

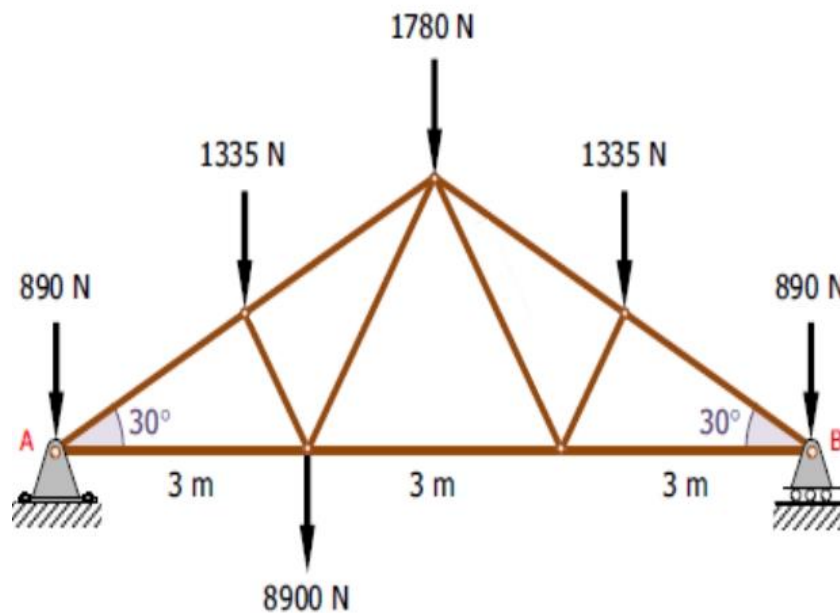


فصل ششم

تحليل خريپا



خرپا سازه‌ای چند عضوی است که تمامی بخش‌های آن به یکدیگر پین شده‌اند. معنی پین این است که در هیچ مفصلی گشتاوری وجود ندارد؛ بنابراین در خرپا فقط نیرو وجود دارد.



- خرپاها از جمله ساده‌ترین سازه‌های باربر هستند که در کل به عنوان سازه خمشی عمل نموده و در سقف‌ها، پل‌ها، مورد استفاده قرار می‌گیرند.
- در این گونه سازه‌ها به علت عدم وجود نیروی برشی و لنگر خمشی در تک تک اعضا متشکله خرپا، اتصالات باید به صورت مفصلی مدل شود.



برخی از خریپاهای مهم

نوع	شکل خریپا
برات (Pratt)	
هاو (Howe)	
فینک (Fink)	
فوسی (Bowstring) (Bowstring)	

نوع خرپا	شکل خرپا	جنس خرپا	محل استفاده	توضیحات
پرات (Pratt)		معمولا فولاد، در بعضی موارد چوب	معمولا در سقف و پل	دهانه حداکثر در حدود ۳۰ الی ۶۰ متر
هاو (Howe)		معمولا چوب	معمولا در سقف، در گذشته برای سخت پل نیز مورد استفاده بود	دهانه حد اکثر حدود ۳۰ متر
فینک (Fink)		معمولا فولاد	معمولا در سقف	معمولا دهانه در حدود ۲۰ متر
قوسی (Bowst ring)		معمولا فولاد	معمولا در سقف	معمولا برای سقف انبارها و گاراژها، دهانه ممکن است به ۳۰ متر برسد



اگر نیرو به بیرون گره متوجه باشد آن عضوی که به آن مربوط می شود تحت تأثیر کشش است.

اگر نیرو به طرف گره متوجه باشد آن عضوی که به آن مربوط می شود تحت تأثیر تراکم است.



روش‌های تحلیل نیرو در خرپا

- روش مفاصل
- روش مقاطع

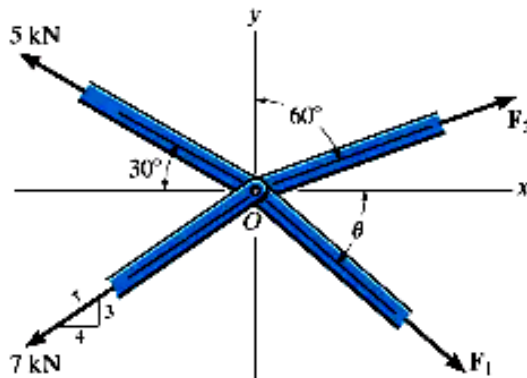


روش مفاصل

- در این روش هر مفصل را به صورت تنها تصور کنید؛ سپس برآیند تمامی نیروهای وارد شده به آن را صفر قرار دهید. بنابراین به منظور تحلیل نیرویی خرپا با استفاده از روش مفاصل، به ترتیب زیر عمل کنید:

- هر مفصل را به صورت جدا تصور کنید.
- نیروهای وارد شده به مفصل را معین کنید.
- برآیند نیروهای رسم شده روی مفصل را در راستای x و y برابر با صفر قرار دهید.

برای درک بهتر این روش، به مثال‌های ارائه شده در انتهای این مطلب مراجعه فرمایید.



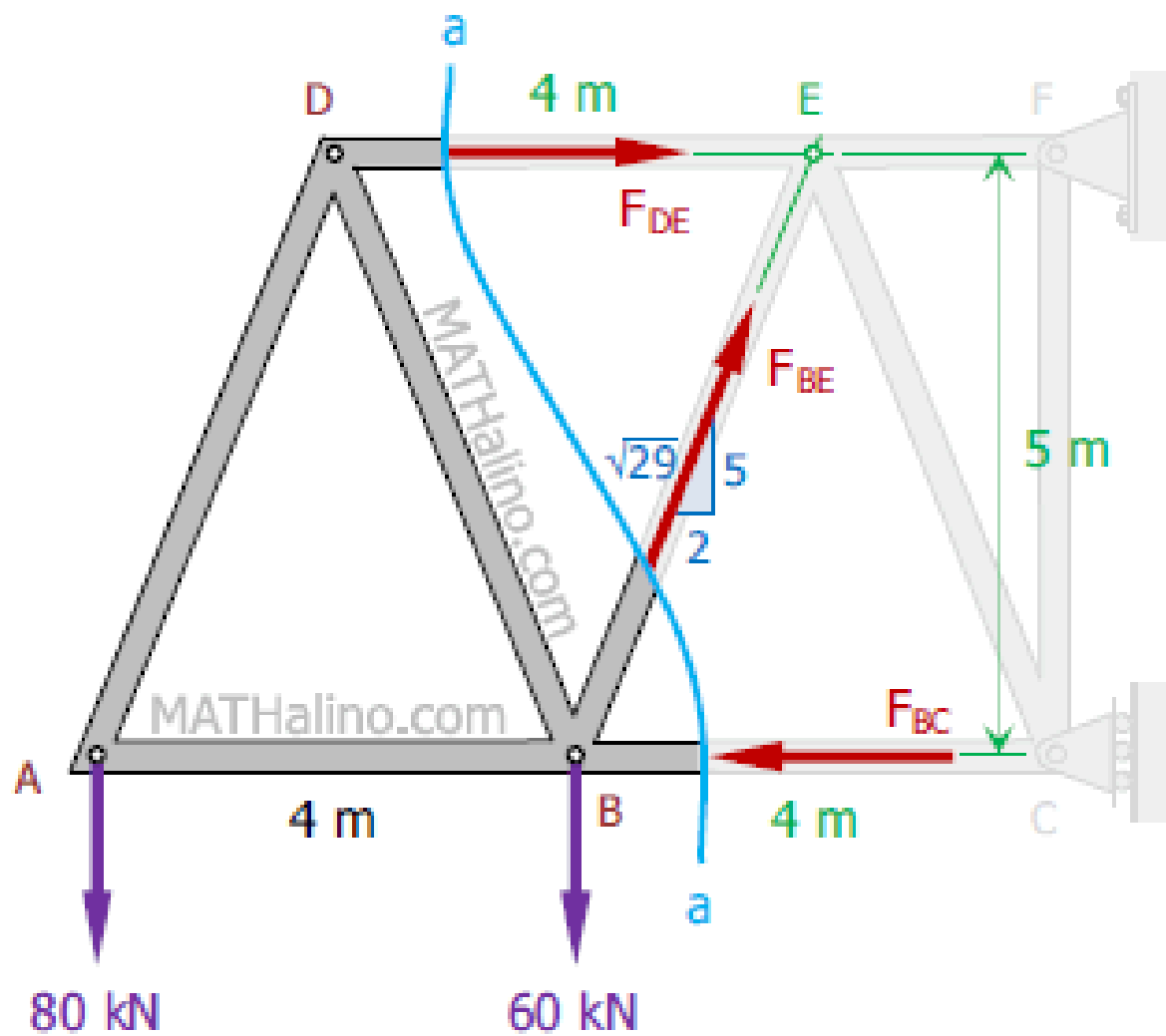
نیروی وارد شده به یک مفصل می‌تواند از نوع کششی یا فشاری باشد.

روش مقاطع

در این روش بخشی از خرپا جدا شده و به عنوان سیستم در نظر گرفته می‌شود. سپس برآیند نیروها و گشتاورهای وارد شده به آن برابر با صفر قرار داده شده و نیروهای مجهول در مسئله بدست می‌آیند. بنابراین برای بدست آوردن نیروهای مجهول موجود در یک خرپا به ترتیب زیر عمل کنید:

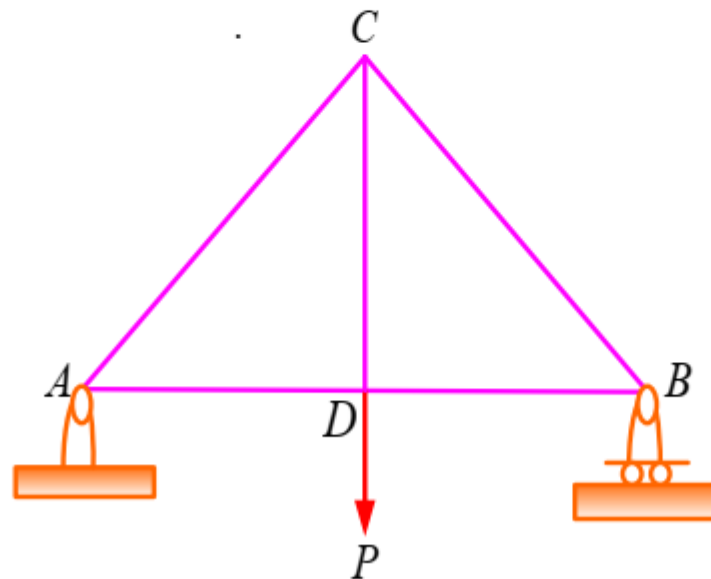
- انتخاب بخشی مناسب از خرپا به عنوان سیستم
- قرار دادن تمامی نیروهای خارجی وارد شده به سیستم انتخاب شده
- نوشتن معادله تعادل گشتاور و نیرو برای سیستم مفروض و محاسبه نیروهای مجهول قرار گرفته روی آن



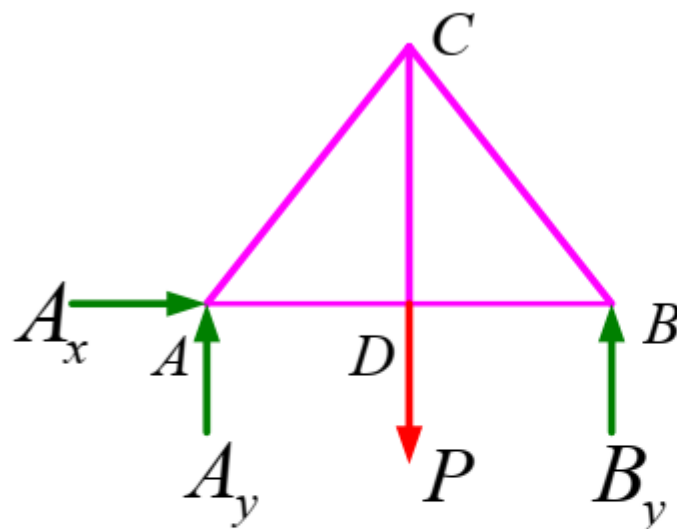


تحليل تراس ها

(۱) روش مفصل ها



از وزن تراس در مقال نیروهای اعمالی
صرف نظر می شود.

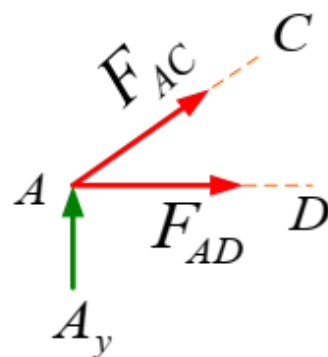
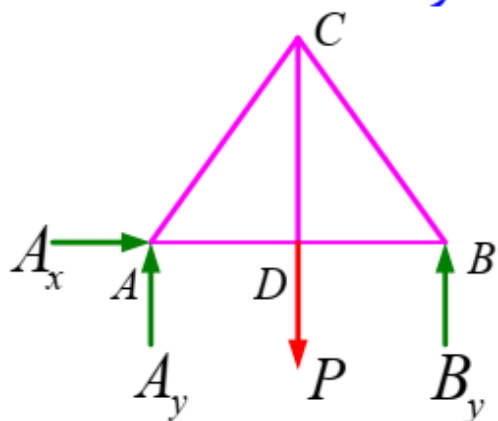


$\sum M_A = 0 \Rightarrow$ تنها مجهول B_y است $\rightarrow B_y$ تعیین می شود

$\sum F_y = 0 \Rightarrow$ تنها مجهول A_y است $\rightarrow A_y$ تعیین می شود

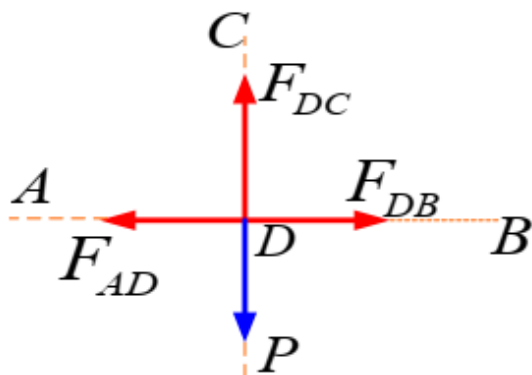
$\sum F_x = 0 \Rightarrow$ تنها مجهول A_x است $\rightarrow A_x$ تعیین می شود

دیاگرام آزاد برای تک تک گره ها



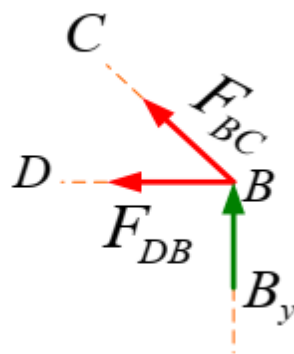
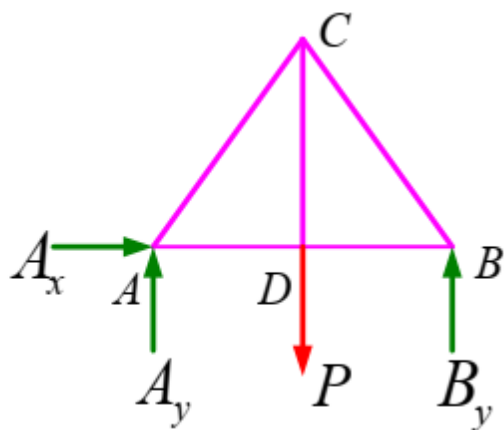
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$



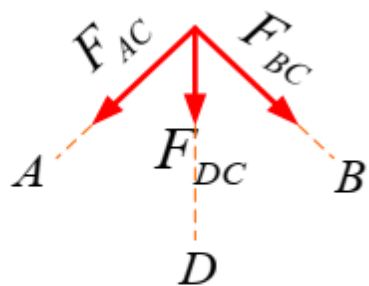
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$



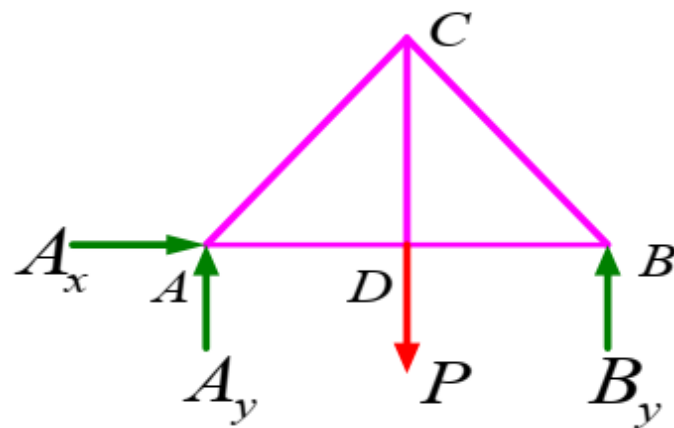
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

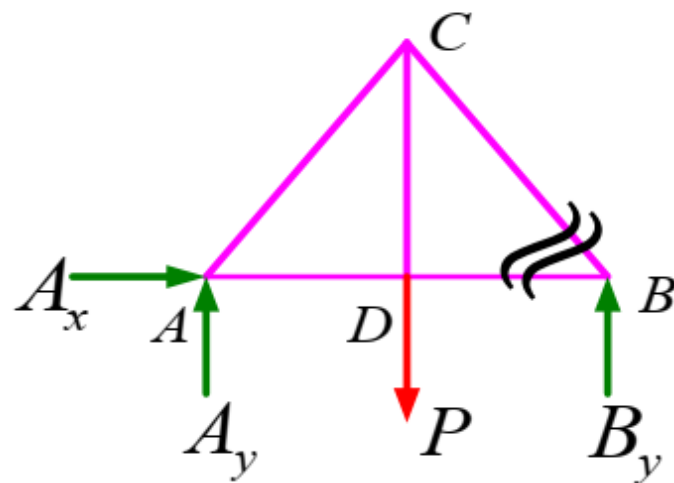
$F_{AC}, F_{AD}, F_{BC}, F_{DB}, F_{DC}$

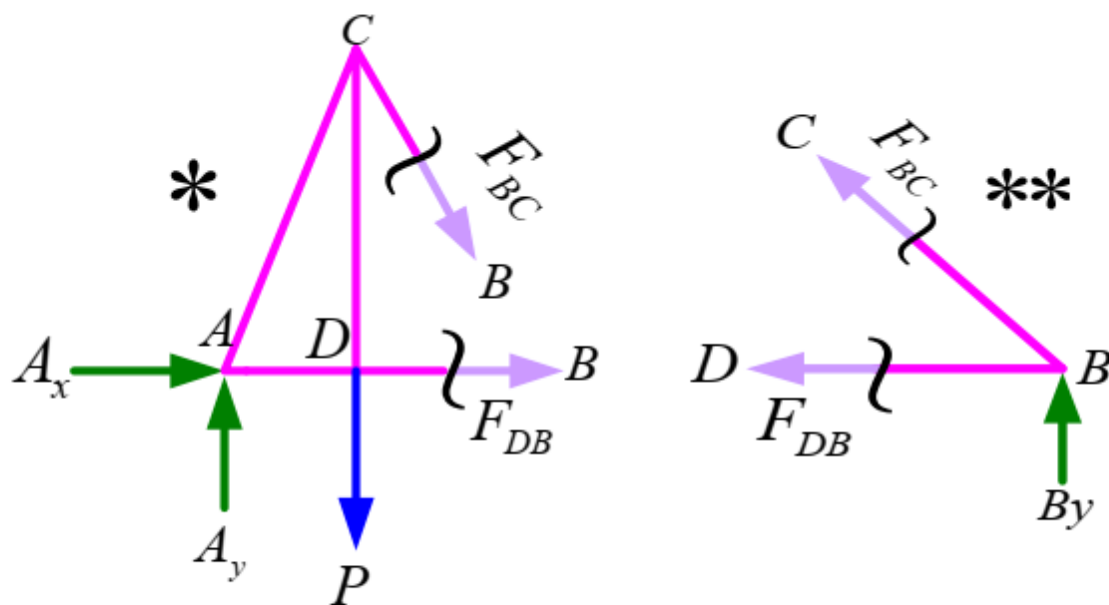
مجهولات:

روش مقاطع



در تراس قبلی می خواهیم نیروی داخلی در عضو DB را بدست آوریم:



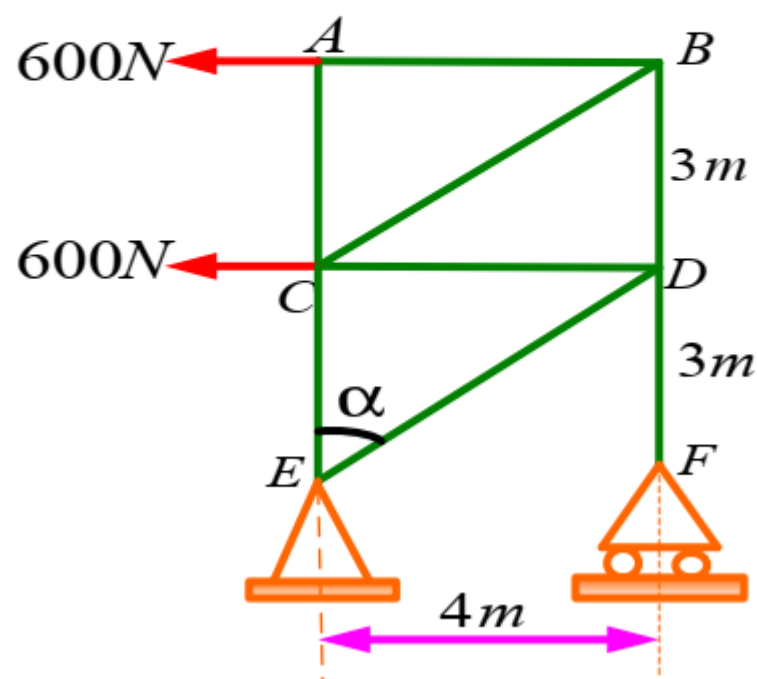


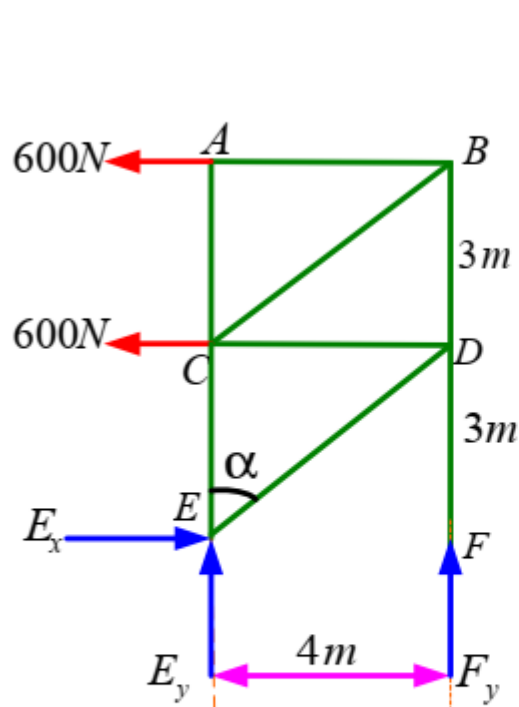
* $\rightarrow \sum M_C = 0 \Rightarrow F_{DB}$ تعیین می شود

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

مثال: با استفاده از روش مفصل ها نیروهای داخلی را در هریک از اعضای تراس ذیل بدست آورید.





$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -600 - 600 + E_x = 0$$

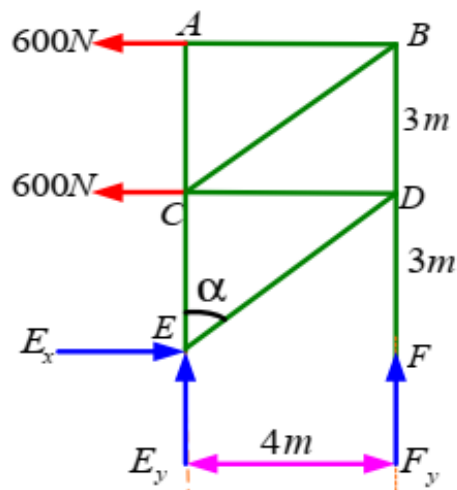
$$E_x = 1200N$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow$$

$$4F_y + 600(6) + 600(3) = 0$$

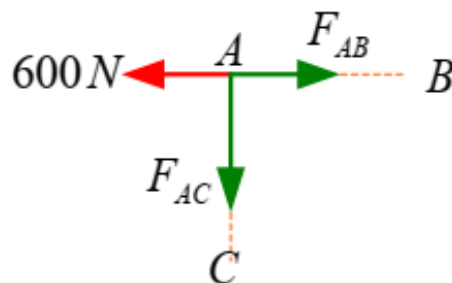
$$F_y = -1350N$$

$$\sum F_y \Rightarrow E_y + F_y = 0 \Rightarrow E_y = 1350$$



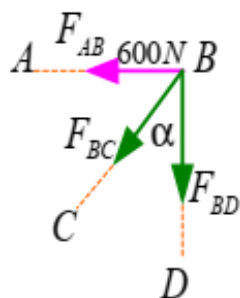
$$\sin \alpha = 0.8$$

$$\cos \alpha = 0.6$$



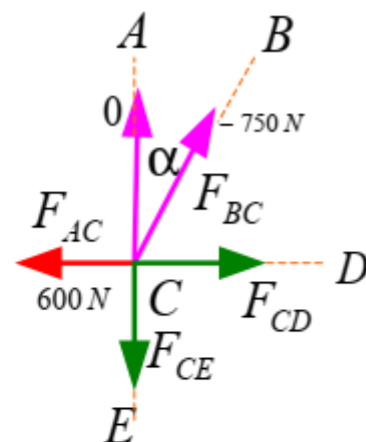
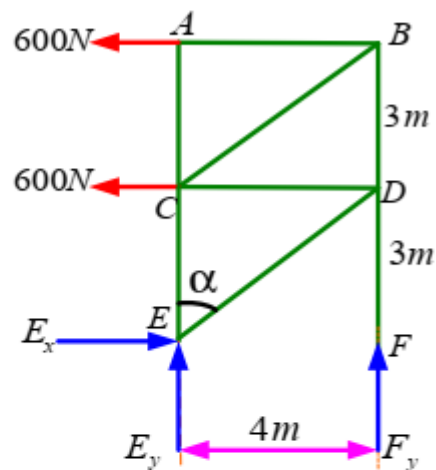
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} - 600 = 0 \quad \boxed{F_{AB} = 600N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad \boxed{F_{AC} = 0}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} + 0.8F_{BC} = 0 \Rightarrow \quad \boxed{F_{BC} = -750N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BD} + 0.6F_{BC} = 0 \Rightarrow \quad \boxed{F_{BD} = 450N}$$

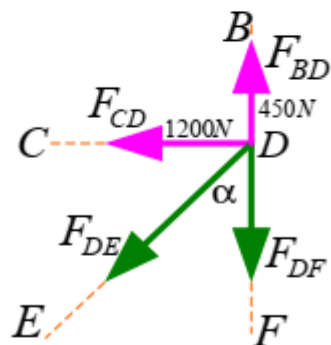


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{CD} - 600 + 0.8F_{BC} = 0$$

$$F_{CD} = 1200N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 0.6F_{BC} + F_{AC} - F_{CE} = 0$$

$$F_{CE} = -450N$$

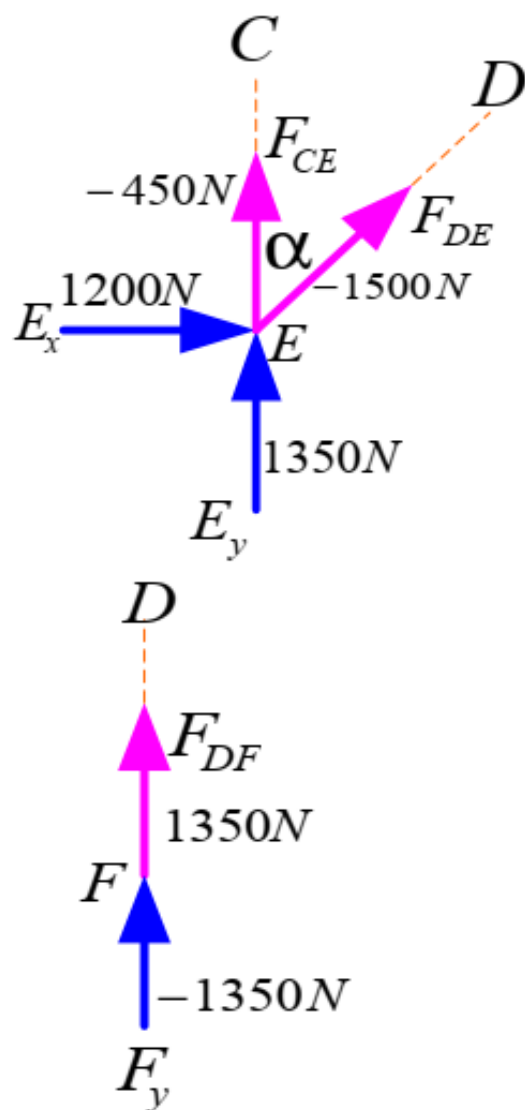


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{CD} - 0.8F_{DE} = 0$$

$$F_{DE} = -1500N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_{DF} - 0.6F_{DE} + F_{BD} = 0$$

$$F_{DF} = 1350N$$



$$\sum F_x = 0$$

$$1200 + 0.8F_{DE} = 0$$

$$F_{DE} = -1500N$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{CE} + 1350 + 0.6F_{DE} = 0$$

$$F_{CE} = -450N$$

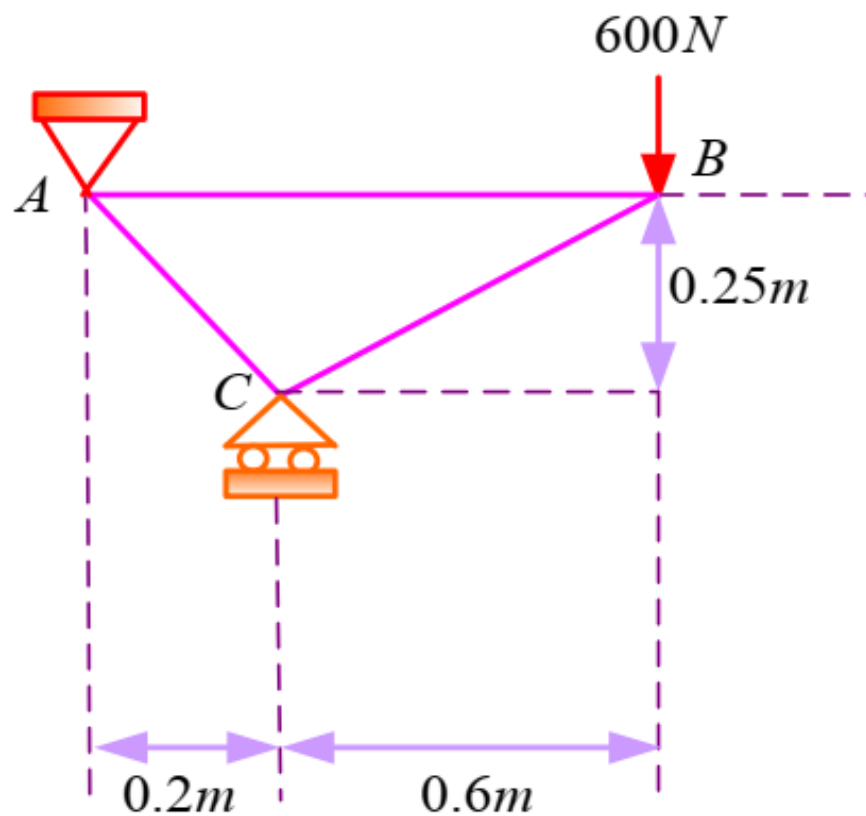
$$\sum F_y = 0$$

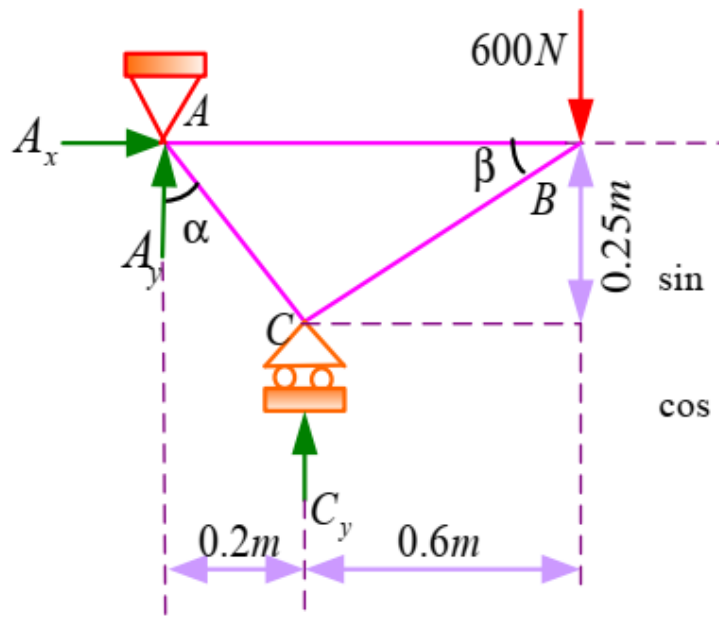
$$F_y + F_{DF} = 0$$

$$F_{DF} = 1350N$$



مثال: برای ترانس مطابق شکل نیروهای داخلی در هر یک از اعضا را تعیین کرده و اعضای کششی و فشاری را مشخص کنید.





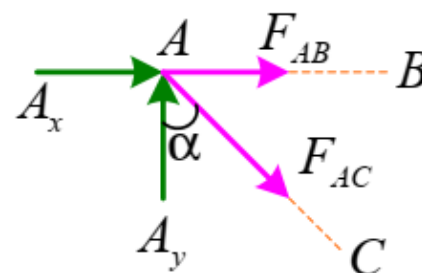
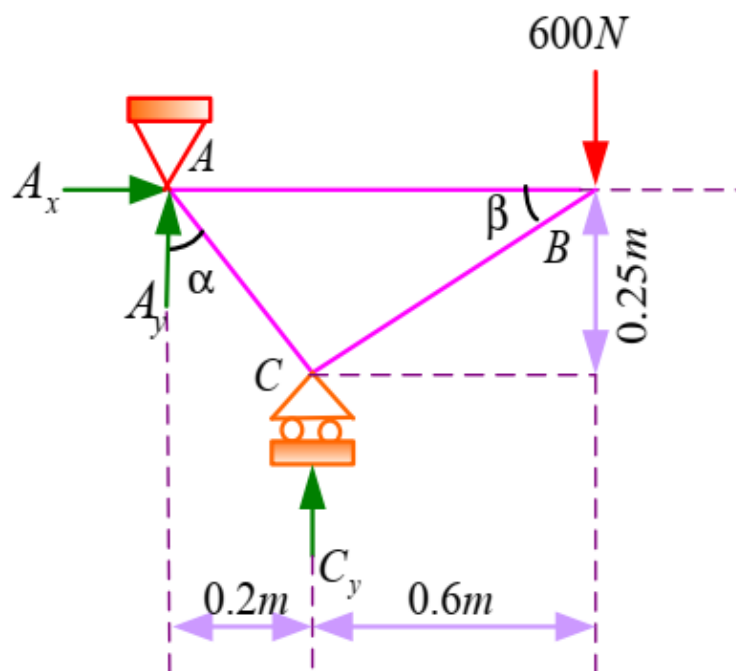
$$\sin \alpha = \frac{0.2}{\sqrt{(0.2)^2 + (0.25)^2}} = 0.63$$

$$\cos \alpha = \frac{0.25}{\sqrt{(0.2)^2 + (0.25)^2}} = 0.78$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 0.2C_y - 600(0.8) = 0 \Rightarrow C_y = 2400N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow C_y + A_y - 600 = 0 \Rightarrow A_y = -1800N$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$



$$\sin \alpha = 0.63$$

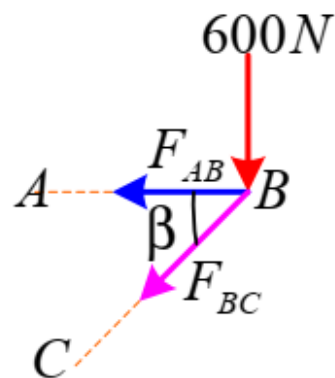
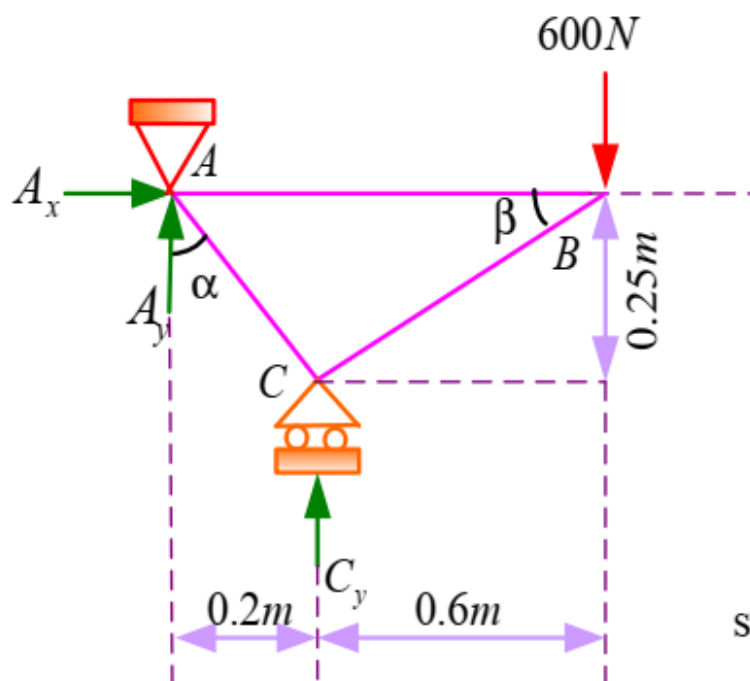
$$\cos \alpha = 0.78$$

$$A_x = 0 \quad A_y = -1800N$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} + F_{AC} \sin \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - F_{AC} \cos \alpha = 0$$

$$-1800 - F_{AC}(0.78) = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_{AC} = -2307.6N \\ F_{AB} = 1435.8N \end{cases}$$

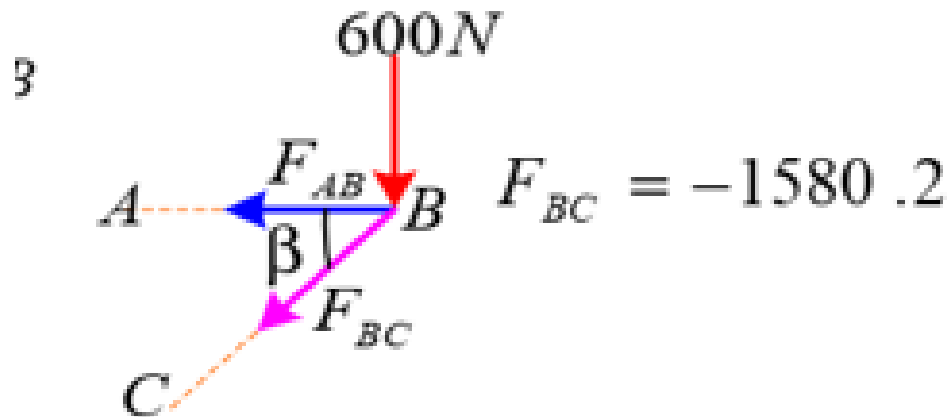
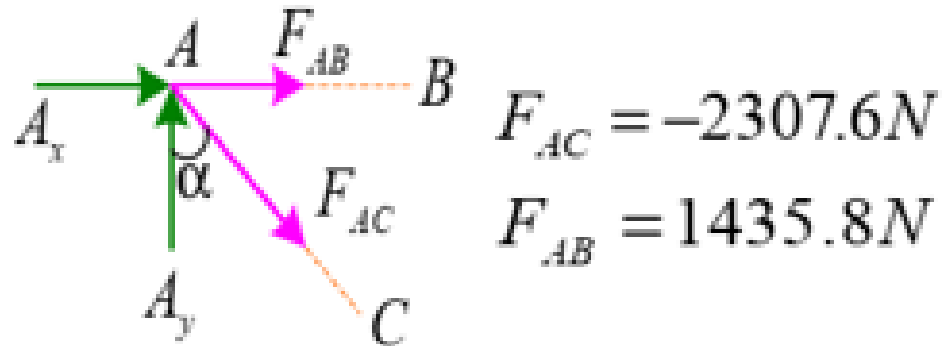


$$F_{AB} = 1435.8N$$

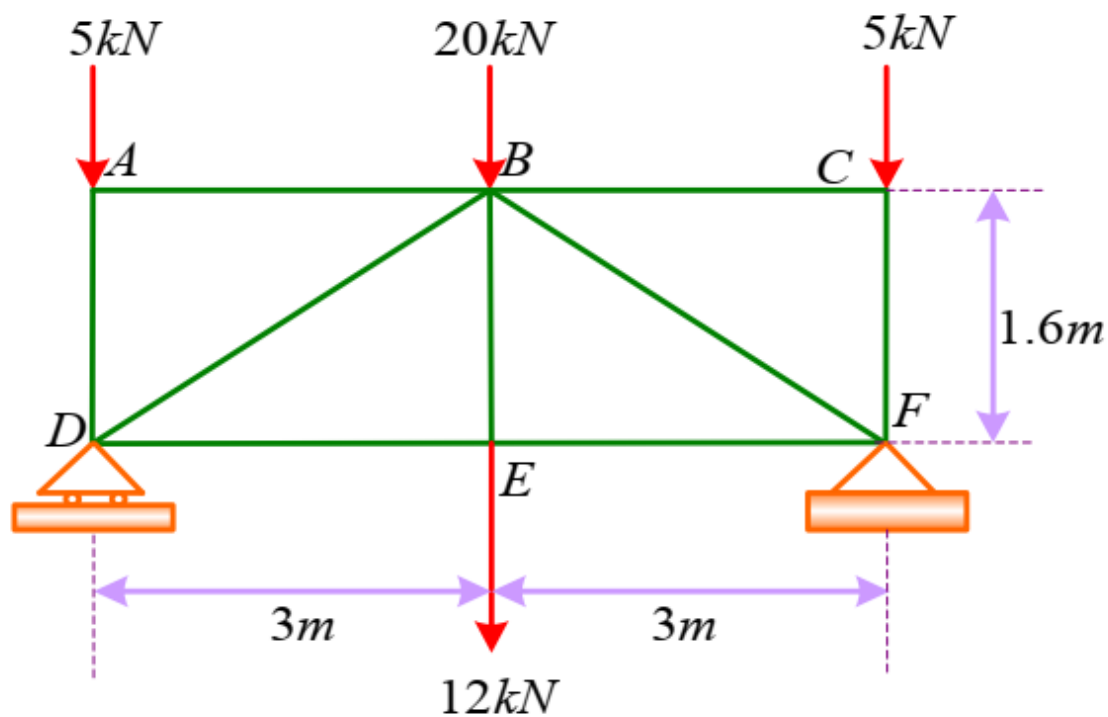
$$\sin \beta = \frac{0.25}{\sqrt{(0.25)^2 + (0.6)^2}} = 0.38$$

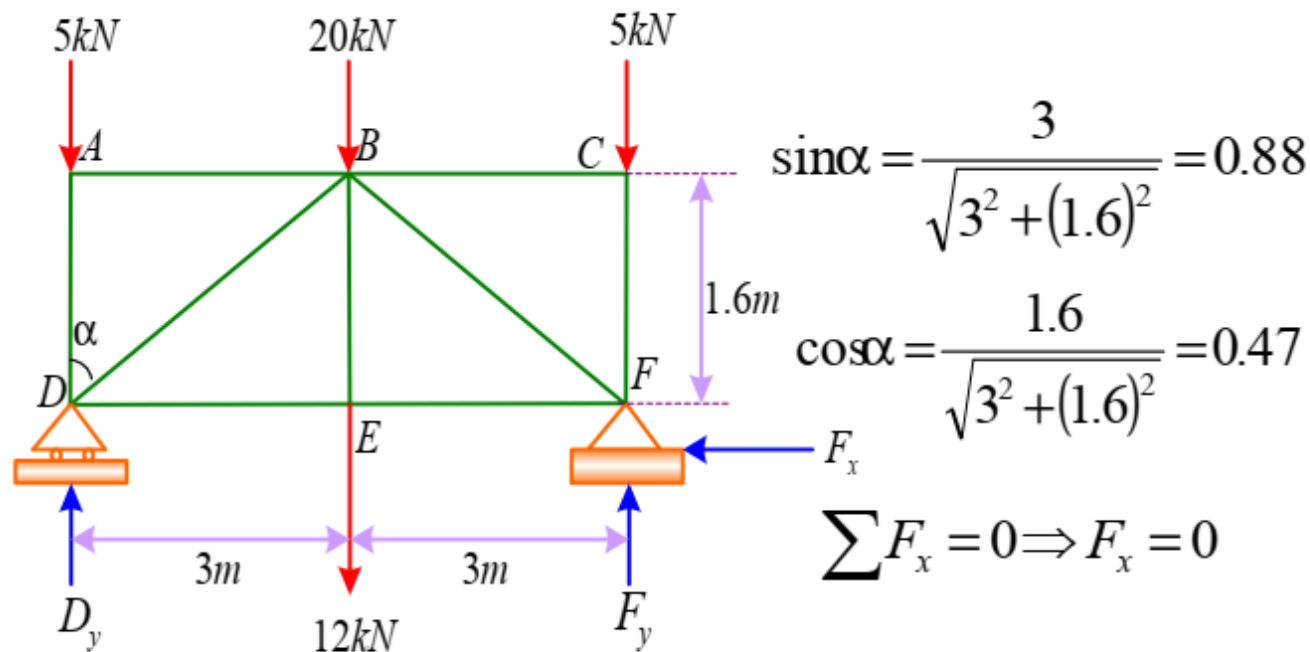
$$\cos \beta = \frac{0.6}{\sqrt{(0.25)^2 + (0.6)^2}} = 0.92$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} + F_{BC} \cos \beta = 0 \Rightarrow F_{BC} = -1580.2$$



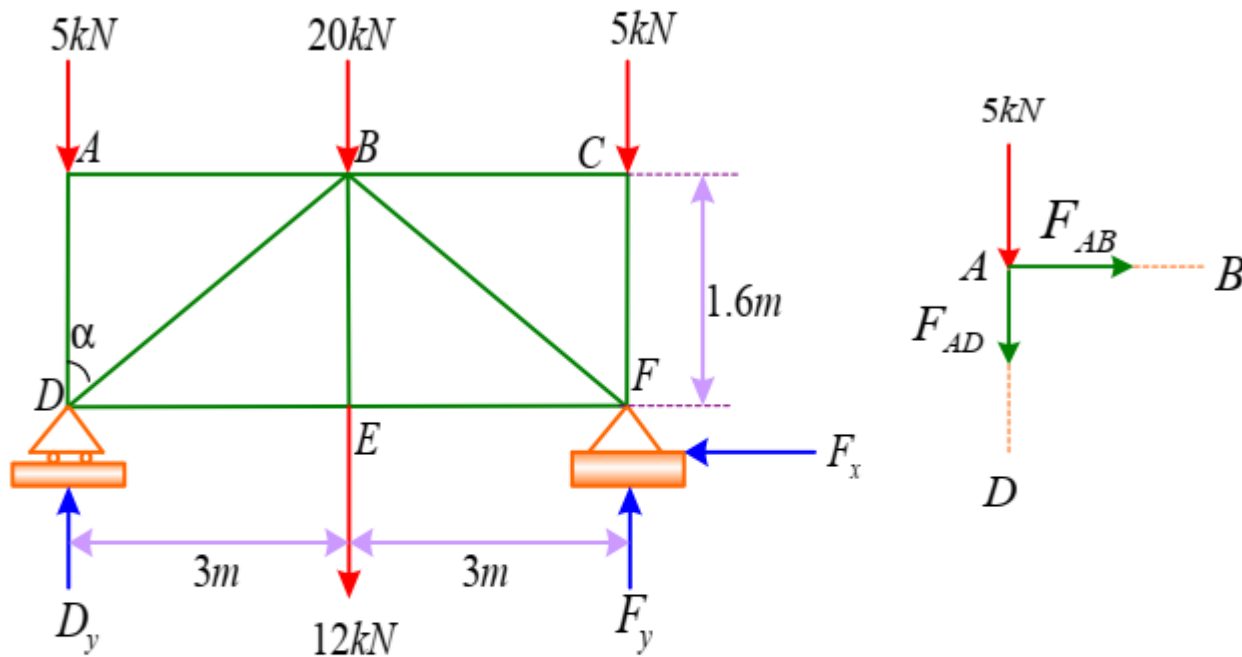
مثال: برای تراس نشان داده شده در شکل نیروهای داخلی را در هر یک از اعضا مشخص کنید.





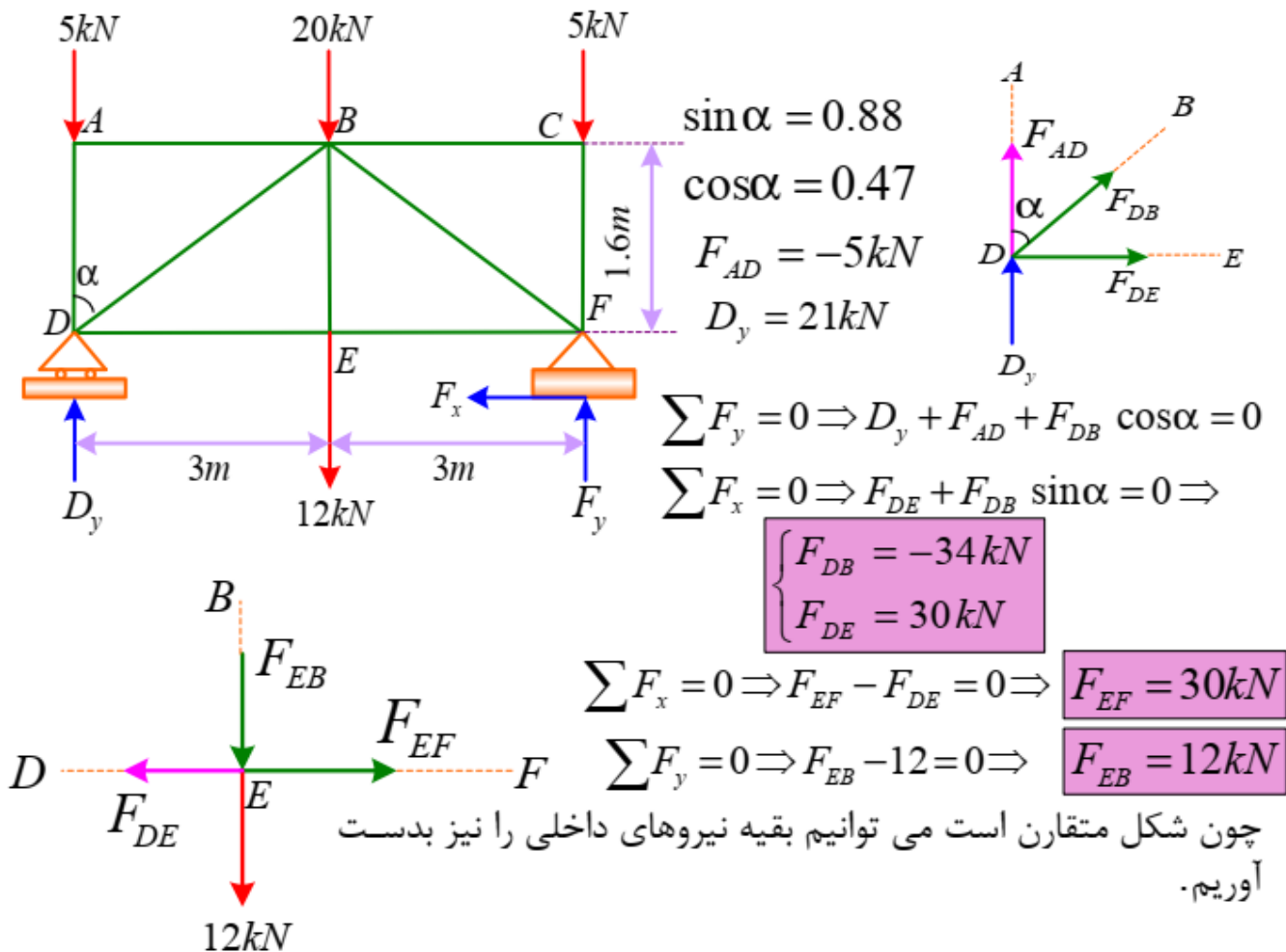
$$\sum M_F = 0 \quad D_y(6) - 12(3) - 20(3) - 5(6) = 0 \Rightarrow D_y = 21 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_y + D_y - 5 - 20 - 12 - 5 = 0 \Rightarrow F_y = 21 \text{ kN}$$

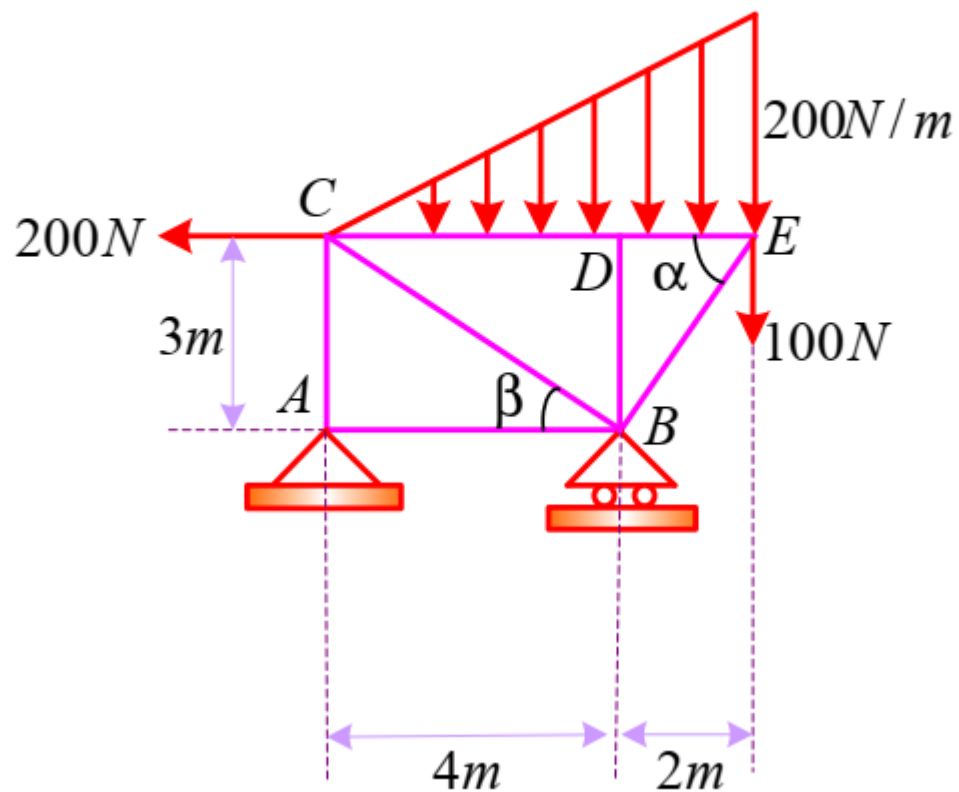


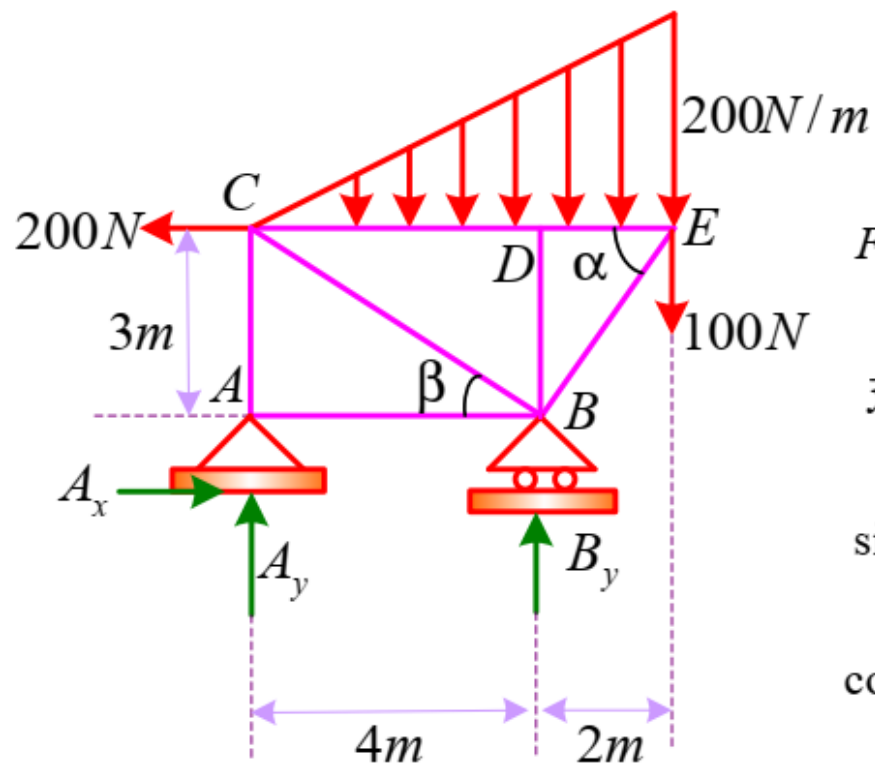
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 5 + F_{AD} = 0 \Rightarrow F_{AD} = -5kN$$



مثال: برای ترانس نشان داده شده در شکل نیروهای داخلی در هر یک از اعضا را تعیین کنید.



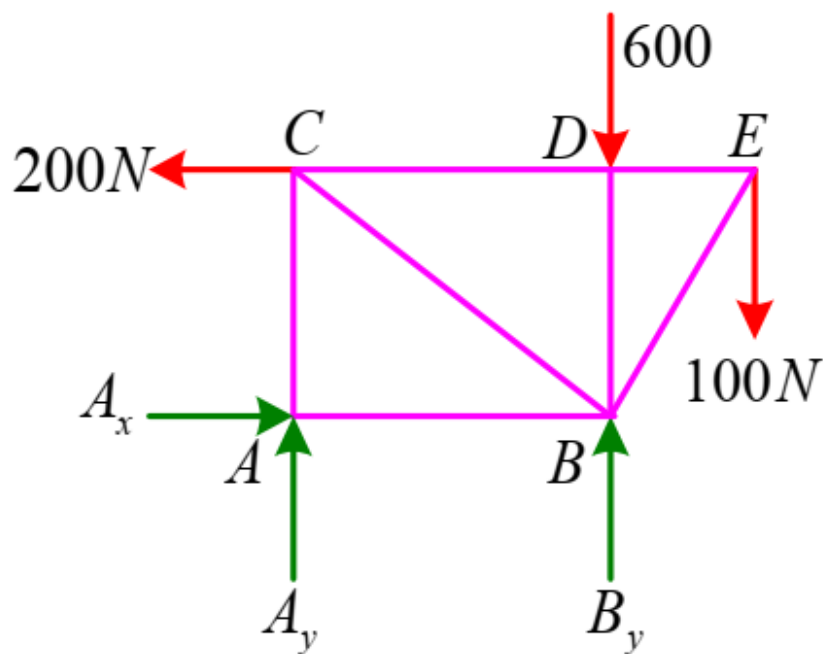


$$F = \frac{1}{2}(200 \times 6) = 600\text{N}$$

$$\bar{x} = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \quad \text{از نقطه c}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

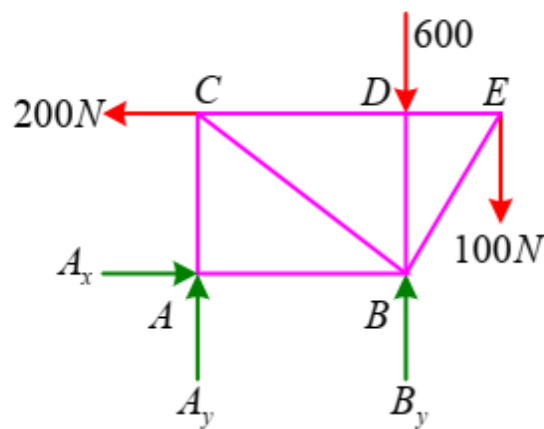


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - 200 = 0 \Rightarrow A_x = 200\text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 200(3) + 4B_y - 100(6) - 600(4) = 0 \Rightarrow B_y = 600\text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 600 - 100 = 0 \Rightarrow A_y = 100\text{ N}$$



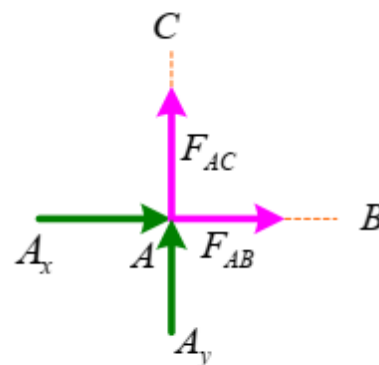


$$A_x = 200N$$

$$A_y = 100N$$

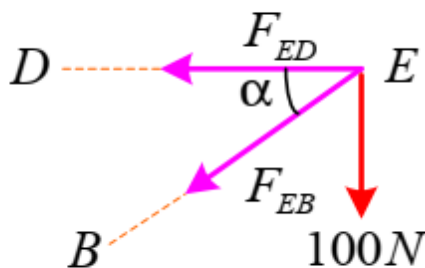
$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$$



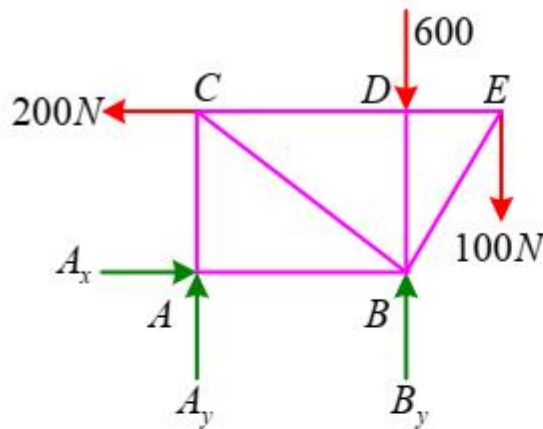
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} + A_x = 0 \Rightarrow F_{AB} = -200N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{AC} + A_y = 0 \Rightarrow F_{AC} = -100N$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 100 + F_{EB} \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_{EB} = -100 \frac{\sqrt{13}}{3} N$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{ED} + F_{EB} \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_{ED} = \frac{200}{3} N$$



$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

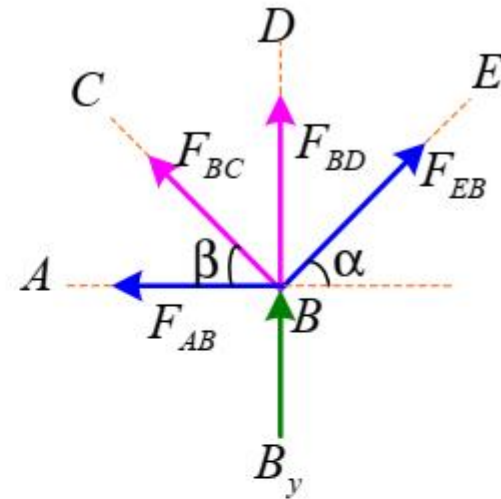
$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$F_{AB} = -200N \quad F_{EB} = -100 \frac{\sqrt{13}}{3} N$$

$$\cos \beta = \frac{4}{5}, \quad \sin \beta = \frac{3}{5}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} + F_{BC} \cos \beta - F_{EB} \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_{BC} = \frac{500}{3} N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y + F_{BD} + F_{BC} \sin \beta + F_{EB} \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_{BD} = -600N$$



برای فریابی که در شکل زیر به دست می آید

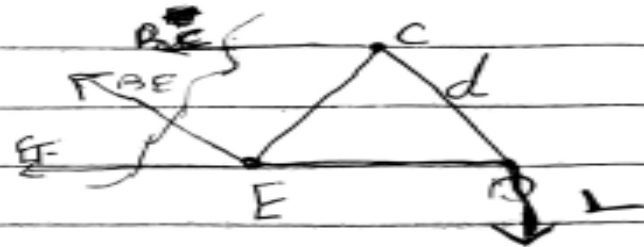
های داخلی در اعضای BC و BE را تعیین کنید

ملاحظه: اعضای افقی همسان هستند

$$\sum F_y = 0$$

$$BE \sin \theta - L = 0$$

$$BE = \frac{L}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{3}L}{\sqrt{3}}$$



$$\sum M_E = 0 \quad BC d \sin \theta - L d = 0 \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{3}L}{\sqrt{3}}$$

ملاحظه: $\theta = 60^\circ$

$$\sum F_y = 0$$

$$BF \sin \theta - L = 0$$

$$BF = \frac{L}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{3}L}{\sqrt{3}}$$

