طراحی سازه‌های بتن آرمه ۱

REFERENCES

Design of Reinforced Concrete Structures.

1) Salmon & Wang.
2) Ferguson
3) Winter
4) Park & Paulay
5) Mc Gregor
6) Nilson

مراجع فارسی

- طراحی سازه های بتن مسلح تالیف : مهندس شاپور طاحونی . (براساس آئین‌نامه ACI* آمریکا)
- طراحی ساختمانهای بتن مسلح تالیف : مهندس شاپور طاحونی (براساس آئین‌نامه بتن ایران**)
- سازه های بتن آرمه تالیف : دکتر داود مستوفی نژاد (براساس آئین‌نامه ACI و آئین‌نامه بتن ایران)

* ACI : American Concrete Institute.

** آئین‌نامه بتن ایران : آبا

سرفصل درس

- خواص مکانیکی مصالح (بتن و فولاد)
- روشهای طرح قطعات بتن آرمه .

بتن ۱ـ

- رفتار و طراحی اعضاء بتن آرمه (خمش)
- چسبندگی میان فولاد و بتن (طول مهاری)
- تغییر شکل، ترک قطعات بتن آرمه، کنترل عرض ترک
- رفتار و طراحی اعضاء بتن آرمه (برش)

میان ترم

بتن ۲ـ

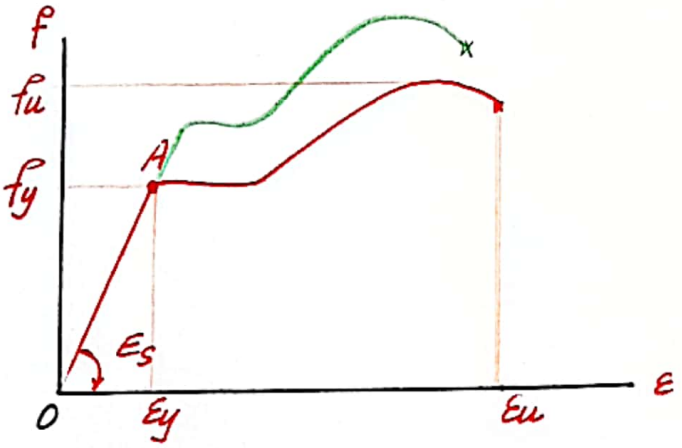
- رفتار و طراحی اعضاء بتن آرمه (فشار و فشار و لنگر خمش)
- پی‌ها و سقف‌ها (تیرچه بلوک، دالهای یکطرفه و دوطرفه و ....)
- آرماتوربندی، طراحی شالوده‌ها و دیوارها .

مشخصات مکانیکی فولاد و بتن

فولاد

کرنش $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

تنش $f = \frac{P}{A}$



OA : قسمت الاستیک منحنی

AB : پلاستیک منحنی .

A : نقطه جاری شدن .

fy : تنش جاری شدن ، تنش تسلیم

(Yield Stress)

fu : مقاومت گسیختگی

(بیشترین تنشی که فولاد میتواند تحمل کند)

$E_S = \frac{f_y}{\varepsilon_y}$

$E_S = 2\times10^6 \, Kg/cm^2 = 2\times10^5 \, N/mm^2$

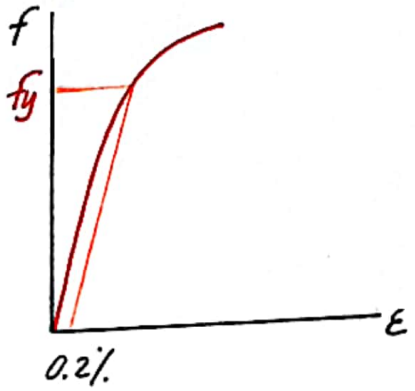
ε_y : کرنش جاری شدن فولاد .

ε_u : کرنش نهایی فولاد .

E_S : مدول الاستیسیته فولاد

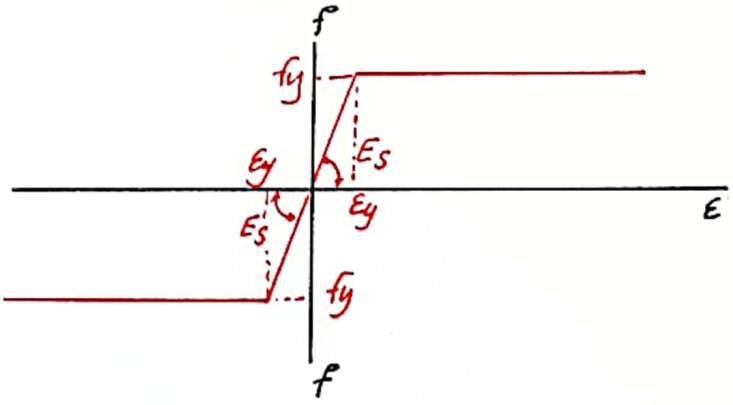
$0.15 \leq \varepsilon_u \leq 0.25$

$\upsilon_S = 0.25 \qquad G = \frac{E}{2(1+\upsilon)} \Rightarrow G_S = 0.4E_S$



- شکل پذیری (ε_u)
- مستقل نواحی الاستیک و پلاستیک منحنی
- یکسان بودن رفتار فولاد در کشش و فشار
- تعریف تنش جاری شدن در فولادهایی که نقطه تسلیم روشنی ندارند .

- براساس آئین نامه، نمودار تنش - کرنش فولاد بصورت دوخطی در نظر گرفته میشود.

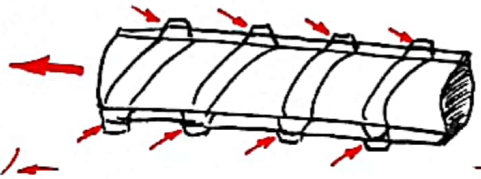


$E_s = 2\times10^5\ N/mm^2$
$= 2\times10^5\ MPa$

- در ساختمانها اکثرا برای مسلح کردن بتن از میلگرد استفاده میشود. (6-32) زوجی ، 25

رده	تنش جاری شدن (N/mm^2)	تنش حداکثر کششی (N/mm^2)	ازدیاد طول نسبی ε_u (٪)	
S240	240	360	25	ساده
S340	340	500	18	آجدار
S350	350	500	17	
S400	400	600	16	
....	...	...	..	

AII → 300
AIII → 400



علامت آرماتور ساده Φ
" " آجدار T یا Φ

استفاده از آرماتور ساده جهت فولادگذاری ← اصلا ممنوع است!

فولاد براساس استاندارد آمریکایی:

Ksi ≡ Kips/in²
Kips ≡ 1000 lb
lb ≡ 0.453 Kg
in ≡ 25.4 mm.

		fy (Ksi)	fy (N/mm^2)
Grade	40	40	280
"	50	50	350
"	60	60	420
"	75	75	525

Ksi × 70 ≡ Kg/cm².
Ksi × 7 ≡ N/mm² ≡ MPa

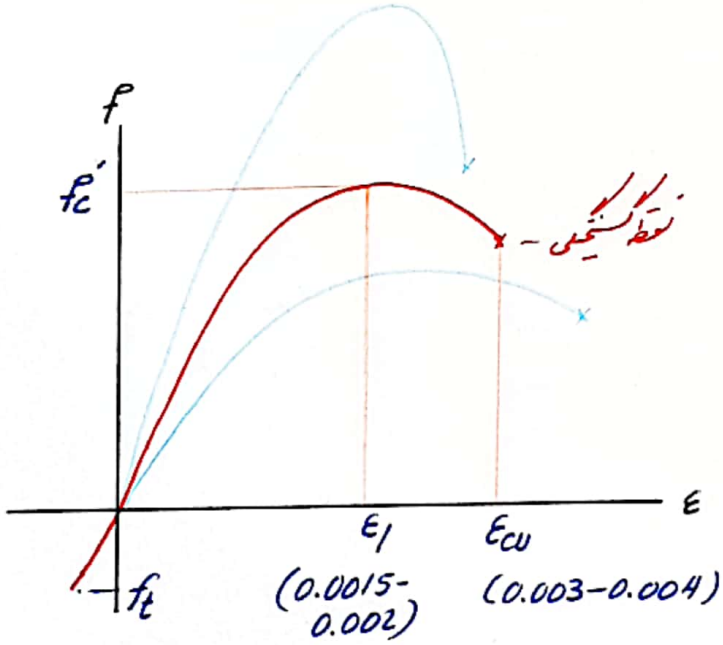
بتن

- اجزا بتن
- علت استفاده از بتن — ارزان، مقاومت خوب در مقابل آتش سوزی و عوامل جوی، قابلیت اجرا در اشکال مختلف
مقاومت فشاری مناسب

- $\frac{W}{C}$
- رابطه $\frac{W}{C}$ و مقاومت فشاری بتن

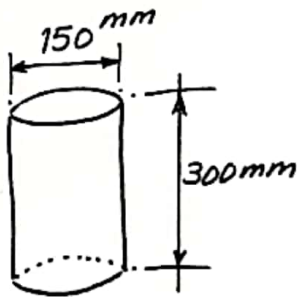
رده بندی بتن

Concrete	مقاومت مشخصه بتن
C10	
C12	
C16	
C20	
C25	
C30	
C40	
C50	
C60	
C70	



$f_t \approx 0.1 f_c'$

نمونه آزمایش - آزمایش بتن



(نمونه استوانه ای استاندارد)

آزمایش گسیختگی بتن!

Concrete ε_{cu} (Ultimate)

ACI

$\varepsilon_{cu} = 0.003$

f_{cu} : مقاومت فشاری نمونه ای مکعبی

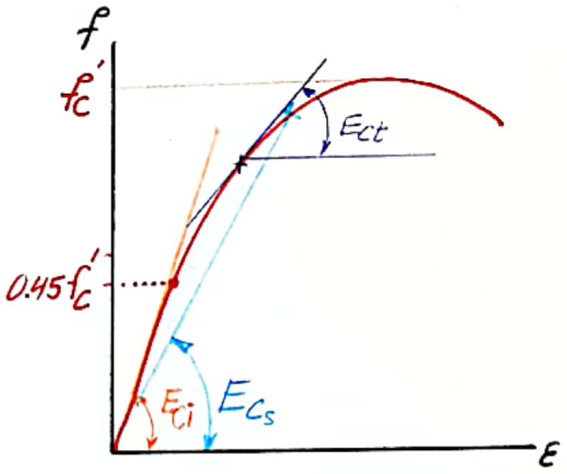
- ضلع 200
- 150 "
- 100 "

$f_c' \approx 0.8 f_{cu}$ (200)

$f_c' \approx 0.72 f_{cu}$ (150)

f_{cu} (200) $\approx 0.9 f_{cu}$ (150)

مدول الاستیسیته بتن



مدول الاستیسیته
- سکانتی — E_{cs}
- مماسی — E_{ct}
- ابتدایی — E_{ci}

مدول الاستیسیته بتن : مدول الاستیسیته سکانتی متناظر $0.45f_c'$

$$E_c = 4700\sqrt{f_c'} \quad (N/mm^2)$$

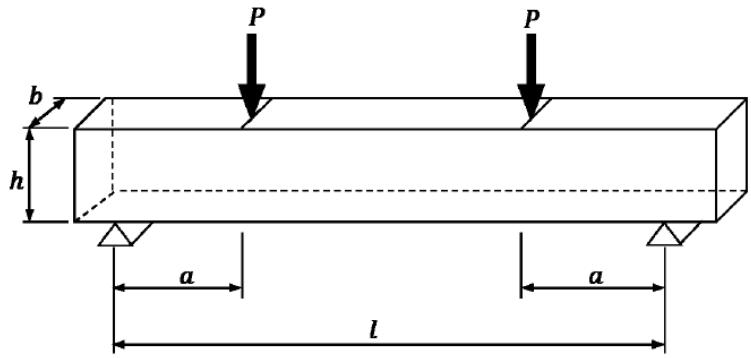
- مدول الاستیسیته فولاد حدود ۱۰ برابر مدول الاستیسیته بتن است.

مقاومت کششی بتن

- روش مستقیم

A : سطح مقطع میلگرد نمونه
T : نیروی کششی ماکزیمم

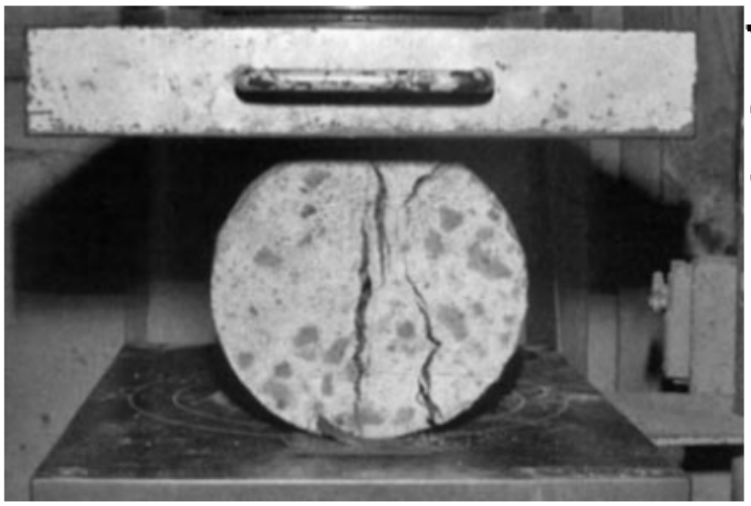
$$f_t = \frac{T}{A}$$

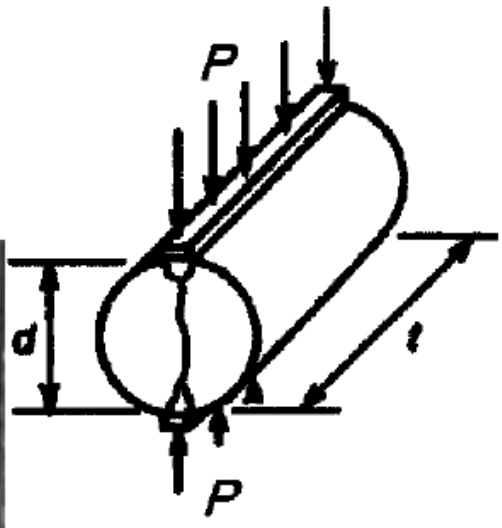


- مدول گسیختگی (مدول راپچر)

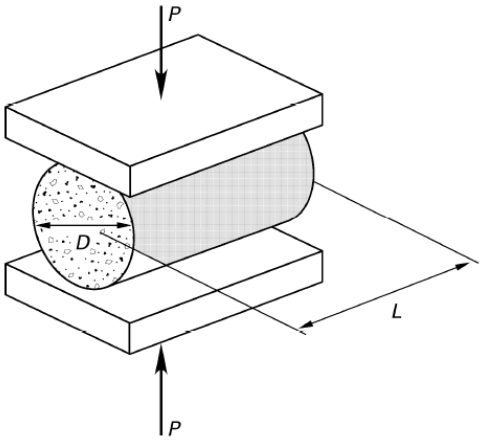
$$f_r = 0.62\sqrt{f_c'} \quad (N/mm^2)$$

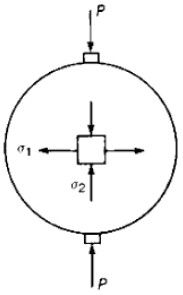
$$f_r = \frac{M}{I}c = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6Pa}{bh^2}$$



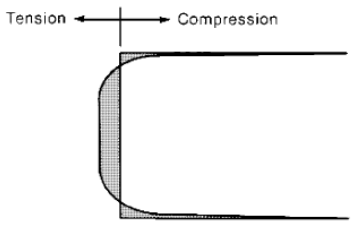


$$f_{ct} = \frac{2P}{\pi l d}$$

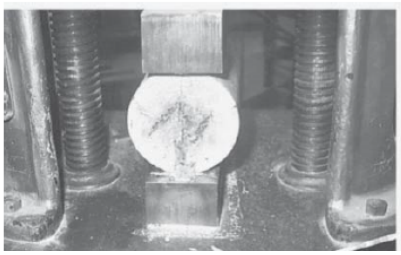


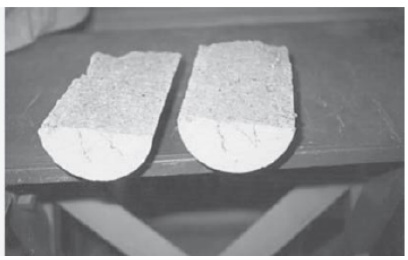


(c) Stresses on element.



(d) Distribution of σ_1 on vertical diameter.





مراحل طراحی یک سازه
- بارگذاری
- تحلیل
- طراحی

بارها
- ثقلی
  - بار مرده — بحث ۶
  - بار زنده — "
- جانبی
  - بار باد — "
  - بار زلزله (آئین‌نامه ۲۸۰۰ - ویرایش چهارم)

تحلیل
- استاتیکی
- دینامیکی

تحلیل
- خطی
- غیرخطی

طراحی

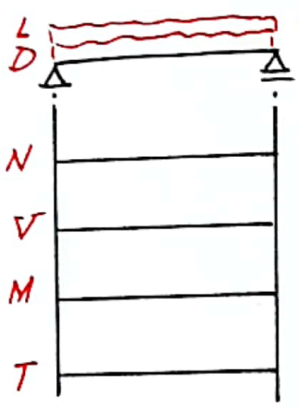
آئین‌نامه‌های طراحی سازه‌های بتن مسلح
- آئین‌نامه بتن ایران (آبا) — بحث ۹ ویرایش جدید
- " " کانادا (CSA)
- " " آمریکا (ACI)
- " " انگلستان (BS)
- " " فرانسه (CEB-FIP)
- " " اروپا (EC2)

روشهای طرح مقطعات بتن آرمه
- طراحی بروش تنش مجاز — Allowable Stress Design (ASD) / Working Stress Design (WSD)
- طراحی بروش مقاومت نهایی — Ultimate Strength Design (USD)
- طراحی بروش حالات حدی — Limit States / Load & Resistance Factor Design (LRFD)

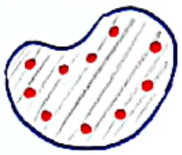
ضریب اطمینان

علت نیاز به ضریب اطمینان:
- عدم قطعیت بار
- " " مقاومت مصالح
- " " ابعاد
- " " درستی فرضیات

روش تنش مجاز



بارهای حداقل بهره‌برداری (بارهای بدون ضریب)



f: تنش موجود

F_{all}: تنش مجاز (Allowable)

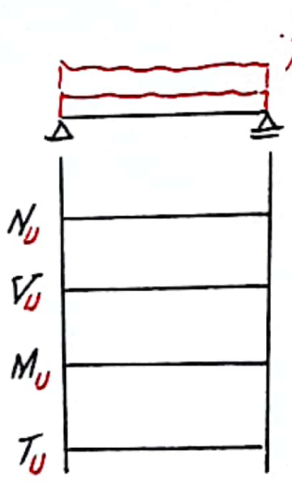
F_U: تنش حدی مصالح

S.F.: ضریب اطمینان

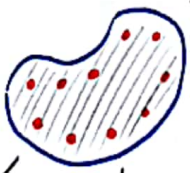
$$F_{all} = \frac{F_U}{S.F.}$$

$$f \leq F_{all}$$

روش مقاومت نهایی



بارهایی که در ضریب آنها ضرب شده است (بارهای ضریب دار)



ضریب اطمینان:
- ضریب اضافه شدن بار (U): همواره بزرگتر از ۱ است.
- ضریب کاهش ظرفیت (ϕ): همواره کوچکتر از ۱ است.

N_n: ماکزیمم نیروی محوری که مقطع تئوریک می‌تواند تحمل کند. ϕN_n: ماکزیمم نیروی محوری که مقطع تئوریک می‌تواند تحمل کند.

V_n: " " برشی " " " " ϕV_n: " " " " برشی "

M_n: " " لنگر خمشی " " " " ϕM_n: " " لنگر خمشی "

T_n: " " پیچشی " " " " ϕT_n: " " " " پیچشی "

$$\phi N \geq U$$

$$\phi N_n \geq N_U$$
$$\phi V_n \geq V_U$$
$$\phi M_n \geq M_U$$
$$\phi T_n \geq T_U$$

روش حالات حدی

- مبنای آئین نامه های بتن کشورهای اروپایی، کانادا و آمریکا.
- مبتنی بر مفاهیم احتمالات.

S_r : مقاومت مقطع مورد نظر با اعمال ضرایب اطمینان جزئی بتن و فولاد

$\phi_c = 0.6$ ، $\phi_s = 0.85$

S_u : نیروهای داخلی ناشی از بارهای ضریب دار.

$$N_r \geq N_u$$
$$V_r \geq V_u$$
$$M_r \geq M_u$$
$$T_r \geq T_u$$

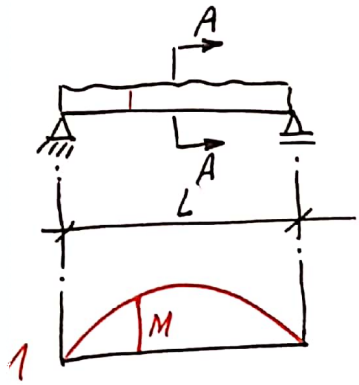
$$\boxed{S_r \geq S_u}$$

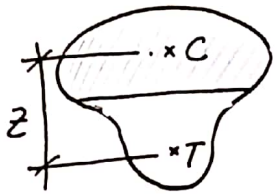
- سازه را آنچنان طراحی می کنیم که احتمال شکست آن کمتر از مقدار مجاز باشد.

بار ↑
مقاومت ↓

نرم و طراحی اعضا بتن مسلح در خمش

نکته ۱ :



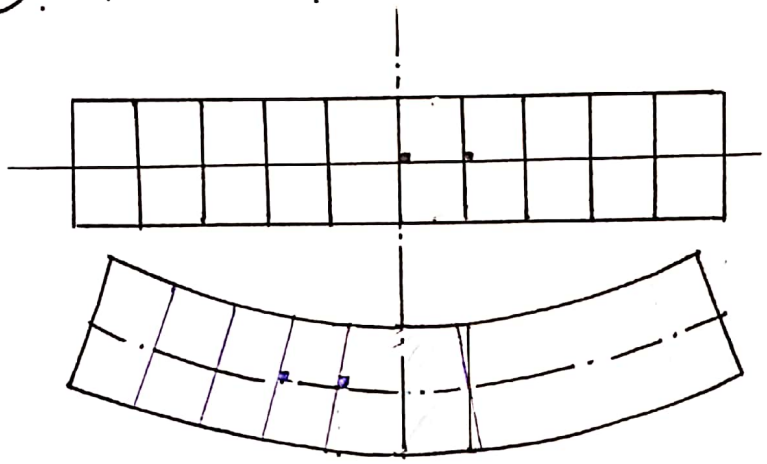


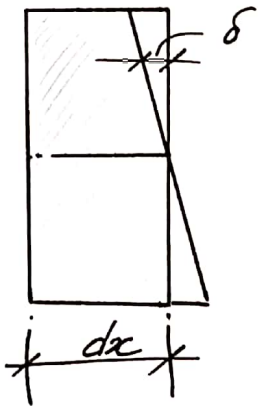
SEC. A-A

$C = T$

$C.Z = T.Z = M$

نکته ۲ : مقاطع مستوی عمود بر محور تیر پس از خمش بصورت مستوی و عمود بر آن باقی می‌مانند . (اصل برنولی)





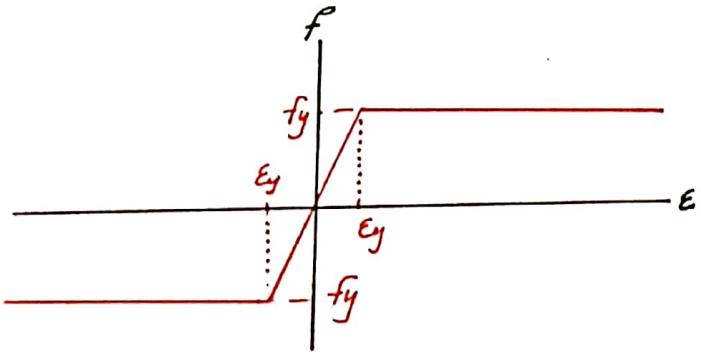
تغییرات δ در ارتفاع خنثی رت .

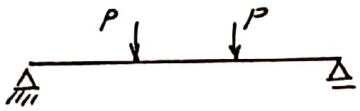
تغییرات $\frac{\delta}{dx}$ در ارتفاع خنثی رت .

پس تغییرات کرنش ($\varepsilon = \frac{\delta}{dx}$) در ارتفاع خنثی رت !

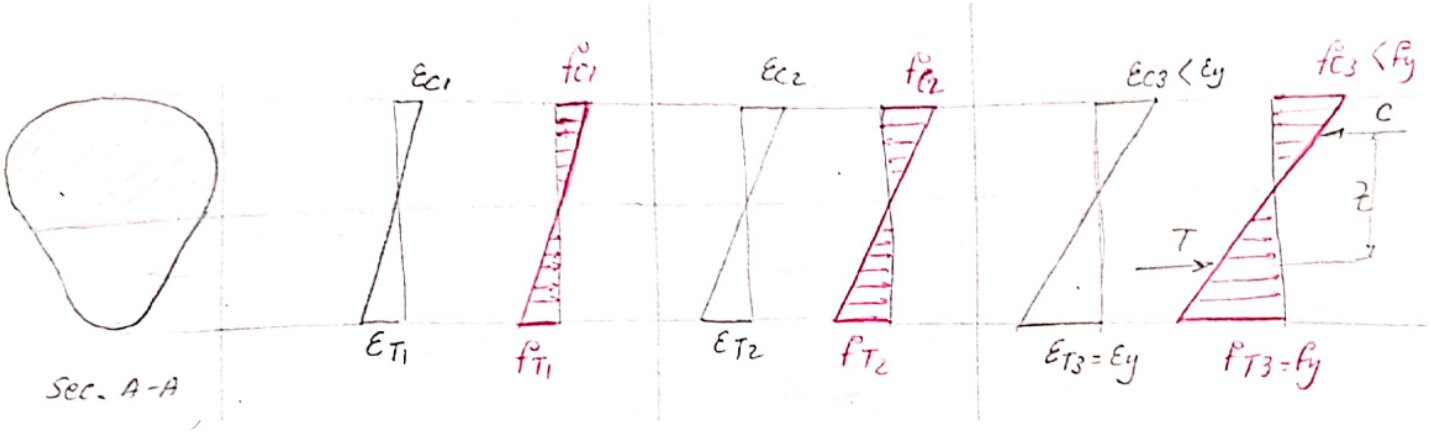
برای کل فرض برنولی همواره توزیع کرنش در ارتفاع خنثی رت !

خمش تیرهای فولادی

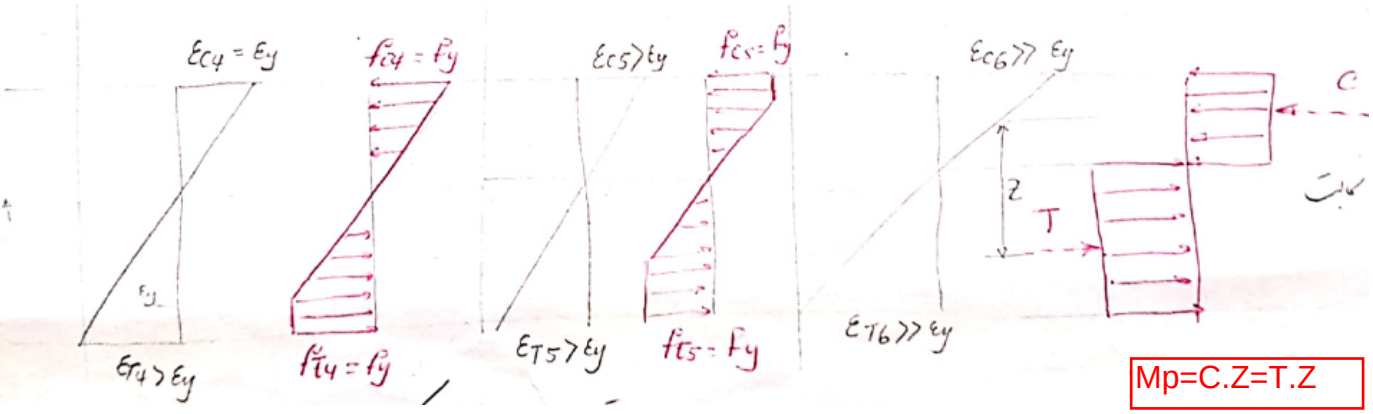




P : نیروی از پیش تعیین شده

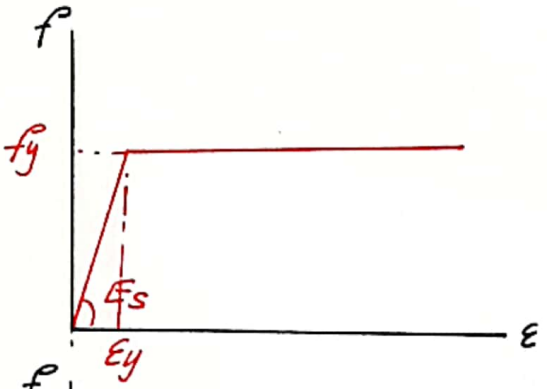


My=C.Z=T.Z

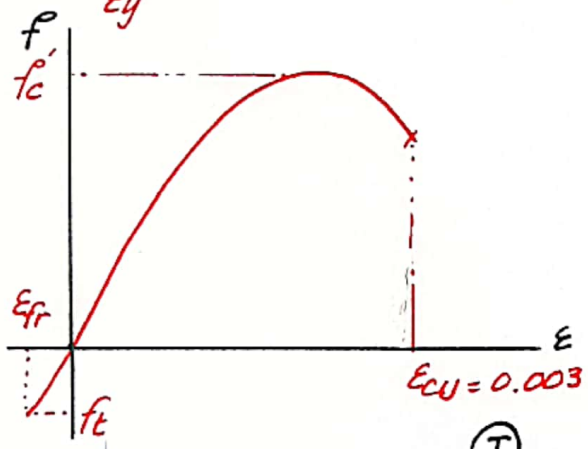


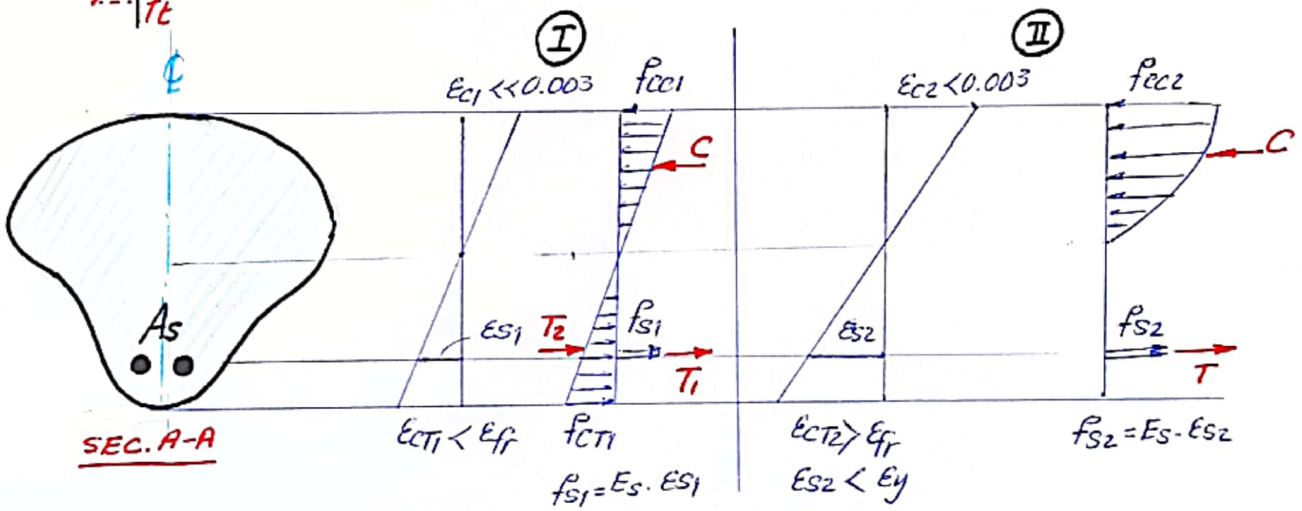
Mp=C.Z=T.Z

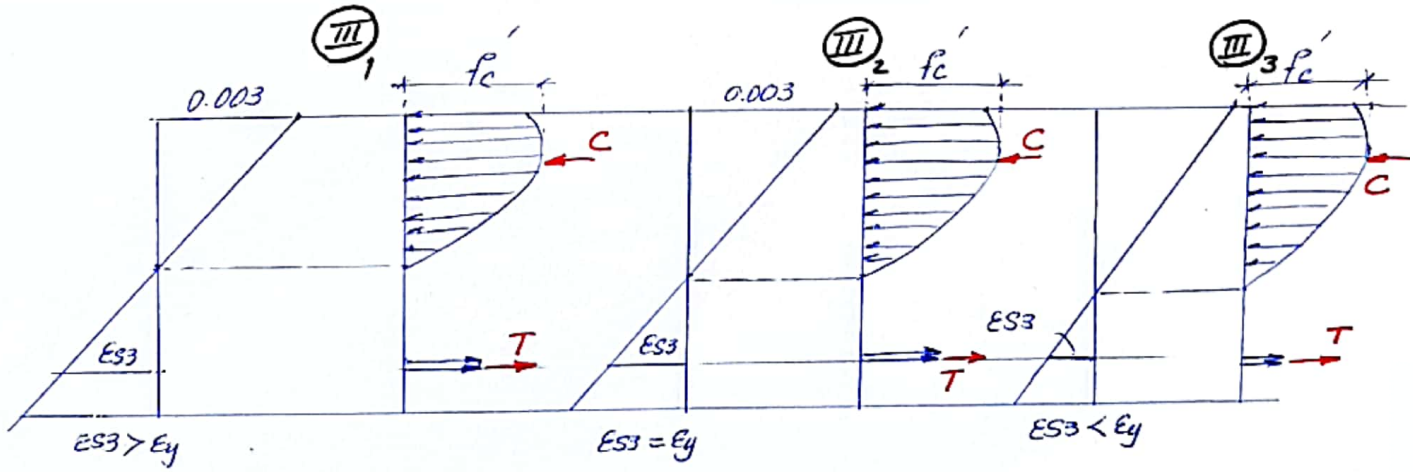
خمش تیرهای بتن مسلح



معیار گسیختگی تیر بتن آرمه :
رسیدن ماکزیمم کرنش فشاری بتن به ε_{cu}
ـ محل قرارگیری فولاد .







$f_s = f_y$
$T = A_s . f_y$
.....

$f_s = f_y$
$T = A_s . f_y$
(Balance)

$f_s = E_s . \varepsilon_{s3}$
$T = A_s . E_s . \varepsilon_{s3}$
(Compression Control)

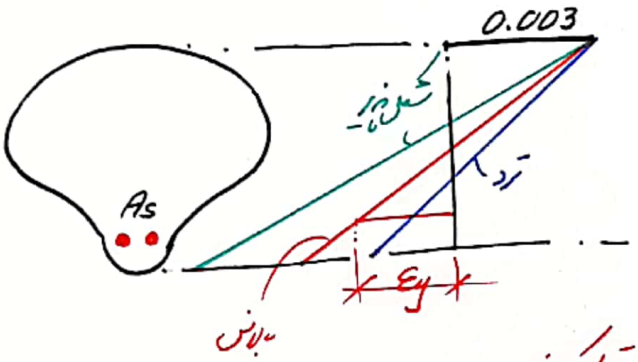
در حالتی که $\varepsilon_c = 0.003$ است، ۳ حالت پیش می‌آید:

۱) $\varepsilon_s > \varepsilon_y$: شکست شکل‌پذیر و با اخطار قبلی.

۲) $\varepsilon_s = \varepsilon_y$: شکست در حالت بالانس، با تغییر شکل کم و بدون اخطار قبلی.

۳) $\varepsilon_s < \varepsilon_y$: شکست ترد و بدون اخطار قبلی.

c : فاصله تارِ خنثی از بالاترین تارِ فشاری.



۱) $c < c_b$ شکل‌پذیر

۲) $c = c_b$ بالانس

۳) $c > c_b$ ترد

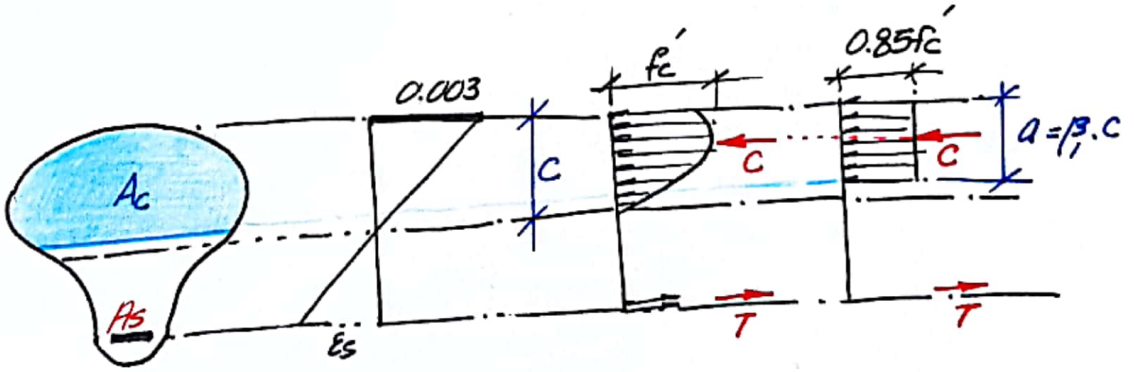
As : مقدار فولادی که مقطع را مسلح کرده است.

۱) $A_s < A_{sb}$ شکل‌پذیر ← مقطع کم‌فولاد

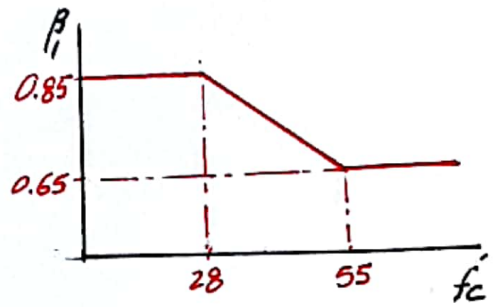
۲) $A_s = A_{sb}$ بالانس ← مقطع با فولاد بالانس (A_{sb})

۳) $A_s > A_{sb}$ ترد ← مقطع پرفولاد.

بلوک تنش وتینی (Whitney)



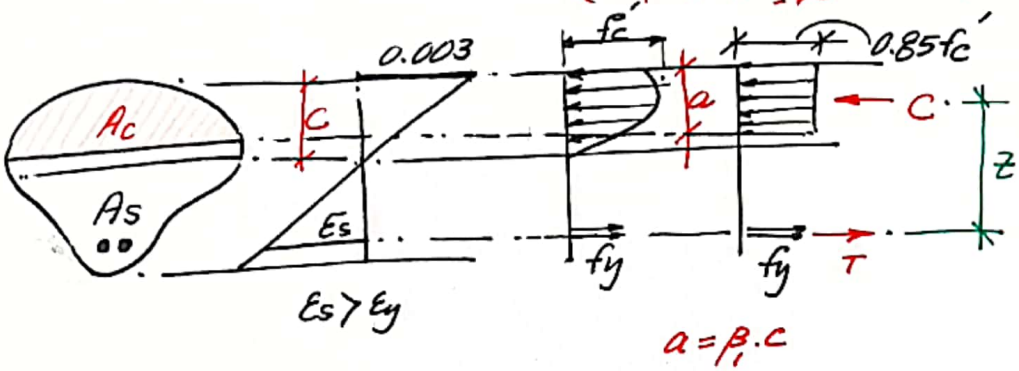
$$\begin{cases} 17 \le f_c' \le 28 & \beta_1 = 0.85 \\ 28 < f_c' < 55 & \beta_1 = 0.85 - \dfrac{0.05(f_c' - 28)}{7} \\ 55 \le f_c' & \beta_1 = 0.65 \end{cases}$$



محاسبه‌ی مقاومت مقطع بتن آرمه (با شکل دلخواه)

یادآوری $\phi M_n \geq M_u$

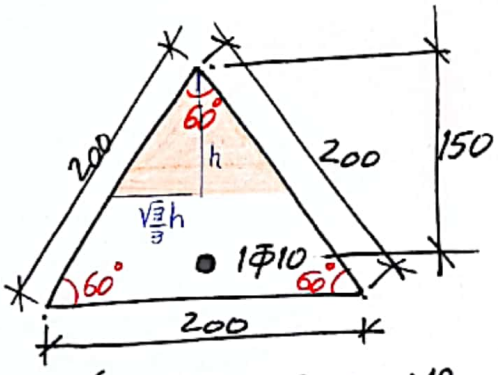
حالت اول: شکست شکل‌پذیر (مقطع کم فولاد)



$$\begin{cases} C = 0.85 f_c' . A_c \\ T = A_s . f_y \end{cases} \qquad C = T \Rightarrow A_c = \frac{A_s . f_y}{0.85 f_c'}$$

$$A_c \longrightarrow \text{مرکز ثقل} \longrightarrow z \longrightarrow M_n = T.z = C.z$$

مثال: با فرض شکست شکل‌پذیر لنگر مقاوم اسمی M_n مقطع نشان داده شده در شکل را بدست آورید.



$f_c' = 35\ MPa$, $f_y = 400\ MPa$

$$A_s = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 79\ mm^2$$

$$T = A_s . f_y = 79 \times 400 = 31600\ N$$

$$T = C \Rightarrow C = 31600\ N$$

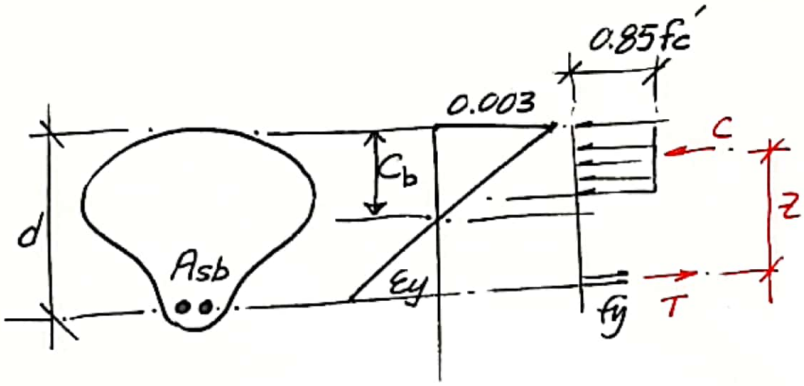
$$A_c = \frac{C}{0.85 f_c'} = \frac{31600}{0.85 \times 35} = 1062\ mm^2$$

$$h \times \frac{\sqrt{3}}{3} h = 1062 \Rightarrow h = 42.9\ mm$$

$$z = d - \frac{2}{3} h \Rightarrow z = 150 - \frac{2}{3} \times 42.9 = 121.4$$

$$M_n = C.z = 31600 \times 121.4 = 3836240\ N.mm$$

$$M_n = 3.8\ kN.m$$



حالت دوم، شکست بالانس

$$\frac{C_b}{0.003} = \frac{d-C_b}{\varepsilon_y} \Rightarrow C_b \cdot \varepsilon_y = 0.003d - 0.003C_b$$

$$C_b(\varepsilon_y + 0.003) = 0.003d$$

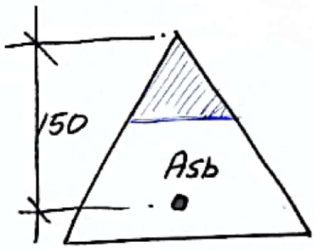
$$C_b = \frac{E_s \times 0.003}{E_s \times \varepsilon_y + 0.003} d \quad , \quad E_s = 2\times10^5 \ N/mm^2.$$

$$C_b = \frac{600}{600+f_y} \cdot d$$

f_y: برحسب $\frac{N}{mm^2}$ میباشد.

$$C_b \rightarrow a_b = \beta_1 . C_b \rightarrow A_c \rightarrow z \rightarrow M_{nb} = C.z = T.z$$

مثال: ممان مقاوم اسمی بالانس (M_{nb}) و همچنین A_{sb} را برای مثال قبل محاسبه نموده و فرض کنید شکل مذبور را در آن مثال کنترل نمائید.



$$C_b = \frac{600}{600+f_y} . d = \frac{600}{600+400} \times 150 = 90 \ mm.$$

$$f'_c = 35 \ MPa > 28 \ MPa \Rightarrow \beta_1 = 0.85 - \frac{0.05}{7}(35-28)$$

$$= 0.8 > 0.65 \ \checkmark$$

$$a_b = \beta_1 . C_b = 0.8 \times 90 = 72 \ mm.$$

$$A_c = 72 \times 42 = 2993 \ mm^2.$$

$$C = 0.85 \times 35 \times 2993 = 89042 \ N.$$

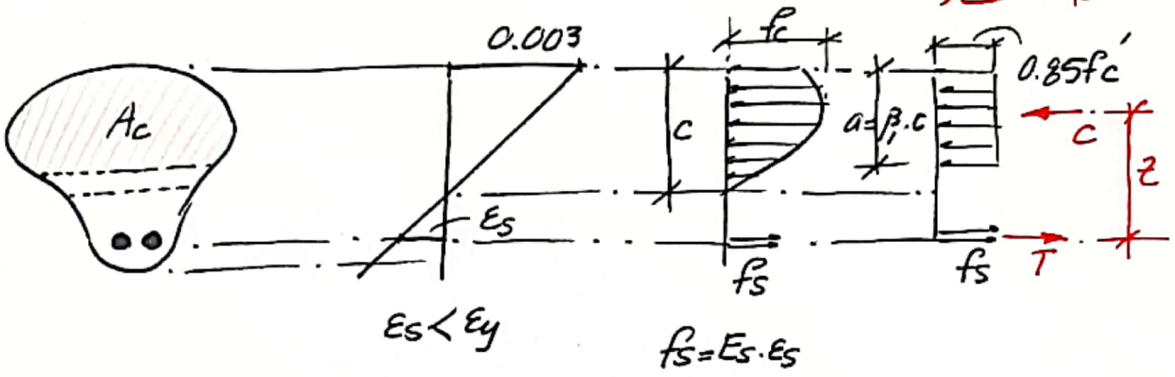
$$C = T \Rightarrow T = 89042 \ , \quad T = A_{sb} f_y \Rightarrow A_{sb} = \frac{T}{f_y} = \frac{89042}{400}$$

$$A_{sb} = 222 \ mm^2 \qquad \text{شکل} \ A_s = 79 \ mm^2 \qquad A_s < A_{sb} \rightarrow \text{نمونه شکست مطلوب!}$$

$$M_{n_b} = C.z = 89042 \times \left(150 - \frac{2}{3} \times 72\right) = 9082380 \ N.mm$$

$$= 9.08 \ kN.m$$

حالت سوم: شکست ترد



$$\begin{cases} C = 0.85 f_c' \cdot A_c \\ T = A_s \cdot f_s = A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s \end{cases}$$

$C = f(c)$ ارتفاع بلوک فشرده

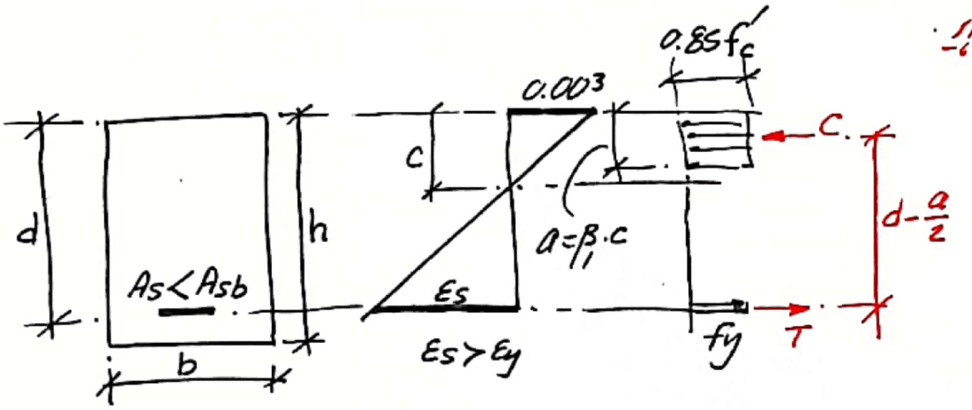
$T = g(c)$

$C = T \Rightarrow c$: ارتفاع بلوک فشرده $\Rightarrow a = \beta_1 \cdot c \Rightarrow C$ } M_n

$c \rightarrow \varepsilon_s \rightarrow f_s \rightarrow T$

برای حالات تعریف شده برای مقاطع بتن آرمه مستطیلی شکل

حالت اول: شکست شکل زیر:



$$\begin{cases} C = 0.85 f_c' . a . b \\ T = A_s . f_y \end{cases} \qquad C = T \Rightarrow a = \frac{A_s . f_y}{0.85 f_c' . b}$$

$$M_n = T . z = C . z \Rightarrow M_n = A_s . f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_n = A_s . f_y \left(d - \frac{A_s . f_y}{2 \times 0.85 \times f_c' \times b}\right)$$

تعریف $\rho = \frac{A_s}{b . d}$ سطح مؤثر: $b.d$

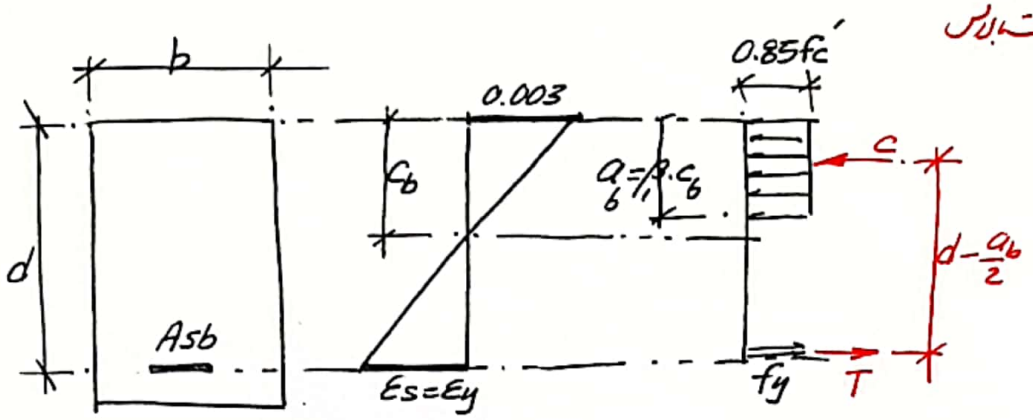
$$\Rightarrow A_s = \rho . b d$$

$$M_n = \rho . f_y \, b d^2 \left(1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f_c'}\right)$$

تعریف $\omega = \rho \frac{f_y}{f_c'}$

$$\frac{M_n}{b d^2 f_c'} = \omega (1 - 0.59 \omega)$$

حالت دوم، شکست بالانس



$$C_b = \frac{600}{600+f_y}\cdot d \qquad a_b = \beta_1 \cdot c_b$$

$$C = 0.85 f_c' \cdot a_b \cdot b \qquad T = A_{sb} \cdot f_y$$

$$C = T \Rightarrow \quad 0.85 f_c' \cdot a_b \cdot b = A_{sb} \cdot f_y$$

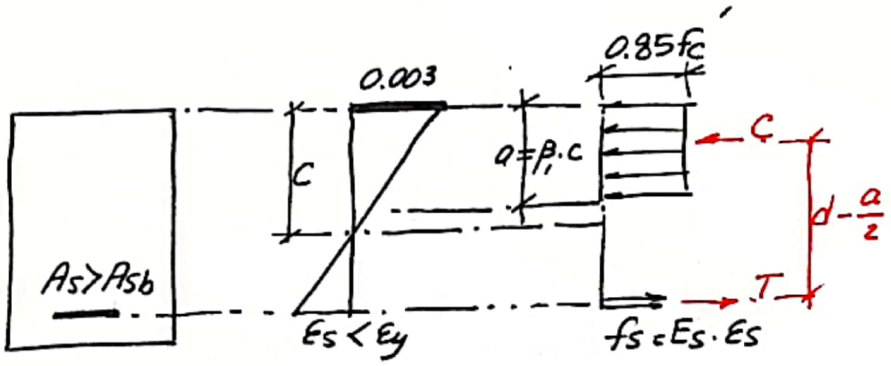
$$A_{sb} = \frac{0.85 f_c' \cdot a_b \cdot b}{f_y} = 0.85 \beta_1 \cdot \frac{f_c'}{f_y} \frac{600}{600+f_y} \cdot bd$$

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{b \cdot d}$$

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \cdot \frac{f_c'}{f_y} \cdot \frac{600}{600+f_y}$$

$$\begin{cases} M_{nb} = A_{s_b} \cdot f_y \left(d - \frac{a_b}{2}\right) \\ M_{nb} = 0.85 f_c' \cdot b \cdot a_b \left(d - \frac{a}{2}\right) \end{cases}$$

حالت سوم: شکست ترد



$C = 0.85 f_c' . b . a$ $\qquad a = \beta_1 . c$

$T = A_s . f_s$ $\qquad f_s = E_s . \varepsilon_s$

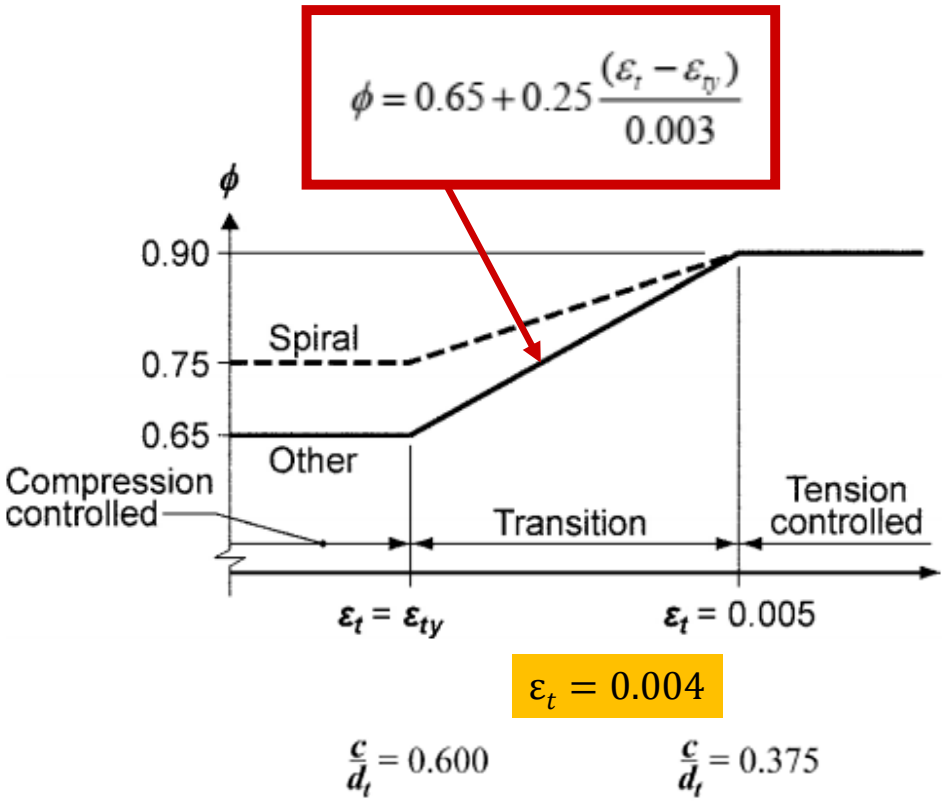
$\varepsilon_s = ?$ $\qquad \varepsilon_s = 0.003 \frac{d-c}{c}$

$$0.85 f_c' . b . \beta_1 . c = A_s . 600 \frac{d-c}{c}$$

$$a^2 + \frac{600\rho}{0.85 f_c'} da - \frac{600\rho}{0.85 f_c'} \beta_1 . d^2 = 0$$

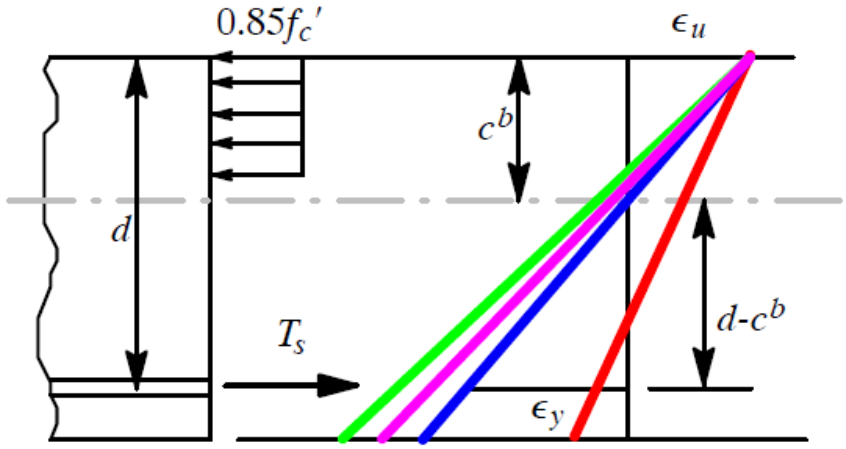
$$M_n = 0.85 f_c' a . b \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

ضرایب کاهش مقاومت



$\varepsilon_t = 0.004$

$\frac{c}{d_t} = 0.600$ $\frac{c}{d_t} = 0.375$



لنگر، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری

الف) مقاطع کشش- کنترل (بند ۹-۷-۴-۲)	۰/۹۰
ب) مقاطع فشار- کنترل (بند ۹-۷-۴-۳)	
- اعضای با دورپیچ	۰/۷۵
- سایر اعضا	۰/۶۵
پ) مقاطع در ناحیه‌ی انتقال (بند ۹-۷-۴-۴)	۰/۶۵-۰/۹۰

حداکثر آرماتور:

$$(\varepsilon_t)_{\max} = 0.004$$

مثال ۵-۱ مقطع مستطیلی با ابعاد $b = 300\,\text{mm}$ و $d = 450\,\text{mm}$ و با فولاد گذاری $3\Phi30$ را در نظر بگیرید (شکل ۴-۳-الف)؛ و فرض کنید $f_c' = 28\,\text{MPa}$ و $f_y = 400\,\text{MPa}$ باشد. مقاومت خمشی طراحی این مقطع را بر اساس روش طرح مقاومت محاسبه کنید.

حل: چون فولادهای کششی در یک ردیف قرار گرفته‌اند:

$$d = d_t = 450\,\text{mm}$$

$$A_s = 2121\,\text{mm}^2 \quad , \quad \rho = \frac{A_s}{b\,d} = 0.0157$$

$$\rho_b = 0.85\beta_1 \frac{f_c'}{f_y}\frac{600}{600+f_y} = (0.85)(0.85)\frac{28}{400}\cdot\frac{600}{600+400} = 0.0303$$

$$\rho < \rho_b \quad \rightarrow \quad \text{UR} \qquad \textit{(مقطع تحت مسلح است)}$$

$$M_n = \rho b d^2 f_y \left(1 - 0.59\rho\frac{f_y}{f_c'}\right)$$

$$= (0.0157)(300)(450)^2(400)\left(1 - 0.59\times0.0157\times(400/28)\right)$$

$$= 331.03\times10^6\ \text{N.mm} \equiv 331.03\ \text{kN.m}$$

برای تعیین ضریب کاهش مقاومت ϕ، کرنش کششی خالص در دورترین فولادهای کششی را به دست می‌آوریم:

$$A_s f_y = 0.85 f_c' a b$$

$$\therefore \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c' b} = \frac{(2121)(400)}{(0.85)(28)(300)} = 118.8\,\text{mm}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{118.8}{0.85} = 139.8\,\text{mm}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_t = \varepsilon_{cu}\left(\frac{d_t - c}{c}\right) = (0.003)\left(\frac{450 - 139.8}{139.8}\right) = 0.0067$$

$\varepsilon_t = 0.0067 > 0.005 \quad \therefore$ TC *(مقطع با رفتار کشش-کنترل است)*

بنابر این مقطع کنترل شده با کشش تلقی می‌شود و $\phi = 0.9$ خواهد بود.

مقاومت طراحی $= \phi M_n = 0.9 \times 331.03 = \underline{\underline{297.9\ \text{kN.m}}}$

مثال ۵-۲ مسئله‌ی قبل را در حالتی حل کنید که از 3Φ34 به عنوان فولادهای کششی استفاده شده باشد.

حل:

$A_s = 2724\,\text{mm}^2 \quad , \quad \rho = 0.0202 < \rho_b = 0.0303 \rightarrow \text{UR}$

$$M_n = \rho b d^2 f_y (1 - 0.59\rho \frac{f_y}{f_c'}) = 407.29 \times 10^6\ \text{N.mm}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c' b} = 152.6\,\text{mm} \quad , \quad c = \frac{a}{\beta_1} = 179.5\,\text{mm}$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{cu} (\frac{d_t - c}{c}) = 0.00452$$

$$\phi = 0.65 + 0.25 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{0.003}$$

$\varepsilon_{ty} = 0.002$

$$\phi = 0.483 + 83.3\varepsilon_t = 0.483 + 83.3 \times 0.00452 = 0.860$$

مقاومت طراحی $= \phi M_n = (0.860)(407.29) = \underline{\underline{350.3\,\text{kN.m}}}$

مثال ۵-۴ مثال قبلی را در حالتی حل کنید که $A_s = 4800\ \text{mm}^2$ و $d = d_t = 450\,\text{mm}$ باشد.

$$\rho = 0.0356 > \rho_b = 0.0303 \quad \rightarrow \quad \text{OR}$$

$$a^2 + \frac{600\rho}{0.85 f_c'} d.a - \frac{600\rho}{0.85 f_c'} \beta_1 d^2 = 0$$

$$\alpha = \frac{600\rho d}{0.85 f_c'} = \frac{(600)(0.0356)(450)}{(0.85)(30)} = 403.86\,\text{mm}$$

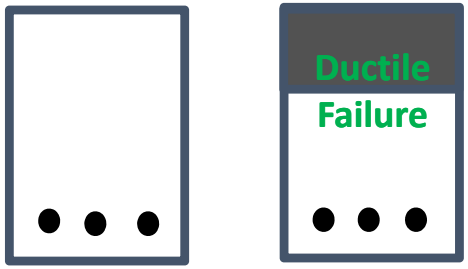
$$a = \frac{1}{2}(\sqrt{\alpha^2 + 4\beta_1 d\,\alpha} - \alpha) = 239.94\,\text{mm}$$

$$M_n = 0.85 f_c' a b\,(d - \frac{a}{2}) = (0.85)(28)(239.94)(300)(450 - 239.94/2)$$

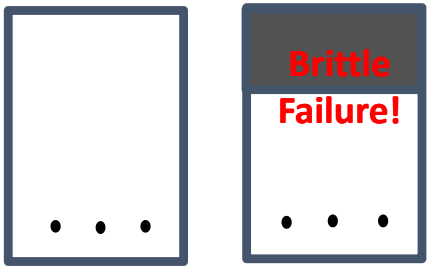
$$= 565.40 \times 10^6\ \text{N.mm}$$

$$\phi M_n = (0.65)(565.40) = \underline{\underline{367.5\,\text{kN.m}}}$$

حداقل آرماتور:



M_{cr} =100 kN.m ΦM_n =150 kN.m



M_{cr} =100 kN.m. ΦM_n =80 kN.m.

$$(A_s)_{\min,1} = \max\left(\frac{\sqrt{f'_c}}{4f_y}b_w d, \frac{1.4}{f_y}b_w d\right)$$

$$(A_s)_{\min,2} = \frac{4}{3}A_{s,req}$$

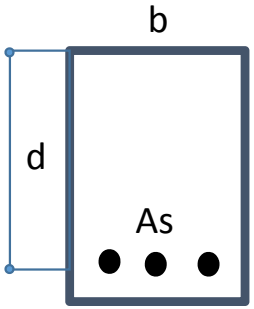
$$(A_s)_{\min} = \min\left[(A_s)_{\min,1}, (A_s)_{\min,2}\right]$$

$$0.25\frac{\sqrt{f'_c}}{f_y}b_w d$$

$$\frac{1.4}{f_y}b_w d$$

۹-۱۱-۵-۱-۳ اگر سطح مقطع آرماتورهای طولی تأمین شده در وجه کششی، حداقل به اندازه‌ی یک سوم بیش‌تر از مقدار مورد نیاز بر اساس محاسبه باشد، نیازی به کنترل ضوابط بندهای ۹-۱۱-۵-۱-۱ و ۹-۱۱-۵-۱-۲ نمی‌باشد.

طراحی مقاطع بتن آرمه مستطیلی (با دانستن ابعاد مقطع)



معلومات	مجهولات
b, d, As f'c, fy	ϕMn

معلومات	مجهولات
b, d f'c, fy Mu=ϕMn	As

طراحی مقاطع بتن آرمه مستطیلی
(با دانستن ابعاد مقطع)

$$\frac{M_n}{b\,d^2} = \rho f_y \left(1 - \rho \frac{f_y}{2\times 0.85 f_c'}\right)$$

$$M_u \le \phi M_n$$

$$M_u = \phi M_n$$

$$R_n = \frac{M_n}{b\,d^2} = \frac{M_u}{\phi b\,d^2}$$

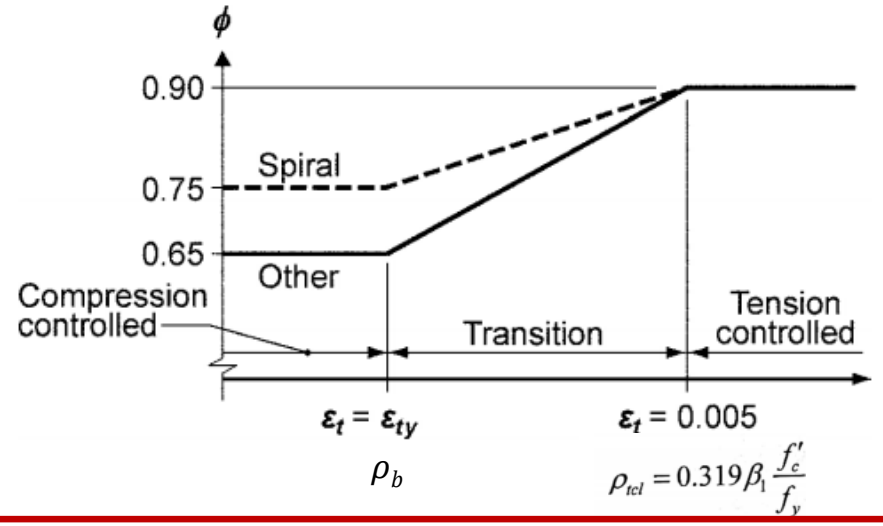
$$m = \frac{f_y}{0.85 f_c'}$$

$$\rho^2 - \frac{2}{m}\rho + \frac{2R_n}{m f_y} = 0$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2\,m\,R_n}{f_y}}\right\}$$

کنترلها

ρ_{min}



مثال ۵-۵ در یک مقطع مستطیلی با ابعاد $b = 400\,\text{mm}$ و $h = 500\,\text{mm}$، لنگر طراحی تحت بارهای با ضریب برابر $M_u = 240\,\text{kN.m}$ به‌دست آمده است. فولاد لازم برای این مقطع را طراحی کنید. فرض کنید $f_y = 400\,\text{MPa}$ و $f_c' = 35\,\text{MPa}$ باشد.

$$d = 500 - 65 = 435\ \text{mm}$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f_c'} = \frac{400}{(0.85)(35)} = 13.45$$

به فرض آن که مقطع به صورت کنترل شده تحت کشش طراحی شود، $\phi = 0.9$ خواهد بود؛ بنابراین:

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{240 \times 10^6}{(0.9)(400)(435)^2} = 3.52\ \text{MPa}$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2\,m\,R_n}{f_y}}\right\} = \frac{1}{13.45}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2(13.45)(3.52)}{400}}\right\}$$

$$= 0.0094$$

$$\rho_{\min} = \frac{\sqrt{f_c'}}{4f_y} = 0.0037 > \frac{1.4}{f_y} = 0.0035 \quad , \quad \rho > \rho_{\min} \quad \underline{\text{O.K.}}$$

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05}{7}(f_c' - 28) = 0.80$$

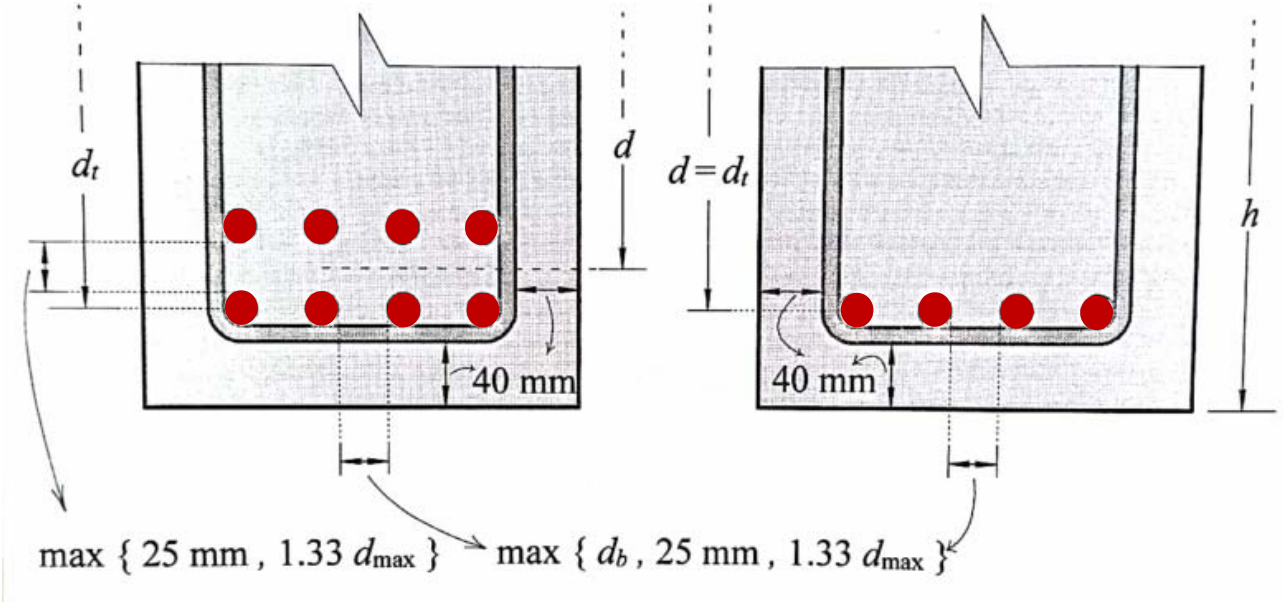
$$\rho_{tcl} = 0.319\beta_1 \frac{f_c'}{f_y} = (0.319)(0.80)\frac{35}{400} = 0.0223$$

$$\rho = 0.0094 < \rho_{tcl} = 0.0223 \rightarrow \text{T. C.}$$

یعنی مقطع به صورت کنترل شده تحت کشش عمل خواهد کرد و $\phi = 0.9$ صحیح انتخاب شده است.

$$A_s = \rho b\, d = (0.0094)(400)(435) = 1636 \text{ mm}^2 \qquad 3\Phi 28 \equiv 1847 \text{ mm}^2$$

محدودیت آرماتورگذاری و پوشش میلگرد:



$$d = h - \text{cover} - d_{sh} - \frac{d_b}{2}$$

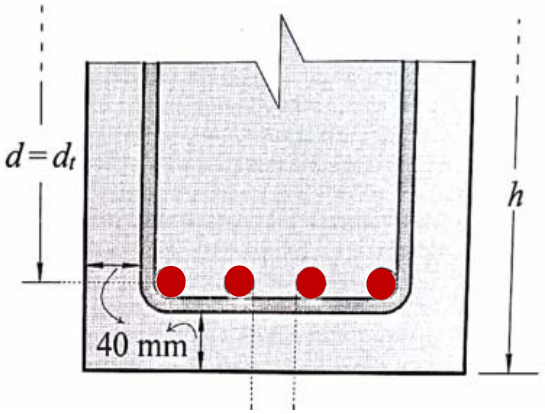
$$\approx h - 40 - 10 - \frac{30}{2}$$

$$= h - 65$$

محدودیت آرماتورگذاری و پوشش میلگرد: (ادامه)

جدول ۹-۴-۶ پوشش بتن روی میلگرد برای اجزای بتنی

شرایط محیطی سازه‌ی بتنی	نوع عضو	میلگردها	پوشش روی میلگردها (mm)
بتن در تماس دائم با خاک است.	کلیه‌ی اعضا	کلیه‌ی میلگردها	۷۵
بتن در تماس با هوا و یا تماس غیر دائم با خاک است.	کلیه‌ی اعضا	میلگردهای به قطر ۱۸ تا ۵۸ میلی متر	۵۰
		میلگردها و سیم‌های به قطر ۱۶ میلی متر و کم‌تر	۴۰
بتن در تماس با هوا و یا خاک نیست.	دال‌ها، تیرچه‌ها و دیوارها	میلگردهای بزرگتر از قطر ۳۶ میلیمتر	۴۰
		میلگردهای قطر ۳۴ میلی متر و نازک‌تر	۲۰
	تیرها، ستون‌ها، ستون پایه‌ها و اعضای کششی	آرماتورهای طولی، خاموت‌ها، بست‌ها، دورپیچ‌ها و تنگ‌ها	۴۰



ترکیبات بارگذاری:

جدول ۹-۷-۱ ترکیب‌های بارگذاری

بار اصلی	ترکیب‌های بارگذاری
D	1) $U = 1.4D$
L	2) $U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
L_r or S or R	3) $U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.5W)$
W	4) $U = 1.2D + 1.0L + 1.0W + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
E	5) $U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$
W	6) $U = 0.9D + 1.0W$
E	7) $U = 0.9D + 1.0E$

L = بارهای زنده و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه؛

H = بارهای ناشی از وزن یا فشار خاک، آب در خاک یا سایر مصالح، و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه؛

L_r = بار زنده‌ی بام و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه؛

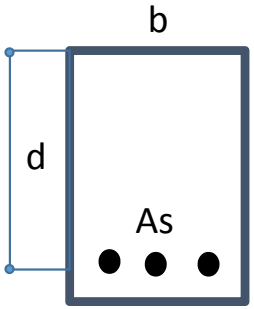
S = بار برف و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه؛

R = بار باران و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه؛

W = بار باد و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه؛

E = تأثیرات بار نیروهای زلزله و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه.

طراحی مقاطع بتن آرمه مستطیلی (بدون دانستن ابعاد مقطع)

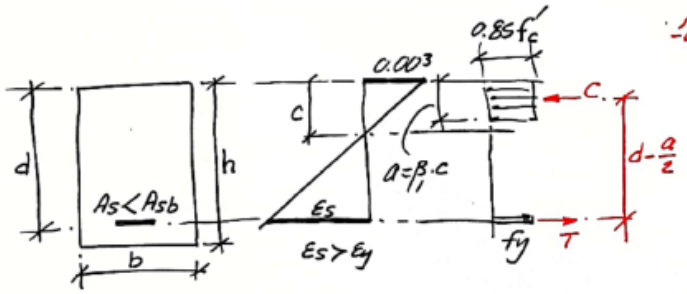


معلومات	مجهولات
b, d f’c, fy Mu=ϕMn	As
f’c, fy Mu=ϕMn	As, b, d

یادآوری

برای حالات گفته شده برای مقاطع بتن آرمه مستطیلی شکل

حالت اول، شکست کنترل فولاد



$$\begin{cases} C = 0.85 f'_c \cdot a \cdot b \\ T = As \cdot fy \end{cases} \qquad C = T \Rightarrow a = \frac{As \cdot fy}{0.85 f'_c \cdot b}$$

$$Mn = T \cdot z = C \cdot z \Rightarrow Mn = As \cdot fy \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$Mn = As \cdot fy \left(d - \frac{As \cdot fy}{2 \times 0.85 \times f'_c \times b}\right)$$

تعریف $\rho = \frac{As}{b \cdot d}$ سطح: $b \cdot d$

$$\Rightarrow As = \rho \cdot b d$$

$$Mn = \rho \cdot fy \, b d^2 \left(1 - 0.59 \rho \frac{fy}{f'_c}\right)$$

تعریف $\omega = \rho \frac{fy}{f'_c}$

$$\frac{Mn}{b d^2 f'_c} = \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$\frac{Mn}{b d^2 f'_c} = \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$Kn = f'_c \cdot \omega (1 - 0.59 \omega)$$

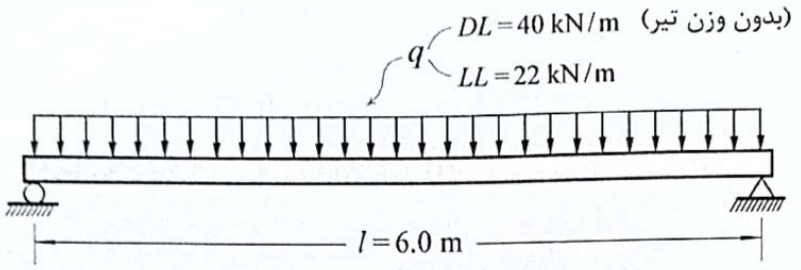
$$b d^2 = \frac{Mn}{Kn} = \frac{Mu}{\Phi Kn}$$

$$\rho, f'_c, fy \rightarrow \omega \rightarrow \begin{matrix} Kn \\ \Phi \end{matrix} \Big\} \; b d^2$$

$$\frac{d}{b} = 1.5 - 2.0$$

مثال ۵-۶ تیر دو سر سادهٔ شکل ۵-۹ تحت بارگذاری نشان داده شده را در نظر گرفته و یک مقطع مستطیلی مناسب برای آن طراحی کنید. فرض کنید $f_c' = 28\,\text{MPa}$ و $f_y = 350\,\text{MPa}$ باشد.

$$\rho \approx 0.4\rho_b$$



مثلاً $h = 600\,\text{mm}$ را حدس زد و با فرض $b = 0.6h$، عرض $b = 350\,\text{mm}$ را برای تیر تخمین زد. حال با در نظر گرفتن وزن مخصوص بتن برابر $w_c = 24\,\text{kN/m}^3$، وزن تیر معادل $5.04\,\text{kN/m}$ به‌دست می‌آید. در این مسأله وزن معادل تیر برابر با $q_g = 5.5\,\text{kN/m}$ تخمین زده می‌شود.

$$q_u = 1.2q_D + 1.6q_L = 1.2(40+5.5)+1.6(22) = 89.8\,\text{kN/m}$$

$$M_{\max} = \frac{q_u l^2}{8} = 404.1\ \text{kN.m}$$

$$\rho_b = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y}\frac{600}{600+f_y} = (0.85)\times\frac{28}{350}\times\frac{600}{600+350} = 0.0365$$

$$\rho \approx 0.4\rho_b \quad \rightarrow \quad \text{USE} \quad \rho = 0.014$$

$$\omega = \frac{\rho f_y}{f'_c} = 0.175$$

$$k_n = f'_c\,\omega(1-0.59\,\omega) = (28)(0.175)(1-0.59\times0.175) = 4.394\,\text{MPa}$$

$$b\,d^2 = M_u/\phi k_n = 404.1\times10^6/(0.9\times4.394) = 102.2\times10^6\,\text{mm}^3$$

با فرض $d/b = 1.5$ خواهیم داشت:

$$(b)(1.5b)^2 = 102.2\times10^3 \;\;\therefore\;\; b = 357\text{ mm} \quad \text{و} \quad d = 535\text{ mm}$$

$$\text{USE}: b = 350\text{ mm}\;,\; d = 535\text{ mm}\;,\; h = d + 65\text{ mm} = 600\text{ mm}$$

$$q_g = 24\ (0.35)(0.6) = 5.04\ \text{kN/m}$$

$$q_u = 1.2(40+5.04)+1.6(22) = 89.25\ \text{kN/m}\quad ,\quad M_{\max} = 401.6\ \text{kN.m}$$

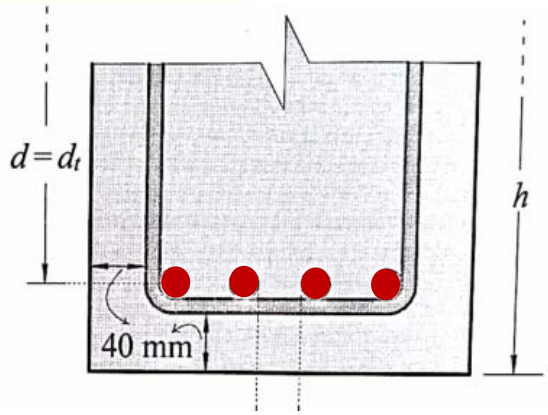
$$R_n = \frac{M_u}{\phi bd^2} = 401.6\times10^6/(0.9\times350\times535^2) = 4.454\ \text{MPa}$$

$$m = f_y/0.85\,f_c' = 350/(0.85\times28) = 14.71$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1-\sqrt{1-\frac{2mR_n}{f_y}}\right\} = 0.0142 < \rho_{tcl} = 0.319\beta_1\frac{f_c'}{f_y} = 0.0217 \rightarrow \text{T.C.}$$

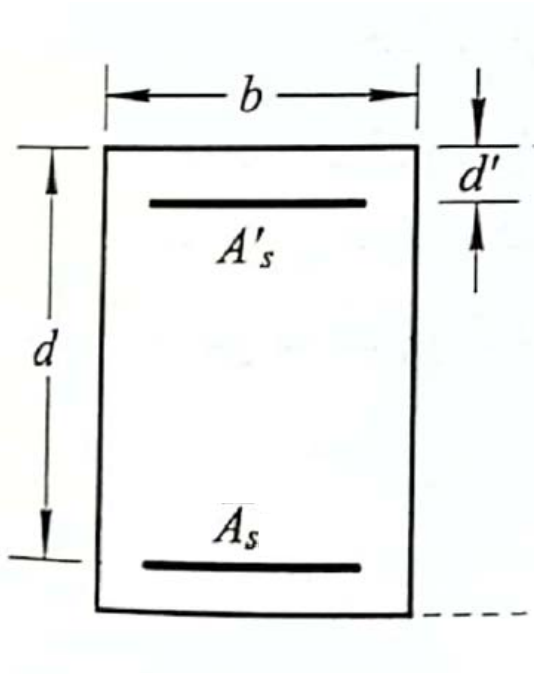
$$A_s = \rho bd = (0.0142)(350)(535) = 2659\,\text{mm}^2$$

$$\underline{\text{USE } 4\Phi30 \equiv 2827\,\text{mm}^2}$$



فاصلهٔ آزاد میلگردها $= \frac{1}{3}\{350-2(40+10)-4(30)\} = 43.3\,\text{mm}$

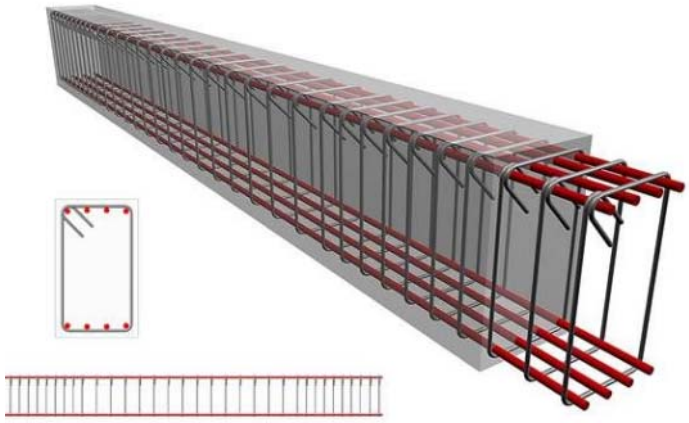
$$43.3\,\text{mm} > \max\{d_b\ ,\ 25\,\text{mm}\} = 30\,\text{mm}\ \underline{\text{O.K.}}$$



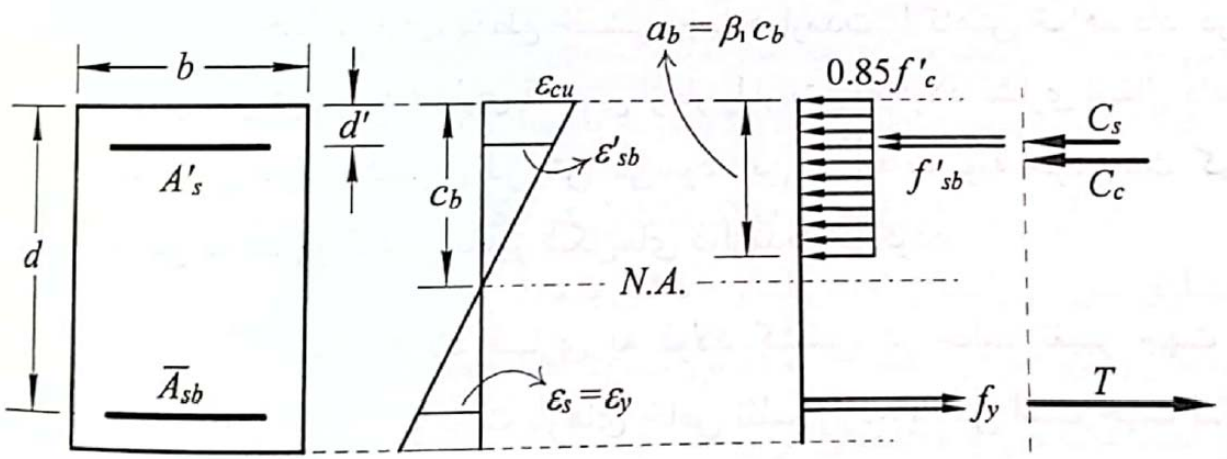
مقاطع بتن آرمه (با فولاد فشاری)

علت استفاده:

- نگهدارنده خاموت
- استفاده بعنوان آرماتور کششی در حالات تغییر جهت لنگر خمشی
- کمک به ظرفیت مقطع در استفاده از آرماتور کششی بیشتر
- کاهش خیز دراز مدت تیر
- افزایش شکل پذیری مقطع خمشی



بررسی جاری شدن فولادهای کششی در مقطع مستطیلی با فولاد فشاری



$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_y} = \frac{c_b}{d - c_b} \quad \therefore \quad c_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} d$$

$$c_b = \frac{600}{600 + f_y} d$$

$$\frac{\varepsilon'_{sb}}{\varepsilon_{cu}} = \frac{c_b - d'}{c_b} = 1 - \frac{d'}{c_b} = 1 - \frac{d'}{d} \cdot \frac{600 + f_y}{600}$$

$$f'_{sb} = E_s \varepsilon'_{sb} = E_s \varepsilon_{cu} \left(1 - \frac{d'}{d} \cdot \frac{600 + f_y}{600}\right) \le f'_y$$

$$\therefore \quad f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d}(600 + f_y) \le f'_y$$

$$T = C_c + C_s \quad \therefore \quad \bar{A}_{sb} f_y = 0.85 f'_c a_b b + A'_s f'_{sb}$$

$$\bar{A}_{sb} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} a_b b + A'_s \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\bar{A}_{sb} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} bd + A'_s \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\bar{A}_{sb} = A_{sb} + A'_s \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\bar{\rho}_b = \bar{A}_{sb} / bd \quad \text{و} \quad \rho' = A'_s / bd$$

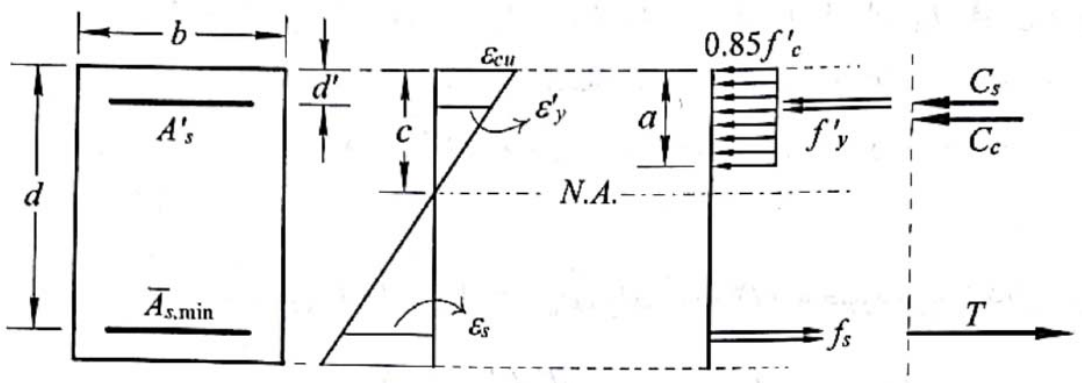
$(\rho < \bar{\rho}_b$ یا $)$ $A_s < \bar{A}_{sb}$

فولاد کششی جاری میشود

$(\rho > \bar{\rho}_b$ یا $)$ $A_s > \bar{A}_{sb}$

فولاد کششی جاری نمیشود

بررسی جاری شدن فولادهای فشاری در مقطع مستطیلی با فولاد فشاری



$$T = C_c + C_s \qquad \therefore \quad \bar{A}_{s,\min} f_s = 0.85 f_c' a b + A_s' f_y'$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_y'} = \frac{c}{c - d'} \qquad \therefore \quad a = \beta_1 c = \beta_1 d' \frac{600}{600 - f_y'}$$

$$\bar{A}_{s,\min} = A_s' \frac{f_y'}{f_s} + 0.85\,\beta_1 \frac{f_c'}{f_s} \frac{600}{600 - f_y'} b\,d'$$

$$\bar{\rho}_{\min} = \rho' \frac{f_y'}{f_s} + 0.85\,\beta_1 \frac{d'}{d} \frac{f_c'}{f_s} \frac{600}{600 - f_y'}$$

$(\rho > \bar{\rho}_{\min}$ یا $)\ A_s > \bar{A}_{s,\min}$

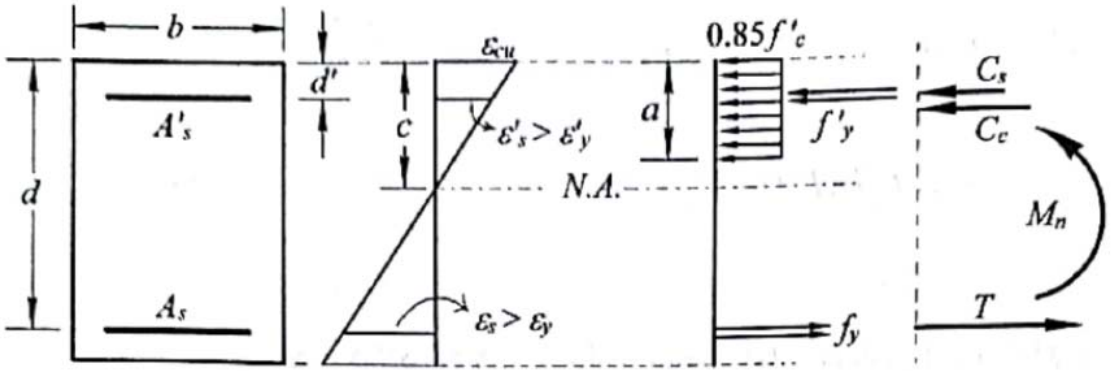
فولاد فشاری جاری میشود

$(\rho < \bar{\rho}_{\min}$ یا $)\ A_s < \bar{A}_{s,\min}$

فولاد فشاری جاری نمیشود

تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری

الف- جاری شدن فولادهای کششی و فشاری $(\rho > \bar{\rho}_{min} \text{ و } \rho < \bar{\rho}_b)$



$$T = C_c + C_s \quad \therefore \quad A_s f_y = 0.85 f_c' a b + A_s' f_y'$$

$$a = \frac{A_s f_y - A_s' f_y'}{0.85 f_c' b}$$

$$M_n = C_c (d - \frac{a}{2}) + C_s (d - d')$$

$$M_n = (A_s f_y - A_s' f_y') \left[d - \frac{A_s f_y - A_s' f_y'}{1.7 f_c' b} \right] + A_s' f_y' (d - d')$$

$$M_n = (\rho f_y - \rho' f_y') b d^2 \left[1 - 0.59 \left(\frac{\rho f_y - \rho' f_y'}{f_c'} \right) \right] + \rho' f_y' b d^2 (1 - \frac{d'}{d})$$

تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری (ادامه)

ب- جاری شدن فولاد کششی و جاری نشدن فولاد فشاری ($\rho < \bar{\rho}_{min}$ و $\rho < \bar{\rho}_b$)

$$a = \frac{A_s f_y - A'_s f_s}{0.85 f'_c b}$$

$$f'_s = 600 \frac{a - \beta_1 d'}{a}$$

$$a^2 + \frac{600A'_s - A_s f_y}{0.85 f'_c b} a - \frac{600 A'_s \beta_1 d'}{0.85 f'_c b} = 0$$

$$M_n = 0.85 f'_c a b (d - \frac{a}{2}) + A'_s f'_s (d - d')$$

تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری (ادامه)

ج- جاری نشدن فولاد کششی و جاری شدن فولاد فشاری ($\rho > \rho_b$ و $\rho > \overline{\rho}_{min}$)

$$a = \frac{A_s f_s - A'_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$f_s = 600 \frac{\beta_1 d - a}{a}$$

$$a^2 + \frac{A'_s f'_y - 600 A_s}{0.85 f'_c b} a - \frac{600 A_s \beta_1 d}{0.85 f'_c b} = 0$$

$$M_n = 0.85 f'_c a b (d - \frac{a}{2}) + A'_s f'_y (d - d')$$

تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری (ادامه)

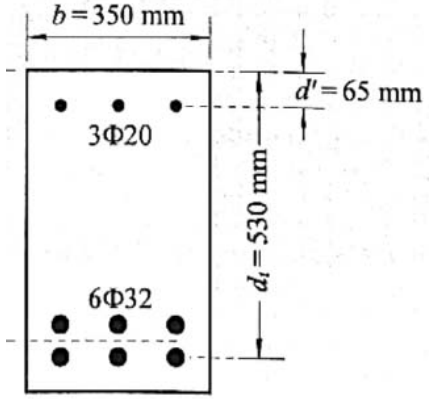
د- جاری نشدن فولادهای کششی و فشاری $(\rho < \bar{\rho}_{\min}$ و $\rho > \bar{\rho}_b)$

$$a = \frac{A_s f_s - A'_s f'_s}{0.85 f'_c b}$$

$$a^2 + \frac{600(A_s + A'_s)}{0.85 f'_c b} a - \frac{600 \beta_1 (A_s d + A'_s d')}{0.85 f'_c b} = 0$$

$$M_n = 0.85 f'_c a b (d - \frac{a}{2}) + A'_s f'_s (d - d')$$

مثال ۵-۱۱ در یک مقطع مستطیلی با ابعاد $b = 350\,\text{mm}$ و $d = 500\,\text{mm}$، به عنوان فولادهای کششی از $6\Phi32$، و به عنوان فولادهای فشاری از $3\Phi20$ استفاده شده است (شکل ۵-۱۴). ظرفیت خمشی نهایی این مقطع را به‌دست آورید. فرض کنید $f_y = f_y' = 400\,\text{MPa}$ و $f_c' = 30\,\text{MPa}$ باشد.



$$A_s = 4825\ \text{mm}^2 \quad ; \quad \rho = 0.0276$$

$$A_s = 942\ \text{mm}^2 \quad ; \quad \rho' = 0.0054$$

$$\overline{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f_{sb}'}{f_y} \quad ; \quad \rho_b = 0.85\beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \frac{600}{600+f_y} = 0.0325$$

$$f_{sb}' = 600 - \frac{d'}{d}(600+f_y) \le f_y \ ; \ d' = 65\,\text{mm}$$

$$\Rightarrow f_{sb}' = f_y' = 400\,\text{MPa}$$

$$\overline{\rho}_b = 0.0325 + 0.0054 = 0.0379$$

$$\rho = 0.0276 < \overline{\rho}_b \quad \rightarrow$$ *فولادهای کششی در لحظهٔ نهایی جاری می‌شوند.*

$$\bar{\rho}_{\min} = \rho' \frac{f_y'}{f_s} + 0.85\beta_1 \frac{d'}{d}\frac{f_c'}{f_s}\frac{600}{600 - f_y'}$$

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.0054 + (0.85)(0.85)\frac{65}{500}\cdot\frac{30}{400}\cdot\frac{600}{600-400} = 0.0265$$

$\rho = 0.0276 > \bar{\rho}_{\min}$ → فولادهای فشاری در لحظهٔ نهایی جاری می‌شوند.

$$a = \frac{A_s f_y - A_s' f_y'}{0.85 f_c' b} = \frac{(4825 - 942)\times 400}{0.85\times 30\times 350} = 174\,\text{mm}$$

$$M_n = 0.85 f_c' a b (d - \frac{a}{2}) + A_s' f_y' (d - d')$$

$$= (0.85)(30)(174)(350)(500 - \frac{174}{2}) + (942)(400)(500 - 65)$$

$$= 805.3\times 10^6 \ \text{N.mm}$$

$$\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{cu}} = \frac{d_t - c}{c} = \frac{\beta_1 d_t - a}{a}$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{cu}\frac{\beta_1 d_t - a}{a} = 0.003\times\frac{0.85\times 530 - 174}{174} = 0.00477$$

$\varepsilon_t > 0.004 \quad \rightarrow \rho < \rho_{\max}$ <u>O.K.</u>

$$\phi = 0.483 + 83.3\,\varepsilon_t$$

$$\phi = 0.483 + 83.3\times 0.00477 = 0.88$$

$$\phi M_n = 0.88\times 805.3 = \underline{708.7\ \text{kN.m}}$$

مثال ۵-۱۲ مثال قبلی را در حالتی که فولادهای کششی $4\Phi 32$ بوده (در یک ردیف) و $d = 300\,\text{mm}$ و $f_c' = 21\,\text{MPa}$ باشد و سایر مشخصات مسأله تغییر نکرده باشد، حل کنید.

$$A_s = 3217\ \text{mm}^2 \quad , \quad \rho = 0.0306$$

$$A_s' = 942\ \text{mm}^2 \quad , \quad \rho' = 0.0090$$

$$f_{sb}' = 600 - \frac{65}{300} \times (600 + 400) = 383.3\,\text{MPa}$$

$$\rho_b = (0.85)(0.85) \times \frac{21}{400} \times \frac{600}{600 + 400} = 0.0228$$

$$\overline{\rho}_b = 0.0228 + 0.009 \times \frac{383.3}{400} = 0.0314$$

$$\rho = 0.0306 < \overline{\rho}_b = 0.0314 \rightarrow$$ *جاری شدن فولادهای کششی*

$$\overline{\rho}_{\min} = \rho' \frac{f_y'}{f_s} + 0.85\beta_1 \frac{d'}{d}\frac{f_c'}{f_s}\frac{600}{600 - f_y'}$$

$$f_s = \frac{d}{d'}(600 - f_y') - 600 \le f_y \qquad \text{(رابطهٔ ۵-۷۳)} \qquad \therefore \quad f_s = 323.1\,\text{MPa}$$

$$\overline{\rho}_{\min} = 0.009\frac{400}{323.1} + (0.85)(0.85)\frac{65}{300}\cdot\frac{21}{323.1}\cdot\frac{600}{600-400}$$
$$= 0.0417$$

$$\rho = 0.0306 < \overline{\rho}_{\min} = 0.0417 \quad \rightarrow \quad \text{جاری نشدن فولادهای فشاری}$$

$$a^2 + \frac{600A_s' - A_s f_y}{0.85 f_c' b}a - \frac{600A_s'\beta_1 d'}{0.85 f_c' b} = 0 \qquad \text{(رابطهٔ ۵-۸۰)}$$

$$a^2 - 115.5a - 4998 = 0 \quad \therefore \quad a = 149.0\ \text{mm}$$

$$f_s' = 600\frac{a - \beta_1 d'}{a} \qquad \text{(رابطهٔ ۵-۷۹)}$$

$$f_s' = 600 \times \frac{149 - 0.85\times 65}{149} = 377.5\,\text{MPa}$$

$$M_n = 0.85 f_c' a b (d - \frac{a}{2}) + A_s' f_s' (d - d')$$

$$M_n = (0.85)(21)(149)(350)(300 - \frac{149}{2}) + (942)(377.5)(300 - 60)$$
$$= 293.5\times 10^6\ \text{N.mm}$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{cu}\frac{\beta_1 d - a}{a} = 0.003 \times \frac{0.85 \times 300 - 149}{149} = 0.00213$$

$\varepsilon_t < 0.004$ N.G.

$$\phi = 0.483 + 83.3 \times 0.00213 = 0.66$$

$$\phi M_n = 0.66 \times 293.5 = \underline{193.7\,\text{kN.m}}$$

در این مثال همچنین می‌توانستیم به صورت سنتی از اضافه فولاد نسبت به حداکثر فولاد مجاز صرف‌نظر کرده و آنالیز مقطع را انجام دهیم:

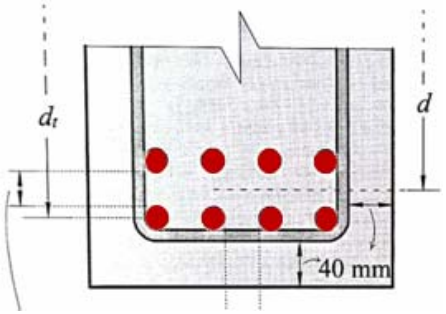
$$\phi = 0.483 + 83.3 \times 0.004 = 0.816$$

$$\phi M_n = 0.816 \times 233.1 = \underline{190.2\,\text{kN.m}}$$

مثال ۵-۱۳ در یک تیر مستطیلی دو سر ساده با ابعاد $b = 400\,\text{mm}$ و $h = 700\,\text{mm}$ و با طول دهانهٔ ۱۰ متر، بارهای مرده و زنده به صورت گستردهٔ یکنواخت و با شدت به ترتیب $q_D = 45\,\text{kN/m}$ (با احتساب وزن تیر) و $q_L = 25\,\text{kN/m}$ وارد شده است. این تیر را در محل لنگر حداکثر فولادگذاری کنید. فرض کنید $f'_c = 28\,\text{MPa}$ و $f_y = 400\,\text{MPa}$ باشد.

$$q_u = 1.2q_D + 1.6q_L > 1.4q_D$$

$$q_u = 94\ \text{kN/m} \quad , \quad M_{\max} = 1175\ \text{kN.m}$$



از آن‌جا که لنگر حداکثر نسبتاً بزرگ است، احتمالاً باید فولادهای کششی در دو لایه قرار داده شوند؛ بنابراین:

$$d = 700 - 90 = 610\ \text{mm} \quad , \quad d_t = 700 - 65 = 635\ \text{mm}$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f_c'} = \frac{400}{(0.85)(28)} = 16.81$$

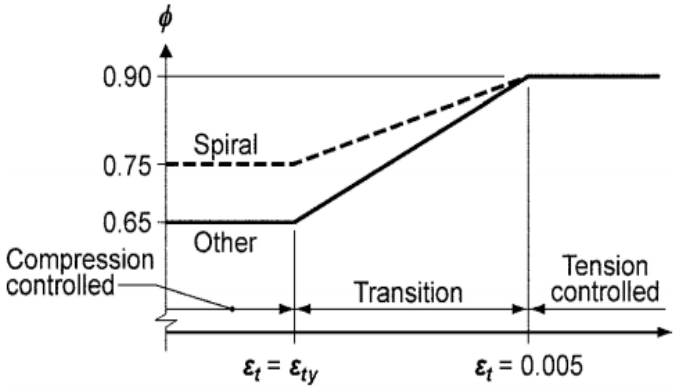
$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} = \frac{M_u}{\phi b\, d^2} = \frac{1175\times10^6}{(0.9)(400)(610)^2} = 8.77\,\text{MPa}$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1-\sqrt{1-\frac{2mR_n}{f_y}}\right\} = \frac{1}{16.81}\left\{1-\sqrt{1-\frac{(2)(16.81)(8.77)}{400}}\right\} = 0.029$$

$$\rho_{\max} = 0.364\beta_1 \frac{d_t}{d}\frac{f_c'}{f_y}$$

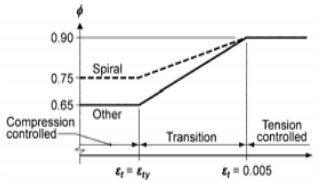
$$\rho_{\max} = (0.364)(0.85)\times\frac{635}{610}\times\frac{28}{400} = 0.0225$$

$\rho > \rho_{\max}$ N.G. → در مقطع به فولاد فشاری نیاز خواهیم داشت



$\varepsilon_t = 0.004$

$$\rho_t = \rho_{tcl} = 0.319\beta_1 \frac{d_t}{d}\frac{f_c'}{f_y} \qquad \text{(رابطة ۵-۴۱)}$$



$$\rho_{tcl} = (0.319)(0.85)\times\frac{635}{610}\times\frac{28}{400} = 0.0198$$

$$\rightarrow A_{s1} = (0.0198)(400)(610) = \underline{\underline{4831\,\text{mm}^2}}$$

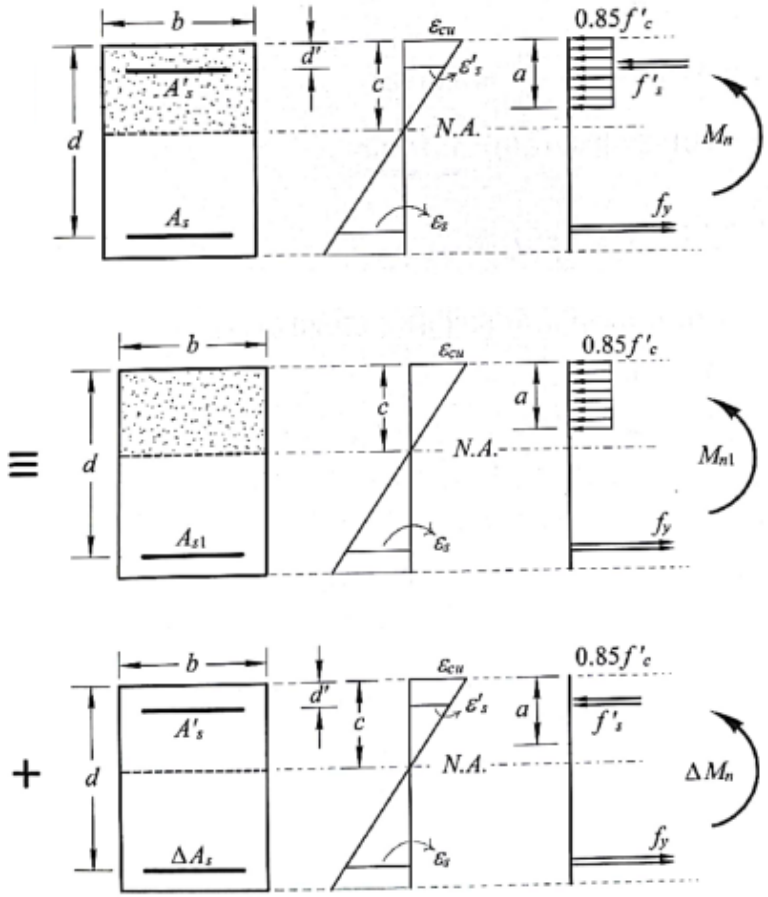
$$M_u = \phi\,\rho\, b\, d^2 f_y\left(1 - 0.59\rho\frac{f_y}{f_c'}\right)$$

$$M_{u1} = (0.9)(0.0198)(400)(610)^2(400)\left[1-(0.59)(0.0198)(400)/(28)\right]$$
$$= 883.9\times10^6\ \text{N.mm}$$

$$\Delta M_n = M_n - M_{n1} = \frac{1}{\phi}(M_u - M_{u1}) = \frac{1}{0.9}\times(1175-883.9)$$
$$= 323.4\,\text{kN.m}$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{0.005} = \frac{c}{d_t - c} \rightarrow c = \frac{3}{8}d_t = \frac{3}{8}\times(635) = 238.1\,\text{mm}$$

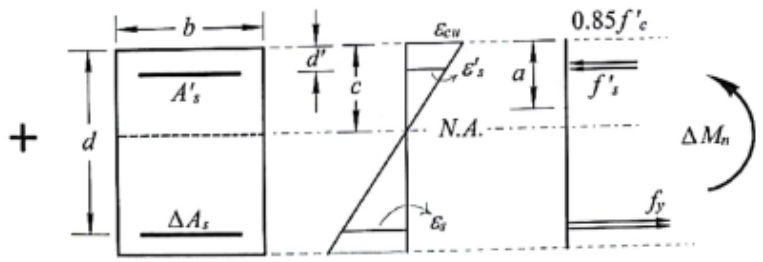
$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu}\frac{c-d'}{c} = 0.003\times\frac{238.1-65}{238.1} = 0.00218 > \varepsilon_y'$$



$$\therefore f_s' = f_y' = 400\,\text{MPa}$$

$$A_s f_y (d - d') = \Delta M_n$$

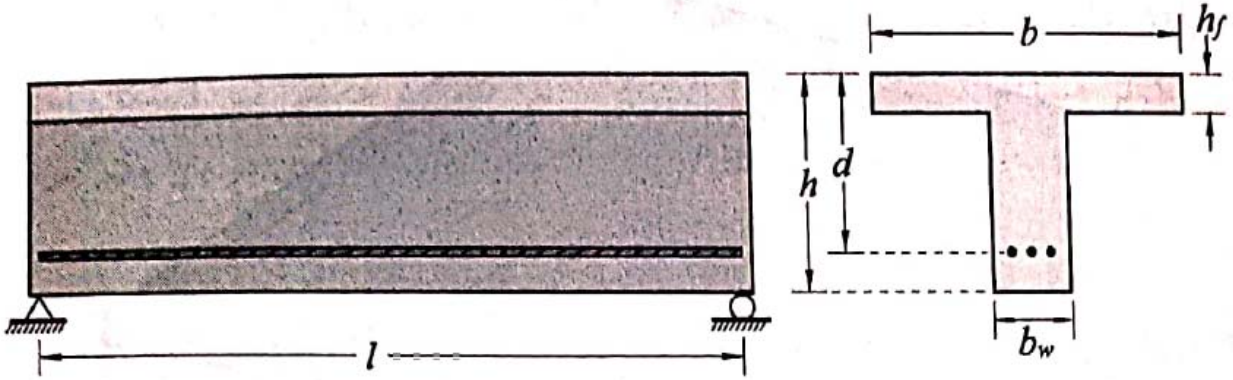
$$\therefore \Delta A_s = \frac{323.4\times10^6}{400(610-65)} = 1482\,\text{mm}^2$$



$$A_s' = \Delta A_s = 1484\,\text{mm}^2 \rightarrow \text{USE } 4\Phi22$$

$$A_s = A_{s1} + \Delta A_s = 4831 + 1484 = 6315\,\text{mm}^2 \rightarrow \text{USE } 8\Phi32 \text{ (در دو ردیف)}$$

بررسی رفتار مقاطع بالدار بتن آرمه

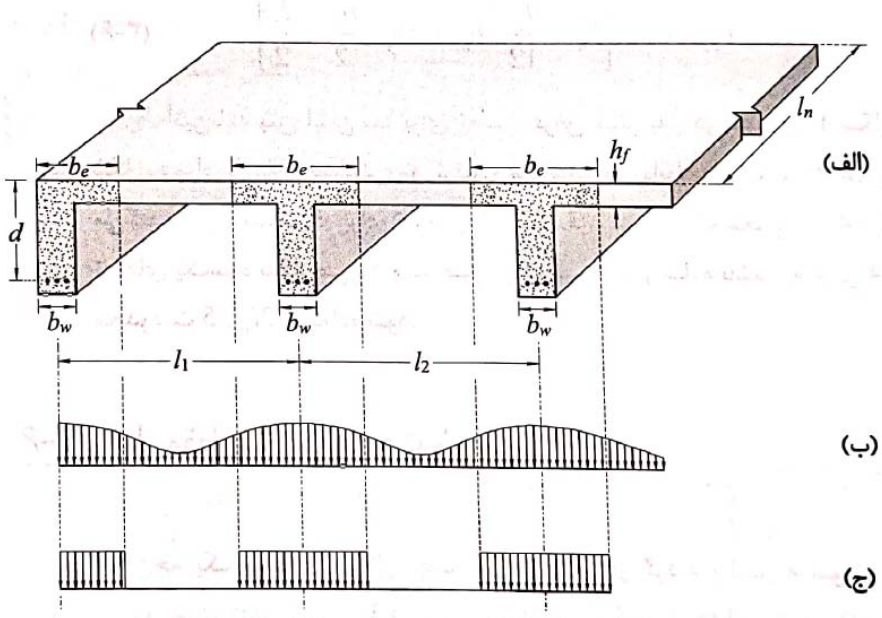


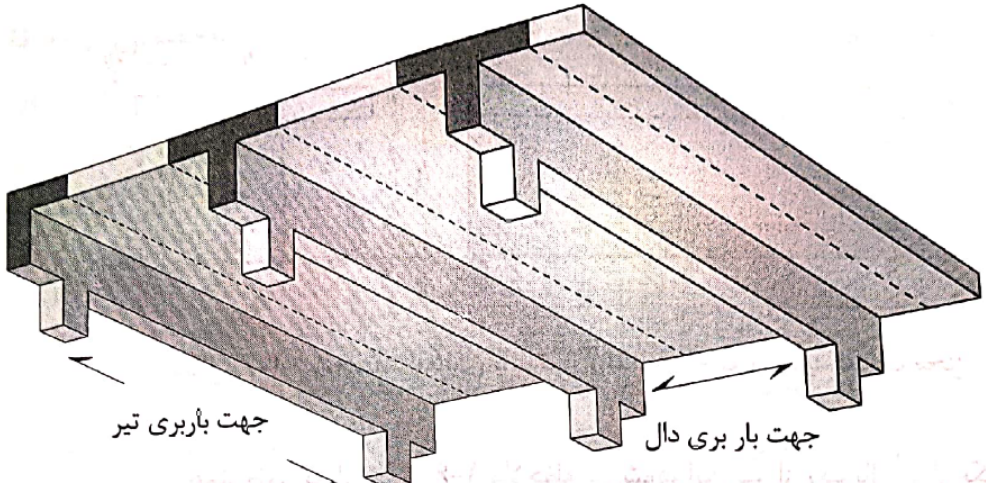
$$b \le 4b_w$$

$$h_f \ge \frac{1}{2}b_w$$

برای تیرهای T شکل

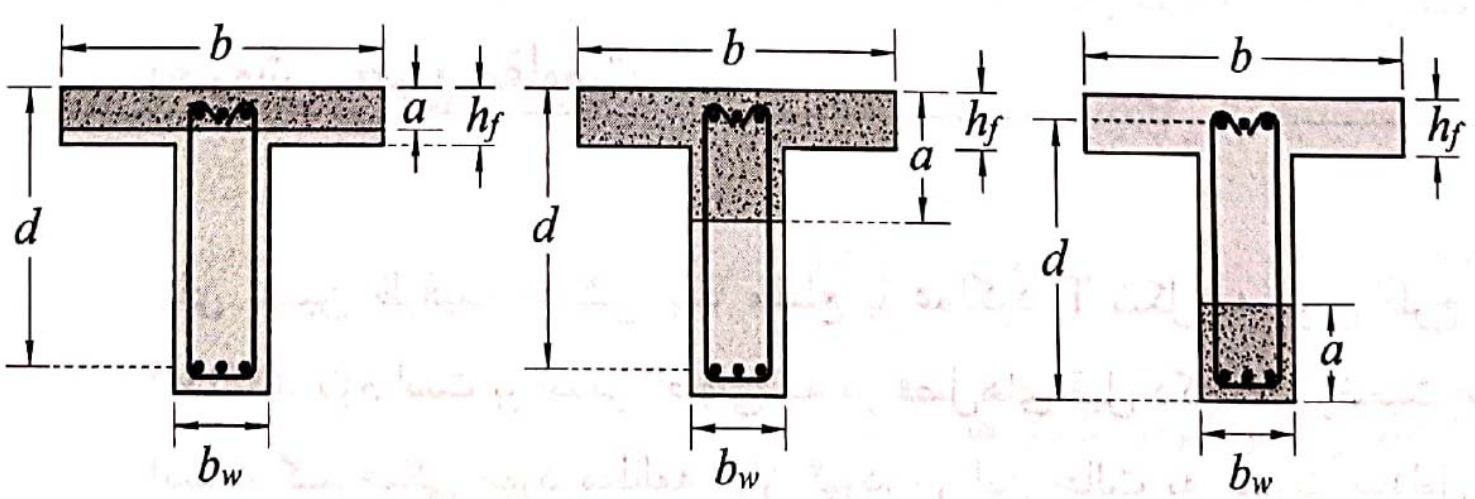
$$b_e = \min\left\{\frac{l_n}{4}\ ,\ b_w + 16h_f\ ,\ \frac{l_1 + l_2}{2}\right\}$$

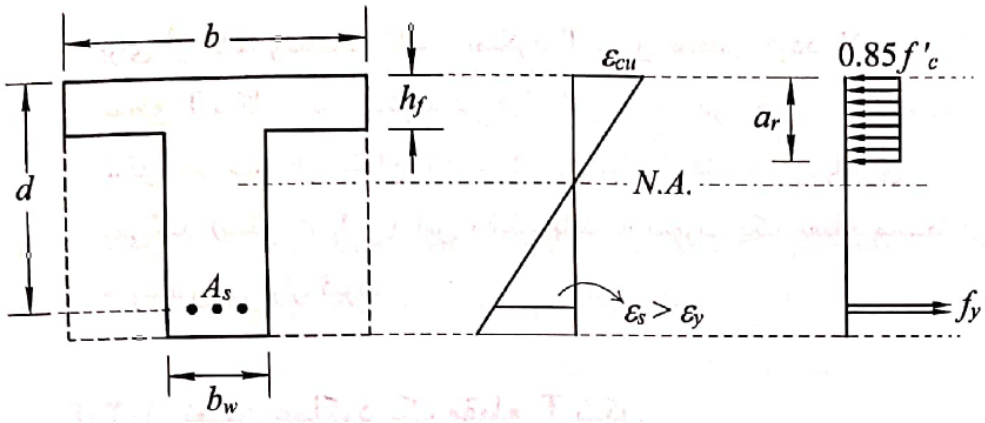


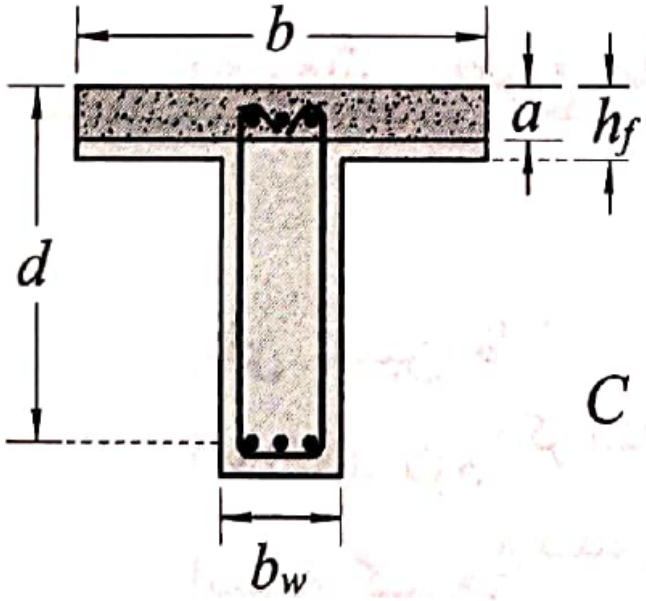


برای تیرهای L شکل

$$b_e = \min\left\{b_w + \frac{l_n}{12}\ ,\ b_w + 6h_f\ ,\ \frac{b_w}{2} + \frac{l_1}{2}\right\}$$


b
a
h_f
d
b_w
b
h_f
a
d
b_w
b
h_f
d
a
b_w


b
h_f
d
A_s
b_w
ε_{cu}
$0.85f'_c$
a_r
N.A.
$\varepsilon_s > \varepsilon_y$
f_y

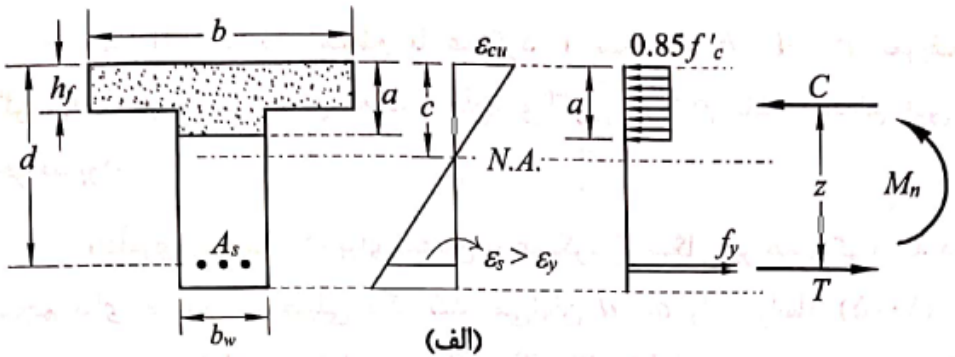


$$a_r \le h_f$$

$$C = T \quad \rightarrow \quad 0.85 f_c' a\, b = A_s f_y$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c' b}$$

$$M_n = \rho b d^2 f_y \left(1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f_c'}\right)$$

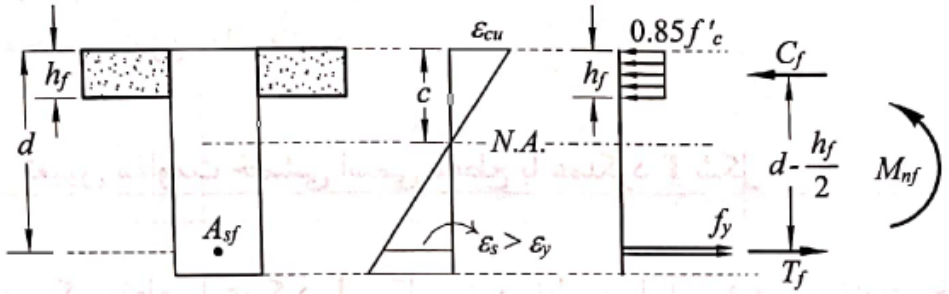


(الف)

$$M_n = M_{nf} + M_{nw}$$

$$a_r > h_f$$

≡

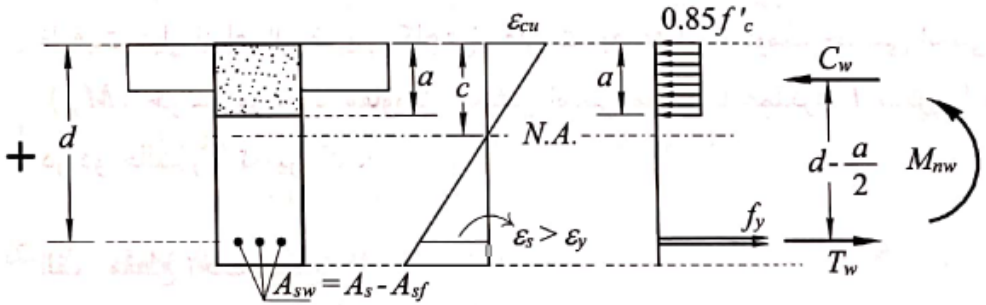


(ب)

$$A_{sf} = 0.85\frac{f'_c}{f_y}h_f(b - b_w)$$

$$M_{nf} = 0.85f'_c h_f(b - b_w)\left(d - \frac{h_f}{2}\right) = A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

+

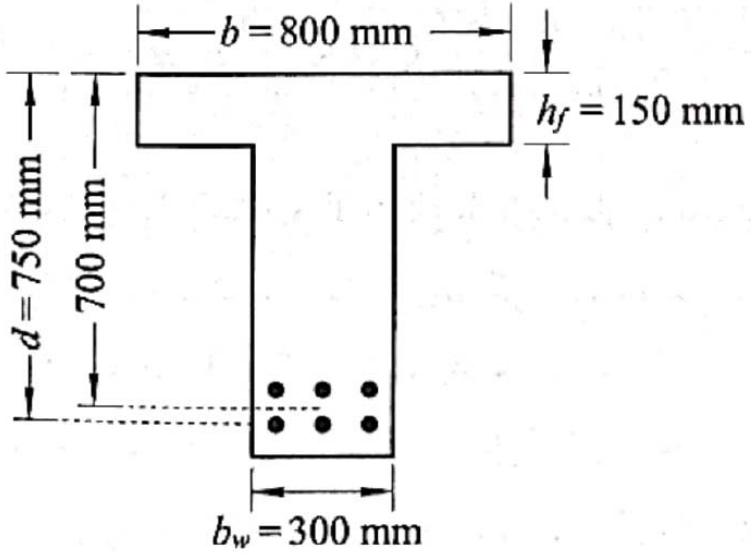


(ج)

$$a = \frac{(A_s - A_{sf})f_y}{0.85f'_c b_w}$$

$$M_{nw} = 0.85f'_c a b_w \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

مثال ۶-۱ ظرفیت خمشی تیر T شکل نشان داده شده در شکل ۶-۸ را در دو حالت به‌دست آورید: الف) $A_s \equiv 3\Phi 36$؛ ب) $A_s \equiv 6\Phi 36$. فرض کنید $f'_c = 21\,\text{MPa}$ و $f_y = 400\,\text{MPa}$ باشد.



$b \le 4b_w \rightarrow 800 \le 4 \times 250$ O.K.

$h_f \ge \frac{1}{2} b_w \rightarrow 150 \ge 0.5 \times (300)$ O.K.

الف- اگر $A_s \equiv 3\Phi 36$ و $d = d_t = 750\,\text{mm}$ باشد:

$$A_s = 3054\ \text{mm}^2$$

با فرض جاری شدن فولادهای کششی و با فرض یک مقطع مستطیلی به عرض $b = 800\,\text{mm}$ داریم (رابطهٔ ۶-۴):

$$a_r = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c' b} = \frac{3054 \times 400}{0.85 \times 21 \times 800} = 85.5\ \text{mm} \qquad a_r < h_f \rightarrow$$

مقطع مستطیلی کار می‌کند.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{3054}{800 \times 750} = 0.0051$$

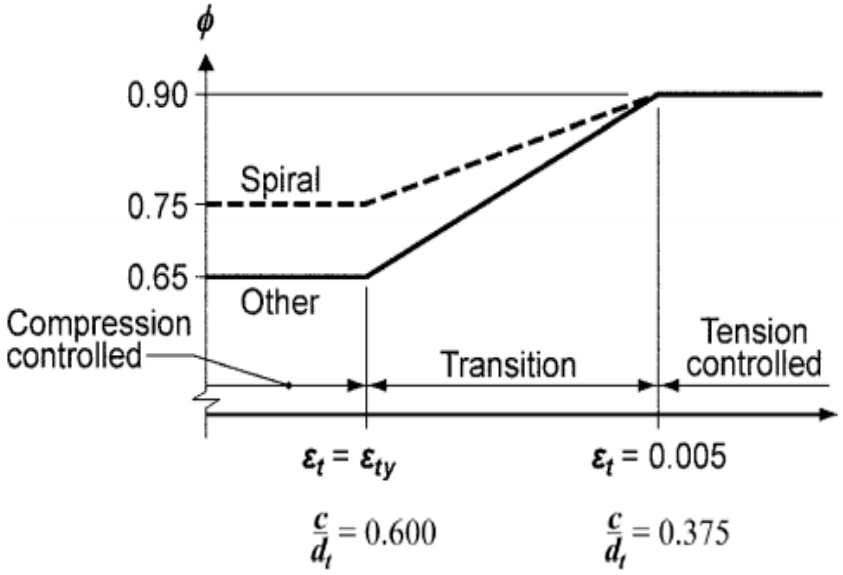
$$M_n = \rho b d^2 f_y \left(1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f_c'}\right)$$

$$= 0.0051 \times 800 \times 750^2 \times 400 \times (1 - 0.59 \times 0.0051 \times 400/21)$$

$$= 865.4 \times 10^6\ \text{N.mm}$$

$$\frac{a}{d_t}=\frac{85.5}{750}=0.114 \quad ; \quad \frac{a_{tcl}}{d_t}=0.375\beta_1=0.319$$

$$\frac{a}{d_t}<\frac{a_{tcl}}{d_t} \quad \therefore \quad \text{T. C.}$$



چون مقطع به صورت کنترل شده با کشش تلقی می‌شود، $\phi=0.9$ بوده و بنابراین:

مقاومت طراحی $= \phi M_n = \underline{\underline{778.9\,\text{kN.m}}}$

ب- اگر $A_s \equiv 6\Phi 36$ و $d = 700\ \text{mm}$ و $d_t = 750\ \text{mm}$ باشد:

$$A_s = 6107\ \text{mm}^2 \quad , \quad a_r = \frac{6107 \times 400}{0.85 \times 21 \times 800} = 171.1\,\text{mm}$$

بلوک فشاری تنش به جان سرایت می‌کند و مقطع عملکرد T شکل دارد. $\rightarrow a_r > h_f$

کنترل جاری شدن فولاد!

$$A_{sf} = 0.85\frac{f_c'}{f_y} h_f (b - b_w) = 0.85 \times \frac{21}{400} \times 150 \times (800 - 300)$$

$$= 3347\,\text{mm}^2$$

$$M_{nf} = A_{sf} f_y (d - \frac{h_f}{2})$$

$$= 3347 \times 400 \times (700 - 150/2) = 836.8 \times 10^6\ \text{N.mm}$$

$$a=\frac{(A_s-A_{sf})f_y}{0.85f_c'b_w}=\frac{(6107-3347)\times 400}{0.85\times 21\times 300}=206.2\,\text{mm}$$

$$M_{nw}=(A_s-A_{sf})\,f_y\,(d-\frac{a}{2})$$
$$=(6107-3347)\times 400\times(700-206.2/2)=659.0\times 10^6\ \text{N.mm}$$

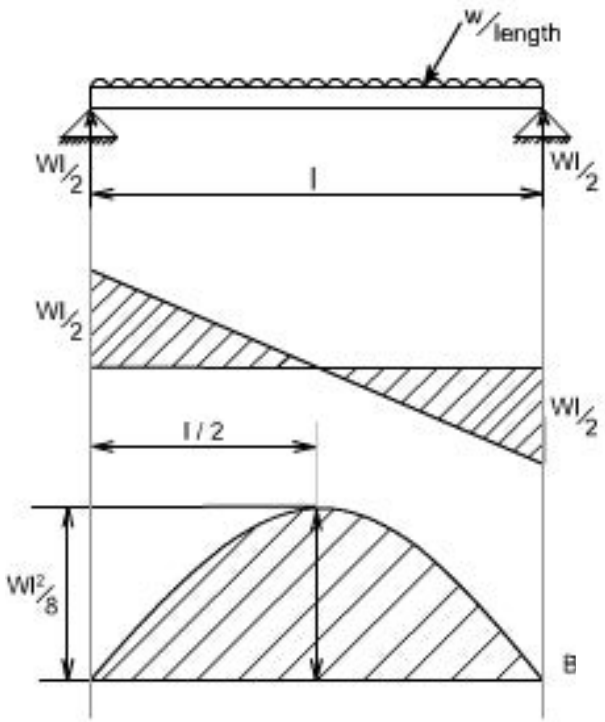
$$M_n=M_{nf}+M_{nw}=836.8+659.0=1495.8\,\text{kN.m}$$

$$\frac{a}{d_t}=\frac{206.2}{750}=0.275<\frac{a_{tcl}}{d_t}=0.319 \quad \therefore \quad \text{T.C.}$$

$$\therefore\ \phi=0.9\ ;\ \phi M_n=\underline{\underline{1346.2\,\text{kN.m}}}$$

بررسی رفتار و طراحی اعضا بتن آرمه
در مقابل برش

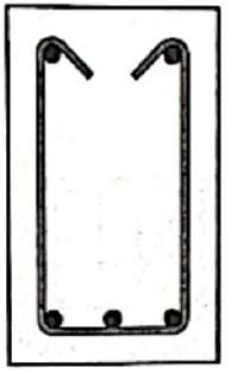
فولاد های برشی



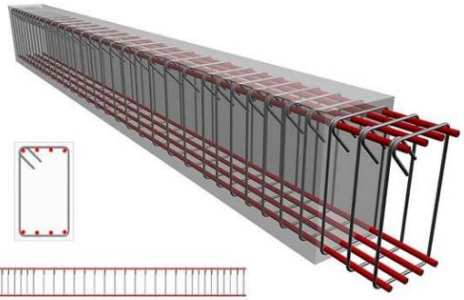
$$M_u \le \phi M_n$$

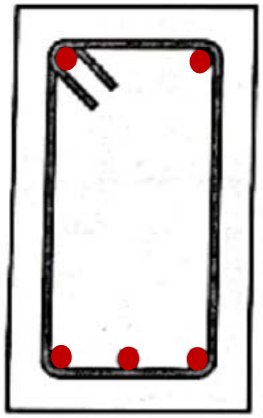
$$V_u \le \varphi V_n$$

خاموت بسته



خاموت رکابی



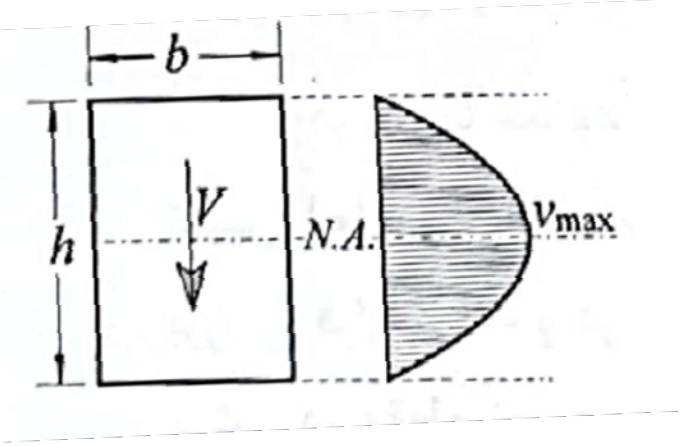


خاموت تک

فولاد برشی مایل

بررسی یک مقطع هموژن تحت اثر نیروی برشی

(روابط مقاومت مصالح)



$$V = 2\,b\,h\,v_{max}/3$$

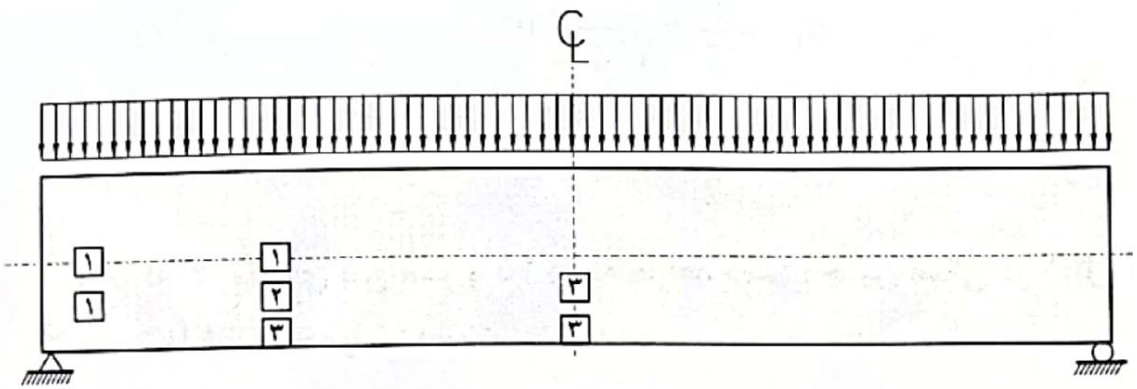
$$v = \frac{VQ}{Ib}$$

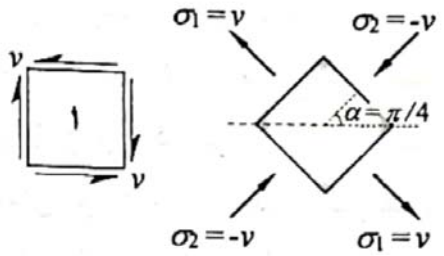
$$v_{max} = \frac{3}{2} \times \frac{V}{bh}$$

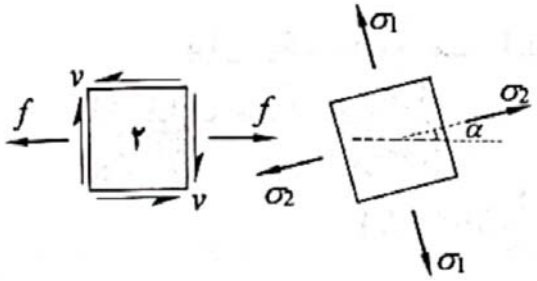
* مقطع بتن آرمه هموژن نیست!

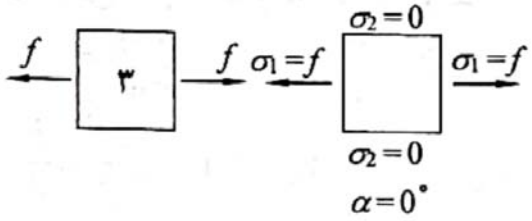
* مقطع بتن آرمه ترک میخورد!

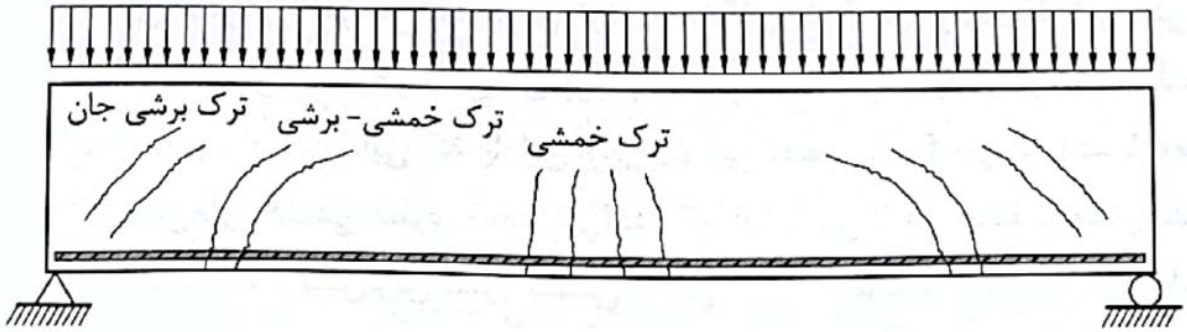
بررسی ترک خوردگی
تیرهای بتن آرمه

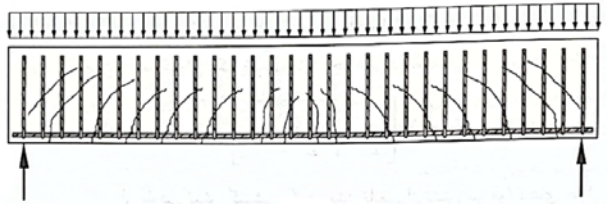






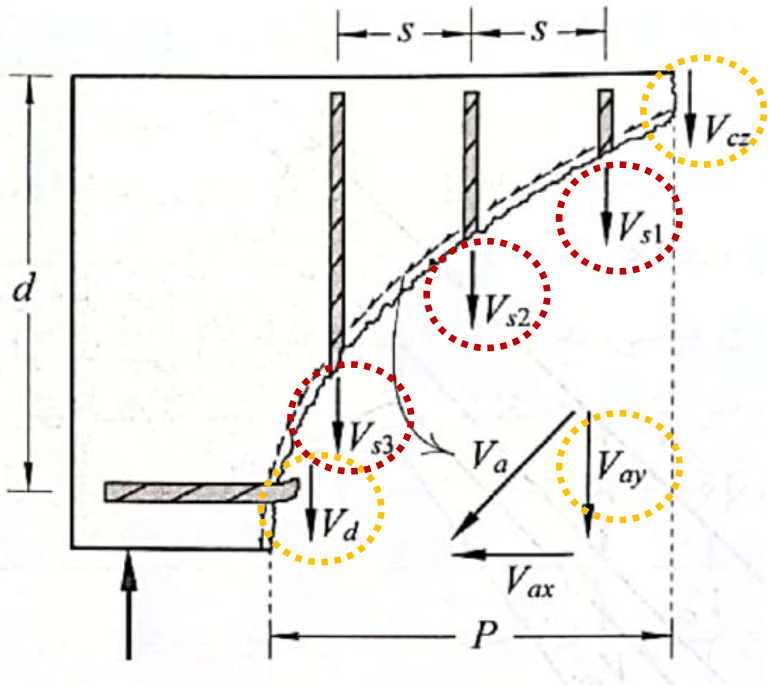






ظرفیت برشی تیرهای بتن آرمه

بر اساس آیین نامه



$$V_n = V_{cy} + V_d + V_{cz} + V_s$$

$$V_c$$

$$V_n = V_c + V_s$$

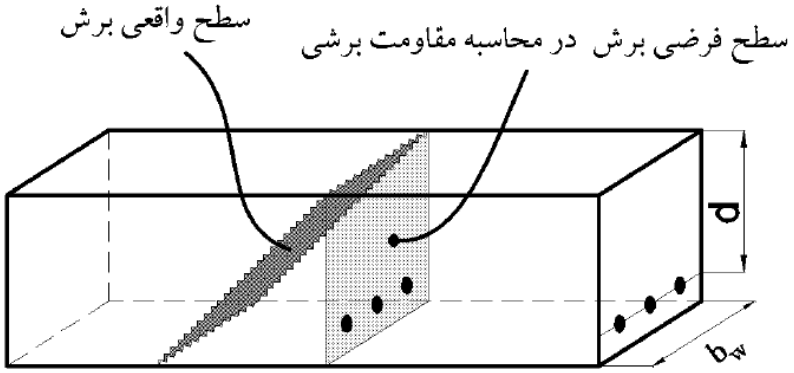
ظرفیت برشی بتن در مقاطع بتن آرمه

بر اساس آیین نامه

بدون نیروی محوری

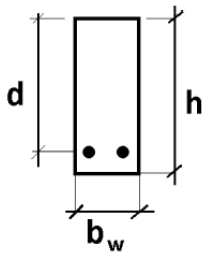
* **روش تقریبی**

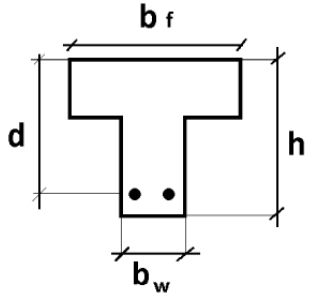
* روش دقیق



$$V_c = \frac{1}{6}\lambda\sqrt{f_c'}\,b_w d \approx 0.17\lambda\sqrt{f_c'}\,b_w d$$

$\lambda = 1 \rightarrow$ برای بتن های معمولی





ظرفیت برشی بتن در مقاطع بتن آرمه

بر اساس آیین نامه

بدون نیروی محوری

* روش تقریبی

* روش دقیق

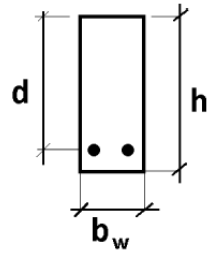
کمترین ۳ مقدار زیر

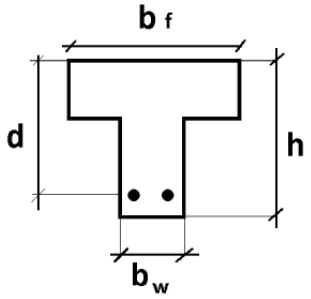
$$V_c = \left(0.16\lambda\sqrt{f_c'} + 17\,\rho_w \frac{V_u d}{M_u}\right) b_w d$$

$$V_c = \left(0.16\lambda\sqrt{f_c'} + 17\,\rho_w\right) b_w d$$

$$V_c = 0.29\sqrt{f_c'}\, b_w d$$

ρ_w درصد میلگرد کششی مقطع





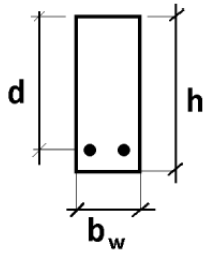
ظرفیت برشی بتن در مقاطع بتن آرمه

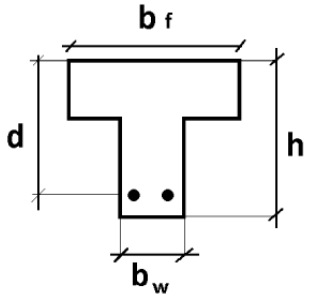
بر اساس آیین نامه

با نیروی محوری فشاری

* **روش تقریبی**
* روش دقیق

$$V_c = 0.17\left(1+\frac{N_u}{14\,A_g}\right)\lambda\sqrt{f'_c}\,b_w d$$





به طوری که A_g سطح مقطع ناخالص بتن مقطع بوده، و N_u نیروی محوری بر حسب نیوتن است که در فشار مثبت منظور می‌شود.

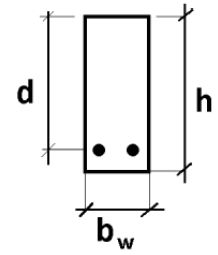
ظرفیت برشی بتن در مقاطع بتن آرمه

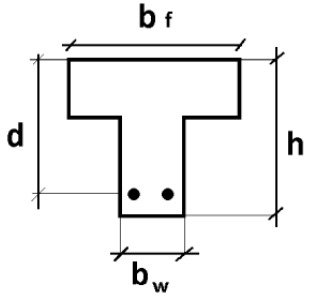
بر اساس آیین نامه

با نیروی محوری فشاری

* روش تقریبی

*** روش دقیق**





کمترین ۲ مقدار زیر

$$V_c = \left(0.16\lambda\sqrt{f_c'} + 17\rho_w \frac{V_u d}{M_m}\right) b_w d$$

$$V_c = 0.29\lambda\sqrt{f_c'}\, b_w d \sqrt{1 + \frac{0.29 N_u}{A_g}}$$

$$M_m = M_u - N_u\left(\frac{4h - d}{8}\right)$$

ظرفیت برشی بتن در مقاطع بتن آرمه

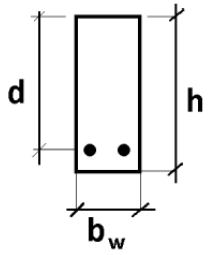
بر اساس آیین نامه

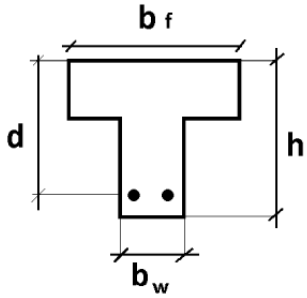
با نیروی محوری کششی

$$V_c = 0$$

* روش تقریبی
* روش دقیق

$$V_c = 0.17\left(1+\frac{N_u}{3.5A_g}\right)\lambda\sqrt{f'_c}\,b_w d \geq 0$$

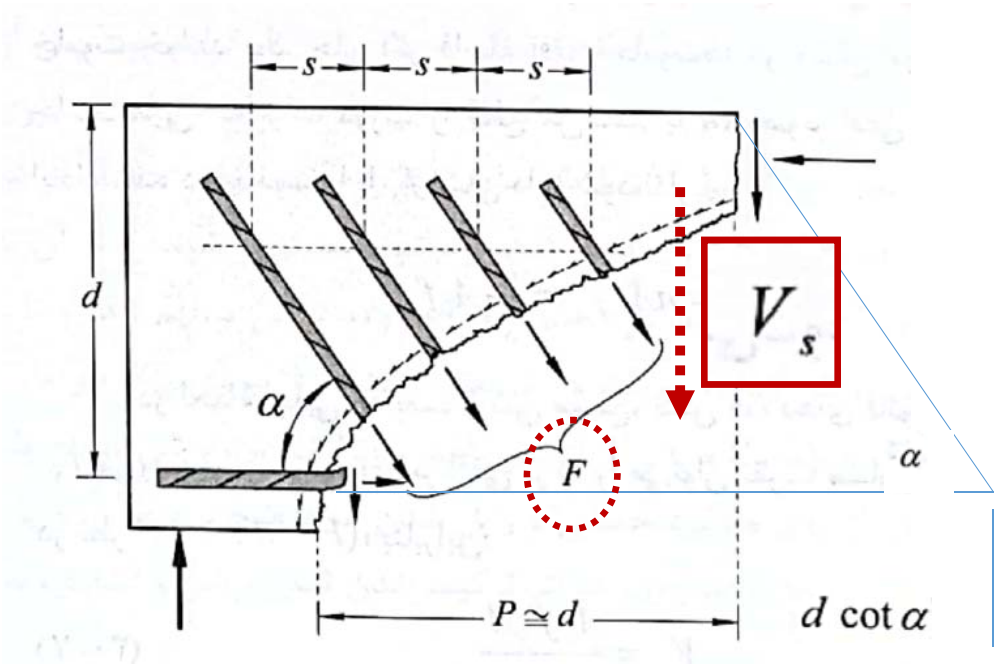




Nu باید با علامت منفی در نظر گرفته شود.

ظرفیت برشی فولاد برشی (خاموت) در مقاطع بتن آرمه

بر اساس آیین نامه



تعداد آرماتورهای برشی گذرنده از ترک: n

$$d\,(1+\cot\alpha)/s$$

سطح مقطع آرماتور برشی گذرنده از ترک: A_v

$$F = A_v f_y \left[\frac{d}{s}(1+\cot\alpha)\right]$$

$$V_s = A_v f_y \left[\frac{d}{s}(1+\cot\alpha)\right]\sin\alpha$$

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s}(\sin\alpha+\cos\alpha)$$

مقاومت آرماتورهای برشی در حالت کلی

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s}$$

آرماتورهای برشی قائم

ظرفیت برشی فولاد برشی (خاموت) در مقاطع بتن آرمه

بر اساس آیین نامه

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s) \geq V_u \qquad (\phi = 0.75)$$

$V_u < \frac{1}{2}\Phi V_c$ در مقطع نیاز به خاموت گذاری نداریم

$\frac{1}{2}\Phi V_c < V_u < \Phi V_c \rightarrow$ خاموت حداقل لازم است

بزرگترین دو مقدار

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{\min} = \frac{1}{16}\sqrt{f_c'}\ \frac{b_w}{f_{yt}} \approx 0.062\sqrt{f_c'}\ \frac{b_w}{f_{yt}}$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{\min} = \frac{1}{3}\ \frac{b_w}{f_{yt}} \approx 0.35\frac{b_w}{f_{yt}}$$

$V_u > \Phi V_c \rightarrow$ در مقطع نیاز به خاموت گذاری داریم

طراحی فولاد برشی (خاموت) در مقاطع بتن آرمه

بر اساس آیین نامه

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s) \geq V_u \qquad (\phi = 0.75)$$

$$V_s \equiv \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s}$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} = \frac{(V_u / \phi) - V_c}{f_y d}$$

If : $V_s \leq 2V_c = \frac{1}{3}\sqrt{f_c'}\, b_w d \approx 0.33\sqrt{f_c'}\, b_w d$

$\rightarrow s_{max} = \min\{d/2 , 600\,\text{mm}\}$

If : $V_s > 2V_c = \frac{1}{3}\sqrt{f_c'}\, b_w d \approx 0.33\sqrt{f_c'}\, b_w d$

$\rightarrow s_{max} = \min\{d/4 , 300\,\text{mm}\}$

حداکثر فولاد برشی جان

$$V_s \leq \frac{2}{3}\sqrt{f_c'}\, b_w d$$

$$V_c = \frac{1}{6}\lambda\sqrt{f_c'}\, b_w d$$

$$V_s \leq 4V_c$$

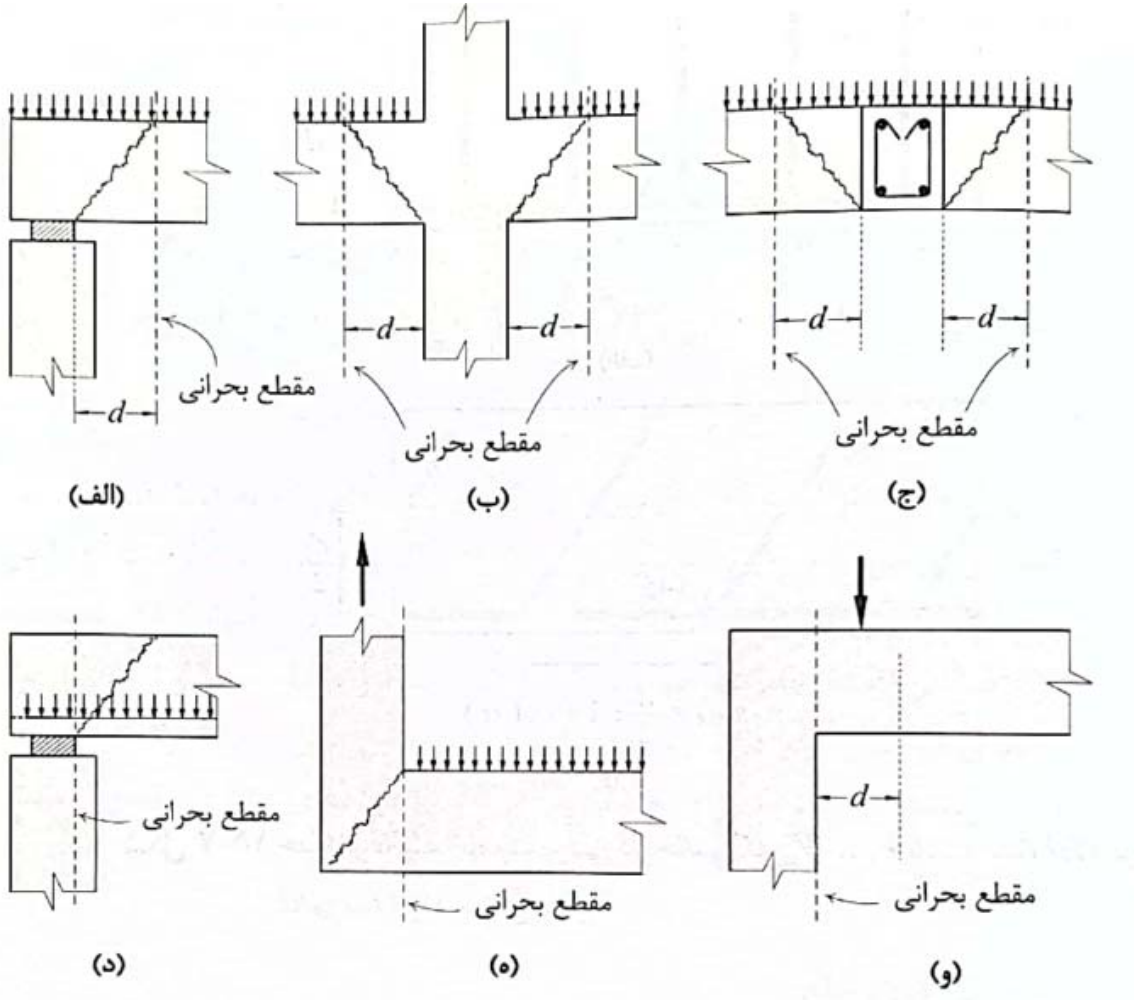
$$V_n \leq 5V_c$$

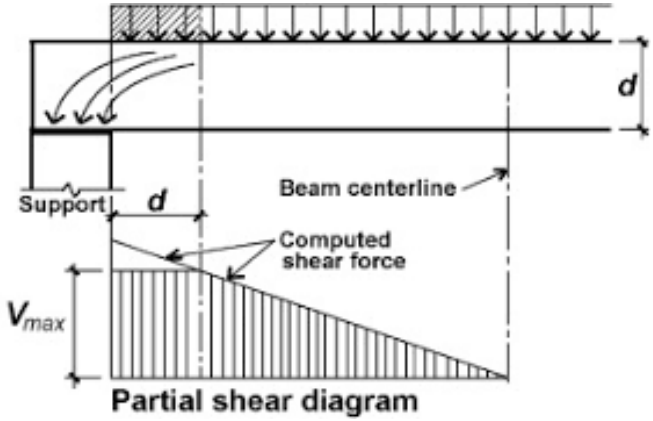
$$V_u \leq 5\phi V_c$$

یادآوری

محاسبه برش در تکیه گاه

بر اساس آیین نامه





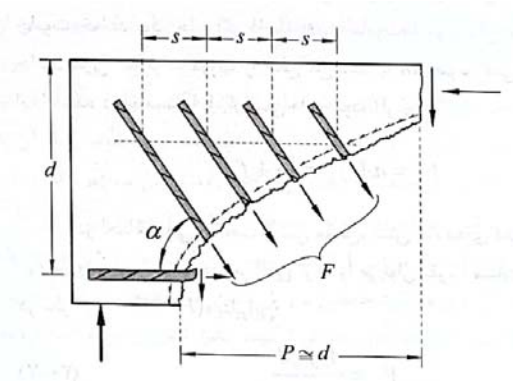
مثال ۷-۱ تیر بتنی مستطیلی با ابعاد $b = 300\,\text{mm}$ و $h = 500\,\text{mm}$ را در نظر بگیرید. اگر در این تیر فولادهای برشی قائم به صورت U شکل و با قطر $10\,\text{mm}$ و فاصله‌ی $80\,\text{mm}$ به کار رفته باشد $(\Phi 10 @ 80\ \text{mm})$، ظرفیت برشی این تیر را به دست آورید. فرض کنید $f_c' = 35\,\text{MPa}$ و $f_{yt} = 400\,\text{MPa}$ باشد.

$$d = h - 65 = 435\,\text{mm}$$

$$V_c = \frac{1}{6}\lambda\sqrt{f_c'}\,b_w d = \frac{1}{6}\times 1\times\sqrt{35}\times 300\times 435 = 128.7\times 10^3\ \text{N}$$

$$A_v = 2\times(\pi\times 10^2/4) = 157\,\text{mm}^2$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} = \frac{157\times 400\times 435}{80} = 341.5\times 10^3\ \text{N}$$



کنترل s_{max}: $V_s > 2V_c \rightarrow s_{max} = \min\left\{\frac{d}{4}, 300\ \text{mm}\right\} = 109\,\text{mm}$

$s = 80\,\text{mm} < s_{max}$ O.K.

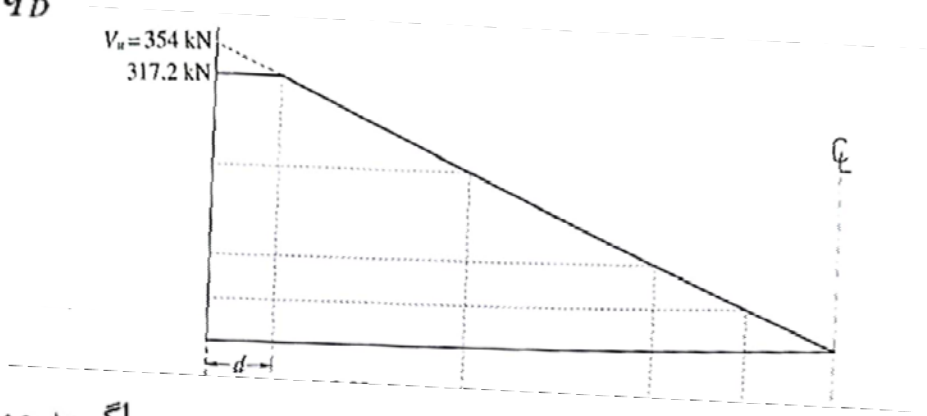
کنترل فولاد حداکثر جان: $V_s = 341.5\,\text{kN} < 4V_c$ O.K.

$V_n = V_c + V_s = 128.7 + 341.5 = 470.2\ \text{kN}$

مقاومت برشی مقطع = $\phi V_n = 0.75 \times 470.2 = 352.7\,\text{kN}$

مثال ۷-۲ یک تیر بتن آرمه‌ی دو سر ساده با دهانه‌ی $l = 10\,\text{m}$ و با ابعاد $b_w = 350\,\text{mm}$، $d = 520\,\text{mm}$ و $h = 600\ \text{mm}$، تحت بار مرده‌ی $35\,\text{kN/m}$ (با احتساب وزن تیر) و بار زنده‌ی $18\,\text{kN/m}$ قرار گرفته است. اگر $f_c' = 21\,\text{MPa}$ و $f_{yt} = 300\,\text{MPa}$ باشد، تیر را در طول دهانه به فولاد برشی لازم مسلح کنید.

$$q_u = 1.2\,q_D + 1.6\,q_L = 1.2\times 35 + 1.6\times 18 = 70.8\ \text{kN/m} > 1.4\,q_D$$



$$V_u = q_u\left(\frac{l}{2} - d\right) = 70.8\times(10/2 - 0.52) = 317.2\,\text{kN}$$

$$V_c = \frac{1}{6}\lambda\sqrt{f_c'}\,b_w d = \frac{1}{6}\times 1\times\sqrt{21}\times 350\times 520 = 139.0\times 10^3\ \text{N}$$

اگر به عنوان فولاد برشی از $\Phi 12$ به شکل U و به صورت قائم استفاده کنیم، داریم:

$$A_v = 2\times\pi\times 12^2/4 = 226\,\text{mm}^2$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} = \frac{V_u/\phi - V_c}{f_{yt}\,d} = \frac{(317.2\times 10^3/0.75) - 139.0\times 10^3}{300\times 520} = 1.82\,\text{mm}$$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{317.2}{0.75} - 139.0 = 283.9\,\text{kN} < 4V_c \quad \checkmark$$

$$(\frac{A_v}{s})_{\min} = \frac{1}{16}\sqrt{f_c'}\frac{b_w}{f_{yt}} = 0.34\,\text{mm} \le \frac{1}{3}\times\frac{b_w}{f_{yt}} = 0.39\,\text{mm}$$

$$(\frac{A_v}{s})_{req} = 1.82\,\text{mm} > (\frac{A_v}{s})_{\min} = 0.39\,\text{mm} \quad \checkmark$$

$$s_{req} = \frac{A_v}{(A_v/s)_{req}} = \frac{226}{1.82} = 124\,\text{mm}$$

$$V_s > 2V_c \;\rightarrow\; s_{\max} = \min\{d/4, 300\,\text{mm}\} = 130\,\text{mm}$$

$$s_{req} = 124\,\text{mm} < s_{\max} \quad \checkmark$$

USE $\Phi 12 @ 125\,\text{mm}$ at support

در تکیه‌گاه: $V_u = q_u l / 2 = 70.8 \times 5 = 354.0\,\text{kN}$

$\phi V_c = 0.75 \times 139.0 = 104.25\,\text{kN}$, $\phi V_c / 2 = 52.13\,\text{kN}$

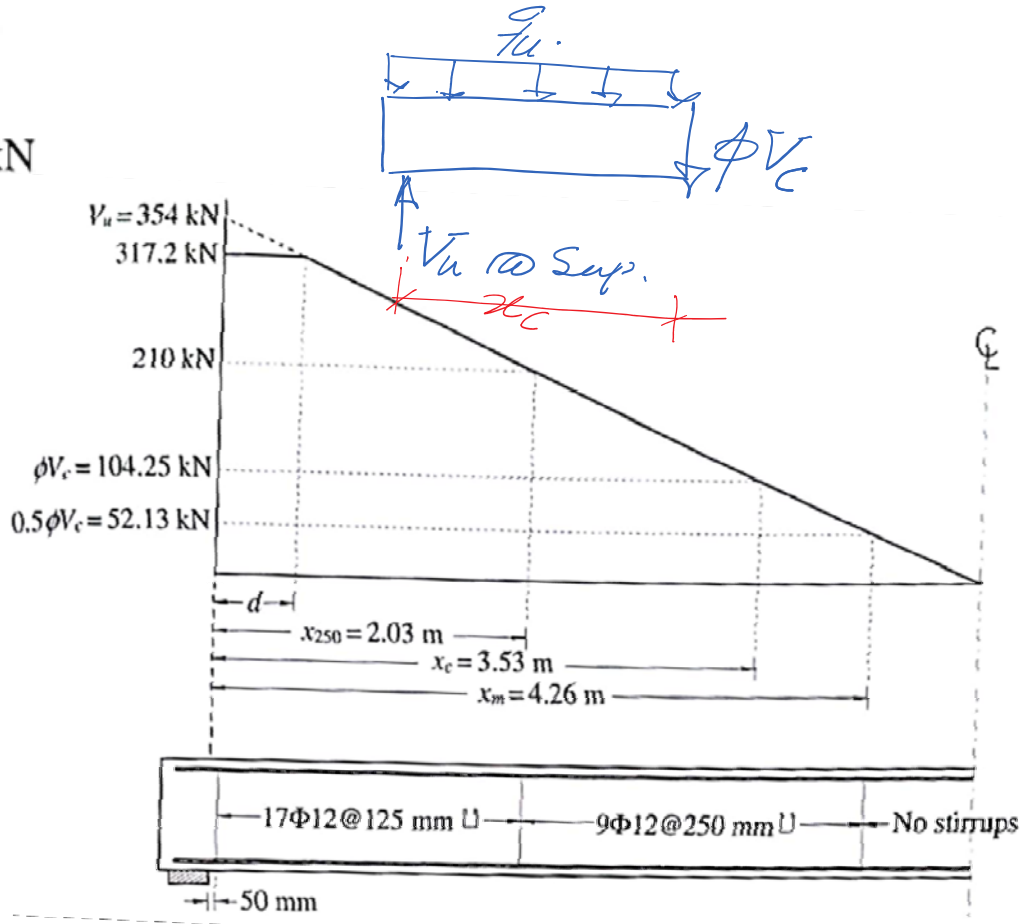
$$x_c = \frac{V_u\ @\ \text{support} - \phi V_c}{q_u} = \frac{354.0 - 104.25}{70.8} = 3.53\,\text{m}$$

$$x_m = \frac{354.0 - 52.13}{70.8} = 4.26\,\text{m}$$

$$V_{u,250} = \phi\left(V_c + \frac{A_v f_{yt} d}{s}\right) = 0.75\left(139 \times 10^3 + \frac{226 \times 300 \times 520}{250}\right)$$

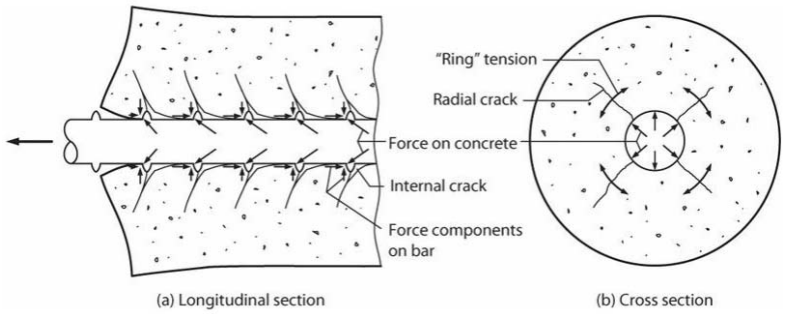
$$= 210 \times 10^3\,\text{N}$$

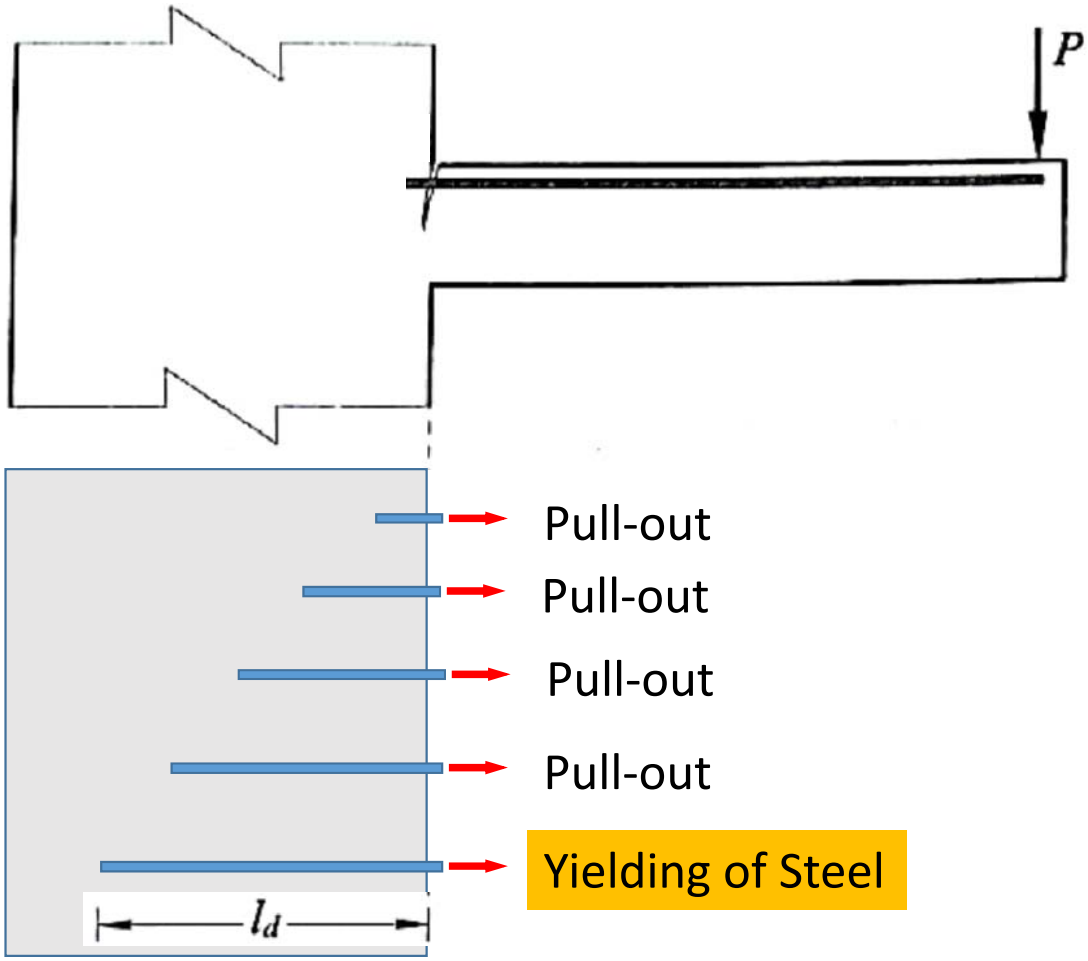
$$\frac{x_{250}}{5.0} = \frac{354 - 210}{354} \rightarrow x_{250} = 2.03\,\text{m}$$

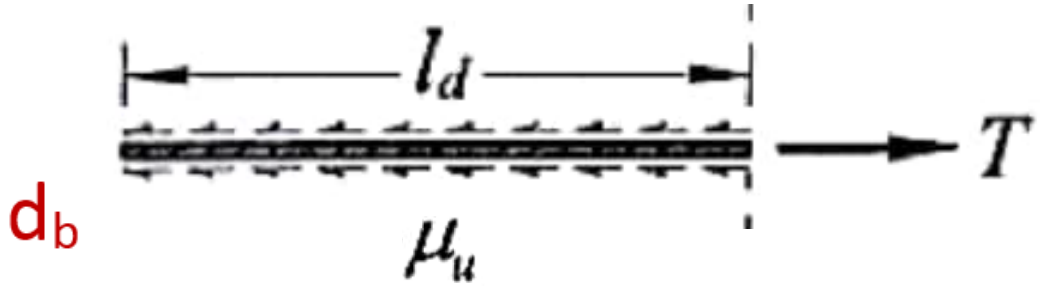


پیوستگی فولاد و بتن، طول مهاری و وصله میلگرد

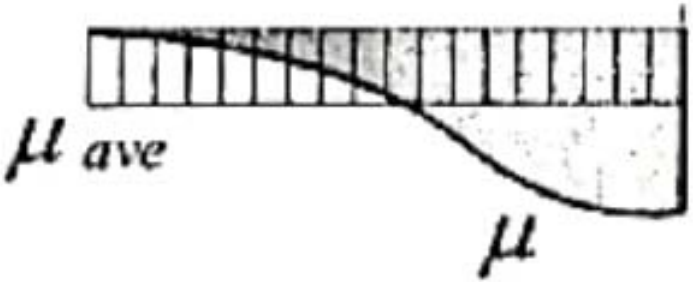
مفهوم طول مهاری میلگرد







$$l_d = \frac{f_y}{4\mu_u} d_b$$

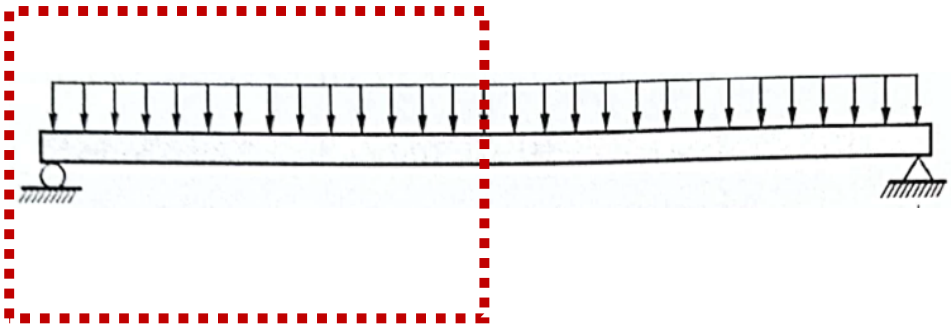


$l_d \pi d_b \mu_u = (\pi d_b^2/4) f_y$

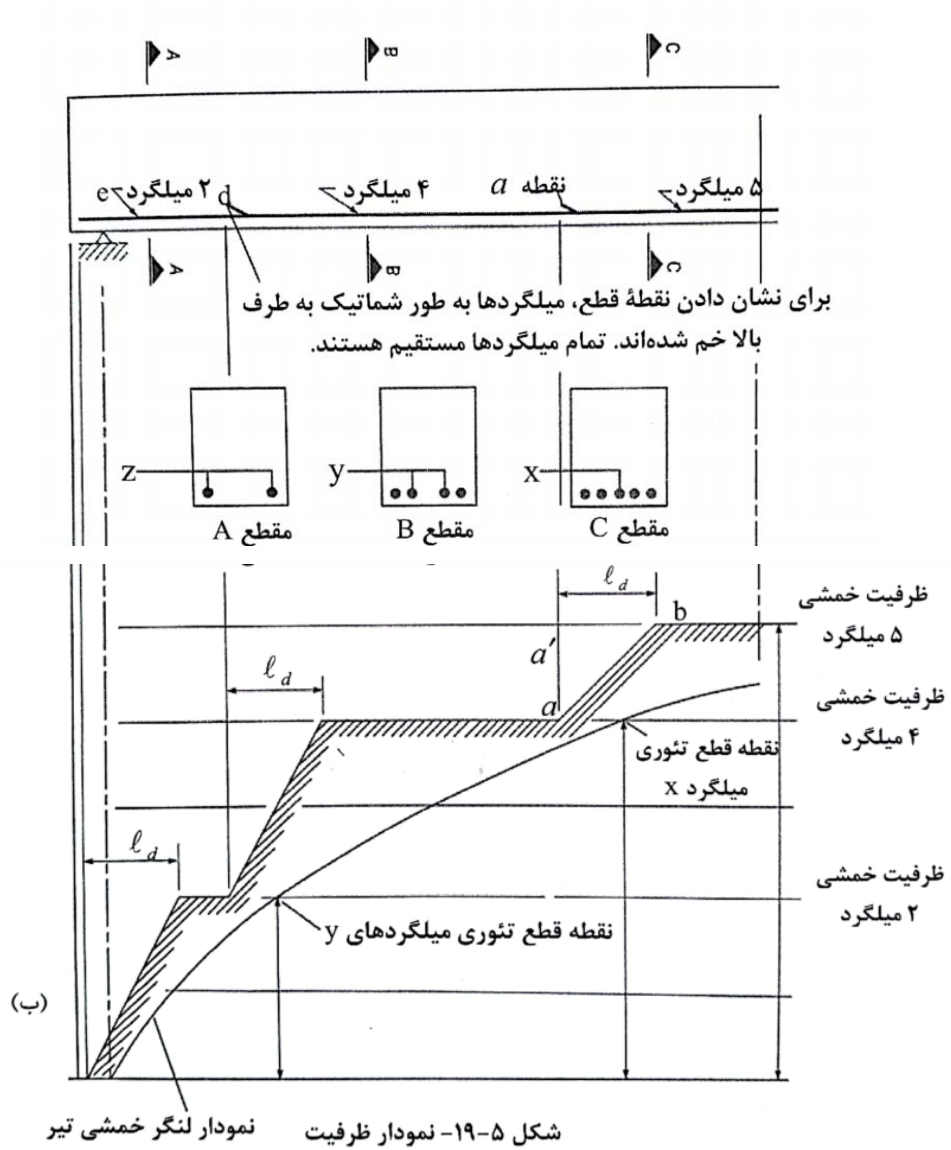
$$\ell_d = \left(\frac{f_y}{1.1\lambda\sqrt{f'_c}} \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_s}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right) d_b$$

قطع و خم میلگردهای خمشی و مهار آنها

نمودار لنگر و ظرفیت

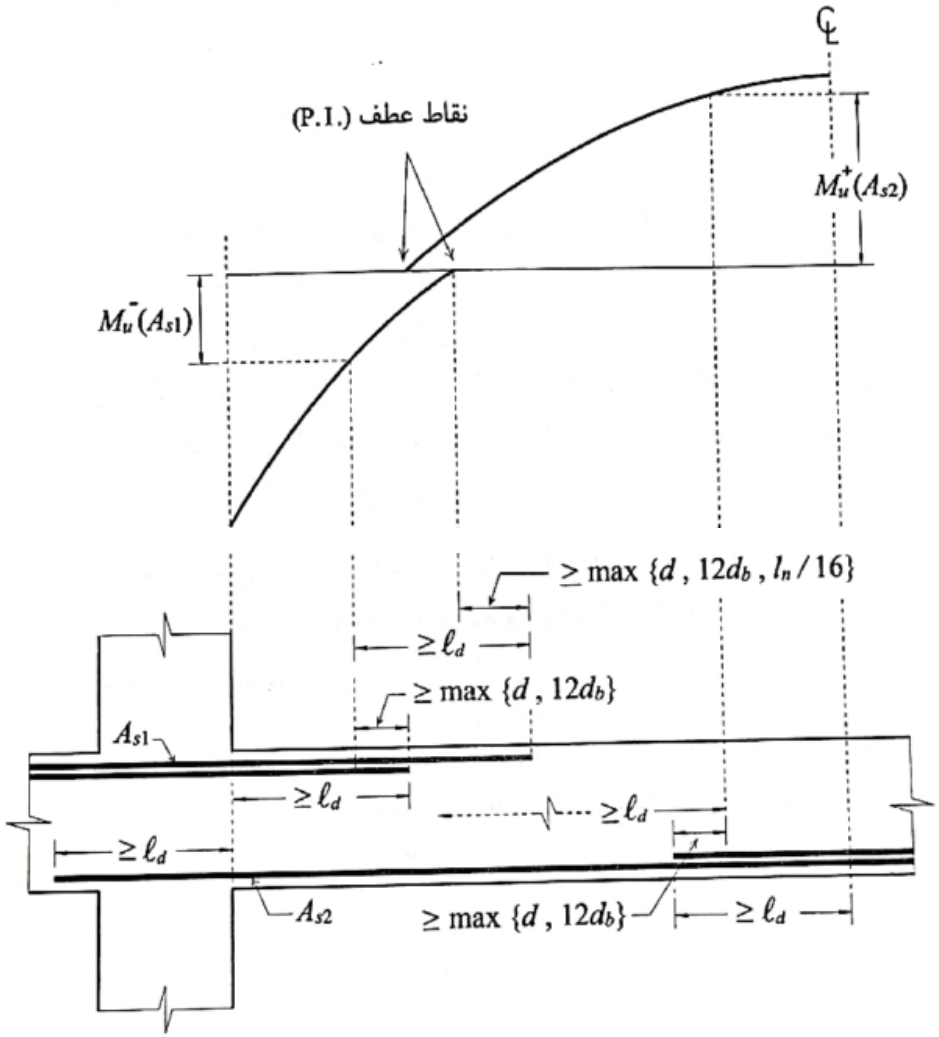


$$\text{موقعیت قطع عملی میلگرد} = \text{موقعیت قطع تئوریک} + \max\{d\ ,\ 12d_b\}$$



شکل ۵-۱۹- نمودار ظرفیت

دستورات آیین نامه در مورد قطع میلگردها



* نقطه قطع عملی به فاصله $\max\{d, 12d_b\}$ بعد از نقطه قطع تئوریک قرار دارد.

* هر میلگرد میبایست به اندازه l_d بعد از محل لنگر حداکثر ادامه یابد.

* آرماتورهای ممتد بایستی از محل قطع تئوریک آرماتورهای قطع شده به اندازه l_d ادامه داشته باشند.

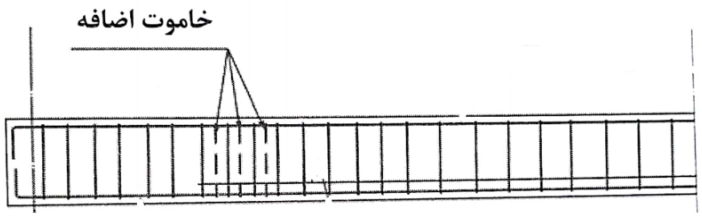
حداقل $\frac{1}{3}$ میلگردهای خمشی منفی باید به اندازهٔ d یا $12d_b$ و یا $\frac{1}{16}$ فاصلهٔ آزاد دهانه، از نقطهٔ عطف لنگر خمشی منفی ادامه یابند.

قطع میلگردهای خمشی در ناحیه کششی مشروط به برآورده شدن یکی از سه شرط زیر:

۱- برش با ضریب در نقطه‌ی قطع میلگردها، از دو سوم مقاومت برشی طراحی فراتر نرود؛

$$V_u \le \frac{2}{3}\phi V_n \qquad (۱۱-۲۶)$$

۲- در امتداد هر میلگرد یا سیم قطع شده و در فاصله‌ای برابر با سه چهارم عمق مؤثر مقطع، $3d/4$، از نقطه‌ی قطع، خاموت‌هایی اضافه بر آن چه برای برش و پیچش مورد نیاز است قرار داده شود؛ سطح مقطع خاموت اضافی، A_v، نباید از $0.41b_w s/f_{yt}$ کم‌تر بوده (f_{yt} تنش تسلیم خاموت است) و فاصله‌ی s نباید از $d/8\beta_b$ بیش‌تر باشد؛



$$\frac{A_v}{s} \ge \frac{0.41b_w}{f_{yt}} \qquad (۱۱-۲۷-\text{الف})$$

$$s \le \frac{d}{8\beta_b} \qquad (۱۱-۲۷-\text{ب})$$

در رابطه‌ی اخیر، β_b نسبت فولاد قطع شده به کل فولاد کششی مقطع (قبل از قطع میلگرد) است.

۳- برای میلگردهای Φ36 و کوچک‌تر، فولاد ادامه داده شده دو برابر سطح مقطع مورد نیاز برای خمش در نقطه‌ی قطع را تأمین کرده و برش با ضریب هم از سه چهارم مقاومت برشی طراحی بیش‌تر نشود؛ یعنی:

$$A_{s,continued} \geq 2A_{s,required} \qquad \text{(۱۱-۲۸-الف)}$$

$$V_u \leq \frac{3}{4}\phi V_n \qquad \text{(۱۱-۲۸-الف)}$$

مثال ۱۱-۹ تیر دو سر ساده‌ی نشان داده شده در شکل ۱۱-۲۲ با دهانه‌ی $\ell = 10\ \text{m}$ و با ابعاد $400 \times 600\ \text{mm}$ را در نظر بگیرید. این تیر تحت بار گسترده‌ی یک‌نواخت با شدت q_u قرار گرفته است و بر اساس لنگر حداکثر در وسط دهانه، میلگردهای کششی به مقدار $2\Phi30 \,\&\, 4\Phi25$ طراحی شده‌اند. مشخصات مصالح مصرفی $f_y = 400\ \text{MPa}$ و $f_c' = 25\ \text{MPa}$ است. محل قطع $2\Phi25$ از مجموعه‌ی میلگردهای پایین را تعیین کنید.

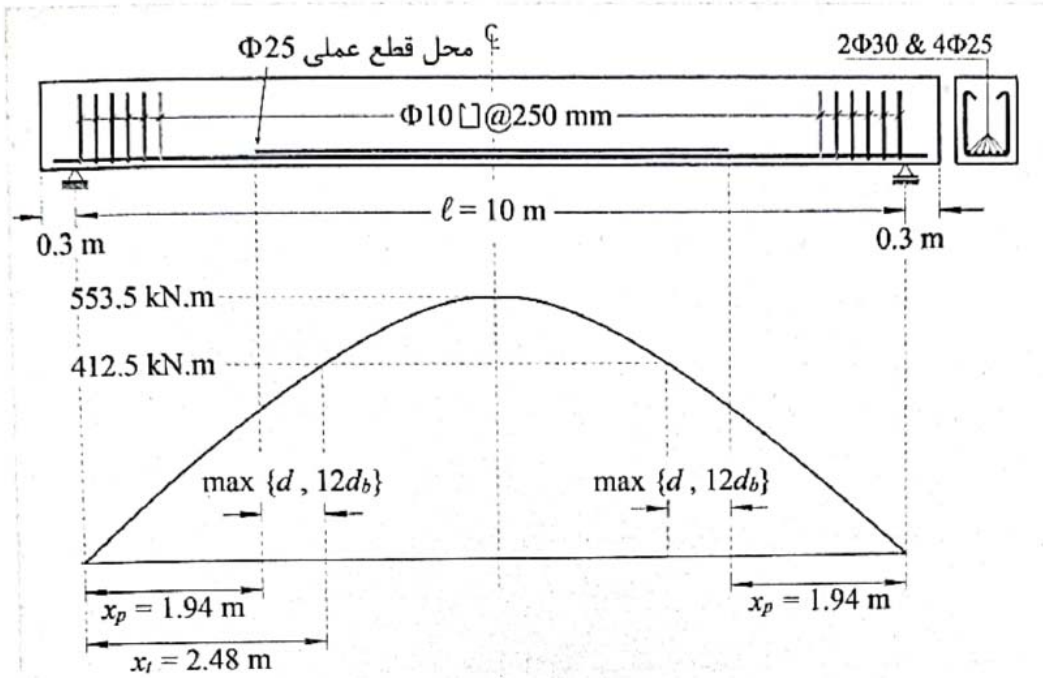
$$A_s = 2\times\pi\times30^2/4 + 4\times\pi\times25^2/4 = 3377\ \text{mm}^2$$

$$\rho = 3377/(400\times535) = 0.01578$$

$$M_u = \phi\rho bd^2 f_y\left(1 - 0.59\rho\frac{f_y}{f_c'}\right)$$

$$\rho_{tcl} = 0.319\beta_1\frac{d_t}{d}\ \frac{f_c'}{f_y} = 0.01695$$

$$\rho < \rho_{tcl} \rightarrow \phi = 0.9 \quad ; \quad M_u = 553.5\times10^6\ \text{N.mm}$$



جهت تعیین محل قطع میلگردها به میزان 2Φ25، ظرفیت خمشی فولادهای باقی مانده را حساب می‌کنیم:

$$2\Phi25 \;\&\; 2\Phi30 \equiv 2395\ \text{mm}^2\ ,\ \rho = \frac{2395}{400\times535} = 0.01119$$

$$M_u = 412.49\,\text{kN.m}$$

$$M_{\max} = \frac{q_u \ell^2}{8} \rightarrow q_u = \frac{8\times553.5}{10^2} = 44.28\ \text{kN/m}$$

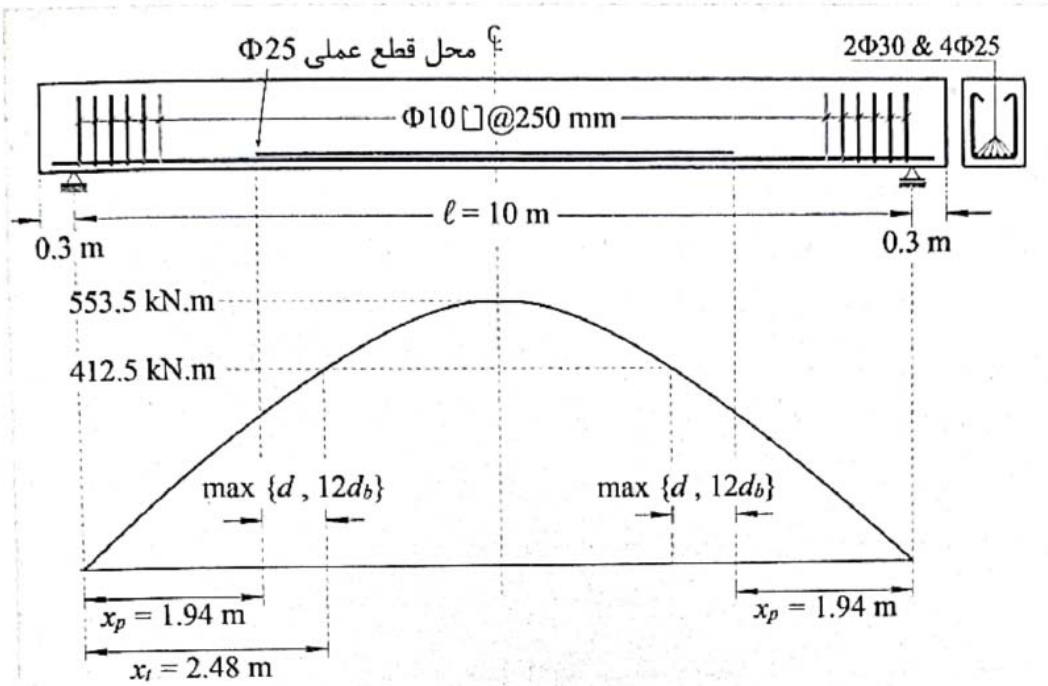
$$M(x)=\frac{qx}{2}(\ell-x)=22.14x\,(10-x)$$

$$412.49=221.4x-22.14x^2\ \therefore x_t=2.48\text{ m},\ x_t'=7.52\text{ m}$$

$$\max\{d\ ,\ 12d_b\}=\max\{535\ ,\ 12\times25\}=535\text{ mm}$$

$$x_p=x_t-\max\{\ d\ ,12d_b\}=2.48-0.54=1.94\text{ m}$$

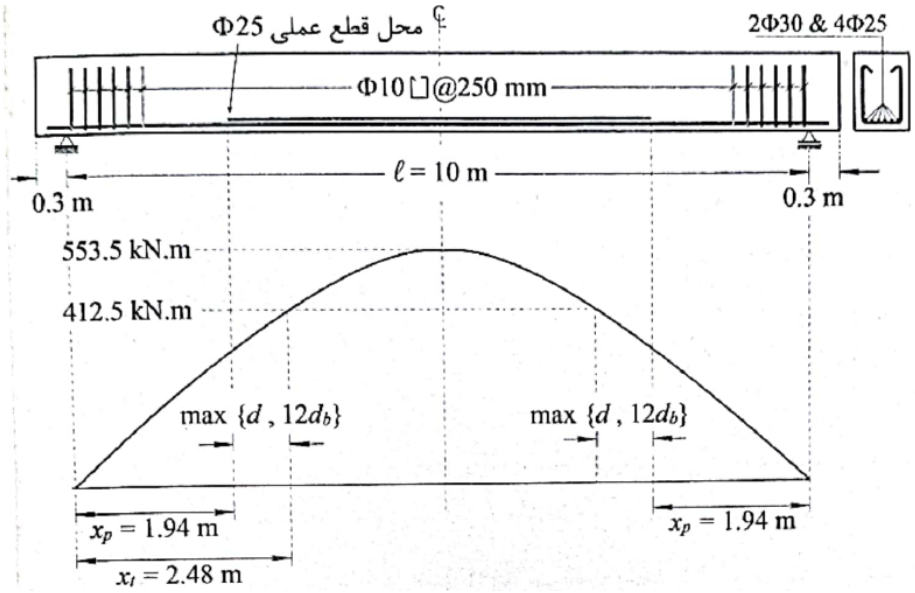
$$\ell_d=\left(\frac{f_y}{1.1\lambda\sqrt{f_c'}}\ \frac{\psi_t\,\psi_e\,\psi_s}{\left(\frac{c_b+K_{tr}}{d_b}\right)}\right)d_b$$



$$\ell_d = \frac{400}{1.1\times\sqrt{25}}\times\frac{1}{2.2}\times 25 = 826\ \text{mm} > 300\ \text{mm}$$

فاصله‌ی میلگردهای قطع $= 5.0 - 1.94 = 3.06\ \text{m} > \ell_d = 0.83\ \text{m}$ O.K.

شده از مقطع بحرانی



$$\ell_d = \frac{400}{1.1\times\sqrt{25}}\times\frac{1}{1.375}\times 30 = 1588\ \text{mm}$$

مقطع بحرانی برای این میلگردها محل قطع تئوری میلگردهای قطع شده است. بنابراین:

طول میلگردهای ادامه داده $= 2.48 + 0.25 = 2.73\ \text{m} > 1.59\ \text{m}$ O.K.

شده بعد از مقطع بحرانی

$$V_u \le \frac{2}{3}\phi V_n \quad , \quad V_n = V_c + V_s$$

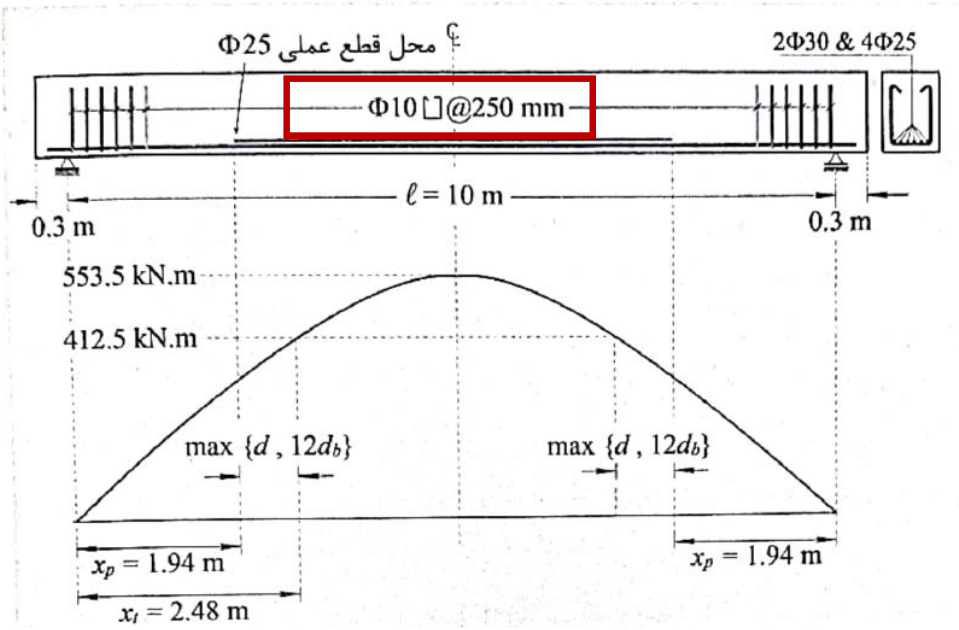
$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f_c'}\, bd = 178.3\times 10^3 \text{ N}$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} = \frac{157\times 400\times 535}{250} = 134.4\times 10^3 \text{ N}$$

$$V_n = 178.3 + 134.4 = 312.7 \text{ kN}$$

$$V_u = q_u\left(\frac{\ell}{2} - x\right) = 44.28\times\left(\frac{10}{2} - 1.94\right) = 135.5 \text{ kN}$$

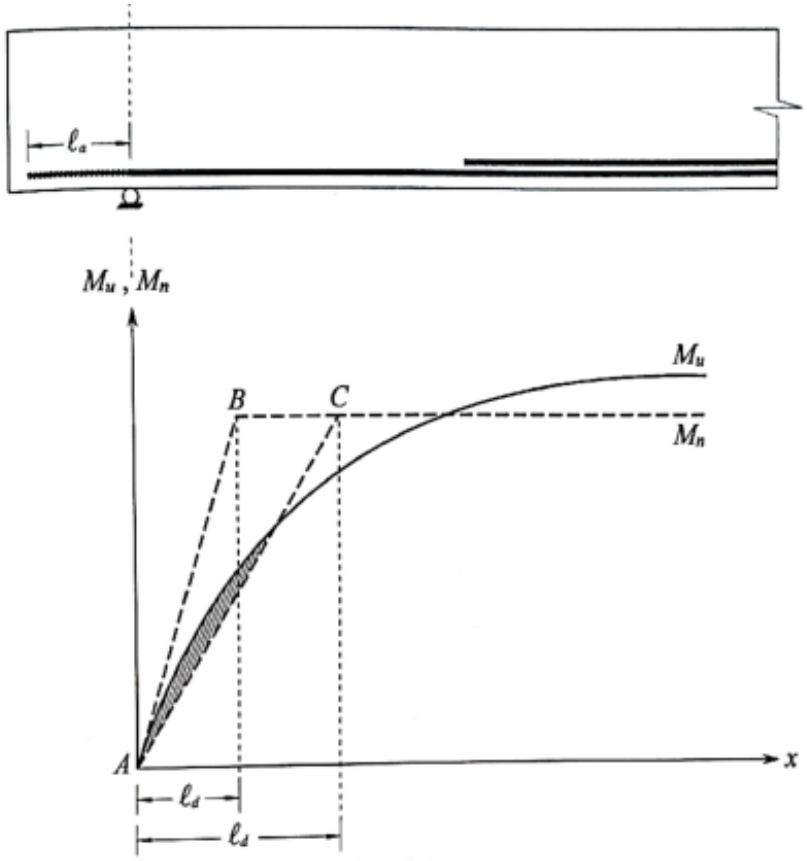
$$V_u = 135.5 \text{ kN} < \frac{2}{3}\times 0.75\times 312.7 = 156.4 \text{ kN} \quad \underline{\text{O.K.}}$$



ضوابط مهار میلگردهای لنگر خمشی مثبت

حداقل یک سوم فولادهای لنگر مثبت در اعضای ساده، و حداقل یک چهارم فولادهای لنگر مثبت در اعضای ممتد، در همان وجه عضو به داخل تکیه‌گاه ادامه داده شود و حداقل به میزان 150 mm در داخل تکیه‌گاه، امتداد یابد.

• قطر میلگردهای خمشی مثبت در تکیه‌گاه‌های ساده و نقاط عطف



$$\left(\frac{dM_n}{dx}\right)_{x=0} \geq \left(\frac{dM_u}{dx}\right)_{x=0}$$

$$\therefore \quad \frac{M_n}{\ell_d} \geq V_u$$

$$\ell_d \leq \frac{M_n}{V_u} + \ell_a$$

۱- اگر انتهای میلگرد توسط یک عکس العمل فشاری محصور شده باشد:

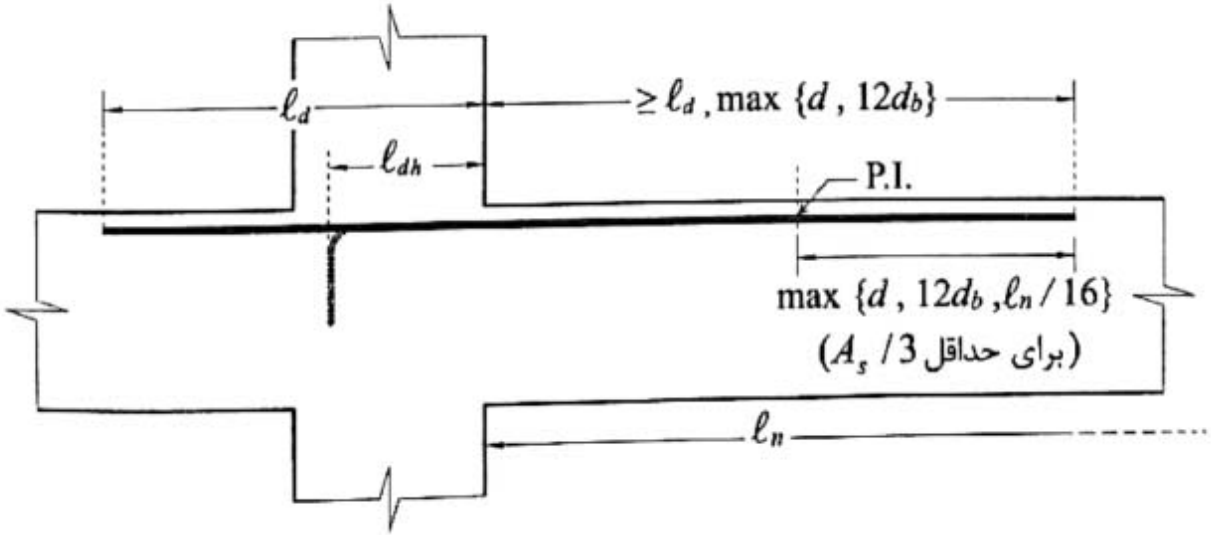
$$\ell_d \leq \frac{1.3M_n}{V_u} + \ell_a \qquad \text{(۱۱-۳۰-الف)}$$

۲- اگر انتهای میلگرد توسط یک عکس العمل فشاری محصور نشده باشد:

$$\ell_d \leq \frac{M_n}{V_u} + \ell_a \qquad \text{(۱۱-۳۰-ب)}$$

ضوابط مهار میلگردهای لنگر خمشی منفی

میلگردهای لنگر خمشی منفی در اتصال تیر به ستون باید
بوسیله طول مهاری مستقیم یا قلاب کاملا در ستون مهار گردد.



مثال ۱۱-۱۰ مهاری میلگردهای مثبت تکیه‌گاه را در تیر دو سر ساده‌ی شکل ۱۱-۲۲، بر اساس حداکثر قطر میلگرد کنترل کنید. فرض کنید شرایط مثال ۱۱-۹ و بارگذاری محاسبه شده در آن مثال، برقرار بوده و میلگردهایی معادل 2Φ25، قبل از تکیه‌گاه، قطع شده باشند.

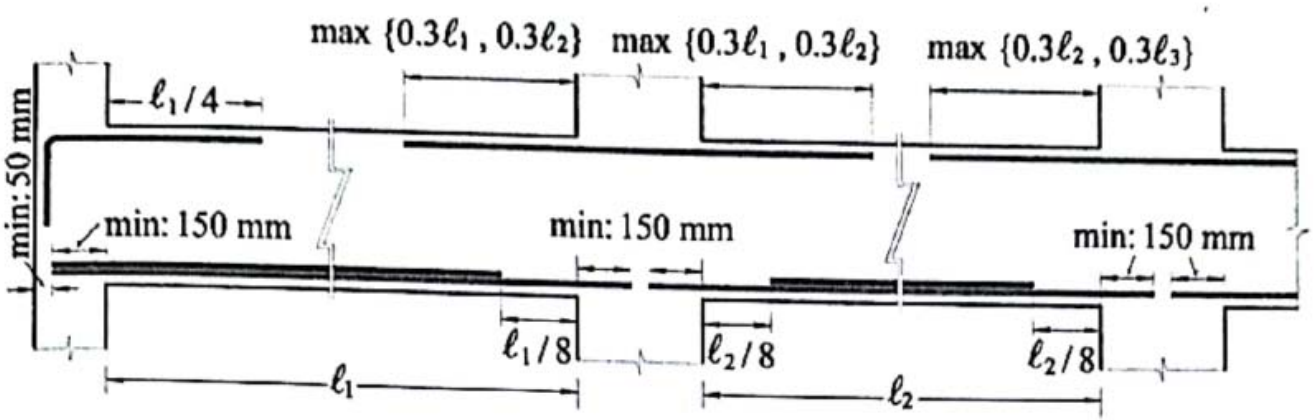
$$2\Phi25 \,\&\, 2\Phi30 \equiv 2395 \text{ mm}^2 \ , \ \rho = \frac{2395}{400 \times 535} = 0.01119$$

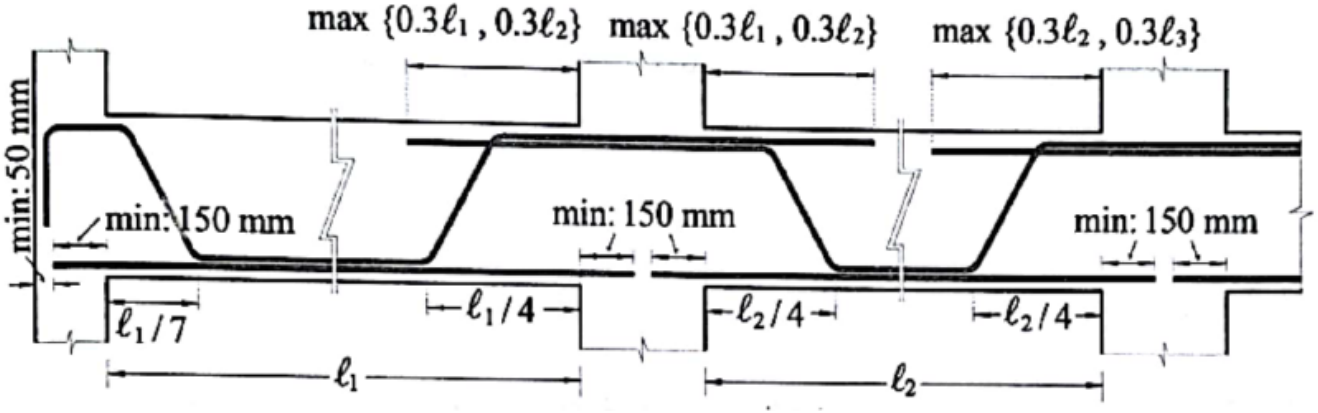
$$M_n = \rho b d^2 f_y \left(1 - 0.59\rho \frac{f_y}{f_c'}\right) = 458.3 \text{ kN.m}$$

$$V_u = \frac{q_u \ell}{2} = \frac{44.28 \times 10}{2} = 221.4 \text{ kN}$$

$$1.3\frac{M_n}{V_u} + \ell_a = 1.3 \times \frac{458.3}{221.4} + 0.26 = 2.95 \text{ m}$$

$$\ell_d = 1.59 \text{ m} < 1.3\frac{M_n}{V_u} + \ell_a = 2.95 \text{ m} \quad \underline{\text{O.K.}}$$

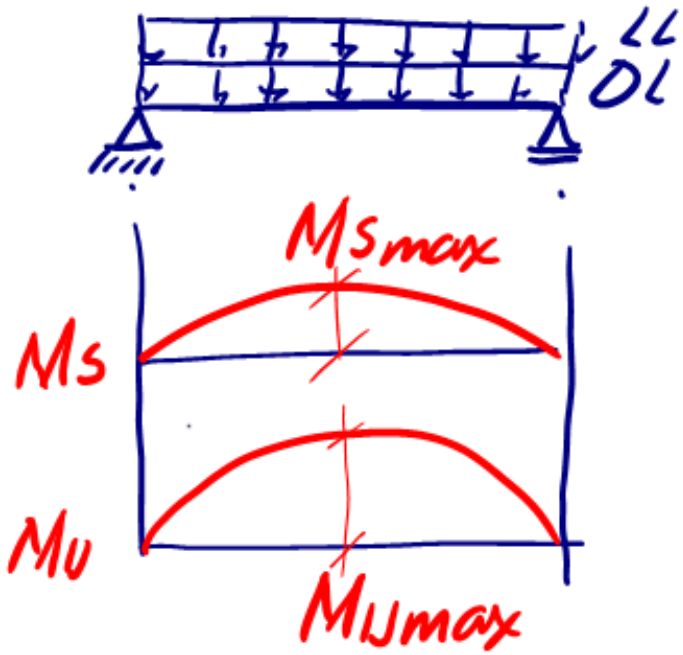




دستورات ساده شده برای قطع و خم میلگردها در تیرها

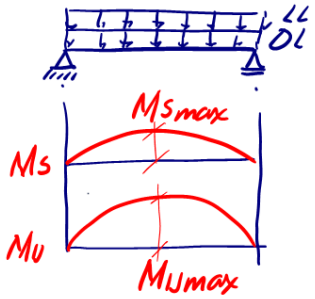
خدمت پذیری، کنترل ترک و خیز

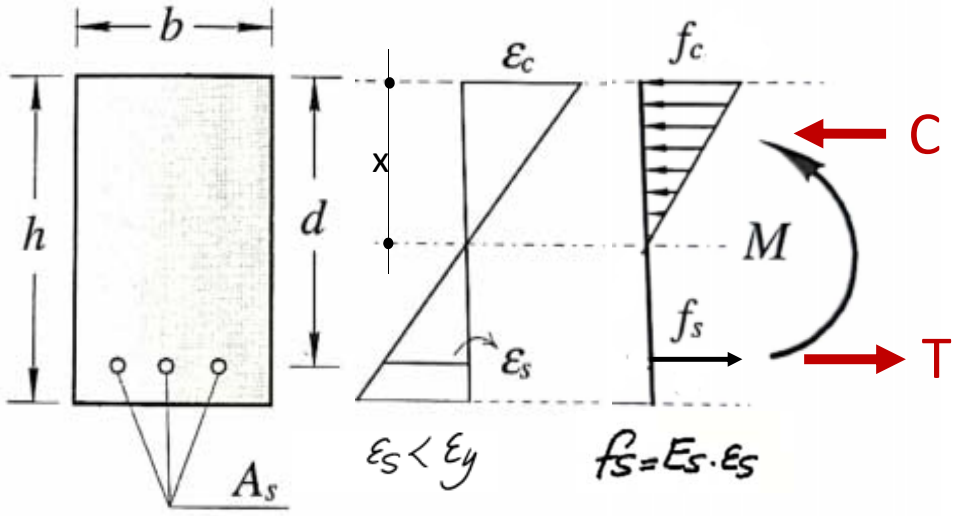
بررسی وضعیت مقطع در حالت سرویس



- بتن فشاری در محدوده خطی است
- بتن کششی ترک میخورد!
- آرماتور جاری نمیشود
- از ضریب کاهش مقاومت استفاده نمیشود.

بررسی وضعیت مقطع در حالت سرویس





$$z = d - \frac{x}{3}$$

$$C = \frac{1}{2} f_c . b . x$$

$$T = A_s . f_s$$

$$C = T$$

$$\frac{1}{2} f_c . b x = A_s . f_s$$

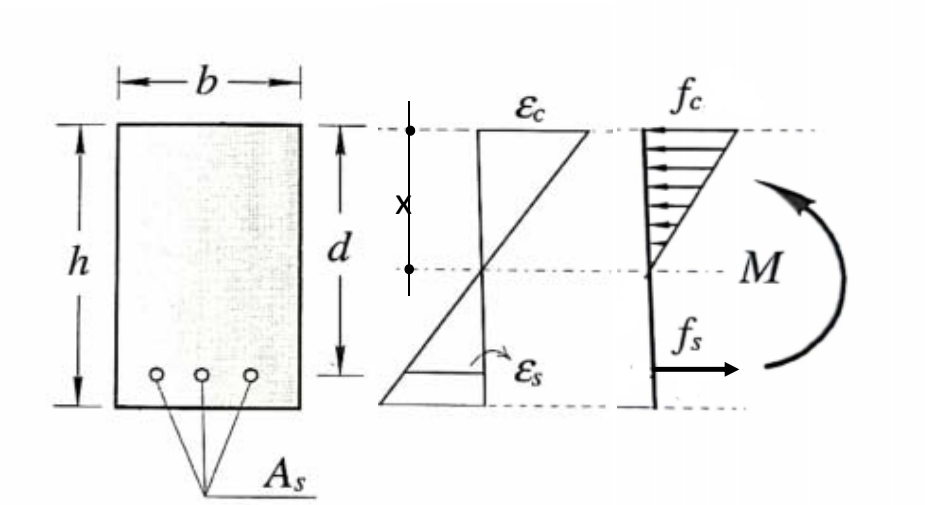
$$\frac{f_c}{f_s} = \frac{A_s}{\frac{1}{2} b x} \Rightarrow \frac{E_c . \varepsilon_c}{E_s . \varepsilon_s} = \frac{A_s}{\frac{1}{2} b x}$$

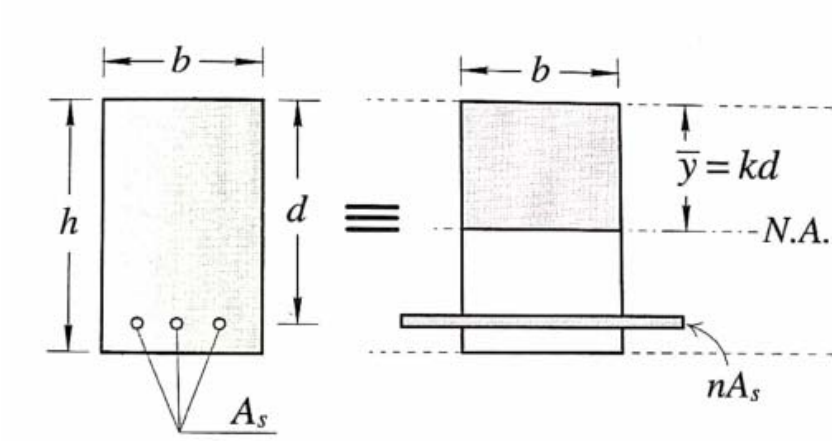
$$\begin{cases} \dfrac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \dfrac{n A_s}{\frac{1}{2} b x} \\ \dfrac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \dfrac{x}{d - x} \end{cases}$$

$$\frac{n . A_s}{\frac{1}{2} b x} = \frac{x}{d - x} \Rightarrow \boxed{x^2 + 2n \frac{A_s}{b} x - 2n \frac{A_s d}{b} = 0}$$

$$C = T = \frac{M_s}{z} \Rightarrow f_s = \frac{T}{A_s} \;,\; f_c = \frac{2C}{bx}$$

موقعیت تار خنثی با استفاده از مفاهیم مقاومت مصالح





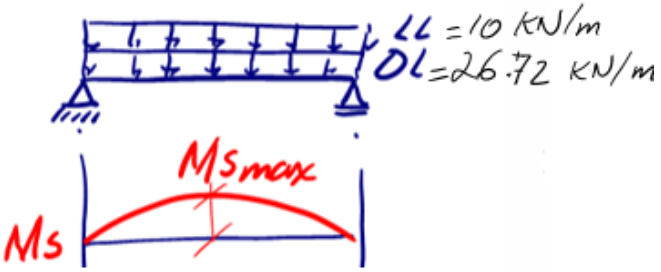
$$b\bar{y}^2/2 = n.As(d-\bar{y})$$

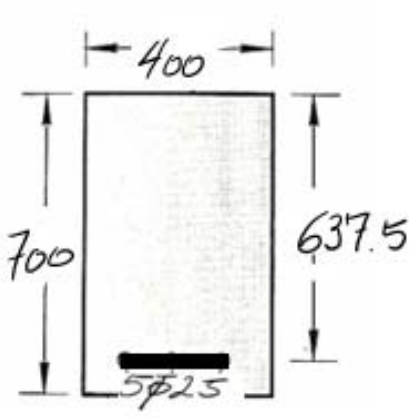
$$\bar{y}^2 + 2n\frac{As}{b}\bar{y} - 2n\frac{Asd}{b} = 0$$

مثال: تیر نشان داده شده در شکل مفروض است.

تنش ایجاد شده در فولاد و بتن را در حالت بهره برداری محاسبه نمایید.

$\begin{cases} f_c = 24\ N/mm^2 \\ f_y = 400\ N/mm^2 \end{cases}$





$$M_s = \frac{(10+26.72)\times 8.5^2}{8} = 331.6\ KN.m$$

$$\begin{cases} E_s = 2\times10^5\ N/mm^2 \\ E_c = 24495\ N/mm^2 \end{cases} \Rightarrow n = \frac{E_s}{E_c} = 8.16$$

$$x^2 + 2\times 8.16 \times \frac{2454}{400}x - 2\times 8.16 \times \frac{2454\times 637.5}{400} = 0 \Rightarrow \boxed{x = 207\ mm.}$$

$$z = d - \frac{x}{3} = 637.5 - \frac{207}{3} = 568.5\ mm$$

$$T = C = \frac{M_s}{z} = \frac{331.6\times10^3}{568.5} = 583\ KN$$

$$f_s = \frac{583\times10^3}{2454} = 237\ N/mm^2 \approx 0.6 f_y = 240\ N/mm^2$$

$$f_c = \frac{2\times583\times10^3}{400\times207} = 14\ N/mm^2$$

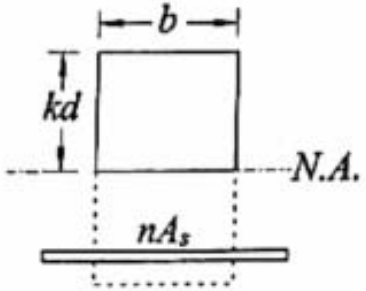
جدول ۱۲-۴ روابط لازم برای تعیین ممان اینرسی مقطع بتن آرمه‌ی مستطیلی و T شکل

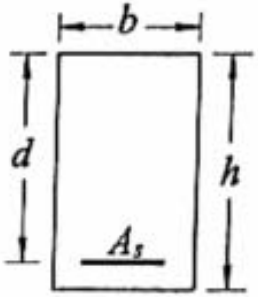
شکل مقطع	مقطع تبدیل شده‌ی ترک خورده	ممان اینرسی ناخالص (I_g) و ترک خورده (I_{cr})

$$n = \frac{E_s}{E_c} \; ; \; B = \frac{b}{(nA_s)} = \frac{1}{n\rho d} \; ; \; I_g = \frac{bh^3}{12}$$

$$kd = (\sqrt{2dB + 1} - 1)/B$$

$$I_{cr} = b(kd)^3/3 + nA_s(d - kd)^2$$

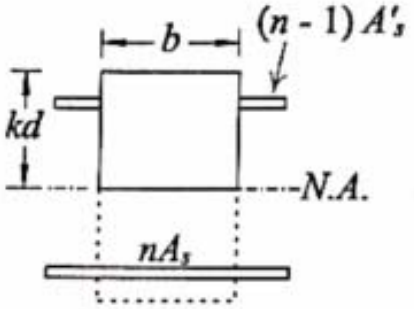


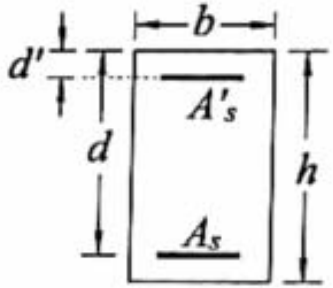


$$r = (n-1)A'_s/(nA_s)$$

$$kd = \left[\sqrt{2dB(1 + rd'/d) + (1+r)^2} - (1+r)\right]/B$$

$$I_{cr} = b(kd)^3/3 + nA_s(d - kd)^2 + (n-1)A'_s(kd - d')^2$$

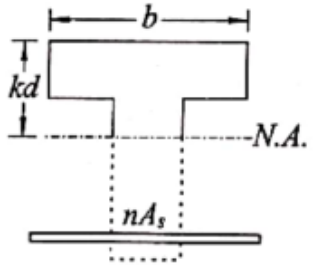


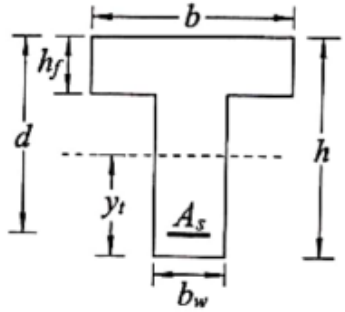


$$n = \frac{E_s}{E_c} \; ; \; C = \frac{b_w}{(nA_s)}$$

$$f = h_f\,(b - b_w)/(nA_s)$$

$$y_t = h - \frac{(b - b_w)h_f^2 + b_w h^2}{2\left[(b - b_w)h_f + b_w h\right]}$$



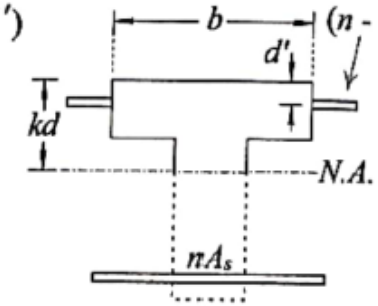


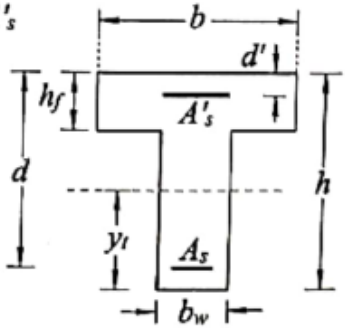
$$I_g = (b - b_w)h_f^3/12 + b_w h^3/12 + b_w h(y_t - h/2)^2 + (b - b_w)h_f\,(h - h_f/2 - y_t)^2$$

$$kd = \left[\sqrt{C(2d + h_f f) + (1+f)^2} - (1+f)\right]/C$$

$$I_{cr} = (b - b_w)h_f^3/12 + b_w\,(kd)^3/3 + nA_s(d - kd)^2 + (b - b_w)h_f\,(kd - h_f/2)^2$$

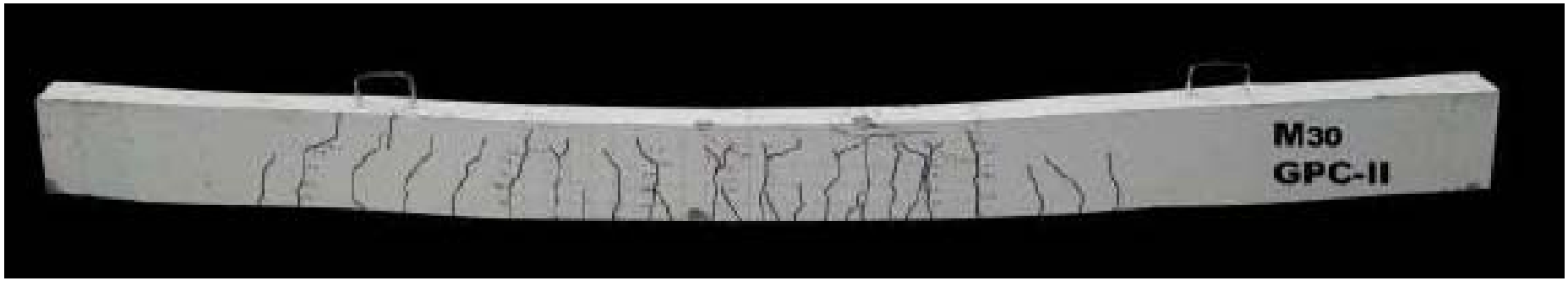
$$kd = \left\{\left[C\;(2d + h_f f + 2rd') + (f + r + 1)^2\right]^{1/2} - f + r + 1\right\}/C$$



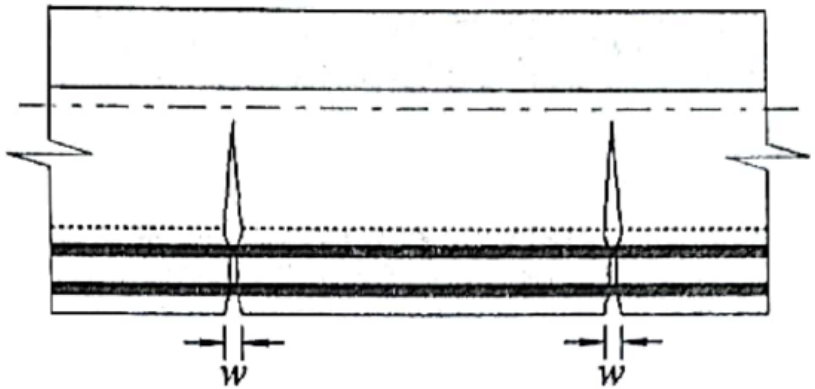


$$I_{cr} = (b - b_w)h_f^3/12 + b_w\,(kd)^3/3 + (b - b_w)h_f\,(kd - h_f/2)^2 + nA_s(d - kd)^2 + (n-1)A_s'(kd - d')^2$$

کنترل عرض ترک در آیین نامه های گذشته



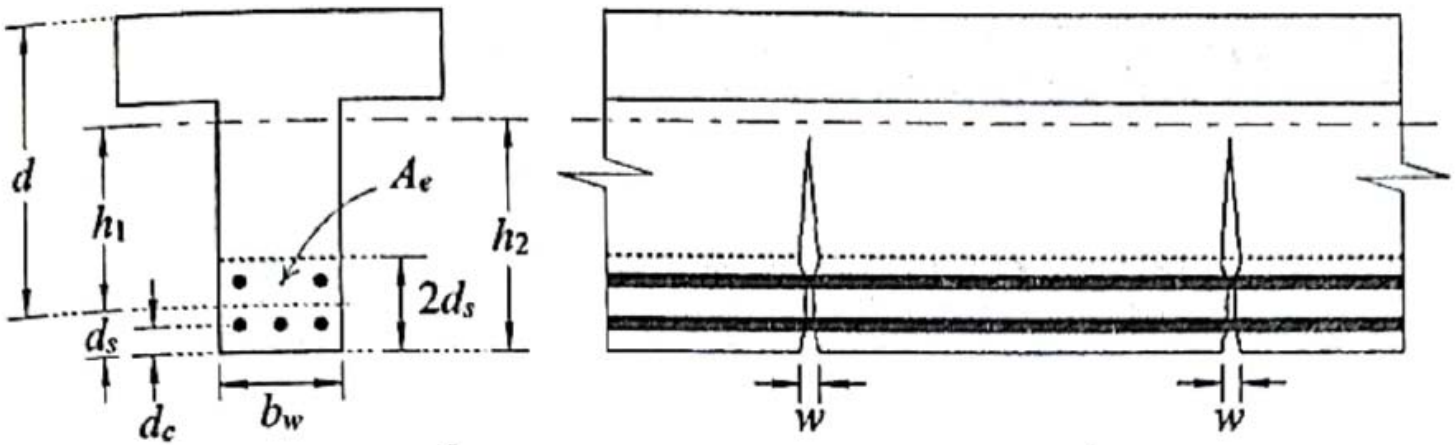
w<W



کنترل عرض ترک در آیین نامه های گذشته

$$w = (1.08\times10^{-5})\beta_h f_s \sqrt[3]{d_c A}$$

Gergely & Lutz, 1968



$$\beta_h = \frac{h_2}{h_1} \quad ; \quad A_e = 2d_s b_w \quad ; \quad A = \frac{A_e}{N}$$

$$c = 1.08\times10^{-5}\ (1/\text{MPa}) \ ; \quad w = c\beta_h f_s \sqrt[3]{d_c A}$$

عرض ترک مجاز در آیین نامه

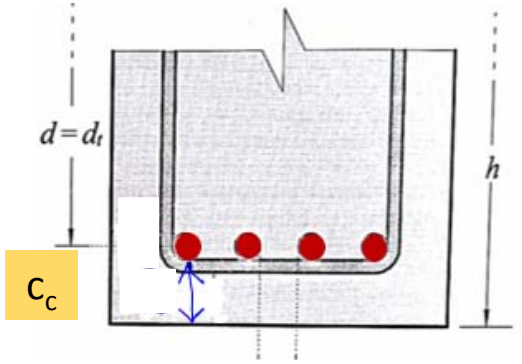
جدول ۱۲-۱ حداکثر مجاز عرض ترک بر اساس ACI 224

شرایط محیطی عضو	عرض مجاز ترک (mm)
هوای خشک	۰/۴
هوای مرطوب یا خاک	۰/۳
مواد شیمیایی یخزدا	۰/۱۸
آب دریا و یا پاشش آب دریا	۰/۱۵
مخازن محتوی آب	۰/۱

کنترل عرض ترک در آیین نامه جدید آمریکا

ماکزیمم فاصله میلگردهای خمشی از یکدیگر (آکس به آکس)

$$s = 380\left(\frac{280}{f_s}\right) - 2.5c_c \le 300\left(\frac{280}{f_s}\right)$$

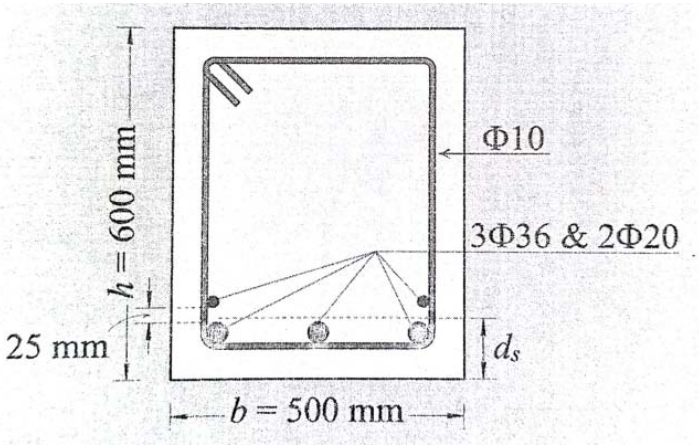


در این رابطه c_c حداقل فاصله از سطح میلگردها تا وجه کششی است.

f_s : میزان تنش در آرماتورکششی زیر اثر بارهای بهره‌برداری، مگاپاسکال

میتوان به جای محاسبه‌ی f_s آن را برابر با $2/3 f_y$ در نظر گرفت.

مثال ۱۲-۲ مقطع تیر نشان داده شده در شکل ۱۲-۵ را بر اساس ACI 318 از نظر ترک خوردگی کنترل کنید. $f_y = 400\ \text{MPa}$



$$s = 380\left(\frac{280}{f_s}\right) - 2.5c_c \le 300\left(\frac{280}{f_s}\right)$$

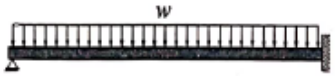
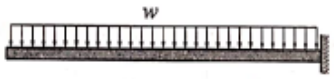
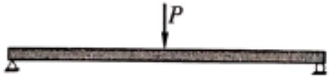
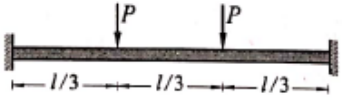
$$c_c = 40 + 10 = 50\,\text{mm} \quad ; \quad f_s = \frac{2}{3}f_y = 267\,\text{MPa}$$

$$s = 380\left(\frac{280}{267}\right) - 2.5\times 50 = \underline{\underline{273.5\,\text{mm}}} < 300\times\frac{280}{267} = 315\,\text{mm} \quad \checkmark$$

فاصله‌ی میلگردها $= (500 - 2\times 50 - 36)/2 = 182\,\text{mm} < 273.5\,\text{mm}$ O.K.

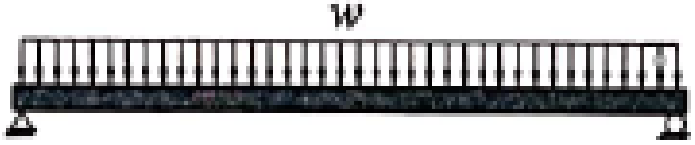
خیز در اعضای خمشی بتن آرمه

خیزتیرها بر اساس روابط تحلیل سازه

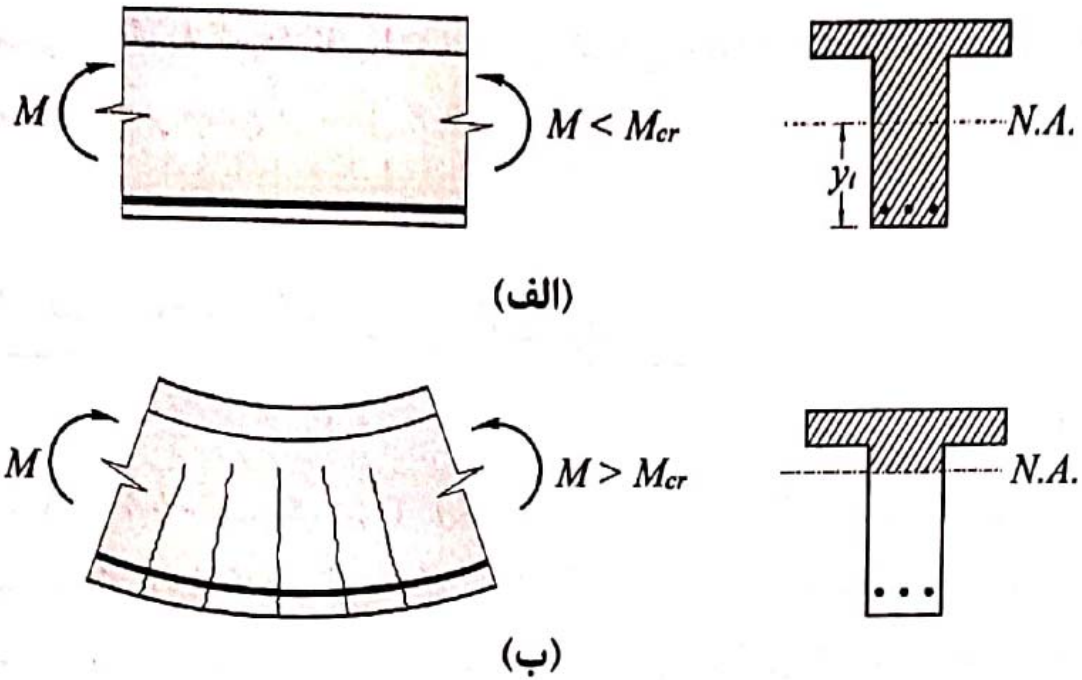
k	وضعیت تکیه‌گاه‌ها و حالت بارگذاری
$\frac{5}{384}$	
$\frac{1}{185}$	
$\frac{1}{384}$	
$\frac{1}{153}$	
$\frac{1}{120}$	
$\frac{0.7}{384}$	
$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{48}$	
$\frac{1}{192}$	
$\frac{5}{684}$	
$\frac{1}{3}$	

$$\Delta = k \frac{w \ell_n^4}{EI}$$

$$\Delta = k \frac{P \ell_n^3}{EI}$$



لنگر ترک خوردگی تیر



لنگر ترک خوردگی مقطع

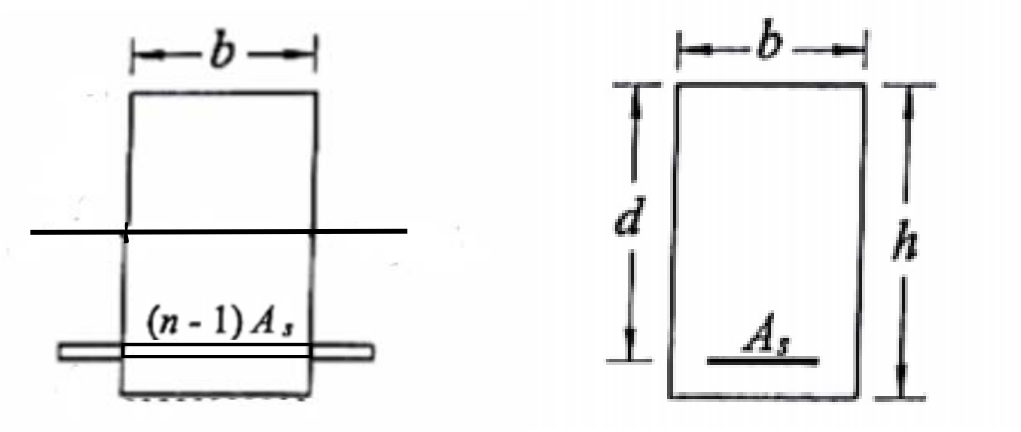
$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

I_g ممان اینرسی ناخالص مقطع بتنی با صرف نظر از اثر فولاد

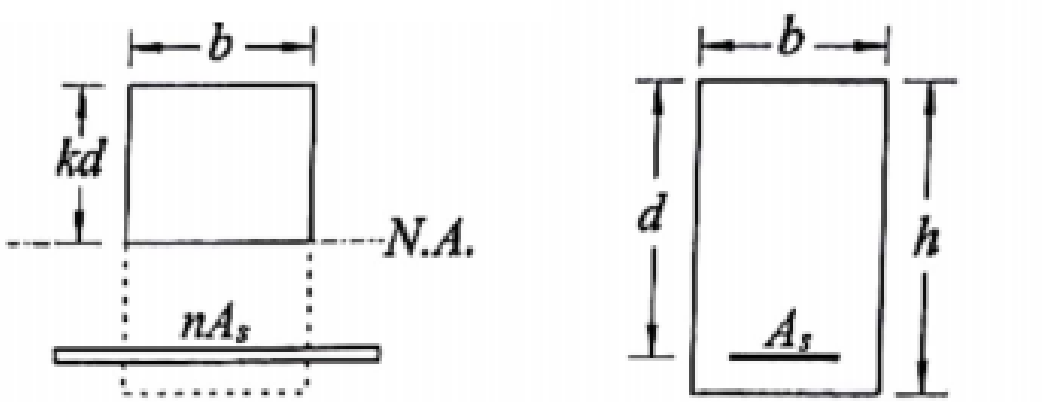
y_t فاصله‌ی محور خنثی از دورترین تار کششی مقطع

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c}$$

مقادیر حدی برای ممان اینرسی تیر



I_{uc} ممان اینرسی مقطع ترک نخورده تیر



I_{cr} ممان اینرسی مقطع ترک خورده تیر

I_e ممان اینرسی موثر مقطع ترک خورده

$$I_{cr} < I_e < I_{uc}$$

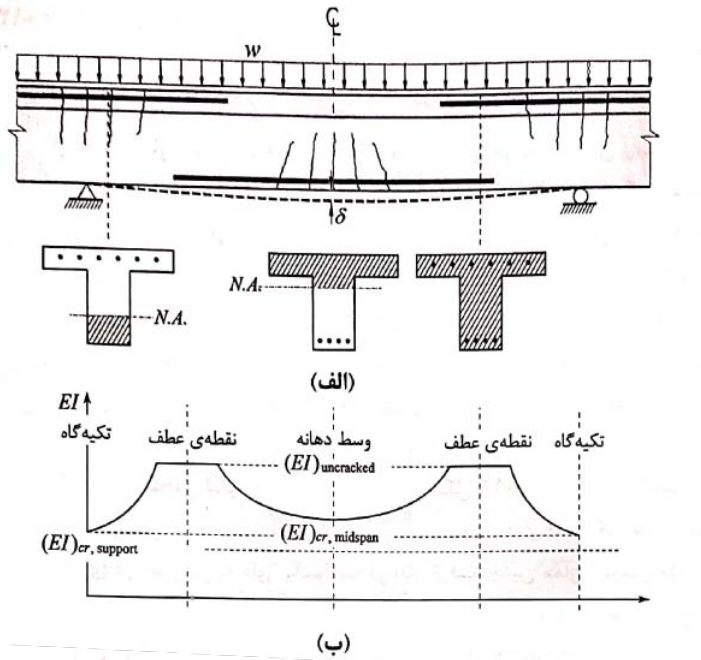
$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_{uc} + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$$

Dan E. Branson, 1963

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g$$

$$I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr}) \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \leq I_g$$

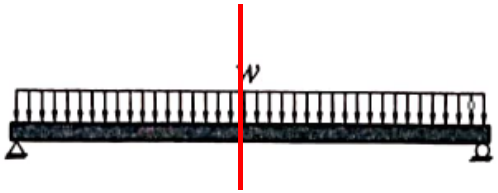
تغییرات ممان اینرسی در طول تیر:



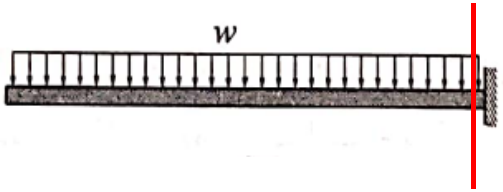
$$I_{e,ave} = 0.85I_{em} + 0.15I_{e,con.end}$$

$$I_{e,ave} = 0.5I_{em} + 0.25(I_{e1} + I_{e2})$$

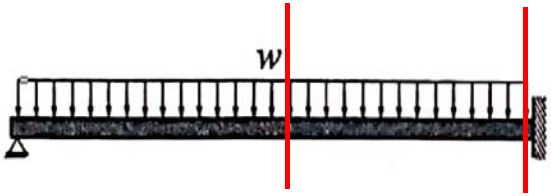
- تیر دو سر ساده: وسط دهانه



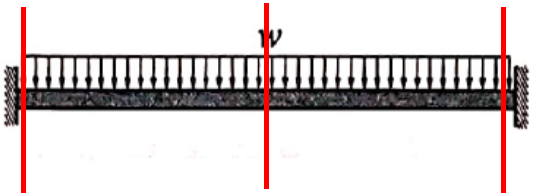
- تیر طره: بر تکیه گاه



- تیر یکطرف پیوسته:



- تیر پیوسته:



لنگر مثبت

$$y_t = h - \frac{(b-b_w)h_f^2 + b_w h^2}{2\left[(b-b_w)h_f + b_w h\right]}$$

$$= 800 - \frac{(700-300)(150)^2 + (300)(800)^2}{2\left[(700-300)(150) + (300)(800)\right]} = 465 \text{ mm}$$

$$I_g = (b-b_w)h_f^3/12 + b_w h^3/12 + b_w h(y_t - h/2)^2 + (b-b_w)h_f(h - h_f/2 - y_t)^2$$

$$I_g = (700-300)(150)^3/12 + (300)(800)^3/12 + (300)(800)(465-800/2)^2 + (700-300)(150)(800-150/2-465)^2$$

$$= 1.798\times10^{10} \text{ mm}^4$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{4700\sqrt{35}} = 7.2$$

$$C = \frac{b_w}{nA_s} = \frac{300}{7.2\times4800} = 0.00868 \text{ 1/mm}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \; ; \; C = \frac{b_w}{(nA_s)}$$

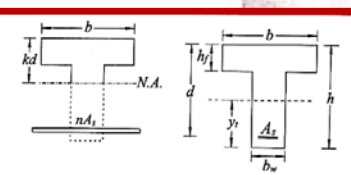
$$f = h_f(b-b_w)/(nA_s)$$

$$y_t = h - \frac{(b-b_w)h_f^2 + b_w h^2}{2\left[(b-b_w)h_f + b_w h\right]}$$

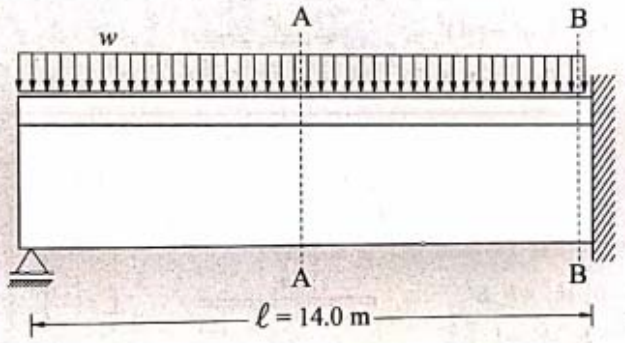
$$I_g = (b-b_w)h_f^3/12 + b_w h^3/12 + b_w h(y_t - h/2)^2 + (b-b_w)h_f(h - h_f/2 - y_t)^2$$

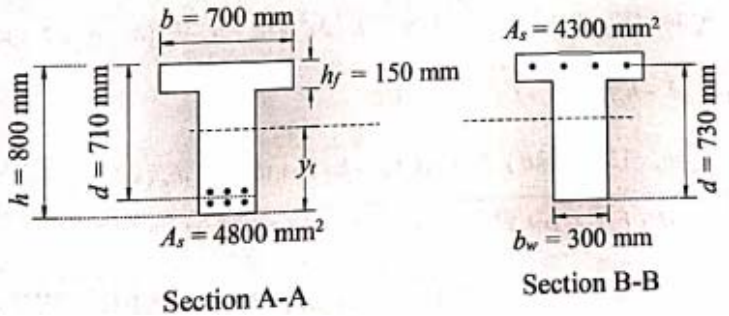
$$kd = \left[\sqrt{C(2d + h_f f) + (1+f)^2} - (1+f)\right]/C$$

$$I_{cr} = (b-b_w)h_f^3/12 + b_w(kd)^3/3 + nA_s(d-kd)^2 + (b-b_w)h_f(kd - h_f/2)^2$$



۱۲-۳ تیر بتن آرمه با مقطع نشان داده شده در شکل ۱۲-۱۰ را در نظر بگیرید و فرض کنید فولاد گذاری این تیر در ناحیه‌ی لنگر مثبت معادل $A_s = 4800\,\text{mm}^2$، و در ناحیه‌ی لنگر منفی برابر با $A_s = 4300\,\text{mm}^2$ باشد. اگر مجموع بارهای مرده و زنده‌ی بدون ضریب وارد بر تیر برابر با $w_{D+L} = 50\,\text{kN/m}$ باشد، خیز کوتاه مدت این تیر را تحت بارهای بدون ضریب به دست آورید. فرض کنید $f'_c = 35\,\text{MPa}$ و $f_y = 420\,\text{MPa}$ باشد.





$$kd = \left[\sqrt{C(2d + h_f f) + (1+f)^2} - (1+f)\right] / C$$

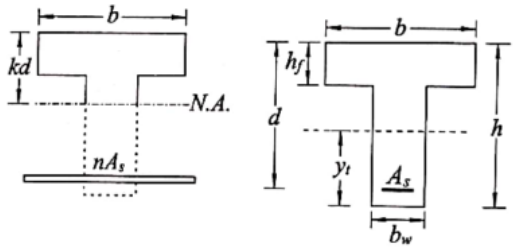
$$kd = \left[\sqrt{(0.00868)(2\times 710 + 150\times 1.736) + (1+1.736)^2}\right.$$

$$\left. -(1+1.736)\right] / 0.00868 = 226.0\,\text{mm}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \; ; \; C = \frac{b_w}{(nA_s)}$$

$$f = h_f\,(b - b_w)/(nA_s)$$

$$y_t = h - \frac{(b-b_w)h_f^2 + b_w h^2}{2\left[(b-b_w)h_f + b_w h\right]}$$



$$I_g = (b-b_w)h_f^3/12 + b_w h^3/12 + b_w h(y_t - h/2)^2 + (b-b_w)h_f(h - h_f/2 - y_t)^2$$

$$kd = \left[\sqrt{C(2d + h_f f) + (1+f)^2} - (1+f)\right] / C$$

$$I_{cr} = (b-b_w)h_f^3/12 + b_w(kd)^3/3 + nA_s(d-kd)^2 + (b-b_w)h_f(kd - h_f/2)^2$$

$$I_{cr} = (b-b_w)h_f^3/12 + b_w(kd)^3/3 + nA_s(d-kd)^2$$

$$+ (b-b_w)h_f(kd - h_f/2)^2$$

$$I_{cr} = (700-300)(150)^3/12 + (300)(226)^3/3 + (7.2\times 4800)(710-226)^2$$

$$+ (700-300)(150)(226 - 150/2)^2$$

$$= 1.073\times 10^{10}\ \text{mm}^4$$

لنگر منفی

$$B = \frac{b}{nA_s} = \frac{300}{7.2 \times 4300} = 0.00969$$

$$kd = \left(\sqrt{2dB + 1} - 1\right)/B$$

$$= \left(\sqrt{2 \times 730 \times 0.00969 + 1} - 1\right)/0.00969 = 298.4 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = b(kd)^3/3 + nA_s(d - kd)^2$$

$$I_{cr} = (300)(298.4)^3/3 + 7.2 \times 4300 \times (730 - 298.4)^2$$

$$= 0.842 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$M_a = M^-_{\max} = w\ell^2/8 = 50 \times 14^2/8 = 1225 \text{ kN.m}$$

$$M_{cr} = f_r I_g / y_t \quad ; \quad f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c} = 0.62 \times 1.0 \times \sqrt{35} = 3.67 \text{ MPa}$$

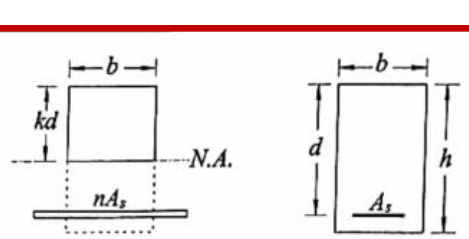
$$y_t = 800 - 465 = 335 \text{ mm}$$

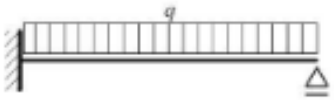
$$M_{cr} = (3.67) \times (1.798 \times 10^{10})/(335) = 197.0 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \; ; \; B = \frac{b}{(nA_s)} = \frac{1}{n\rho d} \; ; \; I_g = \frac{bh^3}{12}$$

$$kd = (\sqrt{2dB + 1} - 1)/B$$

$$I_{cr} = b(kd)^3/3 + nA_s(d - kd)^2$$





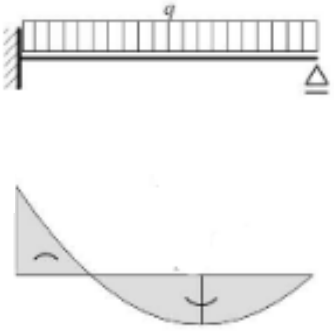
$ql^2/8$

$ql^2/16$

$$I_{el} = I_{cr} + (I_g - I_{cr})(\frac{M_{cr}}{M_a})^3 \le I_g$$

$$I_{el} = 0.842\times10^{10} + (1.798\times10^{10} - 0.842\times10^{10})\times(0.1608)^3$$

$$= 0.846\times10^{10}\,\text{mm}^4 < I_g \qquad \underline{\text{O.K.}}$$



لنگر مثبت

$M_a = M_m =$ **ql²/16** $= 612.5$ kN.m

$$M_{cr} = f_r I_g / y_t = (3.67)(1.798\times10^{10}) / (465) = 141.91\times10^6 \text{ N.mm}$$

$$I_{em} = 1.073\times10^{10} + (1.798\times10^{10} - 1.073\times10^{10})\times(0.2317)^3$$

$$= 1.082\times10^{10}\,\text{mm}^4 < I_g \quad \underline{\text{O.K.}}$$

$$I_{e,ave} = 0.85 I_{em} + 0.15 I_{e,\text{con.end}}$$

$$= 0.85 \times (1.082 \times 10^{10}) + 0.15 \times (0.846 \times 10^{10}) = 1.05 \times 10^{10}\ \text{mm}^4$$

$$\Delta = k \frac{w \ell_n^4}{EI} = \frac{1}{185} \frac{w \ell_n^4}{E_c I_{e,ave}}$$

$$\Delta = \frac{1}{185} \cdot \frac{50 \times (14 \times 10^3)^4}{4700\sqrt{35} \times 1.05 \times 10^{10}} = 35.56\ \text{mm}$$

انواع خیز در تیرهای بتن آرمه

- **خیز آنی** *immediate*

$\Delta_{i,D}$، $\Delta_{i,L}$ و $\Delta_{i,D+L}$

خیز آنی ناشی از بار مرده، بار زنده، و مجموع بار مرده و زنده

- **خیز دراز مدت** *Creep & Shrinkage*

بارهای وارد بر سازه

بارهای دائمی
بار مرده + درصدی از بار زنده
Sustained

بارهای غیر دائمی
درصد باقیمانده از بار زنده

اجزا ساختمانی

اجزا سازه ای

اجزا غیر سازه ای

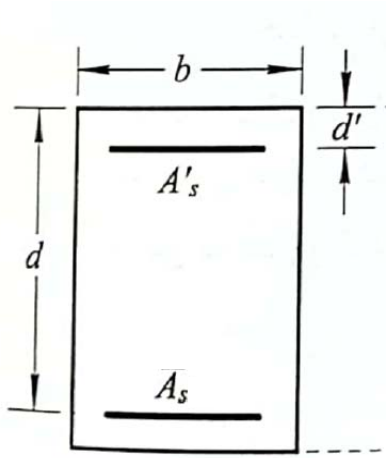
آسیب پذیر در اثر تغییر شکل

آسیب ناپذیر در اثر تغییر شکل

خیز دراز مدت *Creep & Shrinkage*

$$\Delta_{(cr+sh)} = \lambda_{\Delta}(\Delta_i)_{sus}$$

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\xi}{1+50\rho'} \qquad (\rho' = A'_s / bd)$$



جدول ۱۲-۵ *ضریب وابسته به زمان برای بارهای دائمی (ξ)*

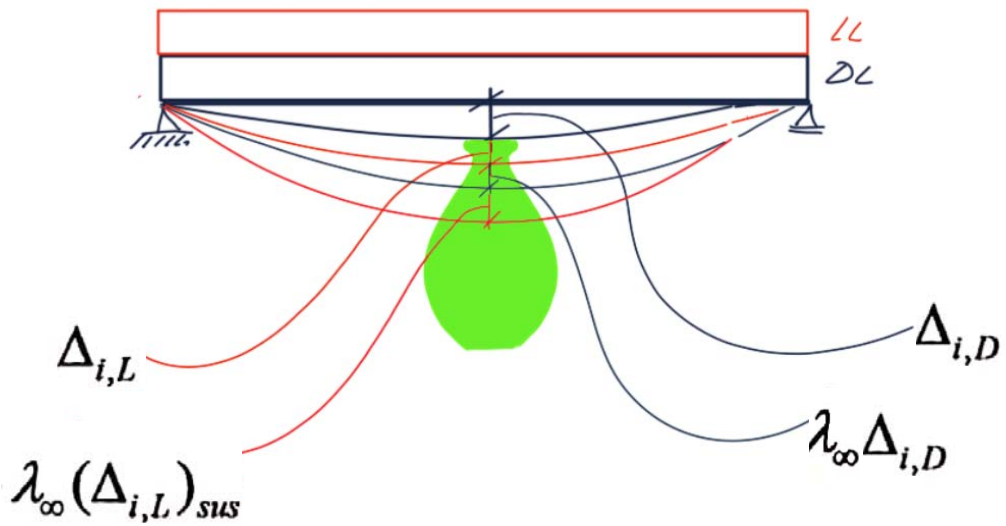
طول زمانی تأثیر بارهای دائمی	ξ
۳ ماه	۱/۰
۶ ماه	۱/۲
۱۲ ماه	۱/۴
۵ سال و بیش‌تر	۲/۰

جدول ۱۲-۶ *حداکثر مجاز تغییر مکان محاسبه شده بر اساس ACI 318*

ردیف	نوع عضو	تغییر شکلی که باید در نظر گرفته شود	محدودیت خیز
۱	بام‌های مسطح که متصل به عناصر غیر سازه‌ای آسیب پذیر در مقابل تغییر شکل‌های بزرگ نیستند	خیز آنی ناشی از بیش‌ترین بار زنده‌ی بام، L_r، بار برف، S، یا بار باران، R	$\frac{\ell}{180}$
۲	کف‌هایی که متصل به عناصر غیر سازه‌ای آسیب پذیر در مقابل تغییر شکل‌های بزرگ نیستند	خیز آنی ناشی از بار زنده‌ی L	$\frac{\ell}{360}$
۳	بام یا کف نگه دارنده و یا متصل به عناصر غیر سازه‌ای آسیب پذیر در مقابل تغییر شکل‌های بزرگ	آن قسمت از کل تغییر شکل که پس از اتصال به عنصر غیر سازه‌ای رخ می‌دهد.	$\frac{\ell}{480}$
۴	بام یا کف نگه دارنده و یا متصل به عناصر غیر سازه‌ای و غیر آسیب پذیر در مقابل تغییر شکل‌های بزرگ	آن قسمت از کل تغییر شکل که پس از اتصال به عنصر غیر سازه‌ای رخ می‌دهد.	$\frac{\ell}{240}$

$$\Delta_{i,L} = \Delta_{i,D+L} - \Delta_{i,D}$$

$$\Delta = \Delta_{i,L} + (\lambda_\infty - \lambda_{t_0})\Delta_{i,D} + \lambda_\infty (\Delta_{i,L})_{sus}$$



آن قسمت از کل تغییر شکل عضو که پس از اتصال به عنصر غیر سازه‌ای رخ می‌دهد

$$\Delta = \Delta_{i,L} + (\lambda_\infty - \lambda_{t_0})\Delta_{i,D} + \lambda_\infty (\Delta_{i,L})_{sus}$$

با فرض این‌که کل بار زنده پس از اتصال عضو به عنصر غیر سازه‌ای وارد شود

مثال ۱۲-۴ تیر پیوسته‌ی بتن آرمه به طول آزاد $\ell_n = 10.0\,\text{m}$، و با مقطع مستطیلی به ابعاد $b = 400\,\text{mm}$ و $h = 600\,\text{mm}$ را در نظر بگیرید. فولاد گذاری این تیر در تکیه‌گاه‌ها برابر $0.65\,\rho_b$، و در وسط دهانه معادل $0.4\,\rho_b$ می‌باشد. شدت بار مرده‌ی بدون ضریب برابر $w_D = 40\,\text{kN/m}$، و شدت بار زنده‌ی بدون ضریب برابر با $w_L = 25\,\text{kN/m}$ است که 30% آن به عنوان بار دائمی محسوب می‌شود. این تیر در کف یک طبقه به کار رفته است و تیغه‌هایی با احتمال کم آسیب پذیری در مقابل تغییر شکل‌های بزرگ، با گذشت ۳ ماه از زمان ساخت تیر، به آن متصل خواهند شد. با صرف نظر از فولادهای فشاری (در صورت وجود) و با فرض $f'_c = 30\,\text{MPa}$ و $f_y = 400\,\text{MPa}$، خیز تیر را به صورت آیین نامه‌ای کنترل کنید.

$$\rho_b = 0.85\,\beta_1 \frac{f'_c}{f_y}\frac{600}{600+f_y} = 0.032$$

$$\rho^- = 0.65\rho_b = 0.021 \quad ; \quad \rho^+ = 0.4\rho_b = 0.013$$

$$I_g = bh^3/12 = (400)(600)^3/12 = 7.2\times10^9 \text{ mm}^4$$

$$f_r = 0.62\sqrt{f'_c} = 3.40 \text{ MPa} \quad ; \quad y_t = h/2 = 300 \text{ mm}$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3.40\times7.2\times10^9}{300} = 81.60\times10^6 \text{ N.mm}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{4700\sqrt{30}} \approx 7.8$$

لنگر مثبت

$$k = \sqrt{2n\rho + (n\rho)^2} - n\rho$$

$$n\rho = 7.8 \times 0.013 = 0.1014$$

$$k = \sqrt{2 \times 0.1014 + (0.1014)^2} - 0.1014 = 0.360$$

$$kd = 0.360 \times 535 = 192.6 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = b(kd)^3/3 + nA_s(d - kd)^2$$

$$= (400)(192.6)^3/3 + 0.1014 \times 400 \times 535 \times (535 - 192.6)^2$$

$$= 3.50 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

لنگر منفی

$$n\rho = 7.8 \times 0.0211 = 0.1638$$

$$k = \sqrt{2 \times 0.1638 + (0.1638)^2} - 0.1638 = 0.4315 \quad ; \quad kd = 230.9 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = (400)(230.9)^3/3 + 0.1638 \times 400 \times 535 \times (535 - 230.9)^2$$

$$= 4.88 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

خیز آنی ناشی از بار زنده

$$\Delta_{i,L} = \Delta_{i,D+L} - \Delta_{i,D}$$

- برای بار مرده:

$$M_a = M^-_{\max} = \frac{w_D \ell_n^2}{12} = \frac{40 \times 10^2}{12} = 333.33 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{cr}}{M_a} = \frac{81.60}{333.33} = 0.245 \quad ; \quad \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 = 0.015$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g$$

$$I_{e1} = I_{e2} = 0.015 \times 7.2 \times 10^9 + (1 - 0.015) \times 4.88 \times 10^9 = 4.92 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$M_a = M^+_{\max} = \frac{w_D \ell_n^2}{24} = 166.67 \text{ kN.m}$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)=\frac{81.60}{166.67}=0.490$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3=(0.490)^3=0.118$$

$$I_{em}=(0.118)\times(7.2\times10^9)+(1-0.118)\times(3.50\times10^9)=3.94\times10^9\ \text{mm}^4$$

$$I_{e,ave}=0.5\,I_{em}+0.25(I_{e1}+I_{e2})\qquad I_{e,ave}=0.5\times3.94\times10^9+0.25\times2\times4.92\times10^9=4.43\times10^9\ \text{mm}^4$$

$$\Delta=\frac{5\ell^2}{48EI}\left[M_m-0.1(M_1+M_2)\right]$$

$$\Delta_{i,D}=\frac{5\times(10\times10^3)^2}{48\times4700\sqrt{30}\times4.43\times10^9}\left[166.67\times10^6-0.1\times2\times(333.33\times10^6)\right]$$

$$\Delta_{i,D}=9.13\,\text{mm}$$

- برای مجموع بار مرده و زنده:

$$M_a = M^-_{\max} = \frac{w_{D+L}\,\ell_n^2}{12} = \frac{(40+25)\times 10^2}{12} = 541.67 \text{ kN.m}$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 = \left(\frac{81.60}{541.67}\right)^3 = 0.0034$$

$$I_{e1} = I_{e2} = 0.0034\times 7.2\times 10^9 + (1-0.0034)\times 4.88\times 10^9$$
$$= 4.89\times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$M_a = M_m = M^+_{\max} = \frac{w_{D+L}\,\ell_n^2}{24} = 270.83 \text{ kN.m}$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 = 0.027 \quad ; \quad I_{em} = 3.60\times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_{e,ave} = (0.5\times 3.60 + 0.25\times 2\times 4.89)\times 10^9 = 4.25\times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\Delta_{i,D+L} = \frac{5\times(10\times10^3)^2}{48\times4700\sqrt{30}\times4.25\times10^9}\left[270.83\times10^6 - 0.1\times2\times(541.67\times10^6)\right]$$

$$\Delta_{i,D+L} = \underline{\underline{15.47 \text{ mm}}}$$

= برای بار زنده:

$$\Delta_{i,L} = \Delta_{i,D+L} - \Delta_{i,D} = 15.47 - 9.13 = \underline{\underline{6.34 \text{ mm}}}$$

$$\Delta_{i,L} = 6.34 \text{ mm} < \ell / 360 = 10\times10^3 / 360 = 27.78 \text{ mm} \quad \underline{\underline{\text{O.K.}}}$$

ب- خیز اضافی نهایی پس از متصل شدن تیغه‌ها به تیر

رابطه‌ی (۱۲-۱۹) : $\Delta = \Delta_{i,L} + (\lambda_\infty - \lambda_{t_0})\Delta_{i,D} + \lambda_\infty (\Delta_{i,L})_{sus}$

با توجه به آن که ۳۰ درصد از بار زنده به عنوان بار دائمی محسوب شده است، خواهیم داشت:

$$(\Delta_{i,L})_{sus} = \Delta_{i,0.3L} = \Delta_{i,D+0.3L} - \Delta_{i,D}$$

$$M_a = M^-_{\max} = \frac{w_{D+0.3L}\ell_n^2}{12} = \frac{(40+0.3\times 25)\times 10^2}{12} = 395.83 \text{ kN.m}$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 = \left(\frac{81.60}{395.83}\right)^3 = 0.0088 \rightarrow I_{e1} = I_{e2} = 4.90\times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$M_a = M^+_{\max} = \frac{w_{D+0.3L}\ell_n^2}{24} = 197.92 \text{ kN.m}$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 = 0.070 \rightarrow I_{em} = 3.76\times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_{e,ave} = (0.5\times 3.76 + 0.5\times 4.90)\times 10^9 = 4.33\times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\Delta_{i,D+0.3L} = \frac{5\times(10\times 10^3)^2}{48\times 4700\sqrt{30}\times 4.33\times 10^9}\left[197.92\times 10^6 - 0.1\times 2\times 395.83\times 10^6\right]$$

$$= 11.10 \text{ mm}$$

$$(\Delta_{i,L})_{sus} = \Delta_{i,0.3L} = 11.10 - 9.13 = \underline{1.97 \text{ mm}}$$

$$\lambda_\infty = \frac{\xi}{1+50\rho'} = \frac{2.0}{1+0} = 2.0 \quad ; \quad \lambda_{t_0} = 1.0$$

$$\Delta_{i,D} = 9.13\times\frac{4.43\times 10^9}{4.25\times 10^9} = 9.52 \text{ mm}$$

I_e مربوط به تأثیر بار مرده و زنده

$$\Delta = 6.34 + (2.0-1.0)\times 9.52 + 2.0\times 1.97 = \underline{19.80 \text{ mm}}$$

$$\Delta = 19.80 \text{ mm} < \ell/240 \quad \underline{\text{O.K.}}$$

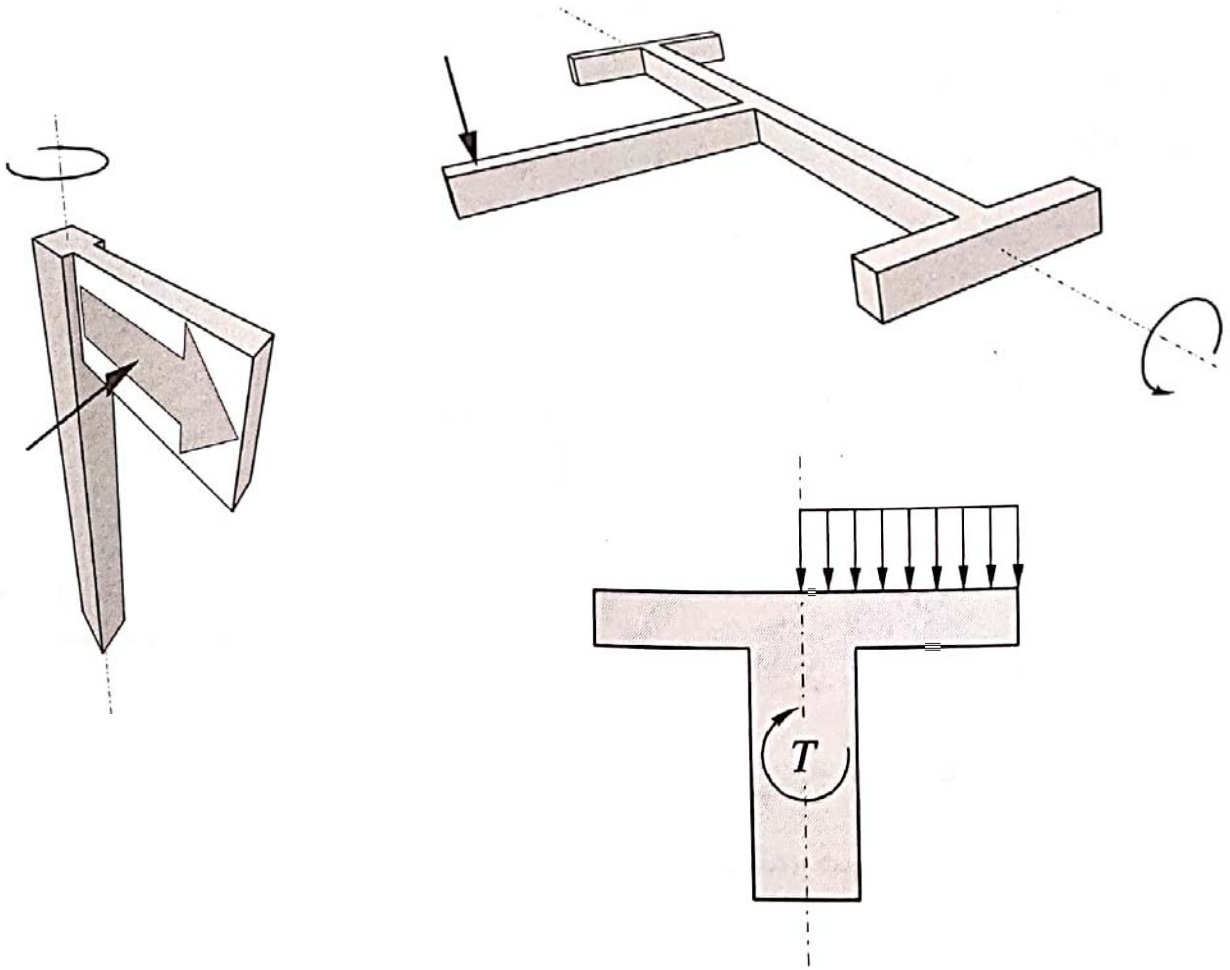
جدول ۱۲-۳ *حداقل ضخامت لازم برای تیرها و دال‌های یک طرفه (غیر پیش‌تنیده) و غیر متصل به تیغه‌ها و اجزای ساختمانی آسیب پذیر، مگر آن‌که خیز محاسبه شود*

عضو	شرایط انتهایی			
	تکیه‌گاه ساده	یک انتهای پیوسته	هر دو انتهای پیوسته	کنسولی
دال یک طرفه‌ی توپر	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
تیر یا دال یک طرفه با تیرچه	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18.5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$

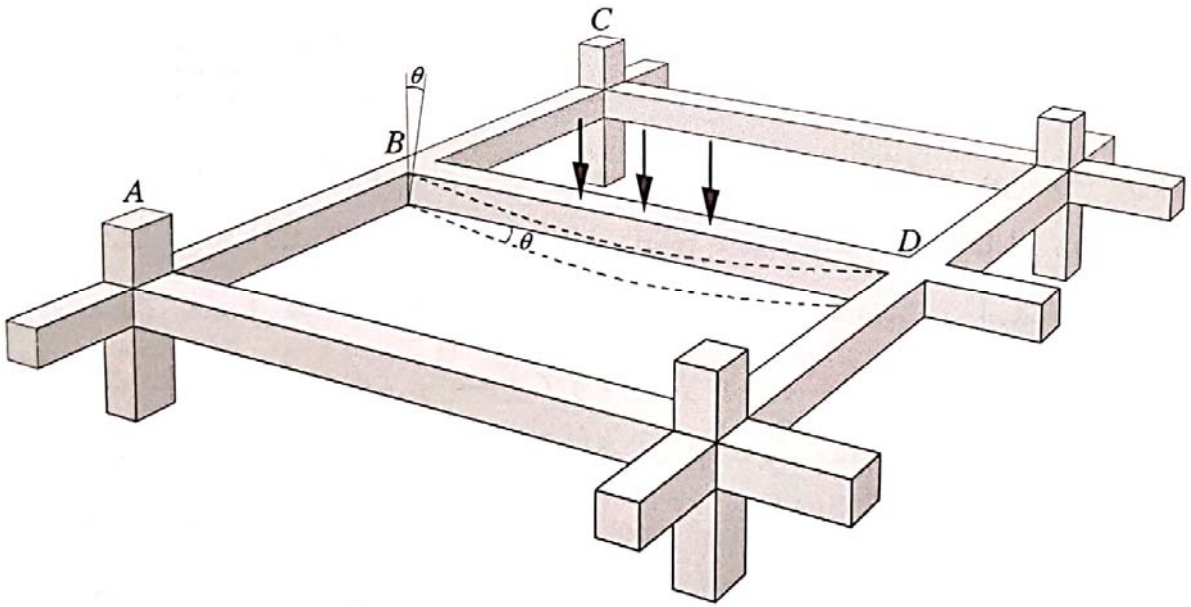
برای مقادیر تنش تسلیم فولاد که از $f_y = 420$ MPa متفاوت باشد، مقادیر جدول باید در ضریب اصلاح $0.4+f_y/700$ ضرب شوند.

بررسی رفتار و طراحی اعضا بتن آرمه
در مقابل پیچش

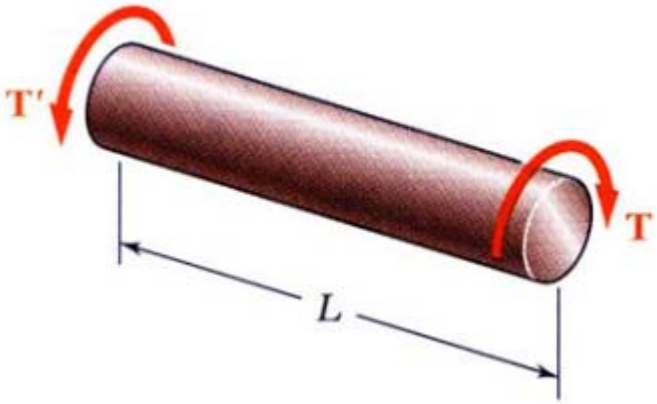
پیچش تعادلی



پیچش همسازی

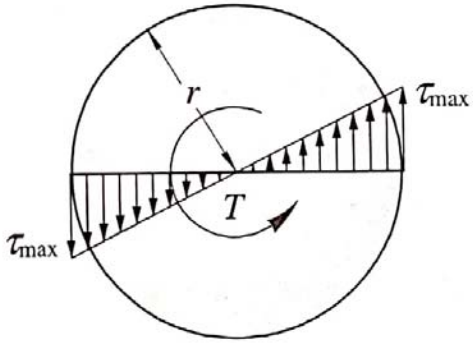


تئوری پیچش در مقاطع همگن



مقاطع دایره ای

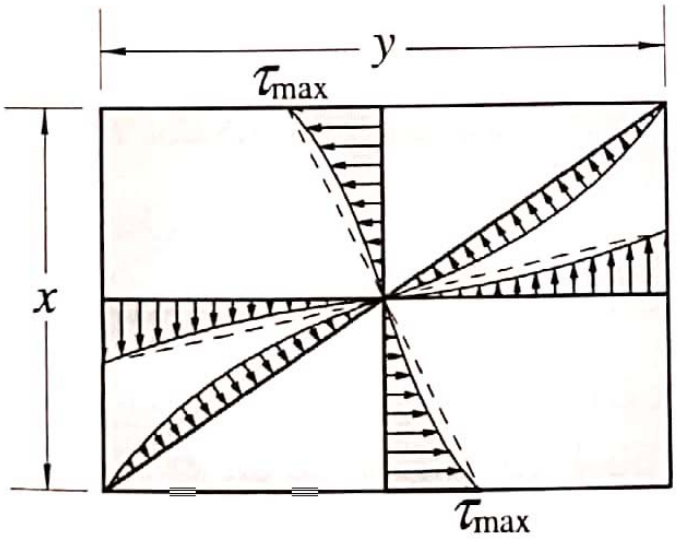
$$\tau_{max} = \frac{T \cdot r}{J}$$



J ممان اینرسی قطبی مقطع

$$J = \pi r^4 / 2$$

مقاطع مستطیلی



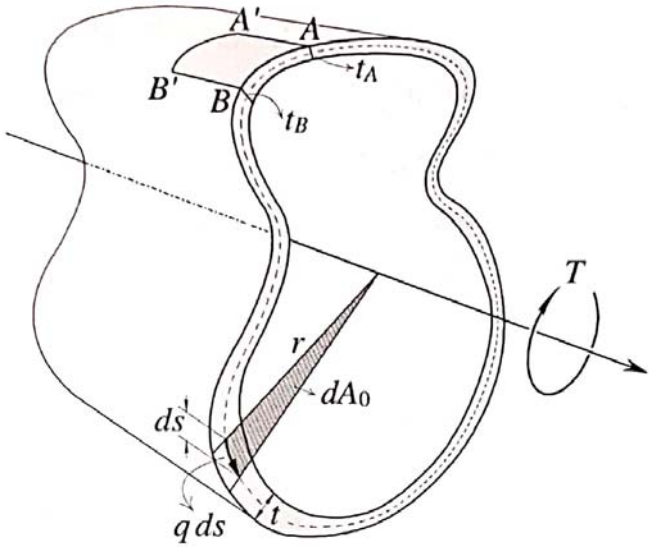
$$\tau_{max} = \frac{T}{\alpha x^2 y}$$

که α ضریب وابسته بـه ابعاد مقطع است؛

$$\alpha = 0.208 \quad ، y/x = 1.0$$

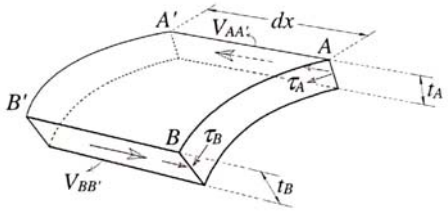
$$\alpha = 0.333 \quad ، y/x = \infty$$

مقاطع تو خالی جدار نازک

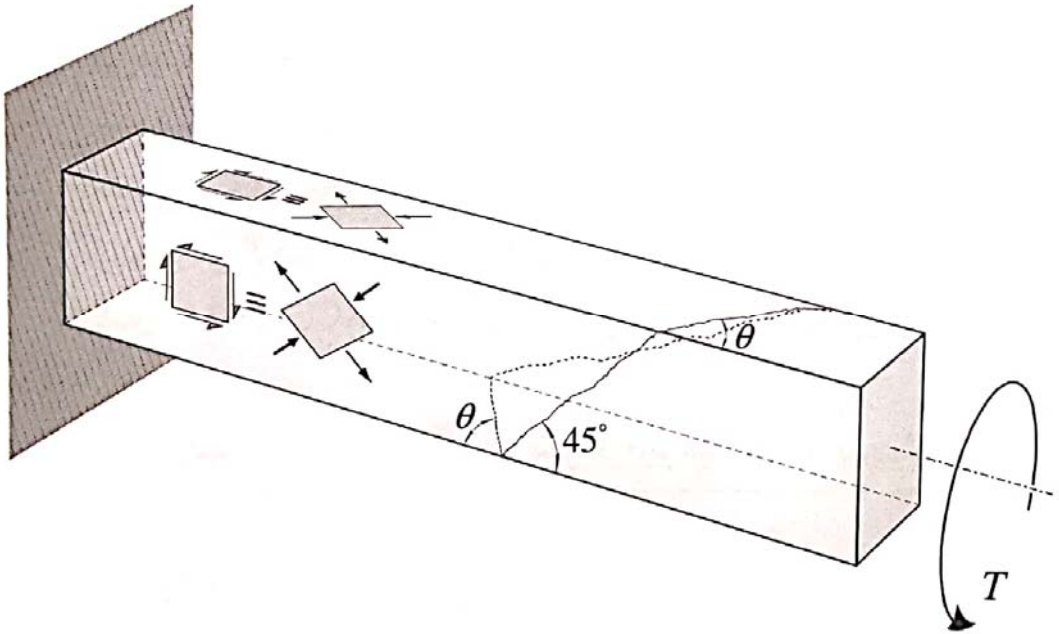


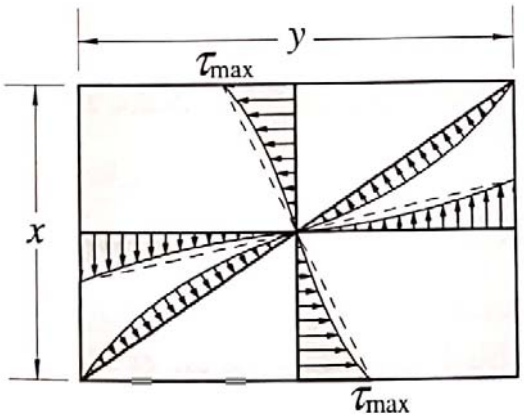
$$\tau = \frac{T}{2A_o t}$$

A_o مساحت محصور بین میان تار (خط میانی) مقطع جدار نازک



مقطع بتنی مستطیلی غیر مسلح





پیچش ترک خوردگی

$$T_{cr} = \frac{1}{3}\lambda\sqrt{f_c'}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right) \approx 0.33\lambda\sqrt{f_c'}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)$$

A_{cp} مساحت محصور بین بیرونی‌ترین خط محیطی مقطع بتنی بر حسب mm^2

p_{cp} محیط بیرونی‌ترین خط محیطی مقطع بتنی بر حسب mm

شرط صرف نظر از پیچش در محاسبات

threshold

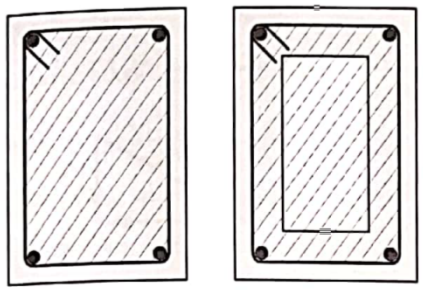
$$T_{th} = \frac{1}{12}\lambda\sqrt{f_c'}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right) \approx 0.083\lambda\sqrt{f_c'}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)$$

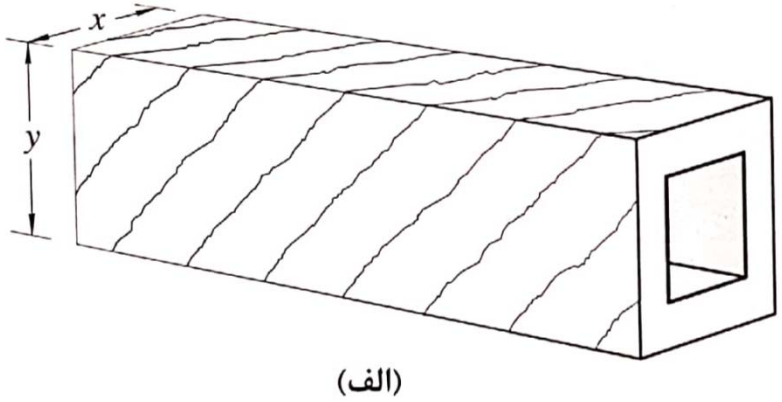
$$T_u \le \phi T_{th} = \frac{1}{12}\phi\lambda\sqrt{f_c'}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)$$

ضریب کاهش مقاومت پیچشی $\phi = 0.75$

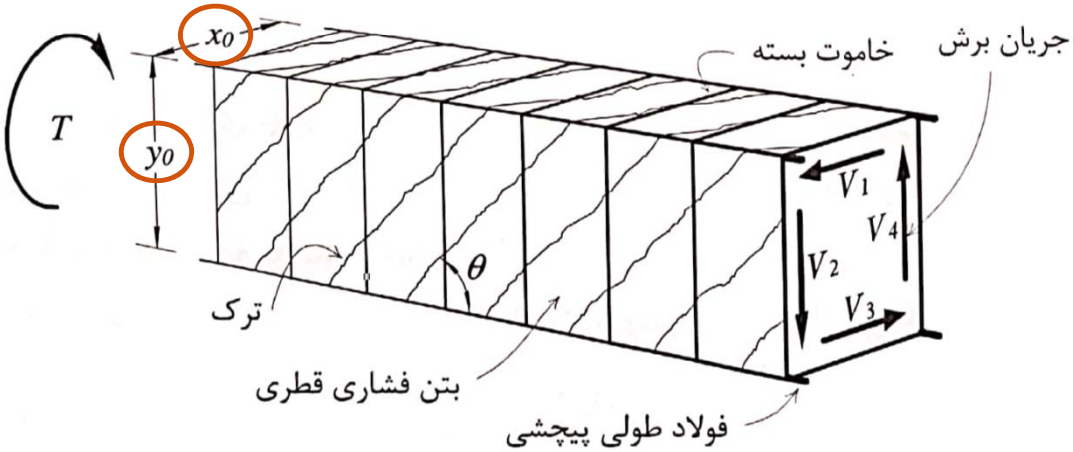
محاسبات پیچش و طراحی فولاد پیچشی لازم

(تئوری خرپای فضایی)





(الف)



(ب)

طراحی گام به گام مقاطع بتن آرمه تحت اثر پیچش

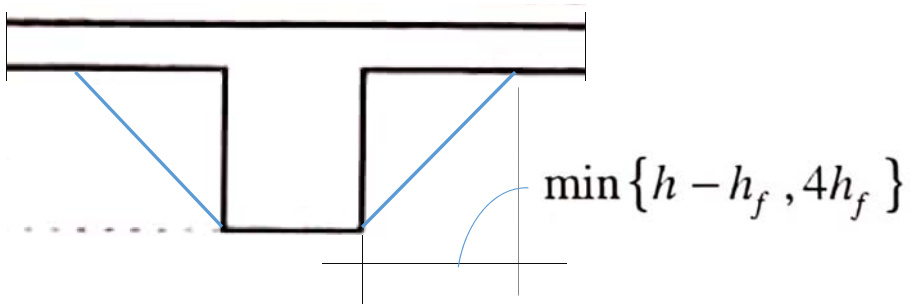
۱. محاسبه V_u , T_u

می‌توان مقطع بحرانی را به فاصله‌ی d از بر تکیه‌گاه در نظر گرفت؛

۲. کنترل شرط صرفنظر از محاسبات پیچش

$$T_u \le \phi T_{th} = \frac{1}{12}\phi\lambda\sqrt{f_c'}\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right)$$

در مقاطع بال‌دار



۳. کنترل شرط ابعادی مقطع

$$\frac{V_u}{b_w d}+\frac{T_u p_h}{1.7A_{oh}^2} \le \phi\left(\frac{V_c}{b_w d}+\frac{2}{3}\sqrt{f_c'}\right)$$

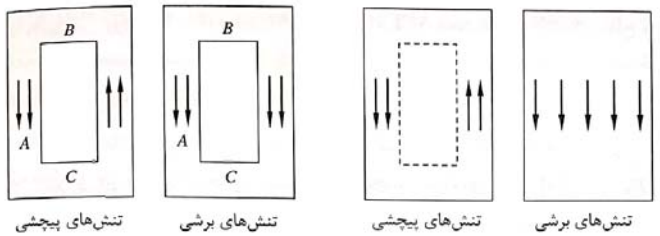
برای مقاطع تو خالی

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2+\left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{oh}^2}\right)^2} \le \phi\left(\frac{V_c}{b_w d}+\frac{2}{3}\sqrt{f_c'}\right)$$

برای مقاطع توپر

$$\frac{5}{6}\phi\sqrt{f_c'}$$

$$V_s \le 4V_c \qquad V_u \le 5\phi V_c$$

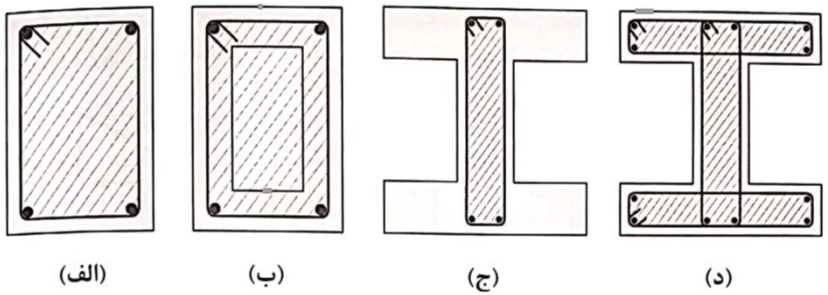


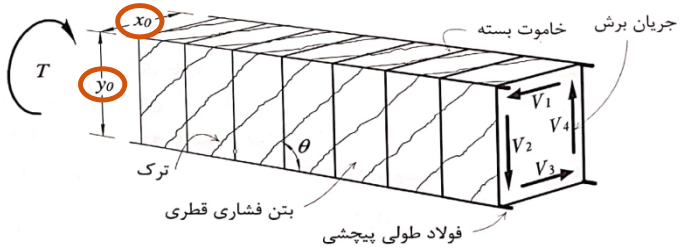
A_{oh} سطح محصور توسط خط مرکزی بیرونی‌ترین خاموت‌های بسته‌ی پیچشی است.

$$A_{oh} = x_0\, y_0$$

p_h محیط تنگ بسته‌ی پیچشی

$$p_h = 2(x_0 + y_0)$$





۴. محاسبه سطح یک ساق خاموت پیچشی

$$\left(\frac{A_t}{s}\right)_{req} = \frac{T_u}{1.7\phi A_{oh} f_{yt}}$$

۵. محاسبه خاموتهای برشی

(روابط بحث برش)

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} = \frac{V_u/\phi - V_c}{f_{yt} d}$$

۶. کنترل خاموت حداقل

$$\left(\frac{A_{v+t}}{s}\right)_{\min} = \left(\frac{A_v}{s} + 2\frac{A_t}{s}\right)_{\min} = \frac{1}{16}\sqrt{f_c'}\frac{b_w}{f_{yt}} \geq \frac{1}{3}\frac{b_w}{f_{yt}}$$

کنترل عرض ترکهای پیچشی

$$s_{\max} = \min\{p_h / 8 \, , \, 300\,\text{mm}\}$$

۷. محاسبه سطح مقطع میلگردهای طولی

f_y تنش تسلیم فولادهای طولی پیچشی

f_{yt}، تنش تسلیم فولادهای قائم پیچشی

$$A_l = \left(\frac{A_t}{s}\right) p_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y}\right) \cot^2 \theta$$

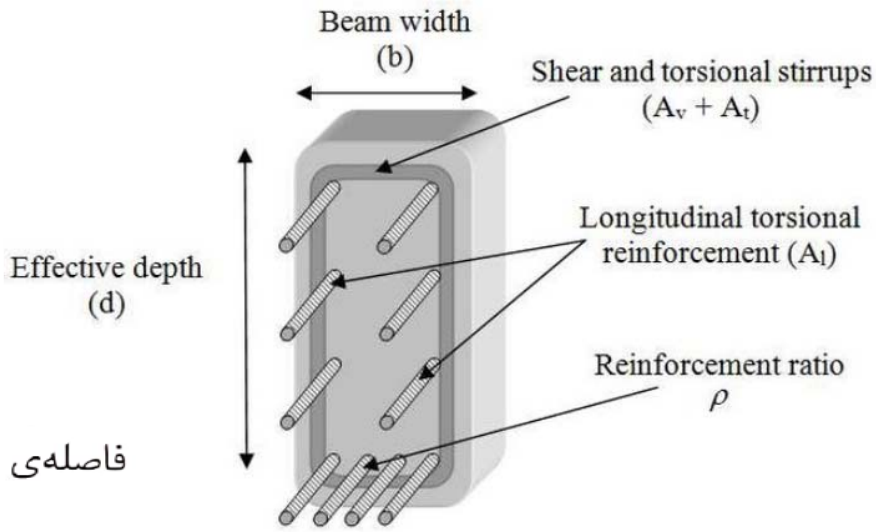
$$\theta = 45^\circ$$

$$\Phi_l \geq \max\left\{\frac{1}{24}s \ , 10\,\text{mm}\right\}$$

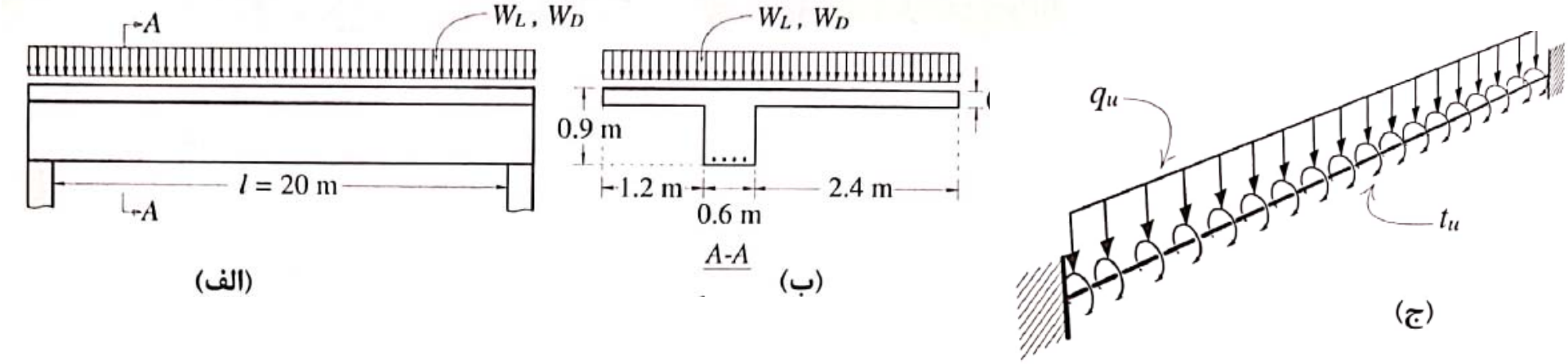
s: فاصله خاموتها

فولادهای طولی پیچشی باید در هر چهار وجه داخلی خاموت‌های بسته به طور یک‌نواخت توزیع شوند.

فاصله‌ی فولادهای طولی پیچشی نباید بیش از ۳۰۰ میلی متر باشد.



مثال ۸-۳ دال و تیر نشان داده شده در شکل ۸-۱۲ را که به عنوان اجزای باربر یک سایبان بتن آرمه به کار رفته‌اند، در نظر بگیرید؛ و فرض کنید بار زنده‌ی ناشی از برف برابر $W_L = 2\,\text{kN/m}^2$، و بار مرده‌ی علاوه بر وزن تیر و دال برابر $W_D = 1.5\,\text{kN/m}^2$ باشد. تیر حمال دال را به فولادهای برشی قائم مسلح کنید. فرض کنید $f_{yt} = 400\,\text{MPa}$ و $f_c' = 21\,\text{MPa}$ بوده، و نیز وزن مخصوص بتن برابر با $w_c = 24\,\text{kN/m}^3$ باشد. $(d = 800\,\text{mm})$.



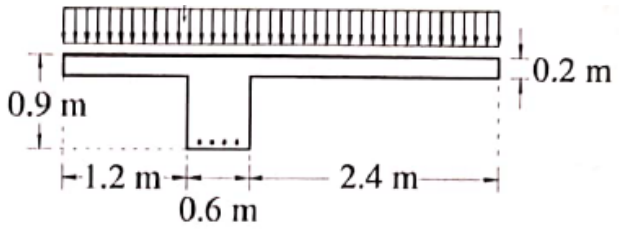
وزن تیر $= 24\times(0.6\times0.9) = 12.96$ kN/m

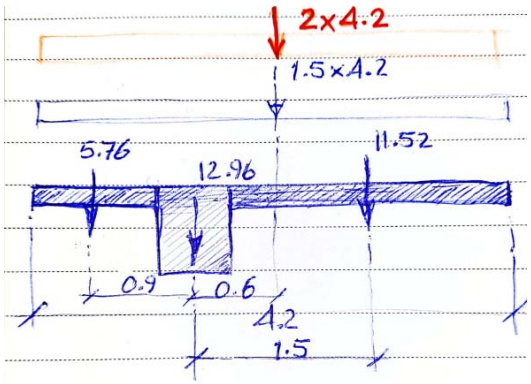
وزن دال سمت راست $= 24\times(0.2\times2.4) = 11.52$ kN/m

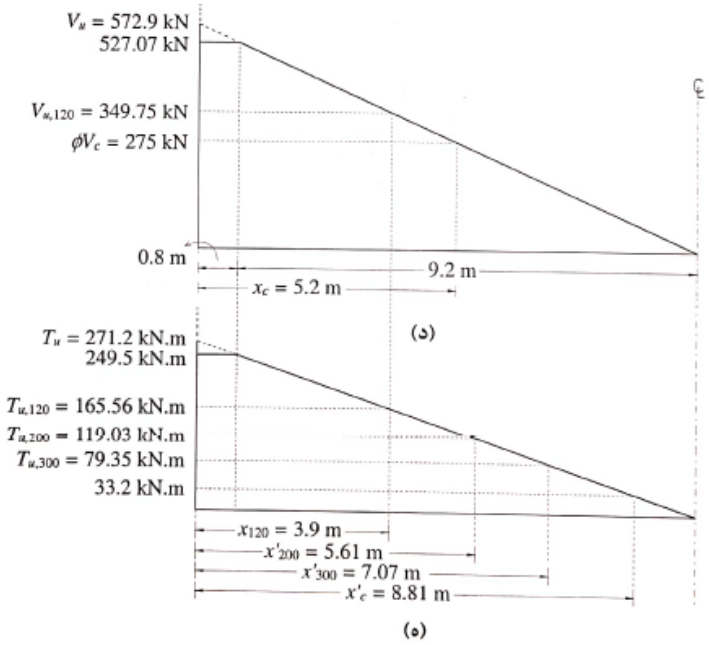
وزن دال سمت چپ $= 24\times(0.2\times1.2) = 5.76$ kN/m

$$q_u = 1.2\times(1.5\times4.2+12.96+11.52+5.76)+1.6\times(2\times4.2)$$
$$= 57.29 \text{ kN/m}$$

$$t_u = 1.2\times(1.5\times4.2\times0.6+11.52\times1.5-5.76\times0.9)+1.6\times(2\times4.2\times0.6)$$
$$= 27.12 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$$







$$V_u = q_u(\frac{l_n}{2}-d) = 57.29\times(20/2-0.8) = 527.07 \text{ kN}$$

$$T_u = t_u(\frac{l_n}{2}-d) = 27.12\times(20/2-0.8) = 249.5 \text{ kN.m}$$

$$\min\{h-h_f\ ,\ 4h_f\}=\min\{900-200,\ 4\times200\}=700\ \text{mm}$$

$$A_{cp}=600\times900+2\times200\times700=820\times10^3\ \text{mm}^2$$

$$p_{cp}=2\times(600+900+2\times700)=5800\ \text{mm}$$

$$\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}=\frac{(820\times10^3)^2}{5800}=115.93\times10^6\ \text{mm}>\frac{(600\times900)^2}{2\times(600+900)}$$

$$=97.2\times10^6\ \text{mm}$$

$$\phi T_{th}=\frac{1}{12}\phi\lambda\sqrt{f_c'}\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right)=\frac{1}{12}\times0.75\times1\times\sqrt{21}\times115.93\times10^6$$

$$=33.2\times10^6\ \text{N.mm}$$

$T_u=249.5\ \text{kN.m}>\phi T_{th}=33.2\ \text{kN.m}$ → پیچش در محاسبات وارد می‌شود

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2+\left(\frac{T_u p_h}{1.7A_{oh}^2}\right)^2} \le \phi\left(\frac{V_c}{b_w d}+\frac{2}{3}\sqrt{f_c'}\right)=\frac{5}{6}\phi\sqrt{f_c'}$$

$$x_0 = 600-90 = 510 \text{ mm}$$

$$y_0 = 900-90 = 810 \text{ mm}$$

به فرض آن که خاموت‌های پیچشی را فقط در جان قرار دهیم، داریم:

$$p_h = 2(x_0+y_0) = 2\times(510+810) = 2640 \text{ mm}$$

$$A_{oh} = x_0 y_0 = 510\times 810 = 413.1\times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$\sqrt{\left(\frac{527.07\times 10^3}{600\times 800}\right)^2+\left(\frac{249.5\times 10^6\times 2640}{1.7\times(413.1\times 10^3)^2}\right)^2} = 2.52 \text{ MPa}$$

$$2.52 \text{ MPa} < \frac{5}{6}\times 0.75\times\sqrt{21} = 2.86 \text{ MPa} \quad \surd$$

$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f_c'}\, b_w\, d = \frac{1}{6}\times\sqrt{21}\times(600)(800) = 366.6\times10^3\ \text{N}$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} = \frac{V_u/\phi - V_c}{f_{yt}\, d} = \frac{(527.07\times10^3/0.75) - 366.6\times10^3}{400\times800}$$

$$= 1.051\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

$$\left(\frac{A_t}{s}\right)_{req} = \frac{T_u}{1.7\phi A_{oh} f_{yt}} = \frac{249.5\times10^6}{1.7\times0.75\times413.1\times10^3\times400}$$

$$= 1.184\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

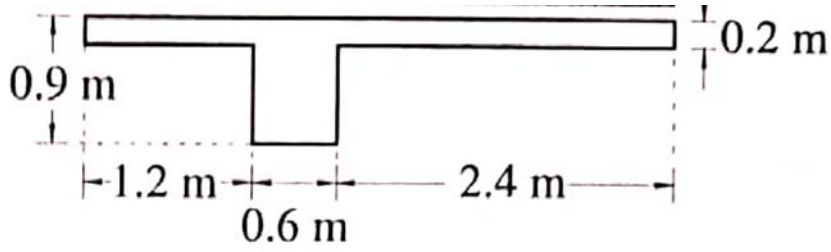
$$\left(\frac{A_T}{s}\right)_{req} = \left(\frac{A_{v+t}}{s}\right)_{req} = \left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} + 2\left(\frac{A_t}{s}\right)_{req}$$

$$= 1.051 + 2\times1.184 = 3.42\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

$$\left(\frac{A_{v+t}}{s}\right)_{\min} = \frac{1}{16}\sqrt{f_c'}\,\frac{b_w}{f_{yt}} = \frac{1}{16}\times\sqrt{21}\times\frac{600}{400} = 0.43 < \frac{1}{3}\times\frac{b_w}{f_{yt}} = 0.5\ \text{mm}$$

$$\therefore\ \left(\frac{A_T}{s}\right)_{req} = 3.42\ \text{mm} > \left(\frac{A_{v+t}}{s}\right)_{\min} = 0.5\ \text{mm}$$

اگر از Φ12 به عنوان خاموت بسته استفاده شود، سطح مقطع دو شاخه‌ی قائم آن $226\,\text{mm}^2$ بوده و خواهیم داشت:

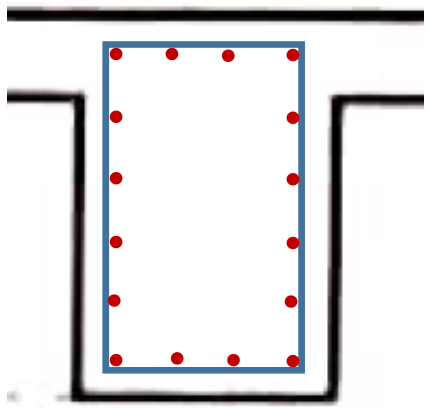


$$s_{req} = \frac{A_{v+t}}{(A_{v+t}/s)_{req}} = \frac{226}{3.42} = 66\,\text{mm}$$

$$s_{\max} = \min\{p_h/8\,,\ 300\,\text{mm}\,,\ d/2\} = 300\,\text{mm} \quad \checkmark$$

USE Φ12 @ 65 mm□ at support

$$A_l = (\frac{A_t}{s})p_h(\frac{f_{yt}}{f_y})\cot^2\theta = (1.184)(2640)\times 1 = 3126\,\text{mm}^2 > A_{l,\min}$$



فولاد طولی پیچشی در تکیه‌گاه به صورت 16Φ16 طراحی می‌شود که لازم است به صورت مناسب پیرامون مقطع و در وجه داخلی خاموت بسته، توزیع شود.

حکایت همچنان باقی ...