

مفاهیم اولیه

(1) تنش (Stress)

مفهوم تنش: حاصل تقسیم نیرو بر سطح (نیروی اعمال شده بر واحد سطح)

- تنش متوسط (میانگین): فرض کنید می‌خواهیم تنش در سطح مقطع میله زیر را با مساحت A که تحت نیروی تک‌محوره F قرار گرفته است، محاسبه کنیم:



$$F = \int \sigma dA$$

σ : تنش عمود بر سطح مقطع میله

A : سطح مقطع میله

با فرض یکنواخت بودن توزیع تنش در قسمت‌های مختلف سطح A ، می‌توان σ را ثابت فرض کرد، در نتیجه:

$$F = \int \sigma dA = \sigma \int dA = \sigma A \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

از آنجا که معمولاً توزیع تنش در سطح A یکنواخت نیست، معادله بالا نشان دهنده تنش میانگین است.

برای اینکه تنش یکنواخت باشد، باید کرنش تمام اجزای طولی میله مساوی و نسبت بین تنش و کرنش هر جزء برابر باشد.

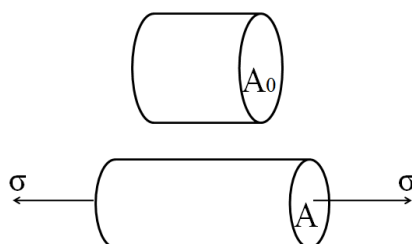
با کشیدن میله و افزایش طول آن، سطح مقطع آن کاهش می‌یابد. اگر در محاسبه تنش، سطح مقطع اولیه جسم در رابطه قرار

داده شود تنش مهندسی و اگر سطح مقطع لحظه‌ای قرار داده شود، تنش حقیقی به دست می‌آید:

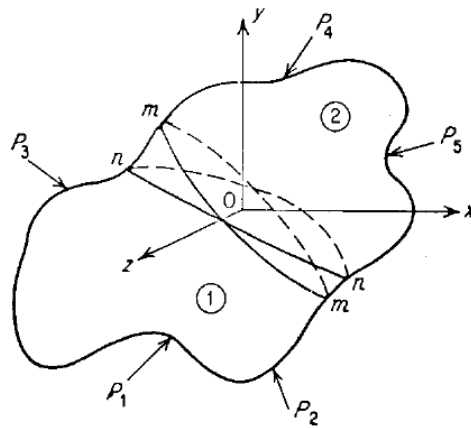
$$S = \frac{F}{A_0} \quad \text{تنش مهندسی (Engineering stress)}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{تنش حقیقی (True stress)}$$

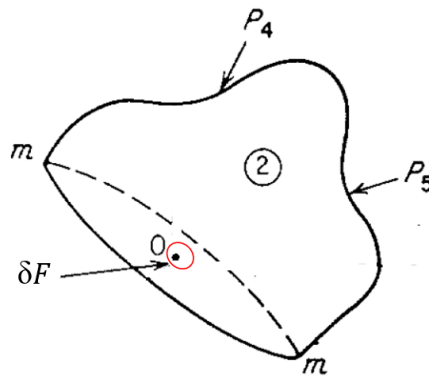
A_0 : سطح مقطع اولیه A : سطح مقطع لحظه‌ای



- تنش در یک نقطه از سطح: جسمی به شکل روبرو و در حالت تعادل و تحت نیروهای خارجی در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم میزان تنش در نقطه O واقع در صفحه mm را محاسبه کنیم:



برای این کار، قطعه را در سطح mm برش می‌زنیم و قسمت (۱) را کنار گذاشته و (۲) را نگه می‌داریم.



به تک تک نقاط صفحه mm همان نیروهایی اعمال می‌شود که از قسمت (۱) در آن نقطه به قسمت (۲) وارد می‌شود. حول نقطه O، سطح کوچک δA را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم به این سطح نیروی معادل با δF از قطعه (۱) اعمال می‌شده است.

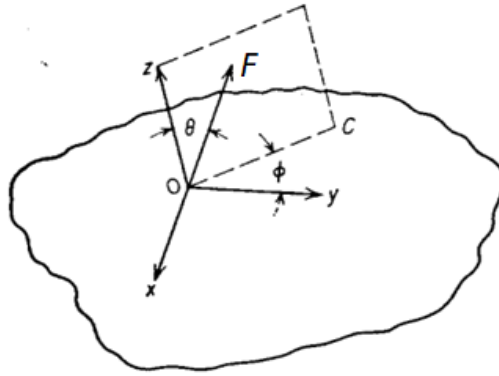
اگر سطح δA به تدریج کم شده و به سمت صفر میل کند، حد نسبت $\frac{\delta F}{\delta A}$ ، تنش وارد بر نقطه O در صفحه mm از قسمت (۲) از جسم است:

$$\sigma = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A}$$

تنش در جهت نیروی وارده بر نقطه، δF بوده و با δA زاویه اختیاری می‌سازد. به طور کلی همیشه تنش در راستای نیرو بوده و با سطح زاویه اختیاری می‌سازد.

کار کردن با تنش با زاویه اختیاری مشکل است. در نتیجه تنش کل وارد شده به دو مؤلفه تجزیه می‌شود. یک تنش عمودی یا نرمال (σ) که عمود بر سطح است و یک تنش برشی (τ) موازی یا سطح.

در فضای سه بعدی و مختصات کارتیزین (محورهای x, y, z متعادل) مؤلفه‌های تنش به صورت زیر تعریف می‌شوند:



θ : زاویه نیروی P با محور z (عمود بر سطح)

ϕ : زاویه تصویر نیروی F در صفحه xy با محور y

$$\sigma = \frac{F}{A} \cos \theta$$

تنش عمود بر سطح در راستای محور z .

$$\tau_{tot} = \frac{F}{A} \sin \theta$$

تنش برشی کل

$$\tau_1 = \frac{F}{A} \sin \theta \sin \phi$$

تنش برشی در جهت x

$$\tau_2 = \frac{F}{A} \sin \theta \cos \phi$$

تنش برشی در جهت y

واحدهای تنش:

$$1Pa = 1 \frac{N}{m^2} \left(\frac{\text{نیوتن}}{\text{مربع متر}} \right)$$

واحد تنش در SI ، پاسکال است (Pa):

در کارهای مهندسی به دلیل بزرگ بودن مقادیر تنش برحسب پاسکال، از واحد مگاپاسکال (MPa) استفاده می‌شود:

$$1MPa = 10^6 Pa = 1 \frac{N}{mm^2}$$

یک واحد دیگر در $Imperial system$ ، پوند بر اینچ مربع یا psi ($Pound\ per\ square\ inch$) است.

$$1psi = 1 \frac{lbF}{inch^2}$$

پوند (lb) واحد نیرو

اینچ ($Inch$) واحد طول

$$1MPa \approx 145psi$$

$$1lbF \approx 4.46N$$

$$1inch = 2.54\ cm$$

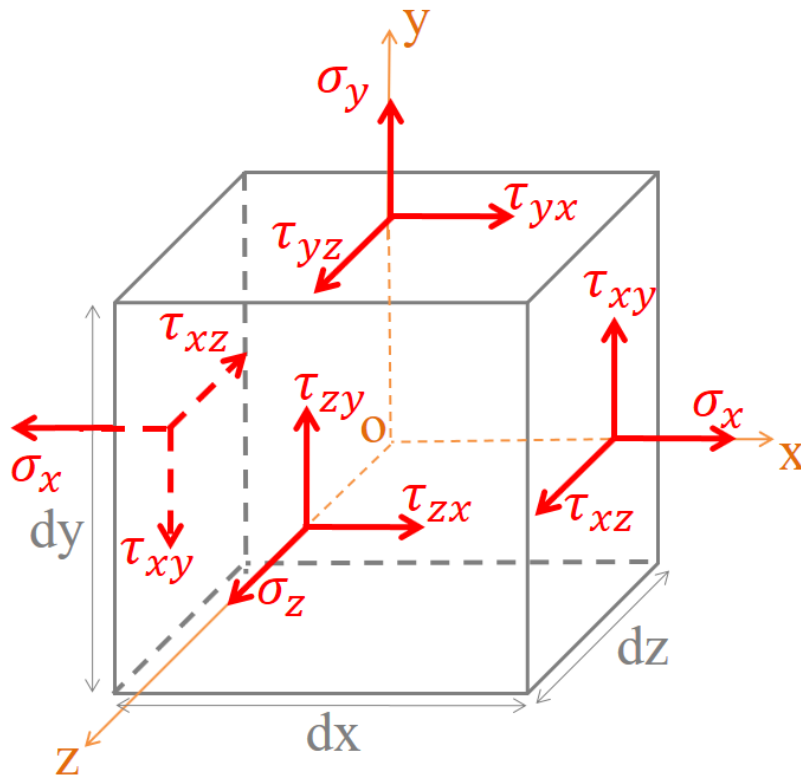
بعضی مواقع در $Imperial system$ از Ksi که هزار psi است استفاده می‌کنند. چون اعداد کوچک‌تر می‌شوند.

$$1\text{Ksi} = 1000\text{psi}$$

Ksi=Kilo Pound per square inch

تشریح تنش در یک نقطه:

نقطه‌ای مادی را درون یک مکعب مستطیل المانی به ابعاد dx , dy , dz قرار می‌دهیم:



روی هر وجه المان یک تنش با زاویه دلخواه وارد می‌شود که می‌توان آن را به مؤلفه‌های عمود و برشی تقسیم کرد:

تنش عمود بر سطوح. اندیس هر یک نشان دهنده جهت اعمال تنش است. طبق قرارداد، تنش

کششی مثبت و تنش فشاری منفی است.

مؤلفه‌های تنش عمود بر سطوح. تنش‌های برشی و موازی با سطح. تنش‌های برشی دو اندیس دارند که اولی نشان

دهنده صفحه اعمال تنش و دومی نشان دهنده جهت اعمال تنش است. به عنوان مثال، τ_{xy} روی صفحه عمود بر محور x و در

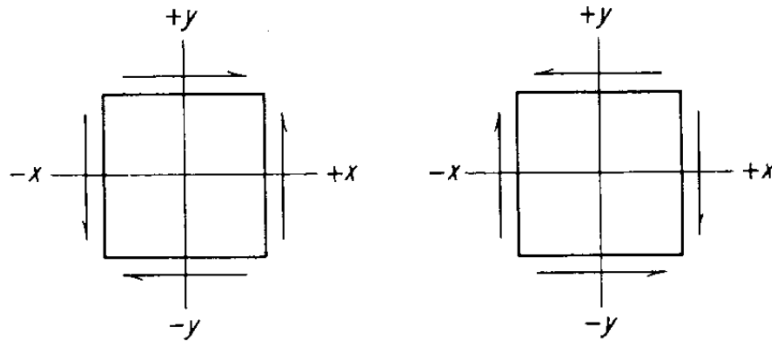
جهت y اعمال می‌شود.

فرضیات: تعادل استاتیکی داشته باشیم. از تغییرات تنش در طول ابعاد المان صرف‌نظر شود.

قرارداد علامت تنش‌های برشی: اگر تنش برشی روی وجه مثبت المان و در جهت مثبت محورها یا در وجه منفی المان و در

جهت منفی محور باشد، مثبت در نظر گرفته می‌شود (شکل سمت چپ). در حالت برعکس این دو حالت منفی در نظر گرفته

می‌شود (شکل سمت راست).



۹ مؤلفه تنش برای نشان دادن حالت تنش در یک نقطه را به صورت یک تنسور تنش به یکی از شکل‌های زیر نمایش می‌دهند:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

بنابراین برای مشخص کردن حالت تنش در یک نقطه باید ۹ کمیت مشخص شوند.

با توجه به اینکه ماده در حالت تعادل استاتیکی است و با فرض اینکه بتوان از تغییرات تنش در راستای وجوه مختلف المان چشم‌پوشی کرد:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{جمع نیروها در راستای مختلف برابر با صفر است.}$$

$$\sum \vec{M} = 0 \quad \text{جمع گشتاور نیروها حول محورهای مختلف صفر است.}$$

$$\begin{aligned} \text{به عنوان مثال} \quad \sum \vec{M}_z = 0 &\Rightarrow (\tau_{xy} dz dy) dx - (\tau_{yx} dx dz) dy = 0 \\ &\Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx} \end{aligned}$$

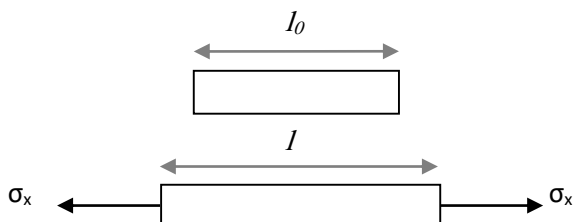
$$\text{به همین ترتیب: } \tau_{yz} = \tau_{zy} \text{ و } \tau_{xz} = \tau_{zx}$$

در نتیجه برای تعیین حالت تنش در یک نقطه فقط به ۶ مقدار تنش نیاز است. (در حالت تعادل استاتیکی)

۲) کرنش (Strain)

تعریف کرنش: تغییر شکل ماده تحت اعمال تنش

الف) کرنش خطی یا محوری (*linear (axial) strain*): نسبت تغییر طول ماده به طول اولیه آن



کرنش خطی میانگین

$$e = \frac{l-l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$$

l_0 = طول اولیه

l = طول نهایی

کرنش کمیتی بدون بعد است.

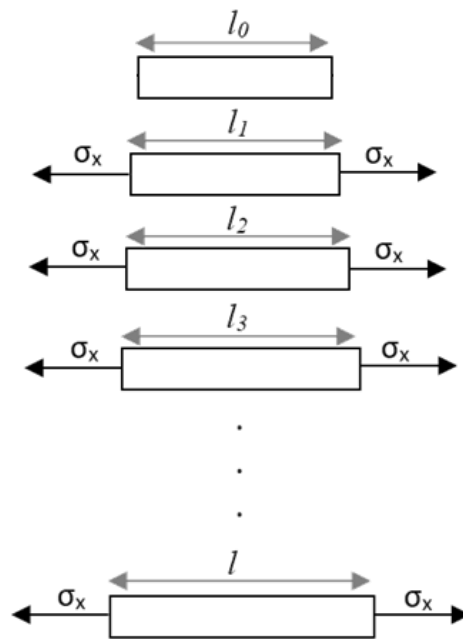
کرنش خطی در یک نقطه برابر است با نسبت تغییر طول به طول اولیه، هنگامی که طول اولیه به سمت صفر میل کند.

از طرفی کرنش خطی را می توان به دو صورت مهندسی و حقیقی محاسبه کرد:

- کرنش مهندسی: نسبت تغییر طول به طول اولیه ماده (همان طور که در بالا گفته شد)

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$$

- کرنش حقیقی: تغییر طول لحظه ای ماده تقسیم بر مقدار لحظه ای طول



$$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} + \frac{l_2 - l_1}{l_1} + \frac{l_3 - l_2}{l_2} + \dots \Rightarrow \varepsilon = \sum_{i=1}^n \frac{l_i - l_{i-1}}{l_{i-1}}$$

اگر مقدار $dl = l_i - l_{i-1}$ بسیار کوچک باشد، داریم:

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \Rightarrow \varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$$

ارتباط بین کرنش مهندسی و حقیقی (مهم و کاربردی):

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 \Rightarrow \frac{l}{l_0} = 1 + e$$

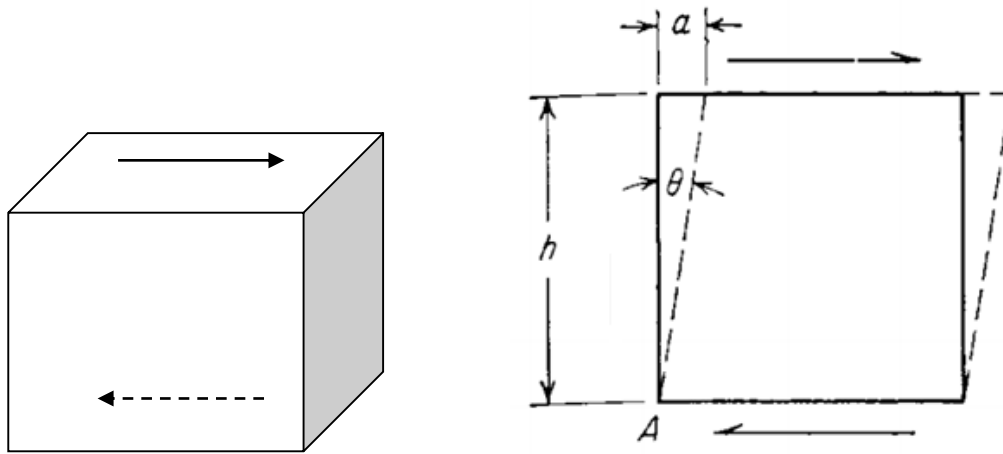
$$\Rightarrow \varepsilon = \ln(1 + e)$$

در مقادیر خیلی کوچک کرنش که معادلات کشسانی معتبر است، مقادیر کرنش مهندسی و حقیقی برابر هستند:

$$\varepsilon = \ln(1 + e) = e - \frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{3} - \frac{e^4}{4} + \dots \Rightarrow \text{if } e \leq 0.1 \Rightarrow \varepsilon \approx e$$

ب) کرنش برشی یا صفحه‌ای

برعکس کرنش محوری که در اثر اعمال تنش عمودی یا نرمال (σ) ایجاد می‌شود، کرنش برشی در اثر اعمال تنش برشی ایجاد می‌شود. در درس خواص مکانیکی، کرنش برشی را به عنوان تغییر زاویه اولیه بین دو خط از جسم در اثر اعمال تنش برشی تعریف کرده و به صورت زیر نشان دادیم:



$$\gamma = \frac{a}{h} = \text{tg}\theta \approx \theta$$

a : جابجایی صفحه بالایی و پایینی نسبت به هم

h : فاصله بین دو صفحه

وقتی زاویه کوچک باشد $\theta \approx \text{tg}\theta \Leftarrow$ کرنش برشی را معمولاً با خود زاویه چرخش بیان می‌کنند.

آزمون‌های مکانیکی مواد

هدف از انجام آزمون‌های مکانیکی: اندازه‌گیری خواص مکانیکی مختلف مواد یعنی رفتار آنها تحت نیرو یا بار اعمالی خارجی در آزمون‌های مکانیکی به ماده نیرو اعمال می‌شود و رفتار آن را تحت نیرو بررسی می‌کنند.

بعضی خواص مکانیکی مهم مواد: استحکام (*Strength*)، نرمی (*Ductility*)، چقرمگی (*Toughness*)، سختی (*Hardness*)، سفتی (*Stiffness*)

بسته به روش و هدف آزمون، نیرو می‌تواند به صورت کششی (*Tensile*)، فشاری (*Compressive*)، برشی (*Shear*) و .. باشد. همچنین نیرو می‌تواند استاتیکی (مقدار ثابت یا با نرخ تغییرات بسیار کم نسبت به زمان) و یا دینامیکی (متغیر با زمان) باشد. از طرفی زمان اعمال نیرو و آزمون می‌تواند بسیار کوتاه (کسری از ثانیه) یا طولانی (چندین ماه) باشد. نحوه انجام آزمون‌های مکانیکی توسط انجمن‌ها و سازمان‌های معتبر جهانی، استانداردسازی شده است و طبق روش مشخص شده توسط آنها انجام می‌شود. مهم‌ترین این انجمن‌ها عبارتند از:

<i>American Society for Testing and Materials (ASTM)</i>	انجمن مواد و آزمون امریکا
<i>International Organization for Standardization (ISO)</i>	سازمان بین‌المللی استاندارد سازی

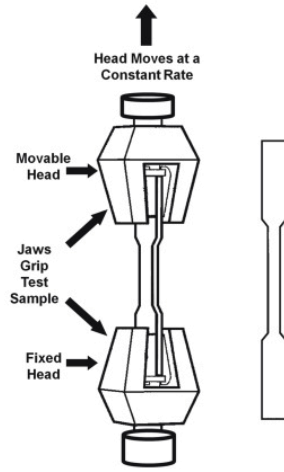
آزمون اول: آزمون کشش (*Tensile Testing*)

پرکاربردترین آزمون در تعیین خواص مکانیکی مواد است.

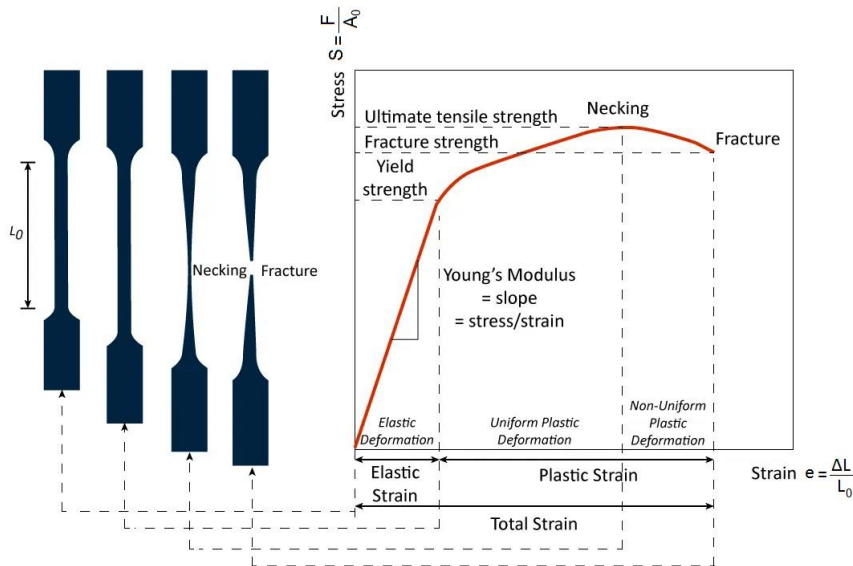
نمونه آزمون کشش: برای انجام این آزمون نمونه‌ای به شکل استاندارد (شامل دو بازو و یک طول سنجه در میانه) از ماده مورد نظر تهیه می‌شود.

روش انجام آزمایش: بازوها درون گیره یا فک دستگاه کشش قرار می‌گیرند و نمونه تحت نیروی تک‌محوری کششی (در راستای طولی نمونه) قرار می‌گیرد. نیرو به طور پیوسته زیاد می‌شود و طول نمونه زیاد می‌شود تا حدی که نمونه بشکند. سرعت

کشش نمونه معمولاً ثابت است. مثلاً: 5 mm/min و 1 mm/min



خروجی دستگاه (نتایج آزمون): منحنی نیرو - ازدیاد طول و یا منحنی تنش مهندسی - کرنش مهندسی. چون مقادیر نیرو و ازدیاد طول به ابعاد اولیه نمونه وابسته است، برای ایجاد امکان مقایسه نتایج برای نمونه‌ها و مواد مختلف از نمودار تنش مهندسی - کرنش مهندسی استفاده می‌شود.

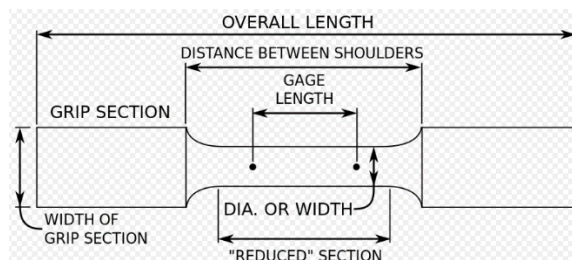


تنش مهندسی $S = \frac{F}{A_0}$ F : نیرو A_0 : سطح مقطع اولیه سنجه

کرنش مهندسی $e = \frac{L_i - L_0}{L_0}$ L_0 : طول اولیه سنجه L_i : طول سنجه در هر لحظه

قسمت سنجه (**Gage section**): قسمت میانی نمونه با سطح مقطع اولیه ثابت و یکنواخت. سنجه برای محاسبات تنش و

کرنش استفاده می‌شود.



با توجه به شکل صفحه قبل، منحنی کشش ماده به دو ناحیه الاستیک و پلاستیک قابل تفکیک است. همچنین ناحیه پلاستیک را می‌توان به دو قسمت پلاستیک یکنواخت و غیریکنواخت تقسیم کرد. در ادامه، به طور جداگانه در مورد نواحی الاستیک و پلاستیک صحبت می‌شود.

(1) ناحیه تغییر شکل الاستیک (*Elastic deformation*)

تغییر شکل الاستیک یا کشسان ← تغییر شکل ماده که پس از باربرداری (حذف تنش) قابل بازگشت است را تغییر شکل الاستیک می‌گویند.

عامل تغییر شکل الاستیک ← ناشی از تغییرات کوچک فاصله بین اتمی و کشیده شدن جزئی پیوندهای بین اتمی است. در ناحیه الاستیک معمولاً مقدار تنش و کرنش با هم متناسب‌اند و این تناسب با قانون هوک بیان می‌شود:

$$S \propto e \quad S = Ee \quad (\text{hooke's law}) \quad \text{قانون هوک}$$

E : ثابت تناسب رابطه تنش و کرنش است که به آن مدول یانگ (*Young's modulus*) یا مدول الاستیک (کشسانی) (*modulus of elasticity*) می‌گویند.

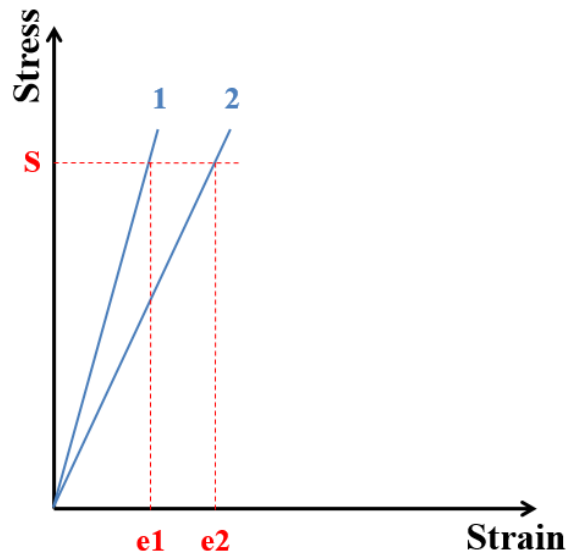
مقدار E برای فلزات: (45 (GPa) (منیزیم) تا 407 GPa (تنگستن)

مقدار E برای سرامیک‌ها: 70 GPa تا 500 GPa

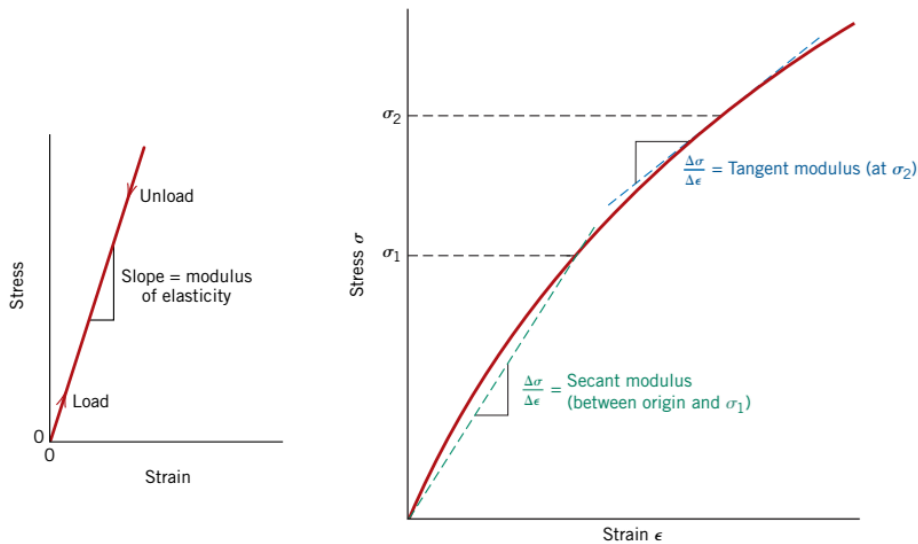
مقدار E برای پلیمرها: 7 MPa تا 4 GPa $E_{ceramics} > E_{metals} \gg E_{polymers}$

سفتی (*stiffness*): شیب ناحیه الاستیک یا مقدار مدول کشسانی را به عنوان سفتی یا مقاومت ماده در برابر تغییر شکل الاستیک می‌دانند. (یکی از معیارهای مهم در طراحی قطعات صنعتی)

با توجه به شکل زیر، نمودار کشش در ناحیه الاستیک برای دو ماده ۱ و ۲ با شیب‌های متفاوت آورده شده است. مشخص است که مقاومت ماده ۱ در برابر تغییر شکل الاستیک بیشتر است (در یک تنش مشخص، کرنش کمتری تحمل کرده است).



در برخی مواد (چون خاکستری، مس نرم و بسیاری پلیمرها)، رابطه تنش کرنش در ناحیه الاستیک خطی نیست. در این موارد، مدول الاستیک یا شیب، در تنش‌های مختلف متفاوت است. در این مواد از مدول تانژانت یا مدول سکانت استفاده می‌شود.



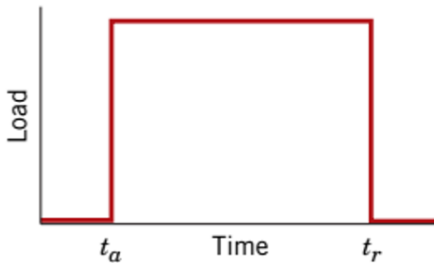
چون تغییر شکل الاستیک ناشی از تغییرات فاصله بین اتمی است، به ماهیت پیوند بین اتمها مربوط بوده و عوامل ساختاری، عناصر آلیاژی، عملیات حرارتی و ... تأثیر کمی بر آن دارند.

مدول الاستیک با افزایش دما برای اکثر مواد به جز بعضی لاستیکها کاهش می‌یابد.

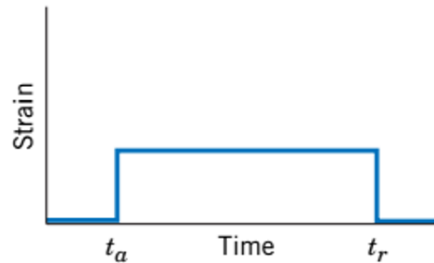
در فلزات و سرامیکها تغییر شکل الاستیک ماده، تقریباً مستقل از زمان است. یعنی در یک تنش خاص در محدوده الاستیک با گذشت زمان کرنش تغییر نمی‌کند (افزایش نمی‌یابد) و با برداشتن نیرو از روی جسم تقریباً همه کرنش به طور آنی بازگشت پیدا کرده و کرنش نیز به صفر می‌رسد.

اما در برخی پلیمرها، رفتار الاستیکی وابسته به زمان است. در این پلیمرها با اعمال یک تنش ثابت در محدوده الاستیک، با گذشت زمان شاهد افزایش کرنش هستیم و این کرنش پس از زمان محدودی پس از باربرداری بازگشت پیدا کرده و از بین می‌رود (رفتار ویسکوالاستیک).

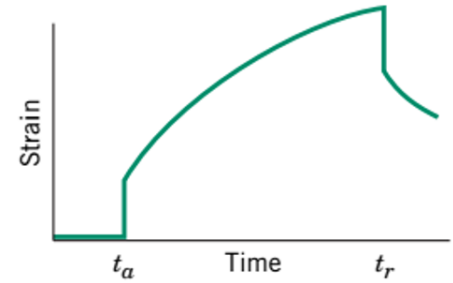
تغییرات نیرو با زمان



رفتار الاستیک



رفتار ویسکوالاستیک



ثوابت ناحیه الاستیک:

- مدول یانگ (E): بیانگر مقاومت به تغییرشکل الاستیک تحت بار محوری

$$S = Ee$$

- مدول برشی (مدول صلبیت) (G): بیانگر مقاومت به تغییرشکل الاستیک تحت نیرو یا تنش برشی

$$\tau = G\gamma$$

- مدول حجمی (K): بیانگر مقاومت به تغییرشکل الاستیک تحت تنش هیدرواستاتیک

$$K = \frac{-P}{dV/V} \Rightarrow P = -K \times dV/V$$

ارتباط بین ثوابت الاستیک:

$$E = 2G(1 + \nu) = 3K(1 - 2\nu)$$

عوامل مؤثر روی مدول الاستیک مواد:

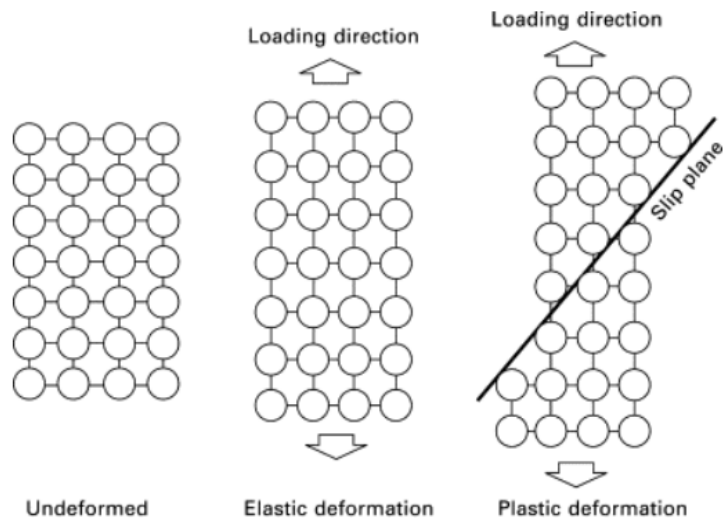
- جهات بلوری: مدول الاستیسیته تابعی از فاصله بین اتم‌ها و در نتیجه جهات بلوری است.

- درجه حرارت: با افزایش دما و کم شدن استحکام پیوند بین اتمی، مدول کاهش می‌یابد.

- عناصر آلیاژی

۲) ناحیه تغییر شکل پلاستیک (*Plastic deformation*)

تغییر شکل پلاستیک (مومسان) مواد در اثر شکسته شدن پیوندهای همسایه و ایجاد پیوند با همسایه‌های جدید می‌باشد. در نتیجه در اثر حذف تنش (باربرداری) اتم‌ها به جای قبلی باز نمی‌گردند و تغییر شکل دائمی است.



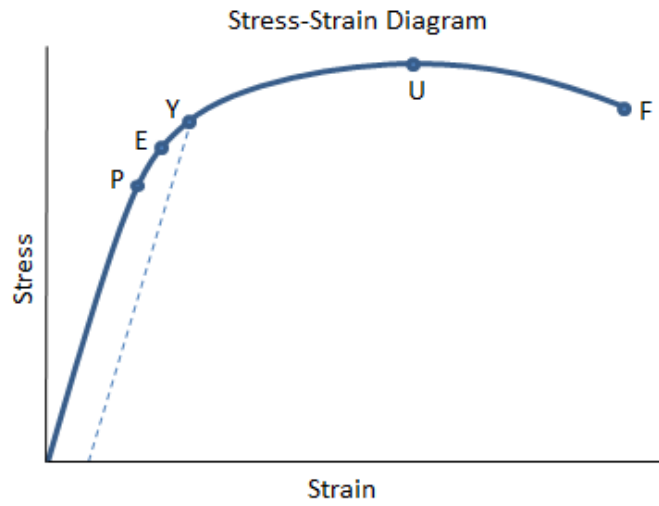
نقاط مهم در ناحیه تغییر شکل پلاستیکی ماده:

الف) نقطه تسلیم (*yield Point*): تنش‌ای که در آن تغییر شکل پلاستیک ماده شروع می‌شود. انتقال از ناحیه الاستیک به ناحیه پلاستیک ممکن است در یک نقطه اتفاق بیفتد یا تدریجی باشد (در محدوده‌ای از تنش) بسته به حالت انتقال، معیارهای نقطه تسلیم ماده متفاوت است، چند معیار متداول عبارتند از:

حد نسبی (*Proportional Limit*): برای مواد با انتقال تدریجی از ناحیه الاستیک به پلاستیک، گاهی نقطه تسلیم را بزرگترین مقدار تنش که مستقیماً با کرنش متناسب است می‌گیرند و به آن حد نسبی می‌گویند. این نقطه، نقطه انحراف منحنی از خط مماس در مبدا است.

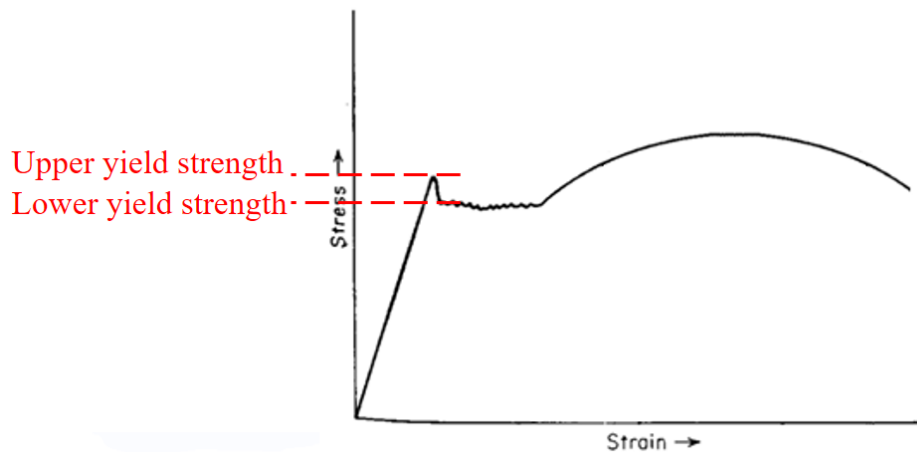
حد کشسان (*Elastic limit*): بزرگترین مقدار تنش که در آن همه کرنش ایجاد شده در ماده، الاستیک یا کشسان است. استحکام تسلیم (*Yield strength*): از آنجایی که تعیین حد نسبی و کشسان سخت است، در اکثر مواقع از استحکام تسلیم (*S_y*) به عنوان معیاری از تسلیم ماده استفاده می‌کنند. به آن استحکام تسلیم قراردادی (*offset yield strength*) نیز می‌گویند.

استحکام تسلیم (*S_y*) تنش‌ای است که در آن، ماده تغییر شکل پلاستیک بسیار کم (۰.۲٪) ($e=0.002$) را متحمل شده باشد. برای تعیین مقدار آن، خطی موازی خط الاستیک، از کرنش ۰.۰۰۲ رسم می‌کنیم. محل برخورد خط با منحنی، *S_y* است.



برای موادی که ناحیه الاستیک غیرخطی دارند (مثل چوب خاکستری، مس نرم و بسیاری از پلیمرها) از روش استحکام تسلیم قراردادی نمی‌توان استفاده کرد. برای این مواد، استحکام تسلیم با مقدار تنش لازم برای ایجاد کرنش مشخص کل (مثلاً $\epsilon = 0/005$) برابر فرض می‌شود.

برای بعضی از فولادها و دیگر مواد، منحنی کشش به شکل روبرو است. برای منحنی‌های این مواد، نقطه تسلیم پایینی را به عنوان استحکام تسلیم در نظر می‌گیرند. زیرا بخوبی قابل تشخیص است، به روش آزمون حساس نیست و از ضریب اطمینان بیشتری نسبت به نقطه تسلیم بالایی در طراحی و کاربرد برخوردار است.



ب) استحکام کشش نهایی (*ultimate tensile strength (UST)*): حداکثر تنش مهندسی که ماده می‌تواند در آزمون کشش تحمل کند. (نقطه حداکثر منحنی)

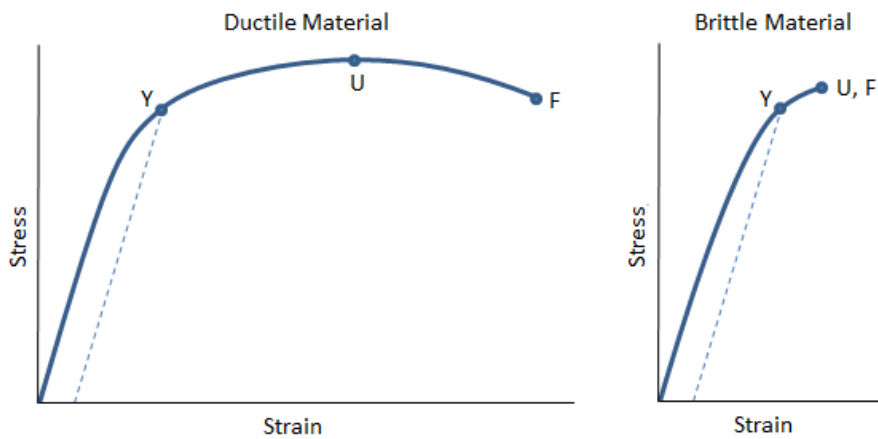
ج) استحکام شکست (*Fracture strength*): تنش مهندسی در نقطه شکست

کمیت‌های مهم دیگر قابل محاسبه با آزمون کشش:

الف) نرمی (Ductility): معیاری است از میزان تغییر شکل پلاستیک قابل تحمل در ماده تا قبل از شکست. به موادی که تغییر شکل کمی تا قبل از شکست دارند، مواد ترد می‌گویند مثل خنثی از مواد سرامیکی

مواد با قابلیت تغییر شکل پلاستیکی زیاد ← مواد نرم (Ductile)

مواد با قابلیت تغییر شکل پلاستیکی کم ← مواد ترد (Brittle)



روش‌های بیان نرمی (انعطاف‌پذیری):

$$e_f = \frac{L_f - L_0}{L_0}$$

میزان ازدیاد طول نسبی تا لحظه شکست

$$q_f = \frac{A_0 - A_f}{A_0}$$

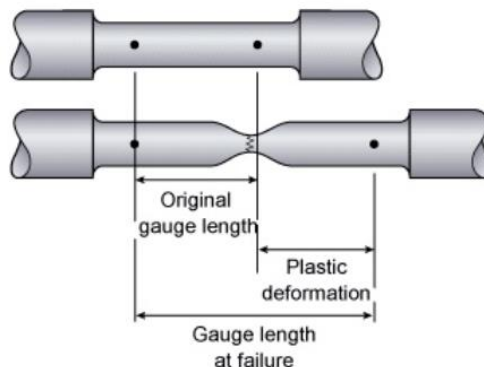
میزان کاهش سطح مقطع نسبی تا لحظه شکست

A_0 : سطح مقطع اولیه سنجه

L_0 : طول اولیه سنجه

A_f : سطح مقطع سنجه پس از شکست (سطح مقطع در محل شکست)

L_f : طول سنجه بعد از شکست نمونه



هر دو مقدار q_f و e_f پس از شکست نمونه و با قراردادن قطعات نمونه در کنار هم و اندازه‌گیری L_f و A_f به دست می‌آیند.

مقدار e_f شدیداً به طول اولیه نمونه کشش (L_0) بستگی دارد. یعنی هرچه L_0 کمتر $e_f \leftarrow$ بزرگتر

زیرا مقدار زیادی از تغییر شکل در ناحیه گلوبی اتفاق می‌افتد. هرچه طول اولیه کمتر، سهم تغییر شکل گلوبی به تغییر شکل

کل بیشتر است. بنابراین وقتی نرمی به وسیله e_f بیان می‌شود، مقدار طول اولیه نیز حتماً باید ذکر شود (هنگامی که نسبت $\frac{\sqrt{A_0}}{L_0}$

در دو نمونه برابر باشد، e_f نیز برای آنها برابر است).

از طرفی q ، مستقل از هر دوی L_0 ، A_0 است و معیار مناسب‌تری برای بیان نرمی ماده است. مقادیر q_f و e_f در یک ماده

مشخص، معمولاً متفاوت‌اند.

ارتباط e و q تا نقطه گلوبی:

تا قبل از نقطه گلوبی رابطه روبرو برقرار است: $A_0 L_0 = AL$

چون در تغییر شکل پلاستیک، تغییر حجم صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{A_0}{A} = \frac{L}{L_0} \quad e = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1 = \frac{A_0}{A} - 1 = \frac{1}{1 - q} - 1 = \frac{q}{1 - q}$$

اگر طول سنج به سمت صفر میل کند (کرنش تا لحظه شکست را بتوان همگن فرض کرد) رابطه تا لحظه شکست برقرار است.

تفاوت سطح شکست ترد و نرم:

- در مقیاس ماکروسکوپی:

Ductile vs. Brittle Failure



(a)

cup-and-cone fracture

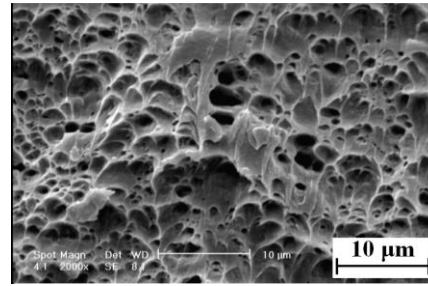
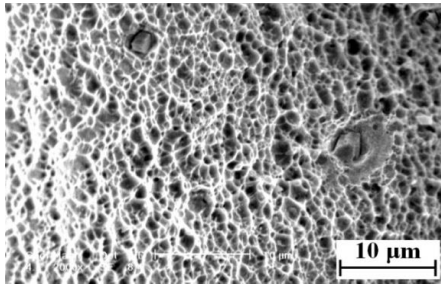


(b)

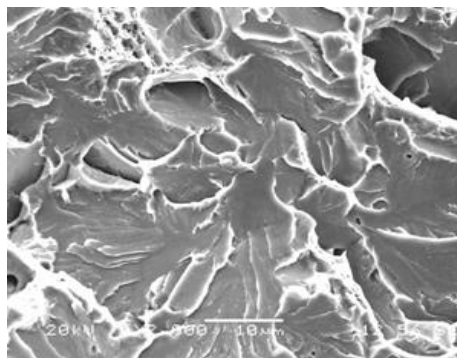
brittle fracture

- در مقیاس میکروسکوپی:

شکست نرم: شکست نرم در اثر تغییر شکل پلاستیکی، تشکیل و به هم پیوستن حفرات (*dimples*) اتفاق می‌افتد.



شکست ترد: شکست ترد در اثر جدایش ماده از روی صفحات خاصی از بلور موسوم به صفحات تورقی یا کلیواژ (*cleavage*) در اثر تنش کششی عمود بر آنها اتفاق می‌افتد.



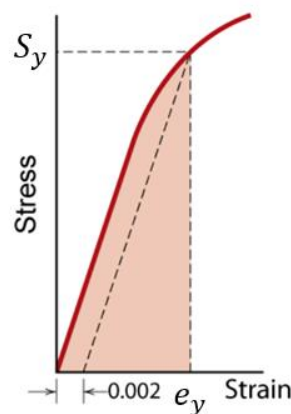
(ب) برجهندگی (مدول جهش) (*Resilience*):

میزان انرژی جذب شده در واحد حجم توسط نمونه کشش در ناحیه الاستیک را مدول جهش گویند و با رابطه زیر نشان می‌دهند:

$$U_r = \int_0^{e_y} S de$$

$$\text{اگر ناحیه الاستیک خطی باشد} \quad U_r = \frac{1}{2} S_y e_y = \frac{1}{2} S_y \cdot \frac{S_y}{E} = \frac{S_y^2}{2E}$$

واحد $U_r \leftarrow \text{J}/m^3$ (ژول بر مترمکعب)، انرژی جذب شده در واحد حجم ماده است.



ج) چقرمگی (تافنس) (*Toughness*):

معیاری برای میزان انرژی جذب شده در واحد حجم توسط ماده تا لحظه شکست

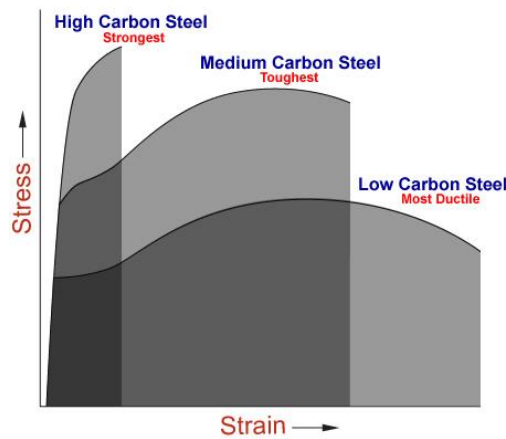
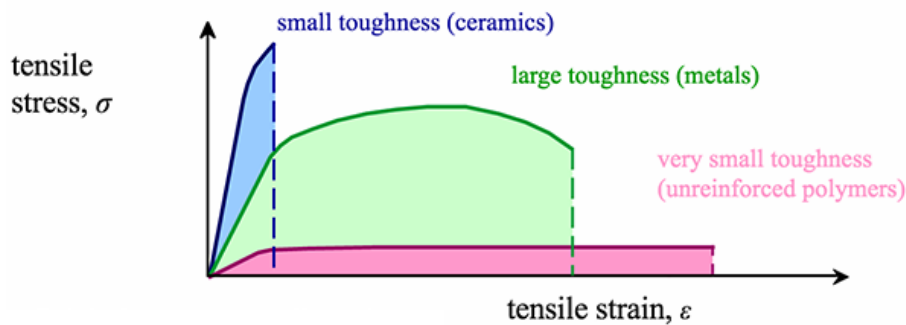
میزان چقرمگی ماده در شرایط مختلف بارگذاری (دینامیکی، نرخ کرنش زیاد و استاتیکی، نرخ کرنش کم) همینطور در حالت‌های

مختلف جسم (بدون محل تمرکز تنش (شیار و با شیار) با آزمون‌های مختلف اندازه‌گیری می‌شود.

در آزمون کشش (نرخ اعمال نیروی پایین و نمونه بدون تمرکز تنش) چقرمگی به صورت سطح زیرزمینی $s-e$ از کرنش صفر تا

کرنش شکست اندازه‌گیری می‌شود و واحد آن مشابه مدول جهش J/m^3 است.

$$U_T = \int_0^{e_f} s de$$



برخی پارامترهای تاثیرگذار بر چقرمگی ماده:

- ساختار ماده

- عناصر آلیاژی

- نرخ کرنش (سرعت اعمال نیرو به ماده) $\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}$

- دما

- مکان‌های تمرکز تنش (اثر شیار، *Notch effect*)

چند فرمول تخمینی برای محاسبه چقرمگی:

برای مواد نرم با منحنی تنش - کرنش مشابه با فولادهای ساختمانی:

$$U_T \approx S_u \times e_f$$

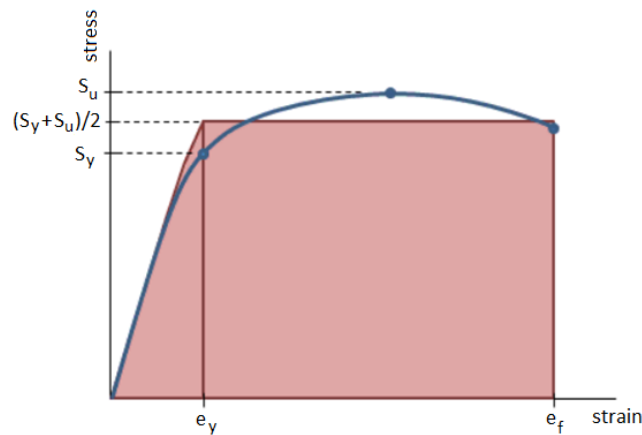
$$U_T \approx \frac{S_y + S_u}{2} \times e_f$$

برای مواد ترد:

$$U_T \approx \frac{2}{3} S_u \times e_f$$

رابطه دقیق تر برای مواد نرم:

$$U_T \approx \left(\frac{S_y + S_u}{2} \right) \cdot \left(e_f - \frac{1}{2} e_y \right) = \left(\frac{S_y + S_u}{2} \right) \cdot e_f - \left(\frac{S_y + S_u}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2E}$$



مادهای چقرمه است یا تافنس بالایی دارد که هم استحکام زیاد و هم نرمی بالایی داشته باشد.

نرمی مهم تر است ←



منحنی تنش حقیقی - کرنش حقیقی (منحنی جریان)

$$\text{تنش حقیقی} \quad \sigma = \frac{F}{A_i}$$

$$\text{کرنش حقیقی} \quad \varepsilon = \ln \frac{L_i}{L_0} = \ln \frac{A_0}{A_i} \quad \varepsilon = \ln \left(\frac{1}{1-r} \right) \quad . \quad r = \frac{A_0 - A_i}{A_0}$$

A_0, L_0 ← طول و سطح مقطع اولیه سنج

A_i, L_i ← طول و سطح مقطع لحظه‌ای سنج

رابطه کرنش حقیقی و مهندسی:

$$e = \frac{L_i - L_0}{L_0} = \frac{L_i}{L_0} - 1 \Rightarrow \frac{L_i}{L_0} = 1 + e \rightarrow \varepsilon = \ln(1 + e)$$

این رابطه فقط تا شروع ناحیه گلوبی صدق می‌کند.

برای محاسبه کرنش حقیقی در ناحیه گلوبی شدن نمونه باید از رابطه $\ln \frac{A_0}{A_i}$ استفاده کرد، زیرا در ناحیه گلوبی، تغییر طول یکنواخت نداریم.

رابطه تنش حقیقی و مهندسی:

$$\sigma = \frac{F}{A_i} = \frac{F}{A_0} \times \frac{A_0}{A_i} = S(1 + e) \Rightarrow \sigma = S(1 + e)$$

$$1 + e = \exp(\varepsilon) \Rightarrow \sigma = S \exp(\varepsilon)$$

اعتبار این رابطه نیز تا شروع ناحیه گلوبی است.

با کمک روابط بالا و محاسبه تنش و کرنش حقیقی می‌توان منحنی حقیقی کشش را رسم کرد.

مقایسه منحنی‌های تنش - کرنش در دو حالت حقیقی و مهندسی:

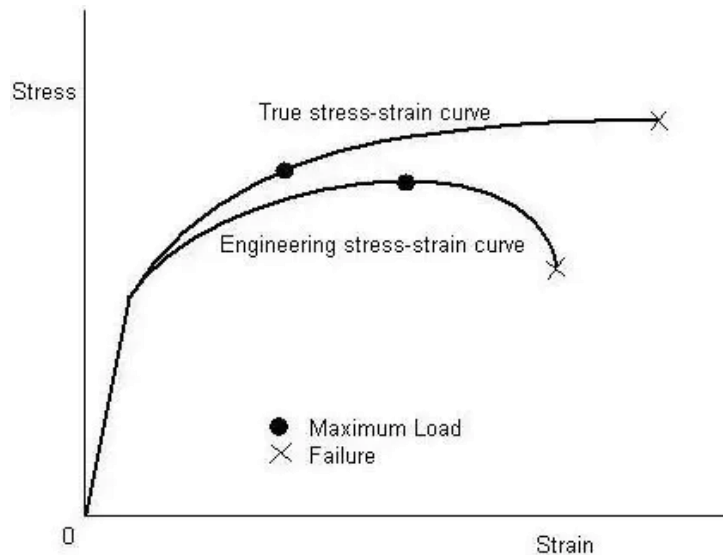
منحنی تنش حقیقی - کرنش حقیقی تا رسیدن به نیروی حداکثر در سمت چپ و بالای منحنی مهندسی قرار دارد. در حالی

که پس از نیروی حداکثر، کرنش‌های موضعی بزرگ در ناحیه گلوبی (بدست آمده از رابطه $\varepsilon = \ln \frac{A_0}{A_i}$) باعث می‌شود کرنش

حقیقی بزرگ‌تر شود.

$$F \downarrow \text{ and } A \downarrow \Rightarrow \sigma \uparrow$$

در ناحیه گلوبی برای منحنی حقیقی:



کمیت‌های قابل محاسبه از منحنی حقیقی:

تنش حقیقی در نیروی حداکثر (نقطه شروع گلوبی):

$$\sigma_u = \frac{F_{max}}{A_u} \quad \sigma_u = S_u \frac{A_0}{A_u} = S_u \exp(\epsilon_u)$$

A_u : سطح مقطع لحظه‌ای در بار حداکثر

کرنش حقیقی در نیروی حداکثر (کرنش حقیقی یکنواخت):

$$\epsilon_u = \ln \frac{A_0}{A_u} = \ln \frac{L_u}{L_0} = \ln \left(\frac{1}{1 - r_u} \right) \quad r_u = \frac{A_0 - A_u}{A_0}$$

تنش حقیقی شکست:

$$\sigma_f = \frac{F_f}{A_f}$$

F_f : نیرو در لحظه شکست

A_f : سطح مقطع در لحظه شکست

کرنش حقیقی شکست:

$$\epsilon_f = \ln \frac{A_0}{A_f} = \ln \frac{1}{1 - r_f} \quad r_f = \frac{A_0 - A_f}{A_0}$$

محاسبات فقط با سطح مقطع قابل قبول است.

کرنش حقیقی غیریکنواخت (ناحیه گلویی شدن):

$$\varepsilon_n = Ln \frac{A_u}{A_f}$$

روابط ارائه شده برای نشان دادن شکل منحنی جریان حقیقی در ناحیه تغییر شکل پلاستیک یکنواخت:

برای راحتی محاسبات مربوط به منحنی تنش حقیقی-کرنش حقیقی در ناحیه پلاستیک یکنواخت، روابطی برای این منحنی ارائه شده است که مهم‌ترین و ساده‌ترین آن‌ها رابطه هولمن است:

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad \text{رابطه هولمن}$$

K : ضریب استحکام

n : توان کار سختی (معمولا ۰/۵ - ۰/۱)

محدودیت رابطه هولمن: عدم دقت در کرنش‌های کوچک (برای کرنش‌های $0.04 \leq \bar{\varepsilon} \leq \bar{\varepsilon}_{uts}$ قابل استفاده است).
روابط دیگر:

$$\sigma = \sigma_0 + K \varepsilon^n \quad \text{رابطه لودویک}$$

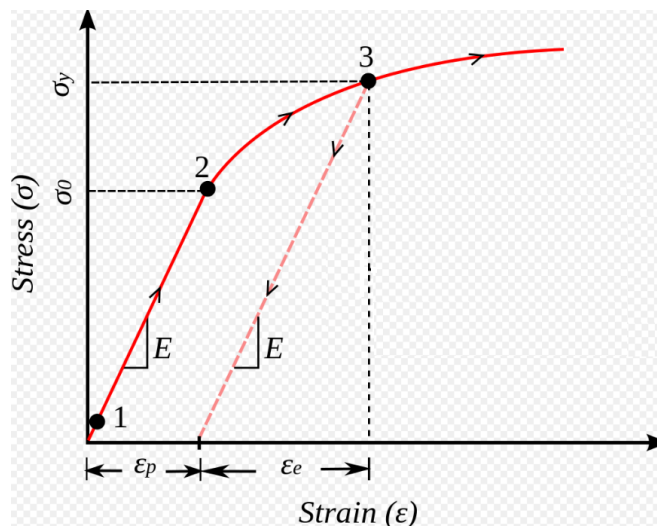
$$\sigma = K (\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \quad \text{رابطه سویفت}$$

σ_0 : تنش تسلیم

ε_0 : کرنش پلاستیک ابتدایی داده شده به ماده قبل از آزمون کشش

کرنش حقیقی در روابط بالا باید همان کرنش مومسان (پلاستیک) باشد:

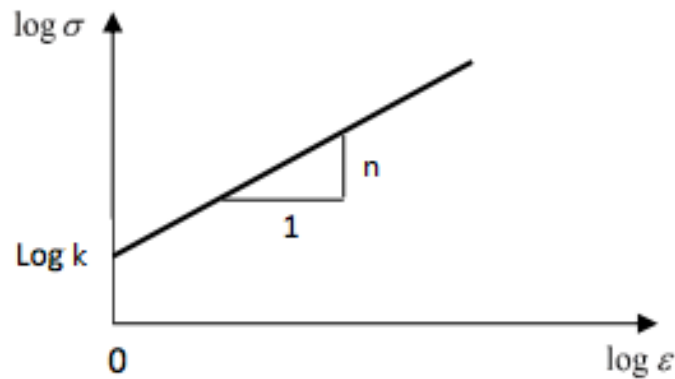
$$\varepsilon_p = \varepsilon_{total} - \varepsilon_e = \varepsilon_{total} - \frac{\sigma_y}{E}$$



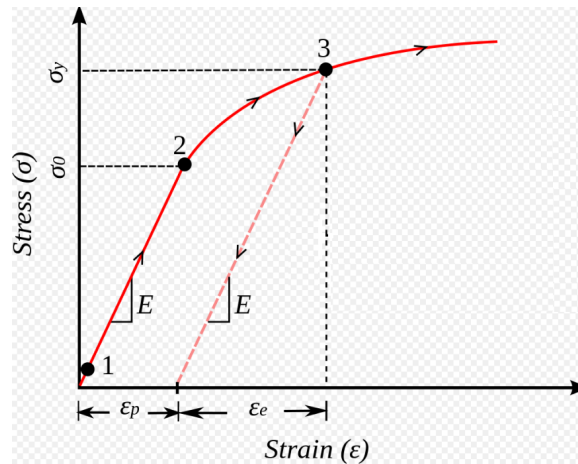
رابطه هولمن در بسیاری مواقع تطابق خوبی با شکل منحنی داشته و همچنین به دلیل ساده بودن آن استفاده بیشتری دارد.

با رسم نمودار $\log \sigma - \log \varepsilon$ می توان n , K را بدست آورد:

$$\log \sigma = \log K + n \log \varepsilon$$



کارسختی یا افزایش استحکام در اثر اعمال کرنش پلاستیکی:



نرخ یا آهنگ کارسختی:

نرخ یا آهنگ کارسختی را با $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ نشان می دهیم.

رابطه نرخ کارسختی با توان کار سختی (n) هنگامی که منحنی تنش حقیقی-کرنش حقیقی از رابطه هولمن تبعیت کند:

$$n = \frac{d(Ln\sigma)}{d(Ln\varepsilon)} = \frac{d\sigma/\sigma}{d\varepsilon/\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = n \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

شرایط گلوبی شدن در آزمون کشش

نقطه با نیروی حداکثر (نقطه ناپایداری یا شروع گلوبی) در منحنی تنش کرنش حقیقی:

$$dF=0 \quad \text{در این نقطه داریم}$$

زیرا نیروی حداکثر است.

$$F = \sigma A \quad dF = \sigma dA + Ad\sigma$$

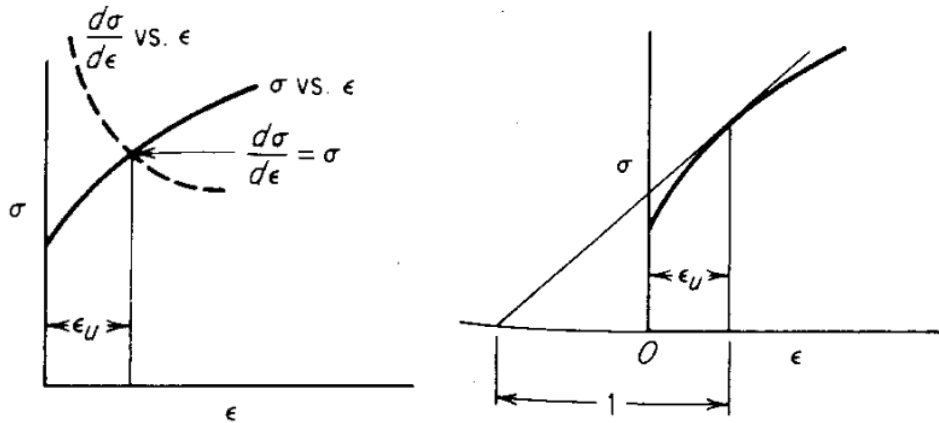
$$df = \sigma dA + Ad\sigma = 0 \quad \frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{dA}{A} \quad \text{در نقطه نیروی حداکثر}$$

$$d\varepsilon = \frac{dL}{L} = -\frac{dA}{A} \Rightarrow \frac{d\sigma}{\sigma} = d\varepsilon \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma \quad \text{با توجه به ثابت بودن حجم}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)_u = \sigma_u \quad \text{پس در نقطه گلوبی}$$

(یعنی در نقطه گلوبی نرخ کار سختی با تنش برابر می‌شود.)

بیان گرافیکی بالا:



معیار گلوبی شدن در صورت استفاده از کرنش مهندسی با وضوح بیشتری قابل تشریح است:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{de} \frac{de}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{de} \frac{dL/L_0}{dL/L} = \frac{d\sigma}{de} \cdot \frac{L}{L_0} = \frac{d\sigma}{de} (1 + e) = \sigma \Rightarrow \frac{d\sigma}{de} = \frac{\sigma}{1 + e}$$

داشتیم هنگامی که ماده از معادله هولمن تبعیت کند داریم: $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = n \frac{\sigma}{\varepsilon}$

و در حالت کلی نیز اثبات شد: $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$

پس وقتی ماده از رابطه هولمن تبعیت کند در لحظه گلوبی شدن داریم: $\varepsilon_u = n$

مثال: اگر منحنی تنش حقیقی - کرنش حقیقی از رابطه $\delta = 2 \times 10^5 \varepsilon^{0/33}$ بدست آید، موارد زیر را محاسبه کنید:

الف) کرنش و تنش حقیقی در نقطه بار حداکثر (نقطه شروع گلوبی)

$$\varepsilon_u = n \Rightarrow \varepsilon_u = 0/33$$

$$\sigma_u = 2 \times 10^5 \times (0/33)^{0/33} = 138700 \text{ psi} = 138/7 \text{ ksi}$$

ب) استحکام کشش نهایی

$$S_u = \frac{\sigma_u}{\exp(\varepsilon_u)} = \frac{138700}{\exp(0/33)} = 99700 \text{ psi}$$

ج) کرنش مهندسی در بار حداکثر

$$\varepsilon_u = \ln(1 + e_u) \Rightarrow e_u = \exp(\varepsilon_u) - 1$$

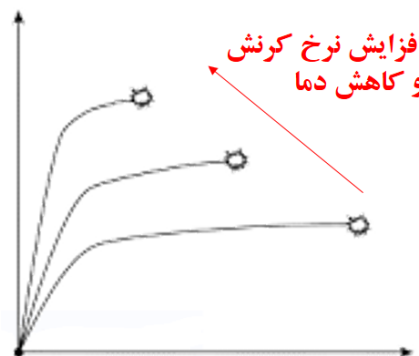
تمرین: نشان دهید $q_f = 1 - e \times \rho(\varepsilon_f)$ که ε_f کرنش حقیقی در لحظه شکست و q_f مقدار کاهش سطح مقطع شکست $\left(\frac{A_0 - A_f}{A_0}\right)$ است.

تمرین: اگر منحنی تنش حقیقی کرنش حقیقی از رابطه $\delta = k\varepsilon^n$ پیروی کند، رابطه بین تنش تسلیم و کاهش سطح مقطع را بدست آورید.

تأثیر دما و نرخ کرنش (سرعت تغییر شکل) بر شکل منحنی کشش:

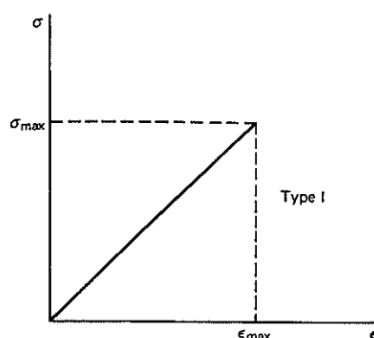
$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} \text{ : نرخ کرنش}$$

مطابق شکل اثر افزایش نرخ کرنش و کاهش دما افزایش استحکام و کاهش نرمی (داکتیلیتی) ماده است. به عبارت دیگر با افزایش نرخ کرنش و کاهش دما، ماده تردتر می شود.



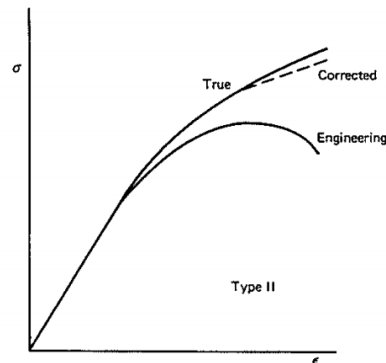
رفتار کششی مواد مختلف (منحنی های تنش - کرنش در مواد مختلف)

۱- رفتار الاستیک کامل (نوع I) (*Elastic response*) مواد با رفتار کشش روبرو: شیشه ها، بسیاری سرامیک ها، پلیمرهای دارای پیوند عرضی زیاد، سنگ ها



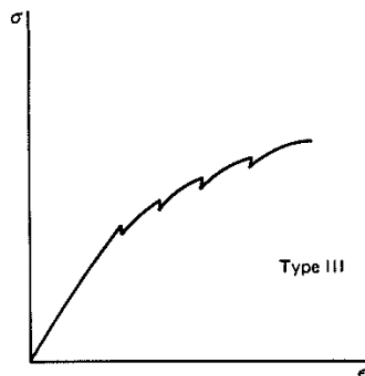
Type I stress-strain behavior revealing completely elastic material response.

۲- رفتار الاستیک-پلاستیک یکنواخت (نوع II) (*Elastic-homogeneous plastic r.*) همه قسمت‌های منحنی، الاستیک، پلاستیک کار سختی و گلویی شدن قابل مشاهده است. نقطه تسلیم مشخص نداشته و از استحکام تسلیم قراردادی برای نشان دادن محل تسلیم استفاده می‌شود. مواد دارای رفتار روبرو: بسیاری آلیاژهای مس، آلومینیوم، فولاد پرکربن



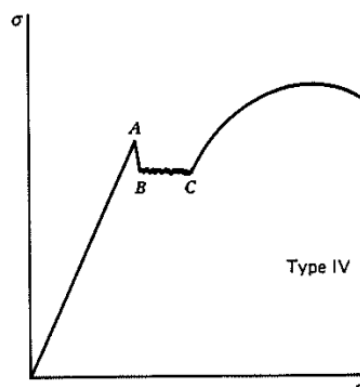
Type II stress-strain behavior revealing elastic behavior followed by a region of homogeneous plastic deformation. Data are plotted on the basis of engineering and true stress-strain definitions.

۳- رفتار الاستیک-پلاستیک غیریکنواخت نوع III (*Elastic-non homogeneous plastic*): مشخصه این نمودارها وجود دندانها (*serrations*) در قسمت کارسختی منحنی ناشی از تغییرات ساختاری مانند دوقلویی، اثر پورتون-لوشاتلیه ناشی از اتم‌های محلول یا برهم کنش جای خالی‌ها با نابجایی‌هاست. (بسیاری از فلزات هگزاگونال و *BCC* در محدوده‌های دمایی خاص همچنین بسیاری فلزات *FCC* در محدوده‌های دما و نرخ کرنش خاص)



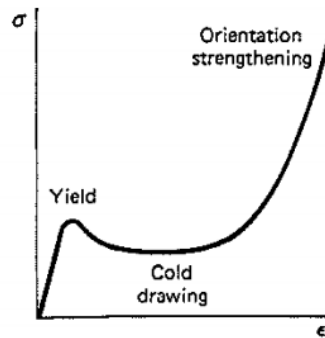
Type III stress-strain behavior reflecting elastic behavior followed by heterogeneous plastic flow. The latter can be caused by twin controlled deformation or solute atom-dislocation interactions.

۴- رفتار الاستیک-پلاستیک غیریکنواخت-پلاستیک یکنواخت نوع IV:



Type IV stress-strain behavior exhibiting a narrow heterogeneous deformation region between initial elastic and final homogeneous flow regions. Onset of local yielding occurs at upper yield point A with corresponding load drop to B defined as the lower yield point. After passage of Lüder band throughout the gage section, homogeneous deformation commences at C.

۵- رفتار الاستیک پلاستیک غیریکنواخت - پلاستیک یکنواخت نوع V:



Type V stress-strain behavior usually found in crystalline polymers. Minimum in curve reflects cold drawing and competition between breakdown of initial structure and its subsequent reorganization into a highly oriented strong material.

آزمون دوم: آزمون سختی (Hardness Testing)

معمولاً تعاریف متفاوتی از سختی می‌شود. در متالورژی سختی را به عنوان معیاری برای مقاومت ماده در برابر تغییر شکل پلاستیکی می‌شناسند.

سه مکانیزم کلی سختی‌سنجی مواد

۱- **سختی‌سنجی خراشی (Scratch):** مهم‌ترین روش در این گروه، روش *Mohs* است. این روش برای سختی‌سنجی کانی‌ها استفاده می‌شود. در این روش ۱۰ کانی مختلف از ماده تالک (نرم‌ترین کانی) تا الماس (سخت‌ترین کانی) با درجه سختی ۱ تا ۱۰ مرتب شده‌اند. ماده که قرار است سختی‌سنجی شود، با هر یک از این کانی‌ها خراش داده می‌شود، بسته به درجه سختی کانی استاندارد که باعث ایجاد اثر روی ماده شود، درجه سختی ماده مشخص می‌شود.

۲- **سختی‌سنجی برگشتی یا انعکاسی (Rebound):** برای پلیمرها معمول است. مانند روش *Shore Scleroscope*، برای فلزات هم استفاده می‌شود. مانند روش *Leeb*

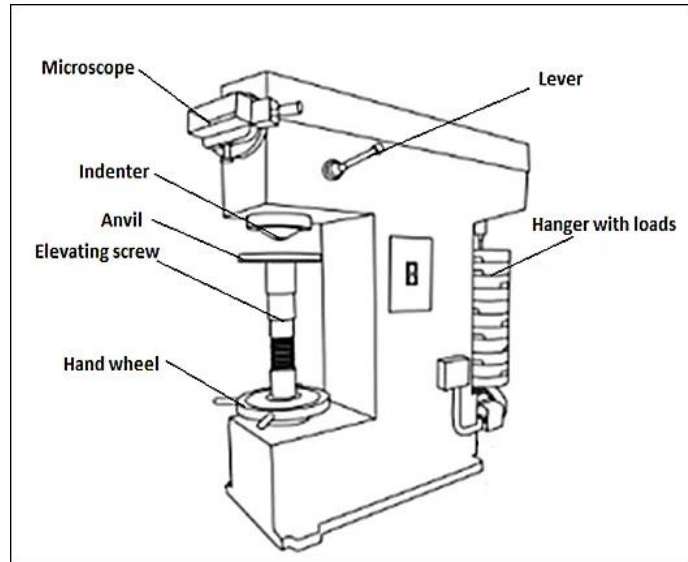
۳- **سختی‌سنجی فرورودگی (Indentation):** در مهندسی متالورژی و برای فلزات، روش‌های بر مبنای فرورودگی معمول هستند. در این روش‌ها یک فرورونده تحت بار در سطح جسم فرو رفته و عمق یا سطح اثر ایجاد شده توسط فرورونده معیاری برای سختی ماده است. در این دسته، روش‌های استاندارد مختلفی وجود دارند مانند روش برینل، ویکرز، راکول

مزایای آزمون سختی نسبت به دیگر آزمون‌های مکانیکی:

- ساده و ارزان بودن ← آزمون نیاز به آماده‌سازی زیاد نمونه ندارد و دستگاه نسبتاً ارزان و غیرپیچیده

- آزمون غیرمخرب است ← باعث تخریب ماده مورد نظر نمی شود. تنها یک فرورفتگی بسیار کوچک ایجاد می کند.
- دیگر خواص مکانیکی مثل استحکام کششی را می توان از مقادیر سختی تخمین زد.

سختی سنجی فرورونده گی، دستگاهی شبیه به شکل زیر دارد، نمونه روی سندان (*anvil*) قرار گرفته و فرورونده (*Indenter*) تحت نیروی مشخص در سطح نمونه فرو می رود.

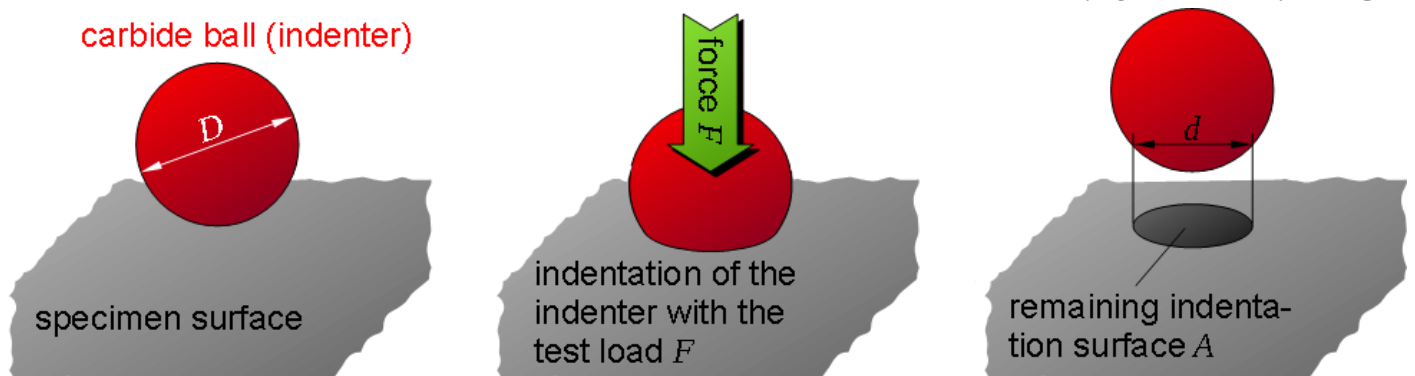


آزمون های مختلف سختی سنجی

۱- سختی سنجی برینل (*Brinell*):

اولین آزمایش سختی استاندارد و مورد قبول که در سال ۱۹۰۰ و توسط شخص برینل ارائه شد.

آزمایش سختی برینل عبارت است از ایجاد فرورفتگی در سطح فلز به وسیله یک گلوله فولادی به قطر 10mm و با نیروی $3000\text{--}500\text{ kg}$ برای فلزات سخت به جای گلوله فولادی از گلوله کاربید تنگستنی استفاده می شود تا سنبه اعوجاج پیدا نکند. نیرو به مدت ۱۰ تا ۳۰ ثانیه روی سطح مانده و بعد برداشته می شود.



قطر فرورفتگی پس از برداشتن بار توسط یک میکروسکوپ کم قدرت اندازه گیری شده و عدد سختی برینل (*BHN*) از رابطه زیر به دست می آید:

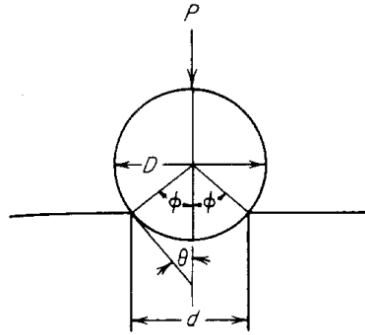
$$BHN = \frac{P}{\left(\frac{\pi D}{2}\right) (D - \sqrt{D^2 - d^2})}$$

P : نیروی اعمال شده

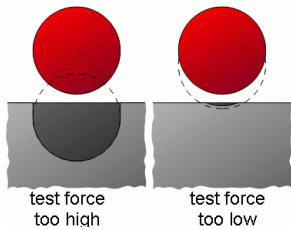
D : قطر فرورونده

d : قطر اثر فرورونده

$$\text{BHN} = \frac{P}{(\pi/2) D^2 (1 - \cos \phi)}$$

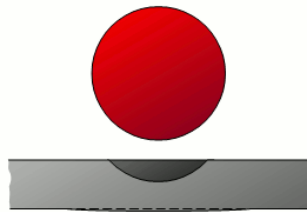


شرایط قطر اثر برای معتبر بودن عدد سختی برینل:



$$0.24 \cdot D \leq d \leq 0.6 \cdot D$$

برای مقاطع نازکتر ممکن است از فرورونده‌های با قطر کوچکتر (۱، ۲، ۲/۵، ۵ میلیمتر) استفاده شود.

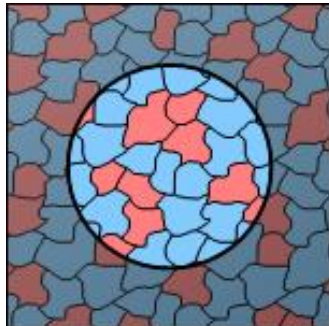


برای قابل مقایسه بودن نتایج سختی با فرورونده‌های با قطرهای مختلف، باید نیرو به شکلی اعمال شود که تساوی زیر برقرار شود:

$$\frac{P_1}{D_1^2} = \frac{P_2}{D_2^2} = \frac{P_3}{D_3^2} = \dots$$

مزایای روش برینل:

- به دلیل اندازه بزرگ فرورونده سختی میانگین بهتری از مواد از نظر ساختاری ناهمگن می‌دهد.



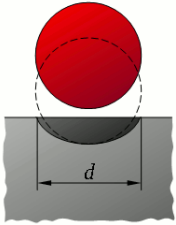
- به دلیل اندازه بزرگ اثر فرورنده کمتر تحت تأثیر ناهمواری‌ها و خراش‌های سطحی بوده و اندازه‌گیری‌ها دقت خوبی دارند.

معایب روش برینل:

- برای مواد خیلی نرم و خیلی سخت مناسب نیست.

با توجه به مطالب صفحه قبل:

اگر $d > 0.6D$ سختی به دست آمده بزرگتر از مقدار واقعی است.
اگر $d < 0.24D$ سختی به دست آمده کوچکتر از مقدار واقعی است.



- محدودیت در ضخامت نمونه وجود دارد. برای نمونه‌های با ضخامت کمتر از ۵/۲ میلیتر از این روش استفاده نمی‌شود.

نحوه بیان نتایج سختی برینل:

hardness value	ball diameter	test load	application time
Brinell hardness 200	2.5 mm	187.5-9.81 N = 1839 N	no indication: 10 bis 15 s
Brinell hardness 120	1.0 mm	10-9.81 N = 98.1 N	with indication: 25 s

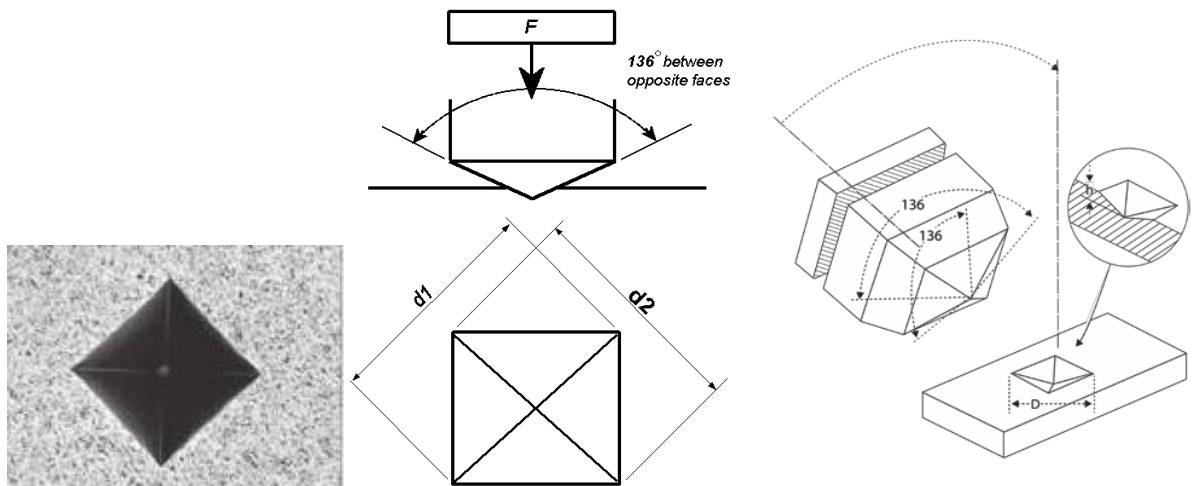
رابطه بین سختی برینل و استحکام کششی: (به صورت تقریبی بوده و برای فولادها، عمدتاً فولادهای کربنی استفاده می‌شود)

$$S_u \approx 3.5 BHN$$

۲- سختی سنجی ویکرز (Vickers):

این روش شامل فرورفتن یک فرورونده هرمی الماسی با زاویه بین وجوه ۱۳۶ درجه در سطح ماده است. به این نوع سختی سنجی، سختی سنجی هرم الماسی نیز می‌گویند.

اثری لوزی شکل با دو قطر $d1$ و $d2$ مطابق شکل روی سطح ماده ایجاد می‌شود.



عدد سختی ویکرز با استفاده از رابطه زیر محاسبه و گزارش می‌شود:

$$HV(VHN) = \frac{2F \sin(\theta/2)}{D^2}$$

F : نیروی وارده (از ۱ تا ۱۲۰ کیلوگرم)

θ : زاویه بین وجوه فرورونده (۱۳۶ درجه)

D : میانگین دو قطر اثر فرورونده ($d1$ و $d2$)

همان طور که مشاهده می شود واحد سختی با واحد تنش برابر است ولی از نظر فیزیکی، مفهوم آن معادل با تنش نیست.

مزایای روش ویکرز:

- با یک بار معین از فلزات بسیار نرم با سختی ۵ ویکرز تا مواد بسیار سخت با سختی ۱۵۰۰ ویکرز سنجش پیوسته‌ای از سختی انجام می دهد.
- مناسبترین روش برای یک نمونه مجهول است.

معایب روش ویکرز:

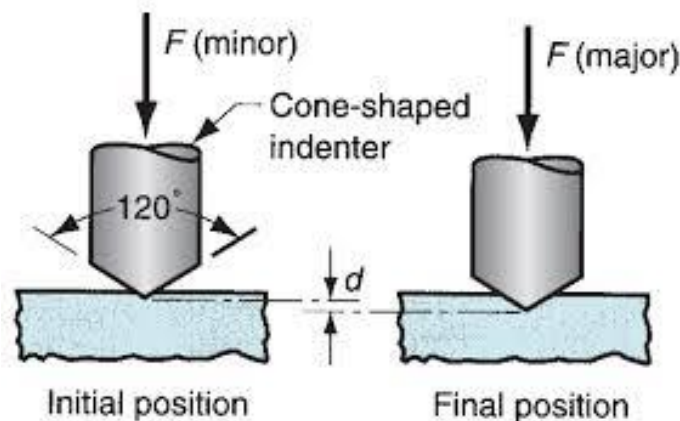
- آماده سازی سطحی بسیار خوبی برای نمونه باید انجام شود.
- در تعیین قطر به خاطر کوچک بودن اثر، امکان بروز خطای بیشتری وجود دارد.
- سرعت انجام آزمون کم است.

نحوه بیان نتایج سختی ویکرز:

hardness value	test load	application time
Vickers hardness 650	10·9.81 N = 981 N	no indication: 10 bis 15 s
Vickers hardness 220	20·9.81 N = 196 N	with indication: 30 s

۳- سختی سنجی راکول (Rockwell)

در این روش سختی سنجی، فرورونده ابتدا تحت بار اولیه (*minor*) در سطح فرو رفته، سپس بار اصلی (*major*) اعمال می شود و بیشتر در سطح فرو می رود. میزان سختی ماده از تفاوت عمق نفوذ حاصل از اعمال بارهای اولیه و اصلی (مقدار d در شکل) تعیین می شود.



نیروی اولیه ۱۰ کیلوگرم و نیروی اصلی ممکن است ۶۰، ۱۰۰ یا ۱۵۰ کیلوگرم باشند.

بسته به ماده مورد بررسی، سختی سنجی راکول با استفاده از ترکیب‌های مختلف از نیرو و شکل و جنس فرورونده انجام می‌شود.

تعدادی از مقیاس‌های مهم سختی سنجی راکول در زیر آورده شده‌اند.

محدوده مجاز عدد سختی	موارد کاربرد	فرورونده	بار اصلی (kg)	بار اولیه (kg)	مقیاس سختی راکول
20-88 HRA	کاربیدهای سماتنه، فولاد نازک و فولاد سخت شده سطحی	مخروط الماسه با زاویه ۱۲۰ درجه	60	10	راکول A (HRA)
20-100 HRB	مس و آلیاژهای آن، فولادهای نرم، آلومینیم و آلیاژهای آن	ساقچه با قطر ۱/۱۶ اینچ	100	10	راکول B (HRB)
20-70 HRC	فولاد، چدن‌های سخت، چدن مالیل پرلیتی، تیتانیم و آلیاژهای آن، فولاد سخت شده سطحی با لایه سختی ضخیم و سایر مواد سخت تر از 100 HRB	مخروط الماسه با زاویه ۱۲۰ درجه	150	10	راکول C (HRC)
40-77 HRD	فولاد نازک و فولاد سخت شده سطحی با لایه سختی متوسط و چدن مالیل پرلیتی	مخروط الماسه با زاویه ۱۲۰ درجه	100	10	راکول D (HRD)

توجه شود که مقیاس‌های مختلف کاربردهای مختلفی داشته و همچنین هر یک محدوده مجاز دارند. اگر عدد سختی اندازه‌گیری شده خارج از محدوده مجاز بود، آن عدد معتبر نبوده و قابل گزارش نیست.

اگر عدد سختی بیشتر از حداکثر محدوده مجاز باشد، به سراغ مقیاس مناسب برای مواد سخت‌تر می‌رویم و اگر عدد سختی کمتر از حداقل محدوده مجاز باشد به سراغ مقیاس مناسب برای مواد نرم‌تر می‌رویم.

به عنوان مثال اگر سختی ماده‌ای با مقیاس راکول B، بیشتر از ۱۰۰ بدست آمد آن عدد معتبر نیست و لازم است از مقیاس C که مناسب برای مواد سخت‌تر است برای سختی سنجی ماده استفاده شود.

مزایای روش راکول:

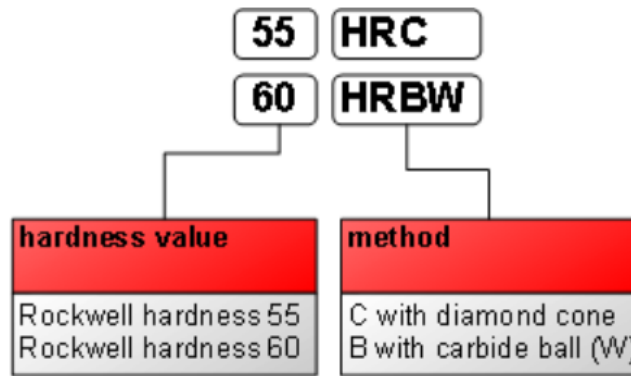
- سرعت عمل بالا

- نیاز نداشتن به آماده‌سازی سطحی یعنی سنباده‌زنی و صاف کردن سطح (زیرا مکانیزم ارزیابی سختی مانند روش‌های ویکرز و برینل اندازه‌گیری قطر اثر فرورونده روی سطح نیست که خطا ایجاد کند، همچنین بار اولیه تا حدی تأثیر غیریکنواختی‌های سطحی را از بین می‌برد).

محدودیت روش راکول:

- برای مواد از نظر ساختاری غیرهمگن مناسب نیست.

نحوه بیان نتایج سختی راکول:



۴- سختی سنجی راکول سطحی (Superficial Rockwell)

شبیبه به روش راکول است فقط بار اولیه ۳ کیلوگرم و بار اصلی ۱۵، ۳۰ یا ۴۵ کیلوگرم است. برای سختی سنجی مقاطع نازک استفاده می شود.

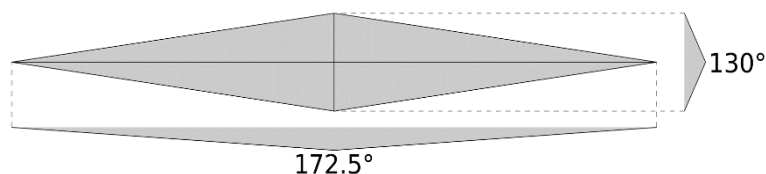
۵- میکروسختی سنجی

میکروسختی سنجی ویکرز (Vickers microhardness)

برای تعیین سختی در نواحی بسیار کوچک (اندازه های میکرومتری) مانند سختی هر یک از فازهای یک ماده چند فازی استفاده می شود. (روش های دیگر چون سطح اثر بزرگی دارند برای این کار مناسب نیستند و یک سختی کلی از ماده گزارش می کنند.) شبیه به همان روش ویکرز است، فقط در نیروهای بسیار کمتر (۱ تا ۱۰۰۰ گرم) انجام می شود. به همین دلیل سطح اثر فرورونده بسیار کوچک است.

میکروسختی سنجی نوپ (Knoop)

مانند میکروسختی سنجی ویکرز برای بررسی سختی نواحی بسیار کوچک استفاده می شود. فرورونده از جنس الماس هرمی است. برعکس فرورونده ویکرز که زوایای بین وجوه آن ۱۳۶ درجه است در فرورونده نوپ زوایا ۱۳۰ و ۵/۱۷۲ هستند.



در مقایسه با میکروسختی ویکرز:

- عمق نفوذ در میکروسختی نوپ کمتر است (برای بررسی سختی پوشش های نازک مناسب تر است).

- ترک کمتری در مواد ترد ایجاد می کند.

- عدد سختی با خواندن قطر بزرگ انجام می شود که به دلیل بزرگ بودن آن دقت را افزایش می دهد.

نکات کلی در مورد سختی سنجی مواد:

- ضخامت نمونه باید حداقل ۱۰ برابر عمق نفوذ فرورفتگی باشد.

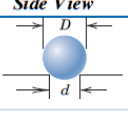

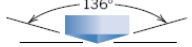

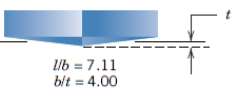

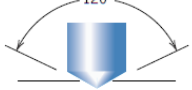

- فاصله مرکز فرورفتگی از لبه نمونه یا مرکز فرورفتگی های دیگر، حداقل سه برابر قطر فرورفتگی باشد.

- فرورونده و قسمت نگهدارنده (سندان) کاملاً تمیز باشند.

- سطح مورد آزمایش باید تمیز و خشک، صاف و بدون اکسید باشد. میزان صافی مورد نیاز بستگی به روش دارد.

- با جداول تبدیل سختی ها (*hardness conversion tables*) می توان مقادیر سختی معادل در روش های مختلف را مشاهده کرد.

جدول نشان دهنده پارامترها در هر یک از روش های سختی سنجی فلزات:

Hardness-Testing Techniques					
Test	Indenter	Shape of Indentation		Load	Formula for Hardness Number ^a
		Side View	Top View		
Brinell	10-mm sphere of steel or tungsten carbide			P	$HB = \frac{2P}{\pi D[D - \sqrt{D^2 - d^2}]}$
Vickers microhardness	Diamond pyramid			P	$HV = 1.854P/d_1^2$
Knoop microhardness	Diamond pyramid			P	$HK = 14.2P/l^2$
Rockwell and superficial Rockwell	{ Diamond cone: $\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ in. diameter steel spheres			60 kg } Rockwell 100 kg } 150 kg } 15 kg } Superficial Rockwell 30 kg } 45 kg }	

^aFor the hardness formulas given, P (the applied load) is in kg, and D, d, d₁, and l are all in millimeters.

Source: Adapted from H. W. Hayden, W. G. Moffatt, and J. Wulff, *The Structure and Properties of Materials*, Vol. III, *Mechanical Behavior*. Copyright © 1965 by John Wiley & Sons, New York.

آزمون سوم: آزمون ضربه (Impact Testing)

این آزمون برای بررسی مقاومت مواد در برابر بارهای ضربه ای استفاده می شود.

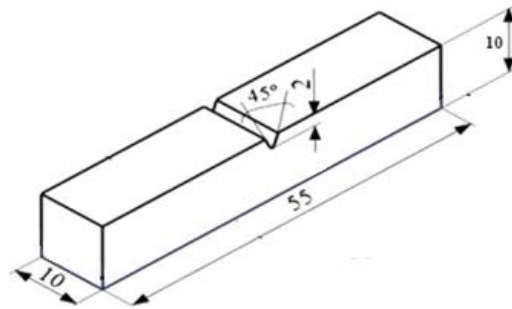
میزان انرژی جذب شده در اثر شکست یک نمونه شیاردار از ماده مورد نظر تحت یک نیروی ضربه ای اندازه گیری و گزارش

می شود. تفاوت هایی را بین مواد مشخص می کند که در آزمون کشش مشخص نمی شود.

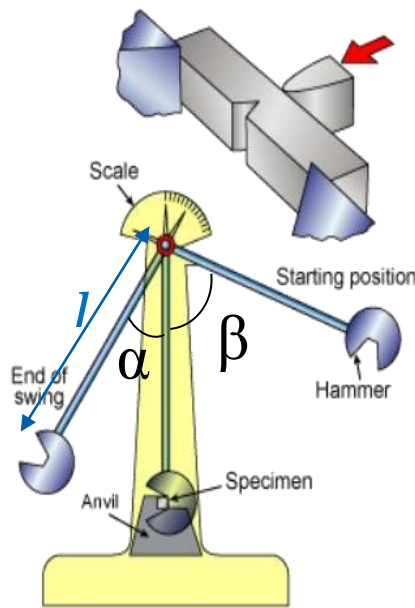
دو روش استاندارد متداول برای آزمون ضربه فلزات داریم:

۱- آزمون شاریپی (Charpy test)

نمونه‌ای مطابق شکل زیر به صورت زیر از ماده مورد نظر تهیه می‌شود.



نمونه روی به صورت افقی روی تکیه‌گاه قرار گرفته و نیروی ضربه‌ای توسط پاندول به قسمت پشت شیار نمونه وارد می‌شود. نمونه شکسته شده و پاندول تا ارتفاعی کمتر از ارتفاع اولیه بالا می‌آید.



از اختلاف ارتفاع قبل و بعد از شکست، انرژی جذب شده توسط نمونه محاسبه می‌شود:

$$E_1 = m \times g \times h_1 = m \times g \times (l - l \times \cos\alpha)$$

$$E_2 = m \times g \times h_2 = m \times g \times (l - l \times \cos\beta)$$

$$E(J) = m \times g \times l \times (\cos\beta - \cos\alpha)$$

E : انرژی ضربه (چقرمگی شکست)

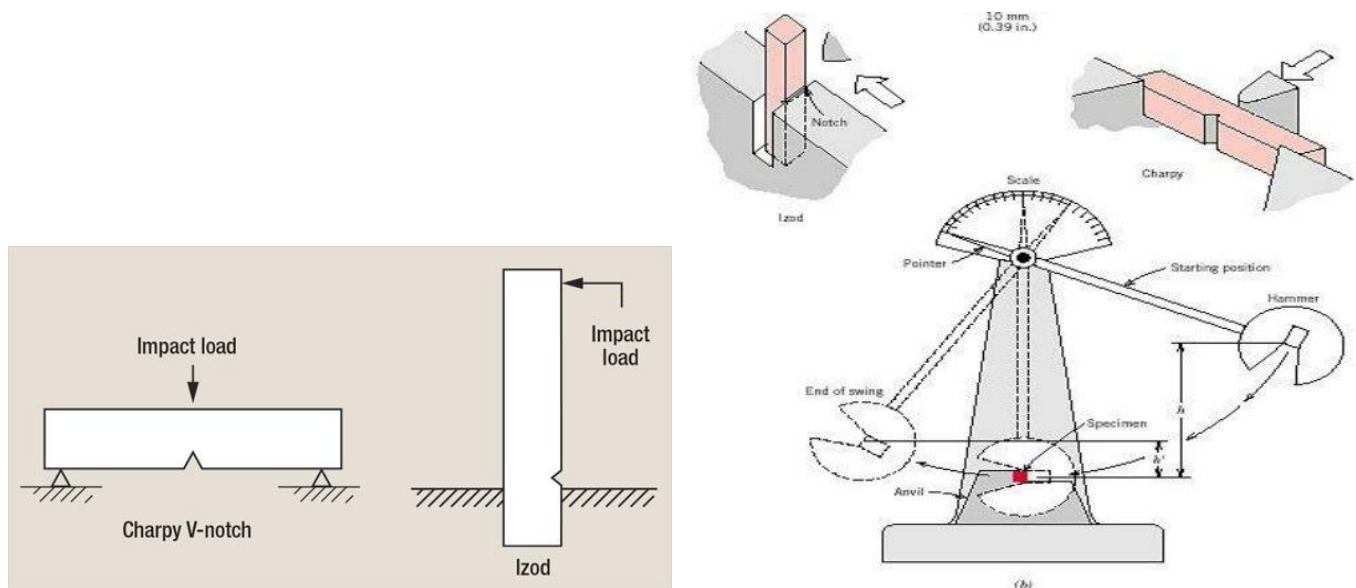
α : زاویه رها شدن چکش

β : زاویه نهایی چکش بعد از شکست نمونه

L : طول چکش

۲- آزمون ایزود (Izod):

نسبت به روش شاریبی کمتر استفاده می‌شود. مطابق شکل، تفاوت‌هایی در نحوه قرارگیری روی تکیه‌گاه و اعمال ضربه به آن وجود دارد. همچنین شکل نمونه نیز نسبت به آزمون شاریبی کمی متفاوت است.



بررسی اثر دما در تعیین نوع شکست (مقدار انرژی شکست):

اگر تغییرات مقدار انرژی جذب شده در آزمون ضربه را نسبت به دما برای یک آلیاژ مشخص رسم کنیم، نمودارهای زیر به دست می‌آیند:

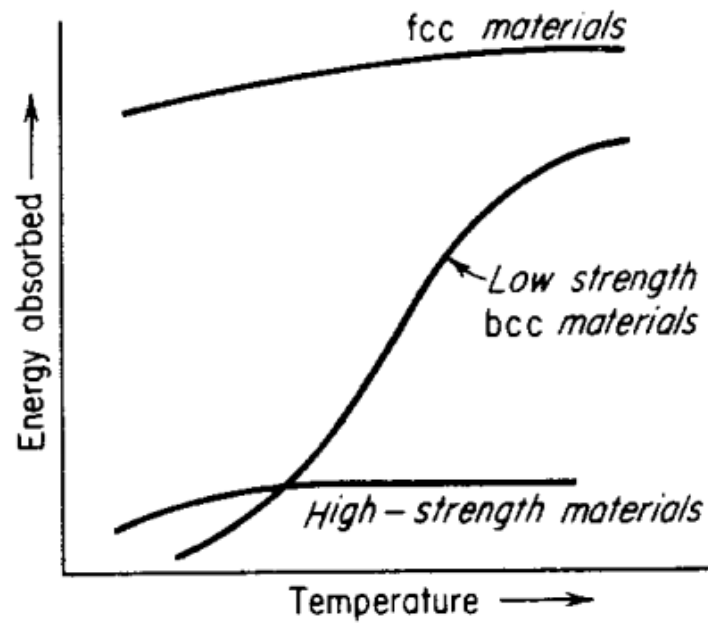
فلزات FCC با استحکام کم و متوسط و اکثر فلزات HCP چقرمگی شکست بالایی دارند به طوری که شکست ترد در آن‌ها در دماهای مختلف معمولاً اتفاق نمی‌افتد، مگر اینکه ماده در معرض محیط‌های شیمیایی واکنش‌دهنده خاص باشد.

مواد با استحکام بالا چقرمگی شکست پایینی دارند به طوری که اگر نقص‌هایی در ماده وجود داشته باشد شکست ترد می‌تواند در تنش‌های اسمی در محدوده الاستیک در تقریباً همه دماها و همه نرخ کرنش‌ها اتفاق بیفتد. فولادهای با استحکام بالا و آلیاژهای پر استحکام آلومینیوم و تیتانیوم در این دسته قرار می‌گیرند در دماهای پایین شکست، به وسیله شکست کلیواژ اتفاق می‌افتد در دمای بالاتر شکستن به وسیله گسیختگی با انرژی پایین اتفاق می‌افتد.

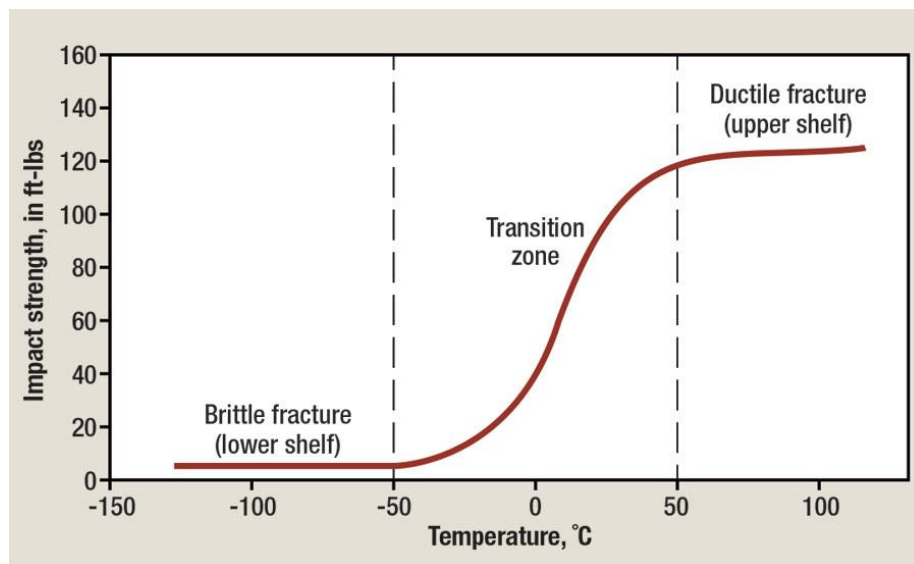
اما چقرمگی شکست فلزات BCC با استحکام کم و متوسط به علاوه برلیوم، روی و مواد سرامیکی شدیداً وابسته به دما است. در دماهای پایین شکست از نوع کلیواژ است در حالی که در دمای بالا شکست به صورت نرم و گسیختگی نرم اتفاق می‌افتد و انتقالی از شکست ترد به شکست نرم و افزایش دما دیده می‌شود. در فلزات این انتقال معمولاً در محدوده یک دهم تا دو

دهم دمای مطلق ذوب دیده می‌شود. در حالی که در سرامیک‌ها انتقال معمولاً در حدود ۵ تا ۷ دهم دمای مطلق ذوب دیده می‌شود.

پس استفاده از این مواد در دمای پایین خطرناک است و برای این منظور با انجام آزمون ضربه در دماهای مختلف برای یک ماده محدوده دمای انتقالی شکست ترد به نرم مشخص می‌شود.



انتقال در یک محدوده دمایی اتفاق می‌افتد و یک دمای مشخص نیست.

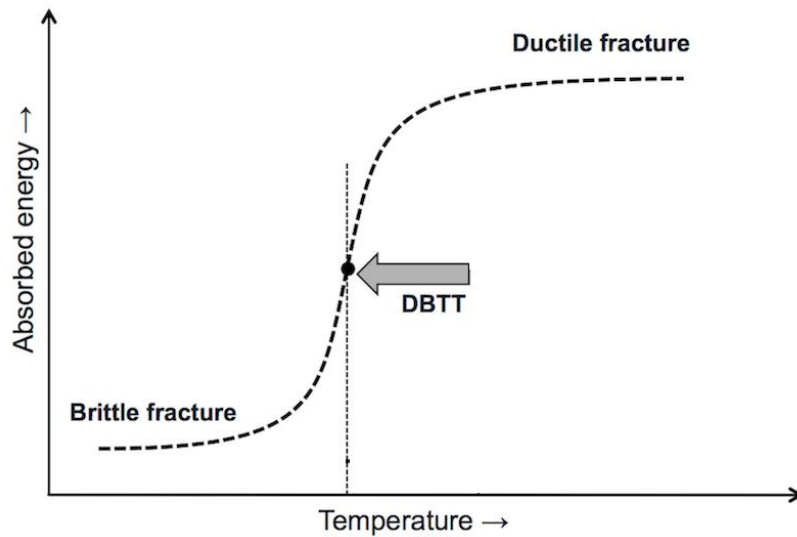


به همین دلیل بعضی دماها را در این محدوده به عنوان معیاری برای انتقال شکست ترد به نرم در نظر می‌گیرند. مثل:

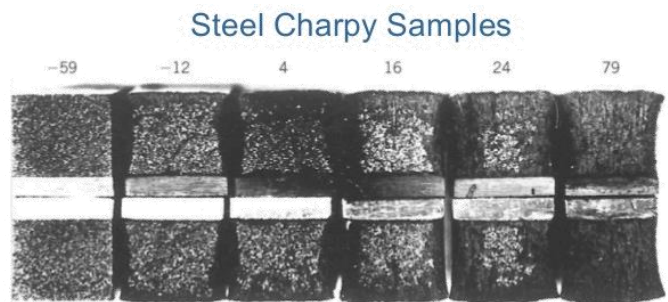
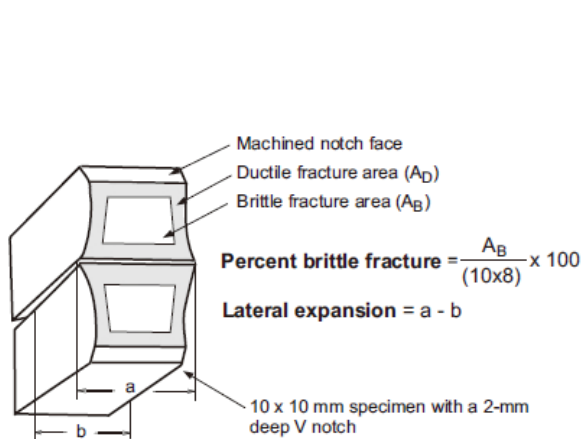
- دمای انتقالی شکست ترد به نرم

(Ductile Brittle Transition Temperature (DBTT)): دمایی که در آن انرژی جذب شده میانگین حداقل و

حداکثر انرژی جذب شده باشد.



- دمای انتقالی شکل ظاهری شکست (*Fracture Appearance Transition Temperature (FATT)*): دمایی که در آن ۵۰٪ از سطح شکست به صورت ترد و ۵۰٪ از آن به صورت نرم شکسته شده باشد.



Fracture surfaces after impact showing the variation in ductility with testing temperature (°C).

هر چقدر دمای انتقال تردی به نرمی کمتر باشد بهتر است، زیرا احتمال ورود به ناحیه با شکست ترد کمتر است.

عوامل متالورژیکی مؤثر بر دمای انتقالی:

۱. ترکیب شیمیایی:

مثلاً در فولاد عناصری که باعث افزایش دمای انتقالی می‌شوند: *C, P, N, Si, Mo, O*

و عناصری که باعث کاهش دمای انتقالی می‌شوند: *Ni, Al, Mn*

۲. اندازه دانه:

کاهش اندازه دانه باعث کاهش دمای انتقال تردی به نرمی می‌شود. (فولاد ریزدانه برای کار در دمای پایین مناسب‌تر است.)

۳. عملیات حرارتی:

می‌تواند باعث افزایش یا کاهش دمای انتقالی شود.

۴. کار سرد:

تغییر شکل فلز در دماهای پایین‌تر از دمای بازیابی و تبلور مجدد ماده (کار سرد) باعث افزایش دمای انتقالی می‌شود.

۵. پیرسختی:

باعث افزایش دمای انتقالی تدریجی به نرم می‌شود.

آزمون چهارم: آزمون خمش (Flexural or Bending Testing)

به سه دلیل رفتار تنش- کرنش سرامیک‌های ترد را به وسیله آزمون کشش مشخص نمی‌کنند:

۱- آماده‌سازی نمونه برای آزمون کشش سخت است.

۲- گرفتن نمونه سرامیکی ترد به وسیله فک‌های دستگاه کشش معمولاً باعث شکست آن می‌شود.

۳- سرامیک‌ها معمولاً در کرنش‌های بسیار کم (کمتر از ۰.۱٪) دچار شکست می‌شوند و در نتیجه نمونه باید جهت‌گیری بسیار

مناسبی داشته باشد تا فقط تحت نیروهای محوری بوده و نیروی خمشی به آن وارد نشود.

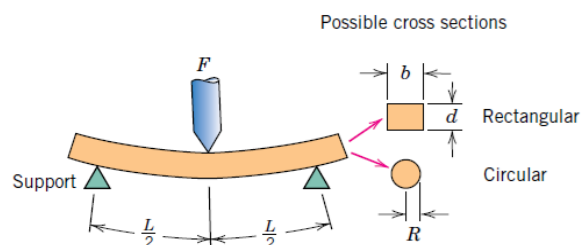
بنابراین، نمونه‌های سرامیکی را معمولاً تحت آزمون خمش قرار می‌دهند. همچنین این آزمون برای قطعات فلزی که در کاربرد

اصلی تحت بارهای خمشی قرار دارند نیز انجام می‌شود.

در این آزمون یک میله با مقطع دایره‌ای یا مستطیلی تا لحظه شکست تحت نیروی خمشی قرار می‌گیرد. این آزمون به دو روش

سه نقطه‌ای و چهار نقطه‌ای انجام می‌شود. تصویر شماتیک آزمون خمش سه نقطه‌ای در شکل زیر نشان داده شده است. مطابق

شکل، سطح بالایی نمونه تحت تنش فشاری است، در حالی که سطح پایینی تحت تنش کششی قرار دارد.



A three-point loading scheme for measuring the stress-strain behavior and flexural strength of brittle ceramics, including expressions for computing stress for rectangular and circular cross sections.

$$\sigma = \text{stress} = \frac{Mc}{I}$$

where M = maximum bending moment

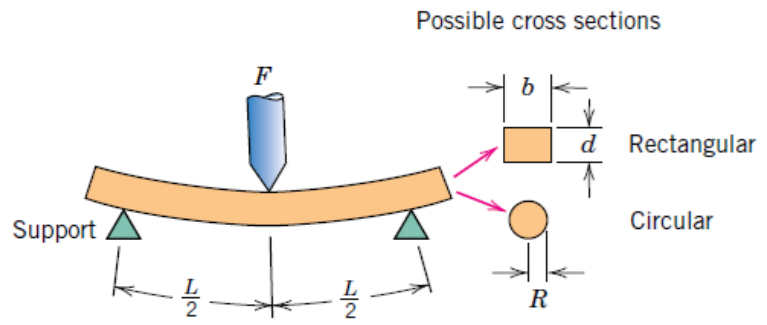
c = distance from center of specimen to outer fibers

I = moment of inertia of cross section

F = applied load

	$\frac{M}{FL}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{I}{bd^3}$	$\frac{\sigma}{FL}$
Rectangular	$\frac{FL}{4}$	$\frac{d}{2}$	$\frac{bd^3}{12}$	$\frac{3FL}{2bd^2}$
Circular	$\frac{FL}{4}$	R	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{FL}{\pi R^3}$

حداکثر تنش کششی، در سطح زیرین قطعه و دقیقاً در پایین محل اعمال نیرو قرار دارد. از آنجا که استحکام کششی سرامیکها چندین برابر کمتر از استحکام فشاری آنها است و شکست در سمتی که تحت تنش کششی است اتفاق می افتد، آزمون خمش جایگزین مناسبی برای آزمون کشش بوده و مقاومت مواد ترد را در مقابل تنش های کششی نشان می دهد.



$$\sigma = \text{stress} = \frac{Mc}{I}$$

where M = maximum bending moment
 c = distance from center of specimen to outer fibers
 I = moment of inertia of cross section
 F = applied load

A three-point loading scheme for measuring the stress-strain behavior and flexural strength of brittle ceramics, including expressions for computing stress for rectangular and circular cross sections.

	$\frac{M}{FL}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{I}{bd^3}$	$\frac{\sigma}{\frac{FL}{2bd^2}}$
Rectangular	$\frac{FL}{4}$	$\frac{d}{2}$	$\frac{bd^3}{12}$	$\frac{3FL}{2bd^2}$
Circular	$\frac{FL}{4}$	R	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{FL}{\pi R^3}$

تنش در لحظه شکست در آزمون خمش را به عنوان استحکام خمشی (*Flexural Strength or Bending Strength*) یا مدول گسیختگی (*Modulus of Rupture*) شناخته و یک پارامتر مکانیکی مهم برای سرامیک های ترد به حساب می آید. این پارامتر برای یک مقطع مستطیلی از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\sigma_f = \frac{3F_f L}{2bd^2}$$

که F_f نیرو در لحظه شکست و L فاصله بین نقاط نگهدارنده پایین است و پارامترهای دیگر در شکل مشخص شده اند. هنگامی که مقطع نمونه، دایره ای باشد داریم:

$$\sigma_f = \frac{F_f L}{\pi R^3}$$

که R شعاع نمونه است.