$$1/2\ m\ v^2 - 1/2\ m\ v_0^2 = m\ a_x\ x$$

$$\Delta E_K = F_x\ x = W$$

قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی

انرژی توانایی انجام کار است

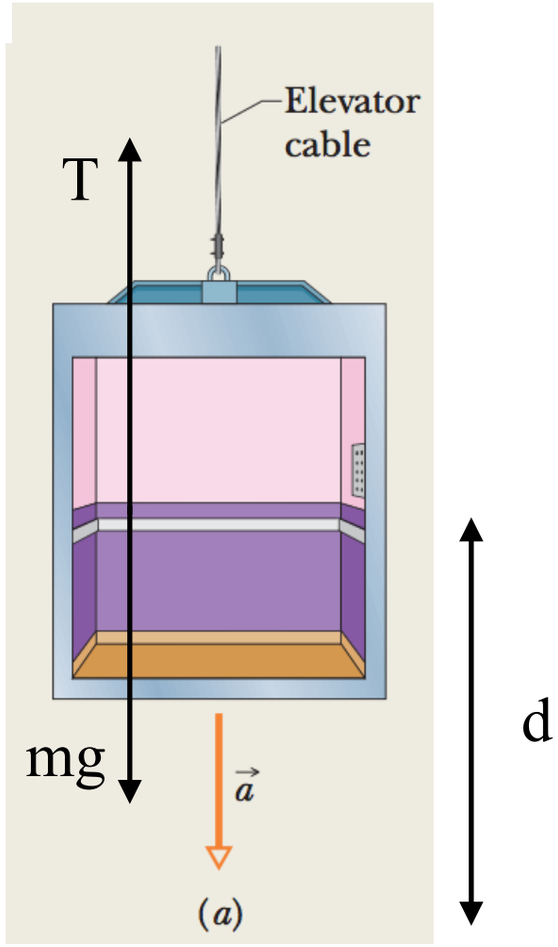
مثال: بالابر شتابدار – اتاقک بالابری به جرم $m = ۵۰۰\ kg$ در حال پایین آمدن با سرعت اولیه $v_i = ۴\ m/s$ است. کابل نگهدارنده شروع به لغزیدن می‌کند و با شتاب $a = g/۵$ سقوط می‌کند.

الف) در حین سقوط به مسافت $d = ۱۲\ m$ کار نیروی وزن چقدر است؟

ب) کار نیروی طناب؟

ج) کار برآیند (کار خالص وارد بر اتاقک)؟

د) انرژی جنبشی اتاقک در پایان سقوط به مسافت d؟



$$W_g = mgd\cos 0° = (500\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(12\ \text{m})(1)$$
$$= 5.88 \times 10^4\ \text{J} \approx 59\ \text{kJ}. \qquad \text{(Answer)}$$

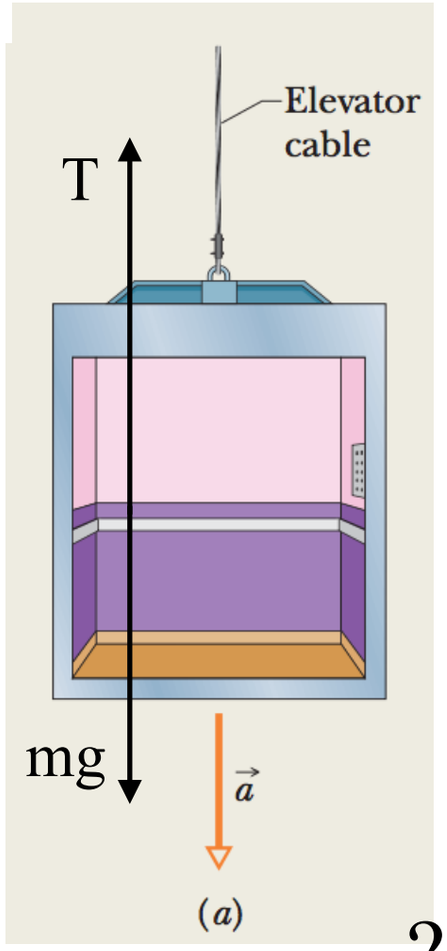
مثال: بالابر شتابدار – اتاقک بالابری به جرم $m = 500\ kg$ در حال پایین آمدن با سرعت اولیه $v_i = 4\ m/s$ است. کابل نگهدارنده شروع به لغزیدن می کند و با شتاب $a = g/5$ سقوط می کند.

الف) در حین سقوط به مسافت $d = 12\ m$ کار نیروی وزن چقدر است؟

ب) کار نیروی طناب؟

ج) کار برآیند (کار خالص وارد بر اتاقک)؟

د) انرژی جنبشی اتاقک در پایان سقوط به مسافت d؟



$$W_T = T\ d \cos \pi$$

$$F_{net.} = m\ a \qquad mg - T = m\ a \qquad T = m\ (g - a) = 4/5\ mg$$

$$W_T = 4/5\ mg\ d \cos \pi = -\ 47\ kj$$

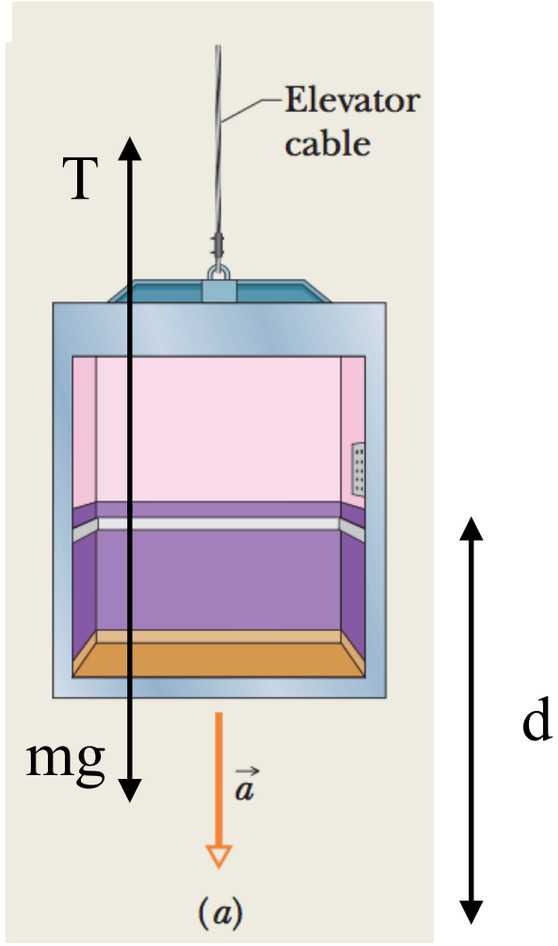
مثال: بالابر شتابدار – اتاقک بالابری به جرم $m = 500\ kg$ در حال پایین آمدن با سرعت اولیه $v_i = 4\ m/s$ است. کابل نگهدارنده شروع به لغزیدن می‌کند و با شتاب $a = g/5$ سقوط می‌کند.

الف) در حین سقوط به مسافت $d = 12\ m$ کار نیروی وزن چقدر است؟

ب) کار نیروی طناب؟

ج) کار برآیند (کار خالص وارد بر اتاقک)؟

د) انرژی جنبشی اتاقک در پایان سقوط به مسافت d؟



$$W = W_g + W_T = 5.88 \times 10^4\ \text{J} - 4.70 \times 10^4\ \text{J}$$
$$= 1.18 \times 10^4\ \text{J} \approx 12\ \text{kJ}. \qquad \text{(Answer)}$$

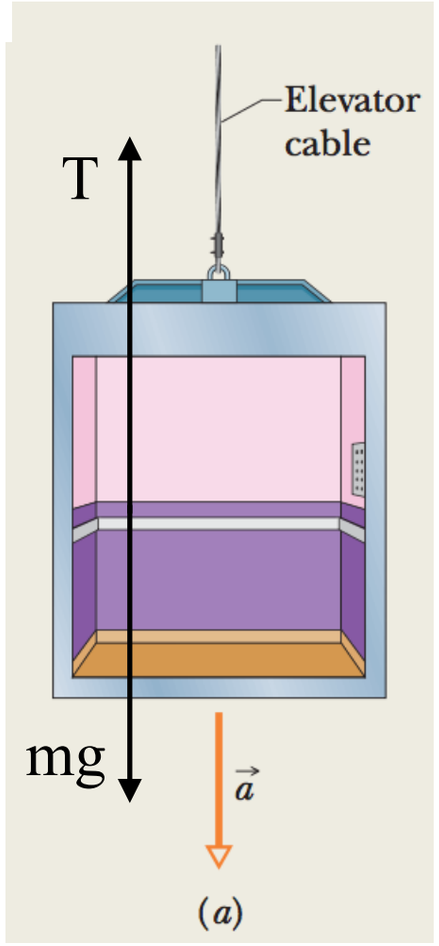
مثال: بالابر شتابدار – اتاقک بالابری به جرم $m = 500\ kg$ در حال پایین آمدن با سرعت اولیه $v_i = 4\ m/s$ است. کابل نگهدارنده شروع به لغزیدن می‌کند و با شتاب $a = g/5$ سقوط می‌کند.

الف) در حین سقوط به مسافت $d = 12\ m$ کار نیروی وزن چقدر است؟

ب) کار نیروی طناب؟

ج) کار برآیند (کار خالص وارد بر اتاقک)؟

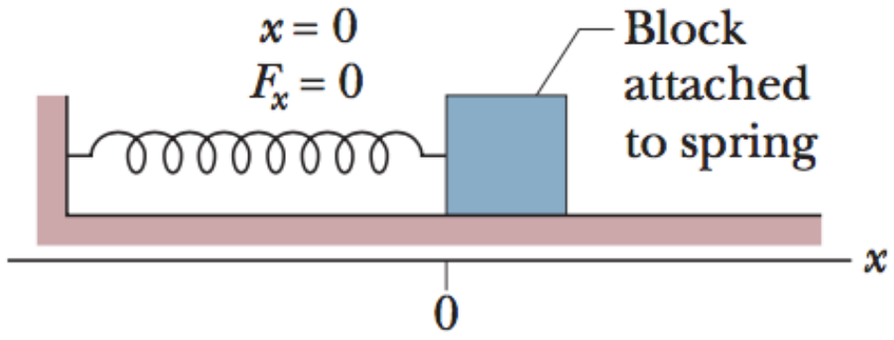
د) انرژی جنبشی اتاقک در پایان سقوط به مسافت d؟



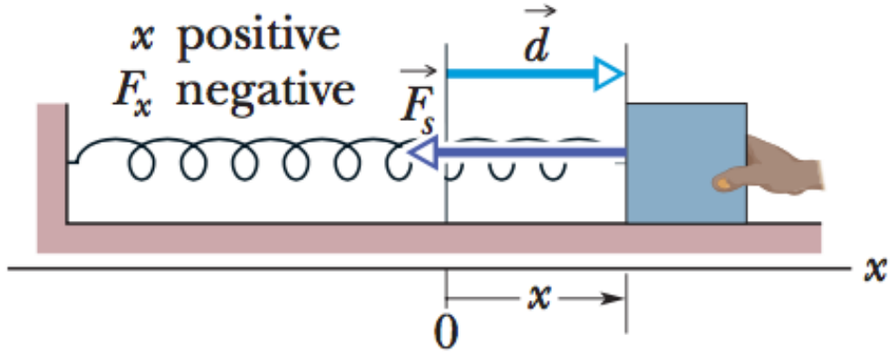
$$K_f = K_i + W = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + W$$
$$= \tfrac{1}{2}(500\ \text{kg})(4.0\ \text{m/s})^2 + 1.18 \times 10^4\ \text{J}$$
$$= 1.58 \times 10^4\ \text{J} \approx 16\ \text{kJ}.$$

کار نیروی فنر

حالت تعادل – حالت واهلیده



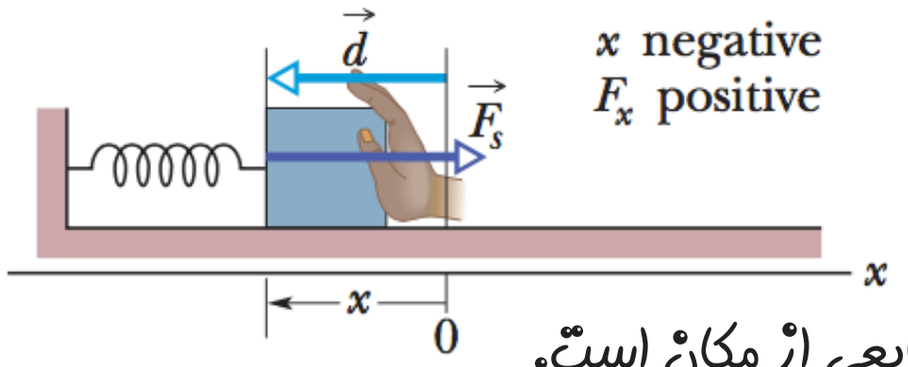
(a)



نیروی فنر به سمتی است که مجموعه را به حالت تعادل برگرداند

نیروی فنر همواره در خلاف جهت، جابجایی جسم است.

(b)



$F_x \alpha -x$

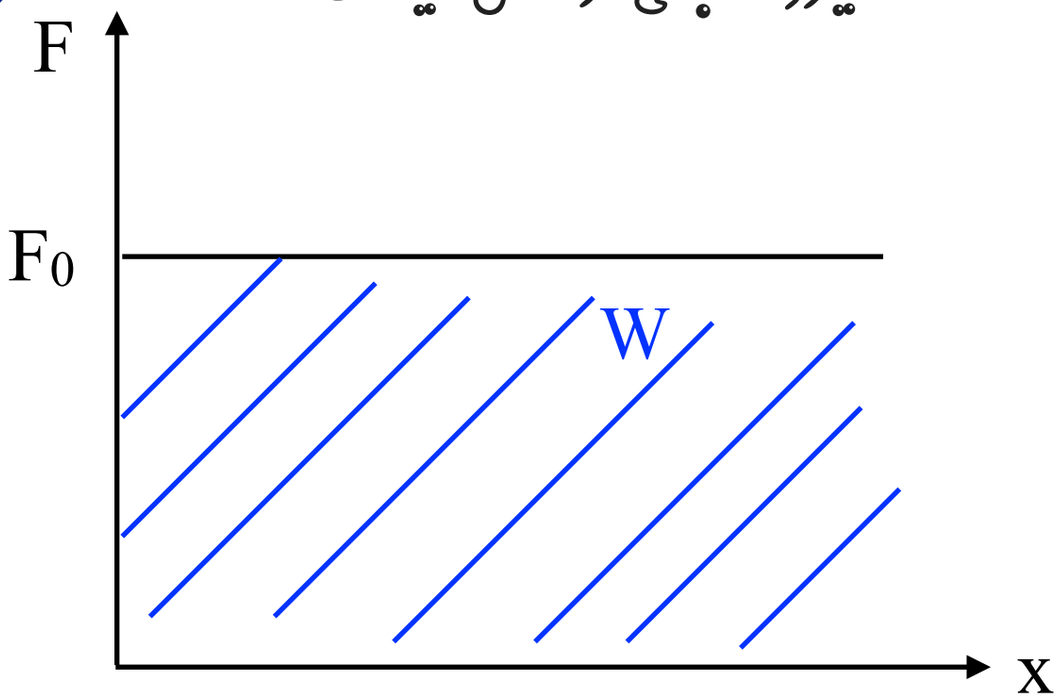
ثابت فنر، معیاری از سختی فنر $F_x = - k x$

قانون هوک $F(x) = - k x$ نیرو، تابعی از مکان است.

نمونه‌ای از نیروهای متغیر

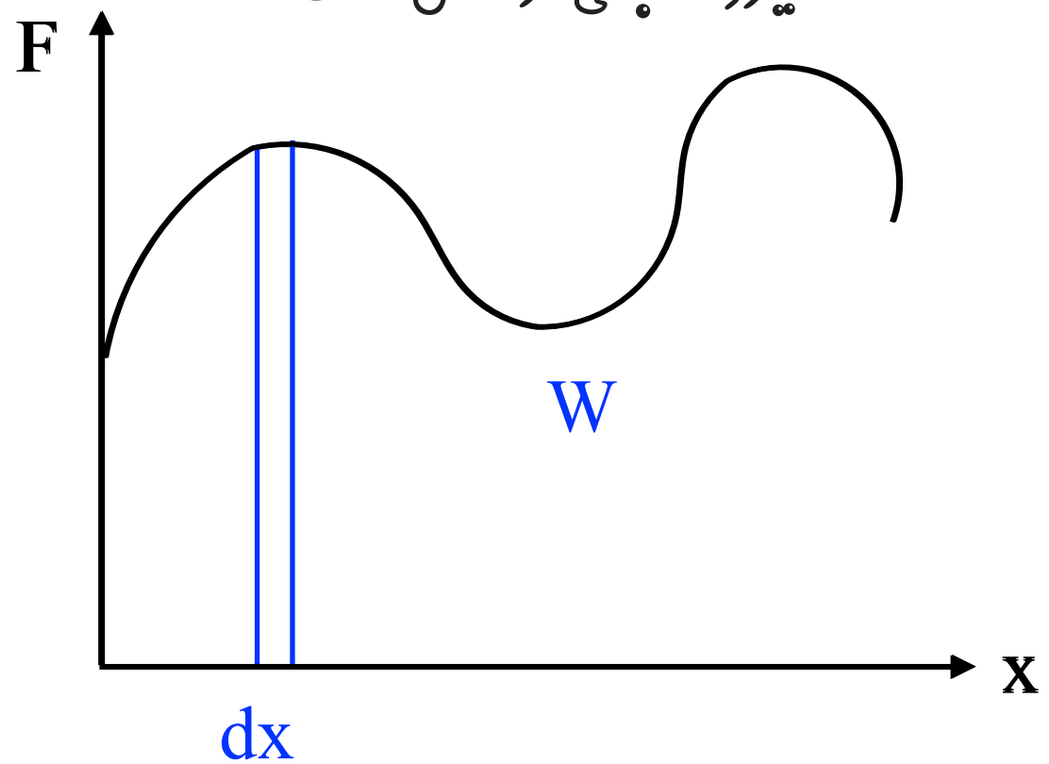
فنر ایده‌آل —> فنری که از قانون هوک پیروی می‌کند.

نیرو، تابعی از مکان نیست.



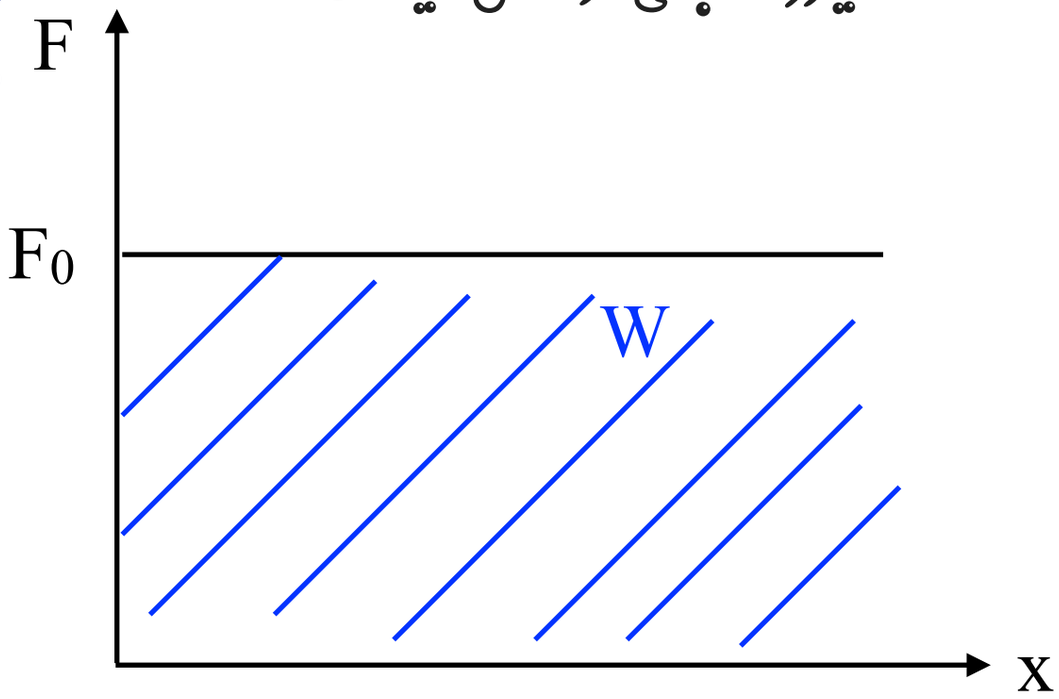
$$W = \vec{F} \cdot \vec{x}$$

نیرو، تابعی از مکان است.



$$W_s = \int \vec{F}_x \cdot d\vec{x}$$

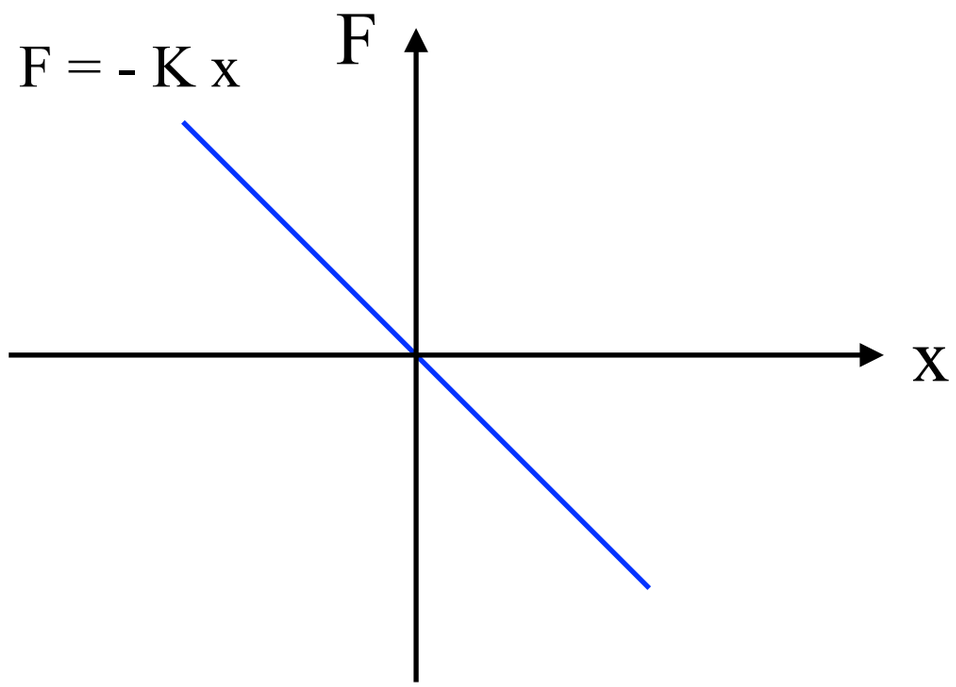
نیرو، تابعی از مکان نیست.



$$W = \vec{F} \cdot \vec{x}$$

نیرو، تابعی از مکان است.

$F = - K x$



$$W_s = \int \vec{F_x} \cdot d\vec{x}$$

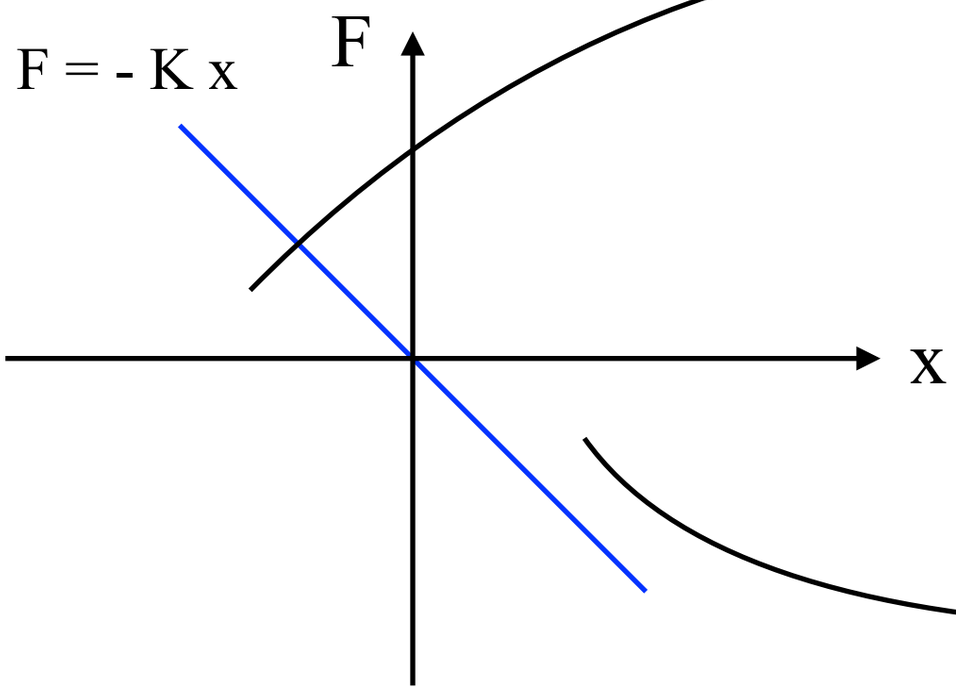
$$W_s = \int \vec{F_x} \cdot d\vec{x} = \int F_x dx Cos\theta$$

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} -kx\, dx = -k \int_{x_i}^{x_f} x\, dx$$

$$= (-\tfrac{1}{2}k)[x^2]_{x_i}^{x_f} = (-\tfrac{1}{2}k)(x_f^2 - x_i^2).$$

$x_i = 0$

$$\boxed{W_s = -\tfrac{1}{2}kx^2}$$



$$W_s = 1/2Kx^2$$

وقتی فنر به حالت تعادل خود نزدیک می شود کار مثبت است

$$W_s = -1/2Kx^2$$

وقتی فنر از حالت تعادل خود دور می شود کار منفی است

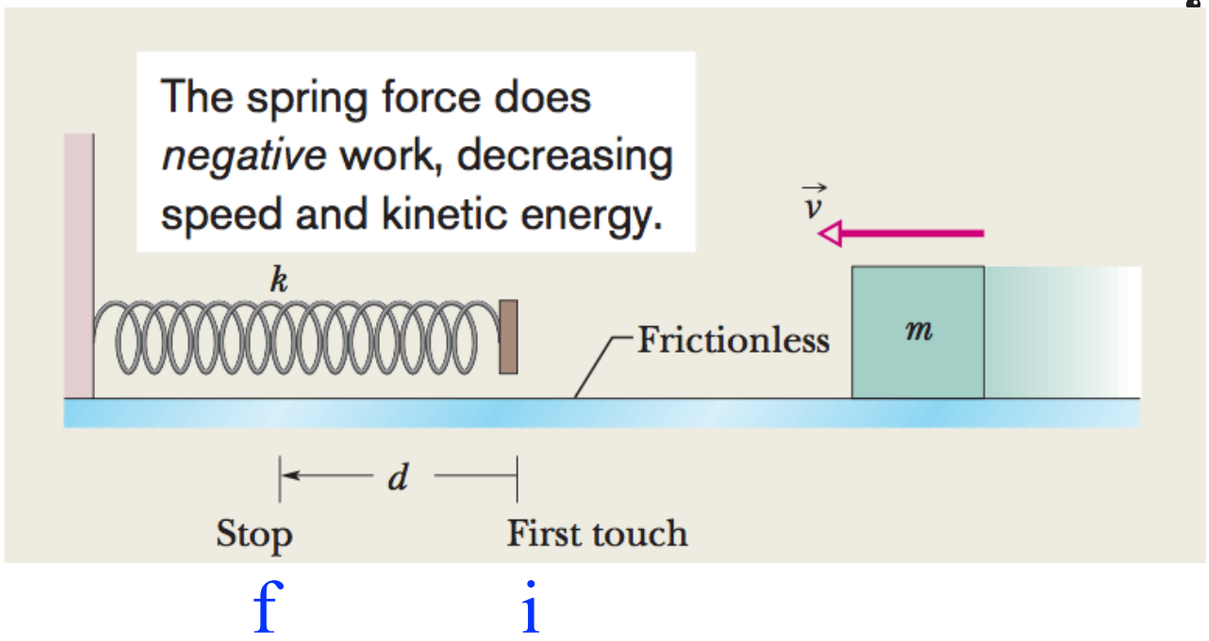
W_a کار خارجی

اگر با اعمال یک نیروی خارجی منجر به حرکت قند شویم

W_s کار نیروی قند

$$\Delta K = W_a + W_s \qquad \text{if} \qquad \Delta K = 0 \qquad W_a = - W_s$$

مثال: قوطی کنسروی با جرم $m = 0.4\ kg$ با سرعت $v = 0.5\ m/s$ روی سطحی افقی بدون اصطکاک، می‌لغزد و پس از برخورد با یک فنر با ثابت $k = 750\ Nm$ آن را فشرده می کند. وقتی قوطی توسط فنر به صورت لحظه‌ای متوقف می‌شود، فنر تا چه فاصله‌ای فشرده شده است؟



سطح بدون اصطکاک است —> سرعت قوطی قبل از برخورد با فنر، با لحظه‌ی برخورد برابر است

f i

$$\Delta K = W_s \qquad K_f - K_i = -\tfrac{1}{2} k x^2$$

$$\tfrac{1}{2} m v_f^2 - \tfrac{1}{2} m v_i^2 = -\tfrac{1}{2} k x^2$$

(v_f: 0, x: d)

$$d = (mv^2/k)^{1/2} = 0.011\ m = 1.1\ cm$$

کار نیروی متغییر در ابعاد بالاتر

$$\vec{F} = F_x\hat{\mathrm{i}} + F_y\hat{\mathrm{j}} + F_z\hat{\mathrm{k}},$$

$$d\vec{r} = dx\hat{\mathrm{i}} + dy\hat{\mathrm{j}} + dz\hat{\mathrm{k}}.$$

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{r} = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz.$$

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y\,dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z\,dz.$$

کار انجام شده در چه مدت زمانی است؟!

ماشین اول: ۰-۱۰۰ —> چند دقیقه زمانبر است

ماشین دوم: ۰-۱۰۰ —> چند ثانیه زمانبر است

کار انجام شده در هر دو ماشین یکسان است.

اما

قدرت انجام کار آن‌ها متفاوت است

توان آن‌ها متفاوت است.

$$P_{\text{avg}} = \frac{W}{\Delta t} \quad \text{(average power)}.$$

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 0.738 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

$$1 \text{ horsepower} = 1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s} = 746 \text{ W}.$$

$$P = \frac{dW}{dt}$$

توان لحظه‌ای

$$P = dw/dt = F \cdot dx / dt = F \cdot (dx / dt) = F \cdot v = F\ v \cos \theta$$

همان‌طور که کار خالص وارد بر یک جسم را تعریف می‌کنیم، توان خالص بر یک جسم نیز تعریف می‌شود.

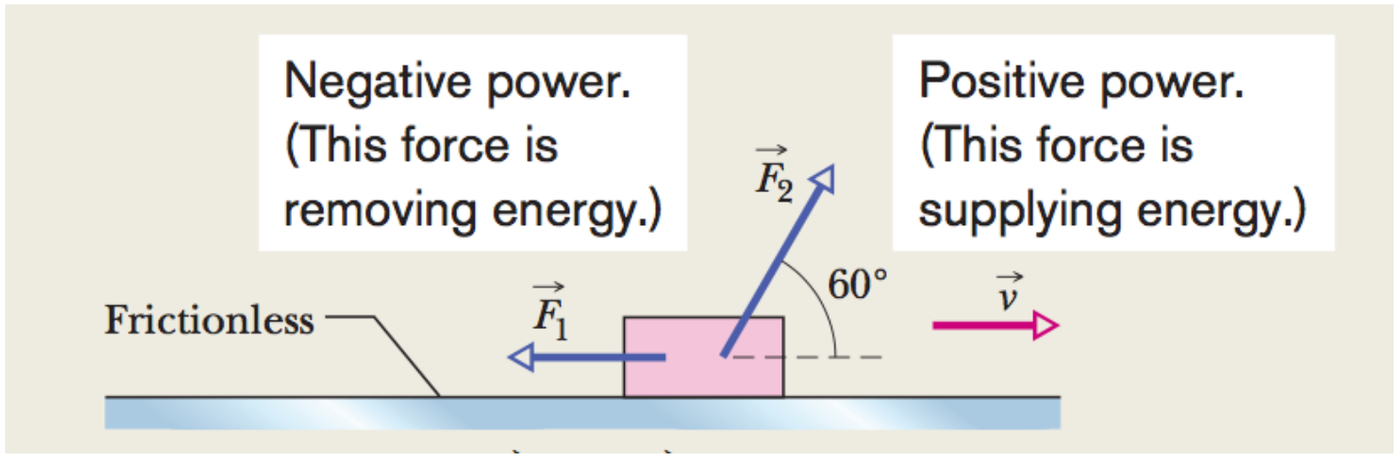
مثال: دو نیروی ثابت بر جعبه‌ای به صورت زیر وارد می‌شوند. سطح بدون اصطکاک است.

الف) توان ناشی از هر یک از نیروها در لحظه‌ای که سرعت $v = 3\ m/s$ است؟

ب) توان خالص؟

ج) آیا توان خالص در آن لحظه تغییری می کند؟

$$F_1 = 2\ N, F_2 = 4\ N$$



$$P_1 = F_1 v \cos\phi_1 = (2.0\ \text{N})(3.0\ \text{m/s}) \cos 180°$$
$$= -6.0\ \text{W}. \qquad \text{(Answer)}$$

$$P_2 = F_2 v \cos\phi_2 = (4.0\ \text{N})(3.0\ \text{m/s}) \cos 60°$$
$$= 6.0\ \text{W}. \qquad \text{(Answer)}$$

$$P_{\text{net}} = P_1 + P_2$$
$$= -6.0\ \text{W} + 6.0\ \text{W} = 0,$$

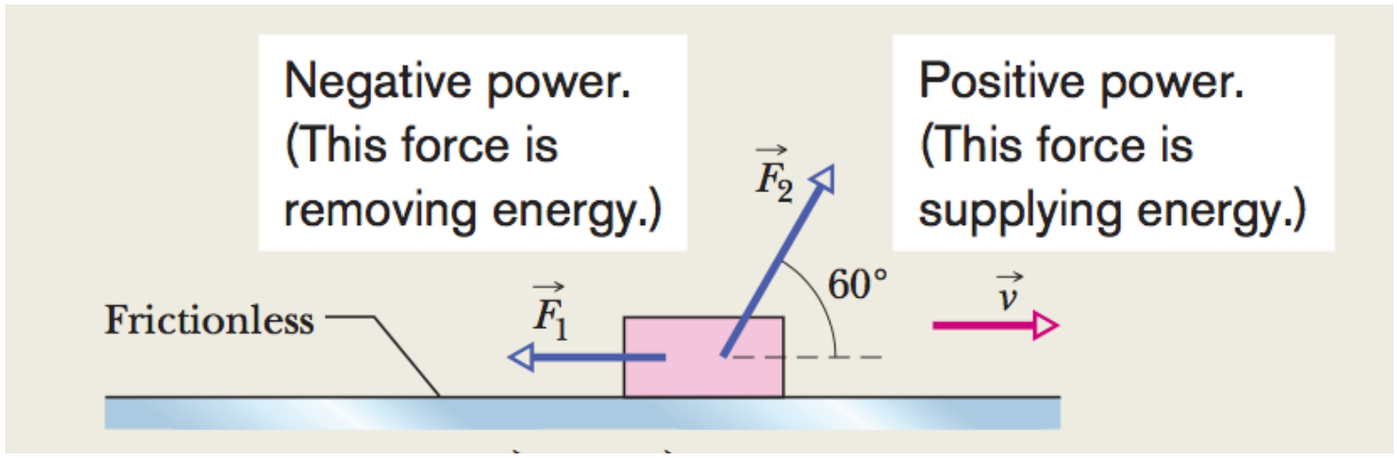
مثال: دو نیروی ثابت بر جعبه‌ای به صورت زیر وارد می‌شوند. سطح بدون اصطکاک است.

الف) توان ناشی از هر یک از نیروها در لحظه‌ای که سرعت $v = 3\ m/s$ است؟

ب) توان خالص؟

ج) آیا توان خالص در آن لحظه تغییری می کند؟

$$F_1 = 2\ N, F_2 = 4\ N$$



$P_{net.} = 0$

$W = \Delta K$: const.

$dW/dt = 0$

سرعت تغییری نمی‌کند

W: const.

پس توان لحظه‌ای هم تغییری نمی‌کند

$P = F \cdot v$