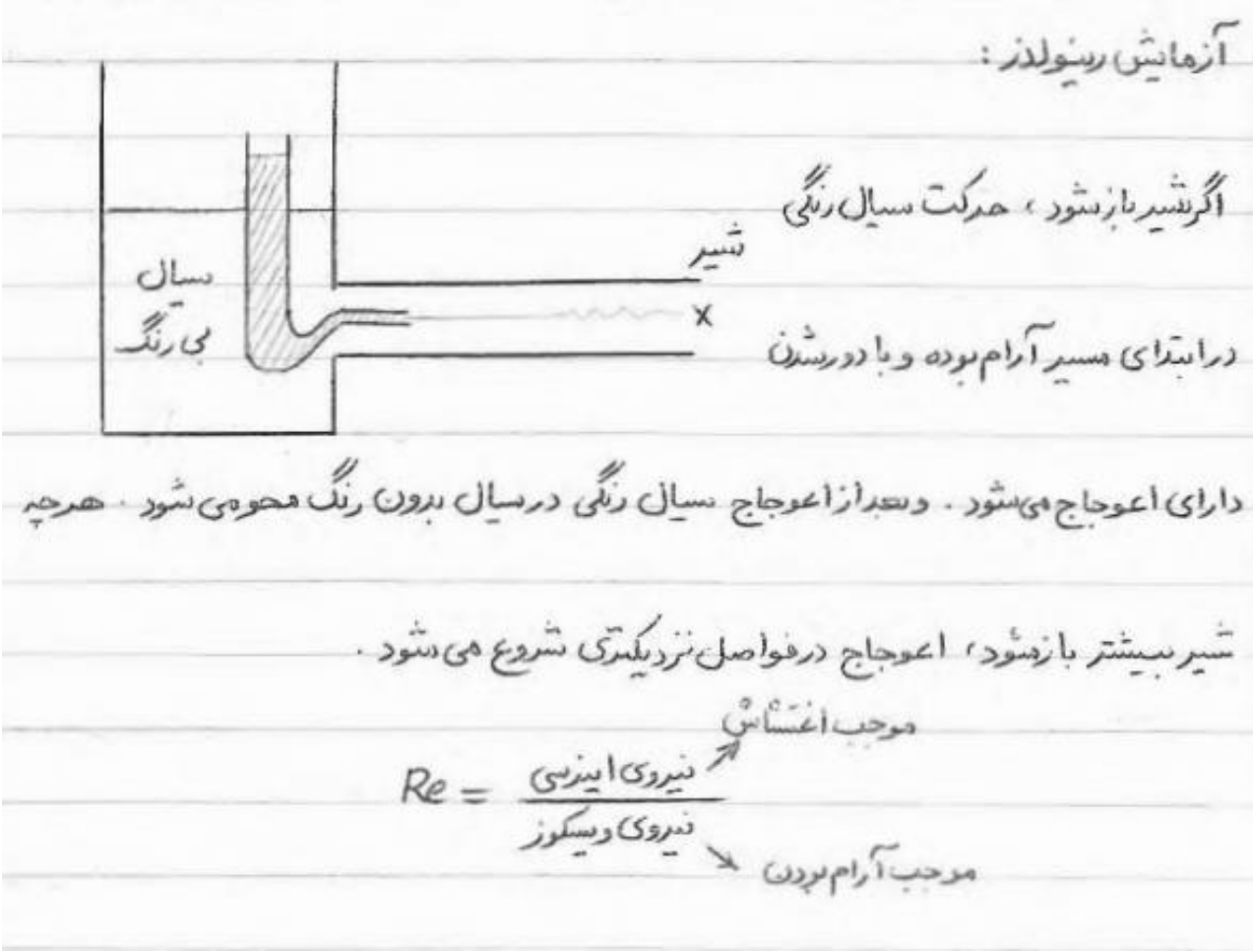
دانشگاه صنعتی شاهرود

جلسه هفتم

جریا ن نا آرام، آزمایش رینولد، لایه مرزی و ضریب اصطکاک

جریان نا آرام

نیروها در جریان سیال به دو گروه اینرسی و ویسکوزی تقسیم می‌شوند. نیروی اینرسی که به یک المان سیال وارد می‌شود ناشی از وزن سیال در المان است که برابر حاصلضرب جرم در شتاب می‌باشد و نیروی ویسکوزی که از عملکرد لایه‌های مجاور سیال حرکت کننده با سرعت‌های مختلف پدید می‌آید برابر با حاصلضرب تنش برشی حاصل از ویسکوزیته بین لایه‌ها در صفحه عمل کننده این تنش می‌باشد. تأثیر این دو نیرو بر طبیعت جریان سیال متفاوت از یکدیگر می‌باشد بطوریکه نیروهای ویسکوزی سعی در پایدار نگه‌داشتن حرکت یک بعدی جریان داشته و نیروهای اینرسی سعی بر از هم گسیختگی و منقطع کردن حرکت یک بعدی جریان دارند. طبیعت جریان سیال با تعیین بزرگی و نسبت این دو نوع نیرو تعیین می‌شود. در سرعت به اندازه کافی پایین، نیروهای ویسکوزی بر نیروهای اینرسی چیره گشته و باعث پایداری جریان آرام می‌گردد، با افزایش سرعت تمایل به از هم‌پاشیدگی جریان آرام افزایش می‌یابد.



در حالت کلی با حرکت جریان رو به جلو، سیال منبسط و البته ناپایدارتر می‌شود. این ناپایداری منجر به افزایش رینولدز شده و نهایتا توربولانس شدن جریان را در پی دارد.

تعریف عدد رینولد

عدد Re (رینولدز) بدون بُعد است . روابط زیر از لحاظ دیمانسیونی بیان شوند :

$$\left.\begin{array}{l} F_i = ma = \rho L^3 \dfrac{V^2}{L} \quad \text{(اینرسی)} \\ F_v = \tau L^2 = \mu \dfrac{V}{L} L^2 = \mu V L \quad \text{(ویسکوز)} \end{array}\right\} \Rightarrow Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

در صورت کسر ρ داریم که مشخصهٔ جرم است . L نیز از روی هندسهٔ مسئله تعیین می‌شود

مثلاً در سطح شیبدار L ، 4 برابر ضخامت است .

عددرینولدز در برخی حالات

- در حالتی که جریانی در یک کانال بسته و یا در لوله حرکت می‌کند، عدد رینولدز وابسته به قطر هیدرولیکی لوله DH و طول آن L است. هم‌چنین در حالتی که لوله به صورت استوانه‌ای باشد، قطر هیدرولیکی آن در واقع همان قطر لوله است. بنابراین در این حالت عدد رینولدز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

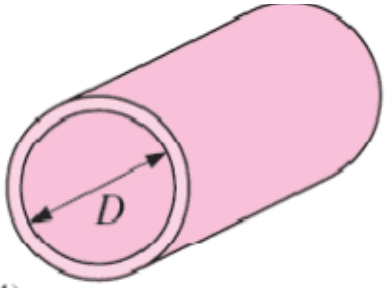
$$Re = \frac{F_{inertia}}{F_{viscous}} = \frac{\rho V D_H}{\mu}$$

در حالتی که مقطع لوله به صورت دایره‌ای نباشد، می‌توان با استفاده از رابطه زیر قطر هیدرولیکی لوله را محاسبه کرد.

$$D_H = \frac{4A}{P}$$

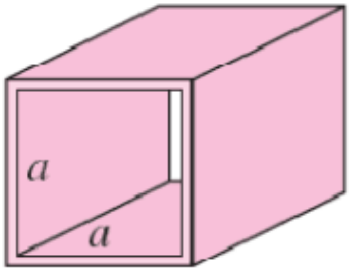
در معادله بالا A برابر با مساحت سطح مقطع لوله و P محیط تر شده است. در شکل‌های زیر قطر هیدرولیکی برای چند مقطع مختلف آورده شده‌اند.

مقطع: دایره



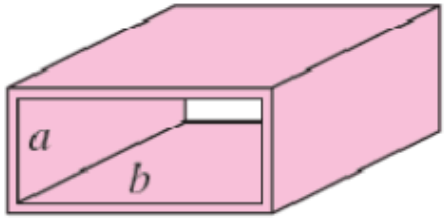
$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$

مربع



$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

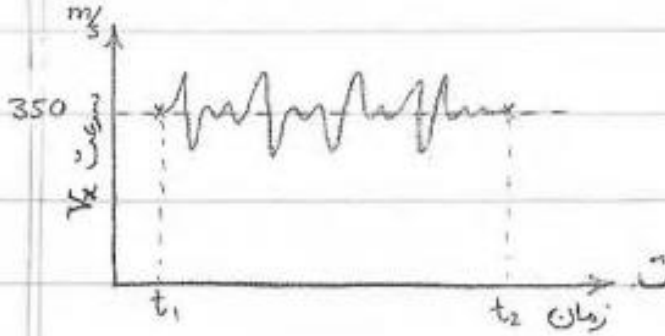
مستطیلی



حالت کلی رژیم جریان

- در حالت کلی رژیم جریان به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شود: «لایه‌ای» (Laminar) و ناآرام (Turbulent). البته اگر بخواهیم درست‌تر بیان کنیم، حالت سومی نیز وجود دارد که به آن گذرا گفته می‌شود. این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که بخشی از جریان به صورت لایه‌ای و بخشی دیگر به صورت توربولانس است.
- برای جریان در لوله مدور
- اگر عددرینولد کوچکتر از ۲۱۰۰ باشد جریان آرام است.
- اگر عدد رینولد بین ۲۱۰۰ تا ۳۰۰۰ باشد جریان گذرا است
- اگر ععد رینولد بیش از ۳۰۰۰ باشد جریان نا آرام هست

از خصوصیات جریان ناآرام این است که در هر لحظه سرعت تغییر می‌کند. برای رفع این مشکل

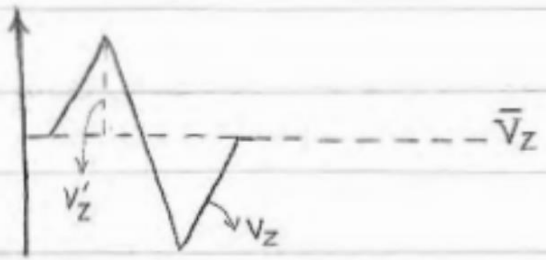


حدود ۱۰ برابر شرکانس، سرعت متوسط را حساب

می‌کنند. این سرعت متوسط، سرعت متوسط زمانی است.

$$\bar{V}_x = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} V_x \, dt \qquad \text{(Time average velocity)}$$

اگر دامنه‌ی نوسان در نمودار قبلی بیشتر باشد به این معناست که جریان ناآرام‌تر است.



$$V_z = \bar{V}_z + V'_z$$

$$\bar{V}'_z = 0$$

شدت ناآرام بودن:

$$I = \frac{\sqrt{\overline{(V'_z)^2}}}{\bar{V}_z}$$

10 – 25 %

شدت توربولنت در هرکز لوله و دیواره فرق می کند.

10%

25%

مقایسه سرعت در جریان آرام و جریان نا آرام در لوله

برای جریان آرام :

$$\frac{v_z}{v_{z,max}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

$$P_0 - P_L = \left(\frac{8\mu L}{\rho \pi R^4}\right)\dot{w}$$

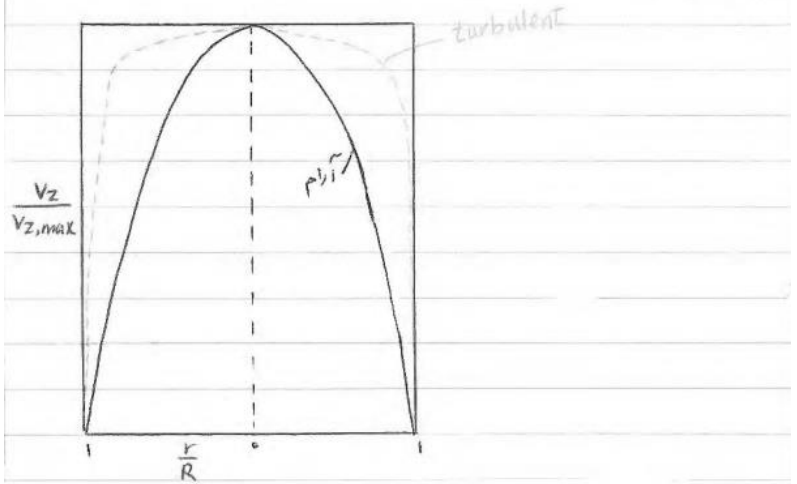
برای جریان turbulent :

$$\frac{\bar{v}_z}{v_{z,max}} \cong \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{7}}$$ سرعت متوسط زمانی

$$P_0 - P_L \cong 0.198 \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{7}{4}} \left(\frac{\mu^{1/4} L}{\rho R^{19/4}}\right)\dot{w}^{7/4}$$

روابط فوق ، تجربی می باشند .

از مقایسه ی روابط ، در $\dot{w}$ های مختلف ، افت فشار در جریان turbulent بیشتر از جریان آرام است .



سرعت متوسط جریان متلاطم داخل لوله.

برای جریان متلاطم در داخل لوله‌های مدور با جدار صاف، گاهی تابع[1]

$$\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{z,\max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$$

برای برازش منحنی مناسب است: درنزدیکی $\mathrm{Re} = 4 \times 10^3$، $n = 6$؛ درنزدیکی $\mathrm{Re} = 1.1 \times 10^5$، $n = 7$؛

لایه مرزی

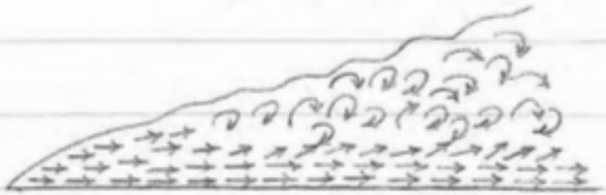
- ر روابط و مطالب مربوط به لایه مرزی سرعت، پارامتر δ به عنوان ضخامت لایه مرزی سرعت شناخته شده است. این پارامتر مقداری از پارامتر yدر نظر گرفته می‌شود که در آن، سرعت برابر با

$$V=0.99\ V_{\infty}$$

- . بنابراین به صورت کلی می‌توان جریان سیال را به دو ناحیه مجزا تقسیم کرد. ناحیه اول، ناحیه نازکی است که گرادیان‌های سرعت و تنش‌های برشی در آن قابل توجه هستند که به این ناحیه لایه مرزی گفته می‌شود. ناحیه دوم نیز ناحیه‌ای در بیرون از لایه مرزی است که گرادیان سرعت و تنش برشی در آن ناچیز است و در محاسبات نیز این گرادیان سرعت و تنش برشی نادیده گرفته می‌شود.

با توجه به این مطلب، در لایه‌های نزدیک به دیواره جریان آرام داریم چون τ_{yx} و یا نیروی

ویسکوز بزرگتر است. هم‌چنین از محل شروع دیواره نیز جریان آرام است:



در جریان آرام نیروی ویسکوز مهم است و در جریان

ناآرام نیروی اینرسی. در منطقه‌ی گذار هر دو نیرو مهم

است.

ضریب اصطکاک و جریان نا آرام در لوله های استوانه ای

یک تعبیر برای نیروی برشی، F_s، نیروی اعمالی توسط جریان سیال به جداره مجرا است که می‌توان آنرا طبق روابط ذیل فرمول‌بندی کرد.

$$F_s = \text{نیرو}$$

$$= \frac{\text{طول} \times \text{جرم}}{(\text{زمان})^2}$$

$$= \frac{\text{طول} \times \text{جرم}}{(\text{زمان})^2 \times \text{سطح}} \times \text{سطح}$$

$$= \frac{1}{\text{حجم}} \times \left(\frac{\text{طول}}{\text{زمان}}\right)^2 \times \text{جرم} \times \text{سطح}$$

$$= \frac{\text{جرم} \times (\text{سرعت})^2}{\text{حجم}} \times \text{سطح}$$

پس نیرو با حاصلضرب یک سطح در انرژی جنبشی سیال بر واحد حجم سیال برابر است. با انتخاب سطح به عنوان مشخصه سیستم A، و نشان دادن متوسط انرژی جنبشی سیال در واحد حجم بصورت $K = \frac{1}{2}\rho\bar{v}^2$، شکل فرمول برای نیرو بدین صورت خواهد شد.

$$F_k = fAK \qquad (۴-۷)$$

در معادله (۴-۷) تمام عوامل ناشناختهٔ (مجهول) مربوط به طبیعت جریان در فاکتور f گنجانده شده است. معادله (۴-۷) یک شکل از تعریف ضریب اصطکاک، f است.

برای جریان در یک لوله استوانه‌ای به شعاع R، سطح مشخصه همان سطح جداره است که توسط سیال‌تر می‌شود، ($۲\pi RL$). و بنابراین معادله (۴-۷) به شکل زیر در می‌آید.

$$F_k = f(۲\pi RL)(\frac{۱}{۲}\rho\bar{v}^۲) \qquad (۴-۸)$$

یک موازنه نیرو بین نیروی برشی F_s اعمالی توسط جریان سیال در طول L از جداره یک لوله به شعاع R و کاهش نیروی عمودی اعمالی روی سیال در طول L چنین است.

$$F_s = \tau_۰(۲\pi RL) = \Delta P(\pi R^۲) \qquad (۴-۹)$$

بطوریکه $\tau_۰$ تنش برشی اعمالی توسط سیال بـه جـداره اسـت. ترکیـب معـادلات (۴-۸) و (۴-۹) تعریف دیگری از f به ما می‌دهد.

$$f = \frac{\tau_۰}{\frac{۱}{۲}(\rho\bar{v}^۲)} \qquad (۴-۱۰)$$

و

$$f = \frac{۱}{۴}(\frac{D}{L})\frac{\Delta P}{\frac{۱}{۲}\rho\bar{v}^۲} \qquad (۴-۱۱)$$

در لوله، جانگن پوییسول رابطه‌ی مقابل را بدست آورد (برای جریان آرام)

$$1* \bar{v} = \frac{P_0 - P_L}{8\mu L} R^2 \qquad 2* \text{آرام } f = \frac{16}{Re} \quad ; \quad Re < 2100$$

وقتی جریان آرام است نیازی به رابطه‌ی f نداریم و رابطه‌ی 1 کافی است امّا برای جریان ناآرام

این تعریف مفید است.

روابط زیر تجربی است: (برای لوله‌های صیقلی)

رابطه‌ی بلازیوس: $f = \frac{0.0791}{Re^{1/4}} \qquad 2.1 \times 10^3 < Re < 10^5$

رابطه‌ی پرندل: $\frac{1}{\sqrt{f}} = 4.0 \log Re\sqrt{f} - 0.4 \qquad 2300 < Re < 4 \times 10^6$

در هر دو رابطه ملاحظه می‌شود که f تابعی است از عدد رینولدز (Re).

افت فشار لازم برای عبور آب در دمای ۳۰۰K از یک لوله صیقلی به طول ۳۰۰m و قطر داخلی ۰/۰۵ m با دبی $۱/۵\times۱۰^{-۳}\ \frac{m^۳}{s}$ را محاسبه کنید.

$$\bar{v}=\frac{۱/۵\times۱۰^{-۳}}{\pi(۰/۰۲۵)^۲}=۰/۷۶۴\ m/s$$

در دمای ۳۰۰K

$$\rho=۹۹۷\ kg/m^۳$$

$$\eta=۸/۵۷\times۱۰^{-۴}\ Pa.s$$

$$Re=\frac{D\bar{v}\rho}{\eta}=\frac{۰/۰۵\times۰/۷۶۴\times۹۹۷}{۸/۵۷\times۱۰^{-۴}}=۴/۴۴۴\times۱۰^۴$$

وقتی $۳۰۰۰<Re<۱۰^۵$، ضریب اصطکاک از معادله اصطکاک بلازیوس (معادله۴-۱۷) بصورت

$$f=۰/۷۹۱Re^{-\frac{۱}{۴}}=\frac{۰/۰۷۹۱}{(۴/۴۴۴\times۱۰^۴)^{۰/۲۵}}=۵/۴۴۸\times۱۰^{-۳}$$

و با مرتب کردن معادله $f=\frac{۱}{۴}(\frac{D}{L})\frac{\Delta P}{\frac{۱}{۲}\rho\bar{v}^۲}$

$$\Delta P=\frac{۲fL\rho\bar{v}^۲}{D}=\frac{۲\times۵/۴۴۸\times۱۰^{-۳}\times۳۰۰\times۹۹۷\times(۰/۷۶۴)^۲}{۰/۰۵}$$

$$=۳/۸۰\times۱۰^۴N/m^۲$$

دبی آب در دمای $80\,^{\circ}F$ در یک لوله صیقلی با قطر داخلی $0.07\ m$ وقتی $\frac{\Delta P}{L}$، $125\ \frac{N}{m^2.m}$ باشد را محاسبه کنید.

فرض ۱: جریان آرام (یعنی $Re < 2100$)

$$f = \frac{16}{Re} = \frac{16\eta}{\bar{v} D \rho} \qquad \text{(i)}$$

$$f = \frac{1}{4}\left(\frac{D}{L}\right)\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho \bar{v}^2} \qquad \text{(ii)}$$

با ترکیب معادلات (i) و (ii) با حذف f

$$\bar{v} = \frac{1}{32}\left(\frac{\Delta P}{L}\right)\frac{D^2}{\eta}$$

$$= \frac{1}{32} \times 125 \times \frac{0.07^2}{8.57 \times 10^{-4}}$$

$$= 22.33\ m/s$$

حال باید مطمئن شد که آیا با این $\bar{v}$ عدد رینولدز کوچکتر از ۲۱۰۰ می‌شود.

$$Re = \frac{\bar{v} D \rho}{\eta} = \frac{22.33 \times 0.07 \times 997}{8.57 \times 10^{-4}}$$

$$= 1.82 \times 10^6$$

از آنجائیکه $Re > 2100$ است پس فرض جریان آرام صحیح نیست.

فرض۲: $۳۰۰۰ < Re < ۱۰^{۵}$ که‌دراین‌حالت‌می‌توان از رابطه‌ضریب‌اصطکاک‌بلازیوس‌استفاده نمود.

از معادله (۴-۱۷)

$$f = ۰/۰۷۹۱ Re^{-\frac{۱}{۴}} = \frac{۰/۰۷۹۱ \eta^{۰/۲۵}}{\bar{v}^{۰/۲۵} D^{۰/۲۵} \rho^{۰/۲۵}} \qquad \text{(iii)}$$

$$f = \frac{۱}{۴}\left(\frac{D}{L}\right)\frac{\Delta P}{\frac{۱}{۲}\rho \bar{v}^{۲}} \qquad \text{(iv)}$$

با ترکیب معادلات (iii) و (iv) با حذف f

$$\bar{v} = (۶/۳۲۱ \frac{\Delta P}{L} \frac{D^{۱/۲۵}}{\rho^{۰/۷۵} \eta^{۰/۲۵}})^{\frac{۴}{۷}}$$

$$= [۶/۳۲۱ \times ۱۲۵ \times \frac{۰/۰۷^{۱/۲۵}}{۹۹۷^{۰/۷۵} (۸/۵۷ \times ۱۰^{-۴})^{۰/۲۵}}]^{\frac{۴}{۷}}$$

$$= ۰/۹۶۴ \text{ m/s}$$

با جایگذاری $\bar{v}$ در معادله (iii) و (iv)

$$f = ۰/۰۷۹۱ \times (\frac{۸/۵۷ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۹۶۴ \times ۰/۰۷ \times ۹۹۷})^{۰/۲۵}$$

$$= ۴/۷۳ \times ۱۰^{-۳}$$

و

$$f = \frac{۱}{۴} \times ۱۲۵ \times \frac{۰/۰۷}{۰/۵ \times ۹۹۷ \times (۰/۹۶۴)^{۲}} = ۴/۷۳ \times ۱۰^{-۳}$$

$$Re = \frac{\bar{v} D \rho}{\eta} = \frac{۰/۹۶۴ \times ۰/۰۷ \times ۹۹۷}{۸/۵۷ \times ۱۰^{-۴}} = ۷/۸۵ \times ۱۰^{۴}$$

که مقداری بین ۳۰۰۰ و $۱۰^{۵}$ است پس فرض ۲ صحیح است و $\bar{v} = ۰/۹۶۴$ m/s است. از اینرو

$$\bar{v} = ۰/۹۶۴ \text{ m/s}$$

$$\dot{V} = \bar{v} A = ۰/۹۶۴ \times \pi \times (۰/۰۳۵)^{۲} = ۳/۷۱ \times ۱۰^{-۳} \frac{m^{۳}}{s}$$

$$\dot{M} = \dot{V} \rho = ۳/۷۱ \times ۱۰^{-۳} \times ۹۹۷ = ۳/۷۰ \text{ kg/s}$$

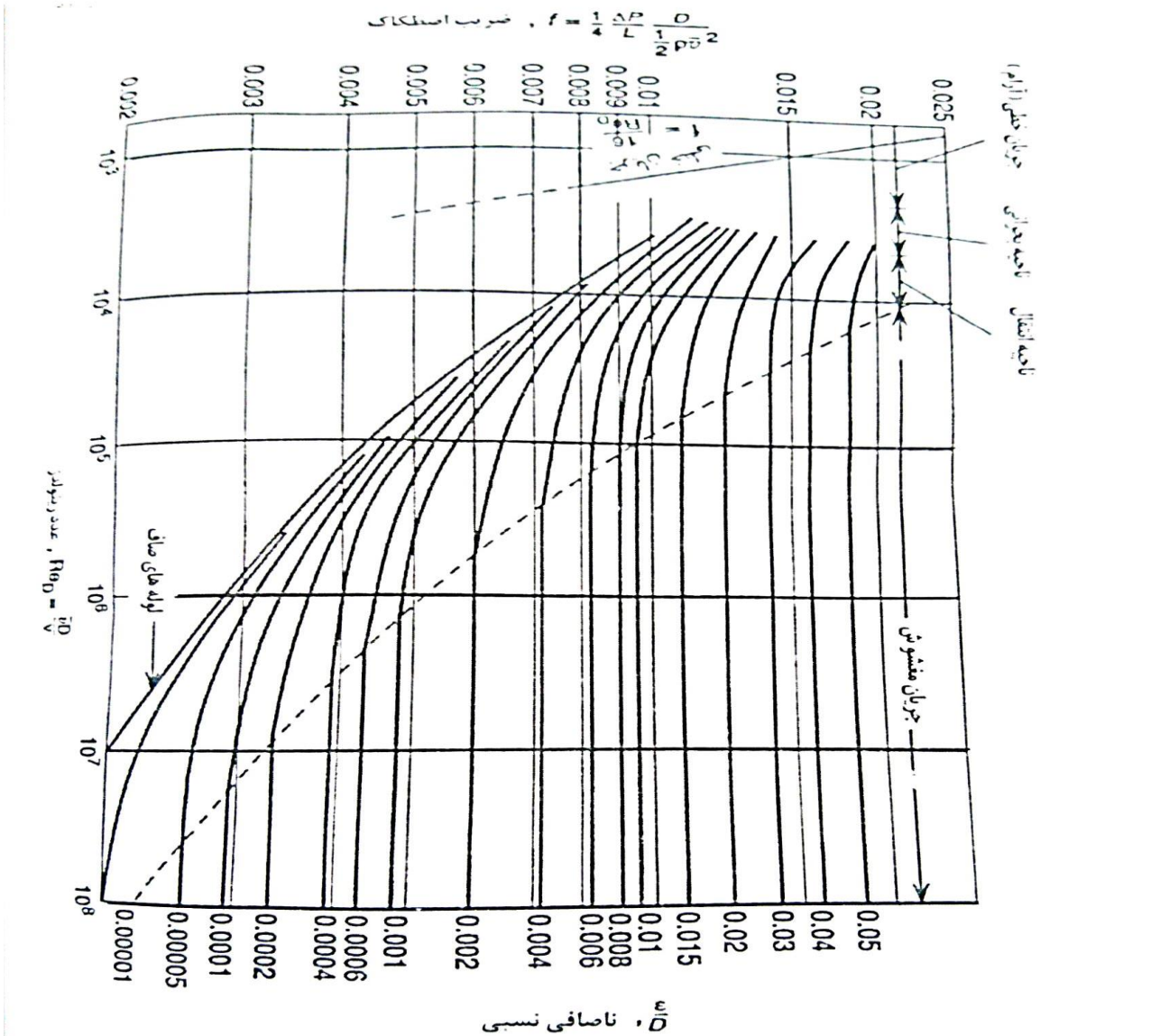
تاثیر زبری سطح بر اصطکاک

در بحث اخیر ما محدود به جریان سیال در لوله‌های صیقلی بودیم. هر گونه زبری جداره لوله ضریب اصطکاک را افزایش داده بنابراین دبی برای هر مقدار $\frac{\Delta P}{L}$ کاهش می‌یابد. تاثیر زبری سطح روی جریان با متوسط ارتفاع برآمدگی روی سطح، ϵ، قطر لوله، D، و رابطه زبری بصورت نسبت $\frac{\epsilon}{D}$ داده می‌شود. مقادیر ϵ برای سطوح متداول در جدول (۴-۱) آورده شده است.

جدول ۴-۱

مواد	زبری مطلق، ϵ (mm)
لوله تحت کشش	۰/۰۰۱۵
فولاد تجاری	۰/۰۴۶
لوله درز جوش	۰/۰۴۶
فولاد گالوانیزه	۰/۱۵
چدن	۰/۲۵۹
بتن	۰/۳-۳

تاثیر زبری نسبی بر روی تغییرات نسبت به Re برای جریان در لوله در شکل ۴-۶ نشان داده شده است، که به دیاگرام مودی[1] شناخته می‌شود. در شکل ۴-۶ دیده می‌شود برای هر زبری نسبی یک عدد رینولدز بحرانی وجود دارد که بالاتر از آن از عدد رینولدز مستقل می‌شود و مقدار بحرانی عدد رینولدز با افزایش نسبت زبری کاهش می‌یابد. خط چین در شکل ۴-۶ نشان دهنده اعداد رینولدز بحرانی است که حد جریان کاملاً زبر را معین می‌سازد.



شکل ۴-۶ دیاگرام مدی که نشان‌دهندهٔ تغییرات ضریب اصطکاک نسبت به عدد رینولدز و نسبت زبری جداره در جریان سیال در لوله استوانه‌ای است.

معادله هالند

$$f^{-\frac{1}{2}} = -3/6\log_{10}\left[\left(\frac{\varepsilon}{3/7D}\right)^{1/11} + \frac{6/9}{Re}\right]$$

در مثال (۴-۱) محاسبه شد که افت فشار $3/80\times10^{4}\,N/m^{2}$ برای انتقال آبدردمای $300K$ از یک لوله صیقلی به طول $300m$ با قطر داخلی $0/05\,m$ با دبی $1/5\times10^{-3}\,m^{3}/s$ لازم است. حال افت فشار لازم وقتی زبری نسبی $0/002$ باشد را محاسبه نمائید. داده‌های مسئله بدین ترتیب است.

$$\bar{v} = 0/764\,m/s$$
$$\rho = 997\,kg/m^{3}$$
$$\eta = 8/57\times10^{-4}\,Pa.s$$
$$Re = 4/444\times10^{4}$$
$$L = 300\,m$$
$$D = 0/05\,m$$

$$f^{-\frac{1}{2}} = -3/6\log_{10}\left[\left(\frac{\varepsilon}{3/7D}\right)^{1/11} + \frac{6/9}{Re}\right]$$

$$f^{-\frac{1}{2}} = -3/6\log_{10}\left[\left(\frac{0/002}{3/7}\right)^{1/11} + \frac{6/9}{4/444\times10^{4}}\right]$$

یا

$$f = 6/647\times10^{-3}$$

سپس با مرتب نمودن معادله $f=\frac{1}{4}\left(\frac{D}{L}\right)\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho\bar{v}^{2}}$

$$\Delta P = \frac{2fL\rho\bar{v}^{2}}{D} = \frac{2\times6/647\times10^{-3}\times300\times997\times(0/764)^{2}}{0/05}$$

$$= 4/64\times10^{4}\,N/m^{2}$$

در مثال ۴-۲ سرعت متوسط ۰/۹۶۴ m/s برای جریان آب در دمای ۳۰۰K در یک لوله صیقلی با قطر داخلی ۰/۰۷ m با یک افت فشار در واحد طول ۱۲۵ N/m^3 بدست آمد. حال مطلوب است محاسبه سرعت متوسط در صورتیکه زبری نسبی ۰/۰۰۲ باشد. اطلاعات داده شده بدین صورت است.

$$\frac{\Delta P}{L} = ۱۲۵\ N/m^۲.m$$

$$\rho = ۹۹۷\ kg/m^۳$$

$$\eta = ۸/۵۷ \times ۱۰^{-۴}\ Pa.s$$

$$D = ۰/۰۷\ m$$

حل:

$$Re = \frac{\bar{v} D \rho}{\eta}$$

یا

$$\bar{v} = \frac{\eta Re}{D\rho} = \frac{۸/۵۷ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۰۷ \times ۹۹۷} Re$$

یا

$$\bar{v} = ۱/۲۲۸ \times ۱۰^{-۵}\ Re\ m/s \qquad (i)$$

$$f = \frac{۱}{۴}(\frac{D}{L})\frac{\Delta P}{\frac{۱}{۲}\rho \bar{v}^{۲}}$$

$$\bar{v} = [\frac{۱}{۴}(\frac{D}{L})\frac{\Delta P}{\frac{۱}{۲}\rho}]^{\frac{۱}{۲}} f^{-\frac{۱}{۲}}$$

$$= (\frac{۱}{۴} \times ۰/۰۷ \times ۱۲۵ \times \frac{۱}{\frac{۱}{۲} \times ۹۹۷})^{\frac{۱}{۲}} f^{-\frac{۱}{۲}}$$

یا

$$\bar{v} = ۰/۰۶۶۲۴ f^{-\frac{۱}{۲}} \qquad \text{(ii)}$$

و از معادله (۴-۱۸)

$$f^{-\frac{۱}{۲}} = -۳/۶ \log[(\frac{۰/۰۰۲}{۳/۷})^{۱/۱۱} + \frac{۶/۹}{\mathrm{Re}})]$$

$$= -۳/۶ \log(۲/۳۶۳ \times ۱۰^{-۴} + \frac{۶/۹}{\mathrm{Re}}) \qquad \text{(iii)}$$

با جایگذاری معادله (iii) در معادله (ii)

$$\bar{v} = -۰/۰۶۶۲۴ \times ۳/۶ \log(۲/۳۶۳ \times ۱۰^{-۴} + \frac{۶/۹}{Re})$$

و با ترکیب این با معادله (i) با حذف $\bar{v}$

$$۱/۲۲۸ \times ۱۰^{-۵}\, Re = -۰/۲۳۸۵ \log(۲/۳۶۳ \times ۱۰^{-۴} + \frac{۶/۹}{Re}) \qquad \text{(iv)}$$

معادله (iv) دارای جوابهای زیر است.

$$Re = ۶/۹۱$$

و

$$Re = ۶/۷۳۳ \times ۱۰^{۴}$$

جواب $Re = ۶/۹۱$ خارج از محدودهٔ کاربرد معادله (۴-۱۸) است. بنابراین جواب فیزیکی $Re = ۶/۷۳۳ \times ۱۰^{۴}$ است و از معادله‌های (i) و (iii)

$$\bar{v} = ۰/۸۲۷ \text{ m/s}$$
$$f = ۰/۰۰۶۴۱$$