Sharif University of Technology
School of Mechanical Engineering

Automatic Control

Chapter 10:

PID Controller Design by Ziegler-Nichols Method

Instructor:
Professor Aria Alasty

1391-92 Fall Semester

Contents

- Chapter 1: Introduction to Control Systems and Laplace Transformation
- Chapter 2: Mathematical Modeling of Control Systems
- Chapter 3: Modeling of Mechanical, Electrical and Fluid Systems
- Chapter 4: Modeling of Pneumatic, Hydraulic and Thermal Systems
- Chapter 5: Transient and Steady-State Response Analysis
- Chapter 6: Control Systems Analysis by Root-Locus Method
- Chapter 7: Control Systems Design by Root-Locus Method

Contents

- Chapter 8: Control Systems Analysis by Frequency Response Method
- Chapter 9: Control Systems Design by Frequency Response Method
- Chapter 10: PID Controller Design by Ziegler-Nichols Method

Ziegler–Nichols Rules

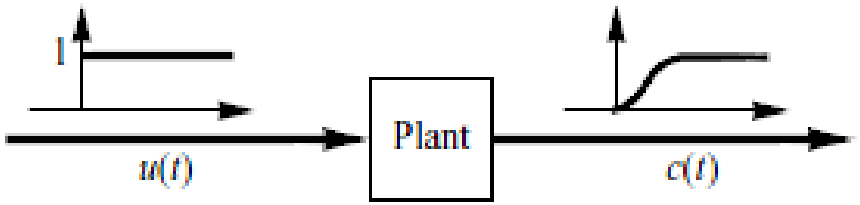
❊ روش زیگلر-نیکولز، قوانینی را برای تعیین ضرایب کنترلر PID ارایه می دهند. این روش ها خصوصا زمانی که مدل ریاضی سیستم تحت کنترل نامعلوم است مفید هستند؛ هرجند برای سیستمی که مدل ریاضی آن وجود دارد نیز قابل استفاده هستند.

❊ این روش ها به عنوان یک حدس اولیه مناسب برای تعیین مقادیر نهایی ضرایب کنترلر به کار می روند (Fine Tuning) و خود، این مقادیر نهایی را تعیین نمی کنند.

❊ ضرایب کنترلی در این روش بر اساس ویژگی های پاسخ زمانی گذرای سیستم تعیین می گردند. به طور کلی دو روش برای تعیین این ضرایب بر مبنای قوانین زیگلر-نیکولز وجود دارند.

* روش اول:

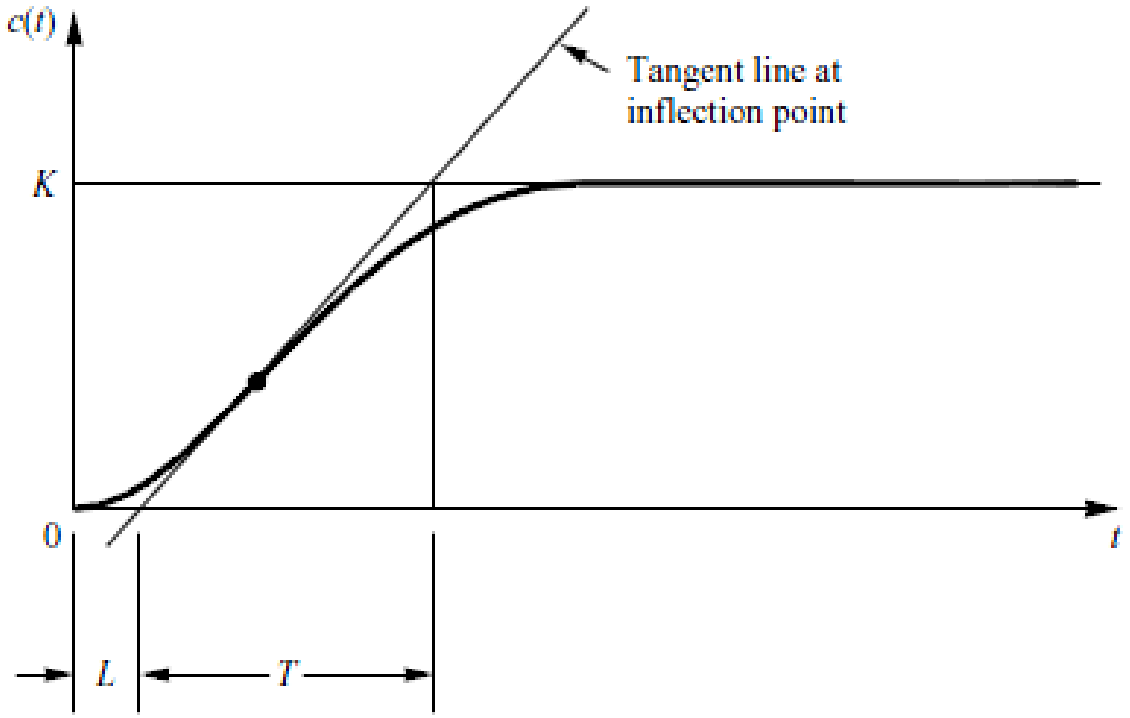
- این روش زمانی استفاده می شود که پاسخ زمانی سیستم به ورودی پله، یک منحنی S-shaped باشد.



- اگر تابع تبدیل سیستم فاقد انتگرالگیر یا زوج قطب های مختلط در مخرج باشد، پاسخ به ورودی پله، S-shaped خواهد بود.

* روش اول:

- منحنی S-shaped بر اساس دو پارامتر ثابت زمانی (T) و Delay Time (L) قابل مشخص شدن است. این دو مقدار با رسم یک خط مماس بر منحنی پاسخ زمانی در نقطه عطف (Inflection Point) تعیین می گردند:



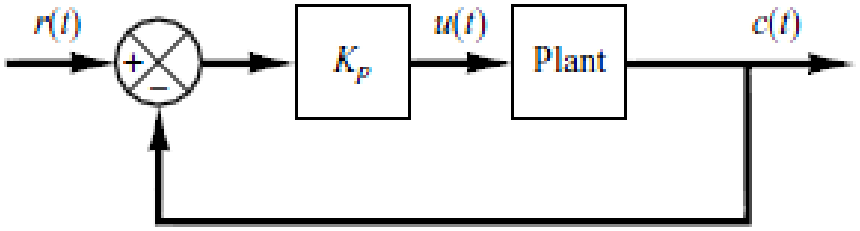
* روش اول:

- با معلوم بودن مقادیر L و T، ضرایب کنترلر از جدول زیر قابل تعیین هستند:

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

❊ روش دوم:

- در این روش ابتدا تنها با تغییر مقدار ضریب کنترلی تناسبی از مقدار اولیه صفر تا یک مقدار بحرانی (K_{cr}) که در آن سیستم پاسخ نوسانی نامیرا از خود نشان می دهد، مقدار دوره تناوب مربوط به این حالت یا همان دوره تناوب بحرانی (P_{cr}) را تعیین می کنیم.



- اگر با افزایش مقدار ضریب کنترلی تناسبی تا هر مقدار دلخواه، سیستم پاسخ نوسانی نامیرا از خود نشان ندهد، این روش قابل استفاده نخواهد بود.

* روش دوم:

- با در دست بودن مقادیر K_{cr} و P_{cr} و با استفاده از جدول زیر، مقادیر ضرایب کنترلی قابل تعیین هستند:

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

- توجه شود که اگر تابع تبدیل سیستم در دست باشد، مقادیر K_{cr} و P_{cr} از روی تقاطع مکان هندسی ریشه ها با محور موهومی قابل تعیین هستند. برای مقدار ω_{cr} داریم:

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega_{cr}}$$

❊ مثال: ضرایب کنترلی را برای سیستم با تابع تبدیل زیر با استفاده از روش زیگلر-نیکولز تعیین نمایید:

$$G = \frac{1}{(s+3)(s+4)}$$

- حل:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}, U(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow Y(s) = \frac{1}{s(s+3)(s+4)}$$

$$y(t) = \frac{1}{12} - \frac{1}{3}e^{-3t} + \frac{1}{4}e^{-4t} \Rightarrow k = y(\infty) = \frac{1}{12}$$

$$y(t_a) = \frac{67}{3072}\ ,\ \dot{y}(t) = e^{-3t} - e^{-4t} \Rightarrow \dot{y}(t_a) = \frac{27}{256}$$

$$\ddot{y}(t) = -3e^{-3t} + 4e^{-4t} \rightarrow \ddot{y}(t_a) = 0 \rightarrow t_a = \ln\frac{4}{3}$$

❊ ادامه:

$$z = at + b \Rightarrow \frac{67}{3072} = \frac{27}{256}(\ln\frac{4}{3}) + b$$

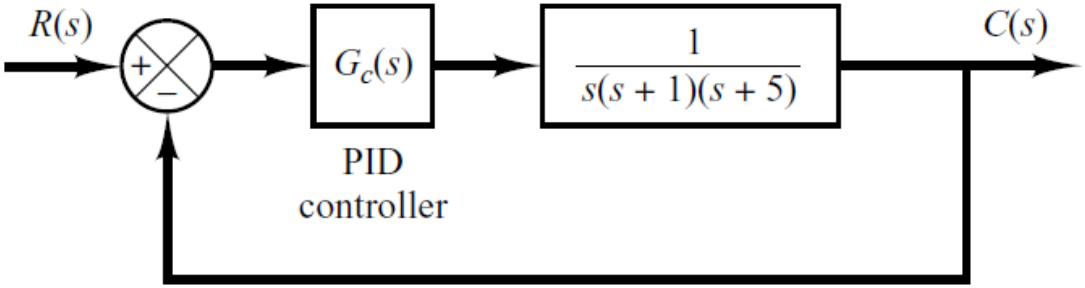
$$z = 0 \rightarrow t = L \Rightarrow L = \frac{-b}{a} = 0.0809\ ,$$

$$t = L + T \rightarrow z = k \Rightarrow k = a(L + T) + b \Rightarrow T = 0.79$$

- با مراجعه به جدول:

$$k_p = 11.72\ ,\ T_i = 0.162\ ,\ T_d = 0.04$$

* مثال: ضرایب کنترلی را برای سیستم زیر با استفاده از روش زیگلر-نیکولز تعیین نمایید:



- حل:

$$\frac{C}{R} = \frac{k}{s(s+1)(s+5)+k}$$

$$s^3 + 6s^2 + 5s + k = 0 \rightarrow s = j\omega \rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} j(5\omega - \omega^3) = 0 \Rightarrow \omega_{cr} = \sqrt{5} \Rightarrow P_{cr} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2.81 \\ k - 6\omega^2 = 0 \Rightarrow K_{cr} = 30 \end{cases}$$

- با مراجعه به جدول:

$$k_p = 18\ ,\ T_i = 1.4\ ,\ T_d = 0.35$$

Thanks for your attention!