای ۲۰۰°c هردو ضریب معادله ویریال (B_p و C_p) منفی

هستند. ضریب تراکم پذیری (Z) چقدر است؟

براساس معادله ویریال $Z = \frac{PV}{RT} = 1 + B_p p + C_p p^2$

بنابراین اگر B_p و C_p منفی باشد Z کمتر از یک

خواهد بود

① اگر معادله حالت گازی به صورت زیر باشد:

$$\frac{Pv}{RT} = 1 + \frac{P}{RT}\left(b - \frac{a}{RT^{3/2}}\right)$$

در این صورت دمای بویل این گاز چقدر است؟

دمای بویل دمایی است که $B = 0$ است در $Z = 1 + B'P$

$$b - \frac{a}{RT^{3/2}} = 0 \Rightarrow T_B = \left(\frac{a}{Rb}\right)^{2/3}$$

(۹) معادله حالت گازی به صورت $P = \frac{RT}{V_m} - \frac{B}{V_m^2} + \frac{C}{V_m^3}$ است.

حجم و حجم نقطه بحرانی چقدر است؟

در نقطه بحرانی مشتق اول و دوم فشار نسبت به حجم صفر است.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V_m}\right)_T = 0 \Rightarrow \frac{1}{V_m^2}\left(-RT + \frac{2B}{V_m} - \frac{3C}{V_m^2}\right) = 0$$

$\xrightarrow[\text{ضرب شد}]{\text{طرفین در } V_m^2}$ $-RTV_m^2 + 2BV_m - 3C = 0$ (۱)

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V_m^2}\right) = 0 \Longrightarrow \frac{2RT}{V_m^3} - \frac{6B}{V_m^4} + \frac{12C}{V_m^5}$$

$\xrightarrow[\text{ضرب شود}]{\text{طرفین در } V_m^5}$

$2RTV_m^2 - 6BV_m + 12C = 0 \Rightarrow RTV_m^2 - 3BV_m + 6C = 0$

$-BV_m + 3C = 0 \Rightarrow V_m = \frac{3C}{B} \Leftarrow$ (۲) و (۱)

$V_m = \frac{3C}{B}$ جایگذاری در معادله (۱)

$$RT\frac{9C^2}{B^2} - 9C + 6C = 0 \Rightarrow T_C = \frac{B^2}{3RC}$$

۱۰) برای ماده‌ای $p_c = 50\,atm$ و $T_c = 80\,K$ است. در دمای $160\,K$ در چه فشاری این ماده به مایع تبدیل می‌شود.

۱) $700\,atm$ ۲) $50\,atm$

۳) هیچ‌گاه مایع نمی‌شود ۴) داده‌های مسأله برای محاسبه کافی نیست

در بالاتر از دمای بحرانی، گاز به مایع تبدیل نمی‌شود. بنابراین دمای 160 درجه کلوین بالاتر از دمای بحرانی (80 درجه) است. به مایع تبدیل نمی‌شود.

(۱۱) گازی که از معادله حالت $V = \frac{RT}{P} + \frac{a}{T}$ پیروی می‌کند (a ثابت است)

ضریب فوگاسیته گاز کدام است؟

۱) $\exp\left(\frac{a}{RT^2}\right)$

۲) $\exp\left(\frac{aP}{RT^2}\right)$ ✓

۳) $\exp\left(\frac{aP}{RT^3}\right)$

۴) $\exp\left(\frac{RT^3}{aP}\right)$

$$\ln\gamma = \int_0^P \left(\frac{Z-1}{P}\right) dP$$

$$V = \frac{RT}{P} + \frac{a}{T} \rightarrow \frac{PV}{RT} = 1 + \frac{aP}{RT^2} = Z$$

$$\frac{Z-1}{P} = \frac{a}{RT^2} \qquad \ln\gamma = \int_0^P \frac{a}{RT^2} dP \Rightarrow \ln\gamma = \frac{aP}{RT^2}$$

maxnote

Day. Month. Year. Subject.

عبارت $\left(\frac{\partial \ln F_i}{\partial P}\right)_{T,n}$ برابر با چقدر است؟

$$\frac{\partial}{\partial P}(\ln F_i) = \frac{\partial}{\partial P}(\ln \phi + \ln P) =$$

$$\frac{\partial}{\partial P}\left(\int_0^P \frac{Z-1}{P} dP + \ln P\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial P}\left(\int_0^P \left(\frac{V}{RT} - \frac{1}{P}\right) dP + \ln P\right) = \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{PV}{RT}\right)$$

$$\frac{PV}{RT} - \ln P$$

$$\left(\frac{\partial \ln F_i}{\partial P}\right)_{T,n} = \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{PV}{RT}\right) = \frac{V}{RT}$$

(۱۴) اگر من کانس برخورد گازی 5×10^{-10} و میانگین سرعت مولکول‌های گاز $10\times10^{8}\ \frac{m}{s}$ باشد. میانگین آزاد (پویش) این گاز چقدر است؟

$$\lambda = \frac{\bar{c}}{Z} = \frac{10\times10^{8}\ m/s}{5\times10^{10}\ s^{-1}} = 2\times10^{-2} = 0.02\ m$$

Day. Month. Year.

⑨ تولید حجمی یک گاز واندروالس برابر $P_c = 48/2\,atm$ است ضرایب واندروالس این گاز را حساب کنید $V_c = 148\,cm^3.mol^{-1}$

$V_{cr} = 3b \Rightarrow 3b = 148\,cm^3.mol^{-1} \Rightarrow b = 49\,cm^3.mol^{-1}$

$b = 0.049\,lit\,mol^{-1}$

$p_{cr} = \frac{a}{27b^2} \Rightarrow 48/2\,atm = \frac{a}{27 \times (0.049\,lit\,mol^{-1})^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 3/16\,lit^2.atm.mol^{-2}$

فشار و دمایی را پیشنهاد کنید که در آن یک مول

الف) H_2S و ب) CO_2 ج) Ar در حالت

متناظر با یک مول N_2 در $1\,atm$ و $25^\circ C$ باشد.

N_2: $P_c = 33.54$, $T_c = 126.2\,K$

H_2S: $P_c = 88.2\,atm$, $T_c = 373.2$

CO_2: $P_c = 72.8\,atm$, $T_c = 304.2\,K$

Ar: $P_c = 48\,atm$, $T_c = 150.72\,K$

برای $N_2 \Rightarrow P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{1\,atm}{33.54\,atm} = 0.03 = P_r$

$N_2 \Rightarrow T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{25+273}{126.2} = 2.36$

برای H_2S

$P = P_r P_c = 0.03 \times 88\,atm = 2.64\,atm$

$T = T_r T_c = 2.36 \times 373.2 = 881\,K$

Day. Month. Year. Subject.

برای CO_2

$P = P_r P_c = 0/0\text{۲} \times \text{۷۲/۸۵ atm} = \text{۲/۲ atm}$

$T = T_r T_c = \text{۲/۳۹} \times \text{۳۰۴/۲ k} = \text{۷۱۸ k}$

برای Ar $P = P_r P_c = 0/0\text{۳} \times \text{۷۲/۸۵} = \text{۲۲ atm}$

$T = T_r T_c = \text{۲/۳۹} \times \text{۱۵۰/۷۲} = \text{۳۵۹ k}$

(۱۰) برای گاز گوگرد دی اکسید، مواد زیر را حساب کنید.

دمای مختصه بحرانی ۴۳۰/۷ کلوین و فشار نقطه بحرانی ۷۷/۸ اتمسفر می باشد.

الف) ثابت های وان در والسی برای گاز

ب) حجم بحرانی برای گاز

ج) فشار یک مول گاز دی اکسید که در حجم ۵۰۰ cm^3 و دمای ۵۰۰ کلوین اعمال می کند. این فشار بدست آمده را با فشار یک مول گاز ایده آل در شرایط فشار را مقایسه کنید.

الف)

$$P_c = \frac{a}{27b^2} \quad , \quad T_c = \frac{8a}{27bR}$$

$$\Rightarrow b = \frac{RT_c}{8P_c} = \frac{0/082 \times 430/7 \times 1000}{8 \times 77/8} \Rightarrow b = 56/7853 \ \frac{cm^3}{mol}$$

$$T_c = \frac{8a}{27bR} \Rightarrow a = \frac{27bRT_c}{8} = \frac{27 \times 56/7853 \times 82 \times 430/7 \times 1000}{8}$$

$$a = 6772259/98 \ cm^6 . atm / mol^2$$

$V_c = 3b \Rightarrow V_c = 3 \times 54.785 = 164.355\ cm^3/mol$ (ب

ج)

گاز ایده‌آل $\Rightarrow PV = nRT \Rightarrow P = \frac{1 \times 0.082 \times 1000 \times 500}{500}$

$= 82.04\ atm$

گاز حقیقی $\Rightarrow \left[P + \frac{n^2 a}{V^2}\right](V - nb) = nRT$

$\left(P + \frac{1^2 \times 4772.5849}{500^2}\right)(500 - 1 \times 54.785) =$

$1 \times 0.082 \times 1000 \times 500 \Rightarrow P = 40.64\ atm$

$P_{ideal} > P_{real}$

(۱۱) فرض کنید شما مسوول خرید گاز اکسیژن هستید و این گاز در کپسول هایی با قطر ۰/۲ متر و ارتفاع ۲ متر و تحت فشار ۲۰۰ atm در دمای ۳۰۰ کلوین موجود می باشد. ترجیح می دهید گاز رفتار ایده آل داشته باشد یا حقیقی؟ ثابت های وان در والس برای اکسیژن عبارتند از:

$a = 1.36 \ lit^2.atm/mol^2$

$b = 0.0318 \ lit/mol$

حجم کپسول $V = \frac{\pi}{4} d^2 h = \frac{\pi}{4} \times (0.2)^2 \times 2 = 0.0628 \ m^3 \Rightarrow$

$V = 62.8 \ lit$

گاز ایده آل $PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{200 \times 62.8}{0.082 \times 300} = 510.5 \ mol$

تذکر مقدار V در معادله وان‌دروالس مربوط به حجم مولی است و نه حجم گاز. پس داریم:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \Rightarrow \left(200 + \frac{1.364}{V^2}\right)(V - 0.0381) = 0.0821 \times 300$$

$$\Rightarrow 200V^3 - 30.9267V^2 + 1.24V - 0.0424 = 0$$

با استفاده از روش نیوتن رافسون

$$V = 0.0111 \ lit/mol$$

حجم مولی × تعداد مول = حجم گاز

$$92.8 = n \times 0.0111 \Rightarrow n = 5647.5 \ mol$$

تعداد مول گاز بیشتری در حالت حقیقی موجود است

لذا این حالت بهتر و مقرون به صرفه‌تر است.

فیلمی درباره روش نیوتن رافسون

- https://www.aparat.com/v/z6uDw