



دانشگاه تبریز
دانشکده علوم ریاضی

گروه آموزشی : ریاضی

تاریخ : ۱۴۰۲/۲/۱۱

وقت : ۷۵ دقیقه

نام و نام خانوادگی :

شماره دانشجویی :

نام مدرس :

امتحان میان ترم درس ریاضی ۱ (علوم پایه)

نیمسال (اول / دوم) ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

توجه :

از نوشتن با مداد خودداری نمائید.
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.
در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود.

سوال ۱- تابع $f(x) = \lambda \cos x - \tan^2 x$ را در نظر بگیرید.

اگر $f(a) = 1$ مقدار a چقدر است؟

۱۵ نمره

سوال ۲- دامنه تابع $y = \frac{\sqrt{2-3x}}{x^2-5x-6}$ را بیابید.

۱۵ نمره

سوال ۳- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4-2x}{3x-1}}$ را بیابید.

۱۵ نمره

سوال ۴- اگر $f(x) = \frac{x}{2x^2+x-1}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x)-1}{2(x-1)}$ را بیابید.

۱۵ نمره

سوال ۵- اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2-2x+1}}{|x-1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 3$ ،

مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ را بیابید.

۲۰ نمره

موفق باشید

پاسخ سوال ۱: اگر $f(a) = 1$ آنگاه

$$\wedge \cos a - \tan^2 a = 1 \rightarrow \wedge \cos a = 1 + \tan^2 a \rightarrow \wedge \cos a = \frac{1}{\cos^2 a} \rightarrow \cos^2 a = \frac{1}{\wedge} \rightarrow \cos a = \frac{1}{\wedge} \rightarrow a = 2k\pi \pm \frac{\pi}{\wedge}$$

پاسخ سوال ۲: دامنه این تابع عبارت است از $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 - 3x \geq 0, x^2 - 5x - 6 \neq 0\}$ که برابر است با:

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{2}{3}, x \neq -2, 3\} = (-\infty, -2) \cup (-2, \frac{2}{3}]$$

پاسخ سوال ۳: ضابطه تابع را به صورت ساده تر می نویسیم

$$f(x) = \sqrt{\frac{5}{4} \times \frac{3-x}{3x-1}}$$

دامنه این تابع عبارت است از $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3-x}{3x-1} \geq 0, 3x-1 \neq 0\}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	3	∞		
$3-x$		+	+	o	-	
$3x-1$		-	o	+	+	
$\frac{3-x}{3x-1}$		-	∞	+	o	-

برای کسر $\frac{3-x}{3x-1}$ جدول تعیین علامت را کامل می کنیم.

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{3} < x \leq 3\} = (\frac{1}{3}, 3]$$

$$2f(x) - 1 = \frac{2x}{2x^2 + x - 1} - 1 = \frac{-2x^2 + x + 1}{2x^2 + x - 1} \rightarrow \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)} = \frac{-2x^2 + x + 1}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 + x + 1}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(-2x-1)}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x-1}{2(2x^2 + x - 1)} = \frac{-3}{4}$$

پاسخ سوال ۴: داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(4 - [x])g(x)}{4 - [x]} = 1 \text{ بنابراین } \lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x]) = 3 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{ax^2 - 2x + 1} = a - 1 = 0 \text{ پس باید داشته باشیم } \lim_{x \rightarrow 1^+} |x-1| = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{ax^2 - 2x + 1}}{|x-1|} = 1$$

$$\text{یعنی } a = 1. \text{ اکنون داریم } g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{|x-1|} = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{|x-1|} = \frac{|x-1|}{|x-1|}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x-1|}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x-1} = 1$$