Shahrood University of Technology

دانشگاه صنعتی شاهرود

مباحث ویژه

Special Topics

مدرس: محمد جهانی چگنی

m.jahani1983@yahoo.com

بهمن ماه ۱۳۹۹

سرفصل‌های وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری – شورای برنامه ریزی آموزش عالی

مباحث ویژه	تعداد واحد	نوع درس	اختیاری	درس پیش‌نیاز
	۲			...
	تعدادساعت	نوع واحد	نظری	
	۳۲			
	آموزش تکمیلی عملی: دارد□ ندارد■			
	سفر علمی □ کارگاه □ آزمایشگاه□			

* سرفصل این درس با توجه به نیاز رشته و موضوعات جدید در زمینه‌های مرتبط با رشته‌ی تحصیلی توسط استاد مربوطه تهیه و پس از تصویب در گروه آموزشی دانشگاه برای حداکثر دو دوره قابل اجراء خواهد بود. پس از آن گروه آموزشی می‌بایست سرفصل درس را برای تصویب به کمیته برنامه ریزی مهندسی معدن ارسال نماید تا عنوان درس و سرفصل آن به صورت درس اختیاری جدید در برنامه ثبت گردد.

رفرنس‌های مفید

1- "**Advances in Comminution**", S. Komar Kawatra, 1st edition, SME, 2006.

2- "**Recent Advances in Mineral Processing Plant Design**", Deepak Malhotra, Patrick R. Taylor, Erik Spiller, and Marc LeVier, 1st edition, SME, 2009.

3- "**Principles of Mineral Processing**", Maurice C. Fuerstenau and Kenneth N. Han, 1st edition, SME, 2003.

4- "**SME Mineral Processing handbook**", Norman L. Weiss, 1st edition, SME, 1985.

رفرنس‌های مفید

5- "**Mineral Processing Plant Design, Practice, and Control Proceedings**", Andrew L. Mular, Doug N. Halbe, and Derek J. Barratt, 1st edition, SME, 2002.

6- "**Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems**", R. P. King, 1st and 2nd editions, Department of Metallurgical Engineering, University of Utah, USA, Butterworth Heinemann, 2001, 2012.

7- "**Wills' Mineral Processing Technology – An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery**", Barry A. Wills and Tim Napier-Munn, 7th and 8th editions, Elsevier Science & Technology Books, 2006, 2016.

رفرنس‌های مفید

8- "**Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling**", L. G. Austin, R. R. Klimpel, P. T. Luckie, 1st edition, SME, 1984.

9- "**Comminution – Theory and Practice**", Komar Kawatra, SME, 1992.

10- " **Comminution Practices**", Komar Kawatra, SME, 1997.

11- "**Mineral Comminution Circuits, Their Operation and Optimisation**", T. J. Napier-Munn, S. Morrell, R. D. Morrison, T. Kojovic, JKMRC, Australia, 1996.

رفرنس‌های مفید

12- "**Mineral Crushing and Grinding Circuits, Their Operation and Optimization, Design and Control**", A. J. Lynch, Elsevier, New York, 1997.

13- "**Crushing and Grinding – The Size Reduction of Solids Materials**", G. C. Lowrison, CRC Press, USA, 1974.

14- "**Introduction to Mineral Processing Design and Operation**", A. Gupta & D. S. Yan, 2006.

رفرنس‌های مفید

15- "**Mineral Processing – Foundations of theory and practice of minerallurgy**", Jan Drzymala, 1st edition, Wroclaw University of Technology, 2007.

16- "**Mineral Processing**", E. J. Pryor, 3rd edition, Elsevier, 1965.

17- "**Mineral processing and extractive metallurgy – 100 years of innovation**", Corby G. Anderson, Robert C. Dunne, John L. Uhrie, 1st edition, SME, 2014.

18- "**Basics in Mineral Processing**", metso, 10th edition, 2015.

رفرنس‌های مفید

19- "**Introduction to Mineral Processing**", E. G. Kelly, D. J. Spottiswood, 3rd edition, Mineral Engineering Services, Australia, 1989.

20- "**Mineral Processing**", S.K. Jain, 2nd edition, CBS publisher, 2001.

21- "**Advanced Control and Supervision of Mineral Processing Plants**", D. Sbarbaro, R. del Villar, 1st edition, Springer_verlag, London Limited, 2010.

22- "**Advances in Gold Ore Processing**", M. D. Adams, 1st edition, Elsevier, DEVELOPMENTS IN MINERAL PROCESSING 15, 2005.

رفرنس‌های مفید

23- "**Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods**", D. R. Bertsekas, 1st edition, Massachusetts Institute of Technology, 1996.

24- "**Froth Flotation – A Century of Innovation**", M. C. Fuerstenau, G. Jameson, & R.-H. Yoon, 1st edition, SME, 2007.

25- "**The Circulating load – Practical Mineral Processing Plant Design by an Old-Time Ore dresser**", R. S. Shoemaker, 1st edition, SME, 2002.

26- " **Coal Flotation and Fine Coal Utilization**", J. S. Laskowski, 1st edition, Elsevier, Developments in Mineral Orocessing 14, 2001.

رفرنس‌های مفید

27- " **Innovative Process Development in Metallurgical Industry**", V. L. Lakshmanan, R. Roy, & V. Ramachandran, 1st edition, Springer, 2016.

28- "**JKSimMet Steady State Mineral Processing Simulator Version 5.1**", JKMRC Commercial Division, Australia, 2003.

29- "**Lagrange Multiplier Approach to Variational Problems and Applications**", K. Ito, K. Kunisch, 1st edition, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, 2008.

30- "**Mineral Processing and the Environment**", G. P. Gallios, K. A. Matis, department of Chemistry, Aristotle University, Thessaloniki, Greece, 1998.

رفرنس‌های مفید

31- "**Mineral Processing Design**", B. Yarar, Z. M. Dogan, 1st edition, Middle East Technical University Department of Mining Engineerind, Ankara, Turkey, 1987.

32- "**Mineral Processing Handbook**", TELSMITH an Astec Industries Co., 1st edition, USA, 2011.

33- "**Sampling and Monitoring for the Mine Life Cycle**", V. T. Mclemore, K. S. Smith, & C. C. Russell, 1st edition, Volume 6, SME, 2014.

رفرنس‌های مفید

34- "**Sampling of Particulate Materials – Theory and Practice**", P. M. Gy, 1st edition, Elsevier, 1979.

35- "**The Essential HANDBOOK of Ground-Water Sampling**", D. M. Nielsen, G. L. Nielsen, 1st edition, CRC Press, taylor & Francis Group, 2007.

36- "**Water in Mineral Processing**", J. Drelich, 1st edition, SME, 2012.

رفرنس‌های درس

1- "**Finite Element Modeling for Stress Analysis**", R. D. Cook, John Wiley & Sons, 1979.

2- "**Fundamentals of Finite Element Analysis**", D. V. Hutton, 1st edition, Mc Graw Hill, 2004.

3- "**The Combined Finite-Discrete Element Method**", Antonio Munjiza, 1st edition, John Wiley & Sons, 2004.

4- "**Introduction to Finite Element Methods**", Carlos A. Felippa, 1st edition, University of Colorado, 2001.

رفرنس‌های درس

5- "**An Introduction to the Finite Element Method**", J. N. Reddy, 3rd Edition, McGraw-Hill, 2005.

6- "**Solution Manual for An Introduction to the Finite Element Method**", J. N. Reddy, 3th Edition, McGraw-Hill, 2005.

7- "**Finite Element Procedures**", K-J Bathe, 2nd edition, Massachusetts Institute of Technology, 2014.

8- "**The Finite Element Method – Its Basis & Fundamentals**", O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor & J. Z. Zhu, 6th edition, Elsevier, 2005.

رفرنس‌های درس

9- "**Concepts and Applications of Finite Element Analysis**", R. D. Cook, D. S. Malkus, M. E. Plesha, R. J. Witt, 4th Edition, John Wiley & Sons, 2002.

10- "**The Finite Element Method in Engineering**", Singiresu S. Rao, 4th Edition, Elsevier, 2005.

11- "**Introduction to the Finite Element Method**", Evgeny Barkanov, Riga Technical University, 2001.

رفرنس‌های درس

12- "**COMSOL 5 for Engineers**", M. Tabatabaian, Mercury Learning and Information, David Pallai, 2016.

13- "**Multiphysics Modeling using COMSOL – A First Principles Approach**", R. W. Pryor, Jones and Bartlett Publishers, 2011.

14- "**The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSIS**", 2nd edition, E. Madenci & I. Guven, Springer, 2015.

15- "**Smoothed Particle Hydrodynamics – a meshfree particle method**", G. R. Liu & M. B. Liu, World Scientific Publishing Co., 2003.

رفرنس‌های درس

16- "**Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an Overview and Recent Developments**", M.B. Liu & G.R. Liu, Arch Comput Methods Eng (2010) 17: 25–76.

17- "**Smoothed Particle Hydrodynamics**", J. J. Monaghan, Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1992. 30:543-74.

18- "**Numerical methods: simulations with smoothed particle hydrodynamics**", Philip Anderson, Nobel Lecture, 1977.

رفرنس‌های درس

19- "**Fluid Simulation using Smoothed Particle Hydrodynamics**", Burak Ertekin, MSc Computer Animation and Visual E ects, Bournemouth University, 2015.

20- "**Application of the Smoothed Particle Hydrodynamics model SPHysics to free-surface hydrodynamics**", Alejandro Jacobo Cabrera Crespo, PhD Thesis, UNIVERSIDADE DE VIGO, 2008.

21- "**Lagrangian Fluid Dynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics**", Micky Kelager, University of Copenhagen, 2006.

رفرنس‌های درس

22- "**Simulation and Rendering of a Viscous Fluid using Smoothed Particle Hydrodynamics**", Marcus Vesterlund, Master Thesis, 2004.

23- "**Smoothed particle hydrodynamics**", J. J. Monaghan, Rep. Prog. Phys. 68 (2005) 1703–1759.

24- "**The implementation of Smooth Particle Hydrodynamics in LAMMPS.**", G. C. Ganzenmuller, M. O. Steinhauser & P. Van Liedekerke, 2011.

رفرنس‌های درس

25- "**Smoothed Particle Hydrodynamics Real-Time Fluid Simulation Approach**", David Staubach, Bachelor Thesis, 2010.

26- "**Coupled CFD-DEM modeling : formulation, implementation and application to multiphase flows**", Hamid Reza Norouzi, Reza Zarghami, Rahmat Sotudeh-Gharebagh, Navid Mostoufi, School of Chemical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran. John Wiley & Sons, 2016.

منابع فارسی

۱- «**شبیه‌سازی واحدهای فرآوری مواد معدنی به روش اجزای گسسته – توسعه یک نرم افزار**»، محمد جهانی چگنی، رساله دکتری، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران، ۱۳۹۴.

۲-«**نرم‌افزار شبیه‌سازKMPCDEM**»، مرکز تحقیقات فرآوری مواد کاشی‌گر (Kashigar Mineral Processing Research Center) (KMPRC)، http://www.kmpc.ir/.

۳-«**مدل‌سازی و شبیه‌سازی عددی فرآیند جدایش در جداکننده نلسون به روش ترکیبی CFD-DEM**»، محمدرضا فتاحی، رساله دکتری، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران، ۱۳۹۶.

منابع فارسی

۴- «**دینامیک سیالات محاسباتی ۱**»، وحید اصفهانیان، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، ۱۳۹۰.

۵-«**دینامیک سیالات محاسباتی ۲**»، وحید اصفهانیان، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، ۱۳۸۸.

۶- «راه‌اندازی و تهیه دستورالعمل کاربردی نرم‌افزار ABAQUS/CAE»، محمد حسین سورگی، دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۴.

سایت‌های مفید برای دانلود رفرنس‌ها

http://gen.lib.rus.ec/scimag/index.php

http://sci-hub.cc/

http://bookzz.org/

http://booksc.org/

www.Liberica.org/books/

www.slideshare.net/?ss

http://b-ok.org/

http://sci-hub.bz/

http://www.telsmith.com/

سایت‌های مفید برای یادگیری

www.smenet.org
http://www.metso.com/
www.Metsominerals.com
www.sciencedirect.com
http://www.denvermineral.com/
http://hardinge.com/
http://www.min-eng.com/
http://www.kmpc.ir/
https://www.multotec.com/
http://www.bureauveritas.com/home
http://www.pala.com/
http://cfdiran.ir/
https://www.cfdem.com/
http://finite-element.blog.ir/
https://scholar.google.com/

ژورنال‌های معتبر برای دانلود مقاله‌ها

- Particuology
- Advanced Powder Technology
- Powder Technology
- Minerals Engineering
- International Journal of Mineral Processing
- International Journal of Mining Science and Technology
- International Journal of Minerals, Metallurgy and Materials
- Physicochemical Problems of Mineral Processing (PPMP)
- Engineering Computations
- Applied Mathematical Modelling
- Engineering with computers
- Granular Matter
- Computer methods in applied mechanics and engineering
- Advances in Engineering Software
- Computer physics communications
- Computers & chemical engineering
- International journal for numerical methods in engineering

برنامه هفتگی

برنامه هفتگی استاد در ترم 3992

روز/ساعت	08:00 09:00	09:00 10:00	10:00 11:00	11:00 12:00	12:00 13:00	13:00 14:00	14:00 15:00	15:00 16:00	16:00 17:00	17:00 18:00	18:00 19:00	19:00 20:00	20:00 21:00	21:00 22:00	22:00 23:00
شنبه															
یك شنبه				کنترل فرآیندهای فراوری مواد معدنی(دکترا) گروه:01هفته های زوج					برنامه سازی کامپیوتر گروه:01هرهفته						
دو شنبه	کنترل فرآیندهای فراوری مواد معدنی(دکترا) گروه:01هرهفته					آمار واحتمالات مهندسی گروه:01هرهفته				برنامه سازی کامپیوتر گروه:01هفته های فرد					
سه شنبه			آمار واحتمالات مهندسی گروه:01هفته های زوج			ترمودینامیك گروه:01هفته های زوج									
چهار شنبه			کانه آرائی پیشرفته گروه:01هرهفته	ترمودینامیك گروه:01هرهفته					مباحث ویژه گروه:01هرهفته						
پنج شنبه															

نحوه ارزیابی

پروژه و ارائه کلاسی: ۱۴ نمره (۶ نمره ارائه، ۲ نمره نصب نرم‌افزار مربوطه و انجام شبیه‌سازی‌های ساده یا حل مثال، ۶ نمره ترجمه مقاله)

حضور غیاب: ۲ نمره (به ازای هر غیبت نیم نمره کسر می‌شود)

مثبت‌های کلاسی و تحقیقات کوچک: حداکثر ۳ نمره

امتحان پایان‌ترم: ۶ نمره

فهرست مطالب

- فصل اول: آشنایی با روش اجزای گسسته (DEM) (Discrete Element Method)
- فصل دوم: آشنایی با روش دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) (Computational Fluid Dynamics)
- فصل سوم: آشنایی با روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) (Smooth Particle Hydrodynamics)
- فصل چهارم: آشنایی با روش اجزای (المان) محدود (FEM) (Finite Element Method)
- فصل پنجم: روش حجم محدود (FVM) (Finite Volume Method)
- فصل پنجم: آشنایی با روش اجزای (المان) مرزی (BEM) (Boundary Element Method)
- فصل ششم: آشنایی با روش تفاضل (تفاضل‌های) محدود (FDM) (Finite Difference Method)

وظایف دانشجو (نحوه انجام پروژه)

- آشنایی با روش‌های موجود در پروژه (یک روش یا کوپل دو روش)
- آشنایی با تمام نرم‌افزارهای موجود (تجاری یا متن باز) در زمینه این روش(ها)
- آشنایی با مزایای کوپل کردن دو روش
- آشنایی با نحوه کوپل کردن، نرم‌افزارها و روش‌های موجود برای کوپل کردن
- یافتن یک مقاله جدید درباره این روش یا کوپل دو روش
- مروری بر تجهیزات فرآوری شبیه‌سازی‌شده با این روش(ها) تا سال ۲۰۲۱
- یافتن تجهیزاتی که با این روش(ها) قابل انجام است اما تاکنون توسط هیچ پژوهشگری انجام نشده است.
- علت عدم انجام شبیه‌سازی تجهیزات باقیمانده (شامل مشکل تعداد ذرات، هندسه دشوار، مشکل مش‌بندی و غیره)
- ترجمه یک مقاله مرتبط که توسط استاد مربوطه (بنده) تأیید شده باشد.

فصل اول: روش اجزای گسسته (راگ)
Discrete Element Method (DEM)

مقدمه

کلیات

- **زمان‌بر بودن و پرهزینه بودن** تست‌های آزمایشگاهی و پایلوت در واحدهای فرآوری مواد معدنی سبب شده‌اند که این تست‌ها به تدریج جای خود را به روش‌های مدل‌سازی (بویژه مدل‌سازی عددی) دهند، به طوری که امروزه در بسیاری از کشورهای پیشرفته دنیا این روش‌ها جایگزین روش‌های آزمایشگاهی شده‌اند.
- روش اجزای گسسته (DEM) یک روش **مدل‌سازی عددی** است که توسط **Cundall** در بین سال‌های 1971 تا 1974 جهت تحلیل مشکلات مکانیک سنگ‌ها ایجاد شد.
- روش اجزای گسسته روشی مناسب برای مدل‌سازی عددی و شبیه‌سازی **رفتار دیسک‌ها و کره‌های مجزا** در فضای دوبعدی و سه‌بعدی است.

کلیات

مقدمه

- در حال حاضر تعدادی نرم‌افزار تخصصی در زمینه روش اجزای گسسته در کشورهایی مانند ایالات متحده، آلمان، فرانسه، استرالیا، کانادا، انگلستان، هلند، سوئیس، اسپانیا وجود دارد.
- مشکلی که وجود دارد این است که برخی از این **نرم‌افزارها تجاری** هستند و هزینه اجاره آن‌ها بسیار سنگین است، ضمناً امکان تهیه بسیاری از آن‌ها در ایران وجود ندارد.
- دسته دیگر این نرم‌افزارها **نرم‌افزارهای متن‌باز** هستند که به صورت آزادانه و رایگان در دسترس هستند، اما مشکل نرم‌افزارهای متن باز این است که تقریباً اکثر آن‌ها در سیستم عامل ویندوز قابل اجرا نیستند و تنها با سیستم عامل لینوکس اجرا می‌شوند. مشکل دیگر این نرم افزارها مسئله کامپایل کردن آن‌ها به گونه‌ای که توانایی انجام شبیه‌سازی مورد نظر ما را داشته باشند.
- از آنجایی که تمام نرم‌افزارهای متن‌باز به صورت کدهای منبع هستند، کامپایل کردن این کدها و ساختن فایل اجرایی از آن‌ها بسیار دشوار است و انجام این کار تنها در **سیستم عامل‌های مبتنی بر لینوکس** امکان‌پذیر است.

روش اجزای گسسته (DEM)

کاربردهای DEM در فرآوری مواد معدنی

- در **سال ۱۹۹۰** روش‌های عددی جهت رفع مشکلات مربوط به **آسیاهای گردان** مورد استفاده قرار گرفتند.
- با آغاز قرن بیست و یکم، روش اجزای گسسته به طور گسترده‌ای در مدل‌سازی **آسیاهای گلوله‌ای**، **نیمه‌خودشکن** و **گریز از مرکز** مورد استفاده قرار گرفت. محققان از این روش برای پیش‌بینی حرکت بار، توان مصرفی آسیا، جدایش ابعادی گلوله‌ها، جدایش ابعادی سنگ‌های کوچک از گلوله‌های بزرگ‌تر، میزان استهلاک آسترها در آسیاهای گلوله‌ای و بررسی سرعت بحرانی آسیای گلوله‌ای استفاده کردند.
- در سال‌های اخیر فعالیت‌های بسیاری جهت **بهینه‌سازی عملکرد آسیاها** صورت گرفته است.

روش اجزای گسسته (DEM)

مروری بر کارهای انجام‌شده در ایران در زمینه DEM

- استفاده از روش اجزای گسسته در ایران در رشته مهندسی معدن و بویژه در گرایش فرآوری مواد معدنی سابقه چندانی ندارد.
- اولین پژوهش در سال ۲۰۰۷ درگرایش مکانیک سنگ انجام شد. در این پژوهش رفتار شکست سنگ درون **یک سنگ‌شکن فکی** با استفاده از روش اجزای گسسته و نرم‌افزار PFC3D شبیه‌سازی شد.
- در پژوهش دیگری در سال ۲۰۰۷ با استفاده از روش اجزای گسسته و نرم‌افزار PFC3D، **تأثیر سرعت چرخش آسیای گلوله‌ای** بر میزان خردایش و شکل بار درون آسیا مورد بررسی قرار گرفت.
- در مطالعه دیگری در سال ۲۰۱۰، شبیه‌سازی عملیات سنگ‌شکنی و فرآیند سرندکنی با استفاده از چند طبقه سرند آزمایشگاهی انجام شد. در این پژوهش منحنی‌های توزیع دانه‌بندی به دست آمده از روش اجزای گسسته برای **دو نوع سنگ گرانیتی و آهکی** در **دو حالت مکعبی و کروی** با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شدند.

روش اجزای گسسته (DEM)

مروری بر کارهای انجام‌شده در ایران در زمینه DEM

- در سال ۲۰۱۰ در پژوهش دیگری **شبیه‌سازی سرندهای صنعتی** با روش اجزای گسسته و با استفاده از نرم افزار PFC3D انجام شد. در این پژوهش شبیه‌سازی‌های اجزای گسسته برای یک **سرند موزی‌شکل** سه صفحه‌ای کوچک مقیاس انجام شد.
- در سال ۲۰۱۱ در پژوهش دیگری **پارامترهای مؤثر بر عملکرد آسیاهای گردان** به روش اجزای گسسته و با استفاده از نرم‌افزار PFC3D مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت و بهینه‌سازی این پارامترها با **طراحی و ساخت یک آسیای گلوله‌ای شفاف** انجام شد.

معرفی نرم‌افزارهای شبیه‌سازی DEM

مروری بر نرم‌افزارهای موجود در زمینه شبیه‌سازی به روش اجزای گسسته (نرم‌افزارهای غیرتجاری و متن‌باز)

Software of Mechanical Manager the Contact

LMGC

LMGC 90

Logiciel de Mécanique Gérant le Contact

© 2001 CNRS - UM2

Pasimodo

Yade

Yade = Yet another dynamic engine

MechSys Programming Library

Mechanical Systems

580 260
558 223
442 195

FLAG counter

ESyS = Earth System Science

معرفی نرم‌افزارهای شبیه‌سازی DEM

مروری بر نرم‌افزارهای موجود در زمینه شبیه‌سازی به روش اجزای گسسته (نرم‌افزارهای تجاری)

Three Dimensional Distinct Element Code

OVERVIEW OPTIONS NEW IN 4.1 SUMMARY

ITASCA™

3DEC™

MFiX

Multiphase Flow with Interphase eXchanges

توزیع‌های مختلف لینوکس

توسعه دادن و کامپایل کردن نرم‌افزارهای LAMMPS,LIGGGHTS مستلزم آشنایی با سیستم عامل لینوکس و زبان‌های برنامه‌نویسی C، C++، فرترن و پایتون است

کوپل CFD-DEM

کوپل SPH-DEM

کوپل SPH-FEM

Paul W. Cleary

فرآیند یا وسیله شبیه سازی شده	تعداد مقالات
Mixers	4
Ball Mill	3
Granular Flows	4
Hopper	1
Screw Feeder	1
Screening Processes	1
Screw Conveyor	2
Vezin Samplers	1
Mill/Tumbling Mills	2
Fluidized Beds	1
Sampler/Stream Cutters	3
AG/SAG Mill	4
Particle Beds	1
Rotating Drum	1
Particulate Materials	1
Rock Crushing	1
Stirred Mill	1
Banana Screen	3

معرفی نرم‌افزار LAMMPS

- LAMMPS مخفف Large-scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator و به معنای شبیه‌ساز به طورگسترده موازی اتمی/مولکولی بزرگ مقیاس است.
- LAMMPS یک کد دینامیک مولکولی کلاسیک است که مجموعه ای از ذرات را در یک حالت مایع، جامد، یا گاز مدل می کند.
- LAMMPS می‌تواند سیستم‌های اتمی، پلیمری، بیولوژیکی، فلزی، دانه‌ای، و درشت‌دانه را با استفاده از شرایط مرزی و میدان‌های نیرو متفاوتی مدل کند.
- LAMMPS می‌تواند سیستم‌هایی با تنها تعداد محدودی ذره تا سیستم‌هایی با میلیون‌ها و یا حتی میلیاردها ذره را مدل کند.

معرفی نرم‌افزار LIGGGHTS

- **LIGGGHTS یک نرم‌افزار متن باز شبیه‌سازی ذرات به روش اجزای گسسته است.**
- **LIGGGHTS مخفف LAMMPS Improved for General Granular and Granular Heat Transfer Simulations و به معنای LAMMPS بهبودیافته برای شبیه‌سازی‌های دانه‌ای عمومی و انتقال حرارت دانه‌ای است.**

روش اجزای گسسته (DEM)

معرفی روش راگ: مزایا و معایب

- روش اجزای گسسته (Discrete Element Method) یا راگ (DEM) یک روش عددی قدرتمند برای شبیه‌سازی کردن رفتار مکانیکی سیستم‌هایی با تعداد زیادی از ذرات است.
- تمرکز این روش بر روی حرکت و اندرکنش ذرات است، بنابراین ذرات فیزیکی واقعی، که طیفی را از پودرهای مقیاس میکرو تا تشکیلات سنگی عظیم در بر می‌گیرند، به صورت اجسام هندسی صلب نشان داده می‌شوند.
- رایج‌ترین مدل برای اندرکنش ذرات که در روش اجزای گسسته استفاده می‌شود **مدل هرتز** (Hertz) است.
- در طی سه دهه گذشته، با بهبود مدل‌های برخورد و قدرتمندتر شدن سیستم‌های کامپیوتری کاربردهای روش اجزای گسسته به سرعت افزایش یافته‌اند.
- در اینجا، کاربرد **ذرات کروی** بسیار رایج است. درحالیکه شبیه‌سازی‌ها با ذرات کروی می‌توانند میلیون‌ها ذره را منظور کنند، استفاده از ذرات غیرکروی هنوز هم کار ساده‌ای نیست.

روش اجزای گسسته (DEM)

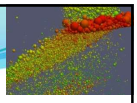
معرفی روش راگ: مزایا و معایب

- درحالیکه برای ذرات کروی هندسه بوسیله **شعاع** توصیف می‌شود و نیروهای اندرکنشی می‌توانند به آسانی بوسیله قوانین برخورد مانند برخورد هرتزی محاسبه شوند، برای ذرات غیرکروی نمایش هندسه و محاسبه نیروهای برخورد بسیار پیچیده‌تر است.
- روش اجزای گسسته بر اساس یک **رویکرد لاگرانژی** است، بدین معنا که مواد دانه‌ای را به صورت مجموعه‌ای از ذرات مجزا تلقی می‌کند، که هر یک از آن‌ها بوسیله قوانین فیزیکی کنترل می‌شوند.
- هر یک از ذرات با همسایه‌هایش از طریق برخوردهای ذره به ذره‌ای که می‌توانند در هر **گام زمانی** تشکیل شوند یا شکسته شوند، اندرکنش می‌کند.
- گام زمانی در روش اجزای گسسته آنقدر کوچک انتخاب می‌شود که در طی یک گام زمانی آشفتگی‌های حاصل از هر ذره نمی‌توانند به بیشتر از **همسایگان بلافصلش** تکثیر شوند. در هر گام زمانی متوالی، **نیروهای برآیند** روی هر ذره به طور انحصاری به وسیله **اندرکنش آن با ذرات مجاورش** تعیین می‌شوند.

روش اجزای گسسته (DEM)

معرفی روش راگ: مزایا و معایب

- پیش‌بینی‌های راگ می‌توانند به آسانی از روی **داده‌های شبیه‌سازی** انجام شوند که به دست آوردن آن‌ها به طور تجربی **دشوار و پر هزینه** خواهد بود.
- نقطه قوت دیگر مدل‌سازی اجزای گسسته **سهولت انجام مطالعات پارامتری** برای مطالعه کردن اثرات خواص ذرات، شرایط فرآیند، یا طراحی تجهیزات است. بعلاوه، از آنجایی که راگ یک رویکرد گسسته است، ذرات می‌توانند **توزیعی از خواص** داشته باشند. بنابراین ذرات درون سیستم می‌توانند برای مثال توزیعی از اندازه‌ها داشته باشند.
- عیب روش راگ این است که گام زمانی باید **بی‌نهایت کوچک** انتخاب شود که این امر سبب افزایش شدید زمان شبیه‌سازی ها می‌شود.
- در سال‌های اخیر، افزایش شدید در **توان محاسباتی** قابل‌دسترس این امکان را به شبیه‌سازی‌های اجزای گسسته داده است که به ابزاری چندمنظوره برای کاربردهای صنعتی تبدیل شوند.
- با بلوغ شبیه‌سازی اجزای گسسته، اکنون اجرا کردن شبیه‌سازی‌هایی با میلیون‌ها ذره با شکل‌های پیچیده و نیروهای چسبنده بین ذرات در زمان‌های قابل‌تحمل در تک‌پردازنده‌ها (**کامپیوترهای رومیزی**) دارد ممکن می‌شود.



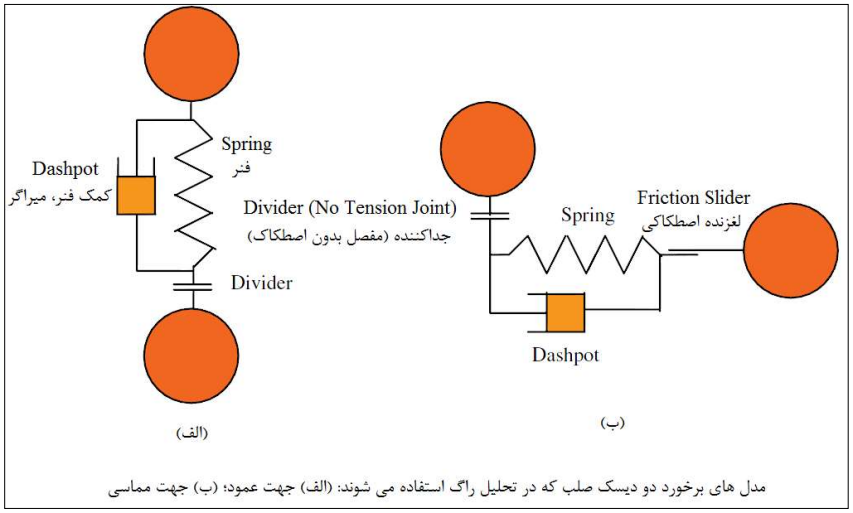
روش اجزای گسسته (راگ)

روش شبیه‌سازی

- روش اجزای گسسته (راگ) یک تکنیک عددی است که برای پیش‌بینی کردن رفتار جریان‌های ذراتی که در آن‌ها **برخورد** حاکم است، مورد استفاده قرار می‌گیرد. هر یک از ذرات در این جریان ردیابی می‌شوند و همه برخوردها بین ذرات و بین ذرات و مرزها مدل می‌شوند.
- نوع راگ استفاده‌شده در لایتز گاهی اوقات روش **ذرات نرم** (soft particle) نامیده می‌شود. به ذرات اجازه داده می‌شود که همپوشانی داشته باشند و این میزان همپوشانی به همراه یک **قانون نیروی برخورد** برای تعیین کردن نیروهای لحظه‌ای حاصل از شناخت مکان‌ها، جهت‌ها، سرعت‌ها و چرخش‌های جاری ذرات مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- یک مدل برخورد دانه‌ای **هرتز-میندلین** (Hertz-Mindlin) جدید در لایتز پیاده‌سازی شده است. در این مدل برخورد، اندرکنش‌ها میان ذرات و ذره-دیوار بر طبق یک مدل **فنر-کمک فنر** (spring-dashpot) در جهات عمود و مماس بر خطوط مراکزشان هستند.

روش اجزای گسسته (راگ)

روش شبیه‌سازی



مدل های برخورد دو دیسک صلب که در تحلیل راگ استفاده می شوند: (الف) جهت عمود؛ (ب) جهت مماسی

روش اجزای گسسته (راگ)

روش شبیه‌سازی

این مدل دانه‌ای از فرمول زیر برای نیروی اصطکاکی بین دو ذره دانه‌ای استفاده می‌کند؛ هنگامی که فاصله r بین دو ذره با شعاع‌های R_i و R_j کمتر از فاصله تماسشان $(d = R_i + R_j)$ است. هنگامی که $r > d$، هیچ نیرویی بین این ذرات وجود ندارد:

$$\mathbf{F} = \left(k_n \boldsymbol{\delta n_{ij}} - \gamma_n \mathbf{vn_{ij}}\right) + \left(k_t \boldsymbol{\delta t_{ij}} - \gamma_t \mathbf{vt_{ij}}\right)$$

k_n = ثابت الاستیک برای برخورد عمود

$\boldsymbol{\delta n_{ij}} = d - r$ = همپوشانی عمود (فاصله همپوشانی دو ذره)

γ_n = ثابت میرایی ویسکوالاستیک برای برخورد عمود

$\mathbf{vn_{ij}}$ = سرعت عمود نسبی (مؤلفه قائم سرعت نسبی دو ذره)

k_t = ثابت الاستیک برای برخورد مماسی

$\boldsymbol{\delta t_{ij}}$ = همپوشانی مماسی (بردار جابجایی مماسی بین دو ذره کروی)

γ_t = ثابت میرایی ویسکوالاستیک برای برخورد مماسی

$\mathbf{vt_{ij}}$ = سرعت مماسی نسبی (مؤلفه مماسی سرعت نسبی دو ذره)

روش اجزای گسسته (راگ)

روش شبیه‌سازی

برای مدل هرتز- میندلین، ضرایب k_n ،k_t ،γ_n و γ_t به صورت زیر از روی خواص مواد محاسبه می شوند:

$$k_n = \frac{4}{3} Y^* \sqrt{R^* \delta_n}$$

$$\gamma_n = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} \geq 0$$

$$k_t = 8 G^* \sqrt{R^* \delta_n}$$

$$\gamma_t = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_t m^*} \geq 0$$

معادلات زیر می‌توانند برای دو ذره در حال تماس تعریف شوند:

$$S_n = 2 Y^* \sqrt{R^* \delta_n}$$

$$S_t = 8 G^* \sqrt{R^* \delta_n}$$

$$\beta = \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}}$$

$$\frac{1}{Y^*} = \frac{(1-\upsilon_1^2)}{Y_1} + \frac{(1-\upsilon_2^2)}{Y_2}$$

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2(2+\upsilon_1)(1-\upsilon_1)}{Y_1} + \frac{2(2+\upsilon_2)(1-\upsilon_2)}{Y_2}$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$$

که در آن ها Y مدول یانگ است، G مدول برشی است، υ نسبت پوآسون است، e ضریب استرداد است، m جرم است و R شعاع یک ذره است. اندیس‌های 1 و 2 نماینده دو ذره در تماس است.

$$G = \frac{Y}{2(1+\square)}$$

روش اجزای گسسته (راگ)

روش شبیه‌سازی

برای هر ذره، حرکت انتقالی و حرکت دورانی، که می‌توانند بوسیله قانون دوم حرکت نیوتن توصیف شوند، به ترتیب زیر تعیین می‌شوند:

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{\sum \mathbf{F}}{m} + \mathbf{g}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \frac{\sum \mathbf{M}}{\mathbf{I}}$$

که در آن‌ها **v** بردار سرعت یک ذره است، **F** نیروی برخوردی است که روی یک ذره عمل می‌کند، m و **g** جرم یک ذره و شتاب گرانشی هستند، **ω** بردار سرعت زاویه‌ای است، **M** و **I** بر گشتاور ناشی از نیروی مماسی و گشتاور لختی (Moment of inertia) دلالت می‌کنند.

مروری بر نرم‌افزارهای موجود در زمینه شبیه‌سازی به روش راگ

SOFTWARES

معرفی نرم‌افزارهای شبیه‌سازی راگ

نرم‌افزارهای تخصصی در زمینه راگ به دو صورت وجود دارند:

- دسته اول نرم‌افزارهای تجاری هستند که هزینه اجاره آن‌ها بسیار قابل توجه است و امکان تهیه آن‌ها برای همگان وجود ندارد.
- دسته دوم نرم‌افزارهای متن‌باز هستند که به صورت آزادانه و رایگان در دسترس هستند، این نرم‌افزارها اکثراً در سیستم عامل ویندوز قابل اجرا نیستند و تنها در سیستم عامل‌های مبتنی بر لینوکس قابل اجرا هستند. از آن جایی که نرم‌افزارهای متن باز به صورت کدهای منبع هستند، کامپایل کردن این کدها و ساختن فایل اجرایی از آن‌ها بسیار دشوار است و انجام این کار تنها در سیستم عامل‌های مبتنی بر لینوکس امکان‌پذیر است.

نرم افزارهای متن باز	نرم افزارهای تجاری
Ascalaph	Bulk Flow Analyst ™
BALL & TRUBAL	Chute Analyst ™
dp3D	Chute Maven®
ESyS-Particle	EDEM®
LAMMPS	ELFEN
LIGGGHTS	GROMOS 96 ™
SDEC	MIMES
LMGC90	PASSAGE®/DEM
Pasimodo	PFC2D ™ & PFC3D ™
Yade	SimPARTIX®
MechSys	STAR-CCM+
-	UDEC ™ and 3DEC ™
-	DEMpack
-	MFiX
-	KMPCDEM

نرم‌افزار شبیه‌سازی استفاده شده

SOFTWARES

معرفی نرم‌افزارهای شبیه‌سازی راگ

به منظور شبیه‌سازی‌های راگ، نسخه‌ای از بسته نرم‌افزاری لایتز مطابق با نیازها توسعه داده شد.

- LIGGGHTS مخفف LAMMPS Improved for General Granular and Granular Heat Transfer Simulations و به معنای LAMMPS بهبود یافته برای شبیه‌سازی‌های دانه‌ای عمومی و انتقال حرارت دانه‌ای است.
- LAMMPS مخفف Large-scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator و به معنای شبیه‌ساز به طورگسترده موازی اتمی/مولکولی بزرگ‌مقیاس است.

ویژگی‌های لمپس و لایتز

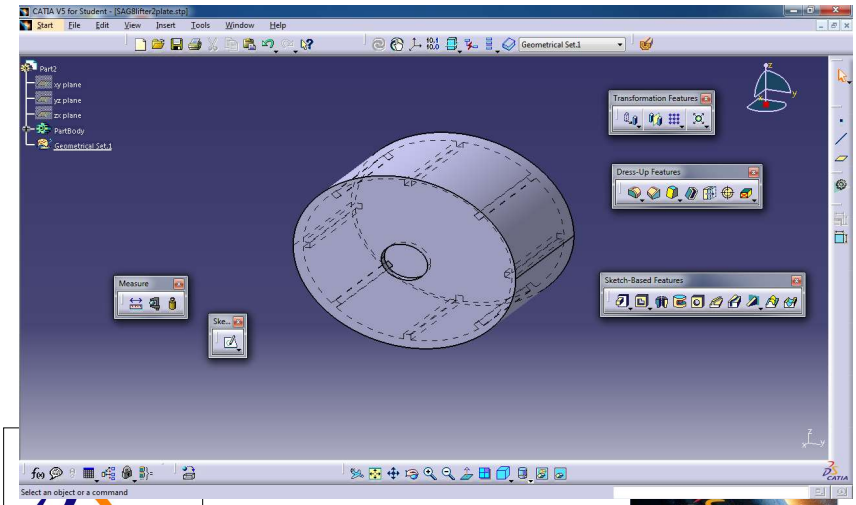
- لمپس یک شبیه‌ساز موازی ذرات در مقیاس اتمی، مزو، یا پیوسته است. اگر ذرات دانه‌ای درشت‌دانه شبیه‌سازی شوند، این روش راگ نامیده می‌شود.
- لمپس پیاده‌سازی‌ها را برای پتانسیل‌های دانه‌ای خطی (هوک) و غیرخطی (هرتز) هر دو ارائه می‌دهد.
- لایتز این ویژگی‌ها را برای شبیه‌سازی‌های دانه‌ای بهبود می‌دهد، این ویژگی‌های بهبودیافته شامل وارد کردن هندسه از فایل‌های CAD (از نرم‌افزارهایی مانند SolidWorks و Catia برای ترسیم هندسه استفاده می‌شود و فایل حاصل با فرمت stl ذخیره می‌شود.) و قابلیت مش متحرک، امکانات برای درج ذرات و بسته‌بندی، مدل‌های برخورد متعدد، ذرات غیرکروی که بوسیله روش چندکره‌ای کنترل می‌شوند، یک مدل ذرات پیوندیافته، تحلیل تنش دیوار و پیش‌بینی فرسودگی، و قابلیت شش درجه آزادی برای اجسام صلب می‌شوند.

ویژگی‌های لمپس و لایتز

- لایتز و لمپس هر دو در پردازنده‌های تکی یا به صورت موازی با استفاده از تکنیک‌های عبوردهنده پیام (Massage Passing Interface (MPI)) و تجزیه مکانی (spatial-decomposition) حوزه شبیه‌سازی اجرا می‌شوند.
- این کد به نحوی طراحی شده است که تغییر، بهبود، اصلاح و گسترش آن با قابلیت‌های جدید آسان باشد.
- در کاربرد نرم‌افزار لایتز، برنامه‌نویسی کردن برای مدل‌های برخورد تعریف‌شده توسط کاربر امکان‌پذیر است اما هیچ رابط کاربری وجود ندارد و همه کد برای توصیف فرآیند شبیه‌سازی باید به صورت متن درآورده شود.

۲۸

پیش‌پردازش شبیه‌سازی‌های لایتز با CATIA و gmsh



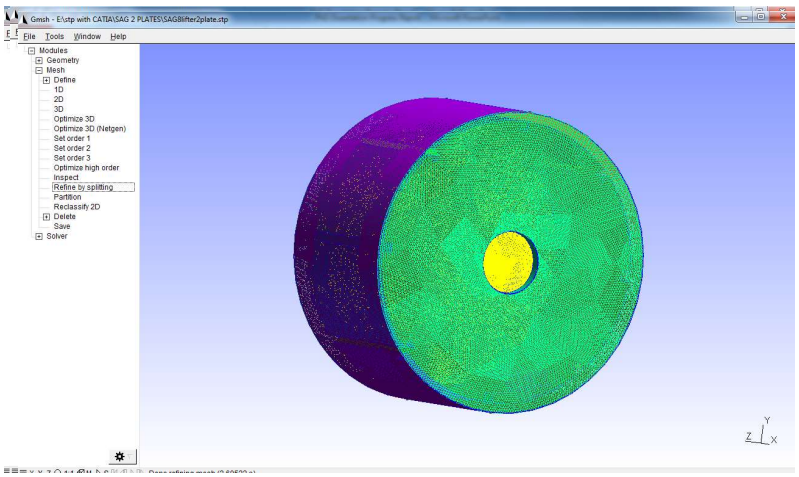
CATIA

DS CATIA

۲۹

gmsh

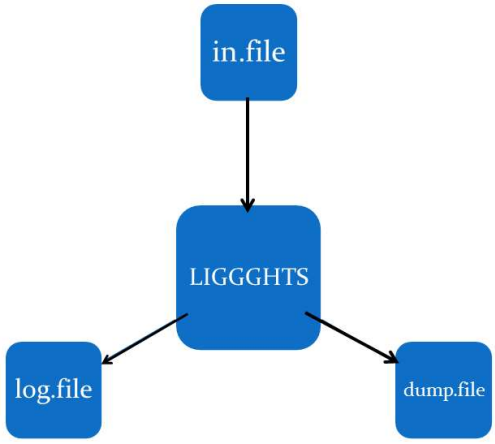
پیش‌پردازش شبیه‌سازی‌های لایتز با CATIA و gmsh



مش‌بندی و تبدیل فرمت stp به stl توسط نرم‌افزار gmsh انجام می‌شود.

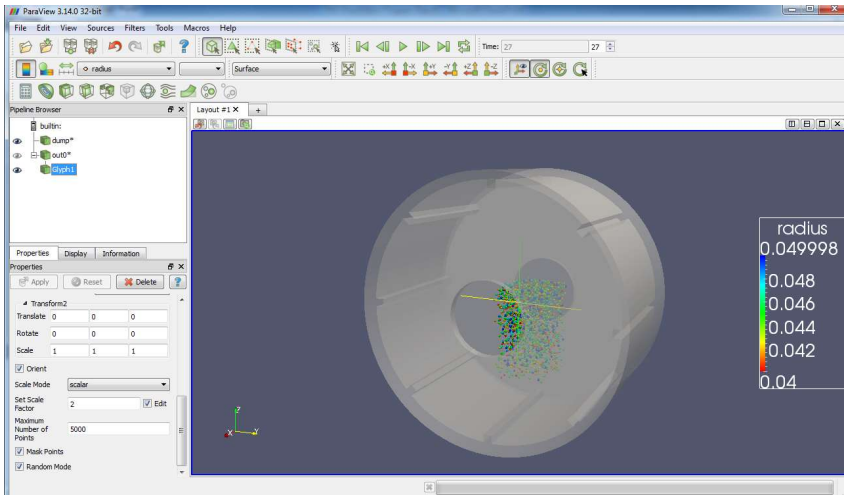
۳۰

نحوه پردازش در لایتز



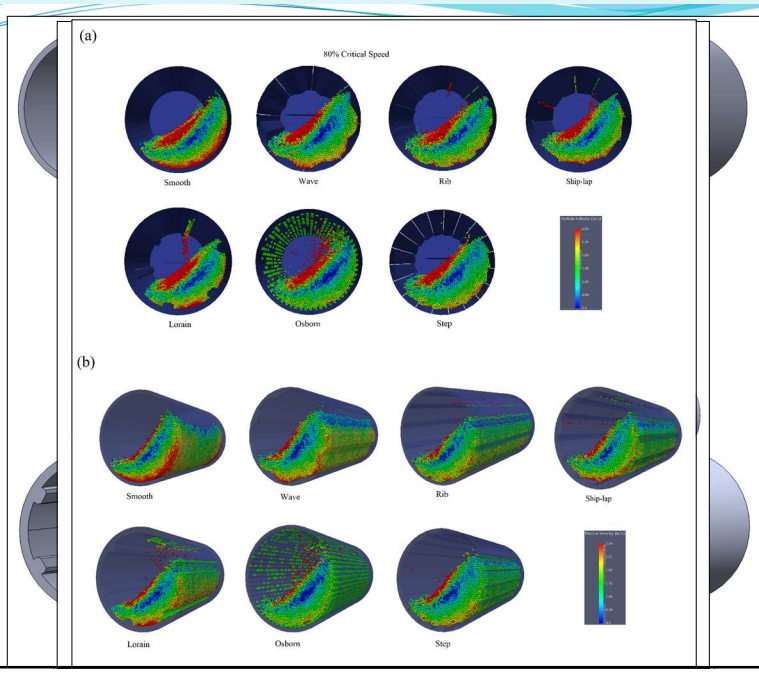
۳۱

پس‌پردازش شبیه‌سازی‌های لایتز با Pizza.py و Paraview

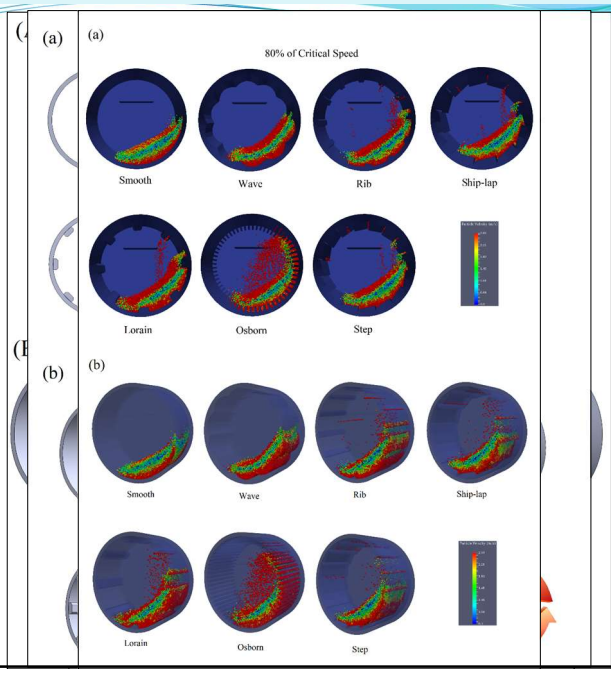


خواندن فایل‌های با فرمت vtk و انجام شبیه‌سازی توسط نرم افزار ParaView انجام می‌شود.

شبیه‌سازی آسیاهای گلوله‌ای مقیاس پایلوت و صنعتی

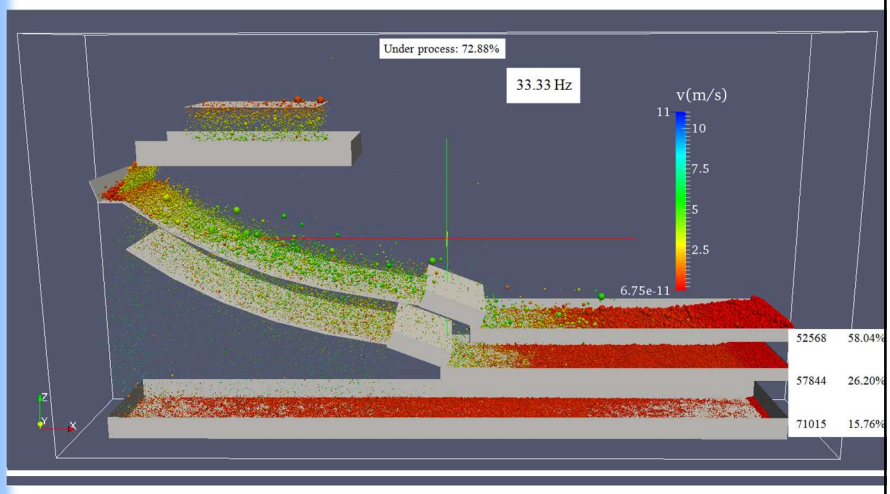


شبیه‌سازی آسیاهای نیمه‌خودشکن مقیاس پایلوت و صنعتی



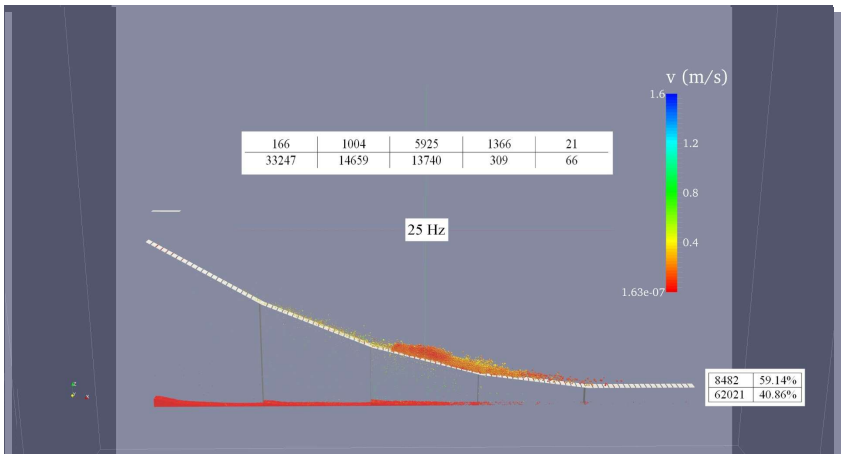
تأثیر بسامد ارتعاش سرند بر بازیابی سرندکنی

شبیه‌سازی سرند دوطبقه صنعتی



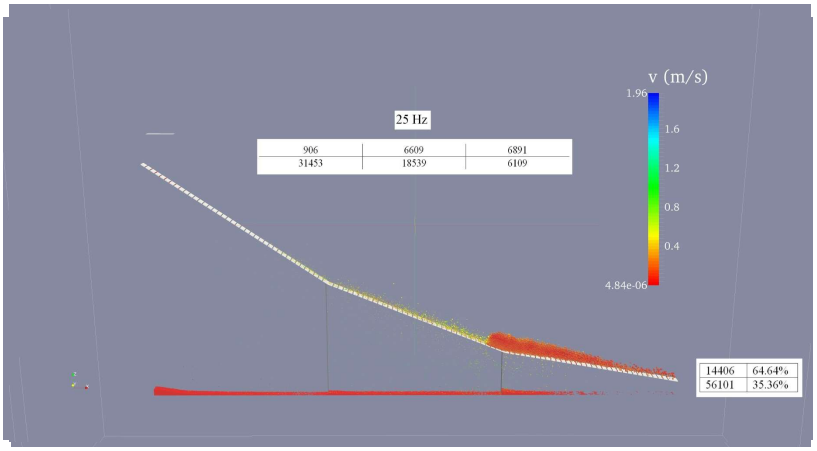
تأثیر بسامد ارتعاش سرند بر بازدهی سرند

شبیه‌سازی سرند یک‌طبقه و پنج‌پنلی آزمایشگاهی

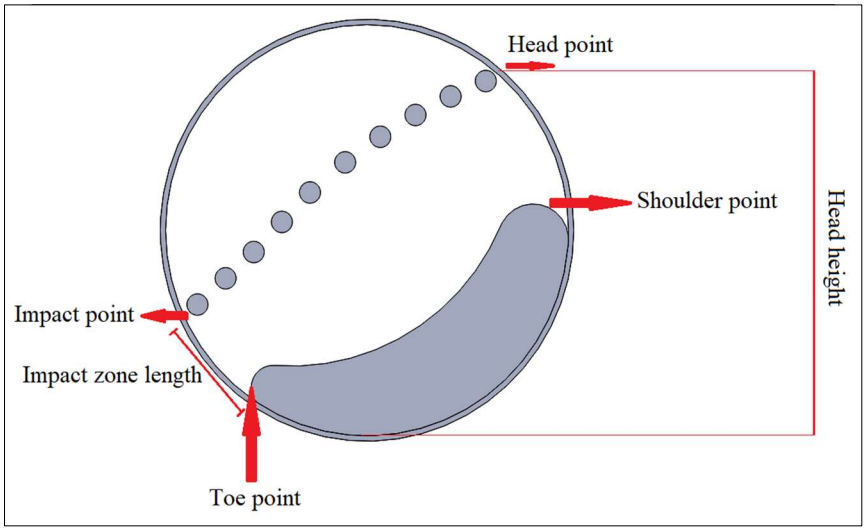


تأثیر بسامد ارتعاش سرند بر بازدهی سرند

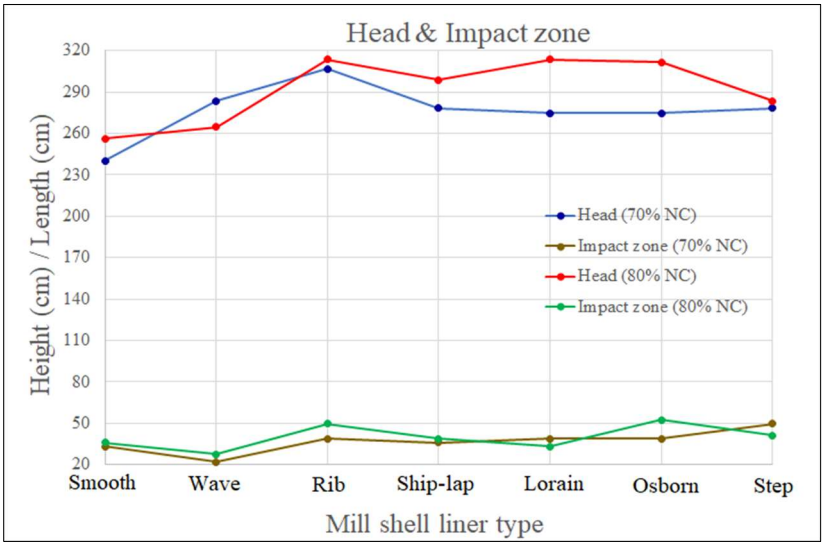
شبیه‌سازی سرند یک‌طبقه و سه‌پنلی آزمایشگاهی



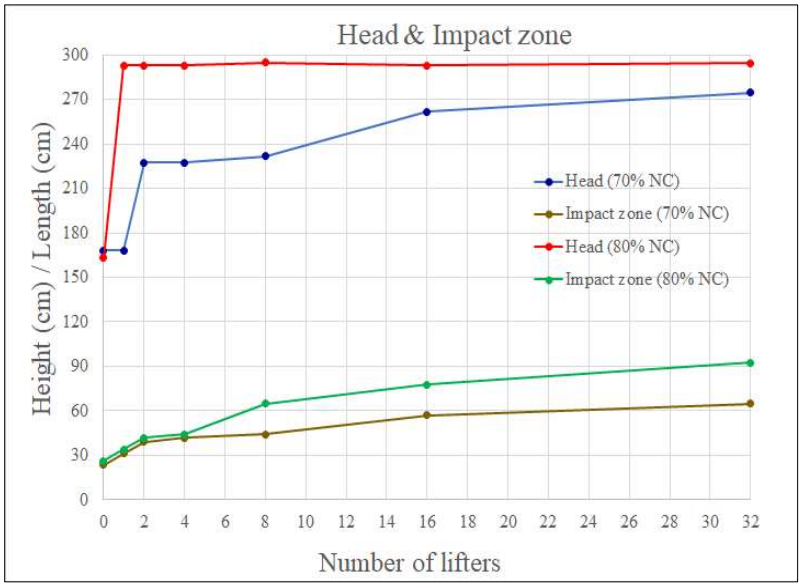
نتایج و بحث – آسیای گلوله‌ای مقیاس پایلوت



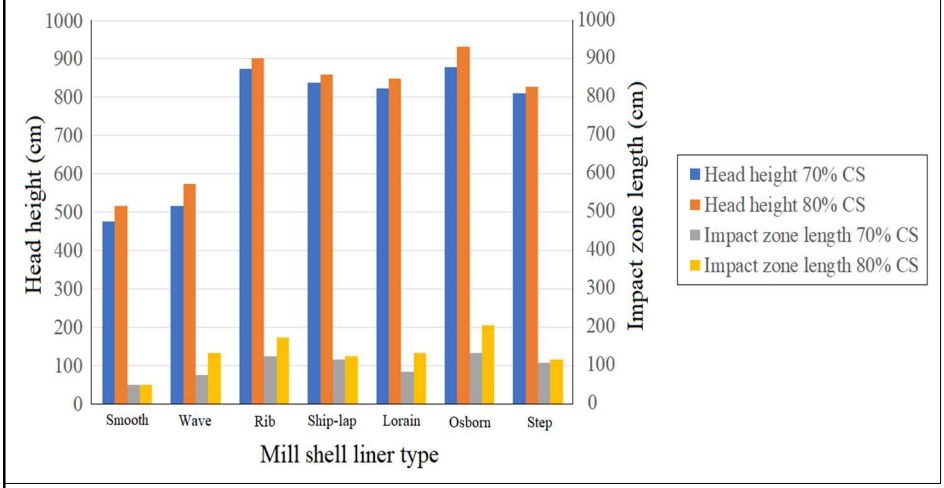
نتایج و بحث – آسیای گلوله‌ای مقیاس صنعتی



نتایج و بحث – آسیای نیمه‌خودشکن مقیاس پایلوت

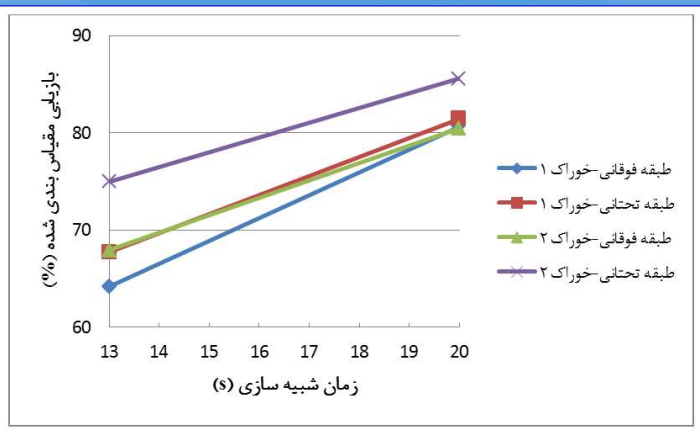


نتایج و بحث – آسیای نیمه‌خودشکن مقیاس صنعتی



نتایج و بحث – سرند دوطبقه صنعتی

تأثیر زمان شبیه سازی بر بازیابی سرندکنی

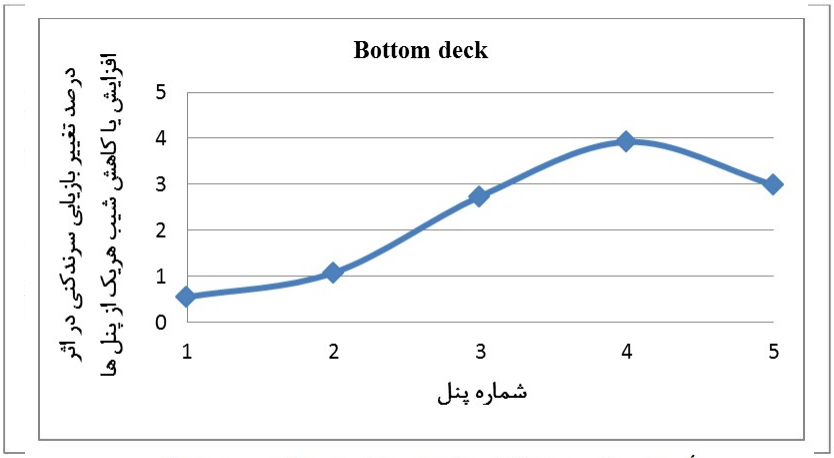


منحنی بازیابی سرندکنی سرند دو طبقه صنعتی بر حسب زمان شبیه سازی

با افزایش زمان شبیه سازی از ۱۳ ثانیه به ۲۰ ثانیه، بازیابی سرندهای فوقانی و تحتانی برای خوراک شماره ۱ به ترتیب حدود ۱۶/۴۴ درصد و ۱۳/۷۱ درصد افزایش پیدا کرده است. از سوی دیگر بازیابی سرندهای فوقانی و تحتانی برای خوراک شماره ۲ به ترتیب حدود ۱۲/۵۳ درصد و ۱۰/۶۴ درصد افزایش پیدا کرده است.

نتایج و بحث – سرند دوطبقه صنعتی

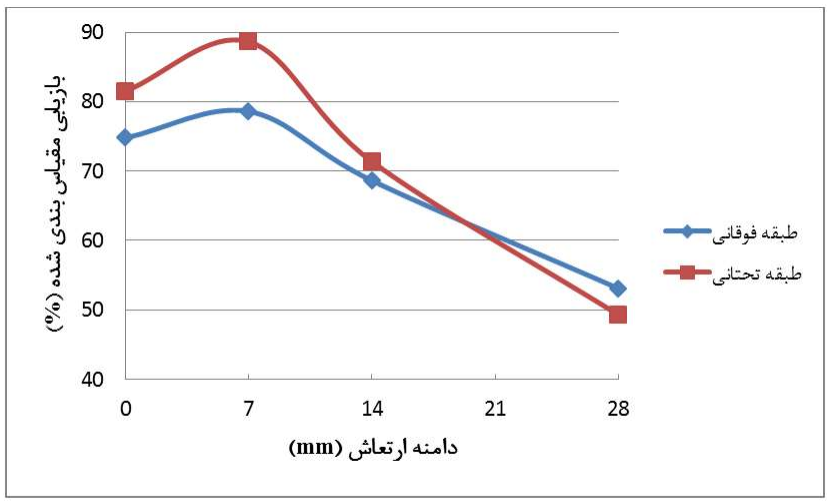
تأثیر زاویه شیب هر پنل بر بازیابی سرندکنی



تأثیر تغییر شیب هر یک از پنل ها بر بازیابی سرندکنی سرند تحتانی

نتایج و بحث – سرند دوطبقه صنعتی

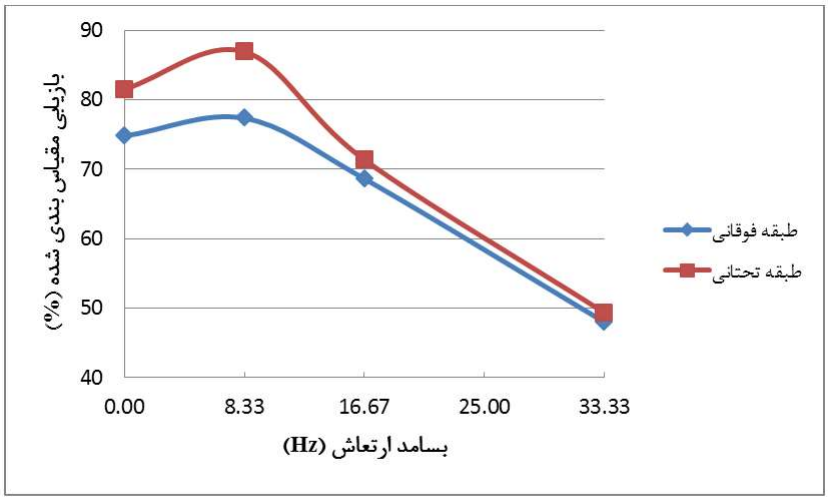
تأثیر دامنه ارتعاش سرند بر بازیابی سرندکنی



منحنی بازیابی سرندکنی سرند دو طبقه صنعتی بر حسب دامنه ارتعاش

نتایج و بحث – سرند دوطبقه صنعتی

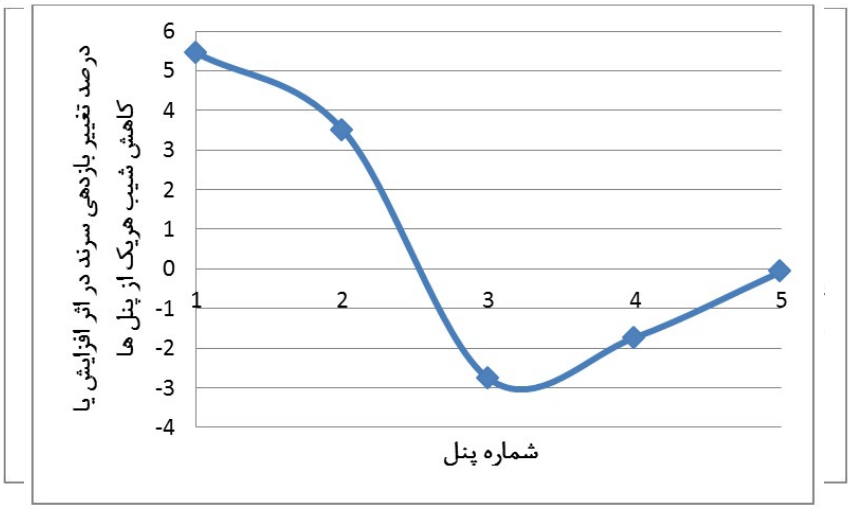
تأثیر بسامد ارتعاش سرند بر بازیابی سرندکنی



منحنی بازیابی سرندکنی سرند دو طبقه صنعتی بر حسب بسامد ارتعاش

نتایج و بحث – سرند یک‌طبقه و پنج‌پنلی آزمایشگاهی

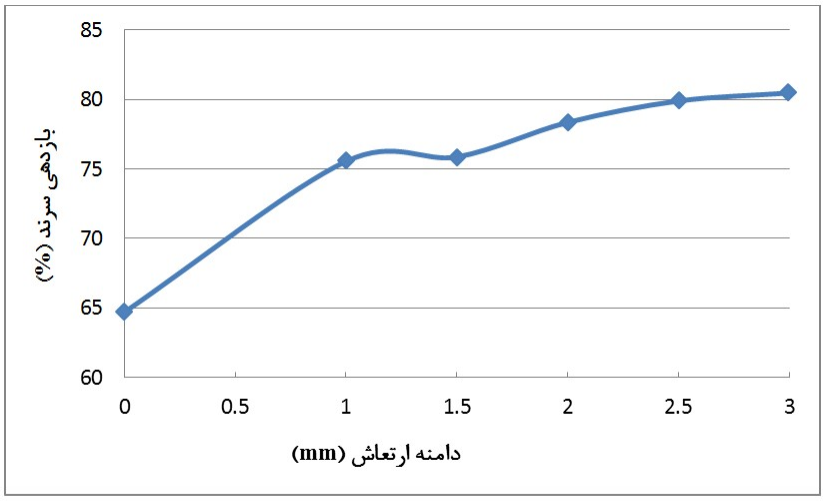
تأثیر زاویه شیب هر پنل بر بازدهی سرند



تأثیر تغییر شیب هر یک از پنل ها بر بازدهی سرند آزمایشگاهی پنج پنلی

نتایج و بحث – سرند یک‌طبقه و پنج‌پنلی آزمایشگاهی

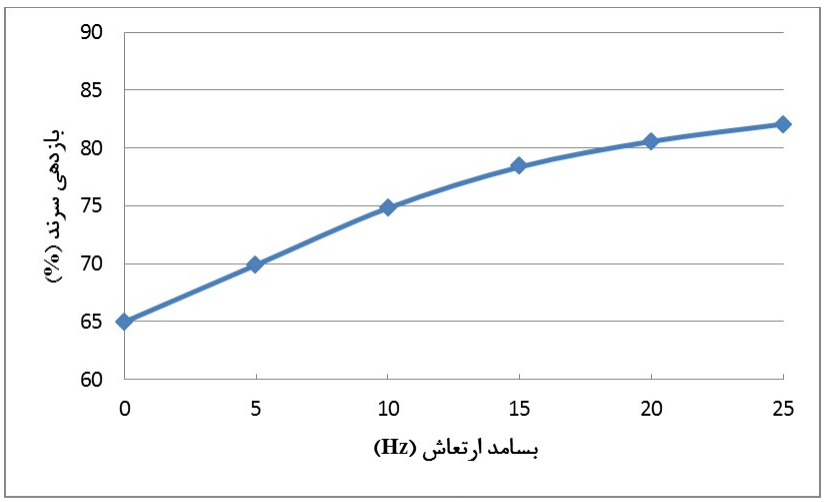
تأثیر دامنه ارتعاش سرند بر بازدهی سرند



منحنی بازدهی جدایش سرند آزمایشگاهی پنج پنلی بر حسب دامنه ارتعاش

نتایج و بحث – سرند یک‌طبقه و پنج‌پنلی آزمایشگاهی

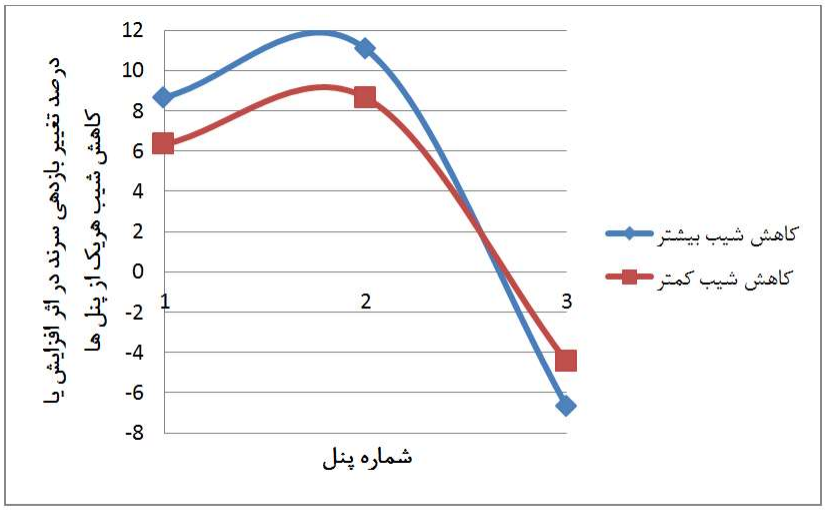
تأثیر بسامد ارتعاش سرند بر بازدهی سرند



منحنی بازدهی جدایش سرند آزمایشگاهی پنج پنلی بر حسب بسامد ارتعاش

نتایج و بحث – سرند یک‌طبقه و سه‌پنلی آزمایشگاهی

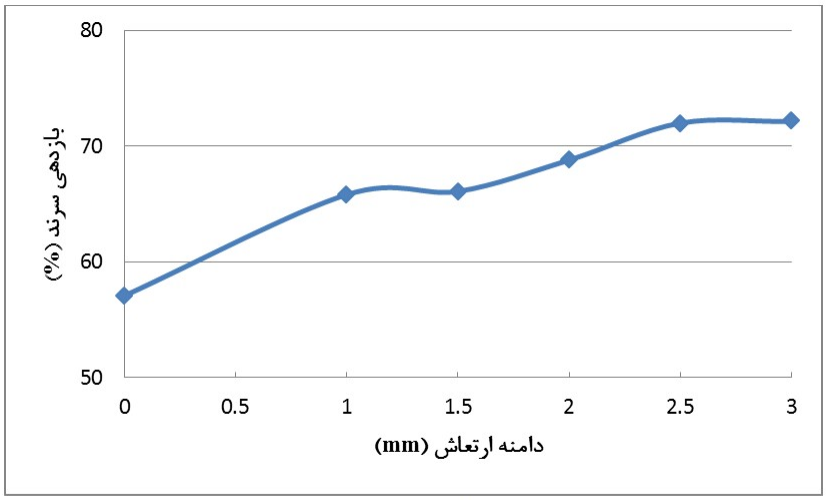
تأثیر زاویه شیب هر پنل بر بازدهی سرند



تأثیر تغییر شیب هر یک از پنل ها بر بازدهی سرند آزمایشگاهی سه پنلی

نتایج و بحث – سرند یک‌طبقه و سه‌پنلی آزمایشگاهی

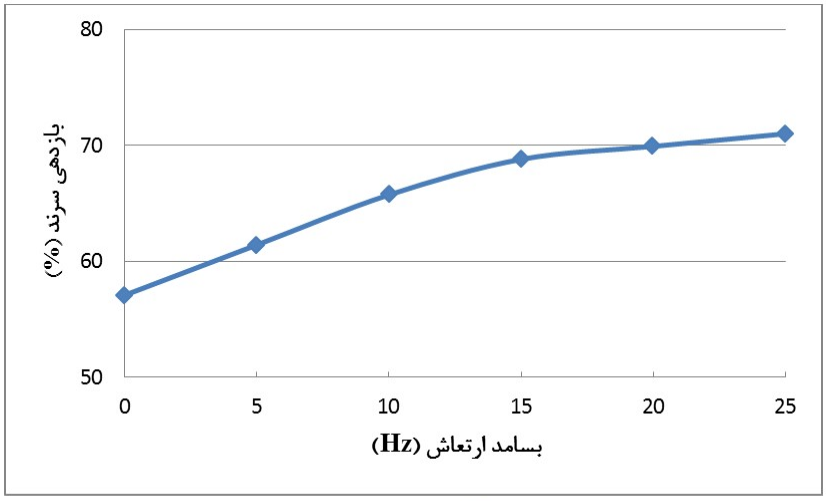
تأثیر دامنه ارتعاش سرند بر بازدهی سرند



منحنی بازدهی جدایش سرند آزمایشگاهی سه پنلی بر حسب دامنه ارتعاش

نتایج و بحث – سرند یک‌طبقه و سه‌پنلی آزمایشگاهی

تأثیر بسامد ارتعاش سرند بر بازدهی سرند



منحنی بازدهی جدایش سرند آزمایشگاهی سه پنلی بر حسب بسامد ارتعاش

نتایج و بحث – اعتبارسنجی

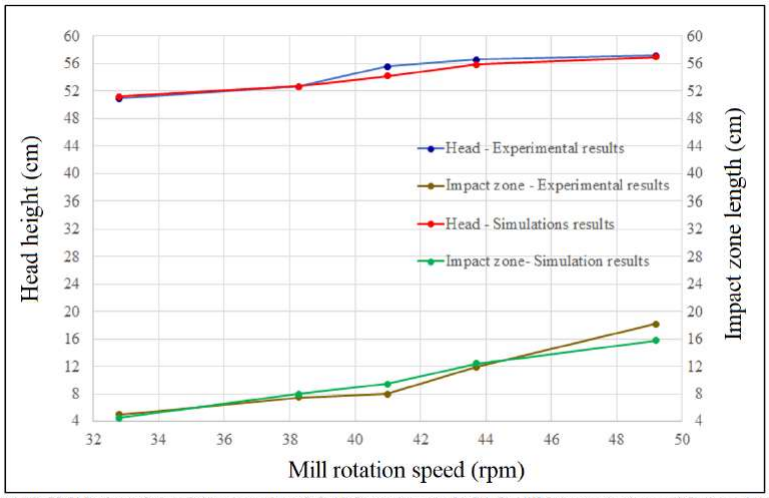


Figure 10. Validation of simulation results of the laboratory-scale SAG mill by comparison with experimental results at the same operating conditions at different mill rotation speeds (rpm).

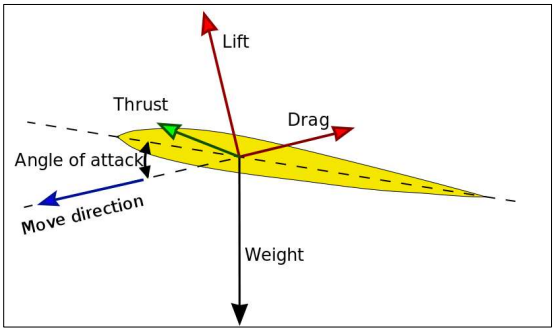
فصل دوم: دینامیک سیالات محاسباتی
Computational Fluid Dynamics

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **دینامیک سیالات محاسباتی** یا (Computational fluid dynamics) (CFD) یکی از شاخه‌های مکانیک سیالات است که با استفاده از آنالیز عددی و الگوریتم‌های عددی، مسائل مربوط به سیالات (مایعات و گازها) را تجزیه و تحلیل می‌کند.
- از ابرکامپیوترها برای شبیه‌سازی برهم‌کنش مایعات و گازها با سطوح شرایط مرزی استفاده می‌شود.
- این شاخه از مکانیک سیالات، مکانیک قدیم را به علوم رایانه و توانمندی‌های نوین محاسباتی آن در نیمه دوم قرن بیستم و در قرن جدید میلادی وصل می‌کند.
- در این روش با تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر سیالات به معادلات جبری امکان حل عددی این معادلات فراهم می‌شود.

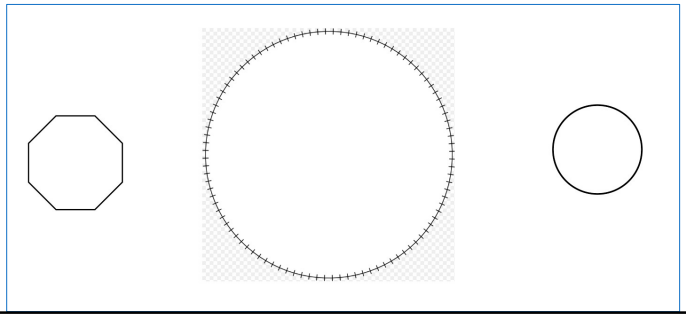
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- با تقسیم ناحیه موردنظر برای تحلیل به المان‌های کوچک‌تر و اعمال شرایط مرزی برای گره‌های مرزی، با اعمال تقریب‌هایی **یک دستگاه معادلات خطی** بدست می‌آید که با حل این دستگاه معادلات جبری، مقدار سرعت، فشار و دما در ناحیه موردنظر بدست می‌آید.
- با استفاده از نتایج بدست‌آمده از حل معادلات می‌توان برآیند نیروهای وارد بر سطوح، ضرایب برا (نیروی بالابر) (lift) و پسا (نیروی بازدارنده) (drag) و ضریب انتقال حرارت را محاسبه نمود.



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- در دینامیک سیالات محاسباتی از روش‌ها و الگوریتم‌های مختلفی جهت رسیدن به جواب بهره می‌برند، اما در تمامی موارد، دامنه مسئله را به تعداد زیادی اجزاء کوچک تقسیم می‌کنند و برای هر یک از این اجزاء مسئله را حل می‌کنند.
- پس از رسم یک ۱۰۰ ضلعی (hectagon) منتظم مشاهده خواهیم نمود که شکل حاصل مشابه دایره است. با افزایش تعداد اضلاع این شباهت بیشتر خواهد شد. در حقیقت این پدیده در مبحث CFD نیز مفهوم خواهد داشت.



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- روش‌های عددی مورداستفاده در دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)
- روش‌های گسسته‌سازی (discretization) معادلات دیفرانسیل:
  - روش اجزاء محدود (Finite Element Method)
  - روش حجم محدود (Finite Volume Method)
  - روش تفاضل محدود (Finite Difference Method)
  - روش‌های طیفی (Spectral Methods)
- در میان این روش‌ها، روش حجم محدود کاربرد بیشتری به خصوص در مدل‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر دارد.
- بیشتر نرم‌افزارهای تجاری در زمینه دینامیک سیالات محاسباتی نیز بر مبنای این روش بسط و توسعه یافته‌اند.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- روش‌های عددی مورداستفاده در دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)
- مدل‌های آشفتگی:
  - شبیه‌سازی به روش میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس (RANS) (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) (ناویر-استوکس با رینولدز میانگین‌گیری‌شده)
  - شبیه‌سازی عددی مستقیم (Direct Numerical Simulation) (DNS)
  - شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (Large Eddy Simulation) (LES)

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **کاربردها:**
- اکنون روش دینامیک سیالات محاسباتی جای خود را در میان روش‌های آزمایشگاهی و تحلیلی برای تحلیل مسائل سیالات و انتقال حرارت باز کرده است و استفاده از این روش برای انجام تحلیل‌های مهندسی امری عادی شده است.
- دینامیک سیالات محاسباتی به صورت گسترده در زمینه‌های مختلف صنعتی مرتبط با سیالات، انتقال حرارت و انتقال مواد به کمک سیال بکار گرفته می‌شود.
- از جمله این موارد می‌توان به صنایع خودروسازی، صنایع هوافضا، **توربوماشین‌ها** (توربین‌ها، پمپ‌ها، دمنده‌ها و کمپرسورها)، صنایع هسته‌ای، صنایع نظامی، صنایع نفت و گاز و انرژی و بسیاری موارد گسترده صنعتی دیگر اشاره نمود که دانش دینامیک سیالات محاسباتی به عنوان گره‌گشای مسائل صنعتی مرتبط تبدیل شده است.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

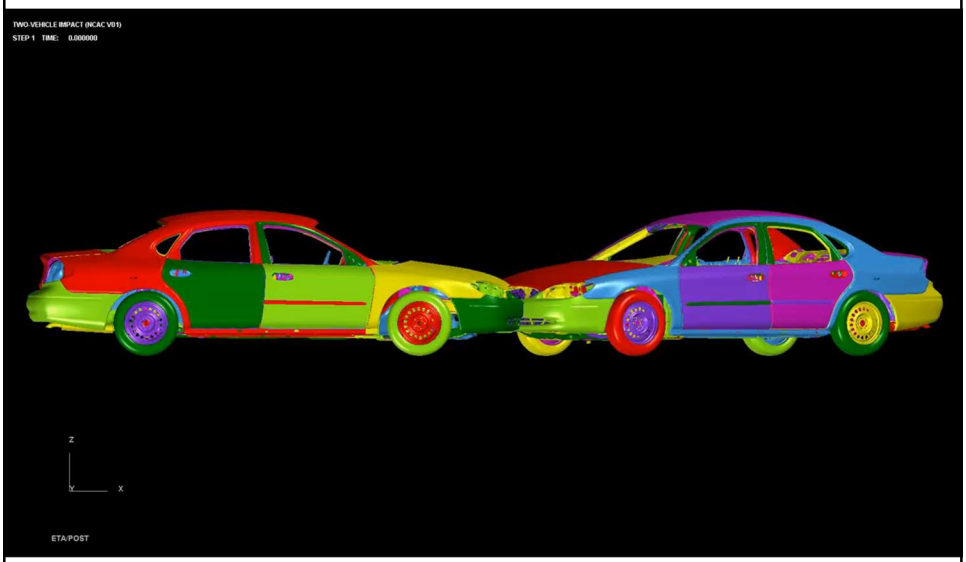
- **روش اجزاء محدود یا روش المان محدود** (Finite Element Method) (FEM) روشی عددی برای **حل تقریبی** معادلات دیفرانسیل جزئی و نیز حل معادله‌های انتگرالی است.
- کاربرد عملی اجزای محدود معمولاً با نام تحلیل اجزا محدود (FEA) (Finite Element Analysis) خوانده می‌شود.
- اساس کار این روش **حذف کامل معادلات دیفرانسیل** یا **ساده‌سازی آن‌ها به معادلات دیفرانسیل معمولی**، که با روش‌های عددی مانند اویلر حل می‌شوند، می‌باشد.
- در حل معادلات دیفرانسیل جزئی مسئله مهم این است که به معادله ساده‌ای که از نظر عددی پایدار است، برسیم (به این معنا که خطا در داده‌های اولیه و در حین حل به حدی نباشد که به نتایج نامفهوم منتهی شود).
- روش‌هایی با مزایا و معایب مختلف برای این امر وجود دارد، که روش اجزاء محدود یکی از بهترین آن‌هاست.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **روش اجزاء محدود یا روش المان محدود** (FEM):
- این روش در حل معادلات دیفرانسیل جزئی روی **دامنه‌های پیچیده** (مانند وسایل نقلیه و لوله‌های انتقال نفت)، یا هنگامی که **دامنه متغیر** است، یا وقتی که **دقت بالا در همه جای دامنه الزامی نیست** یا **اگر نتایج همبستگی و یکنواختی کافی را ندارند**، بسیار مفید می‌باشد.
- به عنوان مثال، در شبیه‌سازی یک تصادف در قسمت جلوی خودرو، نیازی به دقت بالای نتایج در عقب خودرو نیست. همچنین در شبیه‌سازی و پیش‌بینی هوا روی کره زمین، هوای روی خشکی اهمیت بیشتری نسبت به هوای روی دریا دارد.
- تقسیم ناحیه به نواحی کوچک‌تر دارای مزایای زیادی است از جمله: **نمایش دقیق هندسه پیچیده**، **گنجایش ویژگی‌های متفاوت جسم**، **درک ویژگی‌های موضعی جسم**.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **روش اجزاء محدود یا روش المان محدود** (FEM):



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **روش حجم محدود** (Finite Volume Method) (FVM) یکی از روش‌های عددی برای **حل تقریبی معادلات دیفرانسیل** است.
- روش حجم محدود در واقع نوعی از روش اجزاء محدود است که در آن **روش تقریب این انتگرال‌ها** با روش اجزاء محدود متفاوت است. این روش بیشتر برای حل مسائل دینامیک سیالات محاسباتی و انتقال حرارت مناسب است. **نرم‌افزار فلوئنت** از این روش پیروی می‌کند.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **روش تفاضل محدود** (Finite Difference Method) (FDM) یکی از روش‌های عددی برای **حل تقریبی معادلات دیفرانسیل** است. در این روش **مشتق توابع با تفاضلات معادل آن‌ها تقریب زده می‌شود.**
- اساس این روش برای حل معادلات **استفاده از تقریب تابع با روش تیلور** است.

برای تقریب تابع f در نقطه x_0+h با استفاده از بسط تیلور داریم:

$$f(x_0+h)=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}h+\frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}h^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n+R_n(x)$$

سپس برای $x_0=a$ و تقسیم طرفین بر h خواهیم داشت:

$$\frac{f(a+h)}{h}=\frac{f(a)}{h}+f'(a)+\frac{R_1(x)}{h}$$

در نتیجه داریم:

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

که در روش تفاضل محدود یک تقریب مناسب برای این تابع بصورت زیر خواهد بود:

$$f'(a)\approx\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **روش‌های طیفی** (Spectral Methods) کلاسی از تکنیک‌هایی هستند که در ریاضیات کاربردی و محاسبات علمی برای حل معادلات دیفرانسیل که به طور بالقوه درگیر استفاده از **تبدیل سریع فوریه** (Fast Fourier Transform) هستند، استفاده می‌شوند.
- ایده این کار، نوشتن راه حلی از معادلات متفاوت به عنوان **مجموع «توابع پایه»** و سپس **انتخاب ضریب در مجموع** برای ارضای معادلات متفاوت تا حد ممکن است. این روش از جمله پردقت‌ترین شیوه‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی می‌باشد.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **روش میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر استوکس** (RANS)

(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)

- در این روش معادلات ناویه-استوکس که **متوسط‌گیری زمانی شده‌اند** حل می‌شوند.
- در این روش **تنش‌های رینولدز** که به صورت مجهول در معادلات هستند، **با استفاده از یک مدل آشفتگی** مدل‌سازی می‌شوند.
- دستگاه غیرخطی معادلات ناویه-استوکس **مدل ریاضی حاکم بر حرکات، جریانات، و دینامیک سیالات** (اعم از مایعات یا گازها) را تشکیل می‌دهد.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

❑ **فرم معادله ناویه-استوکس**

❑ در دستگاه مرجع لخت (inertial reference frame) معادله ناویه-استوکس در کلی‌ترین حالت به شکل زیر است:

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}\right)=-\nabla p+\nabla\cdot\mathbb{T}+\mathbf{f}$$

❑ دستگاه مرجع لخت یا چارچوب مرجع لخت دستگاهی است که در آن قانون اول و دوم نیوتون معتبر هستند، یعنی دستگاه مختصاتی که دارای شتاب نیست. اگر دستگاه درحال‌چرخش حتی با سرعت ثابت باشد، شتاب‌دار محسوب می‌شود.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

❑ معادلات ناویه-استوکس برای **سیالات تراکم‌ناپذیر**:

$$\rho(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}+\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u})=\nabla\cdot\sigma+\mathbf{f}=-\nabla p+\mu\nabla^2\mathbf{u}+\mathbf{f}$$

❑ در سیالات تراکم‌ناپذیر داریم:

$$\nabla\cdot\tau=\nabla\cdot(2\mu\varepsilon)=\mu\nabla\cdot(\nabla\mathbf{u}+(\nabla\mathbf{u})^{\mathbf{T}})=\mu\nabla^2\mathbf{u}$$

❑ $\mathbf{f}$ بطورکلی نشاندهنده نیروهای خارجی دیگر (مثل نیروی جاذبه) است.

❑ در این معادلات تانسور تنش به شکل زیر نمایش داده می‌شود:

$$\sigma=-p\mathbf{I}+\mathbf{T}$$

❑ که آن را می‌توان به دو بخش فشارمنفی در واحد ماتریسی تانسور و تانسور لزجت مثبت (نیروهای بین‌مولکولی) تقسیم کرد.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

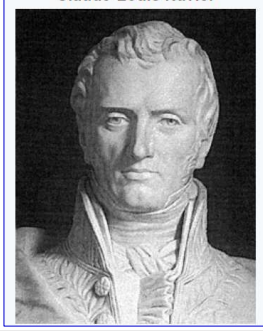
$$\tau = 2\mu\varepsilon$$

- در سیالات تراکم‌ناپذیر تانسور لزجت برابر با دو ضربدر ضریب لزجت (یک سیال نیوتنی) در تانسور نرخ کرنش است.

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^{\mathrm{T}})$$

- ε: مشخصات تانسور کرنشی

Claude-Louis Navier



Sir George Stokes
Bt PRS

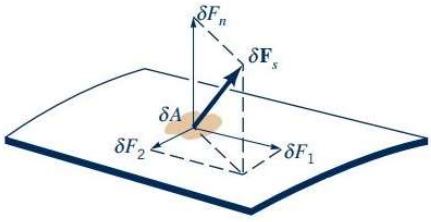
Born George Gabriel Stokes
13 August 1819

Known for	Stokes' theorem
	Navier–Stokes equations
	Stokes' law
	Stokes shift
	Stokes number
	Stokes problem
	Stokes relations
	Stokes phenomenon
	Stokes parameters

معادلات ناویر-استوکس

https://blog.faradars.org/navier-stokes-equations/

نیروی سطحی وارد بر یک المان سیال با مساحت سطح δA که در مکان دلخواهی از سیال قرار دارد، با علامت δF_s و مطابق با شکل زیر نشان داده می‌شود.



همانطور که در شکل بالا نشان داده شده، δF_s از سه قسمت تشکیل می‌شود. قسمت اول δF_n است که به صورت عمود بر سطح δA وارد می‌شود. قسمت دوم و سوم یعنی δF_1 و δF_2 اجزایی از این نیرو هستند که به صورت موازی با سطح δA قرار دارند و بر یکدیگر عمودند.

معادلات ناویر-استوکس

بنابراین می‌توان «تنش عمودی» (Normal Stress) که بر این سطح وارد می‌شود را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد.

$$\sigma_n = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F_n}{\delta A}$$

همچنین مشابه رابطه بالا می‌توان «تنش‌های برشی» (Shear Stresses) که در نتیجه اعمال نیروهای δF_1 و δF_2 بر سطح، تولید می‌شوند را به فرم زیر بیان کرد.

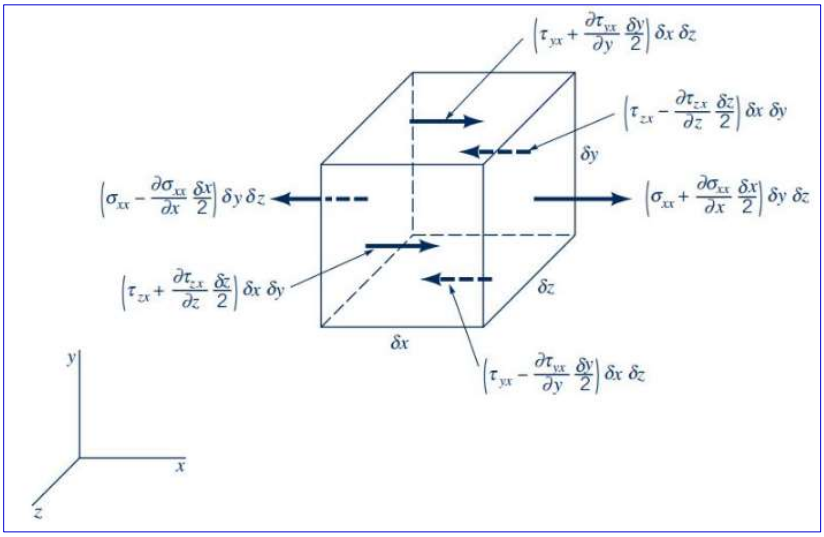
$$\tau_1 = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F_1}{\delta A}$$

$$\tau_2 = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F_2}{\delta A}$$

همانطور که در روابط بالا مشاهده می‌شود، عبارت σ و τ به ترتیب برای نمایش تنش نرمال و تنش برشی استفاده شده‌اند. بنابراین در صورتی که مساحت و جهت یک جز سیستم مشخص باشد می‌توان نیرو بر واحد سطح را در این جز سیستم با استفاده از ترم‌های تنش برشی و تنش عمودی مشخص کرد. برای مثال یک سیستم مختصات را مشابه شکل زیر در نظر بگیرید.

معادلات ناویر-استوکس

- در ادامه به بررسی نیروهای سطحی می‌پردازیم که بر یک المان مکعبی از سیال وارد می‌شوند. این نیروها برحسب تنش‌های واردشده بر دیواره‌های المان، مطابق روابط موجود در شکل زیر قابل‌بیان هستند.



معادلات ناویر-استوکس

در نهایت با جایگذاری رابطه جرم و نیروها در قانون دوم نیوتن، فرم کلی معادله دیفرانسیلی حرکت در سیالات به شکل زیر در می‌آید.

$$\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

معادلات ناویر-استوکس

جریان لزج و معادلات ناویر استوکس

- با بررسی دقیق معادله‌های دیفرانسیلی حرکت که در قسمت قبل بیان شد، به این نتیجه می‌رسیم که تعداد مجهولات موجود در این معادلات بیشتر از تعداد خود معادلات هستند. بنابراین به کمک این سه معادله نمی‌توان مجهولات مسئله را محاسبه کرد و برای برطرف کردن این موضوع باید رابطه‌ای بین سرعت سیال و تنش وارد بر آن نوشته شود.

رابطه بین تنش و سرعت

- برای سیالات نیوتنی و غیرقابل‌تراکم، تنش را می‌توان به صورت خطی برحسب مشتق سرعت نوشت. رابطه بین تنش عمودی و مشتق‌های سرعت در مختصات کارتزین به شکل زیر نمایش داده می‌شود.

معادلات ناویر-استوکس

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$$

μ = ضریب لزجت (ویسکوزیته) (Pa.s)

همچنین رابطه بین تنش‌های برشی و مشتق‌های سرعت در مختصات کارتزین به صورت زیر است.

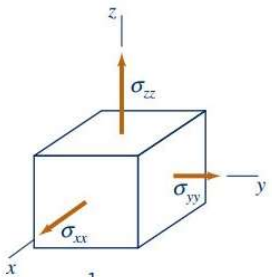
$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

معادلات ناویر-استوکس

در این رابطه P فشار است که می‌توان آن را با استفاده از رابطه موجود در شکل زیر تعریف کرد.



$$p = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$$

برای سیالات لزج، تنش عمودی در سه راستای x، y و z ضرورتاً یکسان نیستند؛ بنابراین نیاز هست که فشار را به صورت میانگین تنش عمودی در سه راستای مختلف به شکل بالا بیان کنیم. برای سیالات غیر لزج تنش عمودی در سه راستا با یکدیگر برابر هستند که روابط آن در بخش استاتیک سیالات بیان شد.

معادلات ناویر-استوکس

معادلات ناویر-استوکس

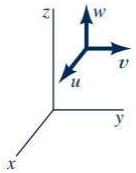
رابطه بین تنش‌های مختلف و مشتق‌های سرعت در بخش قبلی بیان شد. در ادامه این رابطه را در معادله کلی حرکت بیان شده در قسمت قبل، جایگذاری می‌کنیم. فرم نهایی این معادلات به ترتیب در سه راستای x، y و z به شکل زیر نشان داده می‌شود.

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho g_x+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho g_y+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho g_z+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$

در این روابط u، v و w به ترتیب سرعت در راستای x، y و z را مطابق شکل زیر نشان می‌دهند.



معادلات ناویر-استوکس

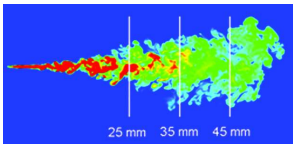
- معادلات بالا به گونه‌ای نوشته شده‌اند که شتاب در سمت چپ و نیروهای وارده در سمت راست معادله موجود باشند. این معادلات تحت عنوان معادلات «ناویر-استوکس» شناخته می‌شوند.
- در صورتی که این سه معادله با معادله **بقای جرم** ترکیب شوند، توصیف کاملی از ویژگی‌های مختلف میدان جریان یک سیال نیوتنی و غیرقابل‌تراکم را می‌توانند در اختیار ما قرار دهند. در واقع در اینجا ما ۴ معادله (۳ رابطه ناویر-استوکس و ۱ رابطه بقای جرم) و ۴ مجهول (سرعت در راستای x، y، و z و فشار P) داریم؛ بنابراین به این مسئله اصطلاحاً «خوش‌وضع» (well-posed) گفته می‌شود. در مسائل خوش‌وضع تعداد معادلات و مجهولات با یکدیگر برابر هستند.
- این معادلات با توجه به حضور ترم‌های غیرخطی در آن، به غیر از چند حالت خاص دارای حل ریاضی دقیق نیستند و برای حل آن‌ها از روش‌های عددی موجود در علم **دینامیک سیالات محاسباتی** مانند **روش تفاضل محدود** و **روش حجم محدود** استفاده می‌شود.
- نتایج این معادلات در حالات مختلف با نتایج آزمایش‌های تجربی مقایسه شده‌اند و تطابق خوبی بین نتایج آزمایش‌های تجربی و معادلات ناویر-استوکس نشان داده شده است. بنابراین معادلات ناویر-استوکس به شکل بالا را می‌توان به عنوان معادلات دیفرانسیلی حاکم بر سیال‌های نیوتنی غیرقابل‌تراکم بیان کرد.

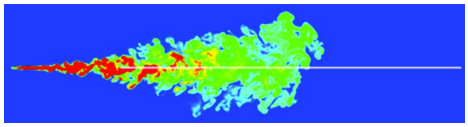
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **شبیه‌سازی عددی مستقیم** (DNS) (Direct Numerical Simulation) یک روش شبیه‌سازی در دینامیک سیالات محاسباتی است که در آن معادلات ناویه-استوکس **به صورت عددی و بدون هیچ‌گونه مدل‌سازی جریان آشفته** حل می‌شوند.
- تا دهه هفتاد میلادی شبیه‌سازی با استفاده از این روش به دلیل عدم وجود کامپیوترهای پرسرعت غیرممکن بود.
- هزینه انجام این شبیه‌سازی با **توان سوم عدد رینولدز** رابطه مستقیم دارد. به همین دلیل هزینه این روش حتی در عددهای رینولدز پایین، بسیار بالا است و در عددهای رینولدز بالا امکان‌پذیر نیست.

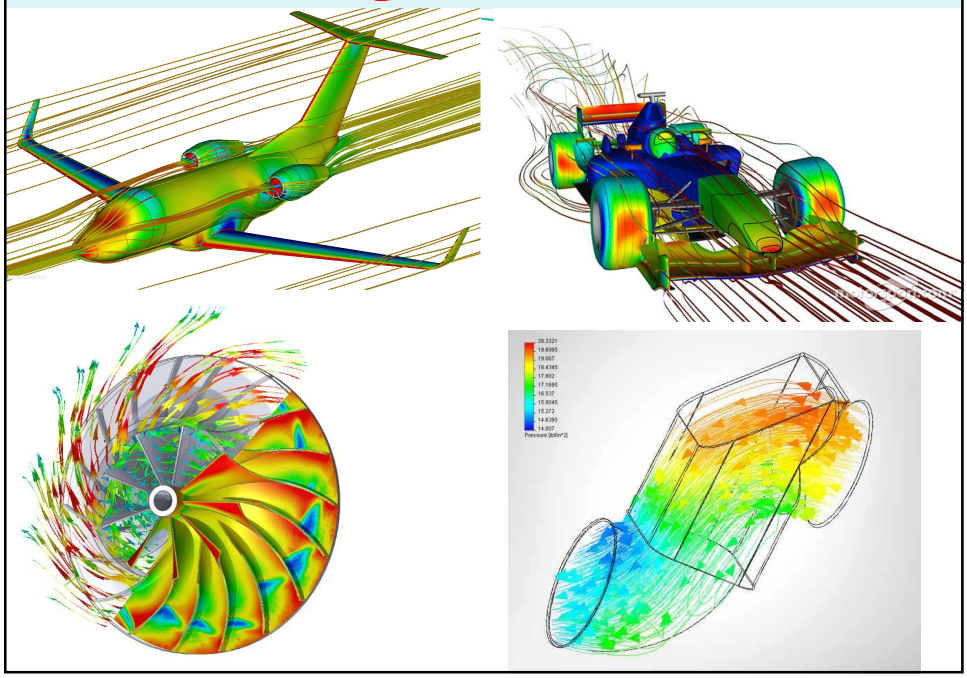
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ** (LES) (Large Eddy Simulation) یک روش شبیه‌سازی در دینامیک سیالات محاسباتی است. در این روش معادلات ناویه-استوکس **برای مقیاس‌های بزرگ که حاوی انرژی هستند** حل می‌شوند و **اثر مقیاس‌های کوچک بر مقیاس‌های بزرگ** مدل‌سازی می‌شود.
- از نظر هزینه این روش بین روش شبیه‌سازی عددی مستقیم و شبیه‌سازی به روش میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر- استوکس قرار دارد.
- ازآنجایی‌که در این روش **مقیاس‌های بزرگ جریان به‌طورمستقیم حل می‌شوند**، این روش **بسیار دقیق‌تر** از روش شبیه‌سازی به روش میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس است.

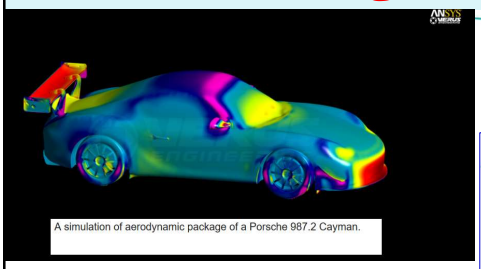


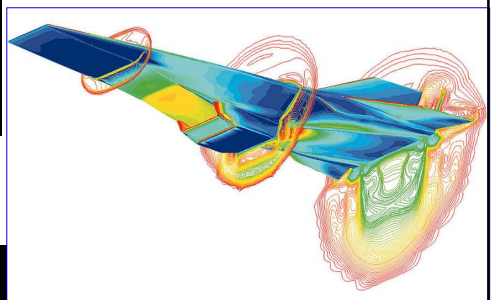


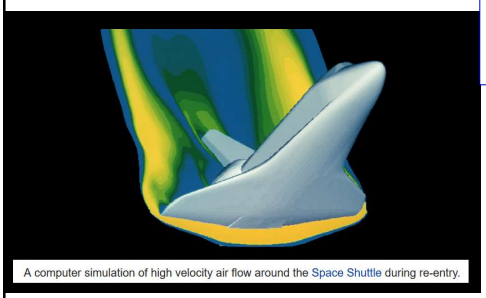
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)


A simulation of aerodynamic package of a Porsche 987.2 Cayman.


A simulation of the Hyper-X scramjet vehicle in operation at Mach-7


A computer simulation of high velocity air flow around the Space Shuttle during re-entry.

https://www.ansys.com/products/fluids

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

https://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-Fluent

ANSYS Fluent:

- **ANSYS Fluent** software is the most-powerful computational fluid dynamics (CFD) tool available, empowering you to go further and faster as you optimize your product's performance.
- Fluent includes well-validated physical modeling capabilities to deliver fast, accurate results across the widest range of CFD and multiphysics applications.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

● = Fully Supported ▲ = Limited Capability □ = Requires more than 1 product	ANSYS CFD Premium		ANSYS CFD Enterprise				
	ANSYS FLUENT	ANSYS CFX	ANSYS POLYFLOW	ANSYS Forte	ANSYS FENSAP-ICE	ANSYS AIM	ANSYS Chemkin Enterprise
Internal Radiation - Participating Media	●	●	●		●		●
Internal Radiation - Transparent Media	●	●					●
External Radiation	●	●				●	●
Solar Radiation & Load	●	●					
Simplified Heat Exchanger Model	●						
Non-equilibrium Thermal Model	●						
Prorous Media	●						
Particles Flows (Multiphase)							
Coupled Discrete Phase Modeling including Thin Wall Films	●	●		●	●	▲	●
Macroscopic Particle Model	●					▲	
Inert Particle Tracking (With Mass)	●	●				▲	
Liquid Droplet (Incl. Evaporation)	●	●		●	●		●
Combusting Particles	●	●		●			●
Multicomponent Droplets	●	●		●	●		●
Discrete Element Model (DEM)	●						
Break-Up And Coalescence	●	●		●	●		●
Erosion	●	●					

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- انسیس (ANSYS) مخفف کلمات (ANalysis SYStems) یک نرم‌افزار مهندسی به کمک رایانه می‌باشد که محصول شرکت ANSYS Inc است و از دسته ابزارهای تحلیلی است که از روش اجزاء محدود (FEM) برای مدل‌سازی و تحلیل در آن استفاده می‌شود.
- نرم‌افزار انسیس، مهندسین و طراحان را قادر می‌سازد تا به راحتی بهینه‌سازی ساختاری، حرارتی، دینامیکی، تعادل وزنی و عملکردی و همچنین شبیه‌سازی‌های مُد ارتعاشی و ضریب اطمینان و ایمنی را در طرح‌هایشان به صورت مرحله‌به‌مرحله اعمال کنند.
- ابزارهای پیش‌بینی‌شده در انسیس امکان تحلیل انواع مختلف سازه‌ها مانند قاب، مخزن، سد، پل و غیره و نیز اجزای سازه‌ای مانند اتصالات فولادی، اعضای فولادی یا بتنی، ایزولاتورها (Isolators)، و غیره را به روش‌های مختلف فراهم ساخته است.
- از آن جمله می‌توان به تحلیل‌های استاتیکی، بارگذاری رفت‌وبرگشتی، مودال، تاریخچه زمانی، طیفی و غیره اشاره کرد.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

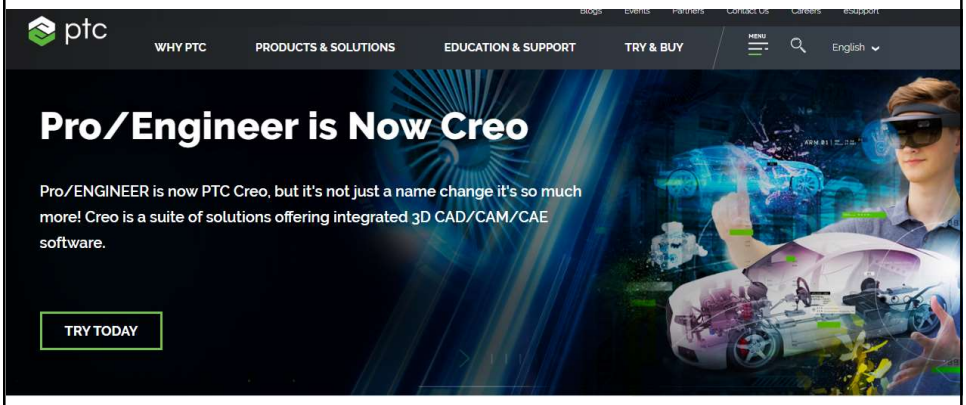
- ANSYS نرم‌افزار قدرتمند و شبیه‌ساز ساده‌ای می‌باشد که قدرت توانایی یک طراحی معتبر و استاندارد را به طراحان و مهندسین می‌دهد تا ایده‌هایشان را بر روی صفحه کامپیوترهایشان پیاده کنند.
- در این نرم‌افزار از سیستم کارآمد و آسان اتوماسیون پایگاه داده‌ها استفاده می‌گردد و باعث کاربری بسیار آسان این نرم‌افزار گردیده که به گفته سازنده نرم‌افزار می‌تواند به قدری قدرتمند باشد که برای ۳۰ سال آینده جهت حل مشکلات طراحی مؤثر، مفید و قابل‌اعتماد واقع گردد.
- با به کار بردن این نرم‌افزار مهندسین قادر به طراحی و تولید محصولاتی با کیفیت بهتر در زمانی کمتر خواهند بود.
- این نرم‌افزار مهندسین و طراحان را قادر می‌سازد تا به راحتی بهینه‌سازی ساختاری، حرارتی، دینامیکی، تعادل وزنی و عملکردی و همچنین شبیه‌سازی‌های مُد ارتعاشی و ضریب اطمینان و ایمنی را در طرح‌هایشان به صورت مرحله‌به‌مرحله اعمال کنند.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- نرم‌افزار ANSYS Design Space کاملاً بر آخرین ورژن نرم‌افزارهای اصلی CAD سه‌بعدی که شامل پرو/اینجینیر (Pro/Engineer) (PTC Creo Elements Pro)، سالیدورکس (SOLIDWORKS)، اینونتور (Autodesk Inventor)، مکانیکال دسکتاپ (Autodesk Mechanical Desktop)، یونیگرافیکس (زیمنس ان‌ایکس) (unigraphics) (Siemens NX)، و سالید اج (Solid Edge) می‌شود منطبق است.
- این نرم‌افزار می‌تواند از اطلاعات خروجی نرم‌افزار کتیا (Catia) استفاده نموده و از فرمت‌های رایج هندسی و برداری مانند SAT و Para solid پشتیبانی نماید.

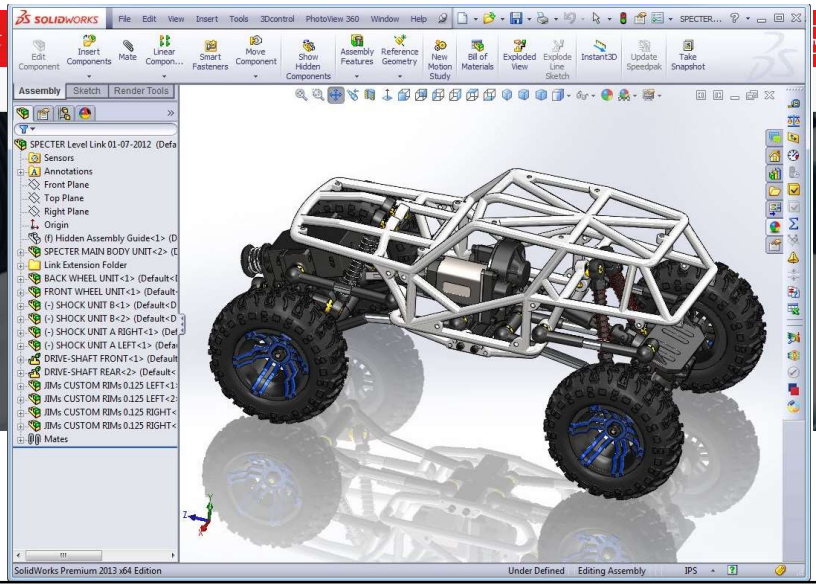
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

https://www.ptc.com/en/products/cad/pro-engineer



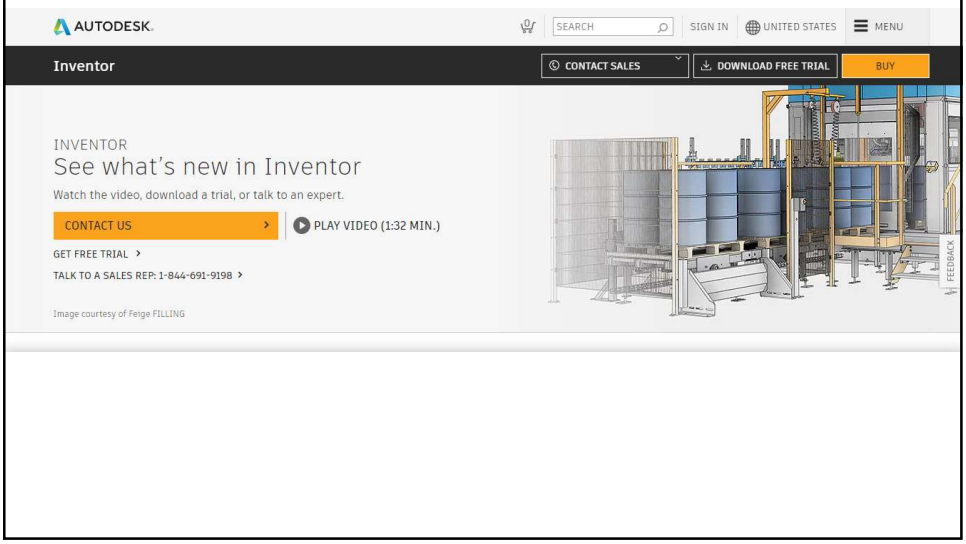
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

https://www.solidworks.com/



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

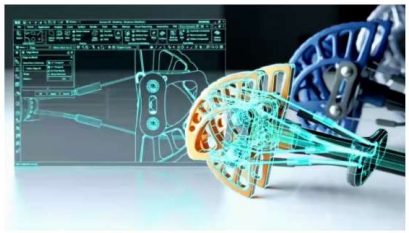
https://www.autodesk.com/products/inventor/



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

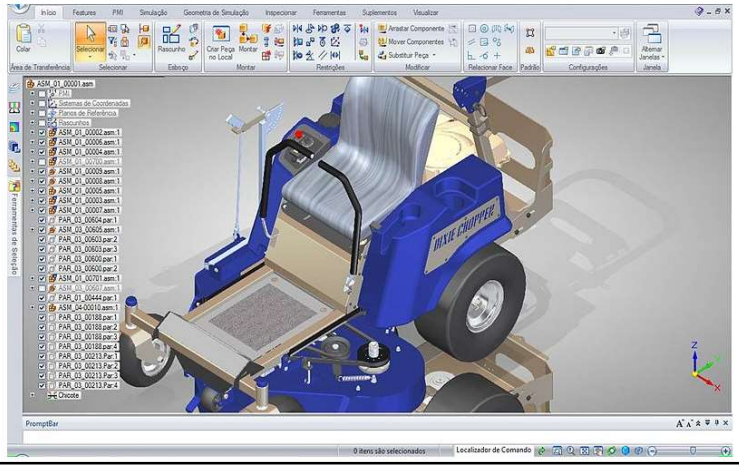
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

https://www.plm.automation.siemens.com/global/en/products/nx/



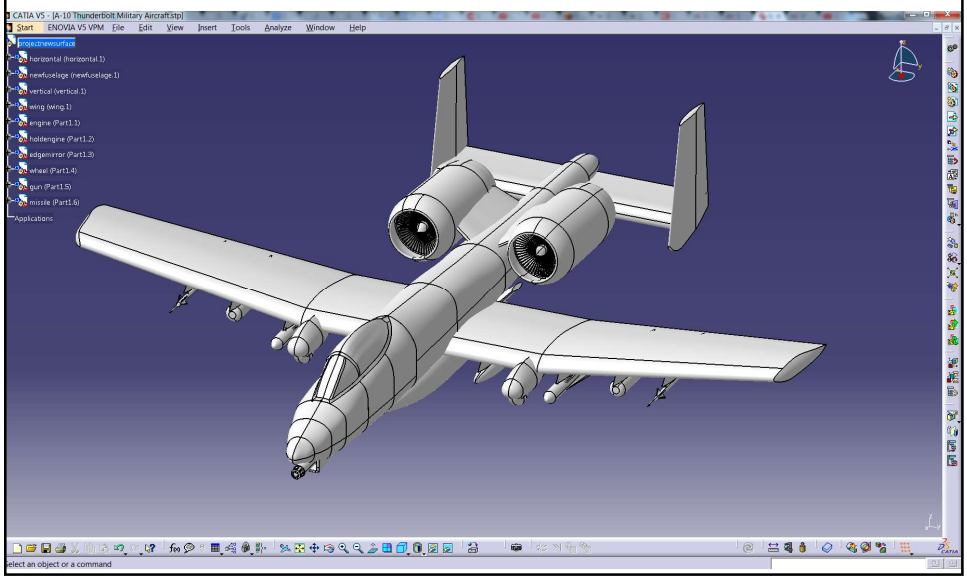
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

SOLID EDGE



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

CATIA



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- نرم‌افزار Design Space ANSYS از اجزای تک‌واحدی تا مجموعه‌های بزرگ و پیچیده و حتی سیستم‌های کامل را با کلیه نماهای سه‌بعدی CAD به یک محصول یا سیستم مجازی کامل و قابل توسعه تبدیل می‌سازد.
- سیستم شبیه‌سازی این نرم‌افزار از چهار تابع مختلف با قابلیت‌های کاربردی مختلف تبعیت می‌نماید که از مدل‌های اضافی، پلاگین‌های CAD و اتصالات متحرک می‌باشند و طوری طراحی شده‌اند تا کلیه نیازهای کاربران خاص را نیز برآورده سازند.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **معرفی نرم افزار انسیس فلوئنت:**

- نرم افزار فلوئنت یکی از نرم افزارهای صنعتی شناخته‌شده و محصول شرکت انسیس می‌باشد که به زبان برنامه‌نویسی C نوشته شده است.
- نرم افزار فلوئنت از روش حجم محدود برای تحلیل و شبیه‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت در شبکه‌های بی‌سازمان و باسازمان (شبکه‌هایی با سلول‌های مثلثی چهارضلعی در حالت دوبعدی و چهاروجهی، شش‌وجهی، هرمی و گوه‌ای در حالت سه‌بعدی) برای هندسه‌های پیچیده استفاده می‌کند.
- این نرم‌افزار دارای توانایی‌های فراوانی می‌باشد. با این حال به کمک قابلیت توابع تعریف‌شده توسط کاربر می‌توان قابلیت‌های آن را در تشریح شرایط مرزی، تعریف خواص فیزیکی و تولید شبکه‌های فیزیکی بهتر، افزایش داد.

معرفی نرم‌افزار انسیس فلوئنت

- فلوئنت به کاربر اجازه تطبیق و بهبود شبکه (مثل ریز کردن یا درشت کردن شبکه در مرزها و مکان‌های لازم در هندسه) را می‌دهد.
- این بهینه‌سازی برای حل شبکه باعث می‌شود که نتایج در نواحی مانند لایه مرزی که دارای تغییرات بزرگ هستند، دقیق‌تر شوند.
- **توانایی‌های نرم افزار انسیس فلوئنت به شرح زیر می‌باشند:**
  - تحلیل جریان‌های دوبعدی (به صورت متقارن و نامتقارن) و جریان‌های سه بعدی
  - توانایی به کارگیری انواع شبکه‌ها با سلول‌های مختلف و ترکیب آن‌ها
  - تحلیل جریان‌های دائم یا غیردائم
  - تحلیل جریان‌های لزج، غیرلزج، آرام و آشفته
  - تحلیل جریان‌های سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی

معرفی نرم‌افزار انسیس فلوئنت

- تحلیل جریان‌های قابل‌تراکم یا غیرقابل‌تراکم در تمام حالت‌های مادون صوت، نزدیک صوت و مافوق صوت
- تحلیل انتقال حرارت
- تحلیل واکنش‌ها و ترکیبات شیمیایی
- تحلیل جریان دانه‌ای و محاسبه فازهای مجزا ذرات جامد، قطرات و حباب‌ها، تفکیک و انعقاد آن‌ها
- دارای مدل برخورد اجزای گسسته (DEM)
- تحلیل جریان‌های چندفازی پراکنده و سطح آزاد در حالت‌های گاز-مایع، گاز-جامد و مایع-جامد
- شبیه‌سازی جریان در حفره‌ها و محیط‌های متخلخل
- شبیه‌سازی تغییر فاز برای فرآیندهای ذوب و یا انجماد

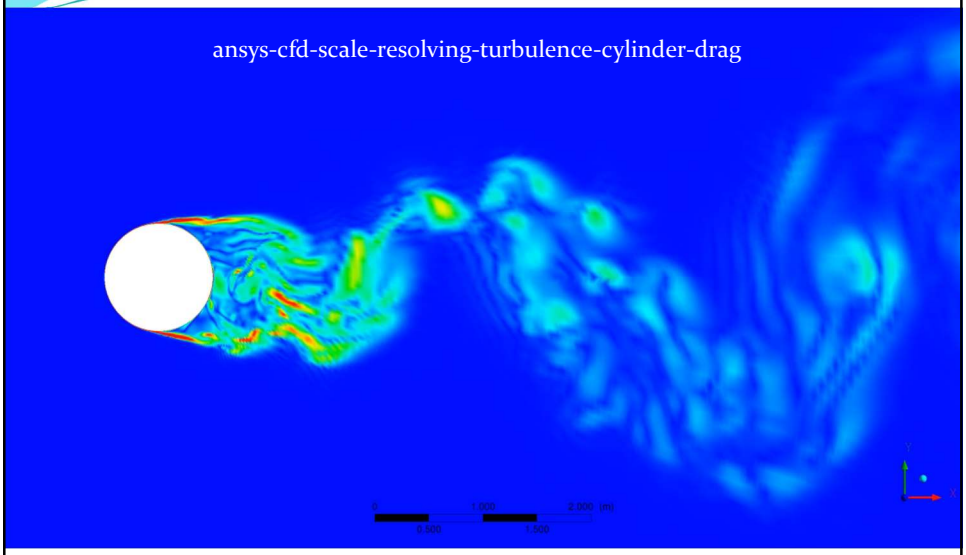
معرفی نرم‌افزار انسیس فلوئنت

- توانایی شبیه‌سازی کردن هندسه‌های متحرک با کمک ویژگی شبکه دینامیک و قاب مرجع متحرک
- توانایی شبیه‌سازی کردن انواع آلاینده‌ها
- توانایی بهینه‌سازی هندسه و شکل از طریق آنالیز حساسیت
- دارای تنوع گسترده از شرایط مرزی ورودی و خروجی و شرایط مرزی وابسته به زمان
- دارای کتابخانه وسیع و قابل‌سفارشی‌کردن از مواد
- امکان پردازش موازی در رایانه‌های محلی یا شبکه‌شده
- پشتیبانی از پردازش توسط واحد پردازنده مرکزی و پردازنده گرافیکی به صورت همزمان

معرفی نرم‌افزار انسیس فلوئنت

- مدل فاز گسسته ازجمله مدل‌های چندفازی در نرم‌افزار انسیس فلوئنت است که از رویکرد اویلر – لاگرانژ پیروی می‌کند.
- این مدل علاوه بر حل معادلات انتقال برای فاز پیوسته، به شبیه‌سازی فاز دوم گسسته با این دیدگاه می‌پردازد.
- فاز دوم شامل ذرات کروی از جامدات، قطرات یا حباب‌ها می‌باشد که در فاز پیوسته سیال پراکنده شده‌اند. در شبیه‌سازی‌ها با فعال کردن اندرکنش میان مدل فاز گسسته و فاز پیوسته، شبیه‌سازی‌ها در حالت تلفیقی قرار می‌گیرند.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

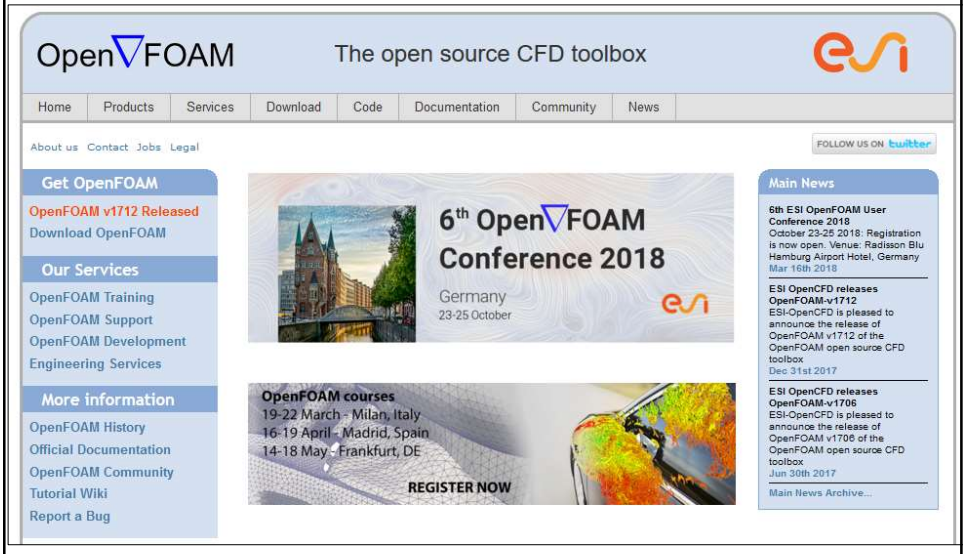
- ANSYS Fluent

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- CFB = Circulating Fluidized Bed

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

https://www.openfoam.com/



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

OpenFOAM

- **About OpenFOAM**
- **OpenFOAM** is the free, open source CFD software released and developed primarily by OpenCFD Ltd since 2004. It has a large user base across most areas of engineering and science, from both commercial and academic organizations.
- **OpenFOAM** has an extensive range of features to solve anything from complex fluid flows involving chemical reactions, turbulence and heat transfer, to acoustics, solid mechanics and electromagnetics.
- **OpenFOAM** is professionally released every six months to include customer sponsored developments and contributions from the community. It is independently tested by ESI-OpenCFD's Application Specialists, Development Partners and selected customers, and supported by ESI's worldwide infrastructure, values and commitment.

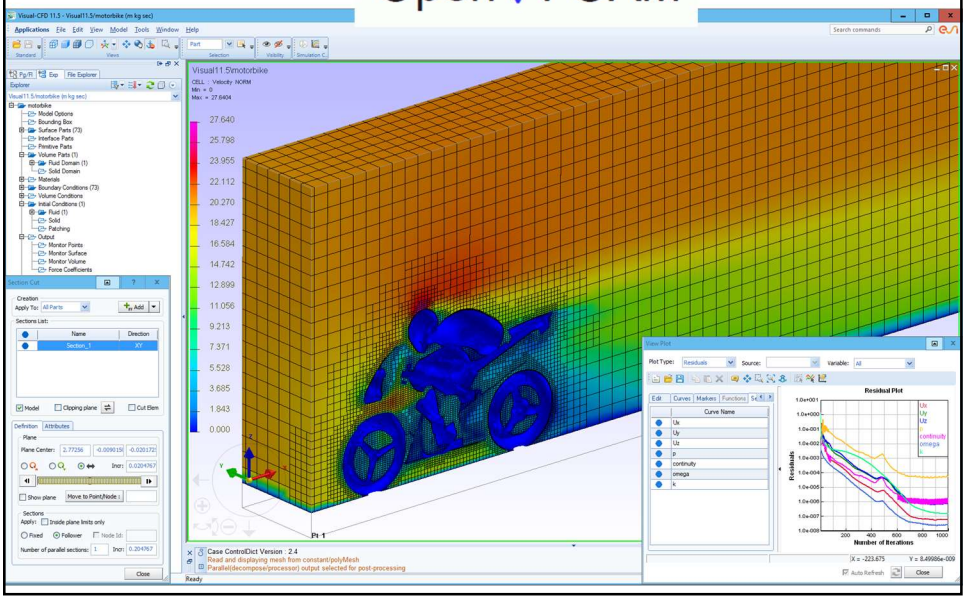
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

OpenFOAM

- **About OpenFOAM**
- Quality assurance is based on rigorous testing. The process of code evaluation, verification and validation includes several hundred daily unit tests, a medium-sized test battery run on a weekly basis, and large industry-based test battery run prior to new version releases. Tests are designed to assess regression behavior, memory usage, code performance and scalability.
- **OpenFOAM** releases are scheduled every six months in June and December.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

OpenFOAM



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **معرفی نرم‌افزار اوپن‌فوم:**
- اوپن‌فوم اولین و معروف‌ترین کتابخانه نرم‌افزاری متن‌باز در زمینه دینامیک سیالات محاسباتی است که به زبان C++ نوشته شده است.
- اولین گام‌ها در این زمینه از سال ۱۹۹۱ آغاز شد و این پروژه بین سال های ۱۹۹۳ تا ۲۰۰۰ در دستورکار گروه تحقیقاتی گوسمن (Gosman) و بخش ترموسیالاتی دانشگاه امپریال کالج لندن قرارگرفت.
- اولین کلاس‌های این نرم‌افزار در سال ۱۹۹۳ در پایان‌نامه دکتری چارلی- هیل (Charli Hill) ارائه شد و در همان سال اولین کارهای عددی توسط هنری و لروژاساک (Henri and Lerozhasak) شروع شد.
- حل گره‌ای موجود در این نرم‌افزار توانایی شبیه‌سازی **جریان‌های تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر**، احتراق، جریان‌های چندفازی و انواع جریان‌ها با فیزیک پیچیده را دارند.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **معرفی نرم‌افزار اوپن‌فوم:**
- قابلیت متن‌باز این نرم‌افزار به پژوهشگران و محققین به ویژه به دانشجویان دکتری و کارشناسی ارشد این امکان را می‌دهد که ضمن بهره‌گیری از قابلیت‌های فراوان این نرم‌افزار بتوانند تغییرات مورد نظر خود را در کد اعمال کنند و فیزیک مورد نظر خود را شبیه‌سازی نمایند.
- امکان کوپل اوپن‌فوم و لایتز وجود دارد. این دو نرم‌افزار به خوبی با هم کوپل می‌شوند و امکان شبیه‌سازی فاز سیال و جامد را به طور همزمان فراهم می‌سازند.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

https://www.ansys.com/products/fluids/ansys-cfx

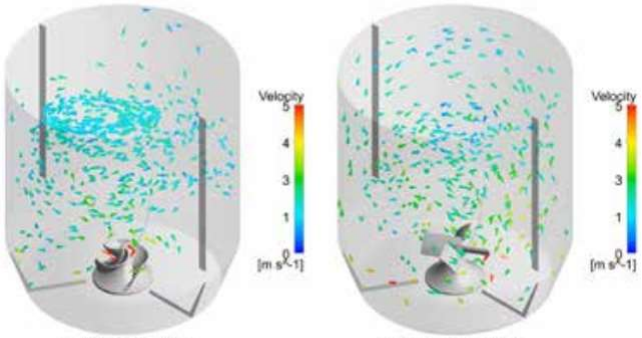
ANSYS CFX:

ANSYS CFX is a high-performance computational fluid dynamics (CFD) software tool that delivers reliable and accurate solutions quickly and robustly across a wide range of CFD and multi-physics applications. CFX is recognized for its outstanding accuracy, robustness and speed with rotating machinery such as pumps, fans, compressors, and gas and hydraulic turbines.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

ANSYS CFX

SIMULATION OF EXISTING MIXER

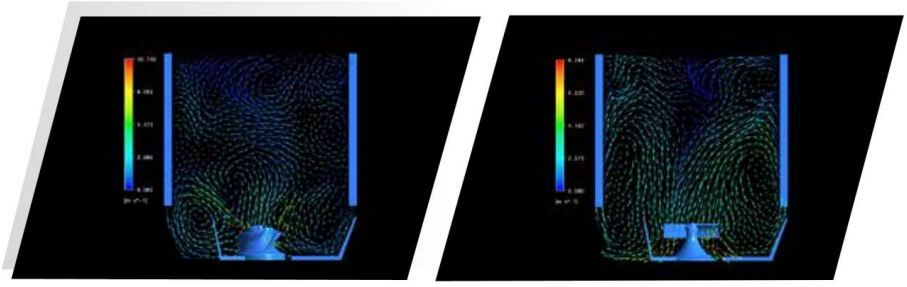


Existing Design Proposed Design

Mixing was improved with a reduction in power consumption.

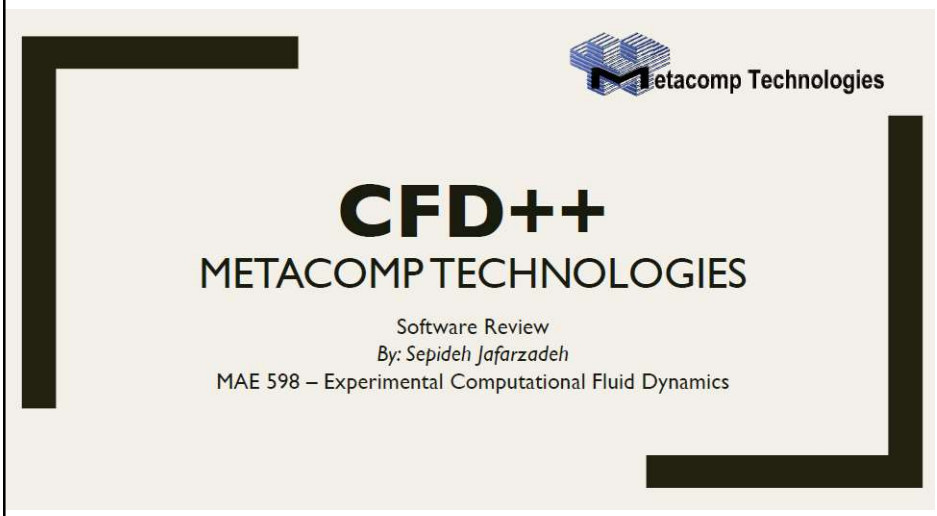
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

ANSYS CFX



Velocity vectors for initial (left) and final design showing improved mixing performance. In the improved design, the curved cone and the impeller rotate as a single body, achieving better mixing. The proposed impeller generates stronger downflow than the existing design.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)



دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

❑ مقایسه CFD++ با FLUENT

Strengths & Weaknesses (as compared to Fluent)

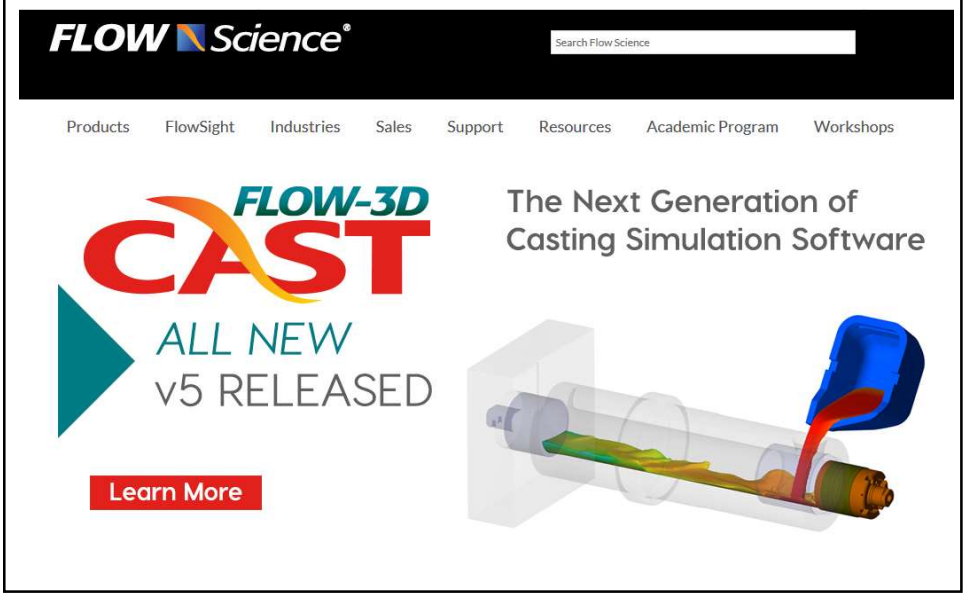
Strengths	Weaknesses
▪ Moving mesh provides flexibility for multiple grids as well as rigid body dynamics ▪ Fast processing time using coupled, implicit solution with multi-grid acceleration ▪ Separated & reversed flow prediction capability ▪ Second-order accurate, implicit time-integration with dual time-stepping for unsteady flow ▪ New turbulence-chemistry interaction models	▪ Limited variations in number of parallel processes used ▪ Data extraction issues with large datasets ▪ Expert knowledge required to correctly set up and run multiple processes (not useful for educational purposes) ▪ Customization for specific applications is costly and complex ▪ Only few sources available for purchase

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **Softflo (Flo++)**
- **Softflo** is a South African based CFD software and consulting company. They develop and market the CFD program **Flo++**.
- Description:
- **Flo++** is a CFD program for modelling industrial fluid flow and heat transfer processes.
- Platforms:
- Pentium or better with at least 64 MB RAM running Win9X/NT. Microsoft Visual C++ must also be installed.
- Availability:
- The reasonably-priced package (special rates for academic use) may be ordered through the **Flo++** web page. A node-limited evaluation version may also be downloaded.
- Notes:
- Applications to a wide range of fluid and heat flow problems including industrial application areas such as aerodynamic design, mechanical flows, heating/cooling applications, environmental and bio-medical applications. Flo++ includes a variety of fluid flow types, boundary condition types, moving mesh capability. Grid generation capability includes local mesh refinement and projection.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

https://www.flow3d.com/



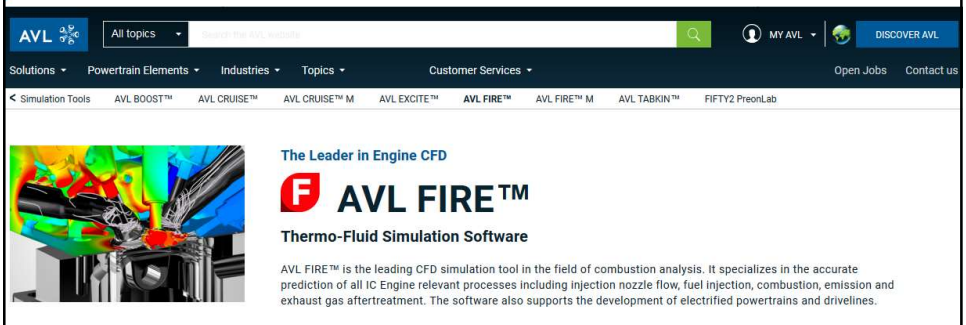
دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

FLOW-3D:

- Optimize product designs and reduce time to market with **FLOW-3D**, a highly-accurate CFD software that specializes in solving transient, free-surface problems. **FLOW-3D**'s complete multiphysics suite includes our state-of-the-art postprocessor, FlowSight.
- **FLOW-3D** provides a complete and versatile CFD simulation platform for engineers investigating the dynamic behavior of liquids and gas in a wide range of industrial applications and physical processes. **FLOW-3D** focuses on free surface and multi-phase applications, serving a broad range of industries including microfluidics, bio-medical devices, water civil infrastructure, aerospace, consumer products, additive manufacturing, inkjet printing, laser welding, automotive, offshore, energy and automotive.
- A uniquely powerful, multiphysics tool, **FLOW-3D** provides the functionality, ease-of-use and power that helps engineers advance their modeling objectives. Built for the highest level of performance, **FLOW-3D** seamlessly scales from standard workstation solutions to hundreds of CPU core solutions on high performance computing cluster solutions.
- High Performance Computing: In-House and on the Cloud
- Need the highest performance? Faced with massive simulations? Overcoming runtime challenges? **FLOW-3D** seamlessly transitions from desktop workstation solutions to high performance on-demand cloud computing and cluster solutions to cater to the industry's most demanding simulations.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

https://www.avl.com/fire



AVL FIRE™ is the leading CFD simulation tool in the field of combustion analysis. It specializes in the accurate prediction of all IC Engine relevant processes including injection nozzle flow, fuel injection, combustion, emission and exhaust gas after-treatment. The software also supports the development of electrified powertrains and drivelines.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

http://www.cham.co.uk/phoenics.php

- **PHOENICS** is a reliable, cost-effective CFD program with a proven track record simulating scenarios involving fluid flow, heat or mass transfer, chemical reactions and combustion for a wide range of applications.
- **PHOENICS** distinguishes itself from other CFD software through its ease of use and inclusion of innovative features all designed to help the user achieve the best simulation possible. You can explore the features of PHOENICS by scrolling through the graphic below.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- **شبیه‌سازی به روش دینامیک سیالات محاسباتی:**

- امروزه استفاده از روش‌های عددی در محاسبات رایانه‌ای اهمیت زیادی پیدا کرده است و به عنوان ابزاری کارآمد در طراحی تجهیزات مهندسی به کار می‌رود.
- دانش دینامیک سیالات محاسباتی به صورت یک ابزار توانا برای تحلیل سیال و انتقال حرارت در سیستم‌هایی با هندسه ناموزون و معادلات حاکم پیچیده برای محققان و مهندسان درآمده و در دهه گذشته پیشرفت چشمگیری داشته است.
- در اغلب موارد نخستین کار با اهمیت در این رشته را به ریچاردسون نسبت می‌دهند، که در سال ۱۹۱۱ میلادی محاسبات مربوط به نحوه توزیع تنش در یک سد ساخته‌شده از مصالح بنایی را به انجام رسانید.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- در این کار ریچاردسون از روشی تازه موسوم به رهاسازی برای حل معادله لاپلاس استفاده نمود. او در این شیوه حل عددی داده‌های فراهم‌آمده از مرحله پیشین تکرار را برای تازه‌سازی تمامی مقادیر مجهول در گام جدید به کار می‌گرفت.
- از دهه ۱۹۸۱ حل مسائل جریان توسط روش CFD موضوع حوزه تحقیق بسیاری از محققان فوق دکتری، دانشجویان دکتری و یا متخصصان شبیه‌سازی که به طور اصولی آموزش دیده‌اند درآمده است.
- نرم‌افزارهایی که در حال حاضر در بازار موجود است، ممکن است متنوع باشند، اما استفاده از آن‌ها نیازمند مهارت و درک بسیار بالا از سوی کاربر می‌باشد تا نتایج قابل قبولی در حالت‌های پیچیده به دست آید.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- دینامیک سیالات محاسباتی یا CFD عبارت است از تحلیل سیستم‌هایی شامل جریان سیال، انتقال حرارت و پدیده‌های همراه نظیر واکنش‌های شیمیایی بر اساس شبیه‌سازی رایانه‌ای و روشی است بسیار توانا که کاربردهای صنعتی و غیرصنعتی را در بر می‌گیرد.
- کدهای CFD معادلات پیوستگی جرم، انرژی و اندازه حرکت را روی یک دامنه که توسط کاربر مشخص می‌شود، حل می‌نماید.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- اساس برنامه‌هایCFD مبتنی بر روش‌های عددی است و به طور کلی سه روش مجزا برای آن وجود دارد: روش اجزاء محدود، روش تفاضل محدود، **روش اجزاء مرزی (BEM) (Boundary Element Method)**.
- **در این روش‌ها مراحل زیر صورت می‌گیرند:**

۱- تقریب متغیرهای مجهول جریان با استفاده از توابع ساده

۲- گسسته‌سازی با استفاده از جاگذاری تقریب‌ها در معادلات حاکم بر جریان و سپس انجام تغییرات ریاضی

۳- حل معادلات جبری.

- **کدهای CFD از سه قسمت اصلی تشکیل می‌شوند:**

۱- پیش تحلیل‌گر ۲- حل‌گر ۳- تحلیل‌گر نهایی.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- امروزه بسته‌های نرم‌افزاری دینامیک سیالات محاسباتی به امکانات پیشرفته پردازش مجهز شده‌اند. این امکانات عبارتند از:
  - نمایش دامنه شکل و ابعاد مسأله و گره
  - منحنی‌های نمودار برشی به صورت خطی و سایه‌دار
  - منحنی‌های برداری
  - منحنی‌های دوبعدی و سه‌بعدی سطوح
  - دنبال کردن ذرات
  - تنظیم دیدار (جابه‌جا کردن، چرخاندن، بزرگ و کوچک کردن شکل و غیره)
  - خروجی‌های متمایزشده به وسیله رنگ
- و اخیراً امکاناتی شامل پویانمایی نتایج و نیز خروجی داده‌ها برای استفاده در نرم افزارهای دیگر تهیه شده است.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

- در دینامیک سیالات محاسباتی **دو دیدگاه اصلی جهت تعیین سرعت ذرات سیال حاکم است**. **دیدگاه اول اویلری** است. در این دیدگاه نقطه ثابتی از فضا را در نظر گرفته و سرعت دسته‌ای از ذرات سیال را که از این نقطه گذر می‌کنند تعیین می‌شود. **دیدگاه دوم لاگرانژی** است که حرکت یک ذره منفرد را بررسی می‌کند.
- پایه و اساس مربوط به حرکت سیال براساس معادلات پیوستگی (۱) ، ناویر-استوکس (ممنتوم) (۲)، و انرژی (۳ و ۴) تشریح می‌شود:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon u) = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial (\rho_f \varepsilon u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \varepsilon u u) = -\nabla_P - F_{p-f} + \nabla \cdot (\varepsilon \tau) + \rho_f \varepsilon_g \qquad (۲)$$

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

$$\rho \frac{D}{Dt}\left(e + \frac{V^2}{2}\right) = \rho q \cdot - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \rho_f . V \qquad (۳)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(e + \frac{V^2}{2}\right)\right] + \nabla .\left[\rho\left(e + \frac{V^2}{2}\right)V\right] = \rho q \cdot - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \rho_f . V \qquad (۴)$$

- که در آن‌ها

$$V \;\; q \;\; e \;\; g \;\; \tau \;\; F_{p\text{-}f} \;\; \rho_f \;\; w \;\; v \;\; u \;\; t \;\; \varepsilon$$

به ترتیب از راست به چپ: کسر حجمی اشغال‌شده توسط سیال، زمان، سرعت سیال در سه جهت اصلی، چگالی سیال، نیروی اندرکنش ذره سیال، تانسور تنش گرانروی سیال، شتاب جاذبه، انرژی ورودی در واحد جرم، انتقال حجمی حرارت به ازاء واحد جرم، سرعت المان سیال متحرک می‌باشند.

دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

$$\frac{\partial(\rho_f \varepsilon u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \varepsilon u u) = -\nabla_P - F_{p-f} + \nabla \cdot (\varepsilon \tau) + \rho_f \varepsilon_g \quad (۲)$$

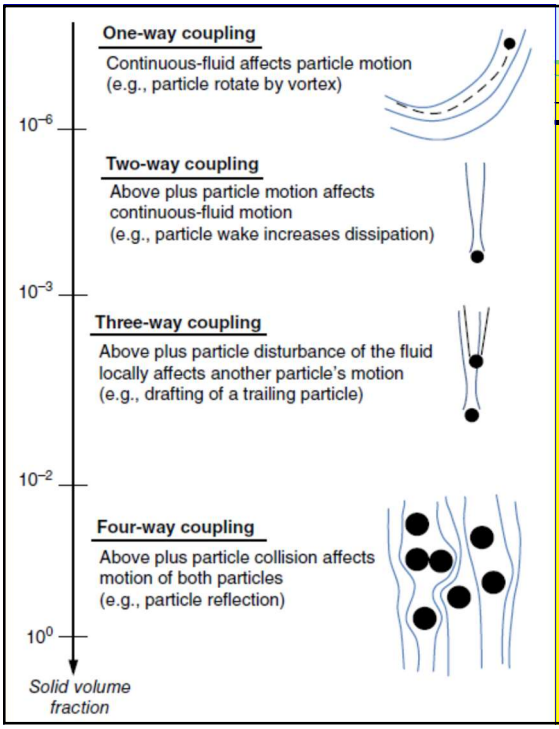
- در معادله ناویر استوکس سمت چپ معادله بیانگر شتاب سیال و سمت راست آن نیروهای وارد بر واحد حجم سیال می‌باشد (مانند نیروی جاذبه، فشاری و گرانروی).
- معادلات فوق را هم برای جریان‌های پایا و هم جریان‌های غیرپایا می‌توان به کار برد.
- این نوع از معادلات از نوع معادلات دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات جزئی هستند. **غیرخطی بودن آن‌ها** باعث شده است که حل تحلیلی آن‌ها در بسیاری از حالات مانند مسائل چندفازی و آشفته غیرممکن باشد.
- لذا برای حل این معادلات از روش‌های عددی استفاده می‌شود.

کوپل DEM و CFD

- **راهبردهای مختلف تلفیق در جریان‌های چندفازی:**
- تلفیق فازی یک مفهوم پایه در توصیف جریان‌های چندفازی می‌باشد که از طریق تبادل ممنتوم (نیروهای اندرکنش بین فازی، افزایش یا کاهش آن به دلیل انتقال جرم)، انرژی و جرم (تبخیر یا انجماد) بین فازها اتفاق می‌افتد.
- قبل از انتخاب یا توسعه یک مدل برای یک جریان چندفازی، می‌بایست براساس مشخصات جریان مانند درصد وزنی ذرات جامد یک راهبرد صحیح تلفیق انتخاب شود.
- راه حل اصلی برای انتخاب تلفیق میان دینامیک سیالات محاسباتی و روش اجزاء گسسته، در نظر گرفتن صحیح نیروهای اندرکنش سیال- ذره می‌باشد.
- در یک جریان چندفازی بر اساس اندرکنش‌های بین فازها، چهار دسته‌بندی مختلف برای تلفیق فازی وجود دارد. شکل زیر این دسته‌بندی‌ها را با توضیح هرکدام و ارائه نمونه نشان می‌دهد.

کوپل DEM و CFD

- Various coupling strategies



کوپل DEM و CFD

- در برخی واحدهای عملیاتی در صنعت فرآوری مواد معدنی معمولاً با توجه به درصد وزنی یا کسر حجمی بالای ذرات جامد در پالپ خوراک، مقدار انباشتگی ذره‌ای آن‌ها بالا بوده و تلفیق میان ذرات و سیال به صورت چهارطرفه می‌باشد.
- در نرم‌افزار انسیس فلوئنت تنها مدل چندفازی اویلرین و زیرمدل‌های آن قادر به اجرای شبیه‌سازی‌های چهارطرفه هستند و مدل فاز گسسته به تنهایی به دلیل فرض پایین بودن کسر حجمی ذرات در فرمول‌بندی آن، قابل‌استفاده نمی‌باشد.
- با به کارگیری زیرمدل فاز گسسته متراکم از مدل اویلرین و زیرمدل برخورد راگ از مدل فاز گسسته در عمل امکان شبیه‌سازی تلفیقی چهارطرفه فراهم شده است.

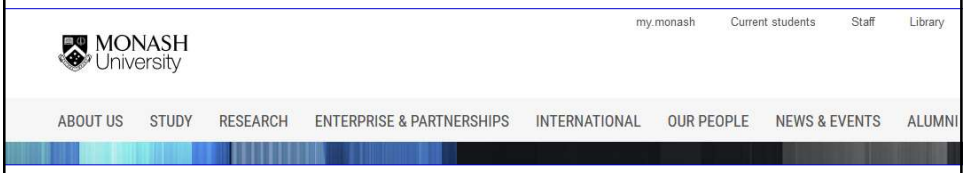
فصل سوم: هیدرودینامیک ذرات هموار
Smooth Particle Hydrodynamics

Joseph J. Monaghan

Joseph Monaghan
Emeritus Prof
Emeritus Professor, Sch of Physics & Astronomy

E-mail
Joe.Monaghan@monash.edu

هیدرودینامیک هموارشده ذرات
هیدرودینامیک ذرات صاف
هیدرودینامیک ذرات هموارشده



هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

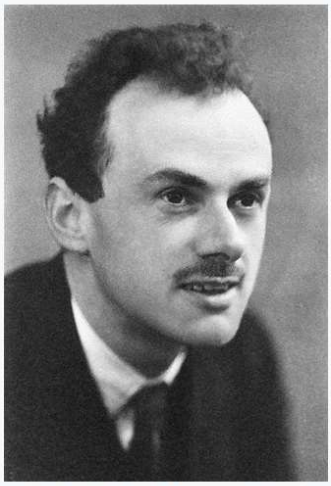
- روش SPH یکی از روش‌های عددی از گروه روش‌های تحلیل بدون المان می‌باشد.
- در روش‌های تحلیل بدون المان، برخلاف روش اجزاء محدود، نیاز به تعریف یک المان استاندارد برای تفسیر رفتار فیزیکی نمی‌باشد و در این روش‌ها گروهی از گره‌ها جایگزین شبکه المان‌ها می‌شوند.
- اساساً علت استقبال از این روش‌ها کاهش زمان زیادی است که صرف تولید شبکه در روش اجزاء محدود، بویژه در تحلیل‌های دینامیکی وفق‌پذیر (adaptive) می‌شود.
- روش SPH بر پایه بیان مقادیر عددی گره‌ها به‌صورت میانگین وزنی از مقادیر عددی گره‌های مجاور می‌باشد.
- برتری این روش نسبت به روش تفاضل‌های محدود، قابلیت مدل‌سازی و به‌کارگیری آن در برازش محیط‌هایی با هندسه پیچیده و توزیع نامنظم گره‌ها می‌باشد.

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

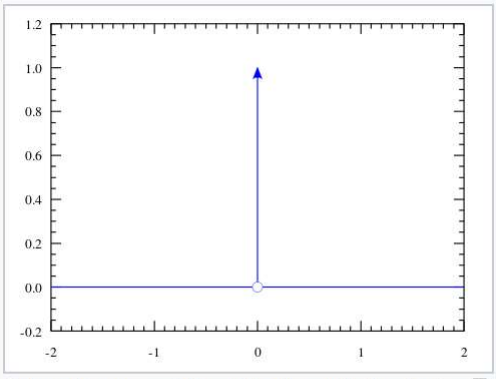
- روش SPH برای اولین بار در سال ۱۹۷۷ برای حل مسائل ستاره‌شناسی در فضای سه‌بعدی، مورد استفاده قرار گرفت.
- از آغاز ابداع SPH تاکنون این روش در حل بسیاری از مسائل فیزیکی که ماهیت دینامیکی دارند مورد استفاده قرار گرفته است.
- این روش در دهه نود میلادی در زمینه‌های پاسخ دینامیکی مصالح، مدل‌سازی ترک‌خوردگی، مدل‌سازی برخورد، مصالح تردشکن، شکل‌دهی فلزات، دینامیک سیالات، پدیده انفجار و انفجار در زیر آب مورد استفاده قرار گرفته است.
- از جمله دلائلی که موجب توجه به این روش شده است، این است که روابط در دستگاه مختصات ثابت نوشته می‌شوند و حرکت آزادانه گره‌هایی که مصالح در آن‌ها به صورت متمرکز در نظر گرفته می‌شوند، ممکن می‌باشد.
- اهمیت این خاصیت SPH بویژه در مسائل تغییرشکل‌های بزرگ بسیار آشکار است.

تابع دلتای دیراک
the Dirac delta function (δ function)

Paul Dirac /dɪˈræk/
OM FRS



Paul Adrien Maurice Dirac



Schematic representation of the Dirac delta function by a line surmounted by an arrow. The height of the arrow is usually meant to specify the value of any multiplicative constant, which will give the area under the function. The other convention is to write the area next to the arrowhead.

تابع دلتای دیراک
the Dirac delta function (δ function)

- در ریاضیات و علوم، تابع دلتای دیراک، یا تابع δ، یک تابع تعمیم‌یافته، یا توزیع، روی محور اعداد حقیقی است که همه جا مقدار صفر دارد به جز در صفر، و روی کل محور حقیقی انتگرالی با مقدار یک دارد.
- این تابع شکل خاصی از ضربه واحد است که اولین بار توسط فیزیکدان انگلیسی پاول دیراک مطرح شد و به نام او نامگذاری گردید.
- این تابع که با حرف یونانی δ نمایش داده می‌شود، در نقطه $x=0$ مقداری برابر بی‌نهایت و در دیگر نقاط مقداری برابر با صفر دارد و در نتیجه انتگرال آن نیز روی بازه منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت برابر یک خواهد بود.
- باید توجه داشت که تابع دلتا با وجود اینکه با عنوان تابع خوانده می‌شود، در مفهوم، تابع نیست و بیشتر به یک تابع توزیع که در علم آمار کاربرد دارد، شبیه است.
- پال آدرین موریس دیراک فیزیکدان و ریاضیدان برجسته بریتانیایی و از پایه‌گذاران مکانیک کوانتومی بود و در سال (۱۹۳۳) برنده جایزه نوبل شد.
- برخی دیراک را از نظر سواد ریاضی و مبانی نظری، تنها رقیب جدی هم‌عصر اینشتین می‌دانند، و برخی، مانند استیون هاوکینگ، دیراک را بزرگترین فیزیکدان نظری از زمان اسحاق نیوتن تاکنون، دانسته‌اند.

تابع دلتای دیراک
the Dirac delta function (δ function)

دلتای دیراک را با اغماض می‌توان چنین تعریف کرد:

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} \quad ; \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\,dx = 1$$

از تبعات این تعریف یکی این است که:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0)$$

خواص جبری

حاصل ضرب توزیعی δ با x برابر با صفر است: $x\delta(x) = 0$

و بالعکس اگر $xf(x) = xg(x)$، که f و g توزیع هستند، آن گاه: $f(x) = g(x) + c\delta(x)$ به ازای عدد ثابت c ای.

انتقال

انتگرال تابع دیراک تحت تاخیر زمانی را، این رابطه می‌دهد: $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-T)\,dt = f(T).$

که گاهی اوقات به عنوان *خاصیت غربال کردن* (به انگلیسی: sifting) یا *خاصیت نمونه برداری* (به انگلیسی: sampling) به آن اشاره می‌شود.

گفته می‌شود که تابع دلتا مقدار را در نقطه $t = T$ "غربال" می‌کند.

Letter	Name	Sound	
		Ancient[7]	Modern[8]
Ξ ξ	xi, ξι	[ks]	

زای، سای، کسی

مبانی روش SPH

- بیان تابع $u(x)$ در نقطه x، به صورت انتگرالی با استفاده از این خاصیت **تابع دلتای دیراک** $\delta(x_1 - \xi)$ که در همه نقاط صفر است جز در نقطه $\xi = x_1$، به صورت زیر می‌باشد:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(\xi)\delta(x_I - \xi)\, d\xi = u(x_I)\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x_I - \xi)\, d\xi = u(x_I) \qquad (۱)$$

- $u(x_1)$ مقدار تابع u در نقطه $\xi = x_1$ می‌باشد.
- می‌توان توابع وزنی که از نظر عددی قابل بیان هستند را به نحوی که خواصی مشابه خواص تابع دلتای دیراک داشته باشند، معرفی نمود. در این صورت تقریب رابطه (۱) به شرح زیر به دست می‌آید:

$$u^h(x_I) = \int_\Omega u(\xi)w(x_I - \xi, h)d\xi \approx u(x_I) \qquad (۲)$$

- که در آن h، شعاع محدوده تأثیر تابع وزن w است و به آن **طول هموارسازی** نیز می‌گویند.

مبانی روش SPH

- **ویژگی‌های تابع وزن w به شرح زیر است:**
- ۱) تابع وزن در محدوده هموارسازی همواره مثبت است: $w > 0$.
- ۲) تابع وزن در خارج از محدوده هموارسازی همواره صفر است: $w = 0$.

- ۳) شرط یکه بودن (Unity) $\int_\Omega w(x_1 - \xi)d\xi = 1$.
- ۴) تابع وزن زنگوله‌ای شکل می‌باشد (دارای توزیع نرمال است).
- ۵) هنگامیکه اندازه دامنه هموارسازی (h) به سمت صفر میل می‌کند، تابع وزن w، مشابه دلتای دیراک می‌شود.

مبانی روش SPH

- با استفاده از تابع وزن w، می‌توان مقادیر میانی از یک رشته گسسته را توسط رابطه (۲) درون‌یابی نمود. شکل پیوسته انتگرال رابطه (۲) را می‌توان به صورت گسسته نوشت:

$$u^h(x_I) = \sum_{J=1}^{N} u_J w(x_I - x_J)\Delta v_J \qquad (۳)$$

- که در آن x_I نقطه مرکزی و x_J و u_J به ترتیب مختصات و مقدار تابع موردنظر در نقطه J می‌باشد.
- به بیان دیگر، رابطه (۳) یک متوسط‌گیری وزنی برحسب مقادیر تابع در نقاط اطراف، جهت ارائه مقدار تابع در نقطه مورد نظر است.
- Δv_J محدوده اطراف هر گره است. در حالت یک بعدی، Δv_J به Δx_J که برابر با متوسط فاصله از نقاط طرفین است، تبدیل می‌شود. اجتماع این محدوده‌ها یک محیط پیوسته را بوجود می‌آورد.

دقت روش SPH

- دقت این روش تا حد زیادی به انتخاب مقدار دامنه تأثیر h وابسته است.
- درصورتی‌که h کوچک باشد، تعداد نقاط قرارگرفته در دامنه تأثیر تابع وزن کم شده و ممکن است به صفر برسد در این صورت مقدار برآوردشده در نقاط میانی قابل اعتماد نمی‌باشد.
- برعکس در صورتی که h بزرگ باشد، نقاط دور از نقطه موردنظر نیز در برآورد مقدار مؤثر خواهد بود، به این ترتیب، جواب مناسب بدست نمی‌آید.
- به عنوان مثال، اگر تابع دلتای دیراک را، که در آن h به سمت صفر میل می‌کند، برای برازش نقاط گسسته استفاده کنیم، شکل تابع برازش هموار نیست و به‌صورت ضربانی می‌باشد. در این صورت جواب تنها در نقاط داده صحیح می‌باشد و در بقیه نقاط صفر است.
- عامل دیگری که در دقت این روش مؤثر است، نوع تابع وزن یا تابع شکل می‌باشد.

دقت روش SPH

- برای مثال، تابع وزن مورداستفاده در کلیه تحلیل‌های یک مقاله به صورت زیر بوده است:

$$w(s,h)=\alpha_d\begin{cases}2/3-s^2+1/2s^3 & 0\le s<1\\ 1/6(2-s)^3 & 1\le s\le 2\\ 0 & s>2\end{cases} \qquad (۴)$$

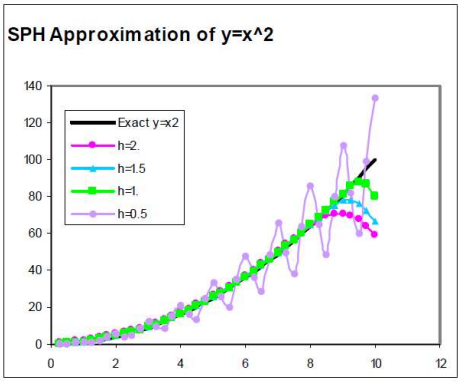
$$\alpha_d=\begin{cases}1/h & \text{For 1D}\\ 15/(7\pi h^2) & \text{For 2D}\\ 3/(2\pi h^3) & \text{For 3D}\end{cases}$$

- در رابطه فوق s نسبت فاصله ذره مرکزی I و ذره J به شعاع h که همان **شعاع دامنه تأثیر یا طول هموارسازی** است، می‌باشد.

دقت روش SPH

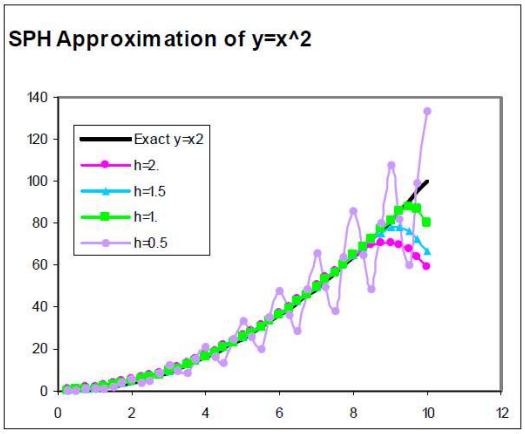
- با استفاده از تابع وزنی فوق، تابع $y = x^2$ با طول‌های هموارسازی مختلف برازش داده شده است و نتایج آن در شکل ۱ ترسیم شده است، نقاطی که به عنوان ورودی تعریف شده‌اند عبارتند از:

$$X=\{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\}$$



شکل ۱: *برازش تابع $y = x^2$ با طولهای هموارسازی متفاوت با استفاده از SPH*

دقت روش SPH



شکل ۱: *برازش تابع* $y = x^2$ *با طولهای هموارسازی متفاوت با استفاده از SPH*

- همانطورکه از شکل ۱ برداشت می‌شود، انتخاب h در دقت برآورد نقاط میانی بسیار مؤثر است، درصورتیکه h بزرگ در نظر گرفته شود (h = 2)، دقت حل در حوالی مرز کم می‌باشد و درصورتیکه h کوچک باشد (h = 1)، نوساناتی در جواب دیده می‌شود.

محاسبه مقدار مشتق تابع با استفاده از روش SPH

- **محاسبه مشتق اول:** در این روش مشابه روش‌های برازش مورداستفاده در اجزاء محدود، میدان متغیر به صورت مقادیر گرهی ضربدر توابع معلوم تقریب زده می‌شود.
- بنابراین، برای مشتق‌گیری از تابعی که به صورت عددی تعریف شده است کافیست که مشتقات مربوط به توابع وزن را بدانیم.
- برای رسیدن به مشتقات مراتب بالاتر به نظر می‌رسد که نیاز به مشتق‌پذیری مراتب بالاتر تابع وزن باشد.
- در صورتی که گره مرکزی x_I باشد، برآورد مقدار مشتق در نقطه I از رابطه زیر با استفاده از روش انتگرال‌گیری جزءبه‌جزء امکان‌پذیر است:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \approx \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_I^h = \int_{-kh}^{kh} \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi} w(x_I - \xi, h) d\xi = u(\xi).w(x_I - \xi, h)\Big|_{-kh}^{kh} - \int_{-kh}^{kh} u(\xi).\frac{\partial w(x_I - \xi, h)}{\partial \xi} d\xi$$

محاسبه مقدار مشتق تابع با استفاده از روش SPH

- با توجه به مشخصه دوم تابع وزن، جمله اول رابطه فوق صفر می‌باشد و داریم:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx (\frac{\partial u}{\partial x})_I^h = -\sum_{J=1}^{N} u_J \frac{\partial w_{IJ}}{\partial x} \Delta x_J \qquad (۶)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial s}{\partial x}.\frac{\partial w}{\partial s}$$

$$s = |x_I - x| / h \qquad (۷)$$

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \begin{cases} -1/h & x_I > x \\ 1/h & x_I < x \end{cases}$$

- رابطه (۶) مشکلی مشابه مشکل رابطه (۳) دارد، یعنی دقت حل در مرزها قابل قبول نمی‌باشد.

محاسبه مقدار مشتق تابع با استفاده از روش SPH

- **محاسبه مشتق دوم:**
- برای محاسبه مشتق دوم نیز مشابه مشتق اول از انتگرال‌گیری جزءبه‌جزء استفاده می‌شود:

$$(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}) \approx (\frac{\partial^2 u}{\partial x^2})_I^h = \int_{-kh}^{kh} \frac{\partial^2 u(\xi)}{\partial \xi^2} w(x_I - \xi, h) d\xi = \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi}.w(x_I - \xi, h)\Big|_{-kh}^{kh} - \int_{-k}^{kh} \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi}.\frac{\partial w(x_I - \xi, h)}{\partial \xi} d\xi$$

$$= \frac{u(\xi)}{\partial \xi}.w(x_I - \xi, h)\Big|_{-kh}^{kh} - [u(\xi).\frac{\partial w(x_I - \xi, h)}{\partial \xi}\Big|_{-kh}^{kh} - \int_{-k}^{kh} u(\xi).\frac{\partial^2 w(x_I - \xi, h)}{\partial \xi^2} d\xi]$$

- با انتخاب تابع وزن مناسب داریم:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} \approx (\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x})_I^h = \sum_{J=1}^{N} u_J \frac{\partial^2 w_{IJ}}{\partial^2 x} \Delta x_J \qquad (۱۱)$$

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) روشی بر مبنای تقسیم سیال به مجموعه‌ای از اجزا (المان‌های) جدا از هم، که ذرات سیال نامیده می‌شوند، است.
- این ذرات دارای فاصله‌ای فضایی نسبت به یکدیگر هستند که از این فاصله با نام «**طول هموارسازی**» یاد می‌شود و در معادلات با حرف h ظاهر می‌شود.
- در این فاصله فضایی، خواص سیال توسط **توابع کرنل** هموارسازی می‌شوند؛ به این مفهوم که هرگاه به دنبال یافتن مقدار کمیتی از سیال باشیم، می‌بایست مجموع خاصیت‌های مرتبط تمامی ذراتی را که درون حوزه کرنل قرار می‌گیرند، به‌دست آوریم.
- برای مثال با استفاده از یکی از تکنیک‌های این روش که به نوار باریک مکعبی (Cubic spline) موناگان (Monaghan) مشهور است، محاسبه دما در موقعیت r، وابسته به دمای همه ذرات موجود در فاصله شعاعی 2h بر مبنای شعاع r است.

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- سهم هر ذره در محاسبه یک خاصیت براساس فاصله آن از ذره مدنظر دارای وزنی مشخص است و این سهم با تعریف مفهوم تابع چگالی وارد محاسبات می‌شود.
- به زبان ریاضی، تابع کرنل (W) و خصوصیات آن نقش اساسی در همه محاسبات و کمیت‌ها دارند.
- توابع کرنلی که در روش SPH از آن‌ها بهره برده می‌شود، شامل توابع گاوسی و اسپلاین‌ها می‌شوند.
- مقدار اسپلاین‌ها برای ذرات موجود در فاصله‌ای بیش از دو برابر طول هموارسازی، دقیقاً برابر صفر است (بر خلاف توابع گاوسی که حتی در فواصل خیلی دور نیز دارای سهمی هر چند اندک نیز هستند).
- این توابع این امکان را فراهم می‌کنند تا از خطاهای محاسباتی حاصل از تخمین خواص ذرات همسایه جلوگیری شود.

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- روش SPH یک **روش لاگرانژی بدون شبکه** (Meshfree) است.
- این روش از **معادلات بقای جرم و ناویر-استوکس** به عنوان معادلات پایه‌ای استفاده می‌کند.
- SPH برای حل معادلات بر روی ذرات از دو مرحله پیش‌بینی اولیه و اصلاح ثانویه استفاده می‌کند.
- در مرحله پیش‌بینی اولیه، سرعت موقتی ذرات براساس مجموعه نیروهای وارده و بدون در نظر گرفتن شرط تراکم‌ناپذیری به دست می‌آیند و ذرات براساس این سرعت موقتی به حرکت واداشته می‌شوند.
- معمولاً در طی مرحله اولیه چگالی ذرات ثابت نمی‌ماند، در نتیجه به مرحله ثانویه‌ای نیاز است که چگالی ذرات را به مقدار ثابت اولیه بازگرداند.
- در مرحله دوم، معادله بقای جرم به گونه‌ای تعریف می‌شود که بتوان به کمک آن مقدار انحراف از چگالی ثابت اولیه را محاسبه نمود.

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- سپس به کمک معادله پوآسون فشار، تغییر چگالی ذرات با یک میدان فشاری به گونه‌ای مرتبط می‌شود که در صورت افزایش چگالی، فشار مثبت ایجادشده ذرات را از یکدیگر دور نماید، و در صورت کاهش چگالی موضعی ذرات، با ایجاد یک نیروی فشاری منفی ذرات به طرف یکدیگر حرکت کنند.

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- روش SPH یک روش لاگرانژی برای **مدل‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت** می‌باشد.
- در این روش، به جای استفاده از شبکه‌های ثابت اویلری، محیط سیال با ذراتی (particles) تقریب زده می‌شود که به راحتی قادر به حرکت می‌باشند.
- در واقع ذرات، صرفاً نقاط میان‌یابی متحرکی می‌باشند که خواص فیزیکی سیال نظیر دما، آنتالپی، چگالی و غیره را با خود حمل می‌کنند.
- این خواص حتی می‌توانند تنش، کرنش و خواص رئولوژی ذرات باشند.
- روش SPH در طول دو دهه گذشته، پس از تدوین اصول اولیه، به‌طورگسترده برای شبیه‌سازی مسائل مربوط به فیزیک اخترشناسی و مدل‌سازی حرکت اجرام آسمانی نسبت به یکدیگر استفاده شده است.
- پس از انجام اصلاحات لازم، از این روش برای مدل‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر در محفظه‌های بسته نیز استفاده شد.

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- **مزایای عمده روش SPH برای مدل‌سازی انتقال حرارت و جرم در کاربردهای صنعتی عبارتند از:**
- ۱- سطح آزاد با اشکال بسیارپیچیده و رفتار سطح مشترک مواد، به طور طبیعی و به راحتی مدل‌سازی می‌شوند.
- ۲- استفاده از چارچوب لاگرانژی به معنی حذف ترم‌های غیرخطی در معادله مومنتوم است، بنابراین می‌توان پیش‌بینی کرد پدیده‌هایی که در طبقه‌بندی مسائل مومنتوم غالب (momentum dominated) قرار می‌گیرند به راحتی با این روش قابل حل باشند.
- فیزیک‌های پیچیده نظیر مسائل چندفازی، معادله حالت واقعی، تراکم‌پذیری، انجماد، جریان در محیط متخلخل، میدان‌های الکترومغناطیسی وابسته به خواص مواد به راحتی مدل‌سازی می‌گردد.

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- همانطورکه گفته شد این روش در سال‌های اخیر برای مدل‌سازی جریانات تراکم‌ناپذیر به‌شدت مورد توجه قرار گرفته است و به همین دلیل هنوز در بسیاری از زمینه‌ها به عنوان یک ابزار محاسباتی مورد استفاده قرار نگرفته است تا نحوه عملکرد و دقت نتایج آن به درستی اثبات گردد.
- از جمله این زمینه‌ها می‌توان به مدل‌سازی کاویتاسیون و مدل‌سازی واکنش‌های شیمیایی اشاره کرد که تاکنون مقاله‌ای در مورد مدل‌سازی این پدیده‌ها با روش SPH منتشر نشده است. (برای تز دکتری مناسب است.)

اصول روش SPH

- در ذات روش SPH، یک روش میان‌یابی قرار دارد که به هر تابعی اجازه می‌دهد براساس مقادیر خود در یک مجموعه نامنظم از نقاط تعریف گردد، که این نقاط در روش SPH ذرات (particles) نامیده می‌شوند.
- میان‌یاب انتگرالی هر تابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{A}_h(\mathbf{r}) = \int_V \mathbf{A}(\mathbf{r}')w(\mathbf{r}-\mathbf{r}',h)d\mathbf{r}'$$

- که در آن w تابع کرنل میان‌یاب است که دو خاصیت اساسی زیر را دارا می‌باشد:

$$\int_V w(\mathbf{u},h)d\mathbf{u} = 1$$

$$\lim_{h\to 0} w(\mathbf{u},h) = \delta(\mathbf{u})$$

اصول روش SPH

- در روش‌های عددی میان‌یاب انتگرالی معمولاً با یک مجموع میان‌یاب تقریب زده می‌شود:

$$\mathbf{A}_S(\mathbf{r}) = \sum_j m_j \frac{\mathbf{A}_j}{\rho_j} w(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h)$$

- در رابطه فوق m_j و ρ_j جرم و چگالی ذره j است که عمل جمع بر روی تمامی ذرات واقع در داخل شعاع همسایگی $2h$ از موقعیت مکانی r تعریف شده است.
- در این رابطه $w(\mathbf{r},h)$ تابعی با خصوصیات یک C^2 – spline می‌باشد که دارای شعاع هموارسازی کرنل $2h$ می‌باشد. گرادیان تابع A با مشتق‌گیری از تابع میان‌یاب فوق به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\nabla \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \sum_j m_j \frac{\mathbf{A}_j}{\rho_j} \nabla w(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h)$$

تابع کرنل

- استفاده از کرنل‌های متفاوت در روش SPH همانند به‌کارگیری روش‌های متفاوت گسسته‌سازی در روش تفاضل محدود می‌باشد.
- یکی از متداول‌ترین کرنل‌هایی که در روش SPH استفاده می‌شود براساس تابع اسپلاین تعریف شده است:

$$w(r,h) = \frac{\sigma}{h^\nu} \times \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}s^2 + \frac{3}{4}s^3 & 0 \le s < 1 \\ \frac{1}{4}(2-s)^3 & 1 \le s < 2 \\ 0 & 2 \le s \end{cases} \qquad s = \frac{|\mathbf{r}|}{h}$$

- در معادله فوق ν تعداد ابعاد مسئله و σ یک ثابت نرمال‌شده با مقادیر $2/3$ و $10/7\pi$ و $1/\pi$ به ترتیب برای یک، دو و سه بعد می‌باشد.

تابع کرنل

- مشتق دوم این کرنل پیوسته است و ترم خطای حاکم در میان‌یاب انتگرال $O(h^2)$ می‌باشد.
- شعاع هموارسازی این کرنل $2h$ می‌باشد به این معنی که ذرات در فاصله دورتر از $2h$ هیچ برهم‌کنشی با یکدیگر ندارند.

معادله پیوستگی

- معادله پیوستگی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \left(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j\right) \nabla w_{ij}$$

- در معادله فوق ρ_i چگالی ذره i با سرعت v_i بوده و m_j جرم ذره j می‌باشد.
- بردار موقعیت از ذره j تا ذره i به صورت $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ نشان داده می‌شود و $w_{ij} = w(\mathbf{r}_{ij},h)$ می‌باشد.
- وقتی که دو ذره به یکدیگر نزدیک می‌شوند، سرعت نسبی آن‌ها منفی بوده و به علت منفی بودن گرادیان تابع کرنل، $d\rho_i/dt$ که حاصل‌ضرب این دو مقدار است، مثبت خواهد شد.
- به عبارت دیگر ρ_i افزایش خواهد یافت. این عامل باعث ایجاد یک فشار مثبت شده که در نهایت ذرات را از یکدیگر دور خواهد کرد.

معادله پیوستگی

- به طریق مشابه اگر دو ذره از یکدیگر فاصله بگیرند، چگالی آن‌ها کاهش خواهد یافت و فشار منفی ایجادشده دو ذره را به سمت یکدیگر می‌کشاند.
- این رفتار متقابل چگالی و فشار برحسب سرعت نسبی ذرات سبب می‌شود که بتوان رفتار سیال را تراکم‌ناپذیر فرض کرد چرا که با انجام دو مرحله پیشگویی اولیه (پیش‌بینی اولیه) و تصحیح ثانویه (اصلاح ثانویه) در هر گام زمانی، فاصله ذرات نسبت به یکدیگر در کل پروسه حل ثابت می‌ماند.

Smoothed Particle Hydrodynamics
Quick review

- **Note: SPH particles are not actual particles!**
  - They are really **fluid samples of constant mass**
- **Particles** are placed inside a **container** to represent a fluid
- Every particle is then assigned a set of **initial properties**
- After **every time step** (a few milliseconds), **update** the **properties** of all particles
- Use **interpolation methods** to solve the **Navier-Stokes equation** to find **force contributions**, then integrate to find new **velocity** and **position**

SPH
Particle Properties

- Support Radius (constant)
  - **Minimum interaction distance** between particles
- Mass (constant; **ensures Conservation of Mass explicitly**)
- Position (varying)
- Surface normal (varying)
- Velocity (varying)
- Acceleration (varying)
- Sum of external forces (varying)
- Density (varying due to **constant mass** and **varying volume**)
- Pressure (varying)
- Viscosity (constant)

Smoothed Particle Hydrodynamics
Solver pseudocode

```
1  while animating do
2     for all i do
3        find neighborhoods N_i(t)
4     for all i do
5        compute density ρ_i(t)
6        compute pressure p_i(t)
7     for all i do
8        compute forces F^{p,v,g,ext}(t)
9     for all i do
10       compute new velocity v_i(t+1)
11       compute new position x_i(t+1)
```

Smoothed Particle Hydrodynamics
The pressure problem

- Fluids cannot be accurately **incompressible**
- Pressure value approximated by **Ideal Gas Law:**

$$pV = nRT \Rightarrow p = (k')V = k\rho$$

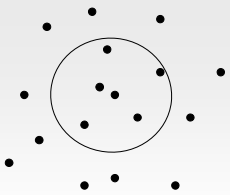
  - k called "**gas-stiffness**"
  - Entails assumptions of **gas in steady state** مستلزم بودن
  - Does not consider **weight pressure**
  - Causes "**pulsing**" because of **lagging interplay** between **gravity** and **pressure force** ضربان؛ عدم تقابل
  - **Large gas-stiffness** can reduce/eliminate the lag and the pulsing
  - Alternatively, take density to the power of **heat capacity ratio**
  - But high pressure requires a **smaller time-step** and thus makes the simulation **more expensive**

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Some particle properties are determined by taking an average over neighboring particles

The fluid is represented by a particle system

Fluid dynamics



1. Only neighbors contribute to the average
2. Close particles should contribute more than distant particles

In the average: Use a weight function

Before we consider the details…

How do we describe our particle system?

Each particle is specified by a state list:

mass, velocity, position, force,
density, pressure, color

Particle i ⟶ $(m_i, \mathbf{v}_i, r_i, \mathbf{F}_i, \rho_i, p_i, C_i)$

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

The Goal

The acceleration of a particle is

$$\frac{dv_i}{dt} = a_i^{pressure} + a_i^{viscosity} + a_i^{interactive} + a_i^{gravity}$$

Let us now learn how to set up the particle list…

Particle mass

In our simulation we choose to have the same mass for all particles, $m_i = m$

The mass m is calculated by

$$m = \frac{(Density\ of\ \ fluid)\cdot(Total\ volume)}{Total\ number\ of\ \ particles}$$

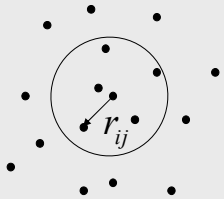
Note! Do not change the mass during the simulation

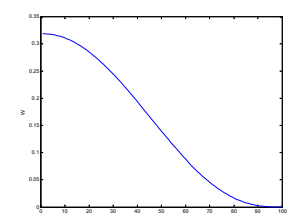
Let us now go back to the weighted averages…

How do we determine the density of a particle?

$$\rho_i = \sum_j m_j W(r_{ij})$$

Weight function or Kernel function

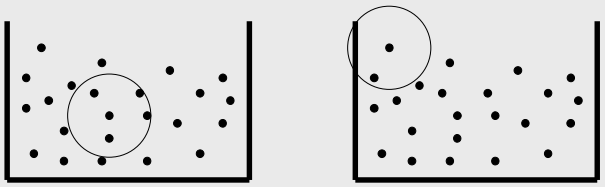




- The density calculation is done every time step
- The neighbor list must be updated every time step

Surface tracking

It is not trivial to know where the surface should be…



- We can find the surface by monitoring the density
- If the density at a particle deviates too much compared to expected density we tag it as a surface particle

Pressure

We get the pressure from the relation:

$$p_i = c_s^{\,2}\left(\rho_i - \rho_0\right)$$

where c_s is the speed of sound and ρ_0 is the fluid reference density

Let us take a look on the particle property list again

$$(\boxed{m_i},\ \mathbf{v}_i,\ r_i,\ \mathbf{F}_i,\boxed{\rho_i},\boxed{p_i},\ C_i)$$

- The next property we focus on is the force
- Velocities and positions are calculated from the forces in a way similar to an ordinary particle system
- But before we go into that we need to learn more about taking averages…

In SPH we formally define averages in the following way:

$$\langle A(r)\rangle = \int_V A(r')W(r-r')dr'$$

In practice we use a discrete version of this:

$$\langle A\rangle_i \approx \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} A_j W(r_{ij})$$

$$\langle \nabla A\rangle_i \approx \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} A_j \nabla W(r_{ij})$$

$$\langle \nabla^2 A\rangle_i \approx \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} A_j \nabla^2 W(r_{ij})$$

Example

$$\langle \rho\rangle_i \approx \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}\rho_j W(r_{ij}) \approx \sum_j m_j W(r_{ij})$$

Meshless method!!

∇ = (Del Operator)

Velocities and Forces

Motion equation in elasticity: $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\rho}\nabla \cdot \sigma + \frac{1}{\rho}F_{ext}$

We also had: $\sigma = C\varepsilon$

Now we instead use: $\sigma = -p\mathrm{I} + \mu\dot{\varepsilon}$

All this together produces the following fluid equation called Navier-Stokes equation

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla \cdot \nabla \mathbf{v} + \frac{1}{\rho}F_{ext} + \mathbf{g}$$

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- Our task is now to convert each term on the RHS (Right Hand Side) in Navier-Stokes to SPH-averages
  - First term (pressure) becomes:

$$\left\langle -\frac{1}{\rho}\nabla p \right\rangle_i \approx \sum_j P_{ij}\nabla W(r_{ij})$$

where $P_{ij} = -\frac{m_j}{\rho_j}\left(\frac{p_i}{\rho_i^{\,2}} + \frac{p_j}{\rho_j^{\,2}}\right)$

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- The second term (viscosity):

$$\left\langle -\frac{\mu}{\rho}\nabla\cdot\nabla\mathbf{v}\right\rangle_i \approx \sum_j \mathbf{V}_{ij}\nabla^2 W(r_{ij})$$

where $$\mathbf{V}_{ij} = -\mu\frac{m_j}{\rho_j}\left(\frac{\mathbf{v}_i}{\rho_i^{\,2}} + \frac{\mathbf{v}_j}{\rho_j^{\,2}}\right)$$

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

Summary

The acceleration of a particle can now be written:

$$\boxed{\frac{dv_i}{dt} = a_i^{\,pressure} + a_i^{\,viscosity} + a_i^{\,interactive} + a_i^{\,gravity}}$$

$$a_i^{\,pressure} \approx \sum_j P_{ij}\nabla W(r_{ij})$$

$$a_i^{\,viscosity} \approx \sum_j V_{ij}\nabla W(r_{ij})$$

$$a_i^{\,interactive} \approx \frac{1}{\rho_i}F_i^{\,interactive}$$

$$a_i^{\,gravity} \approx (0,0,-g)$$

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

For each time step:

- Find neighbors to each particle and store in a list
- Calculate density for each particle
- Calculate pressure for each particle
- Calculate all type of accelerations for each particle, and sum it up
- Find new velocities and positions by using the same integration method as before…

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

The color property?

What is the use of this property?

- We can use it to detect the **position of the surface** of our fluid
- We can also use it to find the **normal vectors** at the surface (important for rendering!)
- The normal vectors allow us to implement surface tension
- By adding several color fields we can for example implement a simple model of **flame propagation**

The color field

- The color parameter is a quantity that is zero everywhere except at the particle where it has a finite value
- Similar to how we calculated density we now calculate the average color at particle i as

$$\langle C \rangle_i \approx \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} C_j W(r_{ij})$$

- Deviations of the color field show us where the surface is, and this case we choose to study the derivative of color field

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

- The gradient of a color field is

$$\langle \nabla C \rangle_i \approx \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} C_j \nabla W(r_{ij})$$

- When the magnitude of the gradient is larger than a certain value, we tag the particle as a surface particle

Surface tension

The force that tends to make surfaces smooth (like a drop of liquid) can be modeled in the following way:

$$a_i^{tension} = -\sigma_s \left\langle \nabla^2 C \right\rangle_i \frac{\mathbf{n}_i}{|\mathbf{n}_i|}$$

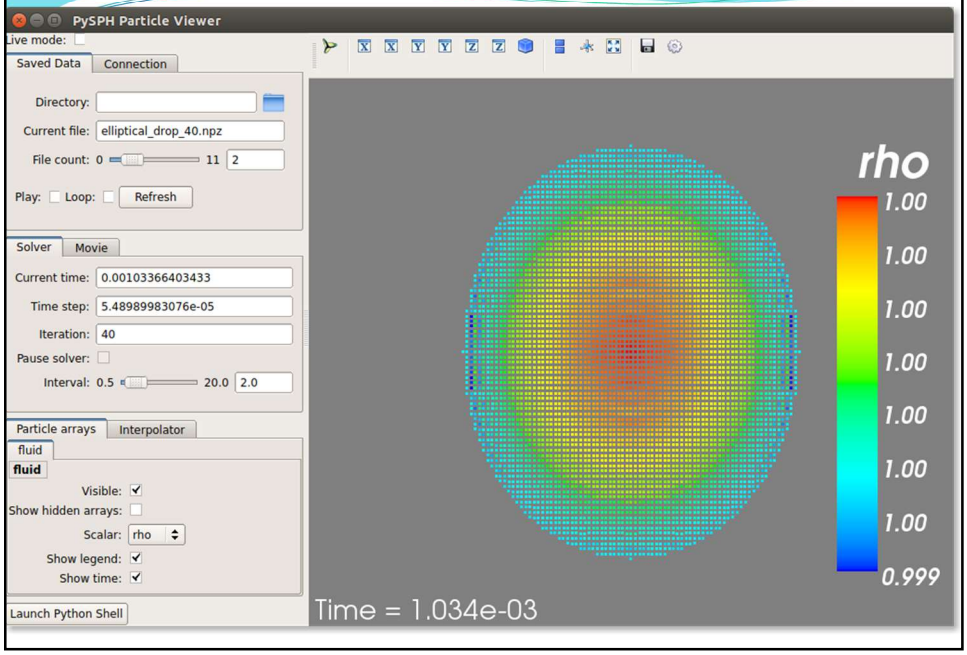
where $\mathbf{n}_i = \left\langle \nabla C \right\rangle_i$ and $\left\langle \nabla^2 C \right\rangle_i \approx \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} C_j \nabla^2 W(r_{ij})$

Note: If the magnitude of n_i is small we can get numerical problem in the division above. To avoid this we only calculate $\mathbf{n}_i / |\mathbf{n}_i|$ if the magnitude of n_i exceeds a certain threshold.

- Algodoo is a 2D simulation framework for education using SPH
- pysph Open Source Framework for Smoothed Particle Hydrodynamics in Python (New BSD License)
- DualSPHysics is an open source SPH code based on SPHysics and using GPU computing
- Fluidix is a GPU-based particle simulation API available from OneZero Software
- FLUIDS v.1 is a simple, open source (Zlib), real-time 3D SPH implementation in C++ for liquids for CPU and GPU.
- GADGET [1] is a freely available (GPL) code for cosmological N-body/SPH simulations
- GPUSPH SPH simulator with viscosity (GPLv3)
- SimPARTIX is a commercial simulation package for SPH and DEM simulations from Fraunhofer IWM
- SPLASH is an open source (GPL) visualisation tool for SPH simulations
- SPH-flow
- SPHysics is an open source SPH implementation in Fortran
- SYMPLER: A freeware SYMbolic ParticLE simulatoR from the University of Freiburg.
- Physics Abstraction Layer is an open source abstraction system that supports real time physics engines with SPH support
- Pasimodo is a program package for particle-based simulation methods, e.g. SPH
- Punto is a freely available visualisation tool for particle simulations
- AQUAgpusph is the free (GPLv3) SPH of the researchers, by the researchers, for the researchers

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

https://github.com/pypr/pysph

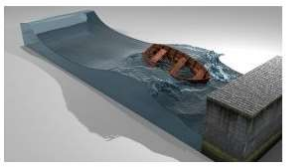


نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

http://www.dual.sphysics.org/

Universidade Vigo

MANCHESTER 1824
The University of Manchester

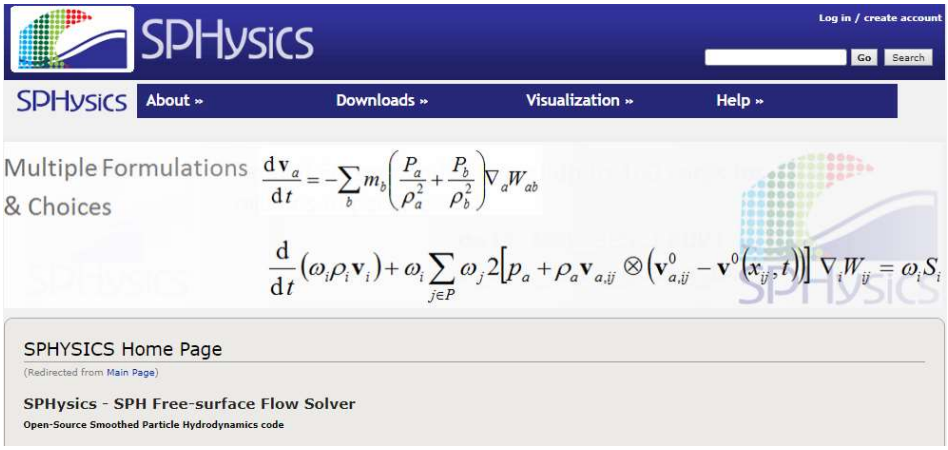


DualSPHysics is based on the Smoothed Particle Hydrodynamics model named SPHysics (www.sphysics.org).

- The code is developed to study free-surface flow phenomena where Eulerian methods can be difficult to apply, such as waves or impact of dam-breaks on off-shore structures. DualSPHysics is a set of C++, CUDA and Java codes designed to deal with real-life engineering problems.

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

https://wiki.manchester.ac.uk/sphysics/index.php/Main_Page

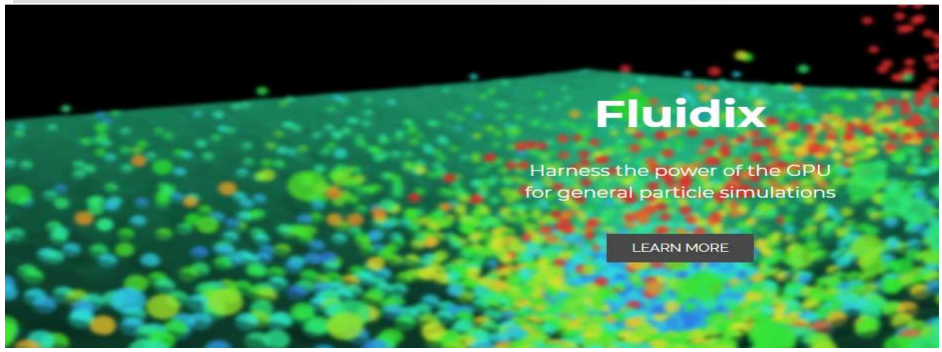


نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

- **The SPHysics Code**:
- SPHysics is a platform of Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) codes inspired by the formulation of Monaghan (1992) developed jointly by researchers at the Johns Hopkins University (U.S.A.), the University of Vigo (Spain), the University of Manchester (U.K.) and the University of Rome La Sapienza (Italy).
- Developed over a number of years primarily to study free-surface flow phenomena **where Eulerian methods can be difficult to apply**, such as waves, impact of dam-breaks on off-shore structures.
- We are excited to announce that there are 3 codes available: Code Features, while future versions can be found under (Future Developments & Releases).

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

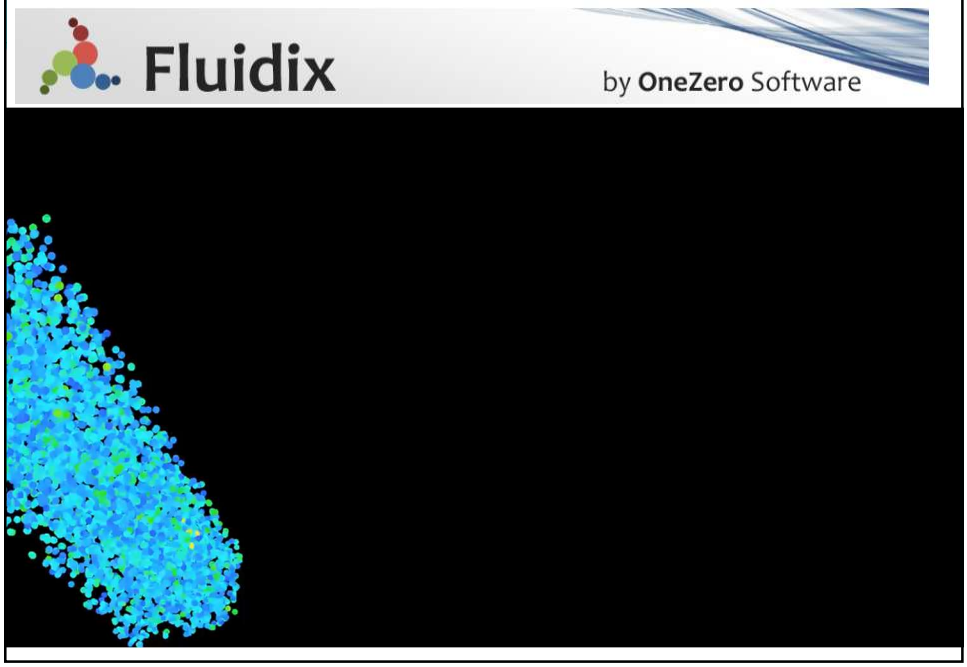
https://www.fluidix.ca/



What is Fluidix?

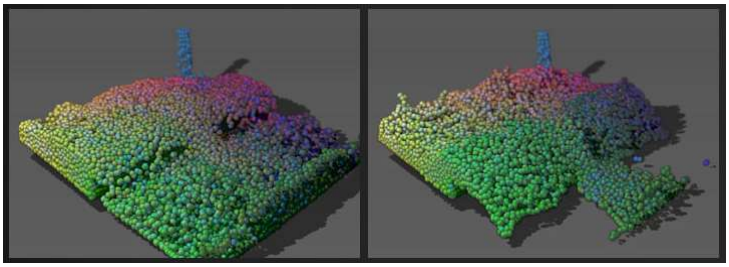
- Fluidix is a flexible CUDA-based parallel particle simulation library which can be used to create practically ANY particle-based model in high performance using the GPU.
- A development environment combines ease of compiling, running, and learning to allow you to build both large and small-scale simulations quickly, with only a working knowledge of C programming required.

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH



نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

- **Fluids v.2 - A Fast, Open Source, Fluid Simulator (2009)**
- Fluids v.2 is a simple, easy-to-understand, efficient implementation of Smoothed Particle Hydrodynamics on the CPU. Fluids simulates breaking waves, vorticies, turbulence, and flows. Designed to allow developers to easily explore and understand SPH methods.



نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

- **GADGET**
- GADGET computes gravitational forces with a hierarchical tree algorithm (optionally in combination with a particle-mesh scheme for long-range gravitational forces) and represents fluids by means of **smoothed particle hydrodynamics (SPH).** The code can be used for studies of isolated systems, or for simulations that include the cosmological expansion of space, both with or without periodic boundary conditions. In all these types of simulations, GADGET follows the evolution of a self-gravitating collisionless N-body system, and allows gas dynamics to be optionally included. Both the force computation and the time stepping of GADGET are fully adaptive, with a dynamic range which is, in principle, unlimited.
- GADGET can therefore be used to address a wide array of astrophysically interesting problems, ranging from colliding and merging galaxies, to the formation of large-scale structure in the universe. With the inclusion of additional physical processes such as radiative cooling and heating, GADGET can also be used to study the dynamics of the gaseous intergalactic medium, or to address star formation and its regulation by feedback processes.

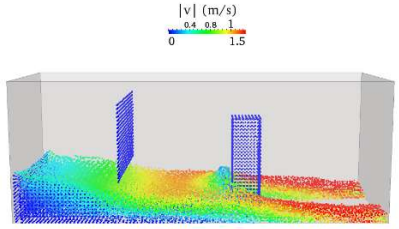
نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

GPUSPH v4.1 released

le cnam JOHNS HOPKINS WHITING SCHOOL of ENGINEERING

http://www.gpusph.org/

About
Features
Downloads
Documentation
Gallery
References
Contact



The Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method is a Lagrangian method for fluid flow simulation. In SPH the continuous medium is discretised into a set of particles that interact with each other and move at the fluid's velocity.

- GPUSPH was the first implementation of Weakly-Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics (WCSPH) to run entirely on GPU with CUDA.
- The initial version was developed by Alexis Hérault (INGV, CNAM), Giuseppe Bilotta (DMI, INGV) and Robert A. Dalrymple (JHU).

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

HYDROCEAN
SPH-flow

Aquaplaning simulation with SPH

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

http://www.nextflow-software.com/

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

NEXTFLOW Software

Pushing the limits of fluid flow simulation

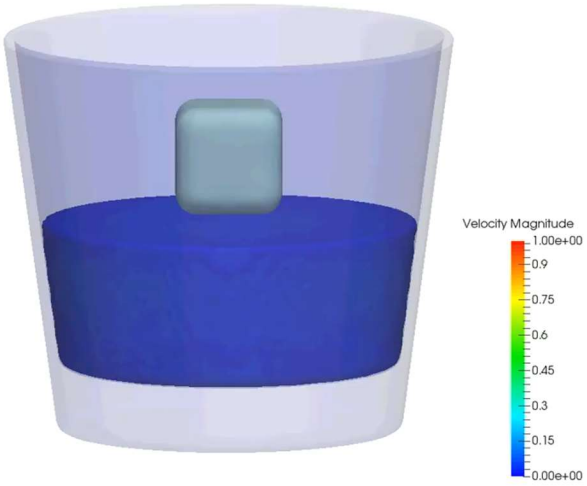
We provide Computer Aided Engineering (CAE) solutions and services to help companies design, develop, validate and operate better products faster.

We are breaking the barriers of traditional Computational Fluid Dynamics (CFD): for the past 9 years our research engineers have been partnering with Centrale Nantes Engineering School Fluid Dynamics Laboratory to develop new algorithms to solve advanced physics while ensuring ease of use and easy access to simulation for any user profile. As a result our solutions can be used from concept phase shape optimization to final design validation and operation simulation independently from the complexity of the physics to be simulated.

On top of state-of-the-art fluid flow simulation tools using finite volume or finite element approach we are able to address highly non linear behavior of fluids with advanced methods like Smooth Particles Hydrodynamics (SPH). SPH pushes the limits of CFD by providing fast and accurate results on very complex and highly dynamics flows like in tire aquaplaning or gear box oiling, spraying, or in any environment with free surface, liquid film, droplets, particles, bubbles that interact with static or moving solids.

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

NEXTFLOW



نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

http://sympler.org/#SYMbolicParticLEsimulatoR

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

- **Why a SYMbolic ParticLE simulatoR (SYMPLER)?**
- Because you are in need for a unified flexible and modular simulation tool allowing for the investigation of structural, thermodynamic, and dynamical properties of fluids and solids from microscopic over mesoscopic up to macroscopic time and length scales with suitable particle based simulation methods such as molecular dynamics, dissipative particle dynamics or smoothed particle hydrodynamics. The user should be enabled to define her/his own physical models without the need for recoding or code extensions.

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

Introduction

Physics Abstraction Layer

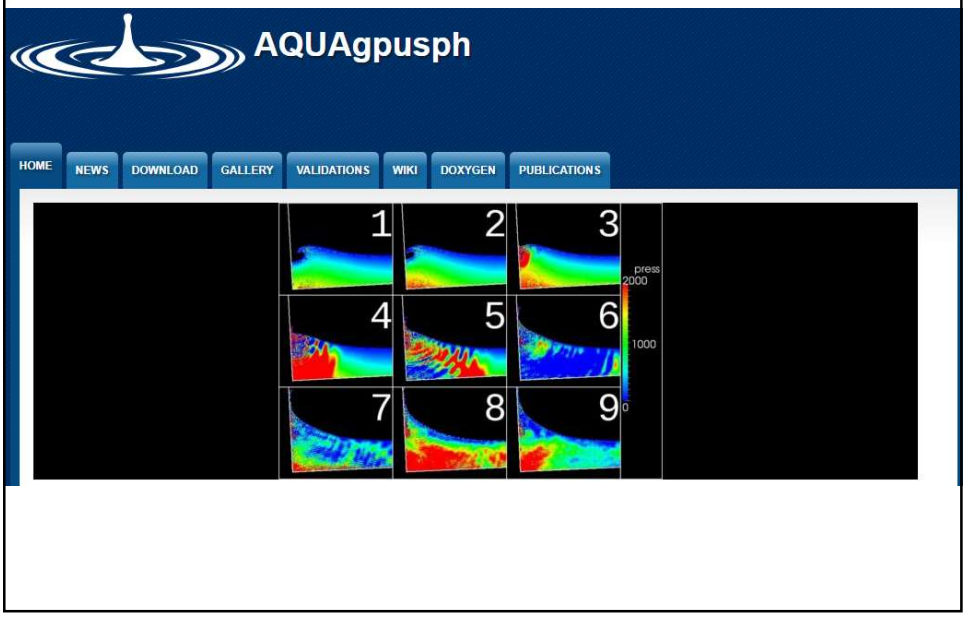
http://www.adrianboeing.com/pal/index.html

The Physics Abstraction Layer (**PAL**) provides a unified interface to a number of different physics engines. This enables the use of multiple physics engines within one application. It is not just a simple physics wrapper, but provides an extensible plug-in architecture for the physics system, as well as extended functionality for common simulation components.

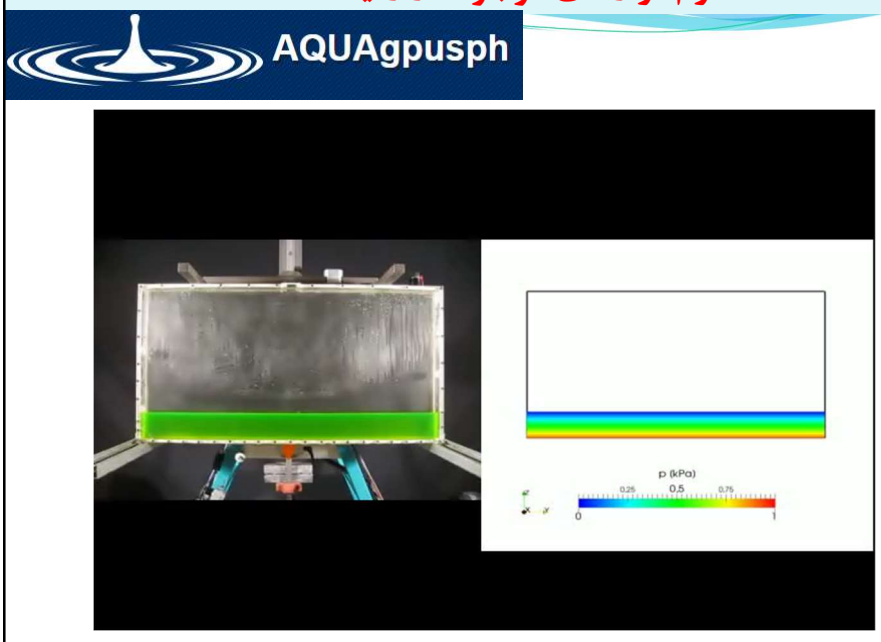
PAL provides a number of benefits to game and simulation developers. First of all **PAL** is very *easy to use*, so you can easily integrate physics into your application. Secondly, it does not restrict you to one particular physics engine. This gives you more *flexibility*, allowing you to easily upgrade your physics system if you decide to pursue a commercial engine, select different engines for alternative platforms, or swap to another engine if the physics engine developers stop development and support for their engine. This flexibility allows you to choose the engine that gives you the best *performance* for your application. Finally, **PAL** has an extensive set of *common features* such as simulating different devices or loading physics configurations from XML, COLLADA and Scythe files.

نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

http://canal.etsin.upm.es/aquagpusph/

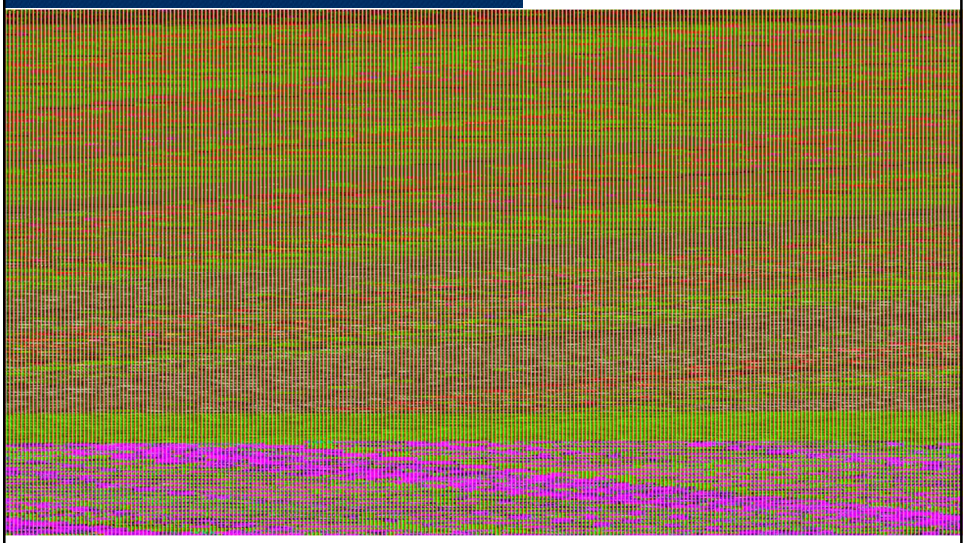


نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

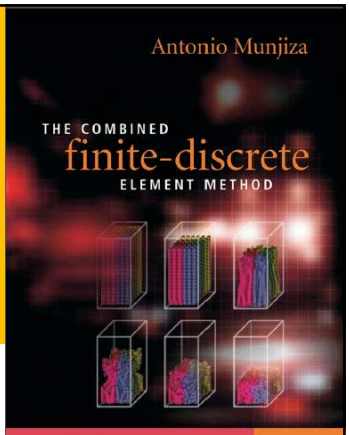


نرم‌افزارهای موجود در زمینه SPH

AQUAgpusph



فصل چهارم: روش اجزای محدود
Finite Element Method



Dr .Antonio A.Munjiza

Google Scholar

Antonio Munjiza

FOLLOW

Professor of Computational Mechanics, University of London
Verified email at qmul.ac.uk

Computational solids Computational fluids Artificial Intelligence Robotics Biomechanics

روش اجزای محدود (FEM)

- روش عددی که در اغلب **مسائل مکانیک جامدات** مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش اجزای محدود است که در قالب نرم‌افزارهایی مانند Ansys، Abaqus، Nastran و غیره قابل استفاده است.
- معمولاً مهندسان و فیزیکدانان یک پدیده فیزیکی را به وسیله دستگاهی از معادلات دیفرانسیل معمولی و یا جزئی (partial) که در محدوده (region) خاصی صادق است و شرایط مرزی و آغازین مناسبی را تأمین می‌کند، توصیف می‌کنند.
- در واقع یک معادله دیفرانسیل با شرایط مرزی و اولیه موردنیاز خود یک مدل ریاضی کامل از یک پدیده است.
- برای یافتن توزیع متغیرهای موردنظر که ارتباط آن‌ها در فرم دیفرانسیلی توسط معادله حاکم بیان می‌گردد، می‌بایست معادله مذکور حل گردد تا بتوان مقادیر عددی هر کمیت مرتبط را در نقاط دلخواه به دست آورد.

روش اجزای محدود (FEM)

- اما با توجه به اینکه تنها می‌توان اشکال بسیار ساده این معادلات را آن هم در ناحیه‌های هندسی بسیار ساده با روش‌های تحلیلی حل نمود، در حل اغلب معادلات حاکم به روش تحلیلی با مشکل بزرگی مواجه هستیم.
- برای مقابله با چنین مشکلاتی و نیز جهت استفاده از قدرتمندترین وسیله موجود در قرن حاضر یعنی کامپیوتر، ضروری است که مسأله موردنظر در یک قالب کاملاً جبری ریخته شود تا حل آن تنها نیازمند عملیات جبری باشد.
- برای دستیابی به چنین هدفی می‌توان از انواع مختلف روش‌های گسسته‌سازی (discretization) یک مسأله پیوسته تعریف‌شده به وسیله معادلات دیفرانسیل استفاده نمود.
- در این روش‌ها، تابع و یا توابع مجهول که می‌توان آن‌ها را با مجموعه‌ای نامتناهی از اعداد نشان داد، بوسیله تعداد متناهی از پارامترهای مجهول جایگزین می‌گردند که طبیعتاً در حالت کلی نوعی تقریب را در بر دارد.

روش اجزای محدود (FEM)

- سه روش عمده در حل عددی یک معادله دیفرانسیل به شرح زیرند:
- ۱- روش تفاضل محدود (Finite Difference Method)
- ۲- روش تغییر (تغییرات) (حساب تغییرات) (Variational Method)
- ۳- روش‌های باقیمانده وزنی (Weighted Residual Methods)

روش اجزای محدود (FEM)

- **۱- روش تفاضل محدود:**
- این روش مبتنی بر مشتقات تابع مجهول است.
- در این روش، ناحیه موردنظر به تعدادی زیرناحیه کوچک تقسیم می‌شود. سپس، بسط سری تیلور تابع مجهول حول نقاط مرکزی نواحی کوچک نوشته می‌شود.
- سپس، از جملات مرتبه دوم به بالا صرف‌نظر می‌شود (تقریب) و بدین وسیله تغییرات پیوسته تابع برحسب مکان یا زمان تبدیل به نوعی تغییرات گسسته می‌شود.
- پس از نوشتن بسط تیلور $\frac{d}{dx}$ تبدیل به $\frac{\Delta}{\Delta x}$ می‌شود و با نوشتن بسط مذکور برای همه نقاط زیربازه‌ها، مجموعه‌ای از معادلات جبری حاصل می‌شود که از طریق روش‌های عددی و توسط کامپیوتر قابل‌حل می‌باشند.
- در گذشته، این روش جهت حل مسائل انتقال حرارت و مکانیک سیالات استفاده می‌شده است.

روش اجزای محدود (FEM)

- ۲- روش تغییر (تغییرات) (حساب تغییرات) (Variational Method):
- این روش مبتنی بر یک انتگرال خاص از تابع مجهول است که یک عدد تولید می‌کند.
- در این انتگرال می‌توان توابع مختلفی را به عنوان تقریب قرار داد و هر بار یک عدد تولید می‌شود.
- تابعی که کوچکترین عدد را تولید کند، می‌تواند تقریب مناسبی برای یک معادله دیفرانسیل خاص باشد.
- انتگرال زیر را در نظر بگیرید:

$$\Pi = \int_0^H \left[\frac{D}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - Qy \right] dx$$

- مقدار عددی Π را می‌توان هر بار با تعیین تابعی مانند $y = f(x)$ به دست آورد.

روش اجزای محدود (FEM)

- حساب تغییرات نشان می‌دهد تابعی مانند $y = g(x)$ که کمترین عدد Π را تولید کند، جواب معادله دیفرانسیل زیر با شرایط مرزی $y(o) = y_o$ و $y(H) = y_H$ است:

$$D\frac{d^2y}{dx^2} + Q = 0$$

- در واقع، در عملیات فوق از روی انتگرال به معادله دیفرانسیل مربوطه پی برده می‌شود.
- فرآیند می‌تواند بالعکس باشد. یعنی معادله دیفرانسیل داده شود و از روی آن یک انتگرال تعریف شود. آنگاه توابع مختلف در انتگرال قرار داده می‌شوند و هنگامی که می‌نیمم Π حاصل شد، آن تابع بهترین تقریب برای معادله دیفرانسیل خواهد بود.
- **روش تغییر**، مبنای بسیاری از فرمول‌بندی‌های روش اجزای محدود می‌باشد اما یک ایراد اساسی دارد و آن این است که قابل‌اعمال درخصوص معادلات دیفرانسیل دارای مشتق مرتبه اول نمی‌باشد.

روش اجزای محدود (FEM)

- ۳- روش‌های باقیمانده وزنی (Weighted Residual Methods):
- روش‌های باقیمانده وزنی نیز شامل یک انتگرال می‌باشند.
- در این روش‌ها، ابتدا یک تخمین برای جواب زده می‌شود و در معادله دیفرانسیل مربوطه قرار می‌گیرد.
- ازآنجایی‌که تقریب اولیه در معادله صدق نمی‌کند، باقیمانده یا خطایی مانند R حاصل می‌شود.
- فرض کنید تابعی مانند $y = h(x)$ در ابتدا به عنوان تقریب برای معادله دیفرانسیل زیر به کار رود:

$$D\frac{d^2y}{dx^2} + Q = 0$$

- با قرار دادن تابع در معادله خواهیم داشت:

روش اجزای محدود (FEM)

$$D\frac{d^2h(x)}{dx^2} + Q = R(x) \neq 0$$

- در روش‌های باقیمانده وزنی می‌بایست رابطه زیر برقرار باشد:

$$\int_0^H W_i(x)R(x)dx = 0$$

- باقیمانده معادله در یک تابع وزنی ضرب شده است و انتگرال حاصل‌ضرب می‌بایست برابر صفر باشد.
- تعداد توابع وزنی موردنیاز برابر است با تعداد ضرایب مجهول در حل تقریبی.

روش اجزای محدود (FEM) /ˌkɒləˈkeɪʃən $ ˌkɑː-/

- توابع وزنی مختلفی را می‌توان برای حل انتخاب نمود که در زیر به چند نوع مشهورتر آن اشاره می‌شود:

- ۱- روش ترتیب (همجواری) (همنشینی) (هم‌آیندی) (Collocation Method)
- ۲- روش تبعی (زیردامنه) (Subdomain Method)
- ۳- روش گالرکین (Galerkin's Method)
- ۴- روش حداقل مربعات (Least Squares Method)

روش اجزای محدود (FEM)

- ۱- روش ترتیب (همجواری) (همنشینی) (هم‌آیندی) (Collocation Method):
- در این روش، توابع ضربه (دلتای دیراک) $W_i(x) = \delta(x - X_i)$ به عنوان توابع وزنی انتخاب می‌شوند. این نوع انتخاب بیانگر این است که می‌بایست در نقاط خاصی مقدار باقیمانده صفر باشد.
- تعداد این نقاط برابر تعداد ضرایب مجهول در حل تقریبی است.

روش اجزای محدود (FEM)

- ۲- روش تبعی (زیردامنه) (Subdomain Method):

- هر تابع وزنی برابر واحد، $W_i(x) = 1$، در یک ناحیه خاص انتخاب می‌شود.

- این نوع انتخاب بیانگر این است که می‌بایست در طول فاصله‌ای از یک ناحیه، مجموع (انتگرال) باقیمانده‌ها برابر صفر گردد.

- تعداد فواصل انتگرال‌گیری برابر تعداد ضرایب نامعین در حل تقریبی است.

روش اجزای محدود (FEM)

- ۳- روش گالرکین (Galerkin's Method):

- در روش گالرکین، همان تابعی که به عنوان حل تقریبی استفاده می‌شود، به عنوان تابع وزنی نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

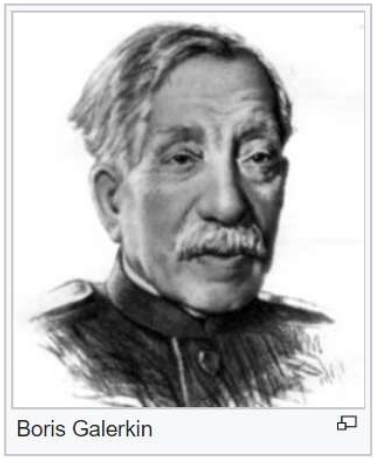
- این رویکرد، مبنای روش اجزای محدود برای مسائل دارای مشتق مرتبه اول و بسیاری مسائل دیگر است.

روش اجزای محدود (FEM)

❑ ۳- روش گالرکین (Galerkin's Method):

Boris Grigoryevich Galerkin

Galerkin was born on March 4 1871 in Polotsk, Vitebsk Governorate, Russian Empire, now part of Belarus.



Boris Galerkin

روش اجزای محدود (FEM)

❑ ۴- روش حداقل مربعات (Least Squares Method):

❑ در این روش، مقدار خطای R به عنوان تابع وزنی استفاده می‌شود. بنابراین، انتگرال زیر حاصل می‌شود:

$$Er = \int_0^H [R(x)]^2 dx$$

❑ این میزان خطا نسبت به ضرایب نامعلوم موجود در حل تقریبی، می‌نیمم می‌شود.

❑ از روش حداقل مربعات نیز جهت فرموله کردن حل اجزای محدود استفاده می‌شود اما این روش به اندازه روش تغییر و روش گالرکین مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.

روش اجزای محدود (FEM)

- روش اجزای محدود یک دستورالعمل عددی جهت حل مسائل فیزیکی می‌باشد که توسط معادله دیفرانسیل توصیف می‌شوند.
- این روش دارای دو ویژگی است که آن را از سایر روش‌های عددی متمایز می‌سازد:
- **۱- در این روش، از یک فرمول‌بندی انتگرالی جهت ایجاد یک دستگاه معادلات جبری استفاده می‌شود.**
- **۲- در این روش، از توابع هموار به‌طورقطعه‌ای پیوسته جهت تقریب کمیت‌های مجهول استفاده می‌شود.**
- مشخصه دوم، روش اجزای محدود را از سایر روش‌های عددی که فرمول‌بندی انتگرالی دارند، متمایز می‌کند.

روش اجزای محدود (FEM)

- **روش اجزای محدود را می‌توان به پنج مرحله اصلی تقسیم کرد:**
- ۱- تقسیم ناحیه موردبحث به تعداد زیادی زیرناحیه کوچک موسوم به **المان** (Element). نقاط اتصال المان‌ها به یکدیگر **گره** (Node) نامیده می‌شود.
- ۲- تعیین تقریب اولیه برای حل به صورت یک تابع با ضرایب ثابت مجهول که همواره یا خطی (Linear) است و یا مرتبه‌دوم (درجه‌دوم) (Quadratic). پس از تعیین شدن مرتبه تقریب اولیه، معادله حاکم در هر گره نوشته می‌شود.

روش اجزای محدود (FEM)

- ۳- استخراج دستگاه معادلات جبری. در صورت استفاده از روش گالرکین، تابع وزنی برای هر گره مشخص می‌شود و سپس انتگرال باقیمانده وزنی تشکیل می‌گردد. با انتگرال‌گیری، برای هر گره یک معادله جبری ایجاد می‌گردد که پس از استخراج معادلات همه گره‌ها، دستگاه معادلات به وجود می‌آید.
- ۴- حل دستگاه معادلات ایجادشده.
- ۵- محاسبه سایر کمیت‌ها از روی مقادیر گرهی.

روش اجزای محدود (FEM)

- **در مرحله اول** همانگونه که اشاره گردید، هندسه مسئله به نواحی کوچکی موسوم به المان تقسیم می‌گردد.
- نقاط اشتراک المان‌ها، گره‌ها می‌باشند. به مجموعه یک المان با گره‌هایش یک مش (Mesh) گفته می‌شود.
- المان‌ها می‌توانند یک، دو و یا سه‌بعدی باشند. همچنین بسته به بعد المان، اشکال مختلف برای یک المان قابل‌تصور است.
- یک المان دوبعدی می‌تواند به شکل مثلث، مربع و یا هر شکل دلخواه دیگری باشد.
- از طرفی، یک المان سه‌بعدی نیز می‌تواند اشکالی مانند چهاروجهی، هرم، منشور و یا مکعب داشته باشد.
- مش‌بندی هندسه مسئله از مراحل مهم مدل‌سازی می‌باشد که مستلزم دقت و مهارت مناسب می‌باشد.

روش اجزای محدود (FEM)

- **در مرحله دوم**، در واقع تقریب اولیه برای جواب مسئله به صورت یک تابع با ضرایب ثابت مجهول در نظر گرفته می‌شود.
- این تقریب در محدوده یک المان زده می‌شود و برای کل شکل مسئله انجام نمی‌گیرد. به‌عنوان مثال، $u = c_1x + c_2$ یک تقریب خطی برای توزیع جابجایی در یک المان یک‌بعدی است.
- در خصوص مسائلی که توسط نرم‌افزار حل می‌شوند، ازآنجایی‌که می‌توان ابعاد المان‌ها را بسیار ریز انتخاب کرد، هیچ‌گاه تقریبی با درجه بیشتر از دو زده نمی‌شود. به عبارت دیگر، تقریب اولیه برای جواب همواره در نرم‌افزارها یا خطی است و یا سهموی.

روش اجزای محدود (FEM)

- **در مرحله بعد (مرحله سوم)**، معادله حاکم برای تک‌تک گره‌ها نوشته می‌شود و پس از انتگرال‌گیری‌های لازم، به فرم یک معادله جبری تبدیل می‌گردد.
- برای روشن‌تر شدن موضوع، به معرفی مفهوم تابع شکلی (شکل) (Shape Function) می‌پردازیم.
- همانگونه که ذکر شد، در یک تحلیل اجزای محدود ابتدا مقادیر گرهی کمیت موردنظر محاسبه می‌گردند. سپس با میان‌یابی در هر نقطه دلخواه می‌توان مقدار کمیت مجهول را به دست آورد.
- بنابراین، می‌بایست مرتبه میان‌یابی معلوم باشد که همانگونه که در مرحله قبل اشاره گردید، یا خطی و یا مرتبه دو است.
- المان خطی یک‌بعدی را در نظر می‌گیریم. اگر φ کمیت مجهول باشد که معادله حاکم برحسب آن است، در این المان حل تقریبی و یا همان تابع میان‌یابی عبارت است از:

روش اجزای محدود (FEM)

$$\varphi = a_1 + a_2 x$$

- که در آن a_1 و a_2 مجهول می‌باشند. درصورتی‌که این المان بین دو گره i و j با موقعیت‌های X_i و X_j واقع شده باشد و مقادیر گرهی φ_i و φ_j باشند، دو ضریب مجهول a_1 و a_2 قابل محاسبه‌اند.

$$\varphi_i = a_1 + a_2 X_i$$

$$\varphi_j = a_1 + a_2 X_j$$

- که در نتیجه خواهیم داشت:

$$a_1 = \frac{\varphi_i X_j - \varphi_j X_i}{X_j - X_i}$$

$$a_2 = \frac{\varphi_j - \varphi_i}{X_j - X_i}$$

روش اجزای محدود (FEM)

- حال اگر مقادیر a_1 و a_2 را در رابطه اولیه قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\varphi = \left(\frac{X_j - x}{L}\right)\varphi_i + \left(\frac{X_i - x}{L}\right)\varphi_j$$

- که در آن L طول المان است.
- رابطه به‌دست‌آمده فوق، رابطه‌ای استاندارد برای میان‌یابی است زیرا ترکیب خطی مقادیر گرهی است که ضرایب آن‌ها نیز توابع خطی از x می‌باشند.
- این توابع خطی را با حرف N نمایش می‌دهند و آن‌ها را توابع شکلی می‌نامند.
- در واقع، هر گره تابع شکلی مخصوص به خود را دارد که بیانگر سهم مقدار گرهی آن گره در میان‌یابی می‌باشد.
- بنابراین توابع شکلی به صورت زیر می‌باشند:

روش اجزای محدود (FEM)

$$N_i = \frac{X_j - x}{L} \qquad N_j = \frac{X_i - x}{L}$$

- و رابطه میان‌یابی را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$\varphi = N_i\varphi_i + N_j\varphi_j$$

- چند نکته در خصوص توابع شکلی قابل ذکر است:
- هر تابع شکلی در محل گره خود دارای مقدار یک و در محل گره دیگر دارای مقدار صفر است.
- مجموع توابع شکلی در یک نقطه همواره برابر یک است.
- همواره مرتبه توابع شکلی و میان‌یابی یکسان است.
- به عنوان مثال، اگر حل تقریبی یا همان میان‌یابی تابعی خطی باشد، توابع شکلی گره‌ها نیز توابعی خطی خواهند بود.

روش اجزای محدود (FEM)

- از دیگر ویژگی‌های توابع شکلی این است که مجموع مشتقات آن‌ها نسبت به یک متغیر (مانند x) برابر صفر است.
- حال بهتر می‌توان روش گالرکین را مورد بررسی قرار داد. همانگونه که گفته شد، ابتدا یک تخمین (به طور مثال $u = c_1x + c_2$ در خصوص توزیع تغییر مکان در المان یک‌بعدی) برای معادله حاکم زده می‌شود.
- سپس، با انتخاب تابع وزنی مناسب و به تعداد مجهولات موجود در تخمین اولیه، انتگرال حاصل‌ضرب تابع وزنی و باقیمانده محاسبه می‌گردد که عبارتی برحسب ضرایب نامعلوم تابع تقریب خواهد بود.
- **در روش گالرکین، توابع وزنی همان توابع شکلی می‌باشند.**
- به‌طورمثال، در یک المان خطی انتگرال حاصل‌ضرب هر یک از توابع شکلی در باقیمانده محاسبه می‌گردد و درنهایت دو معادله با مجهولات φ_i و φ_j به دست می‌آید.

روش اجزای محدود (FEM)

- قبلاً اشاره گردید که ضرایب a_1 و a_2 برحسب مقادیر گرهی نوشته می‌شوند.
- به عبارت دیگر، به ازای هر گره یک معادله به دست می‌آید. به دلیل آنکه هر معادله شامل بیش از یک مجهول است، به تنهایی قابل‌حل نخواهد بود و می‌بایست ابتدا به تعداد گره‌ها، معادله استخراج شود تا آنگاه تمامی معادلات به صورت یکجا حل گردند.
- پس از استخراج معادلات نوبت به حل آن‌ها می‌رسد (**مرحله چهارم**) که روش‌های متنوعی برای حل موجود است. سپس، در مرحله بعد و پس از مشخص شدن مقادیر گرهی، با توجه به ابعاد اولیه و خواص هندسی ماده تعریف‌شده، سایر کمیت‌ها نظیر کرنش، تنش، نیرو و گشتاور محاسبه می‌گردند (**مرحله پنجم**).

روش اجزای محدود (FEM)

- **روش‌های کلاسیک حل مسائل مقدار مرزی:**
- مطلوب‌ترین روش حل برای مسائل **مقدار مرزی**، روش حل تحلیلی است اما در بسیاری از کاربردها مسئله بسیار پیچیده می‌باشد و امکان حل تحلیلی آن وجود ندارد. ازاین‌رو، برای حل این مسئله می‌توان از روش‌های حل تقریبی استفاده نمود. در بین این روش‌ها، دو روش ریتز و گالرکین بیشتر از سایر روش‌ها مورد توجه قرار دارند.
- دو روش کلاسیک حل مسائل مقدار مرزی عبارتند از روش تغییراتی ریتز و روش گالرکین که این دو روش در واقع مبنای روش اجزای محدود مدرن هستند. روش گالرکین قبلاً معرفی شد. در اینجا به معرفی روش تغییراتی ریتز می‌پردازیم.

روش اجزای محدود (FEM)

❑ روش ریتز:

Walther Heinrich Wilhelm Ritz
(22 February 1878 – 7 July 1909) was a Swiss theoretical physicist.

Alma mater	University of Göttingen
Known for	Ritz method Ritz ballistic theory Ritz-Galerkin method Rydberg–Ritz combination principle Rayleigh–Ritz method
Awards	Leconte Prize (1909)
	Scientific career
Fields	Physics

Walther Ritz

Born	22 February 1878 Sion, Switzerland
Died	7 July 1909 (aged 31) Göttingen

روش اجزای محدود (FEM)

❑ روش ریتز:

❑ روش ریتز که به نام روش رایلی–ریتز (Rayleigh-Ritz) نیز شناخته می‌شود، یک روش تغییراتی است که در آن مسئله مقدار مرزی را به فرم یک عبارت تغییراتی که functional نامیده می‌شود، فرمول‌بندی می‌کند.

❑ جواب مسئله تحت شرایط مرزی تعیین‌شده، در واقع می‌نیمم مقدار این functional است.

❑ بنابراین، حل تقریبی از طریق می‌نیمم کردن functional نسبت به متغیرهایی که یک تقریب خاص از جواب را نشان می‌دهند حاصل می‌شود.

روش اجزای محدود (FEM)

- پیچیدگی هندسی، رفتار پیچیده ماده و شرایط مرزی موجود در مسائل واقعی، رسیدن به حل دقیق را با دشواری روبرو ساخته است.
- استفاده از حل‌های تقریبی قابل‌قبول که در زمان محدود به دست می‌آیند اجتناب‌ناپذیر است؛ **روش اجزای محدود** یکی از این انتخاب‌ها است.
- روش اجزای محدود یک روش عددی برای رسیدن به حل تقریبی در بسیاری از مسائل فیزیکی و مهندسی است که رفتار حاکم بر آن‌ها توسط یک معادله دیفرانسیل و یا یک دستگاه معادله دیفرانسیل بیان می‌شود.
- در این روش از **توابع پیوسته چندتکه‌ای و هموار** برای تقریب کمیت مجهول موردنظر سود برده می‌شود.

روش اجزای محدود (FEM)

- هدف اصلی در روش اجزای محدود، یافتن حل یک مسئله پیچیده از طریق جایگزینی آن با یک مدل ساده‌تر است.
- در روش اجزای محدود، ناحیه حل به صورت مجموعه‌ای از زیرناحیه‌های کوچک متصل‌به‌هم، به نام **المان** و یا **اجزای محدود** در نظر گرفته می‌شود.
- در ادامه برای هر قطعه یا المان یک حل تقریبی مناسب فرض می‌شود. با سوار نمودن (Assembling) این اجزا و غیره شرایط تعادل کلی سیستم (مانند سازه) استخراج می‌شود.
- با ارضای این شرایط جواب تقریبی برای کمیت موردنظر (تغییرمکان‌ها) به دست می‌آید.

روش اجزای محدود (FEM)

- روش‌های گسسته‌سازی جهت شبیه‌سازی عددی:
  - روش اجزای محدود (FEM) — Finite Element Method
  - روش تفاضل محدود (FDM) — Finite Difference Method
  - روش اجزای مرزی (BEM) — Boundary Element Method
  - روش حجم محدود (FVM) — Finite Volume Method
  - روش بدون المان — Mesh Free Method
  - روش طیفی — Spectral Method

روش اجزای محدود (FEM)

- **توصیف عمومی روش اجزای محدود:**
- **مرحله ۱: گسسته‌سازی یا مجزاسازی سازه**
- در این مرحله سازه مکانیکی یا ناحیه‌حل موردنظر به بخش‌های کوچک‌تر (**المان**) تقسیم می‌شود. نقاط مشترک در مرز المان به نام **گره** شناخته می‌شوند. در مورد نوع، تعداد و ترتیب المان باید تصمیم‌گیری نمود.
- **مرحله ۲: ارائه رفتار فیزیکی حاکم بر المان به‌صورت‌کمی**
- در این مرحله لازم است رفتار فیزیکی حاکم بر المان‌های سازه مکانیکی به صورت یک (و یا چند) معادله بیان شود.

روش اجزای محدود (FEM)

- توصیف عمومی روش اجزای محدود:
- مرحله ۳: انتخاب یک مدل درون‌یاب یا مدل جابجایی مناسب
- ازآنجایی‌که تغییرات واقعی متغیر میدان (مانند جابجایی، تنش، دما، فشار یا سرعت) در داخل این محیط پیوسته مجهول است، تغییرات متغیر میدان در داخل یک المان محدود به وسیله یک تابع ساده تقریب زده می‌شوند و برحسب مقادیر متغیرهای میدان در گره‌ها بیان می‌شوند.
- معمولاً مدل درون‌یاب (تابع تقریب، توابع شکل) را به شکل چندجمله‌ای در نظر می‌گیرند.

روش اجزای محدود (FEM)

- توصیف عمومی روش اجزای محدود:
- مرحله ۴: به دست آوردن ماتریس سختی و بردارهای نیروی المان
- هنگامی‌که معادلات میدان (مانند معادلات تعادل) برای یک المان نوشته شدند، مجهولات مسئله، متغیر میدان در گره‌ها خواهند بود. در این مرحله ماتریس سختی و بردار نیروی المان محاسبه می‌شود.
- مرحله ۵: سوار (جمع) کردن معادلات المان‌ها برای به دست آوردن معادلات کلی تعادل
- ازآنجایی‌که سازه از چندین المان تشکیل شده است، ماتریس سختی و بردارهای نیروی المان‌های منفرد با یک روش مناسب با یکدیگر جمع می‌شوند.

روش اجزای محدود (FEM)

- توصیف عمومی روش اجزای محدود:
- مرحله ۶: به دست آوردن متغیرهای میدان (جابجایی‌ها) در گره‌ها
- معادلات کلی میدان (مانند معادلات تعادل) باید برای شرایط مرزی اصلاح شوند و پس از آن با استفاده از یک روش عددی مناسب مقادیر متغیرهای میدان استخراج شوند.
- مرحله ۷: محاسبه متغیرهای وابسته (نظیر تنش‌ها و کرنش‌های المان)
- در صورت نیاز با استفاده از متغیرهای میدان (نظیر جابجایی‌ها) می‌توان متغیرهای وابسته (نظیر تنش‌ها و کرنش‌های المان) را با استفاده از معادلات موردلزوم حاکم بر مسئله (نظیر معادلات مکانیک جامدات) محاسبه نمود.

روش اجزای محدود (FEM)

- پیاده‌سازی روش اجزای محدود:
- مرحله ۱: پیش‌پردازش
- در این مرحله مدل هندسی و مدل شبکه‌بندی‌شده (مش‌بندی‌شده) مسئله ساخته می‌شود. سپس بارگذاری و شرایط مرزی به مدل اعمال می‌گردد.
- مرحله ۲: حل مدل اجزای محدود
- سوار کردن معادلات سیستم و حل معادلات کلی در این مرحله انجام می‌پذیرد.
- مرحله ۳: پس‌پردازش
- آماده نمودن و نمایش نتایج

روش اجزای محدود (FEM)

- **تاریخچه روش اجزای محدود:**

- Courant (1943): او برای اولین بار روش مشابه روش اجزای محدود ارائه کرد که در آن از توابع دارای پیوستگی تکه‌ای که در نواحی مثلثی تعریف می‌شوند، استفاده کرد.
- Turner, Clough, Martin and Topp (1956): آن‌ها در یک مقاله کاربرد اجزای محدود ساده (شامل میله‌های مفصل‌شده) برای تحلیل سازه هواپیما استفاده نمودند. این تحلیل به عنوان یک پیشرفت کلیدی در توسعه روش اجزای محدود به حساب می‌آمد.

روش اجزای محدود (FEM)

- **تاریخچه روش اجزای محدود:**

- Clough (1960): او توانست با استفاده از المان‌های مثلثی تحلیل یک بال سازه هواپیما را در شرایط تنش صفحه‌ای انجام دهد.
- دهه ۱۹۷۰: در این دهه با ورود کامپیوترهای دیجیتال (با پردازنده مرکزی)، ابزار نیرومندی برای محاسبات موردنیاز در اجزای محدود فراهم گردید و به طور عملی این روش را توسعه داد.
- دهه ۱۹۸۰: در این دهه زمینه انجام مراحل پیش‌پردازش و پس‌پردازش روش اجزای محدود در کامپیوترهای شخصی فراهم شد.
- دهه ۱۹۹۰: در این دهه تحلیل سازه‌های بزرگ به کمک روش اجزای محدود انجام گرفت.

روش اجزای محدود (FEM)

- **درجات آزادی در روش اجزای محدود:**
- دهه ۱۹۵۰: تحلیل تا ۱۰۰ درجه آزادی
- دهه ۱۹۶۰: تحلیل تا ۱۰۰۰ درجه آزادی
- دهه ۱۹۸۰: تحلیل تا ۱۰۰۰۰ درجه آزادی
- دهه ۱۹۹۰: تحلیل تا ۱۰۰۰۰۰ درجه آزادی
- دهه ۲۰۰۰: تحلیل از ۵۰۰۰۰۰ تا چندین میلیون درجه آزادی

روش اجزای محدود (FEM)

- **مقالات منتشرشده در زمینه روش اجزای محدود:**
- تا ۱۹۶۱: ۱۰ مقاله
- تا ۱۹۶۶: ۱۳۴ مقاله
- تا ۱۹۷۱: ۸۴۴ مقاله
- تا ۱۹۷۶: ۷۰۰۰ مقاله
- تا ۱۹۸۶: ۲۰۰۰۰ مقاله

روش اجزای محدود (FEM)

❑ کاربرد روش اجزای محدود:

❖ **Static analysis**
- Deflection خمش
- Stresses
- Strains
- Forces
- Energies

❖ **Heat transfer analysis**
- Temperature
- Heat fluxes
- Thermal gradients
- Heat flow from Convection faces همرفت

❖ **Dynamic analysis**
- Frequencies
- Deflection (mode shape)
- Stresses
- Strains
- Forces
- Energies

❖ **Fluid analysis**
- Pressures
- Gas temperatures
- Convection coefficients
- Velocities

روش اجزای محدود (FEM)

❑ کاربرد روش اجزای محدود:

❖ **Automotive industry**
- Static analyses
- Modal analyses
- Transient dynamics
- Heat transfer
- Mechanisms
- Fracture mechanics
- Metal forming
- Crashworthiness

قابلیت ضربه‌پذیری خودرو در محافظت از سرنشینان خود

❖ **Architectural**
- Soil mechanics
- Rock mechanics
- Hydraulics
- Fracture mechanics

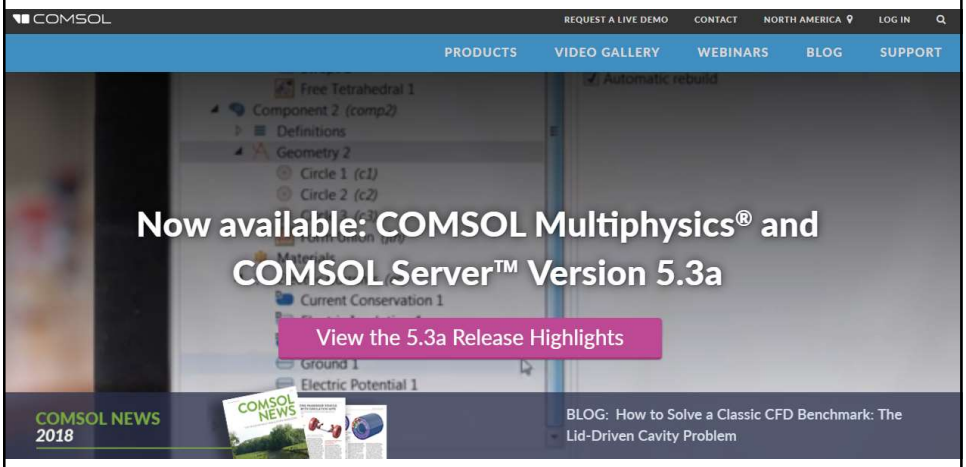
❖ **Aerospace industry**
- Static analyses
- Modal analyses
- Aerodynamics
- Transient dynamics
- Heat transfer
- Fracture mechanics
- Creep and plasticity analyses
- Composite materials
- Aeroelasticity
- Metal forming
- Crashworthiness

creep: خزش

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.comsol.com/

COMSOL



روش اجزای محدود (FEM)

https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/

ABAQUS

abacus /ˈæbəkəs/

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/

ABAQUS

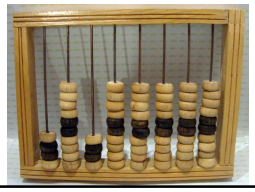
What's New in Abaqus 2018

Product simulation is often performed today by engineering groups using niche simulation tools from different vendors to simulate various design attributes. The use of multiple vendor software products creates inefficiencies and increases costs. SIMULIA delivers a scalable suite of unified analysis products that allow all users, regardless of their simulation expertise or domain focus, to collaborate and seamlessly share simulation data and approved methods without loss of information fidelity.

The Abaqus Unified FEA product suite offers powerful and complete solutions for both routine and sophisticated engineering problems covering a vast spectrum of industrial applications. For example, in the automotive industry engineering work groups can consider full vehicle loads, dynamic vibration, multibody systems, impact/crash, nonlinear static, thermal coupling, and acoustic-structural coupling using a common model data structure and integrated solver technology. Best-in-class companies are taking advantage of Abaqus Unified FEA to consolidate their processes and tools, reduce costs and inefficiencies, and gain a competitive advantage.

روش اجزای محدود (FEM)

- ABAQUS یک مجموعه از برنامه‌های مدل‌سازی بسیار توانمند مبتنی بر روش اجزای محدود می‌باشد که قابلیت حل مسائل از یک تحلیل خطی ساده تا پیچیده‌ترین مدل‌سازی‌های غیرخطی را دارا می‌باشد.
- این نرم‌افزار دارای مجموعه المان‌های (Element Library) بسیار گسترده‌ای می‌باشد که هر نوع هندسه‌ای را می‌توان به صورت مجازی توسط این المان‌ها مدل کرد.
- همچنین، دارای مدل‌های مواد مهندسی بسیار زیادی است که در مدل‌سازی انواع مواد با خواص و رفتار گوناگون نظیر فلزات، لاستیک‌ها، پلیمرها، کامپوزیت‌ها، بتن تقویت‌شده، فوم‌های فنری و نیز شکننده و همچنین مواد موجود در زمین نظیر خاک و سنگ، قابلیت بالایی را ممکن می‌سازد.



روش اجزای محدود (FEM)

- نظر به اینکه ABAQUS یک ابزار عمومی و گسترده می‌باشد، استفاده از آن تنها محدود به تحلیل‌های مکانیک جامدات و سازه (تنش–تغییر مکان) نمی‌شود.
- با استفاده از این نرم‌افزار می‌توان مسائل مختلفی نظیر انتقال حرارت، نفوذ جرم، تحلیل حرارتی اجزای الکتریکی، اکوستیک، مکانیک خاک و پیزوالکتریک (Piezoelectric) را مورد مطالعه قرار داد.
- استفاده از نرم‌افزار ABAQUS با وجود اینکه مجموعه قابلیت‌های بسیار گسترده‌ای را در اختیار کاربر قرار می‌دهد، کار نسبتاً ساده‌ای می‌باشد.
- پیچیده‌ترین مسائل را می‌توان به آسانی مدل کرد. به عنوان مثال، مسائل شامل بیش از یک جزء را می‌توان با ایجاد مدل هندسی هر جزء و سپس نسبت دادن رفتار ماده مربوطه به هر جزء و سپس مونتاژ اجزای مختلف مدل کرد.

روش اجزای محدود (FEM)

- در اغلب مدل‌سازی‌ها، حتی مدل‌های با درجه غیرخطی بالا، کاربر می‌بایست تنها داده‌های مهندسی نظیر هندسه مسئله، رفتار ماده مربوط به آن، شرایط مرزی و بارگذاری آن مسئله را تعیین کند.
- در یک تحلیل غیرخطی، ABAQUS به‌طوراتوماتیک میزان نمو بار (Load Increment) و تلرانس‌های همگرایی را انتخاب و همچنین در طول تحلیل مقادیر آن‌ها را جهت دستیابی به یک جواب صحیح تعدیل می‌کند. در نتیجه کاربر به ندرت می‌بایست مقادیر پارامترهای کنترلی حل عددی مسئله را تعیین کند.

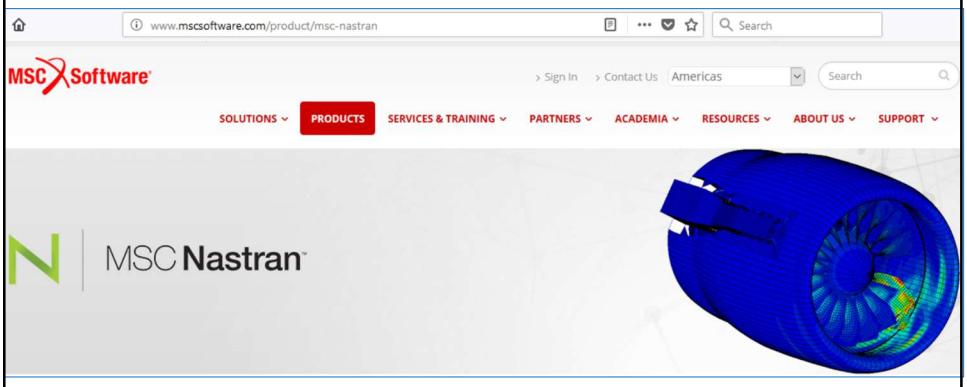
روش اجزای محدود (FEM)

http://www.lstc.com/products/ls-dyna

LS-DYNA is a general-purpose finite element program capable of simulating complex real world problems. It is used by the automobile, aerospace, construction, military, manufacturing, and bioengineering industries. LS-DYNA is optimized for shared and distributed memory Unix, Linux, and Windows based, platforms, and it is fully QA'd by LSTC. The code's origins lie in highly nonlinear, transient dynamic finite element analysis using explicit time integration.

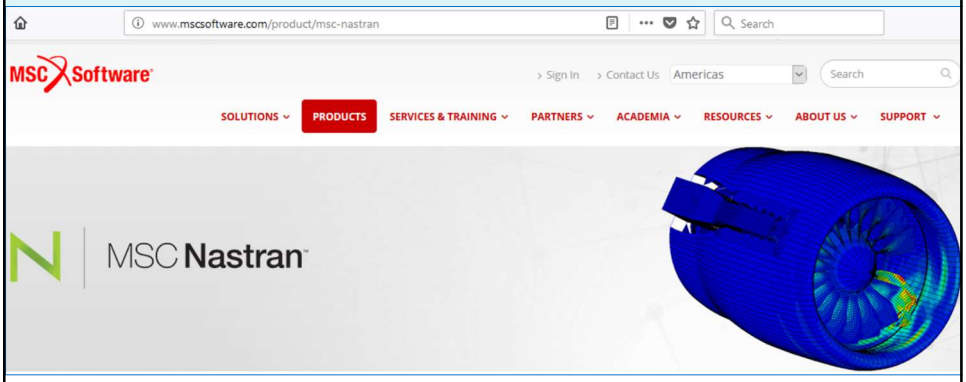
روش اجزای محدود (FEM)

http://www.mscsoftware.com/product/msc-nastran



- **NASTRAN** is a finite element analysis (FEA) program that was originally developed for NASA in the late 1960s under United States government funding for the aerospace industry.

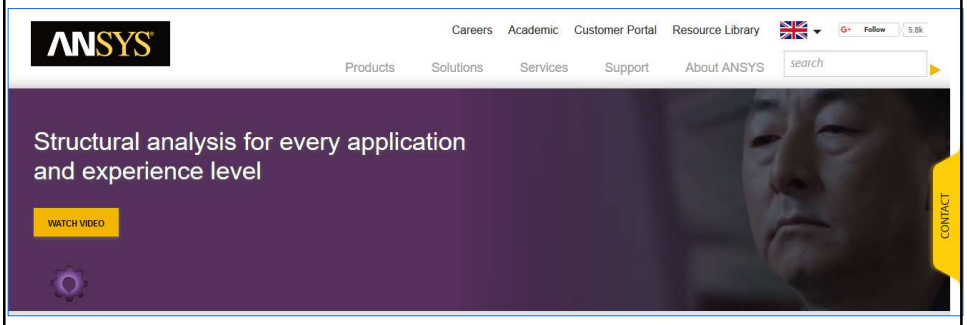
روش اجزای محدود (FEM)



- The eventual formal name approved by NASA for the program, NASTRAN, is an acronym formed from NASA STRucture ANalysis. The NASTRAN system was released to NASA in 1968.

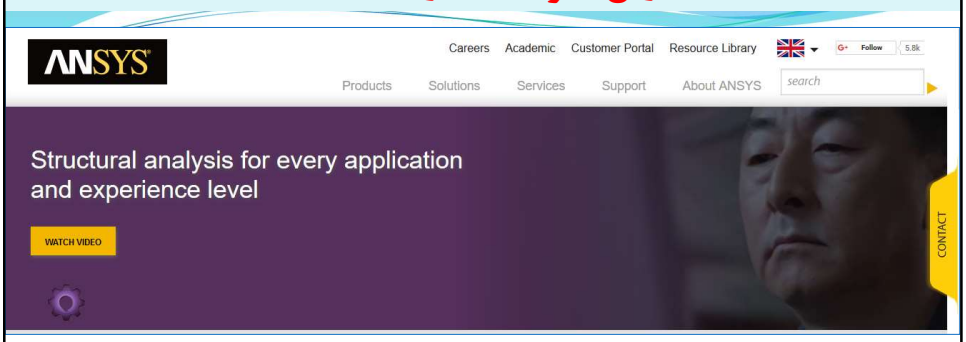
روش اجزای محدود (FEM)

https://caeai.com/ansys-software-support/ansys-software/mechanical-simulation-software



The goal of this book is to provide students with a theoretical and practical knowledge of the **finite element method** and the skills required to analyze engineering problems with ANSYS®, a commercially available FEA program.

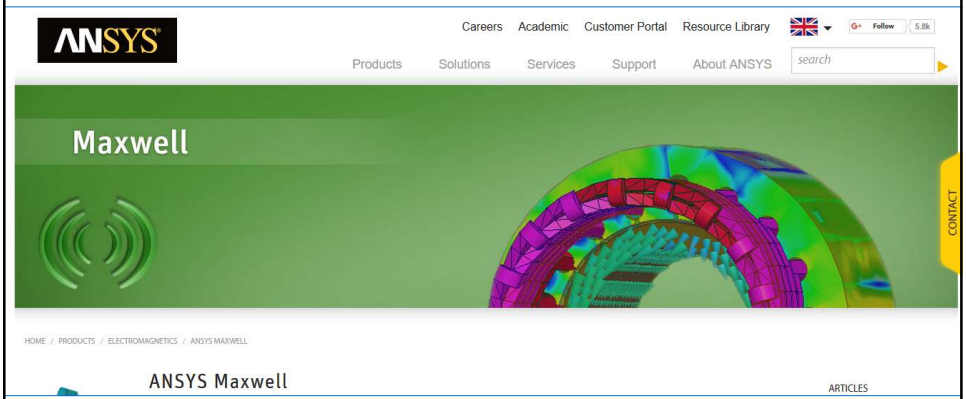
روش اجزای محدود (FEM)



ANSYS structural analysis software enables you to solve complex structural engineering problems and make better, faster design decisions. With the finite element analysis (FEA) tools available in the suite, you can customize and automate solutions for your structural mechanics problems and parameterize them to analyze multiple design scenarios. You can connect easily to other physics analysis tools for even greater fidelity. ANSYS structural analysis software is used throughout the industry to enable engineers to optimize their product designs and reduce the costs of physical testing.

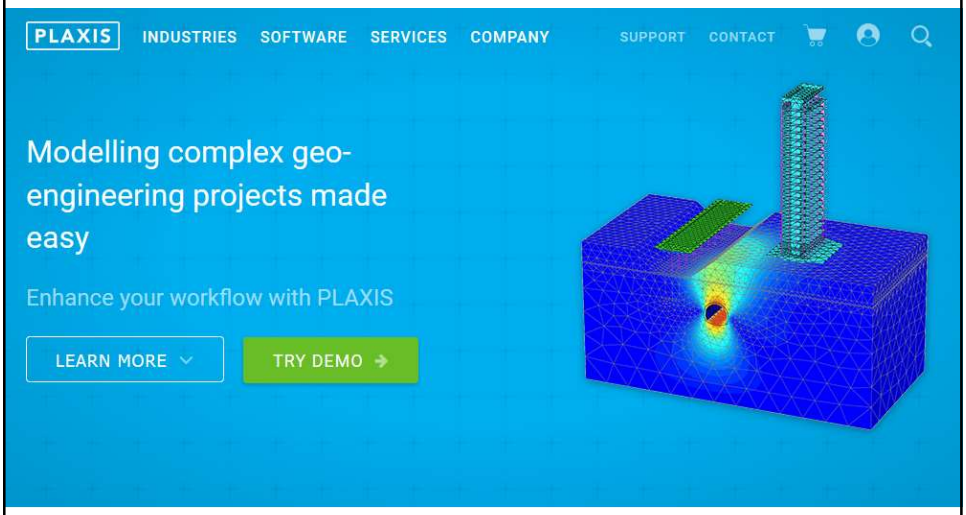
روش اجزای محدود (FEM)

https://www.ansys.com/en-gb/products/electronics/ansys-maxwell



روش اجزای محدود (FEM)

https://www.plaxis.com/



روش اجزای محدود (FEM)

http://wildeanalysis.co.uk/software/design-simulation/plaxis/

- **PLAXIS** is the leading geotechnical finite element software developed specifically for deformation analysis of soils and rock. Renowned for ease of use and accuracy, it will help you optimize your designs more effectively than applying traditional conservative calculation methods.

روش اجزای محدود (FEM)

DIANA FEA

https://dianafea.com/

Original author(s)	TNO
Developer(s)	DIANA FEA BV
Initial release	1972; 46 years ago
Stable release	10.1
Development status	Actively developed
Operating system	Microsoft Windows Linux
Platform	Windows/x86-64 Linux x86-64
Type	Computer-aided engineering, Finite Element Analysis
License	Proprietary commercial software
Website	dianafea.com

روش اجزای محدود (FEM)

https://dianafea.com/

- **DIANA** (acronym DIsplacement ANAlyser) is a Finite Element Analysis (FEA) solver developed and distributed by DIANA FEA BV (previously TNO DIANA BV) and several other resellers worldwide. The software is utilised at both ends of the market, by small consultancies and global engineering consultants, research institutions and is utilised by many highly respected educational institutions worldwide in both civil and geotechnical engineering courses. DIANA is equipped with very powerful solvers which enables the analysis of a wide range of structures, large and small - with basic or advanced analyses. A large selection of material models, element libraries and analysis procedures are available within the package which gives DIANA a large degree of flexibility.
- The main fields of use of DIANA include design and analysis of dams & dikes; tunnels & underground structures; oil & gas[1] & historical constructions and large reinforced concrete structures.[2] Some of the specialised analyses available in DIANA for these fields of use include seismic analysis;[3] fire analysis and young hardening concrete.[4]

روش اجزای محدود (FEM)

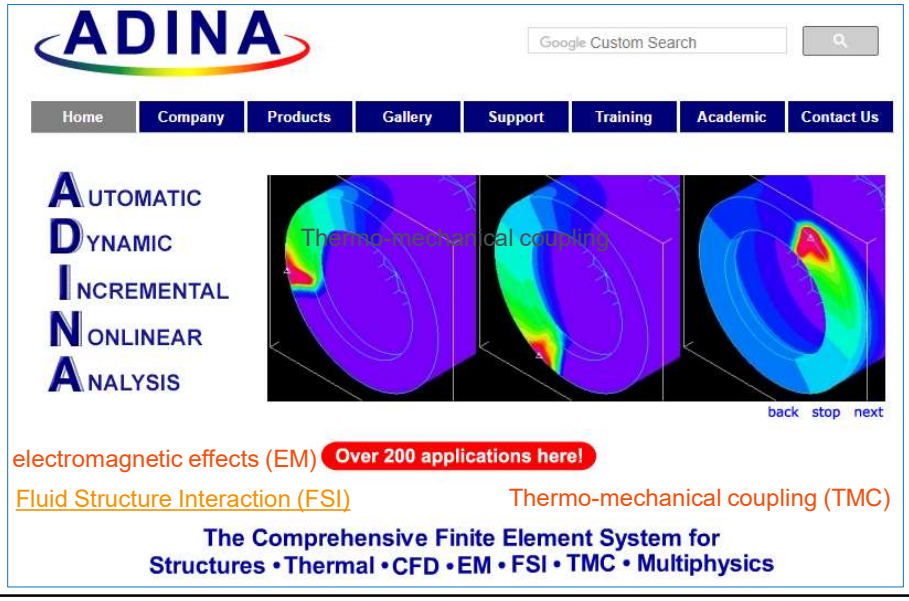
The ASKA Finite Element System

ASKA (Abkürzung für: **A**utomatic **S**ystem for **K**inematic **A**nalysis)

- The program system ASKA (abbreviation for: Automatic System for Kinematic Analysis) was one of the first universally applicable computer programs for calculations according to the finite element method.
- The development of ASKA began at the beginning of the 1960s at the Institute for Statics and Dynamics of Aerospace Constructions (ISD) at the University of Stuttgart under the direction of John Argyris.
- The first version, ASKA 105, was developed in assembly language Sleuth on a UNIVAC 1107. After the installation of another CDC 6600 supercomputer in 1968, a new version of ASKA was developed in the Fortran programming language. In the years between 1970 and 1983 ASKA was ported to other computer systems, z. Univac 11/80 IBM 360/370, Amdahl, Cray, Prime and VAX.
- The first applications with ASKA came from the field of aerospace engineering.
- A non-linear application was the calculation of the roof structure of the Olympic Stadium in Munich by Frei Otto.

روش اجزای محدود (FEM)

http://www.adina.com/



روش اجزای محدود (FEM)

http://www.adina.com/

ADINA 9.4.0 has been released

ADINA R&D, Inc. was founded in 1986 by Dr. K.J. Bathe, a teacher and researcher, and associates. The exclusive mission of the company is the development of the ADINA System for linear and nonlinear finite element analysis of solids and structures, heat transfer, CFD and electromagnetics (EM). ADINA also offers a comprehensive array of multiphysics capabilities including fluid-structure interaction (FSI) and thermo-mechanical coupling (TMC). Some of the nonlinear structural analysis capabilities of ADINA are offered as Solution 601/701 of NX Nastran by Siemens PLM Software.

ADINA offers a wide range of capabilities based on reliable and efficient finite element procedures. For this reason, ADINA is often selected for applications where reliability is of critical importance, e.g., dynamic analysis of bridges for earthquake, biomedical applications, design of nuclear reactors, studies for safety and many more!

روش اجزای محدود (FEM)

https://nisasoftware.com/

روش اجزای محدود (FEM)

https://nisasoftware.com/

NISA is one of the most comprehensive engineering analysis suites available to address the Automotive, Aerospace, Energy & Power, Civil, Electronics and Sporting Goods industries. NISA has been an engineer's favorite for more than 35 years.

NISA features a completely integrated pre/post- processing environment within a state-of-the-art GUI, seamless interoperability with leading commercial CAD software, excellent technical support and flexible purchase options.

روش اجزای محدود (FEM)

http://www.lusas.com/

Engineering analysis and design software

Any structure. One solution.

LUSAS version 16 now released : visit the version 16 microsite at www.lusas16.com

روش اجزای محدود (FEM)

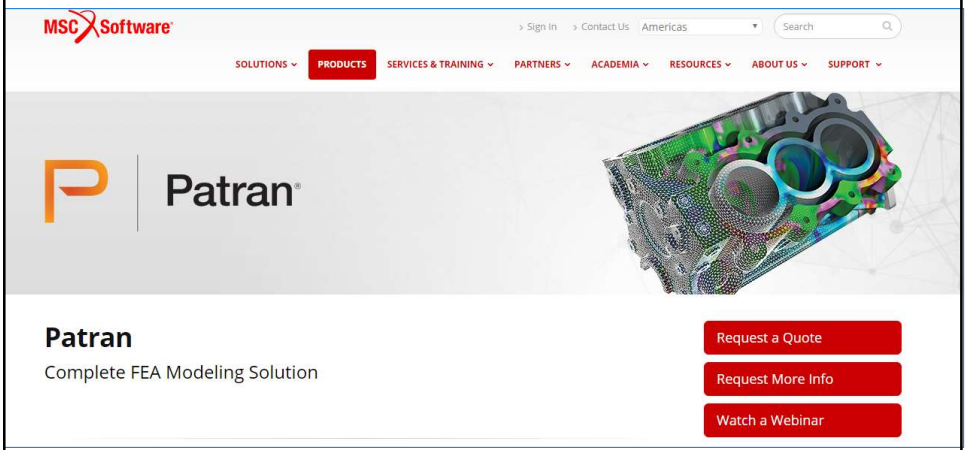
http://www.swmath.org/software/4289

COSMOS/M

- **COSMOS/M** is a complete, modular, self-contained finite element system developed by Structural Research and Analysis Corporation (SRAC) for personal computers and workstations.
- The program includes modules to solve linear and nonlinear static and dynamic structural problems, in addition to problems of heat transfer, fluid mechanics, electromagnetics and optimization. Modules for such special analysis options as fatigue are also available.
- The system is constantly developed and maintained by using state-of-the-art techniques and up-to-date hardware capabilities. This chapter introduces the COSMOS/M product line and outlines the features of its various modules.

روش اجزای محدود (FEM)

http://www.mscsoftware.com/product/patran



روش اجزای محدود (FEM)

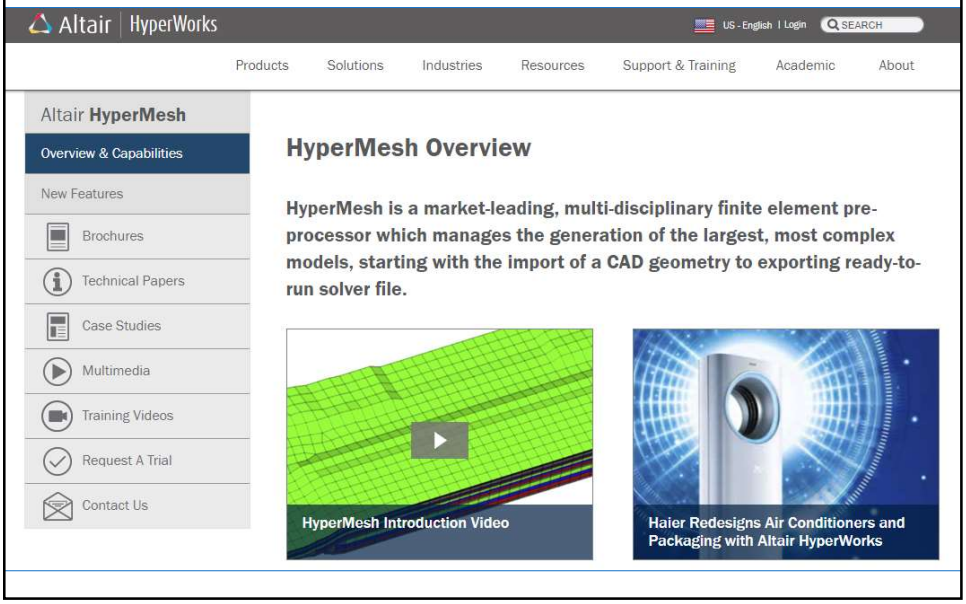
http://www.mscsoftware.com/product/patran

Patran Complete FEA Modeling Solution:

- **Patran** is the world's most widely used pre/post-processing software for Finite Element Analysis (FEA), providing solid modeling, meshing, analysis setup and post-processing for multiple solvers including MSC Nastran, Marc, Abaqus, LS-DYNA, ANSYS, and Pam-Crash.
- Patran provides a rich set of tools that streamline the creation of analysis ready models for linear, nonlinear, explicit dynamics, thermal, and other finite element solutions. From geometry cleanup tools that make it easy for engineers to deal with gaps and slivers in CAD, to solid modeling tools that enable creation of models from scratch, Patran makes it easy for anyone to create FE models. Meshes are easily created on surfaces and solids alike using fully automated meshing routines, manual methods that provide more control, or combinations of both. Finally, loads, boundary conditions, and analysis setup for most popular FE solvers is built in, minimizing the need to edit input decks.
- Patran's comprehensive and industry tested capabilities ensure that your virtual prototyping efforts provide results fast so that you can evaluate product performance against requirements and optimize your designs.

روش اجزای محدود (FEM)

https://altairhyperworks.com/product/HyperMesh



روش اجزای محدود (FEM)

- Over the last 20 years, **HyperMesh** has evolved into the leading premier pre-processor for concept and high fidelity modeling. The advanced geometry and meshing capabilities provide an environment for rapid model generation. The ability to generate high quality mesh quickly is one of HyperMesh's core competencies.
- Industry trends show a migration to modular sub-system design and continued exploration of new materials; HyperMesh has advanced model assembly tools capable of supporting complex sub-system generation and assembly, in addition, modeling of laminate composites is supported by advanced creation, editing and visualization tools. Design change is made possible via mesh morphing and geometry dimensioning. HyperMesh is a solver neutral environment that also has an extensive API which allows for advanced levels customization.
- HyperMesh is used by thousands of customers worldwide to generate and manage their models, it supports a wide variety of CAD and solver interfaces, making it a perfect solution for a majority of verticals and domains.

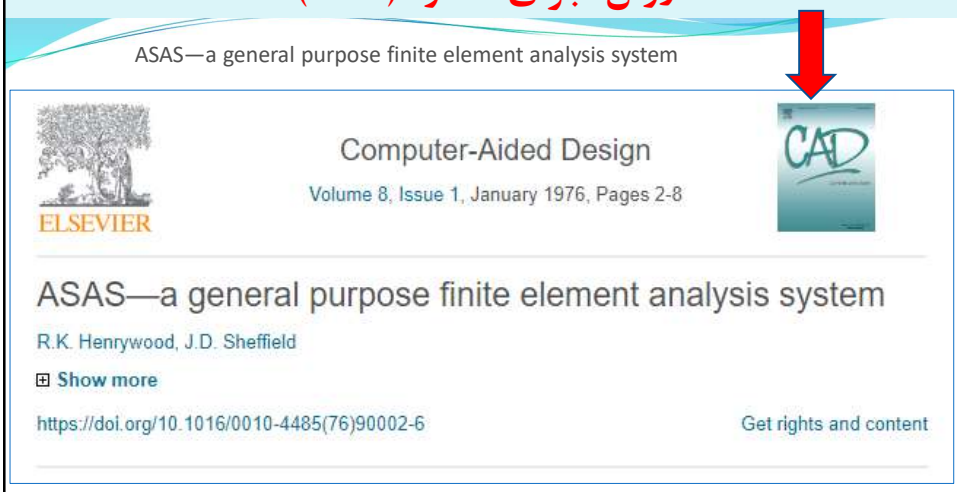
روش اجزای محدود (FEM)

http://www.algor.com/news_pub/user_reviews/2003/deepsoft/

- ALGOR SOFTWARE OFFERS A COST-EFFECTIVE, QUALITY AND FEATURE-RICH SOLUTION
- The combination of modern design and finite element analysis (FEA) software is making it possible for more engineers to speed up time to market and make better, safer products at a lower cost. While CAD and FEA are not new to the engineering field, what sets today's tools apart from those of the past is the capability to directly exchange data between 3-D solid modelers and FEA software within a modern, intuitive user interface.
- Among the FEA and CAD software available, I use ALGOR software in conjunction with Autodesk Inventor. ALGOR is a complete FEA solution that offers a good combination of cost-effectiveness, quality and features. ALGOR provides all the necessary features within FEMPRO, an easy-to-use interface, for directly capturing 3-D solid geometry from Autodesk Inventor, generating a high-quality solid FEA mesh, easily setting up loads and constraints, performing analyses quickly, evaluating results and presenting a final design.

روش اجزای محدود (FEM)

ASAS—a general purpose finite element analysis system



ELSEVIER

Computer-Aided Design

Volume 8, Issue 1, January 1976, Pages 2-8

ASAS—a general purpose finite element analysis system

R.K. Henrywood, J.D. Sheffield

⊞ Show more

https://doi.org/10.1016/0010-4485(76)90002-6

Get rights and content

he ASAS finite element system, incorporating statics, dynamics, heat transfer and substructure analysis, is described, paying particular attention to the structure of the data required. The current range of elements is shown and examples from the available pre- and post-processing programs are listed. Details of some recent analyses are given, with computer plots of the idealizations used.

روش اجزای محدود (FEM)

http://www.oofem.org/

OOFEM.ORG

Object Oriented Finite Element Solver

- **OOFEM** is **free finite element code** with **object oriented architecture** for solving **mechanical, transport and fluid mechanics** problems that operates on various platforms.
- The aim of this project is to develop efficient and robust tool for FEM computations as well as to provide modular and extensible environment for future development. OOFEM is released under GNU Lesser General Public License (LGPL).
- **The current version of OOFEM is 2.5 released Dec, 30, 2017**

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.itascacg.com/software/flac

FLAC® VERSION 8.0

Explicit Continuum Modeling of Non-linear Material Behavior in 2D

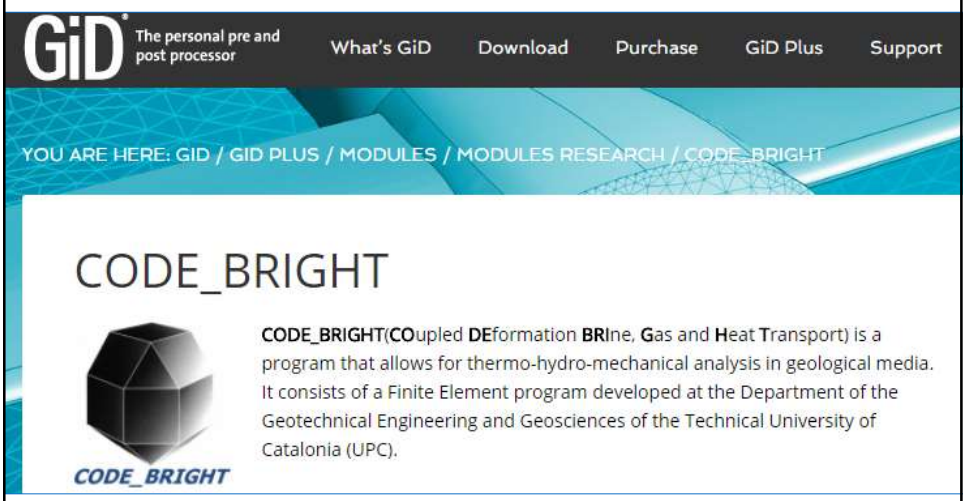
FLAC, Fast Lagrangian Analysis of Continua, is numerical modeling software for advanced geotechnical analysis of soil, rock, groundwater, and ground support in two dimensions. *FLAC* is used for analysis, testing, and design by geotechnical, civil, and mining engineers. It is designed to accommodate any kind of geotechnical engineering project that requires continuum analysis.

FLAC utilizes an explicit finite difference formulation that can model complex behaviors, such as problems that consist of several stages, large displacements and strains, non-linear material behavior, or unstable systems (even cases of yield/failure over large areas, or total collapse).

FLAC = Fast Lagrangian Analysis of Continua

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.gidhome.com/gid-plus/modules/modules-research/27/codebright/



روش اجزای محدود (FEM)

http://www.agros2d.org/

روش اجزای محدود (FEM)

http://www.agros2d.org/

Agros2D is an open-source code for numerical solutions of 2D coupled problems in technical disciplines. Its principal part is a user interface serving for complete preprocessing and postprocessing of the tasks (it contains sophisticated tools for building geometrical models and input of data, generators of meshes, tables of weak forms for the partial differential equations and tools for evaluating results and drawing graphs and maps). The processor is based on the library Hermes containing the most advanced numerical algorithms for monolithic and fully adaptive solution of systems of generally nonlinear and nonstationary partial differential equations (PDEs) based on hp-FEM (adaptive finite element method of higher order of accuracy). Both parts of the code are written in C++.

روش اجزای محدود (FEM)

Analysis3D

https://cuylaerts.net/

Analysis3D Finite Element Analysis Software

Download Free FEA Software for Structural and Civil Engineering and Design.

Powerful Finite Element Analysis software for Structural Engineering of Steel construction of Frame and Truss Design.
Small and easy to use FEA analysis, with a user friendly Windows interface to make your life easy.
Engineering calculator with large library of commonly used sections included (AISC, British Steel, DIN, Euronorm).
Truss calculator where Structural Steel Design includes: Plastic Design, Elastic Design and Eurocode 3.

Each cross-section is tested for:

- Plastic Tension or Compression
- Bending moment (major and minor axis)
- Plastic Shear resistance
- Torsion (Saint Venant and Warping torsion)
- Reduced plastic shear resistance for the case of combined Torsion and Shear.
- Reduced moment resistance for the case of combined Bending and Shear
- Reduced plastic moment resistance for the case of combined Bending and Axial force or bi-axial bending
- Compression buckling
- Lateral Torsional buckling
- Combined bending and axial compression (Chen and Atsuta)
- Maximum deflection

Download Analysis3D v 2.05 (620 kB)

The downloaded Zip-file contains several examples and a detailed help file to get you going quickly. After downloading Analysis, please create a new directory (e.g. "\Analysis3D"), unzip the downloaded file (Analysis3D.zip) to the new directory and run the executable file (Analysis3D.exe).

Very powerful but easy to use FEM software for structural engineering of 2D and 3D frames and trusses

خرپا /trʌs/

روش اجزای محدود (FEM)

http://www.calculix.de/

CALCULIX

A Free Software Three-Dimensional Structural Finite Element Program

Version 2.14 is available

Last updated:29. April 16:21:28 CEST 2018

- **CalculiX** is a package designed to solve field problems. The method used is the finite element method.
- With CalculiX Finite Element Models can be build, calculated and post-processed. The pre- and post-processor is an interactive 3D-tool using the openGL API. The solver is able to do linear and non-linear calculations. Static, dynamic and thermal solutions are available. Both programs can be used independently. Because the solver makes use of the abaqus input format it is possible to use commercial pre-processors as well. In turn the pre-processor is able to write mesh related data for nastran, abaqus, ansys, code-aster and for the free-cfd codes dolfyn, duns, ISAAC and OpenFOAM. A simple step reader is included. In addition external CAD interfaces like vda_to_fbd are available. The program is designed to run on Unix platforms like Linux and Irix computers but also on MS-Windows.
- The CalculiX package was developed by a team of enthusiasts in their raw spare time. They are employees of MTU Aero Engines in Munich, Germany which granted the publication. Contact information can be found at the bottom of the "Download" page.

روش اجزای محدود (FEM)

CalculiX is a free and open-source finite-element analysis application that uses an input format similar to Abaqus. It has an implicit and explicit solver (CCX) written by Guido Dhondt and a pre- and post-processor (CGX) written by Klaus Wittig.[1] The original software was written for the Linux[2] operating system. Convergent Mechanical has ported the application to the Windows operating system.[3]

The pre-processor component of CalculiX can generate grid data for the computational fluid dynamics programs duns, ISAAC and OpenFOAM. It can also generate input data for the commercial FEM programs Nastran, Ansys and Abaqus.[4] The pre-processor can also generate mesh data from STL files. [5]

There is an active online community that provides support via a Yahoo! discussion group.[6] Convergent Mechanical also provides installation support for their extended version of CalculiX for Windows.[3]

There is a friendly CalculiX Launcher [7] with CCX wizard for both Windows and Linux. [8]

Also possible is the Installation in Windows 10 Fall Creator (1709) with the new Linux Subsystem WSL. [9]

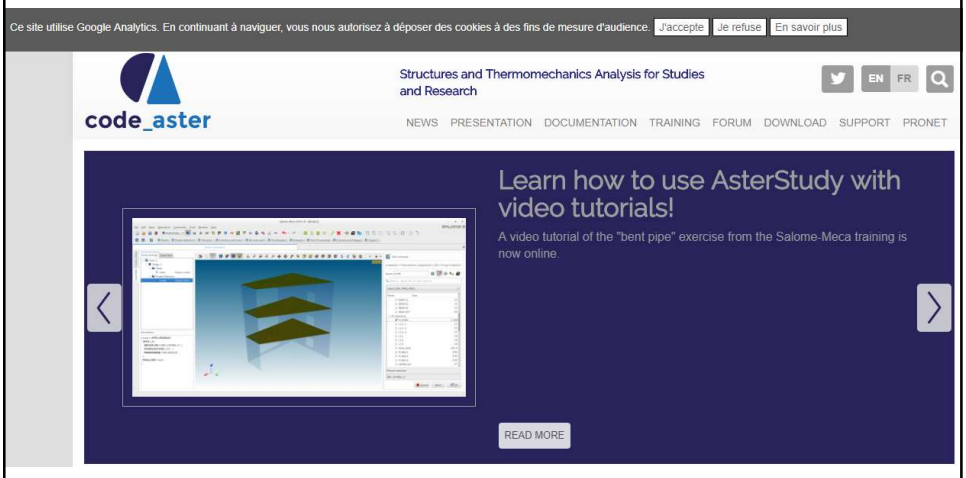
The CalculiX solver is available on the Sun Grid.[10]

A Python library, pycalculix,[11] was written to automate the creation of CalculiX models in the Python programming language. The library provides Python access to building, loading, meshing, solving, and querying CalculiX results for 2D models. Pycalculix was written by Justin Black. Examples and tutorials are available on the pycalculix site.[11]

FreeCAD [12] has developed a FEM workbench which automates the creation of Calculix models.

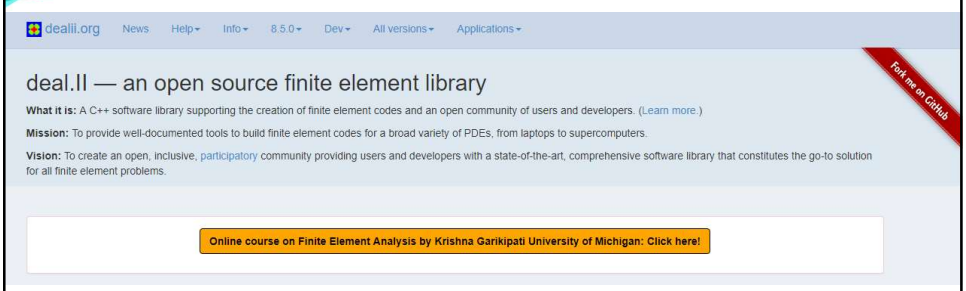
روش اجزای محدود (FEM)

https://code-aster.org/spip.php?rubrique2



روش اجزای محدود (FEM)

http://www.dealii.org/



What is deal.II?

deal.II — a name that originally meant to indicate that it is the successor to the Differential Equations Analysis Library — is a C++ program library targeted at the computational solution of partial differential equations using adaptive finite elements. It uses state-of-the-art programming techniques to offer you a modern interface to the complex data structures and algorithms required.

روش اجزای محدود (FEM)

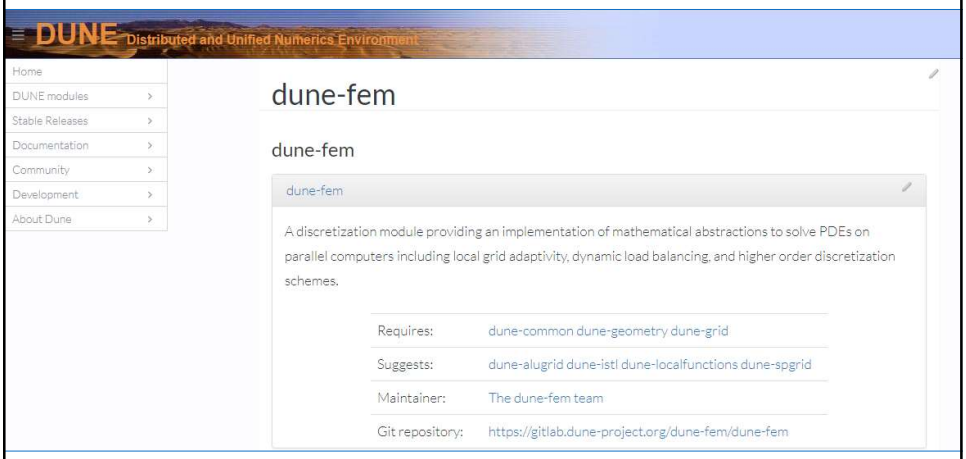
The main aim of **deal.II** is to enable rapid development of modern finite element codes, using among other aspects adaptive meshes and a wide array of tools classes often used in finite element program. Writing such programs is a non-trivial task, and successful programs tend to become very large and complex. We believe that this is best done using a program library that takes care of the details of grid handling and refinement, handling of degrees of freedom, input of meshes and output of results in graphics formats, and the like. Likewise, support for several space dimensions at once is included in a way such that programs can be written independent of the space dimension without unreasonable penalties on run-time and memory consumption.

deal.II is widely used in many academic and commercial projects. For its creation, its principal authors have received the 2007 J. H. Wilkinson Prize for Numerical Software. It is also part of the industry standard SPEC CPU 2006 and SPEC CPU 2017 benchmark suites used to determine the speed of computers and compilers.

deal.II originally emerged from work at the Numerical Methods Group at Universität Heidelberg, Germany, which is at the forefront of adaptive finite element methods and error estimators. Today, it is a global, open source project maintained by a geographically diverse set of developers, and has dozens of contributors and several hundred users scattered around the world. Over the years, development of deal.II has been funded as ancillary products of various grants from the Deutsche Forschungsgemeinschaft, the National Science Foundation, and other funding agencies around the world. We have also received direct funding for particular projects from the Computational Infrastructure in Geodynamics initiative.

روش اجزای محدود (FEM)

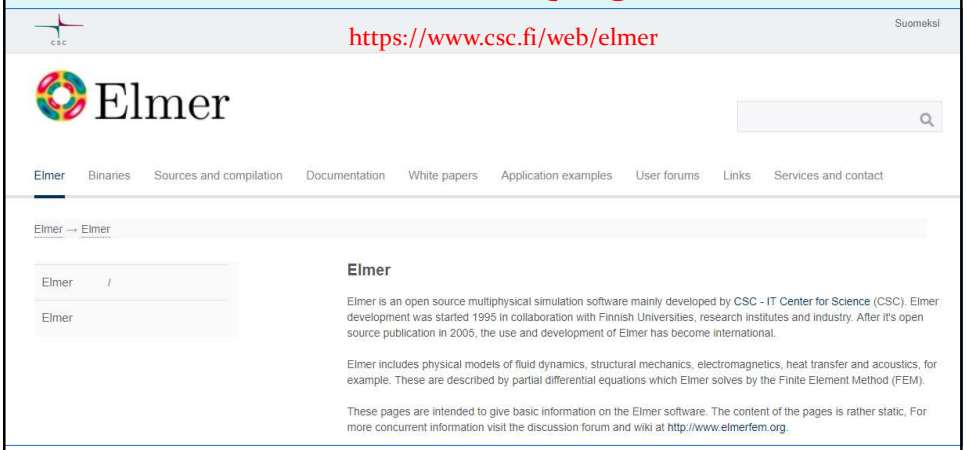
https://www.dune-project.org/modules/dune-fem/



DUNE (***D**istributed and **U**nified **N**umerics **E**nvironment*) is a modular C++ library for the solution of partial differential equations using grid-based methods.

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.csc.fi/web/elmer



Elmer is computational tool for multi-physics problems. It has been developed by CSC[1] in collaboration with Finnish universities, research laboratories and industry. Elmer FEM solver is free and open-source software, subject to the requirements of the GNU General Public License (GPL), version 2 or any later.[2]
Elmer includes physical models of fluid dynamics, structural mechanics, electromagnetics, heat transfer and acoustics, for example.[2] These are described by partial differential equations which Elmer solves by the Finite Element Method (FEM).

روش اجزای محدود (FEM)

https://febio.org/

FEBio[1][2]**(Finite Elements for Biomechanics)** is a software package for finite element analysis[3] and was specifically designed for applications in biomechanics and bioengineering. It was developed in collaboration with research groups from the University of Utah (MRL, SCI) and Columbia University (MBL).
FEBio offers modeling scenarios, constitutive models, and boundary conditions that are relevant to numerous research areas and specializes in the analysis of 3D multiphysics models that can undergo large deformations. Users can solve problems in solid mechanics, contact analysis, porous media problems, and as of release 2.7, fluid mechanics problems as well. FEBio supports both quasi-static and dynamic analyses. A more detailed overview of FEBio's features follows below.
The source code for FEBio is publicly available but it is not considered Open-source software because it is only free for non-commercial use.

روش اجزای محدود (FEM)

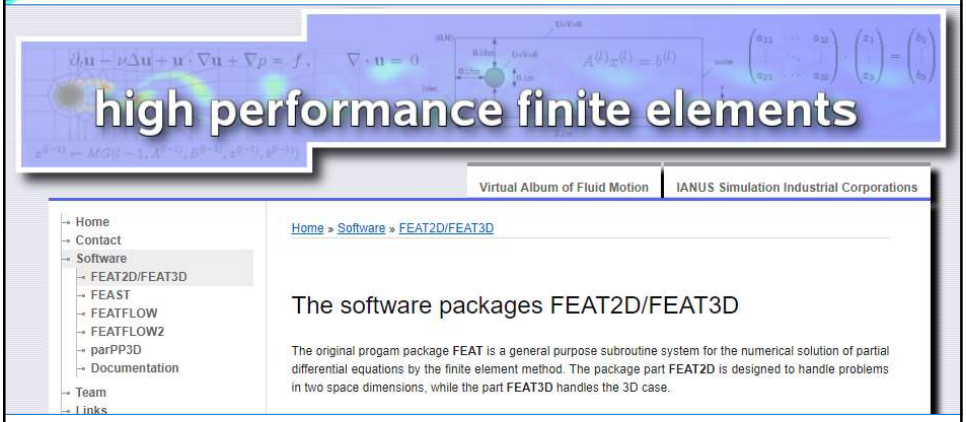
https://fenicsproject.org/

The FEniCS computing platform

- **FEniCS** is a popular open-source (LGPLv3) computing platform for solving partial differential equations (PDEs).
- FEniCS enables users to quickly translate scientific models into efficient finite element code. With the high-level Python and C++ interfaces to FEniCS, it is easy to get started, but FEniCS offers also powerful capabilities for more experienced programmers.
- FEniCS runs on a multitude of platforms ranging from laptops to high-performance clusters.

روش اجزای محدود (FEM)

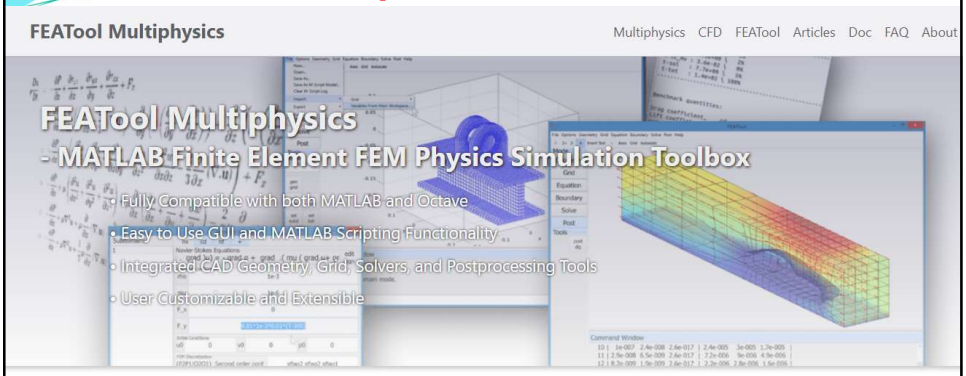
http://www.featflow.de/en/software/feat.html



FeatFlow (for "Finite Element Analysis Toolbox for Flow") is a free and open-source high-performance computational fluid dynamics Fortran CFD code solving the incompressible Navier–Stokes equations in two and three dimensions.

روش اجزای محدود (FEM)

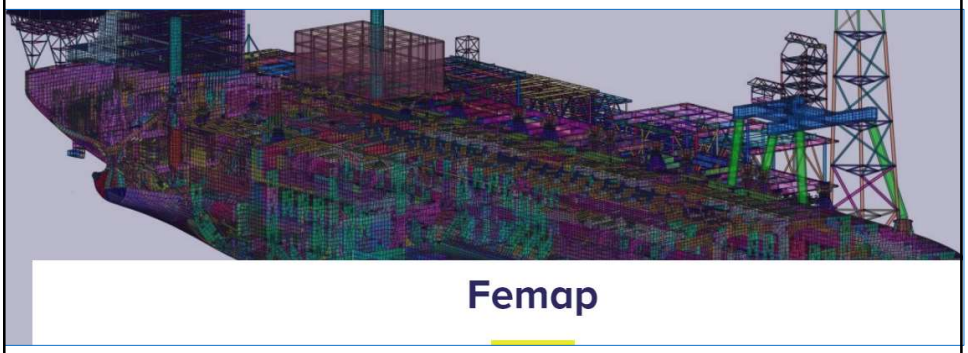
https://www.featool.com/



FEATool Multiphysics ("Finite Element Analysis Toolbox for Multiphysics") is an easy to use physics and finite element PDE simulation toolbox for MATLAB[2] and GNU Octave[3]. FEATool Multiphysics features the ability to model fully coupled heat transfer, fluid dynamics, chemical reactions, structural mechanics, and electromagnetic problems in 1D, 2D (axisymmetry), or 3D, all within a convenient scriptable graphical user interface (GUI)[4]. Having specifically been designed to have a low learning curve and be used without requiring consulting documentation, FEATool has been employed and used in academic research, teaching, and industrial engineering simulation contexts[5][6].

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.femto.eu/femap/

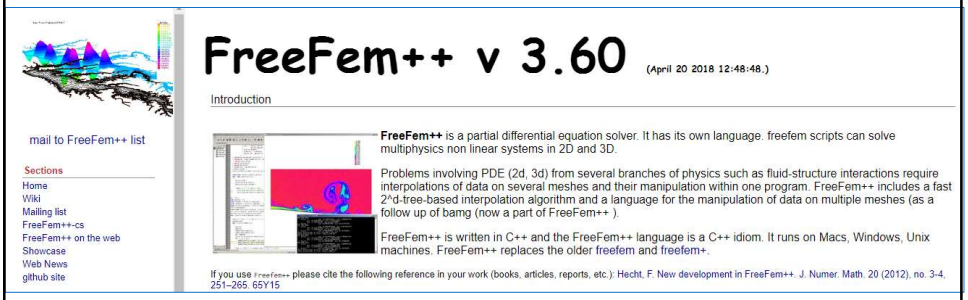


About Femap

Femap, part of Siemens PLM Simcenter product portfolio, is one of the best-known FEA solutions. It's applied in the industry for over 30 years now. With the program you prepare your simulation models (pre-process) and get a comprehensive display of the analysis results (post-process). The software is open to all commercial solvers, including NX Nastran, Ansys, LS-DYNA, and Abaqus and can access geometry data from all major CAD systems. From beginner to advanced users, Femap combines exceptional ease of use, with cost efficiency and has the power to model the toughest problems.

روش اجزای محدود (FEM)

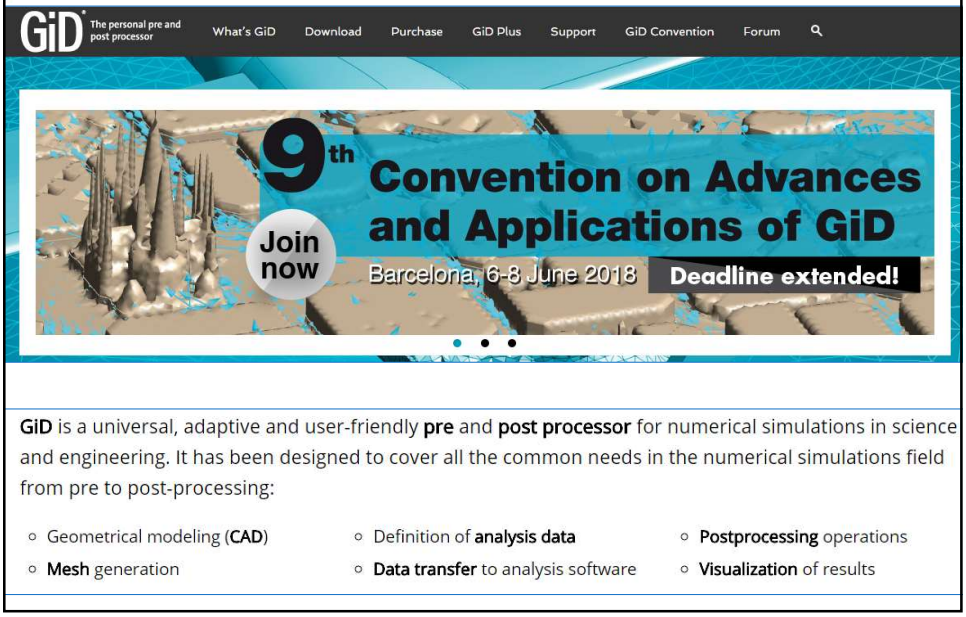
http://www.freefem.org/



FreeFem++ is a programming language and a software focused on solving partial differential equations using the finite element method. FreeFem++ is written in C++ and developed and maintained by Université Pierre et Marie Curie and Laboratoire Jacques-Louis Lions. It runs on Linux, Solaris, macOS and MS Windows systems. FreeFem++ is free software (GPL).

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.gidhome.com/

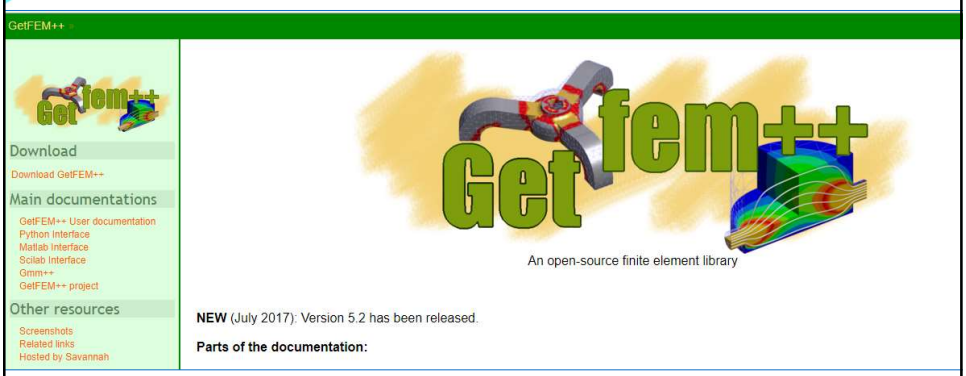


GiD is a universal, adaptive and user-friendly **pre** and **post processor** for numerical simulations in science and engineering. It has been designed to cover all the common needs in the numerical simulations field from pre to post-processing:

- Geometrical modeling (**CAD**)
- **Mesh** generation
- Definition of **analysis data**
- **Data transfer** to analysis software
- **Postprocessing** operations
- **Visualization** of results

روش اجزای محدود (FEM)

http://getfem.org/

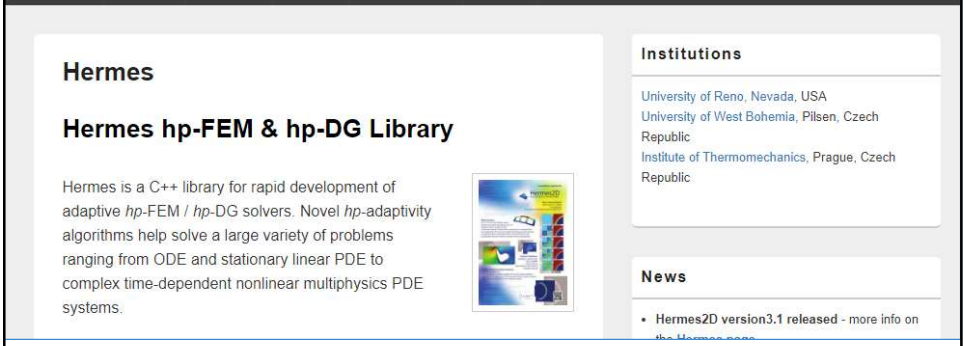


- **GetFEM++** is an open source library based on collaborative development. It aims to offer the most flexible framework for solving potentially coupled systems of linear and nonlinear partial differential equations with the finite element method.
- GetFEM++ is interfaced with some script languages (Python, Scilab and Matlab) so that almost all of the functionalities can be used just writing scripts. It works in arbitrary dimension and allow to couple 1D, 2D and 3D problems.

روش اجزای محدود (FEM)

hp-FEM

http://www.hpfem.org/hermes/



Hermes2D (***H**igh**er**-order **m**odular finite **e**lement **s**ystem*) is a C++/Python library of algorithms for rapid development of adaptive hp-FEM solvers.[1] hp-FEM is a modern version of the finite element method (FEM) that is capable of extremely fast, exponential convergence.

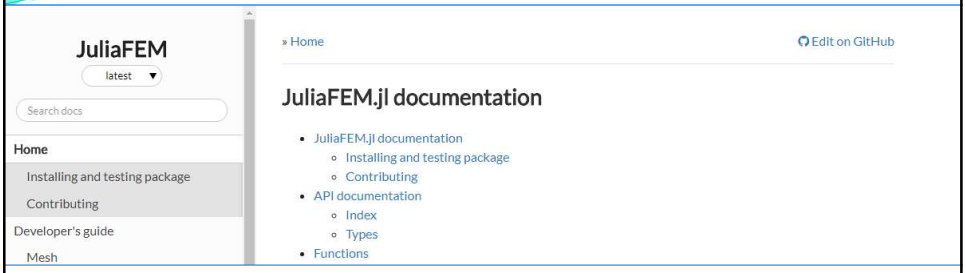
روش اجزای محدود (FEM)

http://www.hiflow3.org/

HiFlow³ is a multi-purpose finite element software providing powerful tools for efficient and accurate solution of a wide range of problems modeled by partial differential equations (PDEs). Based on object-oriented concepts and the full capabilities of C++ the HiFlow³ project follows a modular and generic approach for building efficient parallel numerical solvers.

روش اجزای محدود (FEM)

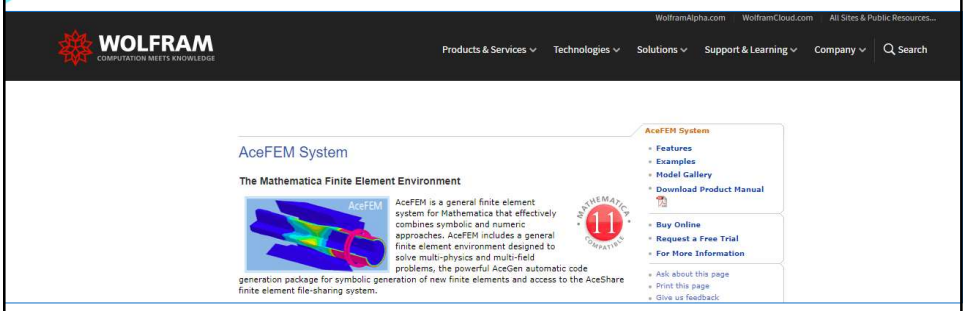
http://www.juliafem.org/JuliaFEM.jl/latest/



- The **JuliaFEM** project develops open-source software for reliable, scalable, distributed Finite Element Method.
- The JuliaFEM software library is a framework that allows for the distributed processing of large Finite Element Models across clusters of computers using simple programming models. It is designed to scale up from single servers to thousands of machines, each offering local computation and storage. The basic design principle is: everything is nonlinear. All physics models are nonlinear from which the linearization are made as a special cases.

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.wolfram.com/products/applications/acefem/



AceFEM is a general finite element system for Mathematica that effectively combines symbolic and numeric approaches. AceFEM includes a general finite element environment designed to solve multi-physics and multi-field problems, the powerful AceGen automatic code generation package for symbolic generation of new finite elements and access to the AceShare finite element file-sharing system.

روش اجزای محدود (FEM)

http://mofem.eng.gla.ac.uk/mofem/html/

Introduction

MoFEM (Mesh Oriented Finite Element Method) [31] it is C++ library supporting the solution of finite elements problems. Is developed to provide free and open, inclusive, participation community finite element code for engineers, students and academics.

MoFEM is a finite element analysis code tailored for the solution of multi-physics problems with arbitrary levels of approximation, different levels of mesh refinement and optimised for high-performance computing. It is designed to be able to manage complexities related to a heterogeneous order of approximations for L2,H1,H-div and H-curl spaces, see [1].

روش اجزای محدود (FEM)

http://opensees.berkeley.edu/

OpenSees, the Open System for Earthquake Engineering Simulation, is an object-oriented, software framework created at the NSF-sponsored Pacific Earthquake Engineering (PEER) Center. It allows users to create finite element applications for simulating the response of structural and geotechnical systems subjected to earthquakes. This framework was developed by Frank McKenna and Gregory L. Fenves with significant contributions from Michael H. Scott, Terje Haukaas, Armen Der Kiureghian, Remo M. de Souza, Filip C. Filippou, Silvia Mazzoni, and Boris Jeremic. OpenSees is primarily written in C++ and uses several Fortran numerical libraries for linear equation solving.

روش اجزای محدود (FEM)

http://www.range-software.com/

Range Software

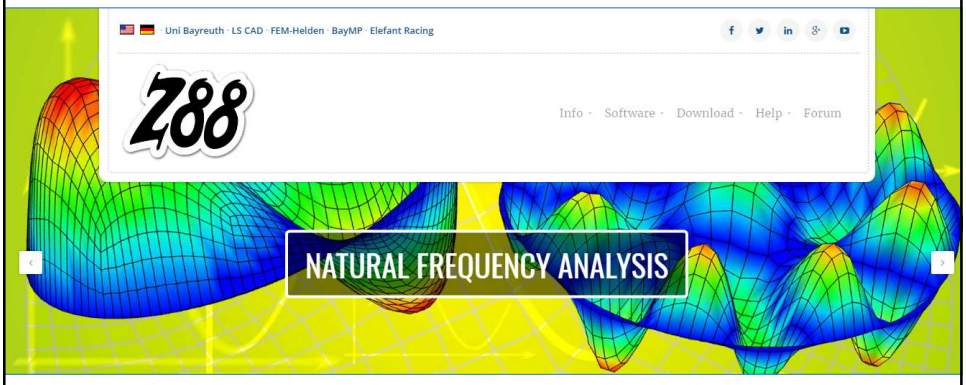
Software for engineering simulations

Multiphysics Finite Element Analysis Software

Range Software is finite element analysis software package.

روش اجزای محدود (FEM)

https://en.z88.de/



Z88Aurora® Z88Arion® Z88 Mobile

روش اجزای محدود (FEM)

Z88 is a software package for the finite element method (FEM) and topology optimization. A team led by Frank Rieg at the University of Bayreuth started development in 1985 and now the software is used by several universities, as well as small and medium-sized enterprises. Z88 is capable of calculating two and three dimensional element types with a linear approach. The software package contains several solvers and two post-processors and is available for Microsoft Windows, Mac OS X and Unix/Linux computers in 32-bitand 64-bit versions. Benchmark tests conducted in 2007 showed a performance on par with commercial software.[1]

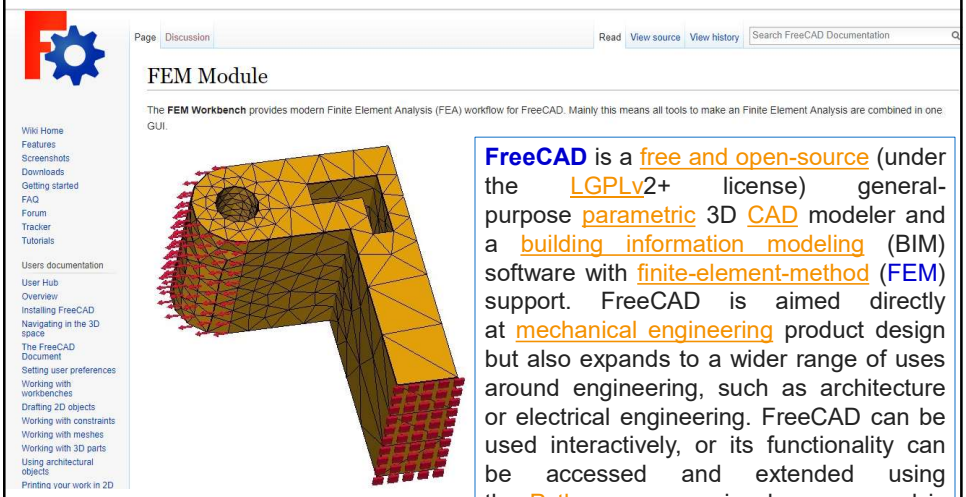
روش اجزای محدود (FEM)

https://conself.com/

With **CONSELF** you can exploit Computational Fluid Dynamics (CFD) and Finite Element Analysis (FEA) to improve your products design: minimize drag and fluid dynamics losses, increase efficiency, maximize heat exchange performances, estimate pressure loads, verify material resistance, evaluate components shape deformation, calculate natural frequencies and modes, and much more.

روش اجزای محدود (FEM)

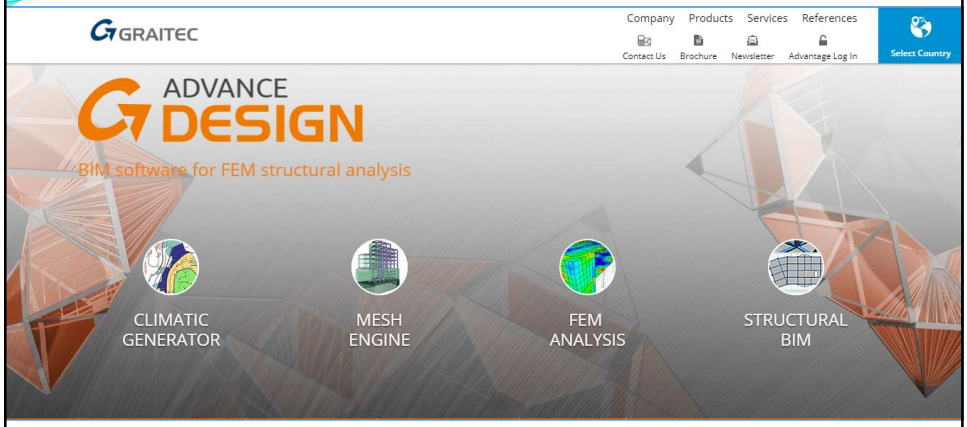
https://www.freecadweb.org/wiki/FEM_Module



FreeCAD is a free and open-source (under the LGPLv2+ license) general-purpose parametric 3D CAD modeler and a building information modeling (BIM) software with finite-element-method (FEM) support. FreeCAD is aimed directly at mechanical engineering product design but also expands to a wider range of uses around engineering, such as architecture or electrical engineering. FreeCAD can be used interactively, or its functionality can be accessed and extended using the Python programming language and is currently in a beta stage of development

روش اجزای محدود (FEM)

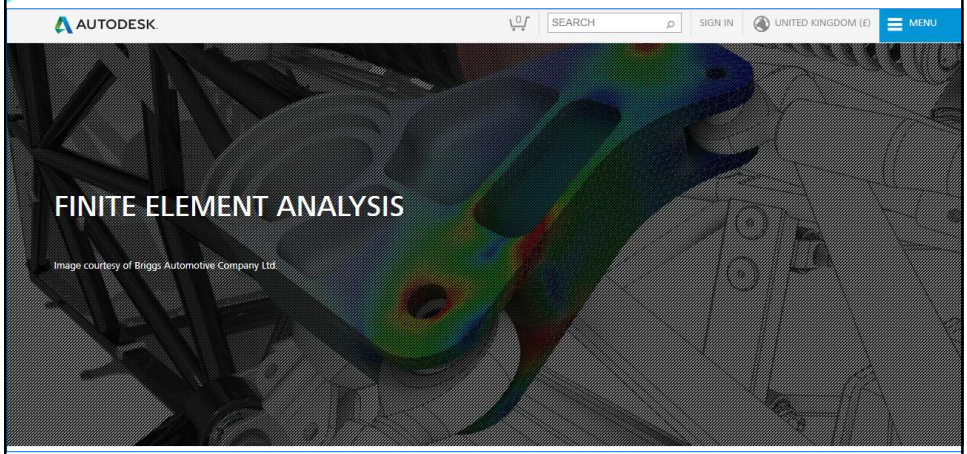
https://www.graitec.com/advance-design/



Advance Design was specifically developed for industry professionals that require a superior solution for the structural analysis and design of Reinforced Concrete, Steel and Timber structures according to the latest versions of Eurocodes (EC0, EC1, EC2, EC3, EC5 and EC8), North American (ACI / AISC) codes and Canadian codes (A23.3, S16).
Advance Design features include easy modeling, a powerful FEM analysis engine, top-level design wizards, automated post-processing of results and automated detailed reports. Achieve a new level of computer-assisted engineering with Advance Design!

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.autodesk.co.uk/solutions/finite-element-analysis

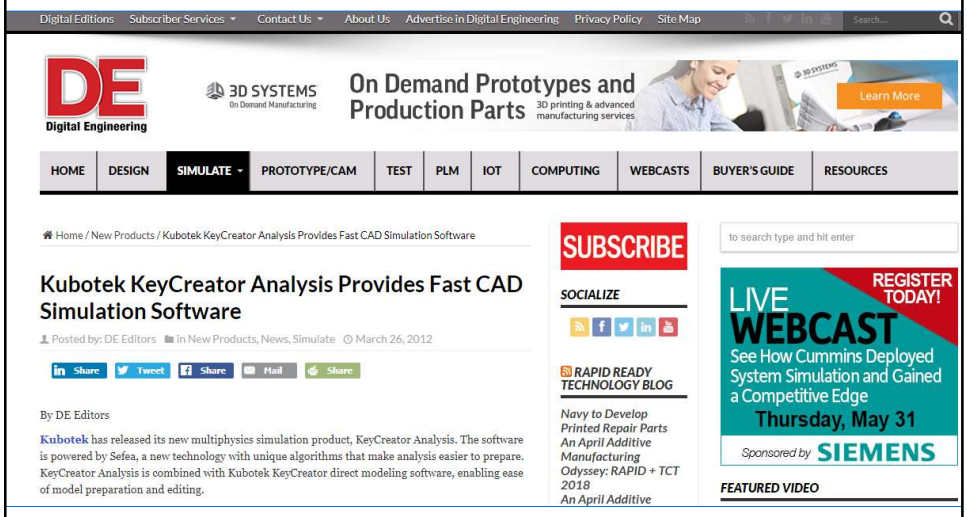


Autodesk Simulation is a general-purpose multiphysics finite element analysis software package initially developed by ALGOR Incorporated and acquired by Autodesk in January 2009. [1] It is intended for use with Microsoft Windows and Linux operating systems. It is distributed in a number of different core packages to cater to specific applications, such as mechanical event simulation and computational fluid dynamics.

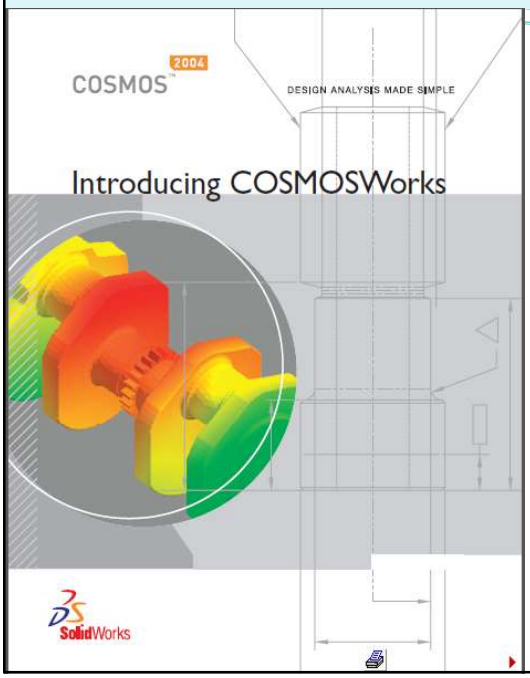
روش اجزای محدود (FEM)

http://www.digitaleng.news/de/kubotek-keycreator-analysis-provides-fast-cad-simulation-software/

KEYCREATOR Analysis



روش اجزای محدود (FEM)



CosmosWorks

Part of SolidWorks

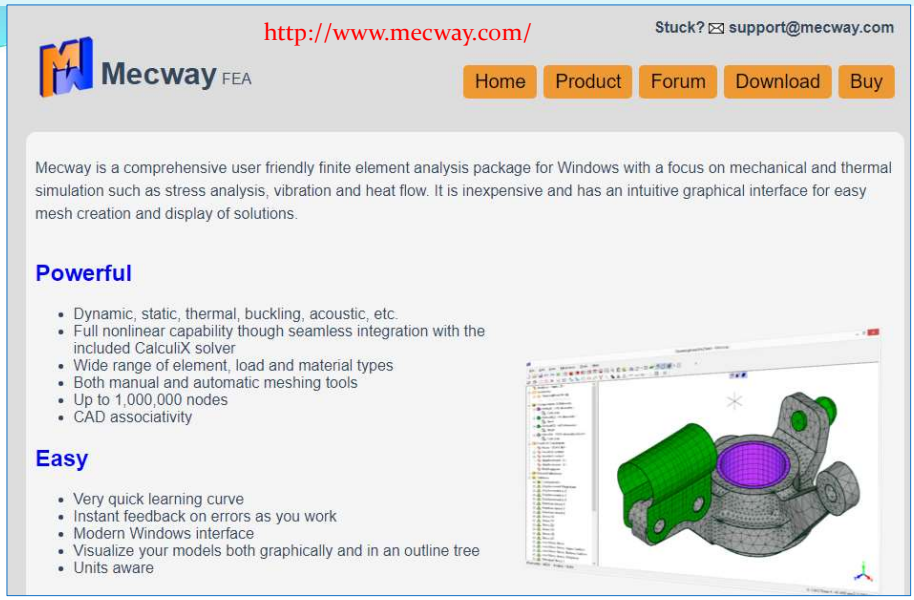
روش اجزای محدود (FEM)

https://quickfield.com/offer.htm

روش اجزای محدود (FEM)

QuickField is a finite element analysis software package running on Windows platforms. It is developed by the Danish company Tera Analysis Ltd. in cooperation with Russian firm Tor Ltd. QuickField is available as a commercial program or as a free Student Edition with limited functionality. Main applications include computer simulations of electromagnetic fields [1] for scientific and industrial purposes [2], and use as a teaching aid in the college and university electromagnetic or physics courses

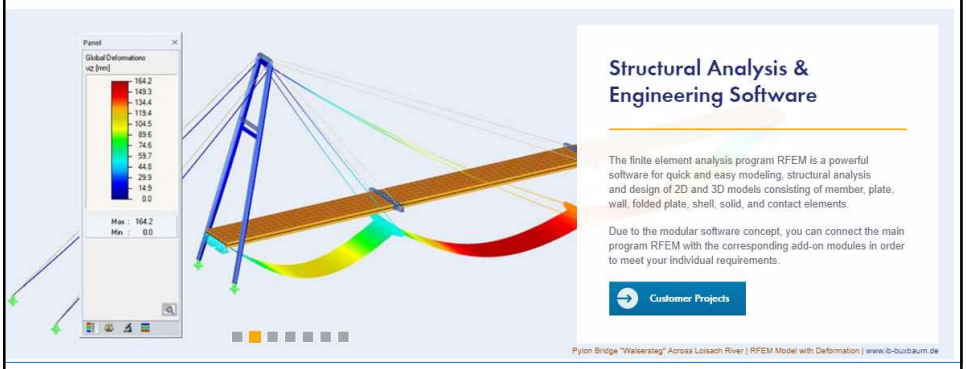
روش اجزای محدود (FEM)



Inexpensive, comprehensive, user friendly FEA package with a focus on mechanical and thermal simulation; CalculiX interoperability

روش اجزای محدود (FEM)

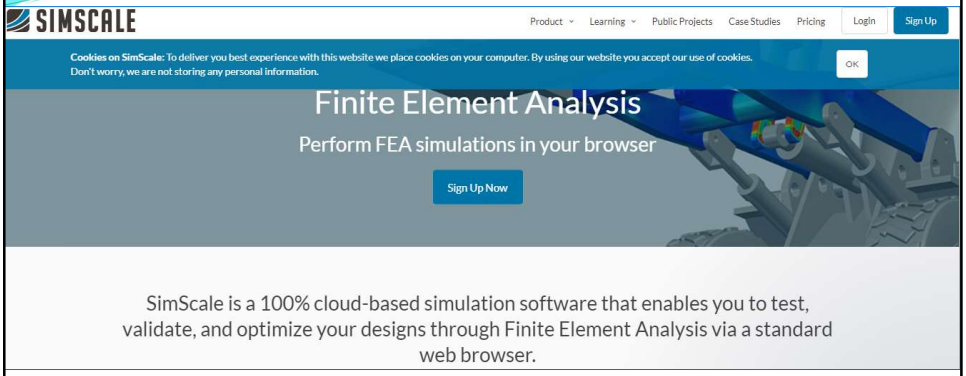
https://www.dlubal.com/en/products/rfem-fea-software/what-is-rfem



RFEM is a 3D finite element analysis software working under Microsoft Windows computer operating systems. RFEM can be used for structural analysis and design of steel, concrete, timber, glass, membrane and tensile structures as well as for plant and mechanical engineering or dynamic analysis.

روش اجزای محدود (FEM)

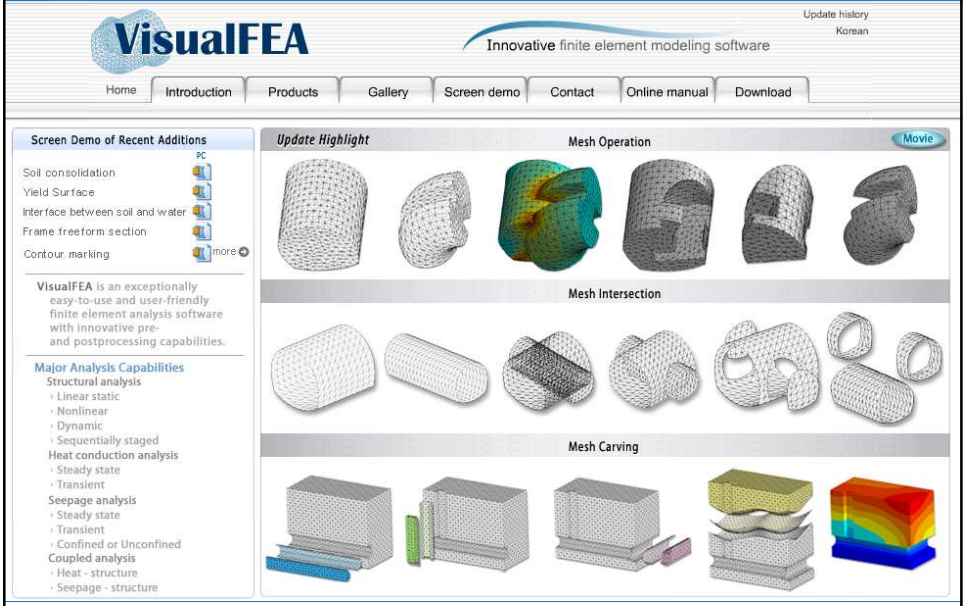
https://www.simscale.com/product/fea/



The Finite Element Analysis (FEA) component of **SimScale** enables you to virtually test and predict the behavior of structures and hence solve complex structural engineering problems subjected to static and dynamic loading conditions. The powerful online simulation solution from SimScale uses scalable numerical methods that can calculate mathematical expressions otherwise very challenging due to complex loading, geometries or material properties. SimScale has adopted a pay-as-you-go policy providing you with high-performance computing (HPC) directly in the Cloud, to help you design better products faster and more cost-efficiently.

روش اجزای محدود (FEM)

http://www.visualfea.com/



روش اجزای محدود (FEM)

VisualFEA is a finite element analysis program running on MS Windows and Mac OS X platforms. The program is being developed and distributed by Intuition Software, Inc. in South Korea, and is used chiefly for structural and geotechnical analysis. The strongest point of the program is its intuitive and user-friendly usage based on graphical pre- and postprocessing capabilities. VisualFEA has educational functions for teaching and learning structural mechanics and finite element analysis through graphical simulation. Thus, this program is widely used in college courses related to structural mechanics and finite element method.

روش اجزای محدود (FEM)

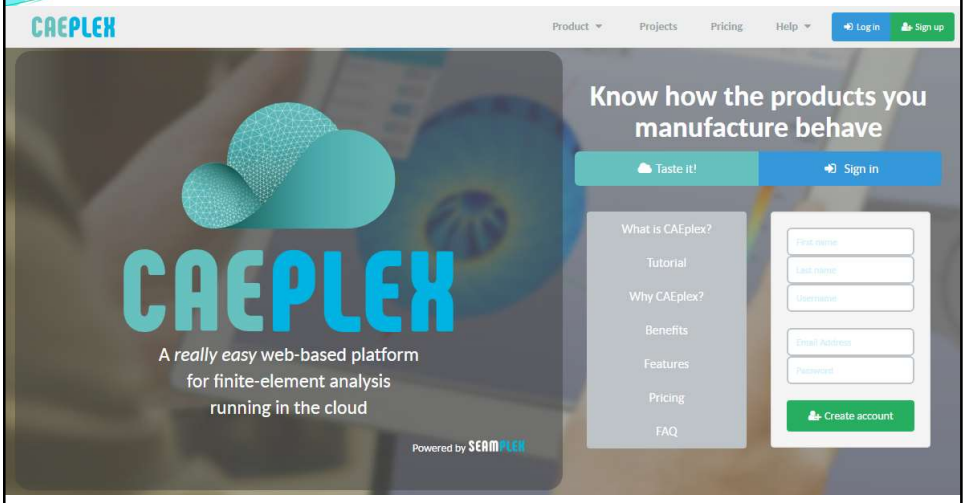
https://www.jcmwave.com/index.php/jcmsuite

روش اجزای محدود (FEM)

JCMsuite is a finite element analysis software package for the simulation and analysis of electromagnetic waves, elasticity and heat conduction. It also allows a mutual coupling between its optical, heat conduction and continuum mechanics solvers. The software is mainly applied for the analysis and optimization of nanooptical and microoptical systems. Its applications in research and development projects include dimensional metrology systems,[1][2][3] photolithographic systems,[4] photonic crystal fibers,[5][6][7] VCSELs,[8] Quantum-Dot emitters,[9] light trapping in solar cells,[10] and plasmonic systems.[11] The design tasks can be embedded into the high-level scripting languages MATLAB and Python, enabling a scripting of design setups in order to define parameter dependent problems or to run parameter scans.

روش اجزای محدود (FEM)

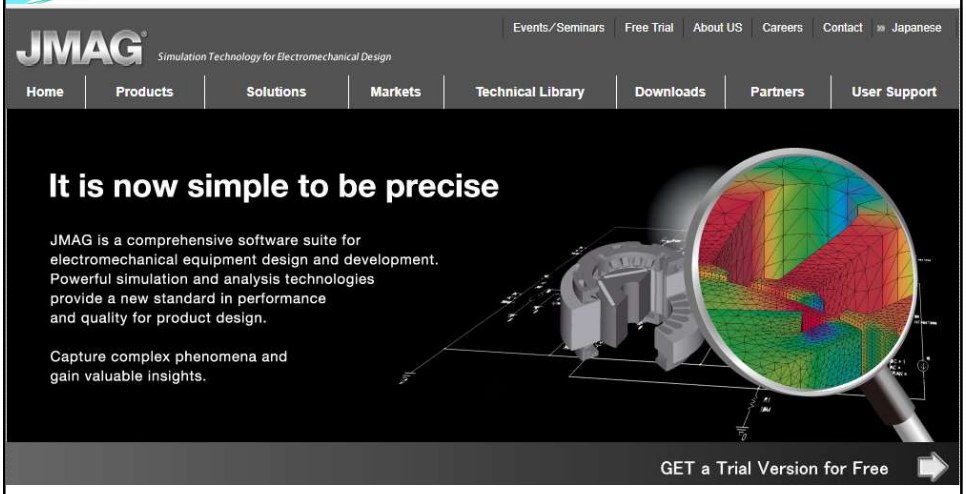
https://www.caeplex.com/



CAEplex is a *really easy* web-based platform for performing finite-element analysis running in the cloud. It is *really easy* because it is designed to be your first step into the world of Computed-Aided Engineering. It relies on a do-it-yourself approach where beginners can obtain results in a *simple*, *easy* and *straightforward* way.

روش اجزای محدود (FEM)

https://www.jmag-international.com/



روش اجزای محدود (FEM)

https://www.jmag-international.com/

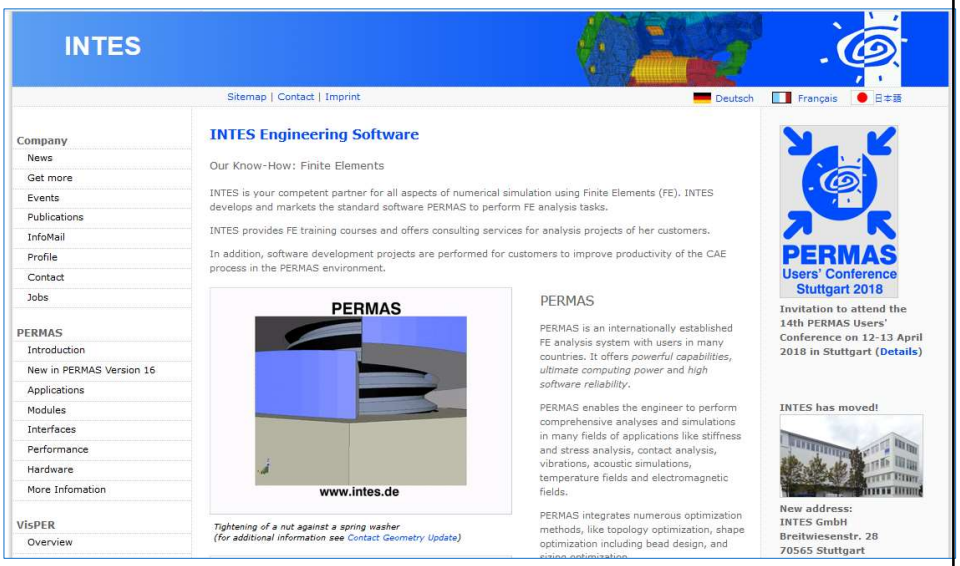
JMAG is simulation software for the development and design of electrical devices. JMAG was originally released in 1983 as a tool to support design for devices such as motors, actuators, circuit components, and antennas.

JMAG incorporates simulation technology to accurately analyze a wide range of physical phenomenon that includes complicated geometry, various material properties, and the heat and structure at the center of electromagnetic fields. JMAG has an interface capable of linking to third-party software and a portion of the JMAG analysis functions can also be executed from many of the major CAD and CAE systems.

JMAG is used actively to analyze designs at a system level that includes drive circuits by utilizing links to power electronic simulators. JMAG is also being used for the development of drive motors for electric vehicles.

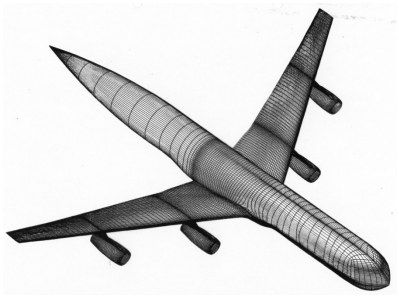
روش اجزای محدود (FEM)

PERMAS http://www.intes.de/

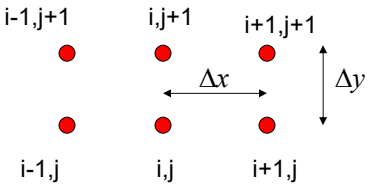


Traditional Discretisation Methods

- Finite Difference
- Finite Element
- Finite Volume



Finite Difference Method (FDM)



$$\left.\frac{\partial(u\rho)}{\partial x}\right|_{i,j} \approx \frac{((u\rho)_{i+1,j}-(u\rho)_{i-1,j})}{2\Delta x} \qquad O(\Delta x^2)$$

central

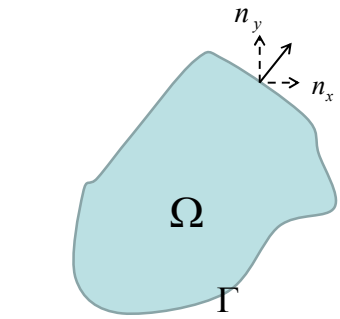
$$\left.\frac{\partial(u\rho)}{\partial x}\right|_{i,j} \approx \frac{((u\rho)_{i+1,j}-(u\rho)_{i,j})}{\Delta x} \qquad O(\Delta x)$$

forward

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(u\rho)}{\partial x}+\frac{\partial(v\rho)}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{i,j}+\frac{((u\rho)_{i+1,j}-(u\rho)_{i-1,j})}{2\Delta x}+\frac{((v\rho)_{i,j+1}-(v\rho)_{i,j-1})}{2\Delta y}=0$$

Finite Volume Method (FVM)



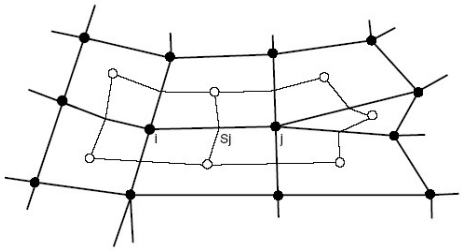
$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial (u\rho)}{\partial x}+\frac{\partial (v\rho)}{\partial y}=0$$

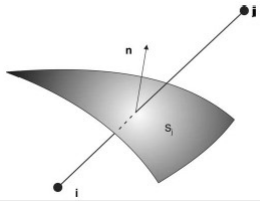
$$\int_\Omega \frac{\partial \rho}{\partial t}d\Omega+\int_\Omega \frac{\partial (u\rho)}{\partial x}d\Omega+\int_\Omega \frac{\partial (v\rho)}{\partial y}d\Omega=0$$

From Gauss Divergence Theorem:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_\Omega \rho d\Omega+\int_\Gamma (u\rho)n_x d\Gamma+\int_\Gamma (v\rho)n_y d\Gamma=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_i V_i+\sum_j \rho_i u_i S_x+\sum_j \rho_i v_i S_y=0$$

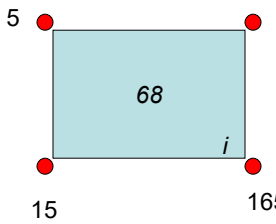




Finite Element Method (FEM)

Element Nodes

68 15 165 4 5



$$\rho \approx \rho_i N_i =$$

$$\rho_5 N_5+\rho_4 N_4+\rho_{165} N_{165}+\rho_{15} N_{15}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial (u\rho)}{\partial x}+\frac{\partial (v\rho)}{\partial y}=0$$

$$\int_\Omega \frac{\partial \rho}{\partial t}d\Omega+\int_\Omega \frac{\partial (u\rho)}{\partial x}d\Omega+\int_\Omega \frac{\partial (v\rho)}{\partial y}d\Omega=0$$

Weighted residual analysis:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_\Omega \rho_i N_i W_j d\Omega+\int_\Omega \frac{\partial (u\rho)_i N_i}{\partial x}W_j d\Omega+\int_\Omega \frac{\partial (v\rho)_i N_i}{\partial y}W_j d\Omega=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\int_\Omega N_i W_j d\Omega)\rho_i+(\int_\Omega \frac{\partial (N_i)}{\partial x}W_j d\Omega)u\rho_i+(\int_\Omega \frac{\partial (N_i)}{\partial y}W_j d\Omega)v\rho_i=0$$

Finite Element Method (FEM) **Weighted residual analysis:**

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_\Omega N_i W_j d\Omega\right)\rho_i + \left(\int_\Omega \frac{\partial (N_i)}{\partial x} W_j d\Omega\right) u\rho_i + \left(\int_\Omega \frac{\partial (N_i)}{\partial y} W_j d\Omega\right) v\rho_i = 0$$

If W is chosen to be the same as N the method is called **Galerkin method**.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_\Omega N_i N_j d\Omega\right)\rho_i + \left(\int_\Omega \frac{\partial (N_i)}{\partial x} N_j d\Omega\right) u\rho_i + \left(\int_\Omega \frac{\partial (N_i)}{\partial y} N_j d\Omega\right) v\rho_i = 0$$

For easy implementation of boundary conditions this is integrated by parts.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_\Omega N_i N_j d\Omega\right)\rho_i - \left(\int_\Omega N_i \frac{\partial (N_j)}{\partial x} d\Omega\right) u\rho_i - \left(\int_\Omega N_i \frac{\partial (N_j)}{\partial y} d\Omega\right) v\rho_i + \left(\int_\Gamma N_i N_j n_x d\Gamma\right) u\rho_i + \left(\int_\Gamma N_i N_j n_y d\Gamma\right) v\rho_i = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{M}_{elem}\rho_i + \mathbf{B}_{Xelem} u\rho_i + \mathbf{B}_{Yelem} v\rho_i = 0$$

Finite Element Method (FEM)

1) Divides computational space into elements $\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{M}_{elem}\rho_i + \mathbf{B}_{Xelem} u\rho_i + \mathbf{B}_{Yelem} v\rho_i = 0$

For every element constructs $\mathbf{M}_{elem}, \mathbf{B}_{Xelem}, \mathbf{B}_{Yelem}; \boldsymbol{\rho}_{elem}, \mathbf{u}\boldsymbol{\rho}_{elem}, \mathbf{v}\boldsymbol{\rho}_{elem}$

2) Reconnects elements at nodes

Agglomerates for the whole domain $\mathbf{M} = \sum_e \mathbf{M}_{elem}, \mathbf{B}_X = \sum_e \mathbf{B}_{Xelem}, \mathbf{B}_Y = \sum_e \mathbf{B}_{Yelem}$

$$\boldsymbol{\rho} = \sum_e \boldsymbol{\rho}_{elem}, \mathbf{u}\boldsymbol{\rho} = \sum_e \mathbf{u}\boldsymbol{\rho}_{elem}, \mathbf{v}\boldsymbol{\rho} = \sum_e \mathbf{v}\boldsymbol{\rho}_{elem}$$

3) As a result a set of algebraic equations is formed and its solution follows

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{M}\,\boldsymbol{\rho} + \mathbf{B}_X \mathbf{u}\boldsymbol{\rho} + \mathbf{B}_Y \mathbf{v}\boldsymbol{\rho} = \mathbf{0}$$

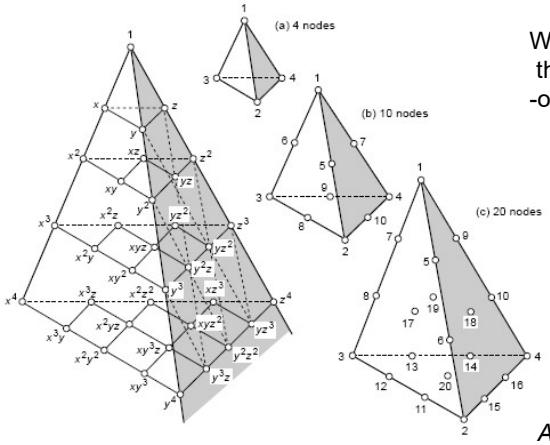
SHAPE FUNCTIONS

$$\rho \approx \sum_i N_i \, \rho_i$$

And when derivatives are of interest:

$$\frac{d\rho}{dx} \approx \sum_i \frac{dN_i}{dx} \rho_i$$

The tetrahedron family of elements



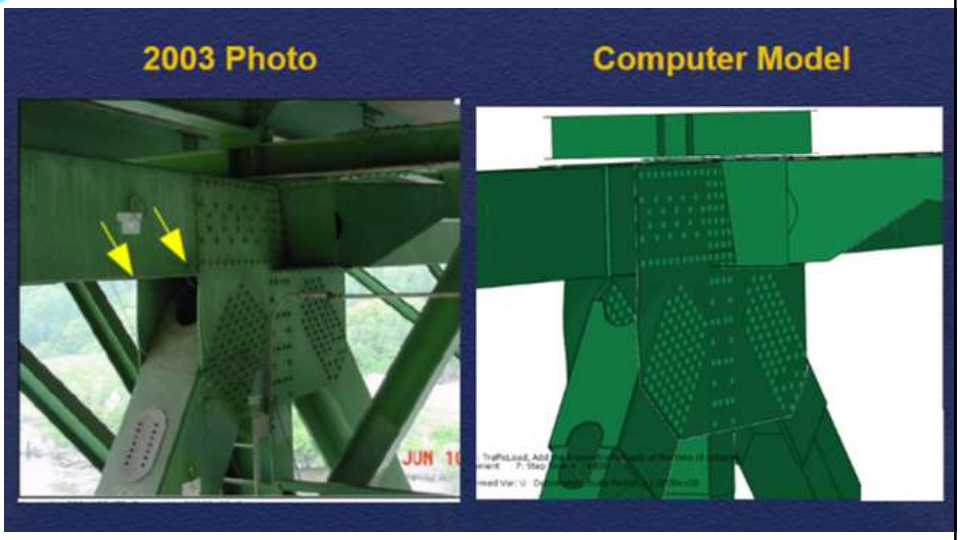
We know functions N,
they are frequently polynomials
-obtaining their derivatives is easy.

After Zienkiewicz et al FEM 2000

Development of Theory

- Rayleigh-Ritz Method
  - Total potential energy equation
- Galerkin's Method

روش اجزای محدود (FEM)



روش اجزای محدود (FEM)

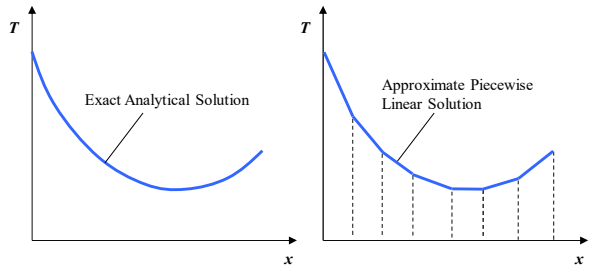
gusset /ˈgʌsɪt/

(مکانیک) نبشی، مفصل، میل بست، لچکی، صفحه ی فولادی اتصال، ورقه ی گونیایی، عقربک

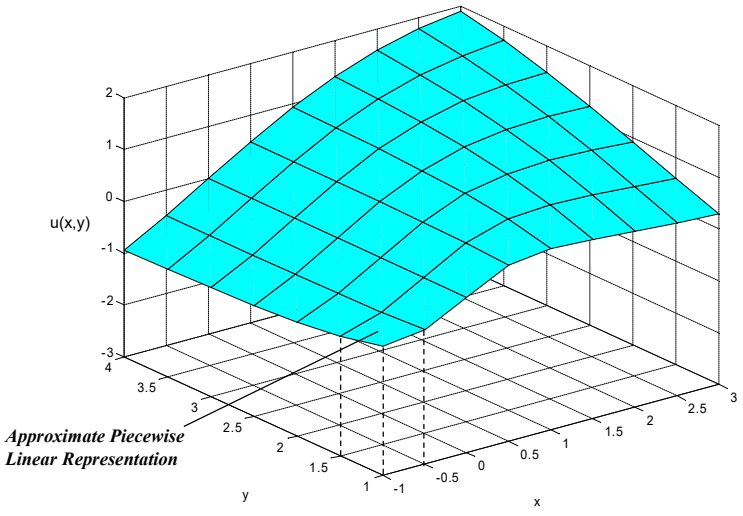
Basic Concept of the Finite Element Method

Any continuous solution field such as stress, displacement, temperature, pressure, etc. can be approximated by a discrete model composed of a set of piecewise continuous functions defined over a finite number of subdomains.

One-Dimensional Temperature Distribution

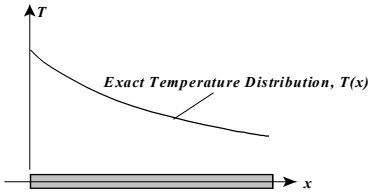


Two-Dimensional Discretization

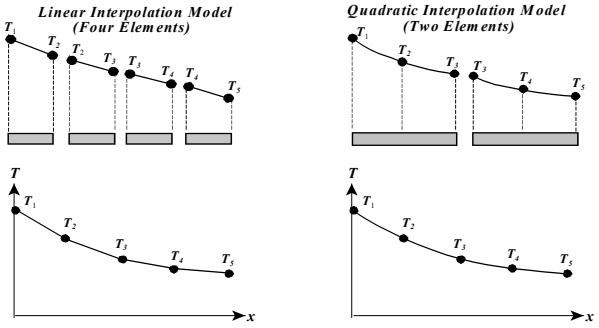


Approximate Piecewise Linear Representation

Discretization Concepts



Finite Element Discretization



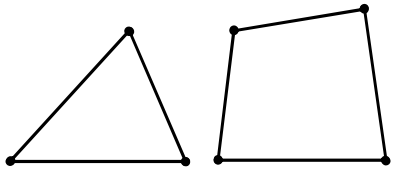
Piecewise Linear Approximation
Temperature Continuous but with Discontinuous Temperature Gradients

Piecewise Quadratic Approximation
Temperature and Temperature Gradients Continuous

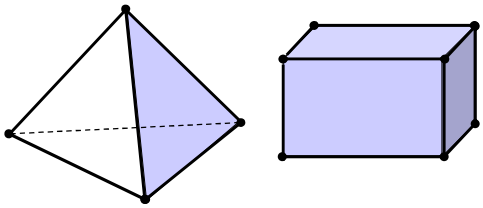
Common Types of Elements

One-Dimensional Elements
Line
Rods, Beams, Trusses, Frames

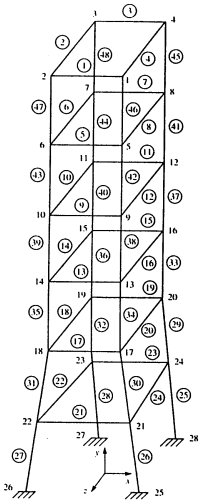
Two-Dimensional Elements
Triangular, Quadrilateral
Plates, Shells, 2-D Continua



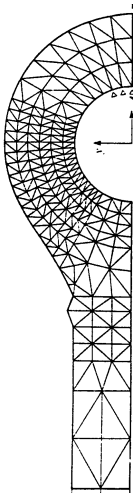
Three-Dimensional Elements
Tetrahedral, Rectangular Prism (Brick)
3-D Continua



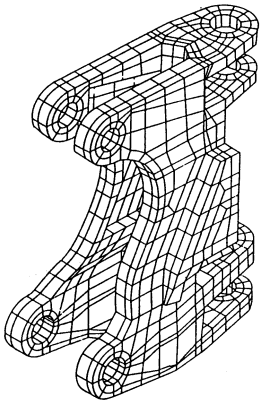
Discretization Examples



One-Dimensional
Frame Elements



Two-Dimensional
Triangular Elements



Three-Dimensional
Brick Elements

Basic Steps in the Finite Element Method Time Independent Problems

- Domain Discretization
- Select Element Type (Shape and Approximation)
- Derive Element Equations (Variational and Energy Methods)
- Assemble Element Equations to Form Global System

$$[K]\{U\} = \{F\}$$

[K] = Stiffness or Property Matrix
{U} = Nodal Displacement Vector
{F} = Nodal Force Vector

- Incorporate Boundary and Initial Conditions
- Solve Assembled System of Equations for Unknown Nodal Displacements and Secondary Unknowns of Stress and Strain Values

Common Sources of Error in FEA

- **Domain Approximation**
- **Element Interpolation/Approximation**
- **Numerical Integration Errors**

  (Including Spatial and Time Integration)
- **Computer Errors (Round-Off, etc.,)**

Measures of Accuracy in FEA

Accuracy

Error = |(Exact Solution)-(FEM Solution)|

Convergence همگرایی

Limit of Error as:

Number of Elements (*h-convergence*)
or
Approximation Order (*p-convergence*)

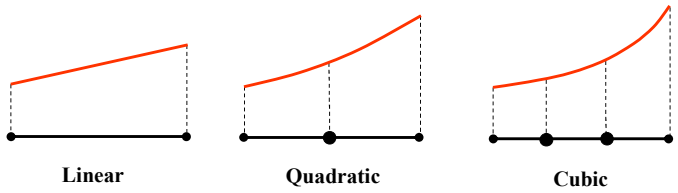
Increases

Ideally, Error → 0 as Number of Elements or Approximation Order → ∞

Common Approximation Schemes
One-Dimensional Examples

Polynomial Approximation

Most often polynomials are used to construct approximation functions for each element. Depending on the order of approximation, different numbers of element parameters are needed to construct the appropriate function.

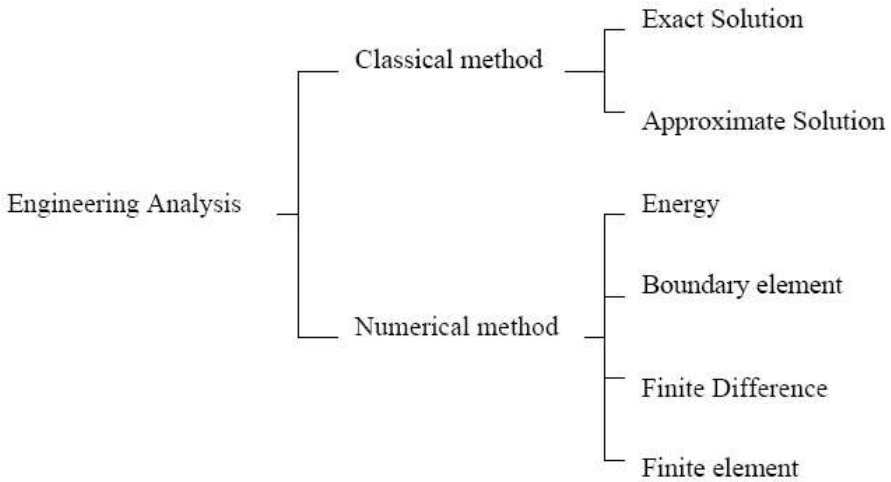


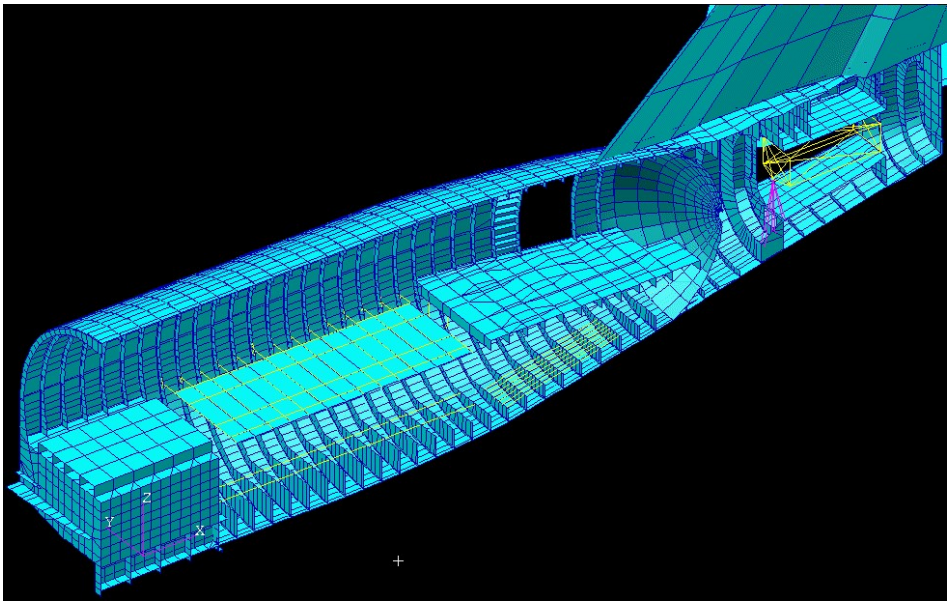
Special Approximation

For some cases (e.g. infinite elements, crack or other singular elements) the approximation function is chosen to have special properties as determined from theoretical considerations

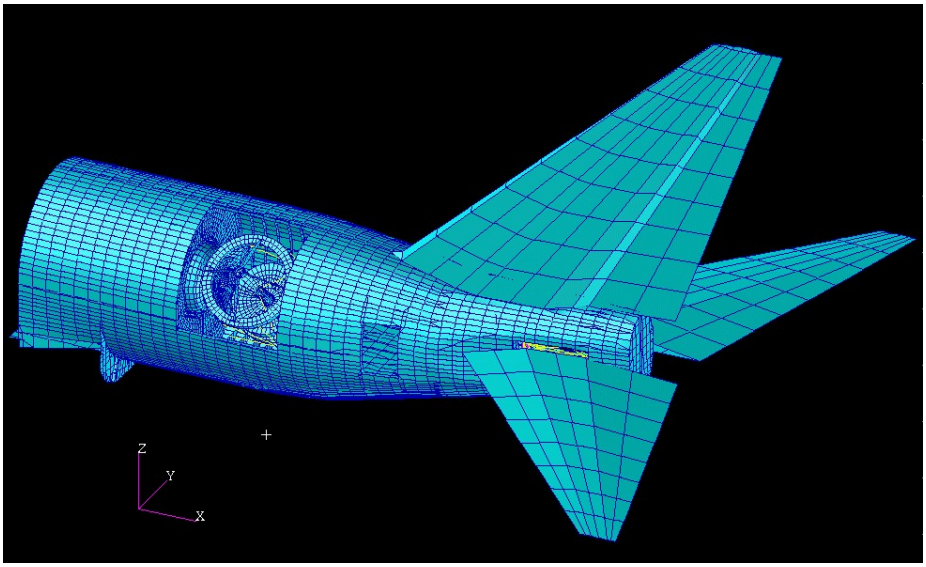
روش اجزای محدود (FEM)

Methods of Solution:



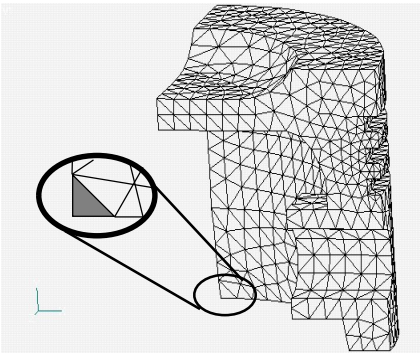


369



370

Mathematical Model



Dividing of the geometry into simple elements and assembling all elements

[K] = Stiffness matrix of the part (Sum of all elements)

{U} = Components of the displacements of the single nodes of the part

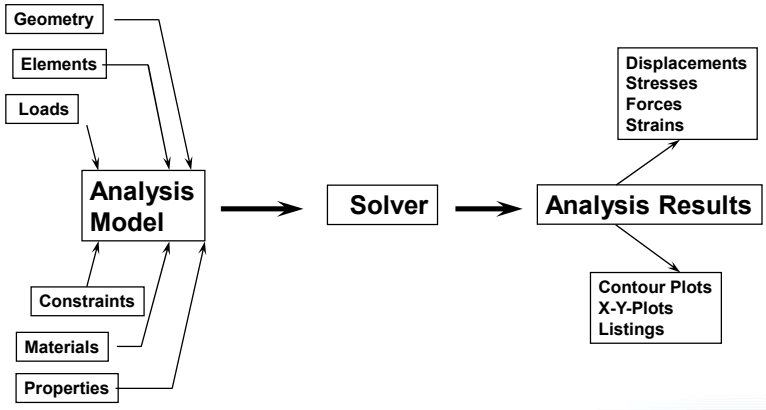
{F} = Components of the loads of the single nodes of the part

[K] *{U} = {F}

Solving the matrix equation with thousands of unknowns

MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

Steps in an FE Analysis



MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

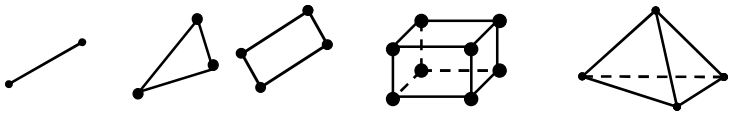
Introduction to FEM

- What an FEA user has to specify:
  - Choose the element type
  - Creation of the Finite Element Mesh
  - Specification of the material properties
  - Specification of the element properties
  - Verification of the Mesh quality
  - Application of the loads and boundary conditions
  - Specification of the options of the desired analysis type
  - Request of the desired results
  - Interpretation of the results

MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

Standard Elements

First order



Line | Triangle/Quadrilateral (tri/quad) | Hexahedral (hex) | Tetrahedral (tet)

Second order

Line | Triangle/Quadrilateral | Hexahedral | 10-noded Tetrahedral

MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

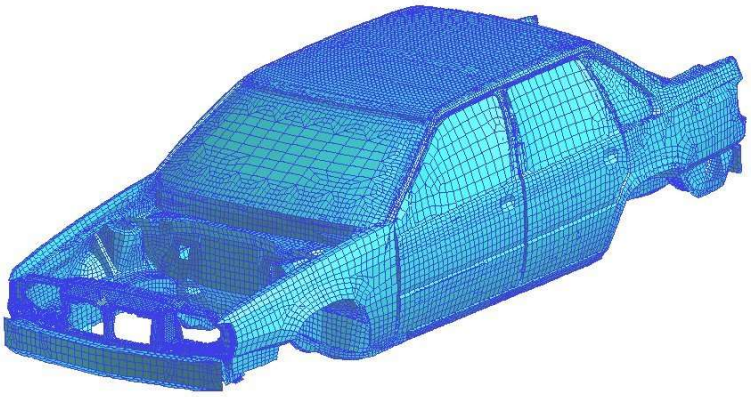
Element selection criteria

Which element type should be used?

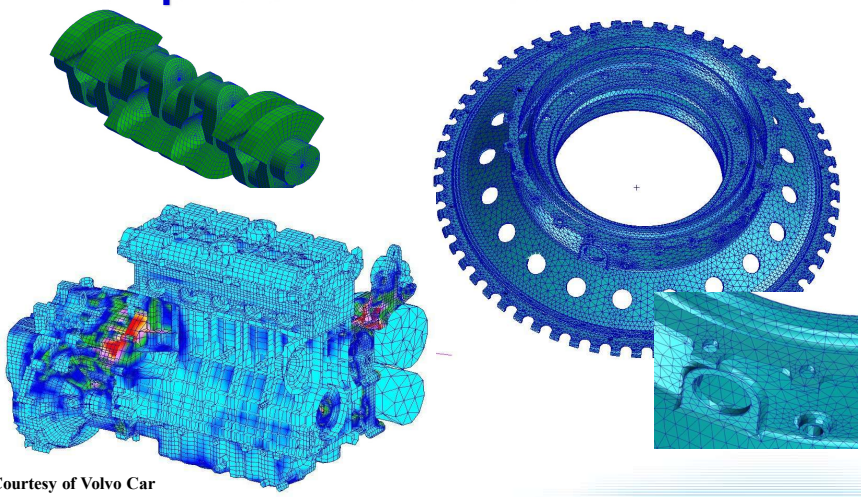
- Beams, plates or solids?
- Quadrilateral or triangle?
- Hexahedral, pentahedral or tetrahedral ?
- Higher or lower order?

The choice of the element type is strongly dependent on the structure to be analyzed

Examples of shell models



Examples of Solid Models



Courtesy of Volvo Car

MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

Element Selection Guidelines

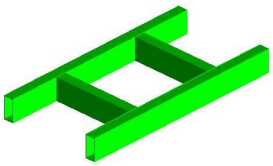
Choose the simplest element type

- if you can make a shell model - do it
- If you can make a beam model - do it

For structural analysis, don't use first order tetra-elements.
(But they are ok for thermal analysis)

MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

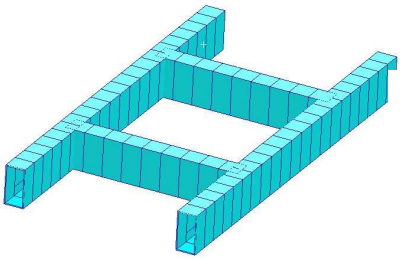
The Model



- We have the following model:
  It consist of rectangular beams that are 100 mm wide and 200 mm high with thickness 5 mm. The longest beams are 2000 mm and the total width of the model is 1000 mm. The centerline of the crossing bars are located 550 mm from each end.
- The beams are welded together, but the weld fillets are to be neglected due to their small size
- The structure carries a load of 2000 kg evenly distributed over the two cross bars

MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

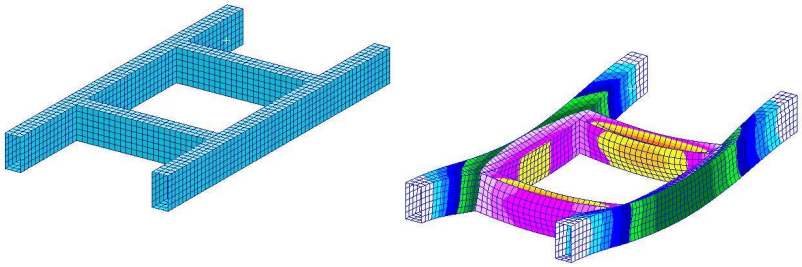
Beam Model



Element size 100 mm

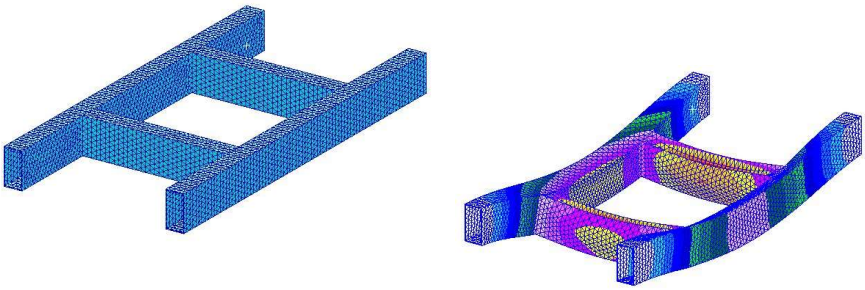
MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

Shell Model



Element size 33 mm

Solid Model



Element size 25 mm

Element Type

Before meshing the user must chose between different element types:

- Beam, Shell or Solid
- First or second order
- Triangle or quadrilateral basis shape

When this is done, meshing of the structure can begin

MSC SOFTWARE DELIVERING CUSTOMER VALUE

۲- مدل‌های ریاضی و روش المان‌های محدود

روش‌های عددی، مدل‌های ریاضی پیوسته سیستم را به صورت یک ایده‌آل‌سازی گسسته در می‌آورند که می‌تواند به طریق مشابه مدل‌های پارامتر متمرکز حل شود.

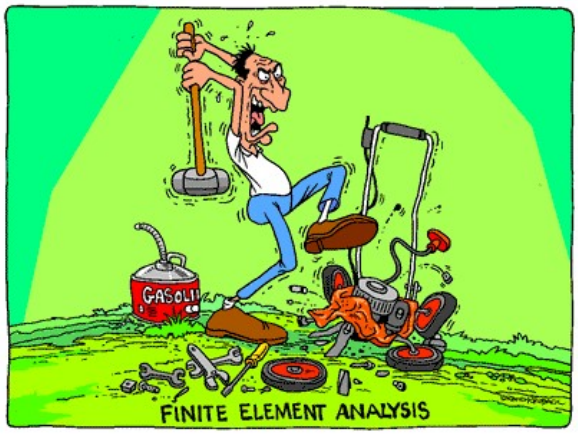
روش‌های مهم کلاسیک عددی:

- ✓روش Ritz
- ✓روش Galerkin به عنوان یک روش باقیمانده وزن‌دار
- ✓روش تفاضلات محدود

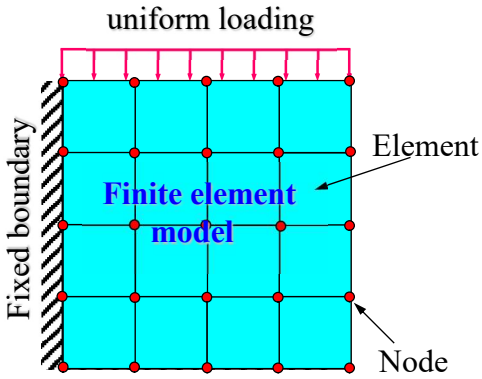
روش‌های فوق در واقع شالوده اصلی روش‌های نوین المان‌های محدود را فراهم می‌آورند.

روش المان‌های محدود یک روش عددی است برای گسسته‌سازی مدل ریاضی پیوسته به مدل ریاضی گسسته (تبدیل معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری).

Finite Element Analysis



Finite Element Analysis



- Approximate method
- Geometric model
- Node
- Element
- Mesh
- Discretization

Problem: Obtain the stresses/strains in the plate

(معماری) قطعه یا طاقی که فقط از یک طرف به دیوار وصل است (مثل طاق بالکن)، بلوک یا طاقک پیش‌آمده از دیوار (که بالکن یا قرنیز بر آن اتکا دارد)، (تیر یا ستون افقی که فقط از یک طرف به دیوار وصل است) تیر سرآزاد، ستون سرآزاد cantilever

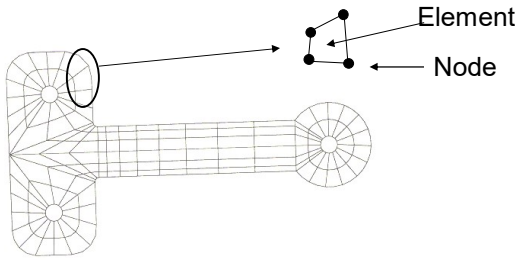
..General scenario..

Engineering design

Finite element analysis

FEM analysis scheme

Step 1: Divide the problem domain into non overlapping regions ("**elements**") connected to each other through special points ("**nodes**")



Finite element model

..General scenario..

Engineering design

Finite element analysis

FEM analysis scheme

Step 2: Describe the behavior of each element

Step 3: Describe the behavior of the entire body by putting together the behavior of each of the elements (this is a process known as "**assembly**")

2.0 Finite Element Method

- Two interpretations

1. Physical Interpretation:

   The continous physical model is divided into finite pieces called elements and laws of nature are applied on the generic element. The results are then recombined to represent the continuum.

2. Mathematical Interpretation:

   The differetional equation reppresenting the system is converted into a variational form, which is approximated by the linear combination of a finite set of trial functions.

2.1 FEM Notation

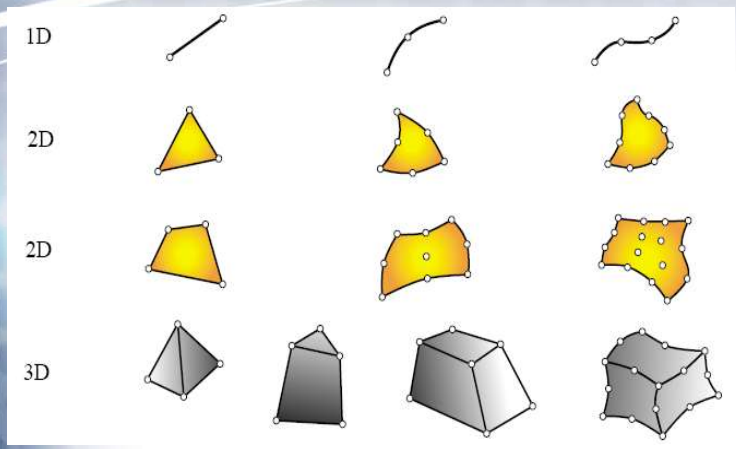
Elements are defined by the following properties:

1. Dimensionality
2. Nodal Points
3. Geometry
4. Degrees of Freedom
5. Nodal Forces

(Non homogeneous RHS of the DE)

RHS (Rectangular Hollow Section) DE (Differential Equations)

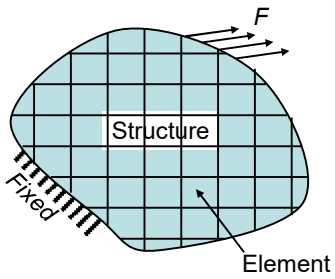
2.2 Element Types



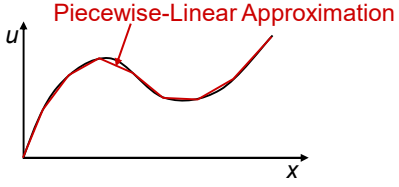
Joint Advanced Student School
St.Petersburg 2005

INTRODUCTION TO FINITE ELEMENT METHOD

- What is the finite element method (FEM)?
  - A technique for obtaining approximate solutions to boundary value problems.
  - Partition of the domain into a set of simple shapes (element)
  - Approximate the solution using piecewise polynomials within the element



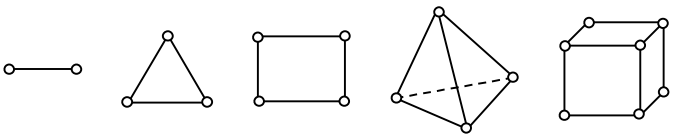
$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + b_x = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + b_y = 0 \end{cases}$$



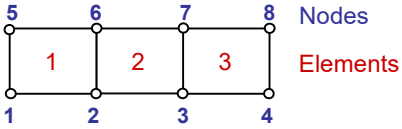
392

INTRODUCTION TO FEM *cont.*

- How to discretize the domain?
  - Using simple shapes (element)



  - All elements are connected using “nodes”.

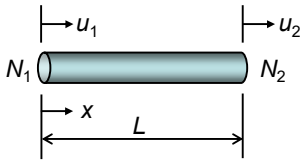


  - Solution at Element 1 is described using the values at Nodes 1, 2, 6, and 5 (Interpolation).
  - Elements 1 and 2 share the solution at Nodes 2 and 6.

393

INTRODUCTION TO FEM *cont.*

- Finite element analysis solves for nodal values.
  - All others can be calculated (or interpolated) from nodal solutions



  - Displacement within the element

$$u(x) = a + bx = u_1 + \frac{u_2 - u_1}{L}x = \frac{L-x}{L}u_1 + \frac{x}{L}u_2$$

Interpolation (Shape) Function

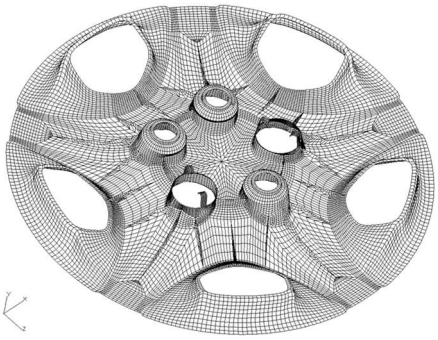
  - Strain of the element

$$\varepsilon(x) = \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{L}u_1 + \frac{1}{L}u_2$$

394

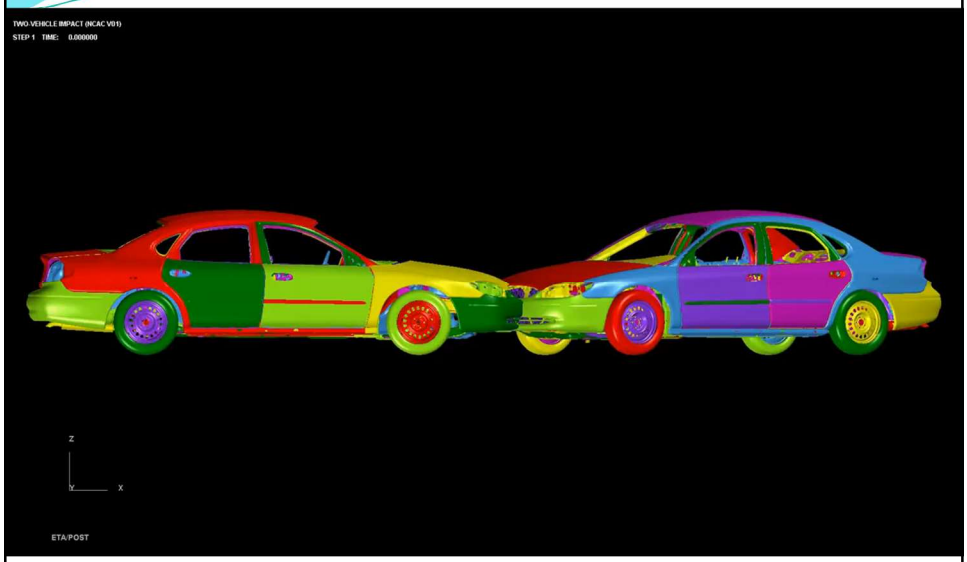
EXAMPLE: FINITE ELEMENTS

- Plastic Wheel Cover Model
  - 30,595 Nodes, 22,811 Elements
  - Matrix size is larger than 150,000×150,000.
  - MSC/PATRAN (Graphic user interface)

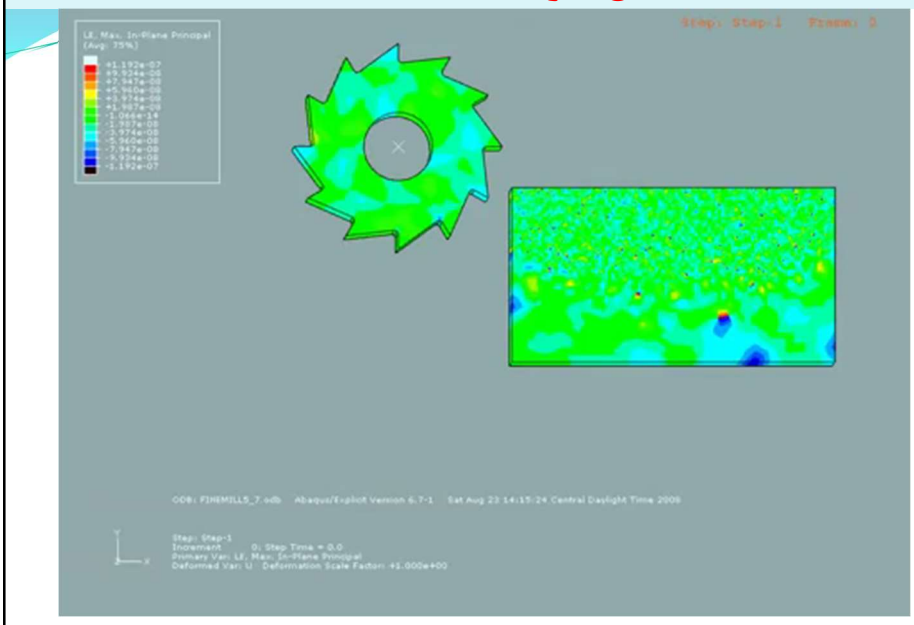


395

روش اجزای محدود (FEM)

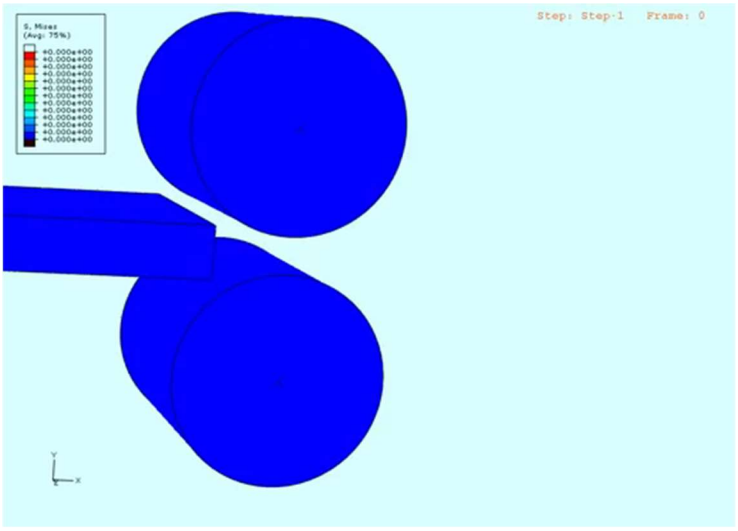


روش اجزای محدود (FEM)



روش اجزای محدود (FEM)

ABAQUS: Rolling



روش اجزای محدود (FEM)

FEM simulation of heating disc brake with ABAQUS