طراحی سازه های بتن آرمه ۲

فرشید علایی

زمستان ۹۹

References:

Design of Reinforced Concrete Structures

1) Salmon & Wang
2) Ferguson
3) Winter
4) Park & Paulay
5) Wight & Mc Gregor
6) Mc Cormac & Brown

Design of Reinforced Concrete Slabs

Park & Gamble

Theory of Plates and Shells

Timoshenko

مراجع فارسی

- طراحی سازه های بتن مسلح — تالیف: شاپور طاحونی (بر اساس آیین نامه ACI)
- طراحی ساختمان های بتن مسلح — تالیف: شاپور طاحونی (بر اساس آیین نامه آبا)
- طراحی سازه های بتن آرمه — تالیف: داود مستوفی نژاد
  (بر اساس آیین نامه ACI 2014 و طراحی در حالات حدی)

سرفصل درس

- **بررسی رفتار و طراحی اعضا بتن آرمه تحت اثر نیروی فشاری (و فشار توام با خمش)**

  طراحی ستونهای کوتاه
  طراحی ستونهای لاغر

- **بررسی رفتار و طراحی پوشش های بتن آرمه (سیستم های سقف)**

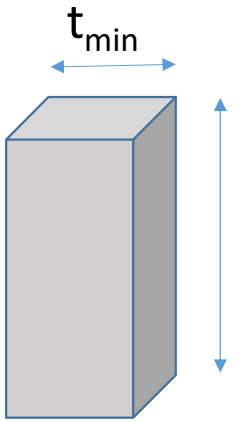
  سیستم تیرچه بلوک
  دال یکطرفه
  دال دوطرفه
  دالهای تخت

- **بررسی رفتار و طراحی شالوده های بتن آرمه**
- **بررسی رفتار و طراحی دیوار های بتن آرمه**

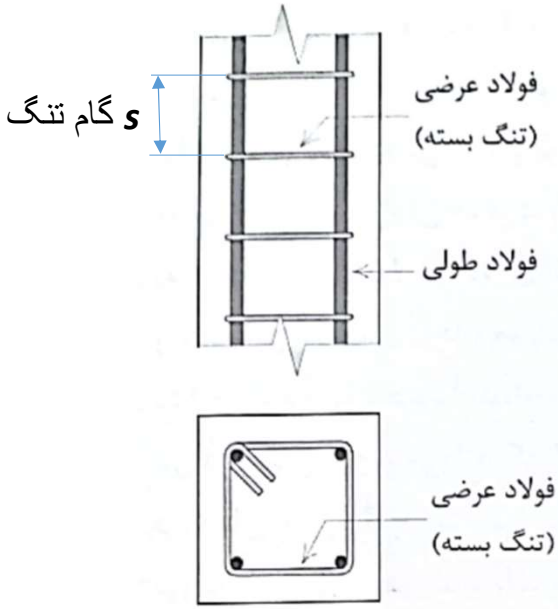
اعضای فشاری-طراحی ستونهای کوتاه

انواع ستون

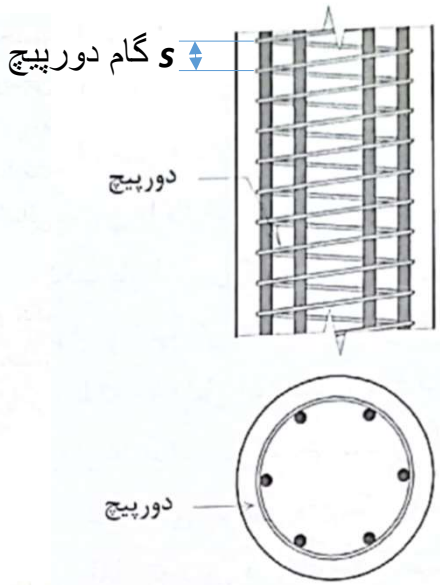
* ستون بتنی غیر مسلح (پایه یا سکوی بتنی)

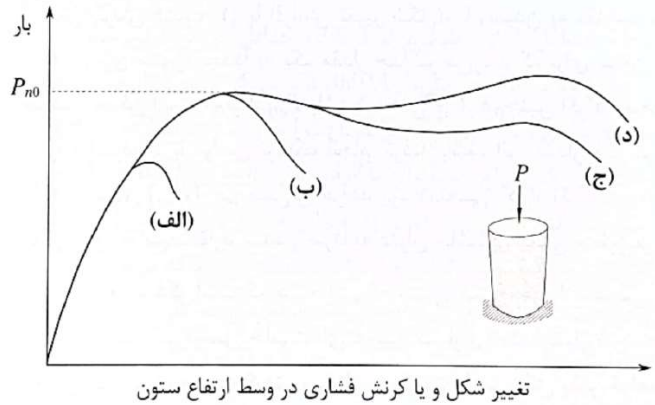


* ستون بتن آرمه با تنگ بسته



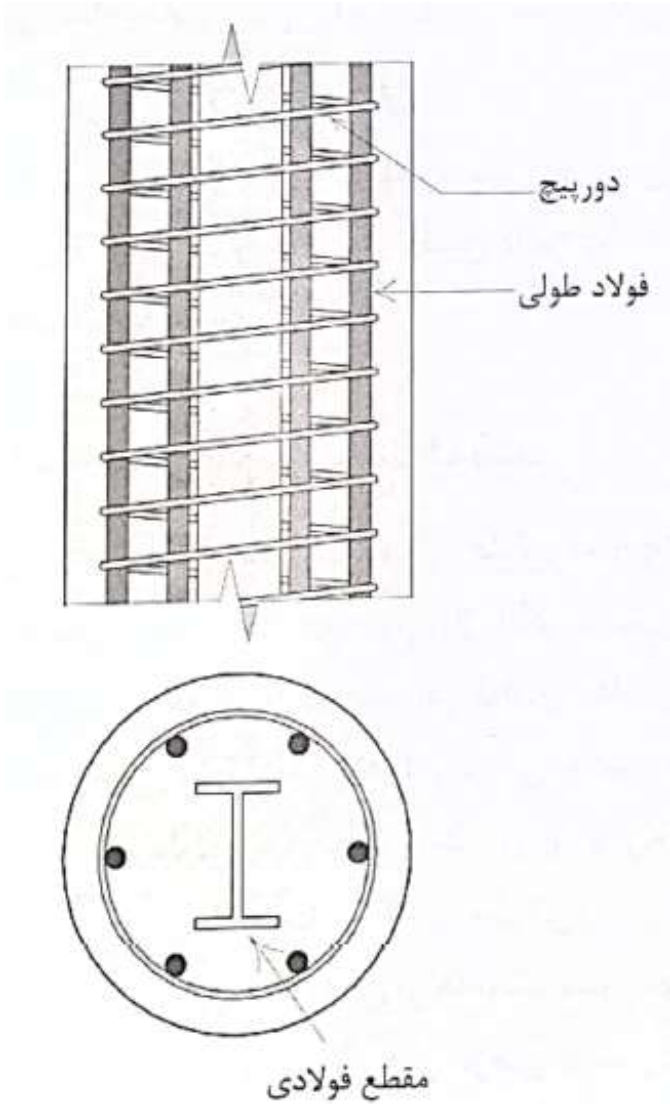
* ستون بتن آرمه با تنگ مارپیچ

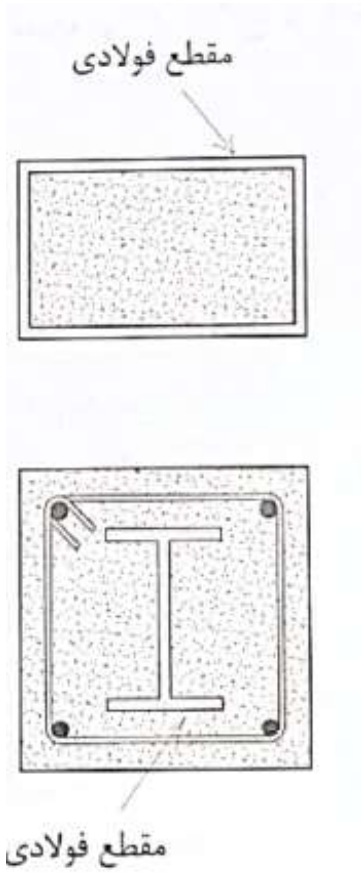




شکل ۹-۲ منحنی بار-تغییر شکل ستون؛ الف) ستون با فولاد عرضی کم و یا پوشش ناکافی؛ ب) ستون با تنگ بسته؛ ج) ستون با دورپیچ حلقوی؛ د) ستون با دورپیچ حلقوی با فواصل کاملاً نزدیک

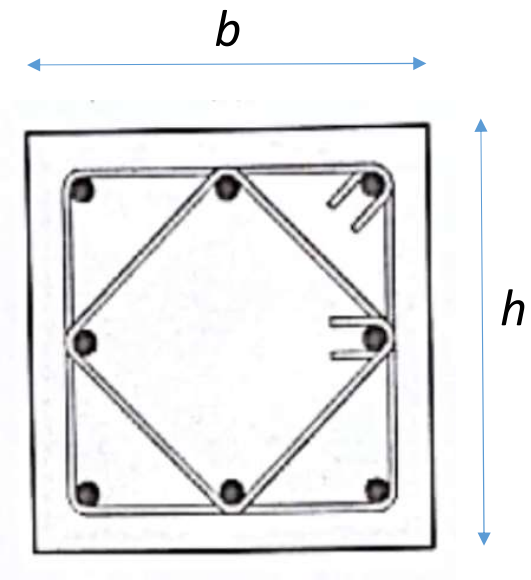
* ستون مرکب





ضوابط فولادگذاری ستون

ضوابط فولادهای طولی



$$A_g = b \times h$$

سطح مقطع ناخالص بتن

حداقل فولاد طولی:

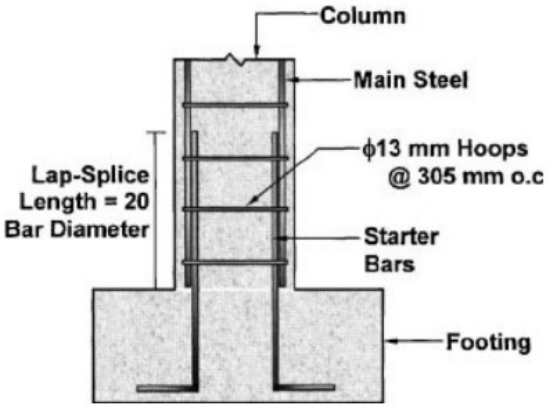
۱ درصد سطح مقطع ناخالص بتن، $0.01A_g$

جلوگیری از یک شکست ناگهانی و ترد

مقاومت خمشی حداقلی

در هیچ شرایطی نباید میزان فولاد طولی به کار رفته در ستون کم‌تر از ۰/۵ درصد سطح مقطع ستون باشد.

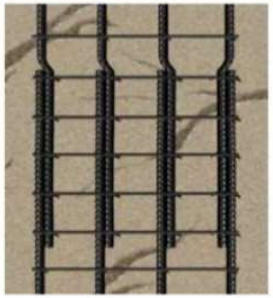
ضوابط فولادهای طولی



حداکثر فولاد طولی:

۸ درصد سطح مقطع ناخالص ستون، $0.08A_g$

جهت جلوگیری از تراکم میلگرد

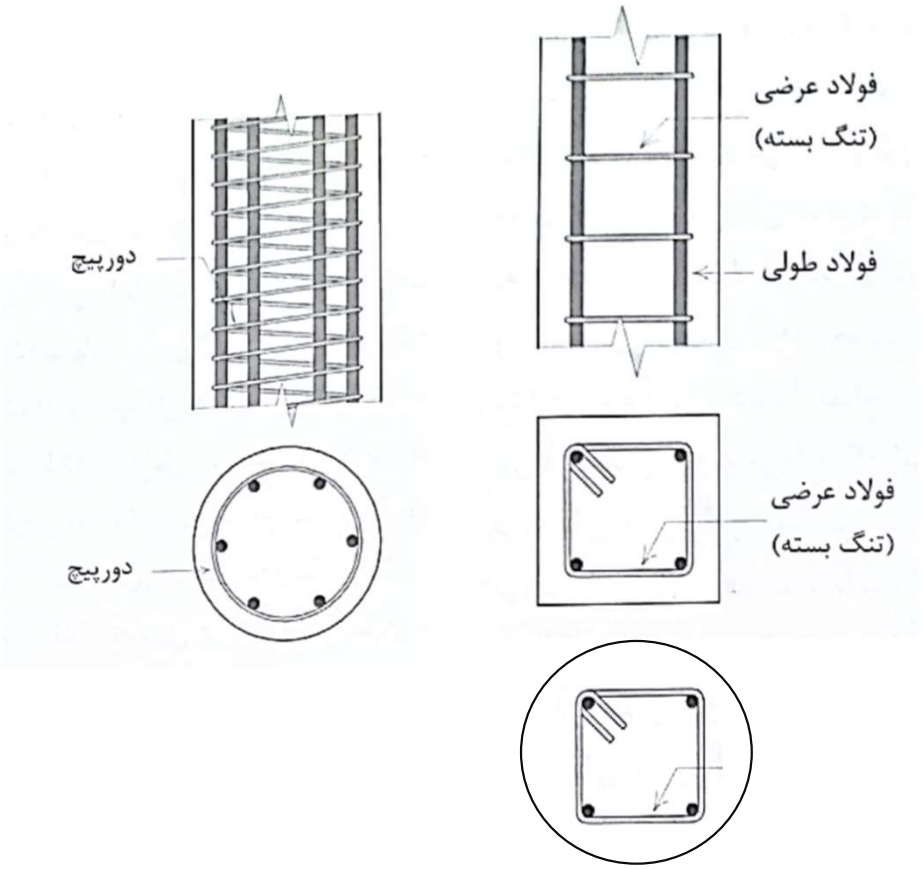


معمولاً درصد فولاد طولی در حد ۳ درصد محدود می‌شود.

حداقل تعداد میلگرد طولی:

۴ میلگرد در تنگ بسته‌ی مستطیلی یا دایروی،

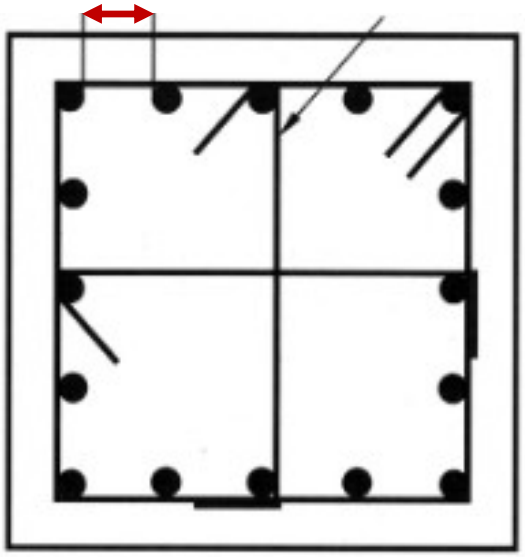
۶ میلگرد در حالت استفاده از دورپیچ،



حداقل فاصله بین میلگردهای طولی:

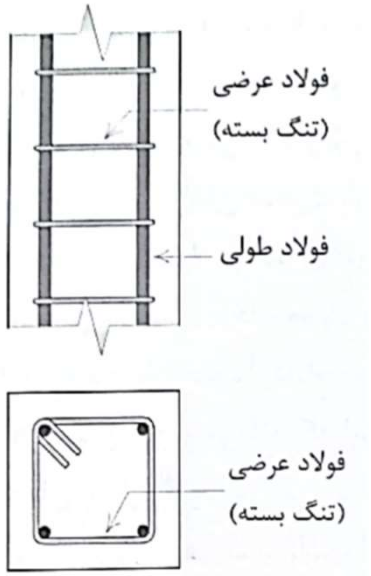
حداقل فاصله‌ی آزاد بین میلگردهای طولی $\max\{1.5d_b\ ,\ 40\,\text{mm}\}$

این فاصله هم‌چنین نباید از $\frac{4}{3}$ بزرگ‌ترین بعد اسمی دانه‌ها، $1.33d_{agg}$، کم‌تر باشد.



حداقل فاصله‌ی آزاد بین میلگردها باید در محل وصله‌ی میلگردهای طولی نیز بین نزدیک‌ترین میلگردها کنترل شود.

ضوابط فولادهای عرضی بصورت تنگ



حداقل قطر میلگرد تنگ:

$\Phi_L \le 32mm$ $\quad \Phi_T = 10mm$

$\Phi_L > 32mm$ $\quad \Phi_T = 13mm$

فاصله‌ی تنگ‌ها در ستون:

$$s_{max} = \min\{16\Phi_L \ , \ 48\Phi_T \ , \ h_{min}\}$$

h_{min} **کوچکترین بعد ستون**

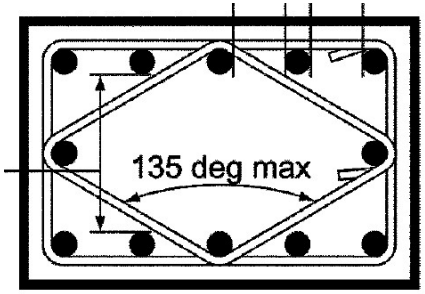
بدیهی است که اگر تنگ واقع در ستون بر اساس محاسبات برشی طراحی می‌شود، علاوه بر محدودیت فوق، محدودیت حداکثر فاصله‌ی مجاز خاموت‌های برشی نیز باید کنترل شود.

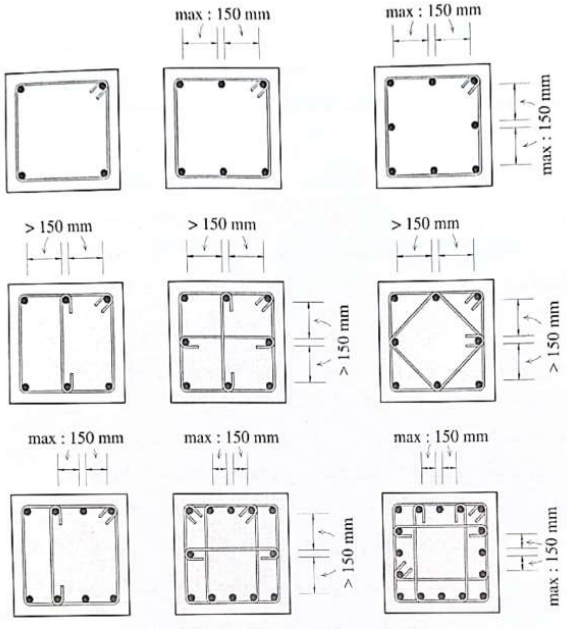
نحوه‌ی قرار گیری تنگ‌ها در ستون:

الف- هر فولاد طولی واقع در گوشه‌ی مقطع، در گوشه‌ی یک تنگ با زاویه‌ی حداکثر ۱۳۵ درجه مهار شود.

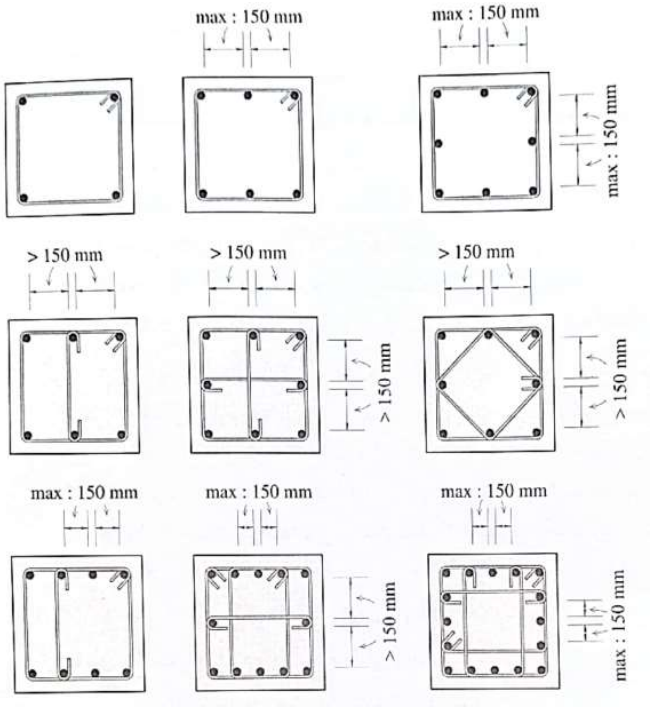
ب- سایر فولادهای طولی غیر واقع در گوشه‌ی مقطع، حداقل به صورت یک در میان در گوشه‌ی یک تنگ با زاویه‌ی حداکثر ۱۳۵ درجه مهار شوند.

آرماتور مهار شده





نحوه‌ی قرار گیری تنگ‌ها در ستون:

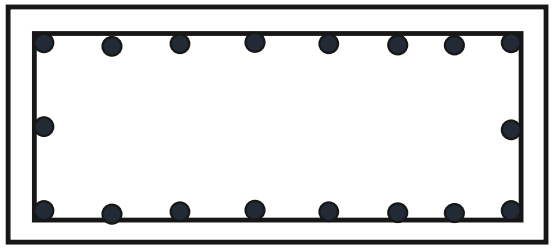


ج- فاصله‌ی آزاد هر فولاد طولی که در گوشه‌ی یک تنگ مهار نشده است، از فولاد طولی مجاور که در گوشه‌ی یک تنگ مهار شده است، بیش از ۱۵۰ میلی متر نباشد.

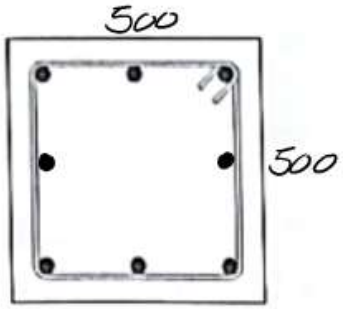
(فاصله آزاد هر آرماتور مهار نشده از آرماتور مهار شده نباید بیش از ۱۵۰ میلی متر باشد)

د- اگر فولادهای طولی در محیط یک دایره قرار گرفته باشند، می‌توان از تنگ دایروی استفاده کرد. در این حالت لازم نیست که هر میلگرد طولی به طور جداگانه در گوشه‌ی یک تنگ مهار گردد.

مثال:



- آرماتورهای طولی ستون را توسط تنگ مهار کنید.



- آرماتورهای طولی ستون را توسط تنگ مهار کنید.

$A_s = 8\,\Phi 25$

cover = 40 mm.

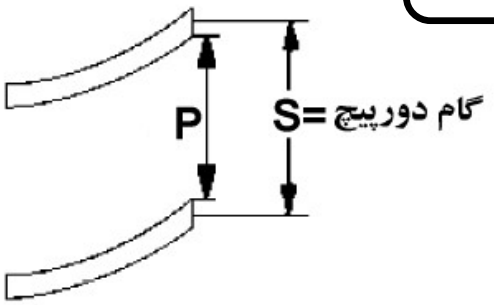
تنگ = 10 mm.

$$\frac{500 - 2\times 40 - 2\times 10 - 3\times 25}{2} = 162.5 > 150\ mm$$

ضوابط فولادهای عرضی بصورت دورپیچ

$25mm \leqslant P \leqslant 75mm$

$1.33d_{agg} \leqslant P$



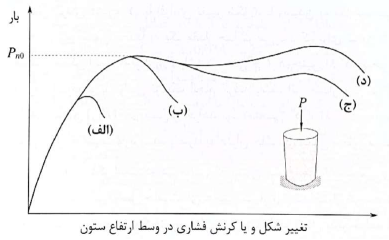
$$\rho_s = \frac{\text{حجم فولاد دورپیچ}}{\text{حجم هسته‌ی بتن}} = \frac{(A_{sp})(\pi D_c)}{(\pi D_c^2/4)s}$$

A_{sp} سطح مقطع فولاد دورپیچ

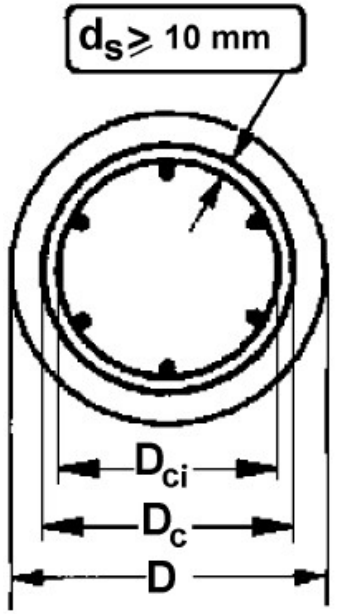
$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{D_c s}$$

$$\rho_s = 0.45\left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right)\frac{f_c'}{f_{yt}}$$

$$s \leq \frac{4A_{sp} f_{yt}}{0.45 D_c f_c' \left[(A_g/A_{ch}) - 1\right]}$$



تغییر شکل و یا کرنش فشاری در وسط ارتفاع ستون



$A_g = \pi D^2/4$

$A_c = \pi D_c^2/4$

مثال ۹-۱ در یک ستون با مقطع دایروی و به قطر ۵۰۰ میلی متر، فولاد دورپیچ مناسب طراحی کنید. فرض کنید $f_c' = 30\,\text{MPa}$ و $f_{yt} = 400\,\text{MPa}$ باشد.

حل: حداقل قطر میلگرد دورپیچ $10\,\text{mm}$ است. با در نظر گرفتن $40\,\text{mm}$ برای پوشش بتن روی میلگرد دورپیچ، قطر هسته‌ی ستون بر اساس قطر بیرونی دورپیچ برابر است با :

$$D_c = 500 - 2\times 40 = 420\,\text{mm}$$

$$\frac{A_g}{A_{ch}} = \frac{\pi h^2/4}{\pi D_c^2/4} = \left(\frac{h}{D_c}\right)^2 = \left(\frac{500}{420}\right)^2$$

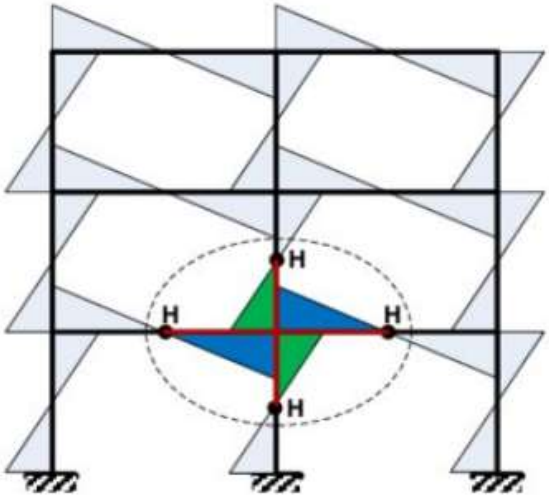
$$A_{sp} = \pi\times 10^2/4 = 78.5\ \text{mm}^2$$

$$s \le \frac{4A_{sp}f_{yt}}{0.45D_c f_c'\left[(A_g/A_{ch})-1\right]}$$

$$= \frac{4\times 78.5\times 400}{0.45\times 420\times 30\times\left[(500/420)^2-1\right]} = 53\,\text{mm}$$

گام دورپیچ برابر $53\,\text{mm}$ محاسبه شده است؛ بنابر این فاصله‌ی آزاد میلگرد دورپیچ به صورت قائم و در دو حلقه‌ی متوالی برابر $43\,\text{mm}$ است که از مقدار حداکثر مجاز $75\,\text{mm}$ کم‌تر بوده و از مقدار حداقل مجاز $25\,\text{mm}$ بیش‌تر است.

ضوابط فولادهای ستون برای طرح لرزه‌ای در مناطق زلزله خیز



قابهای خمشی بتن آرمه
(از لحاظ شکل پذیری)

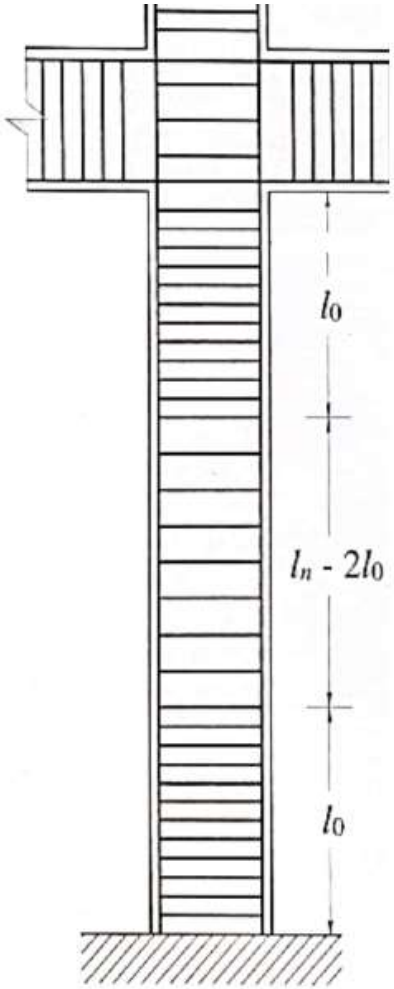
معمولی — متوسط — ویژه

ضوابط آیین نامه

ستون — تیر — اتصال

قاب خمشی متوسط

ستون



$$l_o = \max\{h\ ,\ l_n/6\ ,\ 450\,\text{mm}\}$$

h بزرگترین بعد مقطع ستون

فاصله‌ی فولادهای عرضی در طول l_o که با s_o نمایش داده می‌شود، نباید از مقدار رابطه‌ی زیر بیش‌تر باشد.

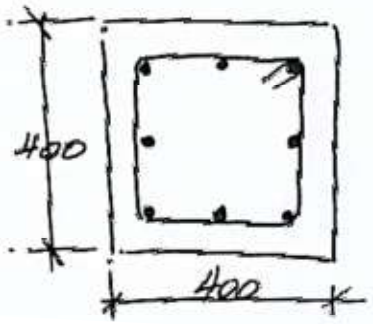
$$s_o \le \min\left\{\frac{h_{\min}}{2}, 8\Phi_L\ ,\ 24\Phi_T\ ,\ 300\,\text{mm}\right\}$$

$h_{\min}$ کوچکترین بعد مقطع ستون

یادآوری $s_{\max} = \min\{16\Phi_L\ ,\ 48\Phi_T\ ,\ h_{\min}\}$

مثال: ستونی به ابعاد 400mm × 400mm مفروض است. ستون با 8Φ16 مسلح شده و طول آن 3m است.

در صورتیکه ستون جزئی از یک قاب خمشی بتن آرمه با شکل پذیری متوسط باشد فولادگذاری عرضی ستون را طراحی نمایید.



$8\Phi16 \rightarrow A_s = 8 \times \frac{\pi \times 16^2}{4} = 1608\ mm^2$

$\rho = \frac{1608}{400 \times 400} = 1\%$

$\Phi_L = 16mm < 32\ mm \Rightarrow \Phi_T = 10\ mm.$

$S_{max} = min\{16 \times 16 , 48 \times 10 , 400\}$

$256 \quad 480$

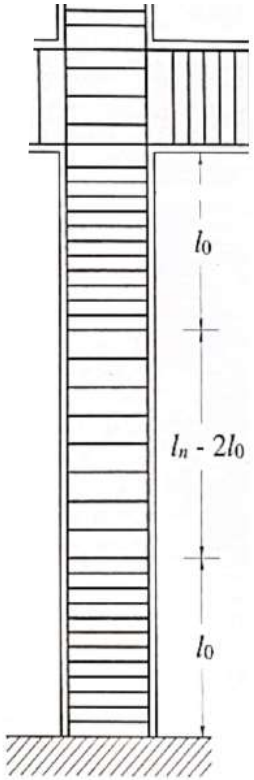
$S = 250$

$l_0 = max\{400, \frac{3000}{6}, 450\} \Rightarrow l_0 = 500\ mm.$

500

$S_0 \leq min\{\frac{400}{2}, 8 \times 16, 24 \times 10, 300\ mm\} \Rightarrow Say\ S_0 = 125\ mm.$

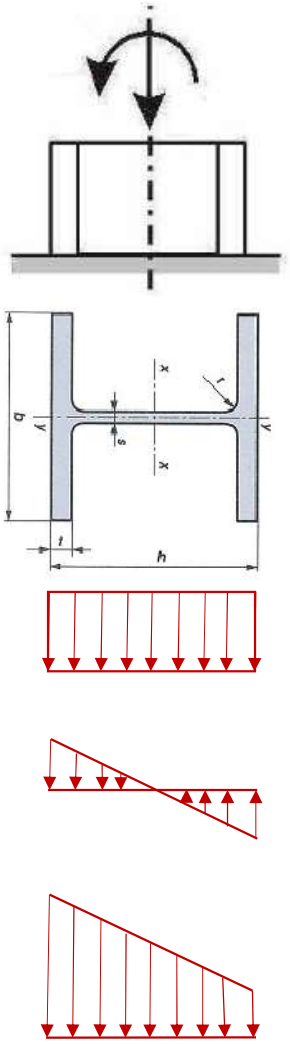
128



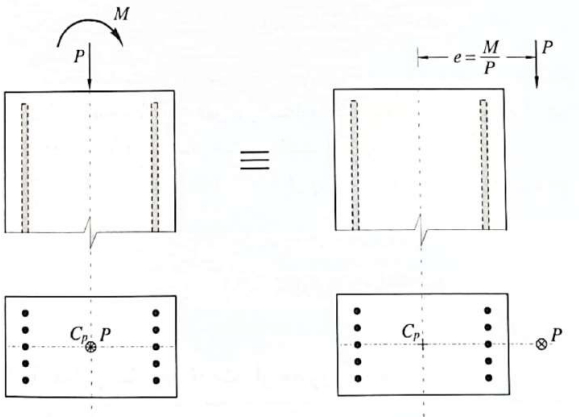
منحنی اندرکنش نیروی محوری و لنگر خمشی

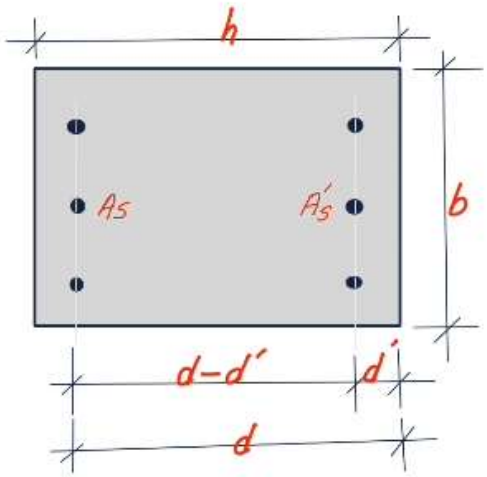
- ستونهای فولادی
- ستونهای بتن آرمه

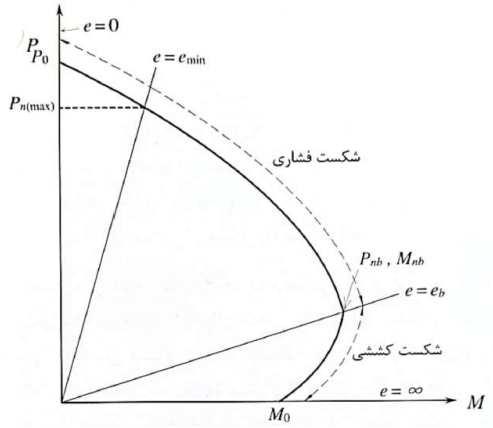
منحنی اندرکنش نیروی محوری و لنگر خمشی ستونهای فولادی



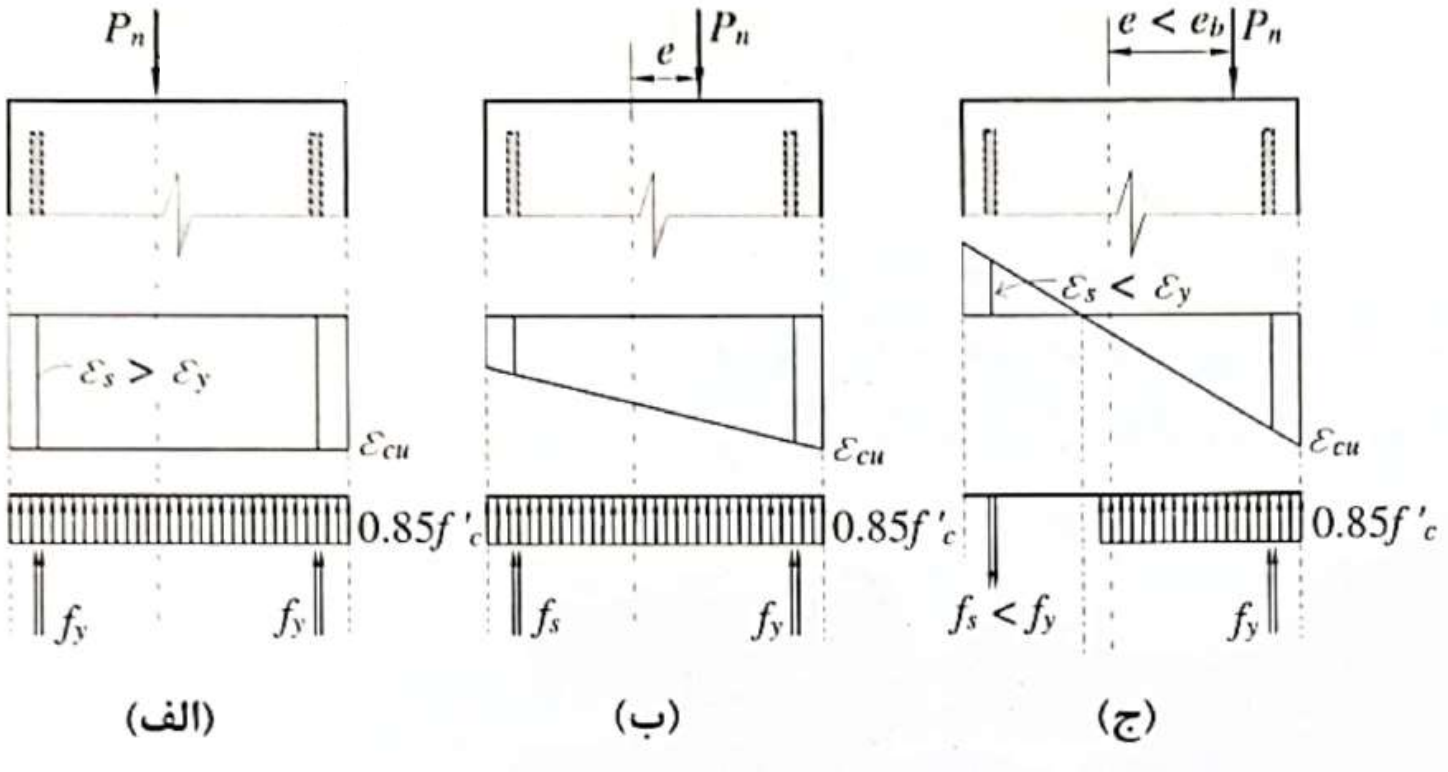
منحنی اندرکنش نیروی محوری و لنگر خمشی ستونهای بتن آرمه



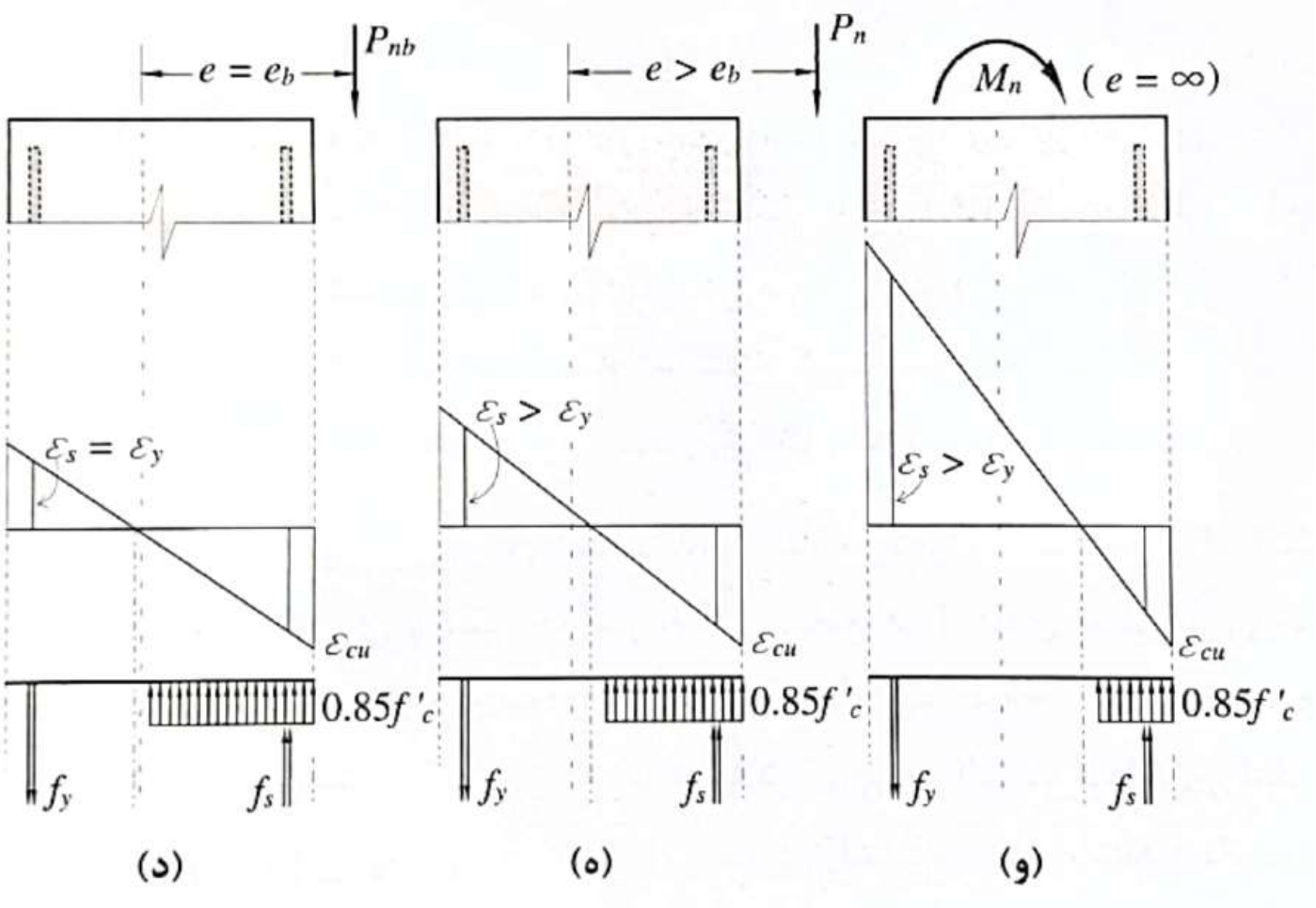




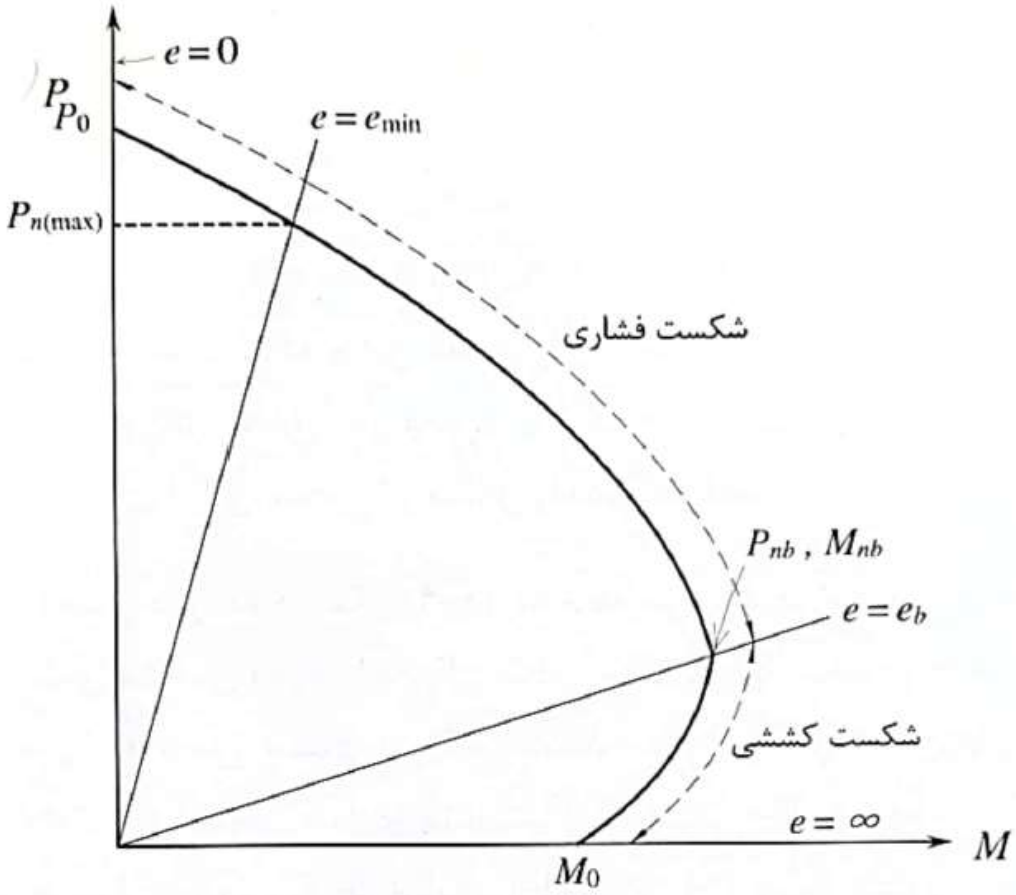
حالتهای مختلف گسیختگی مقطع بتن آرمه تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی



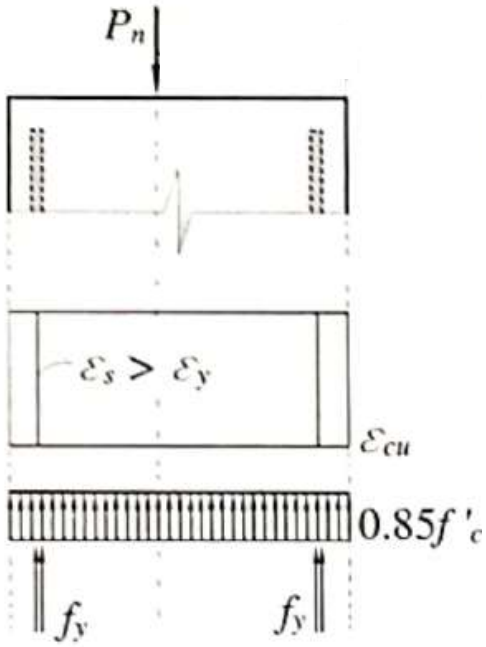
حالتهای مختلف گسیختگی مقطع بتن آرمه تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی



منحنی اندرکنش نیروی محوری و لنگر خمشی ستونهای بتن آرمه

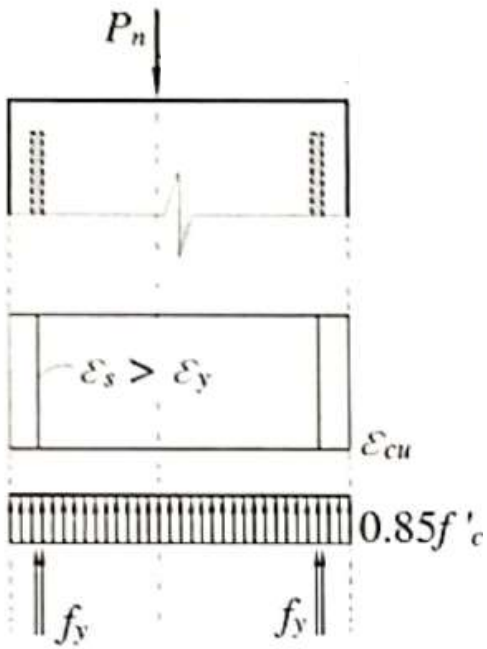


تعیین مقاومت ستون تحت اثر نیروی محوری خالص



$$P_0 = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$$

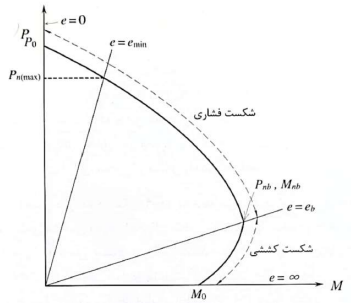
تعیین مقاومت ستون کوتاه تحت اثر نیروی محوری خالص



$$P_0 = 0.85f_c'(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y$$

ستون با تنگ بسته

$$P_{n,\max} = 0.8P_0 = 0.8\left[0.85f_c'(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y\right]$$



ستون با دورپیچ

$$P_{n,\max} = 0.85P_0 = 0.85\left[0.85f_c'(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y\right]$$

تعیین مقاومت ستون تحت اثر نیروی محوری خالص

$$P_u \le \phi P_{n,\max}$$

الف– اگر در مقطع از تنگ بسته استفاده شده باشد : $\phi = 0.65$

ب– اگر در مقطع از دورپیچ استفاده شده باشد: $\phi = 0.75$

مثال ۹-۳ ظرفیت باربری محوری خالص یک ستون مربعی به ضلع 400 mm را که در آن از $8\Phi 25$ به عنوان فولاد طولی استفاده شده است، محاسبه کنید. فرض کنید $f_c' = 25\,\text{MPa}$ و $f_y = 300\,\text{MPa}$ باشد.

حل:

$$A_{st} = 8\times\pi\times 25^2/4 = 3927\,\text{mm}^2$$

$$P_0 = 0.85 f_c'(A_g - A_{st}) + A_{st} f_y$$

$$P_0 = 0.85\times 25\times(400\times 400 - 3927) + 3927\times 300 = 4494.7\times 10^3\ \text{N}$$

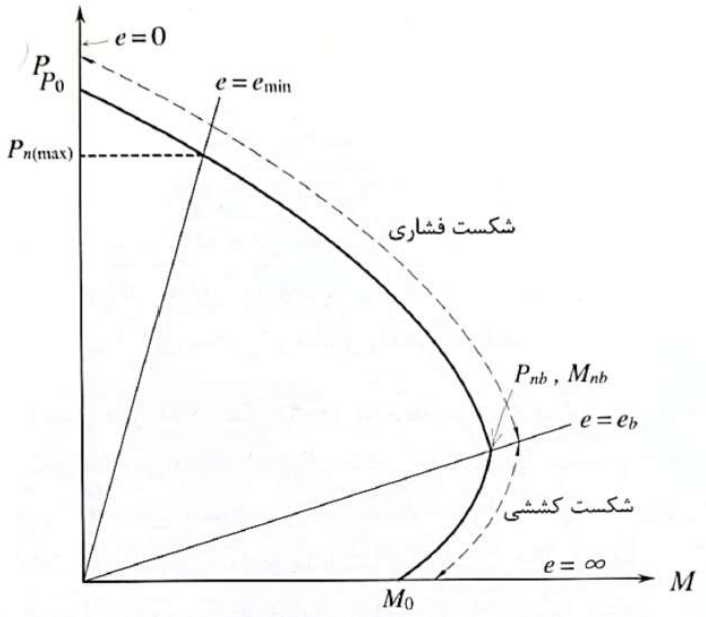
$$P_{n,\max} = 0.8 P_0 = 0.8\times 4494.7 = 3595.7\,\text{kN}$$

$$P_u = \phi P_{n,\max} = 0.65\times 3595.7 = \underline{\underline{2337.2\ \text{kN}}}$$

$$P_0 = 0.85 f_c' A_g + A_{st} f_y = 4578.1\,\text{kN}$$

$$P_u = \phi\times 0.8 P_0 = 2380.6\,\text{kN}$$

بررسی رفتار ستون تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی

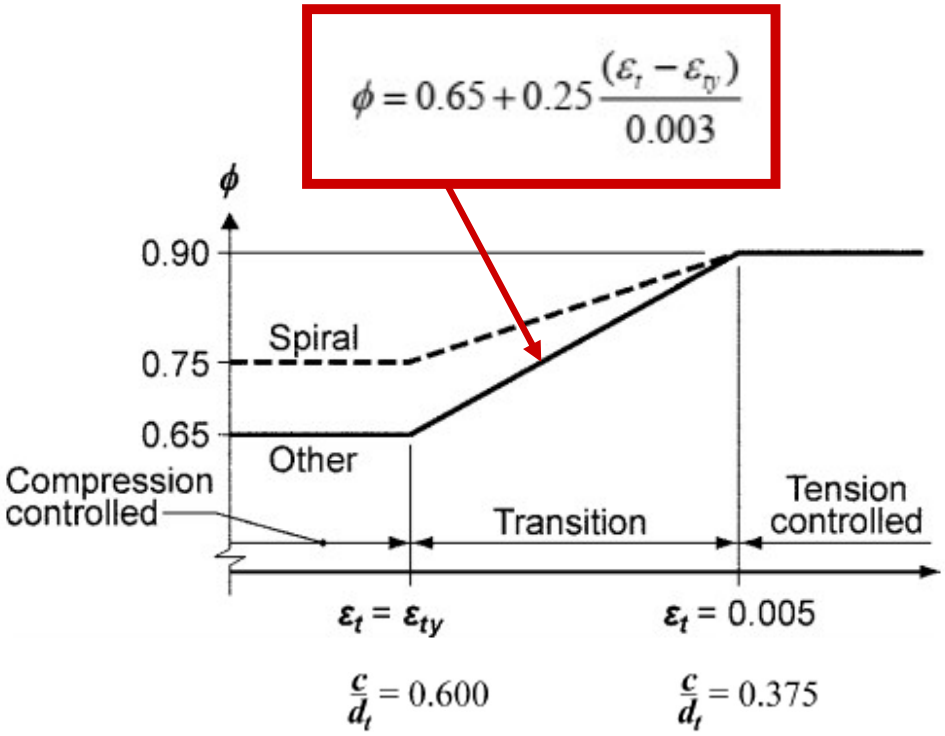


$$P_u \le \phi P_n$$

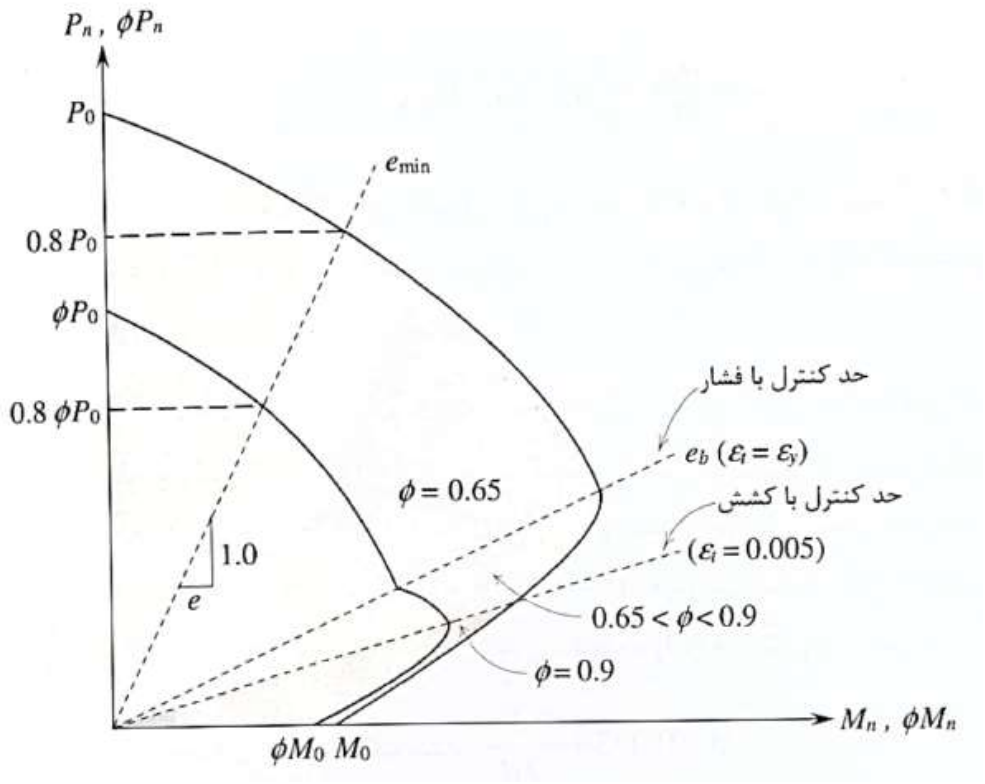
$$M_u \le \phi M_n$$

ضرایب کاهش مقاومت

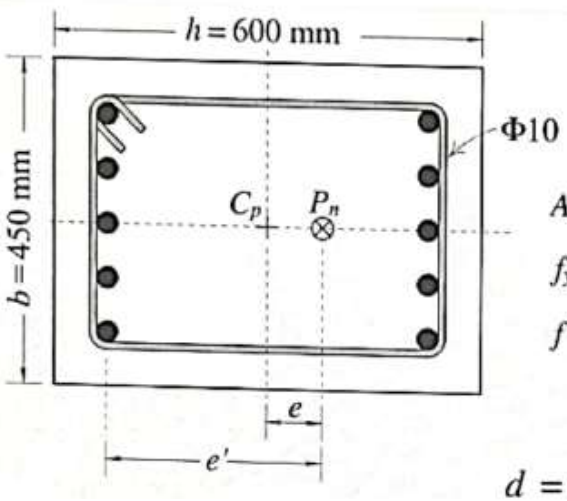
یادآوری



بررسی رفتار ستون تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی



مثال ۹-۴ در یک ستون کوتاه با مقطع مستطیلی و با فولاد گذاری در دو وجه موازی محور خمش، و با مشخصات نشان داده شده در شکل ۹-۱۳، ظرفیت باربری را در وضعیت متوازن مقطع به دست آورید.



$A_s = A'_s = 5\Phi 30$

$f_y = f'_y = 400\ \text{MPa}$

$f'_c = 30\ \text{MPa}$

$$d = 600 - 40 - 10 - (30/2) = 535\,\text{mm} \quad , \quad d' = 65\,\text{mm}$$

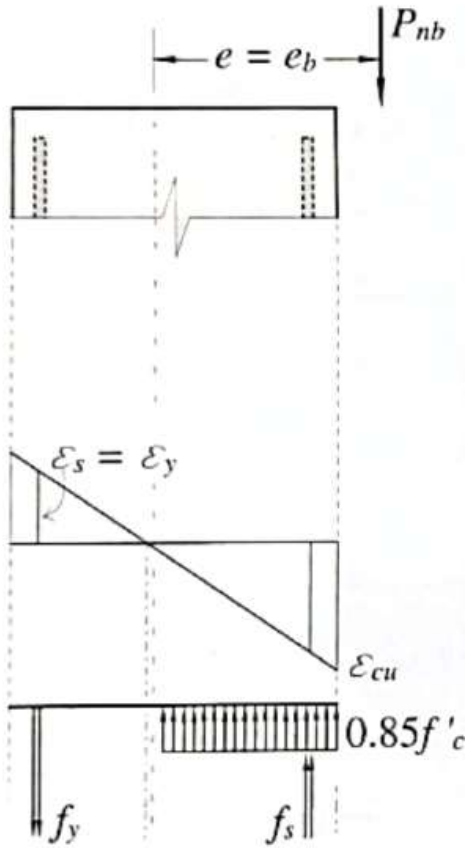
$$d'' = d - (h/2) = 535 - (600/2) = 235\,\text{mm}$$

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05}{7}(f'_c - 28) = 0.836$$

$$a_b = \beta_1 d \frac{600}{600 + f_y} = (0.85)(535) \times \frac{600}{600+400} = 268.36\,\text{mm}$$

$$f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d}(600 + f_y) \le f'_y$$

$$\rightarrow f'_{sb} = f_y = 400\,\text{MPa}$$



(د)

$$A_s = A_s' = 5\times\pi\times(30^2/4) = 3534\,\text{mm}^2$$

$$P_{nb} = 0.85 f_c'(a_b b - A_s') + A_s' f_{sb}' - A_s f_y$$

$$P_{nb} = 0.85\times30\times(268.36\times450 - 3534) + 3534\times400 - 3534\times400$$

$$= \underline{\underline{2989.3\times10^3\ \text{N}}}$$

$$e_b' = \frac{1}{P_{nb}}\left[0.85 f_c'(a_b b - A_s')(d - \frac{a_b}{2}) + A_s' f_{sb}'(d - d')\right]$$

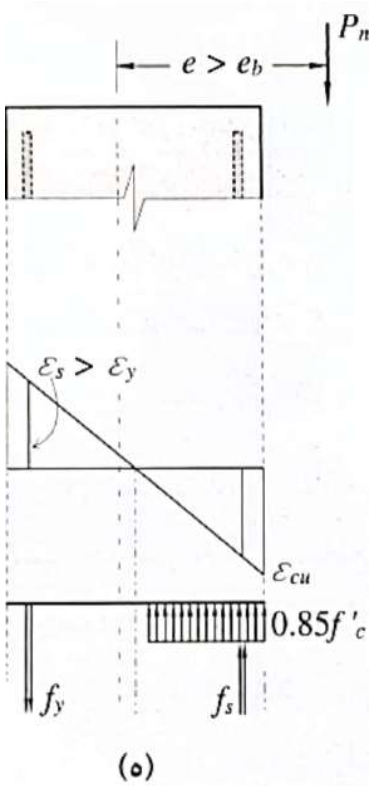
$$= \frac{1}{2989.3\times10^3}\{0.85\times30\times(268.36\times450 - 3534)\left[535 - (268.36/2)\right]$$

$$+ 3534\times400\times(535 - 65)\} = \underline{\underline{623.1\,\text{mm}}}$$

$$e_b = e_b' - d'' = 623.1 - 235 = 388.1\,\text{mm}$$

$$M_{nb} = P_{nb}\times e_b = (2989.3\times10^3)\times388.1 = \underline{\underline{1160.1\times10^6\ \text{N.mm}}}$$

مثال ۹-۵ ظرفیت باربری ستون نشان داده شده در شکل ۹-۱۳ را در یک خروج از مرکزیت $e = 400\,\text{mm}$ محاسبه کنید.



(ه)

شکست کششی ⟵ $e = 400\,\text{mm} > e_b$ $\quad e_b = 388.1\,\text{mm}$

تعادل ⟵ $a = 250.7\,\text{mm}$ $\quad c = \dfrac{a}{\beta_1} = 299.9\,\text{mm}$

$$P_n = 2876.6\times10^3\ \text{N}$$

$$M_n = P_n \times e = (2876.6\times10^3)\times400 = 1150.6\times10^6\ \text{N.mm}$$

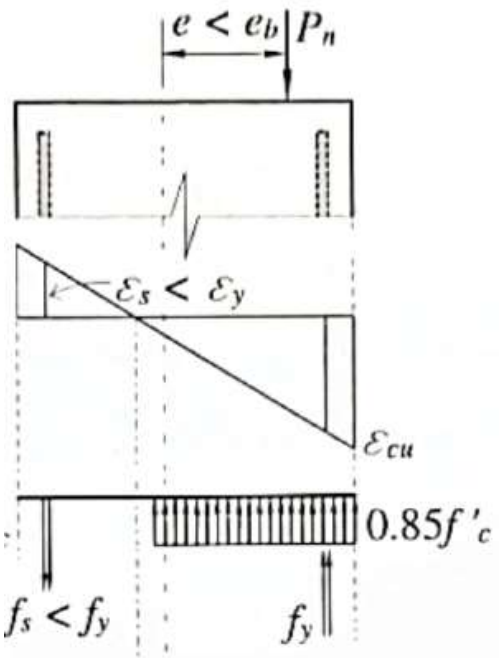
$$\varepsilon_t = \varepsilon_s = \varepsilon_{cu}\left(\frac{d}{c}-1\right) = 0.003\times\left(\frac{535}{299.9}-1\right) = 0.00235$$

$$\phi = 0.483 + 83.3\varepsilon_t = 0.483 + 83.3\times0.00235 = 0.679$$

$$P_u = \phi P_n = 0.679\times2876.6 = 1953.2\,\text{kN}$$

$$M_u = \phi M_n = 0.679\times1150.6 = 781.3\,\text{kN.m}$$

مثال ۹-۶ ظرفیت باربری ستون نشان داده شده در شکل ۹-۱۳ را در یک خروج از مرکزیت $e = 350\,\text{mm}$ محاسبه کنید.



شکست فشاری ⟵ $e_b = 388.1\,\text{mm}$ $\quad e = 350\,\text{mm} < e_b$

تعادل ⟵ $a = 278.4$ $\quad c = 333$

$$P_n = 3231.7\,\text{kN}$$

$$M_n = P_n \times e = 3231.7 \times 350 \times 10^3 = \underline{\underline{1131.1\,\text{kN.m}}}$$

$$\phi = 0.65$$

$$P_u = \phi P_n = 0.65 \times 3231.7 = \underline{\underline{2100.6\,\text{kN}}}$$

$$M_u = \phi M_n = 0.65 \times 1131.1 = \underline{\underline{735.2\,\text{kN.m}}}$$

مثال ۹-۸ منحنی اثر توام بار محوری اسمی و لنگر خمشی اسمی را برای ستون نشان داده شده در شکل ۹-۱۳ رسم کنید. این منحنی را برای بار محوری نهایی و لنگر خمشی نهایی نیز رسم کنید.

M_0

شماره‌ی آزمون	a (mm)	c (mm)	f_s' (MPa)	f_s (MPa)	P_n (kN)
1	100	119.62	274.0	400	612.1
2	80	95.69	192.4	400	94.2
3	77	92.11	176.6	400	4.0
4	76.9	91.99	176.0	400	0.7

$$M_n = 0.85 f_c'(ab - A_s')(d - \frac{a}{2}) + A_s' f_s'(d - d')$$

$$M_n = 0.85 \times 30 \times (76.9 \times 450 - 3534)(535 - 76.9/2) + 3534 \times 176.0 \times (535 - 65)$$

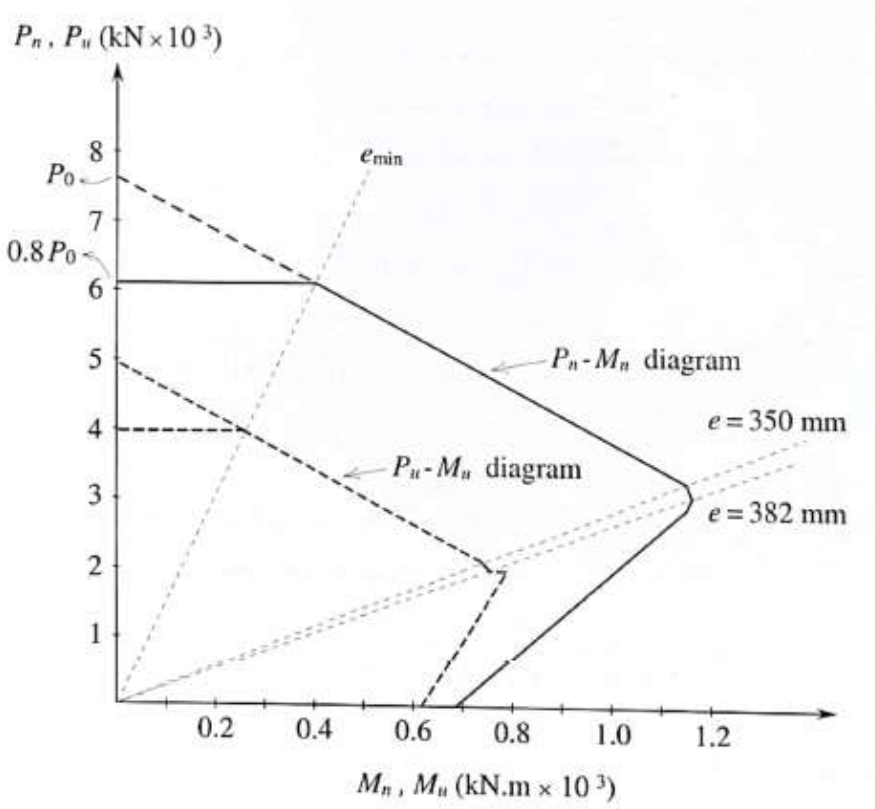
$$M_n = \underline{\underline{685.8 \times 10^6 \text{ N.mm}}}$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s = \varepsilon_{cu}(\frac{d}{c} - 1) = 0.003 \times \left(\frac{535}{91.99} - 1\right)$$

$$= 0.0144 > 0.005 \rightarrow \phi = 0.9$$

$$M_u = \phi M_n = 0.9 \times 685.8 = \underline{\underline{617.2 \text{ kN.m}}}$$

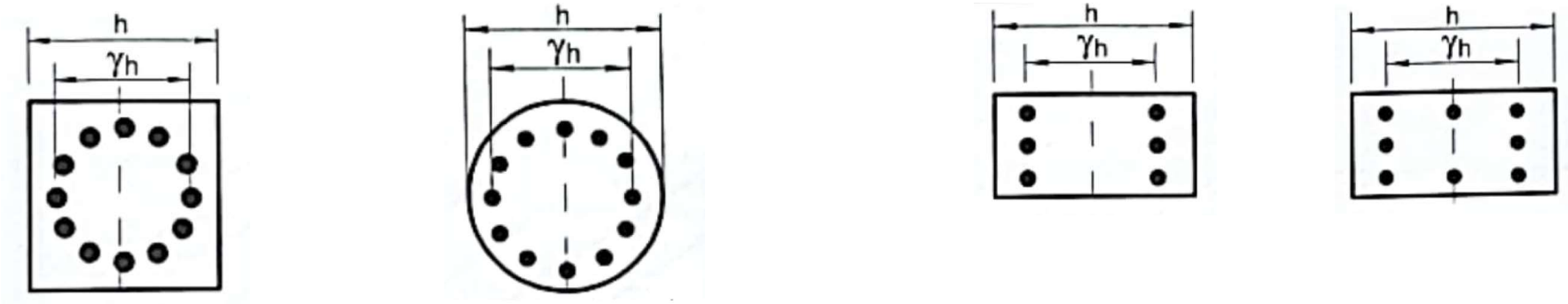
وضعیت	P_n (kN)	M_n (kN.m)	P_u (kN)	M_u (kN.m)
لنگر خمشی خالص	0.7	685.8	0.6	617.2
شکست کششی	2876.6	1150.6	1973.3	789.3
شکست متوازن	2989.3	1160.1	1934.0	754.1
شکست فشاری	3231.7	1131.1	2100.6	735.2
بار محوری خالص	7625.6	0	4956.6	0



نمودارهای طراحی ستونهای بتن آرمه

نمودارهای طراحی ستونهای بتن

مقاطع ستون بتن آرمه



$$\gamma = (d - d')/h$$

نمودارهای طراحی ستونهای بتن

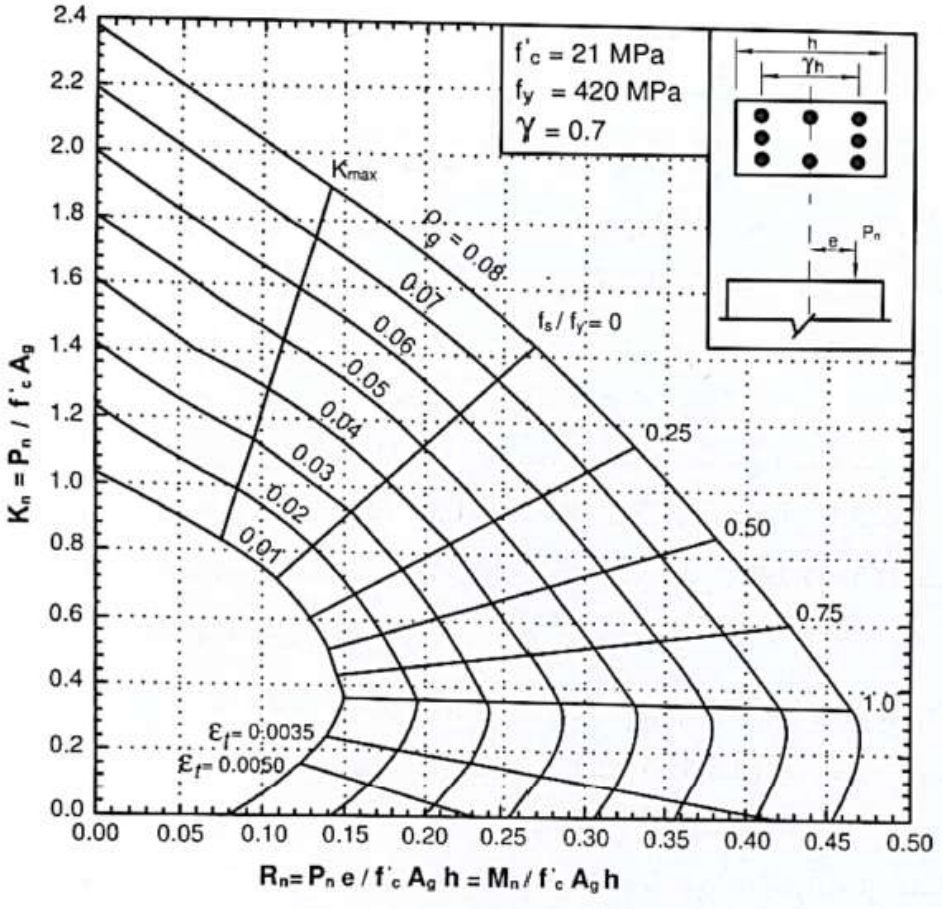
مقاومت فشاری بتن

f’c = 21 MPa | f’c = 28 MPa | f’c = 35 MPa | f’c = 42 MPa

تنش تسلیم فولاد

$$\eta_y = \frac{\text{تنش تسلیم فولاد در نمودار}}{\text{تنش تسلیم فولاد در مسئله}} = \frac{420}{f_y}$$

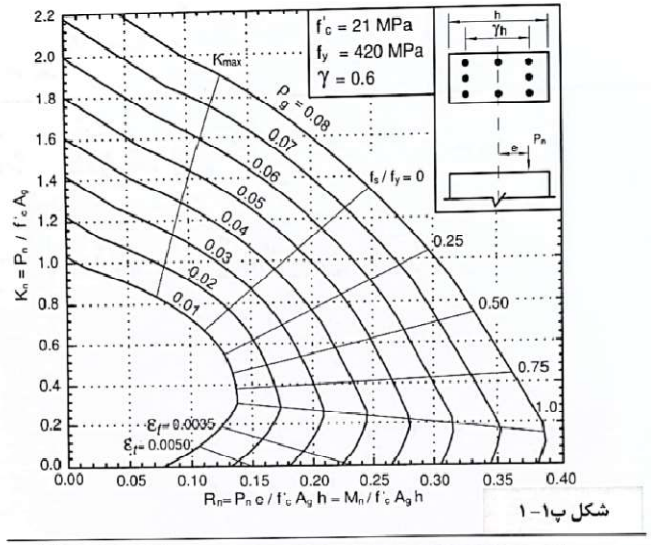
نمودارهای طراحی ستونهای بتن



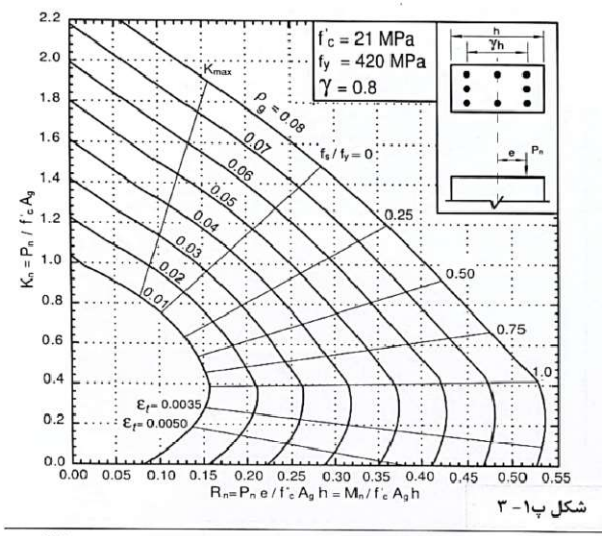
$$K_n = \frac{P_n}{f_c' A_g} = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g}$$

$$R_n = K_n \cdot \frac{e}{h} = \frac{P_n e}{f_c' A_g h} = \frac{M_n}{f_c' A_g h} = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h}$$

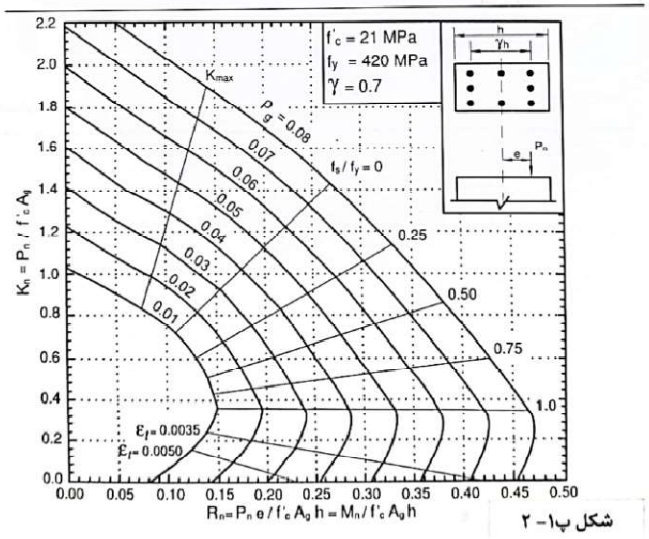
f’c = 21 MPa



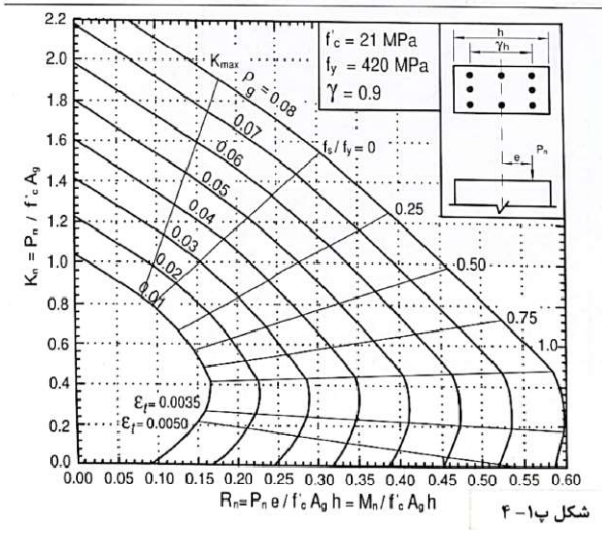
شکل پ۱- ۱



شکل پ۱- ۳

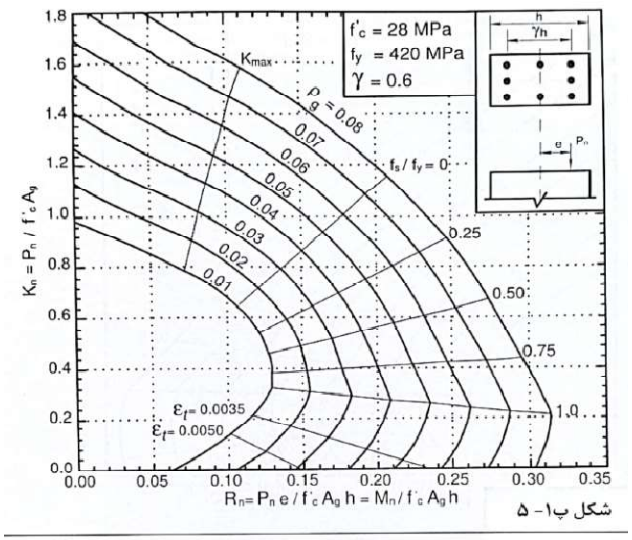


شکل پ۱- ۲

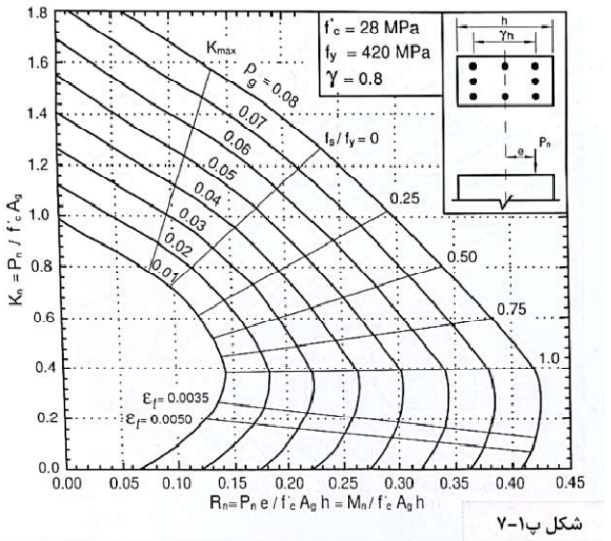


شکل پ۱- ۴

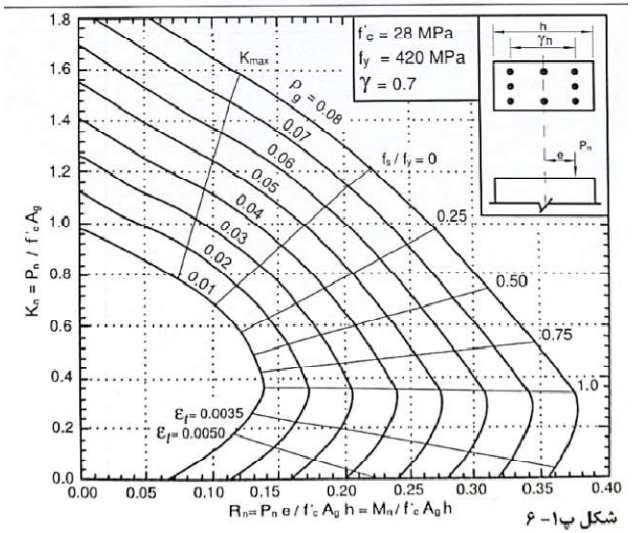
f’c = 28 MPa



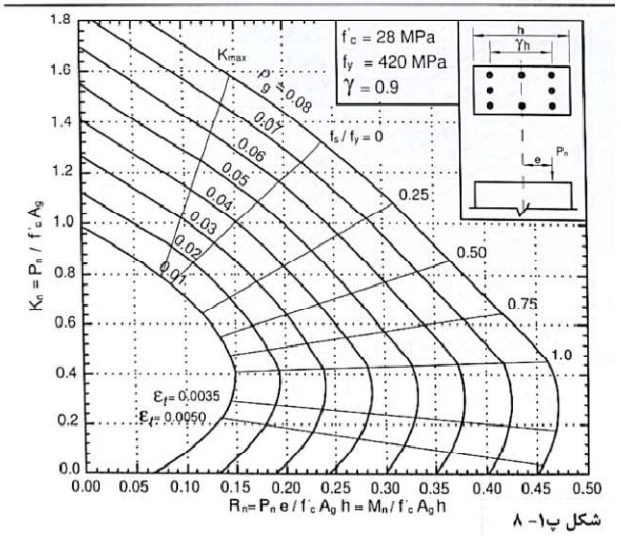
شکل پ۱- ۵



شکل پ۱-۷

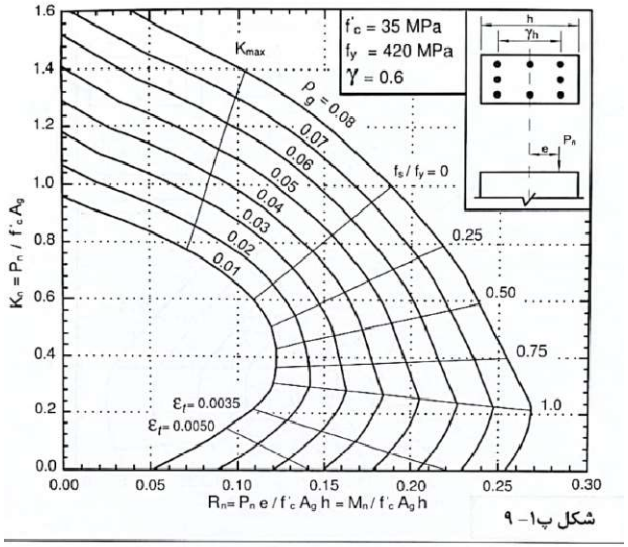


شکل پ۱- ۶

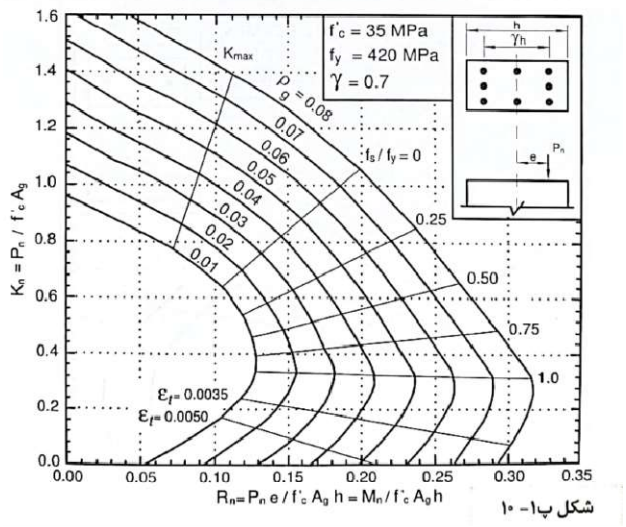


شکل پ۱- ۸

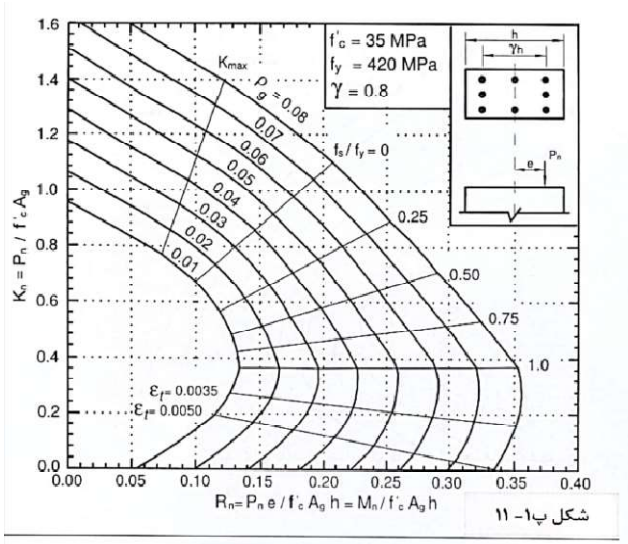
f’c = 35 MPa



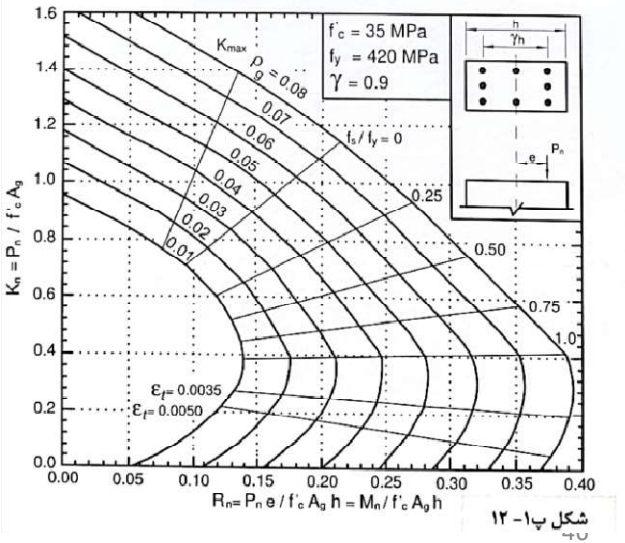
شکل پ۱- ۹



شکل پ۱- ۱۰

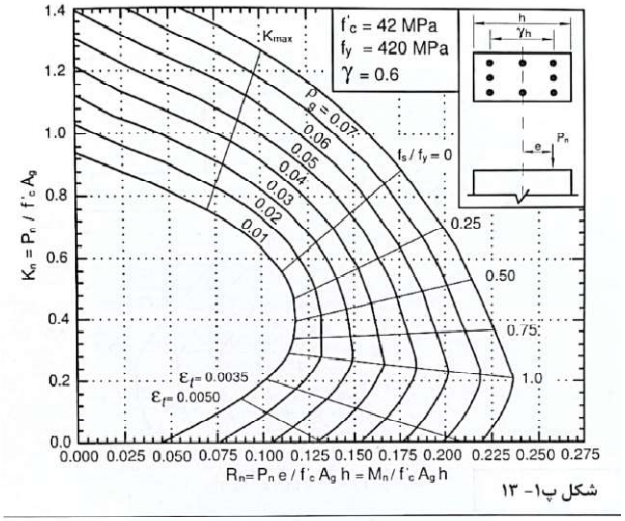


شکل پ۱- ۱۱

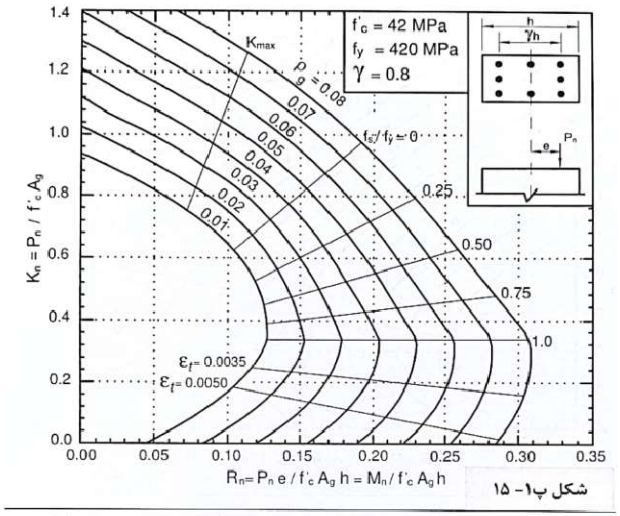


شکل پ۱- ۱۲

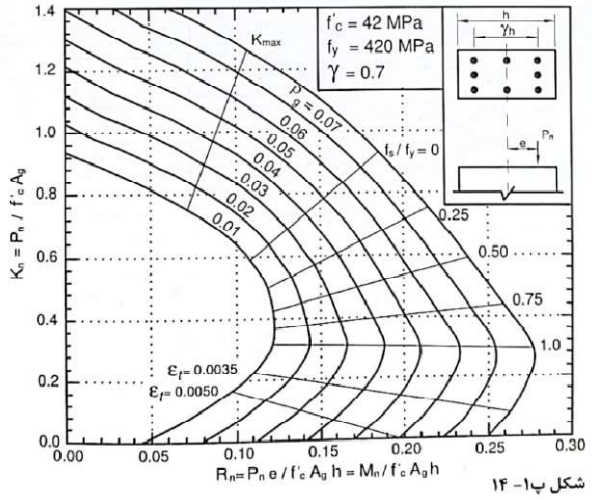
f’c = 42 MPa



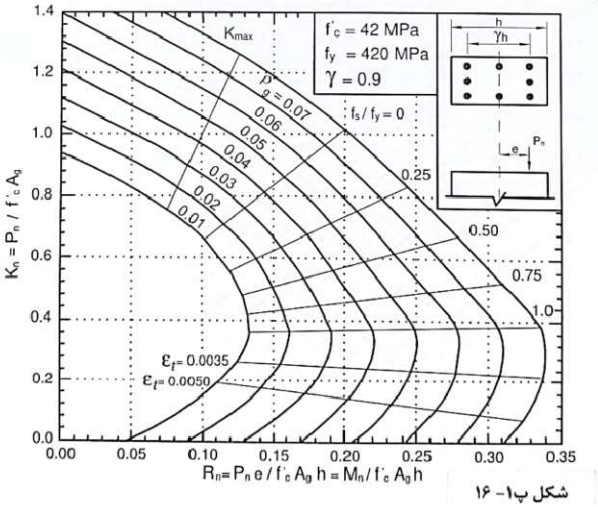
شکل پ۱- ۱۳



شکل پ۱- ۱۵



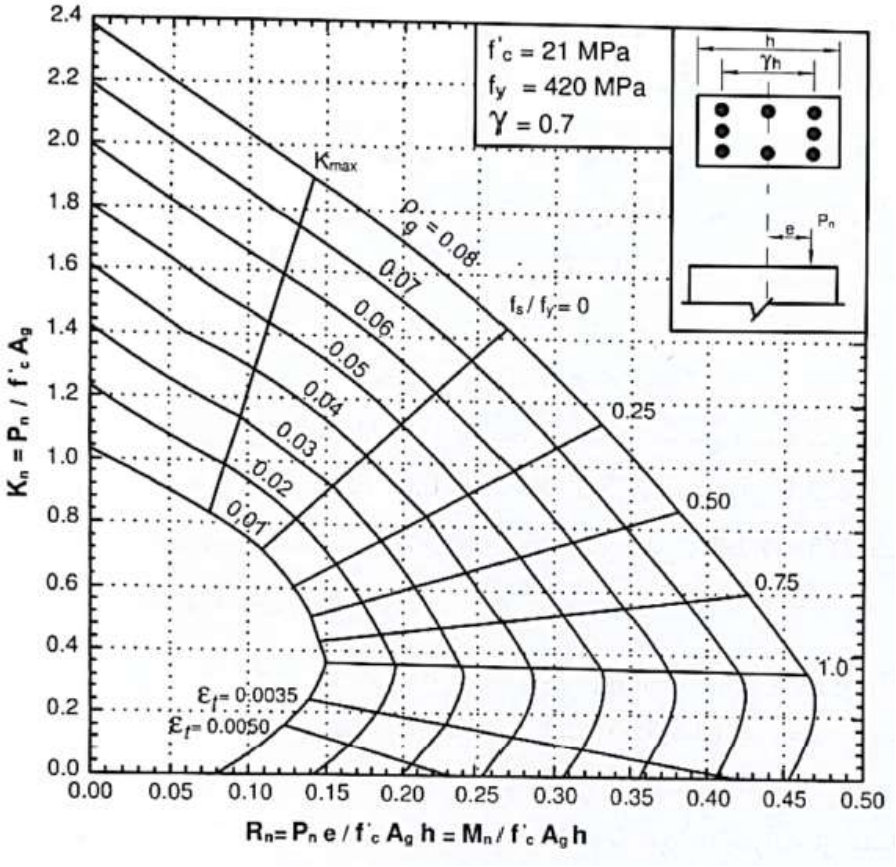
شکل پ۱- ۱۴



شکل پ۱- ۱۶

روال طراحی ستونهای بتن آرمه

(با استفاده از نمودارهای آماده آیین نامه)



مجهولات

معلومات

As	انتخاب شکل مقطع و نوع آرماتورگذاری حدس ابعاد مقطع در نظر گرفتن ϕ	**f'_c, f_y** **P_u, M_u**

$$K_n = \frac{P_n}{f_c' A_g} = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g}$$

$$R_n = K_n \cdot \frac{e}{h} = \frac{P_n e}{f_c' A_g h} = \frac{M_n}{f_c' A_g h} = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h}$$

حدس اولیه ابعاد مقطع ستون بتن آرمه

برای ستون با تنگ بسته : $A_{g\,(\text{trial})} \geq \dfrac{P_u}{0.44(f_c' + \rho_t f_y)}$

برای ستون با دورپیچ : $A_{g\,(\text{trial})} \geq \dfrac{P_u}{0.54(f_c' + \rho_t f_y)}$

مثال ۹-۹ برای انتقال بار محوری و لنگر خمشی ناشی از بارهای مرده و زنده به صورت زیر، یک ستون مناسب کوتاه با فولاد گذاری در دو وجه موازی محور خمش طراحی کنید.

$P_D = 800\,\text{kN}\ ;\ P_L = 450\,\text{kN}\ ;\ M_D = 8\,\text{kN.m}\ ;\ M_L = 4\,\text{kN.m}$

$f_y = 420\,\text{MPa}\ ;\ f_c' = 28\,\text{MPa}$

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2\times 800 + 1.6\times 450 = 1680\,\text{kN}$$

$$M_u = 1.2M_D + 1.6M_L = 1.2\times 8 + 1.6\times 4 = 16\,\text{kN.m}$$

$$A_{g\,(\text{trial})} \geq \frac{P_u}{0.44(f_c' + \rho_t f_y)} = \frac{1680\times 10^3}{0.44\times(28 + 0.015\times 420)} = 111317\,\text{mm}^2$$

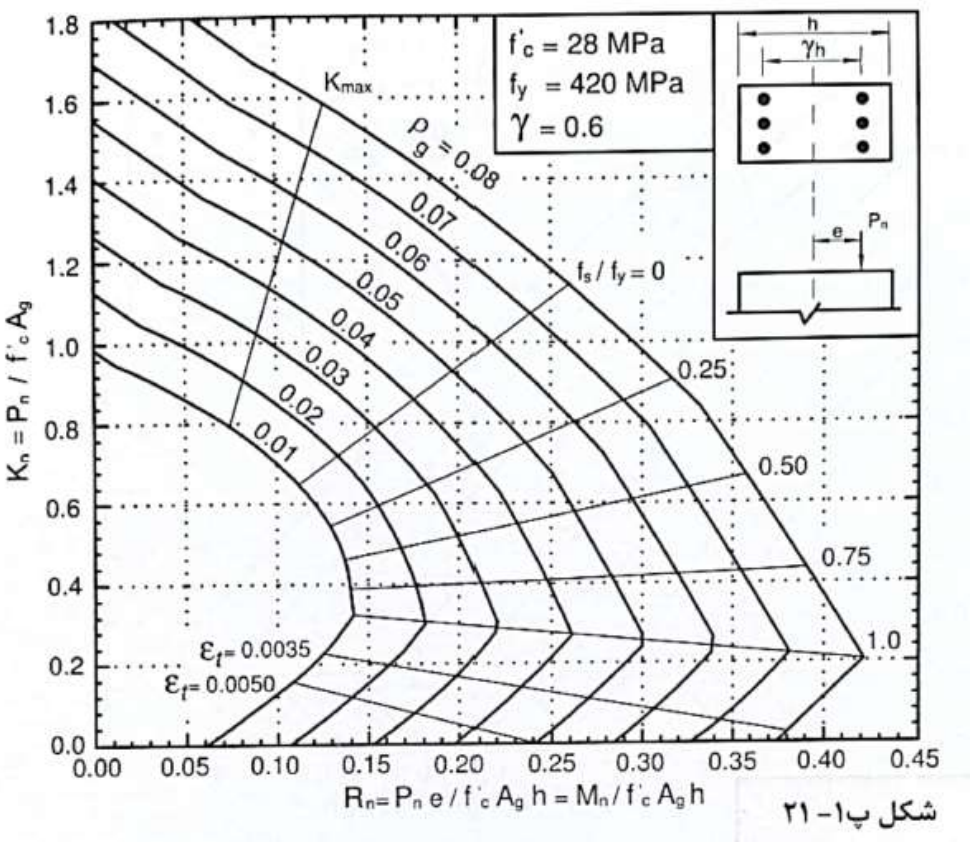
Try : $350\times 350\,\text{mm}$

$$\gamma = \frac{350 - 2\times(40+10+20/2)}{350} = 0.66$$

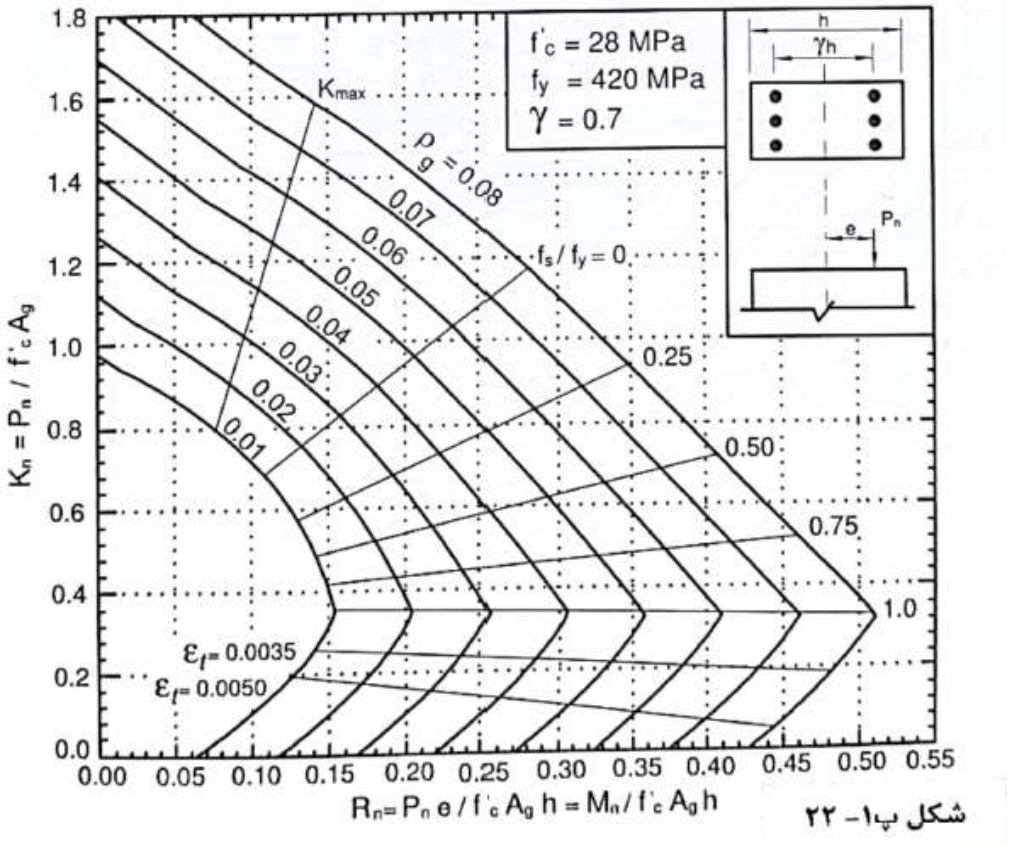
$$K_n = \frac{P_n}{f_c' A_g} = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g} = \frac{1680\times 10^3}{0.65\times 28\times(350)^2} = 0.754$$

$$R_n = \frac{P_n e}{f_c' A_g h} = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h} = \frac{16\times 10^6}{0.65\times 28\times(350)^2\times 350} = 0.021$$

$$K_n = 0.754 \qquad R_n = 0.021$$



شکل پ۱- ۲۱



شکل پ۱- ۲۲

$$A_{st} = \rho_t bh = 0.01 \times 350 \times 350 = 1225\,\text{mm}^2 \qquad 6\Phi16$$

مثال ۹-۱۰ مثال قبلی را در حالتی حل کنید که لنگر نهایی (با ضریب) ستون تحت بارهای قائم برابر با:

الف- $M_u = 700\,\text{kN.m}$ ؛ ب- $M_u = 1400\,\text{kN.m}$ باشد.

$$A_{g\,(\text{trial})} \geq 111317\,\text{mm}^2$$

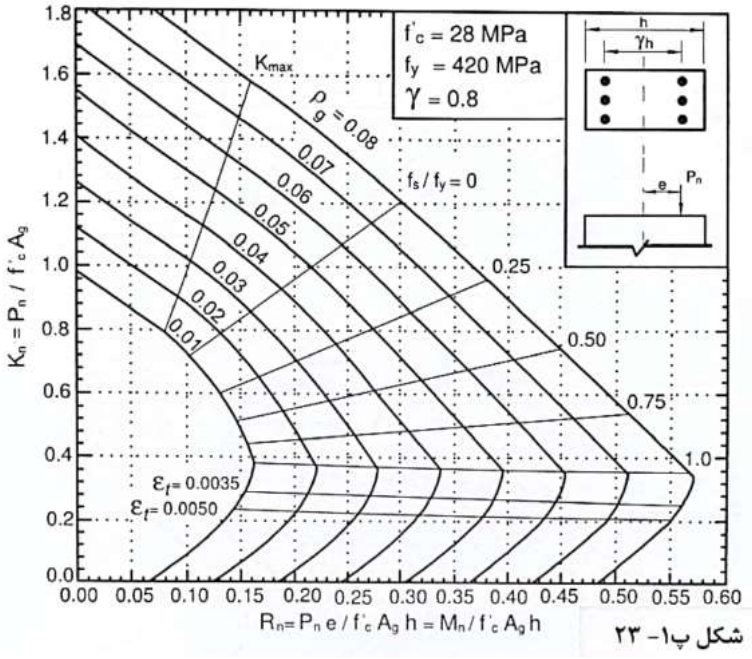
$$\text{Try}: 400\times 600\,\text{mm}\ ,\quad \gamma = \frac{600-2\times 65}{600} = 0.783 \approx 0.8$$

$$K_n = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g} = \frac{1680\times 10^3}{0.65\times 28\times 400\times 600} = 0.385$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h} = \frac{700\times 10^6}{0.65\times 28\times (400\times 600)\times 600} = 0.267$$

شکل پ۱-۲۳ $\rightarrow$ $\rho_g \approx$ $\qquad \rightarrow A_{st} = \rho_t bh = 7200\,\text{mm}^2$

$$\phi = 0.65$$



شکل پ۱- ۲۳

مثال ۹-۱۰ مثال قبلی را در حالتی حل کنید که لنگر نهایی (با ضریب) ستون تحت بارهای قائم برابر با:

الف- $M_u = 700\,\text{kN.m}$ ؛ ب- $M_u = 1400\,\text{kN.m}$ باشد.

$$A_{g\,(\text{trial})} \geq 111317\,\text{mm}^2$$

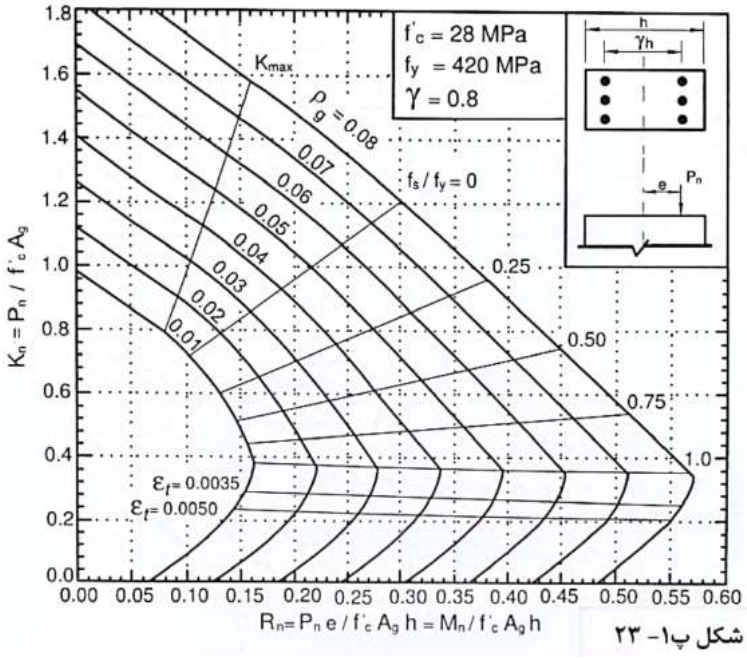
$$\text{Try}: 400\times 600\,\text{mm}\ ,\quad \gamma = \frac{600-2\times 65}{600} = 0.783 \approx 0.8$$

$$K_n = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g} = \frac{1680\times 10^3}{0.65\times 28\times 400\times 600} = 0.385$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h} = \frac{700\times 10^6}{0.65\times 28\times (400\times 600)\times 600} = 0.267$$

شکل پ۱-۲۳ $\rightarrow$ $\rho_g \approx 0.03 \rightarrow A_{st} = \rho_t bh = 7200\,\text{mm}^2$

$$\phi = 0.65$$



شکل پ۱- ۲۳

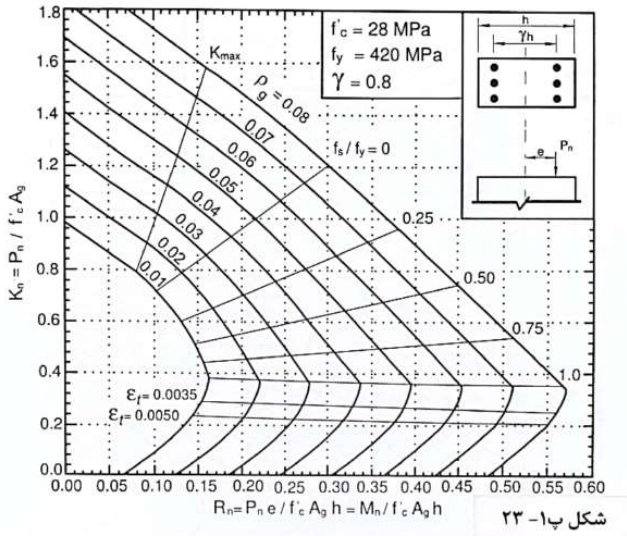
ب- $M_u = 1400\,\text{kN.m}$

$$\phi = 0.9$$

$$\text{Try}: 400\times800\,\text{mm} \quad , \quad \gamma = \frac{800-2\times65}{800} = 0.84$$

$$K_n = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g} = \frac{1680\times10^3}{0.9\times28\times400\times800} = 0.208$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h} = \frac{1400\times10^6}{0.9\times28\times(400\times800)\times800} = 0.217$$

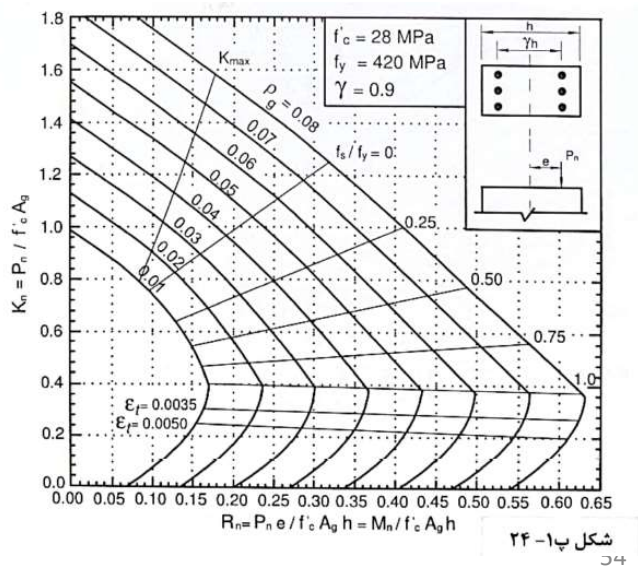


شکل پ۱- ۲۳

$$\rho_g = 0.023 \;,(\gamma = 0.8)$$

$$\rho_g = 0.021 \;,(\gamma = 0.9)$$

$$\varepsilon_t > 0.0050 \qquad \phi = 0.9$$

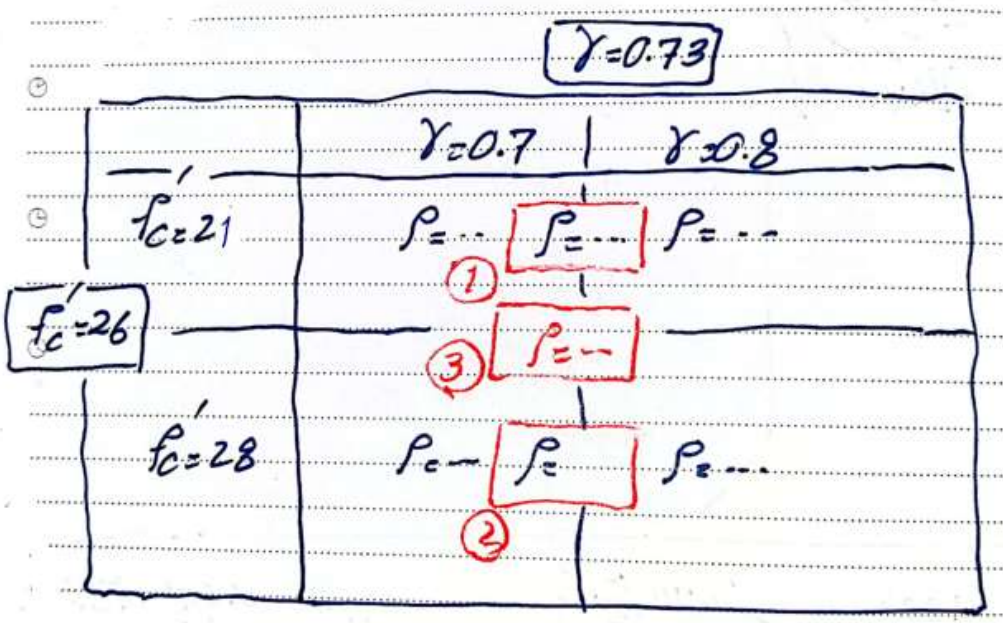


شکل پ۱- ۲۴

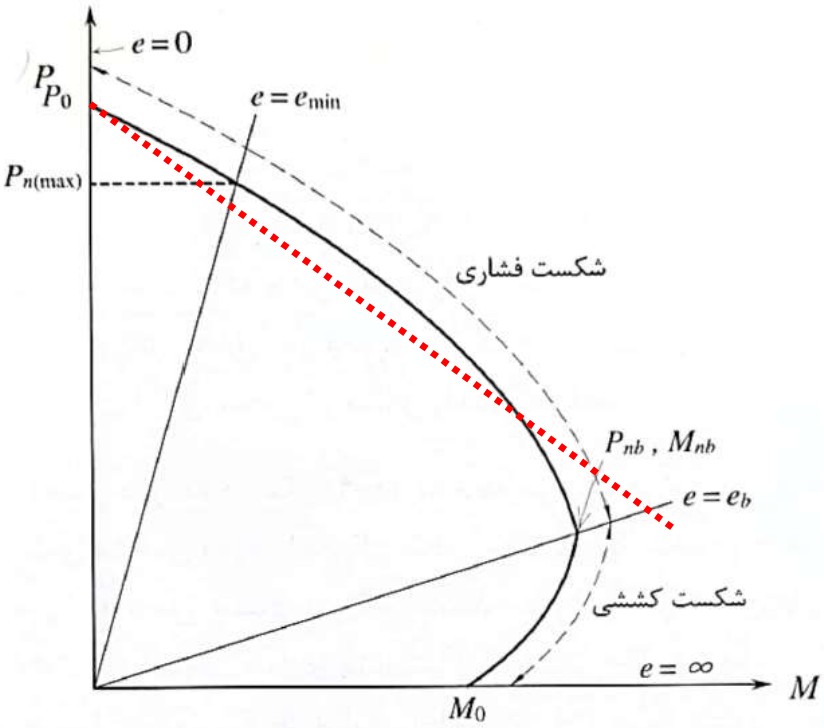
$$\gamma = 0.84 \;\rightarrow\; \rho_t = \rho_g \approx 0.022 \;\rightarrow\; A_{st} = \rho_t bh = 7040\,\text{mm}^2$$

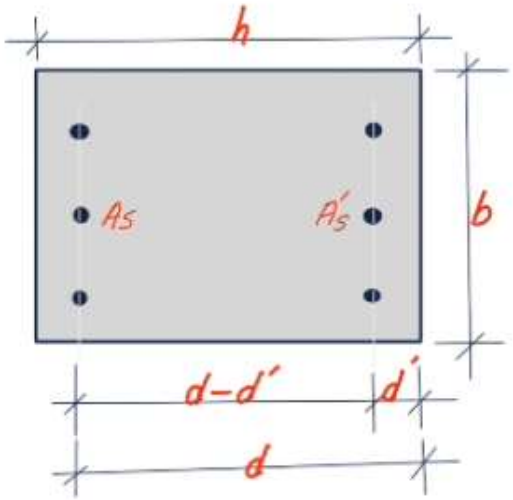
USE 10Φ30 (در دو وجه موازی محور خمش)

نحوه انتشار پدرسیون خطی برای مقاومت فشاری و ρ های مختلف



روش تقریبی ویتنی برای ستون بتن آرمه مستطیلی





$$P_n = \frac{bhf_c'}{(3he/d^2)+1.18} + \frac{A_s f_y}{0.5+e/(d-d')}$$

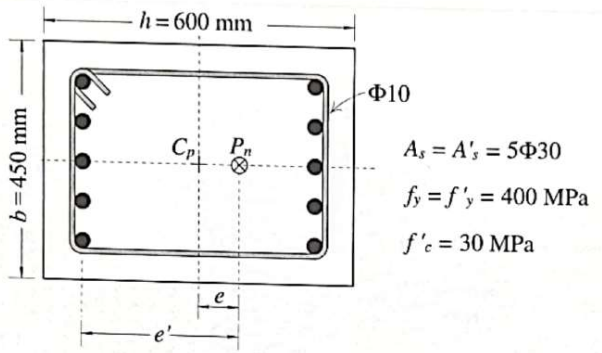
مثال ۹-۱۳ ظرفیت باربری ستون مستطیلی نشان داده شده در شکل ۹-۱۳ را با روش تقریبی ویتنی در خروج از مرکزیت $e = 350\,\text{mm}$ محاسبه کنید.

$$e_b = 382.1\,\text{mm}$$

$$e = 350\,\text{mm} < e_b$$

$$P_n = \frac{450\times600\times30}{\left[(3\times600\times350)/(535)^2\right]+1.18} + \frac{3534\times400}{0.5+\left[350/(535-65)\right]}$$

$$P_n = \underline{\underline{3534.1\times10^3\,\text{N}}}$$

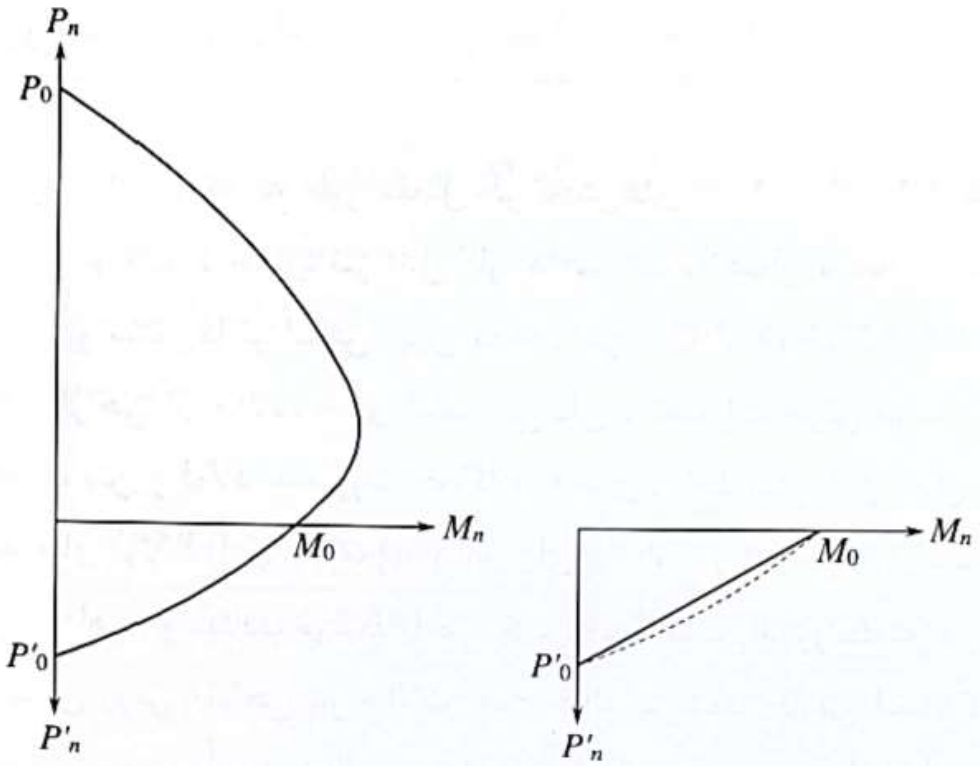


روش دقیق

$P_n = 3245.1\,\text{kN}$ حدود ۹ درصد خطا در خلاف جهت اطمینان

مقاطع بتن آرمه تحت اثر

بار محوری کششی و لنگر خمشی



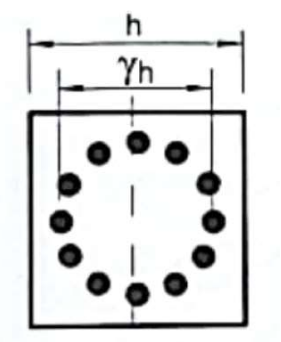
$$P_0' = P_{nt,\max} = A_{st} f_y$$

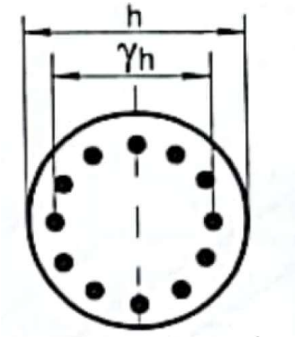
$$\phi = 0.9$$

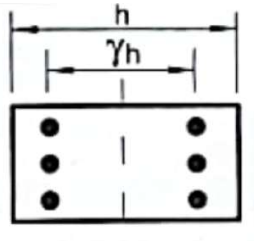
$$\frac{P_{nt}}{P_{nt,\max}} = \frac{P_n'}{P_0'} = 1 - \frac{M_n}{M_0}$$

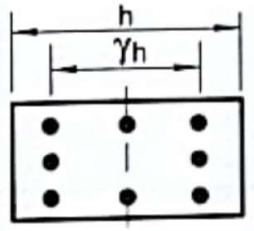
خمش دو محوره در ستونهای بتن آرمه

خمش دو محوره در ستونهای بتن آرمه

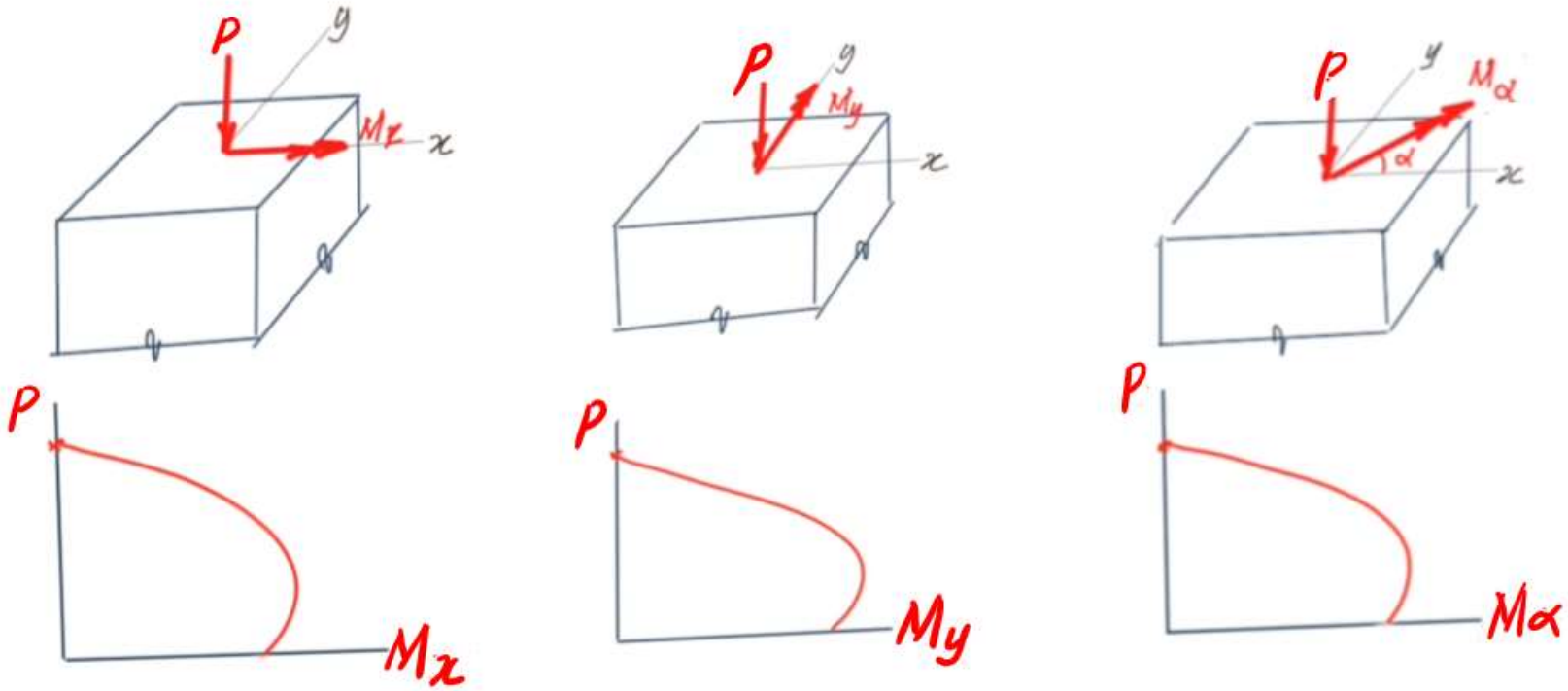




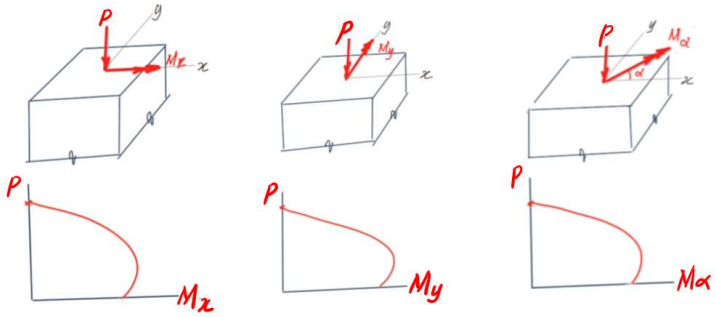


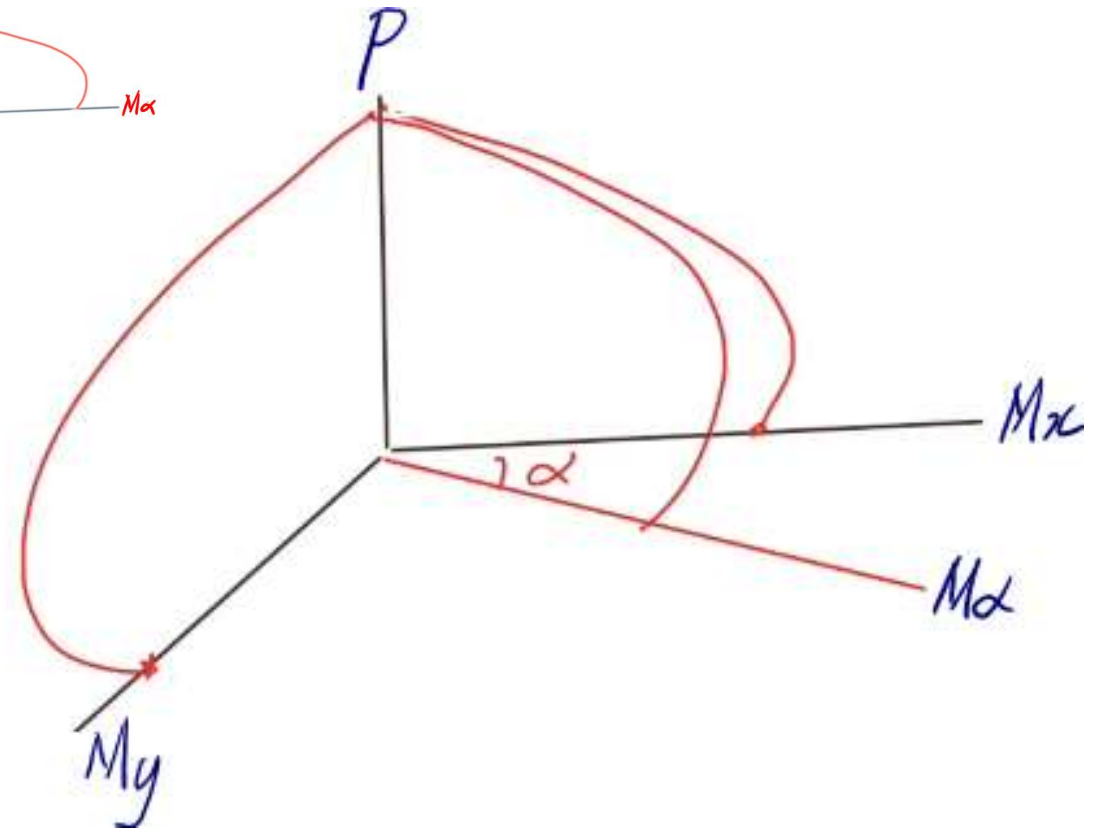


خمش دو محوره در ستونهای بتن آرمه

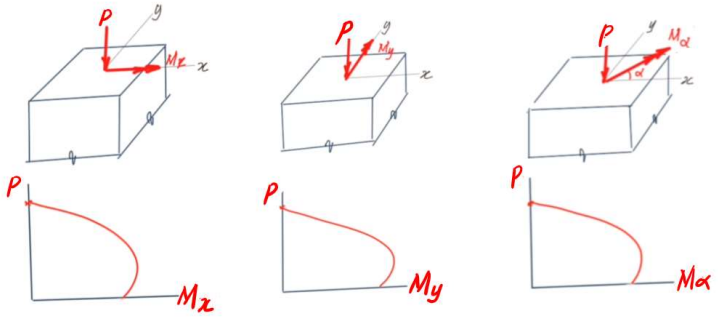


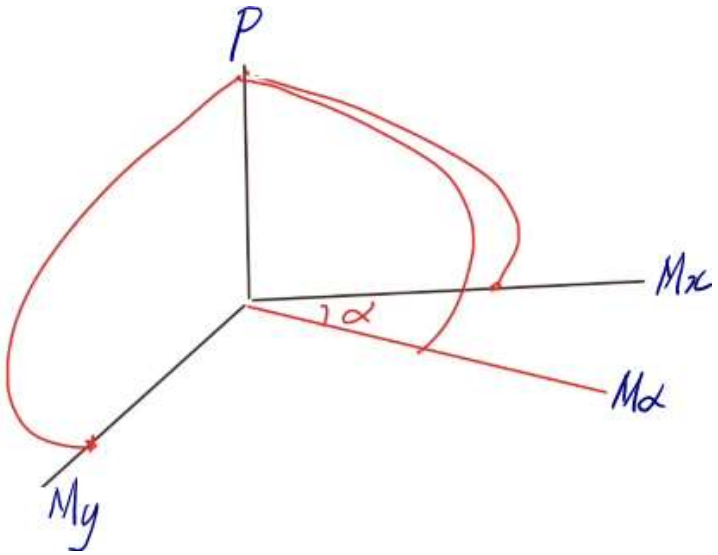
خمش دو محوره در ستونهای بتن آرمه

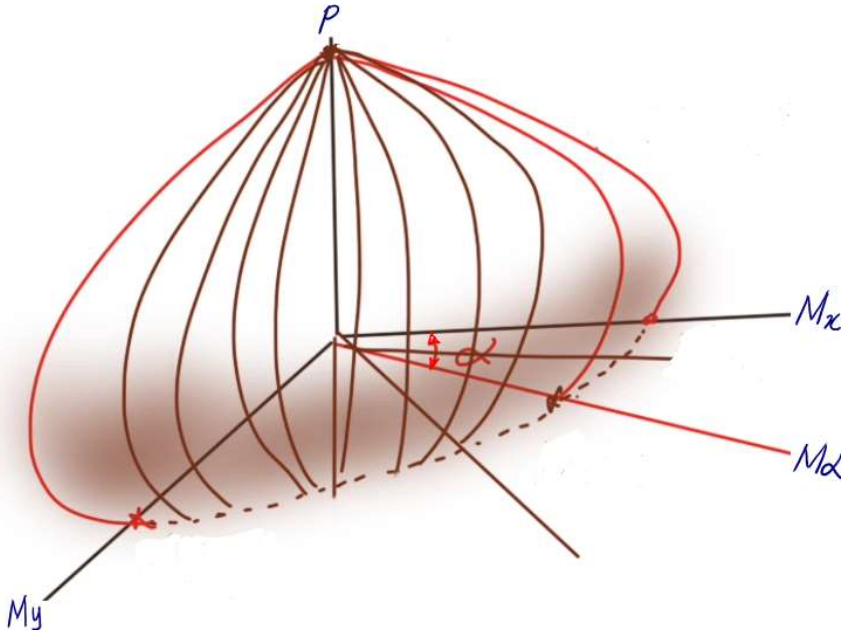




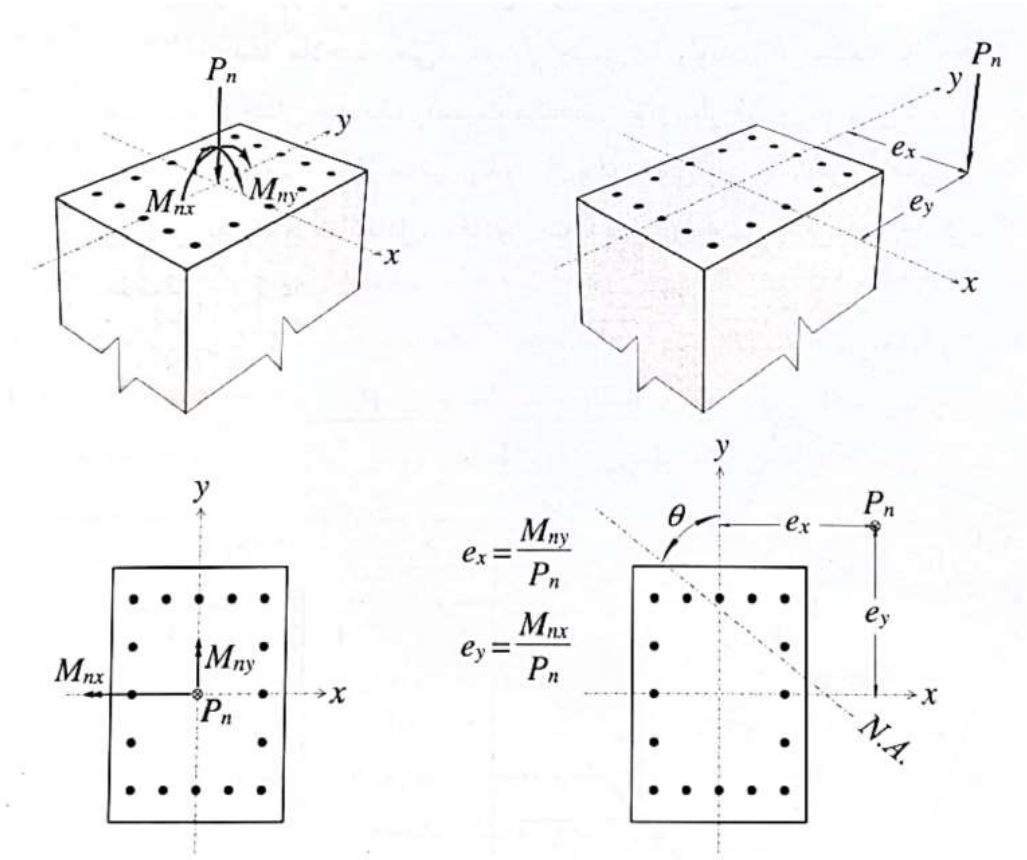
خمش دو محوره در ستونهای بتن آرمه







خمش دو محوره در ستونهای بتن آرمه



روش برسلر برای کنترل ستونهای بتن آرمه

تحت خمش دو محوره

$$\frac{1}{P_n}=\frac{1}{P_{nx}}+\frac{1}{P_{ny}}-\frac{1}{P_0}$$

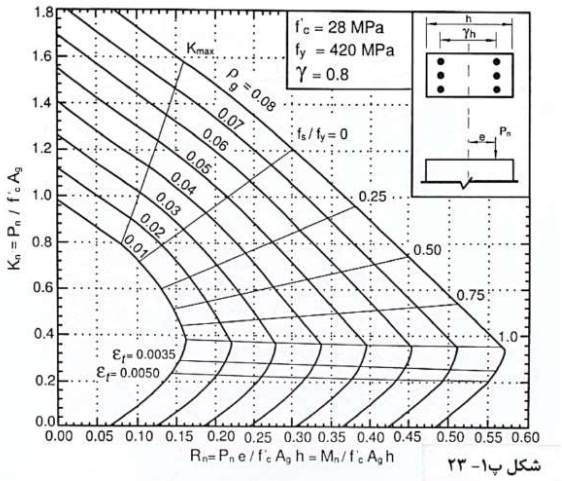
$P_n < 0.1P_0$

P_n ظرفیت محوری ستون در حالتی که خمش دو محوره وجود دارد (e_x و e_y)

P_{nx} ظرفیت محوری ستون در حالتی که فقط خروج از مرکزیت e_y وجود دارد ($e_x = 0$)

P_{ny} ظرفیت محوری ستون در حالتی که فقط خروج از مرکزیت e_x وجود دارد ($e_y = 0$)

P_0 ظرفیت محوری ستون در حالتی که هیچ خروج از مرکزیتی وجود ندارد ($e_x = e_y = 0$)



شکل پ۱- ۲۳

$$P_0 = 0.85f_c'(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y$$

$$\frac{1}{P_u}=\frac{1}{P_{ux}}+\frac{1}{P_{uy}}-\frac{1}{\phi P_0}$$

مثال ۹-۲۱ ستون مستطیلی کوتاه با ابعاد $500\times800\,\text{mm}$ و با فولاد گذاری یک‌نواخت در چهار وجه مقطع به میزان ۲ درصد را در نظر بگیرید. ظرفیت باربری این ستون را در خروج از مرکزیت $e_x = e_y = 400\,\text{mm}$ به دست آورید. فرض کنید $f_c' = 28\,\text{MPa}$ و $f_y = 420\,\text{MPa}$ باشد.

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx}} + \frac{1}{P_{ny}} - \frac{1}{P_0}$$

$$P_0 = 0.85 f_c'(A_g - A_{st}) + A_{st} f_y = 0.85 f_c' \times 0.98 A_g + 0.02 A_g f_y$$

$$P_0 = (0.85\times28)\times0.98\times(500\times800) + 0.02\times(500\times800)\times420$$

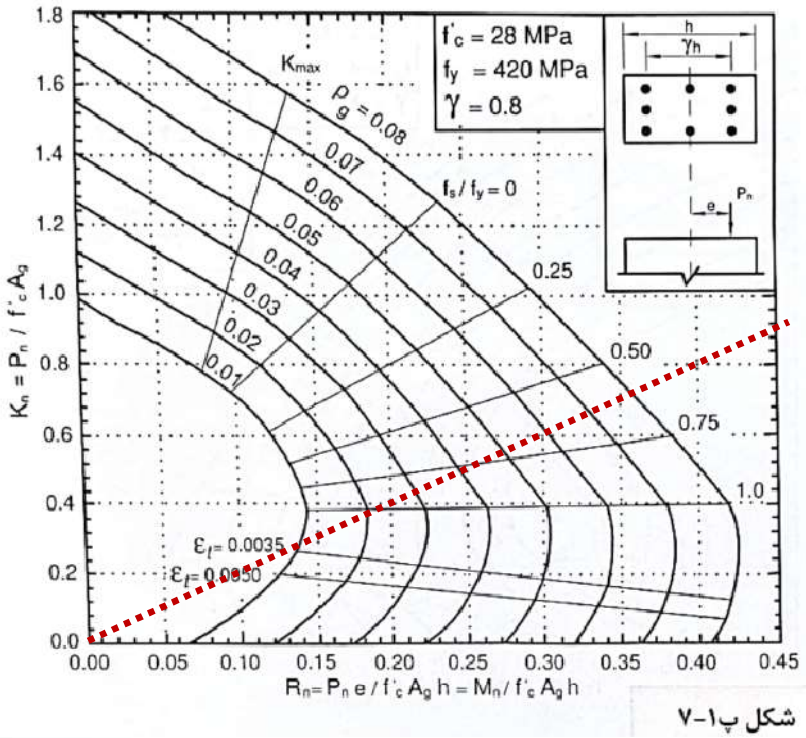
$$= \underline{\underline{12689.6\times10^3\ \text{N}}}$$

اگر فرض کنیم

$b = 500\,\text{mm}$ در راستای محور x،

$h = 800\,\text{mm}$ در راستای محور y

$$P_{nx} = ? \;\; ; \;\; e_x = 0 \;\; , \;\; e_y = 400\,\text{mm}$$



شکل پ۱-۷

$$\gamma = \frac{800 - 2\times 65}{800} = 0.84 \;\; , \;\; \frac{e}{h} = \frac{400}{800} = 0.5$$

شکل پ۱-۷ $(\gamma = 0.8)$: $e/h = 0.5, \rho_g = 0.02 \rightarrow K_n = 0.37, \varepsilon_t = 0.0022$

شکل پ۱-۸ $(\gamma = 0.9)$: $e/h = 0.5, \rho_g = 0.02 \rightarrow K_n = 0.395, \varepsilon_t = 0.0022$

$$\gamma = 0.84 \rightarrow K_n = 0.38$$

$$P_n = P_{nx} = K_n f_c' A_g = 0.38\times 28\times (500\times 800) = \underline{\underline{4256\times 10^3\,\text{N}}}$$

$\underline{P_{ny} = ?}$; $e_y = 0$, $e_x = 400\,\text{mm}$

$$\gamma = \frac{500 - 2\times 65}{500} = 0.74 \quad , \quad \frac{e}{h} = \frac{400}{500} = 0.8$$

$(\gamma = 0.7)$ شکل پ۱-۶ : $e/h = 0.8, \rho_g = 0.02 \rightarrow K_n = 0.19, \varepsilon_t = 0.004$

$(\gamma = 0.8)$ شکل پ۱-۷ : $e/h = 0.8, \rho_g = 0.02 \rightarrow K_n = 0.20, \varepsilon_t = 0.0045$

$$\gamma = 0.74 \rightarrow K_n = 0.194$$

$$P_n = P_{ny} = K_n f_c' A_g = 0.194\times 28\times (500\times 800) = \underline{\underline{2172.8\times 10^3\ \text{N}}}$$

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{P_{ux}} + \frac{1}{P_{uy}} - \frac{1}{\phi P_0}$$

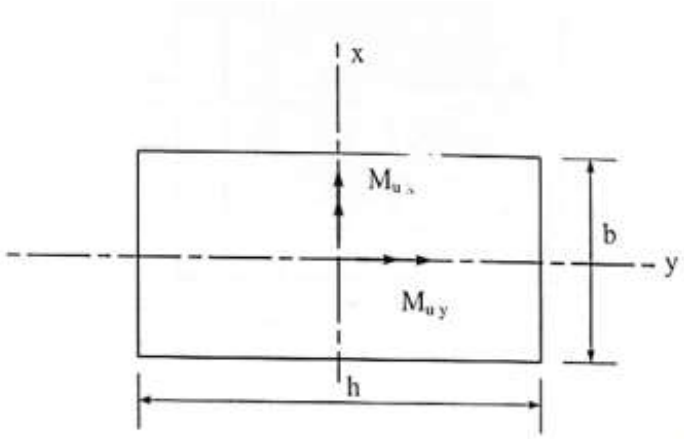
$$\phi_x = 0.483 + 83.3\varepsilon_t = 0.483 + 83.3\times 0.0022 = 0.666$$

$$\phi_y = 0.483 + 83.3\times 0.0042 = 0.833$$

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{0.666\times 4256} + \frac{1}{0.833\times 2172.8} - \frac{1}{0.65\times 12689.6}$$

$$\therefore P_u = 1275.4\ \text{kN} > 0.1\phi P_0 \quad \checkmark$$

نکته در مورد طراحی ستونهای بتن آرمه تحت خمش دو محوره



$$\frac{M_{uy}}{M_{ux}} \geq \frac{b}{h} \rightarrow M_{ueqy} = M_{uy} + 0.55\, M_{ux}\, \frac{b}{h}$$

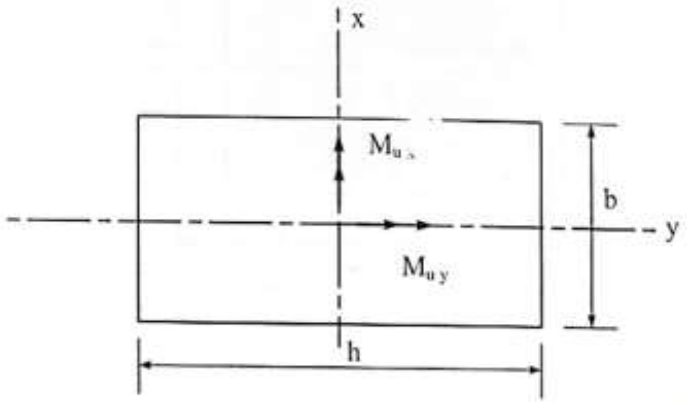
$$\frac{M_{uy}}{M_{ux}} \leq \frac{b}{h} \rightarrow M_{ueqx} = M_{ux} + 0.55\, M_{uy}\, \frac{h}{b}$$

مثال مطلوب است طراحی یک ستون با مقطع مربع مستطیل به ابعاد ۳۰۰x۴۵۰ میلیمتر با خاموت‌های معمولی که تحت اثر بارهای زیر قرار دارد:

$N_U = 840\ KN.$

$M_{Ux} = 211\ KN.m$

$M_{Uy} = 85 KN.m$

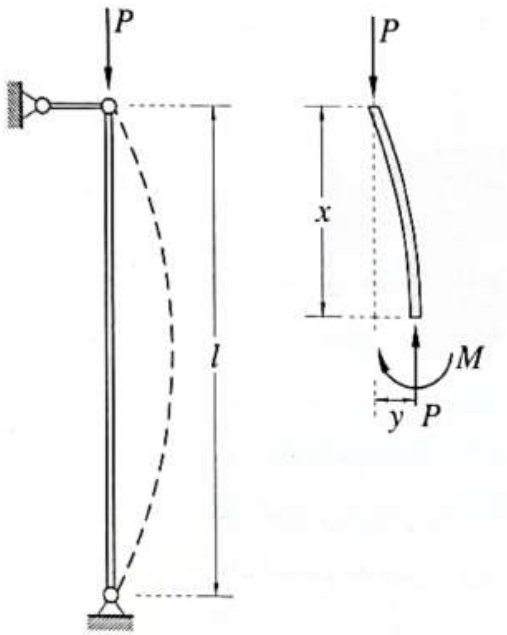


$$\frac{M_{uy}}{M_{ux}} = \frac{85}{211} = 0.4 < \frac{b}{h} = \frac{300}{450} = 0.67$$

$$M_{ueqx} = 211 + 0.55 \times 85 \times \frac{450}{300} = 281\ kN.m$$

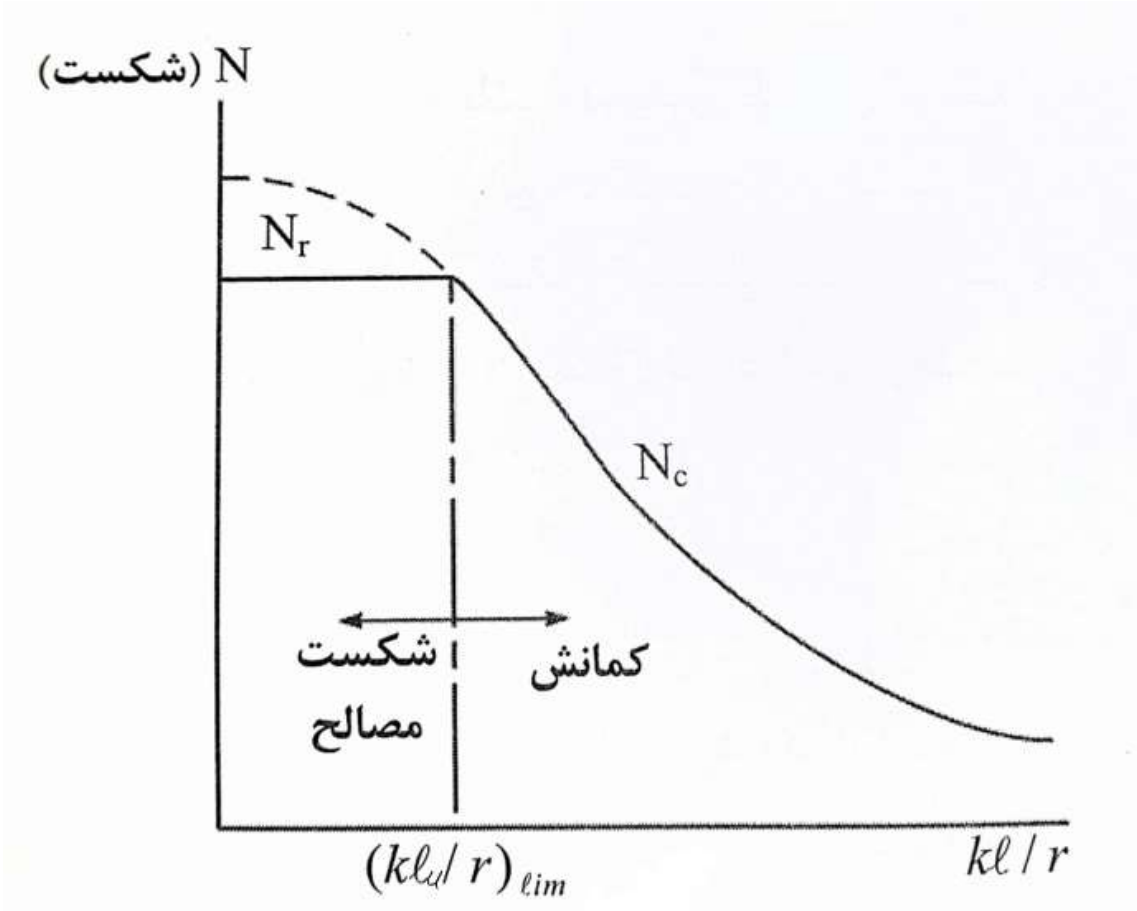
طراحی ستونهای لاغر

پدیده کمانش در المانهای تحت اثر نیروی محوری فشاری



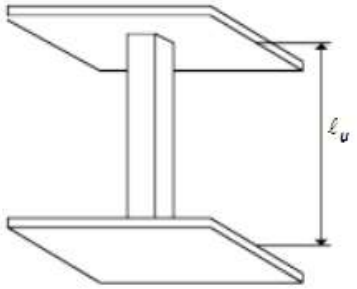
$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2}$$

$$\frac{k\ell_u}{r}$$

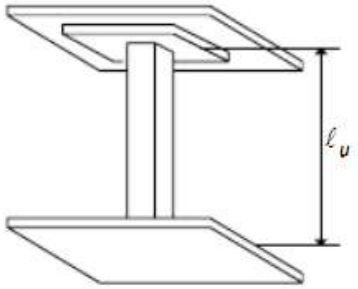


ℓ_u

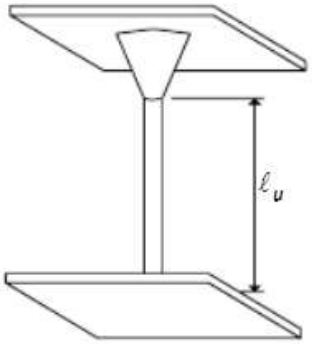
طول آزاد ستون



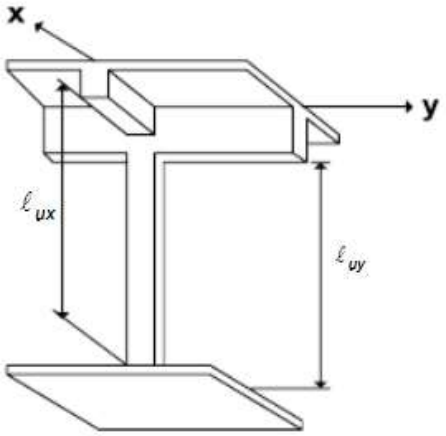
a) Flat Plate



b) Flat Slab



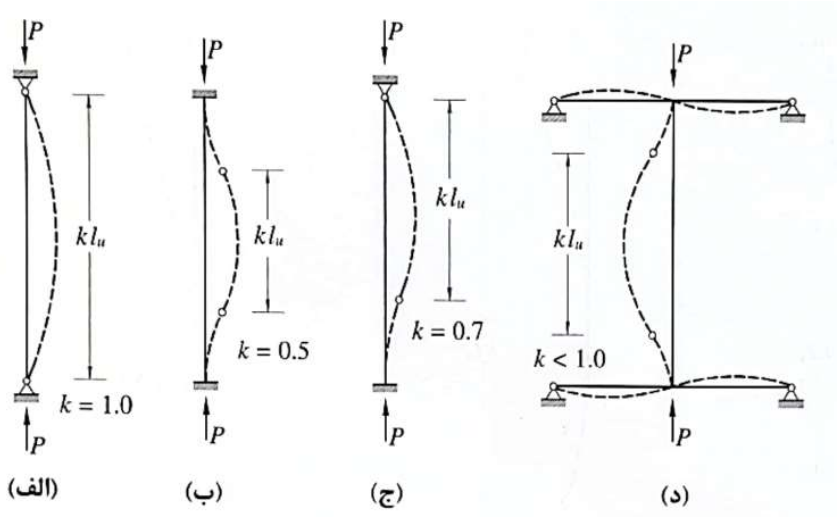
c) Column Capital



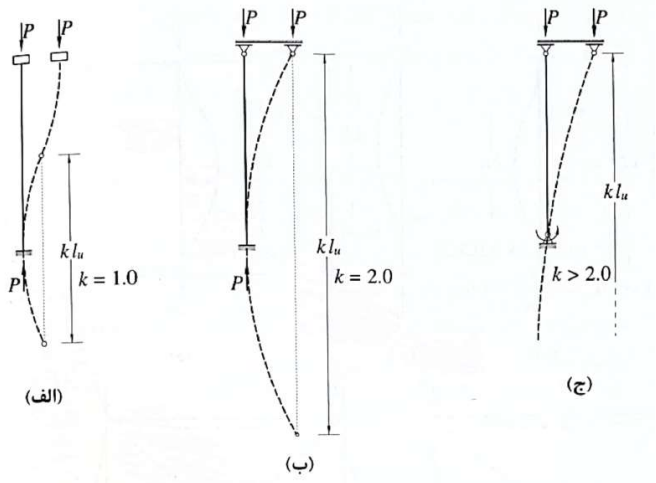
d) Slab with Beams

k

بدون حرکت جانبی (مهار شده)



با حرکت جانبی (مهار نشده)



معیار حرکت جانبی در قابهای بتن آرمه

$\sum P_u$ مجموع بار محوری ستونها ناشی از بارهای ضریبدار

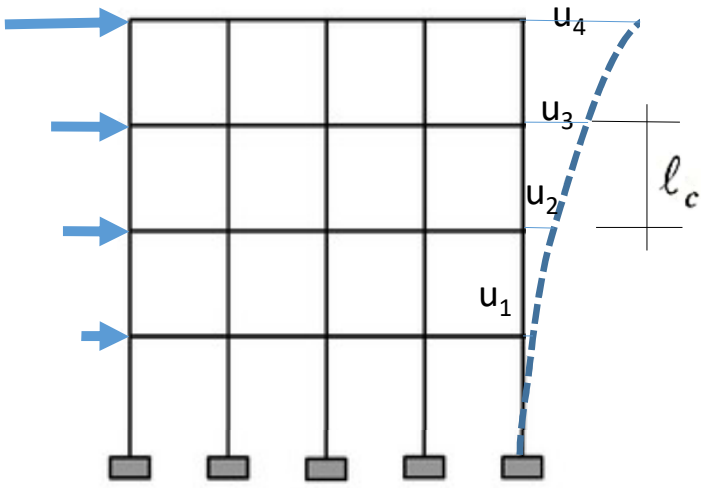
V_{us} برش طبقه ناشی از بارهای ضریبدار

Δ_o تغییر مکان نسبی طبقه

ℓ_c ارتفاع طبقه

شاخص پایداری طبقه

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_{us} \ell_c}$$



$$\begin{cases} Q \le 0.05 & \text{بدون حرکت جانبی} \\ Q > 0.05 & \text{با حرکت جانبی} \end{cases}$$

k

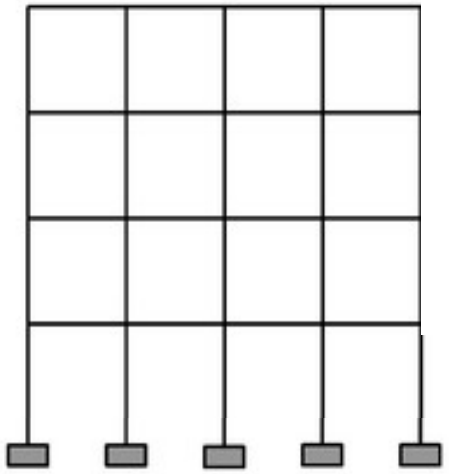
$$\psi = \frac{\sum K_c}{\sum K_b} = \frac{\sum (EI_c / l_c)}{\sum (EI_b / l_b)}$$

$$E_c = 4700\sqrt{f_c'}$$

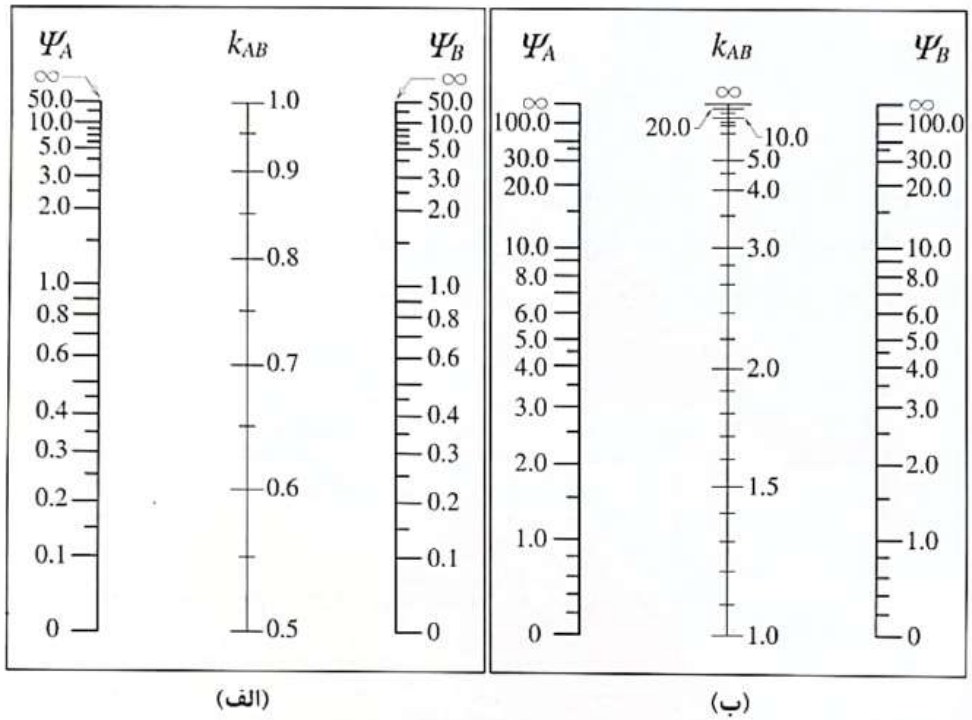
ترک خوردگی در تیرها و ستونها

ممان اینرسی اعضای خمشی تیر را به صورت $0.35I_g$

ممان اینرسی اعضای فشاری ستون را به صورت $0.7I_g$



استفاده از نموگراف



شکل ۱۰-۶ *نموگراف‌های مربوط به محاسبه‌ی ضریب طول مؤثر؛ الف) ستون بدون حرکت جانبی؛ ب) ستون با حرکت جانبی*

k

جدول ۱۰-۱ *ضریب طول مؤثر k برای ستون واقع در قاب مهار شده*

شرایط تکیه‌گاهی بالای ستون	شرایط تکیه‌گاهی پایین ستون				
	گیردار $\psi = 0.0$	سخت $\psi = 0.4$	الاستیک $\psi = 1.6$	الاستیک $\psi = 3.1$	مفصلی $\psi = \infty$
گیردار $\psi = 0.0$	0.50	0.58	0.65	0.67	0.70
سخت $\psi = 0.4$	0.58	0.67	0.74	0.77	0.81
الاستیک $\psi = 1.6$	0.65	0.74	0.83	0.86	0.91
الاستیک $\psi = 3.1$	0.67	0.77	0.86	0.90	0.95
مفصلی $\psi = \infty$	0.70	0.81	0.91	0.95	1.00

استفاده از روابط تقریبی

k

بدون حرکت جانبی

$$k = 0.7 + 0.05(\psi_A + \psi_B) \le 1.0$$

کمترین دو مقدار

$$k = 0.85 + 0.05\psi_{\min} \le 1.0$$

با حرکت جانبی

$$\psi_m < 2 \rightarrow k = \frac{20 - \psi_m}{20}\sqrt{1 + \psi_m}$$

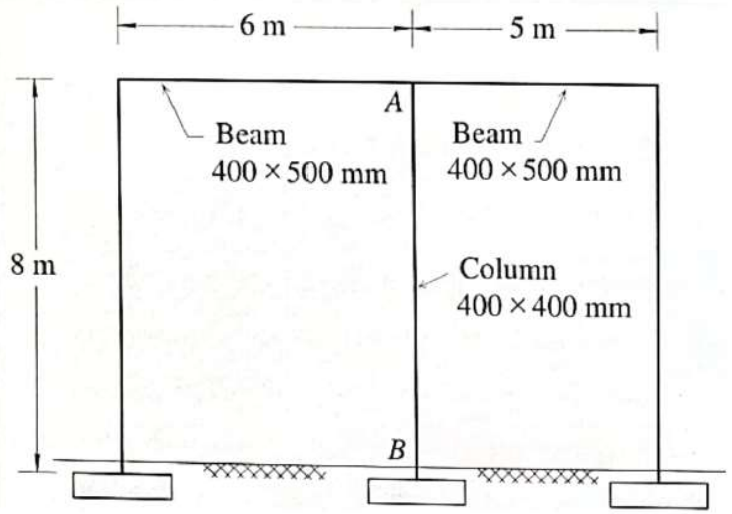
$$\psi_m \ge 2 \rightarrow k = 0.9\sqrt{1 + \psi_m}$$

ψ_m : متوسط مقادیر ψ

مثال ۱۰-۱ ستون AB را که در شکل ۱۰-۷ نشان داده شده است، در نظر بگیرید. ضریب طول مؤثر این ستون را در دو حالت زیر به دست آورید:

الف- اگر قاب بدون حرکت جانبی باشد.

ب- اگر قاب در حرکت جانبی آزاد باشد.



$$I_b = 0.35 I_g = 0.35 \times \frac{1}{12} \times (400 \times 500^3) = 1.458 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

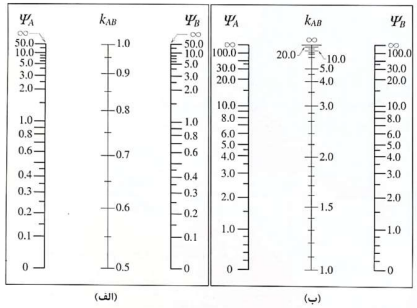
$$I_c = 0.7 I_g = 0.7 \times \frac{1}{12} \times (400 \times 400^3) = 1.493 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\psi_A = \frac{\sum (EI_c / l_c)}{\sum (EI_b / l_b)} = \frac{E_c \times (1.493 \times 10^9 / 8000)}{E_c \times \left[(1.458 \times 10^9 / 5000) + (1.458 \times 10^9 / 6000) \right]} = 0.349$$

$$\psi_B = 0.577$$

$$k_{AB} = 0.675$$

استفاده از نموگراف



شکل ۱۰-۶ نموگراف‌های مربوط به محاسبه‌ی ضریب طول مؤثر: الف) ستون بدون حرکت جانبی؛ ب) ستون با حرکت جانبی

استفاده از روابط تقریبی

$$k_1 = 0.7 + 0.05(\psi_A + \psi_B) = 0.7 + 0.05 \times (0.349 + 0.577)$$
$$= 0.746 < 1.0$$

$$k_2 = 0.85 + 0.05\psi_{\min} = 0.85 + 0.05 \times 0.349 = 0.867 < 1.0 \quad \checkmark$$

$$k_{AB} = \min\{k_1 , k_2\} = 0.746$$

ب- اگر قاب در حرکت جانبی آزاد باشد.

استفاده از نموگراف

$$k_{AB} = 1.15$$

استفاده از روابط تقریبی

$$\psi_m = \frac{1}{2}(\psi_A + \psi_B) = \frac{1}{2} \times (0.349 + 0.577) = 0.463$$

$$\psi_m < 2.0 \rightarrow k_{AB} = \frac{20 - \psi_m}{20}\sqrt{1 + \psi_m}$$

$$k_{AB} = \frac{20 - 0.463}{20} \times \sqrt{1 + 0.463} = 1.18$$

شعاع ژیراسیون r

$$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$$

در اعضای فشاری مستطیلی: $r = 0.3h$

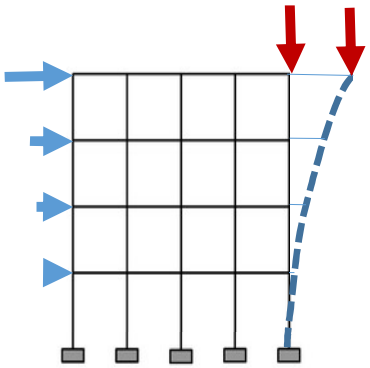
در اعضای فشاری دایره ای: $r = 0.25D$

مفاهیم مقدماتی

نحوه تاثیر اثرات لاغری در طراحی ستونهای بتن آرمه

رفتارهای غیر خطی در تحلیل سازه

- رفتار غیر خطی مصالح
- رفتار غیر خطی هندسی



مفاهیم مقدماتی

نحوه تاثیر اثرات لاغری در طراحی ستونهای بتن آرمه

روشهای تحلیل سازه

- تحلیل الاستیک مرتبه اول
- تحلیل الاستیک مرتبه دوم
- تحلیل غیر خطی

مفاهیم مقدماتی

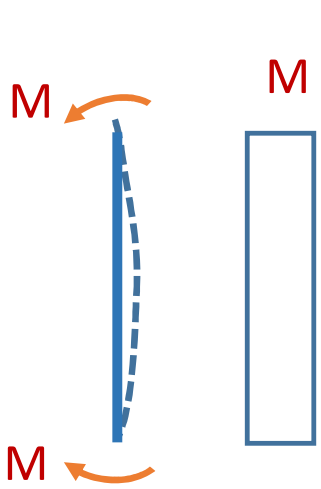
نحوه تاثیر اثرات لاغری در طراحی ستونهای بتن آرمه

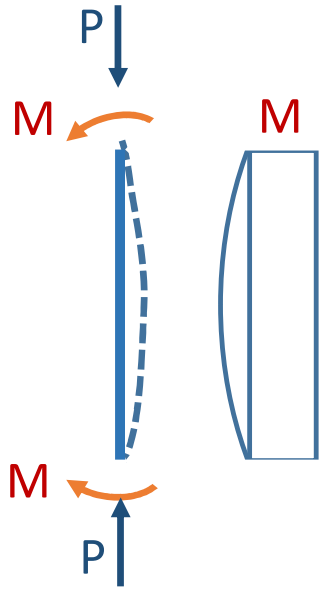
روشهای تحلیل سازه

- تحلیل الاستیک مرتبه اول
- تحلیل الاستیک مرتبه دوم
- تحلیل غیر خطی

مفاهیم مقدماتی

مفهوم تشدید لنگر





اثرات لاغری در طراحی ستونهای بتن آرمه

محاسبه نیروهای داخلی ستون

* تحلیل الاستیک مرتبه اول

۱- تیرها: $I = 0.35I_g$

۲- ستون‌ها: $I = 0.70I_g$

۳- دیوارها؛ - به صورت ترک نخورده: $I = 0.70I_g$

- به صورت ترک خورده: $I = 0.35I_g$

۴- صفحات و دال‌های تخت: $I = 0.25I_g$

اثرات لاغری در طراحی ستونهای بتن آرمه

$$kl_u / r > 100$$

آنالیز مرتبه‌ی دوم

$$kl_u / r < 100$$

آنالیز مرتبه‌ی دوم

آنالیز مرتبه اول و روش تشدید لنگر

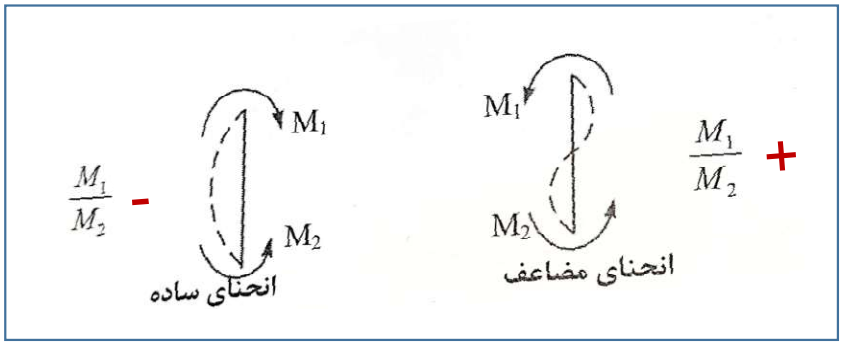
در حالات زیر نیازی به در نظر گرفتن اثرات لاغری نیست!

بدون حرکت جانبی

$$\frac{k\ell_u}{r} \le 34 + 12\left(\frac{M_1}{M_2}\right) \le 40$$

با حرکت جانبی

$$\frac{k\ell_u}{r} < 22.0$$



M_1 و M_2 بترتیب، لنگرهای کوچکتر و بزرگتر باضریب دو انتهای ستون

لنگر تشدید یافته در ستون بدون حرکت جانبی
(Non-sway)

$$M_c = \delta M_2$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} \geq 1.0$$

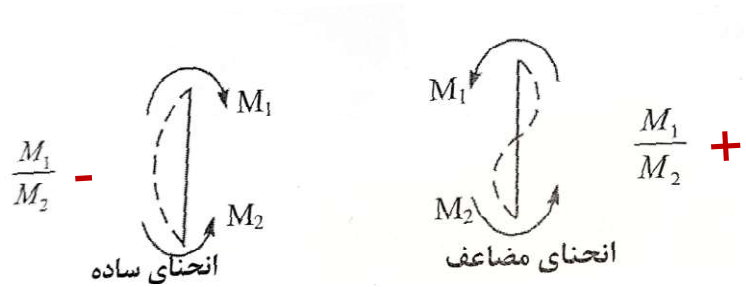
P_u نیروی محوری ستون ناشی از بارهای ضریب دار

P_c نیروی محوری بحرانی ستون

$$\begin{cases} C_m = 1.0 \\ C_m = 0.6 - 0.4\frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \end{cases}$$

حالتی که بار جانبی در طول ستون اثر کند

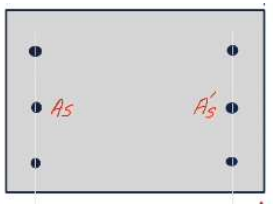
حالتی که بار جانبی در طول ستون اثر نکند



لنگر تشدید یافته در ستون بدون حرکت جانبی

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(kl_u)^2}$$

I_{se} ممان اینرسی آرماتورها نسبت به محور مرکزی مقطع



$$(EI)_{eff} = \frac{0.2E_c I_g + E_s I_{se}}{1+\beta_{dns}}$$

$$(EI)_{eff} = \frac{0.4E_c I_g}{1+\beta_{dns}}$$

$$(EI)_{eff} = 0.25E_c I_g$$

$$\beta_{dns} = \frac{\text{حداکثر بار محوری با ضریب دائمی}}{\text{حداکثر بار محوری با ضریب کل}}$$

β_{dns} جهت منظور کردن اثرات خزش

لنگر تشدید یافته در ستون بدون حرکت جانبی

e_{min}

$$M_{2,\min} = P_u(15 + 0.03h)$$

e_{min} خروج از مرکزیت حداقل (برحسب میلیمتر)

h بعد ستون در صفحه خمش (برحسب میلیمتر)

مثال ۱۰-۲ نتایج حاصل از آنالیز الاستیک مرتبه‌ی اول در یک قاب بتن آرمه‌ی مهار بندی شده تحت بار قائم، نشان می‌دهد که ستونی با طول آزاد $\ell_u = 4.0\,\text{m}$، تحت بار قائم با ضریب $P_u = 1200\,\text{kN}$ و لنگرهای انتهایی با ضریب و با انحنای یک طرفه برابر با $M_{1u} = 50\,\text{kN.m}$ و $M_{2u} = 65\,\text{kN.m}$ قرار گرفته است. نتایج تحلیل هم‌چنین نشان می‌دهد که بار محوری مرده‌ی بدون ضریب ستون برابر با $P_D = 550\,\text{kN}$ است. ضریب طول مؤثر ستون با استفاده از نموگراف‌های طراحی برابر با $k = 0.85$ به دست آمده است. با استفاده از بتن و فولاد با مشخصات $f'_c = 35\,\text{MPa}$ و $f_y = 420\,\text{MPa}$، یک مقطع مربعی با فولاد گذاری در دو وجه موازی محور خمش برای ستون، طراحی کنید.

Try $300\times300\,\text{mm}$

$$\frac{k\ell_u}{r} = \frac{0.85\times4000}{0.3\times300} = 37.8 > 34+12\times\left(\frac{M_1}{M_2}\right) = 34+12\left(-\frac{50}{65}\right) = 24.8$$

$$\beta_{dns} = \frac{1.2P_D}{1.2P_D+1.6P_L} = \frac{1.2\times550}{1200} = 0.55$$

$$(EI)_{eff} = \frac{0.4E_cI_g}{1+\beta_{dns}} = \frac{0.4\times4700\sqrt{35}\times(1/12)(300)^4}{1+0.55}$$

$$= 4.844\times10^{12}\ \text{N.mm}^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(k\,\ell_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 4.844 \times 10^{12}}{(0.85 \times 4000)^2} = 4135.7 \times 10^3 \text{ N}$$

$$C_m = 0.6 - 0.4\frac{M_1}{M_2} = 0.6 - 0.4 \times (-\frac{50}{65}) = 0.908$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} = \frac{0.908}{1 - \frac{1200}{0.75 \times 4135.7}} = 1.48$$

$$M_{2,\min} = P_u (15 + 0.03h) = 1200 \times 10^3 \times (15 + 0.03 \times 300)$$
$$= 28.8 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_2 = 65\,\text{kN.m} > M_{2,\min} = 28.8\,\text{kN.m} \quad \checkmark$$

$$M_c = \delta M_2 = 1.48 \times 65 = 96.2\,\text{kN.m}$$

$$\gamma = \frac{300 - 2 \times (40 + 10 + 20/2)}{300} = 0.6$$

$$K_n = \frac{P_n}{f_c' A_g} = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g} = \frac{1200 \times 10^3}{0.65 \times 35 \times 300^2} = 0.59$$

$$R_n = \frac{M_n}{f_c' A_g h} = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h} = \frac{96.2 \times 10^6}{0.65 \times 35 \times 300^2 \times 300} = 0.157$$

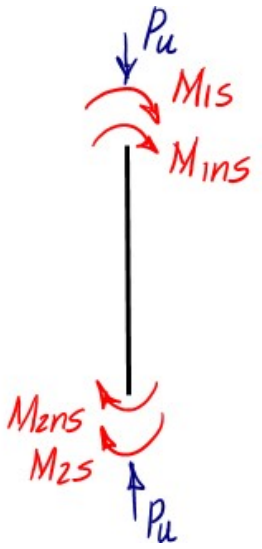
شکل پ۱-۲۵ $\rightarrow \underline{\rho_t = 0.025}$ O.K.

$$A_{st} = \rho_t b h = 0.025 \times 300^2 = 2250\,\text{mm}^2$$

$\rightarrow$ USE 8Φ20 (در دو وجه موازی محور خمش)

لنگر تشدید یافته در ستون با حرکت جانبی (Sway)

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$$
$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$



$M_{1ns} < M_{2ns}$

$M_{1s} < M_{2s}$

M_{ns} قسمتی از لنگر با ضریب که تغییر شکل جانبی قابل ملاحظه ایجاد نمیکند.

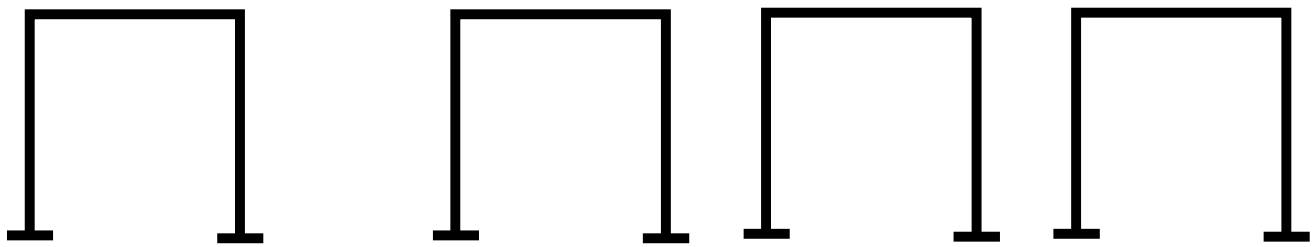
M_s قسمتی از لنگر با ضریب که تغییر شکل جانبی قابل ملاحظه ایجاد میکند.

تغییر شکل جانبی قابل ملاحظه :

$$\Delta \le (1/500)H$$

لنگر تشدید یافته در ستون با حرکت جانبی

$$1.2D + 1.6L$$
$$1.2D + 0.5L + 1.0W$$



M_u M_{uD} M_{uL} M_{uW}

لنگر تشدید یافته در ستون با حرکت جانبی

روش اول :

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} \geq 1.0$$

$$\delta_s \leq 1.5 \qquad Q \leq 1/3$$

روش دوم :

$$\delta_s = \frac{1}{1-\frac{\sum P_u}{0.75\sum P_c}} \geq 1.0$$

$\sum P_u$ جمع نیروهای محوری ستونهای طبقه ناشی از بارهای ضریب دار

$\sum P_c$ جمع بارهای بحرانی کمانشی ستونهای طبقه

$$\beta_{dns} = \frac{\text{برش دائمی با ضریب در طبقه}}{\text{برش کل با ضریب در طبقه}}$$

$$\beta_{ds} = 0$$

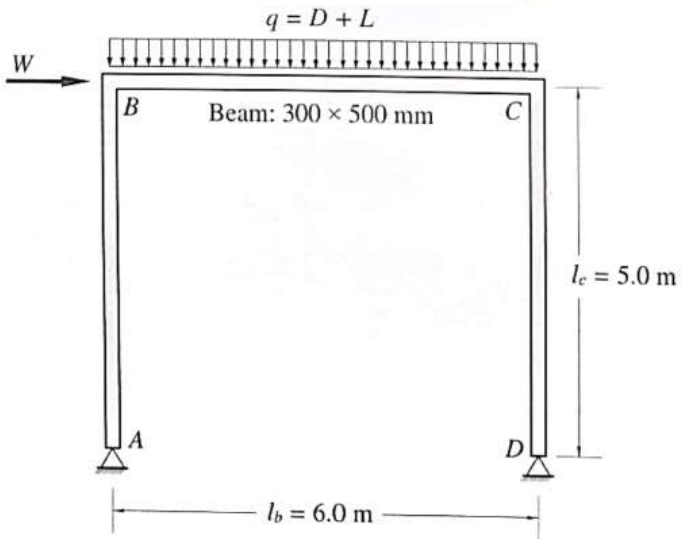
مثال ۱۰-۴ قاب یک دهانه‌ی یک طبقه‌ی نشان داده شده در شکل ۶-۱۳، تحت تأثیر بارهای قائم مرده و زنده و بار جانبی باد قرار گرفته است. نتایج حاصل از آنالیز الاستیک مرتبه‌ی اول قاب تحت بارهای بدون ضریب وارد بر ستون AB به شرح زیر است:

بار مرده: $M_{B,D} = 91\,\text{kN.m}$, $P_D = 170\,\text{kN}$

بار زنده: $M_{B,L} = 59\,\text{kN.m}$, $P_L = 110\,\text{kN}$

بار باد: $M_{B,W} = 160\,\text{kN.m}$, $P_W = -52.8\,\text{kN}$

با بررسی ترکیبات بار $1.2D + 1.6L$ و $1.2D + 0.5L \pm 1.0W$، ستون AB را طراحی کنید. فرض کنید $f'_c = 28\,\text{MPa}$ و $f_y = 420\,\text{MPa}$ باشد.



ردیف	ترکیب مورد نظر	P_u (kN)	M_{uB} (kN.m)
۱	$1.2D+1.6L$	380	203.6
۲	$1.2D+0.5L+1.0W$	206.2	298.7
۳	$1.2D+0.5L-1.0W$	311.8	-21.3

$400\times400\,\text{mm}$

$$\psi_B=\frac{\sum EI_c/l_c}{\sum EI_b/l_b}=\frac{0.7E_c\times(1/12)(400)^4/(5\times10^3)}{0.35E_c\times(1/12)(300)(500)^3/(6\times10^3)}=1.64 \qquad k=2.2$$

$$\frac{k\ell_u}{r}=\frac{2.2\times4.75\times10^3}{0.3\times400}=87.0>22.0 \rightarrow \text{لاغری در محاسبه وارد می‌شود}$$

الف- بررسی ترکیب بارگذاری ۲

$$P_c=\frac{\pi^2(EI)_{eff}}{(k\ell_u)^2} \quad ; \quad (EI)_{eff}=\frac{0.4E_cI_g}{1+\beta_{ds}}$$

$$\beta_{ds}=\frac{\text{حداکثر برش دائمی با ضریب در طبقه}}{\text{حداکثر برش با ضریب در طبقه}}=0$$

$$(EI)_{eff} = 0.4\times 4700\sqrt{28}\times(1/12)(400)^4 = 2.12\times 10^{13}\ \text{N.mm}^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2\times 2.12\times 10^{13}}{(2.2\times 4.75\times 10^3)^2} = 1916\times 10^3\ \text{N}$$

جمع نیروهای محوری کلیه‌ی ستون‌های یک طبقه تحت بار جانبی صفر است

$$\sum P_u = 2\times(1.2\times 170 + 0.5\times 110) = 2\times 259 = 518\,\text{kN}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1-\dfrac{\sum P_u}{0.75\sum P_c}} = \frac{1}{1-\dfrac{2\times 259}{0.75\times 2\times 1916}} = 1.22$$

$$M_{ns} = 1.2\times 91 + 0.5\times 59 = 138.7\,\text{kN.m}$$

$$M_s = 1.0\times 160 = 160\,\text{kN.m}$$

$$M_2 = M_{ns} + \delta_s M_s = 138.7 + 1.22\times 160 = 333.9\,\text{kN.m}$$

$$M_c = M_2 = 333.9\,\text{kN.m} \quad ; \quad P_u = 206.2\,\text{kN}$$

$$\gamma = \frac{400 - 2\times 60}{400} = 0.7$$

چون مقدار لنگر زیاد است، فرض می‌کنیم $\phi = 0.9$

$$K_n = \frac{P_n}{f_c' A_g} = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g} = \frac{206.2\times 10^3}{0.9\times 28\times (400)^2} = 0.051$$

$$R_n = \frac{M_n}{f_c' A_g h} = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h} = \frac{333.9\times 10^6}{0.9\times 28\times (400)^2\times 400} = 0.207 \qquad \rho_g = 0.035 \qquad \varepsilon_t > 0.005$$

$\phi = 0.9$ صحیح بوده است.

ب- بررسی ترکیب بارگذاری ۱

$$K_n = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g} = \frac{380\times 10^3}{0.9\times 28\times (400)^2} = 0.094$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi f_c' A_g h} = \frac{203.6\times 10^6}{0.9\times 28\times (400)^2\times 400} = 0.126 \qquad \rho_g = 0.015$$

ترکیب بارگذاری ۲ بحرانی‌تر بوده است

$400\times 400\,\text{mm}$

$\rho_g = 0.035$

لنگر تشدید یافته در ستون با حرکت جانبی

کنترل ناپایداری جانبی

$$M_{u,s} \le 1.4 M_{u,p}$$

$M_{u,s}$ لنگر نهایی که در برگیرنده تاثیرات مرتبه دوم است

$M_{u,p}$ لنگر نهایی ناشی از تاثیرات مرتبه اول

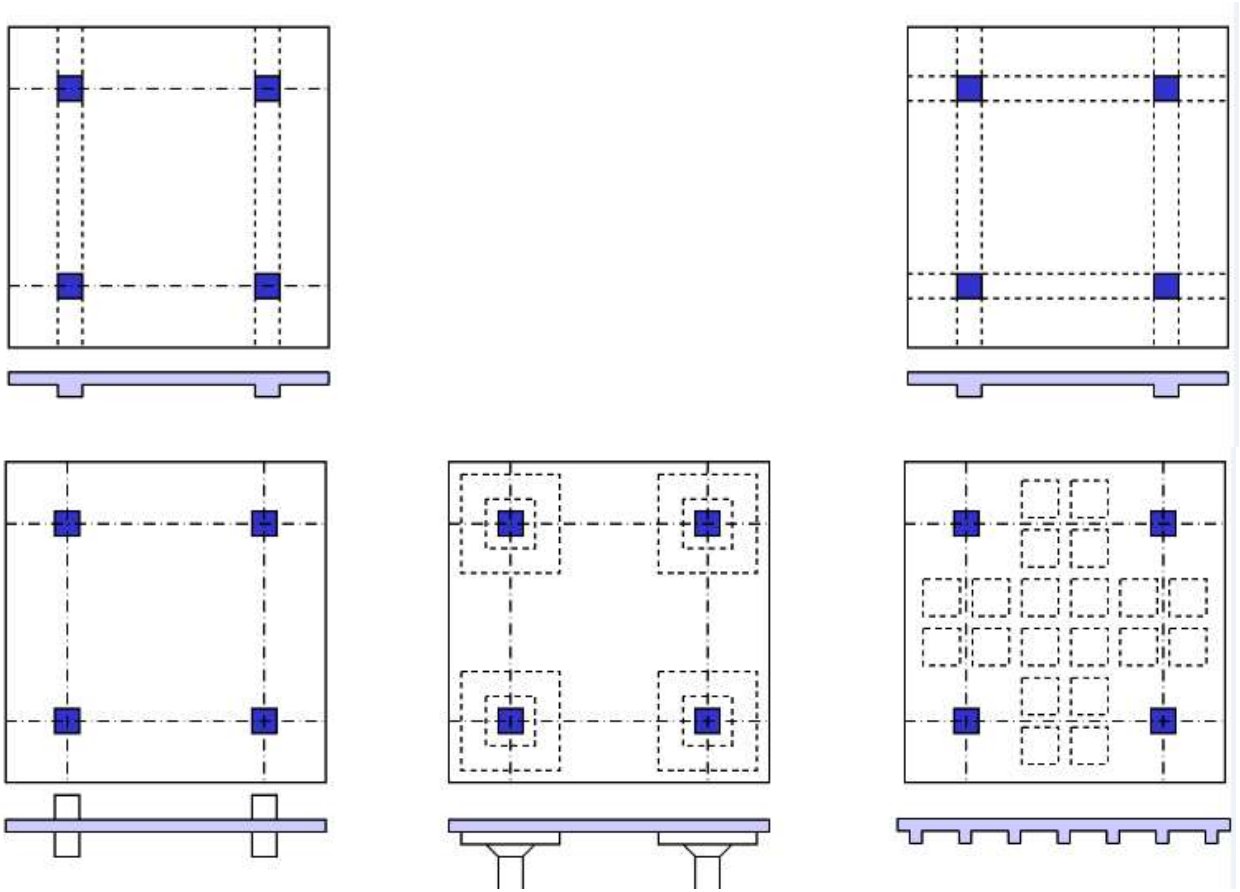
دال ها

دال های یکطرفه
دال های دوطرفه
سیستم تیرچه بلوک

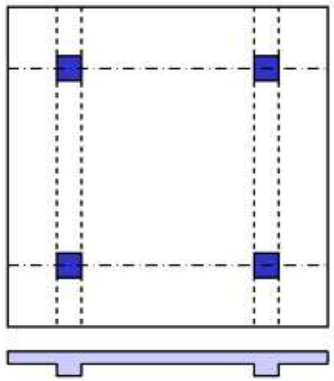
تعریف دال

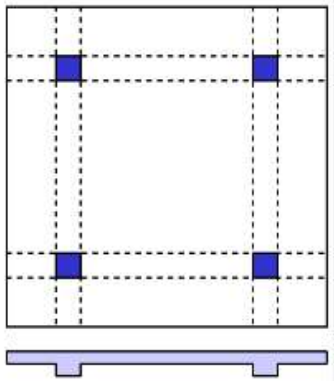
دال یک عضو سازه ای است که ضخامت آن نسبت به دو بعد آن کوچک بوده و برای انتقال بار بکار میرود.

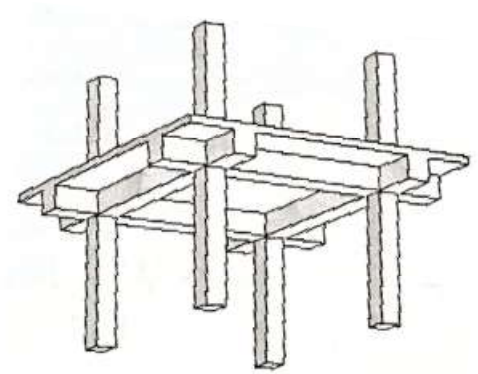
انواع دال ها

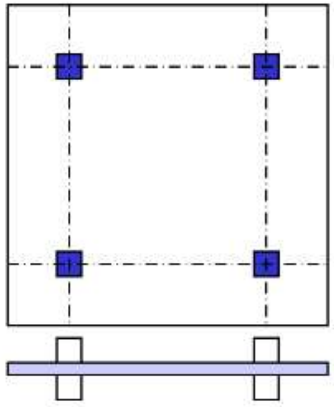


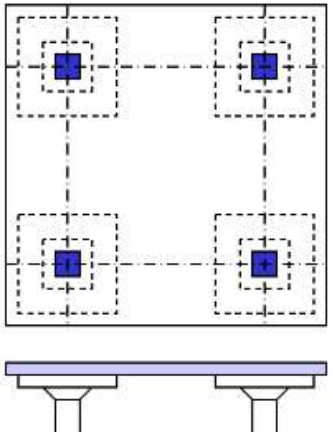
انواع دال ها

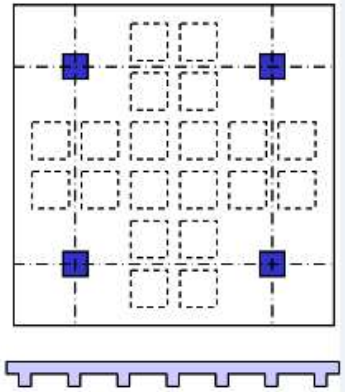


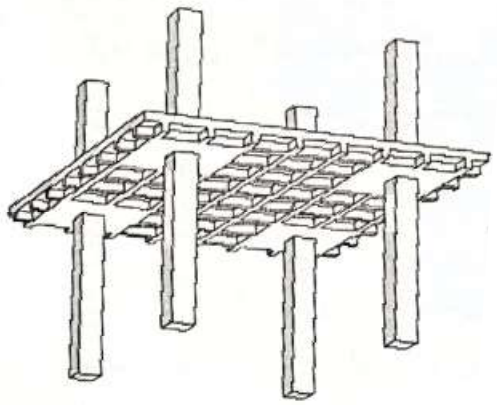




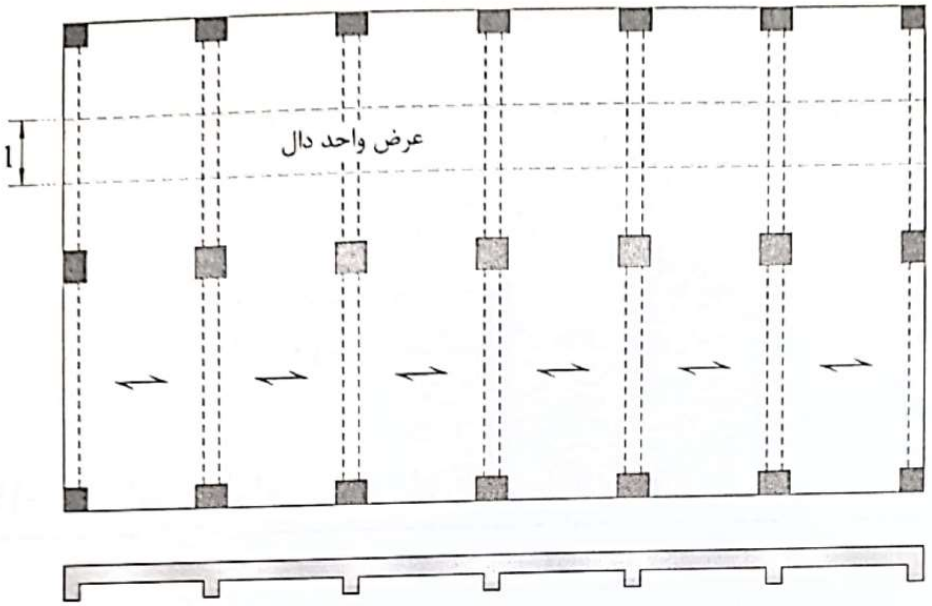




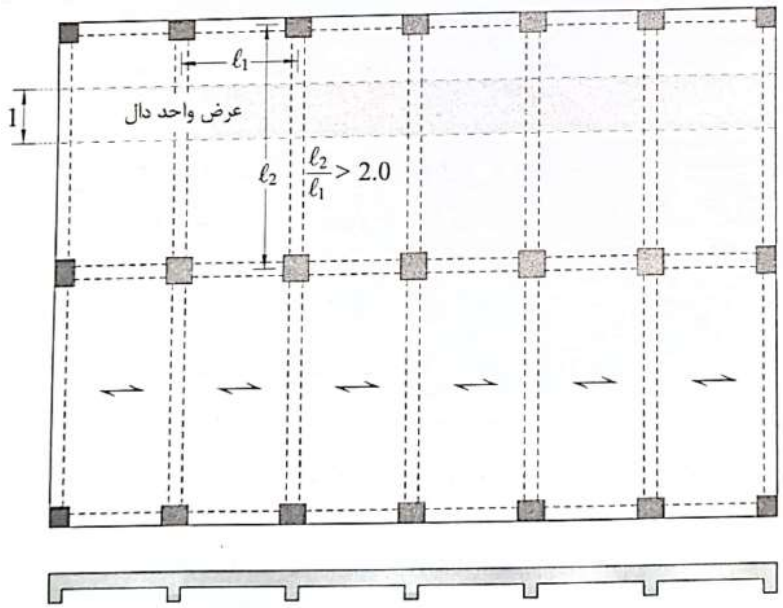




دال یکطرفه

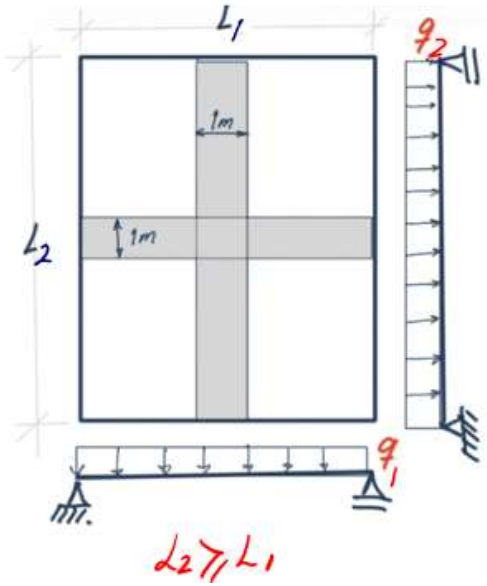


در یک راستا تکیه گاه وجود دارد



نسبت دهانه بزرگتر دال به دهانه کوچکتر آن، بزرگتر از ۲ میباشد.

انتقال بار در دال یکطرفه و دوطرفه



$$\begin{cases} L_2 > 2L_1 & \text{دال یکطرفه} \\ L_2 \leq 2L_1 & \text{دال دوطرفه} \end{cases}$$

طراحی دال یکطرفه

نکات طراحی دال یکطرفه

* معمولا ضخامت دال طوری تعیین میشود که نیازی به آرماتور برشی وجود نداشته باشد.

* معمولا ضخامت دال طوری تعیین میشود که نیازی به آرماتور فشاری وجود نداشته باشد.

* ضخامت دال طوری تعیین میشود که خیز دال در محدوده مجاز واقع شود.

عضو	شرایط انتهایی			
	تکیه‌گاه ساده	یک انتهای پیوسته	هر دو انتهای پیوسته	کنسولی
دال یک طرفه‌ی توپر	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
تیر یا دال یک طرفه با تیرچه	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18.5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$

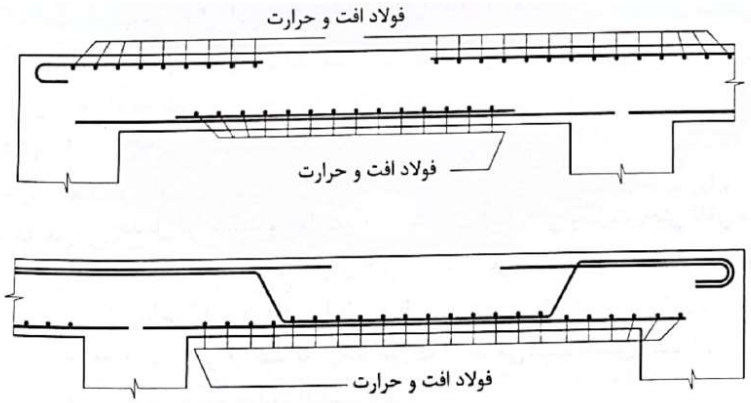
برای مقادیر تنش تسلیم فولاد که از $f_y = 420\ \text{MPa}$ متفاوت باشد، مقادیر جدول باید در ضریب اصلاح $0.4 + f_y / 700$ ضرب شوند.

* فولاد افت و حرارت

$$\begin{cases} f_y < 420\ \text{MPa} & \rho_{Sh,T} = 0.002 \\ f_y \geq 420\ \text{MPa} & \rho_{Sh,T} = \dfrac{0.0018 \times 420}{f_y} \geq 0.0014 \end{cases}$$

$$A_g = b \times h \qquad A_{s,\min} = \rho_{Sh,T} bh$$

* فولادهای افت و حرارت بموازات تکیه گاهها میتوانند در بالا یا پایین مقطع قرار گیرند.



* حداکثر فاصله آرماتورها از یکدیگر

$$s_{\max} = \min\{3h\ ,\ 500\ \text{mm}\}$$

* تحلیل دالهای یکطرفه مانند تحلیل تیرهای ساده یا سراسری میباشد.

روش ساده شده آنالیز

۱- تعداد دهانه‌ها دو یا بیش‌تر باشد.

۲- دهانه‌ها تقریباً مساوی باشند؛ به طوری که طول دهانه‌ی بلندتر از دو دهانه‌ی مجاور، از ۱/۲ برابر طول دهانه‌ی کوتاه‌تر، بیش‌تر نباشد.

۳- بارها به طور یک‌نواخت توزیع شده باشند.

۴- بار زنده‌ی بدون ضریب، L، از سه برابر بار مرده‌ی بدون ضریب، D، بیش‌تر نباشد $(L \leq 3\,D)$

روش ساده شده آنالیز

w_u مجموع بارهای مرده و زنده‌ی با ضریب در واحد طول،

ℓ_n طول دهانه‌ی آزاد

جدول ۱۳-۲ *ضرایب آیین نامه‌ای جهت تعیین لنگرهای خمشی و نیروهای برشی بحرانی بر تکیه‌گاه در تیرهای سراسری و دال‌های یک طرفه*

نیروی داخلی مورد نظر	ضریب مربوطه
۱- لنگر مثبت در دهانه‌های انتهایی	
الف) اگر انتهای غیر سراسری مقید (گیردار) نباشد:	$w_u \ell_n^2 / 11$
ب) اگر انتهای غیر سراسری با تکیه‌گاه پیوسته باشد:	$w_u \ell_n^2 / 14$
۲- لنگر مثبت در دهانه‌های داخلی:	$w_u \ell_n^2 / 16$
۳- لنگر منفی در وجه خارجی اولین تکیه‌گاه داخلی	
الف) برای سازه‌ی دو دهانه:	$w_u \ell_n^2 / 9$
ب) برای سازه‌ی با بیش از دو دهانه:	$w_u \ell_n^2 / 10$
۴- لنگر منفی در سایر وجوه تکیه‌گاه‌های داخلی:	$w_u \ell_n^2 / 11$
۵- لنگر منفی در وجه کلیه‌ی تکیه‌گاه‌ها برای دال‌های با دهانه‌ی حداکثر ۳ متر؛ و نیز برای تیرهایی که نسبت جمع سختی ستون‌ها به سختی تیر، در هر انتهای دهانه بزرگ‌تر از ۸ است:	$w_u \ell_n^2 / 12$
۶- لنگر منفی در وجه داخلی تکیه‌گاه خارجی برای اعضایی که با تکیه‌گاه‌ها با صورت یک‌پارچه ساخته شده‌اند.	
الف) در جایی که تکیه‌گاه به صورت تیر لبه‌ای است:	$w_u \ell_n^2 / 24$
ب) در جایی که تکیه‌گاه یک ستون است:	$w_u \ell_n^2 / 16$
۷- برش در اعضای انتهایی در وجه اولین تکیه‌گاه داخلی	$1.15 w_u \ell_n / 2$
۸- برش در وجه سایر تکیه‌گاه‌ها	$w_u \ell_n / 2$

روش ساده شده آنالیز

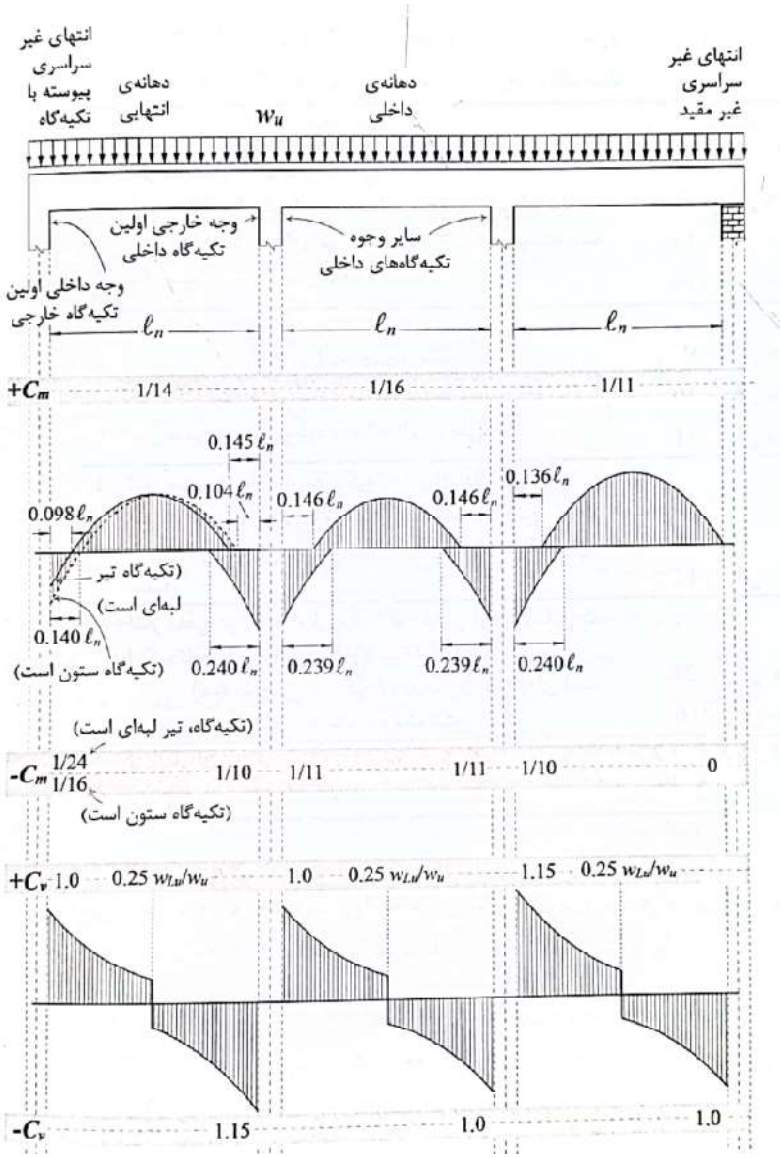
پوشش نمودارهای لنگر خمشی و نیروی برشی در تیرهای سراسری و دال‌های یک طرفه با بیش از دو دهانه بر اساس روش ضرایب، و تعیین ضرایب C_m و C_v

$$M_u = C_m (w_u \ell_n^2)$$

$$V_u = C_v \left(\frac{w_u \ell_n}{2} \right)$$

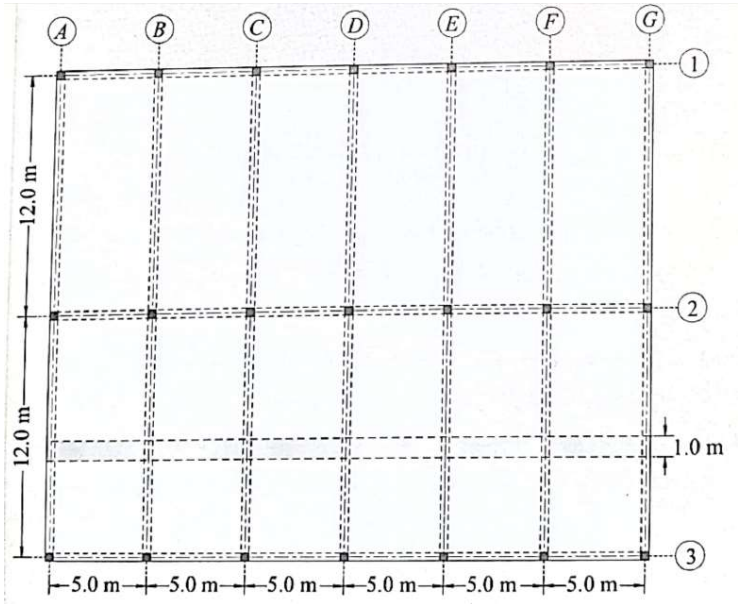
w_u مجموع بارهای مرده و زنده‌ی با ضریب در واحد طول،

ℓ_n طول دهانه‌ی آزاد



مثال دال نشان داده شده در شکل ۱۳-۱۴ را در نظر بگیرید. این دال تحت بار زنده‌ی بدون ضریب $5\ \text{kN/m}^2$ و بار مرده‌ی بدون ضریب (به جز وزن دال) برابر با $2\ \text{kN/m}^2$ قرار می‌گیرد. به فرض آن که وزن مخصوص بتن $w_c = 24\ \text{kN/m}^3$، $f_c' = 35\ \text{MPa}$ و $f_y = 400\ \text{MPa}$ باشد، ضخامت لازم برای دال را به دست آورده و دال را به فولادهای لازم مسلح کنید.

فرض کنید عرض تیرها برابر با $b = 400\ \text{mm}$، و ارتفاع آن‌ها برابر با $h = 500\ \text{mm}$ باشد.



$12.0 / 5.0 > 2.0$ ⟵ دال یکطرفه عمل میکند

کنترل خیز

عضو	شرایط انتهایی			
	تکیه‌گاه ساده	یک انتهای پیوسته	هر دو انتهای پیوسته	کنسولی
دال یک طرفه‌ی توپر	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$

در چشمه‌ی کناری دال : $h_{\min} = \frac{\ell}{24} \times (0.4 + \frac{f_y}{700}) = \frac{5 \times 10^3}{24} \times 0.971 = 202.3 \text{ mm}$

در چشمه‌ی میانی دال : $h_{\min} = \frac{\ell}{28} \times (0.4 + \frac{f_y}{700}) = \frac{5 \times 10^3}{28} \times 0.971 = 173.4 \text{ mm}$

$$h = 175 \text{ mm}$$

ولی ضروری است که خیز دال برای چشمه‌ی کناری به طور جداگانه کنترل شود.

کنترل برش

$$q_D = 24 \times 0.175 + 2.0 = 6.2 \text{ kN/m}^2$$

$$q_u = 1.2 q_D + 1.6 q_L = 1.2 \times 6.2 + 1.6 \times 5.0$$

$$= 15.44 \text{ kN/m}^2 > 1.4 q_D \quad \underline{\underline{\text{O.K.}}}$$

برای عرض واحد دال : $w_u = q_u \times 1 = 15.44 \times 1 = 15.44 \text{ kN/m}$

Φ12 پوشش 20 mm $d = 175 - 20 - (12/2) = 149$ mm

$$V_u = 1.15\frac{w_u \ell_n}{2} - w_u d = w_u\left(\frac{1.15\ell_n}{2} - d\right)$$

$$= 15.44 \times \left(\frac{1.15 \times 4.6}{2} - 0.149\right) = 38.54 \text{ kN}$$

$$V_c = \frac{1}{6}\sqrt{f_c'}\, b_w d = \frac{1}{6}\sqrt{35} \times 1000 \times 149 = 146.9 \times 10^3 \text{ N}$$

$$V_u = 38.54 \text{ kN} < \phi\ V_c = 0.75 \times 146.9 = 110.2 \text{ kN} \quad \underline{\text{O.K.}}$$

کنترل خمش

$$M_{max} = \frac{w_u \ell_n^{\,2}}{10} = \frac{15.44 \times 4.6^2}{10} = 32.67 \text{ kN.m}$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}}\right\}$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f_c'} = \frac{400}{0.85 \times 35} = 13.45$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{32.67 \times 10^6}{0.9 \times 1000 \times 149^2} = 1.64 \text{ MPa}$$

$$\rho = \frac{1}{13.45}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 13.45 \times 1.64}{400}}\right\} = 0.0042$$

$$A_s = \rho b d = 0.0042 \times 1000 \times 149 = 626 \text{ mm}^2$$

$f_y = 400\ \text{MPa} \longrightarrow \rho_{Sh,T} = 0.0020$

$A_{s,\min} = \rho_{Sh,T}\, bh = 0.0020 \times 1000 \times 175 = 350\ \text{mm}^2$

$A_s = 626\ \text{mm}^2 > A_{s,\min}$ O.K.

$\Phi 12 \equiv 113\ \text{mm}^2 \rightarrow$ تعداد میلگردها در عرض واحد $= n = \dfrac{626}{113} = 5.54$

فاصله‌ی میلگردها $= s = \dfrac{1000}{5.54} = 180.5\ \text{mm}$

$s_{\max} = \min\{3h\ ,\ 500\ \text{mm}\} = 500\ \text{mm} > s = 180.5\ \text{mm}$ O.K.

USE $\Phi 12@180\ \text{mm}$

محور تکیه‌گاه	A	وسط	B_{left}	B_{right}	وسط	C
C_m	1/24	1/14	1/10	1/11	1/16	1/11
M_u (kN.m)	−13.61	+23.34	−32.67	−29.70	+20.42	−29.70
R_n (MPa)	0.68	1.17	1.64	1.49	1.02	1.49
ρ	0.0017	0.0030	0.0042	0.0038	0.0026	0.0038
A_s (mm^2)	253	447	626	566	387	566
$A_{s,min}$ (mm^2)	315	315	315	315	315	315
s (mm) for Φ12	323	253	181	200	292	200
فولاد منفی در بالا	Φ12@ 350 mm		Φ12@ 175 mm	Φ12@ 175 mm		Φ12@ 175 mm
فولاد مثبت در پایین		Φ12@ 250 mm			Φ12@ 250 mm	

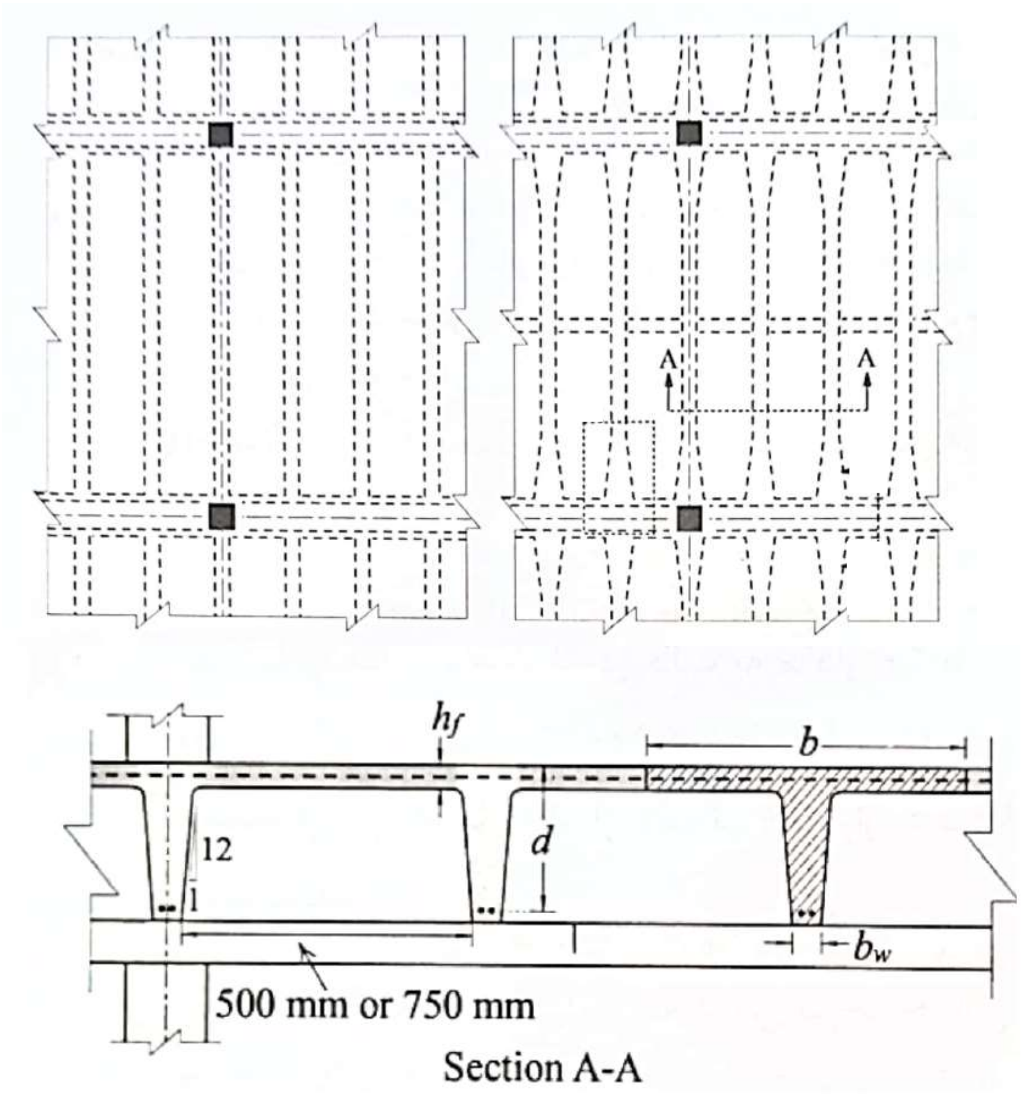
طراحی سیستم تیرچه بلوک

ضوابط آیین نامه ACI

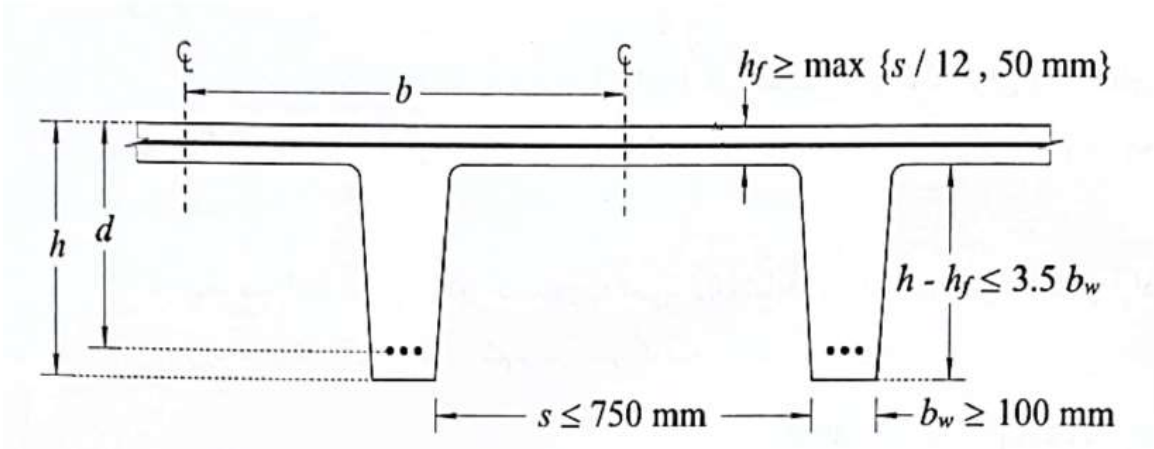
JOIST

SESSION 14

پلان و مقطع سیستم تیرچه بلوک



ضوابط آیین نامه ACI



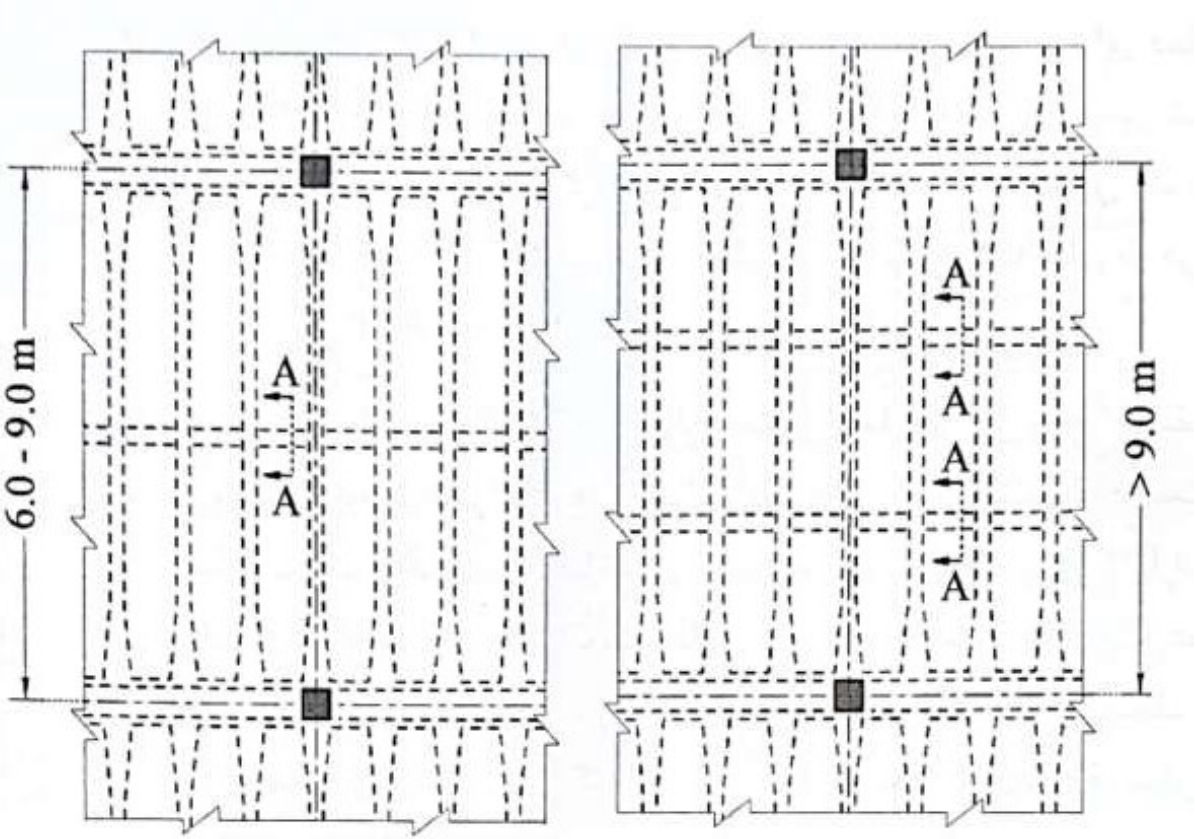
$$b_w \geq 100 \text{ mm}$$

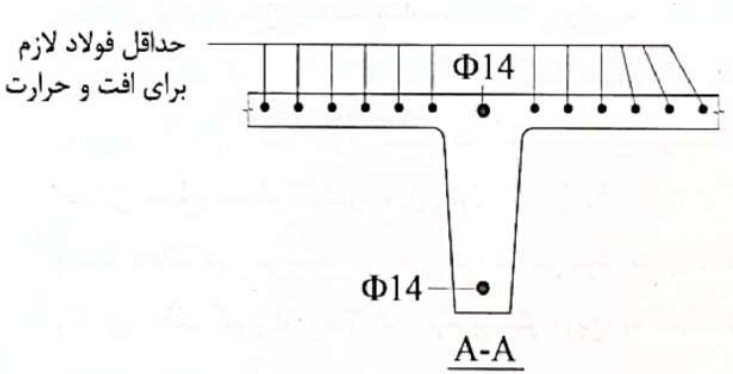
$$h - h_f \leq 3.5\, b_w$$

$$s \leq 750 \text{ mm}$$

$$V_c = 1.1 \times \frac{1}{6}\sqrt{f_c'}\, b_w d$$

CRSI Handbook (Concrete Reinforcing Steel Institute)

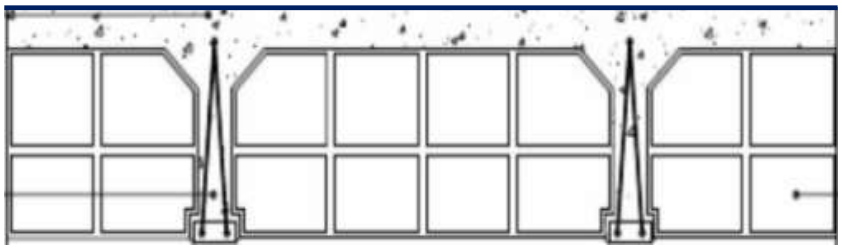




در نشریه ۵۴۳ ضوابط تیرهای مهاری سخت گیرانه تر است.

مثال

مطلوبست طراحی یک سیستم تیرچه بلوک با دهانه ساده ۷ متری تحت اثر بار مرده و زنده زیر.



ارتفاع کل تیرچه: 300 mm

ضخامت دال 50mm

عرض تیرچه 100mm

فاصله مرکز تا مرکز تیرچه 0.5m

$Fy=300MPa$

$f_c' = 20MPa$

کل بار مرده وارد به کف $D = 4.5\ kN/m^2$

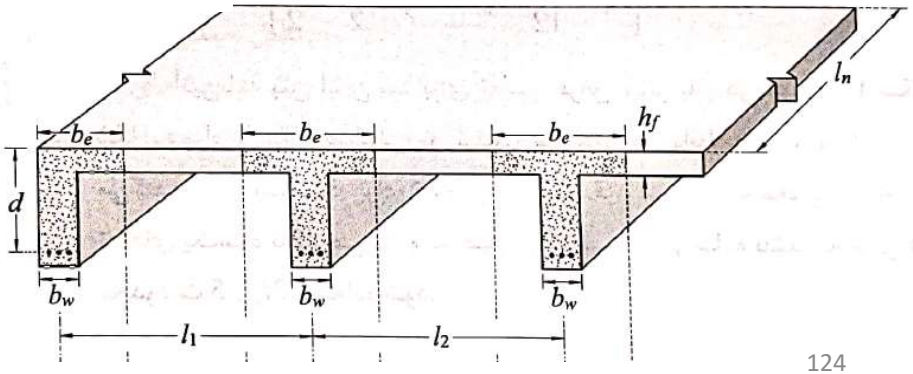
$L = 3\ kN/m^2$

$$q_u = Max\left\{\begin{array}{l} 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 4.5 + 1.6 \times 3 = 10.2 \\ \\ 1.4D = 1.4 \times 4.5 = 6.3 \end{array}\right\} = 10.2\frac{kN}{m^2}$$

یادآوری

$$b_e = \min\left\{\frac{l_n}{4}, b_w + 16h_f, \frac{l_1+l_2}{2}\right\}$$

$b_e =$ 500mm



$$M_u = \frac{(0.5 \times q_u) \times 7^2}{8} = \frac{(0.5 \times 10.2) \times 7^2}{8} = 31.2375\ kN.m$$

$2 \times \varphi 16 + 1 \times \varphi 12$ $\qquad$ $d = 300 - 20 - 8 = 272\ mm$

$$a = \frac{A_s(F_y)}{0.85(b_E)(f_c')} = \frac{515.22 \times 300}{0.85 \times 500 \times 20} = 18.18\ mm$$ < 50mm

$$M_n = A_s F_y \left(272 - \frac{a}{2}\right) = A_s \times 300 \times \left(272 - \frac{18.18}{2}\right) = 40.6\ kN.m$$

$$M_u = 31.2375 < 0.9 \times M_n = 36.6\ kN.m \quad OK.$$

کنترل برش

$$V_u = \frac{q_u \times 0.5 \times (L - 2 \times d)}{2} = \frac{10.2 \times 0.5 \times (7 - 2 \times 0.272)}{2} = 16.46\ kN$$

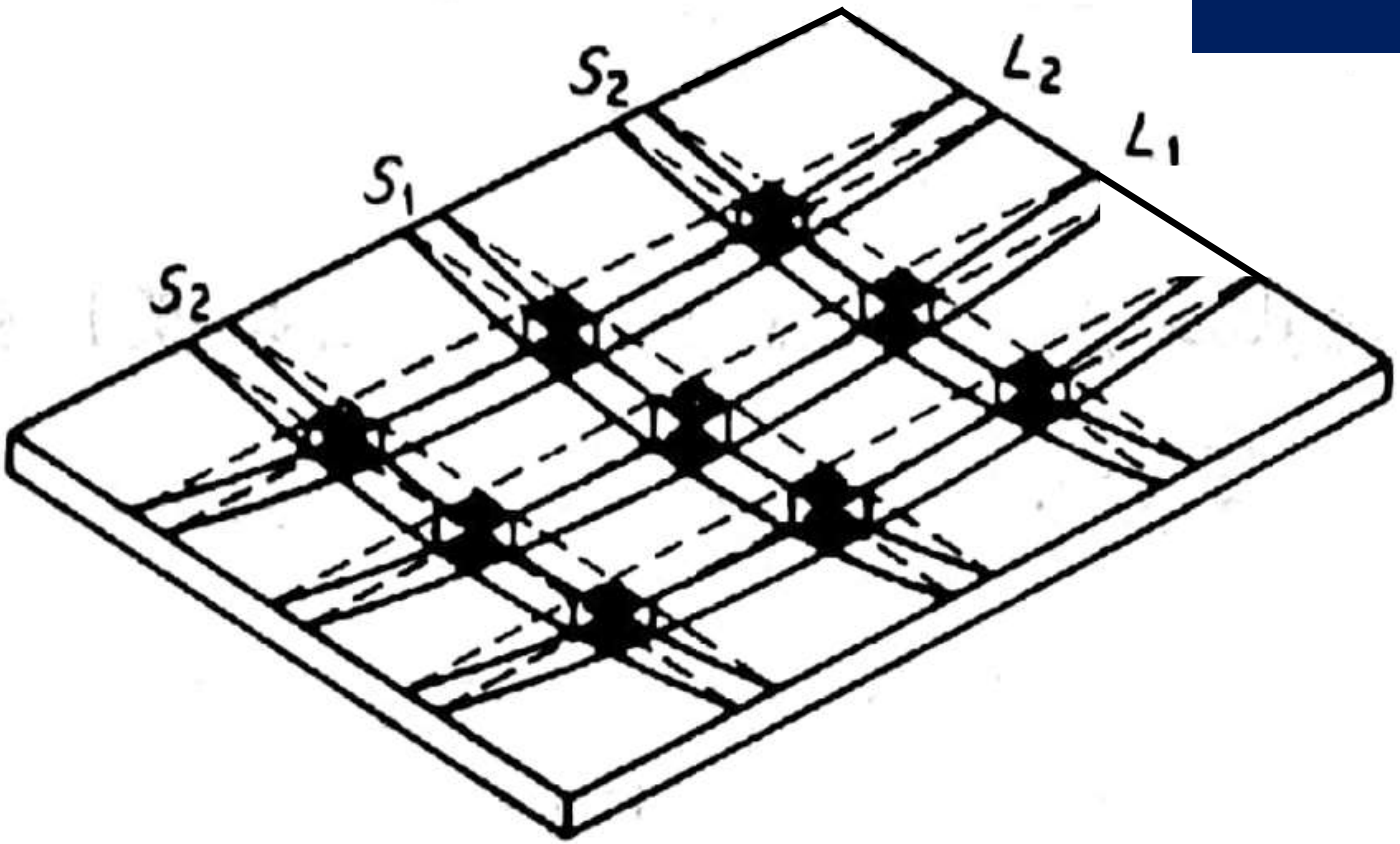
$\varphi V_c = 1.1 \times 0.75 \times 0.17 \times \sqrt{20} \times (100 \times 272) = 17.06\ kN$ > 16.46 kN $\qquad$ $OK.$

MATH!

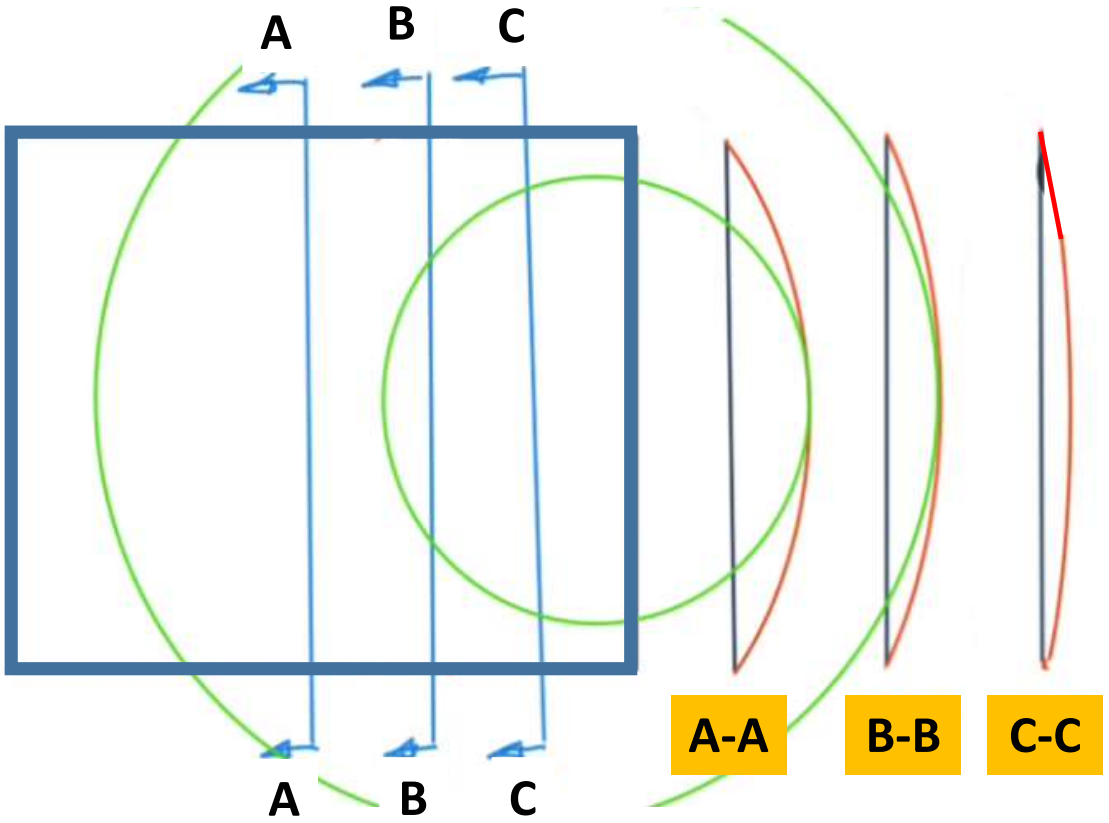
CURAVATURE

SESSION 16

تغییر شکل دال دوطرفه



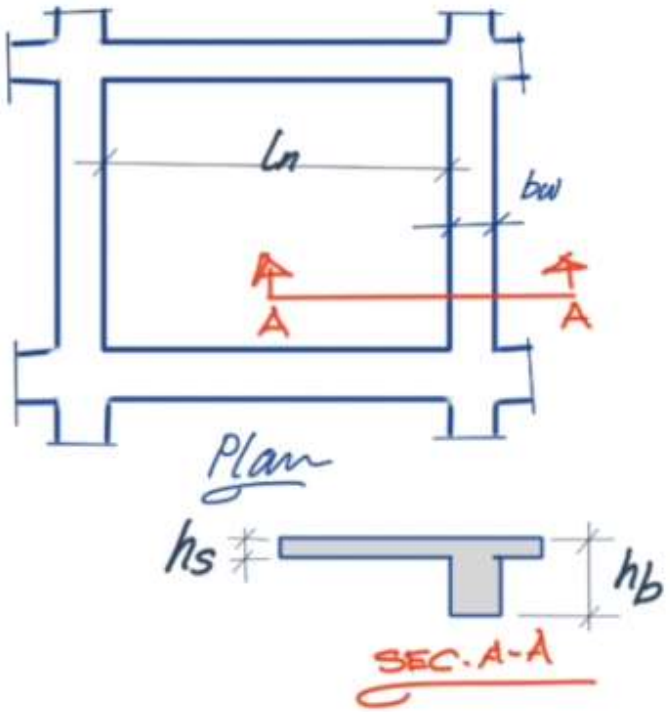
تغییر شکل دال دوطرفه



دال های دو طرفه متکی بر تکیه گاه های سخت

(روش ضرایب جدولی)

شرط استفاده از روش ضرایب جدولی



$$b_w h_b^3 / (\ell_n h_s^3) \geq 2.0$$

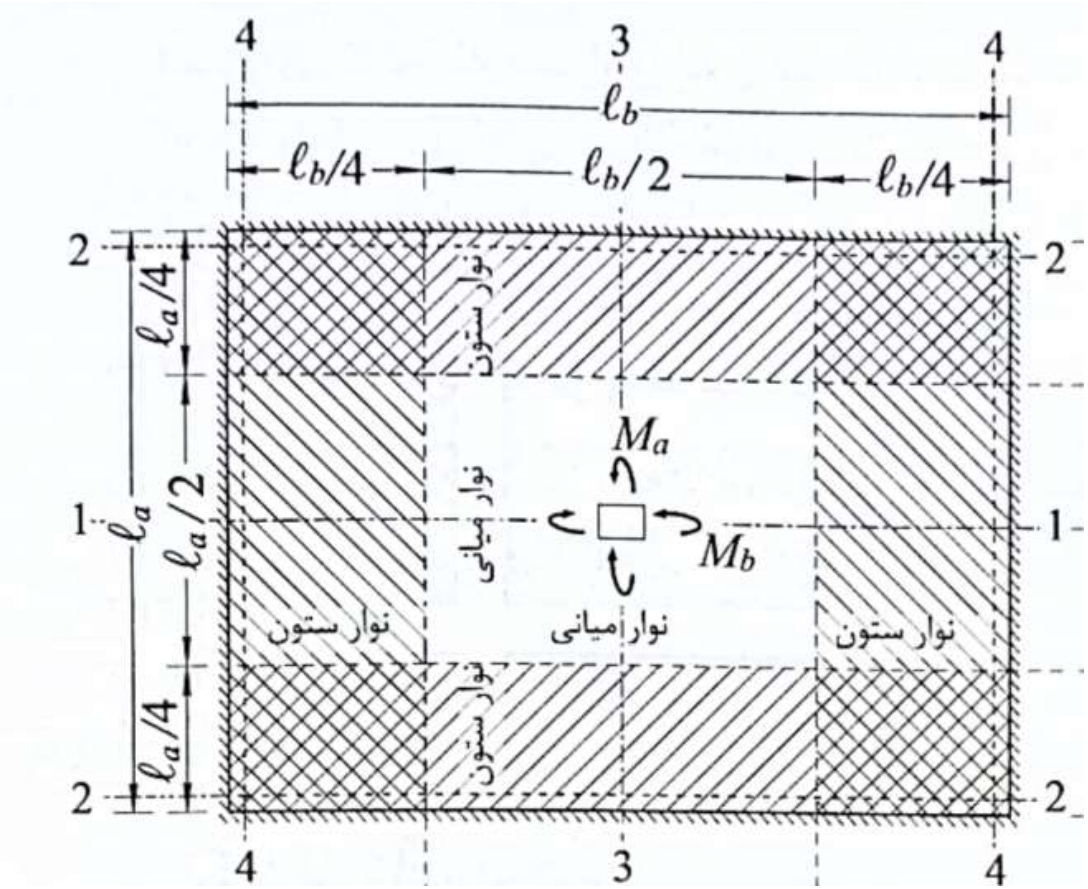
b_w : عرض جان تیر

h_b : ارتفاع تیر

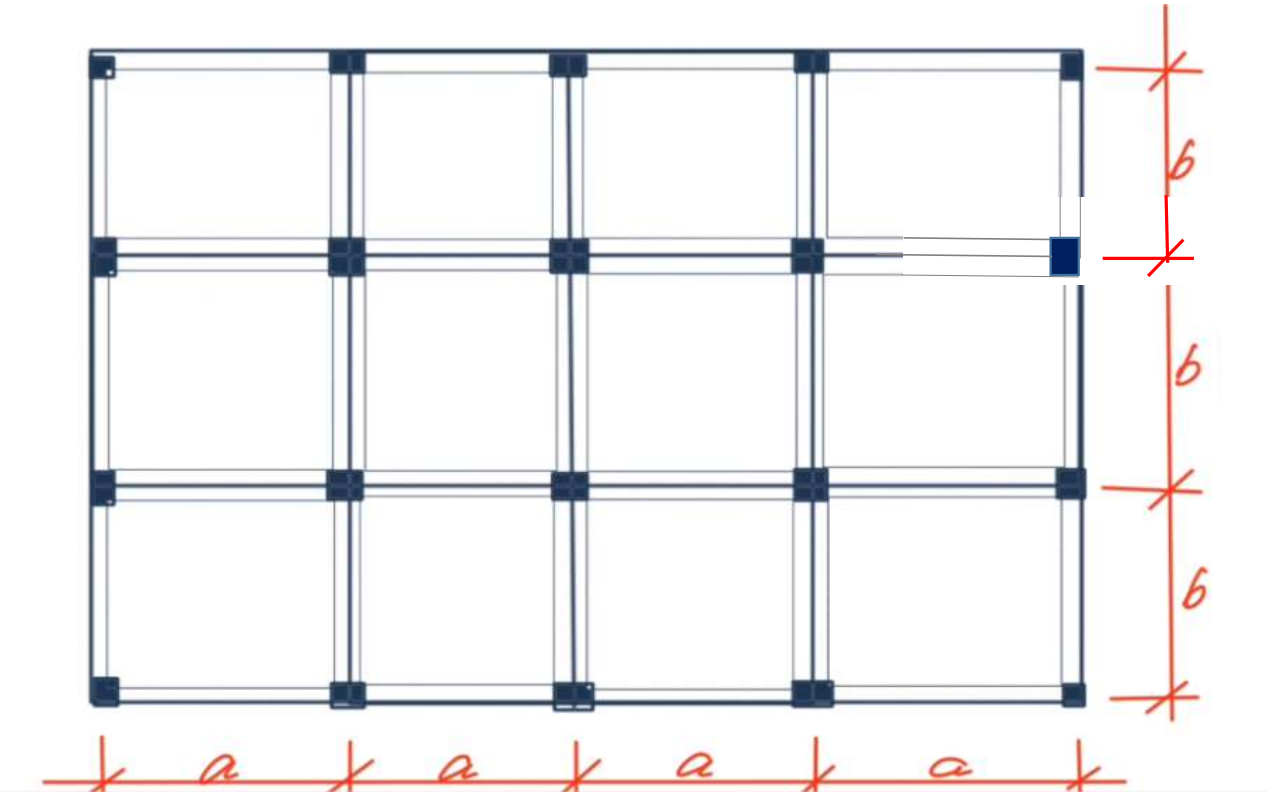
ℓ_n : دهانه آزاد تیر

h_s : ضخامت دال

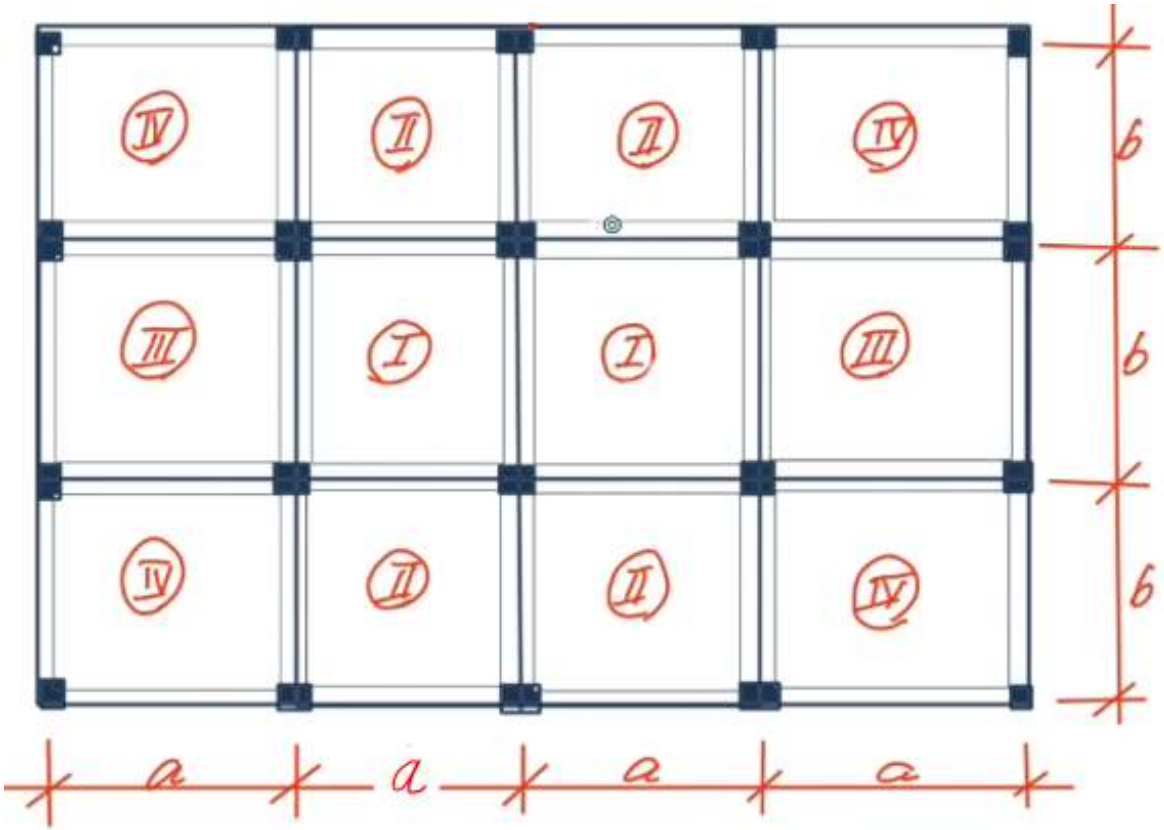
تعریف نوارها در دالهای دوطرفه



چشمه ها در دالهای دوطرفه



چشمه ها در دالهای دوطرفه



روابط حاکم در طراحی دال دوطرفه

(بروش ضرایب جدولی)

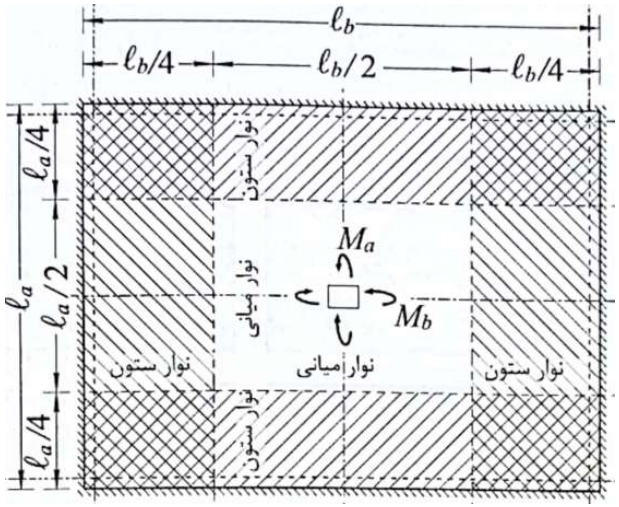
$$M_{a,des} = C_a w \ell_a^2$$

$$M_{b,des} = C_b w \ell_b^2$$

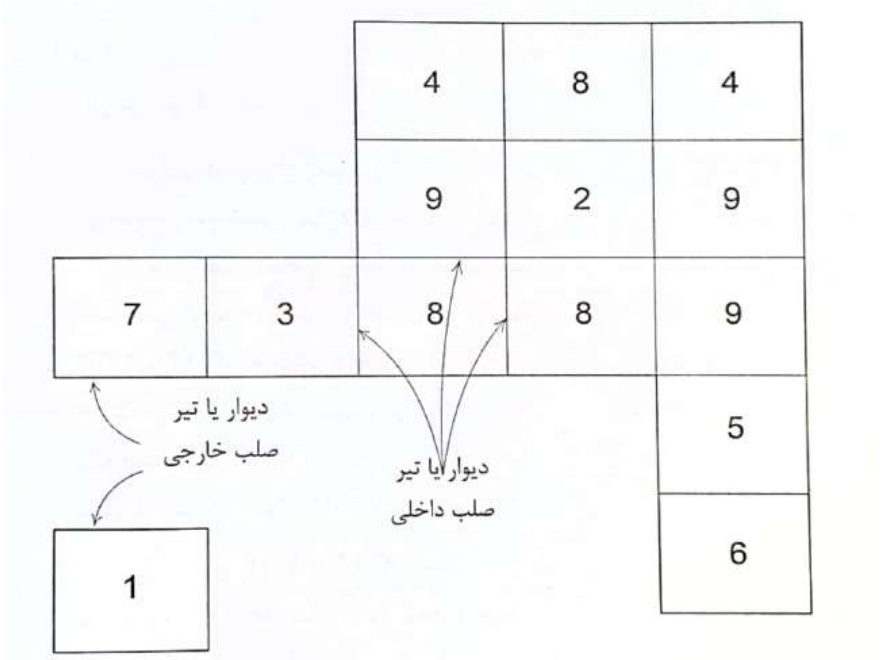
$$\ell_b \geq \ell_a$$

$$m = \ell_a / \ell_b$$

۰/۵ تا ۱/۰

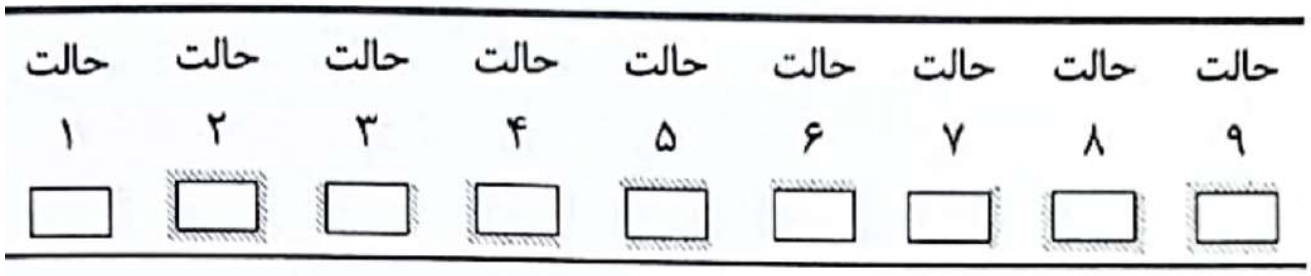


حالتهای مختلف دال دوطرفه



علامت هاشور : لبه پیوسته یا گیردار

خط ساده : تکیه گاه ساده



ضرایب لنگر خمشی منفی دال

(بر اساس بارهای مرده و زنده با ضریب)

$m=\frac{\ell_a}{\ell_b}$		حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴	حالت ۵	حالت ۶	حالت ۷	حالت ۸	حالت ۹
		□	□	□	□	□	□	□	□	□
1.00	C_a^-	----	0.045	----	0.050	0.075	0.071	----	0.033	0.061
	C_b^-	----	0.045	0.076	0.050	----	----	0.071	0.061	0.033
0.95	C_a^-	----	0.050	----	0.055	0.079	0.075	----	0.038	0.065
	C_b^-	----	0.041	0.072	0.045	----	----	0.067	0.056	0.029
0.90	C_a^-	----	0.055	----	0.060	0.080	0.079	----	0.043	0.068
	C_b^-	----	0.037	0.070	0.040	----	----	0.062	0.052	0.025
0.85	C_a^-	----	0.060	----	0.066	0.082	0.083	----	0.049	0.072
	C_b^-	----	0.031	0.065	0.034	----	----	0.057	0.046	0.021
0.80	C_a^-	----	0.065	----	0.071	0.083	0.086	----	0.055	0.075
	C_b^-	----	0.027	0.061	0.029	----	----	0.051	0.041	0.017
0.75	C_a^-	----	0.069	----	0.076	0.085	0.088	----	0.061	0.078
	C_b^-	----	0.022	0.056	0.024	----	----	0.044	0.036	0.014
0.70	C_a^-	----	0.074	----	0.081	0.086	0.091	----	0.068	0.081
	C_b^-	----	0.017	0.050	0.019	----	----	0.038	0.029	0.011
0.65	C_a^-	----	0.077	----	0.085	0.087	0.093	----	0.074	0.083
	C_b^-	----	0.014	0.043	0.015	----	----	0.031	0.024	0.008
0.60	C_a^-	----	0.081	----	0.089	0.088	0.095	----	0.080	0.085
	C_b^-	----	0.010	0.035	0.011	----	----	0.024	0.018	0.006
0.55	C_a^-	----	0.084	----	0.092	0.089	0.096	----	0.085	0.086
	C_b^-	----	0.007	0.028	0.008	----	----	0.019	0.014	0.005
0.50	C_a^-	----	0.086	----	0.094	0.090	0.097	----	0.089	0.088
	C_b^-	----	0.006	0.022	0.006	----	----	0.014	0.010	0.003

ضرایب لنگر خمشی مثبت دال

(بر اساس بارهای مرده با ضریب)

$m=\frac{\ell_a}{\ell_b}$		حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴	حالت ۵	حالت ۶	حالت ۷	حالت ۸	حالت ۹
		□	□	□	□	□	□	□	□	□
1.00	C^+_{aD}	0.036	0.018	0.018	0.027	0.027	0.033	0.027	0.020	0.023
	C^+_{bD}	0.036	0.018	0.027	0.027	0.018	0.027	0.033	0.023	0.020
0.95	C^+_{aD}	0.040	0.020	0.021	0.030	0.028	0.036	0.031	0.022	0.024
	C^+_{bD}	0.033	0.016	0.025	0.024	0.015	0.024	0.031	0.021	0.017
0.90	C^+_{aD}	0.045	0.022	0.025	0.033	0.029	0.039	0.035	0.025	0.026
	C^+_{bD}	0.029	0.014	0.024	0.022	0.013	0.021	0.028	0.019	0.015
0.85	C^+_{aD}	0.050	0.024	0.029	0.036	0.031	0.042	0.040	0.029	0.028
	C^+_{bD}	0.026	0.012	0.022	0.019	0.011	0.017	0.025	0.017	0.013
0.80	C^+_{aD}	0.056	0.026	0.034	0.039	0.032	0.045	0.045	0.032	0.029
	C^+_{bD}	0.023	0.011	0.020	0.016	0.009	0.015	0.022	0.015	0.010
0.75	C^+_{aD}	0.061	0.028	0.040	0.043	0.033	0.048	0.051	0.036	0.031
	C^+_{bD}	0.019	0.009	0.018	0.013	0.007	0.012	0.020	0.013	0.007
0.70	C^+_{aD}	0.068	0.030	0.046	0.046	0.035	0.051	0.058	0.040	0.033
	C^+_{bD}	0.016	0.007	0.016	0.016	0.005	0.009	0.017	0.011	0.006
0.65	C^+_{aD}	0.074	0.032	0.054	0.050	0.036	0.054	0.065	0.044	0.034
	C^+_{bD}	0.013	0.006	0.014	0.009	0.004	0.007	0.014	0.009	0.005
0.60	C^+_{aD}	0.081	0.034	0.062	0.053	0.037	0.056	0.073	0.048	0.036
	C^+_{bD}	0.010	0.004	0.011	0.007	0.003	0.006	0.012	0.007	0.004
0.55	C^+_{aD}	0.088	0.035	0.071	0.056	0.038	0.058	0.081	0.052	0.037
	C^+_{bD}	0.008	0.003	0.009	0.005	0.002	0.004	0.009	0.005	0.003
0.50	C^+_{aD}	0.095	0.037	0.080	0.059	0.039	0.061	0.089	0.056	0.038
	C^+_{bD}	0.006	0.002	0.007	0.004	0.001	0.003	0.007	0.004	0.002

ضرایب لنگر خمشی مثبت دال

(بر اساس بارهای زنده با ضریب)

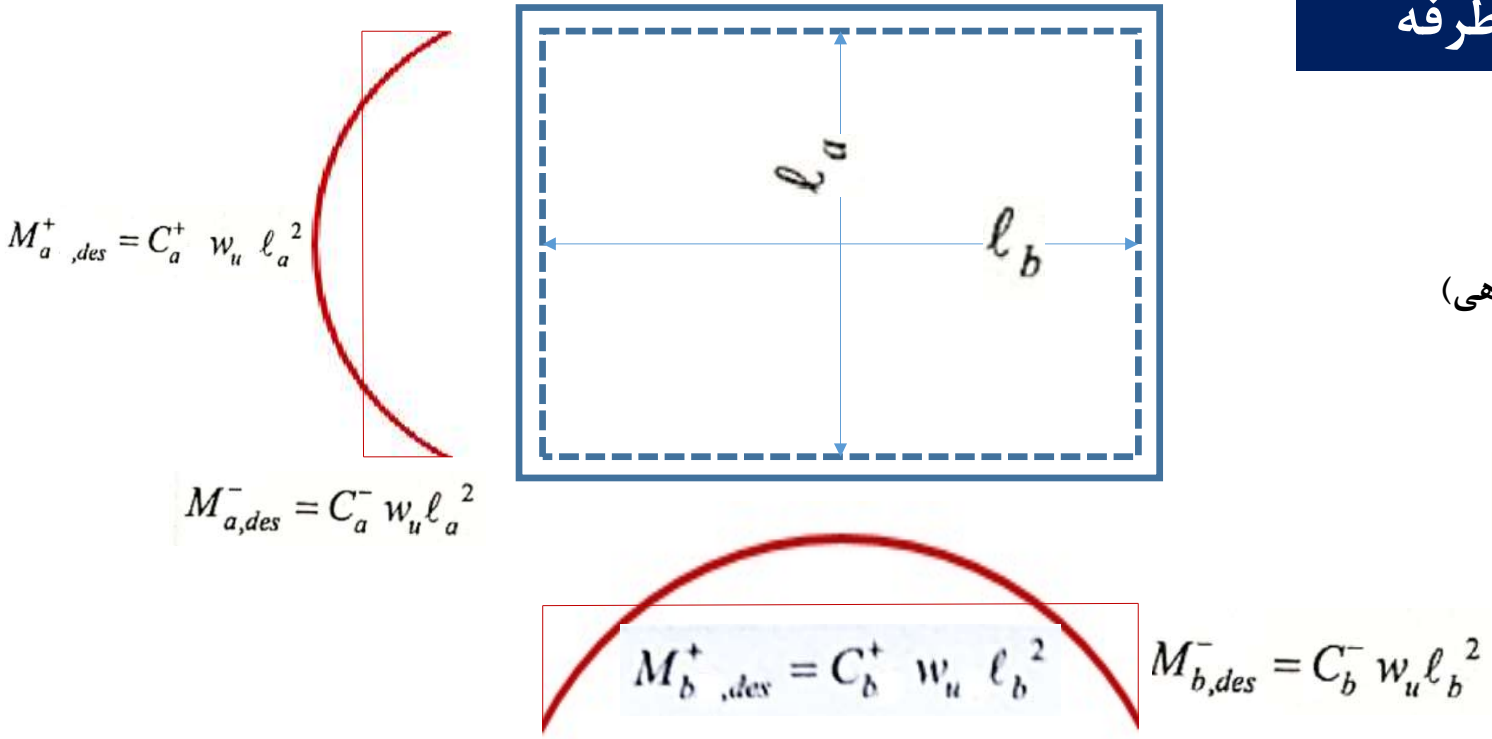
$m=\frac{\ell_a}{\ell_b}$		حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴	حالت ۵	حالت ۶	حالت ۷	حالت ۸	حالت ۹
1.00	C_{aL}^{+}	0.036	0.027	0.027	0.032	0.032	0.035	0.032	0.028	0.030
	C_{bL}^{+}	0.036	0.027	0.032	0.032	0.027	0.032	0.035	0.030	0.028
0.95	C_{aL}^{+}	0.040	0.030	0.031	0.035	0.034	0.038	0.036	0.031	0.032
	C_{bL}^{+}	0.033	0.025	0.029	0.029	0.024	0.029	0.032	0.027	0.025
0.90	C_{aL}^{+}	0.045	0.034	0.035	0.039	0.037	0.042	0.040	0.035	0.036
	C_{bL}^{+}	0.029	0.022	0.027	0.026	0.021	0.025	0.029	0.024	0.022
0.85	C_{aL}^{+}	0.050	0.037	0.040	0.043	0.041	0.046	0.045	0.040	0.039
	C_{bL}^{+}	0.026	0.019	0.024	0.023	0.019	0.022	0.026	0.022	0.020
0.80	C_{aL}^{+}	0.056	0.041	0.045	0.048	0.044	0.051	0.051	0.044	0.042
	C_{bL}^{+}	0.023	0.017	0.022	0.020	0.016	0.019	0.023	0.019	0.017
0.75	C_{aL}^{+}	0.061	0.045	0.051	0.052	0.047	0.055	0.056	0.049	0.046
	C_{bL}^{+}	0.019	0.014	0.019	0.016	0.013	0.016	0.020	0.016	0.013
0.70	C_{aL}^{+}	0.068	0.049	0.057	0.057	0.051	0.060	0.063	0.054	0.050
	C_{bL}^{+}	0.016	0.012	0.016	0.014	0.011	0.013	0.017	0.014	0.011
0.65	C_{aL}^{+}	0.074	0.053	0.064	0.062	0.055	0.064	0.070	0.059	0.054
	C_{bL}^{+}	0.013	0.010	0.014	0.011	0.009	0.010	0.014	0.011	0.009
0.60	C_{aL}^{+}	0.081	0.058	0.071	0.067	0.059	0.068	0.077	0.065	0.059
	C_{bL}^{+}	0.010	0.007	0.011	0.009	0.007	0.008	0.011	0.009	0.007
0.55	C_{aL}^{+}	0.088	0.062	0.080	0.072	0.063	0.073	0.085	0.070	0.063
	C_{bL}^{+}	0.008	0.006	0.009	0.007	0.005	0.006	0.009	0.007	0.006
0.50	C_{aL}^{+}	0.095	0.066	0.088	0.077	0.067	0.078	0.092	0.070	0.067
	C_{bL}^{+}	0.006	0.004	0.007	0.005	0.004	0.005	0.007	0.005	0.004

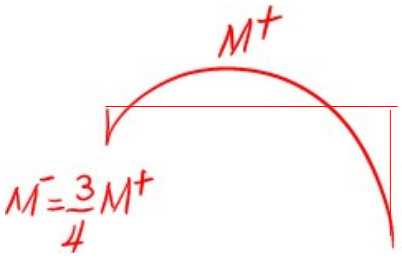
$m = \frac{\ell_a}{\ell_b}$		حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴	حالت ۵	حالت ۶	حالت ۷	حالت ۸	حالت ۹
		□	□	□	□	□	□	□	□	□
1.00	w_a	0.50	0.50	0.17	0.50	0.83	0.71	0.29	0.33	0.67
	w_b	0.50	0.50	0.83	0.50	0.17	0.29	0.71	0.67	0.33
0.95	w_a	0.55	0.55	0.20	0.55	0.86	0.75	0.33	0.38	0.71
	w_b	0.45	0.45	0.80	0.45	0.14	0.25	0.67	0.62	0.29
0.90	w_a	0.60	0.60	0.23	0.60	0.88	0.79	0.38	0.43	0.75
	w_b	0.40	0.40	0.77	0.40	0.12	0.21	0.62	0.57	0.25
0.85	w_a	0.66	0.66	0.28	0.66	0.90	0.83	0.43	0.49	0.79
	w_b	0.34	0.34	0.72	0.34	0.10	0.17	0.57	0.51	0.21
0.80	w_a	0.71	0.71	0.33	0.71	0.92	0.86	0.49	0.55	0.83
	w_b	0.29	0.29	0.67	0.29	0.08	0.14	0.51	0.45	0.17
0.75	w_a	0.76	0.76	0.39	0.76	0.94	0.88	0.56	0.61	0.86
	w_b	0.24	0.24	0.61	0.24	0.06	0.12	0.44	0.39	0.14
0.70	w_a	0.81	0.81	0.45	0.81	0.95	0.91	0.62	0.68	0.89
	w_b	0.19	0.19	0.55	0.19	0.05	0.09	0.38	0.32	0.11
0.65	w_a	0.85	0.85	0.53	0.85	0.96	0.93	0.69	0.74	0.92
	w_b	0.15	0.15	0.47	0.15	0.04	0.07	0.31	0.26	0.08
0.60	w_a	0.89	0.89	0.61	0.89	0.97	0.95	0.76	0.80	0.94
	w_b	0.11	0.11	0.39	0.11	0.03	0.05	0.24	0.20	0.06
0.55	w_a	0.92	0.92	0.69	0.92	0.98	0.96	0.81	0.85	0.95
	w_b	0.08	0.08	0.31	0.08	0.02	0.04	0.19	0.15	0.05
0.50	w_a	0.94	0.94	0.76	0.94	0.99	0.97	0.86	0.89	0.97
	w_b	0.06	0.06	0.24	0.06	0.01	0.03	0.14	0.11	0.03

نسبتی از بار که در محاسبه برش در دو امتداد توزیع میشود

روال طراحی دال دوطرفه

- ✓ محاسبه w_u
- ✓ تعیین حالت دال (از لحاظ تکیه گاهی)
- ✓ تعیین دهانه آزاد دال ℓ_a و ℓ_b
- ✓ تعیین m $m = \ell_a / \ell_b$
- ✓ تعیین لنگرها
- ✓ طراحی آرماتورها

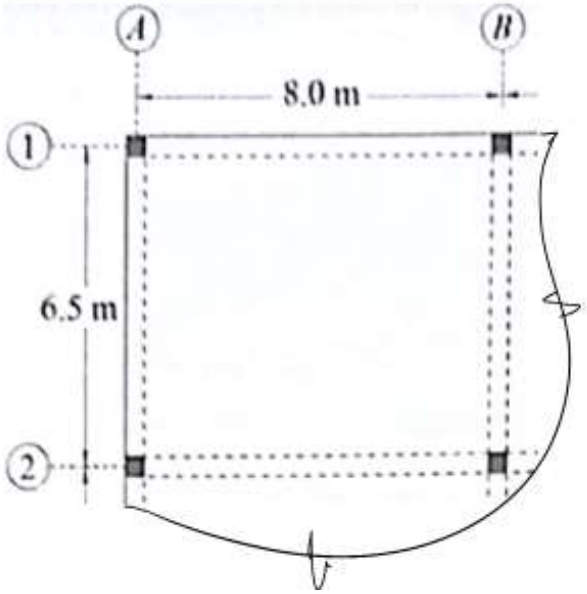




نکته: لنگر منفی در لبه‌های ناپیوسته؛ این لنگر باید معادل سه چهارم لنگر مثبت در وسط دهانه در نظر گرفته شود؛

مثال ۱۴-۱ دال نشان داده شده در شکل ۱۴-۶-الف را که در کف یک پارکینگ مورد استفاده قرار می‌گیرد، در نظر بگیرید؛ به طوری که ابعاد کلیه ستون‌ها برابر با 400×400 mm، و ابعاد کلیه‌ی تیرها 400×700 mm می‌باشد. این دال علاوه بر وزن خود، تحت بار زنده‌ای معادل $5\ \text{kN/m}^2$ قرار می‌گیرد. اگر $f'_c = 25$ MPa و $f_y = 400$ MPa باشد، برای دال گوشه و با استفاده از روش ضرایب لنگر؛

لنگرهای خمشی در نواحی نوار میانی و نوار کناری (نوار ستون) را مشخص کرده و فولادهای خمشی دال را تعیین کنید.



$$h_s = 200\ \text{mm}$$

$$\ell_b = 8.0 - 0.4 = 7.6 \text{ m} \quad ; \quad \ell_a = 6.5 - 0.4 = 6.1 \text{ m}$$

$$\ell_b / \ell_a = 7.6 / 6.1 = 1.25 < 2.0 \quad \checkmark$$

$$h_s = 200 \text{ mm}$$

$$\frac{b_w h_b^{\,3}}{\ell_n h_s^{\,3}} = \frac{400 \times 700^3}{7600 \times 200^3} = 2.26 > 2.0 \quad \checkmark$$

$$m = \frac{\ell_a}{\ell_b} = \frac{6.1}{7.6} = 0.80 \rightarrow w_a = 0.71 \quad , \quad w_b = 0.29$$

$$w_c = 24 \text{ kN/m}^3$$

$$w_D = 0.2 \times 24 = 4.8 \text{ kN/m}^2$$

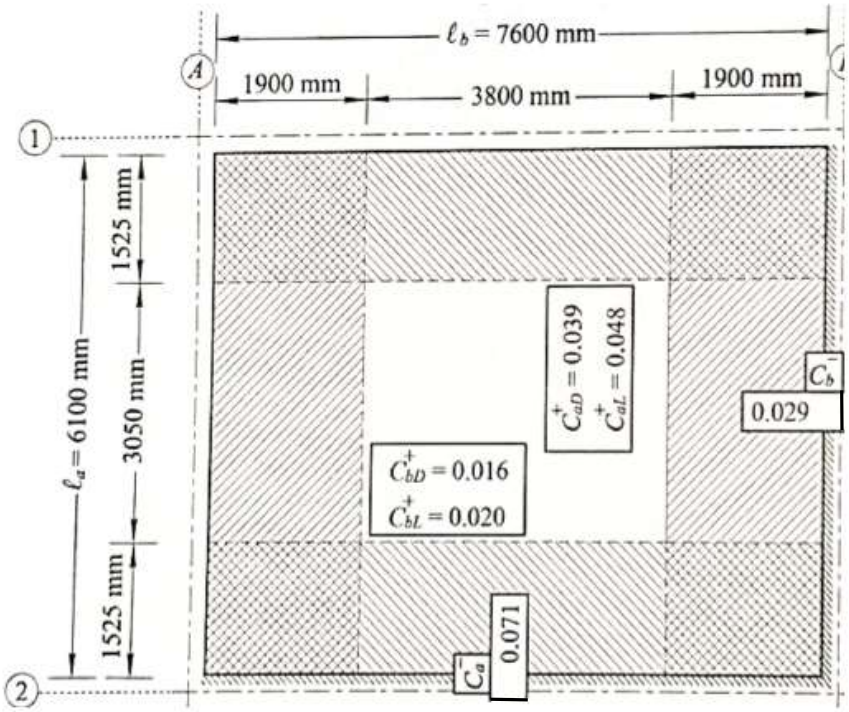
$$w_u = 1.2\, w_D + 1.6\, w_L = 1.2 \times 4.8 + 1.6 \times 5.0 = 13.76 \text{ kN/m}^2$$

- برای دال با حالت ۴:

$C_a^- = 0.071$; $C_b^- = 0.029$

بار مرده : $C_{aD}^+ = 0.039$; $C_{bD}^+ = 0.016$

بار زنده : $C_{aL}^+ = 0.048$; $C_{bL}^+ = 0.020$



۱- لنگر منفی در لبه‌های پیوسته

$$M_{a,des}^- = C_a^- w_u \ell_a^{\,2} = 0.071 \times 13.76 \times 6.1^2 = \underline{36.4 \text{ kN.m/m}}$$

$$M_{b,des}^- = C_b^- w_u \ell_b^{\,2} = 0.029 \times 13.76 \times 7.6^2 = \underline{23.0 \text{ kN.m/m}}$$

۲- لنگر مثبت در وسط دهانه

بار مرده : $M_{aD,des}^+ = C_{aD}^+ w_{uD} \ell_a^{\,2} = 0.039 \times (1.2 \times 4.8) \times 6.1^2 = 8.4 \text{ kN.m/m}$

بار زنده : $M_{aL,des}^+ = C_{aL}^+ w_{uL} \ell_a^{\,2} = 0.048 \times (1.6 \times 5.0) \times 6.1^2 = 14.3 \text{ kN.m/m}$

بار کل : $M_{a,des}^+ = 8.4 + 14.3 = \underline{22.7 \text{ kN.m/m}}$

بار مرده : $M^{+}_{bD,des} = C^{+}_{bD}\, w_{uD} \ell_b{}^2 = 0.016 \times 5.76 \times 7.6^2 = 5.3 \text{ kN.m/m}$

بار زنده : $M^{+}_{bL,des} = C^{+}_{bL}\, w_{uL} \ell_b{}^2 = 0.020 \times 8.0 \times 7.6^2 = 9.2 \text{ kN} \cdot \text{m/m}$

بار کل : $M^{+}_{b,des} = 5.3 + 9.2 = \underline{\underline{14.5 \text{ kN.m/m}}}$

۳- لنگر منفی در لبه‌های ناپیوسته؛ این لنگر باید معادل سه چهارم لنگر مثبت در وسط دهانه در نظر گرفته شود؛ یعنی:

$$M^{-}_{a,des} = 0.75 \times 22.7 = \underline{\underline{17.0 \text{ kN} \cdot \text{m/m}}}$$

$$M^{-}_{b,des} = 0.75 \times 14.5 = \underline{\underline{10.9 \text{ kN} \cdot \text{m/m}}}$$

در جهت کوتاه : $d = 200 - (20 + 12/2) = 174 \text{ mm}$

در جهت بلند : $d = 174 - 12 = 162 \text{ mm}$

$$M^{-}_{a,des} = 36.4 \text{ kN} \cdot \text{m/m} \quad ; \quad R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{36.4 \times 10^6}{0.9 \times 1000 \times 174^2} = 1.34 \text{ MPa}$$

$$m = \frac{f_y}{0.85\, f'_c} = \frac{400}{0.85 \times 25} = 18.82$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2m\, R_n}{f_y}}\right\} = 0.00346$$

$$A_s = \rho b d = 0.00346 \times 1000 \times 174 = 602 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s,\min} = 0.0020\, bh = 0.0020 \times 1000 \times 200 = 400 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\Phi 12 \equiv 113 \text{ mm}^2 \quad ; \quad s = 113/602 = 0.188 \text{ m} \equiv 188 \text{ mm}$$

$$s_{\max} = \min\{3h\ ,\ 350 \text{ mm}\} = 350 \text{ mm} \quad , \quad s = 188 \text{ mm} < s_{\max} \quad \checkmark$$

USE $\Phi 12 @ 180 \text{ mm}$

دهانه	موقعیت	لنگر خمشی (kN.m/m)	d (mm)	R_n (MPa)	ρ (A_s)	فولاد گذاری
کوتاه	لبه‌ی پیوسته	-36.4	174	1.18	0.00346	22Φ12 @180 mm
	وسط دهانه	+22.7	174	0.83	0.0021 ($A_s < A_{s,min}$)	14Φ12 @280 mm
	لبه‌ی غیر پیوسته	-17.0	174	0.62	($A_s < A_{s,min}$)	14Φ12 @280 mm
بلند	لبه‌ی پیوسته	-23.0	162	0.98	0.0029	22Φ12 @180 mm
	وسط دهانه	+14.5	162	0.61	($A_s < A_{s,min}$)	14Φ12 @280 mm
	لبه‌ی غیر پیوسته	-10.9	162	0.46	($A_s < A_{s,min}$)	14Φ12 @280 mm

- **فولادهای خمشی دال در نوار ستون**

به طور متوسط لنگر خمشی در نوار ستون، دو سوم مقدار لنگر خمشی در نوار میانی است.

کنترل برش

$$w_u = 1.2\,w_D + 1.6\,w_L = 1.2\times 4.8 + 1.6\times 5.0 = 13.76\ \text{kN/m}^2$$

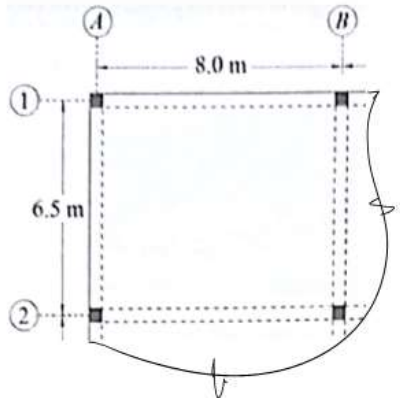
برش در دال در بر لبه‌ی بلند $= V_u = (0.71\times 13.76)\times 6.1 \times 7.6/(2\times 7.6) = 29.8\ \text{kN/m}$

مقاومت برشی دال (رابطه‌ی ۷-۲۰) $= V_c = 0.17\,\lambda\sqrt{f'_c}\,b_w d$

$$\phi V_c = 0.75\times 0.17\times 1.0\times\sqrt{25}\times 1000\times(200-25) = 111.6\times 10^3\ \text{N/m}$$

$$V_u < \phi V_c \quad \underline{\text{O.K.}} \quad \rightarrow \quad \text{USE} \quad h = 200\ \text{mm}$$

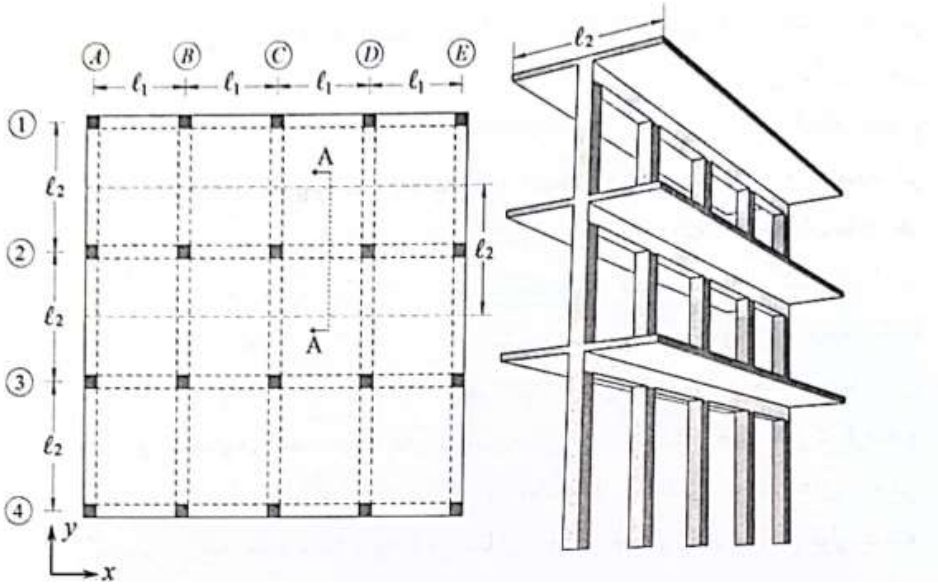
$m=\frac{\ell_a}{\ell_b}$		حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴	حالت ۵	حالت ۶	حالت ۷	حالت ۸	حالت ۹
1.00	w_a	0.50	0.50	0.17	0.50	0.83	0.71	0.29	0.33	0.67
	w_b	0.50	0.50	0.83	0.50	0.17	0.29	0.71	0.67	0.33
0.95	w_a	0.55	0.55	0.20	0.55	0.86	0.75	0.33	0.38	0.71
	w_b	0.45	0.45	0.80	0.45	0.14	0.25	0.67	0.62	0.29
0.90	w_a	0.60	0.60	0.23	0.60	0.88	0.79	0.38	0.43	0.75
	w_b	0.40	0.40	0.77	0.40	0.12	0.21	0.62	0.57	0.25
0.85	w_a	0.66	0.66	0.28	0.66	0.90	0.83	0.43	0.49	0.79
	w_b	0.34	0.34	0.72	0.34	0.10	0.17	0.57	0.51	0.21
0.80	w_a	0.71	0.71	0.33	0.71	0.92	0.86	0.49	0.55	0.83
	w_b	0.29	0.29	0.67	0.29	0.08	0.14	0.51	0.45	0.17

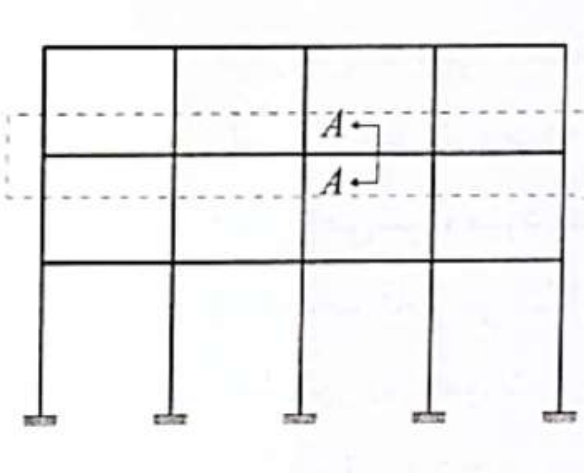


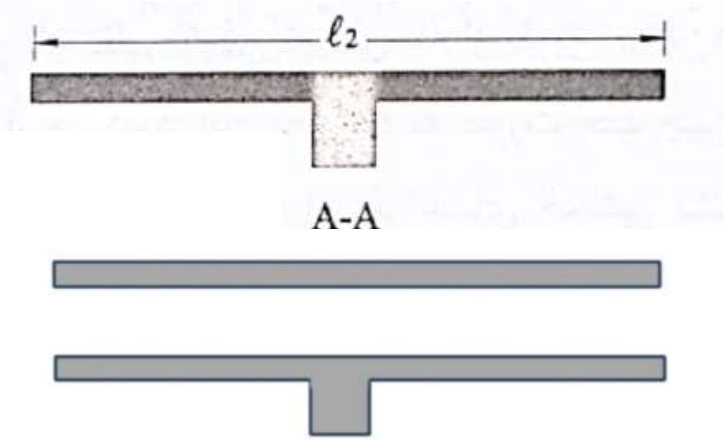
آنالیز و طراحی دال های دو طرفه تحت اثر بارهای ثقلی

- روش مستقیم
- روش قاب معادل

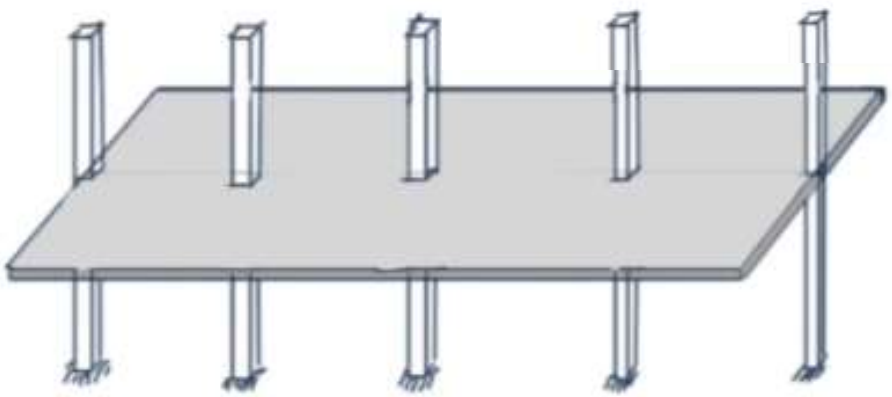
مفهوم روش

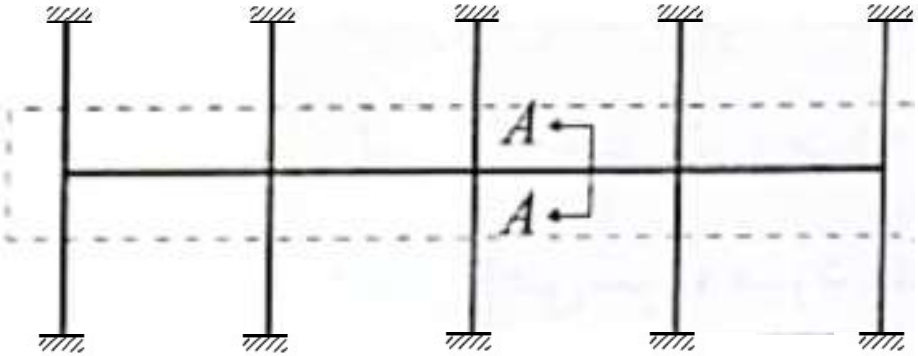


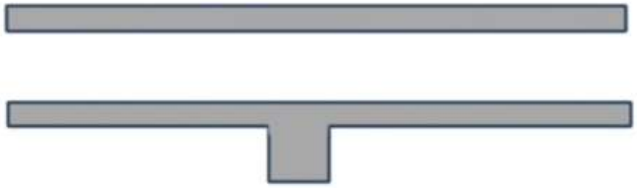




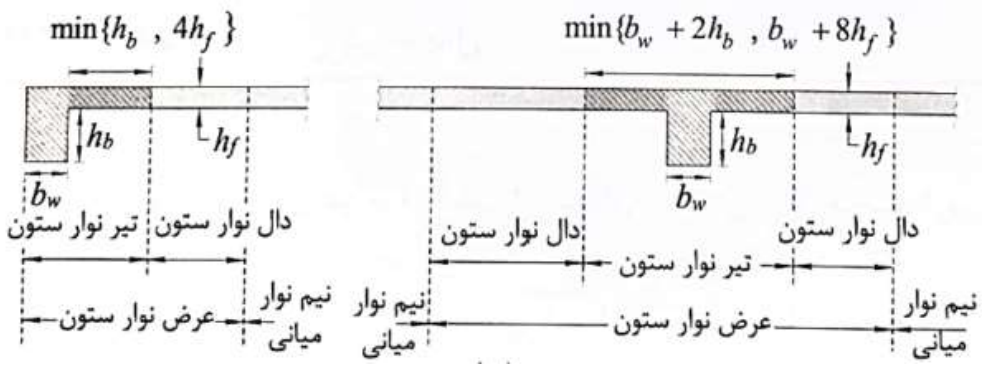
مفهوم روش

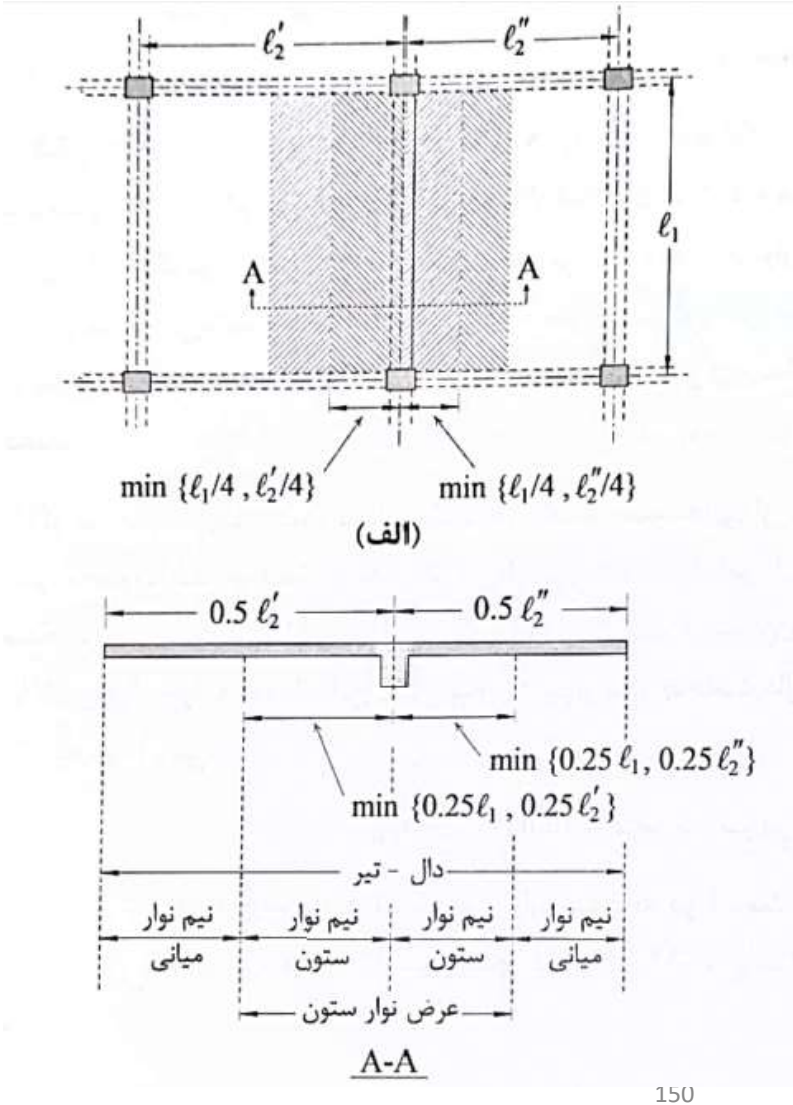






مفهوم روش


min{h_b , $4h_f$}
h_b
h_f
b_w
تیر نوار ستون
دال نوار ستون
عرض نوار ستون
نیم نوار میانی
min{$b_w + 2h_b$, $b_w + 8h_f$}
h_b
h_f
b_w
دال نوار ستون
تیر نوار ستون
دال نوار ستون
عرض نوار ستون
نیم نوار میانی
نیم نوار میانی


ℓ_2'
ℓ_2''
ℓ_1
A
A
min {$\ell_1/4$, $\ell_2'/4$}
min {$\ell_1/4$, $\ell_2''/4$}
(الف)
0.5 ℓ_2'
0.5 ℓ_2''
min {0.25 ℓ_1, 0.25 ℓ_2''}
min {0.25ℓ_1 , 0.25 ℓ_2'}
دال - تیر
نیم نوار میانی
نیم نوار ستون
نیم نوار ستون
نیم نوار میانی
عرض نوار ستون
A-A

شرایط استفاده از روش مستقیم

۱- حداقل باید سه دهانه‌ی پیوسته‌ی دال در هر راستا وجود داشته باشد.

۲- چشمه‌های دال باید با پلان مستطیلی بوده و نسبت طول دهانه‌ی بلند به طول دهانه‌ی کوتاه که از مرکز تا مرکز تکیه‌گاه‌ها اندازه‌گیری می‌شود، بزرگ‌تر از ۲/۰ نباشد.

۳- فاصله‌ی مرکز تا مرکز دهانه‌های متوالی در هر جهت بیش از یک سوم دهانه‌ی بزرگ‌تر، اختلاف نداشته باشد.

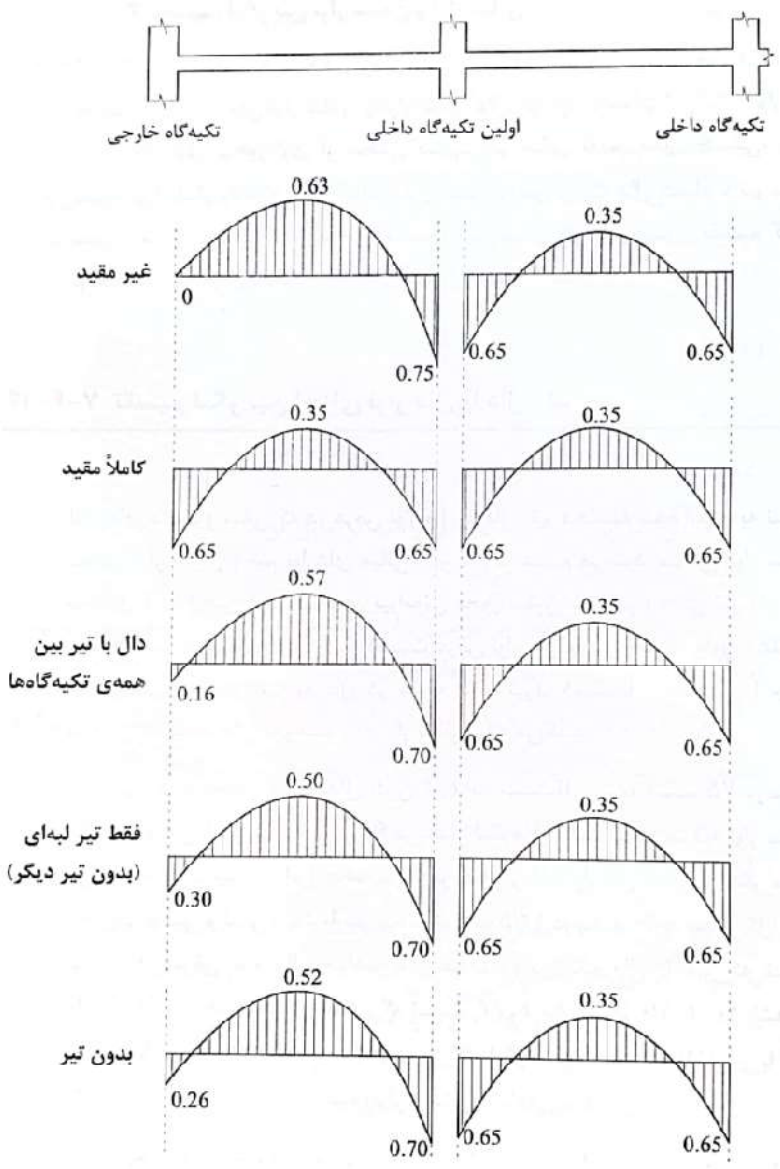
۴- خروج از مرکزیت ستون‌ها نسبت به هر یک از محورهای مرکزی ستون‌های متوالی، حداکثر ۱۰ درصد طول دهانه (در جهت خروج از مرکزیت)، فاصله داشته باشد.

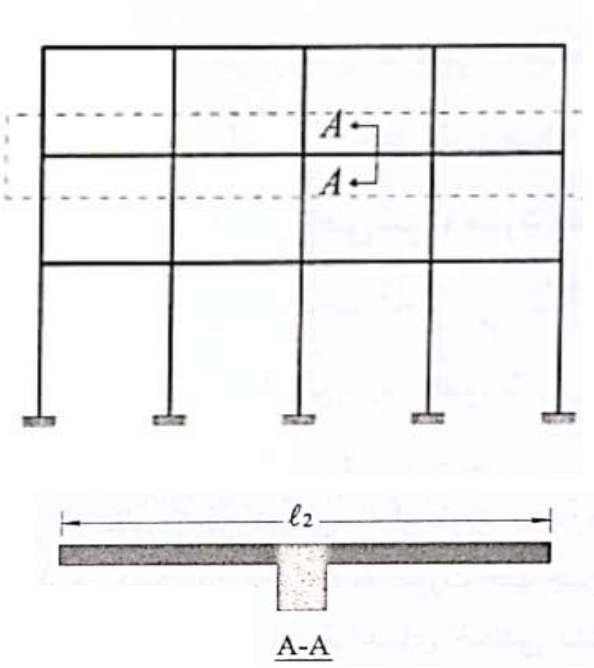
۵- تمام بارها از نوع بارهای ثقلی بوده و به صورت یک‌نواخت بر روی کل چشمه‌ی دال توزیع شده باشند. بار زنده نباید بیش از دو برابر بار مرده باشد.

۶- برای یک چشمه‌ی دال که در هر چهار طرف روی تیر قرار گرفته است، سختی نسبی تیرها در دو جهت متعامد باید در رابطه‌ی زیر صدق کند؛ که ضرایب α_f از رابطه‌ی (۱۴-۱۱) تعیین می‌شوند.

$$0.2 \le \frac{\alpha_{f1}\ell_2^{\,2}}{\alpha_{f2}\ell_1^{\,2}} \le 5.0$$

تغییرات لنگر در روش مستقیم





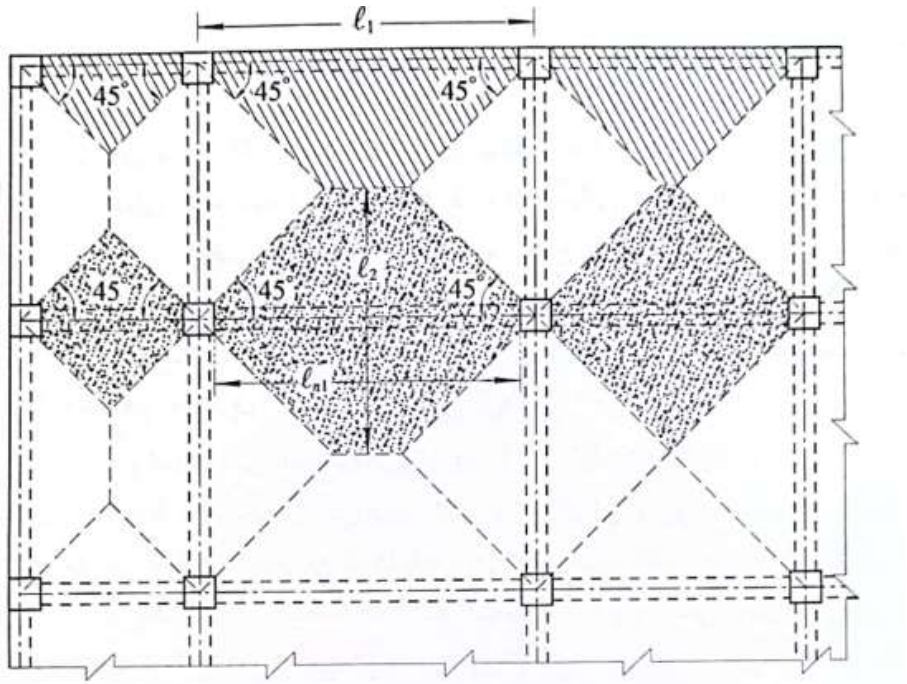
$$M_0 = \frac{w_u \ell_2 \ell_n^{\,2}}{8}$$

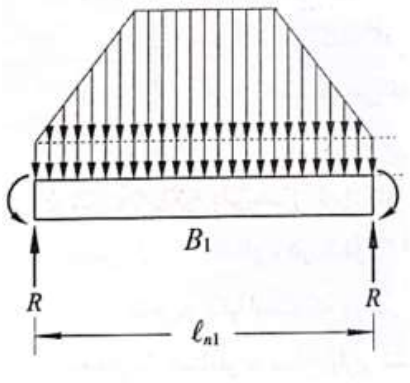
ممان استاتیک

برش در دال های دو طرفه

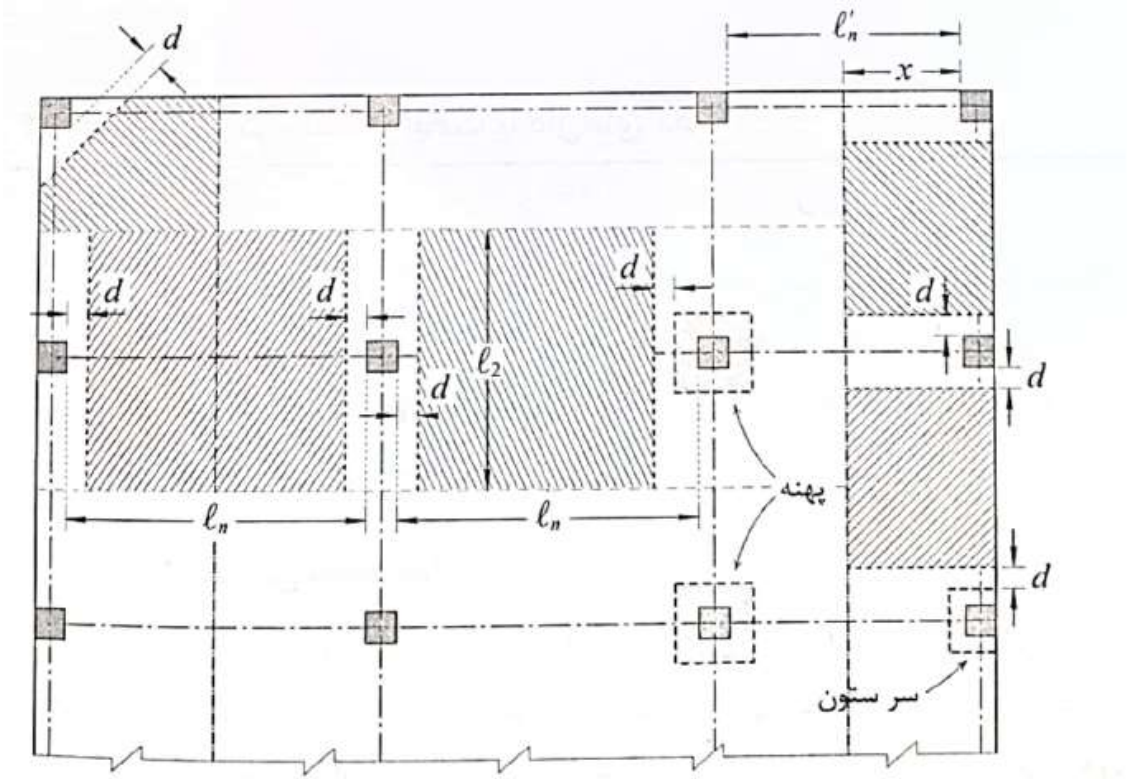
- دالهای دو طرفه دارای تیر
- دالهای دو طرفه بدون تیر

دالهای دو طرفه دارای تیر





دالهای دو طرفه بدون تیر



- برش یکطرفه
- برش دوطرفه (پانچ)

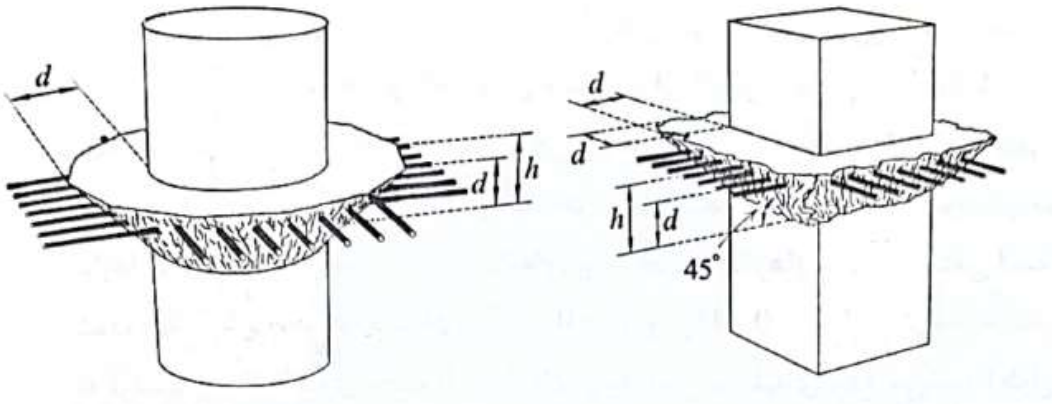
$$V_u \le \phi V_c$$

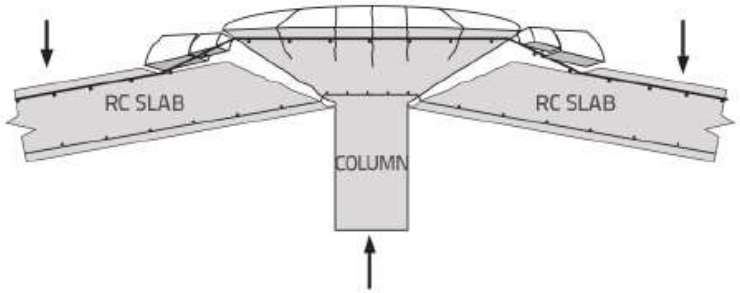
$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f_c'}\, b_w d$$

$$b_w = \ell_2$$

دالهای دو طرفه بدون تیر

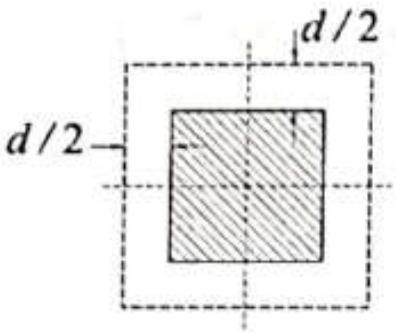
- برش دوطرفه (پانچ)

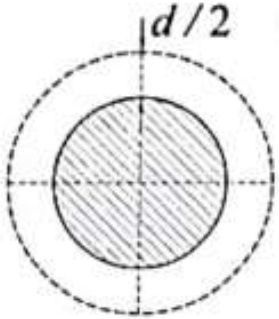


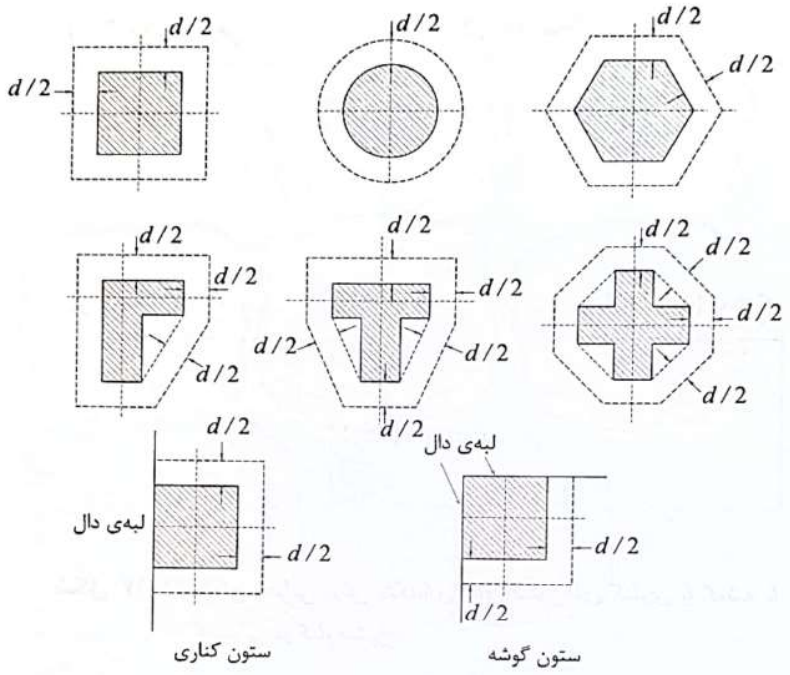


دالهای دو طرفه بدون تیر

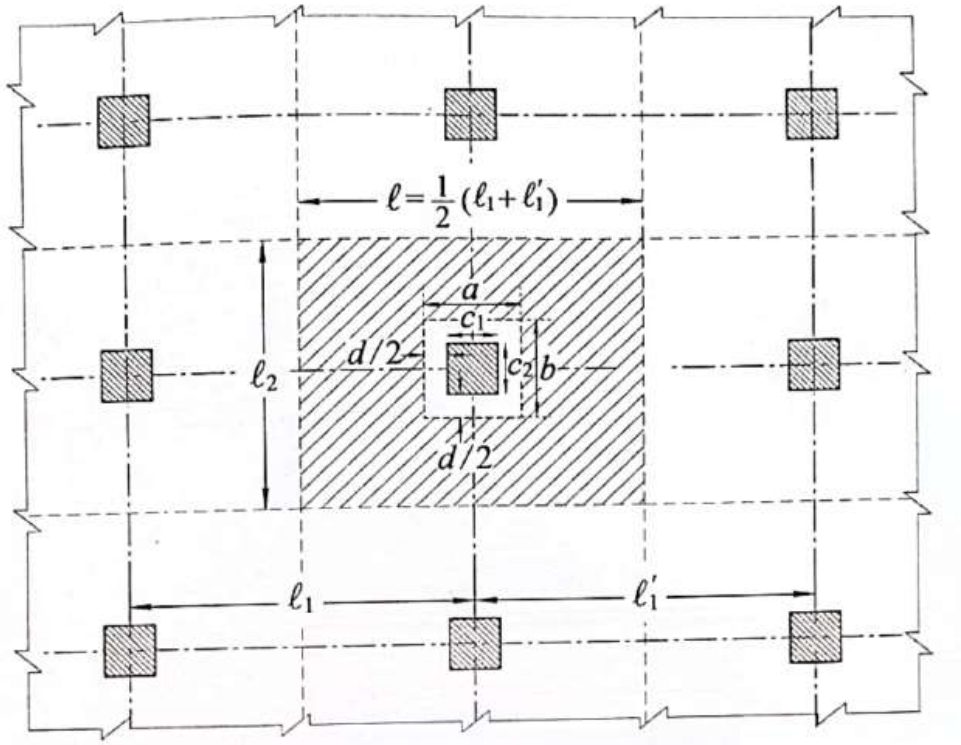
مقطع بحرانی برش پانچ







دالهای دو طرفه بدون تیر



$$V_u \le \phi V_c$$

$$b_0 = 2(a+b) = 2(c_1 + c_2 + 2d)$$

مقاومت برشی دالهای دو طرفه بدون تیر

(بدون فولاد برشی)

$$\phi V_c$$

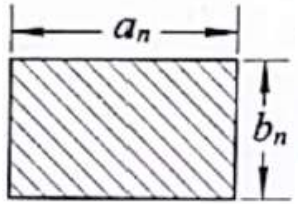
$$b_0 = 2(a+b) = 2(c_1 + c_2 + 2d)$$

$$\phi V_c = \min\{\phi V_{c1}\ ,\ \phi V_{c2}\ ,\ \phi V_{c3}\}$$

$$\phi V_{c1} = \frac{1}{3}\phi\,\lambda\sqrt{f_c'}\,b_0\,d$$

$$\phi V_{c2} = \phi\,(1+\frac{2}{\beta})\frac{\sqrt{f_c'}}{6}b_0 d$$

$$\phi V_{c3} = \phi\left(\frac{\alpha_s}{\beta_0}+2\right)\frac{\sqrt{f_c'}\,b_0\,d}{12}$$



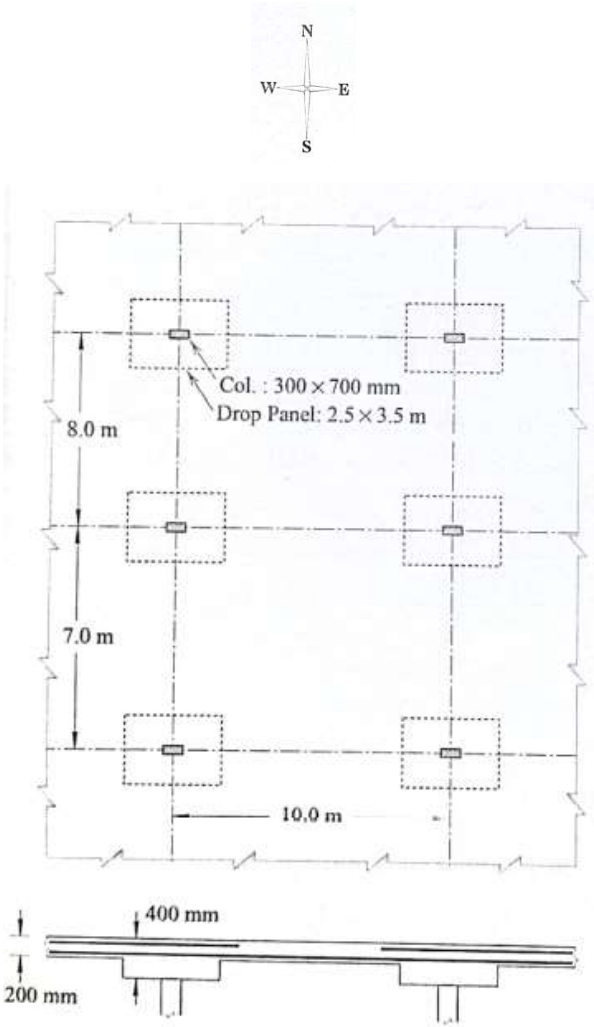
$$\beta = \frac{a_n}{b_n}$$

$$\beta_0 = b_0 / d$$

α_s برای ستون‌های

میانی	40
کناری	30
گوشه	20

مثال ۱۴-۸ دال دو طرفه‌ی تخت شکل ۱۴-۲۵ را در نظر بگیرید؛ به طوری که ابعاد ستون‌ها 300×700 mm، ابعاد پهنه (کتیبه) 2.5×3.5 m، ضخامت دال 200 mm و ضخامت پهنه (شامل ضخامت دال) برابر با 400 mm می‌باشد. در یک ناحیه از دال، دهانه‌های شرقی- غربی برابر 10.0 m، و دهانه‌های مجاور شمالی-جنوبی 8.0 m و 7.0 m هستند. به فرض آن که شدت بارهای قائم با ضریبی که روی دال اثر می‌کند، برابر با $w_u = 15\ \text{kN/m}^2$ بوده و مقاومت فشاری مشخصه‌ی بتن $f'_c = 30\ \text{MPa}$ باشد، کافی بودن ضخامت دال برای تحمل برش یک طرفه و برش دو طرفه را کنترل کنید.



کنترل برش یکطرفه

$$b = \ell_2 = (7.0+8.0)/2 = 7.5 \text{ m} \quad ; \quad b_w = 2.5 \text{ m}$$

$$h_f = 200 \text{ mm} \quad ; \quad d_{\text{پهنه}} = 400-25 = 375 \text{ mm}$$

$$V_c = \frac{1}{6}\lambda\sqrt{f'_c}\, b_w d = \frac{1}{6}\times 1.0 \times \sqrt{30} \times 2500 \times 375 = 855.8\times 10^3 \text{ N}$$

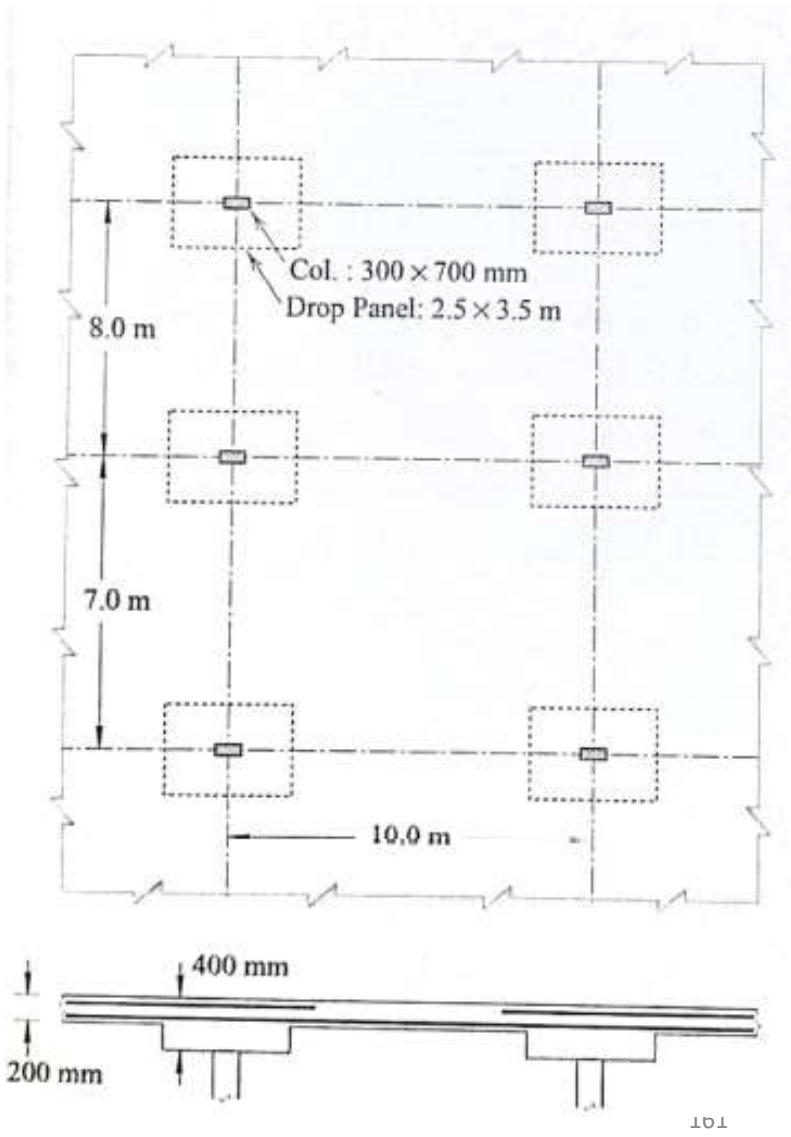
$$d = 200-25 = 175 \text{ mm} \text{ و } b = 7.5 \text{ m}$$

$$V_c = \frac{1}{6}\times 1.0 \times \sqrt{30} \times 7500 \times 175 = 1198.1\times 10^3 \text{ N}$$

$$V_u = w_u \ell_2 \left(\frac{\ell_n}{2} - d\right) \quad , \quad \ell_n = 10.0-0.7 = 9.3 \text{ m}$$

$$V_u = 15 \times 7.5 \times \left(\frac{9.3}{2} - 0.375\right) = 480.9 \text{ kN}$$

$$V_u = 480.9 \text{ kN} < \phi V_c = 0.75 \times 1198.1 = 898.6 \text{ kN} \quad \underline{\text{O.K.}}$$



کنترل برش
دو طرفه

به فاصله‌ی $d/2$ (d عمق مؤثر پهنه است) از بَر ستون؛

قطر میلگرد خمشی 10 mm پوشش بتن 20 mm

d کم‌ترین دال: $d = 200 - 20 - 10 - 10/2 = 165$ mm ; پهنه: $d = 400 - 35 = 365$ mm

ابعاد مقطع بحرانی برش منگنه‌ای: $a = c_1 + d = 700 + 365 = 1065$ mm

$$b = c_2 + d = 300 + 365 = 665 \text{ mm}$$

$$b_0 = 2(a+b) = 2\times(1065+665) = 3460 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{c_1}{c_2} = \frac{700}{300} = 2.333 > 2.0$$

حداکثر مقاومت برشی منگنه‌ای بتن مقطع : $\phi V_{c1} = \frac{1}{3}\phi \lambda \sqrt{f'_c}\, b_0\, d$

$$\phi V_{c1} = \frac{1}{3}\times 0.75\times 1.0\times \sqrt{30}\times 3460\times 365 = 1729.3\times 10^3 \text{ N}$$

تأثیر β : $\phi V_{c2} = \phi\,(1+\frac{2}{\beta})\frac{\sqrt{f'_c}}{6} b_0 d$

$$= 0.75\times\left(1+\frac{2}{2.333}\right)\times\frac{\sqrt{30}}{6}\times 3460\times 365 = 1605.8\times 10^3 \text{ N}$$

تأثیر β_0 : $\beta_0 = \frac{b_0}{d} = \frac{3460}{365} = 9.48$; $\alpha_s = 40$ (ستون میانی)

$$\phi V_{c3} = \phi\left(\frac{\alpha_s}{\beta_0}+2\right)\frac{\sqrt{f'_c}\, b_0\, d}{12} = 0.75\times\left(\frac{40}{9.48}+2\right)\times\frac{\sqrt{30}\times 3460\times 365}{12}$$

$$= 2688.8\times 10^3 \text{ N}$$

$$\phi V_c = \min\{\phi V_{c1}\ ,\ \phi V_{c2}\ ,\ \phi V_{c3}\} = \underline{\underline{1605.8 \text{ kN}}}$$

رابطه‌ی (۲۶-۱۴) : $V_u = w_u(\ell\,\ell_2 - ab)$, $\ell = (10+10)/2 = 10$ m

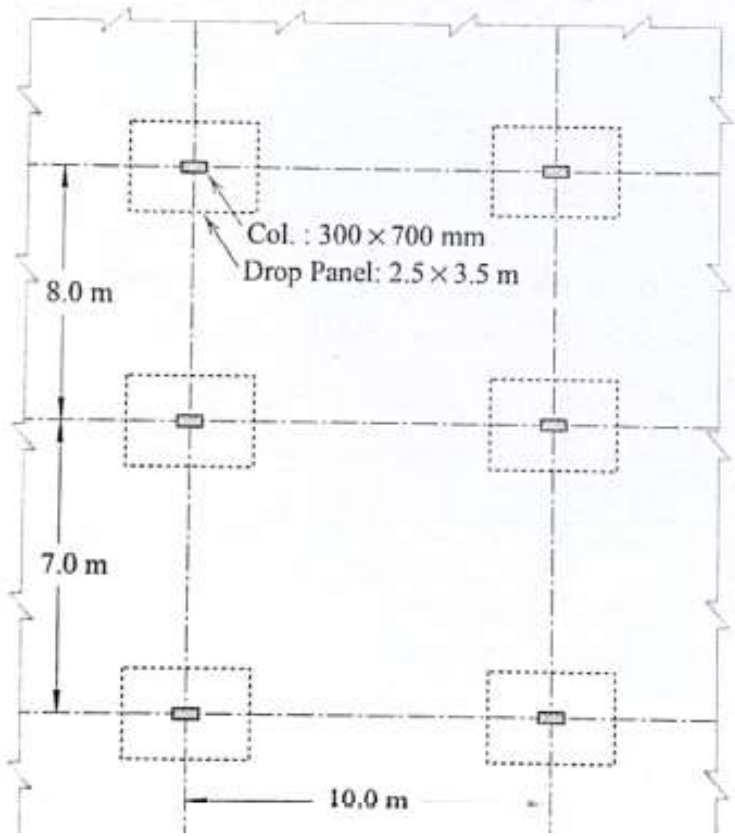
$$V_u = 15\times(10\times 7.5 - 1.065\times 0.665) = 1114.4 \text{ kN}$$

$$V_u = 1114.4 \text{ kN} < \phi V_c = 1605.8 \text{ kN} \quad \underline{\underline{\text{O.K.}}}$$

به فاصله‌ی $d/2$ (d عمق موثر دال است) از بَر پهنه:

$$a' = c_1' + d = 3.5 + 0.165 = 3.665 \text{ m}$$

$$b' = c_2' + d = 2.5 + 0.165 = 2.665 \text{ m}$$



$$b_0 = 2(a' + b') = 2 \times (3665 + 2665) = 12660 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{c_1'}{c_2'} = \frac{3.5}{2.5} = 1.4 \quad ; \quad \beta_0 = \frac{b_0}{d} = \frac{12660}{165} = 76.73$$

$$\phi V_{c1} = \frac{1}{3} \times 0.75 \times \sqrt{30} \times 12660 \times 165 = 2860.3 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\phi V_{c2} = 0.75 \times \left(1 + \frac{2}{1.4}\right) \times \frac{\sqrt{30}}{6} \times 12660 \times 165 = 3473.3 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\phi V_{c3} = 0.75 \times \left(\frac{40}{76.73} + 2\right) \times \frac{\sqrt{30} \times 12660 \times 165}{12} = 1803.0 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\therefore \quad \phi V_c = 1803.0 \text{ kN}$$

$$V_u = 15 \times (10 \times 7.5 - 3.665 \times 2.665) = 978.5 \text{ kN}$$

$$V_u = 978.5 \text{ kN} < \phi V_c = 1803.0 \text{ kN} \quad \underline{\text{O.K.}}$$

$$V_u \le \phi V_c$$

درصورت عدم جوابگویی این رابطه:

الف- افزایش ضخامت دال در همه جا،

ب- افزایش ضخامت دال در اطراف ستون به کمک پهنه،

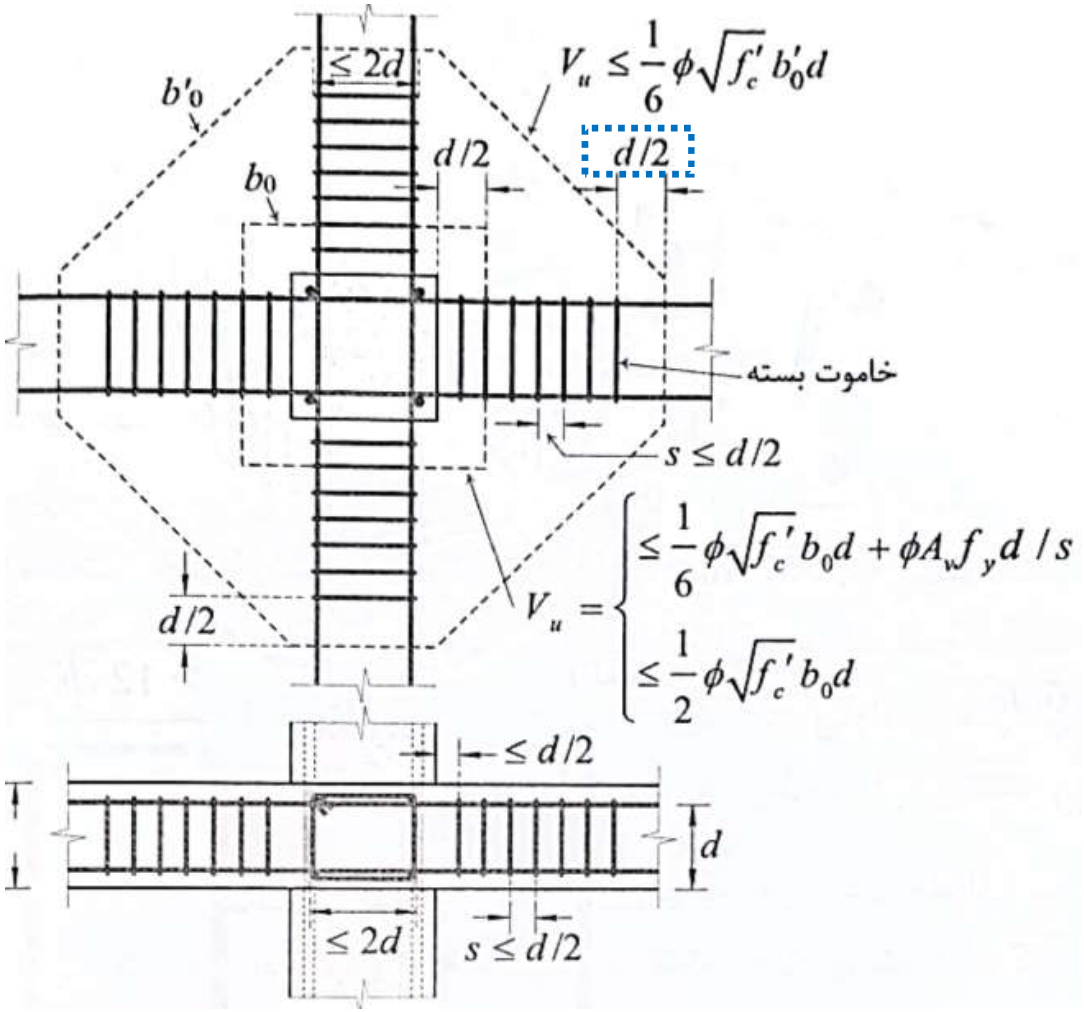
ج- افزایش محیط مقطع بحرانی برش منگنه‌ای، b_0، با افزایش ابعاد ستون و یا با استفاده از سر ستون،

د- استفاده از بتن با مقاومت فشاری بیش‌تر،

ه- استفاده از فولاد برشی در اطراف ستون

مقاومت برشی دالهای دو طرفه بدون تیر

(بدون فولاد برشی)



$$V_n = V_c + V_s = \frac{1}{6}\lambda\sqrt{f'_c}\, b_o d + \frac{A_v\, f_{yt} d}{s}$$

$$V_n \le 3V_c$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} = \frac{V_u/\phi - V_c}{f_{yt} d}$$

فولادهای قائم برشی را می‌توان در جایی قطع کرد که $V_n \le 0.17\lambda\sqrt{f'_c}\, b'_0 d$ شود؛ که b'_0 محیط مقطع کنترل برش منگنه‌ای جدیدی است که به فاصله‌ی $d/2$ از آخرین خاموت‌های قائم برشی در پیرامون ستون، تشکیل شده است.

مثال ۹-۱۴ دال دو طرفه‌ی بدون تیری را که دهانه‌های آن در هر دو جهت متعامد 7.5 m بوده و ضخامت آن 200 mm می‌باشد، در نظر بگیرید. برش دو طرفه را در اطراف یک ستون میانی با ابعاد 400×400 mm کنترل کرده و در صورت لزوم، دال را به فولادهای قائم برشی مسلح کنید. فرض کنید بار با ضریب وارد بر دال $w_u = 12\ \text{kN/m}^2$ بوده و $f_c' = 25$ MPa و $f_y = 300$ MPa باشد.

$$d = 200 - 20 - 10 - 10/2 = 165$$

$$a = c_1 + d = 400 + 165 = 565 \text{ mm} \quad ; \quad b = c_2 + d = 565 \text{ mm}$$

$$b_0 = 2(a+b) = 2\times(565+565) = 2260 \text{ mm} \quad , \quad \beta = \frac{c_1}{c_2} = 1.0$$

$$\phi V_{c1} = \frac{1}{3}\phi\sqrt{f_c'}\,b_0 d = \frac{1}{3}\times 0.75 \times \sqrt{25} \times 2260 \times 165 = 466.1\times 10^3 \text{ N}$$

$$\phi V_{c2} = \phi\left(1+\frac{2}{\beta}\right)\frac{\sqrt{f_c'}}{6} b_0 d > \phi V_{c1}$$

$$\phi V_{c3} = \phi\left(\frac{\alpha_s d}{b_0}+2\right)\frac{\sqrt{f_c'}\,b_0 d}{12} > \phi V_{c1}$$

$$\therefore \phi V_c = 466.1 \text{ kN}$$

$$V_u = w_u(\ell\ell_2 - ab) = 12\times(7.5^2 - 0.565^2) = 671.2 \text{ kN}$$

$$V_u > \phi V_c \quad \underline{\text{N.G.}}$$

$$V_c = \frac{1}{6}\lambda\sqrt{f'_c}\, b_0 d = \frac{1}{6}\times 1.0\times\sqrt{25}\times 2260\times 165 = 310.8\times 10^3 \text{ N}$$

$$V_n = V_u / \phi = 671.2 / 0.75 = 894.9 \text{ kN}$$

$$V_n = 894.9 \text{ kN} < 3V_c = 3\times 310.8 = 932.4 \text{ kN} \quad \checkmark$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{req} = \frac{V_n - V_c}{f_{yt} d} = \frac{(894.9 - 310.8)\times 10^3}{300\times 165} = 11.8 \text{ mm}$$

$$\Phi 12 \equiv 113 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \quad A_v = 8\times 113 = 904 \text{ mm}^2$$

$$s_{req} = \frac{904}{11.8} = 76.6 \text{ mm} < s_{max} = \frac{d}{2} = 82.5 \text{ mm} \quad \checkmark$$

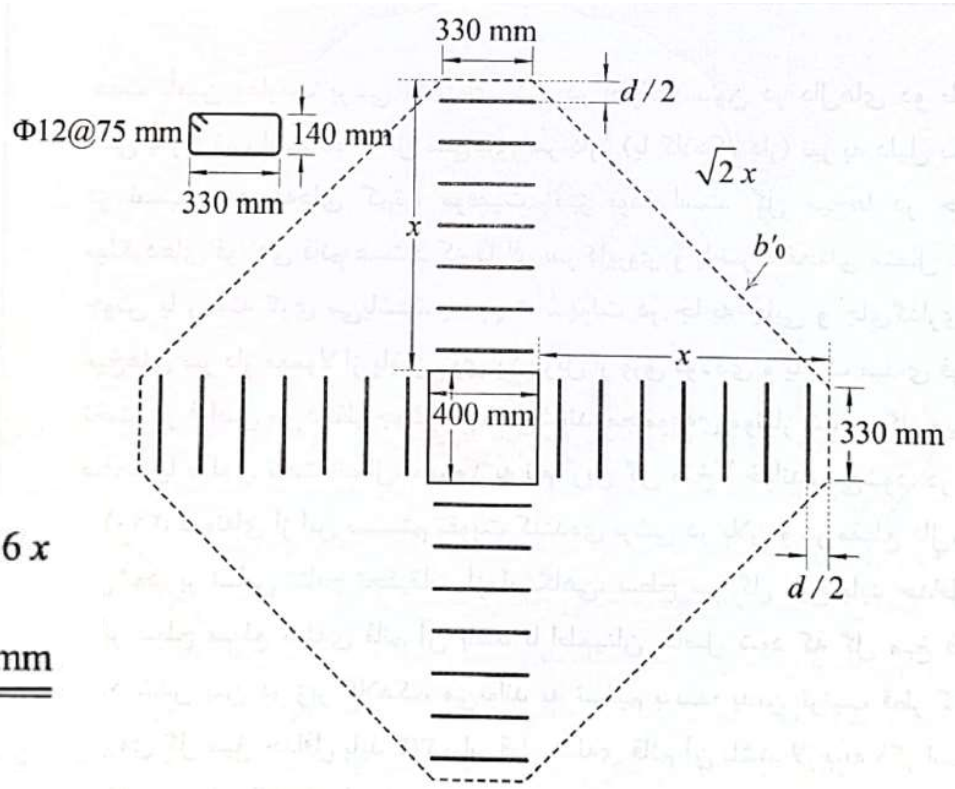
USE Φ12 □ @ 75 mm (در هر چهار طرف ستون)

فاصله‌ی شاخه‌های قائم یک تنگ بسته برابر با $2d = 330$ mm انتخاب می‌شود.

$$b_0' = 4\times(x\sqrt{2}+330) = 1320+4\sqrt{2}\,x$$

$$V_u = 12\times10^{-3}\times\left[7500^2 - 4\times(330\times x + x^2/2) - 330^2\right]$$

$$= 673693 - 24\times10^{-3}x^2 - 15.84\,x$$



$$\phi V_c = 0.75\times\frac{1}{6}\times\sqrt{25}\times(1320+4\sqrt{2}\,x)\times165 = 136125+583.36\,x$$

$$V_u = \phi V_c \rightarrow x^2 + 25.0\times10^3 x - 22.4\times10^6 = 0 \quad\rightarrow\quad \underline{\underline{x = 867\text{ mm}}}$$

تعداد خاموت در هر طرف ستون: $n = \dfrac{867}{75} \approx 12$

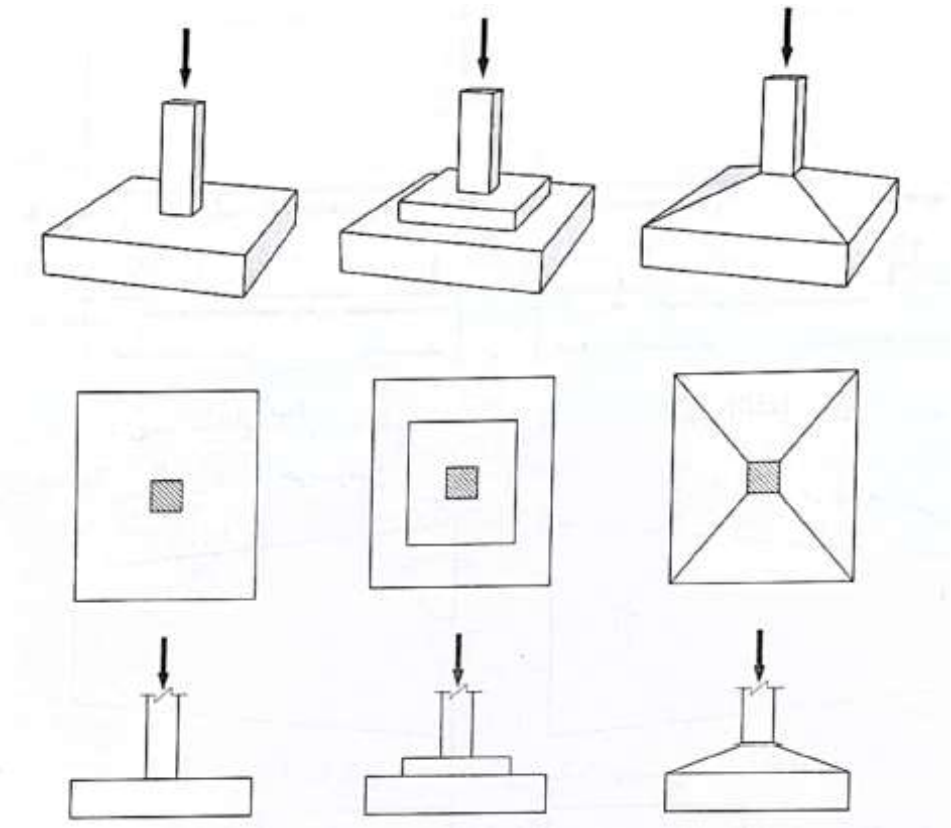
Foundation

Concepts & Design

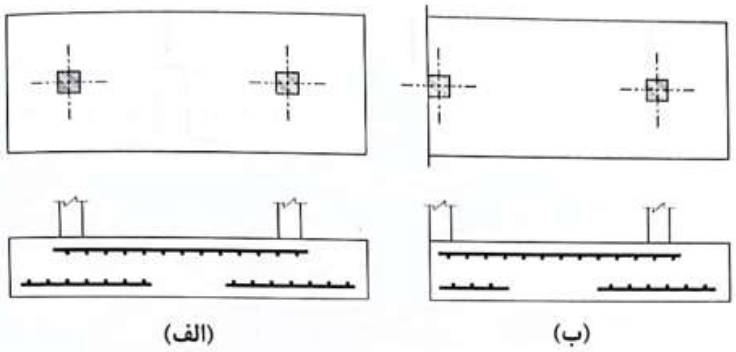
SESSION 25-27

طراحی شالوده ها

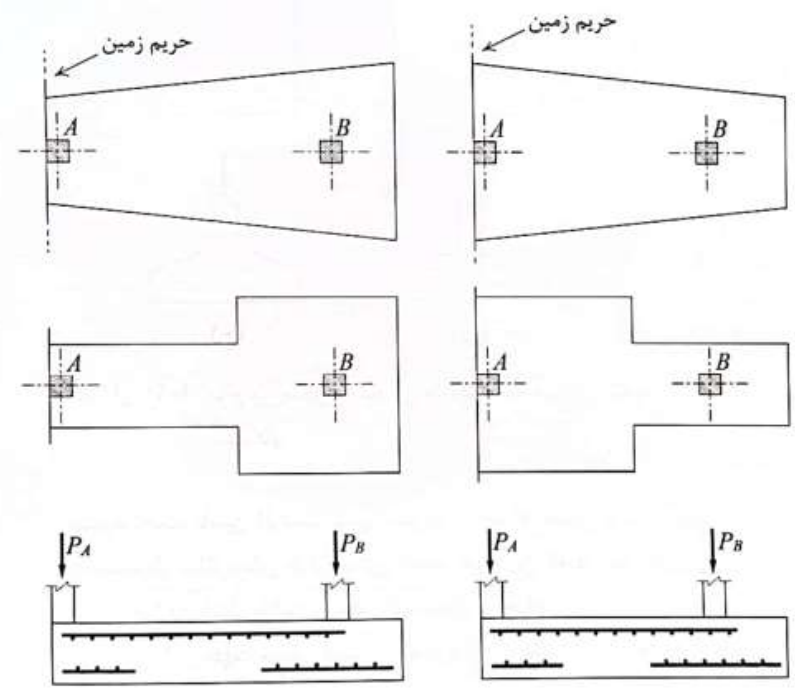
شالوده منفرد

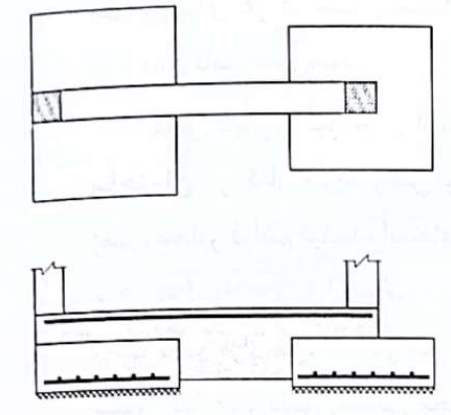


شالوده مرکب

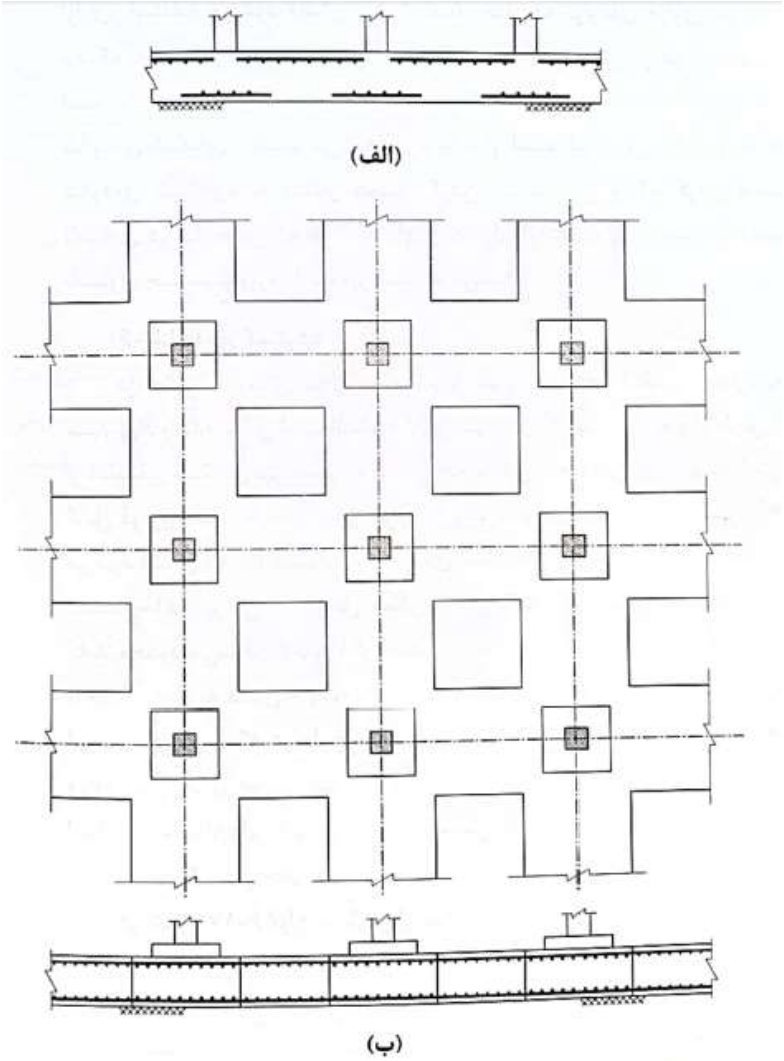


شالوده باسکولی

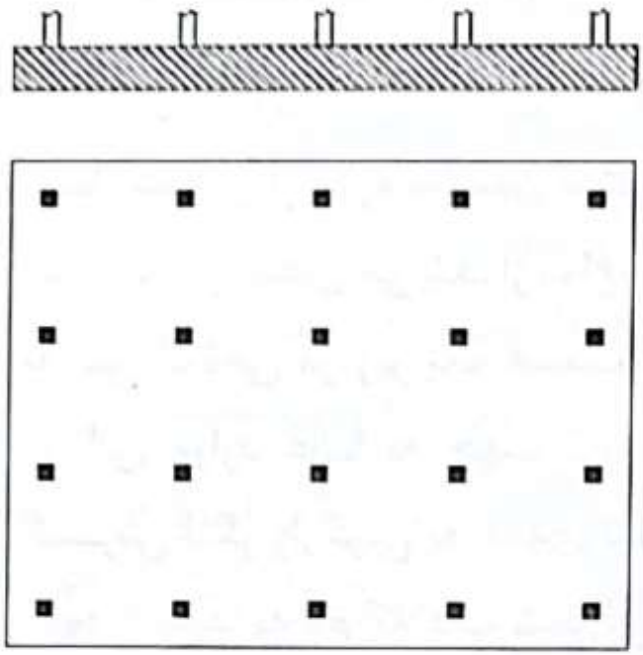


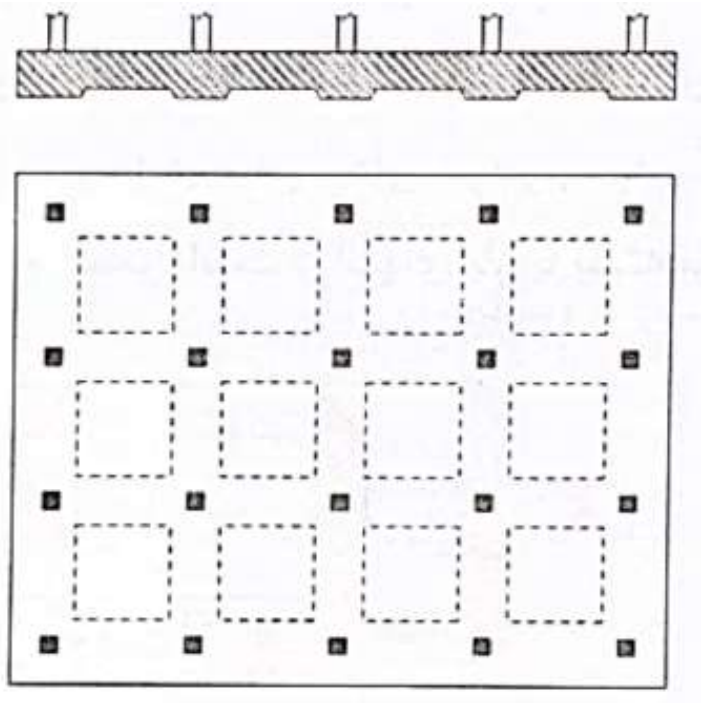


شالوده نواری



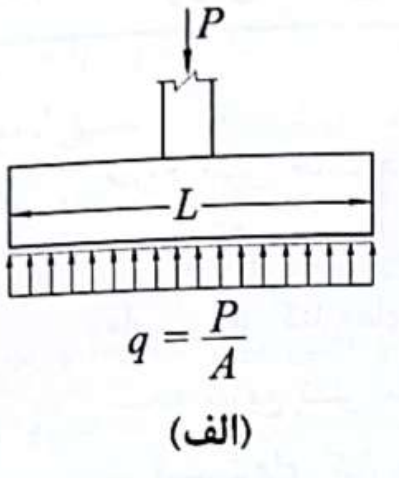
شالوده گسترده

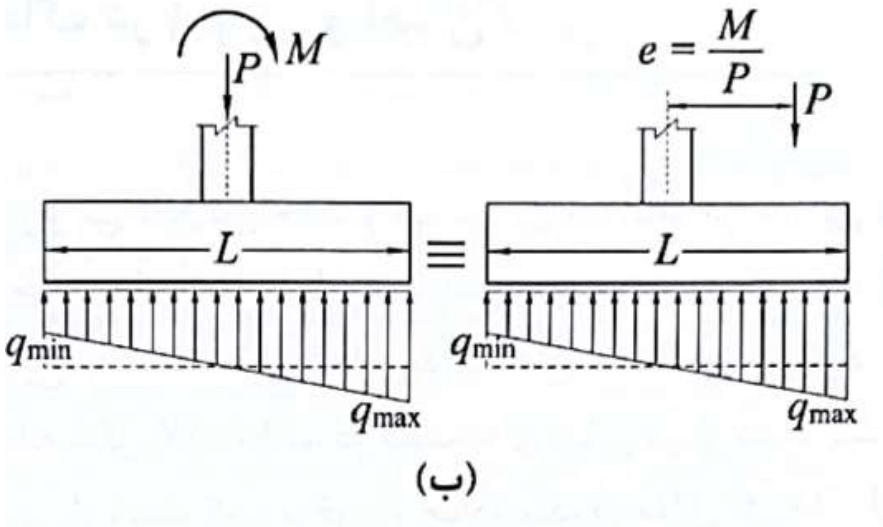




توزیع تنش خاک زیر شالوده

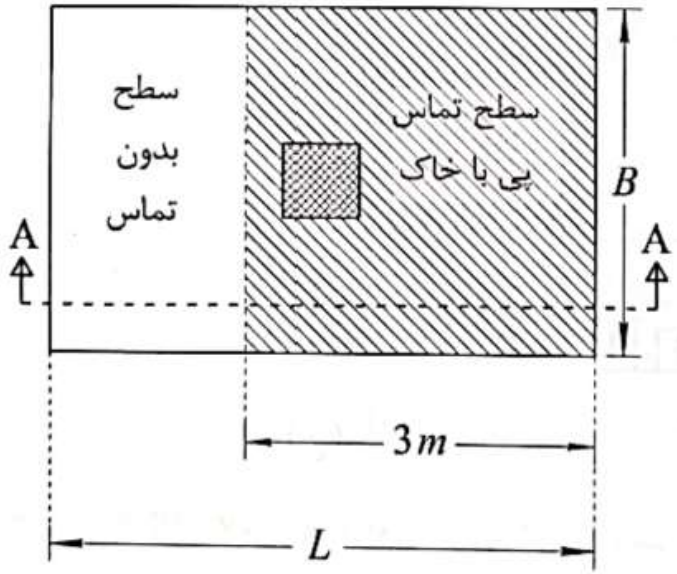
(بدون خروج از مرکزیت یا با خروج از مرکزیت کم)

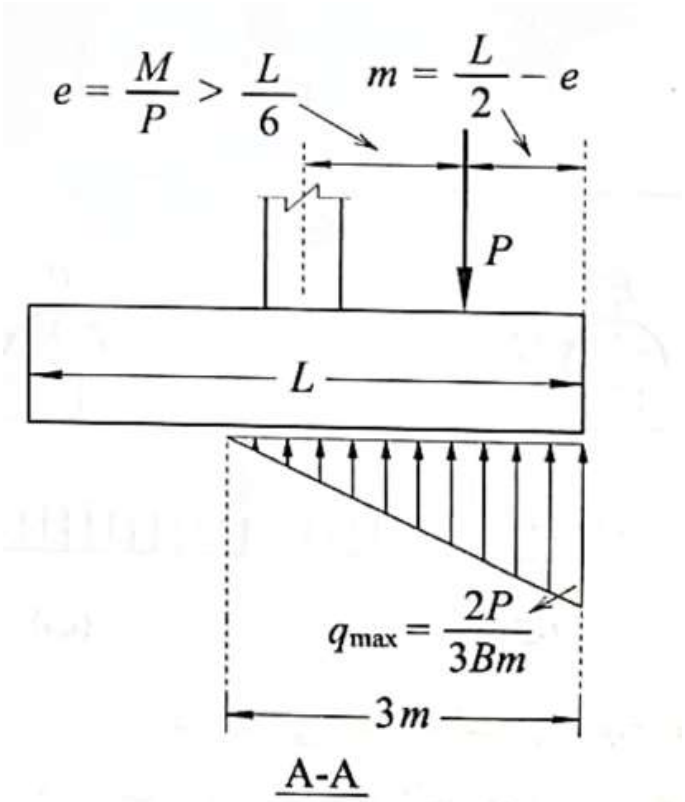




توزیع تنش خاک زیر شالوده

(با خروج از مرکزیت زیاد)





اصول کلی در طراحی شالوده

- تعیین ابعاد شالوده
- تعیین ضخامت شالوده
- طراحی میلگردهای شالوده

تعیین ابعاد شالوده

۱- تحت بار قائم

$$q_{\max} = \frac{P_D + P_L}{A} \le q_a$$

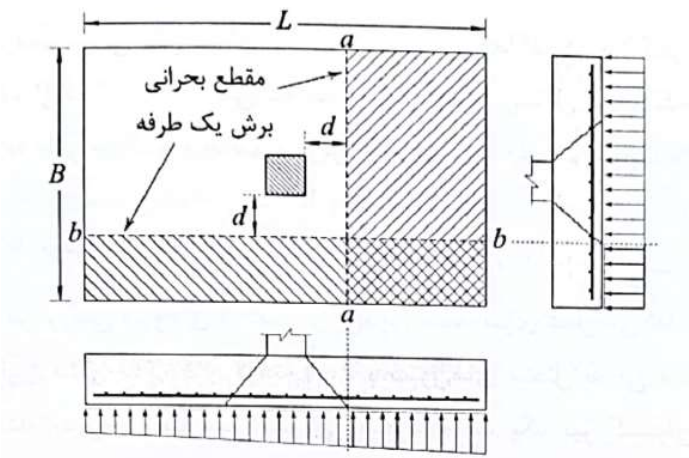
$$\therefore \quad A \ge \frac{P_D + P_L}{q_a}$$

۲- تحت بار جانبی باد یا زلزله

$$q_{\max} = \frac{P_D + P_L + (P_W \text{ or } P_E)}{A} \le 1.33 q_a$$

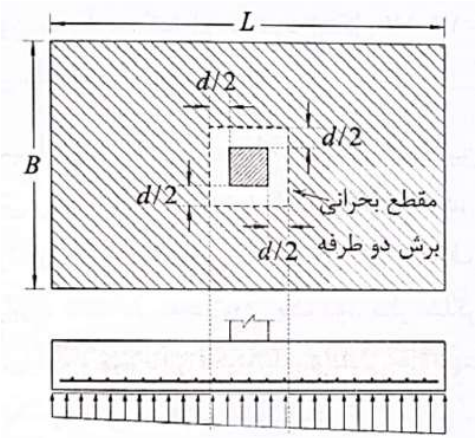
$$\therefore \quad A \ge \frac{0.75\left[P_D + P_L + (P_W \text{ or } P_E)\right]}{q_a}$$

تعیین ضخامت شالوده



- برش یک طرفه

$$V_u \le \phi V_c = \frac{1}{6}\phi\sqrt{f_c'}\,bd$$

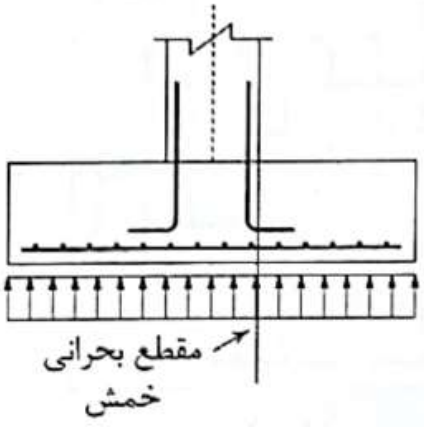


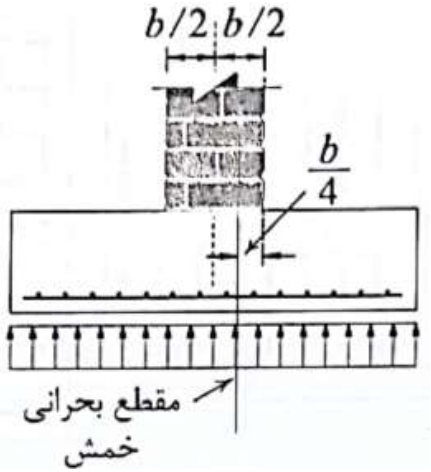
- برش دو طرفه

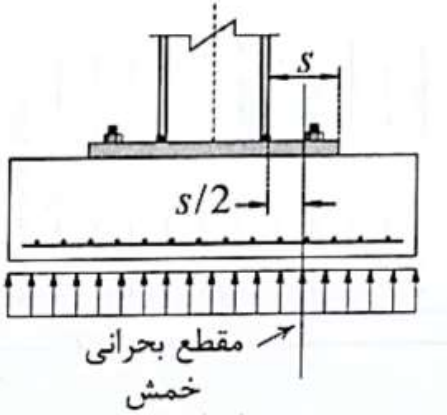
$$V_u \le \phi V_c = \min\begin{cases} \phi\lambda\dfrac{\sqrt{f_c'}}{3}b_0 d \\ \left(1+\dfrac{2}{\beta}\right)\lambda\dfrac{\phi\sqrt{f_c'}}{6}b_0 d \\ \left(\dfrac{\alpha_s d}{b_0}+2\right)\lambda\dfrac{\phi\sqrt{f_c'}}{12}b_0 d \end{cases}$$

طراحی میلگرد خمشی شالوده

(مقطع بحرانی خمش)



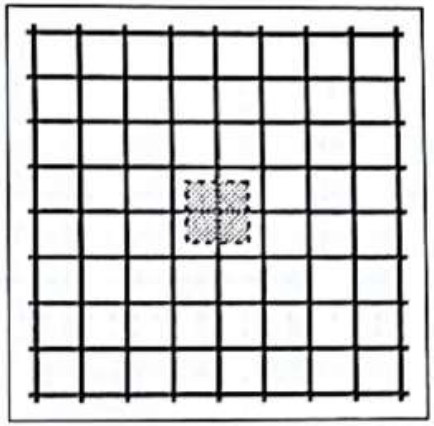




آیین نامه‌ها حداقل فولاد خمشی در پی‌ها و دال‌های سازه‌ای را به حداقل فولاد افت و حرارت محدود می‌کنند.

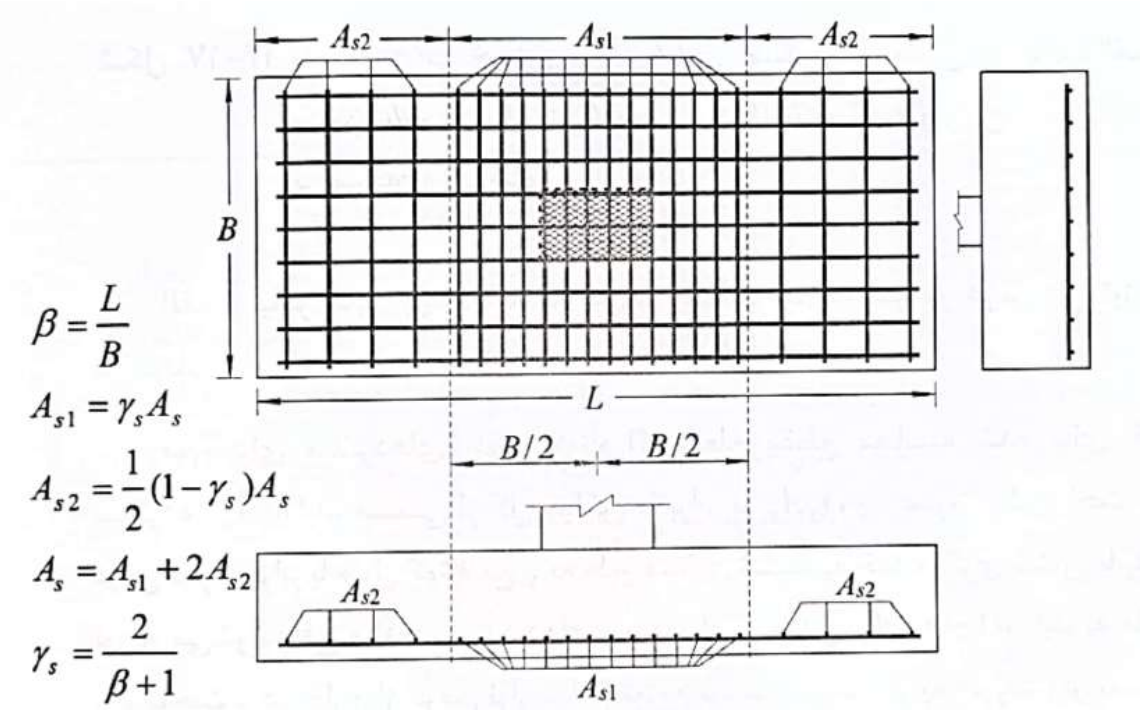
طراحی میلگرد خمشی شالوده

(توزیع میلگردهای خمشی)



شالوده مربعی

شالوده مستطیلی



$$\beta = \frac{L}{B}$$

$$A_{s1} = \gamma_s A_s$$

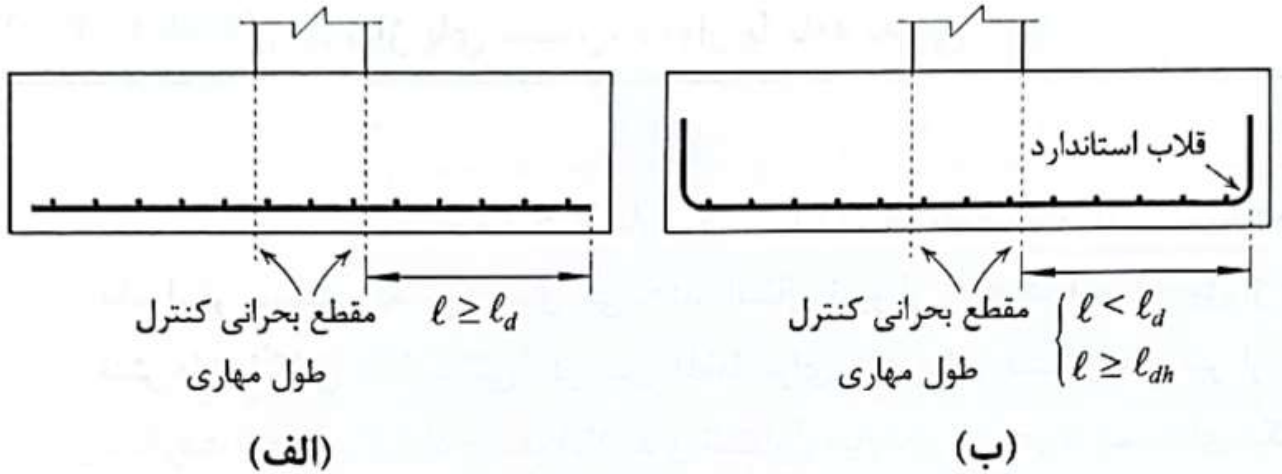
$$A_{s2} = \frac{1}{2}(1-\gamma_s)A_s$$

$$A_s = A_{s1} + 2A_{s2}$$

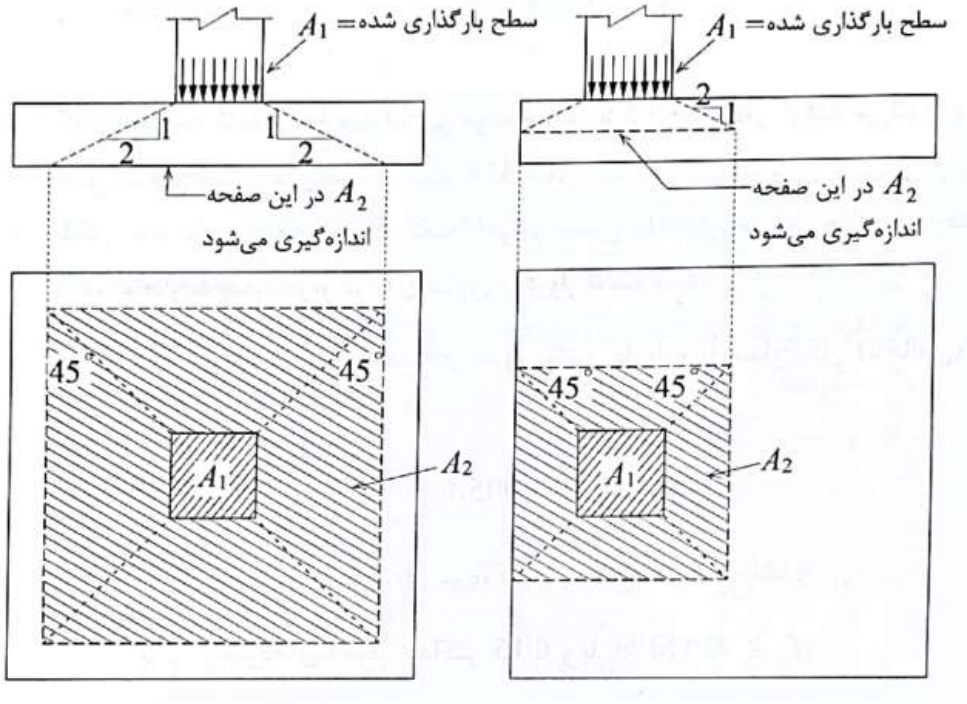
$$\gamma_s = \frac{2}{\beta+1}$$

طراحی میلگرد خمشی شالوده

(مقطع بحرانی کنترل طول مهاری)



انتقال نیرو از ستون به شالوده

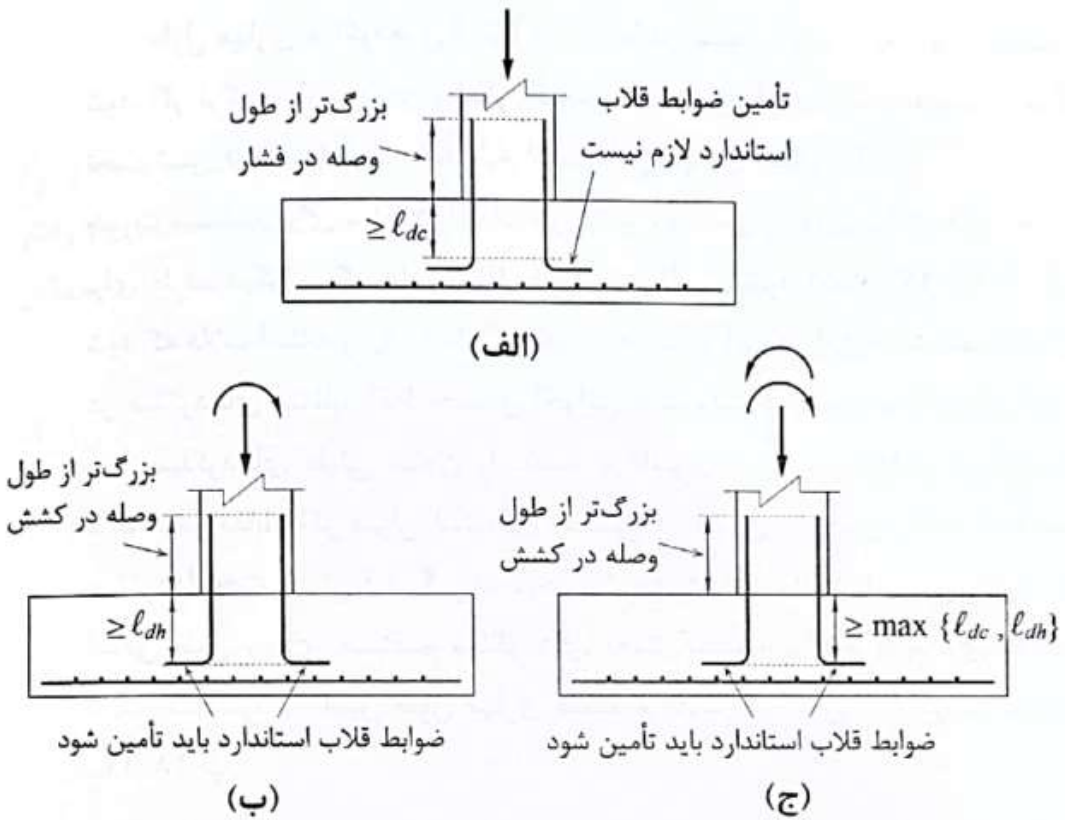


$$B_u \le \phi B_n$$

$$\phi = 0.65$$

$$\text{مقاومت اتکایی طراحی بتن} = \phi B_n = 0.85\phi f'_c A_g \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \le 2 \times 0.85\phi f'_c A_1$$

تامین طول مهاری میلگردهای انتظار



تأمین طول مهاری میلگردهای انتظار در پی؛ الف) اگر همه‌ی میلگردهای ستون تحت فشار باشد؛ ب) اگر میلگرد ستون تحت کشش باشد؛ ج) اگر میلگرد ستون در بعضی از ترکیبات بارگذاری تحت فشار و در بعضی دیگر از ترکیبات بارگذاری تحت کشش باشد (حالت متداول)

مثال ۱۷-۱ برای انتقال بار محوری مرده و زنده‌ی بدون ضریب $P_D = 650$ kN و $P_L = 350$ kN به زمین، یک پی منفرد مناسب طراحی کنید. ابعاد ستون 400×400 mm بوده و در ستون از $8\Phi16$ استفاده شده است. فرض کنید برای ستون از بتن با $f'_c = 30$ MPa، و برای پی از بتن با $f'_c = 25$ MPa استفاده شود؛ و تنش تسلیم میلگردهای مورد استفاده $f_y = 400$ MPa باشد. هم‌چنین فرض کنید عمق یخ بندان 1.2 m بوده و تنش مجاز خاک برابر با 200 kN/m^2 (200 kPa یا 0.2 MPa) باشد.

$w_c = 24$ kN/m^3

$w_s = 17$ kN/m^3

برای بتن و خاک معادل 20 kN/m^3

$q_{a,net} = 200 - (\ 1.2 \times 20\ ) = 176$ kN/m^2

سطح پی $= A_f = B^2 \geq \dfrac{P_D + P_L}{q_{a,net}}$

$$B^2 \geq \frac{(650+350)\times 10^3}{0.175} = 5.71\times 10^6 \text{ mm}^2 \rightarrow B \geq 2390 \text{ mm}$$

USE 2400×2400 mm (ابعاد پی)

$$q_{ult} = \frac{1.2P_D + 1.6P_L}{B^2} \geq \frac{1.4P_D}{B^2}$$

$$q_{ult} = \frac{(1.2\times 650 + 1.6\times 350)\times 10^3}{2400\times 2400} = 0.233 \text{ MPa}$$

- **تعیین ضخامت پی**

برش یک طرفه: $V_u = q_{ult} B \left(\frac{B}{2} - \frac{c}{2} - d \right)$

$$V_u = 0.233\times 2400 \times \left(\frac{2400}{2} - \frac{400}{2} - d \right) = 559.2(1000 - d)$$

$$\phi V_c = \frac{1}{6}\phi \sqrt{f_c'} B d = \frac{1}{6}\times 0.75 \times \sqrt{25} \times 2400 \times d = 1500d$$

$$V_u = \phi V_c \rightarrow 559.2(1000 - d) = 1500d \quad \therefore \quad d = 272 \text{ mm}$$

برش دو طرفه : $V_u = q_{ult}\left[B^2 - (c+d)^2\right]$

$$V_u = 0.233 \times \left[2400^2 - (400+d)^2\right] = 0.233(5.6\times10^6 - d^2 - 800d)$$

$$\phi V_c = \frac{1}{3}\phi\sqrt{f_c'}\, b_0 d = \frac{1}{3}\times 0.75 \times \sqrt{25} \times \left[2\times(400+400+2d)\right]\times d$$

$$= 2.5d\,(800+2d)$$

$$V_u = \phi V_c \rightarrow \quad d^2 + 417.8\,d - 249.3\times10^3 = 0 \qquad \therefore \quad d = 332.4 \text{ mm}$$

بنا بر این جهت کنترل هر دوی برش‌های یک طرفه و منگنه‌ای، حداقل عمق مؤثر پی باید برابر با $d = 333$ mm انتخاب شود. در طرح این پی از $h = 450$ mm استفاده می‌شود که عمق مؤثر آن با رعایت 75 mm پوشش بتن، تقریباً $d = 360$ mm خواهد بود.

- **طرح میلگردهای خمشی**

$$x = \frac{B}{2} - \frac{c}{2} = \frac{2400}{2} - \frac{400}{2} = 1000 \text{ mm}$$

$$M_u = (q_{ult} \times B)\frac{x^2}{2} = (0.233 \times 2400) \times \frac{1000^2}{2} = 279.6 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$m = \frac{f_y}{0.85\, f_c'} = \frac{400}{0.85 \times 25} = 18.82$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{279.6 \times 10^6}{0.9 \times 2400 \times 360^2} = 1.0 \text{ MPa}$$

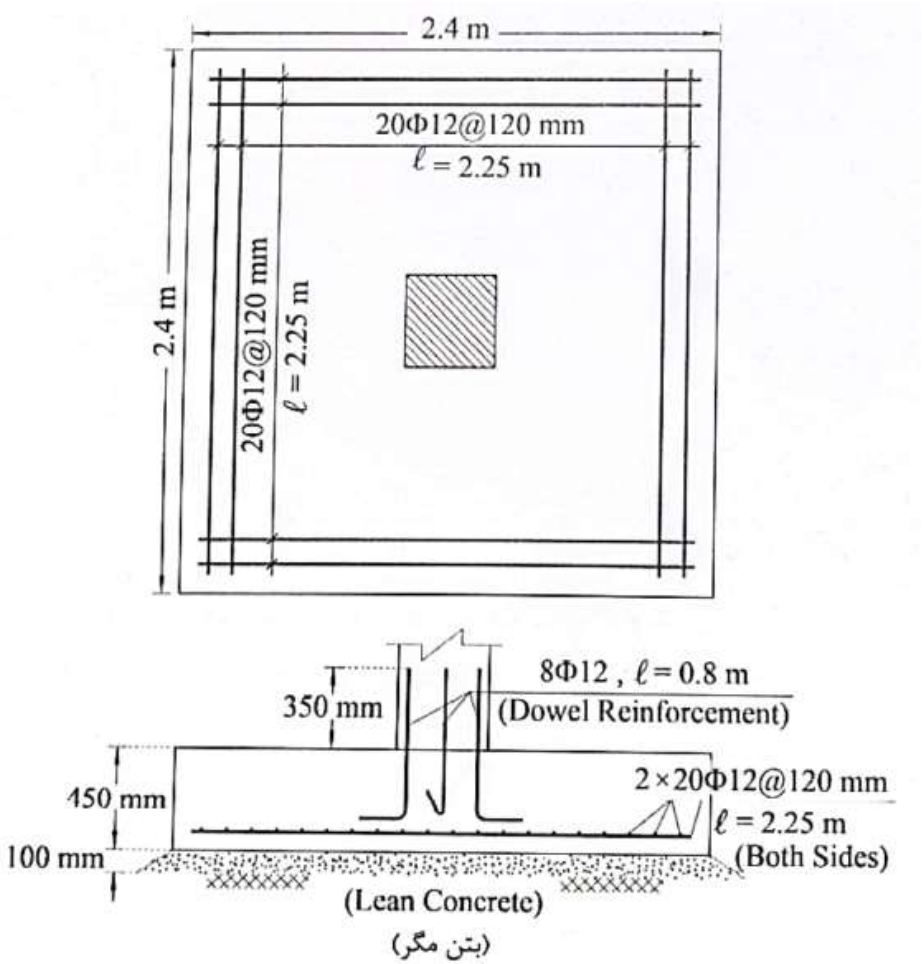
$$\rho = \frac{1}{18.82}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 18.82 \times 1.0}{400}}\right\} = 0.00256$$

$$A_s = \rho b d = 0.00256 \times 2400 \times 360 = 2212 \text{ mm}^2$$

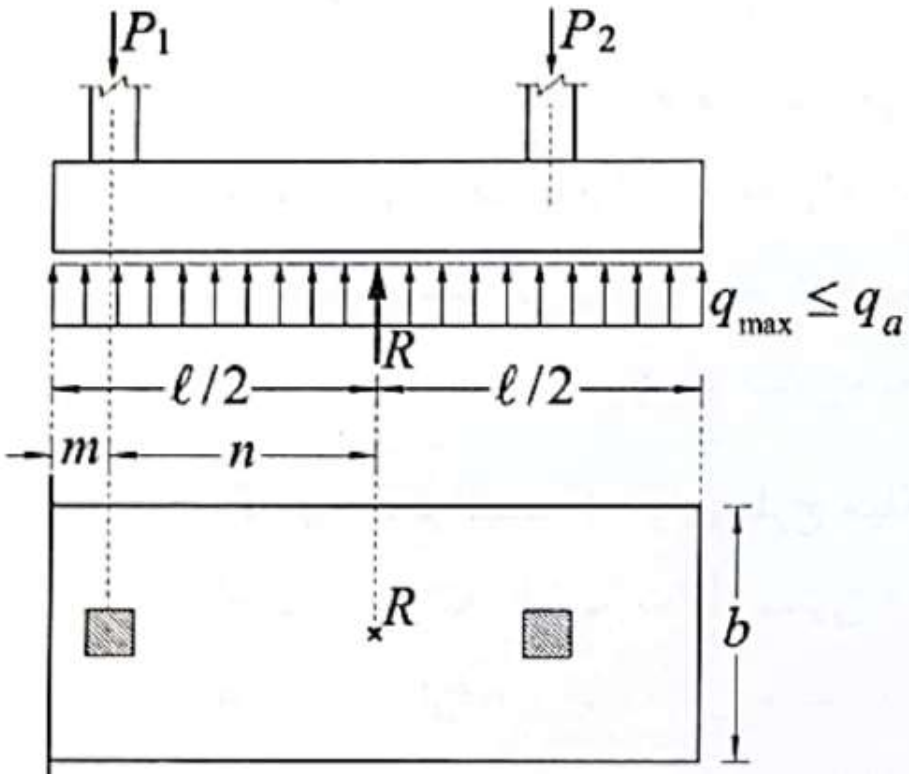
$$A_{s,\min} = 0.002\, bh = 0.002 \times 2400 \times 450 = 2160 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 2212 \text{ mm}^2 > A_{s,\min} \quad \checkmark$$

USE 20Φ12@120 mm , $\ell = 2.25$ m (در هر دو جهت)

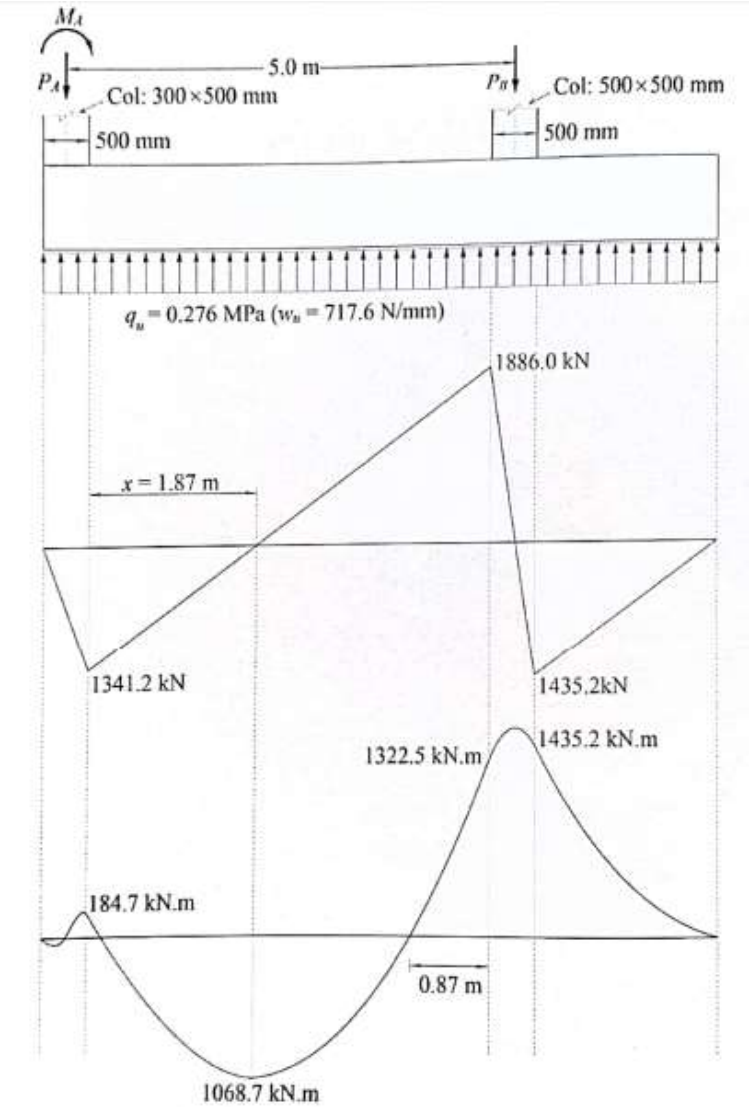

2.4 m
20Φ12@120 mm
ℓ = 2.25 m
2.4 m
20Φ12@120 mm
ℓ = 2.25 m
8Φ12 , ℓ = 0.8 m
(Dowel Reinforcement)
350 mm
2×20Φ12@120 mm
ℓ = 2.25 m
(Both Sides)
450 mm
100 mm
(Lean Concrete)
(بتن مگر)

طراحی شالوده مرکب



$$\ell = 2(m+n)$$

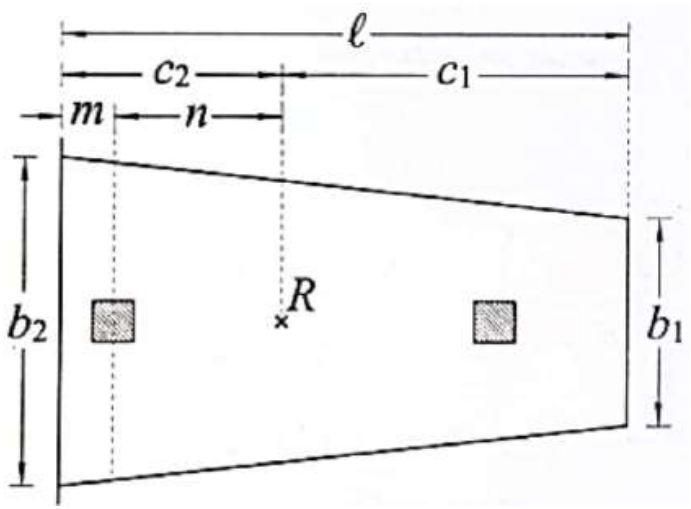
$$b = \frac{R}{q_a \ell}$$

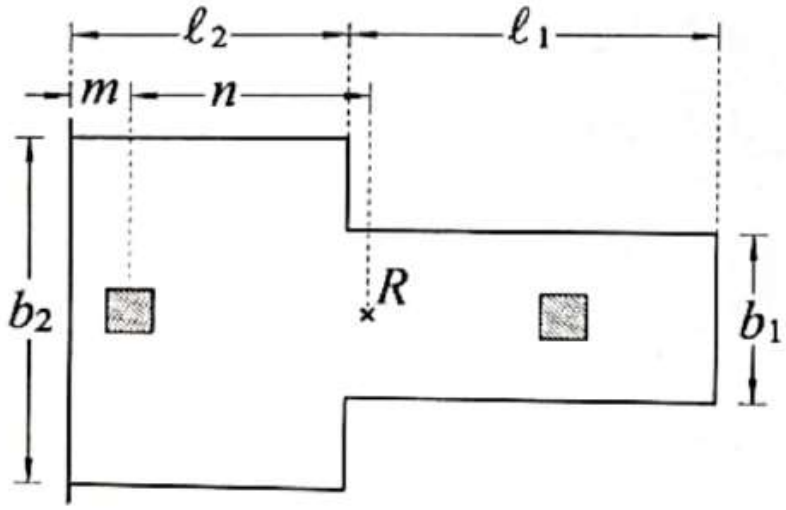


طراحی شالوده مرکب

(نمونه دیاگرام نیروهای داخلی)

طراحی شالوده مرکب





Shear Walls

Concepts & Design

SESSION 28-29

حکایت همچنان باقی ...