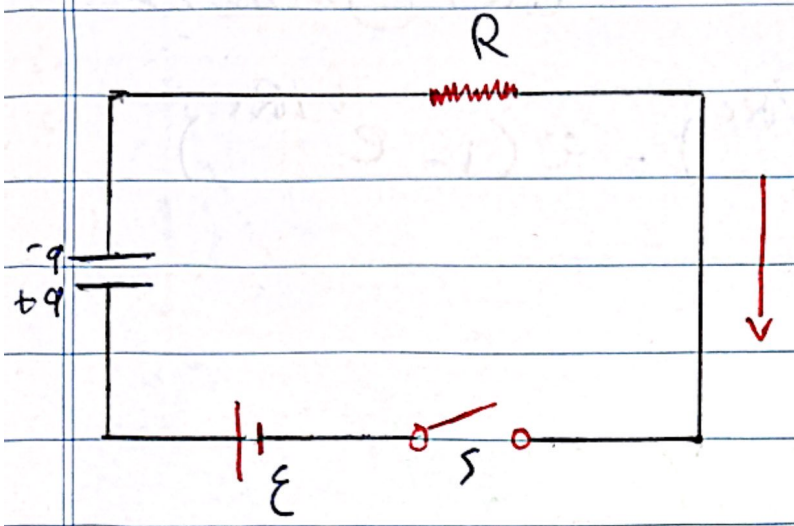
مدار شارژ خازن (RC)




① $\mathcal{E} - V_C - RI = 0$

② $V_C = \frac{q}{C}$

③ $I = dq/dt$

①②③ $\Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{q - C\mathcal{E}}{RC}$

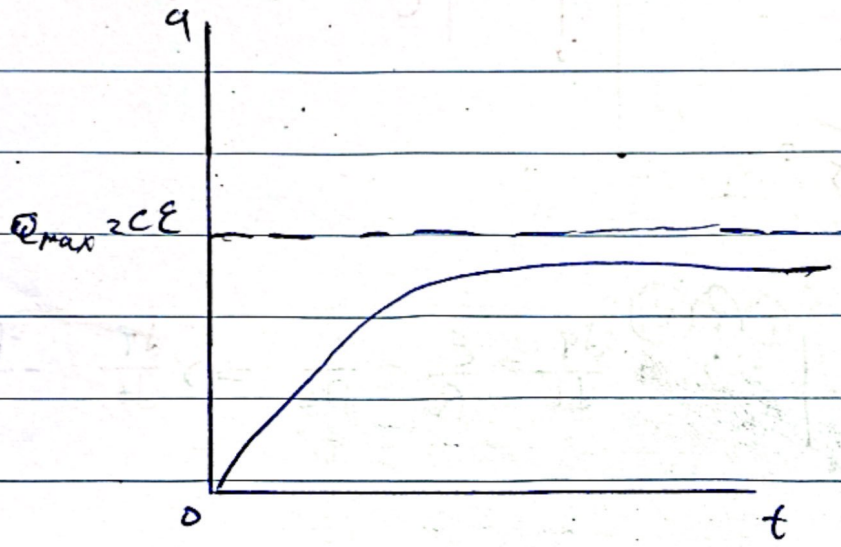
$\Rightarrow \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}\,dt \Rightarrow \int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$

$\Rightarrow \ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = \frac{-t}{RC}$

$\Rightarrow q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q\left(1 - e^{-t/RC}\right)$

معادله شارژ خازن ($RC$)

$$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC})$$




ثابت زمان خازن

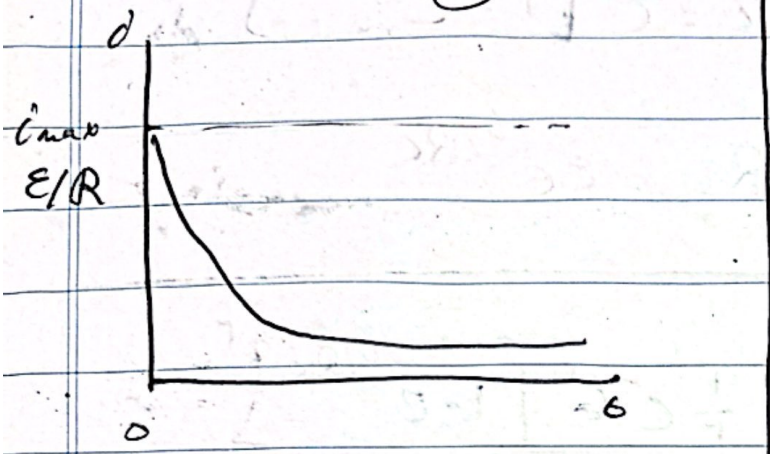
در مداری که خازن شارژ می‌شود مدت زمانی که طول می‌کشد تا بار خازن

به $\frac{1}{e}$ مقدار آن ($0.63Q$) برسد آن $\tau$ نشان می‌دهیم و مقدار آن $\tau = RC$

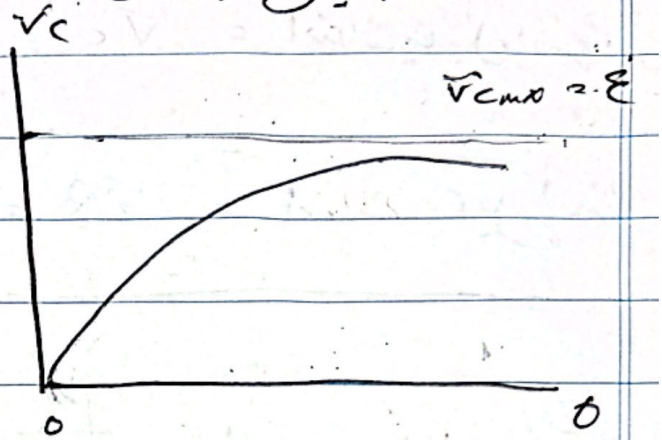
$$[\tau] = [RC] = \left[\frac{\Delta V}{I} \times \frac{Q}{\Delta V}\right] = \left[\frac{Q}{Q\Delta t}\right] = [\Delta t]$$

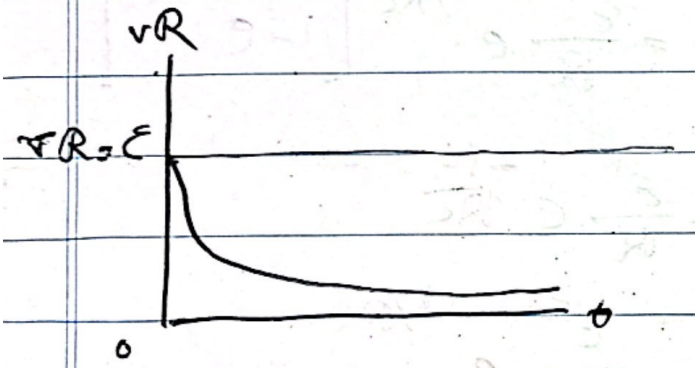
$\rightarrow T$

① تغییرات جریان شارژ




اختلاف پتانسیل دو سر خازن




اختلاف دو سر خازن است.

بار ذخیره شده در خازن $= q = C\varepsilon\left[1 - e^{-t/RC}\right]$ (۱)

جریان عبوری از مدار $= I = \frac{dq}{dt} = d/dt\, C\varepsilon\left[1 - e^{-t/RC}\right] =$

$$\varepsilon/R\, e^{-t/RC}$$

Day. Month. Year. Subject.

امتحان بتابیل در مدار RC = $V_C = q/C = \mathcal{E}\left[1 - e^{-t/RC}\right]$

امتحان بتابیل در مقاومت = $V_R = RI = \mathcal{E}e^{-t/RC}$

---

انرژی ذخیره شده در خازن = $U_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2\left[1 - e^{-t/RC}\right]^2$

توان ذخیره سازی انرژی در خازن = $P_C = \frac{dU_C}{dt} = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-t/RC}\left[1 - e^{-t/RC}\right]$

توان مصرفی انرژی در مقاومت = $P_R = RI^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-2t/RC}$

توان تولید انرژی در باتری = $P_\mathcal{E} = \mathcal{E}I = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-t/RC}$

Shafiei Publication

Scanned with CamScanner

۴۴۴۹

مثال: یک مقاومت $R = 3\,M\Omega$ و خازن $C = 4\,\mu F$ به طور سری با باتری ایده آلی به emf $\mathcal{E}$ وصل می شود. لحظه $t=0$ کلید بسته می شود. پس از مدت زمان $t$ برحسب ثانیه اعمال

الف) آهنگ افزایش بار خازن

ب) آهنگ ذخیره شده انرژی در خازن

پ) آهنگ به دست آمدن انرژی گرمایی مقاومت

ج) آهنگ تحویل انرژی باتری

$$R_C = 3\times10^{6}\times1\times10^{-6} = 3\ s$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{3\times10^{6}}e^{-t/3} = 9.00\times10^{-7}\ C/s$$

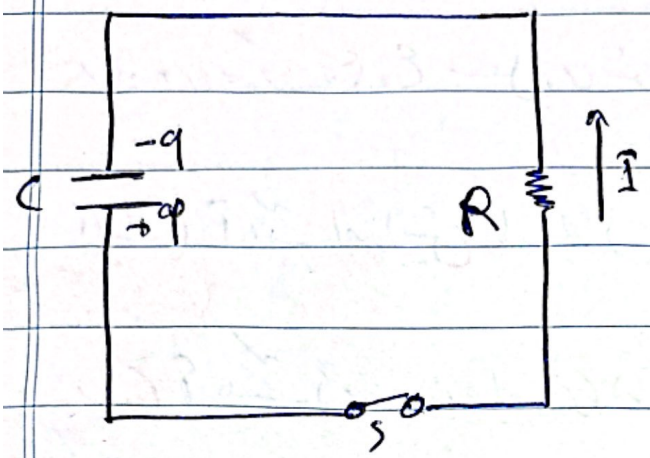
$$P_C = \frac{dU_C}{dt} = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-t/RC}\left[1-e^{-t/RC}\right] = 1.08\times10^{-6}\ J/s$$

$$P_R = RI^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-2t/RC} = \frac{4^2}{3\times10^{6}}e^{-2/3} = 2.74\times10^{-6}\ J/s$$

$$P_{\mathcal{E}} = \mathcal{E}I = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-t/RC} \Rightarrow \frac{4^2}{3\times10^{6}}e^{-\frac{1}{3}} = 3.82\times10^{-6}\ J/s$$

Scanned with CamScanner

## ۲- شارژ و دشارژ یک خازن:




برای دشارژ کردن خازن با شروع از لحظه

$t=0$ حرکت می‌کند.

$$\left.\begin{aligned} -\frac{q}{C} &= IR \quad ;t=0 \\ I &= dq/dt \end{aligned}\right\} \Rightarrow -R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int_{Q}^{q}\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_{0}^{t}dt \Rightarrow \ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow q(t) = Qe^{-t/RC}$$

محاسبه کمیت های میزبان در مدار دستاورد خازن

بار ذخیره شده خازن $= q = C\mathcal{E}e^{-t/RC}$

جریان عبوری از مدار $= I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(C\mathcal{E}e^{-t/RC}\right) = -\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$

علامت منفی نشان دهنده جهت جریان در دستاورد مخالف جهت جریان مدار دستاورد است.

اختلاف پتانسیل خازن $V_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}e^{-t/RC}$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $= V_R = RI = \mathcal{E}e^{-t/RC}$

انرژی ذخیره شده خازن $U_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2e^{-2t/RC}$

توان لحظه ای داده شده $P_C = \frac{dU_C}{dt} = -\frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-2t/RC}$

توان مصرفی لحظه ای مقاومت $P_R = RI^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-2t/RC}$

Scanned with CamScanner

۵*۶۲

مثال: خازنی با اختلاف پتانسیل ۱۰۰ V از طریق یک مقاومت تخلیه می‌شود.

مشاهده می‌شود که کمیت میان مقاومت یک خازن با اختلاف پتانسیل اولیه ۱۰۰ V

و یک مقاومت در زمان $t=20$ ثانیه شروع به تخلیه می‌کند

در $t=10$ اختلاف پتانسیل خازن به ۱۲ V می‌رسد.

الف) ثابت زمانی مدار چقدر است.

ب) اختلاف پتانسیل خازن در $t=44$ ثانیه

الف)
$$\left.\begin{array}{l} \tau = RC \\ V_C = \mathcal{E} e^{-t/RC} \end{array}\right\} \Rightarrow V_C = \mathcal{E} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow 1 = 100\, e^{-\frac{10}{\tau}}$$

$$-\frac{10}{\tau} = \ln\left[\frac{1}{100}\right] \Rightarrow \tau = 21.7$$

ب)
$$V_C = \mathcal{E} e^{-t/\tau} \Rightarrow V_C = 100\, e^{-\frac{44}{21.7}} = 3.97 \times 10^{-2}\ V$$